

Univerzita Hradec Králové  
Pedagogická fakulta  
Katedra matematiky Přírodovědecké fakulty

## **Aritmetika 1. a 2. ročníku ZŠ v pojetí projektu Mathe 2000**

Diplomová práce

Autor: Blanka Martínková

Studijní program: M7503 Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Vedoucí obor: Katedra matematiky

Vedoucí práce: PhDr. Jana Cachová, Ph.D.

Oponent práce: Mgr. Tomáš Zuščák, Ph.D.



## Zadání diplomové práce

<b>Autor:</b>	<b>Blanka Martínková</b>
Studium:	P18P0198
Studijní program:	M7503 Učitelství pro základní školy
Studijní obor:	Učitelství pro 1. stupeň základní školy
<b>Název diplomové práce:</b>	<b>Aritmetika 1. a 2. ročníku ZŠ v pojetí projektu Mathe 2000</b>
Název diplomové práce AJ:	Arithmetic of 1st and 2nd Grade of Primary School in the Concept of the Project Mathe 2000

### **Cíl, metody, literatura, předpoklady:**

Diplomová práce se zabývá výukou aritmetiky na prvním stupni základní školy, konkrétně v 1. a 2. ročníku. Cílem práce je na základě studia dostupné odborné didaktické literatury, učebnic matematiky pro 1. stupeň základní školy a dalších didaktických a podpůrných materiálů charakterizovat cíle vyučování aritmetiky prvního stupně ZŠ v našich podmínkách a porovnat je s cíli projektu Mathe 2000 autorů E. Wittmanna a G. Müllera. Dále pak vzhledem k naplňování těchto cílů připravit pro žáky 1. a 2. ročníku sadu doplňujících aktivit a cvičení do vyučovacích hodin, vycházejících z principů projektu Mathe 2000, které aktivní, názornou a systematickou formou, pomocí systematického opakovaného využívání modelů při aktivním řešení úloh žákem pomohou našim žákům prohloubit porozumění matematice, lépe pochopit vzájemné vztahy a provázanost učiva. Vybranou část aktivit pak vyzkoušet ve školní praxi.

Wittmann, E. Ch. Müller, G.N. (1990). Handbuch produktiver Rechenübungen. Bd.1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart: Klett. New edition Friedrich: Seelze 2017.  
Wittmann, E. Ch. & Müller, G.N. (1992). Handbuch produktiver Rechenübungen. Bd.2: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Stuttgart: Klett. New edition Friedrich 2018.

Wittmann, E. Ch. & Müller, G.N. (2012). Das Zahlenbuch, Volume 1-4. Stuttgart: Klett.

Zadávací pracoviště: Katedra matematiky,  
Přírodovědecká fakulta

Vedoucí práce: PhDr. Jana Cachová, Ph.D.

Oponent: Mgr. Tomáš Zuščák, Ph.D.

Datum zadání závěrečné práce: 1.11.2021

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci Aritmetika 1. a 2. ročníku ZŠ v pojetí projektu Mathe 2000 vypracovala pod vedením vedoucí práce PhDr. Jany Cachové, Ph.D. samostatně a uvedla jsem všechny použité prameny a literaturu.

V Hradci Králové dne

---

Blanka Martínková

## **Poděkování**

Ráda bych poděkovala PhDr. Janě Cachové, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady, věcné připomínky, vstřícnost při konzultacích, a především za trpělivost a ochotu, kterou mi v průběhu zpracování diplomové práce věnovala.

## ***Anotace***

MARTÍNKOVÁ Blanka. *Aritmetika 1. a 2. ročníku ZŠ v pojetí projektu Mathe 2000*. Hradec Králové: Pedagogická fakulta Univerzity Hradec Králové, 2023. s.100  
Diplomová práce.

Diplomová práce se zabývá výukou aritmetiky, konkrétně především v 1. ročníku ZŠ. Hlavním cílem je na základě odborné literatury charakterizovat cíle vyučování aritmetiky 1. stupně ZŠ v našich podmínkách a porovnat je s cíli projektu Mathe 2000 autorů E. Wittmanna a G. Müllera. Součástí práce je také na základě těchto cílů připravit pro žáky 1. a 2. ročníku sadu doplňujících cvičení a aktivit do vyučovacích hodin matematiky vycházejících z principů projektu Mathe 2000, které pomohou prohloubit porozumění matematice a lépe pochopit vzájemné vztahy a provázanost učiva.

Klíčová slova: matematika, 1. stupeň ZŠ, 1. a 2. ročník ZŠ, Mathe 2000, modely výuky

## ***Annotation***

MARTÍNKOVÁ, Blanka. *Arithmetic of 1st and 2nd Grade of Primary School in the Concept of the Project Mathe 2000*. Hradec Králové: Faculty of Education, University of Hradec Králové, 2020. p.100 Diploma Thesis.

The diploma thesis focuses on the teaching of arithmetic, specifically in the 1st year of elementary school. The main goal is to characterize the goals of teaching numeracy at the 1st grade of elementary school in our conditions on the basis of professional literature and compare them with the goals of the Mathe 2000 project by E. Wittmann and G. Müller. Based on these goals, part of the work also includes the preparation of a set of additional exercises and activities for 1st and 2nd grade students for mathematics classes based on the principles of the Mathe 2000 project, which will help our students deepen their understanding of mathematics and to better understand the interrelationships and interconnections of the curriculum.

Keywords: mathematics, Mathe 2000, 1st grade of elementary school, 1st and 2nd year of elementary school, teaching models

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že diplomová práce je uložena v souladu s rektorským výnosem č. 13/2022 (Řád pro nakládání s bakalářskými, diplomovými, rigorózními, disertačními a habilitačními pracemi na UHK).

Datum: \_\_\_\_\_

Podpis studenta: \_\_\_\_\_

## Obsah

1	Základní etapy vývoje matematiky jako vědy .....	10
1.1	Vztah matematiky k jiným vědám .....	10
2	Cíle v primárním vzdělávání zaměřené na matematiku v našich podmínkách.....	13
2.1	Naplňování cílů dle RVP ZV .....	14
2.2	Klíčové kompetence ve vzdělávání žáků .....	16
3	Didaktické prostředky ve výuce matematiky.....	20
3.1	Didaktické zásady vyučování v matematice .....	22
3.2	Třídění organizačních forem vyučování s důrazem na matematiku 1. stupně ZŠ.....	28
3.3	Metody výuky .....	31
3.4	Učebnice.....	33
4	Cíle v primárním vzdělávání zaměřené na matematiku dle principů projektu Mathe 2000 ..	35
4.1	Projekt Mathe 2000 .....	35
4.2	Hlavní zásady dle projektu.....	35
5	Prostředí českých učebnic matematiky .....	38
5.1	Koncepce vybraných učebnic .....	38
5.2	Nejvíce používané typy úloh a pomůcky vybraných učebnic.....	40
6	Prostředí učebnic matematiky autorů Wittmana a Müllera .....	51
6.1	Koncepce učebnic Das Zahlenbuch .....	51
6.2	Nejvíce používané modely a pomůcky těchto učebnic .....	54
7	Popis situace ve třídě .....	64
7.1	Používané modely ve výuce matematiky .....	64
8	Sada vybraných modelů s typy úloh pro 1. ročník ZŠ.....	66
8.1	Puntíkový model .....	66
8.2	Model housenky .....	72
8.3	Obrázkový model.....	75
8.4	Peněžní model .....	77
8.5	Loupežnická hra .....	80
9	Realizace.....	83
9.1	Práce dětí.....	83
9.2	Reakce paní učitelky .....	89
9.3	Vyhodnocení .....	91
9.4	Návaznost na další ročník .....	91



## Úvod

Téma závěrečné práce jsem zvolila z oboru didaktiky matematiky, poněvadž je mi tento obor blízký. V rámci oboru učitelství pro 1. stupeň základní školy, který studuji, je didaktika matematiky považována za jeden z nejnáročnějších a nejdůležitějších předmětů. Především elementární aritmetika provází každého z nás celý život a je důležité mít dobře ukotvené základní znalosti, které na sebe navazují další náročnější učivo.

Mým hlavním cílem je vybrat z řady učebnic Das Zahlenbuch, jejímiž autory jsou Erich Ch. Wittmann a Gerhard N. Müller, metody, náměty a aktivity, které by vhodně doplnily stávající koncepci učiva v našich podmínkách a které by mohly přispět k lepší vnitřní provázanosti učiva i jeho návaznosti na potřeby reálného světa. Svou pozornost zaměřím především na názornost úloh, která je důležitá pro lepší pochopení učiva a zasazení nových informací do stávající myšlenkové struktury žáka. Mezi další principy vycházející z projektu Mathe 2000 patří systematická forma, kdy pomocí opakovaného využívání modelů při aktivním řešení úloh pomůže prohloubit porozumění matematice, posílit vzájemné vztahy a provázanost učiva. Vybrané typy úloh ověřím v praxi a vyhodnotím jejich úspěšnost.

Hlavní pozornost v diplomové práci budu věnovat prvnímu ročníku základní školy. Během tohoto období si žáci utváří nový vztah k učivu z této oblasti a je důležité, aby žák měl dostatečně podnětů pro pochopení učiva. Dále zmíním, jakým způsobem pokračuje práce s modely i v průběhu druhého ročníku základní školy.

Představím zde modely, které se určitými prvky odlišují od zpracování našich řad učebnic, a mohou je tak doplnit a logicky navázat na obsah definovaného učiva dle klíčových dokumentů českého školství. Definuji podobnost či odlišnost daných přístupů a uvedu, jak je lze aplikovat v našem systému vzdělávání.

Práce je určena všem učitelům či učitelkám, kteří se neustále snaží obohacovat svoje metody výuky o aktuální trendy. Dále ji lze využít i pro práci s žáky s určitými specifickými poruchami pro vytvoření názornější představy o určitém tématu.

## 1 Základní etapy vývoje matematiky jako vědy

V primitivním slova smyslu matematika provázela člověka již v raných dobách jeho fylogenetického vývoje. Je zřejmé, že potřeboval vědět, kolik má ovcí či počet blízcích se nepřátel. Tyto informace potřeboval předat někomu jinému, například pomocí prstů. V určitém stádiu vývoje pravděpodobně dokázal i určit, kolik ovcí šlo na pastvu a jestli se vrátily všechny. K tomuto určení využíval kamínky, které si dosazoval za jednotlivé ovce. (Novák, 2005) Prstový model je v 1., částečně i ve 2. ročníku, využívaný dodnes. Model kamínků se též objevuje i v řadě učebnic Das Zahlenbuch. (Wittmann, Müller, 2017)

Kolem roku 5000 př.n.l. došlo k rozvoji společnosti a vznikly státní útvary starověku. V rámci zemědělství a celkově obchodu zaujmula matematika důležité místo. Existují dodnes zachovalé egyptské papyry s matematickými úlohami, jako jsou výpočty obsahu trojúhelníka či úlohy o zlomcích. (Novák, 2005)

Jelikož příliš nedocházelo k propojování lidí v rámci kultur, tak každá z nich zapisovala čísla odlišným způsobem. Vznikly tak různé číselné soustavy. V našich zeměpisných a sociokulturních podmínkách se používá poziční dekadická číselná soustava, tedy soustava o základu 10. K zápisu používáme deset znaků od 0 do 9 a jednotlivé prvky jsou sdružovány do skupin po 10. (Novák, 2005)

Právě tato soustava tvoří základ našeho počítání. Se všemi znaky se žáci seznámí již v 1. ročníku ZŠ. Pro děti však není jednoduché se v soustavě naučit počítat, protože ani lidstvo ji neužívalo obecně ihned, ale předcházely jiné soustavy.

### 1.1 Vztah matematiky k jiným vědám

Lidská společnost usiluje o všestranný rozvoj co největšího počtu příslušníků společnosti. K dosažení těchto cílů se zřizují školy. Při řízené výchově nastává mnoho problémů, kterými se zabývá *pedagogika*. Stanovuje úkoly výchovy a vzdělání, zabývá se efektivním předáváním poznatků, rozvojem tělesných a duševních schopností, obsahem vzdělávání a s tím souvisejícími metodami a formami práce. (Mikulčák, 1964) Modely, které jsem vybrala, jsou zdrojem efektivního předávání poznatků, zohledňují obsah vzdělávání, metody a formy práce. (Wittmann, Müller, 2017)

Tvrzení, že učení je přizpůsobující se mechanismus organismu, který umožňuje utvářet rovnováhu s jeho obklopujícím prostředím, vychází z *fyzologie*. V rámci vzdělávání přináší poznatky ohledně reflexů člověka, především těch podmíněných, které jsou z hlediska učení nejdůležitější. (Mikulčák, 1964) V německé učebnici je záměrné opakování modelů, žáci se danému prostředí přizpůsobí a lépe na něj reagují. Učebnice si zakládá na systematickosti práce. (Wittmann, Müller, 2017)

Na již zmíněné vědy navazuje *psychologie*, která vnímá učení jako obecný jev v životě. Důležitými aspekty souvisejícími s učením jsou vývoj, věkové zvláštnosti jedince, změny v životě daného člověka a podmíněnost časem. (Mikulčák, 1964) Ve výuce matematiky bychom měli z hlediska psychologie umět alespoň částečně rozpoznat typy osobnosti, poněvadž každému z nás vyhovuje jiný způsob učení, tzn. když žák něco nedokáže určitým způsobem pochopit, tak učitel by měl zkoušet najít jinou cestu, jak by žák učivu mohl porozumět. Například názorná ukázka, která je jednou z hlavních zásad projektu Mathe 2000, či zapojení určitého druhu smyslu. Se zvoleným puntíkovým modelem z německé učebnice se dá pracovat mnoha způsoby a je na žákovi, jeho typu osobnosti, který způsob mu bude nejvíce vyhovovat a který bude upřednostňovat.

S psychologií částečně souvisí oblast *kybernetiky*, z níž vyplývají novější pohledy na vyučování a učení. Na vyučování nahlíží jako na určitý druh řízení procesů, které mají formovat a rozvíjet psychické procesy a vlastnosti osobnosti. (Mikulčák, 1964)

V rámci *filosofie* se učením nejvíce zabývá *gnoseologie*, což je nauka o lidském poznání. Zkoumá základní rysy lidského poznání a tyto zřetely se uplatňují v určování obsahu, systému, a i metodách výuky, které by již od 1. ročníku měly být vhodně zvolené. (Mikulčák, 1964) Koncepce učebnic Das Zahlenbuch je důkladně propracovaná a celá její struktura je promyšlená do nejmenších podrobností, každý detail má v této struktuře důležitou roli. (Wittmann, Müller, 2017)

V objasňování učiva jde především o porozumění a chápání vzájemných vztahů a také o osvojování pojmů a logických operací. K tomuto poznání přispívá *logika*. (Mikulčák, 1964) Již v 1. ročníku se žáci setkávají s úlohami, kde zapojují logické myšlení. Například v modelu Početních trojúhelníků žáci používají logické myšlení. Na první pohled žákům nemusí být úloha jasná a musí se nad ní zamyslet. Početní trojúhelníky mohou být zadány různým způsobem, což nutí žáky používat logické myšlení (6.2 – Nejvíce používané pomůcky a modely těchto učebnic).

V neposlední řadě je vhodné mít i na paměti *společenskou determinaci učení*. Samotné učení je výhradně individuální proces, ale jednatel získává informace zkoumané napříč generacemi lidské společnosti. Jeho úkolem je tedy získané poznatky dále rozvíjet, což poslouží k dalšímu rozvoji lidské společnosti, právě proto je výchovně-vzdělávací proces řízený, nikoliv bezděčný a bez záměru. (Mikulčák, 1964)

V oblasti vztahů matematiky k jiným vědám má dle mého názoru své místo i metodika matematiky nebo též didaktika, která řeší otázky cílů, úkolů, metody a obsah výuky, v našem případě tedy v oblasti matematiky. (Mikulčák, 1964) Učebnice Das Zahlenbuch též zohledňuje cíle a obsah matematiky v jednotlivých modelech, kterými můžeme doplnit vyučování matematice v našich podmínkách. (Wittmann, Müller, 2017)

## **2 Cíle v primárním vzdělávání zaměřené na matematiku v našich podmínkách**

Z hlediska cílů je v primárním vzdělávání značně zachována historická kontinuita. Primární školy v našem prostředí mají velkou didaktickou tradici. Hlavními dodnes zachovanými rysy jsou obohacování slovní zásoby, práce s informacemi či respektování dětské osobnosti. Největší vývoj ale nastal po roce 1948, kdy se sem vnesla myšlenka modernizace obsahu vzdělávání, tzn. přizpůsobení učiva dle stavu vědeckého poznání. Začal se realizovat vyšší stupeň obtížnosti daného učiva, což bohužel způsobilo výuku v rychlém tempu a vše se promítá do vzdělávacího programu. Mnoho z těchto myšlenek v základních cílech vzdělávání přetrvalo až dodnes. (Kolláriková, Pupala, 2001)

Hans Freudenthal vždy zdůrazňoval, že matematika je lidská aktivita. Je řešením problémů, ale také jejich vyhledáváním. Považujeme ji ale i za organizování získaného materiálu, přičemž to může být materiál podložený realitou, ale i matematický jako třeba starší myšlenky někoho jiného, které je třeba začlenit, aby byly lépe pochopitelné. (Freudenthal, 1971)

Hejného motto zní: „Škola si myslí, že vím jen to, co jsem se naučil. Omyl. Umím to, co jsem zažil.“ (Barák, 2017) Bohužel v praxi ve škole se často setkáváme s tím, že učitelé na 1. stupni základní školy se více soustředí na jiný hlavní cíl a to konkrétně, že chtějí naučit žáky spolehlivě a hbitě sčítat, odčítat, násobit a dělit, což je samozřejmě důležité, ale měli bychom klást důraz i na samotný prožitek. (Hejný, 2014)

Účinné řízení výuky lze zajistit tak, že důkladně stanovíme konkrétně její cíle tak, abychom měli možnost posoudit, kontrolovat a měřit jejich dosahování. (Kurelová, 1999) Otázku cílů zohledňujeme z obecného hlediska a na úrovni minimálních cílů, které by měli žáci naplnit na konci roku či po delším časovém úseku, zpravidla během dvou až tří let. (Kolláriková, Pupala, 2001) Obecné cíle ve vzdělávání nalezneme v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání a Školním vzdělávacím programu příslušné školy.

Následně se kategorizují do podoby kompetencí, činností a dovedností, kterých by měl žák z určitého pohledu dosáhnout v kratších časových intervalech. Za nejdůležitější cíle primárního vzdělávání se považuje vytvoření si základů obrazu světa, probouzení zájmů, vnést do dítěte kladný vztah pro školu, uvědomovat a ztvárňovat si vlastní identitu.

V rámci získaných dovedností je klíčové se naučit pracovat s informacemi. Umět je vyhledat, propojovat, dedukovat či analyzovat a následně je používat s předem určeným záměrem. Dále je důležitá dovednost komunikace a kooperace s lidmi a vypořádání se s problémy. Co se týče vědomostí, je podstatné je propojovat do souvislostí, k čemu hodně žákům pomáhá získat vědomosti na základě prožití vlastní činnosti či zkušenosti žáka. Nutné je však přesvědčení o pochopení, které mu poslouží později jako nástroj při dalším poznávání a vypořádáváním se s problémem (2.2 – *Klíčové kompetence*). (Kolláriková, Pupala, 2001)

Příklady obrázků či zmínění v textu, kde jako zdroj uvádím zkráceně Das Zahlenbuch 1, Das Zahlenbuch 2 a Das Zahlenbuch jsou převzaty z učebnice Das Zahlenbuch 1 nebo Das Zahlenbuch 2 z německé sady učebnic Das Zahlenbuch, jejímiž autory jsou Erich Ch. Wittmann a Gerhard N. Müller ve spolupráci s Marcusem Nührenbörgerem a Ralphem Schwarzkopfem. Pokud odkazují na německou učebnici, myslím tím též tuto. V celé práci tedy uvádím zkrácený výraz těchto učebnic, a to Das Zahlenbuch, Das Zahlenbuch 1 nebo Das Zahlenbuch 2, případně německá učebnice. (Wittmann, Müller, 2017)

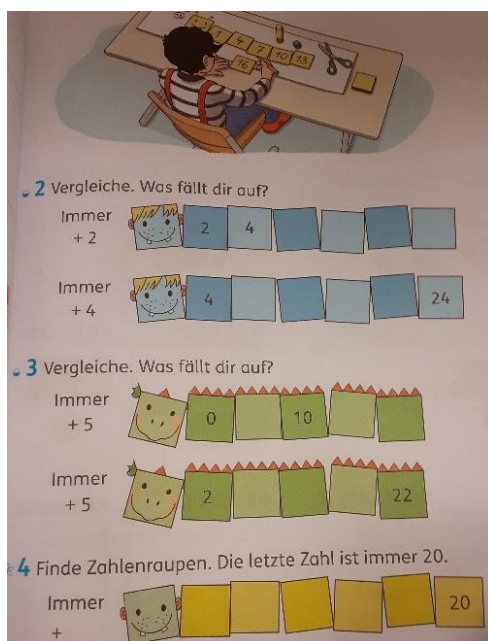
## **2.1 Naplňování cílů dle RVP ZV**

Základní vzdělávání na 1. stupni má charakter plynulého přechodu z předškolního vzdělávání do povinného a pravidelného vzdělávání. Rozvíjí se individuální potřeby jednotlivců, poznávání, respektování, a také zájmy a možnosti každého žáka. Vzdělávání svým specifickým charakterem a uplatněním vhodně zvolených metod motivuje žáky k dalšímu učení a vede je k poznání a schopnosti nalézt vhodnou cestu k řešení problému. (RVP, 2021)

**V základním vzdělávání se dle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání usiluje o naplňování těchto cílů:** (RVP, 2021)

- Umožnit žákům osvojit si strategie učení a motivovat je pro celoživotní učení.
  - ➔ Modely využívané v německé učebnici, se záměrně opakují, aby si žáci osvojili dané strategie učení. (Wittmann, Müller, 2017)
- Vést žáky k všestranné, účinné a otevřené komunikaci.
  - ➔ Vzhledem k již zmíněné spolupráci s ostatními, se žáci nebojí zeptat a mají větší prostor k otevřené komunikaci.

- Vytvářet u žáků potřebu projevit pozitivní city v chování, jednání a v prožívání životních situací.
- Podněcovat žáky k tvořivému myšlení, logickému uvažování a k řešení problémů.
  - ➔ V rámci početních řetězců a inverzně formulovaných úloh (*Model Housenky*), kdy žáci musí přijít na daný princip a jeho pochopení, jsou žáci vedeni k logickému uvažování a k řešení problému.



Obrázek 1 - Model housenek (Zdroj: *Das Zahlenbuch 1*, 2017)

- Rozvíjet u žáků schopnost spolupracovat a respektovat práci a úspěchy vlastní i druhých.
  - ➔ Koncepce učebnic *Das Zahlenbuch* podněcuje žáky ke spolupráci s ostatními. Často při zavádění určitého modelu nejprve žáci pracují ve skupinách. (Wittmann, Müller, 2017)



Obrázek 2 - Zavádění čárkového modelu (Zdroj: *Das Zahlenbuch 1*, 2017)

- Pomáhat žákům poznávat a rozvíjet vlastní schopnosti v souladu s reálnými možnostmi a uplatňovat je spolu s osvojenými vědomostmi a dovednostmi při rozhodování o vlastní životní a profesní orientaci.

Ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace je v základním vzdělávání kladen důraz na aktivní činnosti jako práce s objekty a užití matematiky v reálných situacích. Žáci získávají vědomosti a dovednosti, které uplatní v reálném životě a také matematickou gramotnost, která tvoří předpoklad pro následující úspěšné studium. Vzdělávání je zakládáno na porozumění myšlenkovým postupům, symbolice, algoritmům a pojmům, které si žáci postupně osvojují. (RVP, 2021)

Matematika a její aplikace je rozdělena na čtyři tematické okruhy dle obsahu vzdělávání. Dovednost provádět operaci, umět operaci propojit s reálnou situací a vědět, proč je operace prováděna předloženým postupem, si žáci osvojují v tematickém okruhu Čísla a početní operace. S rozpoznáváním určitých typů změn a závislostí, které jsou projevem běžných jevů reálného světa, se žáci seznamují v tematickém okruhu Závislosti, vztahy a práce s daty. Nedílnou součástí je také okruh Nestandardní aplikační úlohy a problémy, které rozvíjejí logické myšlení, přičemž se žáci učí řešit problémové úlohy z běžného života, jejichž řešení může být do jisté míry nezávislé na dovednostech a znalostech školské matematiky. Vybrané modely z německé učebnice se prolínají všemi těmito tematickými okruhy. Posledním tematickým okruhem, který zde pouze zmíním, je Geometrie v rovině a v prostoru. (RVP, 2021)

## **2.2 Klíčové kompetence ve vzdělávání žáků**

Cílem vzdělávání je vybavit žáky souborem klíčových kompetencí na jejich dosažitelné úrovni a připravit je tak na další vzdělávání. Představují souhrn dovedností, vědomostí a hodnot, které jsou důležité pro uplatnění ve společnosti. (RVP, 2021)

### **2.2.1 Kompetence k učení**

Žák využívá a vybírá vhodné způsoby, metody a strategie pro efektivní učení. Vyhledává a třídí informace a na základě jejich pochopení a propojení je využívá nejen v procesu učení, ale i v praktickém životě. Žák si je vědom smyslu učení. (RVP, 2021) Dle principů Projektu Mathe 2000 žák propojuje získané dovednosti do běžného života, například finanční gramotnost v rámci peněžního modelu.



### **2.2.2 Kompetence k řešení problémů**

Žák je schopen rozpoznat problém, způsob jeho řešení promyslí a využívá k tomu vlastního úsudku a zkušeností. Ověřuje prakticky správnost řešení problémů a osvědčené postupy používá při řešení obdobných nebo nových problémových situací. Nachází jejich podobné či odlišné znaky a nenechá se odradit případným neúspěchem. (RVP, 2021) Nacházení podobných způsobů řešení při jiném typu úloh lze uplatnit i v učebnici Das Zahlenbuch, například puntíkový model se ze začátku vyskytuje i při řešení početních trojúhelníků pro pochopení principu jejich počítání. (Wittmann, Müller, 2017)

### **2.2.3 Kompetence komunikativní**

Žák formuluje své myšlenky v logickém sledu a vyjadřuje se stručně. Naslouchá promluvám druhých lidí, zapojuje se do diskuze a rozezná běžně užívaná gesta a jiné komunikační prostředky. (RVP, 2021) Pokud žák určitému principu z učebnice Das Zahlenbuch nerozumí, tak se nebojí zeptat, případně se podílí na diskusi.

### **2.2.4 Kompetence sociální a personální**

Žák spolupracuje ve skupině a chápe efektivitu spolupráce při řešení daného problému. Podílí se společně s učitelem na vytváření pravidel práce ve skupině. (RVP, 2021) I v rámci práce s modely je vhodná skupinová činnost, při které je důležité mít nastavená společná určitá pravidla.

### **2.2.5 Kompetence občanské**

Žák je schopen vcítění se do situací ostatních lidí a respektuje jejich přesvědčení. (RVP, 2021)

### **2.2.6 Kompetence pracovní**

Používá bezpečně a účinně vybavení a dodržuje stanovená pravidla. Využívá získané zkušenosti a znalosti v zájmu svého vlastního rozvoje. (RVP, 2021) Žák zachází šetrně s materiálem či pomůckami potřebnými k vybraným modelům.

### **2.2.7 Kompetence digitální**

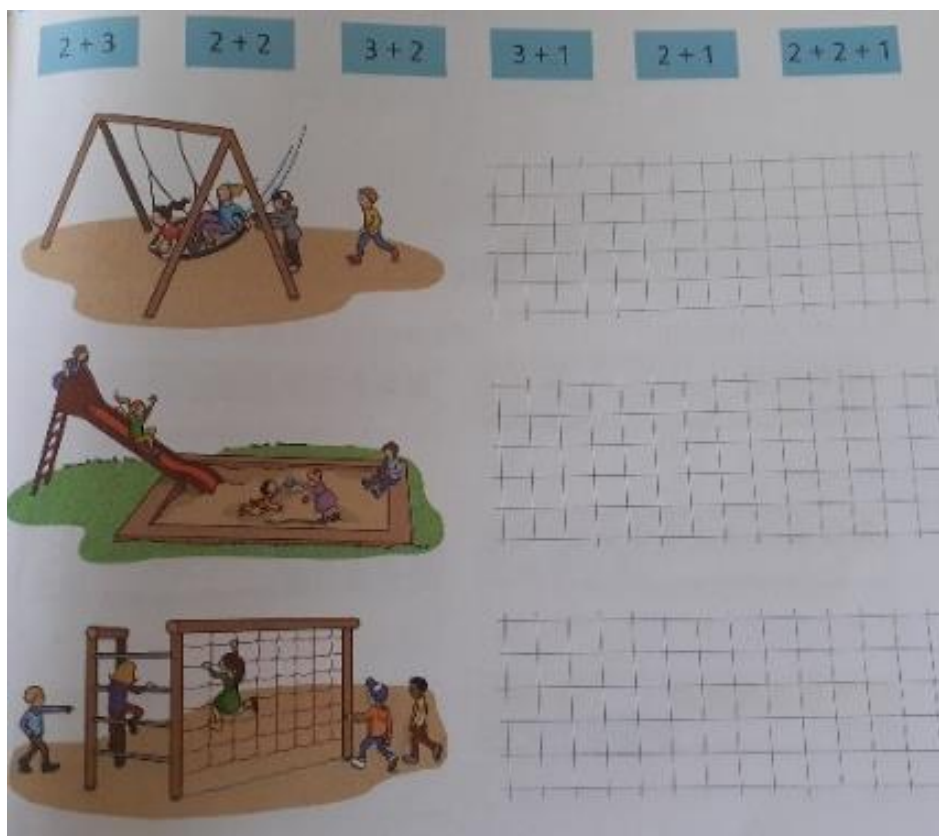
Ovládá běžně používaná digitální zařízení a aplikace a využívá je při učení i při zapojení do života školy a do společnosti. (RVP, 2021) Vybrané modely z německé učebnice Das Zahlenbuch lze použít i na interaktivní tabuli, například vytvořením modelu v aplikaci Wordwall.

Vzdělávání v našich podmínkách v oblasti Matematika a její aplikace vede žáky k rozvíjení klíčových kompetencí tím, že žák uplatňuje matematické poznatky a dovednosti v činnostech, kde se aktivně zapojí, jako jsou měření, porovnávání či odhady. Dochází k rozvoji paměti žáků při osvojování si nezbytných matematických vzorců, algoritmů a prostřednictvím numerických výpočtů. Při řešení matematických problémů se rozvíjí logické myšlení. Zároveň si je žák vědom reality, která je mnohdy složitější než její matematický model a situace může být vyjádřena i jiným způsobem. Žák volí vhodný postup a posoudí správnost výsledku. Rozvíjí důvěru ve vlastní schopnosti na základě zkušenosti či pokusu. Dochází zde ale i k rozvoji spolupráce při společném řešení úloh a následného využití získaného v praxi. (RVP, 2021)

V učebnicích řady Das Zahlenbuch se též uplatňují klíčové kompetence dle našeho vzdělávacího programu. Ukážeme si to na mnou vybraném obrázkovém modelu. Žáci se nejprve s modelem seznámí, učí se s ním pracovat. Vždy se jedná o konkrétní obrázek, kde je určitý počet postav či objektů, které se vztahují k daným souvislostem, například reálnému prostředí. Úkolem žáků je najít početní vztahy mezi sledovanými jevy na obrázku. Pokud chceme úlohu usnadnit, je možné dát k dispozici například 6 příkladů. Žáci pouze vyberou ty, které se s obrázkem pojí. Žáky to nutí myslet logicky a uvažovat. Zároveň jim je to blízké, poněvadž obrázek se může týkat reality, s kterou se denně potýkají v běžném životě.



*Obrázek 3 - Obrázkový model, těžší varianta (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)*



Obrázek 4 - Obrázkový model, lehčí varianta (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

### 3 Didaktické prostředky ve výuce matematiky

Tento pojem se vymezuje poměrně shodně jako: „Vše, co vede ke splnění výchovně-vzdělávacích cílů.“ (Maňák, 1994)

Ráda bych zde na úvod této kapitoly zmínila, že prostředek nepoutá něčí pozornost sám o sobě, ale působí jako harmonická součást celku. Měli bychom si tedy uvědomit, že i při použití té nejmodernější techniky zůstane zastaralé učivo obsahově překonané či zbytečné. Stejně tak předkládáním velmi moderních poznatků nevhodnými metodami se nedostaví efektivní osvojení daných vědomostí či dovedností. Jde tedy především o umocnění působení učitele za použití didaktických prostředků, nikoliv však jeho nahrazení. (Hrbek, 1983)

Působením vyváženého moderního obsahu výuky zprostředkovaného posluchačům za použití vhodných pomůcek a prostředků, lze odpovídající didaktickou metodou dosáhnout efektivní výuky, a to jak z hlediska doby výuky a následujícího studia, tak i z pohledu trvalosti osvojeného učiva. (Hrbek, 1983)

Didaktické prostředky mohou pomoci nejen učiteli, ale i účastníkům výuky. Pedagogovi usnadňují výklad učiva, a to zejména v tom případě, kdy slovní vyjádření bez názorné ukázky je velmi náročné. Lze také představit předměty, které bychom téměř nemožně ukázali v reálu. Příprava na práci s technickými prostředky je sice náročnější, ale za to pak v samotném vzdělávacím procesu zajistí úsporu času, a učitel se tak může věnovat jiným jeho funkcím, na které by jinak nezbyval čas. Na druhé straně žáci mohou za použití těchto prostředků snáze pochopit látku. Zapojení více smyslů je prokazatelně více účinnější než vnímání pouze jedním. Nelze ani opominout, že pokud jsou tyto prostředky vhodně a úměrně zvoleny, tak je pro žáky výuka mnohem více atraktivní, pestrá, zajímavá a může je i kladně motivovat. (Hrbek, 1983)

Lze je pomyslně rozdělit na prostředky nemateriální a materiální. Mezi nemateriální prostředky řadíme především výchovné procesy, které nemůžeme hmotně uchopit, ale mají ve výuce velký smysl a nemůžeme je opominout. Jsou to především didaktické zásady, metody a formy výuky.

Mezi materiální didaktické prostředky se řadí všechny předměty materiální povahy, které jsou ve výuce využívány a slouží k jejímu zefektivnění. Hlavní jejich funkce je přiblížit skutečnost prostřednictvím smyslů, která je verbálně těžce uchopitelná. (Nelešovská, 2005) Učební pomůcka by měla být poutavá, přiměřená věku žáků a vzhledově estetická. Není však cílem výuky, ale pouze jejím prostředkem. (Šimoník, 2005) Učebních pomůcek je celá řada, nás ale zajímá pouze učebnice, kterou níže podrobně rozebírám a následně zobrazení a znázornění předmětů a skutečností pomocí modelů. (Šimoník, 2005) Vybraný peněžní model z koncepce učebnic Das Zahlenbuch pomocí znázornění předmětů zobrazuje skutečnost, a je tedy velmi efektivním materiálním didaktickým prostředkem.

Žáci obdrží peněženky s umělými penězi, se kterými pracují. Učí se tak finanční gramotnosti, kterou poté využijí v reálném životě. V rámci aktivity k rozvíjení finanční gramotnosti učitel žákům vymezi na tabuli tři sloupce, z nichž každý je jinak popsán. K této aktivitě připraví příslušné cedulky s předměty a etiketami, za kolik by si mohli produkt v obchodě koupit. Žáci chodí postupně k tabuli a cedule připevňují. Do prvního sloupce žáci umístí předměty s hodnotou menší než 1 euro, do druhého jen ty, které jsou za cenu v rozmezí od 1 eura až do 10 eur, a v posledním sloupci umístí předměty dražší než 10 eur. Žáci si více uvědomí hodnotu peněz a tento model jim poslouží k lepšímu porozumění.



Obrázek 5 - Finanční gramotnost – peněžní model, (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

### **3.1 Didaktické zásady vyučování v matematice**

V procesu výuky se projevují všechny zásady, které vzájemně souvisí. Obecné zákonitosti výuky a vzdělávací cíle vyjadřují právě didaktické zásady. Pro efektivnost výuky je důležité využití a obsah zásad. U učitelů v praxi nalezneme nejednotnost, především při určení podstatě zásad. Je to do jisté míry způsobeno tím, že zatím neexistuje všeobecně platný a uznávaný systém zásad. Níže uvádím ty podle mého názoru nejdůležitější, ostatní pouze zmiňuji. (Kurelová, 1999)

#### **3.1.1 Uvědomělost**

Tato zásada usiluje o vytvoření takového vztahu žáka k učení, díky němuž se učí co nejsvědomitěji, aby dospěl k co nejkvalitnějším výsledkům. Uvědomělost vyjadřuje právě především vztah žáka k učení a naším cílem je, aby byl co možná nejvíce kladný. V rámci uvědomělého učiva je důležité si uvědomit cíl, který je stanoven a poznat cesty, které nás k němu dovedou a vyvinout maximální úsilí k jeho dosažení. Za zodpovědným vztahem k učení stojí systematicčnost a svědomitost. (Kurelová, 1999)

Žáci by měli látce především dobře rozumět, čímž nejlépe dosáhneme tím, že se budou aktivně podílet nejlépe na každé vyučovací hodině. V matematice se vyskytuje mnoho vzorců a vět, které si žáci musí zapamatovat, je ale důležité si uvědomit, že jejich učení musí předcházet pochopení obsahu. Cílem je vyhnout se memorování, kdy žák větu bez problému umí, ale daný obsah je mu cizí. Učitel by měl dbát na přizpůsobení tempa jeho výkladu dle pochopení žáků, aby nedošlo k ubíjení zvědavosti žáků vzhledem k nedostatečnému vstřebávání látky. (Mikulčák, 1964)

Systematický puntíkový model provází žáky již od prvního ročníku. Výhodou je, že umožňuje přizpůsobení tempa dle potřeb žáků. Někteří žáci vyřeší úlohu již bez modelu, ale jiným stále poslouží jako výborná pomůcka názoru. Lze ho také zkombinovat s již žákům známým modelem, a to prstovým. (Wittmann, Müller, 2017)

### 3.1.2 Názornost

Nenahraditelný základ pro osvojení si učiva tvoří smyslová zkušenost, kterou žák získává působením všech smyslů. Využití názoru při vyučování je důležité i z hlediska vývoje dětí, protože zde platí tvrzení: „Čím mladší žáci, tím menší je jejich zkušenost, tím důležitější je při jejich poznávání názor.“ Žák by měl získávat poznatky přímým stykem. Názor však není považován za cíl, slouží pouze jako prostředek pro prohloubení poznatků a rozvoj abstraktního myšlení u žáků. Zvolený druh názoru závisí na etapě výuky, tj. jestli se jedná o představení nového učiva či o tematické opakování. Názornost je zdrojem poznatků žáků, dle níž si utváří správné představy o poznávané skutečnosti, přičemž tento proces je díky ní urychlen. Názor též usnadňuje zapamatování si pojmů, pravidla či definic a zároveň snadněji upoutá pozornost a zájem, působí na city, přičemž dochází k aktivizaci celé osobnosti žáka. Je to též vhodná volba pro oživení vyučování. Slovní vědomosti, u kterých chybí názorná představa, jsou téměř neupotřebitelné a snadněji se zapomínají. Názornost přispívá také k rozvoji pozorovacích schopností žáků. Je nutné si dát pozor na předimenzování vyučování názornými pomůckami a představit danou pomůcku jen tehdy, když je pro žáky účinná. Zapojovat názorné pomůcky jak při výkladu nového učiva, tak při osvojování vědomostí a dovedností. Demonstraci provádět tak, abychom měli jistotu, že došlo k pochycení všech základních bodů úkonu. (Kurelová, 1999)

V rámci učebnic řady Das Zahlenbuch se záměrně vyskytuje jen několik modelů, které se neustále opakují a prolínají napříč celou řadou, zamezí se tak přehlacení obsahu a žáci mají větší možnost dané učivo pochopit a zvládnout. Zároveň s dětmi rostou, tj. pružně se přizpůsobují měnícímu se obsahu, například narůstajícímu číselnému oboru. Tyto učebnice si zakládají právě na názornosti. Například při seznámení s číselnou řadou do 20 žáci přiřkládají čísla ke správnému počtu daných předmětů.



Obrázek 6 - Zásada názornosti ve vybrané učebnici (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

### 3.1.3 Aktivita

V této zásadě se učitel stará o to, aby docházelo k vyvinutí maximálního úsilí a aktivity ze strany žáků při poznávání. Do této kategorie patří nejen aktivita vnější, ale také volní a citová. Žáci by neměli pouze přebírat poznatky, ale měli by k nim zaujímat citový postoj a zvládat překonání překážek na cestě k jejich osvojení, čehož docílíme tím, že učitel pouze nevysvětluje učivo, ale žák se jich zmocňuje vlastním rozumovým úsilím a co nejintenzivnějším myšlením. Na paměť mají vliv nejen zapojení smyslových orgánů, ale také zejména to, co se zapojuje do jednání individua. K aktivizaci celé osobnosti dochází v rámci co nejintenzivnější činnosti, a vznikají tak silné intelektuální a citové zážitky a tím je větší pravděpodobnost trvalého poznání. Během aktivit by mělo být poskytnuto více podnětů, proto je lepší volit činnost co nejrozmanitější, která zajistí větší rozvoj a uplatnění aktivity a prohloubení jejího poznání. Význam aktivity pro poznávací procesy žáka je především v tom, že se rozvíjí jeho myšlenkové operace jako je syntéza, analýza, zobecňování či srovnávání a podporuje iniciativu a samostatnost žáka. Vede žáky k uplatňování osvojených poznatků v neznámých podmínkách a zařazují se do jeho vlastního jednání a myšlení. (Kurelová, 1999)

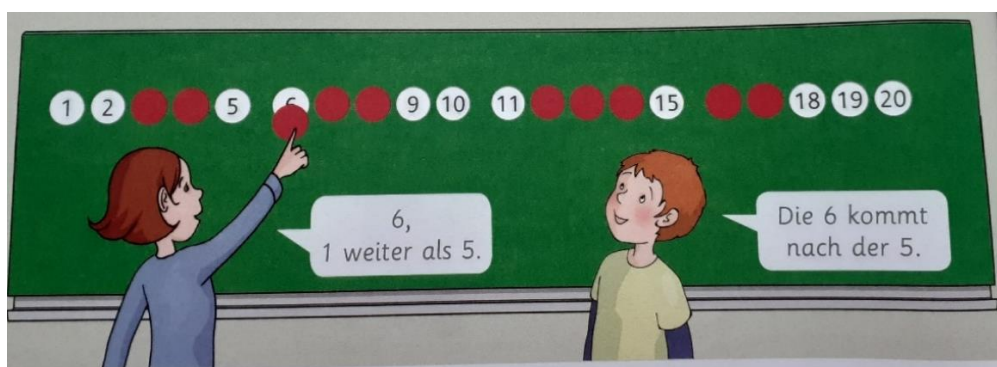
Výklad učiva by měl učitel prokládat vhodnými otázkami, zapojovat žáky při kontrole správnosti, například při zkoušení někoho jiného. Velkým činitelem podporující aktivitu žáků při učení je vytvoření kladného vztahu k dané činnosti a probuzení zájmu o ni, jež docílíme náležitou motivací, díky níž dochází k pochopení významu osvojovaných poznatků. Ačkoliv se to na první pohled nemusí zdát, tak i učitelův hlas má při aktivizaci žáků velký význam, tj. intenzita hlasu, rytmus či přestávky. Hodnocení též oživuje aktivitu žáků, poněvadž žák jej od učitele očekává a požaduje zhodnocení výsledků své práce. Stereotypnost, jednotvárná práce či předávání konečných poznatků ubíjí aktivitu žáků. Velký podíl pro dodržování této zásady je neposkytování výkladu žákům v hotové podobě, ale učitel je vede tak, aby se na jeho vyvozování podíleli sami. (Kurelová, 1999)



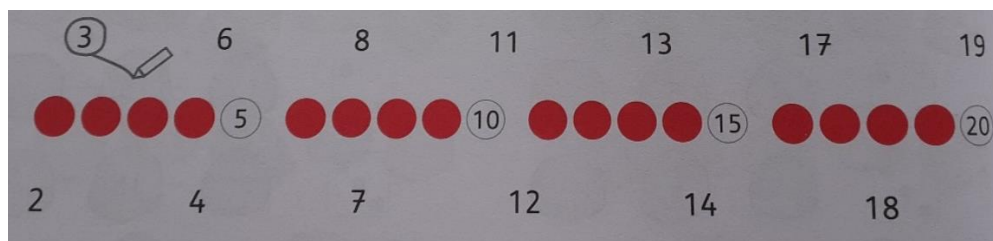
### 3.1.4 Soustavnost

Jedná se o systematičnost, kdy nové poznatky navazují na ty předcházející a vyučování směřuje k vytvoření ucelené soustavy poznatků. Tato zásada vyplývá již z cíle výuky a obecně z logiky vyučovacích předmětů. Zároveň souvisí s vývojem dětského myšlení. Ovládání svých vědomostí umožňuje systém, poněvadž uspořádaná soustava, kde jsou vědomosti vzájemně spojené, může přinést praktický užitek a sloužit jako základ pro prohlubování vědomostí i napříč jinými předměty. Při zavádění nového učiva je nutné navazovat na poznatky, které si již žáci osvojili. Je to tedy jakési pokračování již dříve osvojené látky. Nesoustavnost v činnostech žáka i učitele není velmi přínosná a měli bychom se jí snažit vyvarovat. Učitel by měl dbát na přehledné členění učiva a zachovávat logický sled informací. Pravidelnost a soustavnost v hodnocení výkonů žáků je též nevyhnutelná. Nejenom přímo hodnocení formou zkoušení či slovního ohodnocení, ale i důsledná kontrola zpracovávaných úkolů, osvojených dovedností a vědomostí je na místě. (Kurelová, 1999)

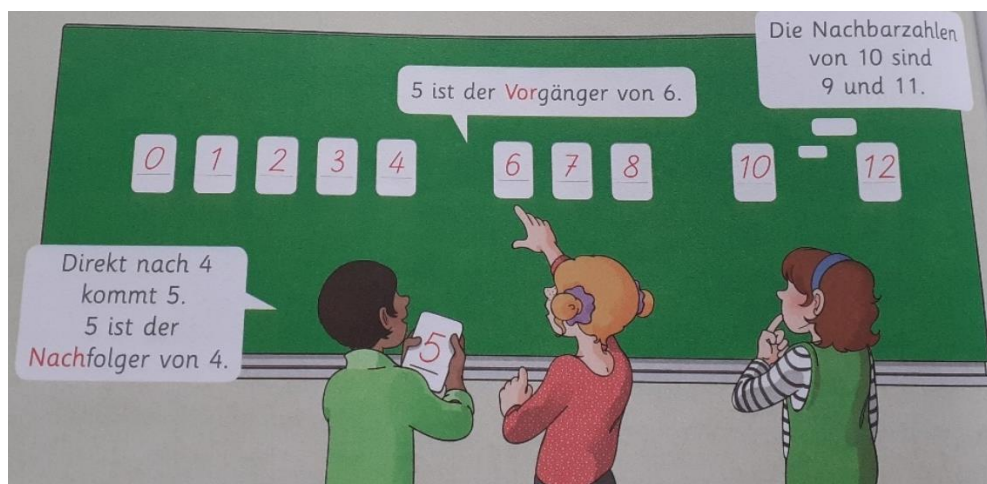
V projektu Mathe 2000 na sebe jednotlivé poznatky navazují a dané modely utváří jejich ucelený systém. Je zde tedy zachovaný přehledný a logický sled informací. Uvádím příklad na následujících obrázcích 7-10, kde nejdříve pracují s puntíkovým modelem na tabuli, aby si žáci uvědomili řadu po sobě jdoucích čísel (Obrázek 7). K tomu navazuje cvičení v učebnicích, kde je jejich úkolem přiřadit správně čísla na místa puntíků (Obrázek 8). Následně plynule navazuje karetní model, kdy žáci přiřádají na tabuli už konkrétní karty s čísly ve správném pořadí (Obrázek 9). Ve cvičení v učebnici poté určují číslo, které patří mezi dvě karty (Obrázek 10).



Obrázek 7 - Puntíkový model, číselná řada (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)



Obrázek 8 - Puntikový model, přiřazování čísel (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)



Obrázek 9 - Karetní model, číselná řada (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)



Obrázek 10 - Karetní model, doplňování čísel (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

### 3.1.5 Trvalost

Cílem této zásady je trvalé osvojení osvojených dovedností, vědomostí a návyků, aby se zabránilo jejich vymizení z vědomí žáků, poněvadž tím by nemohlo dojít k dalšímu vývoji žáka, protože se se získanými znalostmi počítá. Jejím uplatněním by se mělo zapomínání zmírnit na minimum a v tom nejlepším případě mu zcela předejít. Během výkladu by měl učitel pokládat kontrolní otázky, aby se mu dostavilo zpětné vazby, díky níž je schopen vyhodnotit, jak žáci danému učivu rozumí. Dalším pokynem, kterému bychom měli dát důraz, je plánovité a účelné opakování a procvičování učiva v příslušných časových intervalech. (Kurelová, 1999)

### **3.1.6 Přiměřenost**

Vyučování by mělo být přizpůsobené věkovým zvláštěm, stupni psychického vývoje žáků a jejich dosavadním zkušenostem či vědomostem. Týká se zejména rozsahu učiva a jeho obtížnosti na osvojení. Nepřiměřenost je brána z hlediska přemíry požadavků na žáky, kdy učitel klade vysoké požadavky nad limity žáků, které žáci nejsou schopni zpracovat a vstřebat. Za nepřiměřenost lze ale také požadovat opačnou stránku, a to kladení příliš malých požadavků, kdy učitel nepředává dostatečné množství informací, tudíž tyto nízké požadavky neposkytují příliš podnětů k dalšímu růstu žáka a může docházet k uměle vyvolanému zdržování. Učitel by měl postupovat od jednoduchého po složitější, od blízkého ke vzdálenému a od známého k neznámému. Také by měl volit přiměřené tempo výkladu, vyjadřovat se jasně a srozumitelně a respektovat rozdíly mezi žáky z hlediska řeči, myšlení a paměti žáků. (Kurelová, 1999)

### **3.1.7 Další zásady**

- Komplexnost rozvoje osobnosti žáka

Usiluje o komplexní, všestranný a harmonický rozvoj žáka během výchovně-vzdělávacího procesu, přičemž žák se na něm aktivně podílí a cítí za něj zodpovědnost. Učitel by měl dbát na osobnostní přístup k dítěti a nepotlačovat jeho individuální rozkvět, který se vyvíjí z kooperace učitele a žáka a jeho potencialit. (Kurelová, 1999)

- Vědeckost

Obsah výuky musí být vědecky správný. Jisté poznatky se v průběhu času mění a učitel by se měl pořád vzdělávat a ověřovat si poznatky z různých zdrojů. Zvolené metody a formy práce se též pojí s vědeckým poznáním. Učitel usiluje o uvádění přesné charakteristiky pojmů a vztahů. Měl by dbát na náležité vysvětlení nových pojmů a také volit vyučovací metody, které se podílí na rozvoji samostatného myšlení žáka a nabádají ho k tvořivé činnosti. Dále zajistit poznání souvislostí s předměty a jevy podobnými či odlišnými. (Kurelová, 1999)

- Spojení teorie s praxí

Při osvojování teorie je důležité vycházet z praxe, aby docházelo ke spojování teoretických vědomostí s jejich praktickou činností. Ve vzdělávacím procesu by měla být vyvážena teoretická, tj. skutečnosti a vědomosti, s praktickou, tj. návyky, dovednosti a schopnosti. (Kurelová, 1999)

Je vhodné zaměřovat teorii k praktické aplikaci, což zajistí, že výslednicí výchovně-vzdělávacího procesu je jedinec, který chce, zná a dovede. Silným motivačním činitelem může být často právě praktická potřeba, která vede k dalšímu teoretickému studiu. Učitel by měl vyvíjet snahu o propojování osobních zkušeností žáků s již osvojenými vědomostmi. (Kurelová, 1999)

Modely z německých učebnic, které jsem vybrala, nám umožňují propojení teoretických poznatků s praxí. Například u obrázkového modelu žáci mají uveden konkrétní příklad reálné situace, na které hledají matematické vztahy. (Wittmann, Müller, 2017)

- Individuálnost

Tato zásada si žádá o přihlížení k individualitě jednotlivých dětí při vyučování. Nutné je brát v potaz tyto zvláštnosti ve všech etapách výuky, a to ať už se jedná o samotný proces učení či jisté formy hodnocení nebo zkoušení. Zásadní je dobře své žáky poznat, a to i na bázi prostředí, ve kterém žijí. Nejdůležitější je vytvoření podmínek, kdy každý jednatel pocítí radost z úspěchu v učební činnosti. (Kurelová, 1999)

## **3.2 Třídění organizačních forem vyučování s důrazem na matematiku**

### **1. stupně ZŠ**

Při práci s modely učitel musí vytvořit co nejvhodnější podmínky k dosažení stanovených cílů. I dle Projektu Mathe 2000 je vhodné jednotlivé organizační formy vyučování střídat. Při práci s loupežnickou hrou je častější práce formou skupinovou, naopak při puntíkovém modelu je efektivnější samostatná práce. Pro jednotlivé modely lze ale formy vyučování mezi sebou prolínat a v rámci jednoho modelu jich vyzkoušet více.

#### **3.2.1 Dělení dle vztahu k osobnosti žáka:**

- Vyučování individuální

Učitel pracuje s žákem zcela samostatně. Vytvoří pro něj maximálně vhodné podmínky za použití příslušných metod, postupů a prostředků, aby plně vyhovovali konkrétnímu jednatelci a dosáhli tak vytyčeného cíle. Učitel má i stálou kontrolu nad žákem během celého vyučovacího procesu, což v průběhu běžné vyučovací hodiny, není příliš dobře umožňující. Tento typ je vhodný při doučování matematiky, kdy žák má nedostatky v základních poznacích a mohlo by to škodit při dalším navazování učiva. (Kurelová, 1999)

Na 1. stupni a zejména v 1. ročníku velmi časté. Hodina matematiky se často púlí s angličtinou. Źákúm se díky tomu dostává individuálnější péče a mají větší prostor pro pochopení učiva a větší možnost pro pokládání doplňujících otázek.

- Vyučování hromadné

Vyučovací hodina je základní jednotkou vyučování, která trvá zpravidla 45 minut, ale může to být i jiný časový úsek. Je pokládána za variabilní organizační formu, která by však měla být efektivní a dobře vedena, čímž lze dosáhnout dostatečného využití času, tj. mít hodiny promyšlené a časově rozvržené s jasně určeným cílem stanovým jak pro učitele, tak pro žáky a zajistit aktivitu žáků, která je přizpůsobena jejich věku či individuálním diferenciacím. Od učitele se vyžadují organizační schopnosti a schopnost časového odhadu. (Kurelová, 1999)

- Vyučování skupinové

Od tradiční výuky se liší tím, že rozvíjí spolupráci žáků. Jsou utvořeny skupiny o daném počtu dětí, nejčastěji 3-5, jejich úkolem je samostatná práce na daném úkolu či zkoumání určeného problému. Skupiny lze utvořit několika způsoby, kdy žáky rozdělí učitel či pomocí různých kartiček, symbolů nebo formou hry molekul, případně si žáci utvoří skupiny sami, dle jejich uvážení. U formálního rozdělování, tj. když učitel žáky rozdělí sám, jsou skupiny více promyšlené, a i třeba řazené dle prospěchu, ale hrozí zde riziko, že ve skupině budou žáci, kterým se spolu z osobních důvodů, npracuje dobře. U neformálního rozdělení sice budou žáci spokojeni, že jsou s tím, s kým si přejí, ale je velmi pravděpodobné, že skupiny budou nevyrovnané, a tudíž z hlediska času, to není příliš vhodné, poněvadž se může stát, že jedna skupina už daný úkol splní a druhá může být teprve v počátcích. Cílem je, aby skupiny byly úspěšné, tj. měly kladnou motivaci a následně radost z vyřešeného úkolu. Rivalita mezi skupinami není účelem, což zajistíme tím, že skupiny učitel obměňuje. (Kurelová, 1999)

Existují určité možnosti práce ve skupinách: (Kurelová, 1999)

o Paralelní organizace

Každý žák se podílí na skupinové práci stejným dílem, kdy mají všichni zadaný dílčí úkol, na kterém pracují všichni samostatně, a teprve když práci dodělají, tak se tyto dílčí úkoly spojí v jeden celek.

o Hvězdicová organizace

Žák s nejlepším prospěchem má ve skupině roli koordinátora či rádce.

- Kruhová organizace

V této skupině jsou děti s podobným prospěchem a znalostmi nebo schopnostmi. Žáci o problému vedou diskusi a vzájemně si pomáhají a spolupracují. Pokud jsou ve skupině žáci slabší, učitel přizpůsobí problém dle jejich možností.

- Samostatná práce

Tento způsob výuky je ve výchovně-vzdělávacím procesu klíčový. Žáci jsou aktivně vtahováni do výuky i mimo ni. Lze ji realizovat individuálně či v podobě organizační formy skupinového vyučování, kdy žák pracuje ve skupině, ale samostatně na dílčím problému. Je nutné dbát na kontrolu samostatné práce, poněvadž slouží jako zpětná vazba žákům i učiteli, tzn. být důslední. (Kurelová, 1999)

Formy samostatné práce: (Kurelová, 1999)

- Dle způsobu provedení – písemné, grafické, ústní, praktické a výtvarné úkoly
- Dle použitých prostředků – úkoly s technickými prostředky a úkoly s použitím učebnic či jiné doplňující literatury
- Badatelské úkoly – pozorování s vyvozováním závěru a úkoly s experimenty
- Dle počtu žáků – úkoly pro jednoho žáka, pro skupinu či celou třídu

### 3.3 Metody výuky

Výběr metody závisí na zvoleném cíli výuky. Učitel dále volí dané metody a formy práce podle připravenosti žáků k učení. Přizpůsobí je místu a v neposlední řadě svým schopnostem, zkušenostem a vnějším možnostem.

*„Podle J. Maňáka lze metodu výuky chápat jako koordinovaný systém vyučovacích činností učitele a učebních aktivit žáků, který je zaměřen na dosažení vzdělávacích cílů.“ (Maňák, 1967)*

Předpokladem metody výuky je pravidelná součinnost mezi učitelem a žákem, přičemž učitel organizuje činnost žáků ve výuce, a jejímž výsledkem je osvojování vzdělávacího obsahu výuky. Nutné je stanovení si cíle, volba činností zaměřené na tento konkrétní cíl a adekvátně zvolené prostředky vedoucí k jeho dosažení. (Kurelová, 1999)

V prvním ročníku základní školy je doporučeno se daným tématem zabývat často, ale ne příliš dlouho. Názornost a praktická cvičení jsou velmi důležitá. Vhodnými formami a metodami práce z hlediska matematiky jsou didaktické hry a činnosti intuitivního poznání, demonstrace, používání výukových materiálů, jako jsou pracovní listy a učebnice, doplňování či vystřihování, propojení výuky s praxí formou praktických cvičení, kombinovat pohybovou aktivitu s výukou a k tématům se neustále vracet a příslušné učivo opakovat a procvičovat. (Horáčková, 2016)

Uvádím zde typy metod výuky práce, které je vhodné ve výuce matematiky při používání principů z Mathe 2000 či konkrétních vybraných modelů obměňovat a jejich výběr přizpůsobit cíli výuky a typu úloh.

#### **Charakteristika jednotlivých metod výuky (Žák, 2023)**

##### **3.3.1 Metody slovní**

- Vyprávění učitele

Jedná se o proud informací pramenící od učitele k žákům. Žáci však mají možnost se během výkladu dotazovat. Typická je poutavost obsahu. V matematice je vhodné pro motivaci žáků a pro rozvoj kreativity.

- Vysvětlování učitele

Cílem je pochopení jevu, zprostředkovaného učitelem, logickým a systematickým postupem, který bere v potaz jejich věk a vychází z aktuálního stavu jejich vědomostí a dovedností. Vysvětlování je na rozdíl od vyprávění zaměřeno na poznávací procesy a zpravidla se pojí s frontální výukou. V matematice se tato metoda uplatňuje často a osvědčuje se postup od známého k neznámému, od konkrétního k abstraktnímu a od jednoduchého ke složitějšímu. Učitel by se měl vyjadřovat jasně a přesně a je vhodné doplnění o názorný materiál.

- Práce s textem

Zde převládá žakovo učení, kdy si osvojuje, rozšiřuje a prohlubuje nové poznatky zpracováním textových informací. Radíme sem převážně práci s učebnicí či jiným učebním materiálem. V matematice je používání učebnic nezbytnou součástí.

- Rozhovor

Je to verbální komunikace v podobě otázek a odpovědí dvou nebo více osob, nejčastěji učitele a žáků na dané téma vzhledem k cíli výuky. Jádrem je hledání odpovědí na otázky. Učitel matematiky si prostřednictvím této metody může ověřovat pochopení daného učiva či pro zpestření výuky, kdy položí složitější otázku vedoucí k logickému zamýšlení.

### **3.3.2 Názorně-demonstrační metody**

Tato metoda je ve výuce matematice žádána, kdy prostřednictvím realistického zobrazení, schématu, grafu, symbolů a modelů, žáci vyvozují závěry a utváří si představy. Na základě těchto demonstrací dochází k pochopení principu počítání. Často se využívá tabule či počítač.

### **3.3.3 Dovednostně-praktické metody**

Radíme sem vytváření dovedností, tj. utváření připravenosti žáka k určitým činnostem. Například sem patří dovednosti rozumové, které si žáci osvojují v matematice při řešení různých typů úloh. Tento proces je postupný a odvíjí se z činností žáků.



### **3.3.4 Aktivizující metody**

Tyto metody jsou zaměřené na aktivitu žáků, jejich samostatnost a tvořivost. Patří sem řešení problémů a didaktické hry, které jsou do výuky matematiky vhodné a kterých existuje celá řada. Můžeme je zařadit na začátek, v průběhu či na konci hodiny dle daného účelu.

### **3.3.5 Komplexní metody**

V rámci výuky předmětu matematika, lze z komplexních metod využít projektovou metodu, která navazuje na metodu řešení problému, kdy se řeší většinou praktická úloha, která se pojí s životní realitou. Můžeme projekt realizovat formou skupinové nebo samostatné dlouhodobější práce a lze stanovit i různý časový rozsah.

## **3.4 Učebnice**

Jak jsem již zmiňovala výše, učebnice je materiálním didaktickým prostředkem. Ve vyučování matematice, zvláště na prvním stupni ZŠ, slouží dle mého názoru jako jeden z nejdůležitějších. Je typem knižní publikace, která je didakticky uzpůsobena svou strukturou a obsahem k efektivní komunikaci. Nejpopulárnějším druhem je školní učebnice, která prezentuje výsek plánovaného obsahu vzdělávání, charakterizuje se ve vyučovacím procesu jako obecný model scénáře, a především je hlavním zdrojem informací pro učitele a žáky. Matematické učebnice se během let složitě vyvíjely. Nejprve byly nazývány jako početnice, protože výuka matematiky se označovala jako Počty, a to až do roku 1976, kdy získal školní předmět na prvním stupni základní školy název Matematika. V nynější době se mimo školní učebnice, které se soustředí na osvojování učiva, používají pracovní sešity, které samostatnou prací žáka procvičují probranou látku. Pracovní sešit a učebnice mohou být spojeny do jedné pracovní učebnice. Dále sbírky matematických úloh, které jsou doplněny o zajímavější úlohy pro zájmové činnosti žáka. Zrušení jednotnosti učebnic zapříčinilo přehlcení trhu různými učebnicemi, kdy je pro pedagogy velmi obtížné se orientovat. Nápomocné mohou být odborné časopisy či internet, kde se dozvíme aktuální informace o vydaných učebnicích. (Novák, 2003)

### 3.4.1 Hodnocení učebnic

Vhodná učebnice je pro každého učitele jiná, nicméně kvalifikovaný elementarista by měl být schopen zohlednit kvalitu učebnice a určit, zdali odpovídá jeho subjektivnímu přístupu k výuce či nikoliv. Mezi parametry, které pomohou zhodnotit kvalitu výuky, se řadí kompatibilita učební osnovy s obsahem učebnic určitého ročníku, správnost a bezchybnost tisku učebnice, jasný přehled učiva a členění na kapitoly, stručný jazyk, spojené náklady s koupí dané učebnice, grafické ztvárnění a v neposlední řadě je nutné zmínit didaktickou stránku, tedy jestli učebnice napomůže učiteli v přípravě na výuku. (Novák, 2003)

Jedním z dílčích cílů této diplomové práce je představit učitelům matematiky na 1. stupni ZŠ německou sadu učebnic, kterou většina z nich zatím spíše nezná. Mým cílem je ukázat poněkud jiné typy úloh a modelů v porovnání s těmi, které jsou zastoupeny v domácích řadách učebnic.

### 3.4.2 Funkce učebnic

Školní učebnice zastává hned několik funkcí. Nejdůležitější z nich je *funkce informační*, poněvadž slouží jako zdroj obsahu vzdělání. Funkce *transformační* představuje didaktickou interpretaci poznatků vědy. Učebnice je rozčleněna do systému nejčastěji dle ročníků či jiných preferencí. Tuto roli přisuzujeme *funkci systematizační*. V rámci *funkce sebevzdělávací*, učebnice umožňuje dětem samostatné osvojování učiva. Žák může využít *funkci kontrolní*, pokud cítí v daném učivu své nedostatky nebo nejistotu. *Funkce integrační* znamená, že učebnice spojuje v celek informace, které jsou žákům poskytovány z mnoha odlišných informačních zdrojů. Poslední *funkce* je *koordinační*, tj. učebnice zaujímá ústřední místo v souboru dalších vyučovacích pomůcek, jež na ni navazují. (Kurelová, 1999)

Učebnice Das Zahlenbuch hraje při práci s modely významnou funkci. Lze ale pracovat i bez ní a převzaté modely přizpůsobit svým vnějším podmínkám.

## **4 Cíle v primárním vzdělání zaměřené na matematiku dle principů projektu Mathe 2000**

### **4.1 Projekt Mathe 2000**

Projekt Mathe 2000 vznikl v roce 1987 ve spolupráci s katedrami Vyučování elementární matematiky a Didaktika pro základní školu na univerzitě v Dortmundu. Hlavním východiskem tohoto projektu je výzkum zakladatelů, tj. autorů Ericha Ch. Wittmanna a Gerharda N. Müllera, realizovaný v 70. letech 20. století v rámci knih Grundfragen des Mathematikunterrichts (Základní otázky vyučování matematice) a Der Mathematikunterricht in der Primarstufe (Vyučování matematice na základní škole). (Wittman, Müller, 2023)

### **4.2 Hlavní zásady dle projektu**

#### **4.2.1 Soustředění látky na základní matematické představy**

Projekt se zaměřuje na základní principy elementární matematiky, na nichž je založeno porozumění, a které tak usnadňuje proces učení. Matematika je v projektu Mathe 2000 vnímána jako „živá věda o krásných a užitečných vztazích“. Pro učení však nejsou důležité hotové vzorce, ale spíše procesy vedoucí k rozpoznání daných vzorců. Na základě této myšlenky je kladen důraz na hravé zkoumání, pokračování, změnu a vytváření vztahů. Je zde uplatněn jak „čistý aspekt“, který závisí na matematických vztazích a estetika krásných vzorů zde hraje rozhodující roli. V harmonii a v popředí oproti „čistému aspektu“ je „aplikovaný aspekt“, který odkazuje na realitu a s ní spojené řešení praktických problémů. Projekt se záměrně soustředí na vnitřní motivaci, poněvadž děti mají od malička přirozený vztah k číslům a tvarům. Motivaci k matematickým činnostem lze tedy čerpat již ze samotné matematiky v raném dětství. (Wittman, Müller, 2023)

#### **4.2.2 Aktivní objevování a sociální učení**

Dle Jeana Piageta znalosti nejsou „hotovou věcí“, kterou mohou učitelé předat studentům, ale výsledkem konstruktivního rozvojového úsilí, které musí být poskytnuty samotnými žáky na základě svých předchozích znalostí v sociálním kontaktu s učitelem a ostatními spolužáky. Aktivní učení zahrnuje povzbuzování žáků, aby převzali odpovědnost za svůj pokrok v učení. Úkolem učitele je proto nacházení a nabízení náročné příležitosti, poskytování produktivních nástrojů a forem cvičení, a hlavně navazování a udržování komunikace, která je přínosná pro všechny žáky. (Wittman, Müller, 2023)

#### **4.2.3 Základní, produktivní a automatizační praxe**

Tvrdí, že pro úspěch je důležitá praxe, a proto by se měl žák podílet na každé hodině. Dle cílů výuky je vyžadováno různých typů cvičení. Základní cvičení slouží k pevnému ukotvení nové látky s předchozími znalostmi a jsou také důležité pro budování porozumění. Je třeba základní dovednosti intenzivně procvičovat, aby došlo postupně k automatizaci a byly tak dostupné pro další učení. V projektu je proto velký význam přikládán základním kapitolám s čísly, velikostmi a tvary, které zároveň slouží jako diagnostické a podpůrné nástroje. Produktivní cvičení se vyznačují tím, že se kombinují kompetence obsahové s kompetencemi obecnými. (Wittman, Müller, 2023)

#### **4.2.4 Propagace dětí s různými požadavky ve společných hodinách**

Obvyklé metody pro diferenciaci spočívají v zadání úkolů různé obtížnosti na dané téma dětem z různého původu. Existuje mnoho výukových materiálů, kdy děti pracují brožuru po brožurce nezávisle na sobě dle jejich úrovně učení. Tato nepochopená forma „individualizace“ nesplňuje ani vzdělávací standardy a brání sociálnímu učení, ale bohužel je to školou deklarovaný vzdělávací cíl. Projekt Mathe 2000 se zaměřuje na odlišnou cestu rozdílnosti. Výuková prostředí jsou pro produktivní praxi vyvinuta tak, aby s nimi mohly spolupracovat děti ve vzdělávací skupině s různými požadavky a zároveň získávat potřebnou individuální podporu, ale formou přirozené diferenciaci. (Wittman, Müller, 2023)

#### **4.2.5 Systémové zajištění kvality**

Zastává se zde názor, že kontroly učení jsou tím prospěšnější, čím neviditelněji jsou do výuky zabudovány. Základní tezí tohoto systémového zajišťování kvality je dobře promyšlená struktura, která podporuje porozumění. To zajišťuje, že žáci jsou dobře připraveni na plnění úkolů a dostává se jim neustálé zpětné vazby o tom, co mohou dělat lépe, aby se ještě to potřebné naučili. Posílení zpětné vazby o kontrole učení, která je obsažená v dobré struktuře předmětu, poskytuje učiteli nejlepší pomoc. Systémové myšlení charakterizuje i vztah mezi projektem a praxí. Praktické hledisko je v projektu náležitě aplikováno. Během vývoje je následná zpětná vazba od učitelů oceňována a výslovně vyhledávána a tyto jejich zkušenosti jsou zakomponovány do projektu, a je to tedy výjimečné v tom, že projekt se vzdaluje dnešní vzdělávací politice, která se řídí pouze „shora dolů“ a nepřihlíží na zpětnou vazbu z praxe. (Wittman, Müller, 2023)

## 5 Prostředí českých učebnic matematiky

V učebnicích matematiky v našich podmínkách shledávám nedostatečný důraz na všestranný rozvoj osobnosti dítěte či na jejich individuální zvláštnosti. Mezi největší úskalí však patří eliminace metod práce založené na názornosti učiva, smyslového poznání, činnosti vedoucí k vlastnímu prožitku. Právě přemíra obsahu vede učitele k používání časově nejméně náročných metod jako například frontální výuka, upřednostňování konkrétních vědomostí oproti získání dovedností a propojenosti obsahu. (Kolláriková, Pupala, 2001)

### 5.1 Koncepce vybraných učebnic

Vybrala jsem učebnice Matýskova matematika pro základní školu (Doležalová, Novotný, Novák, 2019), poněvadž s ní pracovaly děti na praxi, kam jsem chodila. Jako druhou sadu učebnic pro porovnání jsem zvolila Matematiku od Nové školy Brno – Duhová řada (Rosecká, Doležalová, 2012-2013), která mi přišla nejvíce kontrastní k Matýskově matematice.

#### 5.1.1 Koncepce učebnic Matýskova matematika pro 1. ročníky ZŠ

Tato učebnice je pro každý ročník rozdělena do dvou dílů, tedy pro každé pololetí školního roku je určen jeden samostatný díl. Každé nové číslo v oboru od 0 do 9 se zavádí stejným způsobem a je pro něj vyhrazena samostatná kapitola s úlohami podobného charakteru. Kapitoly jsou sice uspořádány smysluplně, nicméně obsah jednotlivých kapitol mi připadá lehce zmatený. Jednotlivá cvičení na sebe často nenavazují, chybí tedy jistá propojenost mezi danými cvičeními. Na praxi jsem se i setkala s tím, že žáci nepochopili zadání nebo správné řešení bylo sporné.

Co však hodnotím jako velmi kladné, jsou doprovodné materiály k učebnici, které se podobají principům Mathe 2000 a mně samotné to ušetřilo velmi práce s přípravou k uskutečnění mnou zvolených aktivit inspirovaných z učebnice Das Zahlenbuch. K této publikaci náleží papírová hrací kostka, v které se nachází deset modře a deset červeně zbarvených puntíků. Zároveň je k dispozici popsaná číselná osa s tabulkou na umístění daných koleček a také papírové dopočítadlo.

Učebnice je velmi pestře a barevně upravená. Na její struktuře se podílejí vysvětlivky, které se nacházejí již vysvětlené z druhé strany titulní strany knihy na pevných deskách.

Jednotlivá cvičení jsou označena čísly, u kterých je vždy i na každé straně v zápatí vysvětlena metodika všech cvičení vyskytujících se na dané straně, což jsem někdy opravdu ocenila, poněvadž jsem i já měla problém odhadnout, jaký je smysl příslušného cvičení a jak se má postupovat při jeho vyplňování.

### **5.1.2 Koncepce učebnic Matematika snadné a zajímavé učení pro 1. ročník základní školy**

Jako druhou řadu učebnic jsem si zvolila Matematiku snadné a zajímavé učení pro 1. ročník základní školy od nakladatelství Nová škola Brno Duhová řada, poněvadž mi přišla nejvíce kontrastní k Matýskově matematice. Tato učebnice je též rozdělena pro každý ročník do dvou dílů. Rozdíl je však v tom, že ještě na každé pololetí k dané publikaci náleží pracovní sešit, který v 1. ročníku nese název Živé počítání a ve 2. ročníku Veselé počítání.

Oproti Matýskově matematice není tak pestře zbarvená a obrázky nejsou tak aktuální. Je situována velmi obdobně jako Matýskova matematika. Na pevných deskách jsou vysvětlivky jednotlivých symbolů užívaných v knize. U každého cvičení jsou zobrazené tyto symboly a učitel či žák hned pozná, co má s cvičením dělat. Kdyby to však nebylo zřejmé, tak na každé straně jsou ještě u daných symbolů jednotlivá cvičení vysvětlena. Nachází se v ní hodně obrázků, ale jsou už poněkud zastaralé a barevnost není tak sytá.

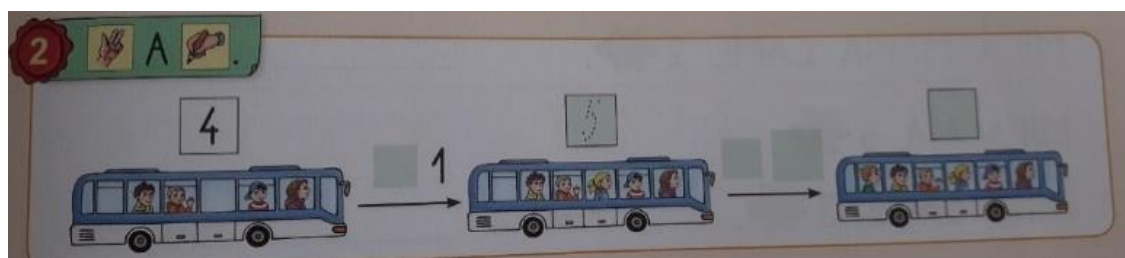
Příslušenství k učebnici není ničím moc zajímavé, ale v hodině ho lze využít. Na první pohled na mě učebnice působí chaoticky a chybí mi v ní takový ten pomyslný řád. Všechny kapitoly jsou odděleny jednotlivými novými čísly a počty stran jsou u velké většiny kapitol odlišné.

## 5.2 Nejvíce používané typy úloh a pomůcky vybraných učebnic

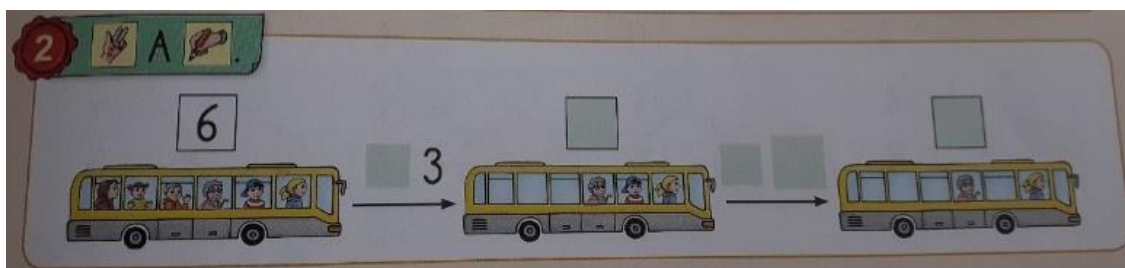
V této podkapitole bych ráda uvedla modely, které se nejvíce používají v domácím prostředí ve mnou zvolených dvou řadách učebnic. V současné době pro 1. ročník ZŠ mají doložku MŠMT skoro dvě desítky, například Matematika se Čtyřlístkem pro 1. ročník základní školy od nakladatelství Fraus nebo Matematika a její aplikace pro 1. ročník ZŠ od nakladatelství Prodos. (MŠMT, 2023) Modely jsem vybírala z učebnic Matýskova matematika pro 1. ročník základní školy (Doležalová, Novotný, Novák, 2019) a Matýskova matematika pro 2. ročník základní školy (Doležalová, Novotný, Novák, 2021), a z učebnic od nakladatelství Nová škola Brno Duhová řada Matematika: snadné a zajímavě učení pro 1. ročník základní školy (Rosecká, Procházková, 2012-2013) a Matematika snadná a zajímavá pro 2. ročník základní školy (Rosecká, Procházková, 2011-2014) a k nim příslušným pracovním sešitům Živé a Veselé počítání. Pro objektivnější a ucelenější pohled jsem ještě nahlédla do učebnic Matematika 1-6, vydané nakladatelstvím Alter.

### 5.2.1 Model Autobus

Model autobusu je založen na principu pohybování autobusu po jednotlivých zastávkách, kde jednotliví cestující nastupují a vystupují. Na první ukázce je ukázaný postup a na druhém obrázku již žáci znázorňují celý postup sami.



Obrázek 11 - Lehčí verze modelu Autobus (Zdroj: Doležalová, Novotný, Novák, 2019)



Obrázek 12 - Těžší verze modelu Autobus (Zdroj: Doležalová, Novotný, Novák, 2019)



Tento typ úloh učebnice přejala z Hejného matematiky. Bohužel však takto po svém, tj. bez modelování a dramatizace. Já jsem při absolvování praxe přidala právě i názornou ukázkou. Vytvořila jsem si 3D autobus z papírové krabice od kapesníků. Pasažéry jsem si vytiskla, zalaminovala a vystříhla, aby se mi kartičky neponičily. Ve třídě jsem pak vyznačila příslušný počet zastávek, já použila čtyři, ale počet je možné si upravit. Následně si žáci připravili mazací tabulku s fixou a já už jsem jen vyprávěla příběh, ve kterém jsem zdůrazňovala, kolik cestujících na dané zastávce nastoupilo a kolik vystoupilo. Žáci si celý příklad zapisovali na destičku. Jejich úkolem bylo určit, kolik na konečné zastávce vystoupilo cestujících. Tato aktivita je vhodná pro udržení pozornosti žáků, poněvadž jinak se v příkladu ztratí a konečný výsledek nebude správný.



*Obrázek 13 - Názorný model Autobusu (Zdroj: Fotografie autorka)*

### 5.2.2 Peněžní model

V Matýskově matematice s peněžním modelem pracují více než v učebnici od nakladatelství Nová škola Brno. V každé kapitole je podkapitola Matýskův obchod, kde jsou vždy určité předměty s cenovkou a pod tím se nacházejí slovní úlohy k jednotlivým předmětům. Peníze tam však nejsou zobrazeny reálně, ale pouze jako mince. V druhé učebnici jsou peníze reálnější, ale žáci mají určit jen jejich hodnotu a dále s modelem již nepracují, což je si myslím škoda.



Obrázek 14 - Využití peněžního modelu, Matýskova matematika  
(Zdroj: Doležalová, Novotný, Novák, 2019)



Obrázek 15 - Využití Peněžního modelu, Matematika Nová škola Brno  
(Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013)

### 5.2.3 Obrázkové slovní úlohy

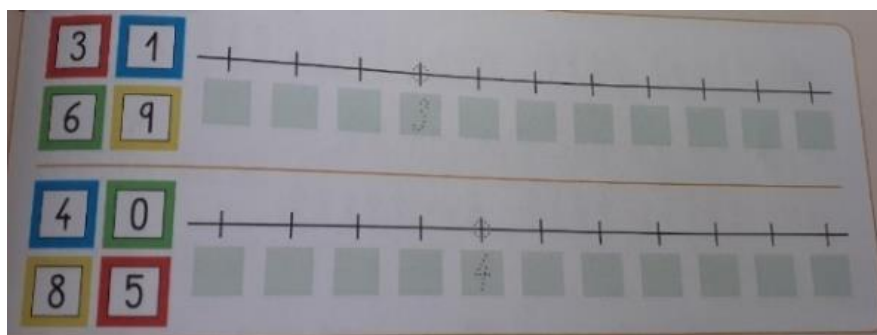
V Matýskově matematice jsou obrázkové slovní úlohy zastoupeny četně, zastupují v každé kapitole minimálně celou jednu stranu. Tvoření příkladů dle dané slovní úlohy pouze na základě obrázků, žákům na praxi nedělalo větší problémy. Všechny věty byly na stejném principu, tudíž to žáci zvládali. Při řešení dalších cvičení z této stránky už žáci potřebovali poskytnutí detailnějších instrukcí.



Obrázek 16 - Obrázkové slovní úlohy (Zdroj: Doležalová, Novotný, Novák, 2019)

### 5.2.4 Číselná osa

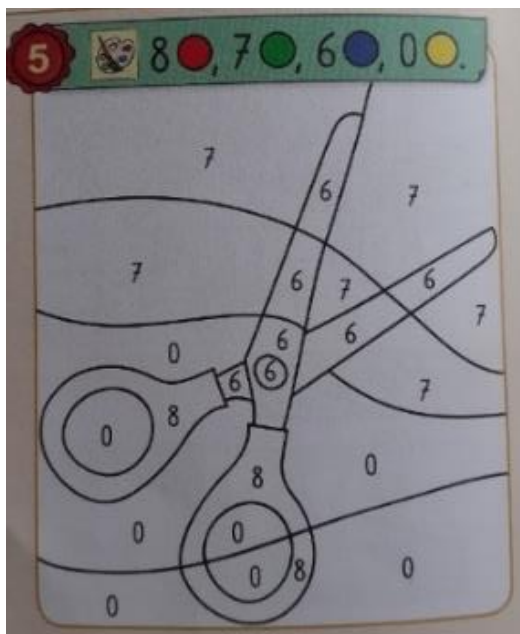
S číselnou osou se pracuje pouze v Matýskově matematice, kde úkolem žáků je zapsat barevně čísla podle čísel v rámečcích do správných kolonek na číselnou osu.



Obrázek 17 - Číselná osa (Zdroj: Doležalová, Novotný, Novák, 2019)

### 5.2.5 Číselné vybarvování

V Matýskově matematice v každé kapitole je obrázek, který žáci vymalují dle zadání, tj. políčka s číslem 8 vybarví červeně, s číslem 7 zeleně, s číslem 6 modře a žlutě vybarví políčka s číslem 0.



Obrázek 18 - Číselná omalovánka (Zdroj: Doležalová, Novotný, Novák, 2019)

V matematice od Nové školy Brno mají jiný model, a to zabarvování políček dle výsledků příkladů, kdy po správném zabarvení všech políček dle výsledků se jim vyobrazí určitý symbol či obrázek.

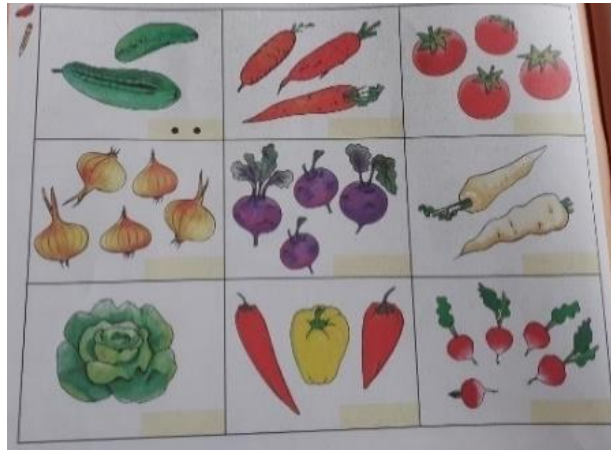
5	1	0	6	4	2	3	1	2	7
1	7	1	2	5	3	2	5	8	2
3	8	4	3	0	1	7	2	3	5
2	4	7	8	4	2	0	1	4	6
4	3	2	1	2	3	1	7	0	2
2	5	7	4	3	1	2	3	4	3
8	3	4	6	1	2	5	6	1	4
7	2	1	8	3	6	1	2	7	2
3	0	6	3	4	5	3	4	8	4
6	3	4	1	2	3	0	8	4	8

Obrázek 19 - Číselné zabarvování (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013)

### 5.2.6 Určení počtu prvků v souboru prvků

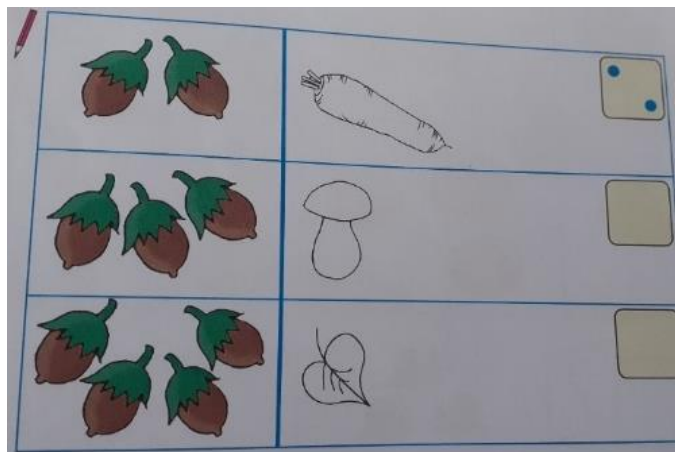
- Tečkový model

Žáci pomocí teček zapisují, kolik prvků se v rámečku nachází. Na podobném principu je založen čárkový model v učebnicích Das Zahlenbuch, kdy místo teček používají čárky.



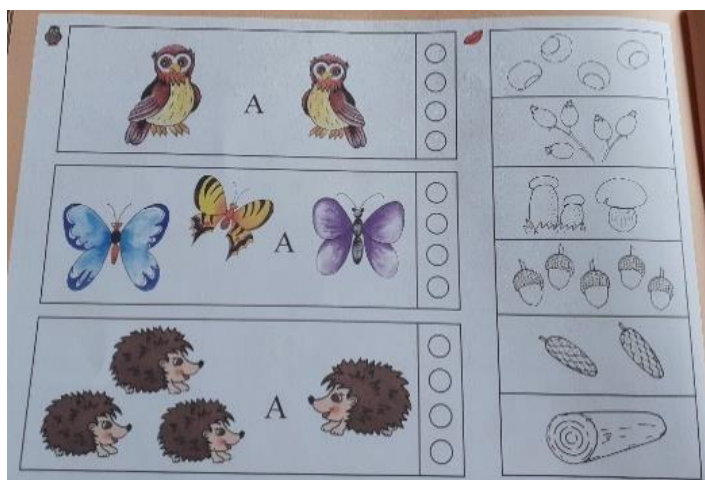
Obrázek 20 - Tečkový model (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013)

V tomto typu úloh mají žáci ještě navíc dokreslit předměty dle počtu oříšků a následně pomocí teček počet zaznamenat.



Obrázek 21 - Dokreslování počtu předmětů (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013)

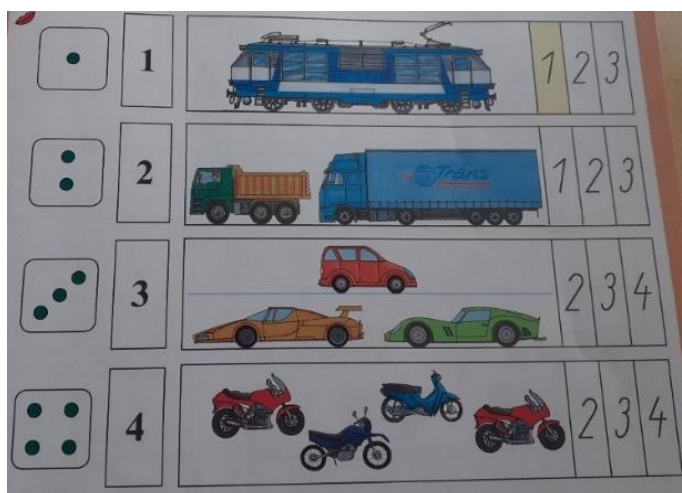
Jako poslední možnost je vybarvení příslušného počtu políček dle součtu daných prvků na obrázku. V druhé části úkolu mají žáci určit pouze slovně, kolik se nachází daných věcí v jednotlivých rámečcích.



Obrázek 22 - Zabarvování políček (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013)

- Zápis počtu pomocí čísla

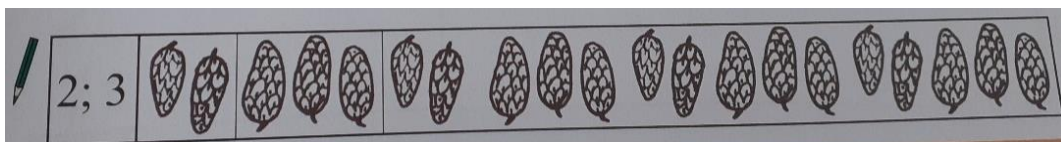
V tomto modelu již místo teček určují počet zaškrtnutím správného čísla. Nachází se však v každém řádku ještě i tečkový model.



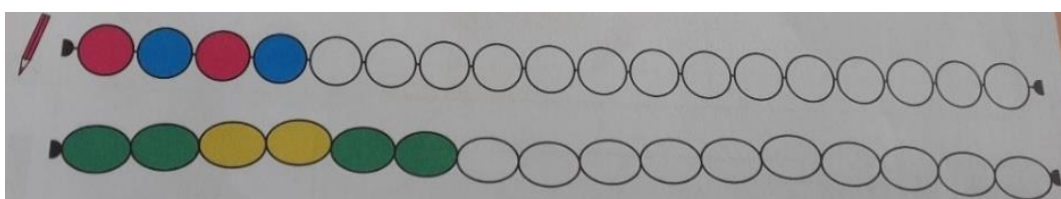
Obrázek 23 - Kroužkování čísel dle součtu objektů (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013)

### 5.2.7 Řady dle vzoru

V každé řadě mají žáci dokončit řadu dle vzoru. V prvním případě se jedná o předměty, které od sebe oddělují čárkou. V tom dalším případě vybarvují korále dle barev ve vzoru a dle daného principu. Podobný model se vyskytuje poměrně často i v učebnici Das Zahlenbuch, ale pracuje se s ním častěji a systematictěji.



Obrázek 24 - Řada objektů (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013)



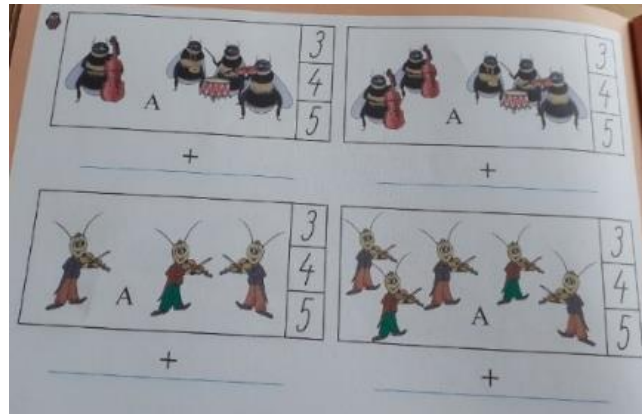
Obrázek 25 - Řada barev (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013)

### 5.2.8 Sčítání a odčítání dle obrázku

Klasický model, kdy žáci sčítají nebo odčítají objekty na obrázku. Na začátku je společně s obrázkem i vyznačený celý příklad. Následně ve většině příkladů zapisují pod nebo vedle obrázků i celý příklad. Někde však vyznačí pouze výsledek bez postupu.

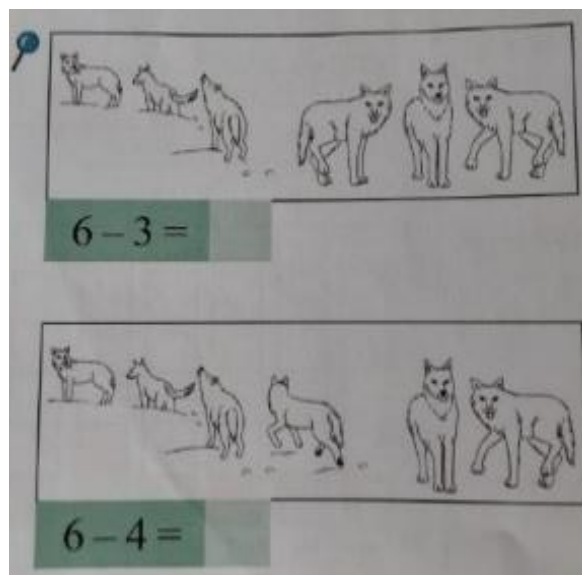


Obrázek 26 - Sčítání i s postupem (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013)



Obrázek 27 - Sčítání bez postupu (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013)

Odčítání dle obrázku se vyskytuje v učebnici pouze jednou. V mém zvoleném obrázkovém modelu se s obrázky podobného typu pracuje čteněji a většinou se žáci zamýšlí i nad dalšími vztahy mezi objekty, tj. jaký příklad by šel ještě vytvořit dle předmětů. Zapojují tak logické myšlení a dochází k propojování a ukotvení znalostí v praxi.

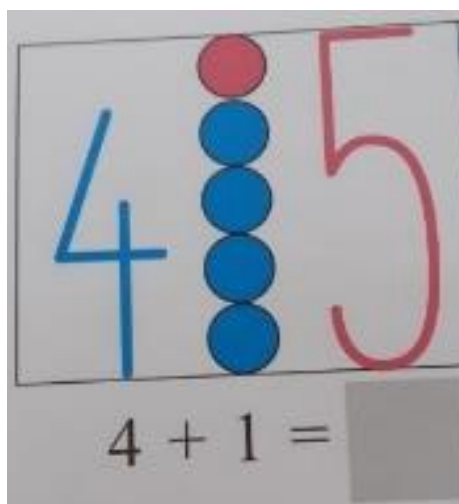


Obrázek 28 - Odčítání dle obrázku (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013)



### 5.2.9 Puntíkový

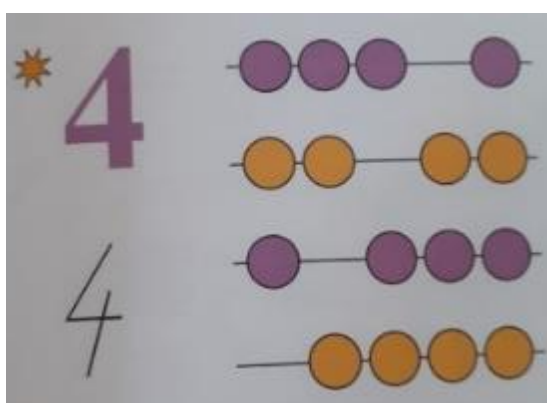
Od čísla tři se znázorňuje puntíkovým modelem příklad, který pracuje vždy s předchozí číslicí a zavádí se tím číslice nová. Například žáci již znali číslo 4 a učí se nové číslo pět. Číslo 4 je znázorněno tedy modrými puntíky, přidá se jeden červený a výsledkem je nové číslo 5. Pod tímto modelem je i postup příkladu.



Obrázek 29 - Puntíkový model (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013)

### 5.2.10 Model počítadla

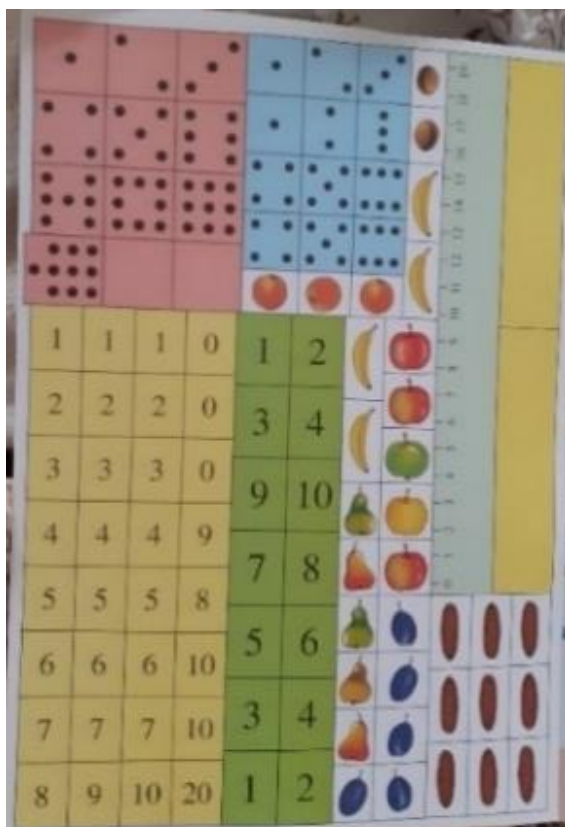
Tento model je vhodný propojit i s reálným počítadlem, aby si to žáci dokázali lépe představit. V této učebnici se vyskytuje u každého nového čísla a znázorňuje rozklad daného čísla. Jinak se s ním nepracuje vůbec.



Obrázek 30 - Model počítadla (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013)

### 5.2.11 Pomůcky k učebnicím

Přílohou 1. a 3. dílu učebnice Matýskova matematika (Doležalová, Novotný, Novák, 2019) je papírové dopočítadlo. V 1. ročníku ho lze využít pro porovnávání čísel, rozklad čísel, sčítání a odčítání bez rozkladu, dopočítávání (sčítání) a dopočítávání (odčítání). Učebnice od nakladatelství Nová škola Brno nabízí tvrdší papír s číselnou osou a různými objekty pro využití při práci v hodinách.



Obrázek 31 - Příloha k učebnici (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013)

## 6 Prostředí učebnic matematiky autorů Wittmana a Müllera

V této sadě učebnic je kladen důraz především na mnohostranný rozvoj osobnosti každého dítěte. Dále se soustředí také na sociální pojetí, zodpovědnost, kooperaci, sebedůvěru a uvádění do poznávání světa či budování a ustálení základních vědomostí jako stavební kámen pro další vzdělávání. Je zde preferován rozvoj myšlení, logičnosti a souvislostí před přehlcením velkým množstvím vědomostí a poznatků. Ustupuje se od detailu propracovaných cílů, které by měly být naplněny v krátkém časovém období k spíše jádrovým cílům, díky kterým žáci lépe pochopí učivo a je pro ně následně snadnější si dát informace do spojitostí. Soustředí se na to, aby žák co nejlépe propojoval získané vědomosti s reálným životem a chápal podstatu věci. (Kolláriková, Pupala, 2001)

### 6.1 Koncepce učebnic Das Zahlenbuch

Učebnice Das Zahlenbuch, jejichž autory jsou Erich Ch. Wittmann a Gerhard N. Müller, jsou velmi promyšlené a mají jasnou strukturu a řád. V těchto učebnicích se například ročníky využívá mnoho modelů, které jsou ale navzájem provázané, neoddělují se od sebe a každý má své opodstatnění. Děti to vede k názornější představě a mohou snadněji nalézt smysl ve výuce matematiky a její uplatnění v běžném životě.

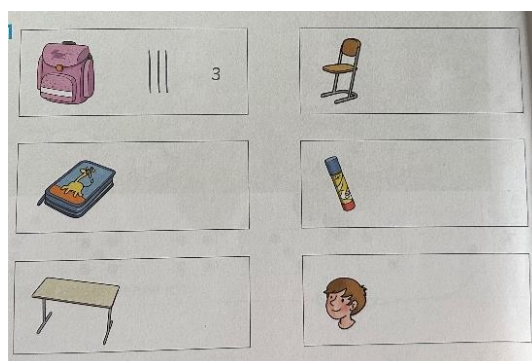
Tyto učebnice tvoří ucelenou sadu od první až do čtvrté třídy. Lze s nimi ale pracovat během celého 1. stupně ZŠ, poněvadž jsou k dispozici také navazující materiály pro starší ročníky. Zároveň koncepce má učebnice i pro předškolní období v mateřské škole, tudíž se s nimi žáci mohou seznámit ještě před nástupem do školy. Modely prostupují celou učebnicí, a to ihned od prvních stránek učebnice. Nejdříve se učí používat své prsty. Hned vzápětí se přidá puntíkový model, kdy každý žák má k dispozici z jedné strany červeně a z druhé modře zbarvená kolečka, s kterými pracuje. Poté se tyto dva modely spojí (Obrázek 35) a již zde právě dochází k vzájemné propojenosti modelů. Právě tady vidím velký potenciál, protože v některých našich učebnicích jsou též tyto modely, ale chybí mi tam právě ta pospolitost. Téměř se všim se pracuje samostatně, kdy je to pro děti možná i zbytečné přehlcení a překombinování poznatků.

Pro představení práce s modely jsem zvolila ukázkou činnosti, která předchází práci s číselnou řadou za sebou postupujících čísel od 0 do 10. Začíná se čárkovým modelem, který je vhodné nejprve uvést názorně, kdy si žáci činnost zažijí.

Děti pracují v menších skupinkách zhruba po čtyřech a každá z nich obdrží jeden papír s tabulkou, kde jsou jednotlivé předměty. Učitel vymyslí takovou tabulku, aby předměty v ní obsažené byly k dispozici ve třídě na přehledném místě a kde lze jasně určit jejich množství. Další variantou je vytvořit k tabulce ještě daná stanoviště a vymezit je například pomocí přehozů. Žáci tak mají přímo vymezené prostory s pomůckami. Tato varianta je méně časově náročná a je jisté, že všichni by měli mít stejné výsledky tabulky. Cílem je, aby žáci do okének za každý jeden vyskytující se předmět v daném stanovišti či ve třídě zaznamenali jednu čárku. V každém okně tedy bude příslušný počet čárek dle počtu předmětů.

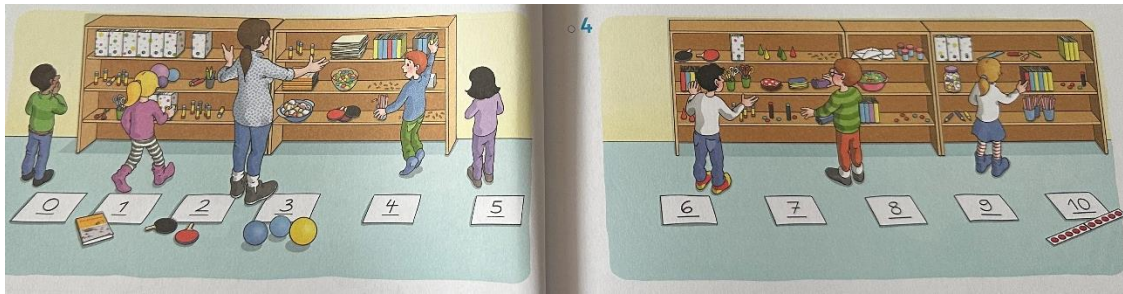


Obrázek 32 - Skupinová práce dětí (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)



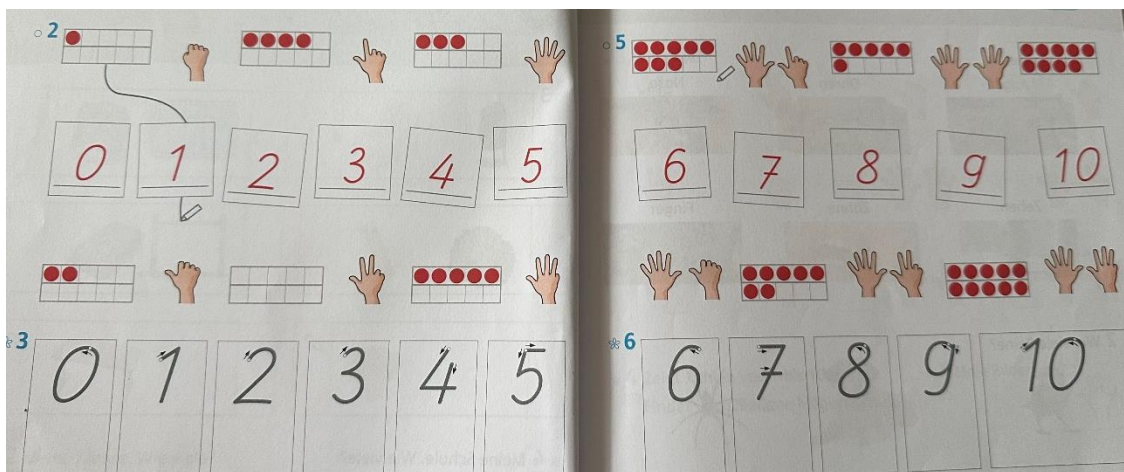
Obrázek 33 - Čárkový model (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

Následně se na to pomalu napojí model číselných řad, kdy na sebe navazují tři modely. Nejprve učitel rozmístí před tabulí velké cedule s čísly. Žáci ještě samozřejmě všechna čísla neznají a neví, jak vypadají, nicméně učitel umístí karty od 0 do 10 právě v tomto pořadí. Paní učitelka žáky navede správným směrem tak, že vždy na další cedulce musí být o jeden předmět více. Děti chodí po třídě a hledají předměty, které by mohly pod kartičky umístit. Další pravidlo zní, že pod každým číslem musí být pouze jeden druh věci nebo čehokoliv jiného. Zde se fantazii meze nekladou. Žáci se zároveň učí spolupráce a navazují sociální vztahy mezi novými dětmi, což je přidaný benefit této aktivity.



Obrázek 34 - Seznámení s číselnou řadou (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

Jakmile žáci sestavili tímto způsobem celou řadu, tak následovalo cvičení v učebnici (Obrázek 35), kde měli za úkol spojit ta čísla v číselně řadě s puntíkovým modelem, prstovým modelem a s psaným číslem, které si postupně do učebnice budou zapisovat.



Obrázek 35 - Číselná řada (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

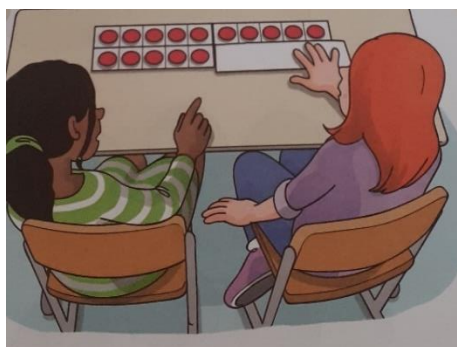
Tímto jsem představila podstatu a základní teze těchto učebnic, kde je vidět jasná promyšlenost a ucelenost učiva, kdy si žáci nejdříve něco vyzkouší vlastní činností a až poté si to ukáží na daných modelech v učebnici, což je dle mého názoru skvělá myšlenka, která zajisté funguje. Žáci jsou tak během hodin matematiky zapojeni do výuky a vědí, proč se učí počítat a dle toho k předmětu také přistupují.

## 6.2 Nejvíce používané modely a pomůcky těchto učebnic

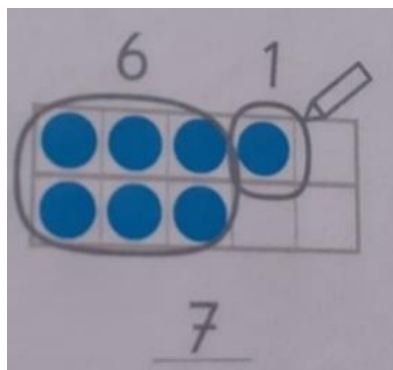
### 6.2.1 Puntíkový

Nejvíce zastoupený model provázející všechny učebnice z řady Das Zahlenbuch je právě puntíkový. Pro práci s tímto modelem jsou navíc za potřebí karty s příslušným typem okének a červeně a modře zbarvené oboustranné puntíky. Puntíky jsou zvoleny ve dvou barvách právě proto, aby se daly využít pro názornost matematických operací.

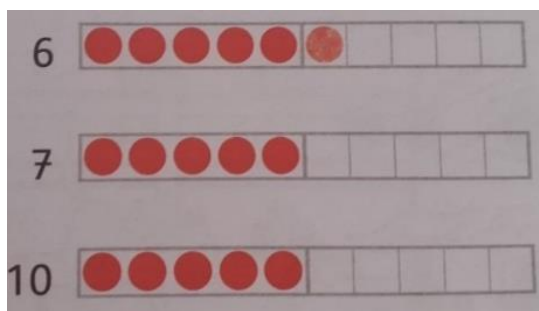
Karty jsou vždy rozlišeny po pěti kolonkách a v učebnicích je uvedeno mnoho typů, více rozebírám v praktické části u konkrétních vybraných modelů. Tento puntíkový systém je velmi promyšlený a využívá se při mnoha základních matematických operacích, jako je sčítání a odčítání, řadě čísel, rozkladu čísel či pouze při znázornění konkrétních čísel pomocí puntíků. Při odčítání se navíc využívá zakrývací okénko, kdy si žák na určitém typu karty zakrývá příslušný počet puntíků, které má odečíst, tudíž hned názorně vidí a spočítá, kolik puntíků mu zbylo. Toto okénko nám poslouží i při rozkladu čísel, kdy žák postupně zakrývá jednotlivé puntíky a zjišťuje, jak je možné dané číslo rozložit. Obrázek 37 a 38 spolu souvisí, tzn. skupina po pěti buď pokračuje dál pod sebe nebo vedle sebe. Nejvíce je zastoupený v 1. učebnici, ale navazuje se na něj i v ročnících ostatních.



Obrázek 36 - Zakrývací okénko (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

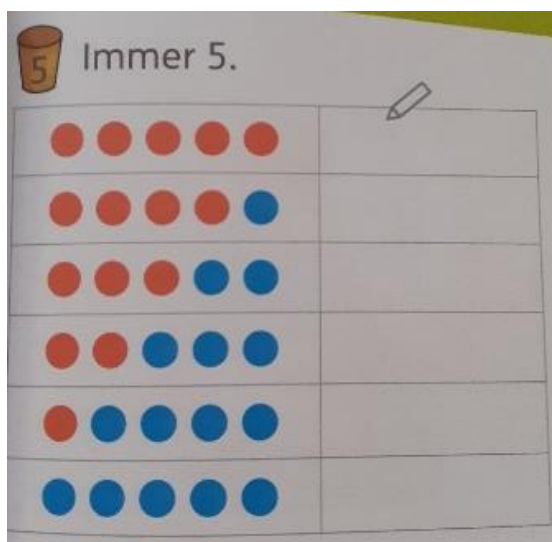


Obrázek 37 - Puntíkový model – rozklad čísel (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

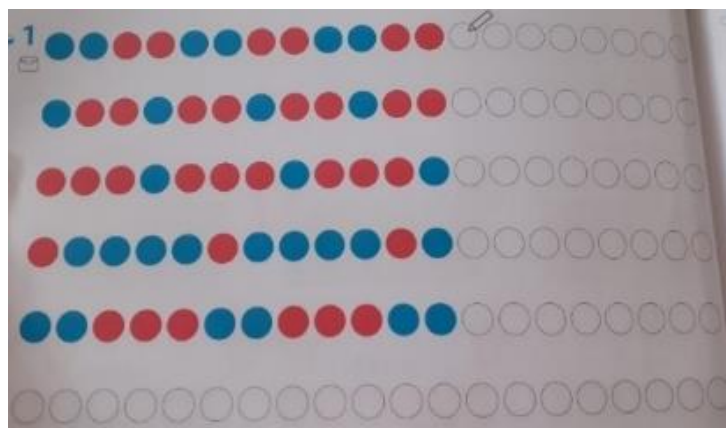


Obrázek 38 - Puntíkový model – hodnota čísel (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

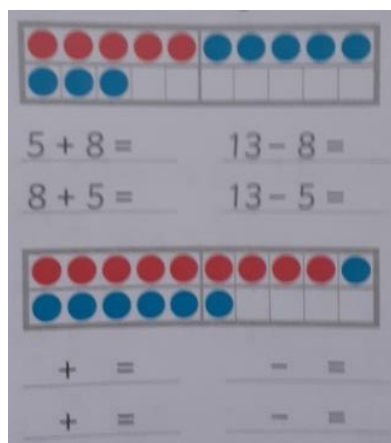
Tento model (Obrázek 39) lze použít k rozkladu čísel, která ale navíc souvisí i s pravděpodobností. Například: „Losuje se pět puntíků, která strana jim padne? Modrá, nebo červená?“.



Obrázek 39 - Puntíkový model – všechny možné rozklady čísla (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

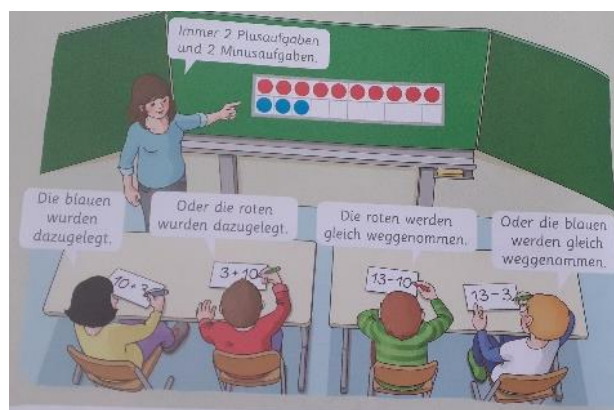


Obrázek 40 - Puntíkový model – řady dle vzorů (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)



Obrázek 41 - Puntíkový model – sčítání a odčítání (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

→ Na tomto modelu je vidět návaznost z předchozích dvou (Obrázek 37 a 38), kdy se oba takto spojí v jeden vyšší model.



Obrázek 42 - Puntíkový model – hledání vztahů (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

### 6.2.2 Čárkový

Tímto modelem se vyjadřuje určitý počet objektů na obrázku. V učebnicích je také využíván i společně s modelem puntíkovým, kdy nejprve žáci zaznamenají číslo čárkami a následně barevnými puntíky.



Obrázek 43 - Čárkový model – záznam čárek dle objektů v obrázku (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)



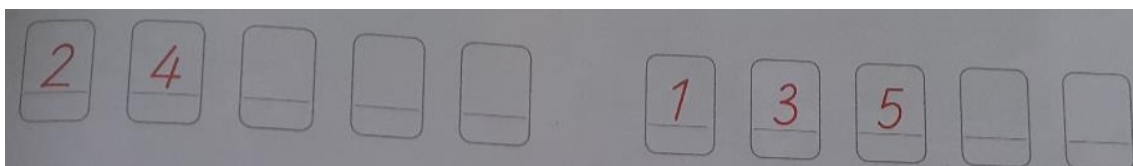
### 6.2.3 Karetní model

Tento model obsahuje karty čísel od 0 do 20 dle znalostí žáků. Karty lze vytvořit různě velké a využívat je při společné nebo samostatné činnosti. Nejvíce se využívají pro uspořádání řady po sobě jdoucích čísel. Učitel může do dvojic rozdat karty velkého formátu a úkolem žáků by bylo společně tyto karty uspořádat tak, aby šly za sebou od nejnižšího čísla po nejvyšší nebo naopak.

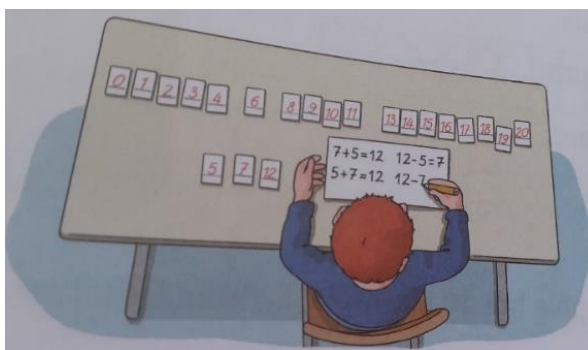
Následně ještě třeba každá dvojice přinese jakékoliv stejné předměty dle hodnoty čísla na „jejich“ kartě a položí je k dané kartě na zemi. Poté společně zkontrolují, jestli je řada čísel ve správném pořadí a jestli se dané předměty shodují s příslušnou kartou. Karty v menším formátu lze rozdat do jednotlivých řad mezi žáky a postupně si stoupají, když následuje jejich číslo na kartě tak, aby říkali čísla ve správném pořadí. Tato aktivita mi připomíná hru „Já, mám, kdo má?“, kterou jsem sama do výuky na praxi zařadila a žáci se při ní velmi soustředili a bavilo je to. Lze je také propojit s modelem puntíkovým, kdy žáci přiřazují vždy počet puntíků k jednotlivým kartičkám.



Obrázek 44 - Karetní model s puntíkovým (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)



Obrázek 45 - Karetní model – řada čísel dle vzoru (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)



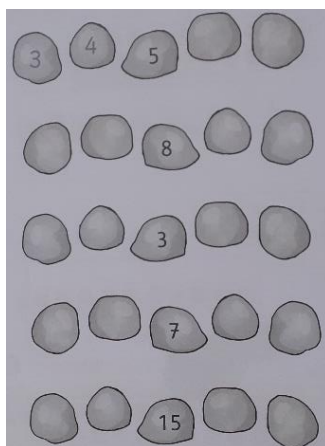
Obrázek 46 - Karetní model – hledání vztahů (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

#### 6.2.4 Prstový

Ze začátku učebnice pro 1. ročník základní školy doplňuje prstový model jiný model, aby si žáci dokázali poznatky lépe propojit, tzn. že žáci si daný model zkusí vyjádřit i pomocí prstů.

#### 6.2.5 Loupežnická hra

Tato hra provází děti v průběhu prvního a druhého ročníku základní školy, kdy v prvním ročníku pracují žáci jen s jednou polovinou a ve druhém ročníku už s celou hrou. Lze ji využít k číselným řadám jako názorná pomůcka pro lepší představení řady čísel nebo také pro odčítání a sčítání, kdy si žáci zapisují jednotlivé své tahy pomocí příkladů. Žáci s ní mohou pracovat samostatně, ve dvojicích či menších skupinách. Paní učitelka ji může ztvárnit i názorně. K tomu jí budou stačit pouze kamínky, tempery, štětec a uzavíratelný látkový pytlík. Mohou si ji žáci například ve dvojicích vyrobit i sami v pracovních činnostech a poté je hra bude zajisté ještě více bavit.



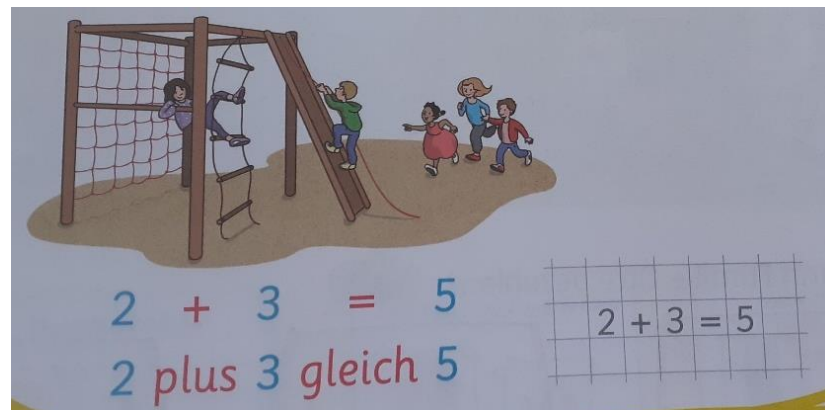
Obrázek 47 - Loupežnická hra – řada čísel (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)



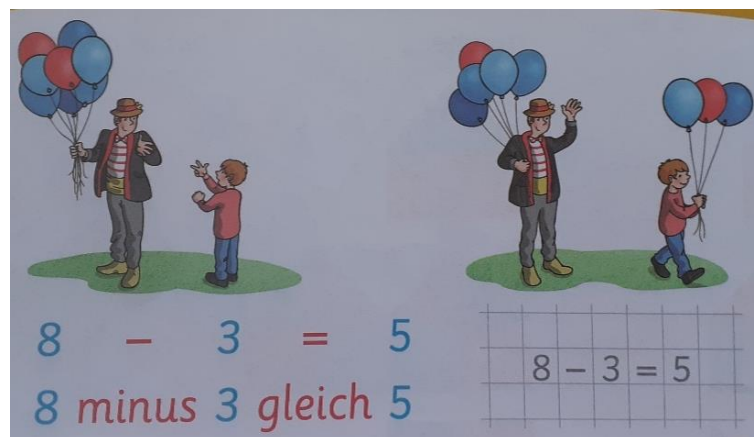
Obrázek 48 - Loupežnická hra – zápis jednotlivých tahů  
(Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

### 6.2.6 Obrázkový

Učebnice Das Zahlenbuch nabízí velké množství obrázků, s kterými se dá v hodině pracovat. Obrázky popisují reálné prostředí. Úkolem žáků je vymyslet matematické příklady na sčítání či odčítání tak, aby se vztahovaly k danému obrázku. Díky těmto úlohám se žákům poznatky lépe propojí a možná i pochopí, proč se to vlastně učí a že i v běžném životě se s tím setkají.



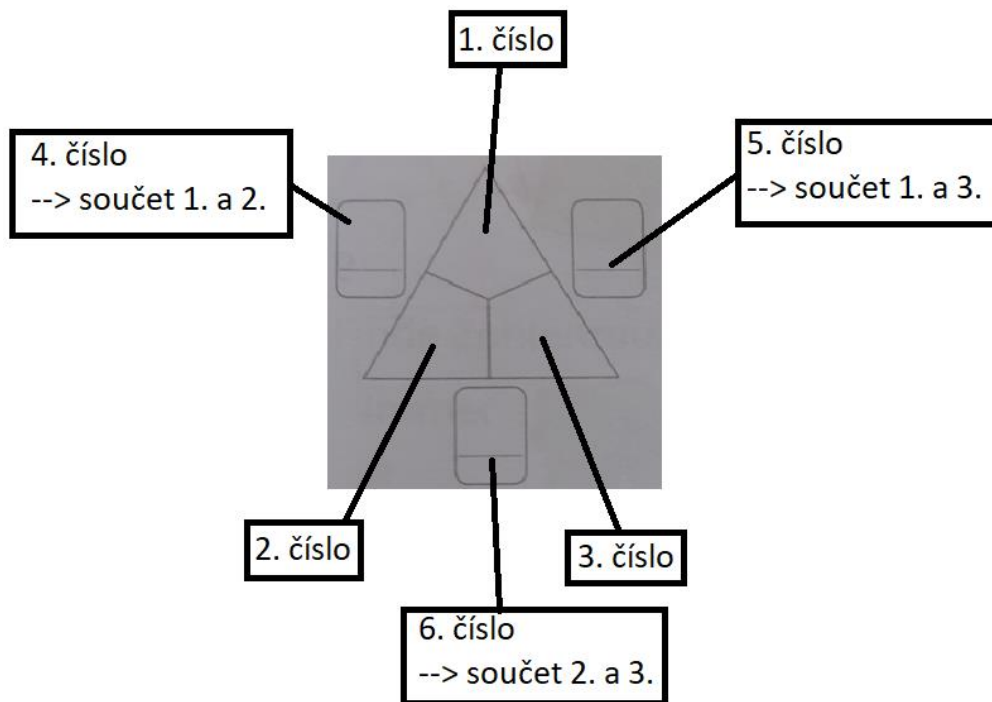
Obrázek 49 - Obrázkový model – sčítání, vzor (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)



Obrázek 50 - Obrázkový model – odčítání, vzor (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

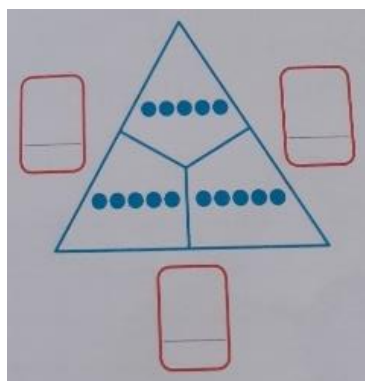
### 6.2.7 Početní trojúhelníky

Tyto trojúhelníky jsou založené na principu sčítání dvou sousedících čísel. Jedná se o vztahy mezi jednotlivými čísly na trojúhelníku. Jsou vhodné pro zpestření výuky, a slouží pro zapojení logického myšlení žáků. Úkolem žáků v početním trojúhelníku je doplnění čísel do všech kolonek, tj. celkem šest čísel.



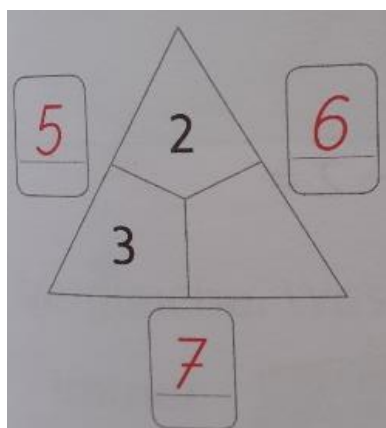
Obrázek 51 - Schema početního trojúhelníku (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, autorka)

S tímto typem trojúhelníku s puntíky se začíná, protože žáci jen spočítají puntíky v jednom cípu trojúhelníku se sousedícím cípem (Jelikož je schema trojúhelníku rozděleno na tři části, můžeme je popisovat slovem cíp, protože to není jen samostatný vrchol.). Takto postupují třikrát, u každé strany jednou, dokud nezapíší výsledek do každého červeného obdélníku. Na tomto modelu si žáci osvojí daný princip počítání, který využijí v těžších zadáních.



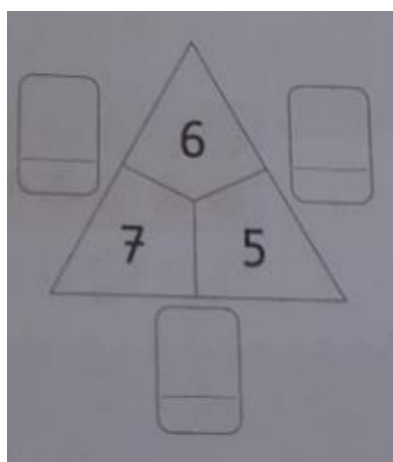
Obrázek 52 - Početní trojúhelník, puntíky (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

V dalších třech typech se už počítá s čísly. Začíná se od nejjednoduššího typu zadání (Obrázek 53), kde mají žáci přijít pouze na jedno číslo a všechna ostatní jsou zadána. Nejprve zjistí, že  $2+3=5$ , tudíž ostatní červená čísla musí být též součtem dvou sousedících čísel. Mohou na něj přijít tak, že dopočítají do červeného čísla 6 (*2 a kolik je 6?*), nebo dopočítají do červeného čísla 7 (*3 a kolik je 7?*). V obou případech je výsledné číslo 4, které už pouze zapíše do posledního cípu.



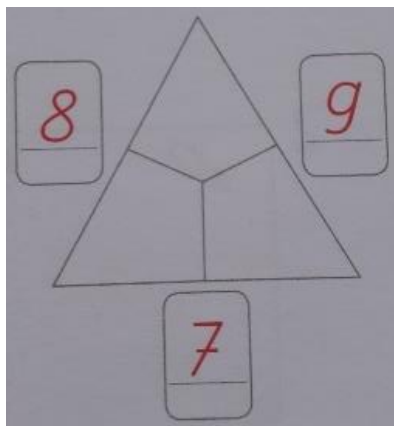
Obrázek 53 - Početní trojúhelník, typ 1 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

V početním trojúhelníku mohou být zadána jen vnitřní čísla. Žáci tedy postupně sčítají sousedící čísla a výsledek zapíše do kolonky. ( $6+7=13$ ,  $6+5=11$ ,  $7+5=12$ )



Obrázek 54 - Početní trojúhelník, typ 2 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

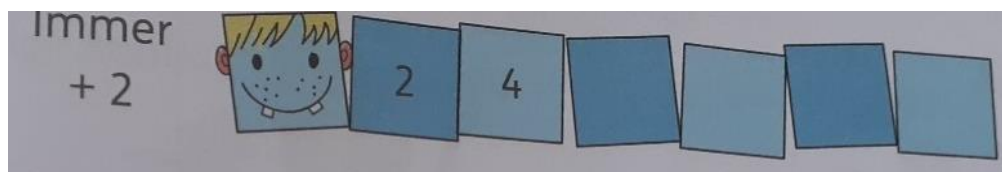
Poslední variantou je doplňování vnitřních čísel, což už je pro žáky obtížnější, protože musí dopočítávat do vnějších čísel, ale zároveň musí přijít na taková čísla, aby součty sousedících čísel seděly se všemi vnějšími čísly.



Obrázek 55 - Početní trojúhelník, typ 3 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

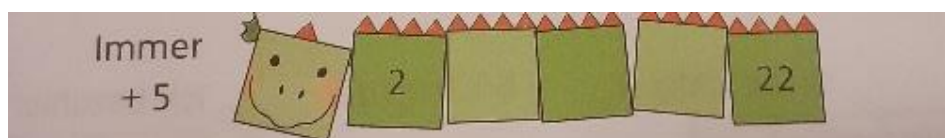
### 6.2.8 Housenky

Jedná se o zábavnější formu číselných řad, které se doplňují dle konkrétního zadání. Zadání však není přesně definováno, ale žák se musí zamyslet nad daným principem.



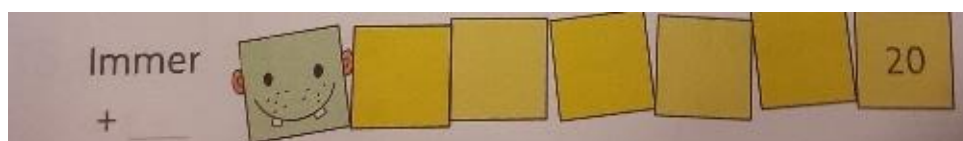
Obrázek 56 - Model Housenky – příklad z učebnice (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

Žáci mají zadané první a poslední číslo i se zadáním a mají pouze dopočítat.



Obrázek 57 - Model Housenky – příklad z učebnice 2 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

Žáci mají přijít na zadání, tj. jaké číslo se přičítalo tak, aby poslední číslo odpovídalo číslu 20.

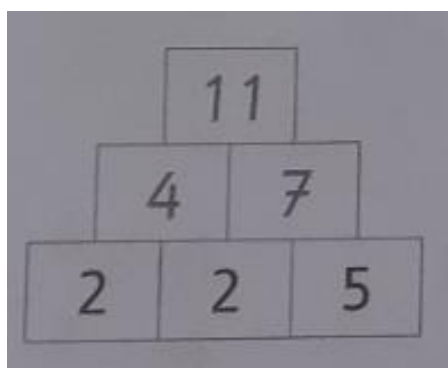


Obrázek 58 - Model Housenky – příklad z učebnice 3 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

Žák může i sám určovat, kterým číslem bude začínat nebo i kolik vždy bude přidávat.

### 6.2.9 Početní pyramidy

Tyto pyramidy jsem i já sama na praxích do hodin matematiky zařazovala pro zpestření výuky. Princip je takový, že žáci vždy sečtou čísla vedle sebe napsaná a výsledek napíší do kolonky výš, která se dotýká kolonek s oběma čísly. Takhle pokračují až do špičky pyramidy, kdy jim vznikne už konečný výsledek, protože už bude napsaný v poslední liché kolonce pyramidy, když už se číslo nemůže sečíst s jiným číslem. Lze je využít pro odčítání, ale to spíše ve vyšších ročnících. Pyramidy se dají různě obměňovat, například na špičce pyramidy je zadané konkrétní číslo a žáci vymýšlí různá čísla ve spodním řádku, aby došli k danému výslednému číslu dle zadání. Čísla mohou být napsaná i pouze uprostřed pyramidy a žáci mají dopsat ostatní čísla. Zadána mohou být i tři krajní čísla nad sebou.



Obrázek 59 - Početní pyramidy – ukázka vyplněné pyramidy  
(Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

## 7 Popis situace ve třídě

Praxi jsem plnila v 1. třídě na Základní škole ZŠ Sever. Do třídy docházelo 26 dětí. Paní učitelka měla k dětem velmi vřelý vztah. Fungovaly tam nastavené hranice, ale jinak zde panovala naprosto klidná atmosféra, kdy paní učitelka jen občas zvýšila hlas, ale když to nebylo nutné, tak se chovala velmi mile, laskavě a projevovala dětem úctu a lásku.

Při výuce matematice pracovali s učebnicí Matýskova matematika (Doležalová, Novotný, Novák, 2019), a jelikož jsem na praxi nastoupila v lednu, tak již pokračovali druhým dílem s podnázvem Počítání do deseti. Na začátku každé hodiny probíhalo malé opakování získaných poznatků k upevnování znalostí většinou formou číselných řad, což jsem shledala jako velmi účinné. Uvedu zde několik forem tohoto procvičování.

Běžně užívaná vyjmenování po sobě následujících čísel žáky v lavicích sestupně i vzestupně do nejvyššího čísla, které již znali. Obměnou této aktivity bylo přidání citoslovce „bum“ po každém čísle, žáky to nutilo více se soustředit a už to neslo těžší obtížnost. Němá číselná řada se aplikovala tak, že před tabulí nastoupili děti v takovém počtu dle nejvyššího jim známého čísla a utvořily jednu řadu tak, že stály vedle sebe. První žák začal znakem nuly, který symbolizovaly jeho dvě sevřené dlaně dohromady, druhý ho následoval jedním tlesknutím a další třetím. Tímto způsobem to šlo až do posledního čísla vzestupné řady a poté se princip opakoval sestupným směrem.

### 7.1 Používané modely ve výuce matematiky

#### 7.1.1 Puntíkový model

Tento model je uskutečňován na základě modře a červeně zbarvených puntíků, které jsou k dispozici k této učebnici. Paní učitelka ho však využívala jen při rozkladu čísel, což je velmi užitečné, ale je škoda, že nezaujal své místo i při jiných numerických operacích. Co se týče rozkladu čísel, tak každý žák měl v lavici ještě zalaminovanou destičku formátu A6, uprostřed rozdělenou tučnou čarou na dvě sejné poloviny. Žáci s ní pracovali nejvíce při rozkladu čísel, kdy paní učitelka řekla číslo a úkolem žákům bylo rozdělit ho dle svého uvážení či dle zadaných pokynů.

Při slovních úlohách ho výjimečně používali pro názornější představu o příkladu s ní související. Zadáni mohlo znít: „*Když Pepíčkův penál obsahoval 10 pastelek, ale 3 půjčil Aničce, tak kolik mu jich zbylo?*“.



Děti si s pomocí puntíků znázornily celý průběh slovní úlohy. Nejprve si vyndaly deset modrých puntíků, následně si zaměnily čtyři modré za čtyři červené a daly je stranou. Výsledný příklad tedy zapsaly jako  $10 - 4 = 6$ .

### 7.1.2 Prstový model

Asi nejčastěji se vyskytující model nacházející největší uplatnění je prstový model, který si žáci nosí vlastně všude sebou. Na prstech provádí matematické operace bez přechodu přes 10. Prsty jim slouží pro lepší představu ohledně hodnoty čísel.

### 7.1.3 Berušky

Pro mě nová aktivita, která mi přišla velmi zábavná a názorná, jsou berušky s rozklady čísel. Po obdržení berušky žáci nejdříve měli najít berušku se stejným součtem těch dvou krovek. Následně se pak všichni postavili do jednoho zástupu před tabuli. Vždy ten první z toho zástupu ukázal berušku na spolužáky a řekl, které číslo se na berušku rozložilo. Ostatní žáci kontrolovali správnost, a když to bylo správně, tak se beruška proletěla zpět na místo a kontrolovala další děti již ze své lavice.



Obrázek 60 - Rozklad čísel, berušky (Zdroj: Fotografie autorka)

### 7.1.4 Počítadlo

Paní učitelka v hodině matematiky hodně jako názor využívala počítadlo, což jsem nakonec vyhodnotila jako kladné. S počítadlem pracovali při mnoha typech aktivit a nepracovala s ním vždy sama, ale hodně zapojovala i děti. Sloužil například jako názor slovních úloh, při odčítání a sčítání, rozkladu čísel, ale také jako náhrada pro ty, kteří si zapomněli pomůcky na vyučování.

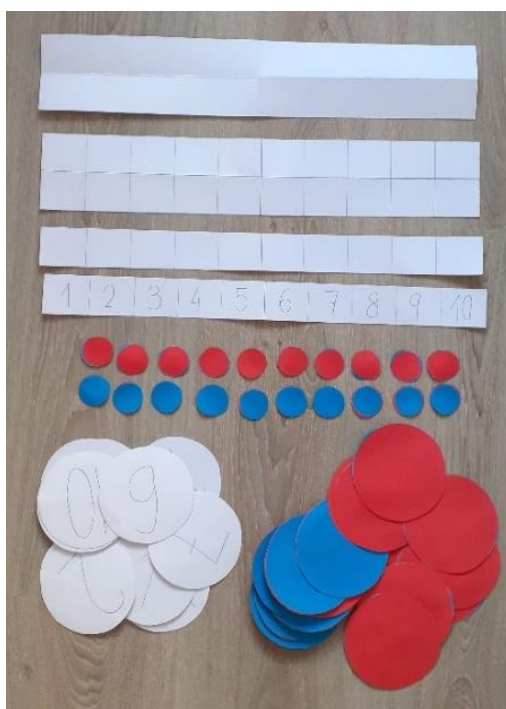
## 8 Sada vybraných modelů s typy úloh pro 1. ročník ZŠ

Z koncepce učebnic Das Zahlenbuch jsem vybrala pět modelů, které mi z již výše zmiňovaných, přijdou nejvhodnější a efektivní, a které se určitými prvky odlišují od zpracování našich řad učebnic, a mohou je tak doplnit a logicky navázat na obsah definovaného učiva dle klíčových dokumentů českého školství. U každého modelu představím typy úloh, díky nimž všichni čtenáři, kteří by chtěli tyto modely do své výuky začlenit, pochopí, jak lze s modely pracovat a jak je vhodně využít.

### 8.1 Puntíkový model

Puntíkový model provází celou řadu učebnic Das Zahlenbuch. Žáci se s ním učí pracovat již od první třídy, protože je velmi názorný a lze s ním pracovat různými způsoby napříč mnoha aktivitami.

**Vhodné pomůcky pro práci s tímto modelem.**



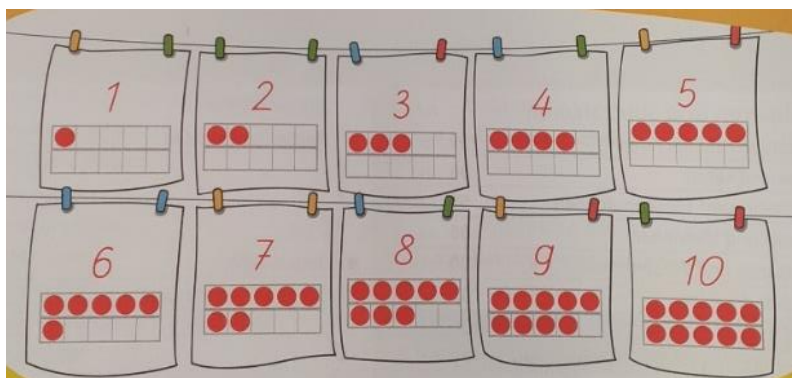
Obrázek 61 - Pomůcky, puntíkový model (Zdroj: Autorka)

- Zakrývací rozkládací okénko (Připravené z velké čtvrtky A3.)
- Papírová rozkládací tabulka, 20 okének. (Připravená z velké čtvrtky A3.)
- Papírová rozkládací tabulka, 10 okének. (Připravené z velké čtvrtky A3)
- Tabulka s čísly (Pomůcky: Čtvrtka A3)

- Oboustranné malé barevné puntíky z jedné strany červené a z druhé modré (Připravené z barvené čtvrtky)
- Oboustranné velké barevné puntíky z jedné strany červené a z druhé modré (Připravené z barvené čtvrtky)
- Velké puntíky s čísly

V následujících řádcích uvedu nejčastěji používané typy úloh dle principů Mathe 2000, které slouží pro inspiraci při práci s tímto modelem v našich podmínkách. Jeden typ úloh poté převedu také do praktické podoby, tj. do karet, které si učitelé mohou vytisknout ke svým účelům a zkusit je do jejich způsobu výuky zařadit. Vybrala jsem aktivitu pro rozklad čísel, kterému je nutné již v 1. třídě porozumět, poněvadž je to základ pro navazující učivo.

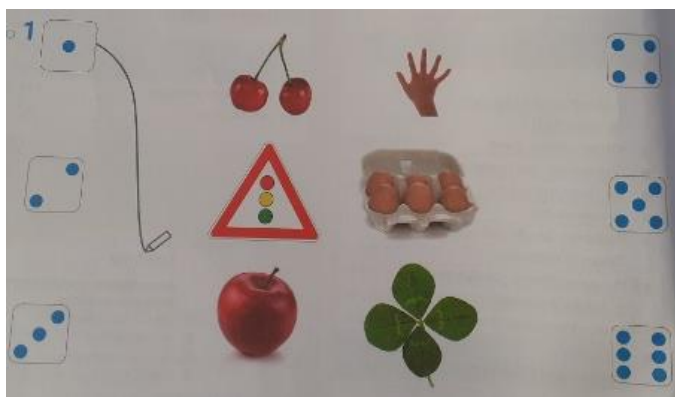
Tyto cedule je možné umístit ve třídě, aby je děti měly neustále na očích.



Obrázek 62 - Velké cedule (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

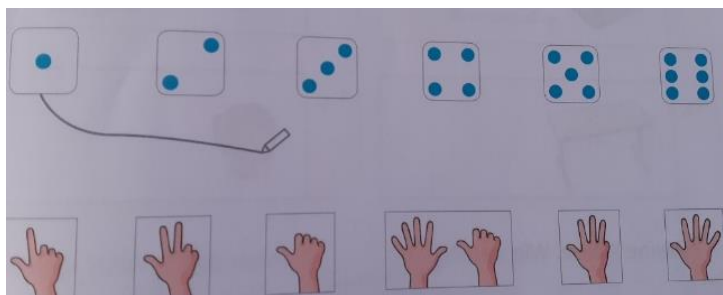
### 8.1.1 Typy úloh při práci s puntíkovým modelem:

- Přirazování puntíku dle počtu prvků daného objektu.



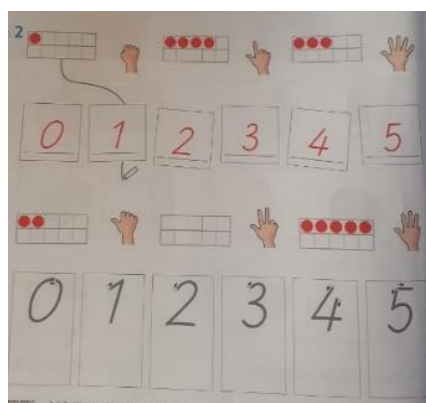
Obrázek 63 - Přirazování puntíků (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

- Propojení puntíkového modelu s modelem prstovým, s kterým se žáci seznámí jako první.



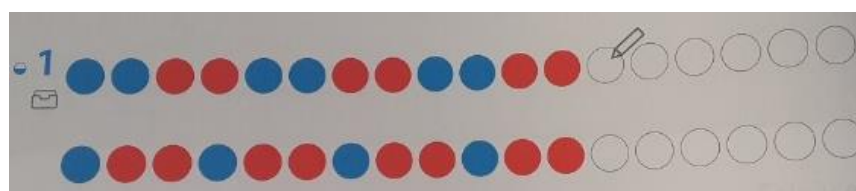
Obrázek 64 - Propojení s prstovým modelem (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

- Propojení s prstovým modelem a s psanými čísly.



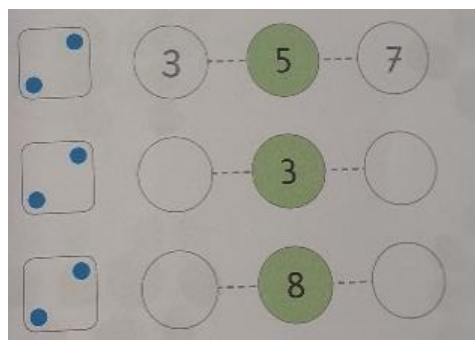
Obrázek 65 - Spojení modelů (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

- Pokračování řady dle vzoru.



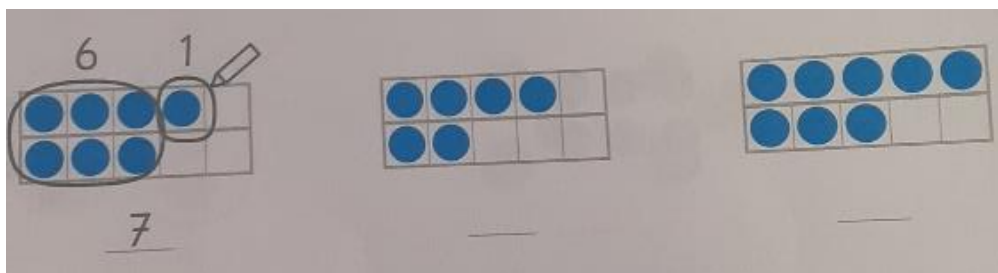
Obrázek 66 - Řada dle vzoru (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

- Dopisování čísla před zadaným číslem a po něm dle počtu puntíků.



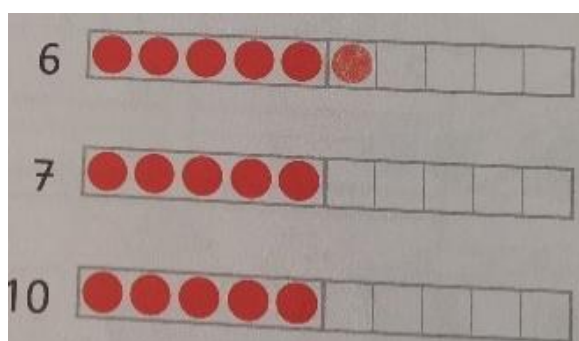
Obrázek 67 - Před a nadcházející číslo (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

- Psaní čísla dle počtu puntíků.



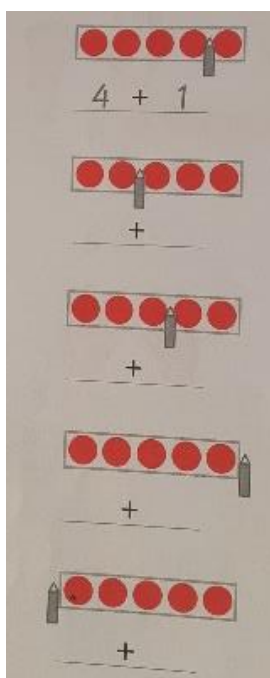
Obrázek 68 - Psaní čísel (Das Zahlenbuch 1, 2017)

- Kreslení puntíku dle daného čísla.



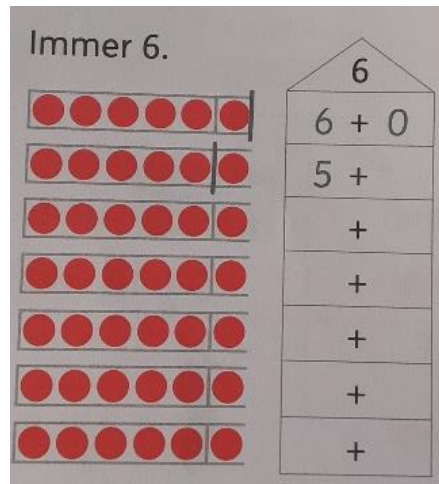
Obrázek 69 - Počet puntíků dle čísla (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

- Rozklad čísel dle umístění pastelky mezi puntíky.



Obrázek 70 - Rozklad čísla (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

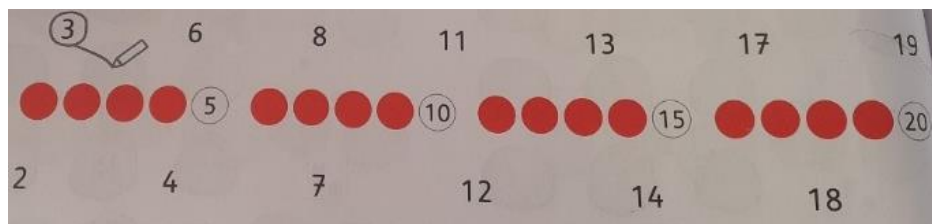
- Všechny možné způsoby rozkladu čísla umístěného na střeše.
- Tento model zpracován viz příloha 13-15.



Obrázek 71 - Všechny možné způsoby rozkladu čísla (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

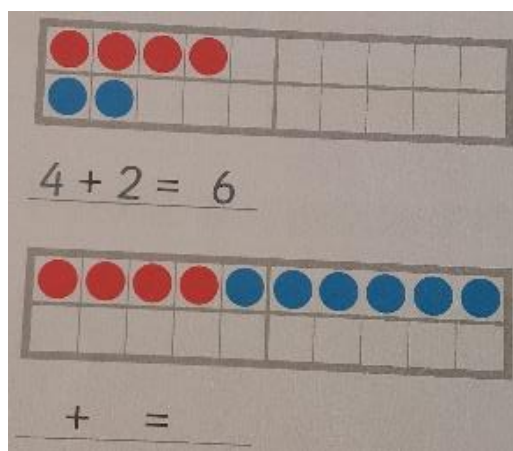
- Umisťování čísel do puntíkové řady.

Tahle aktivita se dá vytvořit i na tabuli za pomoci velkých zalaminovaných puntíků, viz pomůcky.



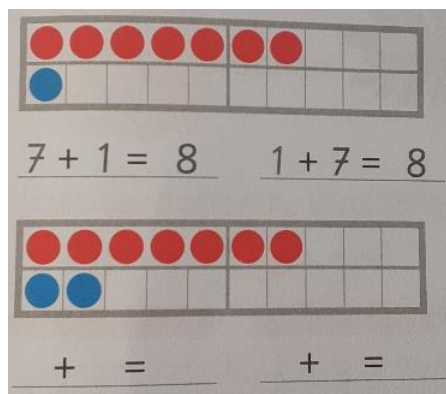
Obrázek 72 - Řada puntíků (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

- Sčítání dle barevně odlišených puntíků.



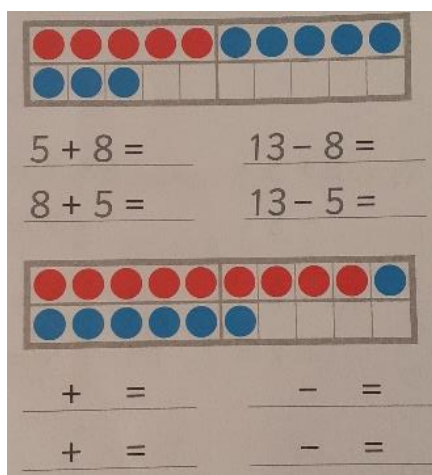
Obrázek 73 - Sčítání (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

- Uvědomění komutativního zákona při sčítání.



Obrázek 74 - Komutativní zákon (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

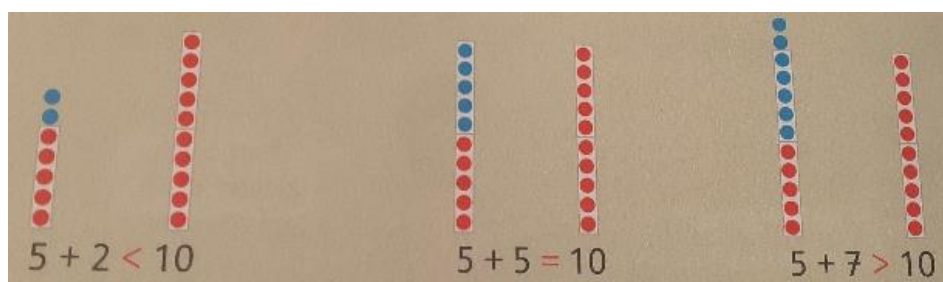
- Hledání všech čtyř vztahů v rámci jedné tabulky s puntíky.



Obrázek 75 - Hledání vztahů (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

- Porovnávání puntíků propojené se sčítáním.

Tuhle aktivitu lze ztvárnit i jako společnou pohybovou aktivitu ve třídě, kdy paní učitelka připevňuje kolečka na tabuli nebo má dopředu připravené cedule. Když se obě strany rovnají, žáci zůstanou stát. Když je pravá strana menší než ta druhá, tak si kleknou, a pokud je pravá strana větší než levá, tak se postaví se vzpaženou rukou.



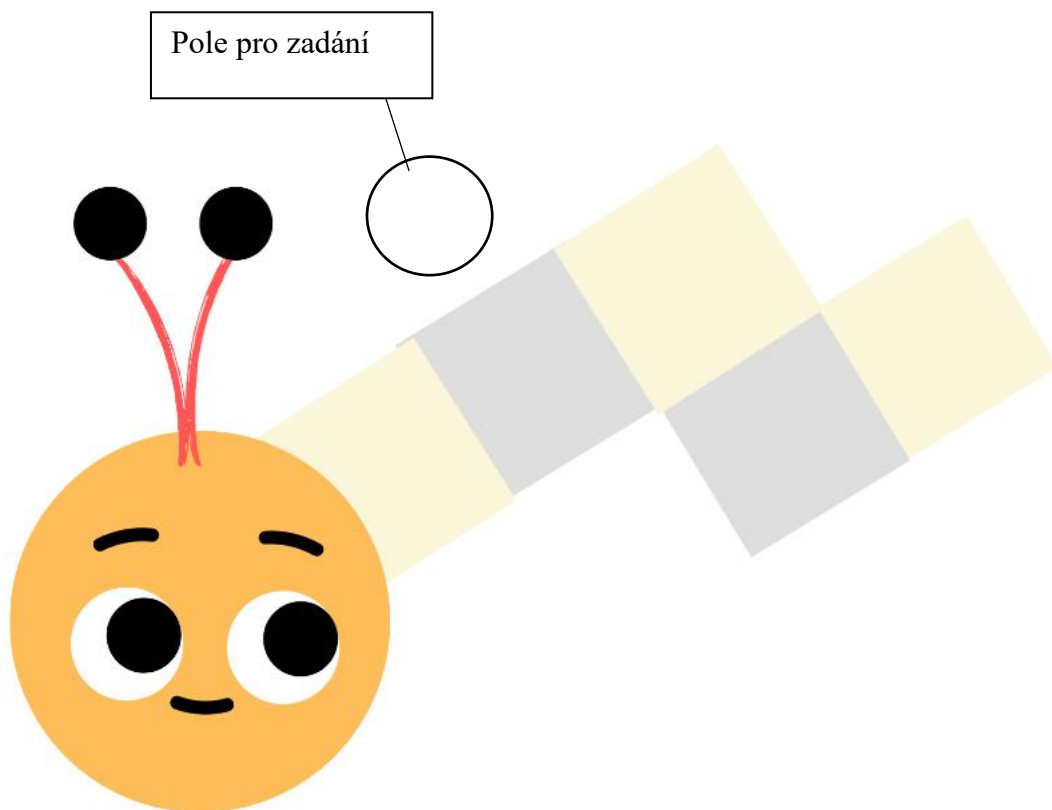
Obrázek 76 - Porovnávání stran (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

## 8.2 Model housenky

Představím ukázky pěti úloh modelu Housenek do 1. třídy ZŠ. Vytvořila jsem prázdné šablony modelu Housenky do 10 políček, aby je učitelé mohli využít ve své výuce i ve vyšších ročnících a vytvořit si vlastní, či můj zásobník do první třídy rozšířit o další. Tyhle volné šablony je možné zalaminovat a pracovat s nimi jako s mazací destičkou. Před hodinou jen učitel vymyslí příklady a předepíše je černým lihovým fixem.

### 8.2.1 Práce s modelem

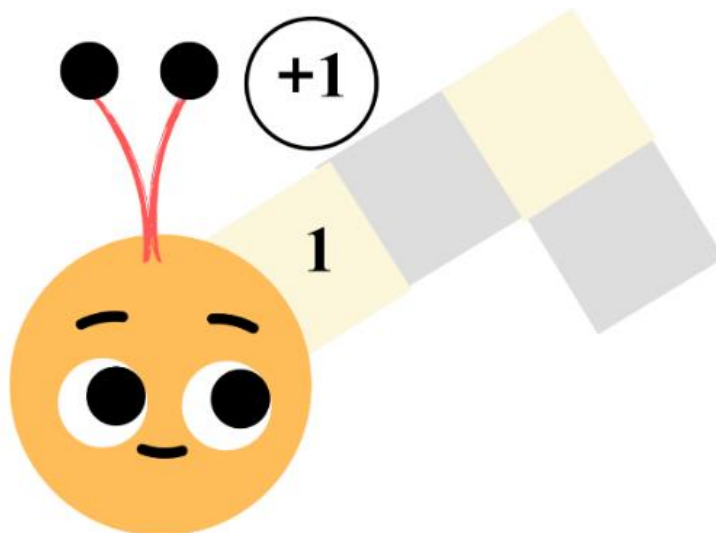
Tělo housenky tvoří řadu po sobě jdoucích čísel dle pravidla, které je zadané nebo na něj žáci musí přijít. Je více variant, jak může vypadat zadání, které uvádím níže v ukázkách úloh.





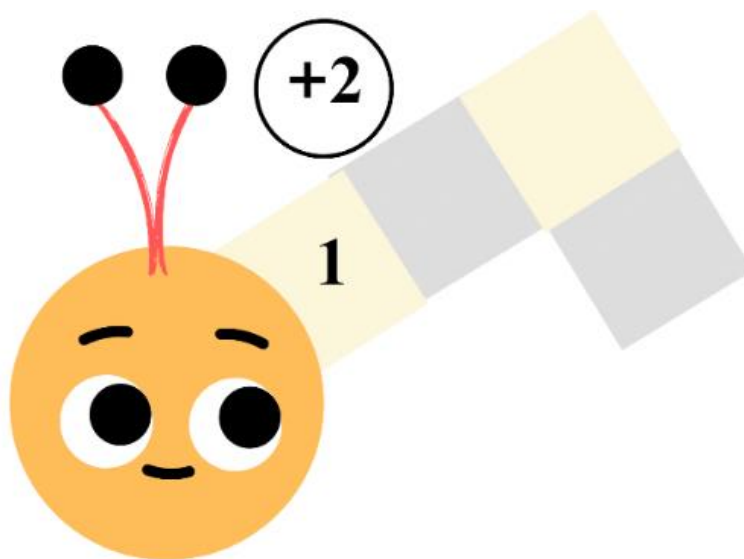
### 8.2.2 Ukázky úloh pro 1. ročník ZŠ

- Žáci mají přijít na princip dle zadání (+1) předvyplněného v poli zadání. Dále je známé první číslo v číselném řetězci (1). K číslu 1 se v číselném řetězci dále tedy přičítá číslo jedna. Celý číselný řetězec bude číselná řada 1, 2, 3, 4.



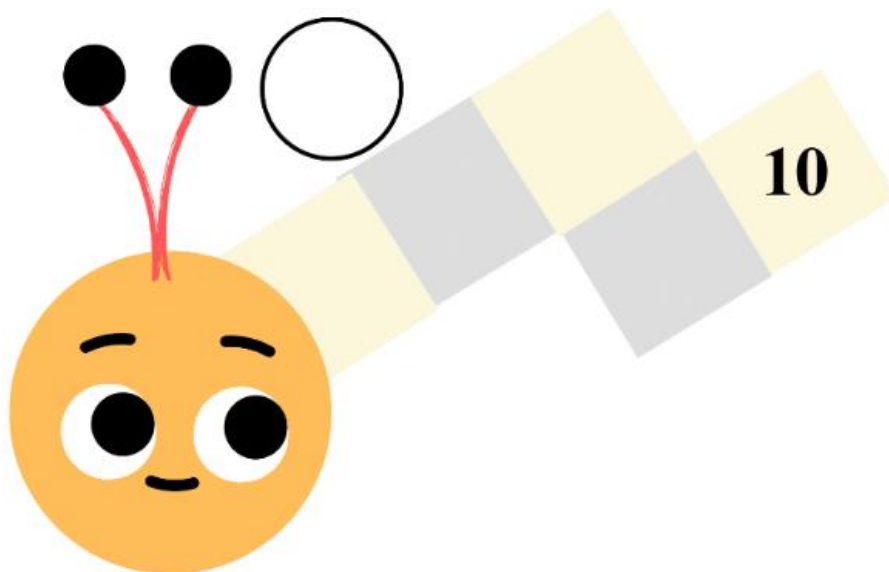
Obrázek 77 - Model Housenky, typ úlohy 1 (Zdroj: Autorka)

- Vyplnění těla této housenky je v tomto případě asi nejlehčí možné, poněvadž je konkrétní zadání, tj. že mají k prvnímu číslu (v tomto případě 1) přičítat postupně číslo 2.



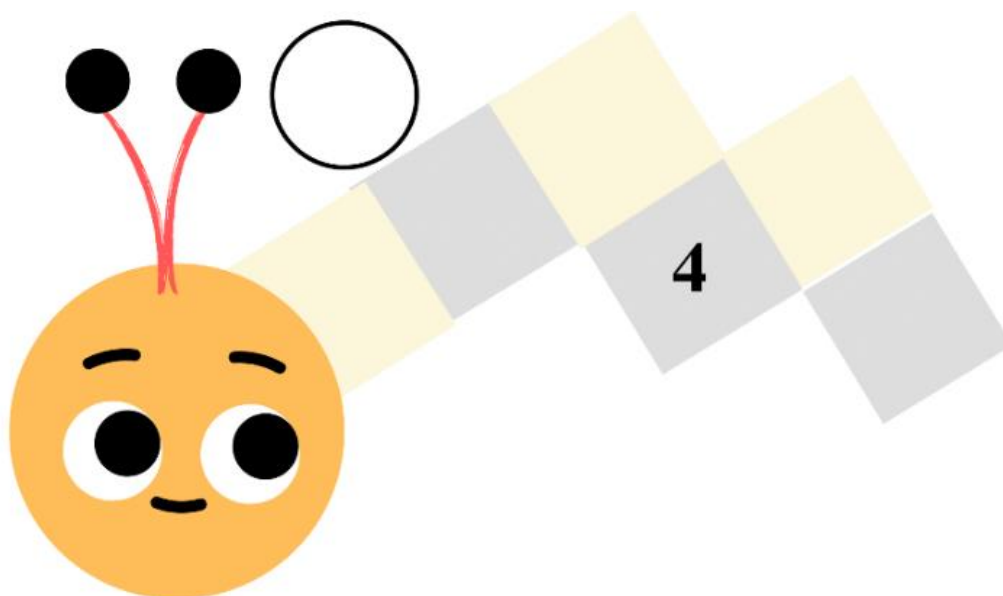
Obrázek 78 - Model Housenky, typ úlohy 2 (Zdroj: Autorka)

- Vyplnění tohoto těla je náročnější, protože je známé pouze poslední číslo. Žáci musí přijít na to, jaké je zadání, a doplnit všechna ostatní čísla v číselném řetězci.



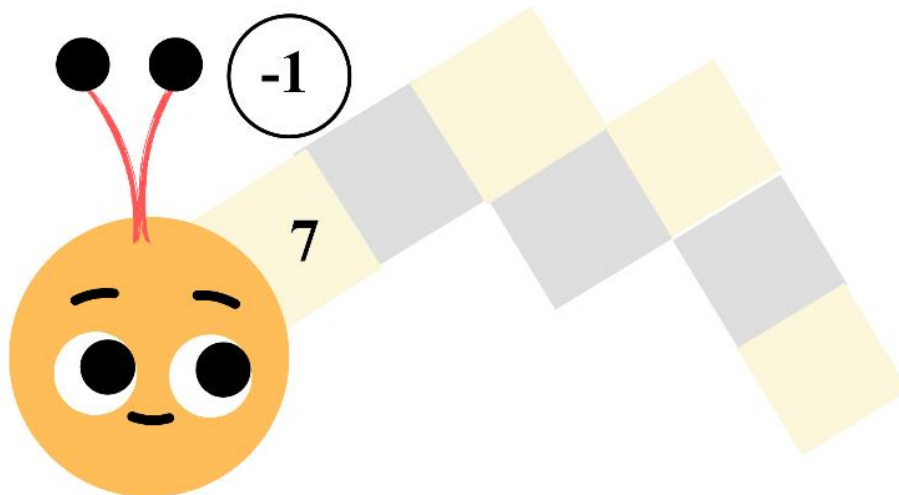
Obrázek 79 - Model Housenky, typ úlohy 3 (Zdroj: Autorka)

- Na těle je umístěné opět pouze jedno číslo, tentokrát uprostřed a na ostatní musí přijít.



Obrázek 80 - Model Housenky, typ úlohy 4 (Zdroj: Autorka)

- Tento typ je odlišný v tom, že se v zadání objevuje odčítání. Žákům tedy na těle vznikne sestupná řada čísel, kdy od čísla 7 postupně odčítají číslo 1.



Obrázek 81 - Model Housenky, typ úlohy 5 (Zdroj: Autorka)

### 8.3 Obrázkový model

#### 8.3.1 Typ úloh 1

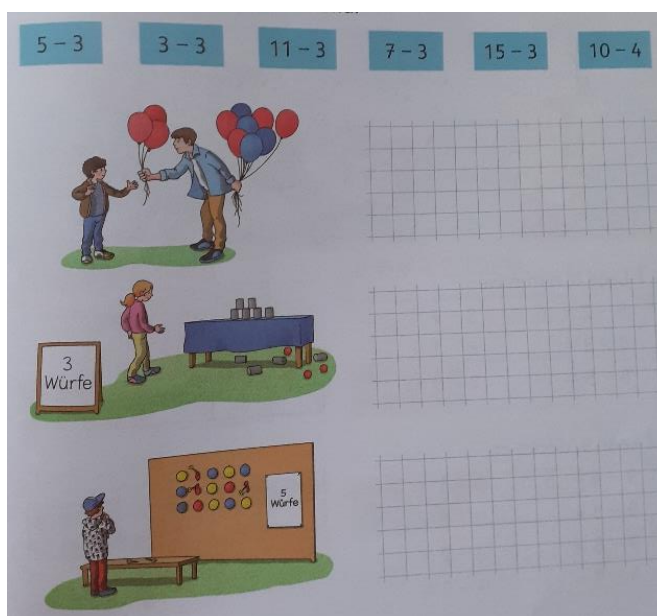
Při tomhle typu úloh obrázkového modelu má žák k dispozici pouze obrázek. Jeho úkolem je se nad obrázkem zamyslet a vymyslet co nejvíce možných příkladů, které se s obrázkem spojí. Podmínkou však je, že musí do příkladu vždy zapojit všechny objekty, které se na obrázku vyskytují. Například když na obrázku bude 8 surikat, tak nemůže napsat příklad  $5+1=6$ .



Obrázek 82 - Obrázkový model – typ úloh 1 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

### 8.3.2 Typ úloh 2

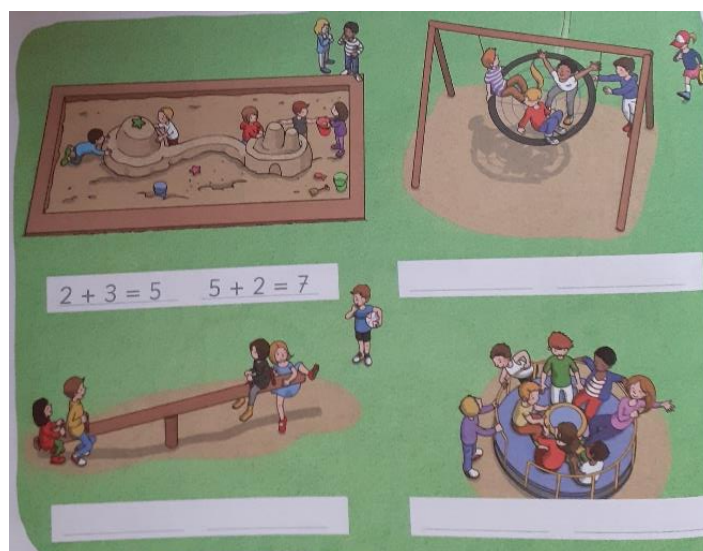
Při řešení těchto úloh žáci dostanou sadu více obrázků, ke kterým je uveden výčet příkladů. Žáci mají rozřadit dané příklady k jednotlivým obrázkům dle vztahů, které lze na obrázku vypočítat.



Obrázek 83 - Obrázkový model – typ úloh 2 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

### 8.3.3 Typ úloh 3

U poslední možnosti žáci dostanou opět sadu více obrázků, přičemž u prvního z nich je uvedený vzor, dle kterého se žáci mají řídit a postupovat tak při vymýšlení příkladů k obrázkům následujícím.



Obrázek 84 - Obrázkový model – typ úloh 2 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

## 8.4 Peněžní model

Tento model je velmi názorný a umožní žákům se setkat s hodnotou peněz, poněvadž někteří nemají v reálném životě moc příležitostí a v životě je finanční gramotnost velmi důležitá, proto je vhodné peněžní model do výuky zařazovat, aby si vytvářeli již v útlém věku určitou představu.

Předkládám zde typy úloh inspirované projektem Mathe 2000, které ukazují, jak lze s modelem pracovat na vybraných cvičeních. V druhé části vkládám dva pracovní listy těch samých úloh, ale takové, které se dají přímo zařadit do výuky v našich podmínkách, poněvadž se v nich vyskytují pouze české koruny.

### 8.4.1 Typ úloh 1

V tomto typu se žáci vydávají „nakupovat do obchodu“. Ve cvičení 1,2 a 3 mají žáci za úkol vyjádřit mincemi, kolik zaplatí za dané předměty. Ve cvičení 4 a 5 je to naopak, kdy mají žáci zadáno, kolik utratili a jejich úkolem je nakreslit takové předměty do rámečku dle obrázku, které jim dohromady dají přesnou částku, která je uvedena. V posledním cvičení jsou obě políčka správná, žáci tedy mají znázornit celý nákup, musí však korespondovat s obrázkem.



Obrázek 85 - "Nákup" (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

### 8.4.2 Typ úloh 2

Podobný typ úloh je i na dalším listě, kde už ale musí více počítat. Ve cvičení 7,8,9,10 jsou ukázány výrobky, které si žák koupil, a také peníze, které dal paní prodavačce. Jeho úkolem je napsat do odpovědi, kolik mu paní prodavačka vrátila korun. Ve cvičení 11 a 12 je zobrazený předmět, který si koupil, a také je uvedeno, kolik peněz dostal nazpět. Jejich úkolem je příklad vyřešit a nakreslit do rámečku sumu v bankovkách či mincích, kterou musel prodavačce dát předtím, než mu vrátila nazpět. Ve 13. a 14. cvičení je zadání opačné, kdy mají nakreslit zakoupený produkt.

7 Ich kaufe: Ich gebe: Ich bekomme 1 Euro zurück.

8 Ich kaufe: Ich gebe: Ich bekomme Euro zurück.

9 Ich kaufe: Ich gebe: Ich bekomme Euro zurück.

10 Ich kaufe: Ich gebe: Ich bekomme Euro zurück.

11 Ich kaufe: Ich gebe: Ich bekomme 10 Euro zurück.

12 Ich kaufe: Ich gebe: Ich bekomme 3 Euro zurück.

13 Ich kaufe: Ich gebe: Ich bekomme 3 Euro zurück.


14 Ich kaufe: Ich gebe: Ich bekomme 11 Euro zurück.

Obrázek 86 - Peněžní model (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

### 8.4.3 Typ úloh 3

Žáci se v běžném životě setkají i s dalšími typy úloh, kdy na prvním obrázku je zobrazena situace ze zábavného parku. S takovou tabulkou se však setkáváme denně, ať už se jedná o plavecký bazén či lyžařský areál. V prvním cvičení mají spočítat sumu, kterou určitý počet členů rodiny musí za vstupné do parku zaplatit. Ve druhém cvičení mají dopsat další částky dle počtu dětí či dospělých. Ve třetím cvičení je jejich úkolem vyřešit slovní úlohy. Tento typ úloh je ale možné v našich podmínkách zařadit ve vyšších ročnících, poněvadž u nás se platí českými korunami a málokterý vstup do podobného typu zařízení bude stát do 10 Kč, tudíž by žáci nebyli schopni úlohy vyřešit.

Mit Geld rechnen



1 Achterbahn: Wie viel Euro müssen die Familien bezahlen?

Fahrpreis Erwachsene 4 € Kinder 2 € Fahrticket 2 €	Fahrpreis Erwachsene 4 € Kinder 2 € Fahrticket 2 €	Fahrpreis Erwachsene 4 € Kinder 2 € Fahrticket 2 €	Fahrpreis Erwachsene 4 € Kinder 2 € Fahrticket 2 €
---	---	---	---

10 €


2 Achterbahn

Kinder	1	2	3	4	5	6
Preis	2 €	4 €				
Erwachsene	1	2	3	4	5	6
Preis	4 €	8 €				

3 Familie Berg bezahlt für:  
3 Kinder 6 €  
2 Erwachsene \_\_\_\_\_  
zusammen \_\_\_\_\_

4 Familie Gode bezahlt für:  
2 Kinder \_\_\_\_\_  
1 Erwachsener \_\_\_\_\_  
zusammen \_\_\_\_\_

Obrázek 87 - Situace – zábavný park (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)



5 Familie König bezahlt für:  
4 Fahrten Achterbahn \_\_\_\_\_  
2 Luftballons \_\_\_\_\_  
zusammen \_\_\_\_\_

6 Familie Otte bezahlt für:  
2 Kaffee \_\_\_\_\_  
2 Eis \_\_\_\_\_  
zusammen \_\_\_\_\_

7 Lena, Tom und Luis bezahlen:  
3 Fahrten Karussell \_\_\_\_\_  
1 Saft \_\_\_\_\_  
1 Teddy \_\_\_\_\_  
zusammen \_\_\_\_\_

8 Max und Ali bezahlen 15 Euro.  
\_\_\_\_\_ Fahrten Karussell \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ Eis \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ Teddy \_\_\_\_\_  
zusammen 15 €

Obrázek 88 - Stánek s pochutinami (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

## 8.5 Loupežnická hra

Tento model je formou didaktické hry, které jsou ve vyučování matematice na 1. stupni ZŠ též důležité. Jelikož ale učebnice Das Zahlenbuch je trochu odlišně koncipovaná než učebnice v našich podmínkách, tak jsem ji ještě o něco rozšířila, aby odpovídala více i naší koncepci vzdělávání.

### 8.5.1 První Verze – typ 1

Tato verze Loupežnické hry je určena těm nejmenším, poněvadž cílové číslo je číslo 10. V řadě učebnic se vyskytuje jen verze, kdy konečné číslo je 20. Na tomto modelu se děti mohou učit řady čísel či sčítání a odčítání bez přechodu přes 10. Začáteční pozice je v hnědé díře. Před samotnou hrou ji lze využít pouze jako názornou pomůcku, kdy každý žák s ní pracuje samostatně a pohybuje se figurkou po kamenech jako po číselné řadě nebo si může postavit figurku na jedno konkrétní číslo a určit, jaké číslo danému číslu předchází a jaké následuje

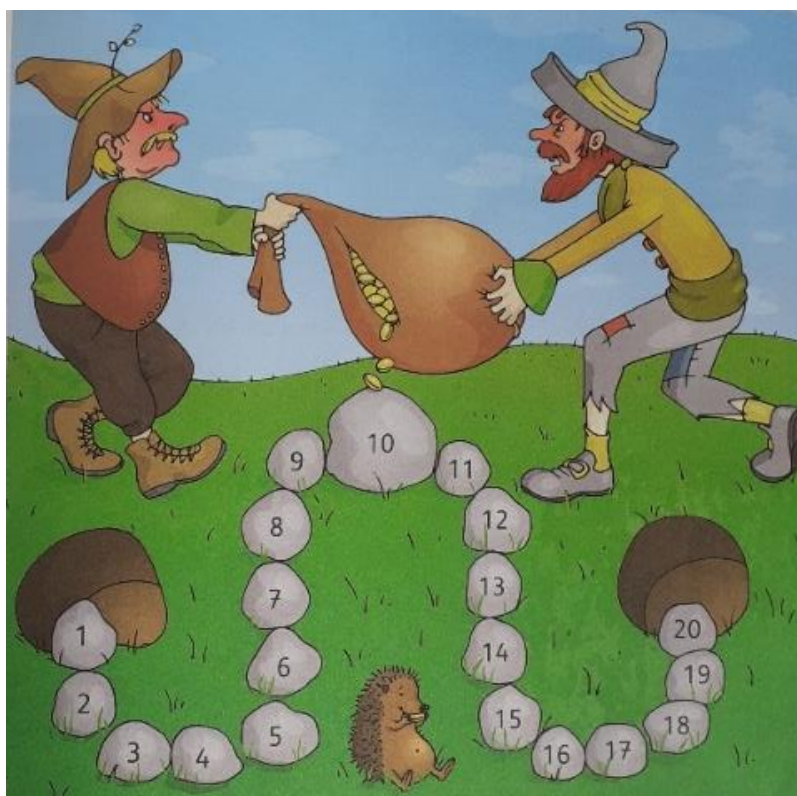


Obrázek 89 - Loupežnická hra varianta 1-1 (Zdroj: Autorka)



### 8.5.2 První verze – typ 2

Obměnou této verze je její pokračování, kdy posledním číslem je číslo 20. U nás ji lze využít ve 2. ročníku základní školy, zatímco verzi první spíše v 1. ročníku základní školy. Pracuje se s ní stejným způsobem, jen se mohou objevit náročnější příklady s přechodem přes desítku a žáci už musí umět počítat do 20.



Obrázek 90 - Loupežnická hra – varianta 1-2 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

### 8.5.3 Druhá verze – typ 1

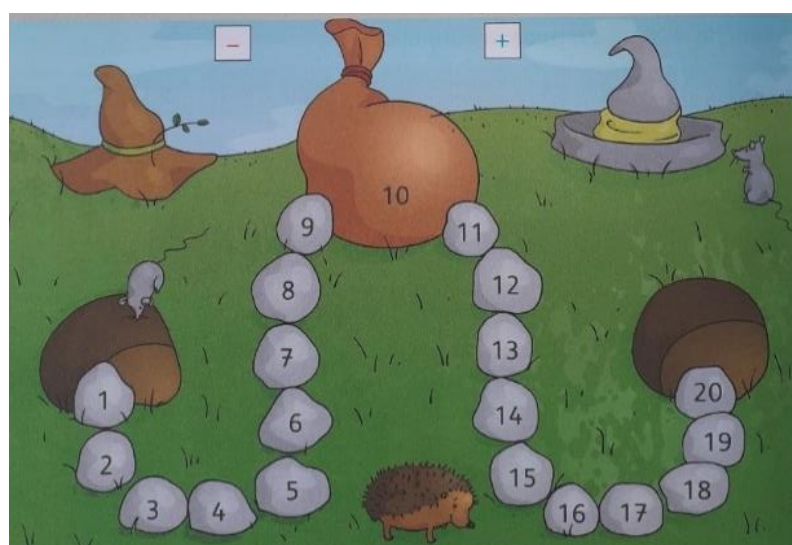
Cílem druhé varianty této hry je se udržet na pokladu. Žáci si postaví figurky na poklad, tj. na políčko číslo 5. K této hře jsou zapotřebí dvě hrací kostky, jedna červená a druhá modrá (Je možné vyrobit společně papírové o pracovních činnostech.). Na začátku hry si žáci nebo učitel určí počet kol za hru. Vedle na papír si dle počtu kol předpřipraví čárky (Případně učitel vyznačí na tabuli.) a každé kolo jednu čárku škrtnou. První hod se začíná modrou kostkou. Modrá kostka určuje, o kolik políček se hráč posune směrem do kladného modrého pole. Poté pokračuje druhý hráč (Případně i další, pokud by se hrálo ve větších skupinách.), který hází též modrou kostkou a posouvá se do kladného pole. Další kolo se hází červenou kostkou, ta určuje, o kolik políček se vrátí hráč zpět směrem do záporného červeného pole. Takto se pokračuje až do toho počtu kol, které si žáci na začátku určili. Vítězí ten hráč, který stojí přímo na pokladu nebo ten, který mu je blíže.



Obrázek 91 - Loupežnická hra varianta 2-1 (Zdroj: Autorka)

#### 8.5.4 Druhá verze – typ 2

Tato verze druhé varianty se hraje úplně stejně, jen s tím rozdílem, že se začíná na poli číslo 10 a jsou v této hře čísla od 0 až do 20.



Obrázek 92- Loupežnická hra – varianta 2-2 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)

## 9 Realizace

Výzkumné šetření jsem realizovala během souvislé praxe, kterou jsem absolvovala v prvním ročníku ZŠ, právě kvůli mé diplomové práci. Moje představa se bohužel odlišovala od reality, poněvadž bylo velmi náročné takhle v průběhu roku vstoupit do hodin matematiky s novými modely, vzhledem k množství učiva, které bylo potřebné stihnout odučit. Nicméně jsem se tomu přizpůsobila a vybrala jsem si tři modely, na které jsem se zaměřila více, a to housenky, loupežnickou hru a peněžní model, poněvadž ty se v jejich učebnici nevyskytovaly a ty jsem testovala. Dále jsem žáky seznámila i s modelem obrázkovým a puntíkovým. Jsem si ale jistá, že i ostatní modely by byly pro žáky přínosné, ale museli by si zvyknout s nimi pracovat, což nebylo realizovatelné.

### 9.1 Práce dětí

#### 9.1.1 Puntíkový model

Puntíkový model pro žáky nebyl úplně nový, poněvadž žáci používají učebnici Matýskova matematika (Doležalová, Novotný, Novák, 2019), ke které má každý žák k dispozici papírové dopočítadlo a papírovou kostku s červenými a modrými puntíky. Mně to usnadnilo práci v tom, že jsem nemusela vytvářet každému žákovi puntíky zvlášť.

Tento model jsme využili k nácvičku na číselné řady. Na tabuli jsem umístila velké puntíky, které jsem dala všechny modrou stranou dolů. Když jsem je na tabuli umístovala, tak žáci počítali se mnou, puntíků bylo celkem 10. Jakmile jsem je už měla všechny připevněné, tak jsem na tabuli napsala libovolně čísla od 1 do 10. Postupně jsem vyvolávala žáky k tabuli a přiřazovali čísla od 1 do 10 k puntíkům, pomocí šipky. Po této aktivitě jsem vyvolávala další žáky a řekla jsem jim vždy instrukci, jaké číslo (kolikátý červený velký puntík) mají otočit. Když žák puntík otočil, tak byl puntík modrý. Zadávala jsem vždy taková čísla, aby nám to tvořilo jakýsi motiv té dané číselné řady. Když už bylo zřejmé, jak by řada dle tohoto vzoru měla pokračovat, tak už jsem jen vyvolala žáky bez zadaných instrukcí a oni se měli zamyslet nad tím, které puntíky otočí, aby řada pokračovala správně.

Následně jsem si ověřila pochopení tohoto modelu cvičením, které jsem vybrala přímo z učebnice *Das Zahlenbuch 1.* (Wittmann, Müller, 2017) Každý žák pracoval sám. Jejich úkolem bylo dokončit tyto puntíkové řady dle zadání a v posledním řádku zkusit vymyslet vlastní.



*Obrázek 93 - Řady puntíků, samostatná práce (Zdroj: autorka)*

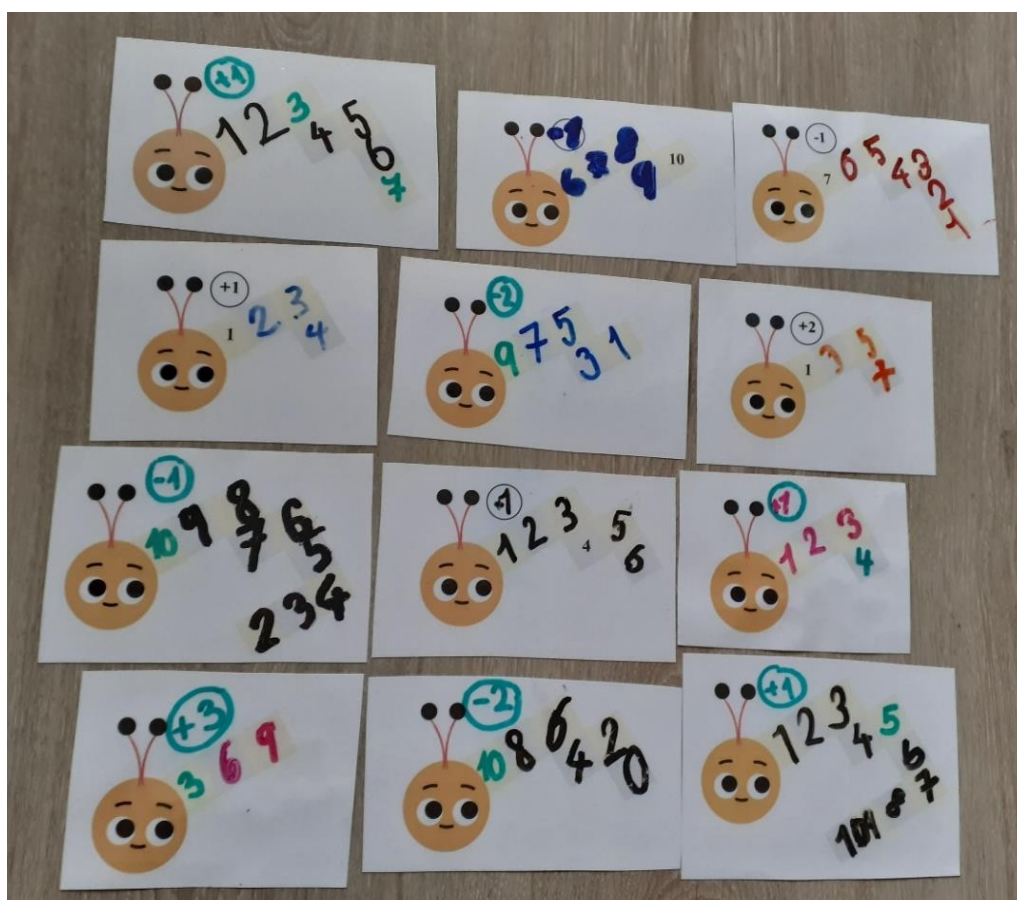
### **9.1.2 Model Housenky**

Tímto modelem jsem navázala na předchozí puntíkový model, který nám sloužil pro nácvik početních řetězců, který se právě vyskytuje v modelu Housenky. Na praxích jsem model realizovala na konci hodiny, v průběhu pro zpestření nebo jako práci navíc pro rychlé žáky. Tělo housenky představuje početní řetězce čísel dle určitého řádu vzhledem k zadání. Hrozně se mi líbilo, jak nad tím žáci přemýšleli. Přišlo mi, že je to pro ně něco zcela nové a snažili se vždy na řešení přijít. Žáky jsem seznámila s modelem tak, že jsem si na začátku hodiny nakreslila a připravila tři housenky na tabuli s různým typem jejich zadání. Během nebo na konci hodiny, dle potřeby, jsem tabuli otevřela a žáci si postupně housenky překreslovali na jejich mazací destičku, aby pochopili všichni ten princip při různém zadání. Když si žáci mysleli, že na řešení přišli, tak zvedli tabulku nad hlavu a já jsem měla možnost okamžité kontroly a poskytnutí zpětné vazby.

Jakmile jsme měli model už více osvojený, tak jsem žákům připravila karty s housenkami (viz Příloha 1-3), na které jsem vždy před hodinou napsala různá zadání. S modelem jsme pracovali buď všichni společně, nebo si žák mohl vzít kartu, když byl s určitým úkolem hotový dříve než ostatní. Po vyplnění mi žák housenku ukázal a já zkontrolovala správnost řešení.

Po prvním představení karet a jejich vyzkoušení jsem se žáků zeptala, jak moc se jim tento typ úloh líbil. Když se jim líbil hodně, tak měli zvednout ruku nahoru, když vůbec, tak paži připažit k tělu, a když tak napůl, tak dát ruku před sebe do vodorovné polohy. Byla jsem opravdu překvapená, že všichni žáci měli zvednuté ruce nahoru a chtěli ještě další karty. Ještě jsem se raději přesvědčila, jestli se jim model opravdu tolik líbil. Zeptala jsem se jich, jestli by se jim líbilo mít takové úlohy v hodinách matematiky častěji a oni odpověděli, že opravdu moc, tak jsem byla moc mile potěšena.

Na obrázku 94 je ukázka housenek vyplněných dětmi. Buď je zadání přímo na housenkách natištěno nebo je napsané zeleným fixem.



Obrázek 94 - Ukázka vyplněných housenek dětmi (Zdroj: autorka)

### 9.1.3 Peněžní model

S peněžním modelem jsem pracovala v průběhu celé praxe. Do třídy jsem přinesla každému žákovi jakousi peněženku s mincemi s hodnotami dle jejich učebnice Matýskova matematika (Doležalová, Novotný, Novák, 2019), abychom je mohli využít při úlohách, které jsme museli probrat, aby paní učitelka stíhala učivo. Peněženku jsem vyrobila z plastových uzavíratelných sáčků a peníze jsem zalaminovala a vystříhla.

Když jsem přinesla model do třídy poprvé, tak jsem to opravdu chtěla vzdát, protože s tím děti opravdu měly velký problém a ze začátku nechápaly, jak to mají využívat. Například jsem řekla, ať si dají do peněženky jen deset jednokorunových mincí. Někdo si stále nechal všechny mince v peněženke, jiný si do ní vložil 10 Kč, ale s mincemi jiných hodnot, atd.. Tento model vyžadoval opravdu hodně úsilí, ale v průběhu praxí se s ním většina dětí naučila pracovat a myslím, že jim to pomáhalo a sloužilo jim to jako názor při slovních úlohách.

Pracovali jsme s ním tak, že jsme vždy šli do pomyslného obchodu, kde jsme měli určité předměty s cenou a pracovali jsme s úlohami vztahující se na tyto předměty. Následně jsem po žácích chtěla, aby vymýšleli i jiné slovní úlohy, ale založené na stejném principu, který se v učebnicích vyskytoval. Na konci jsem vždy ještě říkala instrukce, kolik peněz si mají dát do peněženky, kolik korun jim zbyde, když měli v peněženke 5 Kč, ale za 2 Kč si koupili lízátko nebo ať si nechají jen určitou hodnotu peněz v peněženke a ostatní si dají stranou

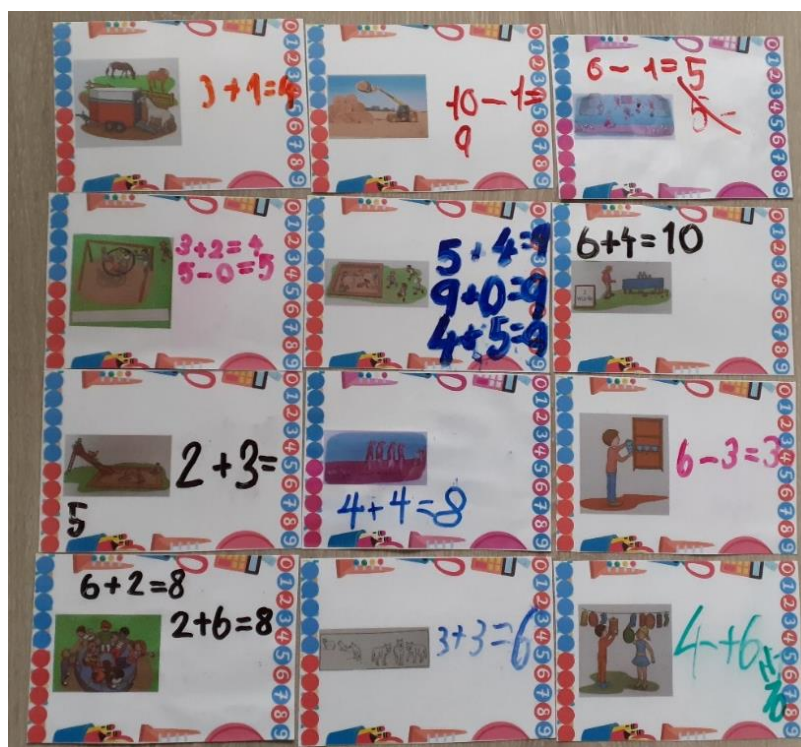
Na konci praxí jsme toto naše společné úsilí zakončili skupinovou prací, kdy žáci pracovali s tímto modelem ve skupinách o čtyřech až pěti členech. Vytiskla jsem různé předměty, ke kterým jsem napsala cenu. Rozmístila jsem je před tabulí, kde se nacházel náš pomyslný obchod. Následně jsem vždy řekla nějakou sumu, za kterou musí jít nakoupit a nesmí jim v peněženke nic zbýt. Žáci ve skupinách si měnili role, vždy jeden z nich byl zapisovatel, který zapisoval dané sumy předmětů a sčítal, kolik jim ještě chybí do zadané sumy nebo jestli už překročili limit a musí nějaký nakoupený předmět vrátit zpět do obchodu či ho vyměnit za jiný, levnější nebo dražší. Ostatní ze skupiny chodili k tabuli a nosili předměty zapisovateli a volba strategie už byla na žácích. Tato aktivita splnila účel a věřím, že tím žáci alespoň trochu získali finanční gramotnost. S tímto modelem jsem sice pracovala s jejich učebnicí Matýskova matematika (Doležalová, Novotný, Novák, 2019), ale propojila jsem to právě s tím názorem, který jsem prováděla na základě principů z projektu Mathe 2000.

#### **9.1.4 Loupežnická hra**

Tuto hru lze v první třídě využít jen do pole číslo 10, protože žáci v našem českém prostředí ostatní čísla ještě neznají, tudíž jsem měla omezené možnosti. Nicméně i tak jsme s ní soustavně v hodinách pracovali. Nejprve jsem žákům do dvojic poskytla celou vytištěnou hru a řekla jsem jim, že se k ní v průběhu praxí budeme vracet. Žáci měli v sešitě cvičení na vyplňování řad čísel, tak jsem jim řekla, ať zkusí k tomu využít tu hru a postupovat po kamenech. Někteří žáci se hlásili a říkali mi, že hru nepotřebují, že už to znají, ale jiní začali vnášet námítky, že oni ji ale využívají a že jim to pomáhá. Měla jsem radost, že někteří žáci se v těch řadách díky tomu lépe orientují a zároveň jsem respektovala ty, pro které to už byl krok zpět, to jsem považovala jako naprosto v pořádku. Další hodinu jsem k loupežnické hře vytiskla číselné řady na kamenech přímo z té hry a jejich úkolem bylo číselné řady doplnit. V poslední činnosti žáci pracovali ve dvojicích a zahráli si tu hru. Pohybovali se figurkami po hře a začínali oba na prvním políčku, jejich cílem bylo se jako první dostat k pokladu na políčko číslo 10. Muselo jim to však vyjít přesně na to políčko, tudíž když se dostali dál, tak se jejich tah nepočítal a zůstali stát na místě. Všichni žáci si svůj tah zaznamenávali na mazací tabulku formou příkladů a následně mi ukázali jejich průběh. Ke hře jsme se vraceli a na začátku či na konci hodiny jsme si tuto variantu hry zahráli.

### 9.1.5 Obrázkový model

K obrázkovému modelu jsem si připravila karty (viz Příloha 4-6), do kterých jsem použila přímo obrázky z učebnice Das Zahlenbuch 1. (Wittmann, Müller, 2017) Karty jsem zalaminovala, tudíž žáci mohli lihovým fixem psát přímo na ně. Každý žák obdržel jednu kartu s obrázkem. Jejich úkolem bylo napsat do volné kolonky na kartu příklady, které jsou s daným obrázkem spojené. Zjistila jsem, že při tomhle modelu je opravdu důležitá důsledná kontrola. Uvedu zde jeden příklad, kdy žák měl na obrázku dítě, které si koupilo 3 balónky od prodavače, kterému zbylo po koupi dítěte 8 balónků. Žák napsal správnou početní operaci, a to  $8+3=11$ , což znamenalo, že měl prodavač na začátku 11 balónků. Pod tím ale žák napsal další dva příklady, které obsahovaly číslo 11 ( $11+0=11$ ,  $11-1=10$ ), nicméně se však s obrázkem nespojovaly. V tomto případě bylo nutné žáka upozornit, že příklady má správně vypočítané, ale přijít společnými silami na to, že 0 a 1 s obrázkem v tomhle případě nesouvisí.



Obrázek 95 - Ukázka vyplněných obrázkových karet žáky (Zdroj: autorka)

Při hodnocení tohoto modelu žáci opět zvedli ruku nahoru, což znamenalo, že by se jim líbilo pracovat v hodinách matematiky s těmihle kartičkami více.

Tyto karty měli opět vždy v hodině k dispozici při rychlém doděláním nějaké činnosti, nebo jsem je zařadila na začátek či na konci hodiny ve zbylém čase.



## **9.2 Reakce paní učitelky**

### **9.2.1 Puntíkový model**

Puntíkový model nebyl pro paní učitelku úplně nový, ona sama ho v hodině matematiky používala, ale jen při rozkladu čísel, kdy k tomu měli všichni žáci u sebe v lavicích destičku rozdělenou na dva sloupce, do kterých žáci dané číslo rozdělovali různým způsobem, co šel. Při řešení slovních úloh jim sloužil jako názorná ukázka. Moje ukázka práce s modelem při nácvičku na početní řetězce jí přišla velmi zajímavá a účinná. Kladně hodnotila i velké oboustranně zbarvené puntíky, které sloužily jako větší model při ukázce úloh na tabuli.

### **9.2.2 Model Housenky**

Tento model paní učitelce přišel velmi zajímavý a ona sama ho neznala. Prý bylo vidět, jak to děti nadchlo a že je to pro zpestření výuky vhodná aktivita, ale že to pro ně bylo těžší vzhledem k tomu, že to neznali. Následné vyplňování již předpřipravených housenek hodnotila jako velmi užitečné a že číselné řady opravdu děti musí procvičovat neustále, že to některým stále dělá problémy.

### **9.2.3 Peněžní model**

Peněžní model přišel paní učitelce velmi názorný a říkala mi, že by to na začátku dětem jistě jako názor pomohlo, kdyby se s tím od samotného začátku pracovalo pravidelně. Doporučila mi ještě jednotlivé mince od sebe odlišit barevně, a to z toho důvodu, aby se to paním učitelkám lépe kontrolovalo, protože by i na dálku poznaly, jestli to děti mají správně či nikoliv. Například vystřihnuté jednokoruny a dvoukoruny jsou na první pohled z větší vzdálenosti téměř nerozeznatelné.

### **9.2.4 Loupežnická hra**

Paní učitelce to přišlo pro vylepšení představy vhodné, ale že bylo vidět, že někteří děti to spíš zdržovalo, že byly už o krok dál, ale že kdyby se to začalo používat už od začátku, tak by to rozhodně na škodu nebylo. Každopádně podotkla, že využití to jistě má, ať už jen chozením figurkou po hře či při zakrytí určitého čísla na cestě k pokladu a psát čísla okolo toho zakrytého.

### **9.2.5 Obrázkový model**

Názor paní učitelky je stoprocentní ano, že je obrázkový model ve výuce opravdu důležitý. Nicméně podotýkala, abych prováděla opravdu důslednou kontrolu všech karet, a když žáci vymysleli příklad, který nesouvisí s obrázkem, tak je navést správným směrem, aby vymysleli nový již správný příklad. Také navrhla, že by jí přišlo i vhodné, na některé obrázky napsat jen jeden příklad a žáci by vymýšleli další příklady dle obrázku pouze s použitím těchto čísel.

### 9.3 Vyhodnocení

Výzkumné šetření neproběhlo úplně dle mých představ, poněvadž je velmi náročné zasahovat do výuky paní učitelce v prvním ročníku. Na druhou stranu si myslím, že to až tolik nevadilo, protože kdyby se s dětmi pracovalo systematicky s danými modely, tak by to obnášelo velký přínos pro žáky, což mi ukázali pomalejší žáčci, kterým jsem představila Loupežnickou hru. Ti žáci, kteří už dané učivo zvládali, tak mi tuto didaktickou pomůcku vrátili, ale ti, kteří si ještě nebyli jistí, tak se sami ozvali, jestli by si ji mohli nechat, že jim to pomáhá a z toho jsem měla velkou radost a upevnilo to mou víru v tyto modely. Peněžní model se mi do výuky začlenit podařilo a bylo přínosné pozorovat, jak si žáci postupně na model při systematické práci s ním navykli. Model housenek žáky moc bavil a na praxích jsem ho zařazovala na konec hodiny nebo pro rychlejší žáky. Ačkoliv jsme puntíkový model použili pouze pro nácvik na početní řetězce, tak se mi velmi osvědčil a měl by mít ve výuce matematiky své místo. Určitě velmi kladně hodnotím oboustranné zbarvení puntíků, které velmi dobře funguje pro názornější představu. Obrázkový model je skvělý a dá se vymyslet opravdu mnoho takových karet s obrázky, i třeba s aktuálnějšími tématy dětí v daný moment, aby je vymýšlení matematických vztahů ještě více bavilo. Mrzí mě, že jsem na praxích nemohla vyzkoušet více modelů, ale potvrdilo se mi, že všechny modely, které jsem představila, jsou vhodné a lze je do našich podmínek vzdělávání začlenit.

### 9.4 Návaznost na další ročník

Podstata těchto učebnic tkví právě v provázanosti učiva napříč ročníky až do čtvrté třídy, tudíž mým cílem je i představit ty samé modely do vyučování matematiky v druhém ročníku základní školy. V zásobníku modelů pro 1. ročník ZŠ je vždy uveden princip modelu, který si učitel může přizpůsobit učivu a s tím související náročnosti. Všechny zmíněné modely se vyskytují i v druhé řadě těchto učebnic, tudíž je lze pouze přizpůsobit obsahu učiva a využívat je i ve vyšších ročnících. S loupežnickou hrou lze pracovat především až ve druhé třídě, kdy žáci budou využívat úplně celé pole hry a začínají oba na políčku 10, kde je umístěný poklad. Jejich úkolem je se na pokladu udržet, kdy první hod je o kolik políček jdou dál a druhý hod o kolik políček jdou zpět.

## Závěr

V této diplomové práci jsem se zaměřila na koncepci učebnic řady Das Zahlenbuch a porovnávala jsem ji s koncepcí vybraných učebnic z řady Matematika Duhová řada od nakladatelství Nová škola Brno a z řady Matýskova matematika od Nové školy Brno, které jsem si vybrala, ačkoli je u nás řad učebnic daleko více. Uvedla jsem nejvyužívanější modely jak z této německé publikace, tak z české. Modely jsem popsala a porovnávala jsem je se dvěma mnou vybranými učebnicemi a vyhodnotila jsem, v čem se shodují, a naopak v čem je shledávám za odlišné.

Mým stanoveným cílem bylo vybrat z učebnic řady Das Zahlenbuch vhodné modely, které by doplnily koncepci učebnic matematiky v domácím prostředí a pomohly žákům vytvořit si názornější představy o daném učivu. K těmto modelům pak připojit úlohy, které poukazují na práci s modely a na to, jakým způsobem a k jakým matematickým operacím je lze v hodinách matematiky využít.

Cíl byl z mého pohledu naplněn. Vytvořila jsem sadu vybraných modelů s typy úloh pro 1. ročník základní školy. U každého modelu je zřejmý jeho princip, a tudíž ho učitelé mohou přizpůsobit své výuce a probíranému učivu a také případně zařadit do výuky ve vyšším ročníku, poněvadž modely lze uplatnit dle německé řady učebnic napříč celým prvním stupněm.

Během praxí jsem cíl musela trochu pozměnit a přizpůsobit vnějším podmínkám. Nejprve jsem chtěla všech pět zvolených modelů ověřit na praxi. To ale z hlediska času nebylo možné zcela naplnit, protože zavádění nových model samozřejmě stojí ze začátku více času a museli jsme stihnout probírat učivo. Nakonec jsem se tedy rozhodla v praxi ověřit tři modely podrobněji a zbylé dva spíše uvést. Vyhodnotila jsem, jak se s modely dětem pracovalo a uvedla jsem zpětnou vazbu paní učitelky, ke které jsem na praxi docházela.

V teoretické části se zabývám problematikou cílů matematiky zaměřených na 1. a 2. ročník základní školy, didaktickými prostředky materiálními i nemateriálními a klíčovými kompetencemi, které s cíli úzce souvisí. V praktické části rozepisují koncepcí vybraných českých učebnic a jejich nejvyužívanější modely, které porovnávám s koncepcí učebnic řady Das Zahlenbuch 1, 2 a jejími modely. Vybrané modely jsem ověřila v praxi a vytvořila typy úloh pro všestrannější využití a zařazení do výuky matematiky na 1. stupni základní školy.

V práci jsem se zabývala především 1. ročníkem základní školy a vyzdvihla jsem jen vybrané modely a k nim příslušné aktivity. Popsala jsem, jak se s nimi může pokračovat v následujícím ročníku. Na toto výzkumné šetření by šlo navázat pokračováním a zaměřit se na jiný ročníky 1. stupně základní školy či poukázat na jiné typy modelů, které by se do našeho systému vzdělávání též hodily.

## Seznam použitých zdrojů

BARÁK, Vladimír. Státní maturita? Poslušnost místo tvořivosti. *Týden* [online]. 27.2.2017. Dostupné z: <http://www.modra-skola.cz/dokumenty/dopisy/2017-03-hejny.pdf>

DOLEŽALOVÁ, Alena Bára, NOVOTNÝ Miloš a NOVÁK František. *Matýskova matematika: učebnice pro 1. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV*. Šesté vydání. Ilustroval Andrea SCHINDLEROVÁ. Brno: Nová škola, 2019. Duhová řada. ISBN 978-80-7600-053-7.

DOLEŽALOVÁ, Alena Bára, NOVOTNÝ Miloš a NOVÁK František. *Matýskova matematika: pro 2. ročník základní školy vytvořená v souladu s RVP ZV*. Šesté vydání. Brno: Nová škola, 2021-. ISBN 978-80-7600-226-5.

DOLEŽALOVÁ, Alena Bára, NOVOTNÝ Miloš a NOVÁK František. *Metodický průvodce k učebnici Matýskova matematika, 1. díl - Počítání do pěti*. Druhé vydání. Brno: Nová škola, 2019. Duhová řada. ISBN 978-80-7600-049-0.

DOLEŽALOVÁ, Alena Bára, NOVOTNÝ Miloš a NOVÁK František. *Metodický průvodce k učebnici Matýskova matematika, 2. díl - Počítání do deseti*. Druhé vydání. Brno: Nová škola, 2019. Duhová řada. ISBN 978-80-7600-050-6.

HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2014. ISBN 978-80-7290-776-2.

HORÁČKOVÁ, Kateřina. *Doporučené metody a formy práce pro 1. stupeň ZŠ* [online]. 1-2, 2016 Dostupné z: <https://docplayer.cz/1654869-Doporucene-metody-a-formy-prace-pro-1-stupen-zs-zarazeni-mezipredmetove-vztahy.html>

HRBEK, Mirko a PÁNEK J. *Průvodce základními prostředky didaktické techniky*. Praha: Institut pro výchovu vedoucích pracovníků ministerstva průmyslu ČSR, 1983. Knižnice na pomoc podnikovým lektorům.

KNYTL, Martin. *Typografie a odborný text: Průvodce pro zpracování nejen závěrečných prací*. Hradec Králové: Gaudeamus, 2020. ISBN 978-80-7435-813-5.

KOLLÁRIKOVÁ, Zuzana a PUPALA Branislav, *Předškolní a primární pedagogika*. Praha: Portál, 2001. ISBN 80-7178-585-7.

KURELOVÁ, Milena. *Pedagogika. 2.*, upr. vyd. Ostrava: Ostravská univerzita, 1999. ISBN 80-7042-156-8.

MAŇÁK, Josef. *Vyučovací metody*. Praha, SPN, 1967.

*Matematika pro 1. ročník základních škol: sešit č. 2*. Pardubice: Alter, 1993.

*Matematika pro 1. ročník základních škol: sešit č. 3*. Pardubice: Alter, 1993.

*Matematika pro 1. ročník základních škol: sešit č. 4*. Pardubice: Alter, 1993.

*Matematika pro 1. ročník základních škol: sešit č.1* Pardubice: Alter, 1993. ISBN 80-85775-14-X.

*Matematika pro 2. ročník základních škol: sešit č. 5*. Pardubice: Alter, 1995.

*Matematika pro 2. ročník základních škol: sešit č. 6*. Pardubice: Alter, 1994.

MIKULČÁK Jiří, HRADECKÝ František a ZEDEK Miloslav. *Učební texty vysokých škol*. 1964. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n. p. Praha.

NELEŠOVSKÁ, Alena a SPÁČILOVÁ Hana. *Didaktika primární školy*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2005. ISBN 80-244-1236-5.

NOVÁK, Bohumil, *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 1: pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2003. ISBN 80-244-0691-8.

NOVÁK, Bohumil. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 2: (pro studium učitelství pro 1. stupeň ZŠ)*. 2. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2005. Texty k distančnímu vzdělávání v rámci kombinovaného studia. ISBN 80-244-1068-0

*Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Praha: MŠMT, 2021. Dostupné z: <https://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcove-vzdelavacici-program-pro-zakladni-vzdelavani-rvp-zv/>

ROSECKÁ, Zdena a PROCHÁZKOVÁ Eva. *Matematika snadná a zajímavá pro 2. ročník základní školy: počítejte s Vítkem a Amálkou*. Brno: Nová škola Brno, 2011-2014. Duhová řada. ISBN 978-80-87565-00-1.

ROSECKÁ, Zdena a PROCHÁZKOVÁ Eva. *Matematika: snadné a zajímavé učení pro 1. ročník základní školy*. Ilustroval Andrea SCHINDLEROVÁ. Brno: Nová škola, 2012-2013. Duhová řada. ISBN 978-80-87565-15-5.

ROSECKÁ, Zdena. *Veselé počítání: pracovní sešit pro 2. ročník základní školy*. Brno: Nová škola Brno, 2011-2014. Duhová řada. ISBN 978-80-87565-01-8.

ROSECKÁ, Zdena. *Veselé počítání: pracovní sešit pro 2. ročník základní školy*. Brno: Nová škola Brno, 2011-2014. Duhová řada. ISBN 978-80-87565-08-7.

ROSECKÁ, Zdena. *Živé počítání: pracovní sešit pro 1. ročník základní školy*. Brno: Nová škola Brno, 2012-2014. Duhová řada. ISBN 978-80-87565-03-2.

ROSECKÁ, Zdena. *Živé počítání: pracovní sešit pro 1. ročník základní školy*. Brno: Nová škola Brno, 2012-2014. Duhová řada. ISBN 978-80-87565-34-6.

Seznam ZŠ 2023 [online]. MŠMT, 2023. Dostupné z: <https://www.msmt.cz/file/59740/>

ŠIMONÍK, Oldřich. *Úvod do didaktiky základní školy*. Brno: MSD, 2005. ISBN 80-86633-33-0.

WITTMANN Ch. Erich, MÜLLER N. Gerhard. *Das Zahlenbuch 1*. Stuttgart, 2017. ISBN 978-3-12-201702-6.

WITTMANN Ch. Erich, MÜLLER N. Gerhard. *Das Zahlenbuch 2*. Stuttgart, 2017. ISBN 978-3-12-201712-5.

WITTMANN CH. Erich, MÜLLER N. Gerhard. *Mathe 2000: Mathe verstehen*, 2023. Dostupné z: <https://www.mathe2000.de/leitprinzipien>

ŽÁK, Vojtěch. *Charakteristiky jednotlivých metod a forem výuky*. 2023. Národní ústav pro vzdělávání, Dostupné z: <https://archiv-nuv.npi.cz/ae/jakymi-formami-a-metodami-vyucujeme.html>



## Seznam obrázků

Obrázek 1 - Model housenek (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	15
Obrázek 2 - Zavádění čárkového modelu (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	15
Obrázek 3 - Obrázkový model, těžší varianta (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	18
Obrázek 4 - Obrázkový model, lehčí varianta (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	19
Obrázek 5 - Finanční gramotnost – peněžní model, (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .	21
Obrázek 6 - Zásada názornosti ve vybrané učebnici (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).	23
Obrázek 7 - Puntíkový model, číselná řada (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	25
Obrázek 8 - Puntíkový model, přiřazování čísel (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	26
Obrázek 9 - Karetní model, číselná řada (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	26
Obrázek 10 - Karetní model, doplňování čísel (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	26
Obrázek 11 - Lehčí verze modelu Autobus (Zdroj: Doležalová, Novotný, Novák, 2019).....	40
Obrázek 12 - Těžší verze modelu Autobus (Zdroj: Doležalová, Novotný, Novák, 2019) .....	40
Obrázek 13 - Názorný model Autobusu (Zdroj: Fotografie autorka).....	41
Obrázek 14 - Využití peněžního modelu, Matýskova matematika.....	42
Obrázek 15 - Využití Peněžního modelu, Matematika Nová škola Brno.....	42
Obrázek 16 - Obrázkové slovní úlohy (Zdroj: Doležalová, Novotný, Novák, 2019).....	43
Obrázek 17 - Číselná osa (Zdroj: Doležalová, Novotný, Novák, 2019).....	43
Obrázek 18 - Číselná omalovánka (Zdroj: Doležalová, Novotný, Novák, 2019) .....	44
Obrázek 19 - Číselné zabarvování (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013).....	44
Obrázek 20 - Tečkový model (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013) .....	45
Obrázek 21 - Dokreslování počtu předmětů (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013).....	45
Obrázek 22 - Zabarvování políček (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013) .....	46
Obrázek 23 - Kroužkování čísel dle součtu objektů (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013) .....	46
Obrázek 24 - Řada objektů (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013) .....	47
Obrázek 25 - Řada barev (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013) .....	47
Obrázek 26 - Sčítání i s postupem (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013) .....	47
Obrázek 27 - Sčítání bez postupu (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013).....	48
Obrázek 28 - Odčítání dle obrázku (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013).....	48
Obrázek 29 - Puntíkový model (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013).....	49
Obrázek 30 - Model počítadla (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013) .....	49
Obrázek 31 - Příloha k učebnici (Zdroj: Rosecká, Procházková, 2012-2013) .....	50

Obrázek 32 - Skupinová práce dětí (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	52
Obrázek 33 - Čárkový model (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	52
Obrázek 34 - Seznámení s číselnou řadou (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	53
Obrázek 35 - Číselná řada (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	53
Obrázek 36 - Zakrývací okénko (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	54
Obrázek 37 - Puntíkový model – rozklad čísel (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	54
Obrázek 38 - Puntíkový model – hodnota čísel (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	55
Obrázek 39 - Puntíkový model – všechny možné rozklady čísla (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	55
Obrázek 40 - Puntíkový model – řady dle vzorů (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	55
Obrázek 41 - Puntíkový model – sčítání a odčítání (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) ..	56
Obrázek 42 - Puntíkový model – hledání vztahů (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	56
Obrázek 43 - Čárkový model – záznam čárek dle objektů v obrázku (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	56
Obrázek 44 - Karetní model s puntíkovým (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	57
Obrázek 45 - Karetní model – řada čísel dle vzoru (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)...	57
Obrázek 46 - Karetní model – hledání vztahů (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	57
Obrázek 47 - Loupežnická hra – řada čísel (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	58
Obrázek 48 - Loupežnická hra – zápis jednotlivých tahů (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) ...	58
Obrázek 49 - Obrázkový model – sčítání, vzor (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	59
Obrázek 50 - Obrázkový model – odčítání, vzor (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	59
Obrázek 51 - Schema početního trojúhelníku (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, autorka).....	60
Obrázek 52 - Početní trojúhelník, puntíky (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	60
Obrázek 53 - Početní trojúhelník, typ 1 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	61
Obrázek 54 - Početní trojúhelník, typ 2 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	61
Obrázek 55 - Početní trojúhelník, typ 3 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	62
Obrázek 56 - Model Housenky – příklad z učebnice (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017)	62
Obrázek 57 - Model Housenky – příklad z učebnice 2 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	62
Obrázek 58 - Model Housenky – příklad z učebnice 3 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	62
Obrázek 59 - Početní pyramidy – ukázka vyplněné pyramidy (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	63
Obrázek 60 - Rozklad čísel, berušky (Zdroj: Fotografie autorka) .....	65
Obrázek 61 - Pomůcky, puntíkový model (Zdroj: Autorka) .....	66
Obrázek 62 - Velké cedule (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	67

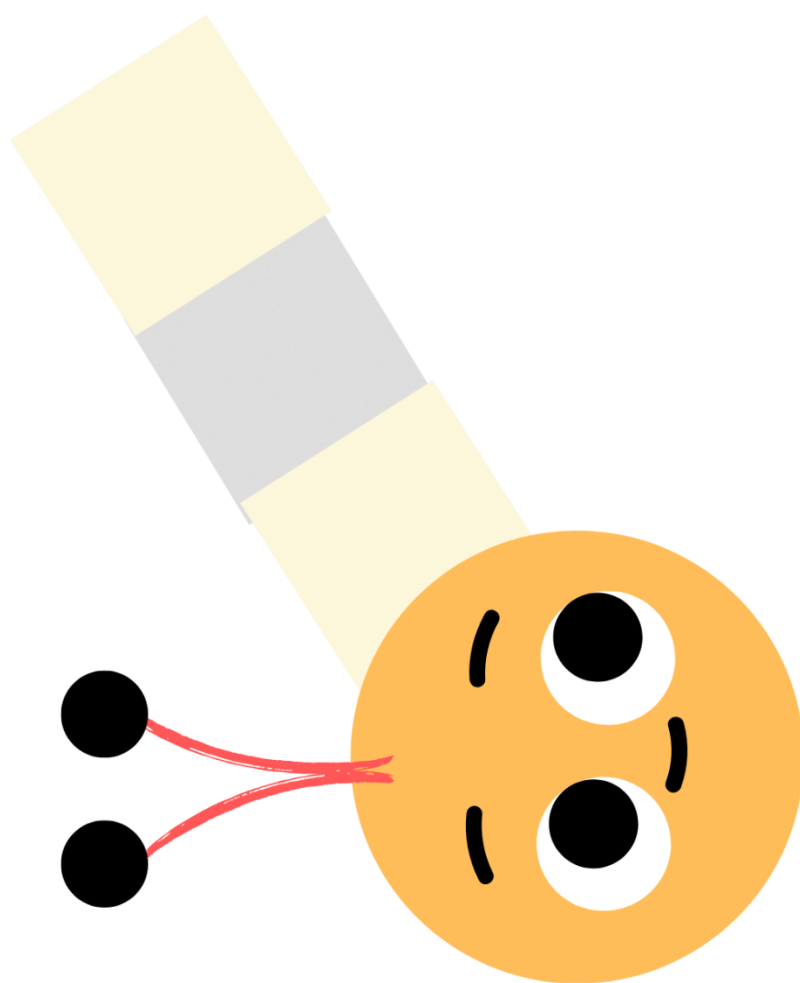
Obrázek 63 - Přiřazování puntíků (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	67
Obrázek 64 - Propojení s prstovým modelem (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	68
Obrázek 65 - Spojení modelů (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	68
Obrázek 66 - Řada dle vzoru (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	68
Obrázek 67 - Před a nadcházející číslo (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	68
Obrázek 68 - Psaní čísel (Das Zahlenbuch 1, 2017).....	69
Obrázek 69 - Počet puntíků dle čísla (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	69
Obrázek 70 - Rozklad čísla (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	69
Obrázek 71 - Všechny možné způsoby rozkladu čísla (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	70
Obrázek 72 - Řada puntíků (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	70
Obrázek 73 - Sčítání (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	70
Obrázek 74 - Komutativní zákon (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	71
Obrázek 75 - Hledání vztahů (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	71
Obrázek 76 - Porovnávání stran (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	71
Obrázek 77 - Model Housenky, typ úlohy 1 (Zdroj: Autorka).....	73
Obrázek 78 - Model Housenky, typ úlohy 2 (Zdroj: Autorka).....	73
Obrázek 79 - Model Housenky, typ úlohy 3 (Zdroj: Autorka).....	74
Obrázek 80 - Model Housenky, typ úlohy 4 (Zdroj: Autorka).....	74
Obrázek 81 - Model Housenky, typ úlohy 5 (Zdroj: Autorka).....	75
Obrázek 82 - Obrázkový model – typ úloh 1 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	75
Obrázek 83 - Obrázkový model – typ úloh 2 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	76
Obrázek 84 - Obrázkový model – typ úloh 2 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	76
Obrázek 85 - "Nákup" (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	77
Obrázek 86 - Peněžní model (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	78
Obrázek 87 - Situace – zábavný park (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	79
Obrázek 88 - Stánek s pochutinami (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017) .....	79
Obrázek 89 - Loupežnická hra varianta 1-1 (Zdroj: Autorka).....	80
Obrázek 90 - Loupežnická hra – varianta 1-2 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	81
Obrázek 91 - Loupežnická hra varianta 2-1 (Zdroj: Autorka).....	82
Obrázek 92- Loupežnická hra – varianta 2-2 (Zdroj: Das Zahlenbuch 1, 2017).....	82
Obrázek 93 - Řady puntíků, samostatná práce (Zdroj: autorka).....	84
Obrázek 94 - Ukázka vyplněných housenek dětmi (Zdroj: autorka).....	85
Obrázek 95 - Ukázka vyplněných obrázkových karet žáky (Zdroj: autorka).....	88

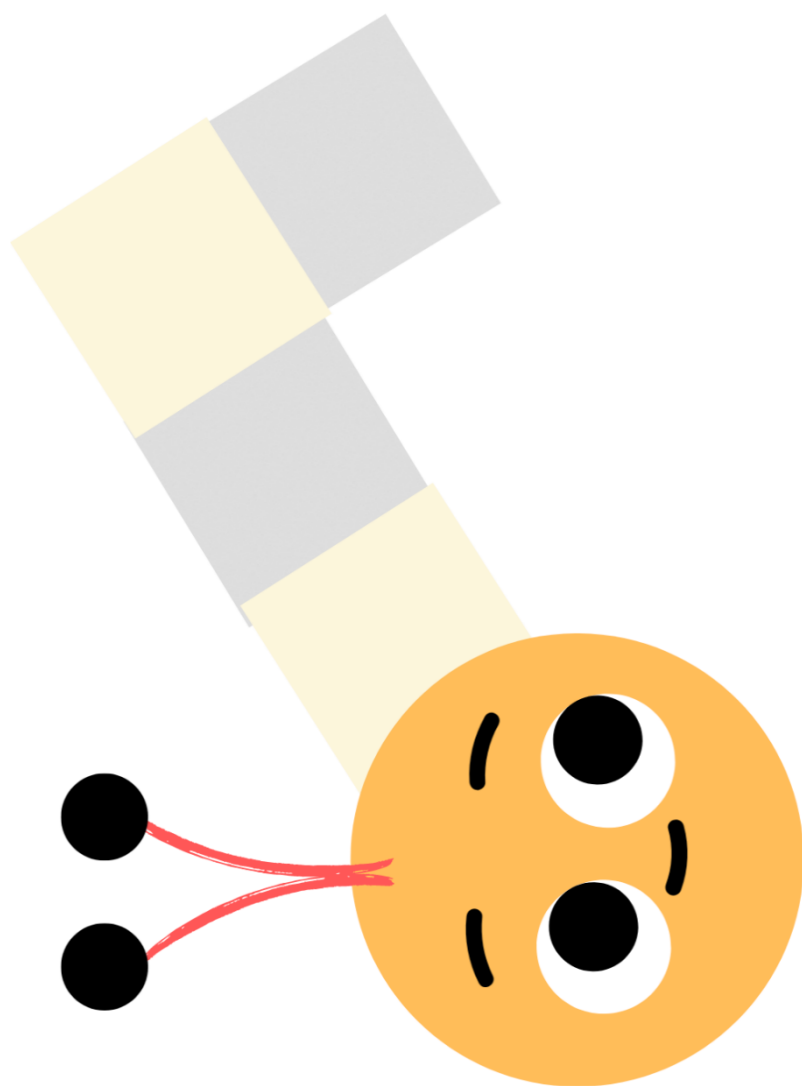
## Seznam příloh

Příloha 1 - Model Housenky 3 políčka (Zdroj: autorka) .....	1
Příloha 2 – Model Housenky 4 políčka (Zdroj: autorka).....	2
Příloha 3 – Model Housenky, další ukázky (Zdroj: autorka) .....	3
Příloha 4 – Obrázkový model, typ zadání 1 (Zdroj: autorka).....	4
Příloha 5 – Obrázkový model, typ zadání 2 (Zdroj: autorka).....	5
Příloha 6 – Obrázkový model, další ukázky (Zdroj: autorka) .....	6
Příloha 7 – Loupežnická hra, varianta 1-1 (Zdroj: autorka) .....	7
Příloha 8– Loupežnická hra, varianta 1-2 (Zdroj: autorka) .....	8
Příloha 9– Loupežnická hra, varianta 2-1 (Zdroj: autorka) .....	9
Příloha 10– Loupežnická hra, varianta 2-2 (Zdroj: autorka) .....	10
Příloha 11 – Peněžní model, pracovní list 1 (Zdroj: autorka).....	11
Příloha 12– Peněžní model, pracovní list 2 (Zdroj: autorka).....	12
Příloha 13 – Puntíkový model, Rozklad čísla 1 (Zdroj: autorka) .....	13
Příloha 14– Puntíkový model, Rozklad čísla 2 (Zdroj: autorka) .....	14
Příloha 15 – Puntíkový model, Rozklad čísla 3-10 (Zdroj: autorka).....	15

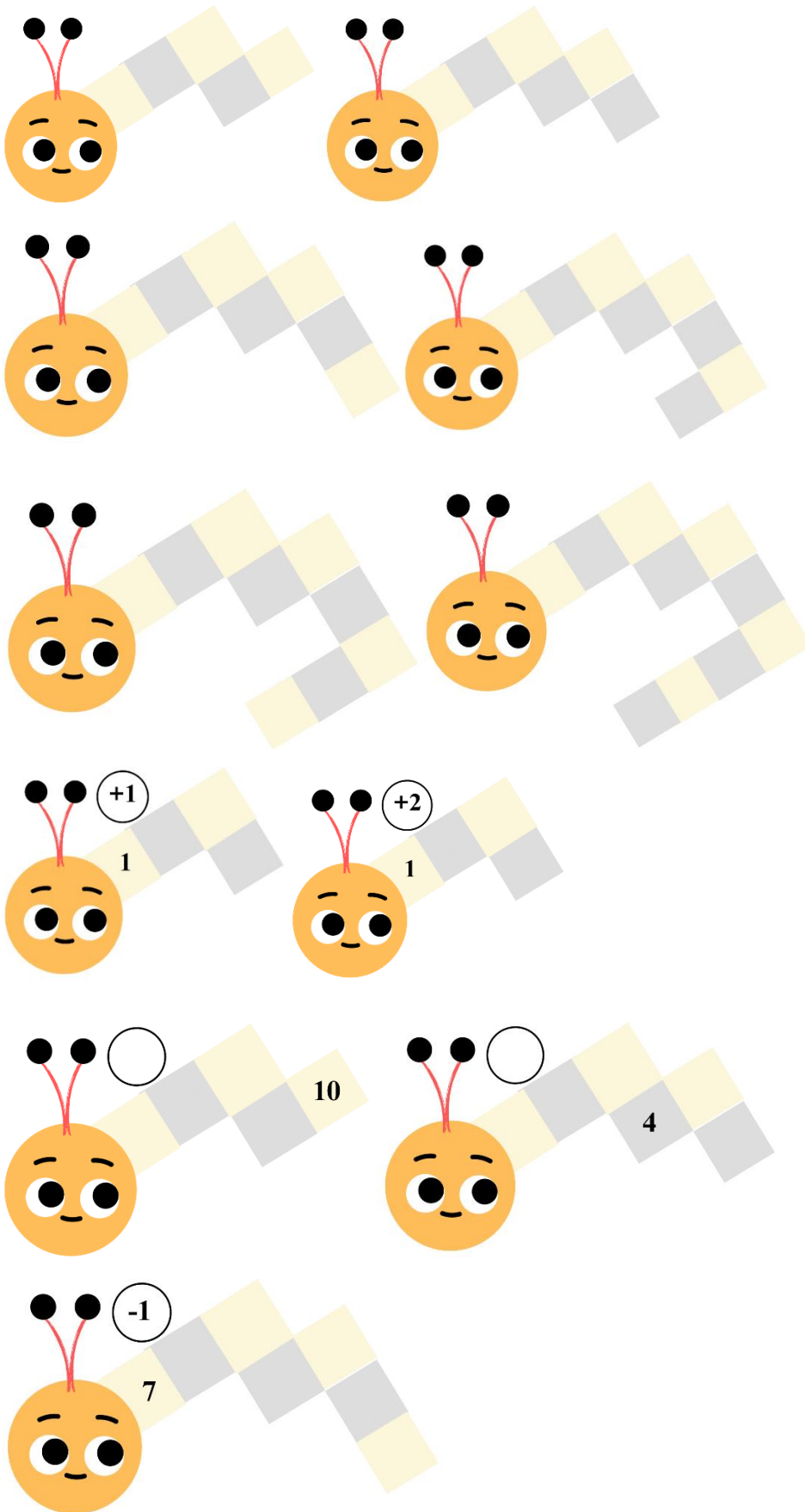
## Přílohy

*Příloha 1 - Model Housenky 3 políčka (Zdroj: autorka)*

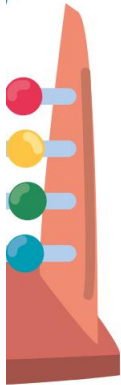
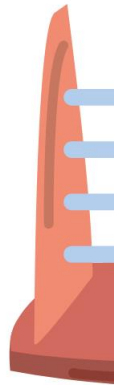
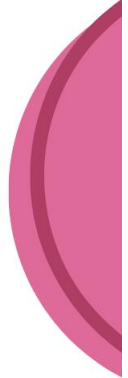




Příloha 3 – Model Housenky, další ukázky (Zdroj: autorka)



Příloha 4 – Obrázkový model, typ zadání 1 (Zdroj: autorka)







6 + 2

5 - 2

4 + 2 + 2

2 + 3

2 + 2 + 1

3 + 2

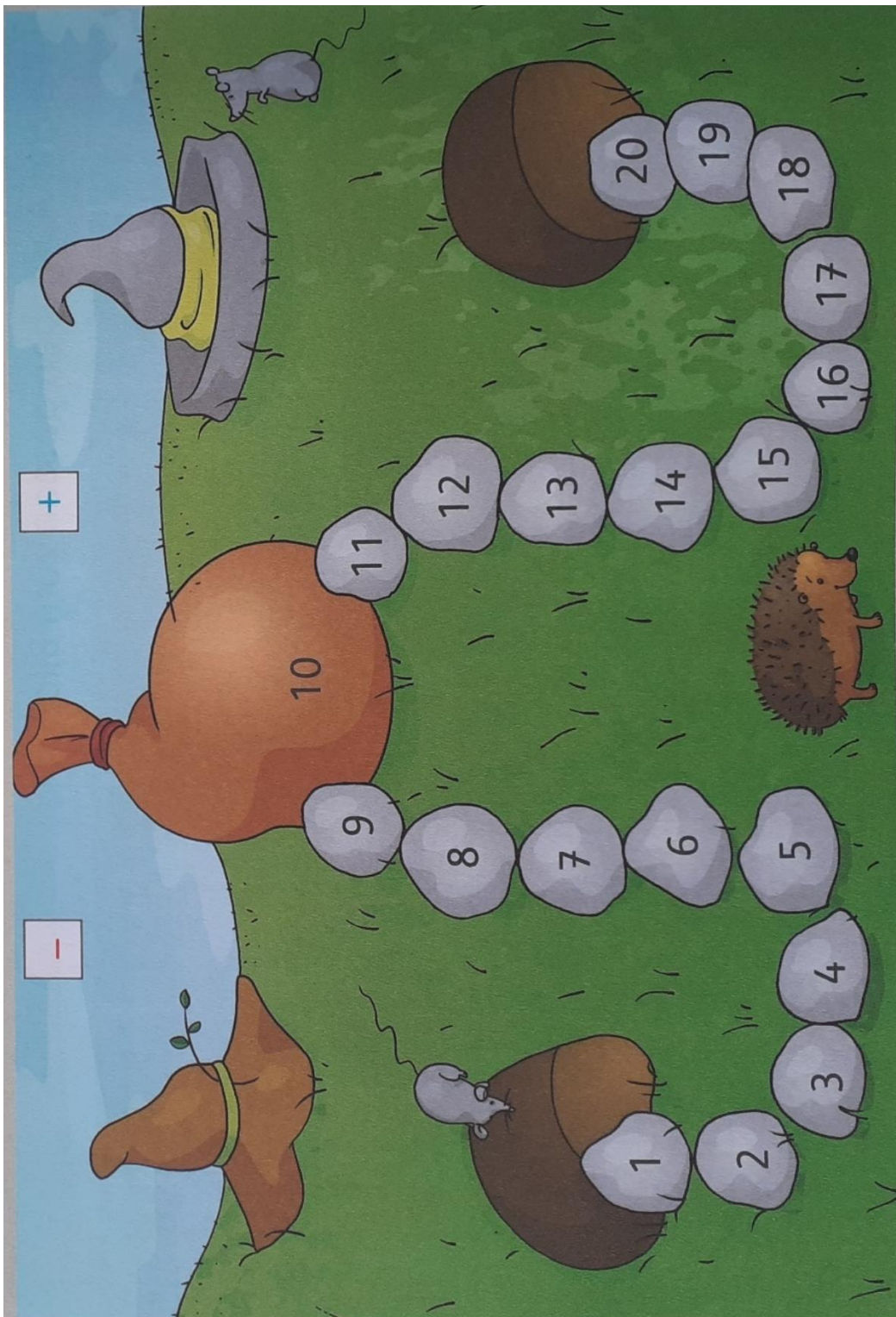
8 - 2

Příloha 6 – Obrázkový model, další ukázky (Zdroj: autorka)





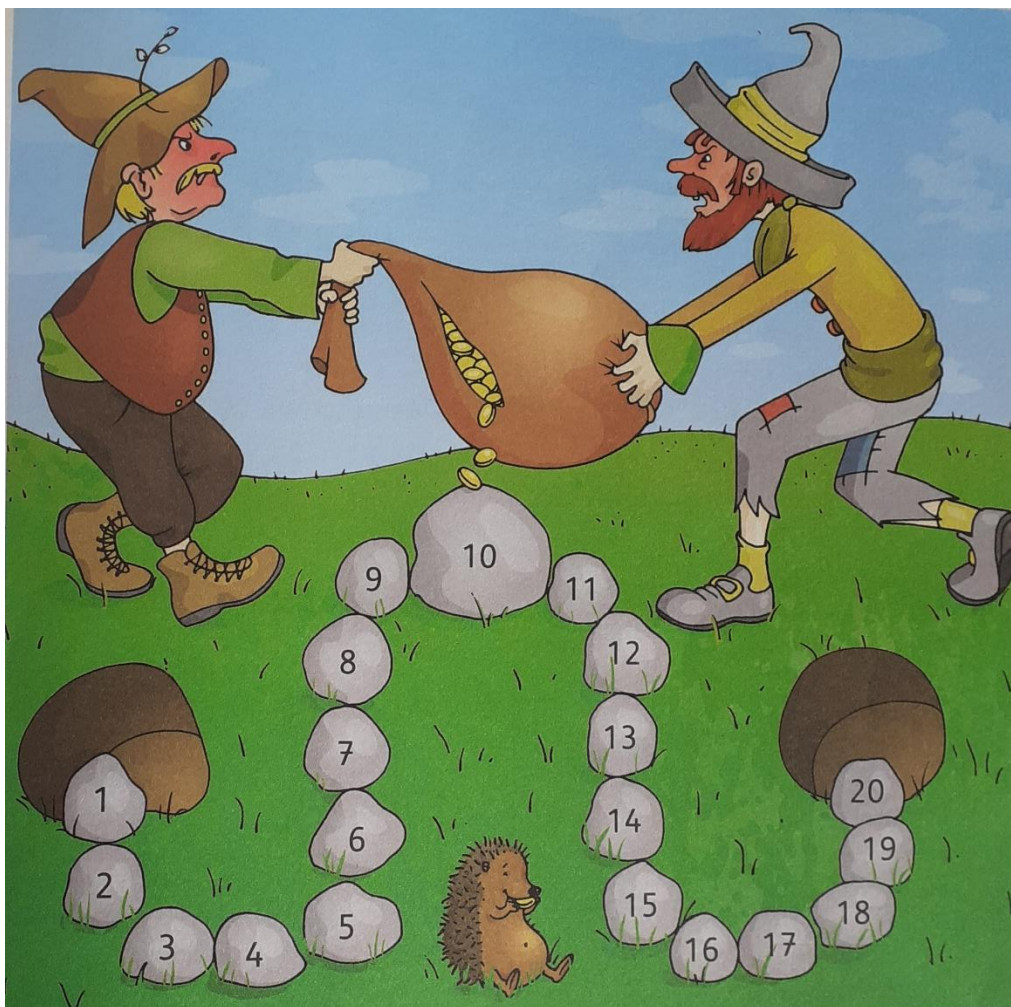
Příloha 8– Loupežnická hra, varianta 1-2 (Zdroj: autorka)



*Příloha 9– Loupežnická hra, varianta 2-1 (Zdroj: autorka)*



Příloha 10– Loupežnická hra, varianta 2-2 (Zdroj: autorka)



# Můj obchod

**1) Nakresli mince, kterými si za nákup zaplatil.**

--	--	--	--

**2) Nakresli, co sis za danou přesnou částku koupil.**

--	--	--	--

**3) Vymysli celý svůj nákup.**

--	--	--	--

# Můj obchod



1) Napiš, kolik ti paní prodavačka vrátila korun.

			
Vrátila mi <input type="text"/> Kč.		Vrátila mi <input type="text"/> Kč.	

2) Napiš, jakou mincí či mincemi jsi zaplatil.

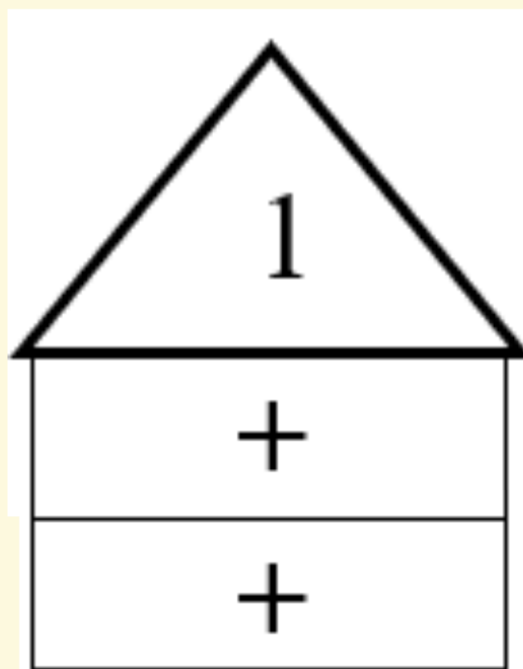
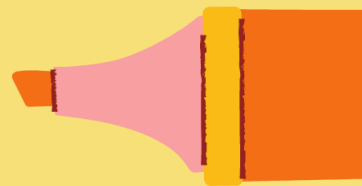
	<input type="text"/>		<input type="text"/>
Vrátila mi <input type="text"/> 2 Kč.		Vrátila mi <input type="text"/> 1 Kč.	

3) Nakresli, co sis koupil.

<input type="text"/>		<input type="text"/>	
Vrátila mi <input type="text"/> 3 Kč.		Vrátila mi <input type="text"/> 4 Kč.	



# Rozklad čísel



# Rozklad čísel

