

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## URČENÍ ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ POMOCÍ ODVRTÁVACÍ METODY PŘI UVAŽOVÁNÍ KONEČNÝCH ROZMĚRŮ MĚŘENÉHO TĚLESA

DETERMINATION OF RESIDUAL STRESSES BY HOLE-DRILLING METHOD CONSIDERING FINITE BODY BOUNDARIES

## DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

#### AUTOR PRÁCE AUTHOR

Bc. Jakub Began

## VEDOUCÍ PRÁCE

Ing. Dávid Halabuk, Ph.D.

SUPERVISOR

### **BRNO 2024**



## Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Bc. Jakub Began
Studijní program:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Studijní obor:	Inženýrská mechanika
Vedoucí práce:	Ing. Dávid Halabuk, Ph.D.
Akademický rok:	2023/24

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

## Určení zbytkových napětí pomocí odvrtávací metody při uvažování konečných rozměrů měřeného tělesa

#### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Zbytková napětí hrají důležitou roli při návrhu a posouzení životnosti jednotlivých strojních součástí, proto je nezbytné je umět co nejpřesněji měřit. Jednou z nejpoužívanějších metod pro měření zbytkových napětí je odvrtávací metoda, která je ale odvozena pro nekonečné rozměry měřeného tělesa. Při malých rozměrech měřeného tělesa může proto docházet k chybnému vyhodnocení zbytkových napětí.

#### Cíle diplomové práce:

Cílem práce bude vytvoření výpočetního modelu pomocí metody konečných prvků, který bude simulovat reálné rozměry měřeného tělesa. Z výsledků simulací bude následně navržen postup jak upravit postup vyhodnocování zbytkových napětí tak, aby se minimalizovala chyba způsobená konečnými rozměry měřeného tělesa.

#### Seznam doporučené literatury:

SCHAJER, G. S. a P. S. WHITEHEAD. Hole-Drilling Method for Measuring Residual Stresses. Morgan&Claypool Publishers, 2018. ISBN 978-3-031-79713-2.

AJOVALASIT, A. a kol. The hole-drilling strain gauge method for the measurement of uniform or non-uniform residual stresses. 2010.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2023/24.

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. ředitel ústavu doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D. děkan fakulty

## Abstrakt

Diplomová práca sa zaoberá skúmaním vplyvu konečných rozmerov telesa na vyhodnocovanie zvyškových napätí pomocou odvŕtavacej metódy, ktorá bola odvodená pre telesá s dostatočne veľkými rozmermi na to, aby neovplyvňovali meranie. Na posúdenie vplyvu konečných rozmerov telesa na vyhodnocované zvyškové napätia bol pomocou metódy konečných prvkov vytvorený výpočtový model simulujúci odvŕtavaciu metódu. Pri tvorbe výpočtového modelu boli zavedené predpoklady zahŕňajúce požadovaný tvar geometrie a homogénny priebeh zvyškových napätí po hĺbke vyvítavanej diery. Výpočtový model bol následne parametrizovaný, aby mohli byť pomocou neho nasimulované rôzne kombinácie konečných rozmerov telesa, na základe ktorých sa skúmal ich vplyv na vyhodnocované zvyškové napätia. V ďalšej časti práce bol skúmaný vplyv biaxiality zvyškových napätí na presnosť ich vyhodnocovania. Následne boli navrhnuté tri korekčné algoritmy, ktorých úlohou bolo chyby vyhodnocovaných zvyškových napätí spôsobené konečnými rozmermi telesa minimalizovať. Prvý korekčný algoritmus pozostával z korekcie kalibračných koeficientov, druhý z korekcie vstupných pomerných deformácií a tretí z korekcie vyhodnotených zvyškových napätí. V poslednej časti práce boli jednotlivé korekčné algoritmy testované a navzájom porovnané. Na základe výsledkov práce je možné korigovať vyhodnotené zvyškové napätia zaťažené chybou spôsobenou konečnými rozmermi telesa, a to za predpokladu splnenia požadovaného tvaru geometrie a homogénneho priebehu zvyškových napätí po hĺbke vyvŕtavanej diery.

#### Kľúčové slová

zvyškové napätia, odvŕtavacia metóda, výpočtové modelovanie, metóda konečných prvkov, chyby vyhodnotených zvyškových napätí, korekcia vyhodnotených zvyškových napätí, konečné rozmery telesa

### Abstract

The diploma thesis analyses the impact of the finite dimensions of a body on residual stresses by means of the hole-drilling method which was derived for bodies of dimensions large enough not to affect the measurement. To assess the impact of the finite dimensions of a body on measured residual stresses, a computational model simulating the hole-drilling method was created using the finite element method. The assumptions made during the creation of the computational model included a desired geometric shape and an uniform residual stresses along the depth of the drilled hole. The computational model was subsequently parameterised so that it could be used to simulate different combinations of the finite dimensions of a body, whose impact on measured residual stresses was analysed. In the next part of the thesis, the impact of the biaxiality of residual stresses on the accuracy of their measurement was assessed. Subsequently, three correction algorithms were proposed to minimise the errors of measured residual stresses caused by the finite dimensions of a body. The first correction algorithm is supposed to correct calibration coefficients, the second one to correct input strains, and the third one to correct the assessed residual stresses. In the last part of the thesis, the individual correction algorithms were tested and compared. The outcomes of the diploma thesis suggest the possibility to correct the errors in the analysed residual stresses due to finite dimensions of a body, on the condition of a desired geometric shape and an uniform stresses along the depth of the drilled hole.

#### Key words

residual stresses, hole-drilling method, numerical simulation, finite element method, errors in assessed residual stresses, correction of assessed residual stresses, finite dimensions of a body

## **Bibliografická citácia**

BEGAN, Jakub. Určení zbytkových napětí pomocí odvrtávací metody při uvažování konečných rozměrů měřeného tělesa. Brno, 2024. Dostupné také z: <u>https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/158010</u>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Dávid Halabuk.

## Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že som túto diplomovú prácu vypracoval samostatne, pod odborným vedením Ing. Dávida Halabuka, Ph.D., s využitím literatúry uvedenej v zozname použitej literatúry.

V Brne dňa 24. 5. 2024

Bc. Jakub Began

## **Pod'akovanie**

Týmto by som sa chcel poďakovať vedúcemu svojej práce Ing. Dávidovi Halabukovi, Ph.D., za cenné rady a ochotu počas celej doby vypracovania práce. Ďalej by som sa chcel poďakovať svojej rodine a priateľom, za podporu počas celej doby štúdia.

## Obsah

1.	Úvo	od		15
2.	For	mulá	cia problému a ciele riešenia	16
	2.1		Formulácia problému	16
	2.2		Ciele práce	16
3.	Zvy	vškové	é napätia	17
	3.1		Základné rozdelenie zvyškových napätí	17
	3.2		Vplyv zvyškových napätí	17
	3.3		Meranie zvyškových napätí	18
4.	Ody	vŕtava	acia metóda	21
	4.1		Matematický podklad na vyhodnocovanie homogénnych napätí	22
	4.2		Odporúčania pri použití odvŕtavacej metódy	25
5.	Vý	počtov	vý model	27
	5.1		Model materiálu	28
	5.2		Model geometrie	28
	5.3		Sieť konečných prvkov	29
	5.4		Okrajové podmienky a zaťaženie	30
	5.5		Nastavenie simulácie a parametrizácia modelu	30
6.	Vyč	éísleni	e kalibračných koeficientov	32
7.	Ana	alýza	problému	33
	7.1		Nastavenie rozmerových parametrov výpočtového modelu	33
	7.2		Vplyv rozmerov na vyhodnocovanie zvyškových napätí	34
	7.3		Nastavenie parametrov zaťaženia výpočtového modelu	36
	7.4		Vplyv biaxiality na vyhodnocovanie zvyškových napätí	38
8.	Náv	vrh ko	orekčných algoritmov	42
	8.1		Korekcia kalibračných koeficientov	42
		8.1.1	Vstupné podmienky a implementácia nasimulovaných dátových súborov	43
		8.1.2	Vytvorenie matíc pomerných deformácií a kalibračných koeficientov	.44
		8.1.3	Vytvorenie závislostí na korekciu kalibračných koeficientov	45
		8.1.4	Korekcia algoritmu na vyhodnocovanie zvyškových napätí	.47
	8.2		Korekcia vstupných pomerných deformácií	.48
		8.2.1	Vstupné podmienky a importovanie nasimulovaných dátových súborov	.50
		8.2.2	Vytvorenie základných matíc z importovaných dátových súborov	.50

	8.2.3	Vytvorenie závislostí na korekciu vstupných pomerných deformácií	52
	8.2.4	Korekcia vstupných pomerných deformácií	57
8.3		Korekcia vyhodnotených zvyškových napätí	59
	8.3.1	Vstupné podmienky a importovanie nasimulovaných dátových súborov	61
	8.3.2	Vytvorenie základných matíc z importovaných dátových súborov	61
	8.3.3	Vytvorenie závislostí na korekciu vyhodnotených zvyškových napätí	62
	8.3.4	Korekcia vyhodnotených zvyškových napätí	66
Por	ovnai	nie korekčných algoritmov	68
9.1		Výhody a nevýhody jednotlivých korekčných algoritmov	76
Záv	ver		77
ıžitá	litera	ıtúra	79
znan	n použ	źitých skratiek a symbolov	80
lohy			84
	8.3 Por 9.1 Záv zitá znan lohy	8.2.3 8.2.4 8.3 8.3.1 8.3.2 8.3.3 8.3.4 Porovnan 9.1 Záver užitá litera znam použ	<ul> <li>8.2.3 Vytvorenie závislostí na korekciu vstupných pomerných deformácií</li></ul>

## 1. Úvod

Zvyškové napätia majú významnú úlohu pri návrhu, konštruovaní alebo posudzovaní funkčnosti a životnosti strojných komponentov. Ich prítomnosť sa však častokrát prehliada, pretože sa nachádzajú aj v komponentoch, na ktoré nepôsobí žiadne vonkajšie zaťaženie. Veľkosť zvyškových napätí pôsobiacich v telese môže významne ovplyvniť jeho mechanické vlastnosti, a to tak v negatívnom, ako aj v pozitívnom smere. Z tohto dôvodu je nevyhnutné mať k dispozícii metódu, pomocou ktorej je možné veľkosť zvyškových napätí merať s požadovanou presnosťou.

Na meranie zvyškových napätí bolo vyvinutých niekoľko rozličných metód, pričom jednou z nich je aj metóda odvítavacia, ktorá je obľúbená hlavne vďaka svojej univerzálnosti a praktickosti. Jej princíp spočíva vo vyvítaní malého otvoru do telesa, v okolí ktorého sa počas vyvítavania pomocou tenzometrickej ružice merajú pomerné deformácie. Z nameraných pomerných deformácií sa následne vyhodnotia zvyškové napätia pôsobiace v telese. Na to, aby boli zvyškové napätia vyhodnotené čo najpresnejšie, musia byť pri použití tejto metódy splnené určité predpoklady: jedným z nich je dostatočne veľká vzdialenosť od voľnej hrany skúmaného telesa. Splnenie tohto predpokladu pri praktickom použití odvítavacej metódy však môže byť neraz zložité. Z tohto dôvodu môžu byť zvyškové napätia skúmané na telesách s konečnými rozmermi zaťažené významnou chybou, ktorú je na zachovanie presnosti metódy nevyhnutné korigovať.

## 2. Formulácia problému a ciele riešenia

Rozličné metalurgické a zaťažovacie procesy spôsobujú v strojných komponentoch zvyškové napätia, ktoré zohrávajú významnú úlohu pri posudzovaní ich životnosti. Z tohto dôvodu je dôležité mať k dispozícii metódu, pomocou ktorej sa dá určiť ich veľkosť s adekvátnou presnosťou. Medzi metódy merania zvyškových napätí patrí aj tzv. odvŕtavacia metóda. Jej princíp spočíva vo vyvŕtaní malého otvoru do skúmaného telesa s následným určením pomerných deformácií spôsobených uvoľnením zvyškových napätí v okolí vyvŕtaného otvoru. Pomerné deformácie sa určujú prostredníctvom tenzometrickej ružice a následne sa prepočítavajú zodpovedajúcimi matematickými vzťahmi na zvyškové napätia.

Postup na vyhodnocovanie zvyškových napätí pomocou odvŕtavacej metódy počíta s tým, že skúmané teleso má "nekonečné rozmery", tzn. že rozmery skúmaného telesa sú dostatočne veľké na to, aby neovplyvnili meranie. Preto pri použití tejto metódy na telesá s menšími rozmermi môže dôjsť k významnému ovplyvneniu jej presnosti, čo môže zásadne obmedziť jej použiteľnosť. Z tohto dôvodu je nutné navrhnúť vhodnú korekčnú úpravu tak, aby sa chyba spôsobená konečnými rozmermi skúmaného telesa minimalizovala.

Za účelom určenia hranice, od ktorej je možné považovať rozmer meraného telesa pri použití odvítavacej metódy za konečný, je nevyhnutné disponovať súborom dát závislostí pomerných deformácií od rozmeru skúmaného telesa. Získanie objemného množstva dát experimentálnymi meraniami by však mohlo byť finančne a časovo náročné, preto je vhodnejšie vytvoriť výpočtový model pomocou metódy konečných prvkov a odvítavaciu metódu simulovať. Pri simulácii odvítavacej metódy je nutné zaviesť určité predpoklady a zjednodušenia, aby bolo možné navrhnúť vhodnú matematickú korekciu pre telesá s konečnými rozmermi.

#### 2.1 Formulácia problému

Určenie vplyvu konečného rozmeru telesa na vyhodnocovanie zvyškových napätí pomocou odvítavacej metódy.

#### 2.2 Ciele práce

- 1. Rešerš v oblasti merania zvyškových napätí pomocou odvŕtavacej metódy, postupu použitia tejto metódy a jej obmedzení.
- 2. Vytvorenie výpočtového modelu pomocou metódy konečných prvkov simulujúceho odvŕtavaciu metódu.
- 3. Parametrizácia rozmerov výpočtového modelu na získanie závislostí pomerných deformácií od rozmeru skúmaného telesa.
- 4. Návrh korekčného algoritmu minimalizujúceho chybu spôsobenú konečným rozmerom skúmaného telesa.

## 3. Zvyškové napätia

*Zvyškové napätia* sú zvyčajne definované ako napätia pôsobiace v telesách, na ktoré nepôsobí žiadne vonkajšie zaťaženie [1].

Zvyškové napätia sa nachádzajú vo všetkých tuhých materiáloch, či už ide o kovy, drevo, plasty, alebo keramiky, pričom ich vznik spôsobujú metalurgické procesy a predchádzajúce zaťaženie s dostatočnou veľkosťou na to, aby v telese spôsobilo trvalé deformácie. Vo všeobecnosti môžeme pôvod vzniknutých zvyškových napätí rozčleniť do troch nasledujúcich kategórií [2]:

- 1. *Mechanické zvyškové napätia* vznikajú zvyčajne dôsledkom metalurgických procesov, ktoré spôsobujú nerovnomernú plastickú deformáciu (napríklad valcovanie), pričom môžu vzniknúť prirodzene počas procesu alebo môžu byť do komponentu zavedené zámerne na vytvorenie požadovaného profilu napätosti.
- 2. *Tepelné zvyškové napätia* k ich vzniku dochádza dôsledkom veľkých teplotných gradientov, ktoré v komponente vznikajú z dôvodu nerovnomerných tepelných operácií, ako je ohrievanie alebo ochladzovanie.
- 3. *Chemické zvyškové napätia* vznikajú z objemových zmien spojených s chemickými reakciami, precipitácie alebo fázovej transformácie materiálu. Príkladom môžu byť chemické povrchové úpravy, ako je nitrácia, dôsledkom ktorej dochádza k tvorbe významných gradientov zvyškového napätia v povrchových vrstvách komponentu.

Prítomnosť zvyškových napätí sa častokrát z dôvodu ich pôsobenia v súčasti aj bez vonkajšieho zaťaženia prehliada, avšak ich vplyv na mechanické vlastnosti telesa môže byť významný, preto je ich započítanie pri návrhu novej súčasti nevyhnutné [1].

### 3.1 Základné rozdelenie zvyškových napätí

Zvyškové napätia sa zvyčajne pri kryštalických materiáloch rozdeľujú do troch kategórií na základe veľkosti, pri ktorej ich je možné považovať za homogénne [3; 4]:

- 1. *Zvyškové napätia I. druhu* makroskopické zvyškové napätia, ktoré sú homogénne v oblasti väčšej, ako je jedno zrno materiálu.
- 2. *Zvyškové napätia II. druhu* mikroskopické zvyškové napätia, ktoré sú homogénne práve v oblasti zodpovedajúcej veľkosti jedného zrna materiálu. Tento druh napätí je možné očakávať v materiáloch s jednou fázou z dôvodu anizotropie zŕn, avšak taktiež sa môžu rozvinúť aj v materiáloch s viacerými fázami a z dôvodu rozličných vlastností jednotlivých fáz.
- 3. *Zvyškové napätia III. druhu* mikroskopické zvyškové napätia, ktoré sú nehomogénne, pričom ich veľkosť je na atómovej úrovni a typickým dôvodom ich vzniku je prítomnosť dislokácií a iných kryštalických defektov.

### 3.2 Vplyv zvyškových napätí

Zvyškové napätia môžu mať na súčasť negatívny, ale aj pozitívny vplyv – v závislosti od ich veľkosti a polohy, preto je dôležité, aby bol ich výskyt v možnom prípade rozumne využitý. Autor v [4] ako príklad využitia zvyškových napätí uvádza tepelne tvrdené sklá (obrázok 1) a predpätie betónu. Výroba tepelne tvrdeného skla spočíva v rýchlom

ochladení skla zo zvýšenej teploty, pri ktorom na jeho povrchu vznikajú tlakové napätia kompenzované ťahovými napätiami vo vnútri skla. Pri tepelne netvrdenom skle dokáže aj malé vonkajšie zaťaženie spôsobiť dôsledkom povrchových chýb skla jeho prasknutie, zatiaľ čo pri tepelne tvrdenom skle je práve zásluhou kompenzácie tlakových povrchových napätí vnútornými ťahovými napätiami povrch skla schopný odolávať omnoho väčšiemu vonkajšiemu zaťaženiu. Samozrejme, ak prasklina prenikne do vnútra skla, ktoré je vystavené ťahovému napätiu, tak sa začne šíriť vysokou rýchlosťou a dôjde k vzniku charakteristickej "mozaikovej praskliny". Betón je podobne ako sklo krehký a má nízku pevnosťou v ťahu. Pomocou jeho tlakového predpätia je však možné, aby bol použitý aj v ťahu, a to v podobe konzolových nosníkov.



**Obrázok 1:** Schematický diagram prierezu tepelne tvrdeného sklo zobrazujúci pôsobenie zvyškového napätia po vonkajšom zaťažení [4]

Na druhú stranu môžu zvyškové napätia výrazne znížiť medzu pevnosti materiálu a tým spôsobiť jeho predčasné porušenie. Okrem zníženia medze pevnosti môže mať prítomnosť zvyškových napätí výrazný vplyv aj na lomovú húževnatosť materiálu a tým ovplyvniť rýchlosť šírenia trhliny v komponente. Nemenej podstatným je aj ich dopad na medzu únavy, tečenie materiálu pri vysokých teplotách (*creep*) a taktiež sa problémy so zvyškovými napätiami objavujú aj v novovznikajúcich "*smart*" materiáloch, ako sú napríklad feroelektriká alebo materiály s tvarovou pamäťou [5].

Z vyššie uvedených dôvodov je zrejmé, že zvyškové napätia sú podstatným parametrom pri návrhu a výrobe nových komponentov, preto je dôležité mať k dispozícii detekčné metódy, ktoré dokážu ich prítomnosť určiť s požadovanou presnosťou.

#### 3.3 Meranie zvyškových napätí

Pri meraní napätí spôsobených vonkajším zaťažením sa zväčša využívajú nepriame metódy, ako je napríklad meranie posunutí alebo pomerných deformácií, z ktorých sa následne pomocou príslušných vzťahov napätie vyhodnotí. Obdobne sú navrhnuté aj

metódy na meranie zvyškových napätí, avšak kvôli charakteru týchto napätí je ich vyhodnotenie veľmi komplikované, a to nezávisle od použitej metódy merania [3].

Príchod moderných počítačovo založených výpočtových zariadení otvoril nové možnosti aj v oblasti merania zvyškových napätí, čo viedlo k vzniku nových metód, ktoré výrazne posunuli hranice presnosti vyhodnocovania. Zároveň však boli novými technológiami ovplyvnené aj niektoré dovtedy používané metódy [3]. Vo všeobecnosti môžeme súčasné metódy merania zvyškových napätí rozdeliť do troch kategórií [1; 2; 3]:

- Deštruktívne metódy táto kategória zahŕňa metódy, pri ktorých dochádza k čiastočnému alebo úplnému zničeniu meranej vzorky, preto sú väčšinou tieto metódy využívané v prípadoch, keď je zničenie jednej alebo viacerých vzoriek pre celú výrobnú sériu komponentov zanedbateľné. Princíp týchto metód spočíva v odstránení časti komponentu alebo jeho rozdelení, čím dochádza k uvoľneniu zvyškových napätí, ktoré sú následne vyhodnocované z výslednej pomernej deformácie. Patria tu metóda delenia materiálu a metóda odstraňovania povrchovej vrstvy materiálu.
- 2. Semideštruktívne metódy do tejto kategórie spadajú metódy s veľmi malým deštrukčným vplyvom na komponentu, tzn. že tieto metódy nemajú výrazný vplyv na materiálové vlastnosti a po ich aplikácii je možné komponent opraviť a naďalej prevádzkovať. Do tejto kategórie patrí odvŕtavacia metóda a metóda uvoľňovania stĺpika.
- 3. *Nedeštruktívne metódy* táto kategória zahŕňa metódy zamerané na meranie zmien rozmeru kryštalickej mriežky alebo iného parametra spojeného s touto zmenou u komponentov, ktoré sú vystavené elastickej deformácii (výsledné napätie je menšie ako je medza klzu materiálu). Patria tu röntgenová a neutrónová difrakčná metóda, ultrazvuková metóda a magnetická metóda.

Každá z vyššie uvedených metód nesie so sebou svoje výhody, ale aj nevýhody, preto by malo byť pri výbere vhodnej metódy merania zohľadnených niekoľko dôležitých faktorov. Autor v [3] uvádza nasledujúce:

- *Cieľ merania* pri voľbe metódy merania zvyškových napätí je dôležité, aby bol splnený cieľ, kvôli ktorému sú napätia vyhodnocované. Metóda musí zahŕňať potrebný smer, miesto a rozlíšenie merania.
- Poškodenie vzorky v prípade, ak je poškodenie vzorky prípustné, tak sa deštruktívne metódy stávajú atraktívne z dôvodu presných výsledkov pre širokú škálu materiálov a geometrií. V opačnom prípade je nutné siahnuť po niektorej zo semideštruktívnych alebo nedeštruktívnych metód.
- *Tvar vzorky* niektoré špecifické geometrie priam navrhujú použitie danej metódy (napríklad plochých profiloch je to využitie metódy odstraňovania povrchovej vrstvy materiálu). Na druhú stranu niektoré z metód sú od tvaru geometrie nezávislé, čím ich možno v tomto smere považovať za univerzálne.
- Rozmery vzorky väčšina z metód merania zvyškových napätí je škálovateľná a je schopná sa prispôsobiť požadovaným rozmerom, hlavne pokiaľ ide o laboratórne vzorky. V niektorých prípadoch však môže hrať rozmer vzorky dôležitú úlohu, obzvlášť ak ide o meranie mimo laboratórneho prostredia.

- *Materiál vzorky* niektoré typy materiálov si vyžadujú špecifické metódy (napríklad na meranie zvyškových napätí vo feromagnetických materiáloch je možné použiť magnetickú metódu).
- Prostredie merania takmer všetky metódy merania zvyškových napätí boli vyvinuté výhradne pre laboratórne prostredie, avšak niektoré z nich je možné použiť aj pri meraní mimo neho (napríklad odvŕtavaciu alebo röntgenovú difrakčnú metódu).
- *Typ zvyškového napätia* niektoré z metód vyžadujú, aby boli zvyškové napätia homogénne v dostatočne veľkej oblasti, zatiaľ čo iné metódy dokážu zvyškové napätia merať aj v malej lokálnej oblasti.
- *Požadovaná presnosť výsledkov* niektoré metódy musia byť pred použitím správne kalibrované na daný materiál (napríklad ultrazvuková alebo magnetická metóda). Vo všeobecnosti sa odporúča vykonať viacero meraní a výsledky následne vyhodnotiť pomocou metód priemerovania.
- *Cena a dĺžka procesu merania* pri voľbe vhodnej metódy je potrebné vedieť, aký bude počet meraní a na koľkých vzorkách bude vykonaný. V prípade menšieho počtu meraní na drahých vzorkách je možné použiť napríklad drahšiu neutrónovú difrakčnú metódu, zatiaľ čo pri meraní zvyškových napätí v sériovej výrobe je vhodnejšie použiť niektorú z lacných metód, ako je ultrazvuková alebo magnetická metóda.
- Rádioaktivita, vysoká teplota a iné vonkajšie vplyvy vonkajšie faktory môžu taktiež významne ovplyvniť priebeh merania, preto je pri voľbe vhodnej metódy nevyhnutné s nimi počítať.

### 4. Odvŕtavacia metóda

Odvŕtavacia metóda je jednou z najpoužívanejších metód na meranie zvyškových napätí z dôvodu jej všestrannosti, rýchlosti, jednoduchosti a cenovej dostupnosti. Na meranie touto metódou je k dispozícii široká škála, či už laboratórneho, alebo prenosného vybavenia a je aplikovateľná na rôzne typy materiálov a komponentov. Metóda je považovaná za semideštruktívnu, čo znamená, že po jej aplikácii je z komponentu odstránené len veľmi malé množstvo materiálu (vytvorenie malého valcového otvoru pomocou technológie vyvŕtavania), ktoré nemá na jeho ďalšie použitie významný vplyv a v prípade potreby môže byť toto miesto adekvátne opravené [3; 6].

Princíp odvŕtavacej metódy spočíva vo vyvŕtaní valcového otvoru s malým priemerom do skúmaného telesa, počas ktorého sú v zasiahnutom mieste merané pomerné deformácie pomocou tenzometrickej ružice (obrázok 2). Vyvŕtavanie prebieha vo viacerých krokoch v závislosti od zvoleného typu ružice, tzn. že otvor je vytvorený postupným odstraňovaním vrstiev so zvolenou hĺbkou a po odstránení každej vrstvy sú pomocou tenzometrov zaznamenané pomerné deformácie. V niektorých prípadoch sa na určenie pomerných deformácií využívajú aj rozličné optické metódy [1; 3]. Jednotlivé typy tenzometrických ružíc, ako aj odporúčaný postup pri aplikácii odvŕtavacej metódy je bližšie zhrnutý v medzinárodnej norme ASTM E837–20 [7].



Obrázok 2: Znázornenie princípu odvŕtavacej metódy [8]

Tenzometrické ružice používané pri odvŕtavacej metóde typicky pozostávajú z troch tenzometrických mriežok natočených pod uhlami 0°, 45° a 90° alebo 0°, 225° a 90°. Jednotlivé mriežky sú v závislosti od výrobcu označované buď číslami (1, 2, 3), alebo písmenami (A, B, C). Smer natočenia tenzometrických mriežok môže byť v smere hodinových ručičiek – tenzometrické ružice typu CW (z angličtiny *clockwise*) alebo v protismere hodinových ručičiek – tenzometrické ružice typu CCW (z angličtiny *counter-clockwise*). Zvyškové napätia sú pre obidva typy ružíc vyhodnocované rovnakým spôsobom, pričom rozdiel spočíva len v smere uhla  $\beta$  určujúceho natočenie hlavného

napätia  $\sigma_I$  od tenzometrickej mriežky A [7; 9]. Zaužívané označenie geometrie tenzometrickej ružice pri odvŕtavacej metóde je uvedené v nasledujúcej tabuľke 1:

8	J 1	5
Veličina	Jednotka	Význam
D	mm	stredný priemer ružice
$D_0$	mm	priemer vyvítavanej diery
GL	mm	dĺžka tenzometra
GW	mm	šírka tenzometra

Tabul'ka 1: Označenie geometrie tenzometrickej ružice pri odvŕtavacej metóde



**Obrázok 3:** Schematické znázornenie tenzometrickej ružice CCW (vľavo) a CW (vpravo), pri odvŕtavaní otvoru s priemerom  $D_0$  a stredným priemerom tenzometrickej ružice D [8]

Vo všeobecnosti sa podľa normy [7] používajú pri odvŕtavacej metóde tri štandardizované typy tenzometrických ružíc. Na nasledujúcom obrázku 4 sú zobrazené tieto štandardizované typy od výrobcu Micro-Measurements, a Vishay Precision Group brand [10].



Obrázok 4: Typy štandardizovaných tenzometrických ružíc používané pri odvŕtavacej metóde [10]

#### 4.1 Matematický podklad na vyhodnocovanie homogénnych napätí

O homogénne zvyškové napätia ide v prípade, ak sú počas vyvrtávania otvoru uvoľňované zvyškové napätia v smere kolmom na strednicu vyvrtávanej diery

rovnomerné, tzn. že počas odvŕtavania jednotlivých vrstiev so zvolenou hĺbkou sa veľkosť jednotlivých zložiek nameraných zvyškových napätí nemení. Pokiaľ pri postupnom odvŕtavaní dochádza k výraznej zmene veľkostí jednotlivých zložiek zvyškových napätí, tak ide o *nehomogénne zvyškové napätia*.

Vhodnosť voľby metódy na vyhodnotenie zvyškových napätí závisí od dostupných informácií, napríklad o geometrii alebo výrobnom procese. Homogénne zvyškové napätia je možné vyhodnotiť v prípade dostupnosti adekvátneho množstva informácií, ktoré naznačujú ich prítomnosť [7]. V opačnom prípade je vhodné pristúpiť k vyhodnoteniu nehomogénnych zvyškových napätí, zvyčajne pomocou integrálnej metódy [7; 8; 9].

Pri vyhodnocovaní homogénnych zvyškových napätí sa pri odvŕtavaní jednotlivých vrstiev zaznamenávajú pomerné deformácie  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  a  $\varepsilon_3$  pomocou tenzometrickej ružice s usporiadaním CW alebo CWW (na obrázku 3 tenzometer A určuje pomernú deformáciu  $\varepsilon_1$ , tenzometer B určuje pomernú deformáciu  $\varepsilon_2$  a tenzometer C určuje pomernú deformáciu  $\varepsilon_3$ ).

Na riešenie zvyškových napätí Schajer v publikácii [11] navrhol zaviesť kombinácie pomerných deformácií s označením p, q a t a kombinácie zvyškových napätí s označením P, Q a T, a to v nasledujúcom tvare:

$$p = \frac{\varepsilon_3 + \varepsilon_1}{2} \tag{4.1}$$

$$q = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_1}{2} \tag{4.2}$$

$$t = \frac{\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2}{2} \tag{4.3}$$

$$P = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \tag{4.4}$$

$$Q = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \tag{4.5}$$

$$T = \tau_{xy} \tag{4.6}$$

Pomocou kalibračných koeficientov  $\bar{a}$  a  $\bar{b}$  je možné vyjadriť prepočet vyššie uvedených kombinácií zvyškových napätí P, Q a T na kombinácie pomerných deformácií p, q a t:

$$P = -\frac{E}{\bar{a}(1+\mu)}p\tag{4.7}$$

$$Q = -\frac{E}{\overline{b}}q \tag{4.8}$$

$$T = -\frac{E}{\overline{b}}t\tag{4.9}$$

Kde bezrozmerné kalibračné koeficienty  $\overline{a}$  a  $\overline{b}$  je možné vyjadriť pomocou nasledujúcich rovníc:

$$\bar{a} = \frac{2E}{1+\mu}\bar{A} \tag{4.10}$$

$$\overline{b} = 2E\overline{B} \tag{4.11}$$

Kalibračné koeficienty  $\bar{a}$  a  $\bar{b}$  sú závislé od geometrie vyvŕtavaného otvoru, geometrie tenzometrickej mriežky a ich hodnota sa mení s narastajúcou hĺbkou vyvŕtavanej diery. Boli zavedené z dôvodu eliminácie vplyvu materiálových vlastností na kalibračné konštanty  $\bar{A}$  a  $\bar{B}$  [10]. Táto korekcia umožňuje využiť hodnoty koeficientov  $\bar{a}$  a  $\bar{b}$  získané pre danú geometrickú konfiguráciu vyvŕtaného otvoru a tenzometrickej ružice pre viacero rozličných materiálov [10].

Vo všeobecnosti sa pri vyhodnocovaní zvyškových napätí uvažujú hodnoty pomerných deformácií získané pri rozličných prírastkoch hĺbky vyvítavanej diery. Norma [7] uvádza ako referenčný postup pri vyhodnocovaní homogénnych zvyškových napätí pri diere s maximálnou hĺbkou 1 mm postupne odvítať 10 vrstiev s prírastkom hĺbky 0,1 mm. Pomerné deformácie by mali byť zaznamenané po odvítaní každej vrstvy. Pomerné deformácie p, q a t a kalibračné koeficienty  $\bar{a}$  a  $\bar{b}$  vstupujúce do vzťahov (4.7) až (4.9) sa následne zmenia zo skalárnych veličín na veličiny vektorové. Takto modifikované vzťahy potom vyzerajú nasledovne [7]:

$$P = -\frac{E}{(1+\mu)} \frac{\sum (\overline{\boldsymbol{a}} \cdot \boldsymbol{p})}{\sum (\overline{\boldsymbol{a}})^2}$$
(4.12)

$$Q = -E \frac{\sum (\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{q})}{\sum (\boldsymbol{\overline{b}})^2}$$
(4.13)

$$T = -E \frac{\Sigma(\overline{b} \cdot t)}{\Sigma(\overline{b})^2}$$
(4.14)

Tento postup bol zavedený z dôvodu minimalizácie chyby merania. Po získaní zvyškových napätí *P*, *Q* a *T* je možné vyhodnotiť napätia  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  a taktiež hlavné napätia  $\sigma_{max}$  a  $\sigma_{min}$  pomocou nasledujúcich vzťahov [7]:

$$\sigma_x = P - Q \tag{4.15}$$

$$\sigma_y = P + Q \tag{4.16}$$

$$\tau_{xy} = T \tag{4.17}$$

$$\sigma_{max}, \sigma_{min} = P \pm \sqrt{Q^2 + T^2} \tag{4.18}$$

Presnú polohu hlavných napätí je možné určiť pomocou uhla  $\beta$ , ktorý udáva natočenie hlavných napätí  $\sigma_{max}$  a  $\sigma_{min}$  voči polohám tenzometrických mriežok. Pokiaľ bude uhol  $\beta$  nadobúdať kladné hodnoty, tak hlavné napätie  $\sigma_{max}$  sa bude nachádzať na osi pootočenej o uhol  $\beta$  v smere hodinových ručičiek od tenzometra A (obrázok 3, typ tenzometrickej ružice CW). Hlavné napätie  $\sigma_{min}$  sa bude v tomto prípade nachádzať na osi pootočenej o uhol  $\beta$  v smere hodinových ručičiek od tenzometra C. Pokiaľ budú hodnoty uhla  $\beta$  záporné, tak pootočenie voči jednotlivým tenzometrom bude v protismere hodinových ručičiek [7]. Na výpočet uhla  $\beta$  je možné použiť nasledujúci vzťah [7]:

$$\beta = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{-T}{-Q}\right) \tag{4.19}$$

Výpočet uhla  $\beta$  pomocou rovnice (4.19) využíva bežnú funkciu arkus tangens s jedným argumentom, čoho následkom je, že výsledný uhol  $\beta$  je vyčíslený s nepresnosťou ±90°. Na vyčíslenie správnej hodnoty je nutné využiť funkciu arkus tangens s dvomi parametrami (značenú aj ako *atan2*) berúcu do úvahy znamienka obidvoch parametrov. Praktickejším prístupom je však korekcia uhla  $\beta$  získaného z rovnice (4.19) pripočítaním alebo odpočítaním uhla 90° tak, aby výsledný uhol zodpovedal rozmedziu hodnôt nachádzajúcich sa v nasledujúcej tabuľke 2 [7].

**Tabuľka 2:** Veľkosť uhla  $\beta$  v závislosti od znamienok zvyškových napätí *T* a *Q* [7]

	Q > 0	Q = 0	Q < 0
T < 0	$45^\circ < \beta < 90^\circ$	45°	$0^\circ < \beta < 45^\circ$
T = 0	90°	nedefinované	0°
T > 0	$-45^\circ < \beta < -90^\circ$	-45°	$-45^\circ < \beta < 0^\circ$

#### 4.2 Odporúčania pri použití odvŕtavacej metódy

Norma [7] uvádza, ako by mala vyzerať ideálna testovacia vzorka pri praktickom použití odvŕtavacej metódy. Povrch vzorky by mal byť hladký a vyvŕtavaná diera by sa mala nachádzať v dostatočnej vzdialenosti od okrajov a akýchkoľvek diskontinuít, akými sú napríklad diery alebo vruby. Materiál vzorky by mal byť homogénny, izotropný a lineárne elastický [10].

Pri reálnych meraniach sa však odvítavacia metóda veľakrát používa práve na praktických telesách, ktoré môžu byť výrazne vzdialené od tých ideálnych z dôvodu ich komplexnej geometrie a lokálnych vrubov. Preto boli zavedené pre používanie jednotlivých typov tenzometrických ružíc (obrázok 4) rozmerové odporúčania, ktorých presné hodnoty sú uvedené v tabuľkách v norme [7] alebo v publikácii [10]. Tieto odporúčania zahŕňajú nasledujúce rozmery:

• Priemer vyvŕtavanej diery – zvyčajne sa volí podľa vzťahu  $D_0 = 0.4D \pm 0.04D$ . Voľba menšieho priemeru sa neodporúča z dôvodu malých výstupných pomerných deformácii pri počiatočných hĺbkových prírastkoch. Na druhú stranu, väčší priemer vyvŕtavanej diery sa neodporúča z dôvodu možného poškodenia tenzometrickej ružice. Pri najčastejšie používaných tenzometerických ružiciach (D = 5,13 mm) je vhodnou voľbou priemer s veľkosťou 2 až 2,2 mm.

- Hĺbka vyvŕtanej diery maximálna hĺbka sa volí podľa veľkosti a geometrie tenzometrickej ružice. Jej voľba taktiež závisí aj od typu meraného zvyškového napätia a typu ružice. Pri meraní homogénnych zvyškových napätí pomocou štandardnej ružice typu A s rozmerom D = 5,13 mm je doporučená maximálna hĺbka 1 mm. Diera je vytvorená postupným odvŕtaním 10 vrstiev s hĺbkovým prírastkom 0,1 mm. Pri meraní nehomogénnych zvyškových napätí pomocou ružice s rovnakou geometriou je maximálna hĺbka diery taktiež 1 mm, avšak v tomto prípade je vytvorená postupným odvŕtaním 20 vrstiev s hĺbkovým prírastkom 0,05 mm [7; 10]. Pre ostatné rozmery a typy ružíc sú odporúčané hĺbky uvedené v norme [7].
- *Hrúbka skúmaného telesa* pri tenších telesách môže dochádzať k lokálnemu ohybu, čo môže výrazne ovplyvniť namerané hodnoty. Preto pre ružice typu A a B je minimálna odporúčaná hrúbka (rozmer v smere osi vŕtania) skúmaného telesa 1*D*, zatiaľ čo pre ružicu typu C je to 1,2*D*.
- Vzdialenosť od voľnej hrany so zmenšujúcou sa vzdialenosť ou od voľnej hrany sa zmenšuje aj tuhosť telesa. Schajer v [10] uvádza, že zmena tuhosti telesa spôsobuje zmenu podmienok, pre ktoré boli odvodené koeficienty integrálnej metódy na vyhodnocovanie nehomogénnych napätí. Pokiaľ je vzdialenosť medzi stredom ružice typu B a voľnou hranou menšia ako 0,8D, tak sa presnosť koeficientov integrálnej metódy nachádza ±4 % mimo odporúčaného rozsahu. Okrem vzdialenosti môže mať na tuhosť telesa významný vplyv aj výraznejšie skosenie.
- Vzdialenosť od odskoku alebo oblasti s rozličnou hrúbkou pri uvažovaní rovnakej vzdialenosti nemá zmena hrúbky telesa taký zásadný vplyv na jeho tuhosť, ako má voľná hrana. Z tohto dôvodu sú odporúčané vzdialenosti ružice v tomto prípade o niečo menšie ako v prípade voľnej hrany.
- *Rádius zaoblenia povrchu* v niektorých prípadoch môže byť povrch skúmaného telesa valcový alebo guľový. Pri meraní tenzometrickou ružicou na zaoblenom povrchu je dôležité brať do úvahy dve zásadné obavy:
  - 1. S rastúcim rádiusom sa významne znižuje presnosť koeficientov integrálnej metódy, ktoré boli získané pre rovinný povrch.
  - Pri vŕtaní otvoru do povrchu s malým polomerom môže byť nejednoznačné meranie počiatočných prírastkov hĺbky otvoru.
     Problematika merania zvučkového papätia pa valcových telesách je bližčie

Problematika merania zvyškového napätia na valcových telesách je bližšie rozoberaná v publikácii [9].

 Vzdialenosť medzi tenzometrickými ružicami – z dôvodu uvoľňovania napätí pri odvítavacej metóde je v prípade potreby nalepenia viacerých tenzometrických ružíc na jeden povrch nutné zachovať medzi nimi dostatočný rozostup tak, aby sa napätia uvoľnené z jednotlivých vyvŕtaných dier navzájom neovplyvňovali. Odporúčaná hodnota vzdialenosti medzi dvoma ružicami je 2,4D.

## 5. Výpočtový model

Odvŕtavacia metóda bola simulovaná pomocou metódy konečných prvkov v programe ANSYS. Výpočtový model vychádza z veľkej časti z dizertačnej práce [9], na ktorú táto diplomová práca nadväzuje. Postupná tvorba výpočtového modelu spočívala v nasledujúcich bodoch:

- 1. Vytvorenie modelu materiálu.
- 2. Vytvorenie geometrie.

Ζ

- 3. Vytvorenie siete konečných prvkov.
- 4. Zadanie okrajových podmienok a zaťaženia.
- 5. Nastavenie simulácie a parametrizácia modelu.

Jednotlivé body sú detailnejšie opísané v nasledujúcich podkapitolách. Pre potreby simulácie bola zvolená tenzometrická ružica HBM RY61-1.5/120 [12]. Jej konkrétne rozmery a rozmery geometrie diery sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 3:

 Tabul'ka 3: Rozmery zvolenej tenzometrickej ružice a geometrie vyvŕtavanej diery

Veličina	Veľkosť	Jednotka	Význam
D	5,1	mm	stredný priemer ružice
$D_0$	2	mm	priemer vyvŕtanej diery
$h_{max}$	1	mm	maximálna hĺbka diery
GL	1,5	mm	dĺžka tenzometra
GW	0,77	mm	šírka tenzometra



**Obrázok 5:** Schematické znázornenie geometrie vyvŕtavanej diery a tenzometrických mriežok

### 5.1 Model materiálu

V simulácii boli použité dva modely materiálu, obidva s lineárne pružným izotropným chovaním. Prvý materiál zodpovedal typickej konštrukčnej oceli s nasledujúcimi parametrami: Youngov modul pružnosti  $E = 210\ 000$  MPa, hodnota Poissonovho pomeru  $\mu = 0,3$ . Druhý materiál zodpovedal tenzometrickým mriežkam, takže hodnota Youngovho modulu pružnosti bola nastavená na veľmi nízku hodnotu (1 MPa) tak, aby ich tuhosť neovplyvnila následné vyhodnocovanie pomerných deformácií na povrchu telesa.

### 5.2 Model geometrie

Pri tvorbe geometrie bola využitá dvojitá symetria v rovinách xz a yz, keď bola simulovaná iba štvrtina telesa. Hlavným dôvodom bola časová náročnosť výpočtu. Vytvorená geometria pozostávala z jedného objemového a troch rovinných telies, pričom objemové teleso zodpovedalo telesu s vnútornými zvyškovými napätiami a rovinné telesá zodpovedali jednotlivým mriežkam tenzometrickej ružice. Rozmery geometrie tenzometrickej ružice boli zvolené na základe údajov z tabuľky 3, zatiaľ čo základné rozmery objemového telesa sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 4 (rozmery v smeroch osí x a y sú z dôvodu využitia symetrie zadané ako polovičné):

Veličina	Veľkosť	Jednotka	Význam
$L_x$	200	mm	rozmer v smere osi $x$
$L_{\mathcal{Y}}$	200	mm	rozmer v smere osi y
$L_z$	50	mm	rozmer v smere osi z
		JP C	

Tabul'ka 4: Základné rozmery telesa s vnútornými zvyškovými napätiami

Obrázok 6: Základné rozmery telesa (vpravo) a detail na geometriu v mieste vyvŕtavania diery (vľavo)

V okolí miesta vyvŕtavania diery bolo vytvorené čiastkové objemové teleso v tvare "*koláčového*" výseku s polomerom 6 mm a hĺbkou 1,2 mm, umožňujúce vytvoriť vhodnú sieť konečných prvkov. Následne bolo miesto vyvŕtavania diery rozdelené na 11 vrstiev, z čoho 10 vrstiev počínajúc od povrchu telesa malo zhodnú hĺbku 0,1 mm a posledná vrstva bola vytvorená s hĺbkou 0,2 mm. Hrúbka vytvorených tenzometrických mriežok je oproti ostatným telesám zanedbateľná.

#### 5.3 Sieť konečných prvkov

Nastavenie siete konečných prvkov vychádza z dizertačnej práce [9]. Tvorba siete spočívala v postupnom sieťovaní jednotlivých čiastkových objemov. Táto postupnosť bolo zaznamenaná pomocou funkcie nahrávania siete, ktorá napríklad pri zmene určitého parametru siete zachová postupnosť, v ktorej boli sieťované jednotlivé čiastkové objemy. Pri sieťovaní objemových častí telesa boli použité kvadratické objemové prvky typu SOLID186. V okolí miesta vyvŕtavaného otvoru bola vytvorená mapovaná sieť (v mieste *"koláčového"* výseku), pričom veľkosť prvkov v mieste diery bola nastavená na 0,06 mm s postupným nárastom veľkosti prvkov v smere od vyvŕtavaného otvoru. V dostatočnej vzdialenosti od otvoru, v ktorej už nedochádzalo k ovplyvňovaniu pomerných deformácií získaných z tenzometrických mriežok, bola vytvorená voľná sieť. Na rovinných telesách predstavujúcich tenzometrické mriežky bola vytvorená sieť pomocou rovinných kvadratických prvkov SHELL281 s veľkosťou 0,06 mm.



Obrázok 7: Sieť konečných prvkov

#### 5.4 Okrajové podmienky a zaťaženie

Homogénne zvyškové napätia boli v skúmanom telese vyvolané pomocou tlakových zaťažení pôsobiacich na bočné steny telesa. Keďže išlo o vyvolanie homogénnych zvyškových napätí, veľkosť tlaku bola v každom bode uvažovanej bočnej steny konštantná. Vyhodnocované zvyškové napätia potom zodpovedali veľkosti a priebehu tlaku v smere osi z [9].

Keďže boli pri tvorbe modelu geometrie uvažované dve roviny symetrie, tak na plochách, ktoré ležali v týchto rovinách, bol ako okrajová podmienka zadaný nulový posuv v smere ich normál. Nakoniec bol predpísaný nulový posuv v smere osi z v bode ležiacom na spodnom povrchu skúmaného telesa a zároveň na osi vyvítavanej diery.



**Obrázok 8:** Zadané okrajové podmienky a zaťaženie

Presné hodnoty veľkostí pôsobiacich tlakov budú uvedené v nasledujúcich kapitolách. Pri reálnom experimentálnom meraní sú tenzometrické mriežky nalepené na povrch skúmaného telesa. Táto skutočnosť bola simulovaná pomocou kontaktu *Bonded*, ktorý medzi rovinnými telesami predstavujúcimi tenzometrické mriežky a skúmaným telesom vytvoril pevné spojenie, dôsledkom čoho bola veľkosť pomerných deformácií nameraná pomocou tenzometrických mriežok a veľkosťou pomerných deformácií na telese v mieste prichytenia totožná.

#### 5.5 Nastavenie simulácie a parametrizácia modelu

Princíp odvŕtavacej metódy pri vyhodnocovaní homogénnych zvyškových napätí pre zvolenú geometriu tenzometrickej ružice a vyvŕtaného otvoru (tabuľka 3) spočíva v postupnom vyvŕtavaní otvoru s rovnakými hĺbkovými prírastkami (10 hĺbkových prírastkov po 0,1 mm). Pomerné deformácie sú potom pomocou tenzometrických mriežok zaznamenané po vyvŕtaní každého hĺbkového prírastku.

Simulácia odvŕtavacej metódy spočívala v postupnom vypínaní čiastkových objemových telies, respektíve zoskupení konečných prvkov vytvorených na týchto telesách, ktoré zodpovedali jednotlivým hĺbkovým prírastkom. Výpočet pozostával z 11 krokov, kde v prvom kroku boli na telese zaznamenané pomerné deformácie ešte pred odvŕtaním prvej vrstvy a v nasledujúcich 10 krokoch boli postupne odstraňované jednotlivé vrstvy zodpovedajúce hĺbkovým prírastkom. Pomerné deformácie boli merané v smeroch nalepenia jednotlivých tenzometrických mriežok, tzn. že pomerné deformácie merané pomocou mriežky A boli vyhodnocované v smere osi x, pomerné deformácie vyhodnocované pomocou mriežky B bol vytvorený nový súradnicový systém, pri ktorom bola os x natočená o 45° v protismere hodinových ručičiek voči pôvodnej osi x. Pomerné deformácie boli vyhodnocované ako priemerné hodnoty z celých plôch jednotlivých rovinných telies predstavujúcich tenzometrické mriežky.

Výsledkom simulácie bol súbor pomerných deformácií v smeroch jednotlivých tenzometrických mriežok (obrázok 5). Počiatočné pomerné deformácie boli pri následnom spracovaní dát odčítané od ostatných pomerných deformácií zodpovedajúcim jednotlivým hĺbkovým prírastkom. Tento postup bol aplikovaný z dôvodu deformácie skúmaného telesa ešte pred začiatkom vyvŕtavania diery. K deformácii dochádzalo dôsledkom zvoleného spôsobu simulovania zvyškových napätí pomocou zadania tlakového zaťaženia na steny skúmaného telesa (obrázok 8).

Po nastavení simulácie bol výpočtový model v prostredí programu ANSYS parametrizovaný. Ako vstupné parametre boli zvolené dĺžkové rozmery  $L_x$  a  $L_y$  (obrázok 6) a tlakové zaťaženia  $p_x$  a  $p_y$  (obrázok 8), zatiaľ čo ako výstupné parametre boli zvolené pomerné deformácie vo všetkých 11 krokoch výpočtu v smere všetkých tenzometrických mriežok. Pre potrebu vyhodnocovania homogénnych zvyškových napätí boli v prvom kroku vstupné parametre nastavené na hodnoty, pomocou ktorých bolo možné vyčísliť kalibračné koeficienty  $\bar{a}$  a  $\bar{b}$  pre zvolenú tenzometrickú ružicu (nasledujúca kapitola 6).

#### 6. Vyčíslenie kalibračných koeficientov

Kalibračné koeficienty  $\bar{a}$  a  $\bar{b}$  sú závislé od geometrie vyvŕtavaného otvoru, geometrie tenzometrickej mriežky a ich hodnota sa mení s narastajúcou hĺbkou vyvŕtavanej diery. Hodnoty koeficientov získané pre danú geometrickú konfiguráciu vyvŕtavaného otvoru a tenzometrickej mriežky je možné využiť pre viacero rozličných materiálov [10]. Geometrická konfigurácia uvažovaná v diplomovej práci pozostáva z tenzometrickej ružice HBM RY61-1.5/120 a vyvŕtavanej diery s geometrickými rozmermi uvedenými v tabuľke 3.

Kalibračný koeficient  $\bar{a}$  je možné získať dosadením rovníc (4.1) a (4.4) do rovnice (4.7) a jeho následným vyjadrením zo vzniknutého vzťahu. Obdobne je možné získať aj kalibračný koeficient  $\bar{b}$ , a to dosadením rovníc (4.2) a (4.5) do rovnice (4.8). Po úpravách a vyjadrení kalibračných koeficientov majú finálne rovnice nasledujúci tvar:

$$\bar{a} = -\frac{E}{(1+\mu)} \frac{(\varepsilon_3 + \varepsilon_1)}{(\sigma_x + \sigma_y)}$$
(6.1)

$$\bar{b} = -E \frac{(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)}{(\sigma_x - \sigma_y)} \tag{6.2}$$

Vyššie uvedené rovnice platia za predpokladu, že pomerné deformácie  $\varepsilon_1$  a  $\varepsilon_3$  sú získané v smeroch pôsobenia hlavného napätia (uvažovaný materiál je izotropný) a napätia  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  zodpovedajú práve hlavným napätiam [10].

Jedným zo spôsobov vyčíslenia kalibračných koeficientov je numerická simulácia metódou konečných prvkov. Pri použití výpočtového modelu opísaného v kapitole 3 sú smery pomerných deformácií  $\varepsilon_1$  a  $\varepsilon_3$  totožné so smermi tenzometrických mriežok A a C. Napätia  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  pôsobiace v týchto smeroch je potom možné získať zadaním známeho tlakového zaťaženia na bočné steny modelového telesa (obrázok 8).

Hodnoty kalibračného koeficientu  $\bar{a}$  boli vyčíslené zadaním parametrov tlakových zaťažení  $p_x = 1$  MPa a  $p_y = 1$  MPa na bočné steny modelového telesa, čo zodpovedalo napätiam pôsobiacim v smeroch tenzometrických mriežok A a C s veľkosťami  $\sigma_x = 1$  MPa a  $\sigma_y = 1$  MPa (rovnomerná rovinná napätosť [13]). Obdobným postupom bol vyčíslený kalibračný koeficient  $\bar{b}$ , pri ktorom boli uvažované veľkosti napätí  $\sigma_x = 1$  MPa a  $\sigma_y = -1$  MPa (šmyková rovinná napätosť [13]). Rozmery telesa boli uvažované ako nekonečné (tabuľka 4), tzn. dostatočne veľké na to, aby neovplyvnili namerané hodnoty pomerných deformácií. Hodnoty kalibračných koeficientov pre jednotlivé hĺbkové prírastky získané numerickou simuláciou sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 5:

 Tabuľka 5: Kalibračné koeficienty pre tenzometrickú ružicu HBM RY61-1.5/120 a vyvŕtavanú dieru s priemerom 2 mm a hĺbkou 1 mm

Kalibr. koef. [-]	Hĺbkový prírastok vyvŕtavanej diery [mm]									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
ā	0,0162	0,0380	0,0621	0,0862	0,1088	0,1288	0,1458	0,1599	0,1712	0,1800
$\overline{b}$	0,0312	0,0729	0,1204	0,1701	0,2191	0,2653	0,3075	0,3450	0,3778	0,4061

## 7. Analýza problému

Znalosť správnych hodnôt zvyškových napätí v súčasti je jedným zo základných vstupných faktorov pri jej konštruovaní a následnom využití v priemysle. Preto je dôležité, aby zvolená metóda na vyhodnocovanie zvyškových napätí dokázala určiť ich veľkosť s čo najväčšou presnosťou.

Na dosiahnutie adekvátnej presnosti pri vyhodnocovaní zvyškových napätí pomocou odvítavacej metódy je nevyhnutné dodržiavať stanovené odporúčania a predpoklady na jej správnu realizáciu (kapitola 4.2). Jedným z týchto predpokladov je aj *vzdialenosť od voľnej hrany*. Tento predpoklad uvádza, že vyvítavaný otvor musí byť od voľnej hrany dostatočne vzdialený, pretože v jej blízkosti dochádza k zmene tuhosti telesa, čím sú ovplyvnené namerané pomerné deformácie [10]. Avšak pri meraní pomocou odvítavacej metódy na reálnych telesách môže nastať situácia, keď nebude možné uvedený predpoklad dodržať, a to z dôvodu geometrie skúmaného telesa. Takáto situácia môže nastať napríklad pri meraní zvyškových napätí na plných profiloch obdĺžnikového prierezu s malými rozmermi. V takom prípade je na zachovanie presnosti metódy nevyhnutné vplyv rozmeru na veľkosť vyhodnocovaných napätí vhodne korigovať.

Vo všeobecnosti môžu byť geometria reálnych telies a ich zaťaženie veľmi komplexné, preto budú pred skúmaním vplyvu vzdialenosti vyvŕtavanej diery od voľnej hrany zavedené nasledujúce predpoklady:

- 1. Zvyškové napätia sú homogénne po hĺbke.
- 2. Hlavné smery zvyškových napätí pôsobiacich v telese sú totožné so smermi tenzometrických mriežok A a C.
- 3. Geometria telesa má tvar kvádra.
- 4. Vyvŕtavaný otvor leží na priesečníku dvoch rovín symetrie.

Po zavedení vyššie uvedených predpokladov je k určeniu vplyvu vzdialenosti vyvŕtavaného otvoru od voľnej hrany možné použiť parametrizovaný výpočtový model opísaný v kapitole 5. V nasledujúcich podkapitolách budú postupne opísané zvolené rozmerové parametre a parametre zaťaženia.

#### 7.1 Nastavenie rozmerových parametrov výpočtového modelu

Na určenie vplyvu vzdialenosti vyvŕtaného otvoru od voľnej hrany je potrebné stanoviť vzdialenosť, od ktorej začne voľná hrana významne ovplyvňovať hodnoty výstupných pomerných deformácií nameraných jednotlivými tenzometrickými mriežkami.

Pri simulácii odvŕtavacej metódy budú uvažované dve nasledujúce parametrické konfigurácie geometrie v rovine *xy* (obrázok 9):

- a) Rovnomerná zmena rozmerov vo všetkých štyroch smeroch.
- b) Rovnomerná zmena rozmerov v dvoch protiľahlých smeroch kolmých na os x, pričom zvyšné dva smery zostávajú nemenné (ich hodnota zostáva konštantná a je dostatočne veľká na to, aby neovplyvňovala meranie).

Rozmer v smere osi z zostáva v obidvoch prípadoch konštantný a jeho hodnota je totožná s hodnotou pôvodného výpočtového modelu, tzn. 50 mm.



Obrázok 9: Znázornenie geometrických konfigurácií a) (naľavo) a b) (napravo)

Rozmerové parametre pre obidva prípady boli zvolené na základe citlivostnej analýzy, pričom najmenší rozmer (10 mm) bol určený na základe geometrie uvažovanej tenzometrickej ružice. Hodnoty rozmerov sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 6:

Tabuľka 6: Simulované rozmerové parametre výpočtového modelu na skúmanie vplyvu konečného rozmeru telesa na vyhodnocované zvyškové napätia

Rozmer telesa v danom smere [mm]											
a)	$L_x$	200	60	40	30	24	20	16	13	11	10
	$L_y$	200	60	40	30	24	20	16	13	11	10
b)	$L_x$	200	60	40	30	24	20	16	13	11	10
	$L_y$	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200

#### 7.2 Vplyv rozmerov na vyhodnocovanie zvyškových napätí

Na určenie vplyvu zmeny rozmeru telesa na veľkosť vyhodnotených zvyškových napätí boli rozmerové parametre výpočtového modelu postupne menené tak, aby zodpovedali rozmerovým dvojiciam uvedeným v tabuľke 6. Zaťaženie bolo zvolené obdobne ako v prípade výpočtu kalibračných koeficientov, tzn. boli uvažované dva stavy rovinnej napätosti, a to stav rovnomernej rovinnej napätosti ( $\sigma_x = 1$  a  $\sigma_y = 1$ ) a stav šmykovej rovinnej napätosti ( $\sigma_x = 1$  a  $\sigma_y = -1$ ). Následne boli zvyškové napätia vyhodnotené pomocou algoritmu opísaného bližšie v podkapitole 4.1, kde na určenie kombinácií napätí *P*, *Q* a *T* boli použité vzťahy (4.12) až (4.14) eliminujúce chybu merania v závislosti od hĺbky vyvŕtavaného otvoru. Za kalibračné koeficienty  $\bar{a}$  a  $\bar{b}$  boli dosadené hodnoty z tabuľky 5.

Na nasledujúcich grafoch je uvedená relatívna chyba zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  (ako referenčná hodnota sú brané "nekonečné rozmery" telesa, tzn. 200 mm) v závislosti od rozmerov skúmaného telesa pre obidva typy zvolených zaťažení pre geometrickú konfiguráciu a) (obrázok 10) a geometrickú konfiguráciu b) (obrázok 11), pričom pre geometrickú konfiguráciu b) je ako rozmer braná hodnota konečného rozmerového parametru v smere osi x, tzn. hodnota  $L_x$  pre prípad b) z tabuľky 6.



**Obrázok 10:** Závislosť relatívnej chyby napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  od rozmerov skúmaného telesa pre rovnomernú a šmykovú rovinnú napätosť pre geometrickú konfiguráciu a)



a šmykovú rovinnú napätosť pre geometrickú konfiguráciu b)

Z grafov uvedených na obrázkoch 10 a 11 je zjavné, že pri poklese rozmerov telesa pod určitú hodnotu (približne 40 mm) začína relatívna chyba vyhodnocovaných zvyškových napätí exponenciálne rásť. Zároveň z uvedených grafov vyplýva, že veľkosť relatívnej chyby sa líši vzhľadom na pôsobiaci typ rovinnej napätosti. Pri porovnaní priebehov relatívnych chýb zvyškových napätí pre obidve geometrické konfigurácie je taktiež možné usúdiť, že zatiaľ čo v prípade geometrickej konfigurácie a) relatívne chyby zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  rastú totožne, tak v prípade geometrickej konfigurácie b) je ich rast rozdielny: chyba zvyškového napätia  $\sigma_y$  pôsobiaceho v smere nekonečného rozmeru je výrazne menšia a začína sa prejavovať pri menších rozmeroch ako chyba zvyškového napätia  $\sigma_x$  pôsobiaceho v smere konečného rozmeru.

Presnosť algoritmu používaného na vyhodnocovanie homogénnych zvyškových napätí významne klesá so zmenšujúcimi sa rozmermi skúmaného telesa. Z tohto dôvodu je algoritmus nutné vhodne korigovať, aby bola chyba spôsobená konečnými rozmermi telesa minimalizovaná, pričom so znalosťou vyššie uvedených závislostí bola

k minimalizácii chyby spôsobenej konečnými rozmermi telesa navrhnutá úprava algoritmu, ktorá spočívala v korekcii kalibračných koeficientov (kapitola 8.1).

Pri tvorbe algoritmu korigujúceho kalibračné koeficienty však nebol do úvahy braný vplyv biaxiality pôsobiacich zvyškových napätí, ktorý sa pri následnom testovaní tohto algoritmu ukázal ako zásadný. Z tohto dôvodu bol vplyv biaxiality pôsobiacich zvyškových napätí ďalej skúmaný, pričom tomuto výskumu sú venované dve nasledujúce podkapitoly 7.3 a 7.4.

#### 7.3 Nastavenie parametrov zaťaženia výpočtového modelu

Pri skúmaní závislosti presnosti vyhodnocovaných homogénnych zvyškových napätí od rozmerov skúmaného telesa sa ukázalo, že presnosť algoritmu vyhodnocovania homogénnych zvyškových napätí významne závisí okrem rozmerov telesa aj od pôsobiaceho zaťaženia, ktoré v telese vyvolá určitý typ rovinnej napätosti. K určeniu vplyvu biaxiality na vyhodnocované zvyškové napätia pri konečných rozmeroch telesa je nevyhnutné nasimulovať niekoľko typov rovinnej napätosti pri zmene rozmerov telesa (tabuľka 6). To je možné docieliť vhodným výberom hodnôt zaťaženia modelového telesa, ktoré v ňom vyvolá požadované veľkosti skúmaných zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$ .

K výberu vhodných typov pôsobiacej rovinnej napätosti bude použitá podmienka plasticity HMH, ktorá má pre rovinnú napätosť nasledujúci tvar [13]:

$$\sigma_k = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \tag{7.1}$$

kde  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  zodpovedajú hlavným napätiam a  $\sigma_k$  je materiálová charakteristika vyjadrujúca redukované napätie. Pri aplikácii tejto podmienky na výpočtový model budú napätia  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  zodpovedať skúmaným zostatkovým napätiam  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$ . Vhodné typy zaťaženia budú potom zvolené na základe podmienky z rovnice (7.1), pre jednotkovú hodnotu materiálovej charakteristiky  $\sigma_k$ , tzn.  $\sigma_k = 1$  MPa.

Pri vykreslení podmienky plasticity HMH pre veľkosť redukovaného napätia  $\sigma_k = 1$ MPa do Haighovej roviny napätí  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  a následnom rozdelení tejto roviny do štyroch kvadrantov na základe symetrií krivky plasticity (obrázok 12) je z dôvodu použitia elastického materiálu pre geometrické konfigurácie a) a b) zjavné, že nie je nutné nasimulovať typy rovinnej napätosti zo všetkých kvadrantov. Pre geometrickú konfiguráciu a) by bola dostačujúca simulácia iba jedného z kvadrantov, a to z dôvodu uvažovania dvoch rovín symetrie. Pre geometrickú konfiguráciu b) je však nutné nasimulovať hodnoty aspoň z dvoch kvadrantov napätostí (kombináciu kvadrantov I a II alebo III a IV z obrázku 12), keďže rozmery v smeroch osí x a y nie sú totožné.

Pre zovšeobecnenie korekčných algoritmov (kapitola 8) boli nasimulované hodnoty z kvadrantov I a II pre obidve geometrické konfigurácie, pričom počet nasimulovaných hodnôt bol zvolený na základe sledovania priebehov zvyškových napätí v závislosti od ich biaxiality tak, aby boli tieto priebehy dostatočne hladké. Jednotlivé dvojice napätí sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 7 a taktiež sú vyznačené červenými krížikmi na obrázku 12.
Napätia na hranici kvadrantov [MPa]							
	Hranica I. a IV.		Hranica I. a II.		II.	Hranica II. a III.	
$\sigma_x$	-0,5775		1		0,5775		
$\sigma_y$	0,5775		1			-0,5775	
Napätia v I. kvadrante [MPa]							
$\sigma_x$	-0,460	-0,328	-0,177	0	0,215	0,475	0,756
$\sigma_y$	0,688	0,795	0,900	1	1,090	1,150	1,135
Napätia v II. kvadrante [MPa]							
$\sigma_x$	1,135	1,150	1,090	1	0,900	0,795	0,688
$\sigma_y$	0,756	0,475	0,215	0	-0,177	-0,328	-0,4

**Tabuľka 7:** Simulované hodnoty zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  na skúmanie vplyvu biaxiality



**Obrázok 12:** Znázornenie podmienky plasticity HMH v Haighovej rovine s vyznačenými bodmi simulovaných stavov rovinnej napätosti

## 7.4 Vplyv biaxiality na vyhodnocovanie zvyškových napätí

Závislosť presnosti vyhodnocovaných homogénnych zvyškových napätí od typu rovinnej napätosti pôsobiacej v skúmanom telese je možné určiť z nasimulovaných dát pre všetky uvažované možnosti geometrie a zaťaženia výpočtového modelu. Tieto dáta boli získané tak, že pre každú rozmerovú dvojicu z tabuľky 6 boli nasimulované všetky stavy zaťaženia z tabuľky 7. To bolo docielené pomocou parametrizácie výpočtového modelu, ktorá je bližšie opísaná v kapitole 5.5.

Z nasimulovaných dát je následne možné vykresliť závislosť absolútnej chyby vyhodnotených zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  od ich pomeru, ktorým je vyjadrená ich biaxialita. Pomer týchto napätí bude uvažovaný v normalizovanom intervale  $\langle -1; 1 \rangle$ , čo bude docielené tým, že vyhodnotené zvyškové napätie s väčšou hodnotou sa bude nachádzať vždy v menovateli pomeru tak, ako je to uvedené v nasledujúcej tabuľke 8.

Podmienka	Pomer
$\left \sigma_{y}\right  > \left \sigma_{x}\right $	$rac{\sigma_x}{\sigma_y}$
$ \sigma_x  >  \sigma_y $	$rac{\sigma_y}{\sigma_x}$

**Tabul'ka 8:** Tvar pomeru napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  na základe ich veľkosti

Závislosti absolútnych chýb vyhodnotených zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  od ich pomeru budú vykreslené osobitne pre dva nasledujúce prípady stavov rovinnej napätosti (obrázok 12):

- 1. Dvojice napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  ležiace v I. kvadrante v Haighovej rovine podľa podmienky plasticity HMH.
- 2. Dvojice napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  ležiace v II. kvadrante v Haighovej rovine podľa podmienky plasticity HMH.

Nasledujúce grafy na obrázkoch 13 až 16 postupne zobrazujú závislosti absolútnych chýb zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  od ich normalizovaného pomeru pre obidve geometrické konfigurácie. Priebehy zodpovedajú kombináciám pôsobiacich napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$ , pri ktorých je po ich dosadení do podmienky plasticity HMH pre rovinnú napätosť (rovnica (7.1) veľkosť redukovaného napätia rovná 1 MPa.



**Obrázok 13:** Závislosť absolútnej chyby vyhodnoteného zvyškového napätia  $\sigma_x$  od pomeru zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  reprezentujúceho ich biaxialitu pre geometrickú konfiguráciu a)



**Obrázok 14:** Závislosť absolútnej chyby vyhodnoteného zvyškového napätia  $\sigma_y$  od pomeru zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  reprezentujúceho ich biaxialitu pre geometrickú konfiguráciu a)



**Obrázok 15:** Závislosť absolútnej chyby vyhodnoteného zvyškového napätia  $\sigma_x$  od pomeru zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  reprezentujúceho ich biaxialitu pre geometrickú konfiguráciu b)



**Obrázok 16:** Závislosť absolútnej chyby vyhodnoteného zvyškového napätia  $\sigma_y$  od pomeru zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  reprezentujúceho ich biaxialitu pre geometrickú konfiguráciu b)

Zo závislostí vykreslených na predchádzajúcich grafoch je zrejmé, že typ rovinnej napätosti pôsobiacej v telese má pri telesách s konečnými rozmermi taktiež zásadný vplyv na presnosť vyhodnocovaných zvyškových napätí, keď sa pre rozličné typy rovinnej napätosti zvyškových napätí pôsobiacich v telese významne mení ich absolútna chyba. Z grafov je taktiež zrejmé, že chyby napätí narastajú so zmenšujúcim sa rozmerom

skúmaného telesa. Pri porovnaní priebehov absolútnych chýb zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  pre geometrickú konfiguráciu a) a b) je zjavné, že zatiaľ čo v prípade geometrickej konfigurácie a) je priebeh  $\sigma_x$  v I. kvadrante totožný s priebehom  $\sigma_y$  v II. kvadrante a priebeh  $\sigma_y$  v I. kvadrante totožný s priebehom  $\sigma_x$  v II. kvadrante, tak pre prípad geometrickej konfigurácie b) táto skutočnosť neplatí.

Biaxialita pôsobiacich zvyškových napätí má na ich vyhodnocovanie pri telesách zaťažených chybou spôsobenou konečným rozmerom taktiež zásadný vplyv, preto je korekčný algoritmus nevyhnutné navrhnúť tak, aby okrem chyby spôsobenej konečným rozmerom telesa zahŕňal aj biaxialitu zvyškových napätí pôsobiacich v telese.

V nasledujúcej kapitole 8 bude uvedených niekoľko návrhov korekčných algoritmov, ktorými je možné pre skúmané prípady chybu pri vyhodnocovaní homogénnych zvyškových napätí minimalizovať.

# 8. Návrh korekčných algoritmov

Po analýze problému (kapitola 7) je už zjavné, že presnosť algoritmu na vyhodnocovanie homogénnych zvyškových napätí je pri telesách s konečným rozmerom zaťažená chybou spôsobenou konečnými rozmermi telesa a typom rovinnej napätosti pôsobiacej v telese. Táto chyba rastie so zmenšujúcimi sa rozmermi, preto je algoritmus na vyhodnocovanie homogénnych zvyškových napätí nutné pri telesách s malými rozmermi vhodne korigovať, aby bola presnosť vyhodnotených zvyškových napätí čo najvyššia.

Nepresnosť algoritmu na vyhodnocovanie homogénnych zvyškových napätí je možné korigovať viacerými spôsobmi, ako je napríklad korekcia vstupných veličín, tzn. nameraných pomerných deformácií, korekcia výstupných veličín, tzn. vyhodnotených zvyškových napätí, alebo korekcia kalibračných koeficientov. Z tohto dôvodu boli navrhnuté nasledujúce tri možnosti korekcie:

- 1. Korekcia kalibračných koeficientov.
- 2. Korekcia vstupných pomerných deformácií.
- 3. Korekcia vyhodnotených zvyškových napätí.

Jednotlivé návrhy korekčných algoritmov budú bližšie opísané v nasledujúcich podkapitolách.

## 8.1 Korekcia kalibračných koeficientov

Korekčný algoritmus spočíva v korekcii kalibračných koeficientov nachádzajúcich sa v algoritme na vyhodnocovanie homogénnych zvyškových napätí. Jeho základným princípom je vytvorenie kalibračných koeficientov z pomerných deformácií zaťažených chybou spôsobenou konečnými rozmermi telesa a následnou implementáciou takto vytvorených kalibračných koeficientov do algoritmu na vyhodnocovanie homogénnych zvyškových napätí.

Korekčný algoritmus bol spracovaný ako funkcia v softvéri MATLAB (pozri prílohy – f k ab.m).

Vstupnými veličinami do korekčného algoritmu sú pomerné deformácie získané z jednotlivých mriežok tenzometrickej ružice (mriežky A, B a C – obrázok 5), prírastky vyvŕtavanej diery, pri ktorých boli jednotlivé pomerné deformácie namerané, a rozmery telesa v smeroch x a y.

Priebeh korekčného algoritmu bude zobrazený na vývojovom diagrame, pričom jednotlivé časti algoritmu budú bližšie popísané v nasledujúcich častiach podkapitoly. Vývojový diagram priebehu korekčného algoritmu je zobrazený na nasledujúcom obrázku 17.



Obrázok 17: Vývojový diagram zobrazujúci priebeh algoritmu na korekciu kalibračných koeficientov

### 8.1.1 Vstupné podmienky a implementácia nasimulovaných dátových súborov

Na zaručenie správneho fungovania korekčnej funkcie musia vstupné veličiny spĺňať nasledujúce podmienky:

- 1. Vstupné pomerné deformácie a prírastky vyvŕtavanej diery sú riadkové vektory s rovnakou dĺžkou.
- 2. Hodnoty vektora prírastkov vyvŕtavanej diery sa nachádzajú v intervale (0; 1) mm.
- 3. Hodnoty rozmerov v smeroch osí x a y sú skalárne veličiny a ich najmenšia možná hodnota je 10 mm, pričom pre geometrickú konfiguráciu b) musí byť väčší z rozmerov zadaný ako rozmer v smere osi y.
- 4. Pri uvažovaní geometrickej konfigurácie b) musí byť väčší z rozmerov nekonečný, tzn. jeho najmenšia možná hodnota je 100 mm.

Ďalšími vstupnými parametrami, ktoré sú implementované priamo vo funkcii, sú materiálové vlastnosti, tzn. modul pružnosti a Poissonov pomer, a vektor prírastkov vyvŕtavanej diery.

V prvej časti korekčného algoritmu je zvolená požadovaná geometrická konfigurácia a hodnota rozmeru telesa za podmienok uvedených v nasledujúcej tabuľke 9.

Tabul'ka 9: Voľba geometrickej konfigurácie a hodnoty parametra rozmeru na základe rozmerov skúmaného telesa

Podmienka	Geometrická konfigurácia	Rozmer r
x = y	a)	$x \lor y$
<i>y</i> > <i>x</i>	b)	x

Obdobným spôsobom budú vstupné veličiny ošetrené aj pri ostatných navrhnutých korekčných algoritmoch. To isté platí aj pre podmienky výberu geometrickej konfigurácie.

### 8.1.2 Vytvorenie matíc pomerných deformácií a kalibračných koeficientov

V nasledujúcej časti sú do korekčnej funkcie implementované nasimulované dáta zodpovedajúce dátovému súboru použitému pri skúmaní vplyvu konečného rozmeru telesa na vyhodnocované zvyškové napätia (podkapitola 7.1 a 7.2). Z dát sú potom na základe zvolenej geometrickej konfigurácie vytvorené matice pomerných deformácií  $\varepsilon_{A_{\overline{a}}}, \varepsilon_{C_{\overline{a}}}, \varepsilon_{A_{\overline{b}}}$  a  $\varepsilon_{C_{\overline{b}}}$  Spôsob, akým sú pomerné deformácie z nasimulovaných dát vytvorené, je bližšie opísaný v kapitole 5.5. Veľkosti matíc  $\varepsilon_{A_{\overline{a}}} = (\varepsilon_{A_{\overline{a}}ij}), \varepsilon_{C_{\overline{a}}} = (\varepsilon_{C_{\overline{a}}ij})$  sú nasledujúce: i = 1, ..., n a j = 1, ..., m, kde počet stĺpcov m = 11, pričom prvý stĺpec matíc je nulový (stav pred začiatkom vyvŕtavania diery) a stĺpce 2, ..., 11 zodpovedajú jednotlivým hĺbkovým prírastkom vyvŕtavanej diery. Počet riadkov n = prs, kde význam parametra prs je uvedený v nasledujúcej tabuľke 10.

Parameter	Hodnota	Celý názov	Význam
prs	10	Počet rozmerových setov	Počet rozličných nasimulovaných rozmerov

Tabul'ka 10: Význam parametra prs

V nasledujúcej časti korekčného algoritmu sú pomocou vzťahov z rovníc (6.1) a (6.2) vytvorené matice kalibračných koeficientov  $\overline{a}$  a  $\overline{b}$ . Rozmery týchto matíc sú rovnaké ako rozmery matíc pomerných deformácií, z ktorých boli tieto matice vytvorené.

#### 8.1.3 Vytvorenie závislostí na korekciu kalibračných koeficientov

Na korekciu kalibračných koeficientov je nevyhnutné vytvoriť funkcie popisujúce ich zmenu v závislosti od rozmerov telesa. Tieto funkcie však musia zahŕňať aj zmenu kalibračných koeficientov po hĺbke vyvrtávanej diery.

V prvom kroku budú pomocou metódy najmenších štvorcov aproximované priebehy kalibračných koeficientov v závislosti od hĺbkových prírastkov vyvŕtavanej diery. Funkcie zvolené k tejto aproximácii sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 11.

Závislosti	Zvolená aproximačná funkcia
$\overline{a} = f(h, r)$	$c_{\bar{a}i1}h_i^4 + c_{\bar{a}i2}h_i^3 + c_{\bar{a}i3}h_i^2 + c_{\bar{a}i4}h_i + c_{\bar{a}i5}$
$\overline{\boldsymbol{b}} = f(\boldsymbol{h}, \boldsymbol{r})$	$c_{ar{b}i1}h_{i}^{\ 4}+c_{ar{b}i2}h_{i}^{\ 3}+c_{ar{b}i3}h_{i}^{\ 2}+c_{ar{b}i4}h_{i}+c_{ar{b}i5}$

Tabul'ka 11: Výber aproximačných funkcií pre uvedené závislosti

Koeficienty vstupujúce do aproximačných funkcií uvedených v tabuľke 11 sú funkčne závislé od hĺbky vyvŕtavanej diery a od konečného rozmeru telesa. Tieto koeficienty budú nazvané ako hĺbkové koeficienty.

Na nasledujúcom obrázku 18 sú zobrazené aproximované priebehy kalibračných koeficientov v závislosti od hĺbky vyvŕtavanej diery pre geometrickú konfiguráciu a). Obdobným spôsobom sú aproximované uvedené priebehy aj v prípade geometrickej konfigurácie b).



**Obrázok 18:** Aproximácia kalibračných koeficientov  $\overline{a}$  a  $\overline{b}$  pomocou metódy najmenších štvorcov pre geometrickú konfiguráciu a)

Pri aproximácii závislostí uvedených v tabuľke 11 sú vytvorené matice hĺbkových koeficientov s označením  $C_{\overline{a}}$  a  $C_{\overline{b}}$ , do ktorých sú postupne ukladané koeficienty jednotlivých aproximačných funkcií. Rozmery matíc hĺbkových koeficientov  $C_{\overline{a}} = (c_{\overline{a}ij}), C_{\overline{b}} = (c_{\overline{b}ij})$ , kde počty riadkov i = 1, ..., n a počty stĺpcov j = 1, ..., m, sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 12.

Tabul'ka 12: Rozmery matíc  $C_{\overline{a}}$  a  $C_{\overline{b}}$ 

Matica hĺbkových koeficientov	Počet riadkov n	Počet stĺpcov m
$\mathcal{C}_{\overline{a}}, \mathcal{C}_{\overline{b}}$	prs	5

Ukladanie hĺbkových koeficientov do riadkov matíc prebieha na základe rozmerov telesa, zatiaľ čo ich ukladanie do stĺpcov matíc prebieha zostupne na základe veľkosti exponentu n prírastkov vyvŕtavanej diery  $h_i^n$  v aproximačných funkciách.

V nasledujúcej časti korekčného algoritmu sú pomocou metódy najmenších štvorcov aproximované priebehy hĺbkových koeficientov nachádzajúcich sa v maticiach  $C_{\overline{a}}$  a  $C_{\overline{b}}$ , a to na základe ich závislosti od rozmerov skúmaného telesa. Tvar zvolenej aproximačnej funkcie je uvedený v nasledujúcej tabuľke 13.

**Tabul'ka 13:** Tvar aproximačnej funkcie na aproximáciu priebehov závislostí hĺbkových koeficientov od rozmerov telesa pomocou metódy najmenších štvorcov

Označenie aproximačnej funkcie	Tvar aproximačnej funkcie
$f_{rj}(r)$	$c_{r1}r^{c_{r2}} + c_{r3}$

Koeficienty vstupujúce do aproximačných funkcií uvedených v tabuľke 13 sú nezávislé konštanty. Tieto koeficienty budú nazvané ako rozmerové koeficienty. Rovnako ako pri hĺbkových koeficientoch, aj rozmerové koeficienty budú ukladané do matíc označených ako  $C_{\bar{a}r}$  a  $C_{\bar{b}r}$ . Rozmery matíc  $C_{\bar{a}r} = (c_{\bar{a}rij}), C_{\bar{b}r} = (c_{\bar{b}rij})$ , kde počty riadkov i = 1, ..., n a počty stĺpcov j = 1, ..., m, sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 14.

Tabul'ka 14: Rozmery matíc  $C_{\overline{a}r}$  a  $C_{\overline{b}r}$ 

Matica rozmerových koeficientov	Počet riadkov n	Počet stĺpcov m
$C_{\overline{b}r}$ , $C_{\overline{a}r}$	3	5

Ukladanie rozmerových koeficientov do riadkov matíc prebieha vzostupne na základe indexu *i* označujúceho poradie rozmerových koeficientov  $c_{ri}$  v aproximačnej funkcii. Do stĺpcov matíc sú rozmerové koeficienty ukladané podľa ich príslušnosti k jednotlivých hĺbkovým koeficientom.

Na nasledujúcom obrázku 19 sú uvedené príklady dvoch priebehov hĺbkových koeficientov a ich aproximácia funkciou  $f_r(r)$  pomocou metódy najmenších štvorcov.



**Obrázok 19:** Priebehy hĺbkových koeficientov  $c_{\bar{a}1}$  a  $c_{\bar{b}2}$  v závislosti od rozmeru telesa a ich aproximácia zvolenou funkciou pomocou metódy najmenších štvorcov

#### 8.1.4 Korekcia algoritmu na vyhodnocovanie zvyškových napätí

Na základe postupného dosadzovania závislostí vytvorených v predchádzajúcej podkapitole 8.1.3 do vzťahov uvedených v tabuľke 11, budú vytvorené funkcie označené ako  $F_{k\bar{a}}$  a  $F_{k\bar{b}}$  opisujúce zmenu kalibračných koeficientov  $\bar{a}$  a  $\bar{b}$  v závislosti od hĺbky vyvŕtavanej diery a konečného rozmeru telesa. Finálna podoba funkcií  $F_{k\bar{a}}$  a  $F_{k\bar{b}}$  je uvedená v nasledujúcej tabuľke 15.

Tabuľka 15: Vzťahy aproximujúce jednotlivé priestory funkcií pri algoritme na korekciu kalibračných koeficientov

Priestor funkcií kalibračného koeficientu $\overline{a}$	
$F_{k\bar{a}}(\boldsymbol{C}_{\bar{a}r},h,r) = f_{r1}(r) \cdot h^4 + f_{r2}(r) \cdot h^3 + f_{r3}(r) \cdot h^2 + f_{r4}(r) \cdot h + f_{r5}(r)$	
Priestor funkcií kalibračného koeficientu $\overline{b}$	
$F_{k\bar{b}}(\boldsymbol{C}_{\bar{b}r},h,r) = f_{r1}(r) \cdot h^4 + f_{r2}(r) \cdot h^3 + f_{r3}(r) \cdot h^2 + f_{r4}(r) \cdot h + f_{r5}(r)$	

Význam indexu j v jednotlivých aproximačných funkciách  $f_{rj}(r)$  spočíva v určení stĺpca matíc  $C_{\bar{a}r}$  a  $C_{\bar{b}r}$ , v ktorom sa nachádzajú rozmerové koeficienty príslušné k danej funkcii  $f_{rj}(r)$ .

V poslednej časti korekčného algoritmu je do funkcie implementovaný algoritmus na vyhodnotenie zvyškových napätí. Tento algoritmus je bližšie opísaný v podkapitole 4.1. Jeho korekcia spočíva v nahradení vzťahov (4.12) až (4.14), ktoré minimalizujú chybu merania, za vzťahy uvedené v nasledujúcich rovniciach (8.1) až (8.3).

$$P = -\frac{E}{(1+\mu)} \frac{\sum (F_{k\bar{a}}(\boldsymbol{C}_{\bar{\boldsymbol{a}}r}, \boldsymbol{h}, r_{inf}) \cdot \boldsymbol{p})}{\sum (F_{k\bar{a}}(\boldsymbol{C}_{\bar{\boldsymbol{a}}r}, \boldsymbol{h}, r_{inf}) \cdot F_{k\bar{a}}(\boldsymbol{C}_{\bar{\boldsymbol{a}}r}, \boldsymbol{h}, r))}$$
(8.1)

$$Q = -E \frac{\sum (F_{k\bar{b}} (\boldsymbol{C}_{\bar{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{h}, r_{inf}) \cdot \boldsymbol{q})}{\sum (F_{k\bar{b}} (\boldsymbol{C}_{\bar{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{h}, r_{inf}) \cdot F_{k\bar{b}} (\boldsymbol{C}_{\bar{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{h}, r))}$$
(8.2)

$$T = -E \frac{\sum \left(F_{k\bar{b}} (\boldsymbol{C}_{\bar{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{h}, r_{inf}) \cdot \boldsymbol{t}\right)}{\sum \left(F_{k\bar{b}} (\boldsymbol{C}_{\bar{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{h}, r_{inf}) \cdot F_{k\bar{b}} (\boldsymbol{C}_{\bar{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{h}, r)\right)}$$
(8.3)

Rozmerový vstup  $r_{inf}$  vo vyššie uvedených rovniciach (8.1) až (8.3) reprezentuje nekonečný rozmer telesa a je zadaný ako konštanta s veľkosťou 200 mm, zatiaľ čo rreprezentuje konečný rozmer telesa. Rozmerový vstup r je zvolený na základe podmienok uvedených v tabuľke 9.

Výstupnými hodnotami z korekčného algoritmu kalibračných koeficientov sú korigované zvyškové napätia  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  a  $\tau_{xy}$ .

## 8.2 Korekcia vstupných pomerných deformácií

Korekčný algoritmus spočíva v korekcii pomerných deformácií nameraných pomocou jednotlivých tenzometrických mriežok, ktoré vstupujú do algoritmu na vyhodnocovanie homogénnych zvyškových napätí. Jeho základným princípom je korekcia hodnôt pomerných deformácií zaťažených chybou spôsobenou konečnými rozmermi telesa tak, aby sa korigované hodnoty rovnali hodnotám pomerných deformácií získaných pri meraní pomerných deformácií na telese s nekonečnými rozmermi zaťaženého totožne.

Korekčný algoritmus bol spracovaný ako funkcia v softvéri MATLAB (pozri prílohy –  $f_k$  eps.m).

Vstupné veličiny do korekčného algoritmu sú rovnaké ako v prípade algoritmu na korekciu kalibračných koeficientov (podkapitola 8.1). Ide teda o pomerné deformácie získané z jednotlivých mriežok tenzometrickej ružice (mriežky A, B a C – obrázok 5), prírastky vyvŕtavanej diery, pri ktorých boli jednotlivé pomerné deformácie namerané, a rozmery telesa v smeroch x a y.

Priebeh korekčného algoritmu bude zobrazený na vývojovom diagrame, pričom jednotlivé časti algoritmu budú bližšie popísané v nasledujúcich častiach podkapitoly. Vývojový diagram priebehu korekčného algoritmu je zobrazený na nasledujúcom obrázku 20.



**Obrázok 20:** Vývojový diagram zobrazujúci priebeh algoritmu na korekciu vstupných pomerných deformácií

### 8.2.1 Vstupné podmienky a importovanie nasimulovaných dátových súborov

Vstupné veličiny musia spĺňať totožné podmienky ako v prípade algoritmu na korekciu kalibračných koeficientov (podkapitola 8.1.1). Ďalšími vstupnými parametrami implementovanými priamo vo funkcii sú modul pružnosti, Poissonov pomer a vektor prírastkov vyvŕtavanej diery.

Ak vstupné veličiny spĺňajú podmienky správnej funkčnosti algoritmu, tak zo vstupných pomerných deformácií  $\varepsilon_A$  a  $\varepsilon_C$  je vytvorený vektor normalizovaných pomerov  $p_{AC}$  vyjadrujúci biaxialitu zvyškových napätí pôsobiacich v telese. Tvar jednotlivých členov vektoru normalizovaných pomerov je volený na základe podmienok uvedených v nasledujúcej tabuľke 16.

Podmienka	Uvažovaný pomer
$ arepsilon_{A_i}  >  arepsilon_{C_i} $	$rac{arepsilon_{C_{i}}}{arepsilon_{A_{i}}}$
$ arepsilon_{A_i}  >  arepsilon_{C_i} $	$rac{arepsilon_{A_{i}}}{arepsilon_{C_{i}}}$

Tabul'ka 16: Tvar pomeru vstupných pomerných deformácií  $\varepsilon_A$  a  $\varepsilon_C$ 

V ďalšej časti sú do algoritmu implementované kalibračné koeficienty, a to tak, že ich hodnoty uvedené v tabuľke 5 sú aproximované polynómom tretieho stupňa pomocou metódy najmenších štvorcov (obrázok 21). Takto získané polynómy vyjadrujú funkčnú závislosť hodnoty kalibračných koeficientov  $\overline{a}$  a  $\overline{b}$  od hĺbky vyvŕtavanej diery.



Následne je zvolená požadovaná geometrická konfigurácia a hodnota rozmeru telesa za rovnakých podmienok ako v prípade algoritmu na korekciu kalibračných koeficientov (podkapitola 8.1.1 – tabuľka 9).

### 8.2.2 Vytvorenie základných matíc z importovaných dátových súborov

Zo zvoleného dátového súboru pozostávajúceho z nasimulovaných pomerných deformácií pre zvolené kombinácie zvyškových napätí a rozmerov bližšie opísaných

v kapitole 7 sú následne vytvorené matice označené ako  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_{45}$  a  $\varepsilon_{90}$ , kde jednotlivé členy matíc v uvedenom poradí zodpovedajú pomerným deformáciám v smeroch tenzometrických mriežok A, B a C. Veľkosti matíc  $\varepsilon_0 = (\varepsilon_{0ij}), \varepsilon_{45} = (\varepsilon_{45ij}),$  $\varepsilon_{90} = (\varepsilon_{90ij})$  sú nasledujúce: i = 1, ..., n a j = 1, ..., m, kde počet stĺpcov m = 11, pričom prvý stĺpec matíc je nulový (stav pred začiatkom vyvŕtavania diery) a stĺpce 2, ...,11 zodpovedajú hĺbkovým prírastkom vyvŕtavanej diery. Počet riadkov  $n = prs \cdot pnd = 170$ , kde význam parametrov prs a pnd je uvedený v nasledujúcej tabuľke 18.

Parameter	Hodnota	Celý názov	Význam
prs	10	Počet rozmerových setov	Počet rozličných nasimulovaných rozmerov
pnd	17	Počet napäťových dvojíc	Počet nasimulovaných napäťových stavov pre jednotlivé rozmery

Tabul'ka 18: Význam parametrov prs a pnd

Následne sú pomocou nasledujúcich vzťahov (8.4) až (8.6) vytvorené matice absolútnych chýb pomerných deformácií jednotlivých tenzometrických mriežok.

$$chyba_{\varepsilon_0} = \varepsilon_{0_{inf}} - \varepsilon_0 \tag{8.4}$$

$$chyba_{\varepsilon_{45}} = \varepsilon_{45_{inf}} - \varepsilon_{45} \tag{8.5}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{h} \boldsymbol{y} \boldsymbol{b} \boldsymbol{a}_{\boldsymbol{\varepsilon}_{90}} = \boldsymbol{\varepsilon}_{90_{inf}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{90} \tag{8.6}$$

Matice  $\varepsilon_{0_{inf}}$ ,  $\varepsilon_{45_{inf}}$  a  $\varepsilon_{90_{inf}}$  vstupujúce do vyššie uvedených vzťahov, sú matice pomerných deformácií získaných pri rovnakých kombináciách pôsobiacich zvyškových napätí v telese ako pomerné deformácie  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_{45}$  a  $\varepsilon_{90}$ , avšak s tým rozdielom, že rozmery telesa sú pre každý rozmerový set nekonečné.

V ďalšej časti je z matíc pomerných deformácií  $\varepsilon_0$  a  $\varepsilon_{90}$  vytvorená matica normalizovaných pomerov  $p_{\varepsilon}$  na základe podmienok uvedených v nasledujúcej tabuľke 19.

Tabuľka 19: Tvar jednotlivých členov matice normalizovaných pomerov členov matíc  $\varepsilon_0$  a  $\varepsilon_{90}$ 

Podmienka	Tvar pomeru
$\left  \varepsilon_{0ij} \right  > \left  \varepsilon_{90ij} \right $	$rac{arepsilon_{90ij}}{arepsilon_{0ij}}$
$\left arepsilon_{90ij} ight >\left arepsilon_{0ij} ight $	$rac{arepsilon_{0ij}}{arepsilon_{90ij}}$

## 8.2.3 Vytvorenie závislostí na korekciu vstupných pomerných deformácií

Princíp korekcie spočíva v pričítaní, respektíve v odčítaní absolútnych chýb pomerných deformácií vzniknutých v dôsledku konečných rozmerov telesa od vstupných pomerných deformácií. Vo všeobecnosti môže byť veľkosť nameraných zvyškových napätí pôsobiacich v telese iná ako veľkosť nasimulovaných napätí, pri ktorých bola uvažovaná jednotková redukovaná napätosť podľa podmienky plasticity HMH (rovnica (7.1)). Z tohto dôvodu musia byť chyby jednotlivých pomerných deformácií vynásobené tzv. *korekčným faktorom k<sub>f</sub>*. Ide o konštantu vytvorenú ako pomer vstupnej pomernej deformácie a nasimulovanej pomernej deformácie v totožnom smere.

Na skorigovanie vstupných pomerných deformácií je teda nevyhnutné vytvoriť štyri nasledujúce priestory funkcií:

- 1. Priestor funkcií chýb vzniknutých z dôvodu konečných rozmerov telesa pre pomerné deformácie  $\varepsilon_0$ .
- 2. Priestor funkcií chýb vzniknutých z dôvodu konečných rozmerov telesa pre pomerné deformácie  $\varepsilon_{45}$ .
- 3. Priestor funkcií chýb vzniknutých z dôvodu konečných rozmerov telesa pre pomerné deformácie  $\varepsilon_{90}$ .
- 4. Priestor funkcií niektorej z pomerných deformácií pri uvažovaní konečných rozmerov telesa na následné vyčíslenie korekčného faktora.

Vstupnými parametrami do týchto funkcií budú rozmery telesa, hodnota hĺbkového prírastku vyvítavanej diery a normalizovaný pomer pomerných deformácií v smeroch tenzometrických mriežok A a C.

V prvom kroku budú vytvorené závislosti absolútnych chýb jednotlivých pomerných deformácií od normalizovaného pomeru  $p_{\varepsilon}$  pre jednotlivé prírastky vyvŕtavanej diery. Rovnaká závislosť bude vytvorená pre pomernú deformáciu zvolenú na vytvorenie korekčného faktora. Pri predpokladaní lineárne elastických deformácií v oblastiach nalepených tenzometrických mriežok je možné podľa nasledujúcich podmienok uvedených v tabuľke 20 určiť, v ktorom kvadrante budú podľa podmienky plasticity HMH pre rovinnú napätosť (rovnica (7.1)) výsledné vyhodnotené zvyškové napätia ležať. Pomerné deformácie spadajúce do I. a III. kvadrantu budú nadobúdať rovnaké hodnoty, avšak s opačným znamienkom, ktoré bude následne korigované pomocou korekčného faktora. To isté platí pre hodnoty napätí spadajúce do II. a IV. kvadrantu. V tabuľke sú taktiež uvedené zvolené pomerné deformácie, na základe ktorých bude korekčný faktor vytvorený.

**Tabuľka 20:** Podmienky voľby kvadrantu napätosti podľa podmienky plasticity HMH pre rovinnú napätosť pri tvorbe priestorov funkcií korekčného algoritmu na skorigovanie vstupných pomerných deformácií a voľba pomernej deformácie na vytvorenie korekčného faktora pre zvolené kvadranty

Podmienka	Zvolený kvadrant	Zvolená pomerná deformácia pre $k_f$
$\frac{\varepsilon_{C_i}}{\varepsilon_{A_i}} \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$	I. V III.	$\varepsilon_{90}$
$\frac{\varepsilon_{C_i}}{\varepsilon_{A_i}} \in (-1;1)$	II. V IV.	${oldsymbol arepsilon_0}$

Závislosti absolútnych chýb jednotlivých pomerných deformácií a pomernej deformácie zvolenej pre  $k_f$  od normalizovaného pomeru pre jednotlivé hĺbkové prírastky sú postupne vytvorené pre všetky nasimulované rozmerové sety a sú aproximované pomocou metódy najmenších štvorcov funkciami uvedenými v tabuľke 21. Pri aproximácii sú vynechané prvé stĺpce jednotlivých matíc, ktoré sú nulové, pretože zodpovedajú stavu pred začiatkom vyvŕtavania.

<b>Tabul'ka 21:</b> Vyber aproximačných funkcii pre uvedené zavislo
---

Závislosti	Zvolená aproximačná funkcia
$chyba_{\varepsilon_0} = f(p_{\varepsilon}, h, r)$	$c_{Ai1}p_{\varepsilon ij}{}^3 + c_{Ai2}p_{\varepsilon ij}{}^2 + c_{Ai3}p_{\varepsilon ij} + c_{Ai4}$
$chyba_{\varepsilon_{45}} = f(p_{\varepsilon}, h, r)$	$c_{Bi1}p_{\varepsilon ij}j^3 + c_{Bi2}p_{\varepsilon ij}^2 + c_{Bi3}p_{\varepsilon ij} + c_{Bi4}$
$chyba_{\varepsilon_{90}} = f(p_{\varepsilon}, h, r)$	$c_{Ci1}p_{\varepsilon ij}{}^3 + c_{Ci2}p_{\varepsilon ij}{}^2 + c_{Ci3}p_{\varepsilon ij} + c_{Ci4}$
$\boldsymbol{k}_f = f(\boldsymbol{p}_{\varepsilon}, \boldsymbol{h}, \boldsymbol{r})$	$c_{i1}p_{\varepsilon ij}{}^2+c_{i2}p_{\varepsilon ij}+c_{i3}$

Koeficienty vstupujúce do aproximačných funkcií uvedených v tabuľke 23 sú funkčne závislé od hĺbky vyvŕtavanej diery a od konečného rozmeru telesa. Tieto koeficienty budú nazvané ako pomerové koeficienty.

Ako príklad, na ktorom bude korekčný algoritmus demonštrovaný, bude uvedená geometrická konfigurácia a) s rozmerovým parametrom 10 mm pri hodnotách spadajúcich do I. kvadrantu (obrázky 22 a 23). Obdobným spôsobom algoritmus vytvorí závislosti vykreslené na obrázkoch 22 a 23 aj pre ostatné nasimulované rozmerové sety.



**Obrázok 22:** Aproximácia priestorov funkcií chýb  $\varepsilon_0$  a  $\varepsilon_{90}$  pre hodnoty spadajúce do I. kvadrantu, geometrickú konfiguráciu a) a rozmer 10 mm



**Obrázok 23:** Aproximácia priestorov funkcií chyby  $\varepsilon_{45}$  a korekčného faktora  $k_f$  pre hodnoty spadajúce do I. kvadrantu, geometrickú konfiguráciu a) a rozmer 10 mm

Pri aproximácii priestorov závislostí uvedených v tabuľke 21 sú vytvorené matice pomerových koeficientov  $C_A$ ,  $C_B$ ,  $C_C$  a C, do ktorých sú postupne ukladané koeficienty jednotlivých aproximačných funkcií. Rozmery matíc pomerových koeficientov  $C_A = (c_{Aij}), C_B = (c_{Bij}), C_C = (c_{Cij}), C = (c_{ij}),$  kde počet riadkov i = 1, ..., n a počet stĺpcov j = 1, ..., m, sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 22.

Tabul'ka 22: Rozmery matíc C<sub>A</sub>, C<sub>B</sub>, C<sub>C</sub> a C

Matica pomerových koeficientov	Počet riadkov n	Počet stĺpcov m
$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{A}}, \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{B}}, \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{C}}$	$10 \cdot prs$	4
С	$10 \cdot prs$	3

Pomerové koeficienty sú do riadkov matíc ukladané zostupne na základe príslušnosti k rozmerovému setu. Do stĺpcov matíc sú koeficienty ukladané na základe ich príslušnosti k normalizovaným pomerom  $p_{\varepsilon ij}^n$  v aproximačných funkciách, a to zostupne podľa veľkosti exponentu n.

V ďalšej časti korekčného algoritmu sú pomocou metódy najmenších štvorcov aproximované pomerové koeficienty nachádzajúce sa v maticiach  $C_A$ ,  $C_B$ ,  $C_C$  a C, a to na základe ich priebehu počas vyvŕtavania diery. Funkcie zvolené na túto aproximáciu sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 23.

Závislosti	Zvolená aproximačná funkcia
$C_A = f(h, r)$	$c_{Ahi1}h_i^3 + c_{Ahi2}h_i^2 + c_{Ahi3}h_i + c_{Ahi4}$
$C_B = f(h, r)$	$c_{Bhi1}h_i^{\ 3} + c_{Bhi2}h_i^{\ 2} + c_{Bhi3}h_i + c_{Bhi4}$
$C_c = f(h, r)$	$c_{Chi1}h_i^{3} + c_{Chi2}h_i^{2} + c_{Chi3}h_i + c_{Chi4}$
$\boldsymbol{C} = f(\boldsymbol{h}, \boldsymbol{r})$	$c_{hi1}h_i^3 + c_{hi2}h_i^2 + c_{hi3}h_i + c_{hi4}$

Tabul'ka 23: Výber aproximačných funkcií pre uvedené závislosti

Koeficienty vstupujúce do aproximačných funkcií uvedených v tabuľke 23 sú závislé od konečného rozmeru telesa. Tieto koeficienty budú nazvané ako hĺbkové koeficienty. Na nasledujúcich obrázkoch 24 a 25 sú zobrazené príklady aproximovaných priebehov pomerových koeficientov v závislosti od vyvŕtavanej hĺbky pre geometrickú konfiguráciu a) a konečný rozmer telesa 10 mm.



**Obrázok 24:** Aproximácia koeficientov  $c_{Aj}$  a  $c_{Cj}$  v závislosti od vyvŕtanej hĺbky diery pre hodnoty spadajúce do I. kvadrantu, geometrickú konfiguráciu a) a rozmer 10 mm



**Obrázok 25:** Aproximácia koeficientov  $c_{Bj}$  a  $c_j$  v závislosti od vyvŕtanej hĺbky diery pre hodnoty spadajúce do I. kvadrantu, geometrickú konfiguráciu a) a rozmer 10 mm

Hĺbkové koeficienty sú ukladané do matíc označených ako  $C_{Ah}$ ,  $C_{Bh}$ ,  $C_{Ch}$  a  $C_h$ . Rozmery matíc  $C_{Ah} = (c_{Ahij})$ ,  $C_{Bh} = (c_{Bhij})$ ,  $C_{Ch} = (c_{Chij})$ ,  $C_h = (c_{hij})$ , kde počet riadkov i = 1, ..., n a počet stĺpcov j = 1, ..., m, sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 24.

Matica hĺbkových koeficientov	Počet riadkov n	Počet stĺpcov m
$C_{Ah}, C_{Bh}, C_{Ch}$	$4 \cdot prs$	4
C <sub>h</sub>	$3 \cdot prs$	4

Tabul'ka 24: Rozmery matíc C<sub>Ah</sub>, C<sub>Bh</sub>, C<sub>Ch</sub> a C<sub>h</sub>

Ukladanie hĺbkových koeficientov do riadkov matíc prebieha na základe ich príslušnosti k pomerovým koeficientom a potom zostupne podľa rozmerov telesa. Do stĺpcov matíc sú koeficienty ukladané na základe ich príslušnosti k hĺbke vyvŕtavanej diery  $h_i^n$  v aproximačných funkciách, a to zostupne podľa veľkosti exponentu n.

V nasledujúcej časti korekčného algoritmu sú pomocou metódy najmenších štvorcov aproximované hĺbkové koeficienty nachádzajúce sa v maticiach  $C_{Ah}$ ,  $C_{Bh}$ ,  $C_{Ch}$  a  $C_h$ , a to na základe ich priebehov v závislosti od rozmeru telesa. Tvar zvolených aproximačných funkcií je uvedený v nasledujúcej tabuľke 25.

**Tabuľka 25:** Možný tvar aproximačných funkcií na aproximáciu priebehov závislostí hĺbkových koeficientov od rozmeru telesa pomocou metódy najmenších štvorcov

Označenie aproximačnej funkcie $f_{rk}(r)$	Tvar aproximačnej funkcie
$f_{r1j}(r)$	$c_{r1}r^{c_{r2}} + c_{r3}$
$f_{r2j}(r)$	$\frac{c_{r1}r^5 + c_{r2}r^4 + c_{r3}r^3 + c_{r4}r^2 + c_{r5}r + c_{r6}}{r^5 + c_{r7}}$

Koeficienty vstupujúce do aproximačných funkcií uvedených v tabuľke 25 sú nezávislé konštanty. Tieto koeficienty budú nazvané ako rozmerové koeficienty. Rovnako ako pri pomerových a hĺbkových koeficientoch, aj rozmerové koeficienty budú ukladané do matíc označených ako  $C_{Ar}$ ,  $C_{Br}$ ,  $C_{Cr}$  a  $C_r$ . Veľkosti matíc  $C_{Ar} = (c_{Arij})$ ,  $C_{Br} = (c_{Brij})$ ,  $C_{Cr} = (c_{Crij})$ ,  $C_r = (c_{rij})$ , kde počty riadkov i = 1, ..., n a počty stĺpcov j = 1, ..., m, sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 26.

Matica rozmerových koeficientov	Počet riadkov n	Počet stĺpcov m
$C_{Ar}, C_{Br}, C_{Cr}$	16	7
$C_r$	12	7

Tabul'ka 26: Rozmery matíc C<sub>Ar</sub>, C<sub>Br</sub>, C<sub>Cr</sub> a C<sub>r</sub>

Ukladanie rozmerových koeficientov do riadkov matíc prebieha na základe ich príslušnosti k hĺbkovým koeficientom, zatiaľ čo do stĺpcov matíc sú koeficienty ukladané vzostupne na základe indexu *j* označujúceho poradie rozmerových koeficientov  $c_{rj}$  v aproximačných funkciách uvedených v tabuľke 25.

Aproximačné funkcie z tabuľky 25 boli volené na základe priebehov hĺbkových koeficientov od rozmeru telesa, kedy aproximačná funkcia  $f_{r2}(r)$  bola zvolená v prípade, ak funkcia  $f_{r1}(r)$  nedokázala priebeh daného hĺbkového koeficientu náležite aproximovať. Na nasledujúcom obrázku 26 sú uvedené príklady priebehov dvoch hĺbkových koeficientov demonštrujúce prípad nutnosti voľby  $f_{r2}(r)$ .



#### 8.2.4 Korekcia vstupných pomerných deformácií

Na základe postupného dosadzovania vytvorených závislostí do vzťahov uvedených v tabuľke 21 sú vytvorené funkcie označené ako  $F_{kA}$ ,  $F_{kB}$ ,  $F_{kC}$  a  $F_k$ , ktoré opisujú priestory funkcií chýb pomerných deformácií  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_{45}$  a  $\varepsilon_{90}$ , a korekčného faktora. Tieto funkcie sú

závislé od normalizovaného pomeru pomerných deformácií, hĺbky vyvŕtavanej diery a konečného rozmeru telesa. Finálna podoba vzťahov pre vyššie uvedené priestory funkcií je uvedená v nasledujúcej tabuľke 27.

Tabul'ka 27: Vz	ťahy aproximajúce	jednotlivé	priestory	funkcií	pri algoritme	na korekciu	vstupných
pomerných deforn	nácií						

Priestor funkcií absolútnych chýb pomerných deformácií $\boldsymbol{\varepsilon_0}$
$F_{kA}(\mathbf{C}_{Ar}, p_{\varepsilon}, h, r) = (f_{rk1}(r)h^{3} + f_{rk2}(r)h^{2} + f_{rk3}(r)h + f_{rk4}(r)) \cdot p_{\varepsilon}^{3} + (f_{rk5}(r)h^{3} + f_{rk6}(r)h^{2} + f_{rk7}(r)h + f_{rk8}(r)) \cdot p_{\varepsilon}^{2} + (f_{rk9}(r)h^{3} + f_{rk10}(r)h^{2} + f_{rk11}(r)h + f_{rk12}(r)) \cdot p_{\varepsilon} + (f_{rk13}(r)h^{3} + f_{rk14}(r)h^{2} + f_{rk15}(r)h + f_{rk16}(r))$
Priestor funkcií absolútnych chýb pomerných deformácií $\varepsilon_{45}$
$F_{kB}(C_{Br}, p_{\varepsilon}, h, r) = (f_{rk1}(r)h^{3} + f_{rk2}(r)h^{2} + f_{rk3}(r)h + f_{rk4}(r)) \cdot p_{\varepsilon}^{3} + (f_{rk5}(r)h^{3} + f_{rk6}(r)h^{2} + f_{rk7}(r)h + f_{rk8}(r)) \cdot p_{\varepsilon}^{2} + (f_{rk9}(r)h^{3} + f_{rk10}(r)h^{2} + f_{rk11}(r)h + f_{rk12}(r)) \cdot p_{\varepsilon} + (f_{rk13}(r)h^{3} + f_{rk14}(r)h^{2} + f_{rk15}(r)h + f_{rk16}(r))$
Priestor funkcií absolútnych chýb pomerných deformácií $\varepsilon_{90}$
$F_{kc}(\mathcal{C}_{cr}, p_{\varepsilon}, h, r) = (f_{rk1}(r)h^{3} + f_{rk2}(r)h^{2} + f_{rk3}(r)h + f_{rk4}(r)) \cdot p_{\varepsilon}^{3} + (f_{rk5}(r)h^{3} + f_{rk6}(r)h^{2} + f_{rk7}(r)h + f_{rk8}(r)) \cdot p_{\varepsilon}^{2} + (f_{rk9}(r)h^{3} + f_{rk10}(r)h^{2} + f_{rk11}(r)h + f_{rk12}(r)) \cdot p_{\varepsilon} + (f_{rk13}(r)h^{3} + f_{rk14}(r)h^{2} + f_{rk15}(r)h + f_{rk16}(r))$
Priestor funkcií korekčného faktora
$F_{k}(\mathbf{C}_{r}, p_{\varepsilon}, h, r) = (f_{rk1}(r)h^{3} + f_{rk2}(r)h^{2} + f_{rk3}(r)h + f_{rk4}(r)) \cdot p_{\varepsilon}^{2} + (f_{rk5}(r)h^{3} + f_{rk6}(r)h^{2} + f_{rk7}(r)h + f_{rk8}(r)) \cdot p_{\varepsilon} + (f_{rk9}(r)h^{3} + f_{rk10}(r)h^{2} + f_{rk11}(r)h + f_{rk12}(r))$

Indexy v jednotlivých aproximačných funkciách  $f_{rki}(r)$  majú nasledujúci význam:

- Index k voľba aproximačnej funkcie z tabuľky 27, stanovená na základe priebehov jednotlivých hĺbkových koeficientov v závislosti od rozmeru telesa. Tento výber je rozdielny pre jednotlivé nasimulované kvadranty a geometrické konfigurácie.
- Index i riadok vstupných matíc  $C_{Ar}$ ,  $C_{Br}$ ,  $C_{Cr}$  a  $C_r$ , v ktorom sa nachádzajú rozmerové koeficienty príslušné k danej funkcii  $f_{rki}(r)$ .

Po dosadení jednotlivých vstupov do vzťahov z tabuľky 27 je výstupom z týchto vzťahov skalárna hodnota reprezentujúca jeden bod nachádzajúci sa v danom priestore. Pred korekciou jednotlivých pomerných deformácií je nutné vytvoriť vzťahy na výpočet korekčného faktora na základe voľby kvadrantu napätosti uvedenej v tabuľke 20. Pokiaľ vstupné pomerné deformácie spadajú do I., respektíve III. kvadrantu, korekčný faktor bude vypočítaný pomocou nasledujúceho vzťahu (8.7).

$$k_f = \frac{\varepsilon_{Ci}}{F_k(\boldsymbol{C_r}, p_{ACi}, h_i, r)}$$
(8.7)

V prípade, ak vstupné pomerné deformácie spadajú do II., respektíve IV. kvadrantu, korekčný faktor bude vypočítaný pomocou vzťahu (8.8).

$$k_f = \frac{\varepsilon_{Ai}}{F_k(\boldsymbol{C_r}, p_{ACi}, h_i, r)}$$
(8.8)

Následne je možné korigovať jednotlivé členy vstupných pomerných deformácií  $\varepsilon_A, \varepsilon_B$  a  $\varepsilon_C$  pomocou nasledujúcich vzťahov (8.9) až (8.11).

$$\varepsilon_{Aki} = \varepsilon_{Ai} + k_f \cdot F_{kA}(\boldsymbol{C}_{Ar}, p_{ACi}, h_i, r)$$
(8.9)

$$\varepsilon_{Bki} = \varepsilon_{Bi} + k_f \cdot F_{kB}(\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{Br}}, p_{ACi}, h_i, r)$$
(8.10)

$$\varepsilon_{Cki} = \varepsilon_{Ci} + k_f \cdot F_{kC}(\boldsymbol{C_{Cr}}, p_{ACi}, h_i, r)$$
(8.11)

Korigované vstupné pomerné deformáciu sú uložené do vektorov  $\varepsilon_{Ak}$ ,  $\varepsilon_{Bk}$  a  $\varepsilon_{Ck}$ , pričom korekcia prebieha po jednotlivých členoch, ktoré boli namerané pri určitom prírastku vyvŕtavanej diery.

V poslednej časti je do korekčného algoritmu implementovaný algoritmus na vyhodnocovanie homogénnych zvyškových napätí, bližšie opísaný v podkapitole 4.1, do ktorého vstupujú už korigované pomerné deformácie  $\varepsilon_{Ak}$ ,  $\varepsilon_{Bk}$  a  $\varepsilon_{Ck}$ . Pri tomto algoritme sú uvažované sumačné vzťahy uvedené v rovniciach (4.12) až (4.14), ktoré slúžia na minimalizáciu chýb merania.

Výstupnými hodnotami z korekčného algoritmu vstupných pomerných deformácií sú korigované zvyškové napätia  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  a  $\tau_{xy}$ . Do algoritmu sú implementované aj vzťahy na výpočet hlavných zvyškových napätí  $\sigma_{max}$ ,  $\sigma_{min}$  a uhla  $\beta$ . Veľkosť a smer hlavných napätí však z dôvodu predpokladov zodpovedá  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$ .

## 8.3 Korekcia vyhodnotených zvyškových napätí

Korekčný algoritmus spočíva v korekcii výsledných zvyškových napätí vyhodnotených pomocou algoritmu opísaného v podkapitole 4.1. Jeho základným princípom je korekcia zvyškových napätí zaťažených chybou spôsobenou konečným rozmerom telesa tak, aby sa ich hodnoty čo najviac priblížili hodnotám zvyškových napätí vyhodnotených pre teleso s nekonečnými rozmermi, ktoré je zaťažené totožne.

Korekčný algoritmus bol spracovaný ako funkcia v softvéri MATLAB (pozri prílohy – f k sgm.m).

Vstupné veličiny sú rovnaké ako v prípade predchádzajúcich algoritmov. Ide teda o pomerné deformácie získané z jednotlivých mriežok tenzometrickej ružice (mriežky A, B a C – obrázok 5), prírastky vyvŕtavanej diery, pri ktorých boli jednotlivé pomerné deformácie namerané, a rozmery telesa v smeroch x a y.

Priebeh korekčného algoritmu bude zobrazený na vývojovom diagrame, pričom jednotlivé časti algoritmu budú bližšie popísané v nasledujúcich častiach podkapitoly.



Vývojový diagram priebehu korekčného algoritmu je zobrazený na nasledujúcom obrázku 27.

Obrázok 27: Vývojový diagram zobrazujúci priebeh algoritmu na korekciu vyhodnotených zvyškových napätí

#### 8.3.1 Vstupné podmienky a importovanie nasimulovaných dátových súborov

Vstupné veličiny musia spĺňať rovnaké podmienky ako v prípade predchádzajúcich korekčných algoritmov (podkapitola 8.1.1). Ďalšími vstupmi implementovanými priamo vo funkcii sú modul pružnosti, Poissonov pomer a vektor prírastkov vyvŕtavanej diery.

V prvom kroku budú do algoritmu implementované kalibračné koeficienty, ktoré budú aproximované polynómom tretieho stupňa (obrázok 21).

Následne sú zo vstupných pomerných deformácií vyhodnotené zvyškové napätia, a to pomocou algoritmu na vyhodnotenie homogénnych zvyškových napätí (kapitola 4.1). Z vyhodnotených nekorigovaných zvyškových napätí je vytvorený pomer  $p_{xy}$  a normalizovaný pomer  $p_{nxy}$ , pomocou ktorých je vyjadrená pôsobiaca biaxialita v telese. Tvar jednotlivých pomerov je uvedený v nasledujúcej tabuľke 28.

Tabuľka	28:	Uvažovaný	tvar	pomeru	a normalizovaného	pomeru	nekorigovaných	vyhodnotených
zvyškový	ch na	pätí $\sigma_x$ a $\sigma_y$						

Uvažovaný tvar pomeru $p_{xy}$				
$\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$				
Normalizovaný pomer $p_{nxy}$				
Podmienka	Uvažovaný tvar			
$ \sigma_x  > \left \sigma_y\right $	$\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$			
$\left \sigma_{y}\right  > \left \sigma_{x}\right $	$\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$			

V ďalšej časti algoritmu je zvolená požadovaná geometrická konfigurácia a hodnota rozmeru telesa za rovnakých podmienok ako v prípade algoritmu na korekciu kalibračných koeficientov (podkapitola 8.1.1 – tabuľka 9).

#### 8.3.2 Vytvorenie základných matíc z importovaných dátových súborov

Zo zvoleného súboru nasimulovaných dát sú vytvorené matice pomerných deformácií  $\varepsilon_0, \varepsilon_{45}$  a  $\varepsilon_{90}$ . Z týchto matíc sú potom pomocou algoritmu na vyhodnotenie homogénnych zvyškových napätí vyhodnotené zvyškové napätia, ktoré sú postupne ukladané do stĺpcových vektorov  $\sigma_0, \sigma_{90}$  a  $\tau_{45}$ , kde jednotlivé členy vektorov v uvedenom poradí zodpovedajú zvyškovým napätiam pôsobiacim v smeroch tenzometrických mriežok A, B a C. Veľkosti vektorov  $\sigma_0 = (\sigma_{0i}), \sigma_{90} = (\sigma_{90i})$  a  $\tau_{45} = (\tau_{45i})$  sú nasledujúce: počet prvkov i = 1, ..., n, kde  $n = prs \cdot pnd = 170$ , pričom význam parametrov *prs* a *pnd* je uvedený v tabuľke 18.

Po vytvorení vektorov vyhodnotených zvyškových napätí sú vytvorené vektory absolútnych chýb zvyškových napätí spôsobených konečným rozmerom telesa, a to pomocou nasledujúcich vzťahov (8.12) až (8.14).

$$chyba_{\sigma_0} = \sigma_{0_{sim}} - \sigma_0 \tag{8.12}$$

$$chyba_{\sigma_{45}} = \tau_{45_{sim}} - \tau_{45} \tag{8.13}$$

$$chyba_{\sigma_{90}} = \sigma_{90_{sim}} - \sigma_{90} \tag{8.14}$$

Vektory  $\sigma_{0_{sim}}$ ,  $\sigma_{90_{sim}}$  a  $\tau_{45_{sim}}$  vstupujúce do vyššie uvedených vzťahov, sú vektory simulovaných zvyškových napätí. Ich hodnoty zodpovedajú zadaným tlakom pri simuláciách, tzn. že tieto zvyškové napätia nie sú zaťažené chybou spôsobenou konečným rozmerom telesa.

V ďalšej časti algoritmu je vytvorený vektor normalizovaných pomerov  $p_{\sigma}$  pozostávajúci z pomerov jednotlivých členov vektorov  $\sigma_0$  a  $\sigma_{90}$ . Vektor normalizovaných pomerov vyjadruje biaxialitu pôsobiacu v telese, pričom uvažovaný tvar jeho jednotlivých členov je uvedený v nasledujúcej tabuľke 29.

5	
Podmienka	Uvažovaný tvar
$ \sigma_{0i}  >  \sigma_{90i} $	$rac{\sigma_{90i}}{\sigma_{0i}}$
$ \sigma_{90i}  >  \sigma_{0i} $	$rac{\sigma_{0i}}{\sigma_{90i}}$

Tabuľka 29: Uvažovaný tvar členov vektora normalizovaných pomerov  $p_{\sigma}$ 

#### 8.3.3 Vytvorenie závislostí na korekciu vyhodnotených zvyškových napätí

Princíp korekcie spočíva v pričítaní, respektíve v odčítaní chýb zvyškových napätí vzniknutých v dôsledku konečného rozmeru telesa od zvyškových napätí vyhodnotených zo vstupných pomerných deformácií. Pri nasimulovaných dátach bola veľkosť zvyškových napätí zvolená na základe podmienky plasticity HMH (rovnica (7.1)), pri ktorej bola veľkosť redukovaného napätia rovná 1 MPa. V skutočnosti však môžu v telese pôsobiť zvyškových napätí vynásobené *korekčným faktorom k<sub>f</sub>*, podobne ako v prípade algoritmu na korekciu vstupných pomerných deformácií. Korekčný faktor bude vytvorený ako pomer vyhodnoteného zvyškového napätia z nameraných pomerných deformácií a nasimulovaného zvyškového napätia pôsobiaceho v rovnakom smere.

Na skorigovanie vyhodnotených zvyškových napätí budú v prípade tohto korekčného algoritmu vytvorené nasledujúce štyri priestory funkcií:

- 1. Priestor funkcií chýb vzniknutých z dôvodu konečných rozmerov telesa pre vyhodnotené zvyškové napätia  $\sigma_0$ .
- 2. Priestor funkcií chýb vzniknutých z dôvodu konečných rozmerov telesa pre vyhodnotené zvyškové napätia  $\tau_{45}$ .
- 3. Priestor funkcií chýb vzniknutých z dôvodu konečných rozmerov telesa pre vyhodnotené zvyškové napätia  $\sigma_{90}$ .
- 4. Priestor funkcií niektorého z vyhodnotených zvyškových napätí pri uvažovaní konečných rozmerov telesa na následné vyčíslenie korekčného faktora.

Vstupnými parametrami do týchto funkcií budú rozmery telesa a normalizovaný pomer zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  vyhodnotených zo vstupných pomerných deformácií. Vytvorenie jednotlivých priestorov funkcií bude opísané v nasledujúcich sekciách.

V prvom kroku budú zo zvoleného súboru nasimulovaných dát vytvorené závislosti absolútnych chýb vyhodnotených zvyškových napätí od normalizovaného pomeru  $p_{\sigma}$  pre jednotlivé rozmerové varianty. Rovnaká závislosť bude vytvorená pre zvyškové napätie zvolené na vytvorenie korekčného faktora. V nasledujúcej tabuľke 30 sú uvedené podmienky, na základe ktorých je možné určiť, do ktorého kvadrantu budú podľa podmienky plasticity HMH pre rovinnú napätosť vyhodnotené zvyškové napätia spadať. Zvyškové napätia spadajúce do I. a III. kvadrantu budú nadobúdať rovnaké hodnoty, avšak s opačným znamienkom, ktoré bude následne korigované pomocou korekčného faktora. To isté platí pre hodnoty zvyškových napätí spadajúcich do II. a IV. kvadrantu. V tabuľke sú ďalej uvedené aj zvyškové napätia využité na vytvorenie korekčného faktora pre jednotlivé kvadranty.

**Tabuľka 30:** Podmienky voľby kvadrantu napätosti podľa podmienky plasticity HMH pre rovinnú napätosť pri tvorbe priestorov funkcií korekčného algoritmu na skorigovanie vyhodnocovaných zvyškových napätí a voľba zvyškového napätia na vytvorenie korekčného faktora pre zvolené kvadranty

Podmienka	Zvolený kvadrant	Zvolené zvyškové napätie pre $k_f$
$p_{xy} \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$	I. $\lor$ III.	$\sigma_{90}$
$p_{xy} \in (-1;1)$	II. $\lor$ IV.	$\sigma_0$

Závislosti priebehov absolútnych chýb jednotlivých zvyškových napätí a zvyškového napätia zvoleného pre kf od normalizovaného pomeru  $p_{\sigma}$  sú postupne vytvorené pre všetky nasimulované rozmerové sety a sú aproximované pomocou metódy najmenších štvorcov funkciami uvedenými v nasledujúcej tabuľke 31.

Tabul'ka 31: Výber aproximačných funkcií pre uvedené závislosti

Závislosti	Zvolená aproximačná funkcia	
$chyba_{\sigma_0} = f(p_{\sigma}, r)$	$c_{Ai1}p_{\sigma i}{}^{4} + c_{Ai2}p_{\sigma i}{}^{3} + c_{Ai3}p_{\sigma i}{}^{2} + c_{Ai4}p_{\sigma i} + c_{Ai5}$	
$chyba_{\sigma_{45}} = f(p_{\sigma}, r)$	$c_{Bi1}p_{\sigma i}{}^4 + c_{Bi2}p_{\sigma i}{}^3 + c_{Bi3}p_{\sigma i}{}^2 + c_{Bi4}p_{\sigma i} + c_{Bi5}$	
$chyba_{\sigma_{90}} = f(p_{\sigma}, r)$	$c_{Ci1}p_{\sigma i}{}^4 + c_{Ci2}p_{\sigma i}{}^3 + c_{Ci3}p_{\sigma i}{}^2 + c_{Ci4}p_{\sigma i} + c_{Ci5}$	
$\boldsymbol{k}_f = f(\boldsymbol{p}_{\sigma}, \boldsymbol{r})$	$c_{i1}p_{\sigma i}{}^{4} + c_{i2}p_{\sigma i}{}^{3} + c_{i3}p_{\sigma i}{}^{2} + c_{i4}p_{\sigma i} + c_{i5}$	

Koeficienty vstupujúce do aproximačných funkcií uvedených v tabuľke 31 sú funkčne závislé od rozmeru telesa. Tieto koeficienty budú nazvané ako pomerové koeficienty.

Ako príklad, na ktorom bude korekčný algoritmus demonštrovaný, bude uvedená geometrická konfigurácia a) pri hodnotách spadajúcich do I. kvadrantu (obrázky 28 a 29).



**Obrázok 28:** Aproximácia priestoru funkcií chýb  $\sigma_0$  a  $\sigma_{90}$  pre hodnoty spadajúce do I. kvadrantu a geometrickú konfiguráciu a)



**Obrázok 29:** Aproximácia priestoru funkcií chýb  $\tau_{45}$  a pomernej deformácie odpovedajúcej  $k_f$  pre hodnoty spadajúce do I. kvadrantu a geometrickú konfiguráciu a)

Pri aproximácii závislostí uvedených v tabuľke 31 sú vytvorené matice pomerových koeficientov s označením  $C_X$ ,  $C_{XY}$ ,  $C_Y$  a C, do ktorých sú postupne ukladané koeficienty jednotlivých aproximačných funkcií. Rozmery matíc pomerových koeficientov

 $C_X = (c_{Xij}), C_{XY} = (c_{XYij}), C_Y = (c_{Yij}), C = (c_{ij}), kde$  počty riadkov i = 1, ..., na počty stĺpcov j = 1, ..., m, sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 32.

Tabul'ka 32: Rozmery matíc  $C_X$ ,  $C_{XY}$ ,  $C_Y$  a C

Matica pomerových koeficientov	Počet riadkov n	Počet stĺpcov m
$C_X, C_{XY}, C_Y, C$	prs	5

Pomerové koeficienty sú do riadkov matíc ukladané zostupne na základe veľkosti rozmerov telesa, zatiaľ čo do stĺpcov matíc sú koeficienty ukladané na základe ich príslušnosti k jednotlivým členom  $p_{\sigma i}^n$  v aproximačných funkciách, a to zostupne podľa veľkosti exponentu *n*.

V nasledujúcej časti korekčného algoritmu sú pomocou metódy najmenších štvorcov aproximované pomerové koeficienty nachádzajúce sa v maticiach  $C_X$ ,  $C_{XY}$ ,  $C_Y$  a C, a to na základe ich priebehov v závislosti od rozmerov skúmaného telesa. Tvar možných aproximačných funkcií je uvedený v nasledujúcej tabuľke 33.

Tabuľka 33: Možný tvar aproximačných funkcií na aproximáciu priebehov závislostí pomerových koeficientov od rozmerov telesa pomocou metódy najmenších štvorcov

Označenie aproximačnej funkcie $f_{rk}(r)$	Tvar aproximačnej funkcie
$f_{r1j}(r)$	$c_{r1}r^{c_{r2}}+c_{r3}$
$f_{r2j}(r)$	$\frac{c_{r1}r^5 + c_{r2}r^4 + c_{r3}r^3 + c_{r4}r^2 + c_{r5}r + c_{r6}}{r^5 + c_{r7}}$

Koeficienty vstupujúce do aproximačných funkcií uvedených v tabuľke 33 sú nezávislé konštanty. Tieto koeficienty budú nazvané ako rozmerové koeficienty a budú ukladané do matíc označených ako  $C_{Xr}$ ,  $C_{XYr}$ ,  $C_{Yr}$  a  $C_r$ . Rozmery matíc  $C_{Xr} = (c_{Xrij})$ ,  $C_{XYr} = (c_{XYrij})$ ,  $C_{Yr} = (c_{Yrij})$ ,  $C_r = (c_{rij})$ , kde počet riadkov i = 1, ..., n a počet stĺpcov j = 1, ..., m, sú uvedené v nasledujúcej tabuľke 34.

Tabul'ka 34: Rozmery matíc  $C_{Xr}$ ,  $C_{XYr}$ ,  $C_{Yr}$  a  $C_r$ 

Matica rozmerových koeficientov	Počet riadkov n	Počet stĺpcov m
$C_{Xr}, C_{XYr}, C_{Yr}, C_r$	7	5

Ukladanie rozmerových koeficientov do riadkov matíc prebieha vzostupne na základe indexu *i* označujúceho poradie rozmerových koeficientov  $c_{ri}$  v aproximačných funkciách uvedených v tabuľke 33. Do stĺpcov matíc sú rozmerové koeficienty ukladané podľa príslušnosti pomerového koeficientu k členu  $p_{\sigma i}^n$  v aproximačných funkciách, a to zostupne podľa veľkosti exponentu *n*.

Výber aproximačných funkcií z tabuľky 33 bol stanovený na základe priebehov jednotlivých pomerových koeficientov v závislosti od rozmeru telesa. Aproximačná funkcia  $f_{r2}(r)$  bola zvolená v prípade, ak funkcia  $f_{r1}(r)$  nedokázala priebeh daného pomerového koeficientu náležite aproximovať. Na nasledujúcom obrázku 30 je uvedený príklad priebehov pomerových koeficientov demonštrujúci prípad nutnosti voľby  $f_{r2}(r)$ .



#### 8.3.4 Korekcia vyhodnotených zvyškových napätí

Na základe postupného dosadzovania vytvorených závislostí do vzťahov uvedených v tabuľke 31 vytvorené funkcie označené ako  $F_{kX}$ ,  $F_{kXY}$ ,  $F_{kY}$  a  $F_k$ , ktoré opisujú priestory funkcií chýb zvyškových napätí  $\sigma_0$ ,  $\tau_{45}$ ,  $\sigma_{90}$  a korekčného faktora. Tieto funkcie sú závislé od normalizovaného pomeru zvyškových napätí a konečného rozmeru telesa. Finálna podoba týchto funkcií je uvedená v nasledujúcej tabuľke 35.

**Tabuľka 35:** Vzťahy aproximujúce jednotlivé priestory funkcií pri algoritme na korekciu vyhodnocovaných zvyškových napätí

Priestor funkcií absolútnych chýb vyhodnocovaných zvyškových napätí $\sigma_0$		
$F_{kX}(C_{Xr}, p_{\sigma}, r) = f_{rk1}(r) \cdot p_{\sigma}^{4} + f_{rk2}(r) \cdot p_{\sigma}^{3} + f_{rk3}(r) \cdot p_{\sigma}^{2} + f_{rk4}(r) \cdot p_{\sigma} + f_{rk5}(r)$		
Priestor funkcií absolútnych chýb vyhodnocovaných zvyškových napätí $ au_{45}$		
$F_{kXY}(C_{XYr}, p_{\sigma}, r) = f_{rk1}(r) \cdot p_{\sigma}^{4} + f_{rk2}(r) \cdot p_{\sigma}^{3} + f_{rk3}(r) \cdot p_{\sigma}^{2} + f_{rk4}(r) \cdot p_{\sigma} + f_{rk5}(r)$		
Priestor funkcií absolútnych chýb vyhodnocovaných zvyškových napätí $\sigma_{90}$		
$F_{kY}(C_{Yr}, p_{\sigma}, r) = f_{rk1}(r) \cdot p_{\sigma}^{4} + f_{rk2}(r) \cdot p_{\sigma}^{3} + f_{rk3}(r) \cdot p_{\sigma}^{2} + f_{rk4}(r) \cdot p_{\sigma} + f_{rk5}(r)$		
Priestor funkcií korekčného faktora		
$F_k(C_r, p_{\sigma}, r) = f_{rk1}(r) \cdot p_{\sigma}^4 + f_{rk2}(r) \cdot p_{\sigma}^3 + f_{rk3}(r) \cdot p_{\sigma}^2 + f_{rk4}(r) \cdot p_{\sigma} + f_{rk5}(r)$		

Indexy v jednotlivých aproximačných funkciách  $f_{rki}(r)$  majú nasledujúci význam:

- Index k voľba aproximačnej funkcie z tabuľky 35, stanovená na základe priebehov jednotlivých hĺbkových koeficientov v závislosti od rozmeru telesa. Tento výber je rozdielny pre jednotlivé nasimulované kvadranty a geometrické konfigurácie.
- Index j stĺpec vstupných matíc  $C_{Xr}$ ,  $C_{XYr}$ ,  $C_{Yr}$  a  $C_r$ , v ktorom sa nachádzajú rozmerové koeficienty príslušné k danej funkcii  $f_{rkj}(r)$ .

Po dosadení jednotlivých vstupov do vzťahov z tabuľky 35 je výstupom z týchto vzťahov skalárna hodnota reprezentujúca jeden bod nachádzajúci sa v danom priestore.

Jednotlivé vyhodnotené zvyškové napätia zaťažené chybou spôsobenou konečným rozmerom telesa je následne možné korigovať s využitím vzťahov uvedených v tabuľke 35. Korigované zvyškové napätia budú označené ako  $\sigma_{xk}$ ,  $\sigma_{vk}$  a  $\tau_{xvk}$ .

Pred korekciou jednotlivých zvyškových napätí je nutné vytvoriť vzťahy na výpočet korekčného faktora na základe voľby kvadrantu napätosti uvedenej v tabuľke 30. Pokiaľ nekorigované vyhodnotené zvyškové napätia spadajú do I., respektíve III. kvadrantu, korekčný faktor bude vypočítaný pomocou nasledujúceho vzťahu (8.15).

$$k_f = \frac{\sigma_y}{F_k(\boldsymbol{C}_r, p_{nxy}, r)}$$
(8.15)

V prípade, ak nekorigované vyhodnotené zvyškové napätia spadajú do II., respektíve IV. kvadrantu, korekčný faktor bude vypočítaný pomocou vzťahu (8.16).

$$k_f = \frac{\sigma_x}{F_k(\boldsymbol{C}_r, p_{nxy}, r)}$$
(8.16)

Následne je možné korigovať vyhodnotené zvyškové napätia  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  a  $\tau_{xy}$  pomocou nasledujúcich vzťahov (8.17) až (8.19).

$$\sigma_{xk} = \sigma_x + k_f \cdot F_{kX} (\boldsymbol{C}_{Xr}, p_{nxy}, r)$$
(8.17)

$$\sigma_{yk} = \sigma_y + k_f \cdot F_{kY} (\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{Yr}}, p_{nxy}, r)$$
(8.18)

$$\tau_{xyk} = \tau_{xy} + k_f \cdot F_{kXY} (\boldsymbol{C}_{XYr}, p_{nxy}, r)$$
(8.19)

Výstupnými hodnotami z korekčného algoritmu vyhodnotených zvyškových napätí sú korigované zvyškové napätia  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  a  $\tau_{xy}$ . Vypracovaný skript ponúka taktiež možnosť vykreslenia sady grafov, súčasťou ktorých sú priebehy závislostí jednotlivých zvyškových napätí od normalizovaného pomeru vyjadrujúceho ich biaxialitu a priebehy závislostí pomerových koeficientov od rozmeru telesa.

# 9. Porovnanie korekčných algoritmov

Správnu funkčnosť korekčných algoritmoch navrhnutých v predchádzajúcej kapitole je nevyhnutné overiť. K tomuto účelu bude opäť využitý vytvorený výpočtový model opísaný v kapitole 5. Pri skúmaní vplyvu biaxility zvyškových napätí pôsobiacich v telese na presnosť algoritmu na vyhodnocovanie homogénnych zvyškových napätí (kapitoly 7.3 a 7.4) bol nasimulovaný dátový súbor pomerných deformácií pre zvolené kombinácie pôsobiacich zvyškových napätí a rozmerov telesa. Zaťaženie výpočtového modelu bolo zvolené na základe podmienky plasticity HMH pre rovinnú napätosť (rovnica (7.1)). Jednotlivé kombinácie zaťažení na základe tejto podmienky zodpovedali veľkosti redukovaného napätia 1 MPa. Podobným spôsobom bude vytvorený aj dátový súbor, na základe ktorého bude overená funkčnosť navrhnutých korekčných algoritmov.

Funkčnosť korekčných algoritmov bude overená na základe testovacieho súboru, v ktorom sa budú nachádzať pomerné deformácie nasimulované pre zvolené kombinácie zvyškových napätí a rozmerov telesa. Zaťaženie výpočtového modelu bude zvolené na základe podmienky plasticity HMH pre rovinnú napätosť (rovnica (7.1)), pričom jednotlivé kombinácie pôsobiacich zvyškových napätí v telese budú na základe tejto podmienky zodpovedať veľkosti redukovaného napätia 100 MPa. Dokopy bude zvolených 24 kombinácií zaťažení pre päť rozličných prípadov konečných rozmerov telesa, a to pre obidve geometrické konfigurácie. Kombinácie zvolených zaťažení a rozmerov telesa sú uvedené v nasledujúcich tabuľkách 36 a 37.

Napätia na hranici kvadrantov [MPa]					
	Hranica I. a IV.	Hranica I. a II.	I	Hranica II. a III.	Hranica III. a IV.
$\sigma_{x}$	-57,75	100		57,75	-100
$\sigma_y$	57,75	100		-57,75	-100
		Napätia v I. kvac	lrante []	MPa]	
$\sigma_x$	-39,8	-25,3	0	35,5	63
$\sigma_y$	74	85	100	113	115,4
		Napätia v II. kva	drante [	MPa]	
$\sigma_{\chi}$	115,4	113	100	85	74
$\sigma_y$	63	35,5	0	-25,3	-39,8
Napätia v III. kvadrante [MPa]					
$\sigma_x$	39,8	25,3	0	-35,5	-63
$\sigma_y$	-74	-85	-100	-113	-115,4
Napätia v IV. kvadrante [MPa]					
$\sigma_x$	-115,4	-113	-100	-85	-74
$\sigma_y$	-63	-35,5	0	25,3	39,8

**Tabuľka 36:** Simulované hodnoty zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  na overenie funkčnosti navrhnutých korekčných algoritmov

Rozmer telesa v danom smere [mm]							
	$L_x$	40	30	24	18	14	10
a)	$L_y$	40	30	24	18	14	10
<b>b</b> )	$L_x$	40	30	24	18	14	10
	$L_y$	200	200	200	200	200	200

Tabuľka 37: Simulované kombinácie rozmerových parametrov výpočtového modelu na overenie funkčnosti navrhnutých korekčných algoritmov

Na nasledujúcom obrázku 31 je zobrazená podmienka plasticity HMH pre rovinnú napätosť v Haighovej rovine. Napätie  $\sigma_1$  zodpovedá pôsobiacemu zvyškovému napätiu  $\sigma_x$ , zatiaľ čo napätie  $\sigma_2$  zodpovedá pôsobiacemu zvyškovému napätiu  $\sigma_y$ . Červenými krížikmi sú znázornené simulované kombinácie zvyškových napätí.



**Obrázok 31:** Znázornenie podmienky plasticity HMH v Haighovej rovine s vyznačenými bodmi simulovaných stavov rovinnej napätosti

Na obrázku 31 sa v oranžových krúžkoch nachádzajú kombinácie zvyškových napätí, na ktorých budú demonštrované navrhnuté korekčné algoritmy. Tieto stavy zodpovedajú rozličným typom napätosti špecifikovaných v nasledujúcej tabuľke 38.

	Typ napätosti	Zvyškové napätie $\sigma_x$ [MPa]	Zvyškové napätie $\sigma_y$ [MPa]
1.	Šmyková rovinná	-57,75	57,75
2.	Všeobecná rovinná	85	-25,3
3.	Jednoosová	0	-100
4.	Rovnomerná rovinná	-100	-100

Tabul'ka 38: Typy zvolených napätostí na testovanie navrhnutých korekčných algoritmov

Testovanie jednotlivých korekčných algoritmov prebiehalo v prostredí softvéru MATLAB. Spôsob testovania spočíval vo vytvorení testovacieho skriptu (f k test.m – pozri prílohy), pomocou ktorého boli testovacie dáta korigované jednotlivými korekčnými algoritmami. Okrem korekčných algoritmov je v skripte na získanie nekorigovaných zvyškových napätí implementovaný aj nekorigovaný algoritmus na vyhodnocovanie homogénnych zvyškových napätí. Tieto nekorigované hodnoty sú následne porovnané s korigovanými hodnotami pre všetky vytvorené korekčné algoritmy, a to tak, že skript vytvorí tabuľku, v ktorej sú vypísané hodnoty simulovaných zvyškových napätí, nekorigovaných zvyškových napätí a korigovaných zvyškových napätí pomocou všetkých navrhnutých korekcií. V tabuľke sú ďalej vypísané hodnoty relatívnych chýb nekorigovaných a korigovaných zvyškových napätí od zvyškových napätí simulovaných. Na nasledujúcej sérii grafov (obrázky 32 až 39) budú vykreslené priebehy absolútnych chýb testovaných simulovaných, nekorigovaných a korigovaných zvyškových napätí v závislosti od rozmeru telesa pre typy napätostí uvedené v tabuľke 38. Tieto priebehy budú vykreslené pre obidve geometrické konfigurácie s tým, že ako referenčné hodnoty budú brané veľkosti simulovaných napätí.



**Obrázok 32:** Absolútne chyby vyhodnotených zvyškových napätí z testovacích dát pri šmykovej rovinnej napätosti pre geometrickú konfiguráciu a)



**Obrázok 33:** Absolútne chyby vyhodnotených zvyškových napätí z testovacích dát pri všeobecnej rovinnej napätosti pre geometrickú konfiguráciu a)



**Obrázok 34:** Absolútne chyby vyhodnotených zvyškových napätí z testovacích dát pri jednoosovej napätosti pre geometrickú konfiguráciu a)



**Obrázok 35:** Absolútne chyby vyhodnotených zvyškových napätí z testovacích dát pri rovnomernej rovinnej napätosti pre geometrickú konfiguráciu a)



**Obrázok 36:** Absolútne chyby vyhodnotených zvyškových napätí z testovacích dát pri šmykovej rovinnej napätosti pre geometrickú konfiguráciu b)


**Obrázok 37:** Absolútne chyby vyhodnotených zvyškových napätí z testovacích dát pri všeobecnej rovinnej napätosti pre geometrickú konfiguráciu b)



**Obrázok 38:** Absolútne chyby vyhodnotených zvyškových napätí z testovacích dát pri jednoosovej napätosti pre geometrickú konfiguráciu b)



**Obrázok 39:** Absolútne chyby vyhodnotených zvyškových napätí z testovacích dát pri rovnomernej rovinnej napätosti pre geometrickú konfiguráciu b)

Okrem zvolených skúmaných stavov napätosti, budú v nasledujúcich tabuľkách 39 a 40 uvedené aj priemerné relatívne chyby vyhodnotených zvyškových napätí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$ korigovaných navrhnutými algoritmami pre všetky nasimulované rozmerové kombinácie. Tieto chybu budú vytvorené ako priemerné relatívne chyby všetkých nasimulovaných kombinácií zvyškových napätí z tabuľky 36 pri zvolenom rozmere, s výnimkou nulových hodnôt, pre ktoré nie je možné relatívne chyby vytvoriť, keď že za referenčné hodnoty budú považované práve nasimulované hodnoty zvyškových napätí.

Priemerné relatívne chyby vyhodnocovaných zvyškových napätí [%]										
Geometrická konfigurácia a)										
	Nekori nap	gované ätia	Korigované napätia – <i>f<sub>kab</sub></i>		Korigované napätia – $f_{k\varepsilon}$		Korigované napätia – f <sub>kσ</sub>			
Rozmer [mm]	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_{x}$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$		
40	0,11	0,13	0,03	0,01	0,01	0,01	0,66	0,65		
30	0,30	0,32	0,01	0,01	0,00	0,01	0,62	0,62		
24	0,63	0,64	0,03	0,03	0,01	0,01	0,58	0,58		
18	1,53	1,54	0,03	0,03	0,03	0,03	0,54	0,54		
14	3,32	3,32	0,01	0,01	0,05	0,05	0,49	0,48		
10	10,08	10,08	0,03	0,03	0,16	0,17	0,04	0,04		

**Tabuľka 39:** Priemerné relatívne chyby vyhodnocovaných zvyškových napätí korigovaných pomocou jednotlivých navrhnutých korekčných algoritmov pre geometrickú konfiguráciu a)

Priemerné relatívne chyby vyhodnocovaných zvyškových napätí [%]										
Geometrická konfigurácia b)										
	Nekori nap	gované ätia	Korigované napätia – $f_{kab}$		Korigované napätia – $f_{k\varepsilon}$		Korigované napätia – f <sub>ko</sub>			
Rozmer [mm]	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$		
40	0,06	0,09	0,02	0,02	0,04	0,03	0,69	0,61		
30	0,25	0,08	0,10	0,07	0,03	0,03	0,61	0,65		
24	0,55	0,11	0,25	0,19	0,08	0,05	0,54	0,65		
18	1,27	0,18	0,55	0,57	0,04	0,02	0,55	0,64		
14	3,09	0,36	1,54	1,53	0,03	0,07	0,48	0,66		
10	10,38	2,35	6,08	6,06	0,14	0,06	0,78	1,01		

Tabuľka 40: Priemerné relatívne chyby vyhodnocovaných zvyškových napätí korigovaných pomocou jednotlivých navrhnutých korekčných algoritmov pre geometrickú konfiguráciu b)

Z grafov zobrazených na obrázkoch 32 až 39 a z tabuliek 39 a 40 je zjavné, že navrhnuté korekčné algoritmy dokážu chybu vyhodnocovaných zvyškových napätí spôsobenú konečným rozmerom telesa minimalizovať s určitou presnosťou. Za celkovo najpresnejší korekčný algoritmus je možné považovať algoritmus na korekciu vstupných pomerných deformácií (na grafoch  $f_{k\varepsilon}$ ), ktorého odchýlky od simulovaných zvyškových napätí sú pri všetkých testovaných stavoch napätosti pre obidve geometrické konfigurácie najmenšie. Algoritmus na korekciu kalibračných koeficientov (na grafoch  $f_{kab}$ ) je možné považovať za najpresnejší pre geometrickú konfiguráciu a), avšak pre geometrickú konfiguráciu b) presnosť tohto algoritmu významne klesá so zmenšujúcim sa rozmerom telesa, preto je možné tento algoritmus pre geometrickú konfiguráciu b) označiť za nefunkčný, to je pravdepodobne spôsobené tým, že táto konfigurácia nespĺňa geometrické predpoklady, pre ktoré boli kalibračné koeficienty odvodené (predpoklady je možné dohľadať v literatúre [10]). Presnosť algoritmu na korekciu vyhodnotených zvyškových napätí (na grafoch  $f_{k\sigma}$ ) je pre obidve geometrické konfigurácie o niečo menšia, kedy zvyškové napätia korigované pomocou tohto algoritmu majú od simulovaných zvyškových napätí viditeľné odchýlky a to hlavne pri väčších rozmerových variantoch, pri ktorých sú dokonca hodnoty vyhodnotených zvyškových napätí menej presné ako nekorigované hodnoty. Na druhú stranu, je možné presnosť tohto algoritmu stále považovať za uspokojivú a na rozdiel od algoritmu na korekciu kalibračných koeficientov, je tento algoritmus použiteľný aj pre geometrickú konfiguráciu b). Zvýšenie presnosti tohto algoritmu by bolo možné dosiahnuť zvolením väčšieho počtu rozmerov a kombinácií zvyškových napätí pri simulácií dátových súborov použitých pri vytvorení korekčných závislostí.

Na základe výsledkov testovania navrhnutých korekčných algoritmov je taktiež možné usúdiť, voľba ktorého z algoritmov je pri reálnych meraniach najvhodnejšia pre telesá s danou geometrickou konfiguráciou. V prípade telies s geometrickou konfiguráciou a) ide o algoritmus na korekciu kalibračných koeficientov, a to z dôvodu jeho vysokej presnosti a matematickej jednoduchosti oproti zvyšným navrhnutým algoritmom. V prípade telies s geometrickou konfiguráciou b) je najvhodnejšou voľbou algoritmus na korekciu vstupných pomerných deformácií, kvôli jeho významne vyššej presnosti v porovnaní so zvyšnými navrhnutými algoritmami.

Vo všeobecnosti je možné považovať navrhnuté korekčné algoritmy pri splnení zavedených predpokladov (kapitola 7) za funkčné, s výnimkou algoritmu na korekciu kalibračných koeficientov pre geometrickú konfiguráciu b). Z tohto dôvodov by bolo možné implementáciou korekčných algoritmov do technickej praxe rozšíriť oblasť použiteľnosti odvŕtavacej metódy aj na určité typy geometrií s konečnými rozmermi.

### 9.1 Výhody a nevýhody jednotlivých korekčných algoritmov

Jednotlivé navrhnuté korekčné algoritmy na korekciu zvyškových napätí, zaťažených chybou spôsobenou konečným rozmerom telesa, prinášajú so sebou niekoľko výhod ale aj nevýhod, ktoré by byť pri voľbe daného korekčného algoritmu zvážené. Výhody a nevýhody vytvorených korekčných algoritmov sú zhrnuté v nasledujúcej tabuľke 41.

	Algoritmus na korekciu kalibračných koeficientov								
	Výhody		Nevýhody						
√ √	Matematicky najjednoduchší Najpresnejší pre geometrickú konfiguráciu a)	×	Nefunkčný pre geometrickú konfiguráciu b)						
Algoritmus na korekciu vstupných pomerných deformácií      Výhody    Nevýhody									
	Výhody		Nevýhody						
~	Vo všeobecnosti najpresnejší pre obidve zvolené geometrické konfigurácie	×	Matematicky najzložitejší						
	Algoritmus na korekciu vyh	odnot	ených zvyškových napätí						
	Výhody		Nevýhody						
✓ ✓	Uspokojivé výsledky pre obidve geometrické konfigurácie Možnosť vykreslenia priebehov aproximovaných matematických závislostí	× ×	Mierne odchýlky aj pri telesách s väčšími rozmermi Menej presný v porovnaní s algoritmom na korekciu vstupných pomerných deformácií						

Tabul'ka 41: Výhody a nevýhody navrhnutých korekčných algoritmov

### 10. Záver

Prítomnosť zvyškových napätí v strojných komponentoch má nezanedbateľný vplyv na ich mechanické vlastnosti. Z tohto dôvodu je nevyhnutné mať k dispozícii metódu, pomocou ktorej je možné merať veľkosť zvyškových napätí s požadovanou presnosťou. Na meranie zvyškových napätí existuje niekoľko rozličných metód, pričom jednou z nich je aj metóda odvítavacia. Princíp tejto metódy spočíva vo vyvítaní malého otvoru do skúmaného telesa, v okolí ktorého sú počas vyvítavania zaznamenávané pomerné deformácie, a to pomocou tenzometrickej ružice. Na správne vyhodnotenie zvyškových napätí pri aplikácii tejto metódy je nutné dodržať niekoľko predpokladov, pričom jedným z nich je aj dostatočná vzdialenosť od voľnej hrany skúmaného telesa. Nedodržanie tohto predpokladu môže spôsobiť významnú chybu pri vyhodnocovaní zvyškových napätí. Pri reálnych meraniach však častokrát tento predpoklad nie je možné dodržať. Cieľom diplomovej práce preto bolo určiť vplyv konečného rozmeru telesa na vyhodnocovanie zvyškových napätí pomocou odvítavacej metódy.

Na skúmanie vplyvu konečných rozmerov telesa na vyhodnocované zvyškové napätia bol vytvorený výpočtový model pomocou metódy konečných prvkov, simulujúci odvŕtavaciu metódu. Výpočtový model bol následne parametrizovaný tak, aby bolo pomocou neho možné nasimulovať rozličné kombinácie pôsobiacich zvyškových napätí a rozmerov telesa. Tento model slúžil aj na výpočet kalibračných koeficientov potrebných na vyhodnocovanie zvyškových napätí z nameraných pomerných deformácií.

Vo všeobecnosti môže byť geometria reálnych telies veľmi komplexná. Z tohto dôvodu bola geometria skúmaných telies v práci obmedzená na dve konfigurácie, kde prvá predpokladala, že teleso má tvar kvádra s rovnakými rozmermi vo všetkých smeroch v rovine kolmej k vyvŕtavanému otvoru. Druhá skúmaná geometrická konfigurácia taktiež predpokladala kvádrový tvar telesa, avšak v tomto prípade boli rozmery telesa v rovine kolmej k vyvŕtavanému otvoru odlišné, keď dva protiľahlé rozmery zostávali nekonečné, tzn. dostatočne veľké na to, aby neovplyvňovali meranie, zatiaľ čo zvyšné dva rozmery sa rovnomerne zmenšovali. Ďalšie zavedené predpoklady zahŕňali umiestnenie vyvŕtavaného otvoru do priesečníka dvoch rovín symetrie, homogénny priebeh zvyškových napätí po hĺbke a hlavné smery pôsobenia zvyškových napätí zodpovedajúce smerom nalepených tenzometrických mriežok.

Skúmanie vplyvu konečných rozmerov telesa na vyhodnocované zvyškové napätia pozostávalo z nasimulovania niekoľkých rozmerových variantov pre obidve geometrické konfigurácie pri pôsobení rovnomernej a šmykovej rovinnej napätosti v skúmanom telese. Z výsledkov získaných pre jednotlivé rozmerové varianty bolo zjavné, že so zmenšujúcim sa rozmerom telesa chyba vyhodnocovaných zvyškových napätí významne narastá. Ďalším poznatkom, ktorý vyplynul zo získaných výsledkov, bol vplyv biaxility pôsobiacich zvyškových napätí na ich vyhodnocované hodnoty, keď sa veľkosť chýb pre simulované stavy rovinnej napätosti líšila. Z tohto dôvodu bol vplyv biaxiality zvyškových napätí skúmaný v nasledujúcej časti práce.

Skúmanie vplyvu biaxiality zvyškových napätí na ich vyhodnocovanie spočívalo v nasimulovaní niekoľkých stavov rovinnej napätosti s využitím podmienky plasticity HMH za predpokladu veľkosti redukovaného napätia 1 MPa. Tieto stavy boli postupne nasimulované pre všetky zvolené rozmerové varianty. Z výsledkov simulácií boli následne vykreslené závislosti vyhodnotených zvyškových napätí od ich biaxiality pre všetky rozmerové varianty, pričom z týchto závislostí bolo zjavné, že chyby vyhodnotených zvyškových napätí závisia tak od rozmeru telesa, ako aj od biaxiality.

V nasledujúcej časti práce boli vytvorené tri korekčné algoritmy, ktorých úlohou bolo minimalizovať chyby zvyškových napätí vzniknuté v dôsledku konečných rozmerov telesa. Prvý z navrhnutých algoritmov spočíval v korekcii kalibračných koeficientov. Tento algoritmus však nezahŕňal vplyv biaxiality zvyškových napätí pôsobiacich v telese. Ďalšie dva navrhnuté algoritmy vplyv biaxiality už zahŕňali, pričom princíp prvého z nich pozostával z korekcie vstupných pomerných deformácií zaťažených chybou spôsobenou konečnými rozmermi telesa a princíp druhého pozostával z korekcie vyhodnotených zvyškových napätí zaťažených chybou spôsobenou konečnými rozmermi telesa.

V poslednej časti práce boli dané korekčné algoritmy navzájom porovnané. Za účelom ich porovnania boli nasimulované testovacie pomerné deformácie pozostávajúce z kombinácií rozmerov a zvyškových napätí zvolených na základe podmienky plasticity HMH za predpokladu veľkosti redukovaného napätia 100 MPa. Na základe výsledkov testovania bolo možné posúdiť, že navrhnuté korekčné algoritmy dokážu chybu spôsobenú konečným rozmerom telesa pri vyhodnocovaní zvyškových napätí minimalizovať s uspokojujúcou presnosťou a ich aplikáciou v technickej praxi je možné rozšíriť oblasť použiteľnosti odvŕtavacej metódy. Jedinou výnimkou bol algoritmus na korekciu kalibračných koeficientov, ktorý bol nefunkčný pri druhej geometrickej konfigurácii, a to z dôvodu, že táto konfigurácia nespĺňala predpoklady, pre ktoré boli kalibračné koeficienty odvodené.

Na základe výsledkov diplomovej práce je možné korigovať vyhodnotené zvyškové napätia zaťažené chybou spôsobenou konečnými rozmermi telesa, a to za predpokladu splnenia požadovaného tvaru geometrie a homogénneho priebehu zvyškových napätí po hĺbke vyvítavanej diery. Z tohto dôvodu môžu byť výsledky tejto práce prínosné pre technické aplikácie odvítavacej metódy, ako aj pre ďalší výskum spojený so skúmaním vplyvu konečných rozmerov telesa na jej presnosť.

### Použitá literatúra

- [1] TOTTEN, G., HOWES, M. a INOUE, T. Handbook of Residual Stress and Deformation of Steel. Materials Park, Ohio: ASM International, 2002, 465 s. ISBN: 0-87170-729-2.
- [2] KANDIL, F. A., J. D. LORD, A. T. FRY a P. V. GRANT, c2001. A Review of Residual Stress Measurement Methods: A Guide to Technique Selection. ISSN 1473-2734.
- [3] SCHAJER, Gary, ed., c2013. *PRACTICAL RESIDUAL STRESS MEASUREMENT METHODS*. Vancouver: Wiley. ISBN 978-1-118-34237-4.
- [4] WITHERS, P. J. a H. K. D. H. BHADESHIA. Residual Stress. Part 1 Measurement Techniques. Materials Science and Technology. 2001, 17(4), 355-365. DOI: 10.1179/026708301101509980. ISSN 0267-0836.
- [5] WITHERS, P. J., 2007. Residual stress and its role in failure [online]. Manchester,
  (70), 2211-2264 [cit. 2024-02-07]. Dostupné z: doi:10.1088/0034-4885/70/12/R04.
- [6] Grant, P. V., Lord, J. D., Whitehead, P. S. (2002) The Measurement of Residual Stresses by the Incremental Hole Drilling Technique. Measurement Good Practice Guide No.53, National Physical Laboratory, Teddington, UK.
- [7] ASTM E837–20. Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method. West Conshohocken, PA: ASTM International, 2020.
- [8] HALABUK, D. a T. NÁVRAT. Determination of Residual Stresses in Cylindrical Components by the Hole-Drilling Method. Experimental Mechanics. 2022, 62(1), 87-99. ISSN 0014-4851. DOI: 10.1007/s11340-021-00765-y.
- [9] HALABUK, D. Numerická simulace odvrtávací metody pro zjišťování zbytkové napjatosti. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2022. 100 s. Vedúci dizertačnej práce doc. Ing. Tomáš Návrat, Ph.D.
- [10] SCHAJER, G. S. a P. S. WHITEHEAD. Hole-Drilling Method for Measuring Residual Stress. Williston: Morgan & Claypool, 2018.
- [11] SCHAJER, G. S. Measurement of Non-Uniform Residual Stresses Using the Hole-Drilling Method. Part I—Stress Calculation Procedures. Journal of Engineering Materials and Technology. 1988, 110(4), 338-343. ISSN 0094-4289. DOI: 10.1115/1.3226059.
- [12] HBM GmbH (2019) Strain Gauges. pp 75–78. https://www.hbm.com/en/2073/strain-gauge-pdf-catalog/.
- [13] JANÍČEK, P. et al., Mechanika těles: Pružnost a pevnost I. Brno, 2003.

Skratka	Jednotka	Význam		
ā, b	[-]	kalibračné koeficienty nezávislé od materiálových vlastností		
$\overline{a}, \overline{b}$	[-]	matice kalibračných koeficientov nezávislých od materiálových vlastností		
A, B, C	[-]	označenie mriežok na tenzometrickej ružici		
$ar{A}$ , $ar{B}$	[MPa <sup>-1</sup> ]	kalibračné koeficienty závislé od materiálových vlastností		
C <sub>ij</sub> , C <sub>Aij</sub> , C <sub>Bij</sub> , C <sub>Cij</sub> , C <sub>Xij</sub> , C <sub>XYij</sub> , C <sub>Yij</sub>	[-]	pomerové koeficienty		
C <sub>āij</sub> , C <sub>Ēij</sub> , C <sub>hij</sub> , C <sub>Ahij</sub> , C <sub>Bhij</sub> , C <sub>Chij</sub>	[-]	hĺbkové koeficienty		
C <sub>ārij</sub> , C <sub>brij</sub> , C <sub>rij</sub> , C <sub>Arij</sub> , C <sub>Brij</sub> , C <sub>Crij</sub> , C <sub>Xrij</sub> , C <sub>XYrij</sub> , C <sub>Yrij</sub>	[-]	rozmerové koeficienty		
$C, C_A, C_B, C_C, C_X, C_{XY}, C_Y$	[-]	matice pomerových koeficientov		
$C_{\overline{a}}, C_{\overline{b}}, C_{h}, C_{Ah}, C_{Ah}, C_{Bh}, C_{Ch}$	[-]	matice hĺbkových koeficientov		
$C_{\overline{a}r}, C_{\overline{b}r}, C_{r}, \\ C_{Ar}, C_{Br}, C_{Cr}, \\ C_{Xr}, C_{XYr}, C_{Yr}$	[-]	matice rozmerových koeficientov		
CW	[-]	natočenie tenzometrických mriežok v smere hodinových ručičiek		
CCW	[-]	natočenie tenzometrických mriežok v protismere hodinových ručičiek		
D	[mm]	stredný priemer tenzometrickej ružice		
$D_0$	[mm]	priemer vyvŕtavanej diery		
Ε	[MPa]	modul pružnosti materiálu		
f <sub>kab</sub>	[-]	funkcia na korekciu kalibračných koeficientov		

## Zoznam použitých skratiek a symbolov

f <sub>kε</sub>	[-]	funkcia na korekciu vstupných pomerných deformácií
f <sub>kσ</sub>	[-]	funkcia na korekciu vyhodnotených zvyškových napätí
$f_r$	[-]	funkcia aproximujúca priebehy hĺbkových alebo pomerových koeficientov v závislosti od rozmeru telesa
$F_k$	[-]	priestor funkcií korekčného faktora
$F_{kar{a}}$ , $F_{kar{b}}$	[-]	priestory funkcií kalibračných koeficientov $ar{a}$ a $ar{b}$
$F_{kA}, F_{kB}, F_{kC}$	[-]	priestory funkcií absolútnych chýb pomerných deformácií meraných tenzometrickými mriežkami A, B a C
$F_{kX}, F_{kXY}, F_{kY}$	[-]	priestory funkcií absolútnych chýb vyhodnocovaných zvyškových napätí
GL	[mm]	dĺžka tenzometra
GW	[mm]	šírka tenzometra
h	[mm]	vektor prírastkov vyvŕtavanej diery
$h_i$	[mm]	i-tý prírastok vyvrtávanej diery
$h_i{}^n$	[mm <sup>n</sup> ]	<i>n</i> -tá mocnina <i>i</i> -teho prírastku vyvrtávanej diery
$h_{max}$	[mm]	maximálna hĺbka vyvŕtavanej diery
$chyba_{arepsilon_0},\ chyba_{arepsilon_{45}},\ chyba_{arepsilon_{90}}$	[-]	absolútne chyby matíc pomerných deformácií meraných tenzometrickými mriežkami A, B a C
chyb $a_{\sigma_0}$ , chyb $a_{ au_{45}}$ , chyb $a_{\sigma_{90}}$	[-]	absolútne chyby matíc nekorigovaných zvyškových napätí
$k_f$	[-]	korekčný faktor
$k_f$	[-]	matica korekčných faktorov
$L_x$ , $L_y$ , $L_z$	[mm]	rozmery výpočtového modelu v smeroch osí x, y a z
p,q,t	[-]	kombinácie pomerných deformácií
p, q, t	[-]	matice kombinácií pomerných deformácií
$p_{ACi}$	[-]	členy matice normalizovaných pomerov $p_{AC}$
$p_{AC}$	[-]	matica normalizovaných pomerov členov matíc pomerných deformácií $\boldsymbol{\varepsilon}_A$ a $\boldsymbol{\varepsilon}_C$

$p_{nxy}$	[-]	normalizovaný pomer nekorigovaných zvyškových napätí $\sigma_x$ a $\sigma_y$
$p_x, p_y$	[MPa]	tlak zadaný na okrajových plochách výpočtového modelu v smere osi x a y
$p_{xy}$	[-]	pomer nekorigovaných zvyškových napätí $\sigma_x$ a $\sigma_y$
$p_{arepsilon ij}$	[-]	členy matice normalizovaných pomerov $p_{arepsilon}$
$p_{arepsilon ij}{}^n$	[-]	$n$ -tá mocnina členov matice normalizovaných pomerov $oldsymbol{p}_{oldsymbol{arepsilon}}$
$p_{\sigma i}$	[-]	členy matice normalizovaných pomerov $p_{\sigma}$
$p_{\sigma i}{}^n$	[-]	$n$ -tá mocnina členov matice normalizovaných pomerov $oldsymbol{p}_{oldsymbol{\sigma}}$
$p_{arepsilon}$	[-]	matica normalizovaných pomerov členov matíc pomerných deformácií $\boldsymbol{\varepsilon_0}$ a $\boldsymbol{\varepsilon_{90}}$
$p_{\sigma}$	[-]	matica normalizovaných pomerov členov matíc zvyškových napätí $\sigma_0$ a $\sigma_{90}$
P, Q, T	[MPa]	kombinácie zvyškových napätí
pnd	[-]	počet nasimulovaných kombinácií zaťažení
prs	[-]	počet kombinácií nasimulovaných rozmerov telesa
r	[mm]	rozmerový parameter skúmaného telesa
r	[mm]	vektor rozmerových parameterov skúmaného telesa
$r_{inf}$	[mm]	rozmerový parameter telesa s nekonečnými rozmermi
x	[-]	os x v karteziánskom súradnicovom systéme
у	[-]	os y v karteziánskom súradnicovom systéme
Ζ	[-]	os z v karteziánskom súradnicovom systéme
xy	[-]	rovina xy v karteziánskom súradnicovom systéme
XZ	[-]	rovina xz v karteziánskom súradnicovom systéme
уz	[-]	rovina yz v karteziánskom súradnicovom systéme
β	[°]	uhol natočenia hlavného zvyškového napätia $\sigma_I$
E <sub>0ij</sub> , E <sub>45ij</sub> , E <sub>90ij</sub>	[-]	členy matíc pomerných deformácií $\boldsymbol{arepsilon_0}, \boldsymbol{arepsilon_{45}}$ a $\boldsymbol{arepsilon_{90}}$
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	[-]	pomerné deformácie merané tenzometrickými mriežkami A, B a C
$\varepsilon_{Ai}, \varepsilon_{Bi}, \varepsilon_{Ci}$	[-]	členy matíc pomerných deformácií $\boldsymbol{\varepsilon}_A$ , $\boldsymbol{\varepsilon}_B$ a $\boldsymbol{\varepsilon}_C$
E <sub>Aki</sub> , E <sub>Bki</sub> , E <sub>Cki</sub>	[-]	členy matíc pomerných deformácií $\boldsymbol{\varepsilon}_{Ak}, \boldsymbol{\varepsilon}_{Bk}$ a $\boldsymbol{\varepsilon}_{Ck}$

$\mathcal{E}_{A_{\overline{a}}ij}$ , $\mathcal{E}_{C_{\overline{a}}ij}$	[-]	členy matíc pomerných deformácií $\boldsymbol{\varepsilon}_{A_{\overline{a}}}$ a $\boldsymbol{\varepsilon}_{C_{\overline{a}}}$
$\mathcal{E}_{A_{\overline{b}}ij}$ , $\mathcal{E}_{C_{\overline{b}}ij}$	[-]	členy matíc pomerných deformácií $\boldsymbol{\varepsilon}_{A_{\overline{b}}}$ a $\boldsymbol{\varepsilon}_{C_{\overline{b}}}$
$\boldsymbol{\varepsilon}_0, \boldsymbol{\varepsilon}_{45}, \boldsymbol{\varepsilon}_{90}$	[-]	matice pomerných deformácií merané tenzometrickými mriežkami A, B a C
$m{arepsilon}_{0_{inf}},m{arepsilon}_{45_{inf}},\ m{arepsilon}_{90_{inf}}$	[-]	matice pomerných deformácií merané tenzometrickými mriežkami A, B a C na telesách s nekonečnými rozmermi
$\boldsymbol{\varepsilon}_{A}, \boldsymbol{\varepsilon}_{B}, \boldsymbol{\varepsilon}_{C}$	[-]	matice pomerných deformácií merané tenzometrickými mriežkami A, B a C
$\boldsymbol{\varepsilon}_{Ak}, \boldsymbol{\varepsilon}_{Bk}, \boldsymbol{\varepsilon}_{Ck}$	[-]	matice korigovaných pomerných deformácií
$oldsymbol{arepsilon}_{A_{\overline{a}}},oldsymbol{arepsilon}_{C_{\overline{a}}}$	[-]	matice pomerných deformácií, z ktorých sú vytvorené matice kalibračných koeficientov <b>ā</b>
$oldsymbol{arepsilon}_{A_{\overline{b}}},oldsymbol{arepsilon}_{C_{\overline{b}}}$	[-]	matice pomerných deformácií, z ktorých sú vytvorené matice kalibračných koeficientov <b>b</b>
$\mu$	[-]	Poissonov pomer
$\sigma_{0i},\sigma_{90i}$	[MPa]	členy matíc zvyškových napätí $\pmb{\sigma_0}$ a $\pmb{\sigma_{90}}$
$\sigma_1$ , $\sigma_2$	[MPa]	hlavné napätia
$\sigma_I, \sigma_{II}$	[MPa]	hlavné zvyškové napätia
$\sigma_k$	[MPa]	materiálová charakteristika vyjadrujúca pôsobiace redukované napätie podľa podmienky plasticity HMH pre rovinnú napätosť
$\sigma_{max}$ , $\sigma_{min}$	[MPa]	hlavné zvyškové napätia
$\sigma_{\!x}$ , $\sigma_{\!y}$	[MPa]	zvyškové napätia pôsobiace v smeroch osí x a y
$\sigma_{xk}, \sigma_{yk}$	[MPa]	korigované zvyškové napätia pôsobiace v smeroch osí x a y
$\sigma_0,\sigma_{90}$	[MPa]	matice nekorigovaných zvyškových napätí
$\sigma_{0_{sim}}, \sigma_{90_{sim}}$	[MPa]	matice simulovaných zvyškových napätí
$ au_{xy}$	[MPa]	šmykové zvyškové napätie
$ au_{xyk}$	[MPa]	korigované šmykové zvyškové napätie
$ au_{45i}$	[MPa]	členy matice šmykových zvyškových napätí $ au_{45}$
$ au_{45}$	[MPa]	matica nekorigovaných šmykových zvyškových napätí
$ au_{45_{sim}}$	[MPa]	matica simulovaných šmykových zvyškových napätí

### Prílohy

Príloha 1 a):	Rozmerové	koeficienty	pre	korekčný	algoritmus	kalibračných
	koeficientov	– geometric	ká ko	onfigurácia	a)	

j	C <sub>ār1j</sub>	C <sub>ār2j</sub>	C <sub>ār3j</sub>	$c_{\bar{b}r1j}$	C <sub>br2j</sub>	c <sub>br3j</sub>
1	-17,3040	-3,3019	0,2120	-19,6786	-2,9002	0,3014
2	76,5099	-3,5405	-0,5661	67,6191	-3,0278	-0,8977
3	-107,9999	-3,7926	0,4030	-81,3359	-3,2080	0,7550
4	-27,1132	-3,4055	0,1313	-46,3998	-3,0529	0,2475
5	0,0211	-3,1573	-1,3877E-04	0,0263	-2,8967	-7,0424E-05

**Príloha 1 b):** Rozmerové koeficienty pre korekčný algoritmus kalibračných koeficientov – geometrická konfigurácia b)

j	C <sub>ār1j</sub>	C <sub>ār2j</sub>	C <sub>ār3j</sub>	C <sub>br1j</sub>	c <sub>br2j</sub>	C <sub>br3j</sub>
1	-8,5754	-3,2570	0,2120	-8,5398	-2,8785	0,3013
2	39,3448	-3,5105	-0,5660	30,8323	-3,0263	-0,8975
3	-61,5386	-3,7970	0,4030	-37,6811	-3,2145	0,7550
4	-15,9304	-3,4210	0,1313	-21,8819	-3,0615	0,2474
5	0,0114	-3,1408	-1,3874E-04	0,0119	-2,8786	-7,0350E-05

Kalibračné koeficienty c <sub>rij</sub>												
	I. kvadrant											
j	1	2	3	4	5	6	7					
1	-2,7805E-07	-4,9276E-08	2,2308E-06	-3,6063E-05	1,6383E-04	6,4418E-04	4,6222E-05					
2	2,8509E-07	5,5276E-08	-2,9565E-06	8,2711E-05	-5,0107E-04	1,4221E-04	4,8320E-05					
3	-7,6156E-05	-3,0646	4,5342E-07	-	-	-	-					
4	1,1661E-06	-2,8521	-1,3374E-08	-	-	-	-					
5	-2,3497E-08	1,4420E-09	-7,0764E-07	4,1730E-05	-4,8769E-04	1,8156E-03	-1,6084E+02					
6	2,4480E-07	9,9550E-09	7,5802E-07	-6,4661E-05	9,4801E-04	-4,4226E-03	4,2564E-05					
7	-1,0353E-05	-2,5000	-2,4338E-07	-	-	-	-					
8	1,2992E-08	8,5918E-10	-1,8847E-08	4,4259E-07	7,6870E-06	-8,3490E-05	4,5166E-05					
9	-3,3248E-03	-5,1294	8,8093E-07	-	-	-	-					
10	-8,0840E-07	2,0858E-07	-1,7925E-05	5,9699E-04	-9,0336E-03	-2,6916E-02	9,4782E+04					
11	2,3872E-04	-3,1233	-1,6688E-06	-	-	-	-					
12	-3,9276E-06	-2,9930	5,2157E-08	-	-	-	-					
			II.	kvadrant								
j	1	2	3	4	5	6	7					
1	-2,7802E-07	-6,0940E-08	2,8203E-06	-4,8308E-05	2,7755E-04	2,5353E-04	4,5116E-05					
2	2,8503E-07	7,7025E-08	-4,1231E-06	1,0823E-04	-7,4711E-04	1,0101E-03	4,7203E-05					
3	-7,5569E-05	-3,0611	4,5343E-07	-	-	-	-					
4	1,1547E-06	-2,8475	-1,3374E-08	-	-	-	-					
5	-2,3491E-08	-7,0090E-10	-6,1249E-07	4,0389E-05	-4,8105E-04	1,8067E-03	-7,5810E-04					
6	2,4476E-07	1,8143E-08	4,5021E-07	-6,0866E-05	9,3230E-04	-4,4178E-03	4,5162E-05					
7	-1,0442E-05	-2,5041	-2,4339E-07	-	-	-	-					
8	1,2990E-08	9,3640E-10	-1,6123E-08	2,6060E-07	1,0205E-05	-9,3975E-05	4,5164E-05					
9	-3,2005E-03	-5,1124	8,8100E-07	-	-	-	-					
10	-8,0810E-07	1,0779E-07	-1,1129E-05	4,0778E-04	-6,7114E-03	-2,4005E-02	7,8300E+04					
11	2,3580E-04	-3,1177	-1,6689E-06	-	-	-	-					
12	-3,8445E-06	-2,9831	5,2159E-08	-	-	-	-					

# **Príloha 2 a):** Rozmerové koeficienty pre korekčný algoritmus vstupných pomerných deformácií – geometrická konfigurácia a)

Kalibračné koeficienty c <sub>Arij</sub>										
I. kvadrant										
j	1	2	3	4	5	6	7			
1	-3,0833E-04	-4,4789	-5,7479E-11	-	-	-	-			
2	3,9464E-04	-4,2847	1,5202E-10	-	-	-	-			
3	3,2893E-05	-3,0331	-1,0357E-10	-	-	-	-			
4	-4,8451E-07	-3,0042	2,7205E-12	-	-	-	-			
5	4,0914E-11	-1,0700E-08	6,1513E-07	-1,1859E-05	1,1935E-04	-5,5680E-04	-2,7526E+02			
6	6,0745E-05	-3,4638	3,9323E-11	-	-	-	-			
7	-6,9387E-05	-3,2741	-1,0749E-10	-	-	-	-			
8	1,5993E-06	-3,1693	4,5764E-13	-	-	-	-			
9	1,7475E-03	-4,7721	1,4526E-10	-	-	-	-			
10	-7,3676E-03	-5,2478	-1,8067E-10	-	-	-	-			
11	-1,9719E-04	-3,1227	1,9844E-10	-	-	-	-			
12	3,3257E-06	-3,0452	-9,3996E-12	-	-	-	-			
13	-8,6603E-11	2,1814E-08	-8,7503E-07	1,1090E-06	1,6480E-05	1,3540E-04	4,3469E+02			
14	-1,3272E-04	-3,9147	-3,0918E-11	-	-	-	-			
15	4,9753E-05	-2,9075	-4,0829E-11	-	-	-	-			
16	-7,9993E-07	-2,7974	4,5579E-12	-	-	-	-			
			II.	kvadrant						
j	1	2	3	4	5	6	7			
1	3,5154E-07	-2,1551	-6,2695E-11	-	-	-	-			
2	-2,4513E-05	-3,1174	8,1152E-12	-	-	-	-			
3	6,4632E-04	-4,6912	1,9470E-11	-	-	-	-			
4	-2,6775E-06	-3,5798	-1,4704E-12	-	-	-	-			
5	-5,9015E-04	-4,8490	-4,1266E-11	-	-	-	-			
6	1,1458E-10	-2,7590E-08	1,2040E-06	-1,7156E-05	-1,6738E-04	3,1334E-03	1,4043E+04			
7	6,3845E-05	-3,0889	-5,8735E-11	-	-	-	-			
8	-8,2494E-07	-2,8685	5,4014E-12	-	-	-	-			
9	-4,4210E-11	1,0294E-08	-2,2683E-09	-2,5671E-05	2,9137E-04	-9,5364E-04	8,5296E+01			
10	1,6514E-05	-2,8795	-8,6028E-11	-	-	-	-			
11	-3,2232E-11	6,2251E-09	1,1138E-07	2,3948E-05	1,8109E-04	-3,2184E-03	-1,3083E+04			
12	2,1504E-12	-4,5416E-10	-8,2260E-09	8,7087E-07	-1,6799E-05	1,3867E-04	-2,7057E+01			
13	2,2137E-03	-4,9043	1,2607E-10	-	-	-	-			
14	-2,7883E-01	-7,0061	3,0804E-10	-	-	-	-			
15	-2,2839E-04	-3,1304	1,5055E-10	-	-	-	-			
16	3,6026E-06	-2,9986	-1,1657E-11	-	-	-	-			

#### Prílohy

Kalibračné koeficienty c <sub>Brij</sub>								
			I.	kvadrant				
i j	1	2	3	4	5	6	7	
1	4,4580E-11	-1,1679E-08	6,0833E-07	-1,4000E-05	1,4888E-04	-5,3486E-04	-5,3086	
2	-8,4639E-06	-3,2108	5,6969E-11	-	-	-	-	
3	8,4190E-06	-2,8035	-7,5338E-11	-	-	-	-	
4	-2,4107E-07	-2,7921	2,8750E-12	-	-	-	-	
5	-7,1348E-12	1,6628E-09	-6,4528E-08	-1,3332E-07	5,5805E-06	-1,2677E-04	4,7585	
6	3,3747E-06	-2,9661	2,9696E-11	-	-	-	-	
7	1,1848E-06	-2,3560	-1,1301E-10	-	-	-	-	
8	-3,4851E-12	9,0102E-10	-4,3529E-08	7,8146E-07	-8,0278E-06	2,9937E-05	4,5168E-05	
9	-1,4032E-10	3,6690E-08	-1,8993E-06	4,2626E-05	-4,5098E-04	1,6551E-03	-2,7531E+01	
10	2,8070E-05	-3,3284	-1,6441E-10	-	-	-	-	
11	-2,4480E-05	-2,7712	2,4521E-10	-	-	-	-	
12	7,2614E-07	-2,7944	-7,8770E-12	-	-	-	-	
13	-6,1316E-12	2,1131E-09	-1,5554E-07	6,4034E-06	-1,0278E-04	5,5051E-04	-2,5044E+01	
14	2,4569E-05	-3,7046	-1,3090E-10	-	-	-	-	
15	-1,6577E-05	-2,6920	3,3064E-10	-	-	-	-	
16	5,0869E-07	-2,7702	-9,9133E-12	-	-	-	-	
			II.	kvadrant				
j	1	2	3	4	5	6	7	
1	8,9335E-12	-2,4524E-09	1,4146E-07	-4,2462E-06	5,8868E-05	-2,3030E-04	4,5166E-05	
2	-8,5117E-06	-3,2133	3,6259E-11	-	-	-	-	
3	8,4287E-06	-2,8041	-8,3022E-11	-	-	-	-	
4	-2,4164E-07	-2,7932	3,0440E-12	-	-	-	-	
5	2,2932E-11	-6,0631E-09	3,2618E-07	-8,2792E-06	8,0523E-05	-3,7942E-04	1,0970E+01	
6	3,3680E-06	-2,9663	2,6939E-11	-	-	-	-	
7	1,1964E-06	-2,3589	-7,9567E-11	-	-	-	-	
8	7,4116E-13	-2,0064E-10	1,3024E-08	-4,1063E-07	3,0248E-06	-7,5789E-06	4,5166E-05	
9	-2,1530E-11	6,0689E-09	-3,5612E-07	1,0511E-05	-1,5584E-04	6,6051E-04	4,5164E <b>-</b> 05	
10	2,8185E-05	-3,3304	-1,2144E-10	-	-	-	-	
11	-2,4441E-05	-2,7708	3,0887E-10	-	-	-	-	
12	7,2608E-07	-2,7949	-1,0513E-11	-	-	-	-	
13	-1,1910E-10	3,1178E-08	-1,6203E-06	3,6877E-05	-3,8265E-04	1,4928E-03	1,3948E+01	
14	2,4393E-05	-3,7001	-1,5077E-10	-	-	-	-	
15	-1,6644E-05	-2,6932	2,4217E-10	-	-	-	-	
16	5,0995E-07	-2,7702	-5,8563E-12	-	-	-	-	

	Kalibračné koeficienty c <sub>Crij</sub>								
			I.	kvadrant					
j i	1	2	3	4	5	6	7		
1	3,6941E-07	-2,1797	-5,1457E-11	-	-	-	-		
2	-2,5454E-05	-3,1347	-2,1995E-11	-	-	-	-		
3	6,7058E-04	-4,7076	2,5894E-11	-	-	-	-		
4	-2,7584E-06	-3,5935	-2,1700E-12	-	-	-	-		
5	-6,2521E-04	-4,8746	-6,4270E-11	-	-	-	-		
6	4,5847E-11	-8,0389E-09	-2,1914E-08	1,4806E-05	-5,3555E-04	4,6873E-03	1,8701E+04		
7	6,4964E <b>-</b> 05	-3,0969	-1,7725E-11	-	-	-	-		
8	-8,5117E-07	-2,8831	3,8166E-12	-	-	-	-		
9	3,7428E-11	-1,0679E-08	1,0405E-06	-4,6318E-05	4,7419E-04	-1,5571E-03	4,5159E-05		
10	1,7637E-05	-2,9098	-1,0614E-11	-	-	-	-		
11	-8,7924E-11	2,1726E-08	-7,8966E-07	4,4506E-05	-1,9547E-05	-2,5272E-03	-1,3987E+04		
12	3,2532E-12	-8,0832E-10	1,6909E-08	2,3554E-07	-1,0250E-05	1,1494E-04	-3,8664E+01		
13	2,3230E-03	-4,9258	1,9998E-10	-	-	-	-		
14	-2,7209E-01	-6,9953	2,3313E-10	-	-	-	-		
15	-2,3260E-04	-3,1388	1,8561E-11	-	-	-	-		
16	3,7284E-06	-3,0145	-6,8238E-12	-	-	-	-		
			II.	kvadrant					
j	1	2	3	4	5	6	7		
1	-3,1564E-04	-4,4892	-7,6283E-11	-	-	-	-		
2	3,9347E-04	-4,2830	1,7572E-10	-	-	-	-		
3	3,3563E-05	-3,0425	-7,8064E-11	-	-	-	-		
4	-5,0813E-07	-3,0269	1,9844E-12	-	-	-	-		
5	1,4970E-11	-3,6658E-09	2,3098E-07	-3,4790E-06	3,9056E-05	-2,7494E-04	-3,3624E+02		
6	6,1013E-05	-3,4659	4,1021E-11	-	-	-	-		
7	-7,0391E-05	-3,2806	-1,3348E-10	-	-	-	-		
8	1,6361E-06	-3,1796	1,6304E-12	-	-	-	-		
9	1,8136E-03	-4,7886	2,1571E-10	-	-	-	-		
10	-7,2503E-03	-5,2405	-2,5681E-10	-	-	-	-		
11	-2,0098E-04	-3,1314	8,0631E-11	-	-	-	-		
12	3,4534E-06	-3,0626	-5,3644E-12	-	-	-	-		
13	-4,8311E-13	-8,3113E-10	2,9682E-07	-2,3134E-05	2,3935E-04	-6,2246E-04	2,3331E+02		
14	-1,2396E-04	-3,8843	4,7468E-12	-	-	-	-		
15	5,0251E-05	-2,9121	4,3144E-12	-	-	-	-		
16	-8,1545E-07	-2,8062	3,0208E-12	-	-	-	-		

	Kalibračné koeficienty $c_{rij}$									
			I.	kvadrant						
j	1	2	3	4	5	6	7			
1	-9,5428E-04	-4,5975	-2,7829E-07	-	-	-	-			
2	1,4589E-03	-4,4679	2,8543E-07	-	-	-	-			
3	1,1400E-03	-4,1898	4,5358E-07	-	-	-	-			
4	-1,3359E-08	-2,0992E-09	1,0982E-07	-2,6303E-06	1,9176E-05	-1,2210E-04	4,5164E-05			
5	-2,3518E-08	-3,9442E-09	6,5766E-07	-2,0822E-05	2,6420E-04	-1,0150E-03	-1,2587			
6	1,3862E-04	-3,7305	2,4490E-07	-	-	-	-			
7	-1,1654E-04	-3,4515	-2,4383E-07	-	-	-	-			
8	4,0363E-06	-3,5051	1,3000E-08	-	-	-	-			
9	8,8107E-07	1,3544E-08	-2,1712E-06	7,4660E-05	-9,1578E-04	4,1460E-03	2,8731E-04			
10	-5,8820E-05	-3,5902	-8,0764E-07	-	-	-	-			
11	3,4050E-06	-2,2283	-1,6688E-06	-	-	-	-			
12	5,2123E-08	7,9598E-09	-5,6639E-07	1,3804E-05	-1,5576E-04	6,1192E-04	-1,8842E-04			
			II.	kvadrant						
j	1	2	3	4	5	6	7			
1	-2,7811E-07	-4,4811E-08	3,9123E-06	-1,3285E-04	1,7933E-03	-8,2728E-03	-8,5080E+03			
2	2,8568E-07	-9,0640E-08	4,7639E-06	-8,9694E-05	1,0909E-03	-2,5542E-03	1,7582E-03			
3	1,5459E-05	-2,8622	4,5283E-07	-	-	-	-			
4	-5,0518E-04	-5,9976	-1,3365E-08	-	-	-	-			
5	-5,8115E-04	-5,0277	-2,3543E-08	-	-	-	-			
6	2,9699E-04	-4,1421	2,4498E-07	-	-	-	-			
7	8,2533E+03	-1,2998E+01	-2,4379E-07	-	-	-	-			
8	2,9533E-01	-9,7134	1,2990E-08	-	-	-	-			
9	-1,1206E-03	-4,8443	8,8106E-07	-	-	-	-			
10	-8,0803E-07	7,3425E-08	-5,2899E-06	1,3643E-04	-1,8495E-03	1,1851E-02	4,6916E-05			
11	2,4023E-04	-3,2671	-1,6684E-06	-	-	-	-			
12	-2,4043E-06	-2,9480	5,2151E-08	-	-	-	-			

# Príloha 2 b):Rozmerové koeficienty pre korekčný algoritmus vstupných<br/>pomerných deformácií – geometrická konfigurácia b)

	Kalibračné koeficienty c <sub>Arij</sub>								
			I.	kvadrant					
j	1	2	3	4	5	6	7		
1	-4,2276E-05	-3,8272	-7,5537E-12	-	-	-	-		
2	2,2532E-03	-5,0994	1,0054E-10	-	-	-	-		
3	3,4422E-04	-3,9029	3,3015E-10	-	-	-	-		
4	-1,2153E-06	-3,2599	-1,7785E-12	-	-	-	-		
5	-1,0125E-11	3,0772E-09	-2,4759E-07	6,2874E-06	-9,3668E-05	5,2825E-04	3,7460E+02		
6	7,3638E-05	-3,5857	1,0575E-10	-	-	-	-		
7	-2,3608E-04	-3,9485	-2,2442E-10	-	-	-	-		
8	3,6968E-06	-3,6489	4,7572E-12	-	-	-	-		
9	1,8740E-03	-4,8380	1,2053E-10	-	-	-	-		
10	-1,9464E-02	-5,6320	3,1274E-11	-	-	-	-		
11	-4,6826E-04	-3,4831	-5,8291E-10	-	-	-	-		
12	4,7357E-06	-3,1967	5,3685E-12	-	-	-	-		
13	-1,2125E-10	3,2275E-08	-1,9446E-06	4,5595E-05	-4,6113E-04	1,6952E-03	1,7862E+02		
14	-1,1853E-05	-3,0772	-1,2191E-11	-	-	-	-		
15	8,6073E-05	-3,5423	1,9022E-10	-	-	-	-		
16	-6,8344E-07	-3,2691	-2,0394E-12	-	-	-	-		
			II.	kvadrant					
j	1	2	3	4	5	6	7		
1	1,5529E+02	-1,0439E+01	-5,4466E-11	-	-	-	-		
2	-2,0347E-03	-4,9381	-3,8938E-10	-	-	-	-		
3	6,1035E-04	-4,4601	2,4451E-10	-	-	-	-		
4	-8,3570E-06	-3,9473	-7,4017E-12	-	-	-	-		
5	-3,6759E-03	-5,5485	-8,6570E-11	-	-	-	-		
6	2,4345E-02	-6,2215	-2,3813E-11	-	-	-	-		
7	2,1297E-04	-3,6222	2,5493E-10	-	-	-	-		
8	-1,7462E-06	-3,2705	-3,1871E-12	-	-	-	-		
9	3,5194E-11	-1,2262E-08	1,6028E-06	-7,0046E-05	1,0823E-03	-5,4457E-03	-5,1604E+04		
10	5,0597E-04	-4,2921	3,2075E-10	-	-	-	-		
11	-1,4157E-04	-4,0198	-5,4634E-11	-	-	-	-		
12	5,8175E-06	-3,6937	5,5688E-12	-	-	-	-		
13	3,7440E-03	-5,0833	1,2612E-10	-	-	-	-		
14	-3,1297E-02	-5,8808	2,0549E-10	-	-	-	-		
15	-3,2566E-04	-3,3268	-3,0475E-10	-	-	-	-		
16	4,2758E-06	-3,1314	3,2044E-12	-	-	-	-		

#### Prílohy

Kalibračné koeficienty $c_{Brij}$								
			I.	kvadrant				
j	1	2	3	4	5	6	7	
1	1,5555E-11	-3,5684E-09	1,7885E-07	-5,6316E-06	7,6415E-05	-2,1979E-04	1,5339E+02	
2	-5,1185E-04	-4,8329	1,2878E-11	-	-	-	-	
3	6,7203E-06	-2,8777	-1,8754E-11	-	-	-	-	
4	-5,1014E-07	-3,2482	-3,0206E-13	-	-	-	-	
5	-3,5680E-05	-4,1472	-1,0812E-11	-	-	-	-	
6	1,8427E-05	-3,4625	4,8033E-11	-	-	-	-	
7	6,0132E-03	-6,1976	-3,8071E-11	-	-	-	-	
8	-1,2767E-13	1,7188E-11	1,5961E-10	1,2908E-07	-9,8265E-07	-6,0510E-06	-1,1525E-01	
9	-3,0601E-04	-4,7080	5,9140E-11	-	-	-	-	
10	4,7692E-04	-4,3209	-6,6095E-11	-	-	-	-	
11	-4,7487E-06	-2,2873	4,3710E-10	-	-	-	-	
12	3,8825E-07	-2,6894	-6,7415E-12	-	-	-	-	
13	1,4407E-04	-4,4755	3,9983E-11	-	-	-	-	
14	-1,0208E-04	-4,0338	-1,1647E-10	-	-	-	-	
15	-1,2765E-04	-3,8712	-3,7162E-11	-	-	-	-	
16	1,5262E-06	-3,6389	-1,3166E-12	-	-	-	-	
			II.	kvadrant				
j	1	2	3	4	5	6	7	
1	-6,0789E-11	1,7781E-08	-1,4590E-06	4,4684E-05	-5,6024E-04	2,4111E-03	-9,1764E+02	
2	1,6390E-11	-6,5274E-09	9,5409E-07	-3,9725E-05	5,2045E-04	-2,2394E-03	-9,5704E+02	
3	3,6890E-07	-1,9384	-1,6656E-10	-	-	-	-	
4	-2,5197E-12	6,7029E-10	-3,5351E-08	5,3909E-07	-8,2310E-06	4,4366E-05	4,5166E-05	
5	1,1703E-11	-2,8477E-09	2,2586E-07	-8,7849E-06	1,3633E-04	-4,9309E-04	2,8986E+02	
6	-2,6877E-04	-4,8063	3,8860E-11	-	-	-	-	
7	6,5850E-11	-1,7568E-08	9,1985E-07	-9,5850E-06	1,8692E-04	-1,3110E-03	3,5840E+02	
8	-1,6512E-12	4,1585E-10	-1,5931E-08	-3,0334E-08	4,2083E-08	6,0379E-06	3,8064E-01	
9	9,6422E-05	-4,5798	2,5503E-11	-	-	-	-	
10	1,2835E-10	-2,9695E-08	8,2342E-07	3,6192E-06	-1,7301E-04	4,8882E-04	1,1158E+03	
11	-2,2892E-05	-3,0960	4,8449E-11	-	-	-	-	
12	2,3890E-07	-2,7184	-5,1874E-12	-	-	-	-	
13	-2,7371E-04	-4,6326	4,9418E-11	-	-	-	-	
14	3,0181E-04	-4,2003	-9,1128E-11	-	-	-	-	
15	-1,6677E-06	-1,9294	6,6652E-10	-	-	-	-	
16	1,2443E-07	-2,3141	-1,1759E-11	-	-	-	-	

			Kalibračné	koeficienty c	Crij		
			I.	kvadrant			
j	1	2	3	4	5	6	7
1	2,7825E-11	-8,5910E-09	5,0384E-07	-7,5339E-06	7,4990E-05	-2,7721E-04	-3,1729E+01
2	-9,9626E-11	3,3293E-08	-2,4755E-06	5,8976E-05	-6,7999E-04	3,0111E-03	3,0134E+02
3	-7,0934E-07	-2,3518	6,1750E-11	-	-	-	-
4	-2,9711E-12	1,1007E-09	-9,1508E-08	2,5984E-06	-2,8827E-05	1,1494E-04	4,5166E-05
5	1,9524E-13	4,8294E-09	-8,1815E-07	2,8656E-05	-3,6275E-04	1,7307E-03	9,0464E+02
6	-1,4978E-05	-3,3963	1,7497E-11	-	-	-	-
7	1,5328E-06	-2,3272	-2,1074E-11	-	-	-	-
8	-5,6316E-12	1,9233E-09	-1,4347E-07	3,4366E-06	-4,0321E-05	1,6418E-04	4,5166E-05
9	-7,9257E-11	2,3806E-08	-1,4221E-06	2,2166E-05	-2,5501E-04	1,2946E-03	-2,9936E+02
10	2,1132E-10	-6,8858E-08	4,9075E-06	-1,1326E-04	1,2584E-03	-6,1071E-03	3,8050E+03
11	2,0479E-06	-2,1063E+00	-3,5219E-10	-	-	-	-
12	4,7924E-12	-1,8034E-09	1,5074E-07	-4,8283E-06	4,8972E-05	-1,8178E-04	9,7707
13	-4,0300E-11	-3,9545E-09	1,8560E-06	-7,1701E-05	9,4247E-04	-4,3674E-03	6,1458E+03
14	3,6258E-05	-3,5525	-1,1725E-10	-	-	-	-
15	-1,8247E-06	-2,0578	1,4473E-10	-	-	-	-
16	1,9650E-11	-6,8029E-09	5,1527E-07	-1,3079E-05	1,4990E-04	-6,0083E-04	4,5172E-05
			II.	kvadrant			
j	1	2	3	4	5	6	7
1	-1,4089E-11	7,8865E-09	-9,8181E-07	3,1990E-05	-3,9989E-04	1,5580E-03	-1,4297E+02
2	3,6955E-06	-3,1117	6,7536E-11	-	-	-	-
3	7,8549E-11	-3,0923E-08	2,6371E-06	-7,1942E-05	8,4828E-04	-3,7129E-03	2,2988E+03
4	-2,9913E-12	1,1451E-09	-8,7792E-08	2,3713E-06	-2,4746E-05	9,1247E-05	4,5168E-05
5	1,4786E-12	6,5089E-10	-1,1374E-07	6,6113E-06	-6,4994E-05	6,8539E-05	-2,8550E+02
6	2,2639E-04	-4,6442	4,1116E-11	-	-	-	-
7	-1,4935E-06	-2,2863	7,3286E-11	-	-	-	-
8	7,3898E-08	-2,5150	-2,8802E-13	-	-	-	-
9	-3,5743E-11	-4,4885E-09	1,8506E-06	-7,0596E-05	9,3228E-04	-4,0833E-03	2,6881E+03
10	3,1251E-10	-8,2996E-08	4,1183E-06	-8,7369E-05	8,1601E-04	-2,4410E-03	4,4725E+02
11	-7,4266E-07	-1,8638	1,4124E-10	-	-	-	-
12	1,7860E-11	-6,2616E-09	4,7637E-07	-1,2460E-05	1,3959E-04	-5,4620E-04	4,5173E-05
13	-4,4155E-11	1,2276E-08	-6,4074E-07	3,2974E-06	-5,6153E-05	6,6844E-04	-8,5336E+02
14	-4,0105E-03	-5,5847	1,1408E-10	-	-	-	-
15	2,0594E-06	-2,0306	-4,2667E-10	-	-	-	-
16	5,2956E-13	-1,6317E-10	1,0930E-08	-1,1929E-06	5,3911E-06	1,5986E-06	4,5164E-05

# **Príloha 3 a):** Rozmerové koeficienty pre korekčný algoritmus vyhodnotených zvyškových napätí – geometrická konfigurácia a)

	I. kvadrant									
			Kalibračné	koeficienty	C <sub>rij</sub>					
j	C <sub>r1j</sub>	C <sub>r2j</sub>	C <sub>r3j</sub>	c <sub>r4j</sub>	C <sub>r5j</sub>	C <sub>r6j</sub>	C <sub>r7j</sub>			
1	-11,4022	-2,6462	-0,0247	-	-	-	-			
2	1414,8568	-5,1368	-0,2494	-	-	-	-			
3	46,5961	-2,8552	-0,1893	-	-	-	-			
4	0,4585	0,0158	-1,2455	55,9541	-698,5448	-1997,0937	-7515,8849			
5	-191,7175	-3,2301	1,0023	-	-	-	-			
	Kalibračné koeficienty c <sub>Xrij</sub>									
j	c <sub>Xr1j</sub>	c <sub>Xr2j</sub>	C <sub>Xr3j</sub>	c <sub>Xr4j</sub>	c <sub>Xr5j</sub>	C <sub>Xr6j</sub>	C <sub>Xr7j</sub>			
1	-1,0798E-04	0,0292	-1,5344	16,1860	-335,0275	790,0132	-4686,0013			
2	-31,4915	-3,3631	1,2806E-05	-	-	-	-			
3	117,6473	-3,3587	1,1753E-04	-	-	-	-			
4	196,9385	-3,3535	7,5751E-05	-	-	-	-			
5	-16,9915	-2,7877	7,8922E-05	-	-	-	-			
			Kalibračné	koeficienty c	XYrij					
j	c <sub>XYr1j</sub>	C <sub>XYr2j</sub>	c <sub>XYr3j</sub>	c <sub>XYr4j</sub>	c <sub>XYr5j</sub>	c <sub>XYr6j</sub>	c <sub>XYr7j</sub>			
1	-4,9305E-05	0,0131	-0,7319	17,1771	-184,6166	415,9924	-10240,5011			
2	-315,9717	-4,7466	1,4198E-05	-	-	-	-			
3	821,2344	-5,3133	-2,5169E-05	-	-	-	-			
4	1039,1945	-4,7637	-6,8349E-05	-	-	-	-			
5	625,3294	-4,7239	6,1561E-06	-	-	-	-			
			Kalibračné	koeficienty a	<sup>C</sup> Yrij					
j	c <sub>Yr1j</sub>	C <sub>Yr2j</sub>	C <sub>Yr3j</sub>	c <sub>Yr4j</sub>	c <sub>Yr5j</sub>	C <sub>Yr6j</sub>	C <sub>Yr7j</sub>			
1	-2,3063E-05	6,5676E-03	-0,3782	14,8532	-89,9649	-176,7297	-22248,1376			
2	-96,7199	-3,6664	-6,5857E-05	-	-	-	-			
3	-19,2406	-2,8447	6,2737E-05	-	-	-	-			
4	770,2754	-4,5444	-6,0051E-05	-	-	-	-			
5	193,0328	-3,2878	1,9681E-04	-	-	-	-			

			II.	kvadrant						
	Kalibračné koeficienty c <sub>rij</sub>									
j	C <sub>r1j</sub>	C <sub>r2j</sub>	c <sub>r3j</sub>	C <sub>r4j</sub>	c <sub>r5j</sub>	C <sub>r6j</sub>	C <sub>r7j</sub>			
1	-10,6950	-2,6158	-0,0245	-	-	-	-			
2	977,2576	-4,9726	-0,2496	-	-	-	-			
3	45,1473	-2,8405	-0,1895	-	-	-	-			
4	0,4583	0,0731	-4,3006	124,4131	-1409,7240	-1673,5573	-12983,9033			
5	-189,6033	-3,2250	1,0024	-	-	-	-			
	Kalibračné koeficienty c <sub>Xrij</sub>									
j	C <sub>Xr1j</sub>	C <sub>Xr2j</sub>	C <sub>Xr3j</sub>	C <sub>Xr4j</sub>	c <sub>Xr5j</sub>	C <sub>Xr6j</sub>	C <sub>Xr7j</sub>			
1	1,4608E-05	-4,5726E-03	0,2377	0,9116	50,8949	-691,0534	-15140,4628			
2	-95,9021	-3,6626	-5,7182E-05	-	-	-	-			
3	-18,7464	-2,8326	1,2973E-04	-	-	-	-			
4	797,1763	-4,5596	-2,4519E-05	-	-	-	-			
5	189,3884	-3,2791	7,2662E-05	-	-	-	-			
			Kalibračné	koeficienty c	XYrij					
j	C <sub>XYr1j</sub>	c <sub>XYr2j</sub>	c <sub>XYr3j</sub>	C <sub>XYr4j</sub>	c <sub>XYr5j</sub>	c <sub>XYr6j</sub>	c <sub>XYr7j</sub>			
1	1,4096E-06	-2,4959E-04	-0,0170	1,1910	-21,6962	-216,3912	-6275,9642			
2	-314,0528	-4,7440	1,6633E-05	-	-	-	-			
3	1045,3299	-5,4196	2,4469E-05	-	-	-	-			
4	1086,3363	-4,7833	-2,2958E-05	-	-	-	-			
5	554,7756	-4,6710	-7,6743E-05	-	-	-	-			
			Kalibračné	koeficienty a	C <sub>Yrij</sub>					
j	C <sub>Yr1j</sub>	C <sub>Yr2j</sub>	C <sub>Yr3j</sub>	C <sub>Yr4j</sub>	c <sub>Yr5j</sub>	C <sub>Yr6j</sub>	C <sub>Yr7j</sub>			
1	-6,6109E-05	1,7025E-02	-0,9064	2,6538	-198,9738	254,8385	-3950,9459			
2	-31,7033	-3,3661	9,4458E-06	-	-	-	-			
3	120,4216	-3,3692	1,9012E-04	-	-	-	-			
4	199,9965	-3,3605	1,5670E-04	-	-	-	-			
5	-17,6508	-2,8053	-2,1656E-05	-	-	-	-			

# **Príloha 3 b):** Rozmerové koeficienty pre korekčný algoritmus vyhodnotených zvyškových napätí – geometrická konfigurácia b)

	I. kvadrant									
			Kalibračne	é koeficienty	c <sub>rij</sub>					
j	C <sub>r1j</sub>	C <sub>r2j</sub>	c <sub>r3j</sub>	C <sub>r4j</sub>	C <sub>r5j</sub>	C <sub>r6j</sub>	C <sub>r7j</sub>			
1	-0,0245	-0,0265	0,9541	-26,9826	63,2064	3199,3629	-22657,7357			
2	-1353,4855	-4,2435	-0,2499	-	-	-	-			
3	-9310,9949	-5,4057	-0,1889	-	-	-	-			
4	280,3469	-3,7655	0,4588	-	-	-	-			
5	-3,9009	-2,4156	1,0025	-	-	-	-			
	Kalibračné koeficienty $c_{Xrij}$									
j	c <sub>Xr1j</sub>	C <sub>Xr2j</sub>	c <sub>Xr3j</sub>	c <sub>Xr4j</sub>	c <sub>Xr5j</sub>	C <sub>Xr6j</sub>	C <sub>Xr7j</sub>			
1	-1302,0828	-4,6035	-3,1365E-04	-	-	-	-			
2	-61,4529	-3,6101	-4,8801E-05	-	-	-	-			
3	809,6016	-4,1167	4,3062E-04	-	-	-	-			
4	469,9296	-3,7034	3,8340E-04	-	-	-	-			
5	-313,7788	-3,9402	-1,6804E-04	-	-	-	-			
			Kalibračné	koeficienty c	XYrij					
j	c <sub>XYr1j</sub>	c <sub>XYr2j</sub>	c <sub>XYr3j</sub>	c <sub>XYr4j</sub>	c <sub>XYr5j</sub>	c <sub>XYr6j</sub>	C <sub>XYr7j</sub>			
1	-7828,3912	-5,8356	-3,0627E-05	-	-	-	-			
2	-2,8591E-05	8,1050E-03	-5,2970E-01	12,1096	-94,5371	-209,9071	55041,8005			
3	3885,1319	-5,2129	1,4391E-05	-	-	-	-			
4	2104,8540	-4,8665	-2,8663E-05	-	-	-	-			
5	-1105,4835	-4,7204	3,8801E-05	-	-	-	-			
			Kalibračné	koeficienty a	Yrij					
j	C <sub>Yr1j</sub>	C <sub>Yr2j</sub>	c <sub>Yr3j</sub>	C <sub>Yr4j</sub>	c <sub>Yr5j</sub>	C <sub>Yr6j</sub>	C <sub>Yr7j</sub>			
1	-4,0676E-05	0,0107	-0,6214	17,4621	-185,3242	164,2645	-23339,5739			
2	-41,871	-4,002	-4,8590E-05	-	-	-	-			
3	2,9456E-05	-3,2127E-03	-0,4271	11,2659	-219,6525	2486,4004	-7012,2388			
4	2391,8853	-5,0924	-5,2829E-05	-	-	-	-			
5	2,2684E-04	-0,0799	7,3983	-208,4146	2714,8909	-13248,5450	51009,3159			

			II.	kvadrant						
	Kalibračné koeficienty c <sub>rij</sub>									
j	c <sub>r1j</sub>	c <sub>r2j</sub>	C <sub>r3j</sub>	c <sub>r4j</sub>	C <sub>r5j</sub>	C <sub>r6j</sub>	C <sub>r7j</sub>			
1	-4257,4584	-4,3048	-0,0252	-	-	-	-			
2	8707,8638	-4,9519	-0,2497	-	-	-	-			
3	1160,1016	-3,8534	-0,1891	-	-	-	-			
4	-1230,8090	-4,2419	0,4587	-	-	-	-			
5	-297,5898	-3,4794	1,0022	-	-	-	-			
	Kalibračné koeficienty $c_{Xrij}$									
j	C <sub>Xr1j</sub>	C <sub>Xr2j</sub>	C <sub>Xr3j</sub>	C <sub>Xr4j</sub>	C <sub>Xr5j</sub>	C <sub>Xr6j</sub>	c <sub>Xr7j</sub>			
1	-9,0575E+06	-8,7267	2,9740E-04	-	-	-	-			
2	-29,9981	-3,2439	3,8661E-05	-	-	-	-			
3	-4,7706	-2,3740	4,9444E-04	-	-	-	-			
4	11,5442	-2,9769	-4,3608E-05	-	-	-	-			
5	387,3319	-3,5793	2,7301E-04	-	-	-	-			
			Kalibračné	koeficienty c <sub>y</sub>	(Yrij					
j	c <sub>XYr1j</sub>	C <sub>XYr2j</sub>	C <sub>XYr3j</sub>	c <sub>XYr4j</sub>	c <sub>XYr5j</sub>	c <sub>XYr6j</sub>	c <sub>XYr7j</sub>			
1	6,1163E-05	-0,0174	1,4282	-51,3444	845,5198	-4830,0880	-33708,9356			
2	-873,9849	-5,1735	1,7926E-06	-	-	-	-			
3	-37,8091	-3,5572	1,4494E-04	-	-	-	-			
4	1,6040E-04	-0,0503	4,0741E+00	-126,3847	1668,1174	-8533,6669	1,9731E+05			
5	1765,9726	-4,6903	-7,1926E-05	-	-	-	-			
			Kalibračné	koeficienty c	Yrij					
j	C <sub>Yr1j</sub>	C <sub>Yr2j</sub>	C <sub>Yr3j</sub>	C <sub>Yr4j</sub>	C <sub>Yr5j</sub>	C <sub>Yr6j</sub>	c <sub>Yr7j</sub>			
1	1,2991E-05	-1,525E-03	-0,0096	-9,7852	246,4733	-1785,2531	-23954,5818			
2	-14,3612	-3,6641	-1,7643E-05	-	-	-	-			
3	1,2862E-03	-0,4093	36,6865	-1313,2176	20592,7895	-113720,9809	4,3012E+06			
4	0,6899	-2,0439	-1,7053E-05	-	-	-	-			
5	9871,1421	-5,7159	-0,0003	-	-	-	-			