

Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství



Bakalářská práce

Aplikace okružního dopravního problému

Terezie Fleisnerová

2021

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Terezie Fleisnerová

Ekonomika a management
Provoz a ekonomika

Název práce

Aplikace okružního dopravního problému

Název anglicky

Application of the traveling salesman problem

Cíle práce

Bakalářská práce se zabývá optimalizací reálného okruhu firmy Filtermac s.r.o., která provozuje automaty Filtermac na pitnou vodu.

Hlavním cílem je výběr vhodné trasy pro servisní cesty a ekonomická interpretace konkrétních tras. Dílčím cílem je vyhodnocení vhodnosti outsourcingu či vlastní realizaci pravidelných servisních cest.

Metodika

Bakalářská práce je rozdělena do dvou hlavních částí. První část bakalářské práce obsahuje teoretická východiska z předem nastudované odborné literatury.

Na teoretickou část navazuje část vlastní práce, která je rozdělena do tří podkapitol vzhledem k návaznosti s teoretickými východisky. Tyto kapitoly jsou Intelligence, Design a Choice.

1. Fáze Intelligence: V této části bude popsáno, čím se firma Filtermac zabývá a dále zde bude charakterizována problematika okružních dopravních úloh.

2. Fáze design: Ve druhé části bude sestaven matematický model problému, kde budou definovány jednotlivé okruhy včetně matice vzdáleností. Poté budou vypočtena vhodná řešení prostřednictvím vhodné metody pro řešení problému obchodního cestujícího.

3. Fáze Choice: Ve třetí části bude zvolena nejvýhodnější možnost z vypočtených řešení, výsledky budou interpretovány a podrobeny ekonomické analýze. Na základě výsledků modelu a ekonomické interpretace budou srovnány možnosti outsourcingu a využití vlastních zaměstnanců firmy. Závěrem třetí fáze budou doporučení a interpretace výsledků všech zjištění.

Doporučený rozsah práce

60-80 s.

Klíčová slova

Logistika, dopravní problém, Vogelova aproximační metoda, metoda nejbližšího souseda, doprava, problém obchodního cestujícího

Doporučené zdroje informací

COOK, William. In pursuit of the traveling salesman: mathematics at the limits of computation. Princeton, N.J.: Princeton University Press, c2012. ISBN 978-0-691-15270-7.

CORDEAU, Jean-Francois, Gilbert LAPORTE, Martin W.P. SAVELSBERGH a Daniele VIGO. Handbooks in Operations Research and Management Science: Transportation Volume 14: Chapter: Vehicle Routing. North Holland: North Holland, 2006. ISBN 9780444513465

JABLONSKÝ, J. *Operační výzkum : kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN 978-80-86946-44-3.

KUČERA, P. – HAVLÍČEK, J. – ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE. PROVOZNĚ EKONOMICKÁ FAKULTA. KATEDRA SYSTÉMOVÉHO INŽENÝRSTVÍ O. *Metodologie řešení okružního dopravního problému*. Disertační práce. Praha: 2009.

PARDALOS, P. M., Athanasios MIGDALAS a Rainer E. BURKARD. Combinatorial and global optimization. River Edge, NJ: World Scientific Publishing Co. Pte., c2002. Series on applied mathematics, v. 14. ISBN 98-102-4802-4.

Předběžný termín obhajoby

2020/21 LS – PEF

Vedoucí práce

Ing. Roman Kvasnička, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

Elektronicky schváleno dne 9. 3. 2021

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 9. 3. 2021

Ing. Martin Pelikán, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 09. 03. 2021

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Aplikace okružního dopravního problému" jsem vypracovala samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autorka uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 15.03.2021

Poděkování

Ráda bych touto cestou poděkovala panu a Ing. Romanovi Kvasničkoví, Ph.D. za trpělivost, cenné rady a za čas, který mi věnoval.

Aplikace okružního dopravního problému

Abstrakt

Cílem bakalářské práce bylo optimalizovat reálný okruh firmy Filtermac s.r.o., která se zabývá obsluhou a distribucí automatů na pitnou vodu. Hlavním cílem byl výběr vhodné trasy pro servisní cesty rozhodovatele a ekonomická interpretace konkrétních tras. Dílčím cílem bylo vyhodnocení vhodnosti outsourcingu či vlastní realizace pravidelných pracovních cest.

Práce se dělí na dvě části, teoretickou a praktickou. Teoretická část popisuje logistiku a její význam pro manažerské rozhodování, zabývá se problematikou okružního dopravního problému a metodami jeho řešení. Praktická část představuje firmu a charakteristiku (jejího) okružního dopravního problému. Následně byl zpracován výpočet prostřednictvím Vogelovy aproximační metody a Metody nejbližšího souseda pro zkoumaný okruh.

Výsledky byly porovnány a byla vybrána nejvhodnější trasa, která by byla oproti původní výhodnější o více než $\frac{1}{4}$ v porovnání s délkou původní trasy, čímž byly sníženy náklady na palivo a amortizaci vozidla. V důsledku toho byla také zmenšena ekologická zátěž. Na základě ekonomické analýzy bylo zjištěno, že pro firmu Filtermac s.r.o. není za těchto okolností výhodné zaměstnávat technika na HPP.

Klíčová slova: doprava, efektivita, ekonomické zhodnocení, hospodárnost, metoda nejbližšího souseda, metoda výhodnostních čísel, logistika, manažerské rozhodování, okružní dopravní problém, Vogelova aproximační metoda

Application of the traveling salesman problem

Abstract

The aim of the bachelor's thesis was to optimize the real circuit of the company Filtermac s.r.o., which deals with the operation and distribution machines for drinking water. The main goal was the selection of suitable routes for the service routes of decision-makers and the economic interpretation of specific routes. A partial goal was to evaluate the suitability of outsourcing or the actual implementation of regular business trips.

The work is divided into two parts, theoretical and practical. The theoretical part describes logistics and its importance for managerial decision-making, deals with the issue of the circular transport problem and the methodology of its solution. The practical part presents the company and the characteristics of the (circular) traffic problem. Subsequently, the calculation was processed using Vogel's approximation method and the nearest neighbor method for the investigated circuit.

The results were compared and the most suitable route was selected, which was more advantageous than the original compared to the length of the original routes, fuel costs and vehicle depreciation were reduced. As a result, the environmental burden has also changed. Based on the economic analysis, it was processed that for the company Filtermac s.r.o. it is not advantageous in these circumstances to employ a technician inside the company.

Keywords: efficiency, economic evaluation, economics, logistics, method of preferential numbers, managerial decision making, nearest neighbor method, Vogel approximation method, transport, travelling salesman problem

Obsah

1	Úvod	7
2	Cíl práce a metodika	8
2.1	Cíl práce	8
2.2	Metodika	8
3	Teoretická východiska	9
3.1	Logistika.....	9
3.2	Dopravní logistika	11
3.3	Řízení dodavatelského řetězce	12
3.4	Řešení rozhodovacího procesu.....	14
3.5	Lineární programování.....	16
3.6	Distribuční úlohy.....	18
3.7	Okružní dopravní problém	19
3.8	Matematické řešení ODP	22
3.9	Metody řešení jednookruhové ODP	24
3.10	Metody řešení víceokruhové ODP	27
4	Vlastní práce	30
4.1	Fáze Intelligence	30
4.2	Fáze Design.....	33
4.3	Fáze Choice	44
	Závěr	46
	Seznam použitých zdrojů	47

Seznam obrázků

Obrázek 1	Mapa původní trasy technika.....	32
Obrázek 2	Optimalizovaný okruh č. 1 – start ulice Kamýcká	35
Obrázek 3	Optimalizovaný okruh č. 1 – start ulice Vratislavova	35
Obrázek 4	Optimalizovaný okruh č. 1 – start ulice Vratislavova, mapa.....	36
Obrázek 5	Optimalizovaný okruh č. 2 – start ulice Vratislavova	38
Obrázek 6	Optimalizovaný okruh č. 2 – start ulice Vratislavova, mapa.....	38
Obrázek 7	Délky okruhů pro jednotlivé trasy z matice vzdáleností	40
Obrázek 8	Optimalizovaný okruh č. 3 – start ulice Kamýcká, mapa.....	41
Obrázek 9	Délky okruhů pro jednotlivé trasy z matice vzdáleností.....	45
Obrázek 10	Optimalizovaný okruh č. 3 – start ulice Koněvova, mapa.....	43

Seznam tabulek

Tabulka 1	Vzdálenosti mezi body na mapě	32
Tabulka 2	Postup dle Vogelovy aproximační metody	33
Tabulka 3	Kompletní výpočet dle Vogelovy aproximační metody	34
Tabulka 4	Ekonomická úspora - porovnání původní a okruh č. 1	37
Tabulka 5	Alternativní trasa dle Vogelovy aproximační metody	37
Tabulka 6	Ekonomická úspora - porovnání původní, okruh č. 1 a okruh č. 2 ...	38
Tabulka 7	Vzdálenosti mezi body na mapě	39
Tabulka 8	Postup pomocí metody výhodnostních čísel	40
Tabulka 9	Transponovaná matice vzdáleností	42
Tabulka 10	Body pro nejvýhodnější okruh jízdy – okruh č. 3	43
Tabulka 11	Ekonomické porovnání všech variant	44
Tabulka 12	Náklady na externě využívaného technika.....	45
Tabulka 13	Náklady na technika změstnaného na HPP	45

1 Úvod

Podniková logistika patří mezi důležité oblasti řízení, které se významně podepisují na úspěšném fungování a konkurenceschopnosti podniku. Nastavení logistiky se pojí s flexibilitou, spolehlivostí a dalšími významnými vlastnostmi podniku, které zákazníci v současnosti považují za standard. S narůstajícím významem online podnikání a rozvážkových služeb nejen v souvislosti s pandemií covid-19 se schopnost doručit zboží domů včas a s požadovanými parametry stává zásadní. K efektivnímu řízení těchto procesů se pak pojí řešení okružního dopravního problému, který na základě heuristických, exaktních i jiných typů metod zpracovává optimální trasu okružní jízdy.

V praxi tento výpočet aplikované matematiky pomáhá dosahování efektivity logistických procesů, což souvisí s úsporou času, pohonných hmot ale i s celkovými provozními náklady. Dosažení úspory dává tématu význam i z ekologického hlediska, protože úspora spotřeby pohonných hmot zpomaluje průběh klimatické krize.

Bakalářské práce se zabývá výpočtem nákladů okružní jízdy pro firmu Filtermac s.r.o. Cílem práce je na základě teoretických východisek a vhodné metodologie provést výpočet okružního dopravního problému pro firmu Filtermac a optimalizovat její proces rozvozu.

2 Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Bakalářská práce se zabývá optimalizací reálného okruhu firmy Filtermac s.r.o., která se věnuje obsluze a distribuci automatů Filtermac na pitnou vodu. Hlavním cílem je výběr co nejefektivnější cesty rozhodovatele a ekonomická interpretace konkrétních tras. Dílčím cílem je ekonomické zhodnocení toho, zda je pro konkrétní firmu výhodnější využívat techniku externě či jej zaměstnat na HPP.

2.2 Metodika

Bakalářská práce je rozdělena do dvou hlavních částí. První část bakalářské práce obsahuje teoretická východiska z předem nastudované odborné literatury. Na teoretickou část navazuje část vlastní práce, která je rozdělena do tří podkapitol vzhledem k návaznosti s teoretickými východisky. Tyto kapitoly jsou Intelligence, Design a Choice.

1. Fáze Intelligence: V této části je popsáno, čím se firma Filtermac zabývá a jaký dopravní problém řeší.

2. Fáze design: Ve druhé části jsou stanoveny matice sazeb jednotlivých okruhů včetně zjištěných vzdáleností. Dále jsou zde vypočteny okruhy, a to právě dle Vogelovy aproximační metody a metody nejbližšího souseda.

3. Fáze Choice: Ve třetí části jsou zjištěny výsledky. Dále jsou jednotlivé délky a náročnost tras shrnuty do tabulky a porovnány s původním okruhem, který technik firmy realizuje. Dále je zde také zhodnocena přibližná finanční úspora každého nově navrženého okruhu v porovnání s okruhem původním. V této části je také ekonomicky zhodnocena problematika rozhodování, zda je výhodnější technika využívat na obsluhu automatů externě nebo jej zaměstnat na HPP.

3 Teoretická východiska

3.1 Logistika

Logistika bývá v odborné literatuře vysvětlována mnoha způsoby a z více hledisek. Z teoretického hlediska může logistika zahrnovat veškeré procesy, sloužící pro překonání bariér a překlenutí času. Jedná se o proces, který směřuje k plánování výkonu, prostoru a času, zároveň se také zaměřuje na plánování materiálních toků a řízení procesů spojených s převozem. Materiálové toky musí být usměrňovány za účelem optimalizace nákladů, což je jeden z cílů logistiky. (Sixta, Mačát, 2005)

Konkrétněji lze říct, že se logistika zabývá řízením toku materiálu v čase a prostoru. Tuto problematiku řeší v kontextu informací a hodnotové stránky (ceny). V rámci logistiky se odborníci zabývají splněním několika vybraných aspektů nazývaných jako 7S. Tato metodika určuje, že je potřeba zajistit, aby bylo správné zboží, se správnou kvalitou, ve správném množství doručeno správnému zákazníkovi, což musí být vykonáno ve správnou dobu s vynaložením správných nákladů, tedy přiměřených. (Sixta, Mačát, 2005)

Logistika může být dále definována jako „*organizace, plánování, řízení a výkon toků zboží vývojem a nákupem počínaje, výrobou a distribucí podle objednávky finálního zákazníka konče, tak aby byly splněny všechny požadavky trhu při minimálních nákladech a minimálních kapitálových výdajích.*“ (Oudová, 2016, s. 30)

Dle Macurové a kol. (2018) je moderní logistika postavena na ekonomice, technice a informacích. Z tohoto pohledu bývá logistika definována jako „*Integrované plánování, formování, provádění a kontrolování hmotných a s nimi spojených informačních tok od dodavatele do podniku, uvnitř podniku a od podniku k odběrateli.*“ (Macurová a kol., 2018, s. 22)

Logistika jako disciplína existuje v důsledku rozdělení práce spojené s výrobou a prodejem či doručením finálního produktu ke spotřebiteli. Zabývá se koordinací, synchronizací, systémovým řešením a optimalizací toků ve firmě. Jejím konečným efektem je uspokojení zákazníka, čehož se snaží dosáhnout s maximální flexibilitou, hospodárností a efektivitou. (Janatka, 2017)

Počátky logistiky pochází z oblasti vojenství, kdy bylo nutné plánovat a organizovat přesuny lidí přesně s těmito požadavky tak, aby docházelo k co nejmenší spotřebě materiálu, proviantu a dalších věcí. Jako samostatný obor se logistika začala vyvíjet během 20. století po druhé světové válce. Potřeba rozvoje logistiky vycházela zejména z neustálého rozvoje materiálů, technologií i výrobních procesů. Dosavadní metody distribuce začaly být nedostačující. Potřeba plánování a organizování začala být zcela zásadní s nárůstem cen pohonných hmot, ke kterému došlo v 70. a 80. letech 20. století. Od této doby logistika získala značný význam a stala se uznávaným oborem. Firmám i dalším organizacím pomáhá snižovat náklady a optimalizovat řadu distribučních procesů. (Sixta, Mačát, 2005)

Jako vědní obor je logistika v současnosti rovněž značně vyspělá a zasahuje do řady hospodářských odvětví. Zabývá se nejen tokem materiálů, řízením distribuce, plánováním, organizováním a dalšími činnostmi, v prostředí moderní technologické doby se zaměřuje také na optimalizování toku informací. (Janatka, 2017)

Z výše uvedených definic vyplývají také logistické cíle. Tyto cíle musí být rovněž odvozeny od stanovených cílů a strategie celého podniku. Základním cílem je stejně jako u podnikání uspokojení potřeb zákazníků, kterým se zboží dostává dle požadavků, které uvedli. Z pohledu firmy musí být tento krok realizován s minimálními náklady. Tyto dva cíle bývají také nazývaný jako výkonové a ekonomické. Výkonové cíle v sobě zahrnují většinu požadavků 7S, prostřednictvím kterých je požadavek zákazníka uspokojen (ve správný čas, správné místo, kvalita, flexibilita apod.). Ekonomický cíl pak spadá pod již zmíněnou optimalizaci procesu a minimalizaci nákladů, čehož podnik dosáhne právě prostřednictvím řešení okružního dopravního problému, díky kterému optimalizuje svou trasu při pozemním cestování. (Oudová, 2016)

Logistika jako ucelený obor své cíle rovněž dělí na vnitřní a vnější. Vnitřní cíle se zaměřují na optimalizaci procesů dopravy, manipulace, skladování, řízení, zásobování apod. Vnější cíle pak na zvyšování objemu prodeje, podílů na trhu, přičemž se zaměřují na zkracování dodacích lhůt, zvyšování flexibility a úplnost a spolehlivost dodávek. V rámci definic bylo poukázáno na to, že logistika jako pojem bývá v odborné literatuře vyjádřena různými způsoby. Vždy však slouží jako prostředek k uspokojení zákazníka i firmy. Jedná se o

spojovací článek mezi firmou a zákazníkem, proto má pro podnikání značný význam. (Macurová a kol., 2018) Dále bude přiblížen pojem dopravní logistiky.

3.2 Dopravní logistika

Dopravní logistika představuje jednu část z celého logistického procesu a specializuje se na zajištění dopravy. Společně s dalšími součástmi procesu jako skladování či manipulace, tak napomáhá utvářet kompletní logistický proces. (Janatka, 2017)

V rámci dopravní logistiky může být v závislosti na podmínkách využita řada možných prostředků. S narůstajícím počtem možností je čím dál obtížnější zvolit nejvhodnější způsob přepravy, který rovněž závisí na dalších faktorech jako čas, cena, flexibilita, kvalita a další. Volit lze mezi dopravou pozemní, vodní, leteckou či železniční. (Oudová, 2016) S ohledem na to, že se práce vztahuje k tématu okružního dopravního problému, se pojetí logistiky v této práci zúží na dopravu silniční, v rámci které, lze využívat např. lehká silniční vozidla, nákladní automobily, kamiony, přívěsy a popř. také soupravy tahačů s návěsy.

V rámci dopravní logistiky firmy optimalizují rozvoz zboží a materiálu. Náklady na danou činnost se odvíjí od rozsahu statků, které je potřeba rozvážet a plánovat jejich přepravu, ale také od přístupu samotné firmy k hospodaření a logistice. Úsporným přístupem firmy mohou snížit své náklady, které pak mohou být využity pro zabezpečení a rozvoj dalších oblastí podnikání. Právě řešení okružního dopravního problému pomáhá firmám minimalizovat tyto náklady. (Oudová, 2016)

Jedním z trendů dopravní logistiky je outsourcování dopravní logistiky (přepravy) na dopravní společnost, která se na danou problematiku specializuje. Silniční dopravci pak realizují přepravu pro více klientů a na základě jejich požadavků optimalizuje přepravní proces tak, aby se zboží dostalo ve správný čas na správné místo. Vynaložené množství nákladů pak mohou optimalizovat prostřednictvím plánování tras. Právě pro tyto společnosti je řešení okružního dopravního problému jedním z nejdůležitějších nástrojů pro řízení procesu poskytování svých služeb. (Macurová a kol., 2018)

3.3 Řízení dodavatelského řetězce

Řízení dodavatelského řetězce může být definováno jako „*integrované plánování, koordinace a kontrola všech podnikových procesů a činností v dodavatelském řetězci s cílem dodat spotřebiteli vyšší hodnotu a dosáhnout nižších nákladů dodavatelského řetězce jako celku, přičemž jsou uspokojovány požadavky ostatních zájmových skupin kladené na dodavatelský řetězec.*” (Sixta, Mačát, 2005, s. 23)

Tato komplexní koordinační úloha má za cíl zlepšit výkon podniku z dlouhodobého hlediska. Zahrnuje veškeré toky od počátečního zdroje až ke konečnému spotřebiteli. Řízení podnikové logistiky má za cíl integrovat plánování podniku a v rámci dodavatelského řetězce vyvážit nabídku a poptávku. (Mentzner a kol., 2004)

Mentzer a kol. (2004, s. 17) definují řízení dodavatelského řetězce jako „*systematické strategické sladování tradičních podnikových funkcí a taktik používaných těmito funkcemi v rámci jednoho podniku i mezi podniky zapojenými do dodavatelského řetězce.*”

Dodavatelský řetězec je důležitou součástí procesu logistiky a strategie jeho řízení se začala uplatňovat především v začátku 90. let 20. století. Klíčovou roli získala především vícekanálová komunikace, která se zakládá na současném nebo návazném využití více komunikačních kanálů jako internet, telefon, mobilní síť apod. Řízení dodavatelského řetězce se zakládá na sdílení klíčových procesů, a to zejména v automatizaci prodejních aktivit nebo činnosti rozvážkových služeb. (Van den Vorst a kol., 2005)

Se zvyšující se konkurencí a požadavky zákazníků se během 21. století rozrostly požadavky pro úspěšné fungování firmy na trhu, které se vyznačuje dodržováním dodacích lhůt, flexibilitou v čase, dostupností, nabídkou, servisu a řadě dalších služeb. S rostoucími požadavky zákazníků také dochází ke zkracování životního cyklu výrobků, které se neustále inovují. (Pernica, 2005)

V IT oblasti se k tomuto procesu řadí především využití EDI neboli Electronic data exchange, které dokáže sladit všechny typy komunikace do standardizovaných procesů a dokumentů. Umožňují rovněž strategické řízení celého dodavatelského řetězce a usnadňují činnosti jako výběr dodavatelů, nastavení procesů apod. Dodavatelský řetězec a jeho sdílení musí korespondovat a být propojen s dalšími oblastmi podnikání, jelikož je

vzájemný soulad podmínkou úspěšné implementace. Dodavatelský řetězec je nejvíce spjatý s informační, ale také celkovou strategií podniku. (Sixta, Mačát, 2005)

Pro efektivní nastavení dodavatelského řetězce je zásadní především fungující podniková logistika, proto se tento strategický a taktický postup řadí mezi oblasti moderního managementu, jejichž cílem je zabezpečení podnikového logistického řetězce jako celistvého procesu (dodávky, manipulace, distribuce zákazníkům). (Van den Vorst a kol., 2005)

Cílem řízení dodavatelského řetězce je zefektivnění procesu podnikové logistiky, ale také celkového procesu (hlavních procesů) podniku od začátku přijetí objednávky či od jejího zadání, před výrobu a manipulaci až k doručení koncovému zákazníkovi. Jedná se o hlavní procesy podniku, které se vztahují přímo k produktu, chápané jako jediný celistvý proces. Se zvyšující se efektivitou tohoto procesu klesají zbytečné náklady a zmenšují se časové prostoje, k čemuž dochází díky efektivnímu využití zdrojů a plánování. Výsledkem je včasné dodání všech výrobků a urychlení celého procesu, také eliminace ztráty a prostojů. (Sixta, Mačát, 2005)

Integrace dodavatelského řetězce je realizována dvěma způsoby, a to prostřednictvím horizontální nebo vertikální integrace. Horizontální integrace představuje propojení na jedné úrovni, např. propojení více dodavatelů. Vertikální integrace pak propojuje více úrovní dodavatelského řetězce, tedy zapojuje dodavatele, odběratele, popř. i koncové zákazníky. (Fiala, 2005)

Rozlišují se také tři základní stupně řízení, a to operativní, taktický a strategický. Operativní řízení probíhá na úrovni každodenního fungování podniku a vztahuje se ke komunikaci probíhající mezi jednotlivými subjekty. Z časového hlediska je pojata krátkodobě, a to v rozsahu hodin, směn a dní. Taktická úroveň pak koordinuje celý logistický a dodavatelský řetězec jako samostatnou dílčí oblast řízení podniku. Na strategické úrovni se dodavatelský řetězec stává součástí podnikové strategie, se kterou musí adekvátně korespondovat a nebyť kontraproduktivní vůči směřování podnikové strategie a vize. (Fiala, 2005)

3.4 Řešení rozhodovacího procesu

Rozhodování představuje jeden z nejdůležitějších firemních procesů a řešení prostřednictvím matematických modelů patří mezi hlavní podklady pro manažerské rozhodování. (Plevný, Žižka, 2010)

K započetí tohoto procesu vede tzv. vstupní problém, který se prostřednictvím analýzy následně řeší. Na procesu se zpravidla podílejí dvě osoby, a to rozhodovatel, který problém zadává a analytik, který jej řeší. Analytik předá rozhodovateli podklady, na základě kterých, nachází řešení daného problému nebo předává zpětnou vazbu a požadavky pro další úpravu. Zpětná vazba patří mezi nejdůležitější aspekty spolupráce obou stran vedoucí k dosažení požadovaného výsledku. (Fotr a kol., 2003)

Řešení procesu může z pohledu analytika probíhat dvěma způsoby, které se navzájem doplňují a přináší zcela odlišný pohled na možné řešení v rámci rozhodovacího procesu. Jedná se o analýzu kvalitativní a kvantitativní. Kvalitativní analýza řeší problém s využitím zkušeností, kvalifikace a dovedností manažera. Kvantitativní analýza se naopak zakládá na získání přesných výsledků na základě informací získaných z matematického modelu. K rozhodování dochází na základě výsledků, které vzešly ze zadaných numerických dat. Výběr vhodného matematického modelu a jeho uplatnění závisí na schopnostech analytika. (Fotr a kol., 2003)

Rozhodování se poté zakládá na využití informací kvantitativního i kvalitativního charakteru.

Využití matematických modelů je však poměrně náročné a nehodí pro všechny rozhodovací procesy. Jedná se hlavně o situace, kdy je řešení ovlivněno velkým množstvím vnitřních a vnějších faktorů a řešení má na podnik významný dopad. Dále také při řešení nových problémů, se kterými dosud nemá rozhodovatel žádné zkušenosti a potřebuje získat podklady pro další rozhodování. Jejich využití je rovněž vhodné při řešení problémů, které mají zásadní vliv na ekonomické výsledky a finanční zdraví podniku. Také se matematické modely využívají při řešení rutinních úloh a vzniklý algoritmus se následně zařadí mezi součást řízení konkrétní oblasti ve firmě. (Moravcová, Baňarová, 2003)

Matematické modely se využívají k rozhodování problémů, které jsou typické především tím, že vyžadují řešení rozporů mezi požadavky zákazníků a zdroji, kterými podnik

disponuje. (Jablonský, 2007) Odráží tak v sobě dvě stránky logistiky, která se snaží o uspokojení zákazníků s minimálními náklady na straně firmy. **Fáze rozhodovacího procesu**

V rámci rozhodovacího procesu rozlišujeme několik fází: (Fábry, 2007)

Definice problému - dochází ke zjištění problému, jeho definici a formulování. Důležitým faktorem je zde čas a schopnost jasně definovat požadavky pro matematické modelování. Obojí totiž vede k úspoře finančních prostředků.

Ekonomický model - jednoduchý popis, který vystihuje podstatu problému. Rozhoduje se především o tom, co je či není v problému podstatné. Finální ekonomický model má podobu detailního slovního popisu problému a jeho souvisejících částí, procesů a činitelů. Stanovuje se cíl, kterého chce firma rozhodnutím dosáhnout.

Matematický model - vyznačuje se převedením ekonomického modelu do exaktní podoby. Jednotlivé části modelu se převádí na parametry, funkce, proměnné, rovnice, síťové grafy a další matematická vyjádření. Klíčová je volba co nejjednoduššího přístupu, který tento problém dokáže co nejefektivněji vyřešit.

Řešení úlohy - analytik řeší konkrétní úlohu za pomoci výpočetní techniky a vhodného softwaru. Analytik provede zápis kódu do příslušného modelu v prostředí softwaru a následně získává požadované výsledky.

Interpretace výsledků a verifikace modelu - v této fázi dochází k vysvětlení získaných výsledků mezi analytikem a rozhodovatelem tak, aby získal co nejvíce informací, které lze uplatnit při praktickém rozhodování. V rámci verifikace pak ověřuje správnost modelu a reálnost získaných výsledků. V rámci případných připomínek lze na základě zpětné vazby model přepracovat. Finální model je schválen a předán k implementaci.

Implementace - v rámci poslední fáze jsou reálné výsledky převedeny do praxe. Jejich cílem je vyřešení problému, tedy zlepšení fungování určitého procesu či systému v rámci dopravní logistiky.

3.5 Lineární programování

Lineární programování lze definovat jako *“disciplínu operačního výzkumu, která se zabývá řešením rozhodovacích problémů, ve kterých jde o určení intenzit realizace procesů, které probíhají nebo mohou probíhat v daném systému.”* (Jablonský, 2007, s. 20)

V rámci využití těchto metod se analytik snaží o nacházení takových řešení, které co nejefektivněji naplňují cíl rozhodování. Zároveň tyto procesy musí respektovat podmínky, které proces ovlivňují a přizpůsobit se jim. Lineární programování vystihuje podstatu operačního výzkumu a představuje synonymum pro plánování a prognózování vývoje určitých procesů ve firmě. Veškeré využití matematické funkce zde spadají pod funkce lineární. (Rais, 2003; Jablonský, 2007)

Jedná se o prostředek sloužící k plánování realizace procesů, jejichž cílem je dosáhnout optimálního výsledku s ohledem na stanovené cíle. Rais (2003) uvádí čtyři fáze lineárního programování, ve kterých jsou některé kroky shodné s fázemi rozhodovacího procesu při využití matematických modelů v kvantitativní analýze.

- Formulace ekonomického modelu - výběr problému, zjednodušení a specifikace v rámci ekonomických souvislostí a shrnutí nejdůležitějších faktů.
- Formulace matematického modelu - ekvivalent v podobě převedení ekonomického modelu do matematických funkcí.
- Výpočet matematického modelu - softwarové řešení úlohy.
- Ekonomická interpretace matematického řešení - formulace problému pro další rozhodování, převedení do podoby pochopitelné pro manažera.

Na příkladu těchto fází můžeme pozorovat, že je literatura interpretuje v různých podobách.

Formulace ekonomického modelu

V této fázi tedy dochází k vymezení a formulaci problému, na základě kterého, pak dochází k dalšímu řešení. V úvahu se bere podstata problému a také vlivy prostředí, kterým se musí řešení v praxi přizpůsobit (např. provoz, vzdálenosti). Model musí být formulován tak, aby jej bylo v následující fázi možné převést do matematické podoby a dále řešit prostřednictvím lineárního programování. (Rais, 2003; Moravcová, Baňářová, 2003)

Ekonomický model musí splňovat několik požadavků, a to přesně vymežit a popsat aktivity (procesy), které vedou k naplnění cíle. Dále také definovat výrobní zdrojů, které jsou v rámci těchto procesů používány, tj. energie, pohonné hmoty a zařízení. Součástí je rovněž sestava technických koeficientů, které definují jednotkovou spotřebu zdrojů, tedy přesné vstupy a očekávané výstupy. Specifikovat je také potřeba tzv. kritéria optimality, které jsou významným ekonomickým ukazatelem, tedy optimální tržbu, zisk, náklady apod. (Moravcová, Baňářová, 2003)

Formulace matematického modelu

Definování matematického modelu se zakládá na převedení ekonomického modelu do podoby matematické úlohy, jak již bylo uvedeno výše. Dle Jablonského (2007) se odvětví operačního výzkumu zabývá řešení úloh pro optimalizaci, což je definice shodující se s charakteristikou lineárního programování. U těchto optimalizačních úloh se však jedná o nacházení extrémů zvolených kritérií proměnných s ohledem na omezené podmínky prostředí, které jsou zadány v podobě lineárních či nelineárních rovnic a nerovnic.

V obecné rovině je matematický model definován následovně:

$$\text{maximalizuj (minimalizuj) } \dots\dots\dots z = f(x)$$

$$g_i(x) \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, k$$

$$g_i(x) = b_i \quad i = k + 1, k + 2, \dots, p$$

$$g_i(x) \geq b_i \quad i = k + p + 1, k + p + 2, \dots, s$$

$$x \geq 0$$

Zdroj: (Gros, 2003, s. 124)

Model lineárního programování je zvláštním typem obecného matematického modelu. Obě funkce (účelová funkce a funkce v soustavě omezujících podmínek) jsou charakterizovány jako funkce optimalizovaných proměnných následovně:

$$\begin{aligned} \max(\min) z &= \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, k \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &= b_i \quad i = k + 1, k + 2, \dots, p \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\geq b_i \quad i = k + p + 1, k + p + 2, \dots, s \\ x_i &\geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Zdroj: (Gros, 2013, s. 124)

Jednotlivé prvky modelu mají jednotnou a ustálenou terminologii:

- x_j (optimalizované proměnné) - dosažení optimální úrovně těchto veličin je podmínkou pro dosažení cíle rozhodování;
- c_j (koeficienty účelové funkce) - ceny zboží, náklady na produkci, fixní náklady, variabilní náklady na jednotku práce atd.
- a_{ij} (koeficienty podmínek) - vyjadřují vztah s podmínkami, které omezují prostředí a dosažení optimálních výsledků jim musí být přizpůsobeno, např. výkon automobilů, spotřeba pohonných hmot apod.
- b_i (kapacity omezení) - omezení v důsledku kapacitních podmínek, např. objem produkce, časové kapacity, požadavky zákazníků na minimální či maximální objem produkce. (Plevný, Žižka, 2010; Gros, 2003) Oba z uvedených autorů terminologii charakterizují shodně, proto ji pro účely práce považujeme za ustálenou.

3.6 Distribuční úlohy

Podle Jablonského (2007) spadají okružní dopravní problémy do kategorie distribučních modelů, které se v rámci lineárního programování řídí specifickým druhem matice A. Jedná se o matici technickoekonomických koeficientů. Rozlišujeme několik typů hlavních distribučních modelů, mezi které patří i okružní dopravní problém.

Od ostatních optimalizačních modelů lineárního programování se distribuční modely liší speciálním typem matice A, matice technickoekonomických koeficientů. Mezi základní typy distribučních modelů patří dále dopravní modely, přiřazovací úlohy a zobecněný distribuční model. (Brožová, Houška, 2002)

U dopravních modelů je účelem nalezení ideálního způsobu pro přepravu (zboží, materiálu apod.). Rozlišují se hlavně různé stupně přepravy, počet mezizastávek (skladů), počet indexů a možných druhů dopravy. Pokud nejsou dopravní prostředky rozlišovány, jedná se o jednostupňovou dopravní úlohu.

Zobecněný dopravní model se liší na základě odlišných převodních koeficientů. Oproti dopravnímu modelu se přepravované zboží na straně dodavatelů uvádí v jiných jednotkách než u odběratelů.

Brožová a Houška (2002) charakterizují přiřazovací úlohu jako úlohu se shodným počtem dodavatelů a odběratelů. Jejím cílem je přiřadit každému dodavateli odběratele tak, aby bylo dosaženo co nejvyšší efektivity. Společně s ODP tyto distribuční modely představují kategorii úloh, jejichž cílem je minimalizovat firmě náklady na přepravu.

Jablonský (2007) však rovněž uvádí tzv. kontejnerový problém, který je definován jako modifikovaný dopravní problém, který se zaměřuje na formulaci dopravního problému. Přeprava se však v praxi realizuje pouze pomocí kontejnerů s kapacitou K jednotek, tudíž se využívají pouze ve zvláštních případech, kdy tomu podmínky v praxi odpovídají.

3.7 Okružní dopravní problém

Okružní dopravní problém, označován také jako „Problém obchodního cestujícího“, anglicky TSP (travelling salesman problem), má řadu možností pro využití, především v oblasti dopravní logistiky (Kučera, 2009), kde se díky němu dá podniku naplánovat okružní trasu s minimálními náklady. Můžeme pomocí něj plánovat rozvoz zboží, pošty anebo okružní jízdu zastávkového autobusu.

S vysokou četností využívání silniční dopravy a rozrůstáním trhů a působení firem v celostátním, mezinárodním i globálním měřítku, se význam dopravní logistiky a distribučních úloh i řešení okružních dopravních problémů neustále zvyšuje. Jeho význam můžeme pozorovat také s rozmachem nakupování po internetu. (Oudová, 2016) Při dovozu

zboží k zákazníkům je dle mého názoru propočten nejvýhodnější trasy pro firmy zabývající se rozvozem zcela zásadní, zejména pro jejich prosperitu a hospodářské výsledky.

Okružní dopravní problém lze definovat jako úlohu aplikované matematiky, která slouží pro praktické využití v dopravní logistice. Prostřednictvím tohoto úkolu firmy vypočítají trasu, po které je potřeba rozvážet zboží tak, aby byly splněny požadavky zákazníků a zároveň minimalizovány náklady společnosti. (Kučera, 2009)

Okružní dopravní problém se soustřeďuje na zodpovězení otázky, jak v praxi dostat zboží k odběratelům co nejúsporněji a nejefektivněji. Nejedná se však o běžnou dopravní úlohu, jelikož má specifické podmínky, a to, že jízda začíná a končí ve stejném bodě a všichni odběratelé musí být navštíveni jednou. Cílem úlohy je tedy navštívení zákazníků v takovém pořadí, aby náročnost cesty byla co nejmenší. V rámci úlohy je minimalizována délka okruhu, čas či náklady (spotřeba). (Holoubek, 2006) Vhodné je tedy naplánovat cestu tak, aby bylo najeto co nejméně kilometrů. Pokud se však trasa musí ujet ve zvláštních podmínkách, např. dopravní zácpa, je třeba trasu optimalizovat i z hlediska času a spotřeby. Delší trasa v takových podmínkách totiž může být pro podnik výhodnější.

Úloha okružního dopravního problému má řadu aplikací v reálném prostředí a potýkají se s ní především podniky, které pravidelně svážejí a rozvážejí určité produkty. (Holoubek, 2006) Reaguje tedy např. na trend internetového obchodování, který souvisí s rozmachem rozvozu a využíváním služeb rozvozových firem, které zboží doručují přímo na adresu zákazníků. Okruhy se tak mění každý den v závislosti na počtu doručovaných zakázek a míst, kde mají být během rozvozu doručeny.

S okružními dopravními problémy se v praxi dále využívá v případech, kdy je třeba rozvézt určitý materiál od jednoho nebo více dodavatelů k většímu množství spotřebitelů nebo naopak. Právě díky výpočtu okružní trasy firma směřuje k naplnění svých vnitřních logistických cílů a minimalizuje své náklady, protože dodavatel nemusí absolvovat každou cestu ke spotřebiteli samostatně, ale uspoří peněžní prostředky tím, že si vypočítá nejvýhodnější okružní trasu, která pokryje každého spotřebitele, který zboží od dodavatele očekává. (Šubrt, 2015)

Jednookruhový dopravní problém

Jednookruhový dopravní problém stručně označujeme jako okružní dopravní problém, spočívá v tom, že všechna místa mají být obsluhována pouze jedním okruhem. (Šubrt, 2015) Typickým představitelem této úlohy je vypočtení trasy autobusu nebo jiného prostředku hromadné dopravy, u kterého se řeší tzv. okružní jízda, v rámci které, objíždí jednotlivé zastávky na okruhu. Tyto zastávky zároveň musí odpovídat potřebám cestujících (zákazníků), tedy je nutné splnit podmínku času, dostupnosti apod.

Obecná formulace jednookruhového ODP je následující: Subjekt přepravy potřebuje navštívit každý bod (zastávku) $M_1, M_2, M_3 \dots M_n$. Začátek jeho trasy je v bodě M_0 a každou zastávku potřebuje navštívit pouze jednou. Pořadí, ve kterém navštíví zastávky není významné, přičemž zná vzdálenost mezi každými dvěma zastávkami a jeho cílem je najít trasy s minimální vzdáleností. (Cook, 2012; Kučera, 2009) Další adaptace pak připouští hledisko jiné než vzdálenost, např. náklady nebo čas. Toho může být využito zejména v případech cest ve městech s hustým provozem, kdy volba delší trasy s menším provozem, může ušetřit čas i náklady.

Okružní problém lze počítat také pomocí teorie grafu, kde může být požadavek projít všechny uzly nahrazen požadavkem projít všechny hrany. Takováto úloha bývá označována jako problém čínského listonoše, neboť ji poprvé formuloval čínský matematik Kuan M-K. (Kučera, 2009)

Obecná formulace ODP v této podobě zní, že listonoš začíná na poště (výchozí bod), odkud vezme všechny dopisy, které musí roznést a poté se vrátit zpět na poštu, přičemž jeho cílem je urazit co nejmenší vzdálenost. Graf pak představuje celé město, kde ulice jsou zastoupeny hranami a křižovatky jsou znázorněny jako uzly.

Pomocí Johnsova algoritmu lze tyto grafy vyřešit právě tehdy, pokud je model orientovaný, tj. každá ulice má daný směr, kterým listonoš musí projít nebo naopak pokud je neorientovaný, tj. kdy listonoš může ulici projít libovolným směrem. Pokud v jednom modelu se nějaké hrany (ulice) dají projít libovolným směrem a některé naopak mají jasně daný směr, tak úlohu kvůli složitostmi v podstatě není možné vyřešit. (Kučera, 2009)

Víceokruhový dopravní problém

Tento typ dopravního problému organizuje a dělí rozvozy a svozy zboží do více okruhů, přičemž každý okruh začíná a končí v místě centrálního uzlu, tedy výchozí sklad či jiný prostor firmy. Potřeba řešit víceokruhový okružní dopravní problém (VODP) vychází zpravidla z kapacitních a časových omezení, kdy je omezen úložný prostor automobilů a čas rozvozu. Některé zboží může být dováženo pouze v omezených podmínkách, např. čerstvé pečivo se musí doručit před otevírací dobou do obchodů a je tedy potřeba zkrátit dobu rozvozu. (Šubrt, 2015)

Řešení úlohy s kapacitním omezením rozvozu patří mezi nejčastější varianty VOPD, které se v praxi řeší. V rámci této úlohy je potřeba zajistit, aby sestavený okruh vedoucí z výchozího bodu nepřesahoval kapacitu vozidla, které je na trase použito. Tato kapacita bývá vyjádřena váhou, počtem kusů zboží, objemem, který je třeba zaplnit. Délka trasy má být z hlediska využitých zdrojů co nejefektivnější s ohledem na možnosti, které vozidlo poskytuje. (Šubrt, 2015)

V praxi se mnohem častěji setkáváme s víceokruhový problémy, ty se dělí dle typu omezení. Shodný mají většinou tzv. centrální uzel neboli stanoviště, kterým musejí všechny okruhy procházet. (Kučera, 2009)

3.8 Matematické řešení ODP

V úloze okružního dopravního problému je zadán výchozí bod, který je ústředním místem, z něhož vyjíždí nebo vychází objekt přepravy. Cílem objektu přepravy je vyjet z daného místa, navštívit všechny stanovené body v okruhu a následně se vrátit na ústřední místo, odkud vyrazil, např. sklad, sídlo firmy, pošta. V okruhu (n) může subjekt přepravy přejíždět na zadaná místa v libovolném pořadí, žádné z nich však nesmí navštívit dvakrát. Subjekt přepravy pak vytváří cyklus (okruh) tím, že se vrací do stejného stanoviště, ze kterého vyjel. Jedná se o bod označovaný M_0 .

Úkolem okružního dopravního problému je pak najít optimální trasu z hlediska stanovené veličiny, konkrétně času, nákladu či ujetých kilometrů. V rámci řešení úlohy ODP je cílem nalézt nejvhodnější okruh pro subjekt přepravy, který vyjíždí z bodu M_0 a po ujetí daného okruhu se do něj opětovně vrací.

ODP se řeší prostřednictvím binárních proměnných „ x_{ij} “ s hodnotami 0 nebo 1. Pro ODP je vzhledem ke stanovení bodu M0 platná rovnost, kdy „ $x_{ij} = 0$.“ Opačným případem je „ $x_{ij}=1$,“ kdy subjekt přepravy vyjíždí z místa A do místa B, což pro ODP neplatí.

V modelu ODP se nachází stejné podmínky o sloupcových a řádkových součtech jako u řešení přiřazovacího problému, kde jsou rovny 1. Účelová funkce pak minimalizuje vzdálenost, popř. jinou veličinu optimalizace z hlediska které je ODP řešena. Od přiřazovacího problému je poté odlišuje podmínkou, která zaručuje vytvoření jediného okruhu, kdy všechna navštívená místa „ n “ musí být jeho součástí. Vytvoření několika dílčích okruhů je v ODP přípustné pouze při řešení víceokruhové úlohy.

Dalšími využívanými proměnnými jsou „ δ_i “ které se pohybují v hodnotách od 0 do „ $n-1$.“ Jedná se o pořadí míst, ve kterém je subjekt přepravy postupně navštíví. Výchozí bod M0 má předem stanoveno pořadí 0 a ostatní místa své pořadí získají po vyřešení úlohy ODP.

Matematický zápis okružního dopravního problému:

Minimalizovat

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} * x_{ij}$$

za podmínek:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

$$\delta_i - \delta_j + n * x_{ij} \leq n - 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 2, 3, \dots, n,$$

$$x_{ij} = 0(1), \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Zdroj: (Šubrt, 2015)

Model počítá s binárními proměnnými „x_{ij}“ a proměnnými „δ_i“ které označují pořadí navštívení jednotlivých míst/ bodů. Omezující podmínky zajišťují řádkové a sloupcové počty a brání vzniku smyček a cyklů. Počet omezujících podmínek je stejný jako počet proměnných.

3.9 Metody řešení jednookruhové ODP

Okružní dopravní problém (ODP) nelze vypočítat žádnou efektivní metodou, a tak se pro výpočet využívají aproximační neboli heuristické metody, které nám udávají sice velmi dobré řešení, pro maximalizaci maximální, pro minimalizaci minimální, ale nezaručují, že řešení pomocí těchto metod je optimální, tedy nejlepší možné. U většiny těchto metod je odhad odchylky hodnoty účelové funkce a optimální hodnoty účelové funkce poměrně veliký, nicméně v praxi jsou i přes to takové výsledky uspokojivé. (Pelikán, 2001) Okružní dopravní úlohy lze řešit právě těmito způsoby:

- **Metody vytvářející řešení** (jsou konstruovány od začátku, není zde žádná výchozí situace)
- Metody se **sekvenčním postupem** (začínají pracovat lokálně a odtud se následně rozšiřují)
- Metody s **paralelním postupem** (začnou pracovat na více místech najednou a jednotlivé části poté spojí v jedno)
- **Metody zlepšující** (je jim přiřazeno nějaké výchozí řešení, situace a to se poté následně snaží zlepšit všemi možnými prostředky)

Existují však také metody exaktní, které umožňují nalezení veškerých možností, z nichž je následně vybrána nejvýhodnější varianta s přesnou určitostí. Nelze však tímto způsobem pracovat se složitějšími a obsáhlými úlohami, jelikož podobné řešení např. pro několik tisíc uzlů nelze nalézt v reálném čase. Exaktní řešení je proto vhodné pouze pro úlohy jednoduché. (Tooth, Vigo, 2002) Metody jednookruhového řešení ODP mají za cíl najít optimální okružní trasu pro jeden konkrétní subjekt přepravy cestující z výchozího bodu M₀. (Cook, 2012)

Metoda nejbližšího souseda

Metoda se zakládá na jednoduchém předpokladu, že nejvhodnější bod pro pokračování cesty je ten, který je poslednímu navštívenému místu nejbližší a zároveň ještě nebyl navštíven. Tato poměrně snadná úvaha se však pojí s komplikacemi v průběhu výpočtu, zejména v jeho pozdějších fázích. Metoda totiž počítá pouze s jediným krokem vpřed. Výsledky jsou zpravidla příznivé v prvních fázích výpočtu, pozdější potíže však nastávají s přiřazováním dlouhých cest zpět, kdy začíná být ignorován princip okruhu a nejkratší možné vzdálenosti. (Kučera, 2009; Cook, 2012)

Metoda nejbližšího souseda vychází z úvahy, že ideální další bod cesty je ten, který je nejbližší poslednímu zvolenému bodu a zároveň zatím není součástí cesty. V prvních krocích výpočtu obvykle poskytuje nadějně výsledky, ale s přibývajícými kroky často nastávají problémy a začnou být zařazovány dlouhé zpětné cesty. Značný nárůst trasy v dalších fázích výpočtu je z toho důvodu, že metoda nejbližšího souseda uvažuje pouze 1 krok vpřed (Cook, 2012).

Metoda nejbližšího souseda se řadí mezi heuristické metody, které jsou výhodné z časového a výpočetního hlediska, které je oproti jiným metodám snadnější. Nalezené řešení zde však nemusí být optimální a pro subjekt přepravy naopak znamenat zvýšení nákladů i času. (Šubrt, 2005)

Metoda hladových algoritmů

Metoda do velké míry podobná metodě nejbližšího souseda, jelikož konečné řešení spočívá ve spojení několika dílčích částí úlohy. Podobně jako u metody nejbližšího souseda jsou za pomoci algoritmů nacházeny dobré výsledky, ovšem s přibývajícými body a nutností spojovat dílčí části se řešení úlohy komplikuje a výsledky přestávají být uspokojivé. Kritickým bodem bývá zejména koncové propojení, kvůli kterému je tato metoda zastaralá i oproti metodě nejbližšího souseda. (Cook, 2012)

Komplikace spojené s metodou hladových algoritmů i metodou nejbližšího souseda naznačují, že je nutné k řešení ODP přistupovat komplexně. Důležité je chápat řešený okruh jako jedinou úlohu a nikoli jako propojení dílčích úloh. Méně komplexně metody mohou být dle mého názoru využity u snadných jednookruhových úloh s nízkým počtem bodů, které subjekt přepravy navštíví. Řešení takové úlohy pak může naznačovat již pouhá

logická úvaha. Pro řešení složitějších ODP je zapotřebí využít modernější a více komplexní metody, které dokáží pracovat i s vysokým počtem proměnných jako jedním celkem.

Švastova metoda

Metoda se zakládá na principech přiřazovacího problému. Nejprve se provede primární řádková a sloupcová redukce, přičemž v každém řádku a sloupci musí být alespoň jedna nula. Množiny jsou vybírány na základě toho, že je přidána nula, která tvoří co nejkratší cyklus s dosud nezařazenými množinami. Vybrané nuly se pak pokryjí krycími liniemi dle Königovy věty. Nepokryté nuly, které nespádají do množiny nezávislých nul jsou dočasně nahrazeny prohibitivními sazbami a následně je provedena sekundární redukce. Prohibitivní sazby jsou opětovně nahrazeny nulami a opakují se iterace, dokud není vytvořen cyklus. (Kučera, 2009)

Christofildova metoda

Metoda vznikla v rámci spojení práce N. Cristofilda s prací Edmondova a Eulera. Došlo k vytvoření tzv. perfektního párování, kdy byla přidána množina hran tak, aby jedna nová hrana vycházela z každého nového vrcholu, čímž dojde k eliminování lichých vrcholů grafu. Následně je možné vést Eulerův tah grafem (převod Eulerova tahu na cestu). Výsledek ODP s využitím této metody může být maximálně 1,5 násobek optimální trasy, zpravidla však bývá dosaženo výsledku lepšího. (Cook, 2012; Šubrt, 2015).

Clark-Wrightova metoda

Clark-Wrightova metoda nazývaná také jako „savings method“ nebo „metoda výhodnostních čísel“ patří mezi nejstarší metody řešení ODP. Nejprve je sestavena matice výhodnostních čísel neboli matice nejmenších vzdáleností mezi jednotlivými místy. Při výpočtu se následně každý z uzlů označuje jako výchozí bod M. Čísla jsou uspořádána od nejmenšího po největší a na základě roztříděných čísel jsou poté vzniká výsledný okruh spojením jednotlivých uzlů (míst). (Kučera, 2009) Metoda bývá někdy stále využívána v praxi. (Šubrt, 2015)

Metoda větví a hranic

Metoda se řadí mezi exaktní způsoby řešení ODP, jejichž výhodou je možnost prověřovat veškeré varianty, mezi nimiž se pak vybírá ta nejvhodnější. Potíží však je, že v běžném

čase je možné pracovat pouze na méně složitých úlohách, jelikož řešení tolika kombinací u složitých úloh není možné dosáhnout v reálném čase. (Janáček, 2002)

„Techniky zkoumání se v různých aplikacích metody odlišují, avšak vždy sledují horní, resp. dolní hranici hodnot účelové funkce pro každou vzniklou podmnožinu přípustných řešení.“ (Plevný, 2010, str. 157)

Metoda větví a hranic se zakládá na opakování operace větvení a omezování. Prostřednictvím větvení dochází k rozpadu na podmnožiny, z nichž je každé určena dolní mez, na základě čehož lze nalézt podmnožiny, které s největší pravděpodobností obsahují optimální řešení. Nepravděpodobné množiny jsou vyloučeny z dalšího zkoumání. Pro účely dalšího větvení je pak vybrána podmnožina s nejnižší dolní mezí. Metoda má za cíl nalézt řešení, pro něž je dolní mez podmnožin menší než hodnota účelové funkce. Výsledkem pak je nalezení optimálního řešení. (Toth, Vigo, 2002)

Vogelova aproximační metoda

Metoda označována také jako „loss method“ nebo „metoda ztrát,“ se zakládá na využití relativní výhodnosti pro obsazování jednotlivých polí, nikoli na výhodnosti absolutní. Jedná se o diferenci dvou nejvýhodnějších sazeb v počítaném sloupci nebo řádku. Vypočítané difference (rozdíly) pak představují velikost potenciální ztráty v případě využití druhé nejvýhodnější varianty. (Janáček, 2002) Dané řešení nabízí dle Šubrt (2015) optimální a přesné výsledky, jelikož zde můžeme vidět nejen optimální řešení, ale také potenciální ztráty v případě uplatnění jiné varianty. Patří mezi exaktní formy řešení ODP.

3.10 Metody řešení víceokruhové ODP

Existují i úlohy, které řeší víceokruhové ODP jako komplexní úlohu. Prostřednictvím těchto metod jsou jednotlivé body vedoucí z jediného výchozího bodu M_0 rozděleny do skupin, které vytváří samostatné jednookruhové metody řešení pomocí metod uvedených v předchozí podkapitole. (Šubrt, 2015)

Sweep algoritmus

Sweep algoritmus se řadí do skupiny metod primárního shlukování a víceokruhový problém je zde nejprve zjednodušen díky vytvoření skupin, do kterých se zařadí jednotliví zákazníci, přičemž musí být dodržena přiměřená vzdálenost mezi uzly a kapacitní omezení

(např. maximální množství zboží ve voze). Řešitel úlohy nejprve vybírá volný zdroj (vozidlo), poté jednotlivé uzly přiřazuje podle vrcholů s nejmenším úhlem a pokračuje, dokud nevyčerpá kapacitu zdroje (vozidla). (Janáček, 2002)

Dále pokračuje využitím metod řešení jednookruhových ODP, kdy opět dochází k přesnému seřazení jednotlivých odběrových míst, které subjekt přepravy navštíví. V závěru může řešitel některé blízké vrcholy u jednotlivých okruhů vyměnit, pokud tím dojde k požadované úspoře. (Janáček, 2002)

Kromě matematické aplikace existuje v rámci Sweep algoritmu i řešení formou geometrické interpretace s využitím rotujících polopřímek, které mají počátek ve výchozím bodě M_0 . Pokud uzel protne přímka rotující proti směru hodinových ručiček, zařadí se do užší skupiny, která je poté řešena v rámci jednookruhové ODP. (Cook, 2012)

Mayerova metoda

Dle Mayerovy metody se jednotlivé rozvozy dělí do skupin sekvenčně a každá skupina pak následně tvoří samostatný okruh, který začíná a končí ve výchozím bodě. (Janáček, 2002) Soustřeďuje se tedy na řešení úlohy při možnosti využití většího množství kapacit (např. vozů). V praxi tak může být služba s využitím ODP realizována kvalitněji a rychleji, např. s využitím tří vozů na třech okruzích budou balíky rozvezeny k zákazníkům během několika hodin, zatímco s využitím jediného řidiče by ten samý rozvoz mohl trvat celou směnu. (Cook, 2012)

Nevýhodou je, že Mayerova metoda nenachází řešení při kapacitním omezení, počet okruhů musí být roven počtu kapacit (např. vozů a řidičů). Jednotlivé okruhy jsou dále optimalizovány s využitím metod výpočtu jednookruhového ODP, tedy dochází k přesnému seřazení míst určení (uzlů) v každém samostatném okruhu. (Šubrt, 2015).

Fernandez de la Vega – Luekerova metoda

Metoda bývá využívána u kapacitně omezených víceokruhových ODP a řeší problém rozmístění počtu uzlů (bodů) určených kapacitními požadavky nákladu (např. váha, objem, počet balíků). Cílem metody je dosáhnout minimálního počtu okruhů s využitím stejné kapacity, tj. maxima, které automobil uveze. (Cook, 2012) Metoda je vhodná pro řešení úloh firem s vysokým vytížením tak, aby co nejvíce využily své kapacity a nemusely tak

využívat nadměrné množství zdrojů. Úspora se projevuje v nákladech na pohonné hmoty a lidské zdroje. (Šubrt, 2015)

Na základě rozdělení vah jsou položky s velkou vahou rozmístěny optimálně do okruhů a položky malé váhy se poté rozřazují mezi jednotlivé vozy s využitím metody first fit. Fernandez de la Vega – Luekerova metoda (FVL) lze aplikovat z hlediska měření kapacit i vzdálenosti. Modifikace metod se odráží v rozmístění malých uzlů v řešení, kdy kapacitní řešení nejprve uspořádá okruhy s velkými kapacitami podle jejich počtu vzestupně a sestupně pak přidává místa s malými kapacitami. Při modifikaci s upřednostněním vzdálenosti jsou vybírány malé uzly z nejvzdálenějších míst od výchozího bodu M0 a zařazují se do okruhů vozidel dostatečnou kapacitou, které jsou danému místu nejbližší. (Kučera, 2009)

U této metody si můžeme povšimnout, že je velmi komplexní a počítá s víceokruhovou úlohou jako jedním celkem. Kromě toho bere v potaz nejen vzdálenosti, ale také kapacity jednotlivých vozů. Naproti tomu se její řešení jeví jako poměrně složité a je zapotřebí k němu získat podrobné informace jako počet vozů, kapacity vozů z hlediska objemu a váhy, váhové a objemové rozměry jednotlivých zásilek apod. (Janáček, 2002)

4 Vlastní práce

Vlastní část bakalářské práce řešení okružní dopravní problém ve firmě Filtermac s.r.o. Problém bude metodicky popsán ve třech hlavních fázích, jejichž cílem je problém správně popsat vyřešit, nakonec ho ekonomicky zhodnotit pro potřeby firemní praxe.

4.1 Fáze Intelligence

První fáze se zabývá představením firmy a jejího okružního dopravního problému, uvádí také současný stav řešení problematiky ve firmě.

Představení firmy

Firma Filtermac, s.r.o. se sídlem v Praze, byla založena v roce 2014 Martinem Václavíkem. V současnosti se řadí mezi přední firmy, dodávající automaty na vodu s filtry jako alternativu k balené vodě. Tyto automaty distribuují do škol, kanceláří, ale také do měst, aby mohly být přístupné všem občanům. Firma Filtermac s.r.o. využívá jako zdroj vodu z vodovodu, kterou pomocí čistící sítky, UV lampy a kompozitních uhlíkových filtrů upraví na vodu té nejvyšší jakosti.

Firma Filtermac působí i na ČZU, ČVUT ale také na dalších univerzitách mimo Prahu v rámci projektu „Voda pro lidi.“ V jejich areálech provozuje své automaty na vodu s filtry, ke kterým si stačí pouze donést vlastní láhev a mikrofiltrovanou vodu si načepovat. Lze také vybírat ze sycené či nesycené vody. Filtermac provozuje automaty na vodu na celkem 21 místech v ČR, z čehož 19 stanovišť je v Praze. V rámci projektu „Voda pro lidi“ automaty fungují na univerzitách zdarma, a to právě díky sponzorům jako například *Slevomat, Cetin, Home Credit, Siemens* a další.

Charakteristika okružního dopravního problému

Firma Filtermac s.r.o. nejen distribuuje automaty s filtry na pitnou vodu, ale také se stará o jejich servis. Problém zde spočívá v tom, že objíždí stanoviště s automaty a čistící sítky na vodu pravidelně kontroluje a mění. U každého automatu se doba výměny liší v závislosti na tom, jak moc je vytížen. V oblasti Prahy, zejména ve školách, je nutno filtry měnit každých 14 dní.

Technik je v rámci této služby najat externě, mění filtry u 19 automatů, na 9 stanovištích a výměna filtru u jednoho automatu trvá přibližně 15 minut. Náklady na práci technika jsou přibližně 750 Kč na 1 obsluhu automatu, dále je mu propláceno 7 Kč za 1 km, za palivo a amortizaci, neboť v rámci pracovní povinnosti využívá své vozidlo Volkswagen Caddy.

V průměru jsou náklady na 1 automat celkově 4 500 Kč měsíčně.

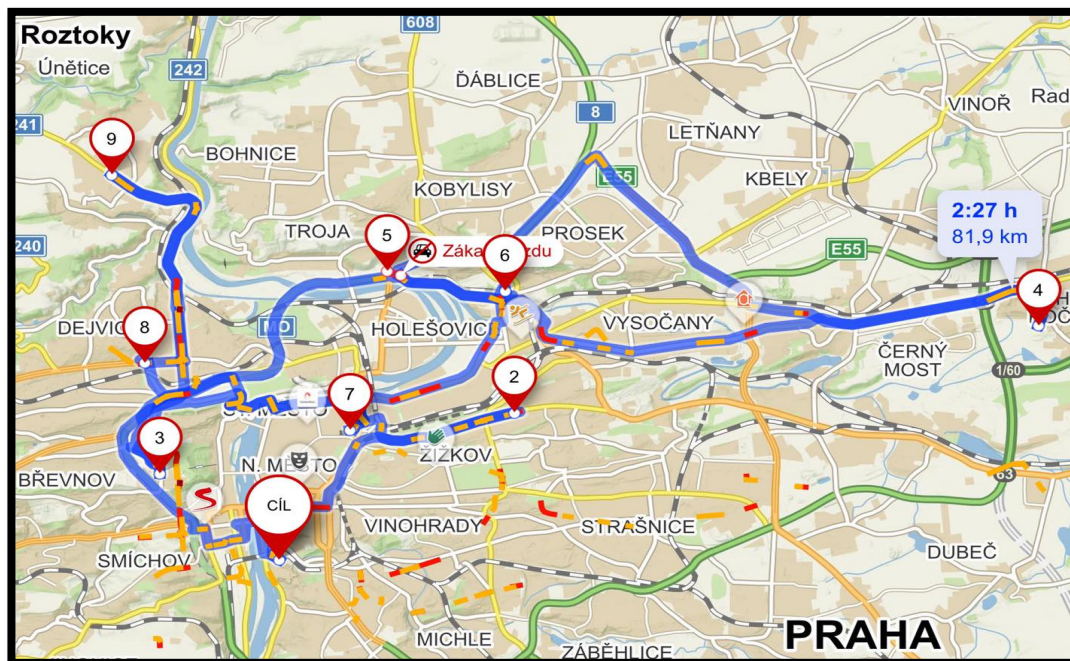
V rámci této práce je optimalizována okružní trasa technika, který filtry mění. Je vypočtena konkrétní peněžní úspora mezi jednotlivými okruhy a mimo jiné je také zhodnoceno, zda by se firmě vyplatilo technika zaměstnat na hlavní pracovní poměr či je ekonomicky výhodnější jej využívat nadále externě. Dále také bude porovnána původní trasa technika s nově navženými trasami pomocí níže uvedených metod.

Jedná se o jednookruhový dopravní problém a není zde žádné kapacitní omezení.

Současné řešení ODP ve firmě

V rámci okruhu technik musí obsloužit během jedné jízdy tato místa: *Vratislavova ulice, Koněvova, Vaničkova, Na Chvalce, Pátkova, Lindnerova, Na Florenci, Thákurova, Kamýcká*. Celkem se jedná o 19 automatů k údržbě. Trasu, která vede z Vratislavovy do Koněvovy ulice a dále do ulice Vaničkova, Na Chvalce, Pátkova, Lindnerova, Na Florenci, Thákurova, Kamýcká a poté zpět do Vaničkovy ulice, si řidič naplánoval sám. Na této trase ujede 81,9 km a na cestě stráví přibližně 2 hodiny a 27 minut. Vycházíme-li z průměrné doby obsluhy jednoho automatu, lze vypočítat, že obsluha 19 automatů mu zabere přibližně 4 hodiny a 45 minut.

Obrázek 1 Mapa původní trasy technika



Zdroj: vlastní vyznačená trasa v Google maps, 2021

Tabulka 1 znázorňuje jednotlivé vzdálenosti mezi místy, které technik v rámci své cesty musí obslužit. Veškeré vzdálenosti jsou uvedeny v kilometrech a čísla záměrně nejsou zaokrouhlována v rámci zachování co nejvyšší přesnosti výpočtu.

Tabulka 1 Vzdálenosti mezi body na mapě

nejrychlejší trasa	Thákurova	Kamýcká	Koněvova	Pátkova	Na Chvalce	Vaničkova	Na Florenci	Lindnerova	Vratislavova
Thákurova	x	5,2	12,7	7,5	21,1	3,7	6,5	9,1	8,1
Kamýcká	5,2	x	10,7	11,8	25,4	8,3	9	12,8	12,9
Koněvova	8	12,3	x	6,9	12,2	8,9	2,6	4,4	5,3
Pátkova	7,6	11,2	6,6	x	13,2	8,5	4,9	3	8
Na Chvalce	22,1	25,7	11,3	13,2	x	23	13,9	11,7	22,7
Vaničkova	3,8	8,1	13,7	8,5	22,2	x	7,1	10	5,6
Na Florenci	6,1	9,6	2,6	4,4	13,8	7,5	x	4,8	5,7
Lindnerova	9,8	13,4	4,6	3,1	13,5	11,8	4,8	x	10,1
Vratislavova	7,3	11,8	5,3	7,6	23,1	5,8	4,6	8,1	x

Zdroj: vlastní zpracování

4.2 Fáze Design

Hlavní fáze obsahuje jednotlivá řešení pomocí vybraných metod. Byly vypočítány tři dopravní okruhy prostřednictvím Vogelovy aproximační metody, metody výhodnostních čísel a metody nejbližšího souseda.

Výpočet pomocí Vogelovy aproximační metody

V Tabulce 2 je znázorněn první krok výpočtu Vogelovy aproximační metody, která spočívá v tom, že se vypočítají difference pro každý sloupec a každý řádek. V řádku a sloupci se vždy vyberou dvě nejmenší čísla a vzájemně se odečtou tak, aby vyšlo kladné číslo. Poté se z daného kroku difference vybere nejvyšší číslo (z řádku či sloupce), tedy největší difference. Daný sloupec nebo řádek se zvolí, neboť právě v něm bude nejvýhodnější vybírat trasu zařazenou do okruhu. Z daného řádku či sloupce se poté vybere nejvýhodnější (nejkratší) vzdálenost.

Jelikož se jedná o okružní úlohu, je zároveň zvolený řádek vyškrtnut, neboť řidič ze zvoleného místa se už nikam nepojede. Do místa příjezdu se odjinud také nepojede, proto zároveň vyškrťávám i sloupec. Dále se vyškrtně buňka, která by předčasně uzavírala okruh. Postupným vyškrťáváním dojde k nalezení nejlepší možné trasy dle Vogelovy aproximační metody.

V tomto případě byl vybrán řádek „Kamýcká“ (největší difference 3,1- zvýrazněno žlutou barvou) a sloupec s hodnotou 5,2 - nejmenší hodnota (zvýrazněno zelenou barvou) - „Thákurova“. Zároveň se také sloupec „Thákurova“ a řádek „Kamýcká“ spolu s buňkou „Thákurova – Kamýcká“, která by předčasně uzavírala okruh, vyškrtnut.

Tabulka 2 Postup dle Vogelovy aproximační metody

nejrychlejší trasa	Thákurova	Kamýčká	Koněvova	Pátkova	Na Chvalce	Vaničkova	Na Florenci	Lindnerova	Vratislavova	1.krok dif.
Thákurova	x	5,2	12,7	7,5	21,1	3,7	6,5	9,1	8,1	1,5
Kamýčká	5,2	x	10,7	11,8	25,4	8,3	9	12,8	12,9	3,1
Koněvova	9,2	12,3	x	6,9	12,2	8,9	2,6	4,4	5,3	1,8
Pátkova	7,6	11,2	6,6	x	13,2	8,5	4,9	3	8	1,9
Na Chvalce	22,1	25,7	11,3	13,2	x	23	13,9	11,7	22,7	0,4
Vaničkova	3,8	8,1	13,7	8,5	22,2	x	7,1	10	5,6	1,8
Na Florenci	6,1	9,6	2,6	4,4	13,8	7,5	x	4,8	5,7	1,8
Lindnerova	9,8	13,4	4,6	3,1	13,5	11,8	4,8	x	10,1	1,5
Vratislavova	7,3	11,8	5,3	7,6	23,1	5,8	4,6	8,1	x	0,7
1.krok dif.	1,4	2,9	2	1,3	1	2,1	2	1,4	0,3	

Zdroj: vlastní zpracování

V Tabulce 3 je znázorněn poslední krok výpočtu pomocí Vogelovy aproximační metody. Celkem bylo použito 7 kroků výpočtu diferencí. V posledním kroku zde byla vybrána nejvyšší diference s hodnotou 17,1 ve sloupci „Vratislavova“ a s nejmenší hodnotou vzdálenosti 5,6 v řádku „Vaničkova“. Tímto posledním krokem se také zároveň uzavírá okruh.

Tabulka 3 Kompletní výpočet dle Vogelovy aproximační metody

nejrychlejší trasa	Thákurova	Kamýčká	Koněvova	Pátkova	Na Chvalce	Vaničkova	Na Florenci	Lindnerova	Vratislavova	1.krok dif.	2.krok dif.	3.krok dif.	4.krok dif.	5.krok dif.	6.krok dif.	7.krok dif.
Thákurova	x	5,2	12,7	7,5	21,1	3,7	6,5	9,1	8,1	1,5	2,8	x	x	x	x	x
Kamýčká	5,2	x	10,7	11,8	25,4	8,3	9	12,8	12,9	3,1	x	x	x	x	x	x
Koněvova	9,2	12,3	x	6,9	12,2	8,9	2,6	4,4	5,3	1,8	1,8	1,8	0,9	0,9	x	x
Pátkova	7,6	11,2	6,6	x	13,2	8,5	4,9	3	8	1,9	1,9	1,9	1,9	3,1	3,2	x
Na Chvalce	22,1	25,7	11,3	13,2	x	23	13,9	11,7	22,7	0,4	0,4	0,4	1,5	2,2	8,8	3
Vaničkova	3,8	8,1	13,7	8,5	22,2	x	7,1	10	5,6	1,8	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
Na Florenci	6,1	9,6	2,6	4,4	13,8	7,5	x	4,8	5,7	1,8	1,8	1,8	x	x	x	x
Lindnerova	9,8	13,4	4,6	3,1	13,5	11,8	4,8	x	10,1	1,5	1,5	1,5	1,7	x	x	x
Vratislavova	7,3	11,8	5,3	7,6	23,1	5,8	4,6	8,1	x	0,7	0,7	0,7	3	3,5	7,2	7,2
1.krok dif.	1,4	2,9	2	1,3	1	2,1	2	1,4	0,3	60,1						
2.krok dif.	x	1,5	2	1,3	1	2,1	2	1,4	0,3							
3.krok dif.	x	1,6	2	1,3	1	x	2	1,4	0,3							
4.krok dif.	x	0,6	x	3,8	1	x	0,2	1,4	0,3							
5.krok dif.	x	0,6	x	x	1	x	0,3	3,7	0,3							
6.krok dif.	x	0,6	x	x	9	x	2,5	x	2,4							
7.krok dif.	x	13,9	x	x	x	x	2,5	x	17,1							

Zdroj: vlastní zpracování

Obrázek 2 zobrazuje okruh. Který byl vypočten pomocí Vogelovy metody.

Obrázek 2 Optimalizovaný okruh č. 1 – start ulice Kamýcká

Okruh: Kamýcká – Thákurova – Vaničkova – Vratislavova – Na Florenci -Koněvova – Lindnerova – Pátkova – Na Chvalce – Kamýcká

Zdroj: vlastní zpracování

Samotným výpočtem nevyšel počátek okruhu v ulici Vratislavova. V praxi je však stanoven požadavek, že trasa musí vždy začínat i končit v ulici Vratislavova. Okružní trasu lze přepsat s dodržáním posloupnosti jednotlivých míst tak, aby okruh začínal právě v ulici Vratislavova jako na Obrázku 3.

Obrázek 3 Optimalizovaný okruh č. 1 – start ulice Vratislavova

Okruh: Vratislavova - Na Florenci - Koněvova - Lindnerova - Pátkova- Na Chvalce - Kamýcká - Thákurova - Vaničkova - Vratislavova

Zdroj: vlastní zpracování

Obrázek 4 prezentuje mapu vypočteného okruhu pomocí Vogelovy aproximační metody začínajícího a končícího v ulici Vratislavova.

Obrázek 4 Optimalizovaný okruh č. 1 – start ulice Vratislavova, mapa



Zdroj: vlastní vyznačená trasa v Google maps, 2021

Pomocí Vogelovy aproximační metody byla nalezena nová trasa, která je dlouhá celkem **68,1 km** a technik tento okruh ujede přibližně za **2 hodiny a 2 minuty**. **V porovnání s původním okruhem je nově nalezená trasa výhodnější o 13,7 km a s časovou úsporou 25 minut.** Trasa vede z ulice Vratislavova do ulic *Na Florenci, Koněvova, Lindnerova, Pátkova, Na Chvalce, Kamýčká, Thákurova* a poté zpět do ulice Vratislavova.

Tabulka 4 Ekonomická úspora - porovnání původní a okruh č. 1

	Počet min.	Počet km	Cena okruhu Kč	Cena celkem	Uspora celkem za okruh	Měsíční úspora Kč
Původní okruh	147	81,9	573,30 Kč	2 235,79 Kč		
Okruh č. 1	122	68,1	476,70 Kč	2 139,19 Kč	96,60 Kč	193,20 Kč

V Tabulce 4 je vypočtena konkrétní úspora na počet km vůči původní trase.

Zdroj: vlastní zpracování

Pokud firma Filtermac s.r.o v praxi využije okruh vypočtený pomocí Vogelovy metody, v rámci jednoho okruhu ušetří 96,60 Kč, měsíčně pak 193,20 Kč.

V rámci Vogelovy metody bylo ve 3. kroku difference možné vybrat ještě jinou trasu. Její výpočet je možné vidět v Tabulce 5. **Tato trasa má celkem 70,6 km a technikovi by trvala přibližně 1 hodinu a 51 minut.** Na Obrázku 5 je znázorněn okruh této trasy, na Obrázku 6 mapa této trasy. V Tabulce 6 je znázorněna ekonomická úspora této trasy v porovnání s okruhem č. 1 a původní trasou.

Tabulka 5 Alternativní trasa dle Vogelovy aproximační metody

nejrychlejší trasa	Tháškurova	Kamýčká	Koněvova	Pátkova	Na Chvalce	Vaničková	Na Florenci	Lindnerova	Vratislavova	1.krok dif.	2.krok dif.	3.krok dif.	4.krok dif.	5.krok dif.	6.krok dif.	7.krok dif.
Tháškurova	x	5,2	12,7	7,5	21,1	3,7	6,5	9,1	8,1	1,5	2,8	x	x	x	x	x
Kamýčká	5,2	x	10,7	11,8	25,4	8,3	9	12,8	12,9	3,1	x	x	x	x	x	x
Koněvova	8	12,3	x	6,9	12,2	8,9	2,6	4,4	5,3	1,8	1,8	1,8	x	x	x	x
Pátkova	7,6	11,2	6,6	x	13,2	8,5	4,9	3	8	1,9	1,9	1,9	3,6	x	x	x
Na Chvalce	22,1	25,7	11,3	13,2	x	23	13,9	11,7	22,7	0,4	0,4	0,4	0,4	1,9	9,5	x
Vaničková	3,8	8,1	13,7	8,5	22,2	x	7,1	10	5,6	1,8	1,5	1,5	2,9	2,9	2,9	16,6
Na Florenci	6,1	9,6	2,6	4,4	13,8	7,5	x	4,8	5,7	1,8	1,8	1,8	0,4	1,3	3,9	3,9
Lindnerova	9,8	13,4	4,6	3,1	15,5	11,8	4,8	x	10,1	1,5	1,5	1,5	1,5	5,5	x	x
Vratislavova	7,3	11,8	5,3	7,6	23,1	5,8	4,6	8,1	x	0,7	0,7	0,7	2,3	2,3	4,2	11,3
1.krok dif.	1,4	2,9	2	1,3	1	2,1	2	1,4	0,3	70,6						
2.krok dif.	x	1,5	2	1,3	1	2,1	2	1,4	0,3							
3.krok dif.	x	1,6	2	1,3	1	x	2	1,4	0,3							
4.krok dif.	x	1,6	0,7	1,3	0,3	x	x	1,8	0,1							
5.krok dif.	x	2,2	0,7	3,2	0,3	x	x	x	0,1							
6.krok dif.	x	2,2	x	0,9	8,4	x	x	x	0,1							
7.krok dif.	x	2,2	x	x	0,9	x	x	x	0,1							

Zdroj: vlastní zpracování

Obrázek 5 Optimalizovaný okruh č. 2 – start ulice Vratislavova

Okruh 2 : Vratislavova – Na Chvalce –Pátkova – Lindnerova – Koněvova – Na Florenci – Kamýčká – Thákurova – Vaníčkova – Vratislavova

Zdroj: vlastní zpracování

Obrázek 6 Optimalizovaný okruh č. 2 – start ulice Vratislavova, mapa



Zdroj: vlastní vyznačená trasa v Google maps, 2021

Tabulka 6 Ekonomická úspora - porovnání původní, okruh č. 1 a okruh č. 2

	Počet min.	Počet km	Cena okruhu Kč	Cena celkem	Uspora celkem za okruh	Měsíční úspora Kč
Původní okruh	147	81,9	573,30 Kč	2 235,79 Kč		
Okruh č. 1	122	68,1	476,70 Kč	2 139,19 Kč	96,60 Kč	193,20 Kč
Okruh č. 2	111	70,6	494,20 Kč	2 156,605	79,18 Kč	158,37 Kč

Zdroj: vlastní zpracování

Přestože okruh č. 2 je méně časově náročný než okruh původní, **jeho měsíční úspora je v porovnání s okruhem číslo 1 stále menší.** Pokud by firma Filtermac s.r.o. zadala technikovi tento okruh, ušetřila by za měsíc 157,6 Kč.

Výpočet metodou nejbližšího souseda

Metoda nejbližšího souseda spočívá v tom, že se vybere výchozí místo okruhu a z něj je zařazena do okruhu nejkratší možná trasa. V praxi se vždy vybere to místo, které je geograficky z daného bodu nejbližší. Jelikož se jedná o nesymetrickou matici vzdáleností, pro každé výchozí místo je také nalezena cesta „pozpátku,” a to právě za pomoci transponované matice vazeb.

Výchozí Tabulka 7 znázorňuje reálné vzdálenosti mezi jednotlivými místy. Technik musí obsloužit všechna tato místa během jediné cesty. Hodnoty jsou uvedené v km a nejsou zaokrouhlovány pro udržení co největší přesnosti.

Tabulka 7 Vzdálenosti mezi body na mapě

	Thákurova	Kamýčká	Koněvova	Pátkova	Na Chvalce	Vaničkova	Na Florenci	Lindnerova	Vratislavova
Thákurova	0	5,2	12,7	7,5	21,1	3,7	6,5	9,1	8,1
Kamýčká	5,2	0	10,7	11,8	25,4	8,3	9	12,8	12,9
Koněvova	9,2	12,3	0	6,9	12,2	8,9	2,6	4,4	5,3
Pátkova	7,6	11,2	6,6	0	13,2	8,5	4,9	3	8
Na Chvalce	22,1	25,7	11,3	13,2	0	23	13,9	11,7	22,7
Vaničkova	3,8	8,1	13,7	8,5	22,2	0	7,1	10	5,6
Na Florenci	6,1	9,6	2,6	4,4	13,8	7,5	0	4,8	5,7
Lindnerova	9,8	13,4	4,6	3,1	13,5	11,8	4,8	0	10,1
Vratislavova	7,3	11,8	5,3	7,6	23,1	5,8	4,6	8,1	0

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 8 znázorňuje nejvýhodnější cestu dle původní matice sazeb, kterou by technik měl absolvovat, aby ujel co nejkratší možnou trasou. Nejdříve byly vybrány jednotlivé počáteční body, poté u každého bodu (ulice) byl zvláště vymezen jeden okruh, a to metodou výhodnostních čísel. Vždy bylo vybráno jedno nejvýhodnější místo právě z jednoho určitého bodu. Je zde jediná podmínka, nesmí se vybrat takový bod, který by předčasně uzavřel okruh.

Tabulka 8 Postup pomocí metody nejbližšího souseda

	Thákurova	Kamýčká	Koněvova	Pátkova	Na Chvalce	Vaničkova	Na Florenci	Lindnerova	Vratislavova
Thákurova	x	5,2	12,7	7,5	21,1	3,7	6,5	9,1	8,1
Kamýčká	5,2	x	10,7	11,8	25,4	8,3	9	12,8	12,9
Koněvova	8	12,3	x	6,9	12,2	8,9	2,6	4,4	5,3
Pátkova	7,6	11,2	6,6	x	13,2	8,5	4,9	3	8
Na Chvalce	22,1	25,7	11,3	13,2	x	23	13,9	11,7	22,7
Vaničkova	3,8	8,1	13,7	8,5	22,2	x	7,1	10	5,6
Na Florenci	6,1	9,6	2,6	4,4	13,8	7,5	x	4,8	5,7
Lindnerova	9,8	13,4	4,6	3,1	13,5	11,8	4,8	x	10,1
Vratislavova	7,3	11,8	5,3	7,6	23,1	5,8	4,6	8,1	x

Zdroj: vlastní zpracování

Na Obrázku 7 jsou vyznačeny všechny jednotlivé okruhy, které je možné z těchto konkrétních bodů (ulice *Thákurova*, *Kamýčká*, *Koněvova*, *Pátkova*, *Na Chvalce*, *Vaničkova*, *Na Florenci*, *Lindnerova*, *Vratislavova*) absolvovat. Okruh č. 2 je z původní matice sazeb dle metody výhodnostních čísel nejvýhodnější. Nejvýhodnější trasa z této matice sazeb vede stejně jako u Vogelovy aproximační metody z ulice *Vratislavova* do ulic *Na Florenci*, *Koněvova*, *Lindnerova*, *Pátkova*, *Na Chvalce*, *Kamýčká*, *Thákurova*, *Vaničkova* a poté zpět do *Vratislavova*.

Obrázek 7 Délky okruhů pro jednotlivé trasy z transponované matice vzdáleností,

Okruh 1: Thákurova – Vaničkova – Vratislavova – Na Florenci – Koněvova – Lindnerova – Pátkova – Kamýčká – Na Chvalce – Thákurova = 82,7 km
Okruh 2: Kamýčká – Thákurova – Vaničkova – Vratislavova – Na Florenci – Koněvova – Lindnerova – Pátkova – Na Chvalce – Kamýčká = 68,1 km
Okruh 3: Koněvova – Na Florenci – Lindnerova – Pátkova – Thákurova – Vaničkova – Vratislavova – Kamýčká – Na Chvalce – Koněvova = 75,9 km
Okruh 4: Pátkova – Lindnerova – Koněvova – Na Florenci – Vratislavova – Vaničkova – Thákurova – Kamýčká – Na Chvalce – Pátkova = 68,3 km
Okruh 5: Na Chvalce – Koněvova – Na Florenci – Pátkova – Lindnerova – Thákurova – Kamýčká – Vaničkova – Vratislavova – Na Chvalce = 73,3 km
Okruh 6: Vaničkova – Thákurova – Kamýčká – Na Florenci – Koněvova – Lindnerova – Pátkova – Vratislavova – Na Chvalce – Vaničkova = 82,2
Okruh 7: Na Florenci – Lindnerova – Pátkova – Koněvova – Vratislavova – Vaničkova – Thákurova – Kamýčká – Na Chvalce – Na Florenci = 76,1 km
Okruh 8: Lindnerova – Pátkova – Na Florenci – Koněvova – Vratislavova – Vaničkova – Thákurova – Kamýčká – Na Chvalce – Lindnerova = 68,8 km
Okruh 9: Vratislavova – Na Florenci – Koněvova – Lindnerova – Pátkova – Thákurova – Vaničkova – Kamýčká – Na Chvalce – Vratislavova = 82,6 km

Zdroj: vlastní zpracování

Tato trasa znárodněna na Obrázku 8 (mapa), je **dlouhá 68,1 km a její časová náročnost je dle dostupných údajů 2 hodiny a 2 minuty**. Technik by touto trasou ušetřil **13,7 km a 25 minut**. Ekonomické zhodnocení této trasy uvádí Tabulka 11.

Obrázek 8 Optimalizovaný okruh č. 3 – start ulice Kamýcká, mapa



Zdroj: vlastní vyznačená trasa v Google maps, 2021

Tabulka 9 zobrazuje transponovanou matici vzdáleností pro další alternativní možnost. Pro tuto transponovanou matici bude také nalezena nejvhodnější trasa v rámci výpočtu metody nejbližšího souseda. Vzdálenosti jsou uvedeny v km a hodnoty nejsou zaokrouhlovány.

Tabulka 9 Transponovaná matice vzdáleností

nejrychlejší trasa	Thákurova	Kamýcká	Koněvova	Pátkova	Na Chvalce	Vaničkova	Na Florenci	Lindnerova	Vratislavova
Thákurova	x	5,2	8	7,6	22,1	3,8	6,1	9,8	7,3
Kamýcká	5,2	x	12,3	11,2	25,7	8,1	9,6	13,4	11,8
Koněvova	12,7	10,7	x	6,6	11,3	13,7	2,6	4,6	5,3
Pátkova	7,5	11,8	6,9	x	13,2	8,5	4,4	3,1	7,6
Na Chvalce	21,1	25,4	12,2	13,2	x	22,2	13,8	13,5	23,1
Vaničkova	3,7	8,3	8,9	8,5	23	x	7,5	11,8	5,8
Na Florenci	6,5	9	2,6	4,9	13,9	7,1	x	4,8	4,6
Lindnerova	9,1	12,8	4,4	3	11,7	10	4,8	x	8,1
Vratislavova	8,1	12,9	5,3	8	22,7	5,6	5,7	10,1	x

Zdroj: vlastní zpracování

Obrázek 9 vyobrazuje všech 9 okruhů s jejich délkami tras sestavených z transponované matice vzdáleností.

Obrázek 9 Délky okruhů pro jednotlivé trasy z transponované matice vzdáleností

Okruh 1: Thákurova – Vaničkova – Vratislavova – Koněvova – Na Florenci – Lindnerova – Pátkova – Kamýcká – Na Chvalce – Thákurova = 83,9
Okruh 2: Kamýcká – Thákurova – Vaničkova – Vratislavova – Koněvova – Na Florenci – Lindnerova – Pátkova – Na Chvalce – Kamýcká = 69,1 km
Okruh 3: Koněvova – Na Florenci – Vratislavova – Vaničkova – Thákurova – Kamýcká – Pátkova – Lindnerova – Na Chvalce – Koněvova = 59,9 km
Okruh 4: Pátkova – Lindnerova – Koněvova – Na Florenci – Vratislavova – Vaničkova – Thákurova – Kamýcká – Na Chvalce – Pátkova = 68,1 km
Okruh 5: Na Chvalce – Pátkova – Lindnerova – Koněvova – Na Florenci – Vratislavova – Vaničkova – Thákurova – Kamýcká – Na Chvalce = 68,1 km
Okruh 6: Vaničkova – Thákurova – Kamýcká – Na Florenci – Koněvova – Lindnerova – Pátkova – Vratislavova – Na Chvalce – Vaničkova = 86,8 km
Okruh 7: Na Florenci – Koněvova – Lindnerova – Pátkova – Thákurova – Vaničkova – Vratislavova – Kamýcká – Na Chvalce – Na Florenci = 79,7 km
Okruh 8: Lindnerova – Pátkova – Na Florenci – Koněvova – Vratislavova – Vaničkova – Thákurova – Kamýcká – Na Chvalce – Lindnerova = 69 km
Okruh 9: Vratislavova – Koněvova – Na Florenci – Lindnerova – Pátkova – Thákurova – Vaničkova – Kamýcká – Na Chvalce – Vratislavova = 84,1 km

Zdroj: vlastní zpracování

V tabulce 10 jsou zvýrazněna pole, která vyznačují nejvýhodnější zvolení okruhu jízdy, tedy okruh č. 3.

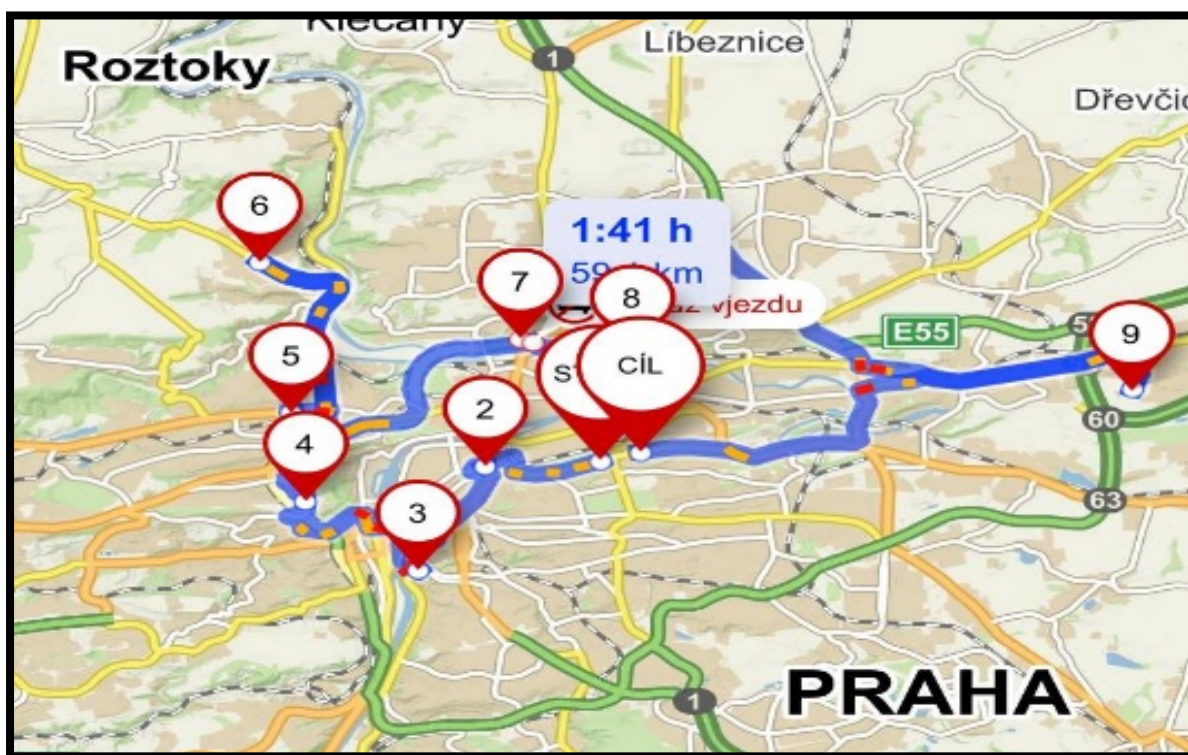
Tabulka 10 Body pro nejvýhodnější okruh jízdy – okruh č. 3

nejrychlejší trasa	Thákurova	Kamýcká	Koněvova	Pátkova	Na Chvalce	Vaničkova	Na Florenci	Lindnerova	Vratislavova
Thákurova	0	5,2	8	7,6	22,1	3,8	6,1	9,8	7,3
Kamýcká	5,2	0	12,3	11,2	25,7	8,1	9,6	13,4	11,8
Koněvova	12,7	10,7	0	6,6	11,3	13,7	2,6	4,6	5,3
Pátkova	7,5	11,8	6,9	0	13,2	8,5	4,4	3,1	7,6
Na Chvalce	21,1	25,4	12,2	13,2	0	22,2	13,8	13,5	23,1
Vaničkova	3,7	8,3	8,9	8,5	23	0	7,5	11,8	5,8
Na Florenci	6,5	9	2,6	4,9	13,9	7,1	0	4,8	4,6
Lindnerova	9,1	12,8	4,4	3	11,7	10	4,8	0	8,1
Vratislavova	8,1	12,9	5,3	8	22,7	5,6	5,7	10,1	0

Zdroj: vlastní zpracování

Na obrázku 10, je znázorněna trasa okruhu č. 3, která se jeví jako nejvýhodnější ze všech možných tras.

Obrázek 10 Optimalizovaný okruh č. 3 – start ulice Koněvova, mapa



Zdroj: vlastní vyznačená trasa v Google maps, 2021

Tato trasa má celkem 59,9 km a její časová náročnost je pouze 1 hodina a 41 minut. Je zároveň nejvýhodnější trasou ze všech možných. Upřednostněním této trasy by technik

ušetřil oproti původní trase 22 km a 46 minut. Ekonomickou efektivnost této trasy vyobrazuje Tabulka 11. Porovnány jsou zde i ostatní vypočtené trasy.

Tabulka 11 Ekonomické porovnání všech variant

	Počet min.	Počet km	Cena okruhu Kč	Cena celkem	Uspora celkem za okruh	Měsíční úspora Kč
Původní okruh	147	81,9	573,30 Kč	2 235,79 Kč		
Okruh č. 1	122	68,1	476,70 Kč	2 139,19 Kč	96,60 Kč	193,20 Kč
Okruh č. 2	111	70,6	494,20 Kč	2156,605	79,18 Kč	158,37 Kč
Okruh č. 3	101	59,9	419,30 Kč	2081,7905	154,00 Kč	308,00 Kč

Zdroj: vlastní zpracování

V rámci okruhu č. 3, vypočteného za pomoci metody nejbližšího souseda, firma Filtermac s.r.o. ušetří nejvíce, konkrétně tedy 153,7 Kč za okruh a celkem 307,4 Kč měsíčně.

4.3 Fáze Choice

V této části praktické práce je vyhodnoceno, zda se firmě Filtermac s.r.o. ekonomicky vyplatí zaměstnat technika na hlavní pracovní poměr nebo je výhodnější jej nadále využívat externě. Nejdříve jsou shrnuty veškeré náklady na externí využívání technika a čistý zisk. Poté potenciální náklady v případě, že by technik byl zaměstnán na HPP. V těchto dvou případech pak bude porovnán EAT.

Ekonomické zhodnocení

Na 1 automat filtermacu jsou celkové náklady v průměru 4 500 Kč za měsíc, dohromady za 19 automatů tedy 85 500 Kč, z čehož jsou náklady pouze na práci technika 38 000 Kč, na jeho vůz pak přibližně 1 146 Kč za měsíc.

Koncový uživatel, v tomto případě myšleno zřizovatel – škola, kancelář či jiná instituce za 1 automat zaplatí v přepočtu 15 000 Kč měsíčně, dohromady za 19 automatů tedy firma Filtermac s.r.o. utrží z údržby automatů 285 000 Kč měsíčně.

Náklady budou spočítány za předpokladu, že technik jezdí původní okruh. V tabulce číslo 12 je vyobrazena kalkulace nákladů v případě, že je technik zaměstnán externě. Veškeré náklady jsou uvedeny za 1 měsíc.

Tabulka 12 Náklady na externě využívaného technika

Náklady	Hodnota v Kč
Práce technika	38 000 Kč
Vozidlo	1 146 Kč
Materiál	46 354 Kč
Celkem	85 500 Kč

Zdroj: vlastní zpracování

EBIT z této činnosti je celkem 199 500 Kč. EAT neboli čistý zisk pak 161 595 Kč. V tabulce číslo 13 jsou zahrnuty potenciální náklady v případě, že je technik zaměstnán na HPP.

Do nákladů je nutno započítat také leasing na vozidlo, které musí být technikovi v rámci výkonu práce poskytnuto. Vhodné vozidlo je Volkswagen Caddy s palivovou spotřebou 7 l/100 km. Vycházet se v této práci bude z hrubé průměrné mzdy v Praze pro rok 2020 ve 3.čtvrtletí, kterou uvádí Český statistický úřad. Tato částka je 43 035 Kč. V tabulce číslo 13 jsou uvedeny potenciální náklady na technika zaměstnaného na HPP. Tyto náklady tvoří celkem přibližně 110 920 Kč.

Tabulka 13 Náklady na technika zaměstnaného na HPP

Náklady	Hodnota v Kč
Hrubá mzda	43 035 Kč
Sociální pojištění	10 673 Kč
Zdravotní pojištění	3 873 Kč
Leasing	6 285 Kč
Palivo	700 Kč
Materiál	46 354 Kč
Celkem	110 920 Kč

Zdroj: vlastní zpracování

EBIT je v tomto případě 174 080 Kč. EAT neboli čistý zisk pak 141 004,8 Kč. Za těchto okolností se Firmě Filtermac s.r.o ekonomicky nevyplatí, aby technika zaměstnávala na HPP. **Výhodné je technika nadále využívat externě.** Firmě Filtermac s.r.o by se ekonomicky vyplatilo technika využívat na HPP v případě, že by k obsluze měla nejméně 22 automatů.

Závěr

Bakalářská práce se zabývá optimalizací reálného dopravního okruhu firmy Filtermac s.r.o., která se zaměřuje na obsluhu a distribuci automatů na pitnou vodu. Hlavním cílem bylo vybrat co nejefektivnější cestu rozhodovatele a provést ekonomickou interpretaci konkrétních tras. Dílčím cílem bylo ekonomické zhodnocení otázky, zda je pro firmu výhodnější využívat technika externě nebo na HPP. K rozvozu technika se využívá vozidlo Volkswagen Caddy s palivovou spotřebou 7l /100 km. K řešení byly vybrány dvě metody řešení jednodukového dopravního problému, a to Vogelova aproximační metoda a metoda nejbližšího souseda.

Na původní trase technik ujel 81,9 km a řízením strávil přibližně 2 hodiny a 27 minut. Prostřednictvím vybraných metod byly vypočteny časově i finančně výhodnější trasy dlouhé 59,9 – 70,6 km. Jako nejvýhodnější byl zvolen okruh vypočítaný metodou nejbližšího souseda pomocí transponované matice vzdáleností v délce 59,9 km s finanční úsporou 308 Kč. Čas strávený na trase činí pouze 1 hod 41 minut, bylo dosaženo časové úspory v délce 46 minut. Dále byly porovnány náklady při zaměstnání technika na HPP a externě. Jako výhodnější varianta byla zvolena varianta externí spolupráce, při které firma ušetří 20 590 Kč měsíčně.

Z řešení lze pozorovat, že nově nalezená varianta přináší finanční úsporu relativně nízkou, technik obsluhuje automaty jednou za 14 dní, proto je měsíční úspora nákladů jen 604 Kč. Pozornost je třeba věnovat úspoře spojené s formou spolupráce, jelikož je zcela zřejmé, že se firmě vyplatí zaměstnat technika externě. Časová úspora z nové trasy je také poměrně výrazná, zkrátila se o 46 minut z 2 hod 27 min na 1 hod 41 min. V procentuálním vyjádření se cesta zkrátila o 31,3 % času stráveného na cestě, z čehož je jasné, že je vhodné tuto trasu aplikovat v praxi.

Seznam použitých zdrojů

- BROŽOVÁ, Helena a HOUŠKA Milan. Základní metody operační analýzy. Praha: Credit, 2002. ISBN 978-80-213-0951-7.
- COOK, William. Po stopách obchodního cestujícího: matematika na hranicích možností. 1. vyd. v českém jazyce. Praha: Argo, 2012, 255 s. Zip (Argo: Dokořán). ISBN 978-80-7363-412-4.
- FIALA, Petr. *Modelování dodavatelských řetězců*. Praha: Professional Publishing, 2005. ISBN 80-86419-62-2.
- FOTR, Jiří, DĚDINA Jiří a HRŮZOVÁ Helena. Manažerské rozhodování. Vyd. 3. upr. a rozš. Praha: Ekopress, 2003. ISBN 80-86119-69-6.
- FÁBRY, Jan. Matematické modelování. Vyd. 1. Praha: Oeconomica, 2007, 146 s. ISBN 978-80-245-1266-2.
- GOOGLE. *Google Mapy - trasy*. [Online] 2021. [Citace: 17. únor 2021.] <https://www.google.com/maps>.
- GROS, Ivan. Kvantitativní metody v manažerském rozhodování. 1.vyd. Praha: Grada Publishing, 2003, 432 s. ISBN 80-247-0421-8.
- JABLONSKÝ, Josef. Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování. 3. vyd. Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN 978-80-86946-443.
- JANÁČEK, Jaroslav. Optimalizace na dopravních sítích. 1. vyd. V Žiline: Žilinská univerzita, 2002, 248 s. ISBN 80-8070-031-1.
- JANATKA, František. *Logistika*. [Praha]: Vysoká škola ekonomie a managementu, 2017. ISBN 978-80-87839-81-2.
- KUČERA, Petr. Metodologie řešení okružního dopravního problému. Praha: Česká zemědělská univerzita. 2009. Vedoucí práce Jaroslav Havlíček.
- MACUROVÁ, Pavla, Naděžda KLABUSAYOVÁ a Leo TVRDOŇ. *Logistika*. 2. upravené a doplněné vydání. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2018. ISBN 978-80-248-4158-8.

- MENTZNER, J.T., DeWITT, WJ., KEEBLER, J.S., MIN, S., NIX, N.W., SMITH, C.D. and ZACHARIA, Z.G., "*Defining supply chain management*", *Journal of Business Logistics*, 2001, Vol. 22 No. 2, pp. 1-25.
- MORAVCOVÁ, Eva a Jitka BAŇAŘOVÁ. *Operační výzkum*. 1. vyd. Ostrava: VŠBTU, Ekonomická fakulta, 2003, 1 CD-ROM. ISBN 80-248-0365-8
- OUDOVÁ, Alena. *Logistika: základy logistiky*. Aktualizované 2. vydání. Prostějov: Computer Media, 2016. ISBN 978-80-7402-238-8.
- PELIKÁN, Jan. *Diskrétní modely v operačním výzkumu*. Brno: Professional Publishing, 2001. ISBN 80-86419-17-7.
- PLEVNÝ, Miroslav a Miroslav ŽIŽKA. *Modelování a optimalizace v manažerském rozhodování*. Vyd. 2. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2010, 296 s. ISBN 978-80-7043-933-3.
- SIXTA, Josef a MAČÁT Václav. *Logistika: teorie a praxe*. Brno: CP Books, 2005. Business books (CP Books). ISBN 80-251-0573-3.
- ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko-matematické metody*. 2. upravené vydání. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2015. ISBN 978-80-7380-563-0.
- ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko matematické metody II: aplikace a cvičení*. Vyd. 2. Praha: ČZU PEF Praha ve vydavatelství Credit, 2005, 152 s. ISBN 80-213-0721-8.
- TACHECÍ, Martin. 2020. *Optimalizace dopravních tras vnitropodnikového rozvozu*. Praha: Česká zemědělská univerzita. Vedoucí práce Petr Kučera
- TOTH, Paolo a Daniele VIGO. *The vehicle routing problem*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002. ISBN 0898714982.
- VAN der VORST, J.G.A.J., BEULENS, A.J.M. a Van BEEK, P. *Innovations in Logistics and ICT in Food Supply Chain Networks*. In: Jongen W.M.F. and Meulengerg, M.T.G. (Eds) *Innovation in agri food systems, Product quality and consumer acceptance*, Chapter 8, 2005 6.