Pedagogická fakulta
Faculty of Education

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

VYUŽITÍ 3D MODELOVACÍCH PROGRAMŮ VE VÝUCE DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE

Vypracovala: Renata Macourková

Vedoucí práce: Mgr. Roman Hašek, Ph.D.

České Budějovice 2014

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce.

V Českých Budějovicích, dne 28. 4. 2014

....

Macourková Renata

ANOTACE

Práce se zabývá využitím programů SketchUp a Rhinoceros ve výuce deskriptivní geometrie. Možnosti využití těchto programů byly ověřeny na vybraných příkladech Mongeova promítání. Součástí práce je malá sbírka příkladů z Mongeova promítání.

ANNOTATION

The work deals with the use of programmes SketchUp and Rhinoceros in teaching of descriptive geometry. The possibilities of utilization of these programmes were tested in selected examples on Monge projection. Part of the work is a collection of examples on Monge projection.

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji panu Romanu Haškovi, vedoucímu mé bakalářské práce, za jeho cenné rady a připomínky a za zapůjčení materiálů. Dále děkuji své rodině a kamarádce Petře Staňkové za veškerou pomoc a podporu.

OBSAH

1. ÚVOD

Předkládaná práce pojednává zejména o možném využití programů Rhinoceros a SketchUp při výuce a řešení příkladů deskriptivní geometrie, přesněji základů Mongeova promítání. Cílem této práce je seznámení s obsluhou programů Rhinoceros a SketchUp a dále vzorové řešení vybraných příkladů deskriptivní geometrie ve zvoleném programu. Řešené příklady jsou k práci přiloženy ve formátu „3DM“ na CD.

Dané téma jsem si zvolila proto, že současnému světu vládne rozvoj technologií, který zasahuje i do oblasti výuky a postupně vytěsňuje klasický přednáškový styl. Proto je důležité umět výuku zmodernizovat a myslím, že právě díky počítačům můžeme děti zaujmout a nadchnout pro učení. Domnívám se, že práce ve 3D modelovacích programech podporuje prostorovou představivost a napomáhá žákům při řešení daných úloh na papíře.

V teoretické části popisuji základní pojmy Mongeova promítání podle RNDr. Evy Pomykalové. V praktické části jsou řešeny zvolené příklady pomocí zmíněných 3D modelovacích programů. Práce je inspirována Školním vzdělávacím programem Gymnázia Havlíčkův Brod platným od 1. 9. 2013.

2. SKETCHUP

Počítačový program SketchUp [5] pro tvorbu 3D modelů byl vyvinut roku 1999 společností @Last Software. Získal si velkou popularitu především díky snadnému uživatelskému rozhraní. Je to rychle se rozvíjející program. Dnes je zdarma k dostání již 8. verze tohoto programu.

V této kapitole Vás seznámím se základními funkcemi programu SketchUp a jejich užitím.

2.1 Úvod k programu

Abychom mohli pracovat v programu SketchUp, je nutné vybrat si šablonu a jednotky, ve kterých chceme modelovat.

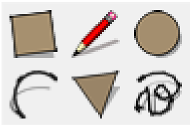
Nabízenými jednotkami jsou stopy a palce, metry, nebo milimetry. Pro šablony máme již větší výběr. Jednoduchá šablona je určena pro základní užití. Architektonický projekt je určen pro architektonické nebo interiérové návrhy. Google Earth modelování slouží k vytváření modelů, které je možné umístit do programu Google Earth. Inženýrská šablona je vhodná pro strojírenství či inženýry. Další specializovanou šablonou je designérská a dřevařská, ve které můžeme vytvořit menší přesné návrhy. Další šablonou je zobrazení pouze půdorysu, po natočení pohledu ale opět získáme trojrozměrný obraz. Nakonec je v nabídce začátečnická tréninková šablona. Podle výběru šablony se nám zobrazí jediná nárysna ve zvoleném stylu.

2.2 Ovládání programu

Pro potřeby této práce není nutné popisovat všechny funkce programu SketchUp. Proto zde budou popsány pouze vybrané nástroje verze SketchUp 8.0.15158.

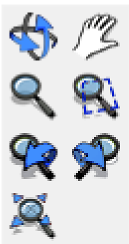
Standard: Panel, který umožňuje rychlé nalezení základních funkcí každého programu. Pomocí symbolu papíru otevřete nové okno. Složka slouží k otevření již vytvořených souborů. Dále uložení souboru, nůžky pro vystřižení části objektu, kopírování a vložení objektu, křížek pro vymazání, šipky k vracení a obnovení předchozí operace, tisk a nakonec symbol písmene i, pro zobrazení informace o vybraném objektu.

Principal: Hlavní panel nástrojů. Šipkou vybíráme objekty v nákresně. Kyblík s barvou používáme pro změnu barvy a výplně. Pomocí gumy vymažeme zvolené části objektů.

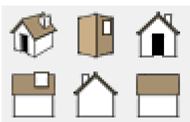


Drawing: Je to jeden ze základních panelů nástrojů. Slouží k základnímu kreslení a rýsování. Symbol čtverce slouží k vytváření obdélníků. Tužkou narýsujeme libovolné úsečky. Symbol kružnice použijeme pro narýsování kruhu, či kružnice. Dalším symbolem vytváříme oblouky. K vytváření mnohoúhelníků slouží symbol trojúhelníku. Poslední symbol nám umožňuje ruční kresbu.

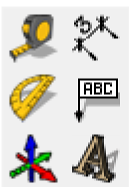
Modification: Panel pro úpravu objektů. Pomocí prvního symbolu čtyř šipek z jednoho bodu posunujeme jednotlivé objekty. Dvě šipky jdoucí dokola rotují vybranými objekty. Další symbol slouží ke změně velikosti a poměru stran. Kvádr se šipkou vzhůru slouží k vytažení rovinného uzavřeného útvaru do prostoru. Válec se šipkou do strany vytáhne rovinný uzavřený útvar pomocí jiného útvaru. Poslední symbol dvou oblouků nám umožňuje změnu velikosti objektu nebo jeho částí při zachování původního útvaru. To znamená, že vytvoříme nový upravený objekt a zároveň budeme mít i původní objekt.



Camera: Tímto panelem ovládáme nárysnu. Pomocí symbolu dvou stočených šipek otáčíme celou nárysnou kolem dokola. Ruka pohybuje nárysnou do stran. Lupy slouží ke zvětšení či zmenšení nárysny a tedy i zvětšení či zmenšení samotných objektů. Poslední lupa se čtyřmi šipkami do stran zvětší či zmenší objekty tak, aby se celé přesně vešli na obrazovku.



Views: Panel pro snadné přepínání mezi základními pohledy. Podle znázornění domu rozlišujeme tyto základní pohledy: prostorový náhled shora zprava, shora, zepředu, zprava, zezadu a zleva.



Construction: Tento panel napomáhá při přesném sestrojování objektů. Pomocí metru naměříme chtěnou vzdálenost. Další symbol slouží k vyznačení kót. S naměřením přesného úhlu nám pomůže úhloměr. Dále jsou symboly pro vytvoření textu, vytvoření nových os a vytvoření 3D textu.

3. RHINOCEROS

Tento 3D modelovací program byl vyvinut softwarovou společností Robert McNeel & Associates [4]. Dnes je možné zakoupit Rhinoceros 5.0, tedy pátou verzi programu.

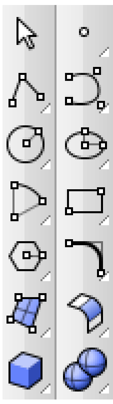
Program pracuje s tzv. NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines) geometrií. Je to matematická reprezentace 3D geometrie, která umožňuje přesně popsat jakýkoliv tvar. Křivka NURBS je definována čtyřmi věcmi: stupeň, řídící body, svazek a hodnotící pravidla. Stupeň je celé kladné číslo, obvykle od jedné do pěti. Například přímky a křivky mají stupeň 1, nebo kruhy mají stupeň 2. Řídící body jsou seznamy stupně a nejméně jednoho bodu. Pomocí řídících bodů je nejsnazší změnit tvar křivky. Svazek je seznam, který zahrnuje stupeň + $N - 1$ čísel, kde N je počet řídících bodů. Hodnotící pravidlo je matematický vzorec, který vezme číslo a přiřadí mu bod.

3.1 Úvod k programu

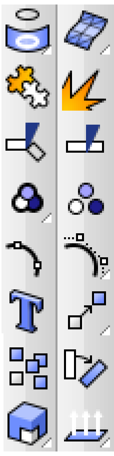
Než začneme v programu Rhinoceros pracovat, musíme si vybrat velikost a jednotky modelu, které budeme při práci používat. Můžeme si vybrat mezi malými a velkými objekty. Nabízené jednotky jsou centimetry, metry, milimetry, palce a stopy.

Po zvolení velikosti a jednotek se nám zobrazí čtyři pohledy najednou: shora, zepředu, zprava a perspektiva. Při dvojitém poklepání na nápis některého z pohledů, se nám vybraný pohled zobrazí přes celé okno.

3.2 Ovládání programu



Hlavní 1: První část panelu, kterým vytváříme a upravujeme objekty v programu Rhinoceros. Symboly postupně slouží k označování objektů, vytvoření bodů, čar, křivek, kružnice, elipsy, oblouku, obdélníku, pravidelného n-úhelníku, zaoblení křivek (po poklepání pravým tlačítkem získáme nástroje pro úpravu křivek), vytvoření plochy, zaoblení plochy (po poklepání pravým tlačítkem získáme nástroje pro úpravu ploch), vytvoření hranolu (po poklepání pravým tlačítkem můžeme vybírat mezi dalšími tělesy: kužel, válec, koule…) a booleovské sjednocení objektů (po poklepání pravým tlačítkem získáme nástroje pro úpravu těles).



Hlavní 2: Druhá část panelu, kterým vytváříme a upravujeme objekty v programu Rhinoceros. Symboly postupně slouží k promítnutí křivky na plochu (po poklepání pravým tlačítkem získáme více možností, jak vytvářet křivky z jiných objektů), převodu plochy na polygonové sítě, spojení objektů, rozpojení objektů, stříhání plochy, rozdělení plochy, vytvoření skupiny objektů, zrušení skupiny, zobrazení editačních bodů křivky, zobrazení řídících bodů objektu, vytvoření textového objektu, přesunutí objektu (po poklepání pravým tlačítkem získáme pro transformace objektů), kopírování objektů, otočení objektů, změna měřítka objektu a analýza směru (po poklepání pravým tlačítkem můžeme otočit směr objektu).

Standardní 1. část: První část panelu, který obsahuje základní funkce programu. Postupně symboly slouží k otevření nového okna, otevření již vytvořeného souboru, uložení, tisk, vlastnosti dokumentu, vyjmutí, kopírování a vložení objektu. Dále šipka pro vrácení kroku, rukou posouváme vybraný pohled, šipkami otáčíme a lupou zvětšujeme či zmenšujeme vybraný pohled. Poslední řádek s lupami pomáhá efektivnímu a rychlému přibližování: na cíl, všechny objekty, vybrané objekty a zrušení změny pohledu.

Standardní 2. část: Druhá část panelu obsahující základní funkce programu. První dva symboly slouží ke změně pohledů. Další symboly slouží k nastavení nových os, uchopování objektů (po poklepání pravým tlačítkem na symbol kružnice získáte celou novou paletu uchopování bodu, konce přímky, polovinu přímky, nejbližšího bodu…), výběr objektů, skrytí objektů, uzamčení objektů a úprava vrstev. Symbol barevného kruhu zobrazí vlastnosti objektu. Další symboly slouží ke změně zobrazení pohledu: postupně stínovat pohled (nezobrazují se hrany), stínované (zobrazují se hrany) nebo drátové zobrazení a renderované zobrazení. Symbolem lampy vytvoříme kuželové osvětlení, ozubeným kolečkem zobrazíme volby Rhina, další symbol slouží k vytváření kót a nakonec symbol otazníku pro zobrazení nápovědy.

4. DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE

POMYKALOVÁ (2010) popisuje deskriptivní geometrii takto: *„Deskriptivní geometrie (z latinského describo = popisuji, zobrazuji) se zabývá zobrazováním prostorových útvarů na danou plochu, především na rovinu. Gaspard Monge definoval deskriptivní geometrii jako: „…umění znázornit na list papíru, jenž má jen dvojí rozměr, trojrozměrné předměty tak, aby je bylo možno přesně určit…“.*

Deskriptivní geometrie popisuje konstruktivní způsoby, jak zobrazit prostorové útvary pomocí útvarů rovinných a řeší úlohy o nich pomocí rovinných konstrukcí. Tyto konstruktivní způsoby, nazývané zobrazovací metody, musí být takové, aby se ze zobrazení daly vyčíst základní vlastnosti zobrazovaných útvarů – jejich velikost, tvar a vzájemná poloha. Musí být vzájemně jednoznačné, a to znamená, že každému vzoru je přiřazen jediný obraz a také naopak.

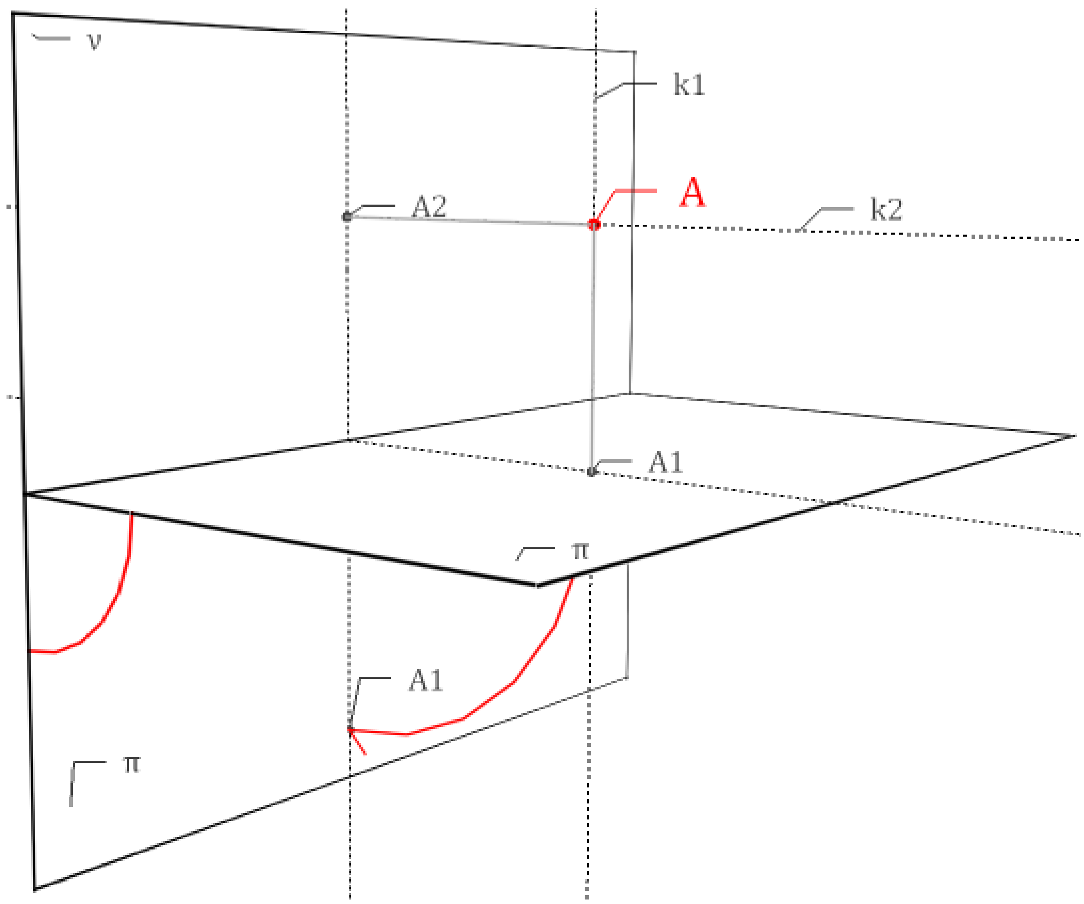
V současnosti se konstrukce na objektech složitějšího tvaru řeší počítačově metodami počítačové grafiky. To ovšem mohou zvládnout úspěšně pouze ti, kteří mají kromě matematických znalostí i dobrou prostorovou představivost. Deskriptivní geometrie pomáhá budovat prostorovou představivost a má tak své nezastupitelné místo v základech všeobecného vzdělání.“

5. MONGEOVO PROMÍTÁNÍ

Mongeovo promítání je pravoúhlé promítání na dvě vzájemně kolmé průmětny π a ν (obr. 1). Průmětna π se nazývá půdorysna, průmětna ν se nazývá nárysna. Osy x, y, z kartézské soustavy souřadnic se nacházejí: osa x na průsečnici průměten, osa y leží v průmětně π a osa z leží v průmětně ν.

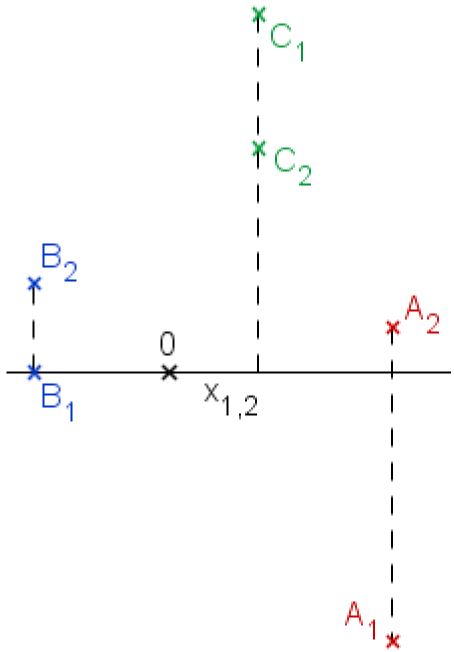
5.1 Sdružení průměten a zobrazení bodu

Bod A v prostoru promítneme na půdorysnu pomocí kolmice k_1 do bodu A_1 a na nárysnu pomocí kolmice k_2 do bodu A_2. Bod A_1 je půdorys bodu A, bod A_2 je nárys bodu A. Oba průměty zobrazíme do jedné roviny pomocí sdružení průmětů, tj. otočení půdorysny o 90° kolem osy x (obr. 1).

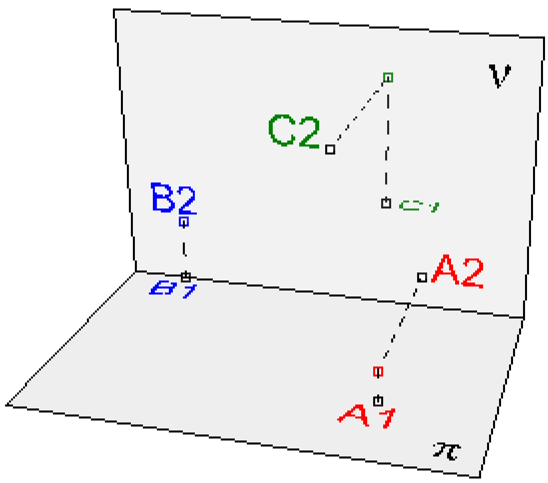


Obr. 1: Zobrazení bodu a sdružení průměten ve SketchUpu

Příklad 1: Zobrazte sdružené průměty bodů $A = [5;\ 6;\ 1]$, $B = [-3;\ 0;\ 2]$ a $C = [2;\ -8;\ 5]$ (obr. 2).



Obr. 2: Body A, B a C v programu Geogebra



Obr. 3: Body A, B a C v Rhinocerosu

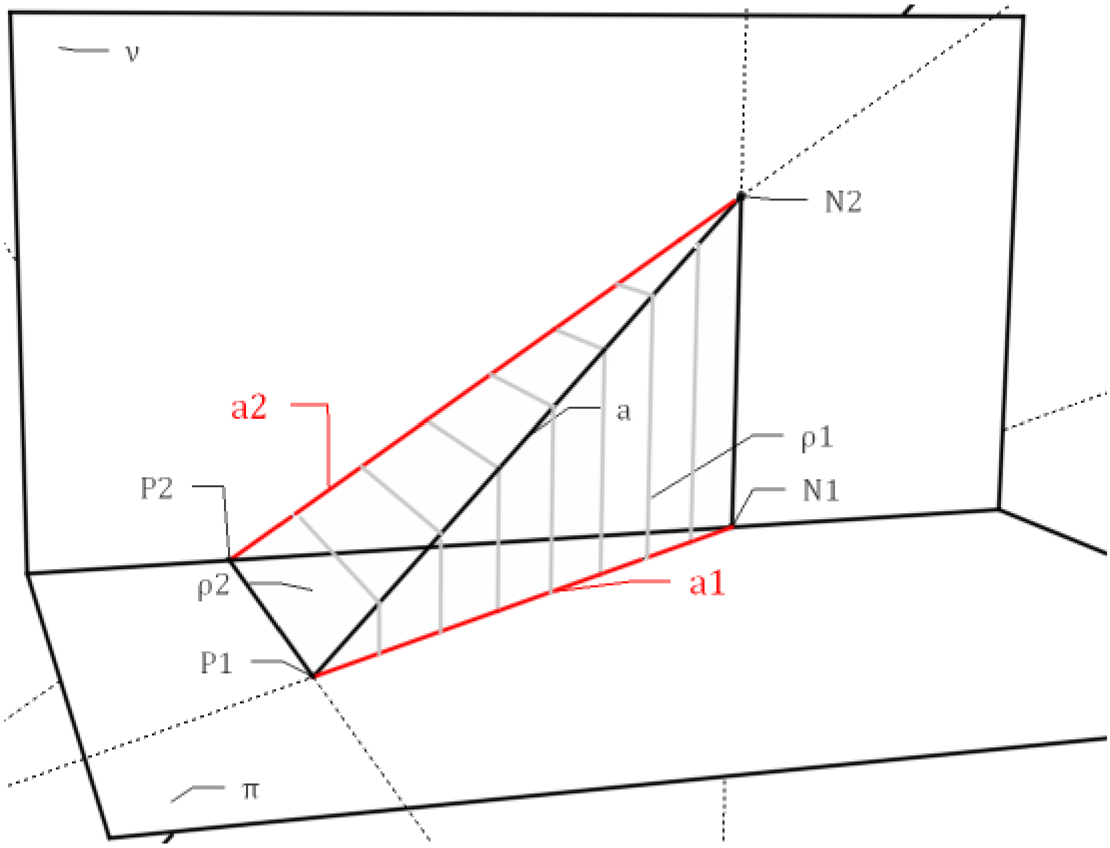
Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 3):

1. V pohledu *zepředu* zadáme příkaz „*rovina protější rohy*“ a zvolíme počátek $[-10;\ 0;\ 0]$ a konec roviny $[10;\ 10;\ 0]$. V pohledu *shora* zadáme tentýž příkaz a zvolíme počátek $[-10;\ 0;\ 0]$ a konec $[10;\ -10;\ 0]$. U všech následujících příkladů jsou použity takto vytvořené průmětny, popř. jsou oříznuté či zvětšené.
2. Zvolíme nástroj „*bod*“ a do řádku „*příkaz*“ zadáme souřadnice pro bod $A = [5;\ -6;\ 1], B = [-3;\ 0;\ 2]$ a $C = [2;\ 8;\ 5]$. Tedy zaměníme znaménko u y-ové

souřadnice. Půdorysy bodů sestrojíme jako „*bod*“ $A_1 = [5;\ -6;\ 0], B_1 = [-3;\ 0;\ 0], C_1 = [2;\ 8;\ 0]$. Nárysy bodů sestrojíme jako „*bod*“ $A_2 = [5;\ 0;\ 1], B_2 = [-3;\ 0;\ 2], C_2 = [2;\ 0;\ 5]$.

5.2 Zobrazení přímky

Přímku a promítneme na půdorysnu pomocí půdorysně promítací roviny ρ_1 a na nárysnu pomocí nárysně promítací roviny ρ_2. Průnik roviny ρ_1 s průmětnou π je hledaný půdorys a_1. Průnik roviny ρ_2 s průmětnou ν je hledaný nárys a_2. Průsečík přímky a s půdorysnou je půdorysný stopník P_1 a s nárysnou nárysný stopník N_2 (obr. 4).

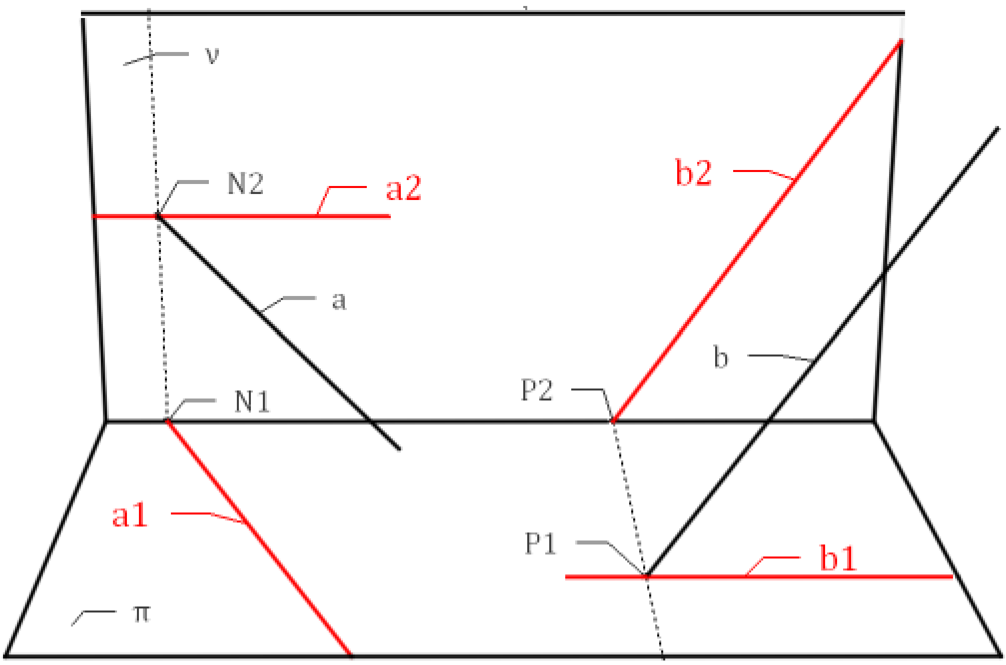


Obr. 4: Obecná přímka ve SketchUpu

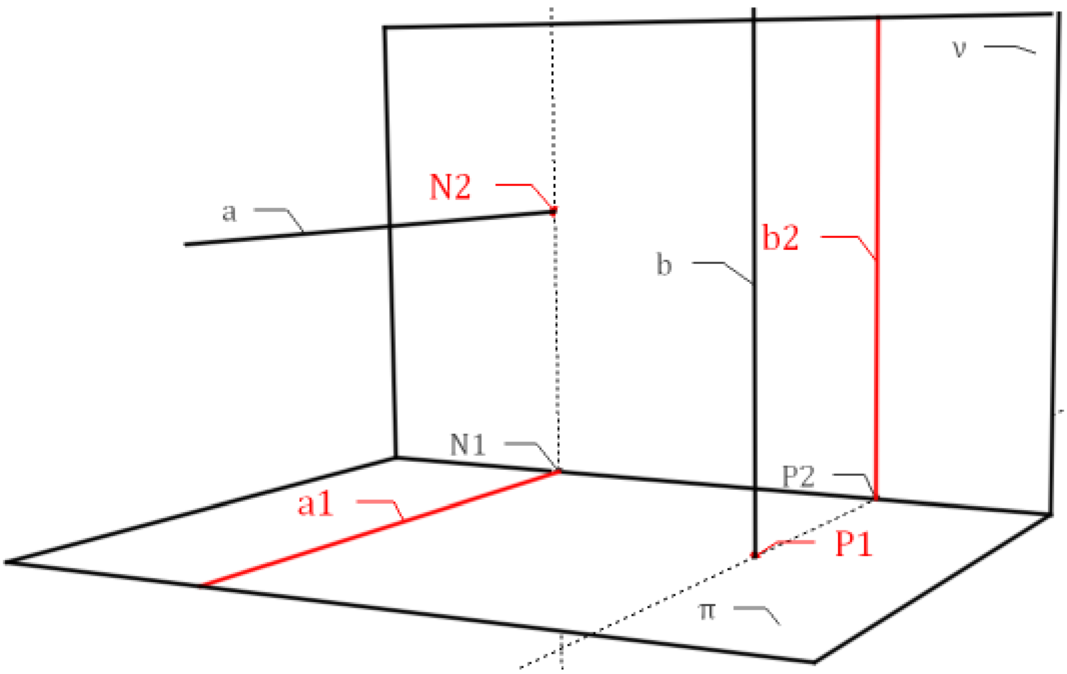
Speciální přímky:

Přímka rovnoběžná s půdorysnou se v nárysе zobrazí jako přímka rovnoběžná s osou $x_{1,2}$. V půdoryse se zobrazí ve své skutečné velikosti. Přímka rovnoběžná s nárysnou se v půdoryse zobrazí jako přímka rovnoběžná se základnicí a v nárysе se zobrazí ve své skutečné velikosti (obr. 5). Přímka rovnoběžná s půdorysnou i s nárysnou se v obou průmětnách zobrazí jako přímka rovnoběžná se základnicí.

Přímka kolmá na půdorysnu se v náryse zobrazí jako kolmice na základnici a v půdoryse se zobrazí do bodu P_1. Přímka kolmá na nárysnu se v půdoryse zobrazí jako kolmice na základnici a v půdoryse se zobrazí do bodu N_2 (obr. 6).



Obr. 5: Přímky rovnoběžné s průmětnami ve SketchUpu



Obr. 6: Přímky kolmé k průmětnám ve SketchUpu

Příklad 2: Zobrazte sdružené průměty přímky a, která je kolmá na půdorysnu a prochází bodem $A = [-2;\ 4;\ 1]$ (obr. 7).

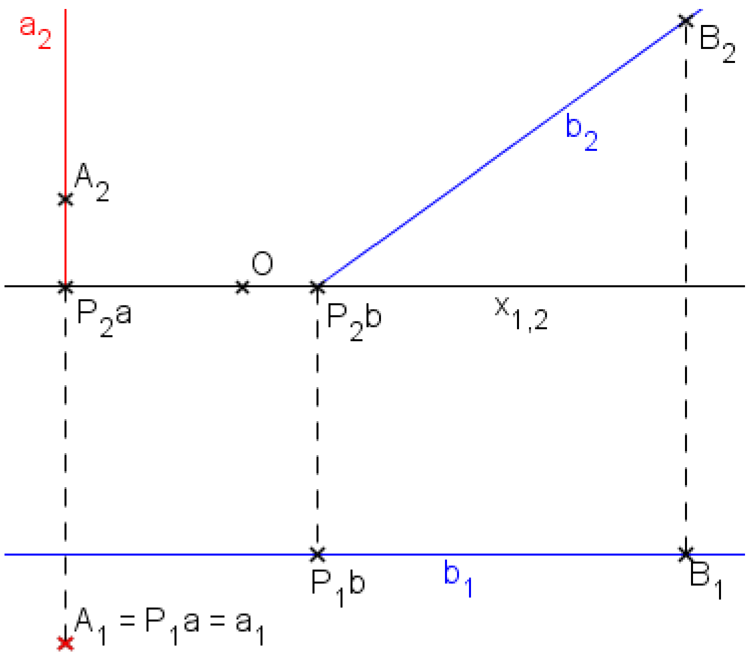
Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 8):

1. Stejně jako u příkladu 1 zvolíme nástroj „*bod*" a zadáme souřadnice pro bod $A_1 = [-2;\ -4;\ 0]$, $A_2 = [-2;\ 0;\ 1]$.
2. Bodem A_2 vedeme přímku kolmou k ose x. Zvolíme nástroj „*kolmice ke křivce*" a zvolíme počátek přímky jako bod o souřadnicích $[-2;\ 0;\ 0]$. Konec přímky je bod o souřadnicích $[-2; 0; z]$; $z =$ libovolné kladné číslo $> z_A$.

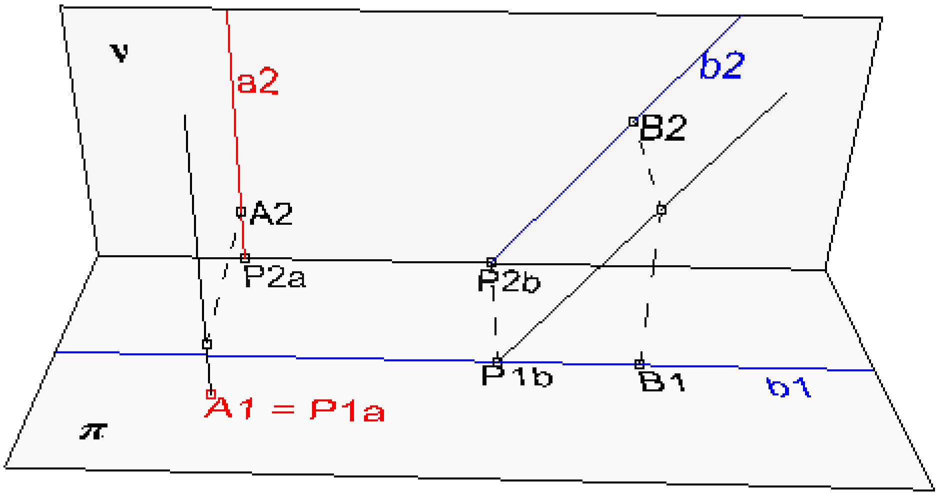
Příklad 3: Zobrazte sdružené průměty přímky b, která je rovnoběžná s nárysnou a prochází bodem $B = [5;\ 3;\ 3]$ (obr. 7).

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 8):

1. Zadáme bod B pomocí jeho půdorysu a nárysu. B_1 má souřadnice $[5;\ -3;\ 0]$, B_2 má souřadnice $[5;\ 0;\ 3]$.
2. Bodem B_1 vedeme přímku rovnoběžnou se základnicí.
3. Bodem B_2 vedeme libovolnou přímku → nekonečně mnoho řešení.



Obr. 7: Příklady 2 a 3 v Geogebře



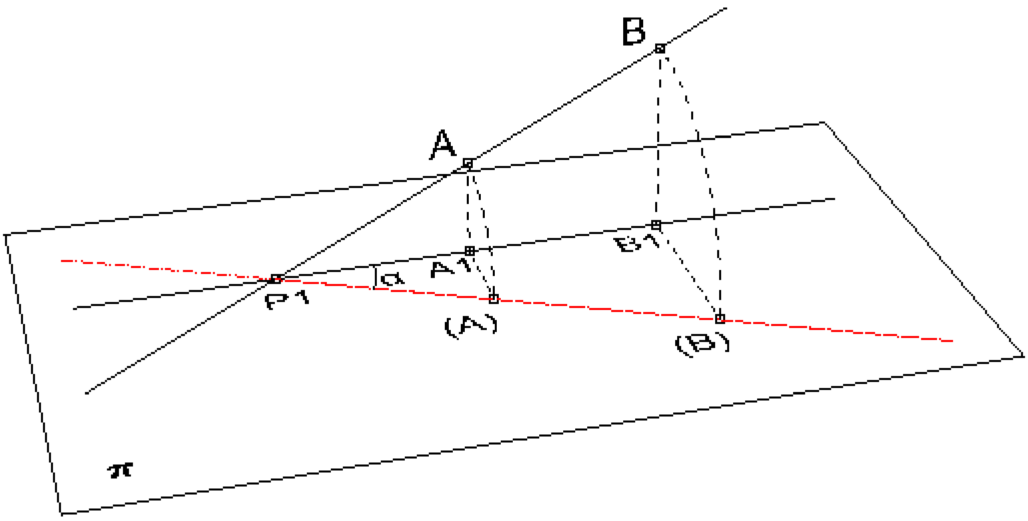
Obr. 8: Příklady 2 a 3 v Rhinocerosu

Příklad 4: Zobrazte stopníky přímky p dané body $P = [6;\ 3;\ 1]$ a $Q = [0;\ 5;\ 5]$.

Příklad 5: Zobrazte stopníky přímky r dané body $R = [-2;\ -2;\ -2]$, $S = [3;\ 1{,}5;\ 5]$.

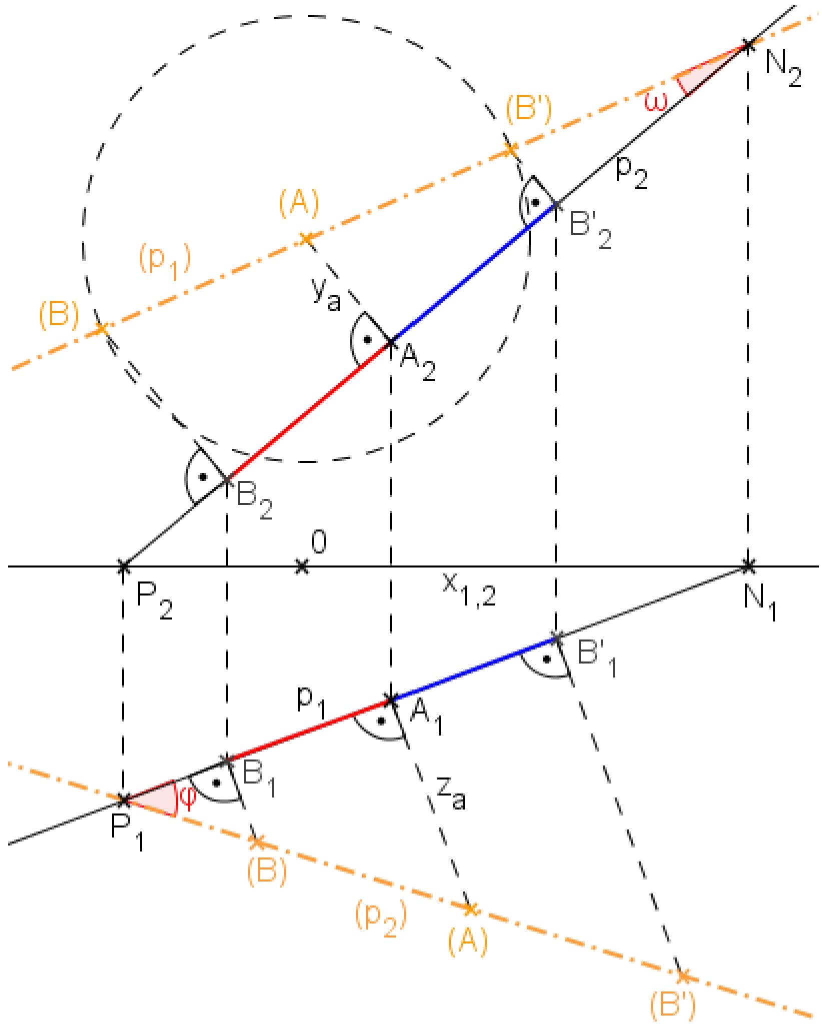
5.3 Skutečná velikost úsečky a odchylka přímky od průmětny

Skutečnou vzdálenost mezi dvěma body A, B určíme pomocí sklopení příslušné úsečky (obr. 9). V bodech A_1 a B_1 narýsujeme kolmice k přímce A_1B_1. Od bodu A_1 naneseme na kolmici vzdálenost z_A a od bodu B_2 naneseme na kolmici vzdálenost z_B. Tím získáme sklopené body (A) a (B). Skutečná vzdálenost bodů A, B je potom velikost úsečky $|(A)(B)|$. Odchylka přímky α od průmětny je rovna odchylce příslušného průmětu přímky od sklopeného průmětu přímky.



Obr. 9: Sklopení úsečky AB v Rhinocerosu

Příklad 6: Zobrazte sdružené průměty úsečky AB, která leží na přímce p. Bod $A = [2;\ 3;\ 5]$, $|AB| = 5\text{cm}$, p je libovolná přímka procházející bodem A (obr. 10).

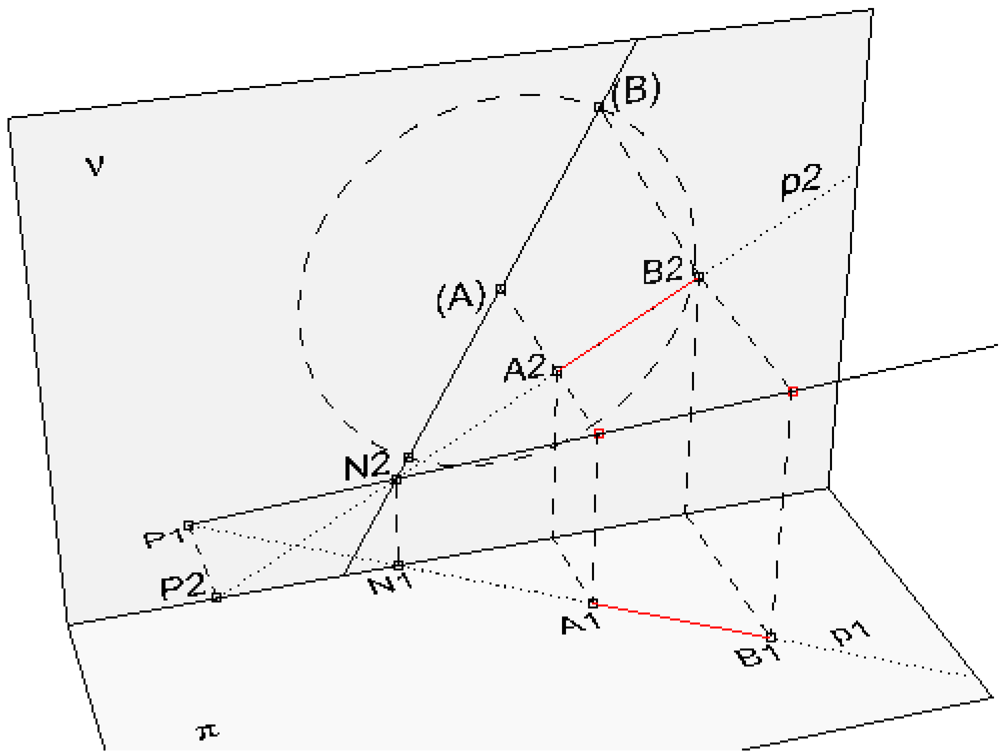


Obr. 10: Příklad 6 v Geogebře

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 11):

1. Zadáme bod A pomocí jeho půdorysu a nárysu. Libovolně zvolíme půdorys a nárys přímky p, tak aby bod A ležel na přímce p.
2. Narýsujeme stopníky přímky.
3. V nárysně uděláme kolmici k přímce p_2 z bodu A_2, zvolíme nástroj „*kružnice*“, střed v bodě A_2 a poloměr y_A. Zvolíme konstrukci „*bod*“ a díky systému „*uchop*“ označíme průnik kolmice a kružnice → (A).
4. Spojíme N_2 a (A). Sestrojíme kružnici se středem v bodě (A) o poloměru 5 cm. Průnik kružnice a přímky $N_2(A)$ je bod (B).

5. Uděláme kolmici k přímce p_2 z bodu (B). Průnik této kolmice s přímkou p_2 je bod B_2.
6. Sestrojíme sdružený průmět bodu B_2 přes kolmice k základnici v náryse a v půdoryse.
7. Úloha má dvě řešení.



Obr. 11: Příklad 6 v Rhinocerosu

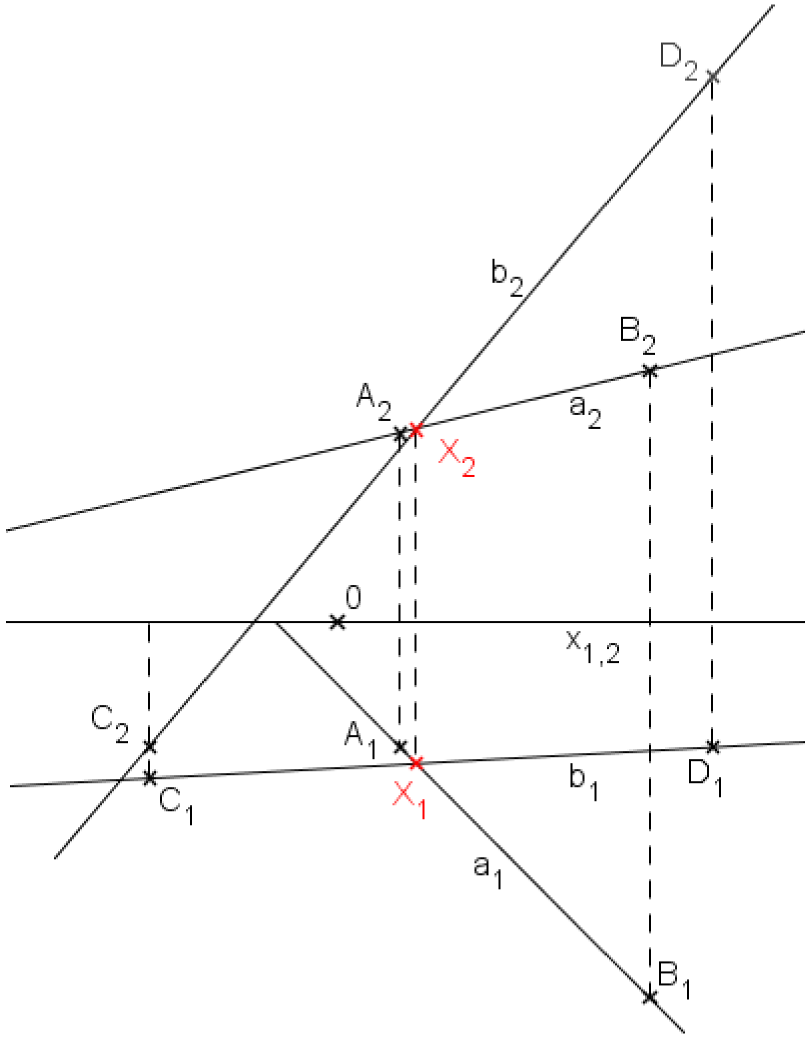
Příklad 7: Určete skutečnou velikost úsečky MN. $M = [-4;\ 5;\ 1]$, $N = [0;\ 3;\ 3]$.

Příklad 8: Jaká je vzdálenost bodů $X = [6;\ 2;\ 5]$, $Y = [-1{,}5;\ 2;\ 1]$.

5.4 Vzájemná poloha dvou přímek

Různoběžné přímky se zobrazí jako různoběžky a jejich průsečík leží na ordinále. Rovnoběžné přímky se zobrazí jako rovnoběžky v půdoryse i náryse. Průměty mimoběžných přímek se zobrazí jako různoběžky, ale jejich průsečíky neleží na ordinále.

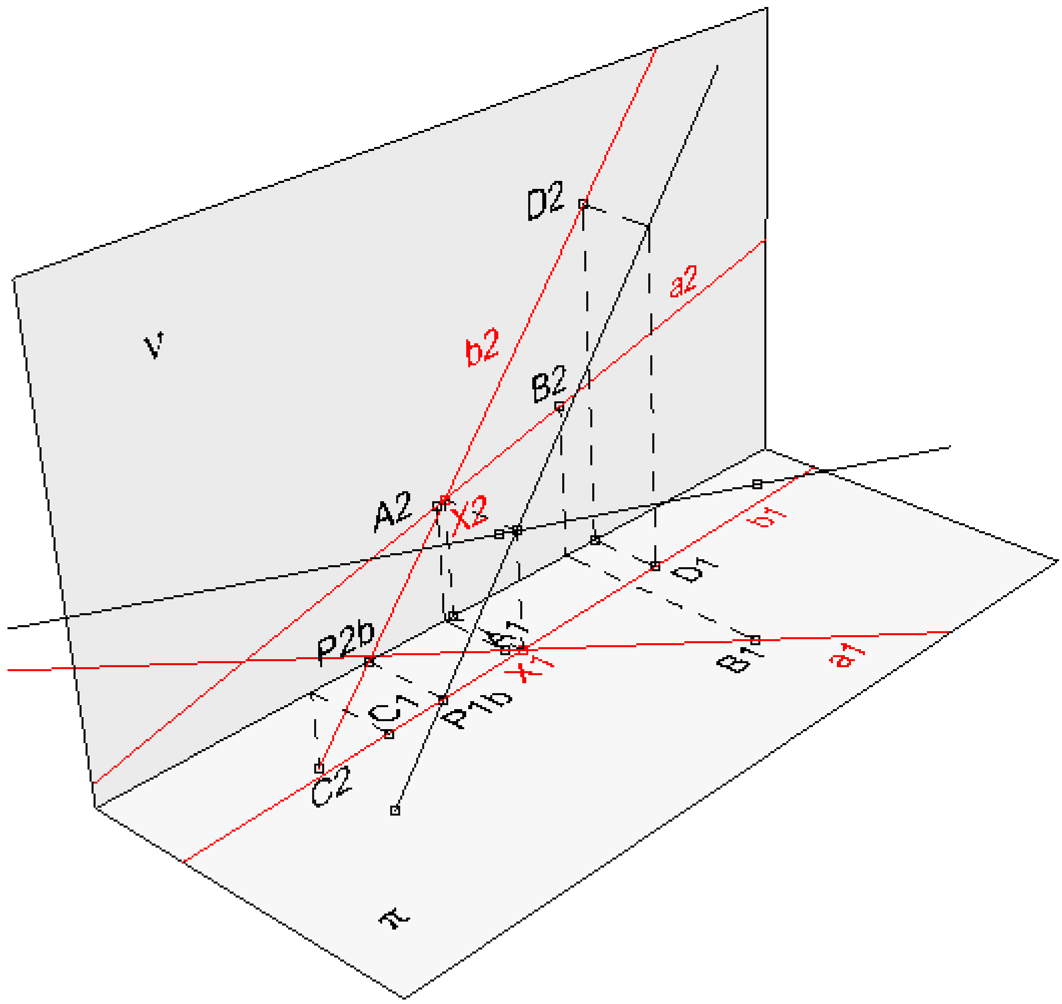
Příklad 9: Zobrazte sdružené průměty přímek a, b tak, aby byly různoběžné. Přímka a je zadána body $A = [1;\ 2;\ 3]$, $B = [5;\ 6;\ 4]$. Přímka b je zadána body $C = [-3;\ 2{,}5;\ -2]$ a $D = [6;\ 2;\ ?]$ (obr. 12).



Obr. 12: Příklad 9 v Geogebře

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 13):

1. Zadáme body A, B, C a D.
2. V půdoryse sestrojím průnik přímek $a_1, b_1 \rightarrow X_1$.
3. Kolmicemi k základnici přeneseme průnik přímek do nárysu tak, že X_2 leží na přímce a_2.
4. Sestrojíme přímku b_2 z bodů C_2, X_2.
5. Kolmicemi k základnici přeneseme bod D_1 na přímku b_2.



Obr. 13: Příklad 9 v Rhinocerosu

Příklad 10: Zobrazte sdružené průměty různoběžných přímek a, b. Přímka a je kolmá na půdorysnu a prochází bodem $A = [1;\ 1;\ 5]$, přímka b je rovnoběžná s půdorysnou a prochází bodem $B = [-3;\ 4;\ 2]$.

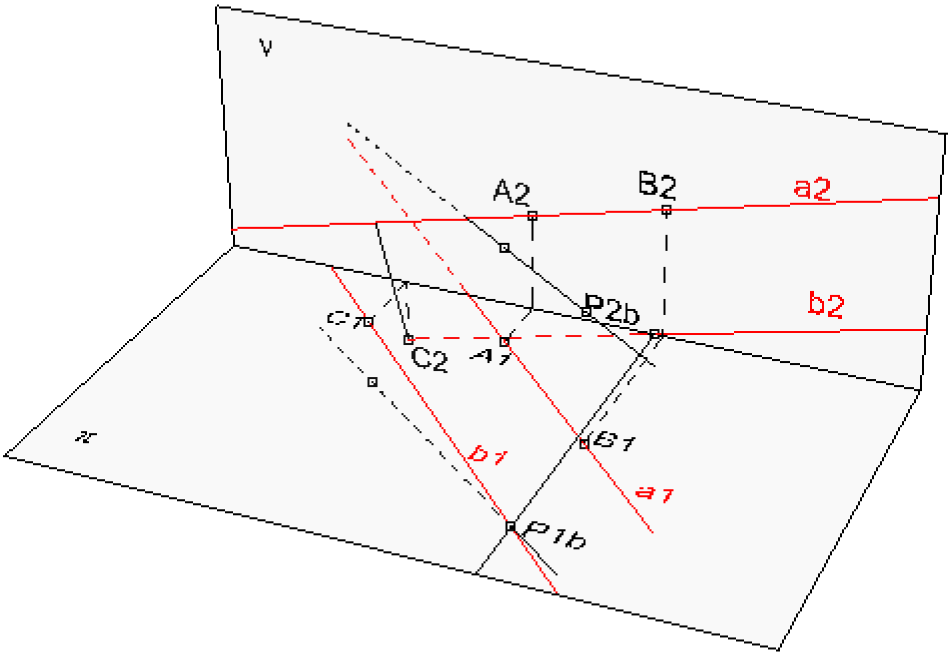
Příklad 11: Zobrazte sdružené průměty různoběžných přímek p, q. Přímka p je rovnoběžná s oběma průmětnami a prochází bodem $P = [2;\ 3{,}5;\ 2]$, přímka q prochází bodem $Q = [0;\ 1;\ 0]$.

Příklad 12: Zobrazte sdružené průměty přímek a, b tak, aby byly rovnoběžné. Přímka a je zadána body $A = [1;\ 2;\ 3]$, $B = [5;\ 6;\ 4]$, přímka b je zadána bodem $C = [-3;\ 2{,}5;\ -2]$ (obr. 15).

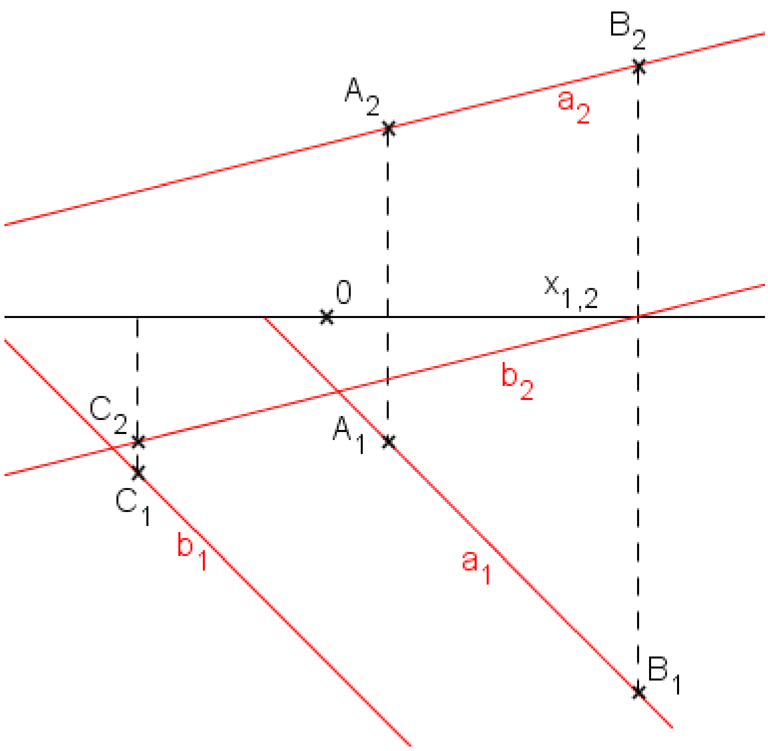
Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 14):

1. Zadáme body A, B, C.

2. Bodem C_1 vedeme rovnoběžku s a_1.
3. Bodem C_2 vedeme rovnoběžku s a_2.



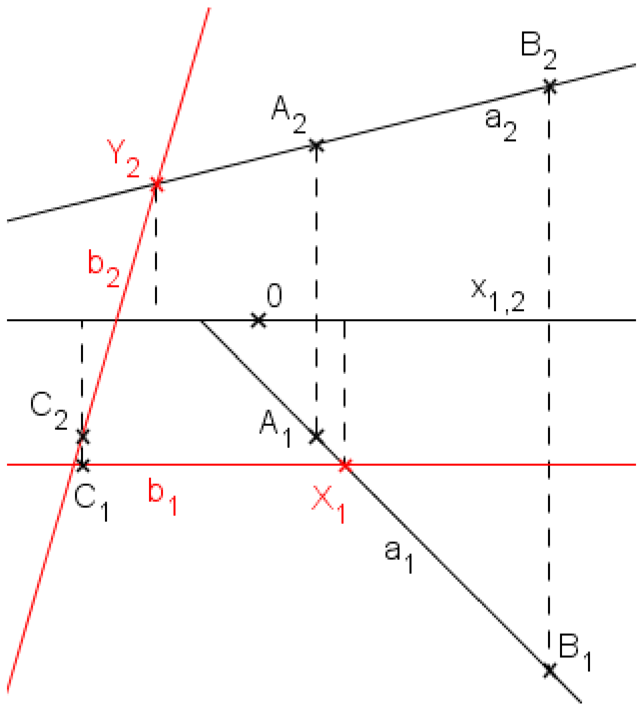
Obr. 14: Příklad 12 v Rhinocerosu



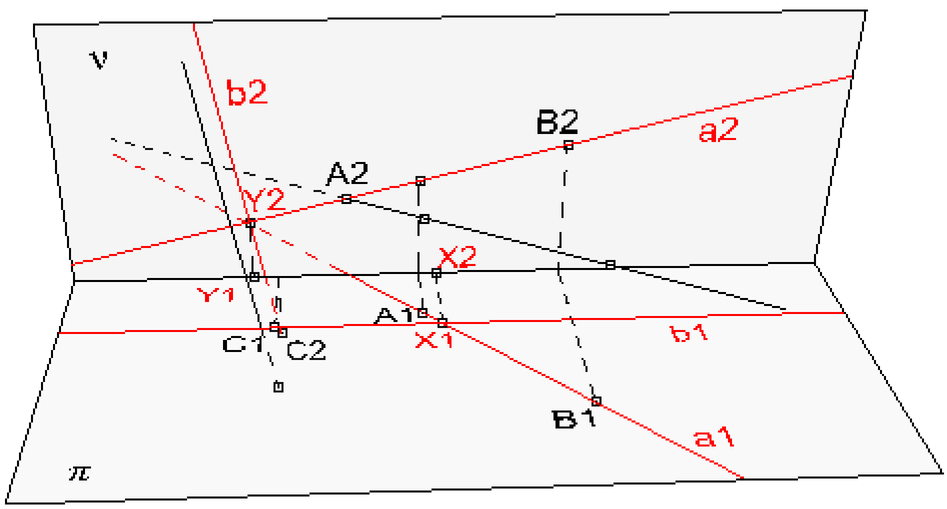
Obr. 15: Příklad 12 v Geogebře

Příklad 13: Zobrazte sdružené průměty rovnoběžných přímek p, q. Přímka p je rovnoběžná s nárysnou a prochází body $P = [0;\ 6;\ 8]$, $Q = [3;\ ?;\ 2]$. Přímky jsou od sebe vzdáleny 6 cm a leží v rovině rovnoběžné s nárysnou.

Příklad 14: Zobrazte sdružené průměty přímek a, b tak, aby byly mimoběžné. Přímka a je zadána body $A = [1;\ 2;\ 3]$, $B = [5;\ 6;\ 4]$, přímka b je rovnoběžná s nárysnou a prochází bodem $C\ = [-3;\ 2{,}5;\ -2]$ (obr. 16).



Obr. 16: Příklad 14 v Geogebře



Obr. 17: Příklad 14 v Rhinocerosu

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 17):

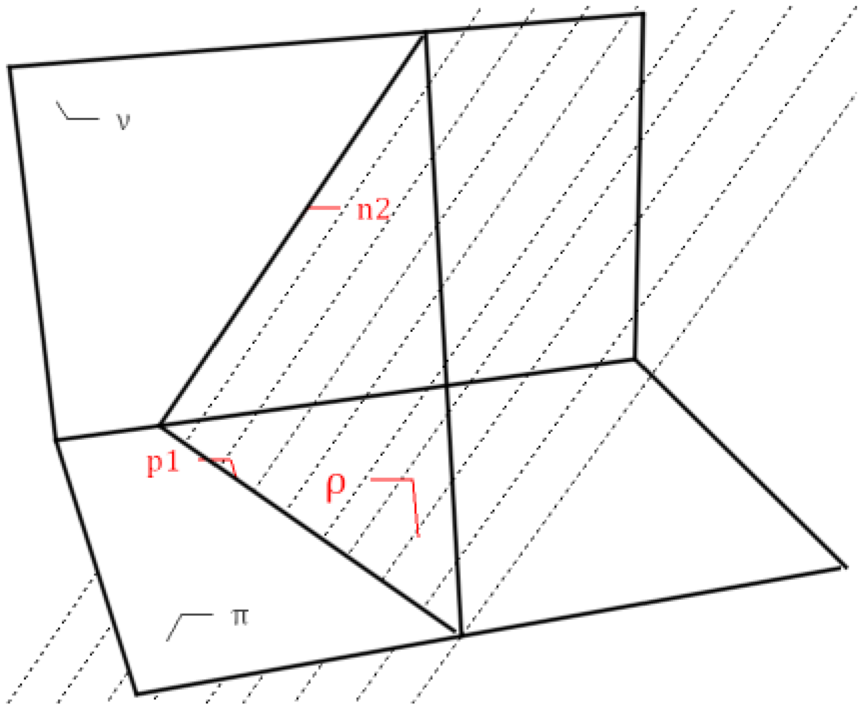
1. Zadáme body A, B, C.
2. Bodem C_1 vedeme přímku b_1 rovnoběžně s osou $x_{1,2}$.
3. Získáme průnik X_1 přímek a, b v půdorysně.
4. Zvolíme nárys přímky b libovolně tak, aby průnik přímek a, b v nárysně nebyl na ordinále bodu X_1.
5. Získáme průnik Y_2 přímek a, b v nárysně.
6. Úloha má nekonečně mnoho řešení.

Příklad 15: Určete vzájemnou polohu přímek p, q. Přímka p je dána body $P = [2;\ 3;\ -4]$, $Q = [0{,}5;\ 6;\ 3]$, přímka q je dána body $R = [-3;\ 0;\ 5]$ a $S = [4;\ 1{,}5;\ 2]$.

Příklad 16: Určete vzájemnou polohu přímek a, b. Přímka a je dána body $A = [0;\ 0;\ 1]$, $B = [-5;\ 3;\ 4]$, přímka b je dána body $C = [-2;\ 2;\ 3]$ a $D = [1;\ 5;\ 6]$.

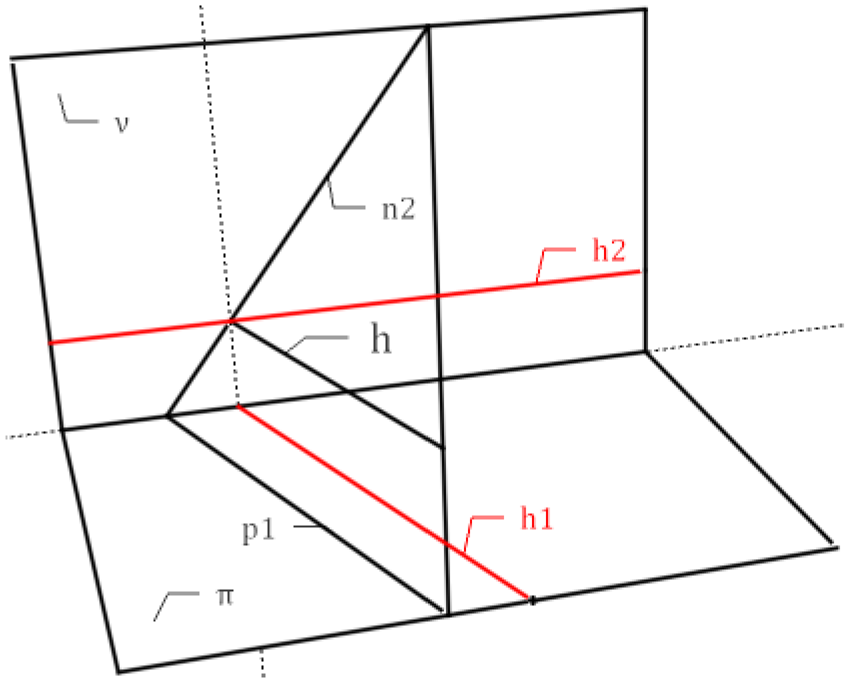
5.5 Zobrazení roviny

Rovina v mongeově promítání je jednoznačně určena svými stopami. Průsečnice roviny ρ s průmětnou π je půdorysná stopa p_1^ρ, průsečnice roviny ρ s průmětnou ν je nárysná stopa n_2^ρ. Obě stopy se protínají na základnici. (obr. 18)

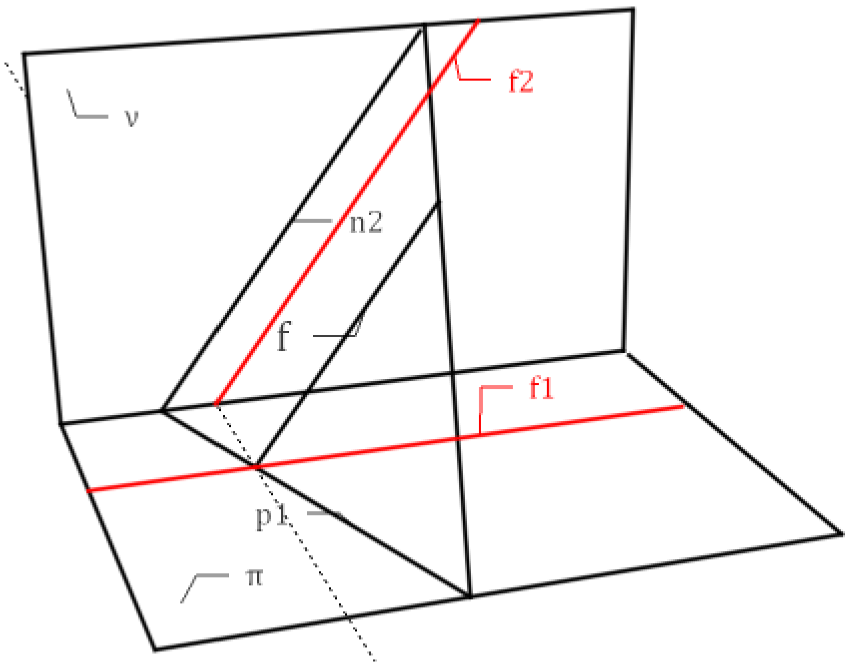


Obr. 18: Obecná rovina ve SketchUpu

Hlavní přímky roviny jsou přímky rovnoběžné s průmětnou. Přímky rovnoběžné s půdorysnou se nazývají horizontální hlavní přímky a značí se h (obr. 19). Přímky rovnoběžné s nárysnou se nazývají frontální hlavní přímky a značí se f (obr. 20).

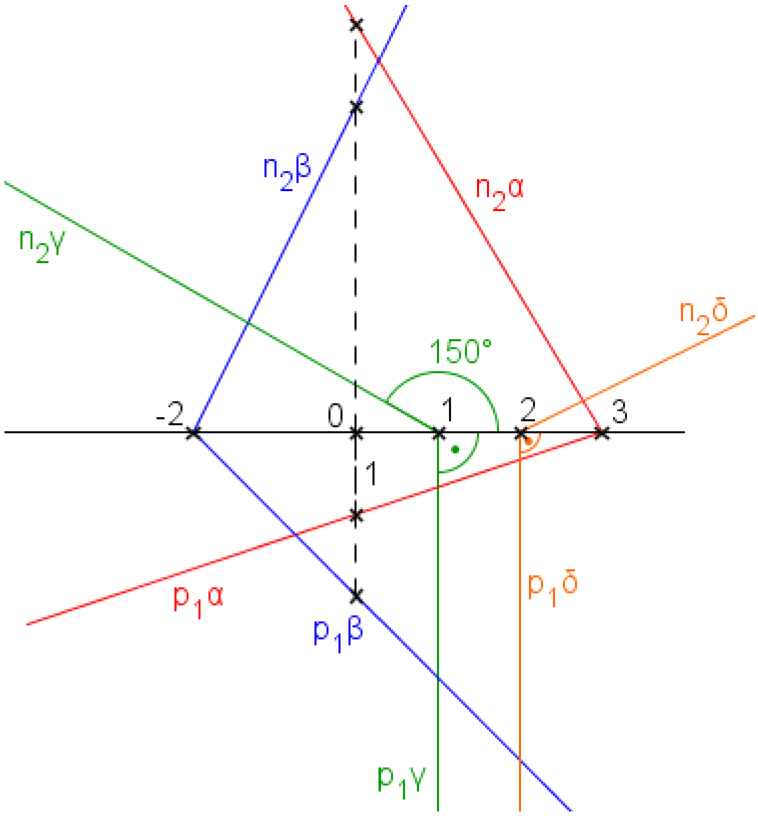


Obr. 19: Horizontální hlavní přímka ve SketchUpu

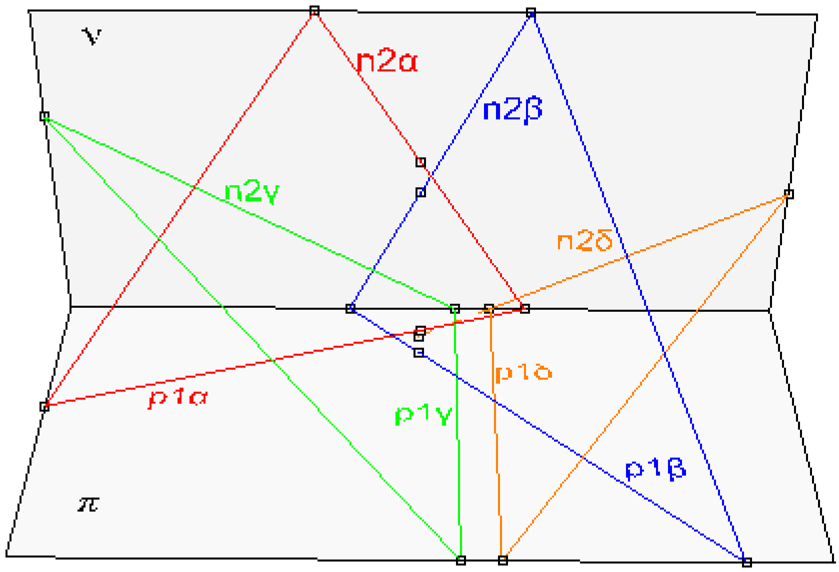


Obr. 20: Frontální hlavní přímka ve SketchUpu

Příklad 17: Zobrazte stopy rovin $\alpha = (3;\ 1;\ 5)$, $\beta = (-2;\ 2;\ 4)$, $\gamma = (1;\ 90°;\ 150°)$, $\delta = (2;\ \infty;\ -1)$ (obr. 21).



Obr. 21: Příklad 17 v Geogebře



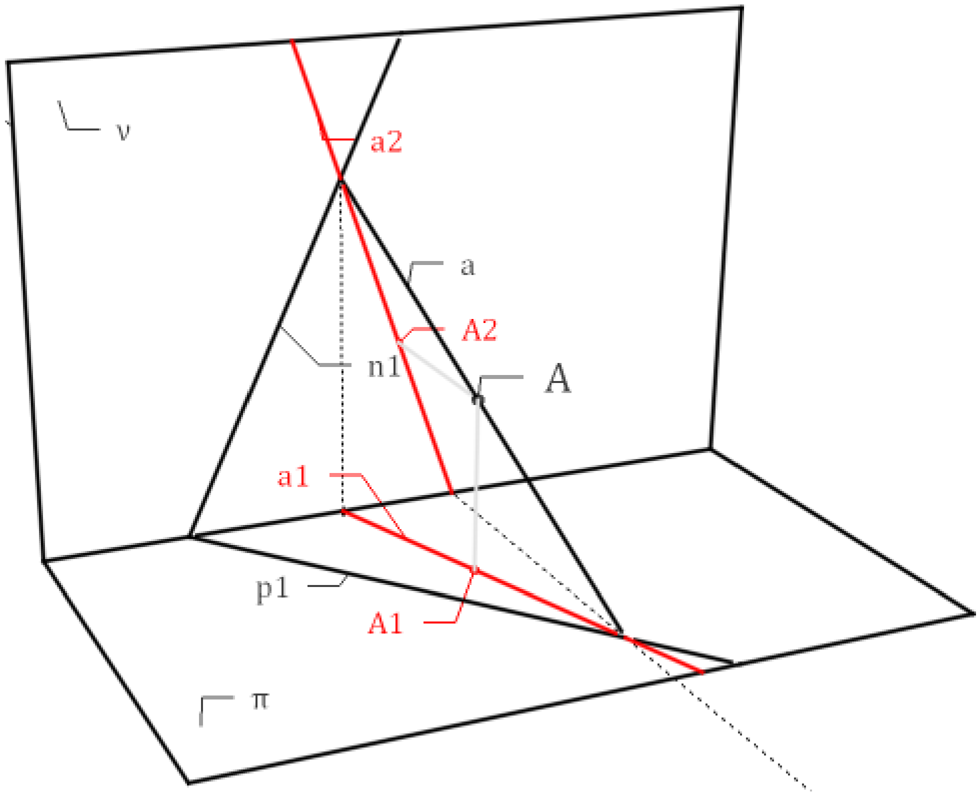
Obr. 22: Příklad 17 v Rhinocerosu

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 22):

1. Zadáme průniky rovin se základnicí pomocí prvních souřadnic v zadání $[3;\ 0;\ 0], [-2;\ 0;\ 0], [1;\ 0;\ 0], [2;\ 0;\ 0]$.
2. Pro roviny α, β zadáme zbylé dvě souřadnice na osách y, z a spojíme s vrcholy.
3. Stopu p_1^γ a p_1^δ narýsujeme v půdorysně z vrcholu kolmo k základnici.
4. Stopu n_2^γ narýsujeme z vrcholu na základnici a pomocí otočení otočíme o $150°$, nebo od vrcholu naneseme velikost úhlu $150°$ a sestrojíme stopu.
5. Stopu n_2^δ narýsujeme z bodu $[0;\ 0;\ -1]$. Vyznačíme pouze kladnou část stopy.

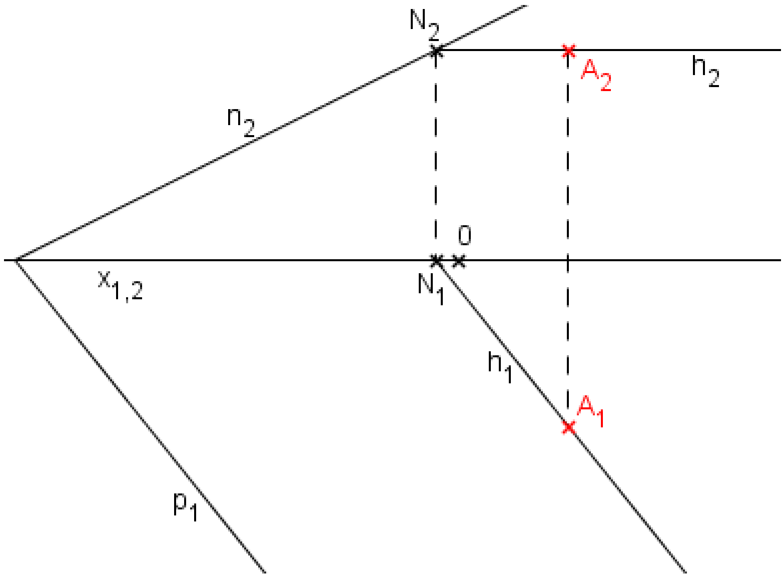
5.6 Bod a přímka ležící v rovině

Bod, který leží v rovině, musí ležet na libovolné přímce roviny (nejčastěji volíme hlavní přímky). Přímka leží v rovině, pokud její půdorysný stopník leží na půdorysné stopě a nárysný stopník leží na nárysné stopě. (Obr. 23)

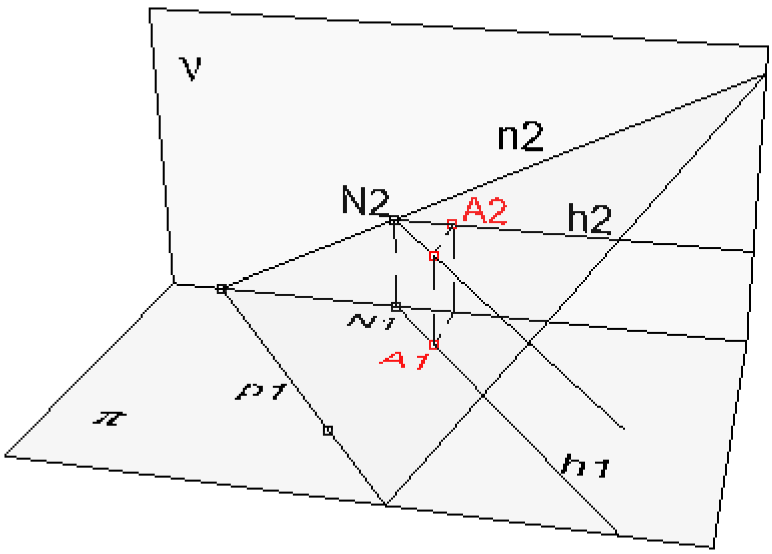


Obr. 23: Bod a přímka v rovině ve SketchUpu

Příklad 18: Určete sdružené průměty bodu $A = [1;\ 1{,}5;\ ?]$ ležícího v rovině $\rho = (-4;\ 5;\ 2)$ (obr. 24).



Obr. 24: Příklad 18 v Geogebře



Obr. 25: Příklad 18 v Rhinocerosu

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 25):

1. Zadáme rovinu ρ a půdorys bodu A.
2. Narýsujeme horizontální hlavní přímku vedoucí bodem A.
3. Pomocí kolmic k základnici vytvoříme na přímce h_2 nárys bodu A.

Příklad 19: Určete sdružené průměty bodů $A = [-1;\ ?;\ 3]$, $B = [2;\ ?;\ 4{,}5]$ a $C = [3;\ ?;\ -2]$ tak, aby ležely v rovině $\alpha = (2;\ 90°;\ 160°)$.

Příklad 20: Určete sdružené průměty bodů $A = [-2;\ ?;\ 4]$, $B = [1;\ -1;\ ?]$ a $C = [3{,}5;\ ?;\ 3]$ tak, aby ležely v rovině $\beta = (5;\ -1;\ 4)$.

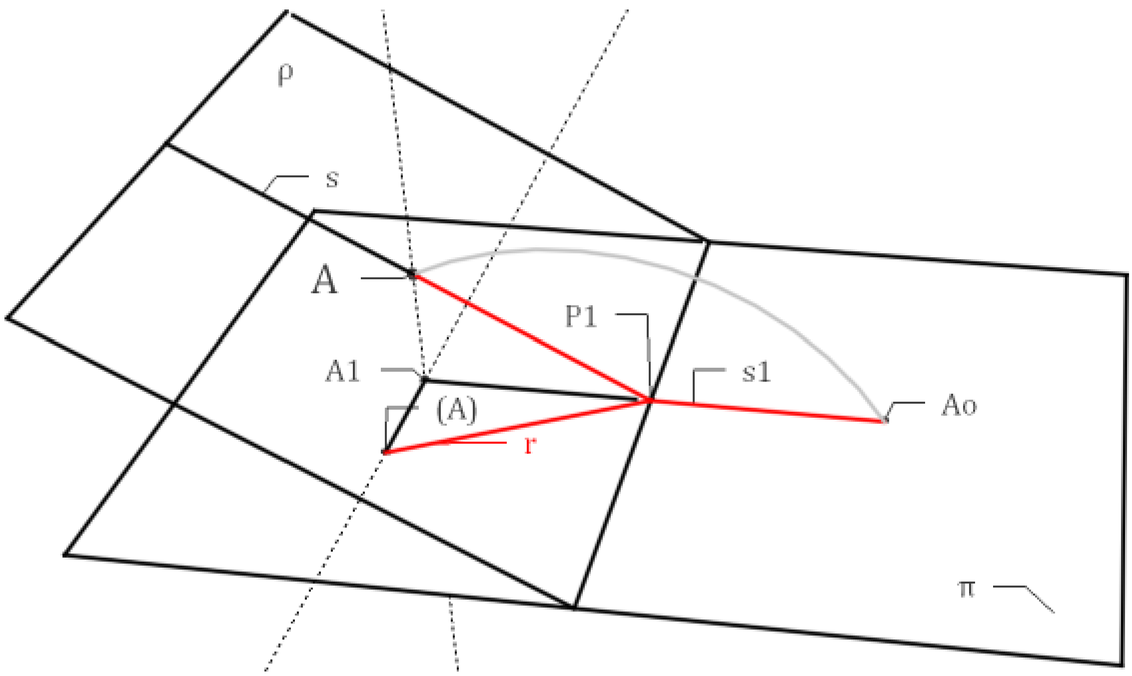
Příklad 21: Určete sdružené průměty přímky p, která leží v rovině $\sigma = (-3;\ 3;\ 1)$. Přímka p je dána body $P = [0;\ 1{,}5;\ ?]$, $Q = [3;\ ?;\ 2{,}5]$.

Příklad 22: Rozhodněte, zda body $K = [5;\ 4;\ 7]$, $L = [3{,}5;\ 1;\ -2]$ a $M = [-1;\ -1;\ 5]$ leží v rovině $\rho = (0;\ 45°;\ 90°)$.

Příklad 23: Sestrojte stopy roviny $\rho = \leftrightarrow XYZ$, $X = [3;\ 2;\ 1]$, $Y = [-1;\ 5;\ 3{,}5]$ a $Z = [4;\ 4;\ 4]$.

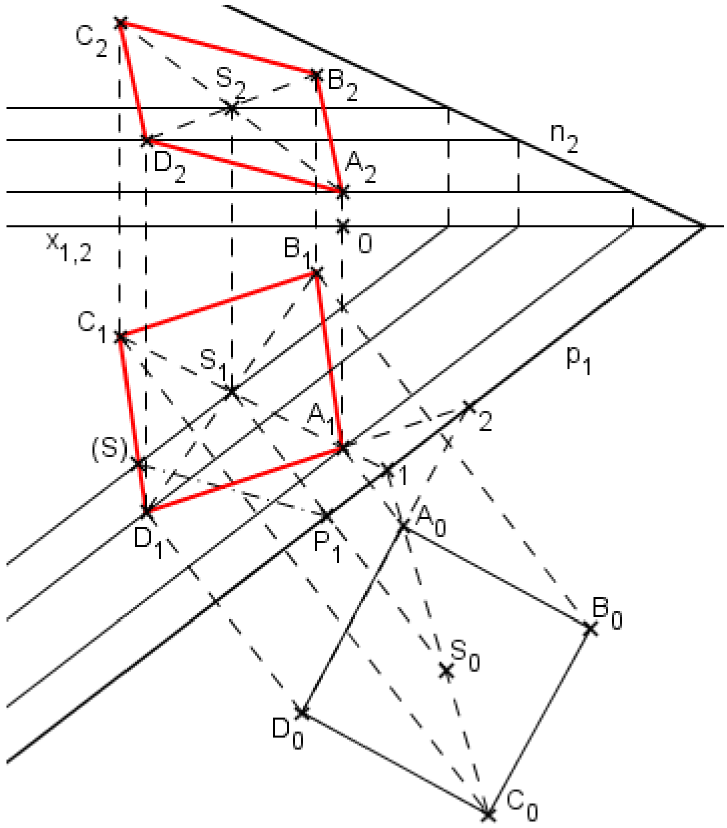
5.7 Konstrukce v rovině

Pokud útvar leží v promítací rovině (rovina kolmá k některé z průměten), řešíme jeho skutečnou velikost pomocí sklopení. Skutečnou velikost útvaru ležícího v obecné rovině zjistíme otočením roviny. Bod v rovině se otočí pomocí spádové přímky. Spádová přímka je přímka kolmá na stopu roviny, značí se s. Po otočení jednoho bodu zbylé body otočíme pomocí osové afinity. (obr. 26)

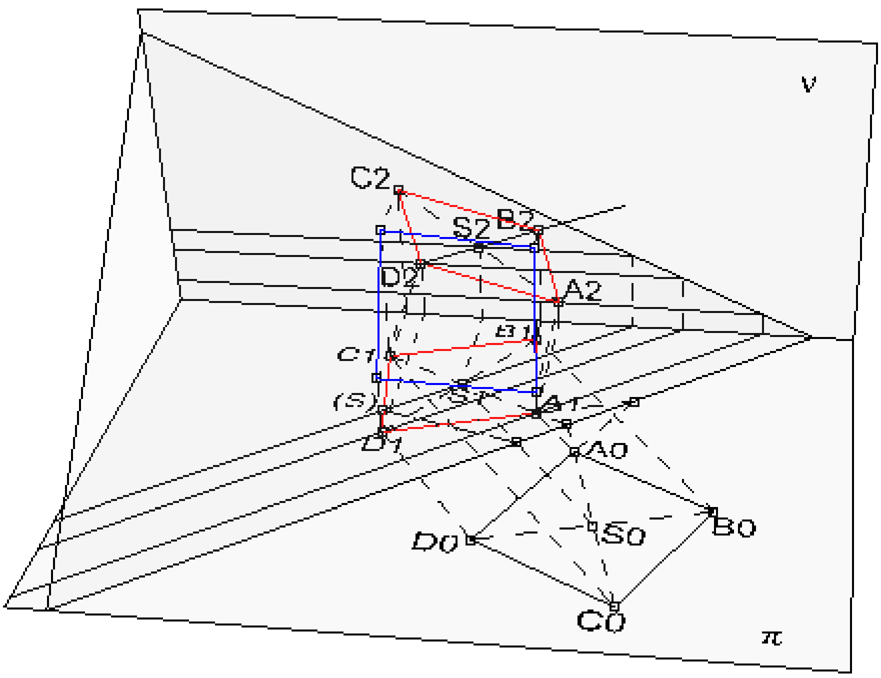


Obr. 26: Otočení bodu v rovině ve SketchUpu

Příklad 24: Sestrojte sdružené průměty čtverce zadaného středem $S = [-2;\ 3;\ ?]$ a vrcholem $A = [0;\ 4;\ ?]$, který leží v rovině $\alpha = (6{,}5;\ 5;\ 3)$ (obr. 27).



Obr. 27: Příklad 24 v Geogebře



Obr. 28: Příklad 24 v Rhinocerosu

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 28):

1. Zadáme rovinu α a půdorysy bodů A a S.
2. V půdoryse otočíme bod S a pomocí osové afinity otočíme bod A.
3. V otočení sestrojíme čtverec $ABCD$ ve skutečné velikosti.
4. Pomocí osové afinity získáme celý čtverec v půdorysu.
5. Narýsujeme horizontální hlavní přímky z vrcholů čtverce.
6. Kolmicemi k základnici z jednotlivých vrcholů vytvoříme čtverec v nárysně.

Příklad 25: Sestrojte sdružené průměty rovnostranného trojúhelníku ABC, který leží v rovině $\rho = (-4;\ 5{,}5;\ 6)$. Je dán bod $A = [-1;\ 2;\ ?]$ a bod $B = [2;\ ?;\ 3]$.

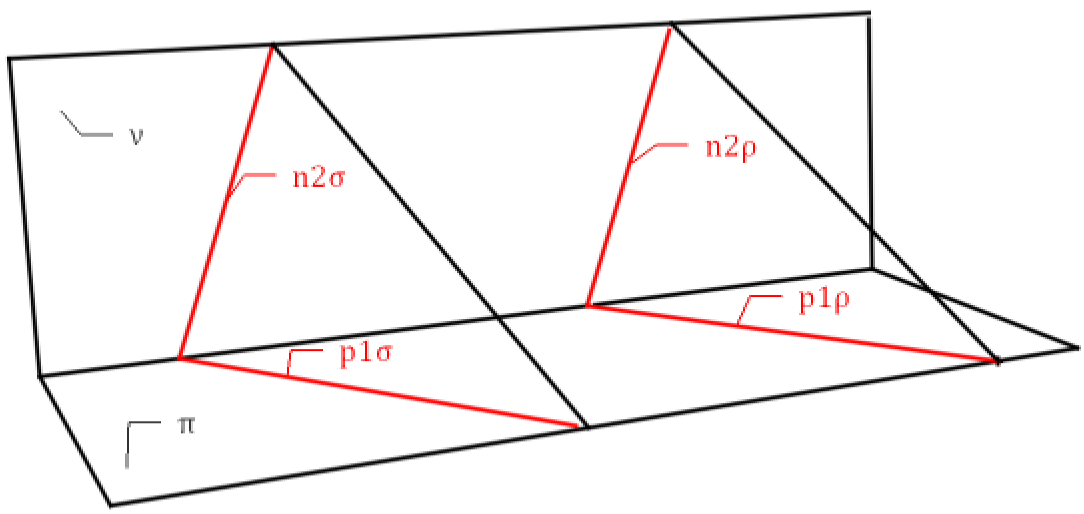
Příklad 26: Sestrojte sdružené průměty kružnice k, která leží v rovině $\sigma = (-3;\ 7;\ 3{,}5)$. Kružnice je dána středem $S = [1;\ ?;\ 3]$ a poloměrem $r = 5$.

Příklad 27: Sestrojte sdružené průměty pravidelného šestiúhelníku $KLMNOP$, který leží v rovině $\alpha = (5;\ 60°;\ 45°)$. Jsou dány body $O = [-0{,}5;\ 4;\ ?]$ a střed kružnice opsané šestiúhelníku $S = [-3;\ 2{,}5;\ ?]$.

Příklad 28: Sestrojte z bodu $X = [1;\ ?;\ 5]$ kolmici k přímce $m = AB$. Přímka m a bod X leží v rovině $\rho = (-5;\ 6;\ 6)$, bod $A = [1;\ 0{,}5;\ ?]$ a bod $B = [-1;\ 4;\ ?]$.

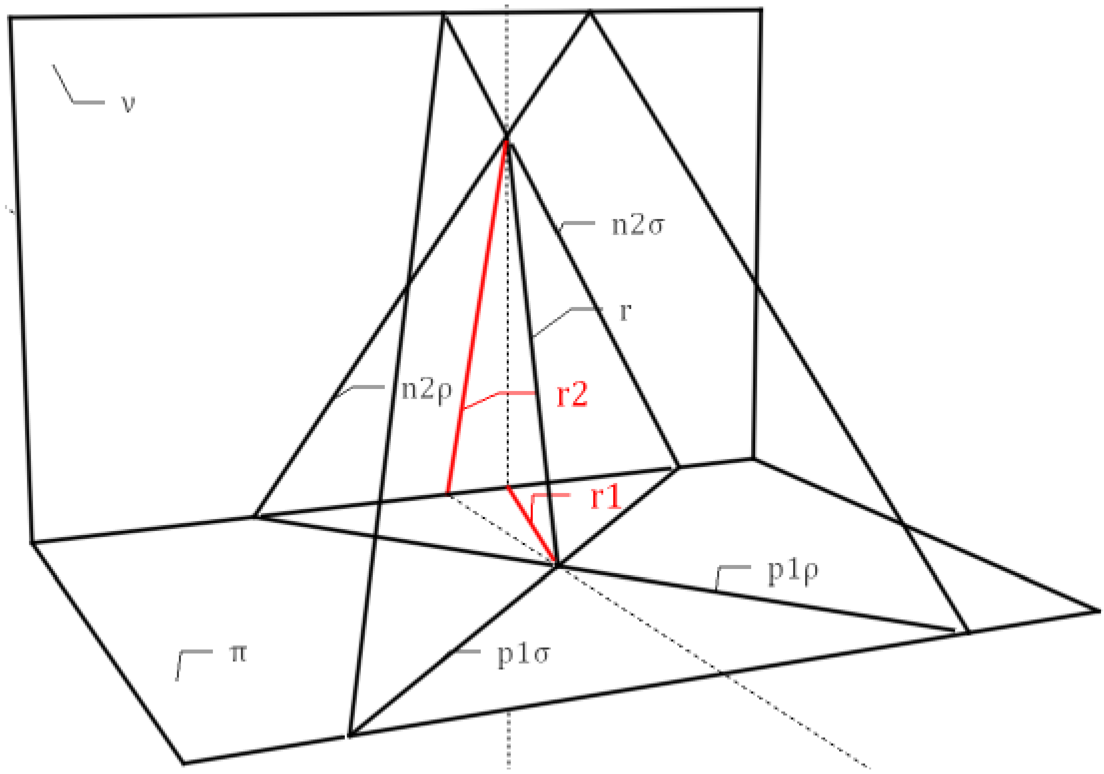
5.8 Vzájemná poloha dvou rovin

Dvě rovnoběžné roviny se zobrazí tak, že vzájemně odpovídající si stopy (půdorysné a nárysné) jsou rovnoběžné. (obr. 29)



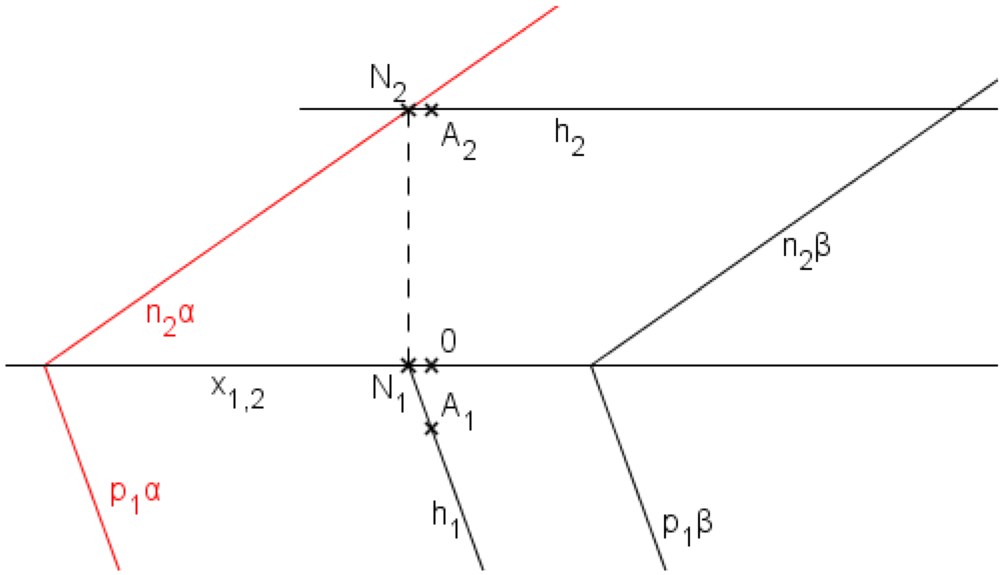
Obr. 29: Rovnoběžné roviny ρ, σ ve SketchUpu

U rovin různoběžných určujeme jejich průsečnici r, tj. přímka, která leží v obou rovinách. (obr. 30)

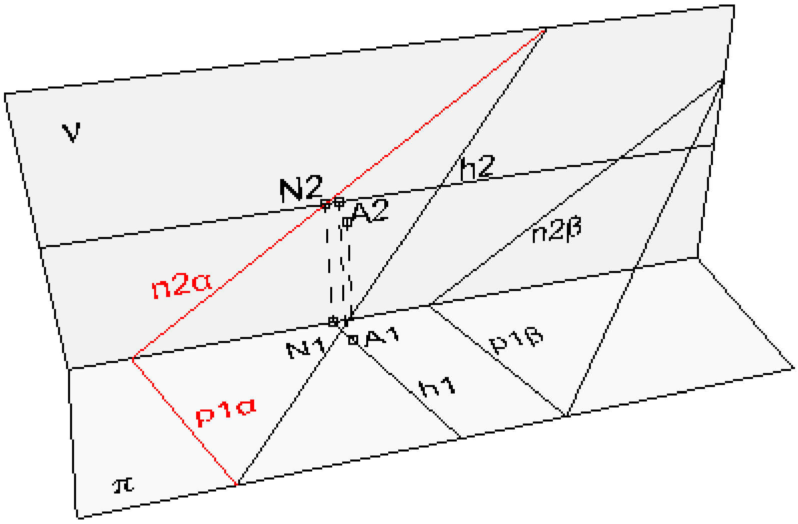


Obr. 30: Různoběžné roviny ρ, σ ve SketchUpu

Příklad 29: Sestrojte rovinu α rovnoběžnou s rovinou $\beta = (2{,}5;\ 70°;\ 35°)$. Bod $A = [0;\ 1;\ 4]$ leží v rovině α (obr. 31).



Obr. 31: Příklad 29 v Geogebře



Obr. 32: Příklad 29 v Rhinocerosu

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 32):

1. Zadáme rovinu β a bod A.
2. Narýsujeme horizontální hlavní přímku h procházející bodem A.
3. Na hlavní přímce vyznačíme nárysný stopník N.
4. Stopníkem N_2 vedeme rovnoběžku s nárysnou stopou roviny β → nárysná stopa roviny α.
5. Průsečíkem nárysné stopy se základnicí vedeme v půdoryse rovnoběžku s půdorysnou stopou roviny β.

Příklad 30: Sestrojte stopy roviny ρ procházející bodem $K = [4;\ 6;\ 3]$, která je rovnoběžná s rovinou $\sigma = (-1;\ \infty;\ 4)$.

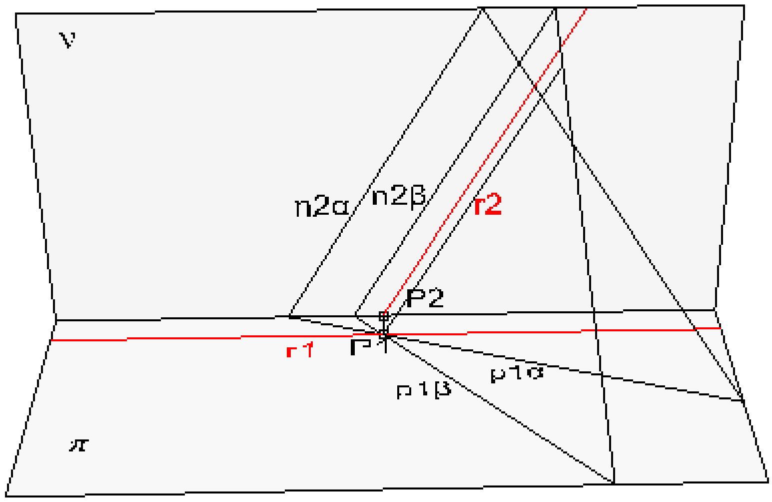
Příklad 31: Sestrojte stopy roviny γ procházející bodem $X = [1;\ -1;\ 5{,}5]$, která je rovnoběžná s rovinou $\delta = (4{,}5;\ 3;\ 3)$.

Příklad 32: Sestrojte průsečnici r rovin $\alpha = (-3;\ 20°;\ 60°)$ a $\beta = (-1;\ 50°;\ 60°)$ (obr. 34).

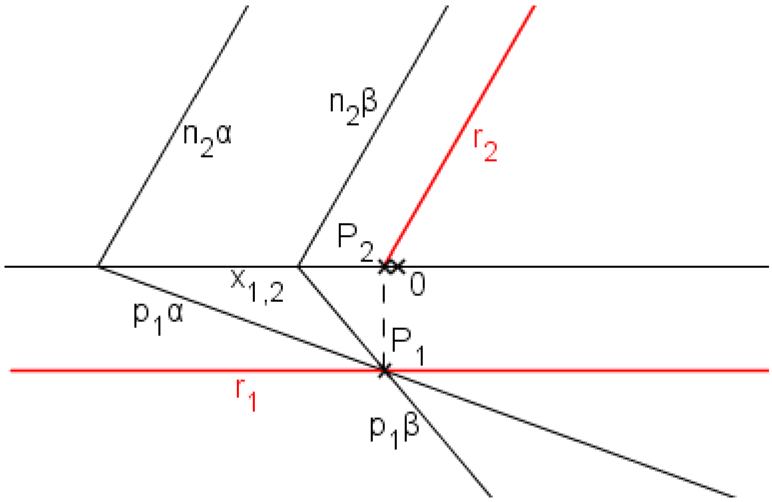
Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 33):

1. Zadáme roviny α, β.
2. Označíme průsečík půdorysných stop P_1.
3. Průsečík P_1 přeneseme kolmicí na základnici → P_2.
4. Z bodu P_2 narýsujeme rovnoběžku s nárysnými stopami rovin = r_2.

5. Bodem P_1 vedeme rovnoběžku s osou $x_{1,2} = r_1$.



Obr. 33: Příklad 32 v Rhinocerosu



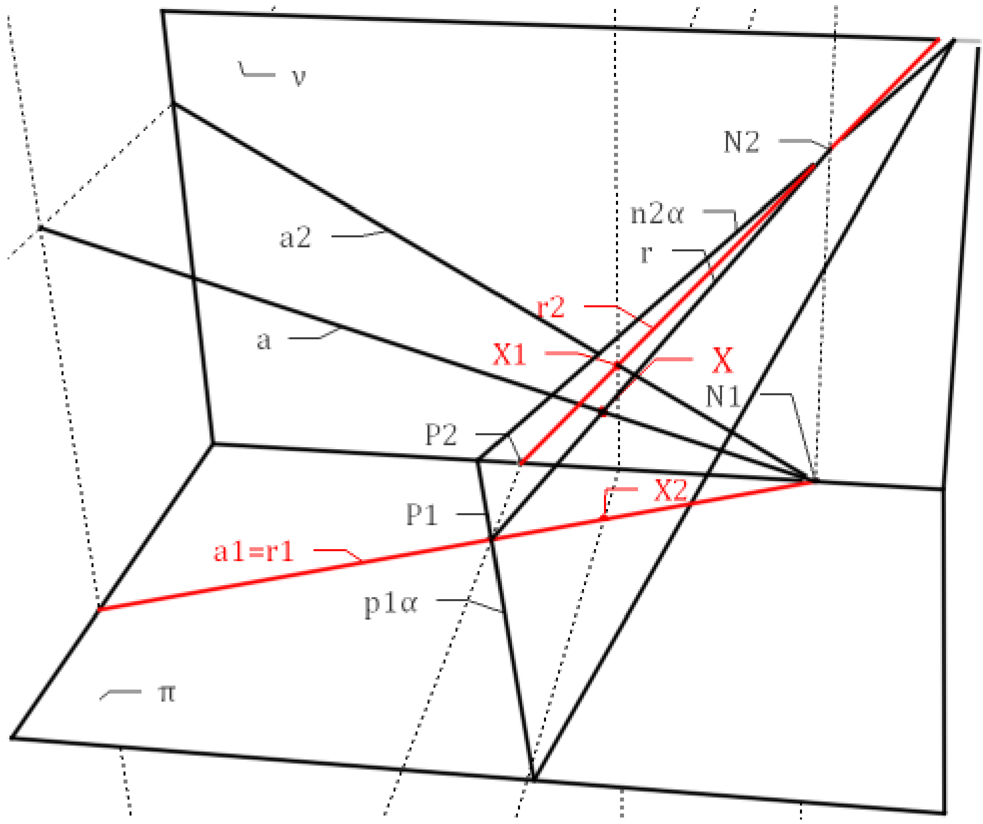
Obr. 34: Příklad 32 v Geogebře

Příklad 33: Sestrojte průsečnici rovin $\gamma = (0;\ 90°;\ 55°)$ a $\delta = (4{,}5;\ 30°;\ 70°)$.

Příklad 34: Sestrojte průsečnici rovin $\rho = (-6;\ 1;\ 4)$ a $\sigma = (-1;\ -2;\ -0{,}5)$.

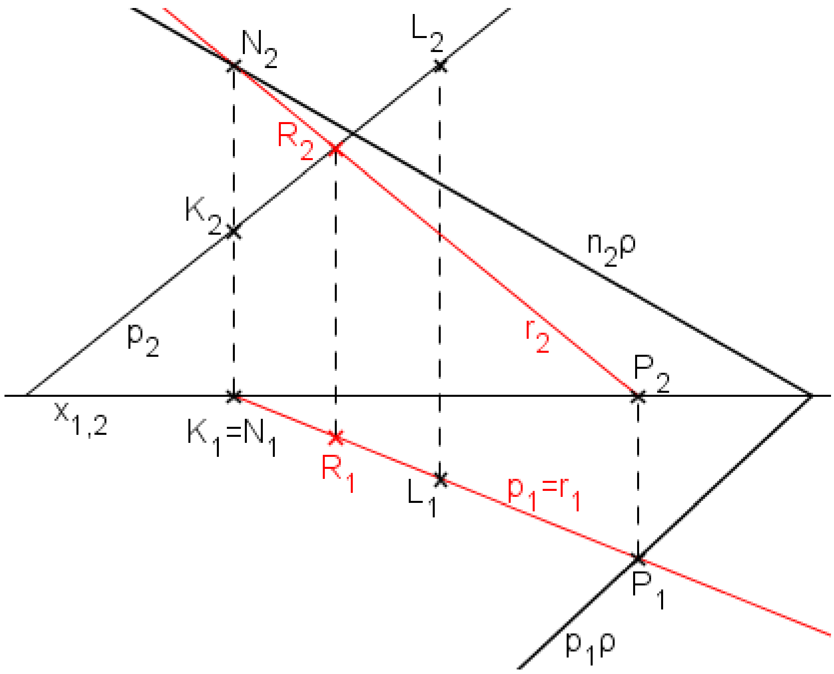
5.9 Průsečík přímky s rovinou

Nejsou-li přímka ani rovina promítací, použijeme ke zjištění jejich průsečíku krycí přímku r (přímkou proložíme promítací rovinu). (obr. 35)

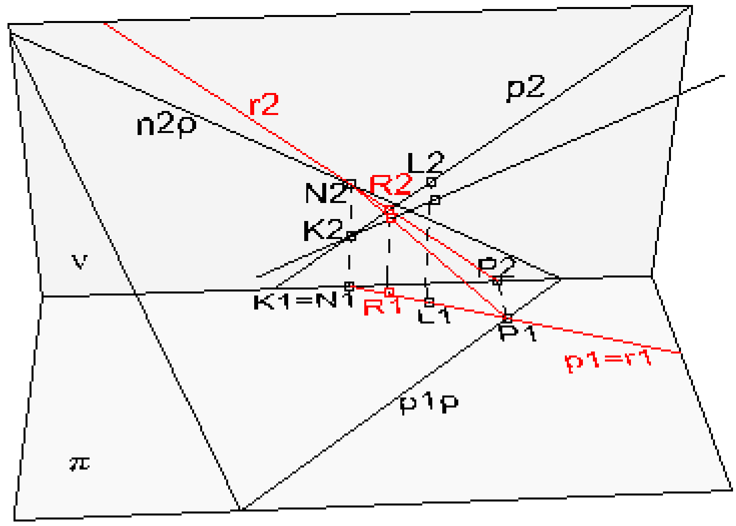


Obr. 35: Průsečík přímky a s rovinou α ve SketchUpu

Příklad 35: Je dána rovina $\rho = (7;\ 6{,}5;\ 4)$ a přímka $p = KL$. Určete průsečík přímky p s rovinou ρ. Bod $K = [0;\ 0;\ 2]$ a bod $L = [2{,}5;\ 1;\ 4]$ (obr. 36).



Obr. 36: Příklad 35 v Geogebře



Obr. 37: Příklad 35 v Rhinocerosu

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 37):

1. Zadáme rovinu ρ a body K, L.
2. Přímku p překryjeme krycí přímkou r v půdoryse → $p_1 = r_1$.
3. Označíme stopníky krycí přímky a narýsujeme ji v nárysе.
4. Získali jsme hledaný průsečík v nárysе, tj. průsečík přímek p, r v nárysе = R_2.
5. Pomocí kolmic k základnici z bodu R_2 získáme půdorys průsečíku na přímce p_1.

Příklad 36: Zobrazte sdružené průměty průsečíku přímky $a = AB$ a roviny $\alpha = (-4;\ 5{,}5;\ \infty)$. Bod $A = [2;\ 2;\ 3]$ a bod $B = [-1;\ 5;\ 1]$.

Příklad 37: Zobrazte průnik trojúhelníku KLM s trojúhelníkem XYZ. $K = [1;\ 7;\ 2]$, $L = [-3{,}5;\ 4;\ 4]$, $M = [5;\ 1{,}5;\ 7]$, $X = [6;\ 8;\ 1]$, $Y = [-2{,}5;\ 3;\ 8]$, $Z = [3;\ 0;\ 8]$.

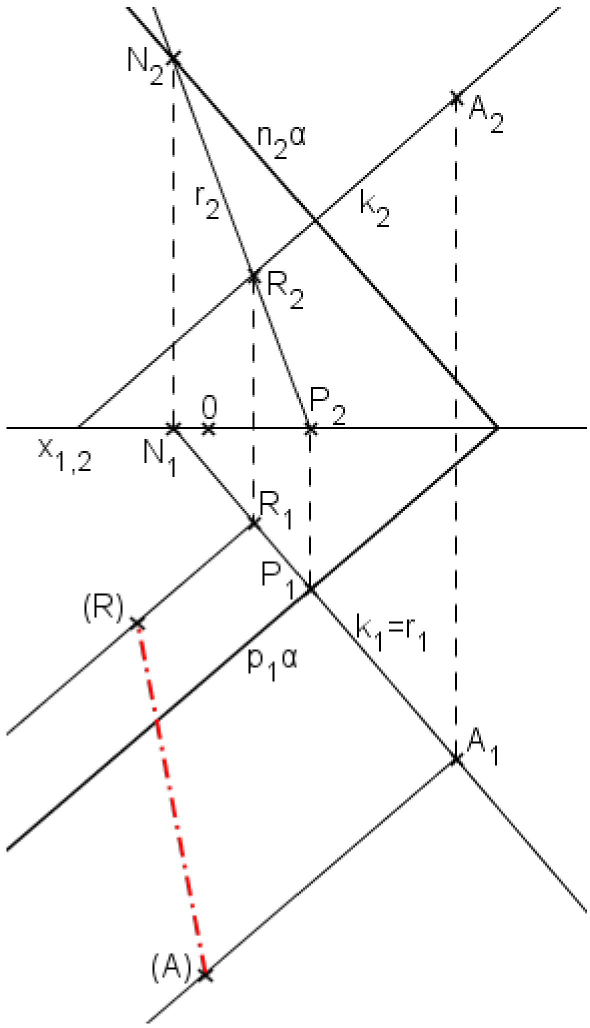
5.10 Vzdálenost bodu od roviny

Vzdálenost bodu A od roviny je rovna vzdálenosti daného bodu od průsečíku kolmice z bodu A s danou rovinou. Sdružené průměty kolmice k rovině jsou kolmice na stopy roviny.

Příklad 38: Určete vzdálenost bodu $X = [5;\ 6;\ 7]$ od roviny $\alpha = (0;\ 90°;\ 45°)$.

Příklad 39: Je dána rovina $\sigma = (2;\ 4;\ \infty)$ a body $A = [-2;\ -1;\ 5]$, $B = [1;\ 2;\ 3]$. Určete vzdálenost bodů A, B od roviny σ.

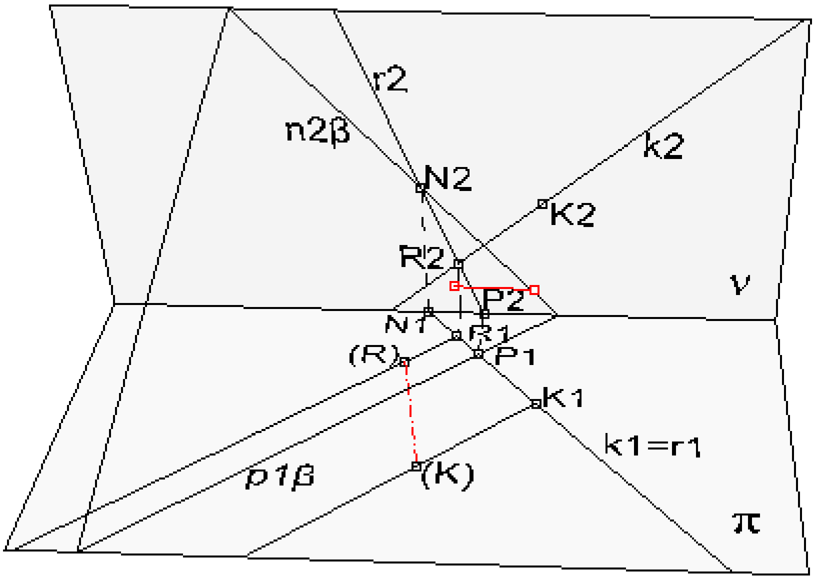
Příklad 40: Určete vzdálenost bodu $A = [3;\ 4;\ 4]$ od roviny $\beta = (3{,}5;\ 3;\ 4)$ (obr. 38).



Obr. 38: Příklad 40 v Geogebře

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 39):

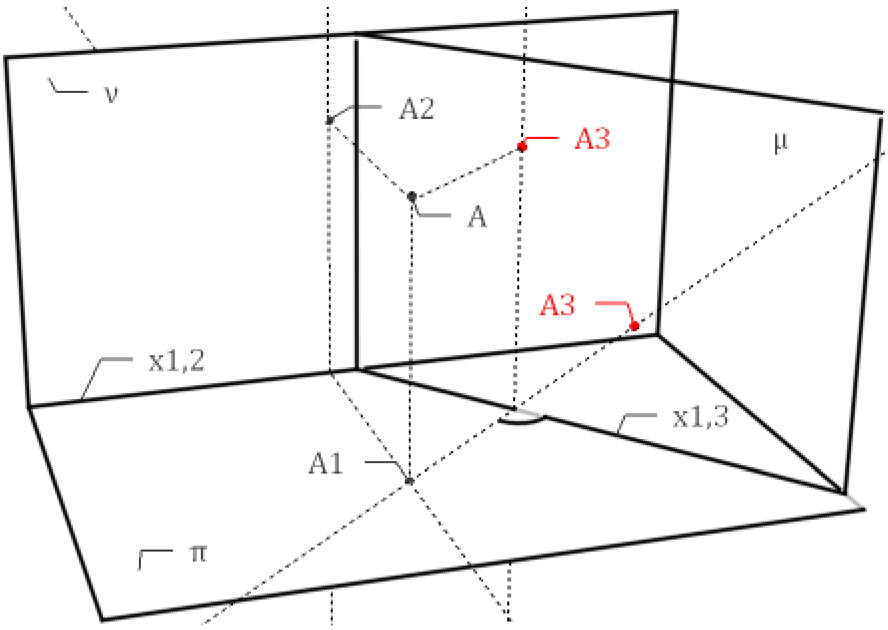
1. Zadáme rovinu β a bod A.
2. V nárysu a půdorysu sestrojíme kolmice ke stopám z bodu $A \rightarrow k_1, k_2$.
3. V půdoryse překryjeme kolmici krycí přímkou r_1, označíme si stopníky a pomocí kolmic k ose $x_{1,2}$ sestrojíme odpovídající stopníky v nárysu. Tím získáme nárys krycí přímky r_2.
4. Průnik přímek k_2 a r_2 přeneseme do půdorysu $\rightarrow R_1$.
5. Úsečku R_1A_1 sklopíme = skutečná vzdálenost bodu A od roviny β.



Obr. 39: Příklad 40 v Rhinocerosu

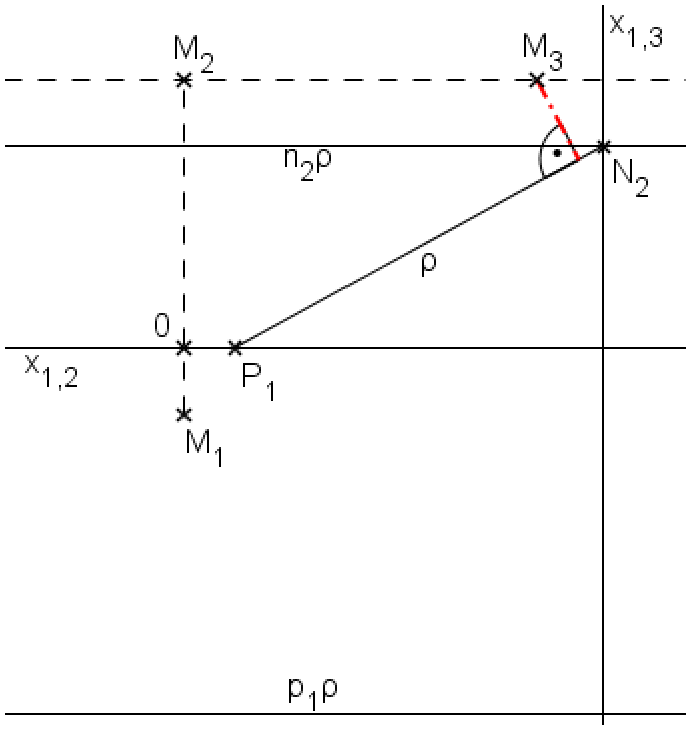
5.11 Zavedení třetí průmětny

Třetí průmětnu zavádíme především ze dvou důvodů a to ke zjednodušení konstrukce nebo pro lepší názornost. Třetí průmětnu přidáváme kolmo k některé ze stávajících průměten. Nejčastěji volíme třetí průmětnu μ kolmou k oběma průmětnám procházející počátkem, jinak také bokorys. (obr. 40)

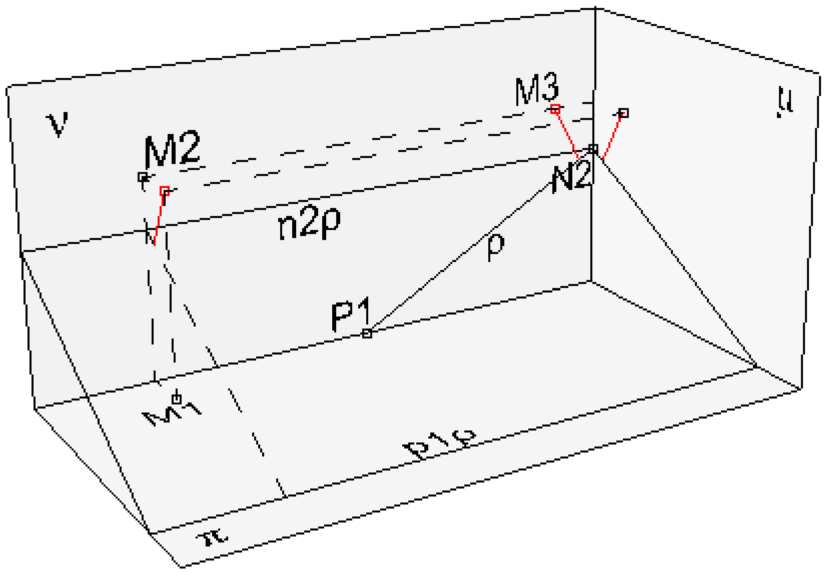


Obr. 40: Zavedení třetí průmětny kolmé na půdorysnu

Příklad 41: Určete vzdálenost bodu $M = [0;\ 1;\ 4]$ od roviny $\rho = (\infty;\ 5{,}5;\ 3)$ užitím třetí průmětny (obr. 41).



Obr. 41: Příklad 41 v Geogebře



Obr. 42: Příklad 42 v Rhinocerosu

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 42):

1. Zadáme rovinu ρ a bod M.

2. Narýsujeme novou průmětnu μ kolmou k nárysně i půdorysně, kterou budeme sklápět do nárysu.
3. Nárysné kóty pomocí rovnoběžek se základnicí přeneseme na průsečnici nárysu a bokorysu = $x_{1,3}$. Půdorysné kóty přeneseme od osy $x_{1,3}$ směrem vlevo na nárysně.
4. Vzdálenost naměříme na kolmici od nově vzniklého bodu ke sklopené rovině.

Příklad 42: Užitím třetí průmětny určete průnik přímek $a = AB$ a $b = CD$. $A = [1;\ 5;\ 2]$, $B = [1;\ 0;\ 7]$, $C = [1;\ -4;\ -1]$, $D = [1;\ 2;\ 3]$.

Příklad 43: Určete vzájemnou polohu přímek $p = KL, q = MN$ pomocí třetí průmětny. $K = [-4;\ 4;\ 4]$, $L = [-4;\ -1;\ -2]$, $M = [0;\ 6;\ 1]$, $N = [0;\ 2{,}5;\ 5]$.

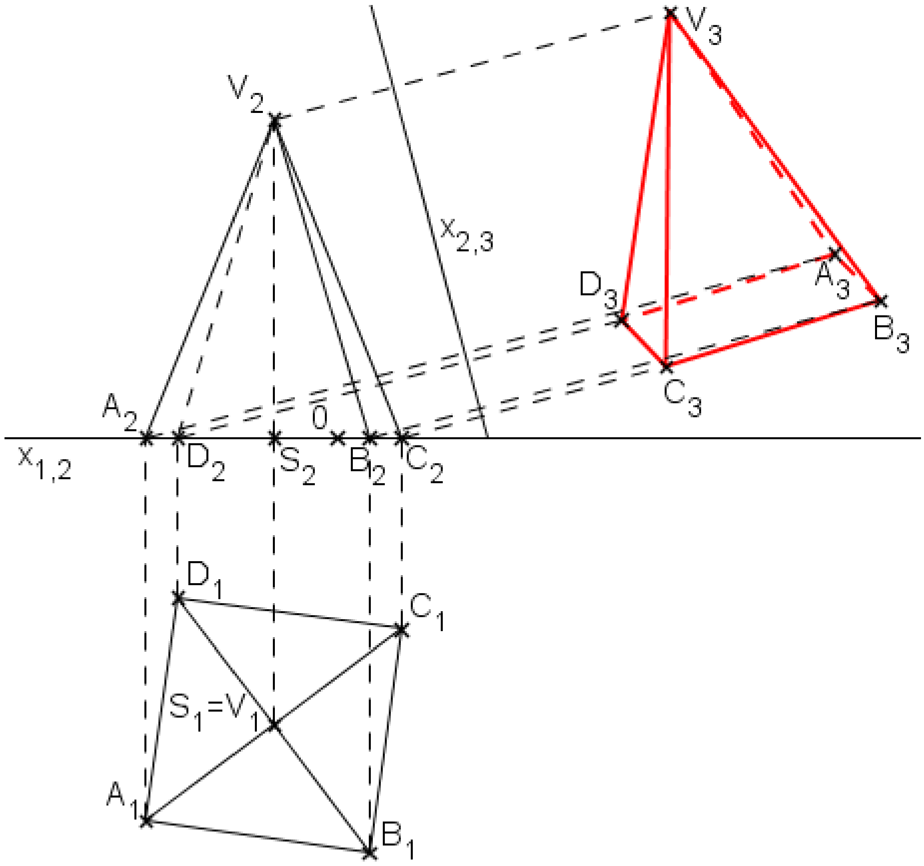
Příklad 44: Užitím třetí průmětny určete vzdálenost bodu $X = [-0{,}5;\ 3;\ 6]$ od přímky $a = AB$. $A = [2;\ 1;\ 1]$, $B = [-4;\ 1;\ 1]$.

Příklad 45: Určete vzdálenost přímek $m = PQ$ a $n = RS$ pomocí třetí průmětny. $P = [-5;\ 2{,}5;\ 2]$, $Q = [0;\ 2{,}5;\ 2]$, $R = [3{,}5;\ 6;\ 1]$, $S = [2;\ 6;\ 1]$.

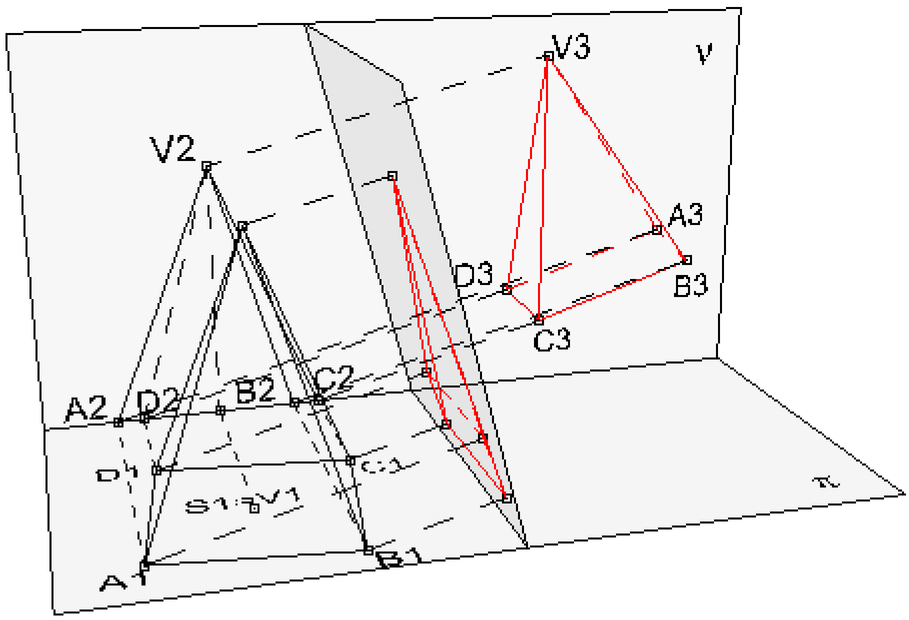
Příklad 46: Sestrojte třetí průmět čtyřbokého jehlanu, který má podstavu $ABCD$ v rovině π, do roviny λ. Rovina λ je kolmá na nárysnu, odchylka roviny λ od půdorysny je 75°, výška jehlanu je 5, $A = [-3;\ 6;\ 0]$ a střed podstavy jehlanu $S = [-1;\ 4{,}5;\ 0]$ (obr. 43).

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 44, 45):

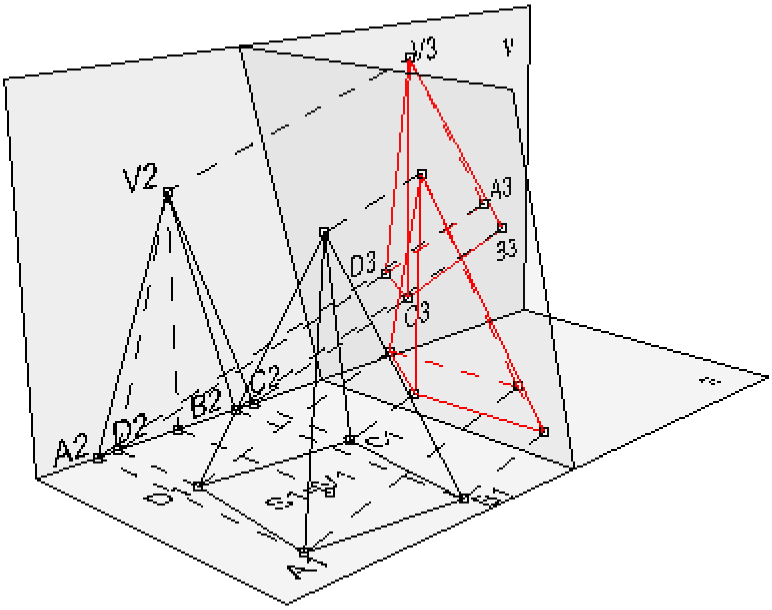
1. Zadáme body $A,\ S$.
2. V půdoryse sestrojíme čtverec (ve skutečné velikosti) a přeneseme jeho vrcholy na základnici.
3. V náryse sestrojíme vrchol ve vzdálenosti 5 od středu čtverce a osu $x_{2,3}$.
4. Z bodů v náryse narýsujeme kolmice k ose $x_{2,3}$, na které budeme od osy nanášet y-ovou hodnotu jednotlivých bodů.
5. Nově vzniklé body spojíme do jehlanu a určíme viditelnost úseček.



Obr. 43: Příklad 46 v Geogebře



Obr. 44: Příklad 46 v Rhinocerosu

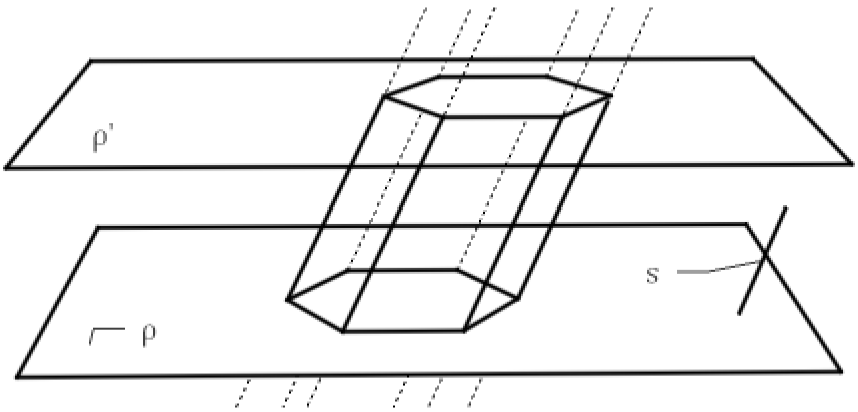


Obr. 45: Příklad 46 v Rhinocerosu

Příklad 47: Sestrojte třetí průmět krychle $ABCDEFGH$ do roviny τ. Rovina τ je kolmá na nárysnu a její odchylka od půdorysny je 60°. Je dán bod $A = [1{,}5;\ 1;\ 0]$ a střed podstavy $S = [0;\ 4;\ 0]$.

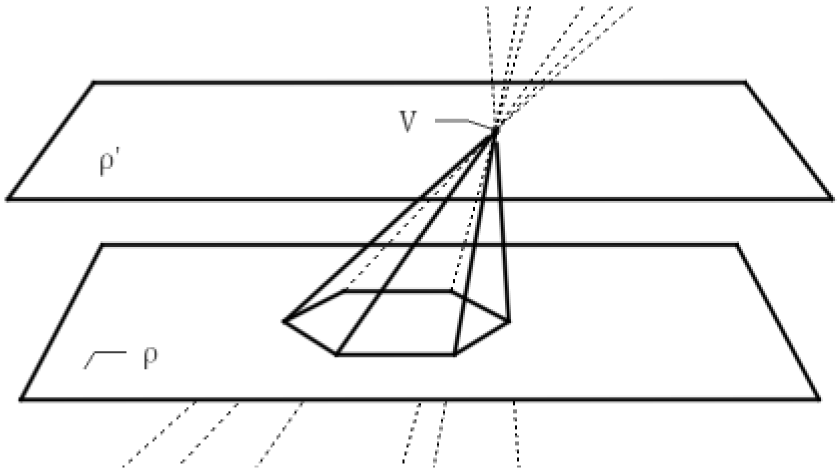
5.12 Mnohostěny

Rozlišujeme dva základní typy mnohostěnů a to hranolového a jehlanového typu. „Je dán n-úhelník v rovině ρ a přímka $s \nparallel \rho$. Sjednocení všech přímek rovnoběžných s přímkou s a protínající daný n-úhelník se nazývá n-boký hranolový prostor. ***n*-boký hranol** je průnik n-bokého hranolového prostoru a vrstvy, jejíž hraniční roviny nejsou směrové. Hranol, jehož boční hrany jsou kolmé k rovinám podstav, se nazývá **kolmý hranol**. Hranol, který není kolmý, je **kosý hranol**.“ (Pomykalová 2006) (obr. 46)



Obr. 46: Šestiboký hranolový prostor ve SketchUpu

„Je dán n-úhelník ležící v rovině ρ a bod V, který v této rovině neleží. Sjednocení všech přímek procházejících bodem V a protínajících daný n-úhelník se nazývá n-boký jehlanový prostor. $\boldsymbol{n}$**-boký jehlan** je průnik n-bokého jehlanového prostoru a vrstvy, jejíž jedna hraniční rovina má s tímto prostorem jediný společný bod – vrchol jehlanového prostoru V. Má-li podstava jehlanu střed souměrnosti a je-li přímka určená tímto středem a vrcholem V jehlanu kolmá k rovině podstavy, říká se mu **kolmý jehlan**. Jehlan, který není kolmý, je **kosý**." (Pomykalová 2006) (obr. 47)



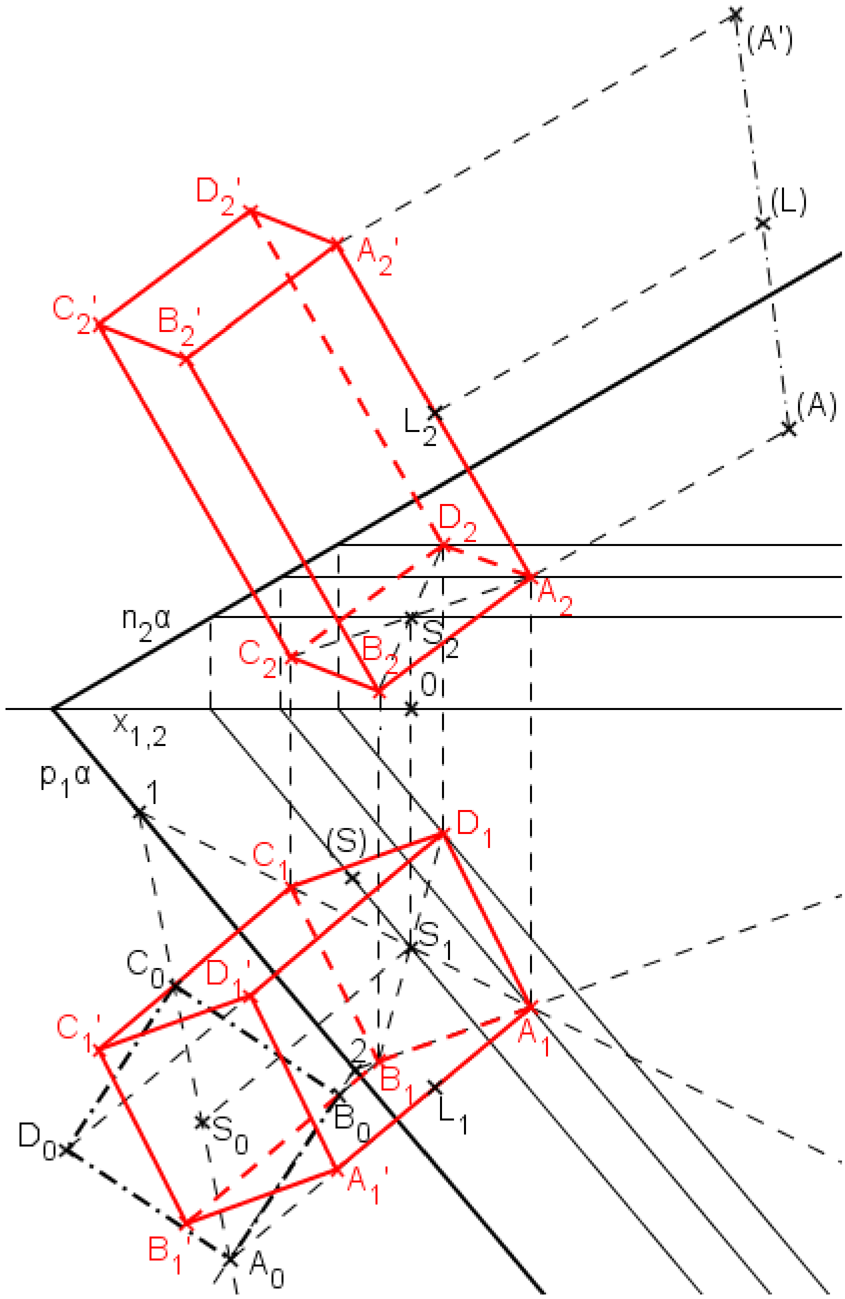
Obr. 47: Šestiboký jehlanový prostor ve SketchUpu

Příklad 48: Sestrojte pravidelný čtyřboký hranol s podstavou v rovině $\alpha = (-6;\ 50°;\ 30°)$ a výškou 7. Je dán střed podstavy $S = [0;\ 4;\ ?]$ a vrchol podstavy $A = [2;\ 5;\ ?]$ (obr. 48).

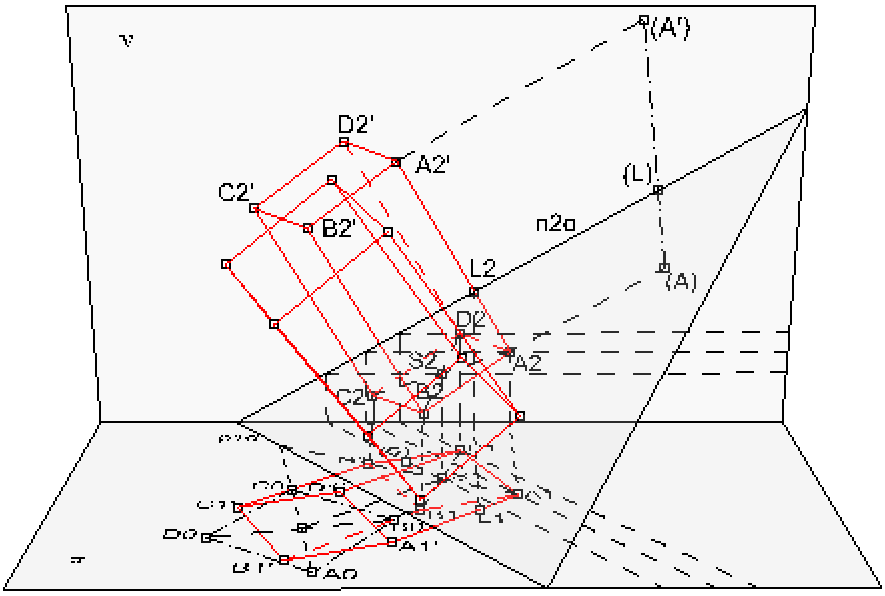
Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 49, 50):

1. Zadáme rovinu α a půdorysy bodů $A,\ S$.
2. Horizontálními hlavními přímkami získáme nárys bodů $A,\ S$.
3. V půdoryse otočíme bod S a pomocí osové afinity otočíme bod A.
4. V otočení sestrojíme čtverec ve skutečné velikosti a opět díky osové afinitě přeneseme zbytek čtverce do půdorysu.
5. Nově narýsované body čtverce přeneseme horizontálními hlavními přímkami do nárysu. Tím máme hotovou podstavu v rovině α.
6. Z bodu A_2 v náryse sestrojíme kolmici na nárysnou stopu roviny α, na které zvolíme libovolný bod L_2. Ze zbylých vrcholů taktéž sestrojíme kolmice k n_2^α.
7. Bod L_2 přeneseme na kolmici z bodu A_1 k půdorysné stopě roviny $\alpha \rightarrow L_1$.

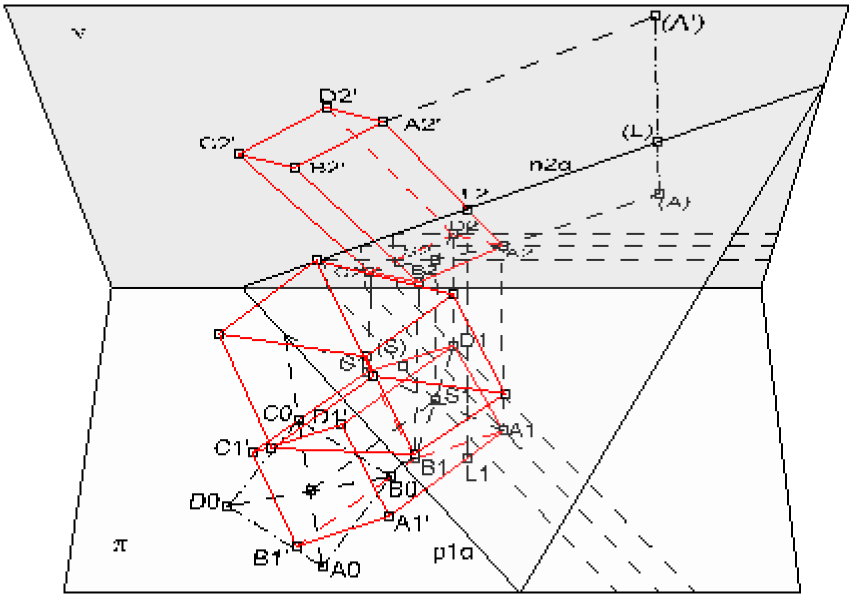
8. V náryse sklopíme body A_2, L_2 a od sklopeného bodu (A), naneseme na nově vzniklou přímku výšku hranolu $\rightarrow (A')$.
9. Bod (A') „sklopíme zpět“ $\rightarrow A_2'$. Od bodu A_2' sestrojíme druhou podstavu.
10. V půdoryse sestrojíme z vrcholů čtverce kolmice k p_1^α, na které pomocí kolmic k základnici přeneseme vrcholy druhé podstavy.
11. Spojíme sobě odpovídající vrcholy a určíme viditelnost jednotlivých úseček.



Obr. 48: Příklad 48 v Geogebře



Obr. 49: Příklad 48 v Rhinocerosu pohled zepředu



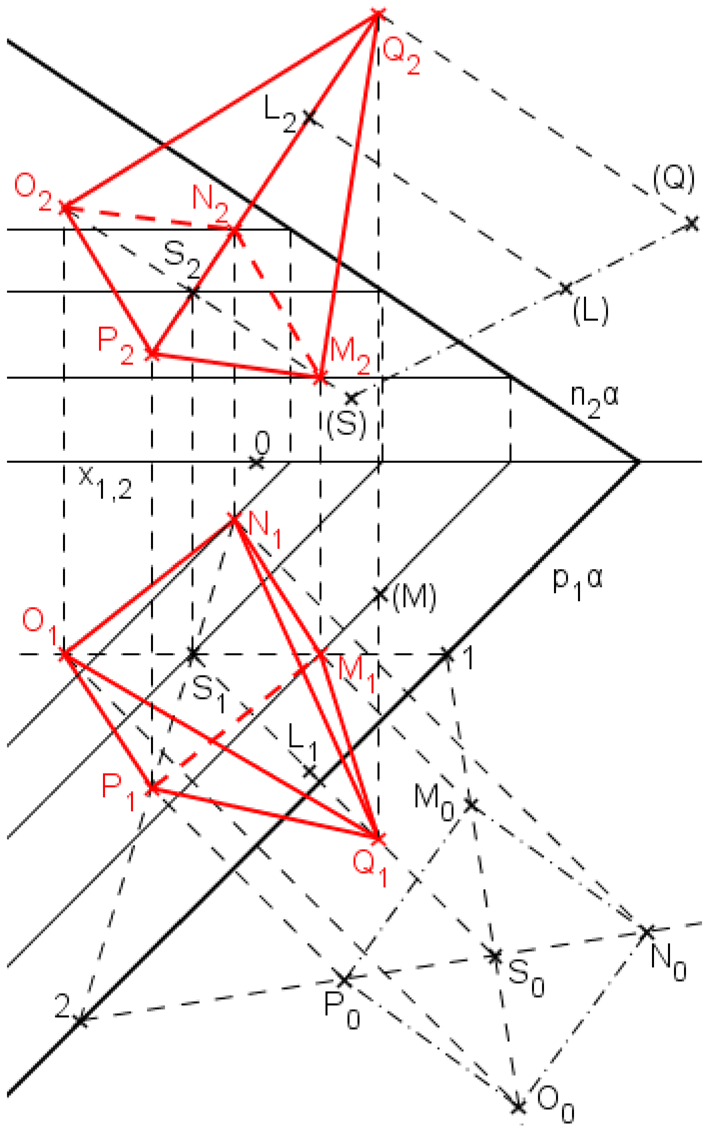
Obr. 50: Příklad 48 v Rhinocerosu pohled shora

Příklad 49: Sestrojte pravidelný šestiboký hranol. Podstava hranolu leží v rovině $\rho = (4;\ 5{,}5;\ 6{,}5)$. Je dán střed podstavy $S = [0;\ ?;\ 3]$, vrchol podstavy $A = [-0{,}5;\ ?;\ 1]$, výška hranolu je 4.

Příklad 50: Sestrojte krychli $ABCDEFGH$. Podstava leží v rovině $\sigma = (2;\ 20°;\ 90°)$, bod $A = [-4;\ ?;\ 4]$ a bod $B = [-1;\ ?;\ 3]$.

Příklad 51: Sestrojte pravidelný osmistěn. Úhlopříčný řez $ABCD$ leží v rovině $\gamma = (-5;\ 45°;\ 60°)$. Jsou dány body úhlopříčného řezu $A = [-1;\ 2;\ ?]$ a $B = [1;\ 2{,}5;\ ?]$.

Příklad 52: Sestrojte pravidelný čtyřboký jehlan s podstavou v rovině $\alpha = (6;\ 6;\ 4)$. Je dán střed podstavy $S = [-1;\ 3;\ ?]$, vrchol podstavy $M = [1;\ 3;\ ?]$ a výška jehlanu = 6. (obr. 51)

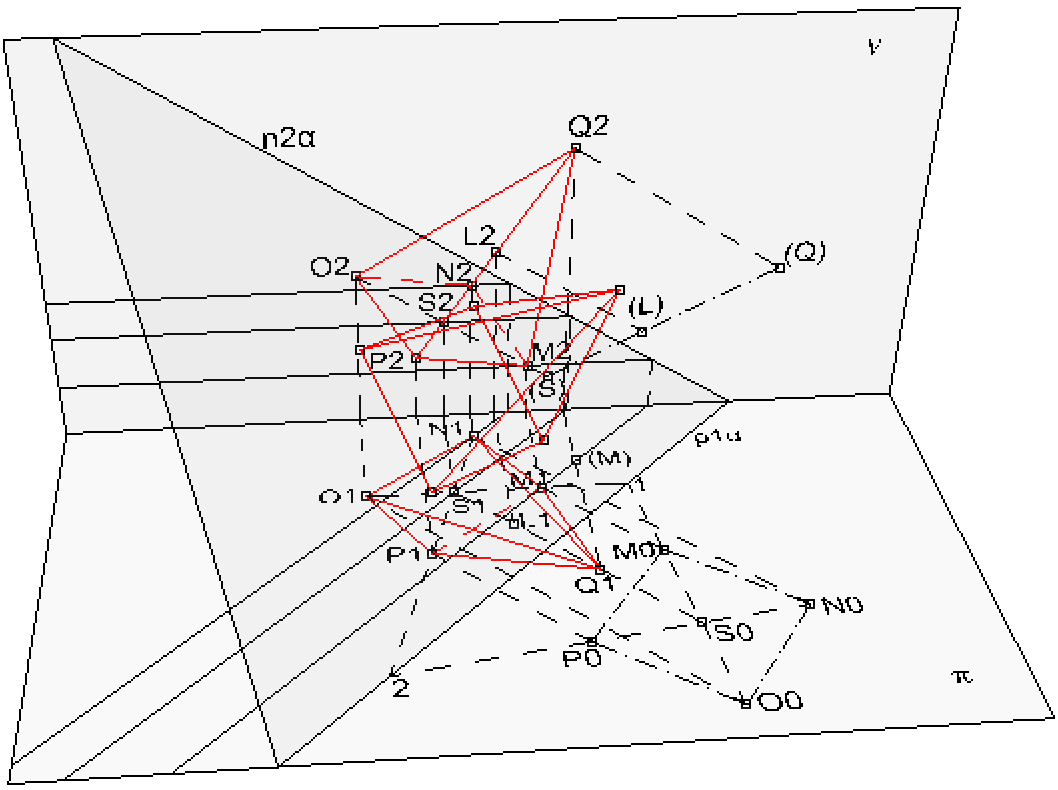


Obr. 51: Příklad 52 v Geogebře

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 52):

1. Zadáme rovinu α a půdorysy bodů $M,\ S$.
2. Horizontálními hlavními přímkami sestrojíme nárys bodů $M,\ S$.
3. V půdoryse otočíme body M a S. V otočení sestrojíme čtverec $MNOP$ ve skutečné velikosti.
4. Pomocí osové afinity otočíme čtverec zpět.
5. Horizontálními hlavními přímkami dorýsujeme celý čtverec v nárysu.

6. Z bodu sestrojíme v náryse i v půdoryse kolmice na stopy roviny α.
7. Na kolmici zvolíme bod L.
8. V náryse kolmici sklopíme pomocí bodů $L,\ S$.
9. Na sklopenou kolmici naneseme velikost výšky $\rightarrow (Q)$.
10. Bod (Q) „sklopíme zpět“ na kolmici $\rightarrow Q_2$.
11. Kolmicemi k základnici přeneseme bod Q_2 na kolmici v půdoryse $\rightarrow Q_1$.
12. Spojíme vrcholy a určíme viditelnost jednotlivých úseček.



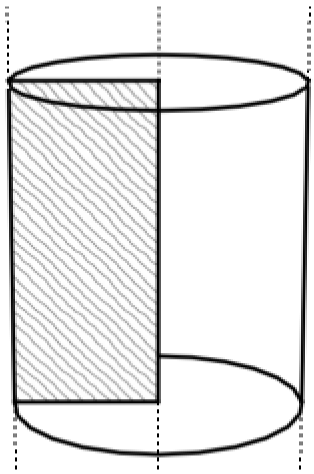
Obr. 52: Příklad 52 v Rhinocerosu

Příklad 53: Sestrojte pravidelný šestiboký jehlan. Podstava jehlanu leží v rovině $\rho = (4;\ 5{,}5;\ 6{,}5)$. Je dán střed podstavy $S = [0;\ ?;\ 3]$, vrchol podstavy $A = [0{,}5;\ ?;\ 5]$ a výška hranolu je 4.

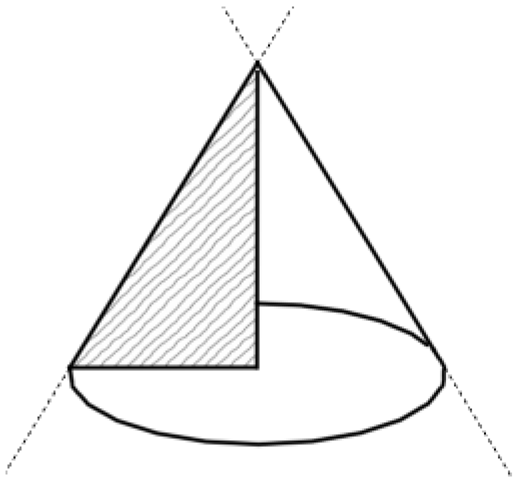
Příklad 54: Sestrojte pravidelný čtyřstěn $KLMN$, jehož jedna stěna leží v rovině $\delta = (-5;\ 3;\ 7)$. Jsou dány vrcholy $K = [-2;\ ?;\ 3]$, $L = [-1;\ ?;\ 0{,}5]$, které leží v rovině δ.

5.13 Rotační tělesa

„Rotační těleso je těleso, které vznikne rotací rovinného obrazce kolem dané přímky, tzv. osy rotačního tělesa. **Rotační válec** vznikne rotací obdélníku, popř. čtverce kolem přímky, která obsahuje jeho jednu stranu. Prodloužíme-li každou stranu rotačního válce v přímku, vytvoří všechny tyto přímky útvar, který se nazývá rotační válcová plocha; prostor touto plochou omezený se nazývá rotační válcový prostor (obr. 53). **Rotační kužel** vznikne rotací pravoúhlého trojúhelníku kolem přímky, která obsahuje jeho jednu odvěsnu. Prodloužíme-li každou stranu rotačního kužele v přímku, vytvoří všechny tyto přímky útvar, který se nazývá rotační kuželová plocha; prostor omezený touto plochou se nazývá rotační kuželový prostor (obr. 54).“ (Pomykalová 2006)

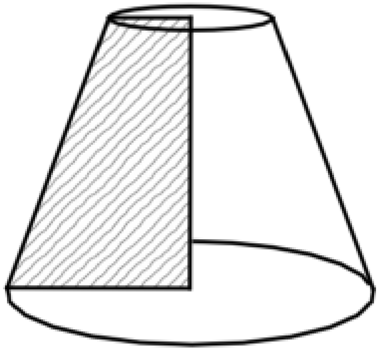


Obr. 53: Rotační válec ve SketchUpu

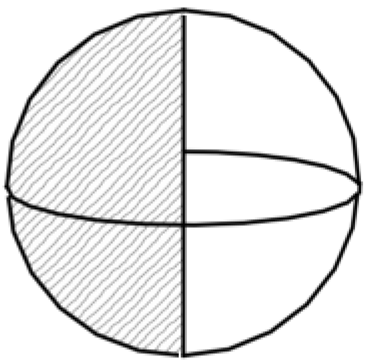


Obr. 54: Rotační kužel ve SketchUpu

„**Komolý rotační kužel** vznikne rotací pravoúhlého lichoběžníku kolem přímky, v níž leží jeho kratší rameno (obr. 55). **Koule** vznikne rotací půlkruhu kolem přímky, která obsahuje jeho průměr (obr. 56).“ (Pomykalová 2006)

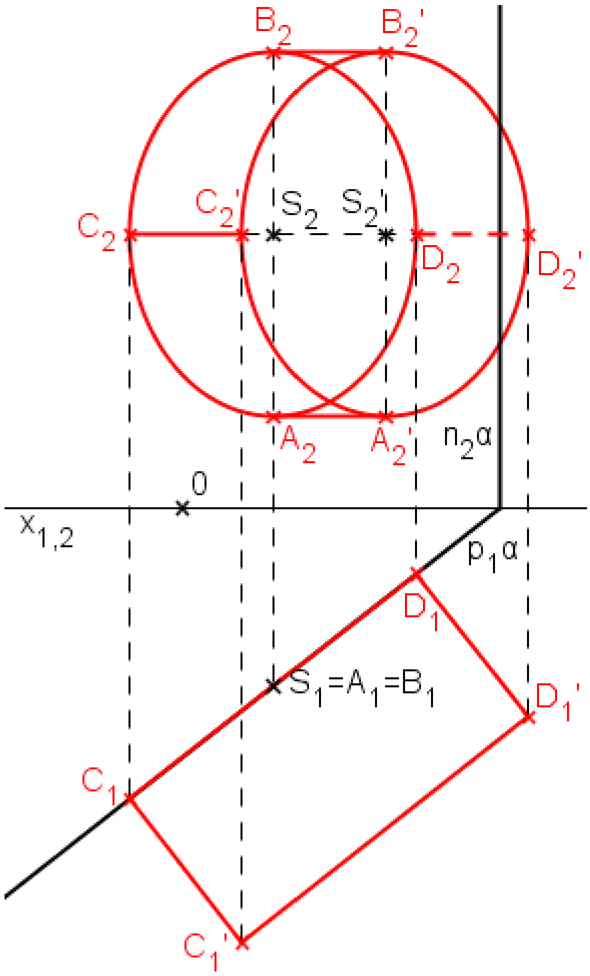


Obr. 55: Komolý rotační kužel ve SketchUpu



Obr. 56: Koule ve SketchUpu

Příklad 55: Sestrojte rotační válec, který vznikl rotací čtverce $a = 4$. Podstava válce leží v rovině $\alpha = (7;\ 5{,}5;\ \infty)$, střed podstavy $S = [2;\ ?\,;\ 6]$ (obr. 57).

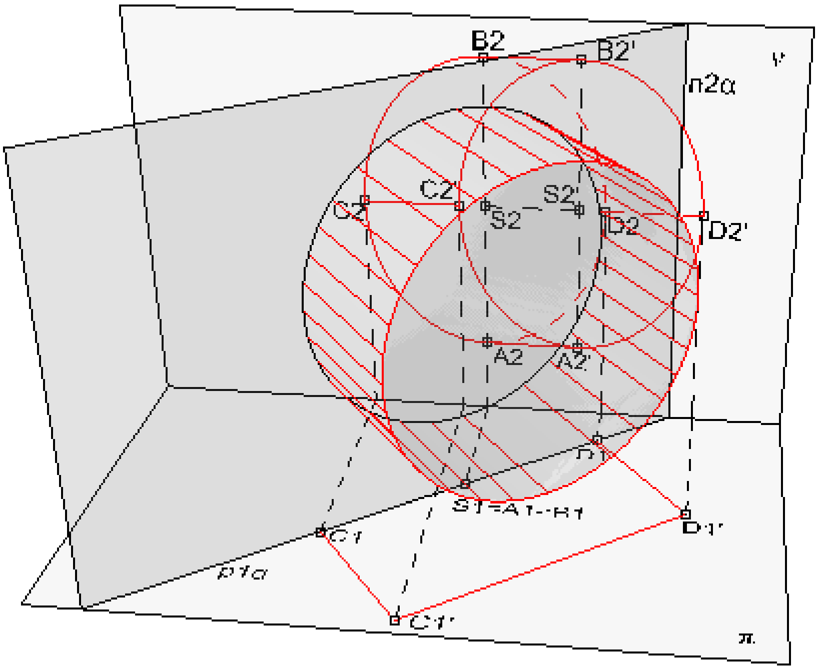


Obr. 57: Příklad 55 v Geogebře

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 58):

1. Zadáme rovinu α a nárys bodu S.
2. Kolmicemi k základnici sestrojíme na půdorysné stopě roviny α půdorys bodu S.
3. V půdoryse sestrojíme na stopě p_1^α krajní body kružnice, které jsou zde ve skutečné velikosti $4 \rightarrow C_1, D_1$.
4. Přeneseme krajní body C_1, D_1 kolmicemi k základnici do nárysu na kolmici k nárysné stopě roviny α z bodu $S_2 \rightarrow C_2, D_2$.
5. Druhou dvojici krajních bodů sestrojíme v náryse na rovnoběžce s n_2^α z bodu S_2. Na tuto rovnoběžku naneseme od středu S_2 vzdálenost $4 \rightarrow A_2, B_2$.

6. Z krajních bodů A, B, C, D sestrojíme v nárysе i v půdoryse kolmice ke stopám roviny α.
7. V půdoryse na tyto kolmice naneseme výšku válce 4 ve skutečné velikosti $\rightarrow C_1', D_1'$.
8. Tyto nově vzniklé body přeneseme kolmicemi k základnici na odpovídající kolmice k nárysné stopě z krajních bodů $\rightarrow A_2', B_2', C_2', D_2'$.
9. Vrcholy podstav tvoří v půdoryse pouze úsečky, v nárysе tvoří vrcholy podstav elipsy. Spojíme krajní body úseček v půdoryse a elips v nárysе a určíme viditelnost rotačního válce.

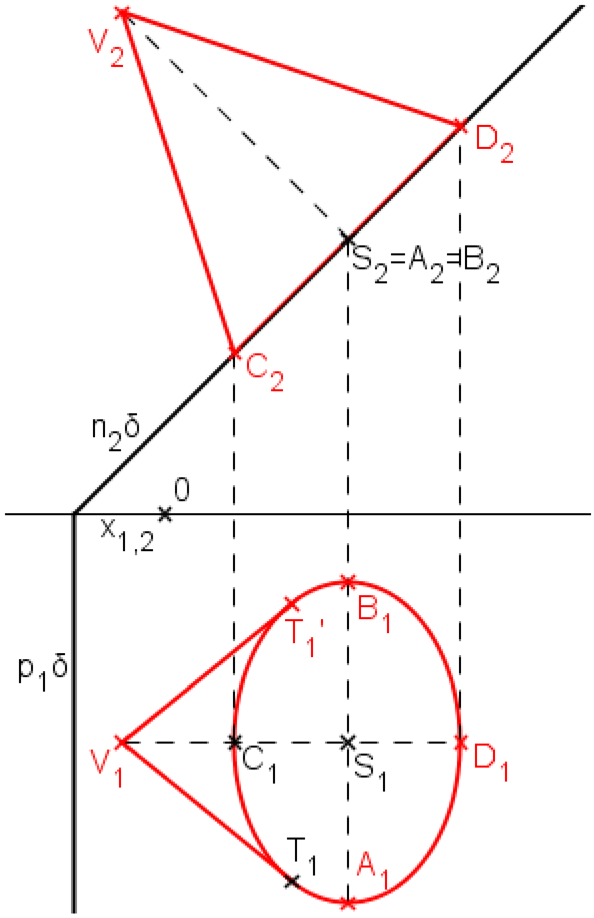


Obr. 58: Příklad 55 v Rhinocerosu

Příklad 56: Sestrojte rotační válec, jehož podstava o poloměru 2,5 leží v rovině $\beta = (5{,}5;\ 4;\ 6)$. Je dána výška válce $v = 6$ a střed podstavy $S = [1;\ 2;\ ?]$.

Příklad 57: Sestrojte rotační válec, je-li dán střed dolní podstavy válce $S = [-4;\ 4;\ 3]$, střed horní podstavy $S' = [1;\ 4;\ 7]$ a poloměr podstavy $r = 3$. Zobrazte sdružené průměty bodu $A = [-1;\ ?;\ 4{,}5]$ na plášti.

Příklad 58: Podstava rotačního kuželu leží v rovině $\delta = (-2;\ 90°;\ 45°)$. Je dán střed podstavy $S = [4;\ 5;\ ?]$, poloměr podstavy $r = 3{,}5$ a výška kužele $v = 7$ (obr. 59).

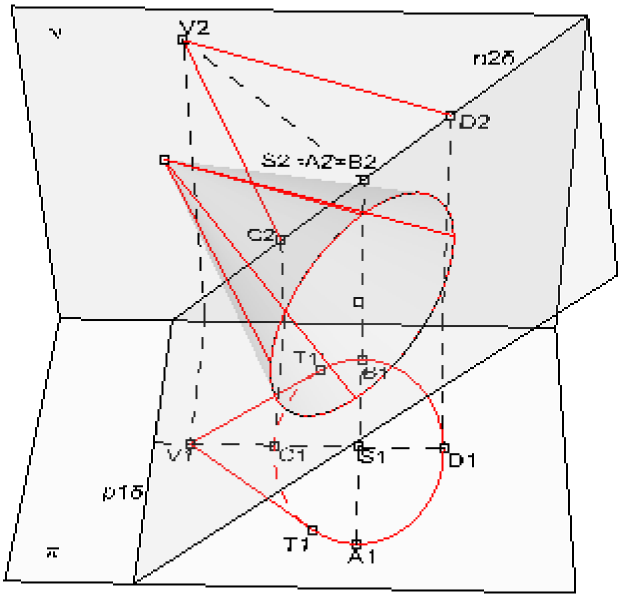


Obr. 59: Příklad 58 v Geogebře

Postup konstrukce v programu Rhinoceros (obr. 60):

1. Zadáme rovinu δ a půdorys středu podstavy.
2. Kolmicemi k základnici přeneseme střed podstavy na $n_2^\delta \to S_2$.
3. V náryse sestrojíme krajní body podstavy ve vzdálenosti 3,5 od středu na $n_2^\delta \to C_2, D_2$.
4. Krajní body z nárysu přeneseme kolmicemi k základnici do půdorysu na kolmici z bodu S_1 k půdorysné stopě roviny $\delta \to C_1, D_1$.
5. Druhé krajní body podstavy sestrojíme v půdoryse na rovnoběžce s p_1^δ ze středu podstavy ve vzdálenosti 3,5 od $S_1 \to A_1, B_1$.
6. V náryse narýsujeme kolmici k n_2^δ ze středu podstavy od kterého na kolmici naneseme výšku kužele 7 $\to V_2$.
7. Bod V_2 přeneseme do půdorysu na kolmici ze středu podstavy k $p_1^\delta \to V_1$.

8. V náryse spojíme vrchol s krajními body podstavy. V půdoryse sestrojíme z krajních bodů elipsu. Z vrcholu vedeme tečny k této elipse a určíme viditelnost.



Obr. 60: Příklad 58 v Rhinocerosu

Příklad 59: Sestrojte rotační kužel, jehož podstava leží v rovině $\rho = (-6{,}5;\ 5;\ 3)$. Je dán střed podstavy $S = [0;\ ?;\ 1{,}5]$, poloměr podstavy $r = 2$ a výška kužele $v = 5$.

Příklad 60: Zobrazte komolý rotační kužel. Jeho větší podstava leží v půdorysně, výška kuželu je 5,5, jsou dány body pláště $A = [2;\ 7;\ 3]$, $B = [1;\ 5;\ 5]$ a střed podstavy $S = [0;\ 4;\ 0]$.

Příklad 61: Sestrojte kouli s průměrem 8. Střed koule $S = [-2;\ 6;\ ?]$ leží v rovině $\sigma = (4;\ \infty;\ 7)$.

ZÁVĚR

V bakalářské práce jsem zkoumala využití 3D modelovacích programů ve výuce deskriptivní geometrie. Pracovala jsem s volně dostupným programem SketchUp a placeným programem Rhinoceros. Práce obsahuje řešené příklady z Mongeova promítání s postupem konstrukcí. Dále práce obsahuje neřešené příklady, které by měly sloužit k procvičování teorie Mongeova promítání a k rozvoji znalosti práce ve 3D modelovacích programech.

Příklady jsou řešené výhradně v programu Rhinoceros. Díky snadnému zadávání konkrétních velikostí a vzdáleností a mnoha rýsovacích funkcí je velice snadné v programu pracovat. Při zpracovávání jednotlivých konstrukcí se dají snadno pochopit zákonitosti Mongeova promítání jako je např. užití hlavních přímek pro zobrazení bodu v rovině. Nejenom že v tomto programu získáme 3D konstrukci daného problému, ale ihned vidíme nárys a půdorys konstrukce tak, jak bychom to narýsovali na papíře. V samotné práci jsou jen obrázky jednotlivých konstrukcí, proto nemusí být na každém obrázku vše dokonale vidět. V programu si můžeme konstrukci otáčet a přibližovat tak, jak potřebujeme.

Program SketchUp jsem využívala ke zpracování a ukázce teoretických poznatků. Narýsovaný výsledek je přehledný, proto je vhodný právě pro ukázky základů teorie. Pro přesné rýsování není tak vhodný jako program Rhinoceros, protože je o poznání složitější v něm narýsovat přesné vzdálenosti.

Oba zde používané 3D modelovací programy jsou vhodné pro výuku deskriptivní geometrie. Napomáhají k zaujetí žáků pro výuku, ke zlepšení prostorové představivosti a ke snadnému pochopení postupů rýsování daných konstrukcí.

LITERATURA

[1] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. ISBN 978-80-7196-400-1.

[2] POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia – Stereometrie*. Praha: Prometheus, 2006. ISBN 80-7196-178-7.

[3] ŠKOLNÍ VZDĚLÁVACÍ PROGRAM PRO GYMNAZIÁLNÍ VZDĚLÁVÁNÍ: *Gymnázium Havlíčkův Brod* [online]. Dostupné z:

http://www.ghb.cz/storage/download/svp/svp_2013_2014_2.pdf

[4] http://www.rhino3d.com/

[5] http://www.sketchup.com/