

**Česká zemědělská univerzita v Praze**

**Provozně ekonomická fakulta**

**Katedra systémového inženýrství**



**Diplomová práce**

**Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími  
zákazníky**

**Bc. Karolína Nováková**

© 2021 ČZU v Praze



## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Bc. Karolína Nováková

Kvantitativní metody v ekonomice  
Systémové inženýrství

Název práce

**Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími zákazníky**

Název anglicky

**Optimization of transportation routes between a chosen company and its clients**

---

### Cíle práce

Cílem diplomové práce je optimalizace dopravních tras ve společnosti TPL Czech spol. s r.o. Záměrem je nalezení nejlepší přepravní trasy s dodržением podnikových cílů. Trasa má jeden výchozí bod, který je i bodem návratu vozidel. V rámci trasy jsou zohledněny kapacitní omezení různých typů vozidel a požadavky zákazníků přepravovaného zboží. Z pohledu firmy se jedná o celkovou minimalizaci nákladů, ze strany zákazníka o uspokojení jeho potřeb. Pro řešení tohoto problému je aplikován vhodný matematický model lineárního programování, který bude moci využívat více typů aut v klasickém rozvozním problému (Vehicle routing problem). Pro výpočet je využíván software Open solver a řešitel Gurobi.

### Metodika

Práce je členěna na dvě části – teoretickou a praktickou.

Zdrojem pro první část je odborná literatura, která napomáhá k teoretickému základu logistické problematiky. Přispívá k objasnění dílčích kroků logistického procesu a seznámení se s matematickými metodami pro řešení dopravních problémů. Tato část se tak stává východiskem praktické části.

Praktická část se následně zabývá již specifickou situací ve společnosti, ze které pocházejí vstupní data. K výpočtu vzdáleností mezi jednotlivými body je použit Haversinův vzorec, který zjednodušuje vzdálenosti Euklidovskou matematikou a počítá i se zakřivením Země. Dále je aplikován matematický model rozvozního problému s heterogenním parkem doplněný o podmínky, které zahrnují jak váhovou, tak prostorovou kapacitu vozidla. Vzhledem k rozsahu úlohy je použita Mayerova metoda k vytvoření dílčích okruhů v kombinaci s výše uvedeným modelem. Pro výpočty je využit software Open solver a řešitel Gurobi. Závěrem jsou vypočtené varianty porovnány a firmě předloženo nejlepší nalezené řešení s doporučením, jak dále snížit náklady.

## Doporučený rozsah práce

70-80

## Klíčová slova

logistika, distribuční úlohy, rozvozní problém s heterogenním parkem, Mayerova metoda, optimalizace, minimalizace nákladů

---

## Doporučené zdroje informací

FÁBRY, Jan. Matematické modelování. Praha: Professional Publishing, 2011. ISBN 978-80-7431-066-9.

FIALA, Petr. Operační výzkum: nové trendy. Praha: Professional Publishing, 2010. ISBN 978-80-7431-036-2.

GROS, Ivan. Velká kniha logistiky. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická v Praze, 2016. ISBN 978-80-7080-952-5.

JABLONSKÝ, Josef. Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování. Praha: Professional Publishing, 2002. ISBN 80-86419-42-8.

ŠUBRT, Tomáš. Ekonomicko-matematické metody. 2. upravené vydání. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2015. ISBN 978-80-7380-563-0.

---

## Předběžný termín obhajoby

2020/21 LS – PEF

## Vedoucí práce

Ing. Robert Hlavatý, Ph.D.

## Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

---

Elektronicky schváleno dne 18. 2. 2021

**doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.**

Vedoucí katedry

---

Elektronicky schváleno dne 19. 2. 2021

**Ing. Martin Pelikán, Ph.D.**

Děkan

V Praze dne 31. 03. 2021

### **Čestné prohlášení**

Prohlašuji, že svou diplomovou práci "Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími zákazníky" jsem vypracovala samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autorka uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 31. 3. 2021

---

### **Poděkování**

Ráda bych touto cestou poděkovala svému vedoucímu panu Ing. Robertu Hlavatému, Ph.D. za cenné rady a připomínky, které přispěly ke zkvalitnění předkládané diplomové práce, za jeho ochotu, trpělivost a vstřícnost. Panu Ing. Michalu Husinci a společnosti TPL Czech, s. r. o., za poskytnutá data a seznámení s problematikou kamionové dopravy. V neposlední řadě děkuji rodině za podporu a umožnění studia.

# Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími zákazníky

## Abstrakt

Diplomová práce se zabývá optimalizací dopravních tras v české logistické společnosti. Společnost TPL Czech s.r.o. poskytuje svým zákazníkům službu distribuce zboží. Po celé České republice má nespočet zákazníků, kterým dodává objemné zboží nákladní dopravou. V rámci podnikání je pro společnost nejdůležitější, aby veškerá doprava spojená s rozvozem byla v rámci možností nákladově úsporná. Je proto nezbytné optimalizovat všechny trasy a zamezit tak výdajům z najetých přebytečných kilometrů. Optimalizace dopravních tras zajistí společnosti minimalizaci nákladů při uspokojení potřeb zákazníků.

Východiskem praktické části je literární rešerše, která napomáhá k teoretickému základu logistické problematiky. Přispívá k objasnění dílčích kroků logistického procesu a seznámení se s matematickými metodami pro řešení dopravních problémů.

Pro řešení problému je aplikován vhodný matematický model lineárního programování, který bude moci využívat více typů vozidel v klasickém rozvozním problému. Vzhledem k rozsahu úlohy je použita Mayerova metoda k vytvoření dílčích okruhů v kombinaci s výše uvedeným modelem. Jako další možnost, jak přistupovat k optimalizaci dopravních tras s cílem minimalizace nákladů je práce doplněna o rozvozní úlohu zahrnující vozidla na alternativní palivo. Pro výpočty je využit software OpenSolver a řešitel Gurobi.

**Klíčová slova:** logistika, distribuční úlohy, rozvozní problém s heterogenním vozovým parkem, Mayerova metoda, optimalizace, minimalizace nákladů, ekologická doprava, kapacitně omezený ekologický rozvozní problém, zkapalněný zemní plyn.

# Optimization of transportation routes between a chosen company and its clients

## Abstract

The diploma thesis deals with the optimization of transport routes in the Czech logistics company. The company TPL Czech, s. r. o., provides its customers with a service of goods distribution. Throughout the Czech Republic, it has countless costumers to whom it delivers bulky goods by freight. Within the business, it is most important for the company that all transport associated with distribution is as cost-effective as possible. Therefore, it is necessary to optimize all routes and thus avoid expenses from the extra mileage. The optimization of transport routes will ensure the company's minimization of costs while satisfying the needs of customers.

The starting point of the practical part is a literature search which helps to the theoretical basis of logistics issues. It contributes to the clarification of partial steps of the logistics process and to the acquaintance with mathematical methods for solving traffic problems.

To solve the problem, a suitable mathematical model of linear programming, which will be able to use more types of vehicles in the classical delivery problem, is applied. Due to the scope of the task, Mayer's method is used to create sub-circuits in combination with the model mentioned above. As another way to approach the optimization of transport routes in order to minimize costs, the thesis is supplemented by a delivery task involving alternative fuel vehicles. OpenSolver software and Gurobi solver are used for calculations.

**Keywords:** logistics, Distribution problem, Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem, Mayer's method, optimization, cost minimization, ecological transport, Capacitated Green Vehicle Routing Problem, Liquefied Natural Gas.



# Obsah

<b>1 Úvod.....</b>	<b>1</b>
<b>2 Cíl práce a metodika .....</b>	<b>2</b>
2.1 Cíl práce .....	2
2.2 Metodika .....	2
<b>3 Teoretická východiska .....</b>	<b>5</b>
3.1 Logistika.....	5
3.1.1 Vývoj logistiky .....	5
3.1.2 Definice logistiky.....	6
3.1.3 Cíle logistiky.....	7
3.1.4 Distribuce.....	8
3.1.5 Doprava.....	9
3.1.6 Logistika a ekologie.....	11
3.2 Operační výzkum .....	14
3.2.1 Historie operačního výzkumu.....	14
3.2.2 Definice operačního výzkumu a disciplíny .....	14
3.2.3 Fáze aplikace operačního výzkumu.....	16
3.2.4 Členění modelů .....	18
3.2.5 Matematické modelování.....	18
3.2.6 Celočíselné programování .....	19
3.3 Distribuční úlohy.....	20
3.3.1 Jednookruhový okružní dopravní problém.....	21
3.3.2 Víceokruhový okružní dopravní problém.....	24
3.3.3 Rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem.....	27
3.3.4 Kapacitně omezený rozvozní problém s ekologickými vozy .....	29
3.3.5 Výpočetní složitost problémů .....	32
3.4 Softwarové řešení optimalizačních úloh .....	32
3.4.1 OpenSolver .....	34
3.4.2 Gurobi Optimizer software .....	34
<b>4 Vlastní práce .....</b>	<b>36</b>
4.1 Charakteristika subjektu.....	36
4.2 Specifikace problému.....	36
4.3 Vstupní data .....	37
4.4 Rozdělení vstupních dat .....	38
4.5 Výpočet problému.....	39
4.5.1 Výpočet vzdáleností.....	39

4.5.2	Sestavení modelu HFVRP .....	41
4.5.3	Sestavení modelu CGVRP .....	48
4.5.4	Práce s OpenSolverem .....	49
4.6	Varianty řešení .....	52
4.6.1	Varianta A .....	52
4.6.2	Varianta B .....	54
4.6.3	Varianta C .....	56
4.6.4	Varianta D .....	57
4.6.5	Varianta E .....	58
<b>5</b>	<b>Výsledky a diskuse .....</b>	<b>63</b>
5.1	Porovnání variant .....	63
5.1.1	Porovnání variant A – D .....	63
5.1.2	Porovnání variant A – D vůči variantě E .....	67
5.2	Zhodnocení výsledků .....	70
<b>6</b>	<b>Závěr.....</b>	<b>73</b>
<b>7</b>	<b>Seznam použitých zdrojů .....</b>	<b>75</b>
<b>8</b>	<b>Přílohy .....</b>	<b>83</b>
8.1	Příloha A .....	84
8.2	Příloha B.....	86

## Seznam obrázků

Obrázek 1: Dělení priorit cílů logistiky (Sixta a Mačát, 2005) .....	7
Obrázek 2: 4 P marketingového mixu (Kotler a kol. 2004).....	8
Obrázek 3: Průběh rozhodovacího procesu (Fábry, 2011).....	17
Obrázek 4: Model jako zjednodušení reality (Fábry, 2011) .....	19
Obrázek 5: Vznik nového požadavku (Fiala a kol., 2010).....	21
Obrázek 6: Zařazení nového požadavku (Fiala a kol., 2010) .....	21
Obrázek 7: Okružní problém s úplnou a neúplnou cestní sítí (Ziskal a kol., 2000)...	22
Obrázek 8: Čtyři vozidla vyjíždějící z jednoho výchozího místa (Fábry, 2006) .....	27
Obrázek 9: Příprava podmínek 1 (Vlastní zpracování, 2021).....	44-45
Obrázek 10: Příprava podmínek 2 (Vlastní zpracování, 2021).....	46
Obrázek 11: Příprava podmínek 3 (Vlastní zpracování, 2021).....	47

Obrázek 12: OpenSolver (Vlastní zpracování, 2021) .....	49
Obrázek 13: Vytvoření matematického modelu (Vlastní zpracování, 2021).....	50
Obrázek 14: Průběh řešení matematického modelu (Vlastní zpracování, 2021).....	51
Obrázek 15: Řešení matematického modelu (Vlastní zpracování, 2021).....	51

## **Seznam tabulek**

Tabulka 1: Přípustné a nepřípustné řešení TSP (Jablonský, 2002).....	24
Tabulka 2: Vozový park společnosti (Vlastní zpracování, 2021).....	37
Tabulka 3: Vstupní data (Vlastní zpracování, 2021) .....	38
Tabulka 4: Matice vzdáleností zákazníků [km] (Vlastní zpracování, 2021) .....	41
Tabulka 5: Rozdělení variant (Vlastní zpracování, 2021) .....	52
Tabulka 6: Varianta A1 (Vlastní zpracování, 2021).....	53
Tabulka 7: Trasy okruhů - varianta A1 (Vlastní zpracování) .....	53
Tabulka 8: Varianta A2 (Vlastní zpracování, 2021).....	54
Tabulka 9: Trasy okruhů – varianta A2 (Vlastní zpracování, 2021).....	54
Tabulka 10: Varianta B 1 (Vlastní zpracování, 2021) .....	55
Tabulka 11: Varianta B 2 (Vlastní zpracování, 2021) .....	55
Tabulka 12: Trasy okruhů – varianta B 1 (Vlastní zpracování, 2021).....	56
Tabulka 13: Varianta C (Vlastní zpracování, 2021) .....	56
Tabulka 14: Trasy okruhů – varianta C (Vlastní zpracování, 2021).....	57
Tabulka 15: Varianta D 1 (Vlastní zpracování, 2021).....	57
Tabulka 16: Varianta D 2 (Vlastní zpracování, 2021).....	57
Tabulka 17: Trasy okruhů – varianta D 2 (Vlastní zpracování, 2021).....	58
Tabulka 18: Varianta E (Vlastní zpracování, 2021).....	60
Tabulka 19: Trasy okruhů – varianta E (Vlastní zpracování, 2021).....	61
Tabulka 20: Porovnání variant se všemi daty (Vlastní zpracování, 2021) .....	64

Tabulka 21: Porovnání variant s rozdělenými daty (Vlastní zpracování, 2021).....	64
Tabulka 22: Porovnání varianty C a A2 vůči D (Vlastní zpracování, 2021).....	67
Tabulka 23: Porovnání variant A - E (Vlastní zpracování, 2021) .....	69
Tabulka 24: Ověření úspory paliva LNG (Vlastní zpracování, 2021).....	69

# 1 Úvod

Doprava je ze strany zákazníků vystavena stále vyšším nárokům na kvalitu, cenu, rychlost a pružnost poskytovaných služeb. Zároveň se řadí mezi jeden z největších nákladů logistiky, ovlivňuje proto podnikatelská rozhodnutí a úroveň logistických služeb. V silách jednotlivých výrobců často není samostatně zajistit ke všem svým odběratelům distribuci. Efektivním způsobem se nabízí využití mezičlánku v řetězci výrobce – prodejce, kdy výrobce své výrobky dodá do velkoskladu externí společnosti a ta se postará o kompletaci objednávek a jejich distribuci konečnému prodejci. Takovým mezičlánkem je i společnost TPL Czech, s. r. o., jejíž činností se věnuje praktická část práce.

Zkvalitnění logistických procesů v podnicích vede k úsporám nákladů, zkvalitnění služeb, upevnění stávající pozice na trhu ale i ke zvýšení konkurenceschopnosti. K tomu je potřeba využívat kvantitativní nástroje pro analýzu a optimalizaci tras. Mezi ně se řadí distribuční úlohy, které k řešení používají matematické modely a metody operačního výzkumu. Takovou optimalizační úlohou je například rozvozní úloha. Jejím úkolem je naplánování tras a obslužení všech míst se splněním požadavků zákazníků za kapacitního omezení vozidel a s minimalizací nákladů. Rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem doplněná o váhovou a prostorovou kapacitu vozidla je aplikována i v praktické části práce pro splnění jejího cíle. Tím je minimalizace nákladů dosažená optimalizací dopravních tras mezi firmou a jejími zákazníky.

Doprava nepatří jen mezi ekonomicky náročné obory, ale i ekologicky. Mezi její stinné stránky patří čerpání přírodního bohatství a negativní vliv působení na životní prostředí. To se prohlubuje s nepřetržitým rozvojem společnosti a jejím konzumním charakterem. Negativních dopadů lidského chování si je dnes společnost již vědoma a dostává se tak do popředí ekologie, která se snaží o potlačení těchto vlivů. V závislosti na spotřebitelském chování se mění i strategické cíle podniků, které mezi ně zahrnují i udržitelnost. „Zelená“ image podniku tak může být konkurenční výhodou a do budoucna nejen výhodou, ale nutností. Ekologie se stává politickým tématem a předmětem mnoha nařízení a směrnic. Opatření se dotýkají všech odvětví hospodářství, tedy i dopravy. Jako další možnost, jak minimalizovat dopravní náklady a zároveň omezit negativní dopady dopravy na životní prostředí je v diplomové práci aplikována rozvozní úloha uvažující využití vozidel na alternativní palivo.

## 2 Cíl práce a metodika

### 2.1 Cíl práce

Cílem diplomové práce je optimalizace dopravních tras ve společnosti TPL Czech, s. r. o. Záměrem je nalezení nejlepší přepravní trasy s dodržением podnikových cílů. Trasa má jeden výchozí bod, který je i bodem návratu vozidel. V rámci trasy jsou zohledněny kapacitní omezení různých typů vozidel a požadavky zákazníků přepravovaného zboží. Z pohledu firmy se jedná o celkovou minimalizaci nákladů, ze strany zákazníka o uspokojení jeho potřeb. Pro řešení tohoto problému je aplikován vhodný matematický model celočíselného lineárního programování, který bude moci využívat více typů vozidel v klasickém rozvozním problému (Vehicle routing problem). Vzhledem k ekologizaci dopravy a závazkům České republiky ke snižování emisí v dopravě je práce doplněna o další možnost, jak přistupovat k optimalizaci dopravních tras s cílem minimalizace nákladů. Tou je rozvozní úloha zahrnující vozidla na alternativní palivo. Pro výpočet je využíván software OpenSolver a řešitel Gurobi.

### 2.2 Metodika

Práce je členěna na dvě části – teoretickou a praktickou. Zdrojem pro první část je studium odborné literatury, které napomáhá k teoretickému základu logistické problematiky. Přispívá k objasnění dílčích kroků logistického procesu a seznámení se s matematickými metodami pro řešení dopravních problémů. Tato část se tak stává východiskem praktické části.

Praktická část se následně zabývá již specifickou situací ve společnosti, ze které pocházejí vstupní data. Proběhlo seznámení se společností, její činností a problémem, jehož řešení se praktická část věnuje.

Vzhledem k objemu poskytnutých dat je vybrán pouze jeden modelový den, na kterém budou možnosti optimalizace dopravních tras demonstrovány. Při výběru dne je snahou nalézt takový den, který se nejvíce blíží průměrnému dennímu objemu zakázek společnosti. Z vybraného dne je vytvořen seznam objednávek doplněný o GPS souřadnice jednotlivých míst k obslužení pomocí mapové aplikace Googlemaps.com.

S ohledem na rozsah a složitost úlohy je použita Mayerova metoda k rozdělení vstupních dat a vytvoření dílčích skupin zákazníků. Vytvořeny jsou celkem čtyři skupiny se stejně velkými požadavky.

Následně je vypočtena matice vzdáleností jak pro všechna data, tak pro rozdělená do skupin, jelikož na obou variantách bude vypočtena optimalizace dopravních tras. K výpočtu vzdáleností mezi jednotlivými body je použit Haversinův vzorec, který zjednodušuje vzdálenosti Euklidovskou matematikou a počítá i se zakřivením Země.

Úloha je řešena třemi různými modifikacemi rozvozního problému doplněné o podmínky, které zahrnují jak váhovou, tak prostorovou kapacitu vozidla. Varianta s heterogenním vozovým parkem je ve dvou úpravách. Prvně v účelové funkci bez nákladového koeficientu a následně s nákladovým koeficientem. Třetí modifikací rozvozní úlohy je ekologická rozvozní úloha, která uvažuje využití vozů na alternativní palivo. Úpravy oproti modelům z literární rešerše jsou podrobně popsány.

Alternativní palivo je zvoleno na základě literární rešerše. Pro doplnění informací o zvoleném palivu jsou kontaktovány čerpací stanice specializující se tímto palivem. Informace o vozech dostupných na trhu doplnily samotní výrobci těchto vozů. Model s vozy na alternativní palivo zahrnuje i čerpací stanice s tímto palivem, proto je matice vzdáleností pro všechna data doplněna o tato místa.

Při kompletních informacích jsou modely zapsány do prostředí tabulkového procesoru MS Excel. Omezující podmínky, proměnné a optimalizační kritéria jsou vytvořeny sestavením tabulek v podobě soustavy matic, vzájemnými odkazy uvnitř tabulek a porovnáváním hodnot jednotlivých matic a proměnných. Po nachystání dat jsou odkazem na buňky sestaveny matematické modely v grafickém rozhraní doplňku OpenSover. Zápis modelu v prostředí MS Excel a práce s OpenSolverem je znázorněna na ilustrativním příkladu.

Pro samotný výpočet variant je využit software OpenSolver rozšířený o řešitele Gurobi. Výstupy variant jsou popsány a k možnosti porovnání jsou doplněny o výpočet spotřeby paliva a kalkulaci nákladů na pohonné hmoty. Z důvodu nejasnosti pořadí podle nákladovosti u některých variant je porovnání doplněno o kalkulaci nákladů z hlediska delší doby strávené na cestě. Tím je seřazení variant podle nákladovosti ujasněno. Úspora

na pohonných hmotách u varianty s alternativním palivem, kterou uvádí výrobce, je ověřena na příkladu pro obě paliva za objektivních podmínek.

Závěrem práce jsou výsledky variant vzájemně porovnány. Nejlepší nalezené řešení za podmínek, za kterých v současné době podnik obsluhuje zakázky, je firmě předloženo. Předloženo je také řešení, jak je dále možné snížit náklady, v podobě využití vozů na alternativní palivo.



## 3 Teoretická východiska

### 3.1 Logistika

#### 3.1.1 Vývoj logistiky

Pernica (2005) ve své publikaci objasňuje stáří slova logistika a jeho postupné nabývání různých významů. Původní význam je odvozen ze slov řeckých filozofů „logistikon“, v překladu rozum, a „logos“ s významem slovo, řeč nebo myšlenka. V aritmetice bylo později označováno jako praktické počítání s čísly nebo jako matematická logika. Jak uvádí Kortschak (1994), pro logistiku už není tento smysl slova používán.

Pernica (2005) zmiňuje, že až ve spojitosti s vojenstvím se vymezení logistiky začalo částečně shodovat s jeho aktuálním pojetím. První zmínky spolu s Kortschakem (1994) Pernica datuje do období vlády císaře Leontose VI., který v 9. století položil základy vojenské logistiky. Jeho myšlenkou bylo včas vyzbrojit a vybavit mužstvo, postarat se o jeho potřeby a akci naplánovat z hlediska ohodnocení terénu, pohybu vojska a výpočtu prostoru i času. Na myšlenky plnění vojenských úkolů v souvislosti s logistikou navázal v 19. století švýcarský generál Antoine-Henri Jomini. Logistika tak dosáhla významného rozvoje a stala se naukou o pohybu, zásobování a ubytování vojsk.

Jak popisuje Drahotský a kol. (2003), po druhé světové válce se logistika uplatnila v hospodářské sféře. K rozvoji docházelo obzvláště v USA a rozšiřovalo se používání matematických metod. Ty napomáhaly v podnikové logistice řešit velké spektrum otázek od optimálního množství produkce po rozmístění skladů.

Podrobněji se podnikovou logistikou zabývá Sixta a Mačát (2005) a rozdělují ji na čtyři fáze. První fáze probíhala v 60. letech 20. století a věnuje se distribuci, druhá fáze v 70. letech řeší optimalizaci stavu zásob. Cílem třetí fáze je pružnější reakce na vnější prostředí, a nakonec poslední fáze klade důraz na informační systémy a strategické aliance.

Drahotský a kol. (2003) dodává, že strategické postavení logistiky se stupňovalo s narůstajícími konkurenčními tlaky firem. Logistika napomohla firmám snížit náklady, dosáhnout vyšších zisků a zdokonalit zákaznický servis. To vše s využitím systémového přístupu, tedy s pochopením vzájemných souvislostí.

### 3.1.2 Definice logistiky

Základ pro vytvoření definice logistiky Svoboda (2006) pokládá výčtu činností:

- doprava jako nositel hmotného toku,
- činnost skladových systémů i řízení zásob,
- manipulace s materiály, komponenty a zbožím v průběhu výroby i oběhu,
- komerční i přepravní balení,
- zpracování a přenos informací,
- řídicí činnosti směřující k optimalizaci logistického systému.

Logistiku Svoboda (2006) definuje obecně jako souhrn všech činností určených k získání materiálů z primárních zdrojů a jako operace jež je nutné uskutečnit před dodáním konečnému zákazníkovi. Dále také uvádí, že logistika nevytváří hmotné statky. Svou činností napomáhá k výrobě, směně, spotřebě a poskytuje potřebné zboží z míst přebytku na místa jeho poptávky.

Definice logistiky deklarovalo velké spektrum autorů i oficiálních mezinárodních institucí pro logistiku. Mezi některé z nich se řadí například:

- *„Logistika představuje organizaci, plánování, řízení a realizaci toků zboží vývojem a nákupem počínaje, výrobou a distribucí podle objednávky finálního zákazníka konče tak, aby byly splněny všechny požadavky trhu při minimálních nákladech a minimálních kapitálových výdajích.“* (European Logistics Association, 1991, cit. podle Visser 2006, str. 20)
- *„Logistika je řízení všech činností, které ulehčují pohyb a koordinaci nabídky a poptávky při vytváření času a místa užitku.“* (J.L. Heskett, N.A. Glaskowsky, R.M. Ivie, 1973, cit. podle Straka, 2013, str. 17)

Z výše zmíněné definice schválené Institute of Logistics vychází i Kotler a kol. (2004) a Jeřábek (1998), který navíc dodává nutnost ekologické optimality.

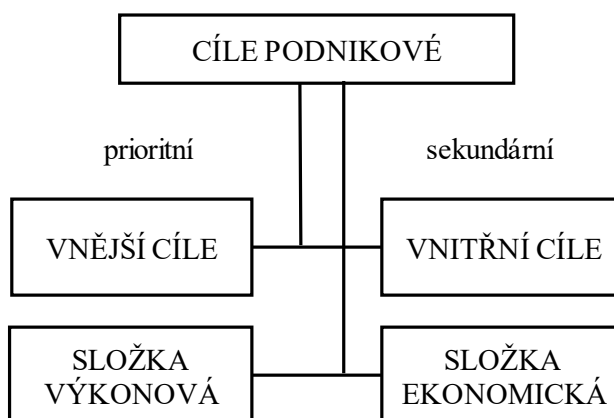
Významné definice logistiky jsou i od českých autorů:

- Gros (1996) logistiku definuje jako posloupnost činností obsahující řízení, pohyb a skladování materiálů, polotovarů i výrobků, které jsou zakončeny dodáním odběrateli.

- Pernica (1998) popisuje logistiku jako obor zajišťující optimalizaci, koordinaci a synchronizaci aktivit díky jejichž skloubení je možné dosáhnout konečného efektu.
- Sixta a Mačát (2005) zmiňují, že se jedná o řízení materiálních, informačních a finančních toků, při splnění požadavků zákazníka a tvorbě zisku. Na požadavky zákazníka je nutné myslet už při vývoji výrobku, volbě dodavatele, výrobě výrobku ale i při jeho likvidaci z důvodu morálního nebo fyzického opotřebení.
- V souvislosti s přechodem od trhu výrobců k trhu zákazníků vyzdvihuje Dyntar (2018) důležitost zákazníka. Nároky zákazníků jsou rostoucí jak na spektrum sortimentu, tak i na individualizaci jejich potřeb.

### 3.1.3 Cíle logistiky

Jak znázorňuje obrázek č. 1, cíle logistiky Sixta a Mačát (2005) rozdělují podle dvou kritérií. Oblasti působení (vnější, vnitřní) a způsobu měření výsledků (výkonem, ekonomickým vyjádřením). Prioritními jsou pro ně cíle vnější a výkonové. Vnitřní a ekonomické spadají do cílů méně důležitých, sekundárních.



**Obrázek 1: Dělení a prioritizace cílů logistiky (Sixta a Mačát, 2005)**

Detailněji je Sixta a Mačát (2005) popisují následovně:

Vnější cíle se soustřeďují na uspokojování potřeb zákazníků a řadí se mezi ně: zvýšení objemu prodeje, zkrácení dodacích lhůt, zdokonalení spolehlivosti a kompletnosti dodávek a zkvalitnění pružnosti služeb. Čas je významný ukazatelem, a proto časové návaznosti mohou napomoci ke snížení nebo úplnému odstranění potřeby skladování.

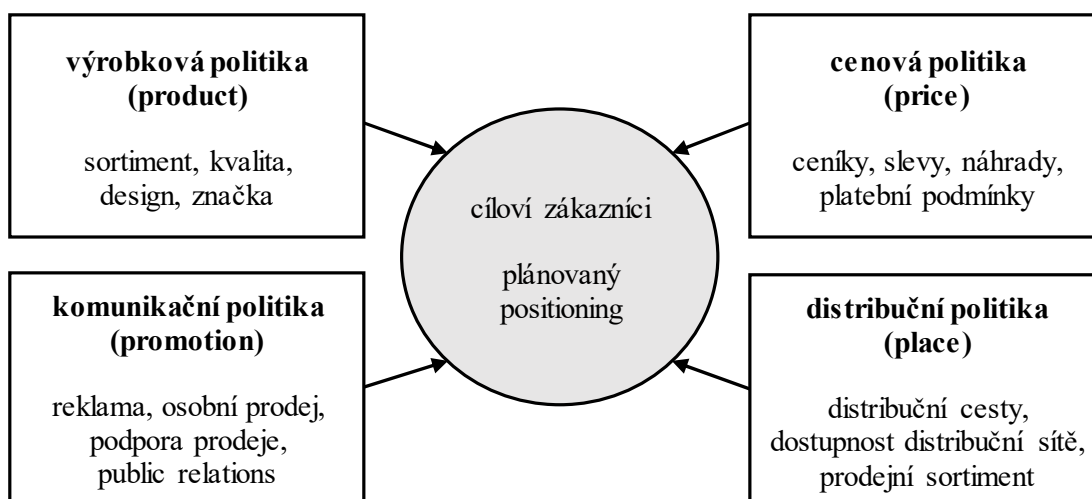
Vnitřní cíle se zaměřují na snižování nákladů na: řízení, výrobu, zásoby, skladování, manipulaci a dopravu.

Výkonové cíle zajišťují potřebnou úroveň služeb dodáním zboží ve správném množství, druhu, jakosti, v daný okamžik na správné místo.

Zajistit tyto služby s přiměřenými náklady je cílem ekonomickým. Výše nákladů je optimální, jestliže je zákazník ochoten zaplatit za vysokou kvalitu.

### 3.1.4 Distribuce

Podle Kotlera a kol. (2004) je distribuce jednou z hlavních částí marketingového mixu. Marketingový mix, nebo také koncept „čtyři P“ (product, price, place, promotion) představuje aktivity vedoucí ke zvýšení poptávky po výrobku, viz obrázek č. 2. Samotná distribuce zahrnuje aktivity vedoucí k lepší dostupnosti výrobků.



Obrázek 2: 4 P marketingového mixu (Kotler a kol. 2004)

Jak uvádí Oudová (2013), distribuce je procesem umístění výrobku na trh. Zahrnuje skladovací a dopravní činnosti za účelem dodání zboží zákazníkovi. Distribuci rozlišuje na přímou a nepřímou. Přímá je dle výkladu ta, která nezahrnuje mezičlánek. Výrobek putuje přímo ke svému zákazníkovi. Její výhodou je kontakt se zákazníkem a jeho zpětná vazba. Naopak nevýhodou vysoké náklady u malých objednávek a cenově nedostupná a zároveň omezená propagace výrobce. Nepřímá distribuce mezičlánek obsahuje v podobě velkoobchodu nebo maloobchodu. Výhodou jsou zkušenosti a kontakty mezičláneků nebo nižší objem prací výrobce.

Gros a kol. (2016) uvádí, že ve spojení s dodávkou zboží zákazníkům jsou mimo jiné používány pojmy jako fyzická distribuce, distribuční logistika a podobně.

Fyzickou distribuci Pernica (2005) definuje jako úkoly spojené s tokem výrobků z podniku ke konečnému spotřebiteli.

Schulte (1994) vysvětluje, že distribuční logistika je spojovacím článkem mezi výrobou a odbytem, zahrnuje pohyby skladové i dopravní a zajišťuje správné výrobky v požadovaném čase, místě, množství a kvalitě. Klíčové je optimální obslužení, tedy optimální nastavení mezi dodacími službami a vzniklými náklady. Nabídka dodatečných služeb zákazníkům, například jako příprava sortimentu nebo skladování, mohou zvýšit konkurenční výhody. Postupem času se nákupní chování zákazníků změnilo na kratší intervaly nákupu s nižším objemem výrobků, pro což je podstatná připravenost a pohotovost dodavatelů. Do okruhů řešení distribuční logistiky Schulte řadí:

- umístění skladů,
- skladování,
- obalové hospodářství,
- výstup zboží,
- nákladovou činnost,
- dopravu.

### 3.1.5 **Doprava**

Svoboda (2006) vymezuje dopravu jako nositele hmotného toku, který lidskou činností usiluje o přemístění osob nebo hmotných statků vlastní silou či silou zprostředkovatelů.

Řada autorů v souvislosti s překonáváním prostorových vzdáleností využívá následující pojmy (Gros a kol. 2016): transport, dopravní služby, přeprava, dopravní systémy.

Rozdílu mezi pojmem doprava a přeprava se věnuje Oudová (2013). Vysvětluje, že doprava jsou činnosti zabezpečující pohyb dopravních prostředků, zatímco přeprava je částí dopravy a obstarává přemístění osob či materiálu. Převážný proces se člení na pět fází, jehož realizace je v následujícím sledu:

- přípravné práce,
- nakládka,

- přeprava,
- vykládka,
- zakončovací práce.

Dopravu je možné dělit mnoha způsoby. Schulte (1994) ji dělí podle místa provozování na mimopodnikovou a vnitropodnikovou. Mimopodniková může probíhat mezi dodavatelem a podnikem, ale i podnikem a odběratelem. Vnitropodniková doprava se uskutečňuje pouze uvnitř podniku od přijetí zboží do skladu, po jeho expedici.

Jiné způsoby dělení dopravy představují Sixta a Mačát (2005). Je to například podle:

- druhu používaných dopravních prostředků – železniční, silniční, letecká, vodní, kombinovaná, nekonvenční,
- přemísťovaného objektu – osobní, nákladní,
- vztahu dopravce a přepravce – veřejná, neveřejná, individuální.

Použití druhu dopravního prostředku je podle Grose a kol. (2016) vymezeno základními charakteristikami: jeho rychlostí, dostupností, spolehlivostí, univerzálností, frekvencí, stoupavostí, nákladností a ekologickou zátěží. Tyto charakteristiky mohou napomoci ke správné volbě způsobu přepravy a vyhnout se problémům s chybnou volnou dopravního prostředku.

Pokud budeme na dopravu nahlížet jako na systém, je potřeba se zaměřit na subjekty v něm účinkující. Gros a kol. (2016) je rozlišuje na:

- zákazníky – jedná se o uživatele dopravy, přepravní služby nakupují nebo sami realizují,
- operátory dopravy – jsou to podnikatelské subjekty, které nabízejí a realizují vlastní dopravní služby nebo je zprostředkovávají jinými organizacemi,
- podniky opatřující dopravní cesty – věnují se výstavbě a údržbě dopravních cest, jsou jimi vlastníci nebo správci a starají se o bezpečný provoz,
- vládní orgány a mezinárodní organizace – jejich rolí je formulace a prosazování dopravní politiky, garance platnosti úmluv, formulace pravidel bezpečnosti a kontrola dodržování.

### 3.1.6 Logistika a ekologie

S globalizací a zvyšujícím se povědomím o životním prostředí hraje ekologie v oblasti logistiky zásadní roli. Změna chování v dodavatelském řetězci v důsledku environmentální problematiky ovlivňuje celý tento řetězec od získávání surovin, umístění, plánování dopravy po způsob dopravy. K vyšší udržitelnosti nesměřují jen společnosti, ale o tento krok usilují i vládní sektory uloženými předpisy. (Haw-Jan Wu a kol., 1995)

Doprava je značným přispěvatelem v produkci emisí, především skleníkových plynů. Evropská agentura pro životní prostředí (2018) spolu s Evropským parlamentem (2019) uvádějí, že dopravou v Evropské unii (EU) vzniká téměř 30 % všech emisí oxidu uhličitého (CO<sub>2</sub>), z čehož silniční doprava s 72 % celkové dopravy se podílí z 22 % na těchto emisích. Těžká nákladní doprava s 26 % a lehká nákladní doprava s 12 % ze silniční dopravy tvoří tedy okolo 25 % emisí celkové dopravy, to znamená, že jsou zodpovědné přibližně za 8 % celkových emisí CO<sub>2</sub> v rámci EU. Zatímco v jiných odvětvích produkce CO<sub>2</sub> od roku 1990 klesá, v dopravě je s rostoucí poptávkou kontinuální růst. Mezi lety 1990 a 2016 se emise těžkých nákladních vozidel zvýšily o 25 % a v případě nepřijetí nových opatření by se očekával další růst.

Podle Evropského parlamentu (2018) se proto Evropská unie zavázala v rámci Pařížské dohody omezit emise skleníkových plynů do roku 2030 alespoň o 40 % ve srovnání s rokem 1990. Ke splnění tohoto cíle EU schválila nařízení pro její členské státy snížit produkci CO<sub>2</sub> v dopravě o 60 % do roku 2050, vůči roku 1990. Limitem pro nová osobní auta je pokles emisí o 37,5 %, u dodávek o 31 % a nákladních vozidel o 30 % do roku 2030 oproti roku 2019 s přechodným cílem do roku 2025 snížení o 15 %. Tato dohoda se i nadále navyšuje a posledním schváleným cílem je podle Ministerstva životního prostředí ČR (2020) snížení emisí skleníkových plynů v EU do roku 2030 nejméně o 55 % ve srovnání s rokem 1990, což má vést ke klimatické neutralitě do roku 2050.

Ke splnění těchto závazků EU a její členské státy přijímají řadu opatření. Například výrobci mají povinnost zajistit na trhu prodeje nových vozidel alespoň 2 % s nízkými emisemi a současně monitorovat a vykazovat emise z těchto vozů pro zlepšení transparentnosti trhu. Dále je podporován rozvoj trhu alternativních paliv spolu s výstavbou infrastruktury pro tato paliva nebo jsou směnicemi podporována čistá vozidla ve veřejných zakázkách, uvádí Svaz průmyslu a dopravy ČR (2017).

## **Alternativní paliva v nákladní dopravě**

Alternativní paliva jsou pro splnění závazků snížení emisí podstatná. V těžké nákladní dopravě se jako alternativa k naftě ujal zemní plyn ve stlačené formě (Compressed Natural Gas - CNG) a zkapalněné (Liquefied Natural Gas - LNG). Těmto palivům se blíže věnuje web CNGPlus (2013). Objem LNG oproti zemnímu plynu je 600 krát menší, objem CNG 200 krát menší. Objem zemního plynu se tedy zkapalněním zmenší třikrát víc než stlačením. Proto se z pohledu velikosti nádrže vozidlo na CNG hodí spíše na kratší trasy (městskou přepravu) a LNG s vyšším dojezdem naopak na dálkovou dopravu (regionální, mezinárodní). Složení zemního plynu je z 90 % metan a 1-6 % etan. Jak dokazuje analýza v článku podle Smajli a kol. (2019), LNG je šetrnější k životnímu prostředí. Oproti jiným uhlovodíkovým palivům uvolňuje do ovzduší při spalování nejméně CO<sub>2</sub> na jednotku energie. Podle největšího distributora zemního plynu v ČR, společnosti GasNet, s. r. o., (2020), produkuje méně až o: 20 % emisí oxidu uhličitého, 100 % emisí oxidu síry, 90 % oxidů dusíku a 99 % pevných částic. I přesto, že se stále jedná o fosilní palivo, je zemní plyn ekologičtějším palivem než benzín, motorová nafta nebo zkapalněný propan butan (Liquified Petroleum Gas - LPG). Dalším plusem jsou také finanční úspory, udává se, že náklady spojené s provozem vozidel na LNG jsou nižší až o 20 %.

Výhodou paliv ze zemního plynu jsou jeho několikanásobně větší zásoby než zásoby ropy. Podle Pavlenka a kol. (2020) se začíná v dopravě zvláště v Číně a v Evropské unii rozvíjet trh okolo alternativního paliva zvaného LNG. Zemní plyn ale v ČR zatím nemá rozsáhlou síť čerpacích stanic. To by se mělo v nejbližších letech změnit v návaznosti podpory státu na jejich budování. Do roku 2022 by v ČR mělo být vystavěno 13 stanic na LNG, jak uvádí časopis Logistika (2019). Déle také zmiňuje nižší spotřební daň na toto palivo, ale z důvodu vyšší pořizovací ceny vozidel podotýká, že by podpora státu měla být i jinými formami podpory. V Německu jsou například ekologická vozidla osvobozena od placení dálničního mýta.

Podle webu Plyn.cz (2020) se nabízí také možnost využití biometanu, který je ekologičtější formou LNG (BioLNG). Tento bioplyn vzniká mikrobiální přeměnou organického odpadu bez přístupu vzduchu. Momentálně je dražší než konvenční plyn a v České republice (ČR) se v dopravě zatím nevyužívá, ale z důvodu požadavku navýšení podílu obnovitelných zdrojů ho má stát v plánu podporovat. Jako prvního průkopníka



BioLNG pro dopravu v ČR uvádí Česká bioplynová asociace (2021) společnost Bioway, s.r.o., která má na základě získání evropské dotace v plánu vybudovat infrastrukturu šesti BioLNG stanic v ČR a na Slovensku.

Podle webu Elektrickévozy.cz (2018) se nabízí auta na elektřinu, která nevypouštějí žádné výfukové plyny a jejich cena paliva je nejnižší. Skutečné emise jsou ale závislé na způsobu výroby elektřiny, která je k pohonu použita a zohledníme-li ekologickou zátěž během celého životního cyklu, tedy i během výroby baterií a recyklace, vozidla už se tak ekologická nezdají. Jak zmiňuje ve svém článku Lin a kol. (2016), baterie mají v současnosti relativně malou kapacitu, a proto dojezd těchto vozů se hodí spíše na kratší vzdálenosti, především pro městskou dopravu (například: svoz odpadu, rozvoz pizzy, novin). U těchto vozidel na nákladní dopravu navíc může vzniknout problém s dobou nabíjení. – svoz odpadu

Další variantou alternativního paliva pro využití v dopravě je vodík. Podle Jörissena (2011) je vodík možné vyrábět širokou škálou metod a různými vstupy. V celosvětové výrobě vodíku dominuje výroba z fosilních paliv, kterou bychom měli snížit a pokusit se vyrábět vodík ekologičtěji. Denní produkce vodíku je téměř 1,5 miliardy Nm<sup>3</sup>. Proto je vhodné používat šetrnější postup výroby vodíku například tzv. alkalickou elektrolýzou vody. Jak uvádí Ducek a kol. (2010) při této metodě je využito elektrochemické štěpení vazby v molekule vody za pomoci elektrického napětí. Tento proces výroby má nulové emise CO<sub>2</sub> a jeho celková produkce se odvíjí od způsobu získání využití elektřiny. Časopis Logistika (2020) zmiňuje využití vodíku v dopravě jako pohonu pro palivové články. Ty přeměňují energii z vodíku a vzdušného kyslíku na elektrickou energii, která pohání trakční elektromotory. Tím vzniká elektromobilní vůz, bez potřeby těžkých baterií a dlouhé doby nabíjení. Hlavní výhodou vodíku jsou nulové emise při provozu a nevyčerpatelnost zdrojů na jeho výrobu. Nevýhodou je nákladná výroba vodíkových palivových článků, nutnost čistoty vodíkového paliva a pokles výkonu článků v čase. Jak uvádí Machac a kol. (2019) ve svém článku Využití vodíku v dopravě, problémem hromadného využívání vodíku jako paliva pro dopravu a průmysl je téměř neexistující infrastruktura, na kterou se může spolehnout koncový zákazník, a skutečnost, že většina výroby vodíku se provádí metodou zvanou parní reformování, kde se získává vodík z fosilních paliv. Vozidla s využitím vodíku nejsou pro nákladní dálkovou dopravu zatím na trhu, nicméně tato varianta má jako bezemisní do budoucna velký potenciál.

Nejlepší alternativou konvenčních paliv, která je v současné době využitelná pro dálkovou dopravu se jeví zkapalněný zemní plyn LNG. V důsledku rostoucího významu ekologického chování celé společnosti a negativního dopadu dopravy na životní prostředí bude vozidlo s tímto palivem v praktické části zahrnuto do jedné z variant řešení problému jako návrh na šetrnější přístup k životnímu prostředí. Pro řešení používá logistika metody operační analýzy. Těmi se bude zabývat následující kapitola.

## **3.2 Operační výzkum**

### **3.2.1 Historie operačního výzkumu**

Podle Římánka a kol. (1997) už příchod průmyslové revoluce a s ní spojený vzrůst organizací, vytvořil prostředí, pro nové netradiční metody operačního výzkumu. Samostatnost dílčích částí organizací se zvyšovala a prohlubovala se jejich specializace. V tomto důsledku vznikla řada problémů spojených s různorodými zájmy a hodnotami v jedné organizaci a s řízením systému jako celku. Bylo zřejmé, že se metody řízení opožďují ve svém vývoji, ale odstup mezi teorií a praxí byl tak značný, že přínos vědy pro praxi byl v této době zanedbatelný.

Přelom ve vývoji Lagová a Jablonský (2009) datují v období druhé světové války. Pro řešení problémů armády vznikly ve Velké Británii a USA speciální týmy pracovníků. Jejich úkolem byla aplikace vědeckého přístupu pro výzkum vojenských operací na strategické i taktické úrovni.

Zejména potom 50. léta 20. století přinesla prudký poválečný ekonomický rozvoj spolu s rozvojem operačního výzkumu, jak uvádí Římánek a kol. (1997). Operační výzkum začal pronikat do civilního průmyslu a vyplýval z jeho praktických potřeb. Za úspěchem operačního výzkumu stál také intenzivní rozvoj výpočetní techniky. Vývoj metod operačního výzkumu probíhal i nadále, vznikaly metody nové a již vzniklé byly nahrazovány dalšími.

### **3.2.2 Definice operačního výzkumu a disciplíny**

Jablonský (2002) definuje operační výzkum jako souhrn disciplín věnujících se řešení různých typů rozhodovacích problémů. Aplikuje se při analýze a koordinaci operací v libovolných systémech. Cílem aplikace je zajistit nejlepší fungování celého systému. Operace jsou prováděny s omezenými zdroji a lepší fungování systému je ověřováno

stanovenými kritérii. Je možné říci, že operační výzkum nachází nejlepší možná řešení problému s respektováním omezujících podmínek systému.

Klapka a kol. (1996) uvádějí, že se jedná o vědeckou disciplínu. Ta se věnuje analýze operací spojených s řízením, fungováním a navrhováním systémů společensko-ekonomicko-technických. Mezi nimi jsou vazby psychologické, sociální, ekonomické, materiálové a technické. Takovým systémem může být například průmyslový podnik, systém veřejné dopravy nebo systém zdravotních služeb.

Jak uvádí Gros (2003), pro operační výzkum je využíváno více označení a neexistuje jedna univerzální definice. Zde jsou některé z těch, na které se odkazuje:

- „*Operační výzkum je vědecký přístup hledání řešení, který usiluje o to, jak navrhovat a řídit systémy obvykle za podmínek vyžadujících lokalizaci omezených zdrojů.*“ (Winston, 1994, cit. podle Gros, 2003, str. 12)
- „*Operační analýza je aplikace vědeckých metod na komplex problémů vznikajících při řízení složitých systémů lidí, strojů, materiálních a finančních prostředků ve výrobě, obchodu a vojenství. Zvláštností přístupu je sestavování vědeckého modelu systému, zahrnujícího měření takových faktorů, jako jsou šance a riziko, pomocí kterého je možno předvídat a srovnávat výsledky alternativních rozhodnutí, strategií nebo řízení. Účelem je pomoci vedoucím pracovníkům určit jejich rozhodnutí vědecky.*“ (Society of Operational Research, cit. podle Gros, 2003, str. 12)
- „*Vědecké řízení je způsob rozhodnutí založený na vědecké metodě typické využitím kvantitativní analýzy.*“ (Camm a Evans, 1995, cit. podle Gros, 2003, str. 12)

V návaznosti na uvedené definice lze říci, že mezi podstatné rysy operačního výzkumu podle Brožové a Houšky (2002) patří:

- týmová práce specialistů,
- standardní postup řešení problému,
- systémový přístup k řešení,
- použití modelování a matematických modelů,
- uplatnění výpočetní techniky.

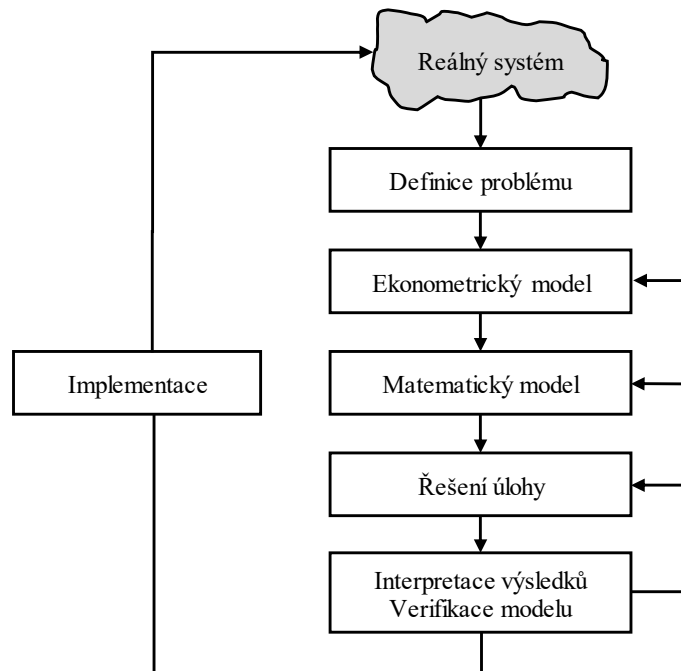
Operační výzkum rozděluje své disciplíny podle přístupu k řešení problému. Fábry (2011) je shrnul následovně:

- Strukturální analýza,
- Teorie her,
- Simulační modely,
- Lineární programování,
- Modely hromadné obsluhy,
- Nelineární programování,
- Modely řízení zásob,
- Dynamické programování,
- Síťová analýza, řízení projektů,
- Vícekriteriální optimalizace.

Metody operačního výzkumu, jejich rozvoj a modifikace jsou ovlivňovány dvěma faktory, jak uvádí Fiala a kol. (2010). Jsou jimi vědecké pokroky, díky nimž lze přesněji modelovat, kvantifikovat, prognózovat a vypočítat optimální řešení. Druhým faktorem jsou pokroky v informačních a komunikačních technologiích. Ty zajišťují automatizaci, uchování dat a rychlou realizaci. Za pomoci zmíněných faktorů může i nadále docházet k vývoji této vědní disciplíny, která zjednodušuje rozhodovací procesy.

### 3.2.3 Fáze aplikace operačního výzkumu

Uplatňování operačního výzkumu pro řešení rozhodovacího problému Fábry (2011) člení do několika fází znázorněných na obrázku č. 3. Mezi role účastníci se tohoto řešení řadí rozhodovací subjekt a analytika. Rozhodovatel zadává problém a analytik ho řeší. Analytik navrhne rozhodovateli své řešení, na něm je ho přijmout a zrealizovat nebo zamítnout a navrátit k úpravě analytikovi. Rozhodovatel tak poskytuje v tomto procesu zpětnou vazbu, která je velmi podstatná.



**Obrázek 3: Průběh rozhodovacího procesu (Fábry, 2011)**

Fábry (2011) objasňuje jednotlivé fáze rozhodovacího procesu následovně. Ve fázi definice problému je podstatou stanovit existenci problému a umět ho přesně definovat pro sestavení matematického modelu. Ekonomický model vystihuje cíl a podstatné rysy problému, které jsou formulovány dialogem rozhodovatele a analytika. Jedná se o popis problému, částí systému, procesů i činitelů. Ekonomický model je následně převeden do matematického, jsou stanoveny parametry, proměnné, funkce, rovnice, síťové grafy aj. Důležitý je v této fázi výběr vhodného přístupu. Řešení úlohy dnes už ve většině případů probíhá za pomoci výpočetní techniky, a tak je získání požadovaných výsledků relativně jednoduché. Následuje důležitý krok interpretace výsledků a verifikace modelu. Fáze je slovním vyjádřením a vysvětlením výstupů z předchozího kroku. Analytik odpovídá na otázky zadavatele a navrácí se proto zpět k matematickému i ekonomickému modelu, aby používal termíny, kterým rozhodovatel rozumí (na obrázku č. 3 znázorněno zpětnou šipkou). Verifikace je ověření správnosti modelu a zhodnocení reálnosti výsledků. Při zjištění nesrovnalostí se analytik vrací zpět k řešení úlohy nebo až k sestavení matematického modelu. Chyby mohou být způsobeny mnoha faktory, např. špatně zvoleným modelem, špatnou formulací modelu, opomenutím důležitých podmínek a dalšími. Posledním krokem je implementace jejímž cílem je zlepšení fungování systému. Provádí jí rozhodovatel uvedením výsledků od analytika do praxe. I přesto, že implementace

je posledním krokem, měl by následovat ještě jeden krok a to kontrola, zda provedené změny jsou pro systém skutečně přínosem.

#### 3.2.4 Členění modelů

Dle Fábryho (2011) je možné členit modely podle různých hledisek následovně:

- Deterministické a stochastické modely

Deterministické a stochastické modely jsou rozdělené podle typu informací. Deterministické modely jsou modely, v nichž jsou informace o zkoumaném systému známy s jistotou. Naproti tomu jsou-li procesy a hodnoty založeny na pravděpodobnosti, jedná se o modely stochastické.

- Statické a dynamické modely

Podle role času se modely rozlišují na statické a dynamické. U statických modelů hraje čas významnou roli, naopak u modelů statických je stupeň závislosti na čase nízký. Jednodušší analýza bývá deterministických statických modelů, dynamických stochastických modelů naopak nejsložitější.

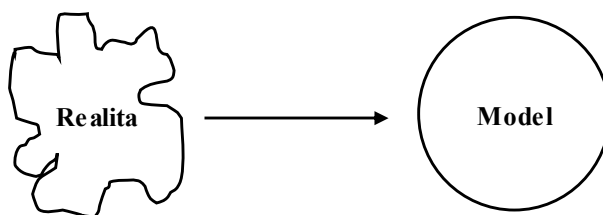
- Mikroekonomické a makroekonomické modely

Z hlediska druhu a velikosti systému se modely dělí na mikroekonomické a makroekonomické. Modely související s podniky, spotřebiteli, domácnostmi apod. jsou mikroekonomické. Modely týkající se celého národního hospodářství jsou makroekonomické.

#### 3.2.5 Matematické modelování

Matematické modelování je základním nástrojem operačního výzkumu. Provádí-li se tedy analýza systému prostřednictvím operačního výzkumu, je užíván model tohoto systému. Model je pouze zjednodušený obraz systému, jak uvádí Jablonský (2002).

Fábry (2011) popisuje model jako zjednodušení reality. Podotýká ale, že není možné realitu popsat do nejmenších podrobností, a proto je nezbytné zaměřit se při analýze systému na části důležité z hlediska cíle analýzy. Model zjednodušení reality zachycuje obrázek č. 4.



**Obrázek 4: Model jako zjednodušení reality (Fábry, 2011)**

Při sestavování modelu je nutné brát zřetel, že přílišné zjednodušení skutečnosti zkreslí model a výsledky budou nereálné. V opačném případě je při snaze co nejvíce zachytit skutečnost dosaženo kvalitního modelu, ale jeho analýzu není možné provést a výsledky jsou tak nezískatelné. Při vytváření modelu se proto podle Fábryho (2011) nalézá kompromis mezi snadnou řešitelností a kopií skutečnosti.

Jablonský (2002) zmiňuje výhody modelového přístupu:

- strukturalizace systému a specifikace možných stavů systému,
- analýza chování systému ve zkráceném čase,
- snadná manipulace a provádění experimentů s modely,
- náklady na modelování jsou nižší než reálné experimentování.

### 3.2.6 Celočíselné programování

Úlohy celočíselného programování se řadí mezi úlohy lineárního programování, navíc doplněné o tzv. podmínky celočíselnosti. Podmínky určují, zda některé nebo všechny proměnné mají nabývat pouze celočíselných hodnot. Přítomnost těchto podmínek je zjištěna z formulace ekonomického modelu problému. Hodnoty proměnných musí být celočíselné, například vyskytuje-li se v ekonomickém modelu počet kusů nebo počet opakování, uvádí Jablonský (2002).

Gros (2003) zmiňuje, že v běžných úlohách lineárního programování je u proměnných předpokladem možnost spojitě se měnit. Výrobky je možné vyrábět v libovolném množství, finanční prostředky vynakládat spojitě atd. V praxi ale nastávají situace, kdy proměnné musejí nabývat předem stanovených hodnot nebo musejí být celočíselná. Příkladem je objednávka po celých baleních nebo kusech.

Klapka a kol. (1996) doplňuje příklad, že není možné dodat na trh 120,3 auta, v budově mít 2,7 výtahu, přijmout ke studiu 52,6 studenta apod. Situace může být řešena zaokrouhlením nebo odseknutím desetinné čárky. V některých případech se tento postup

používá, existují ale situace, kde nastávají chyby. Jednotky proměnných ve výše zmíněných příkladech jsou fyzicky nedělitelné, a proto se těmto úlohám říká úlohy s nedělitelnostmi.

Vyžaduje-li rozhodovací situace volbu mezi dvěma variantami, jedná se o binární úlohy nebo také označované jako 0-1 celočíselné programování. Tyto úlohy zahrnují obsáhlou skupinu modelů a řeší se s nimi problémy jako: plánování výroby, rozmisťování pracovníků na pracoviště, rozvozní plány, alokace finančních prostředků nebo lokalizace kapitálových prostředků ve společnosti, objasňuje Gros (2003).

Modely celočíselného programování Gros (2003) rozděluje do tří skupin:

- úlohy vyžadující celočíselnost všech proměnných,
- úlohy vyžadující celočíselnost jen některých proměnných,
- úlohy binárního programování.

Jablonský (2002) tyto modely označuje ve stejném pořadí jako úlohy: ryze celočíselné, smíšeně celočíselné a bivalentní úlohy.

Úlohy celočíselného programování se v praxi vyskytují běžně, ale často jsou výpočetně náročné. Dodnes jsou předmětem výzkumu, nicméně na trhu už je dostatek produktů pro efektivní řešení rozsáhlých úloh tohoto typu, dodává Gros (2003).

### 3.3 Distribuční úlohy

Mezi metody lineárního programování se řadí celé spektrum speciálních úloh, jimiž jsou i úlohy distribuční. Tyto úlohy je možné řešit pomocí lineárních modelů simplexovou metodou. Řešení by ale bylo zdoluhavé, pracné a někdy dokonce nerealizovatelné s ohledem na značné množství údajů. Uplatňují se proto metody se specifickým charakterem, jež jsou jednodušší než simplexová metoda. Úlohy tohoto charakteru slouží k optimálnímu přiřazení objektů k objektům jiným (výrobky, stroje, pracovníci – stroje, staveniště, funkce), k optimálnímu rozmístění objektů nebo ke stanovení posloupnosti míst v okružní síti, uvádí Mainzová a kol. (2001).

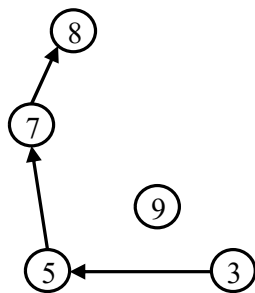
Šubrt a kol. (2015) mezi tyto úlohy zařazuje úlohy:

- jednostupňové,
- dvoustupňové,
- přiřazovací,
- zobecněné,

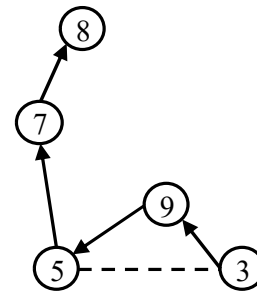


- okružní,
- trasovací a další.

Atraktivita a úspěšnost firmy se odvíjí od ceny, kvality nabízených služeb, ale také od rychlosti a pružnosti na požadavky zákazníků. Vzhledem ke stále vyšším nárokům a požadavkům zákazníků na flexibilitu reakcí firem, rozlišuje Fiala a kol. (2010) distribuční úlohy na statické a dynamické. Statické úlohy jsou takové, u kterých jsou informace o zákaznících a jejich požadavcích známy předem. Dříve, než je analytikem nalezeno optimální řešení. V praxi je ale zapotřebí, aby firmy reagovaly i na požadavky přichozí po nalezení optimálního řešení. V těchto případech se využívá dynamického přístupu. Jeho předmětem je rozhodnout, kdo a kdy nový požadavek obslouží. Ukázka změny dopravní trasy v důsledku příchodu nového požadavku je zobrazena na obrázku č. 5 a 6.



Obrázek 5: Vznik nového požadavku  
(Fiala a kol., 2010)



Obrázek 6: Zařazení nového požadavku  
(Fiala a kol., 2010)

Se zvyšujícím se rozsahem trhů je čím dál větší pozornost věnována účinné distribuci výrobků. Na dopravu se vynakládají stále větší částky, které průměrně činí 5 % z prodejní ceny výrobku, u některých mohou dosahovat až 30 %. Z toho důvodu je nezbytná nejen optimalizace přepravních tras, ale i hledání optimální struktury celého distribučního systému. Ta totiž přepravní vzdálenost přímo ovlivňuje. Opomíjeny nemohou být ani ekologické dopady neefektivního řízení výroby, shrnuje Gros a kol. (2015). Optimalizaci přepravních tras proto budou věnovány následující podkapitoly, které se stanou teoretickým východiskem pro praktickou část diplomové práce.

### 3.3.1 Jednookruhový okružní dopravní problém

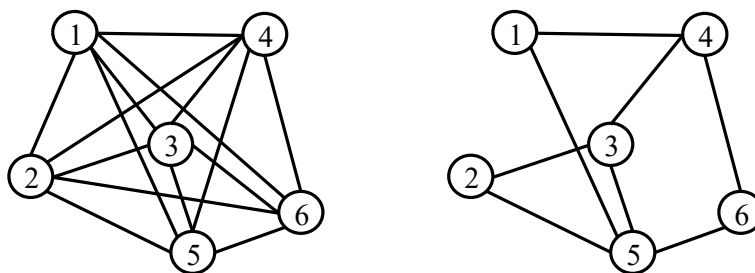
Jednookruhový okružní dopravní problém (Traveling Salesman Problem – TSP), označovaný také jako okružní dopravní problém nebo problém obchodního cestujícího, je v praxi využíván velmi často. Slouží k naplánování trasy rozvozu určitého materiálu. Nikoliv však mezi dvojicemi míst, nýbrž mezi jedním či několika dodavateli k většímu

množství spotřebitelů. V opačném případě od mnoha dodavatelů k jednomu nebo malému počtu odběratelů. Mezi obsluhovanými místy je přeprava provedena jedním okruhem. Oproti realizaci tras od dodavatele ke každému spotřebiteli zvláště, okružní spojení šetří náklady jednotlivých výjezdů vozidel. Cílem je tedy nalézt takovou posloupnost míst, kde se každé z nich bude nacházet právě jednou, pro minimální náklady okruhu. Jednookruhový okružní dopravní problém je nejjednodušší okružní úlohou. Mezi další okružní dopravní úlohy se řadí například víceokruhový okružní dopravní problém, kterému bude věnována pozornost v následující kapitole. (Šubrt a kol. 2015)

O pokrok v oblasti řízení problému obchodního cestujícího se podle Cooka (2012) zasloužil Dantzig, Johnson a Fulkerson. Těm se bez pomoci využití počítače povedlo v roce 1954 vyřešit problém projetí 48 místy. V tomto případě je  $10^{62}$  možných tras a nejkratší z nich měří 19 863 km. Tento rekord byl překonán v roce 1971 s problémem 64 míst. Další rekord je z roku 2006 s 85 900 místy, už ale s využitím počítačového programu. Poslední rekord je podle univerzity ve Waterloo (2021) z roku 2021 s 1 904 711 místy po celém světě, který pokořil Keld Helsgaun s délkou 7 515 755 956 metrů. Tímto rekordem se snížila délka oproti rekordu z roku 2020 o 14 628 metrů, přičemž rozdíl rekordů mezi lety 2011 a 2020 byl pouhých 7 604 metrů.

Cook (2012) také zmiňuje široké pole působení okružních dopravních problémů. Mimo využití v dopravě se jedná o oblast genetického výzkumu, pozorování planet a vesmíru, třídění dat, ovládání průmyslových spojů a podobně.

Okružní dopravní problémy lze rozdělit na dva typy podle charakteru cestní sítě, uvádí Získal a kol. (2000). V problému s úplnou sítí cest se vyskytuje spojení mezi dvěma libovolnými obsluhovanými místy. Opačně v problému s neúplnou sítí cest nelze realizovat přímé spojení každé dvojice míst v libovolném směru. Oba typy problému cestní sítě zachycuje obrázek č. 7.



Obrázek 7: Okružní problém s úplnou a neúplnou cestní sítí (Získal a kol., 2000)

Okružní dopravní problémy jsou úlohami, pro které neexistuje žádný algoritmus k nalezení přesného matematického optima. Těmto úlohám se říká NP-úplné úlohy. Příčinou je, že omezující podmínky úlohy rostou exponenciálně s počtem míst. Doba výpočtu tak narůstá stejně rychle a u velkých úloh by mohla být větší než např. délka lidského života. Existuje ale řada metod poskytující řešení, jenž lze považovat za ekonomické optimum. Mezi ně se řadí například Metoda nejbližšího souseda nebo Vogelova aproximační metoda, podle Šubrt a kol. (2015).

Prvky TSP charakterizuje Šubrt a kol. (2015) následovně:

- $n$  je počet míst, měst, uzlů, které musí vozidlo projet,
- $c_{ij}$  jsou cenové sazby – ohodnocení vzdálenosti mezi místy  $i$  a  $j$ ,
- $x_{ij}$  je bivalentní proměnná nabývající hodnot 1 a 0, je-li hodnota rovna jedné, vozidlo uskutečňuje trasu mezi místem  $i$  a  $j$ , v opačném případě nikoliv,
- $u$  je pomocnou proměnnou modelu.

Matematický model podle Šubrt a kol. (2015):

Minimalizace lineární účelové funkce.

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \text{MIN} \quad (3.1)$$

Omezující podmínky modelu. Podmínka (3.2) a (3.3) zaručují právě jednou navštívit každé místo. Podmínky (3.4) jsou tzv. Tuckerovy podmínky a zabezpečují, aby jednotlivá místa nebyla objeta několika samostatnými okruhy. Poslední podmínky (3.5) jsou bivalentní podmínky a zajišťují NP-úplnost úlohy.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (3.3)$$

$$u_i - u_j + n x_{ij} \leq n - 1, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n; i \neq j \quad (3.4)$$

$$x_{ij} \in \{0;1\}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n \quad (3.5)$$

Přípustné a nepřípustné řešení jednookruhového okružního dopravního problému je patrné z tabulky č. 1. Tabulka obsahuje místa, jež je nutné navštívit, ta jsou označena písmeny A1 – A5. Dále obsahuje bivalentní proměnné mezi každou dvojicí A1 – A5.

Nabývá-li hodnota těchto proměnných hodnoty jedna, bude mezi místy uskutečněna přeprava. Přípustné řešení obsahuje právě jeden okruh obsahující všechna místa, viz levá část tabulky, kde cesta prochází místy  $A_1 - A_3 - A_2 - A_4 - A_5 - A_1$ . V případě nalezení několika dílčích vzájemně nezávislých okruhů, se jedná o nepřípustné řešení. Tímto příkladem je pravá část tabulky, kde cesta probíhá ve dvou okruzích místy  $A_1 - A_2 - A_3 - A_1$  a  $A_4 - A_5 - A_4$ . (Jablonský, 2002)

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>
A <sub>1</sub>			1		
A <sub>2</sub>				1	
A <sub>3</sub>		1			
A <sub>4</sub>					1
A <sub>5</sub>	1				

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>
A <sub>1</sub>		1			
A <sub>2</sub>			1		
A <sub>3</sub>	1				
A <sub>4</sub>					1
A <sub>5</sub>				1	

Tabulka 1: Přípustné a nepřípustné řešení TSP (Jablonský, 2002)

### 3.3.2 Víceokruhový okružní dopravní problém

Víceokruhové okružní dopravní problémy (Multiple Traveling Salesman Problem - MTSP) jsou známé také jako trasovací problémy nebo úlohy o batohu. Problém MTSP s přehledem formulací a postupů řešení ve svém článku velice podrobně popisuje Bektas (2006). Vyskytují se v různých podobách se změnami kapacitních, časových ale i jiných omezeních. Z těchto důvodů není přeprava realizovatelná jedním okruhem a je nutné ji rozdělit do více okruhů. Nejčastější příčinou rozdělení je právě kapacitní omezení. Kapacita vozidla často není schopna pokrýt veškeré požadavky míst na dopravu materiálu, který je potřeba rozvézt. Při předpokladu všech stejných vozidel se stejnou kapacitou nebo nižší, než je suma objemu požadavků je třeba naplánovat několik okruhů. Každý okruh je určen pro jedno vozidlo. Jejich začátek i konec se nachází v centrálním místě, celkový objem požadavků necentrálních míst, nesmí být větší než kapacita vozidla a všechna necentrální místa musí ležet na jednom okruhu. Do necentrálních míst může vjet pouze jedno vozidlo. Tak líčí víceokruhový okružní dopravní problém Šubrt a kol. (2015). Cílem je dle Šubrt a kol. (2015) rozdělit jednotlivá místa do okruhů tak, aby každý okruh zahrnoval centrální místo a splňoval kapacitní omezení při minimálních nákladech.

Vaniček a kol. (2007) formuluje problém batohu: k dispozici je  $n$  předmětů, váha každého je známá jako  $v_i$  a cena (hodnota) jako  $c_i$ . Nosnost batohu je menší než suma všech

vah  $v_i$  s celkovou nosností  $V$ . Úkolem je nalézt takovou kombinaci předmětů, aby je batoh unesl a zároveň jejich celková hodnota byla co největší.

Fábry (2006) rozděluje víceokruhový okružní dopravní problém na dva přístupy:

- na úlohu s jedním výchozím místem,
- na úlohu s více výchozími místy.

Bektas (2006) zmiňuje vztahy mezi problémem obchodního cestujícího (TSP), víceokruhovým okružním dopravní problémem (MTSP) a rozvozním problémem (Vehicle Routing Problem – VRP). Uvádí, že problém MTSP je zobecněním problému TSP, který umožňuje využití více obchodníků. Pokud by v problému byl použit pouze jeden obchodník, jednalo by se o stejné problémy a všechny formulace a přístupy pro MTSP se stali platnými pro TSP. V praxi se navíc pro MTSP nachází lepší uplatnění díky možnosti rozšíření problému o celou řadu dalších omezení, například kapacitních, jak je tomu v problému VRP. Obecně lze říci, že MTSP je zmírněním problému VRP a pokud má vozidlo kapacitu ve VRP dostatečně velkou a není jeho kapacita omezena podmínkou, je MTSP a VRP stejným problémem. Všechny formulace a řešení pro MTSP a VRP jsou poté použitelné a validní.

Pro ukázkou bude uvedena úloha MTSP s jedním výchozím místem.

Prvky podle Fábryho (2006):

- $n$  je počet míst, které musí být navštíveny,
- $c_{ij}$  je ohodnocení vzdálenosti mezi místy  $i$  a  $j$ ,
- $x_{ij}$  bivalentní proměnná nabývající hodnot 0 a 1 (realizace spoje je v případě hodnoty 1),
- $K$  počet vozidel, kapacitní omezení pro tvorbu okruhů,
- $u_i, u_j$  je pořadí navštívených měst,
- $p$  je maximum míst, které může vozidlo navštívit.

Matematický model vychází z modelu obchodního cestujícího s úpravou omezujících podmínek. Fábry (2006) ho uvádí následovně:

Účelová funkce modelu.

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \text{MIN} \quad (3.6)$$

Omezující podmínky (3.7) a (3.8) garantují navštívení každého místa pouze jednou. Podmínky (3.9) a (3.10) stanovují, že počet vozidel  $K$  vyrazí z výchozího místa a následně se vrátí zpět. Podmínky (3.12) předcházejí vytváření smyček v místech. Soustava podmínek (3.11) zabraňuje vytváření parciálních cyklů, vozidlo může obsloužit maximální počet zákazníků označených jako  $p$ .

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad \forall i = 2, 3, \dots, n \quad (3.7)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad \forall j = 2, 3, \dots, n \quad (3.8)$$

$$\sum_{j=2}^n x_{1j} = K \quad (3.9)$$

$$\sum_{i=2}^n x_{i1} = K \quad (3.10)$$

$$u_i - u_j + p x_{ij} \leq p - 1 \quad (3.11)$$

$$x_{ij} = 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (3.12)$$

$$x_{ij} \in \{0;1\}, \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.13)$$

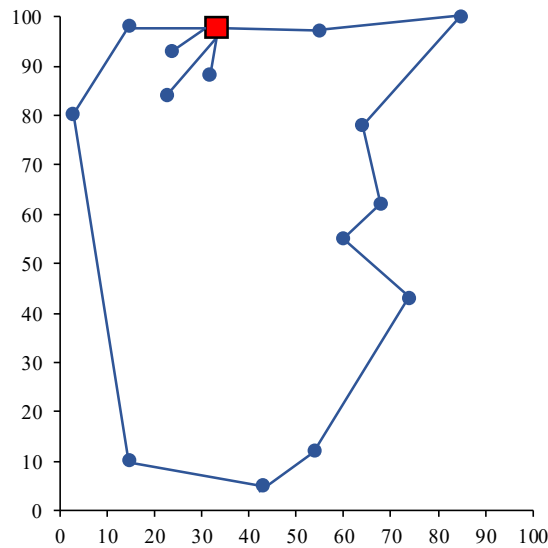
V případě, že není znám parametr  $p$ , je možné zamezit vytváření parciálních cyklů použitím soustavy omezujících podmínek (3.14).

$$u_i - u_j + (n - K) x_{ij} \leq n - K - 1, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n; j = 2, 3, \dots, n; i \neq j \quad (3.14)$$

Omezení (3.9) a (3.10) vyžadují využití všech vozidel. Mohou-li zůstat některá vozidla nevyužita, musí být splněn předpoklad trojúhelníkové nerovnosti (3.20).

$$c_{is} + c_{sj} \geq c_{ij}, \quad \forall i, j, s = 1, 2, \dots, n; i \neq j \neq s \quad (3.15)$$

Pro představu víceokruhového okružního dopravního problému je podle Fábryho (2006) na obrázku č. 8 uveden konkrétní příklad. Je předpokládáno 14 zákazníků a 4 vozidla. Optimálním řešením je obsloužit 11 zákazníků jedním vozidlem a zbývající 3 zákazníky obsloužit každého právě jedním vozidlem.



Obrázek 8: Čtyři vozidla vyjíždějící z jednoho výchozího místa (Fábry, 2006)

### 3.3.3 Rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem

Rozvozní problém je vytvořen na stejné podstatě jako problém okružní. Rozdílem je, že rozvozní úlohy mají předem stanovenou kapacitu vozidla a požadavky odběratelů. Úkolem problému obchodního cestujícího je pouze navštívit všechna místa jednou trasou s minimalizací ujeté vzdálenosti. Fábry (2017) zmiňuje tyto úpravy rozvozní úlohy: rozvozní úloha s dělenou dodávkou, s časovými okny nebo s heterogenním vozovým parkem. Poslední zmíněné bude věnována tato kapitola.

Boldacci a kol. (2007) uvádí, že v řadě praktických situací je mnohdy k dispozici více vozidel. O homogenní vozový park se jedná, jsou-li všechna vozidla stejná, v takovém případě je model obdobou rozvozní úlohy s přidáním indexů pro jednotlivá vozidla. Při více typech vozidel s odlišnými parametry je vozový park heterogenní. Takovému problému se říká Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem (HFVRP).

Uvažujme podle Fábryho (2017) úlohu VRP s  $K$  typy vozidel ve výchozím depu, s kapacitami  $V_k$  pro každý typ vozidla, počet vozidel  $p_k$  a nákladové koeficienty  $d_k$ . Nákladové koeficienty jsou porovnáním oproti nejlevnějšímu vozidlu z hlediska spotřeby pohonných hmot. Cílem je uspokojit požadavky zákazníků se sestavením flotily a tras při minimalizaci nákladů. Prvky modelu a model samotný zní následovně:

- $n$  je počet míst, které musí být navštíveny, kde  $n_1$  je centrální sklad,
- $c_{ij}$  je ohodnocení přímého spojení z místa  $i$  do  $j$ ,

- $x_{ij}^k$  bivalentní proměnná nabývající hodnot 0 a 1 (realizace spoje je v případě hodnoty 1),
- $K$  počet typů vozidel, které jsou k dispozici pro tvorbu okruhů,
- $k$  každý jeden typ vozidla,
- $p_k$  počet kusů vozidel typu  $k$ ,
- $V_k$  kapacita vozidla typu  $k$ ,
- $d_k$  nákladový koeficient odvozený od spotřeby vozidla,
- $q_j$  požadavek  $j$ -tého zákazníka (poptávka uzlu),
- $u_i, u_j$  je pomocná proměnná modelu zavedená pro bilanci nákladu vozidla.

$$\text{Značení} \quad \bar{V} = \max_{k=1,2,\dots,K} V_k \quad (3.16)$$

$$\text{Předpoklad} \quad \sum_{i=2}^n q_i \leq \sum_{k=1}^K p_k V_k \quad (3.17)$$

$$\text{Model} \quad \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_k c_{ij} x_{ij}^k \rightarrow \text{MIN} \quad (3.18)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^n x_{ij}^k = 1, \quad \forall i = 2, 3, \dots, n \quad (3.19)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij}^k = \sum_{i=1}^n x_{ji}^k, \quad \forall j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, K \quad (3.20)$$

$$\sum_{j=2}^n x_{1j}^k \leq p_k, \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \quad (3.21)$$

$$u_i + q_j - \bar{V} (1 - x_{ij}^k) \leq u_j, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n; j = 2, 3, \dots, n; k = 1, 2, \dots, K \quad (3.22)$$

$$u_i \leq \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^K x_{ij}^k V_k, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (3.23)$$

$$u_1 = 0 \quad (3.24)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, K \quad (3.25)$$

$$u_i \in \mathbb{R}_+, \quad \forall i = 2, 3, \dots, n \quad (3.26)$$

Aby byl splněn předpoklad modelu (3.17), celková suma požadavků zákazníků musí být menší nebo rovna celkové kapacitě vozidel zahrnutých do modelu. Účelová funkce



(3.18) minimalizuje náklady na přepravu nejen minimalizací ujeté vzdálenosti, ale navíc i s ohledem na nákladovost vozidel. Podmínka (3.19) zajišťuje, aby každé místo od  $i = 2$  bylo navštíveno právě jednou. Podmínka (3.20) je konzistencí vjezdu a výjezdu, každé  $k$ -té vozidlo, které vjede do místa  $j$  z něj i vyjede. Každý typ vozidla může být použit maximálně podle jeho počtu kusů podmínkou (3.21). Vytváření parciálních cyklů zabraňuje anticyklická podmínka (3.22). Podmínka (3.23) obstarává bilanci nákladu, aby požadavky nepřesáhly kapacitu vozidla. Spuštění činnosti a dosažení hodnoty 0 do výchozího uzlu bilance nákladů opatřuje podmínka (3.24). K úlohám s nulovou počáteční hodnotou je možné přistupovat jako ke svozním úlohám. Podmínka (3.25) říká, že proměnné  $x_{ij}^k$  jsou binární a poslední podmínka (3.26) je podmínka nezápornosti.

### 3.3.4 Kapacitně omezený rozvozní problém s ekologickými vozy

Problematika životního prostředí se dnes stává součástí každého odvětví. A protože i doprava má negativní vliv na životní prostředí, přichází nový směr tzv. Green logistics – „zelená“ ekologická logistika, která tyto dopady podnikových aktivit sleduje a minimalizuje, jak uvádí Škapa (2005). Sleduje například znečištění vzduchu a hluku, zkoumá vlivy konkrétních dopravních prostředků nebo je její snahou snížit energetickou a materiálovou náročnost činností. Budoucností ekologického rozvozního problému se zabývá ve svém článku Lin a kol. (2014).

Už samotný model VRP optimalizací tras a minimalizací celkové vzdálenosti uražené vozidlem je způsobem, jak zmírnit nežádoucí dopady na životní prostředí. Kapacitně omezený ekologický rozvozní problém (Capacitated Green Vehicle Routing Problem – CGVRP) je pak variantou VRP doplněnou o vozidla na alternativní palivo a čerpací stanice s tímto palivem, podle Normasariho a kol. (2019). Zmiňuje také další možnosti, jak uvažovat o minimalizaci spotřeby paliva, například z pohledu časově závislého problému nebo v závislosti na zatížení vozidla.

Uvažujme model CGVRP podle Normasariho a kol. (2019), který zohledňuje maximální ložnou kapacitu vozidla při uspokojování předem známých požadavků zákazníků tak, aby celkové náklady byly minimální. Model je zaměřen na určování tras vozidel na alternativní palivo a na maximální časové omezení. Bude vytvořeno maximálně  $m$  okruhů vozidly, kde každé vozidlo uskuteční jeden samostatný okruh

a jeho počáteční a konečnou stanicí bude depo. Během okruhu navštíví množinu vrcholů zákazníků, případně mezi nimi podle potřeby čerpací stanici s alternativním palivem. Celková poptávka každé trasy nesmí překročit kapacitu vozidla a celkový čas strávený na trase nesmí překročit maximální délku trasy. Model GCVRP uvažuje o deterministickém a statickém problému. Předpokladem je konstantní rychlost jízdy a po návštěvě čerpací stanice naplnění nádrže vozidla na plnou kapacitu.

Vstupní hodnoty

- $d_{ij}$  vzdálenosti,
- $Q$  maximální kapacita paliva vozidla,
- $r$  spotřeba paliva,
- $T_{\max}$  maximální čas trasy,
- $t_{ij}$  doba jízdy z vrcholu  $i$  do  $j$ ,
- $p_i$  doba služby u zákazníka, případně čas tankování,
- $C$  maximální naložení vozidla,
- $q_i$  požadavky zákazníků.

Proměnné

- $x_{ij}$  binární proměnné, pokud existuje cesta z  $i$  do  $j$  1, jinak 0,
- $y_i$  stav paliva vozidla po návštěvě  $i$ -tého uzlu,
- $u_i$  stav naložení vozidla v uzlu  $i$ ,
- $\tau_j$  čas příjezdu na vrchol  $j$ .

Množiny

- depot,  $\{v_0\}$ ,
- $n$  počet zákazníků i s depotem,
- $s$  počet tankovacích stanic,
- $m$  počet vozidel k dispozici,
- $V$  množina všech uzlů,  $V = \{v_0\} \cup I \cup F = \{v_0, v_1, \dots, v_{n+s}\}$ ,
- $V'$  množina všech uzlů s umělými proměnnými  $V' = \{v_0\} \cup I \cup F'$ ,
- $I$  množina všech zákazníků,  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,
- $I_0$  množina všech zákazníků + depot,  $I_0 = \{v_0\} \cup I$ ,
- $F$  množina všech čerpacích stanic  $\{v_{n+1}, v_{n+2}, \dots, v_{n+s}\}$ ,

- $F'$  množina umělých proměnných všech čerpacích stanic  $F$ ,
- $F_0$  množina umělých proměnných všech čerpacích stanic a depotu,  $F_0 = \{v_0\} \cup F'$ .

$$\text{Matematický model} \quad \sum_{i \in V', j \in V', i \neq j} d_{ij} x_{ij} \rightarrow \text{MIN} \quad (3.27)$$

$$\sum_{j \in V', i \neq j} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in I \quad (3.28)$$

$$\sum_{j \in V', j \neq i} x_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in F_0 \quad (3.29)$$

$$\sum_{i \in V', j \neq i} x_{ij} = \sum_{i \in V', j \neq i} x_{ij}, \quad \forall j \in V' \quad (3.30)$$

$$\sum_{j \in V' \setminus \{0\}} x_{0j} \leq m \quad (3.31)$$

$$\sum_{j \in V' \setminus \{0\}} x_{j0} \leq m \quad (3.32)$$

$$\tau_j \geq \tau_i + (t_{ij} + p_j) x_{ij} - T_{\max} (1 - x_{ij}), \quad \forall i \in V', j \in V' \setminus \{0\}, i \neq j \quad (3.33)$$

$$0 \leq \tau_0 \leq T_{\max} \quad (3.34)$$

$$t_{0j} \leq \tau_j \leq T_{\max} - (t_{j0} + p_j), \quad \forall j \in V' \setminus \{0\} \quad (3.35)$$

$$y_j \leq y_i - r d_{ij} x_{ij} + Q (1 - x_{ij}), \quad \forall j \in I, i \in V', i \neq j \quad (3.36)$$

$$y_j = Q, \quad \forall j \in F_0 \quad (3.37)$$

$$y_j \geq \min \{r d_{j0} r (d_{jl} + d_{l0})\}, \quad \forall j \in I, l \in F' \quad (3.38)$$

$$u_j \leq u_i - q_i x_{ij} + C (1 - x_{ij}), \quad \forall i \in V', j \in V' \setminus \{0\}, i \neq j \quad (3.39)$$

$$0 \leq u_i \leq C, \quad \forall i \in V' \quad (3.40)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i, j \quad (3.41)$$

Účelová funkce (3.27) minimalizuje celkovou vzdálenost tras. Omezující podmínka (3.28) zajišťuje navštívení každého zákazníka právě jednou a podmínka (3.29) navštívení čerpací stanice s alternativním palivem maximálně jednou. Podmínka (3.30) zachovává tok okruhu, tedy aby vozidlo nezůstalo stát někde na cestě a vrátilo se zpět do depa. Použití maximálně  $m$  vozidel – výjezd z depa maximálně  $m$  krát omezují podmínky (3.31) a (3.32). Časy příjezdu na vrchol  $j$  uvádí podmínka (3.33), podmínky (3.34) a (3.35) garantují limit pro dobu trvání trasy. Dohled nad palivem v nádrži vozidla mají podmínky (3.36) až (3.38), kde podmínka (3.36) počítá zbývající hladinu paliva na vrcholu  $j$  a podmínka (3.37) při navštívení čerpací stanice zabezpečuje dotankování nádrže do plna. Aby vozidlu zbyl

dostatek paliva na to vrátit se zpět do depa kontroluje podmínka (3.38). Podmínka (3.39) zachycuje z pohledu naložení zbývající kapacitu vozidla na vrcholu  $j$  a podmínka (3.40) zaručuje nepřekročení kapacity vozidla a jeho nepřetížení. Binaritu proměnných doplňuje podmínka (3.41).

### 3.3.5 Výpočetní složitost problémů

Výpočetní složitost problémů je možné rozdělit podle toho, zda jsou v polynomiálním čase řešitelné. Cook (2012) uvádí třídu P, to jsou úlohy, pro které existuje deterministický algoritmus řešení v polynomiální čase. Do této třídy spadají nejjednodušší úlohy. Naopak složitějšími úlohami jsou úlohy z třídy NP. NP, tedy nedeterministicky polynomiální jsou úlohy řešitelné v polynomiálním čase na nedeterministickém Turingově stroji. Ten rozvětjuje výpočet v každém kroku na  $n$  větví, ze kterých hledá řešení. Pokud je pro úlohy NP nalezeno řešení, je možné jeho správnost alespoň ověřit.

Další třídu složitosti NP – těžké/úplné řadí Pelikán (2001) mezi výpočetně nejsložitější úlohy. Nebyl pro ně dosud nalezen efektivní algoritmus, který by v polynomiálním čase našel optimální řešení. Tyto úlohy lze označit za alespoň tak složité, jako je nejsložitější řešení z třídy NP úloh. Šubrt a kol. (2015) objasňuje jejich složitost na příkladu, kde s rostoucím počtem míst roste i počet omezujících podmínek a tím i doba výpočtu. U větších úloh může doba výpočtu dosahovat kupříkladu délky lidského života. Mezi NP – těžké úlohy se řadí také úloha obchodního cestujícího nebo rozvozní problém.

Největší otázkou Cooka (2012) je existence rovnosti mezi NP a P třídami. Dodnes ale pro NP úlohy nebyla dokázána existence polynomiálního algoritmu, a proto ani tato rovnost není potvrzena. Problém P versus NP je jedním ze sedmi tzv. problémů tisíciletí.

## 3.4 Softwarové řešení optimalizačních úloh

Nástrojem pro překonání například problému vysokého počtu numerických výpočtů nebo potíží s formulací analyticky řešitelných modelů je dle Grose a kol. (2015) počítačová simulace. Ta prošla dlouhým vývojem a dosáhla stádia širokého uplatnění v nejrůznějších oborech. Zásadou posledních softwarových produktů se stala i dostupnější. Počítačová simulace je zachycení chování reálného objektu na počítači. Pro konstrukci a realizaci těchto simulací je využíváno prostředí tabulkových procesorů a specializovaných softwarových produktů. Dříve používané simulační modely neuměly samy nalézt optimální řešení

problému a rozhodovatel musel změnami struktury systému a proměnných vybrat jejich nejvhodnější kombinaci. Současné produkty už nabízejí i optimalizační funkce, jež ověřují a vybírají nejlepší varianty řešeného problému v rozsahu určených mezí.

Podle Jablonského (2002) je řešení úloh lineárního programování i malého rozsahu bez vhodných programových prostředků nepředstavitelné. Na trhu je velká nabídka programů od nejjednodušších až po profesionální. Nejjednodušší programy jsou cenově dostupné, ale jejich prostředí je omezeno na desítky proměnných a množství omezujících podmínek. Jsou proto využívány zejména pro výuku. Naopak profesionální programy jsou vysoce výkonné a mají možnost řešit úlohy s několika tisíci omezujících podmínek. Jejich kvalitě také odpovídá hodnota dosahující až tisíce dolarů. K řešení menších úloh uživateli postačí tabulkový kalkulátor MS Excel a nemusí si pořizovat specializovaný programový systém.

Plevný a kol. (2010) rozděluje softwarové produkty na ty, které podporují optimalizační výpočty a ty, jež jsou přímo specializované. Pro specifické rozhodovací úlohy existují tzv. manažerské informační systémy, mezi které patří systémy pro podporu rozhodování. Tyto systémy poskytují především podnikům podporu ve formě dat a modelů k řešení konkrétních problémů a řadí se taktéž do produktů podporujících optimalizační výpočty. Přímě specializované produkty řeší celou škálu typů optimalizačních modelů. Jak už bylo zmíněno, je jich celá škála od jednoduchých po rozsáhlé, některé slouží pro potřeby výuky, jiné pro řešení podnikové praxe. Existují i v několika verzích. Plných nebo s omezenými funkcemi, které však bývají volně dostupné. Některé programy jsou také vytvářeny na zakázku firem, aby splňovaly veškeré požadavky na firemní data. Mezi specializovanými programy Plevný a kol. zmiňuje například:

- STORM,
- LINDO,
- LINDO API,
- LINGO,
- What'sBest!,
- DecisionPro.

Do skupiny produktů podporujících optimalizační výpočty Plevný a kol. (2010) řadí tabulkové procesory jako je MS Excel. Jeho součástí je obvykle tzv. Řešitel (Optimizer),

neboli Microsoft Excel Solver. Jedná se o balíček nástrojů k řešení jednoduchých optimalizačních úloh a dnes už je standardním vybavením každého počítače. Jeho výhodou pro české uživatele je jazyk. Naprostá většina ostatních systémů je v angličtině. Software OpenSolver a řešitel Gurobi Optimizer, dále jen Gurobi, budou využity pro výpočet v praktické části. Bude jim proto i v literární rešerši věnována větší pozornost.

### 3.4.1 OpenSolver

OpenSolver je doplněk tabulkového procesoru MS Excel sloužící k řešení úloh lineárního a celočíselného programování. Je vyvíjen a spravován Andrew Masonem a studenty z katedry Engineering Science univerzity Auckland z Nového Zélandu. Jeho bezplatná poslední stabilní verze 2.9.3 je volně ke stažení na webu opensolver.org. OpenSolver je rozšířením již vestavěného Řešitele aplikace Excel. Oproti Řešiteli není OpenSolver omezen velikostí řešeného problému, může řešit větší modely o mnoha proměnných a jedná se tak o výkonnějšího řešitele. I přesto ale může být řešení velkých problémů pomalé a časově náročné. S již vytvořenými matematickými modely pro Řešitele je OpenSolver plně kompatibilní, díky čemuž je možné vyřešit úlohy, které z důvodu velikosti za jeho pomoci být řešeny nemohly. V rámci OpenSolver bude pro výpočet použit od vědecké a vzdělávací neziskové nadace COIN-OR optimalizační řešitel CBC. Tento řešitel byl vytvořen Johnem Forrestem a funguje na principu metody větví a mezí. (OpenSolver for Excel, 2020)

### 3.4.2 Gurobi Optimizer software

Zmíněný OpenSolver nabízí možnost změny optimalizačního řešitele a namísto předem nainstalovaného řešitele CBC využít optimalizačního řešitele Gurobi. Jakmile je Gurobi doinstalován a aktivován, je v OpenSolveru k dispozici. Jedná se o produkt od společnosti Gurobi Optimization. Společnost vznikla v roce 2007 a je zaměřena na nejrychlejší řešení matematické optimalizace. Jejím cílem je přispívat k lepšímu rozhodování společností. V průběhu let se společnost osvědčila a rozšířila na poskytování služby až 2 400 společnostem z rozdílných průmyslových odvětví. Například z oblasti distribuce, výroby, nákupu, kapitálových investic, financování nebo lidských zdrojů. Gurobi Optimizer software je nejmodernější optimalizační nástroj pro řešení matematického programování. Díky robustnosti výpočetního programu je možné řešit problémy s rozsahem milionů rozhodovacích proměnných. Daný problém je potřeba do programu zapsat v podobě

matematického modelu. Dále už pak software zvažuje miliardy možných řešení s cílem nalézt to nejlepší možné. Gurobi se oproti CBC řadí mezi placené softwary, jehož cena dosahuje tisíců dolarů. Pro účely diplomové práce je ale využita bezplatná akademická verze programu. (Gurobi Optimization, 2020)

## 4 Vlastní práce

Předmětem praktické části je aplikace modelu rozvozního problému s možností využití více typů vozidel rozšířeného jak o prostorovou, tak váhovou kapacitu vozidla. Nejprve bude pojednáno o společnosti, definován problém a představena vstupní data. Z pohledu složitosti je problém definován jako NP – těžký a s ohledem na rozsáhlost vstupních dat bude použita heuristika k jejich rozdělení do více dílčích skupin. Následuje výpočet vzdáleností a sestavení modelu pro výpočet. Výstupem jsou varianty řešení zmíněného rozvozního problému s heterogenním vozovým parkem doplněné o další možný způsob, jak snížit náklady. Tím je řešení rozvozní úlohy se zahrnutím ekologicky šetrných vozidel na alternativní palivo.

### 4.1 Charakteristika subjektu

TPL Czech, s. r. o., je rodinná společnost zajišťující komplexní logistické služby s tradicí již od roku 1990. Za leta působení na trhu se rozrostla a v současné době čítá okolo 70 zaměstnanců. Její sídlo se nachází v logistickém areálu v Hořovicích, strategicky u dálnice D5, kde má i centrální sklad. V roce 2020 rozšířila své působení na Slovenský trh a pod dceřinou společností otevřela nový sklad v Novém městě nad Váhom.

Společnost zajišťuje distribuci zásilek od 1 kg až po celokamionové zásilky. Mimo skladování a dopravy klientům nabízejí tzv. VAS služby, z anglického „value added services“, služby s přidanou hodnotou. Za zmínku některých z nich stojí například: kolkování, etiketování, přebalování, párování nebo výroba etiket dle platných norem. Zejména pak díky celnímu skladu, kterým společnost disponuje, jsou celní služby velmi žádané. (TPL Czech, s. r. o., 2017)

### 4.2 Specifikace problému

Společnost TPL Czech, s. r. o., poskytuje svým zákazníkům službu skladování a distribuce zboží. Po celé České republice má nespočet zákazníků, kterým dodává objemné zboží nákladní dopravou. V rámci podnikání je pro společnost nejdůležitější minimalizovat náklady. Je proto nezbytné, aby veškerá doprava spojená s rozvozem byla v rámci možností nákladově úsporná. Jednou z priorit podniku je z tohoto důvodu optimalizovat všechny trasy



a zamezit tak výdajům z najetých přebytečných kilometrů. Optimalizace dopravních tras zajistí společnosti minimalizaci nákladů při uspokojení potřeb zákazníka.

Cílem práce je tedy optimalizovat dopravní trasy mezi jejími zákazníky a výchozím místem, které je centrálním skladem. Výchozí bod slouží i jako bod návratu vozidel. Distribuční místa k obslužení představují objednávku zákazníků z předcházejícího dne. Objednávka je pro účely práce vyjádřena v množství naložených palet zbožím a jejich hmotností. Tyto parametry musejí být zohledněny v rámci plánovaných tras vzhledem k dostupným vozidlům. Společnost má k dispozici vlastní vozový park o třech typech vozidel: kamion, solo a dodávka. Jejich kapacita palet, nosnost a počet kusů k dispozici jsou zřejmé z tabulky č. 2.

Vozový park K			
Typ vozidla k	Počet $p_k$ (ks)	Kapacita $V_k$ (palet)	Nosnost $L_k$ (kg)
Kamion	6	33	22 500
Solo	10	18	7 000
Dodávka	8	5	1 500

Tabulka 2: Vozový park společnosti (Vlastní zpracování, 2021)

### 4.3 Vstupní data

Společnost TPL Czech, s. r. o., plánuje desítky tras za týden. Vzhledem k objemu dat poskytnutých společností pro účely diplomové práce, byl vybrán pouze jeden modelový den. Při výběru dne bylo snahou nelézt takový den, který se bude nejméně blížit průměrnému dennímu objemu zakázek společnosti. Na tomto dni budou demonstrovány možnosti optimalizace.

Ze získaných dat byl vytvořen seznam objednávek do tabulky v příloze A č. 1. Tabulka obsahuje název společnosti, adresu a informace o objednavce v podobě kusů naložených palet a hmotnosti objednávky. Každé místo bylo dále doplněno o identifikační číslo a GPS souřadnice, k jejichž získání posloužila mapová aplikace Googlemaps.com. Pouze pod identifikačním číslem jedna se nenalézají informace o zákazníkovi a jeho objednavce, nýbrž centrální sklad, sloužící jako výchozí místo i místo návratu vozidel.

Tabulka obsahuje informace celkem o 61 zákaznících po celé České republice, u nichž musí dopravce zajistit zásobování během jednoho dne. Celkový objem objednávek pak čítá

235 kusů palet se zbožím o hmotnosti 57,4 tun. Část vstupních dat je pro ilustraci zachycena v tabulce č. 3.

VSTUPNÍ DATA							
ID místa	Společnost	Město	Ulice	PSČ	GPS souřadnice	Palety (ks)	Hmotnost (kg)
1	Centrální sklad	Hořovice	K Plevnu 388/10	268 01	49.8449153N, 13.8942400E	-	-
2	Potraviny Čermák	Děčín V.	Ruská 3	40502	50.7697742N, 14.1944150E	3	946,8
3	Restaurace Good Gate	Most	Jaroslava Průchy 1915/24	434 01	50.5000267N, 13.6411031E	1	76,92
4	ELKO, Velkoobchod nápojů s.r.o.	Nová Role	Tovární 242/12	362 25	50.2703442N, 12.7769164E	2	901,07
5	VICOM s.r.o.	PRAHA 7	Jankovcova 6	170 00	50.1049747N, 14.4560442E	1	129,8
6	TREK NAPOJE (areál za Penny)	BEROUN	Plzeňská 305/75	266 01	49.9574178N, 14.0578192E	1	196,42
7	Dios Trading areál VK Park	Praha 10 - Malešice	U Stavoservisu 1	108 00	50.0773494N, 14.5367636E	1	490,57
8	Hotel Imperial	Karlovy Vary	Libušina 1212/18	360 01	50.2194836N, 12.8864789E	1	23,99
9	JIP východočeská, a.s.	Karlovy Vary	Sportovní 15/574	36001	50.2417061N, 12.8925342E	1	74,96
10	Potraviny M.B.M.CZ s.r.o.	Rychnov nad Kněžnou	Staré náměstí 46	516 01	50.1630236N, 16.2753325E	1	26,13

Tabulka 3: Vstupní data (Vlastní zpracování, 2021)

#### 4.4 Rozdělení vstupních dat

Jelikož se jedná o rozsáhlou NP – těžkou úlohu, ve které doba výpočtu roste s rostoucím počtem míst jako  $n!$  „ $n$  faktoriál“, bude použita heuristická metoda pro rozdělení množiny  $n$  do více dílčích skupin a tím zjednodušena složitost a doba výpočtu. Heuristické metody sice nezaručují optimální řešení, ale časovým zefektivněním mohou poskytovat uspokojivé výsledky. Výpočty budou provedeny jak na modelu se všemi daty, tak rozdělenými a jejich výstupy porovnány.

Jako přijatelné se jeví rozdělení do čtyř skupin. Jelikož je úloha kapacitně omezena, bude s ohledem na kapacity rozdělena. Záměrem je rozdělit skupiny na stejně velké, a protože úloha zahrnuje více typů vozidel o různé kapacitě, bude tato hodnota stanovena jako suma požadavků palet dělena čtyřmi. V tomto případě budou vytvořeny tři skupiny o kapacitě 58 palet a jedna o kapacitě 59 palet.

Pro rozdělení kapacitně omezeného víceokruhového okružního dopravního problému bude použita Mayerova metoda. Ta neslouží k úplnému řešení a seřazení míst v okruhu, ale pouze k rozdělení uzlů do skupin.

Postup řešení popisuje Kučera (2009): Jako první je vybráno nejvzdálenější místo od výchozího bodu. Jako další vždy nejbližší místo k posledně zvolenému. Okruh je uzavřen, pokud by přidáním dalšího místa suma kapacit překročila stanovenou maximální kapacitu. Tento postup je opakován, dokud nejsou všechna místa zařazena v některé ze skupin.

Po aplikaci této metody byla místa rozdělena do těchto skupin (místa jsou zapsána pod identifikačním číslem):

Skupina 1: 1, 58, 31, 57, 32, 10, 54, 19, 27, 13, 52, 33, 25, 30, 55, 47, 53, 16, 59,

Skupina 2: 1, 34, 56, 37, 26, 7, 5, 60, 15, 12, 14, 51, 36, 6, 39, 23,

Skupina 3: 1, 24, 43, 44, 21, 35, 40, 20, 17, 45, 18, 46, 50,

Skupina 4: 1, 22, 28, 48, 41, 29, 61, 8, 38, 9, 4, 49, 3, 62, 11, 42, 2.

Kompletní vstupní data rozdělených skupin jsou přílohou A č. 2 a součástí přílohy B je výpočet Mayerovy metody.

## 4.5 Výpočet problému

Úloha bude řešena třemi různými modifikacemi rozvozního problému tak, aby splňovaly požadavky zadání. V této části práce budou úpravy modelů podrobně popsány a spolu s tím znázorněno řešení v MS Excel na ilustrativním příkladu pro model s heterogenním vozovým parkem. Z důvodu rozsáhlosti úlohy bude ilustrativní příklad pouze o jednom centrálním skladu a čtyřech zákaznících. Modely budou nejprve zapsány do prostředí tabulkového procesoru MS Excel. Omezující podmínky, proměnné a optimalizační kritéria budou vytvořeny sestavením tabulek v podobě soustavy matic, vzájemnými odkazy uvnitř tabulek a porovnáváním hodnot jednotlivých matic a proměnných. K samotnému zhotovení modelů a k výpočtům bude využito grafické rozhraní doplňku OpenSolver rozšířeného o řešitele Gurobi. Teoretický základ pro tyto řešitele je součástí literární rešerše v kapitole 3.4.1 a 3.4.2. Praktická ukázka práce s řešiteli bude popsána v kapitole 4.5.4 na zmíněném ilustrativním příkladu.

### 4.5.1 Výpočet vzdáleností

Pro zjištění vzdáleností mezi jednotlivými zákazníky bude každý zákazník zanesen na mapě jako bod, interpretován GPS souřadnicemi. K výpočtu vzdáleností dvou bodů

po kulové ploše poslouží takzvaný Haversinův vzorec. Jedná se o přesnější výpočet než Euklidovskou metrikou, jelikož počítá se zakřivením země. Výpočet této metody je ale i tak nepřesný. Planetu Zemi považuje za hladkou kouli, nezohledňuje profil terénu, a jakékoliv nerovnosti v podobě kopců jsou tzv. vzdušnou čarou ignorovány. Možností určení vzdáleností mezi dvěma body existuje několik, s jejich přesností ovšem roste i složitost výpočtu a pro účely práce bude výpočet Haversinovým vzorcem dostačující. Výpočet vzdáleností, kde vzdálenosti mezi zákazníky  $i$  a  $j$  jsou definovány jako  $c_{ij}$ , Chopde a kol. (2013) uvádějí následovně:

$$c_{ij} = 2R \arcsin \sqrt{\sin^2 \left( \frac{\varphi_j + \varphi_i}{2} \right) + \cos \varphi_i \cos \varphi_j \sin^2 \left( \frac{\psi_j - \psi_i}{2} \right)} \quad (4.1)$$

kde

- $R$  je poloměr zeměkoule v kilometrech, tedy  $R = 6371$  km,
- $\varphi_i$  a  $\varphi_j$  představuje GPS hodnotu zeměpisné šířky zákazníků  $i$  a  $j$ ,
- $\psi_i$  a  $\psi_j$  představuje GPS hodnotu zeměpisné délky zákazníků  $i$  a  $j$ .

Podoba vzorce v prostředí Excel:

```
=ZAOKROUHLIT(2*6371*ARCSIN
(ODMOCNINA((SIN((RADIANS(D$2)-RADIANS($B4))/2))^2
+COS(RADIANS($B4))*COS(RADIANS(D$2))
*(SIN((RADIANS(D$3)-RADIANS($C4))/2)^2)));3)
```

Vstupní data z tabulky číslo 3 posloužila k vytvoření tabulky vzdáleností číslo 4. Z důvodu rozsáhlosti problému je tabulka omezena pouze na deset zákazníků a slouží jen jako ukázka. Kompletní výpočet matice vzdáleností je součástí přílohy B přiloženého souboru.

Na polokouli severní šířky a východní délky jsou GPS souřadnice zákazníka  $i$  umístěny v buňkách \$B4 a \$C4, GPS souřadnice zeměpisné šířky a délky zákazníka  $j$  v buňkách D\$2 a D\$3. Vzorec (4.1) vyžaduje pro použití převod stupňů na radiány, což je zajištěno funkcí RADIANS. Na tři desetinná místa se tyto hodnoty zaokrouhlí pomocí funkce ZAOKROUHLIT, díky čemuž bude výpočet na metry přesný. Zbývající funkce vycházejí z Haversinova vzorce.

ID místa	GPS souřadnice		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	N / N		49,845	50,770	50,500	50,270	50,105	49,957	50,077	50,219	50,242	50,163
	E / E		13,894	14,194	13,641	12,777	14,456	14,058	14,537	12,886	12,893	16,275
1	49,845	13,894	0	105,026	75,043	92,736	49,500	17,139	52,730	83,162	84,044	173,803
2	50,770	14,194	105,026	0	49,218	114,571	76,209	90,848	80,723	110,921	109,197	161,995
3	50,500	13,641	75,043	49,218	0	66,380	72,661	67,224	79,106	61,958	60,362	190,686
4	50,270	12,777	92,736	114,571	66,380	0	120,949	97,737	127,150	9,627	8,815	249,182
5	50,105	14,456	49,500	76,209	72,661	120,949	0	32,837	6,527	112,526	112,379	129,828
6	49,957	14,058	17,139	90,848	67,224	97,737	32,837	0	36,727	88,501	88,923	159,934
7	50,077	14,537	52,730	80,723	79,106	127,150	6,527	36,727	0	118,644	118,545	124,316
8	50,219	12,886	83,162	110,921	61,958	9,627	112,526	88,501	118,644	0	2,508	241,313
9	50,242	12,893	84,044	109,197	60,362	8,815	112,379	88,923	118,545	2,508	0	240,904
10	50,163	16,275	173,803	161,995	190,686	249,182	129,828	159,934	124,316	241,313	240,904	0

Tabulka 4: Matice vzdáleností zákazníků [km] (Vlastní zpracování, 2021)

#### 4.5.2 Sestavení modelu HFVRP

Rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem bude ve dvou úpravách, v první řadě v účelové funkci bez nákladového koeficientu a následně s nákladovým koeficientem.

##### HFVRP bez nákladového koeficientu

Sestavena bude rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem, kde je  $K$  typů vozidel, jež jsou k dispozici na centrále. Každý typ vozidla  $k$  má stanovenou kapacitu vozidla pro palety  $V_k$  a kapacitu vozidla pro nosnost  $L_k$ . Počet vozidel pro každé  $k$  je pak  $p_k$ . Záměrem je uspokojit požadavky zákazníků s minimalizací nákladů, kterou zde představují ujeté kilometry. Model je zhotoven na principu modelu zmíněném v literární rešerši v kapitole 3.3.3 s podmínkami definovanými v rovnicích (3.16) až (3.26). Zápis některých podmínek byl upraven pro snazší výpočty, jiné podmínky byly změněny nebo přidány spolu s nově definovanými parametry a proměnnými podle potřeby práce. Všechny změny budou níže podrobněji popsány.

Z obrázku číslo 9 zachycujícího první část zapsaného modelu je zřejmé následující. Tabulka matice vzdáleností je výstupem předešlé kapitoly. Obsahuje ohodnocení přímých spojení z místa  $i$  do místa  $j$  označených jako  $c_{ij}$ . Tyto hodnoty jsou vyjádřeny v kilometrech. Na pozici  $c_{1j}$  je proměnná centrálního skladu, na zbylých jsou v náhodném pořadí zákazníci, kteří společnosti odeslali objednávku. Pro lepší přehlednost nejsou zákazníci označeni doručovací adresou, ale zaznamenáni pod ID pořadovým číslem. Pozice míst a jejich označení bude zachováno i v následujících tabulkách.

Mezi vstupní data se řadí požadavky zákazníků zformulované do podoby počtu kusů naložených palet zbožím  $q_i$  a jejich hmotnosti. Oproti původnímu modelu nebylo s požadavky zákazníků ve dvojí podobě počítáno, proto přidáním požadavku hmotnosti byl definován nový parametr  $r_i$ . Údaje jsou zapsány řádkově i sloupcově, pro usnadnění budoucích výpočtů (pro palety  $q_i$  a  $q_j$ , hmotnost  $r_i$  a  $r_j$ ).

Dalšími vstupními daty jsou informace o vozovém parku společnosti. Zachycují typy vozidel  $K$ , a pro každé  $k$  jejich počet kusů k dispozici  $p_k$ , kapacitu počtu naložených palet v kusech  $V_k$  a maximální nosnost v kilogramech  $L_k$ . Parametr  $L_k$  byl i zde přidáním hmotnosti do modelu nově definován. Zapsán je i údaj o počtu míst v modelu jako  $n$ , kde  $n_1$  je centrální sklad, proto také  $n - 1$ .

Následují matice binárních proměnných  $x_{ij}^k$  pro každý typ vozidla. Proměnné nabývají hodnoty 1, jestliže vozidlo typu  $k$  jede přímo z uzlu  $i$  do  $j$ , v opačném případě nabývají hodnoty 0. Matice jsou doplněny o řádkové a sloupcové součty, které později poslouží k výpočtu hodnot zadaných do podmínky. Mezi proměnné se řadí i umělé proměnné  $u_i$  a  $t_i$ , zapsané opět v řádkové i sloupcové podobě, pro snazší zadávání vzorců. Proměnná  $t_i$  byla do původní podoby modelu přidána. Na bilanci nákladu vozidla v paletách dohlíží proměnná  $u_i$ , na bilanci nákladu vozidla u nosnosti proměnná  $t_i$ .

Účelová funkce je definována do jedné buňky jako součet součinů matice vzdálenosti s maticemi binárních proměnných. V modelu podle Fábryho byl z účelové funkce odebrán nákladový koeficient zohledňující nákladovost jednotlivých typů vozidel. Vypočtená hodnota tedy udává při daném řešení celkovou ujetou vzdálenost v kilometrech. Model, kde je součástí účelové funkce nákladový koeficient, bude také popsán a ve vypočtených variantách budou výsledky modelů porovnány. Záměrem úpravy bylo zjistit, jak velký vliv má nákladovost vozidel na výsledné hodnoty. Zápis účelové funkce bez nákladového koeficientu:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}^k \rightarrow \text{MIN} \quad (4.2)$$

V této části se dostáváme k přípravě hodnot, na které bude v grafickém rozhraní softwaru OpenSolver odkázáno při zadávání omezujících podmínek. Pro podmínku (3.30) bude použita u každého typu vozidla matice binárních proměnných označena béžovou barvou. Podmínka zajistí, aby hodnoty nabývaly pouze hodnot 1 a 0. Konzistenci vjezdu

a výjezdu zajišťuje podmínka (3.20). Vozidlo tak nemůže zůstat nikde na cestě a vrátí se vždy do depa. Její úprava zápisu a pomocný výpočet usnadní zadání v grafickém rozhraní. Pro každý typ vozidla jsou vypočteny levé strany podmínky (LS podmínky) jako rozdíl sumy  $x_{ij}^k$  a  $x_{ji}^k$  do oranžových polí. Upravený zápis je následovný:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij}^k - \sum_{i=1}^n x_{ji}^k = 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, K \quad (4.3)$$

Kontrolu nad výjezdy vozidel ze startu obstarává podmínka (3.21). Každé vozidlo může být použito nanejvýš tolikrát, kolik je jich počet ks k dispozici. Hodnoty levé strany podmínky (LS podmínky) jsou pro každé vozidlo vypočteny v růžově označených polích jako sumy  $x_{1j}^k$  od  $j = 2$ . Podmínka (3.24) je inicializací proměnné, zahajuje její činnosti a dosazuje do ní počáteční hodnotu. Zapsána bude pouze odkazem na buňky  $u_1$  a  $t_1$  v tmavě šedých buňkách. Jelikož proměnná  $t_i$  nebyla součástí modelu zmíněného v literární rešerši, tato podmínka byla přidána:

$$t_1 = 0 \quad (4.4)$$

Aby bylo každé místo navštíveno právě jednou, aplikujeme podmínku (3.19). Pro možnost odkázat na levou stranu podmínky budou tyto hodnoty předem vypočteny. K jejich výpočtu je vytvořena matice binárních proměnných pro všechny typy vozidel dohromady. Hodnoty matice jsou součtem hodnot z matic jednotlivých typů vozidel vždy na dané pozici. Pro příklad tedy  $x_{11}^k = x_{11}^1 + x_{11}^2 + x_{11}^3$ . Dále jsou u matice binárních proměnných pro všechny typy aut vypočteny řádkové sumy. Jejich hodnoty v zelených polích od  $i = 2$  představují levou stranu této podmínky.

Výše zmíněná podmínka (3.19) zajišťuje, aby každé místo bylo navštíveno pouze jednou. Nebyla, ale zadána pro  $i = 1$ , jelikož se jedná o problém s více okruhy a vozidla tak vyjíždějí z centrály vícekrát. Protože chceme zamezit uskutečnění cesty z centrály do centrály, zavedeme novou podmínku. K ní nám také poslouží tabulka matice binárních proměnných pro všechny typy aut, odkazem na hnědou buňku  $x_{11}^k$ . Podmínka zní takto:

$$\sum_{k=1}^K x_{11}^k = 0 \quad (4.5)$$

Tímto byly z obrázku č. 9 objasněny všechny údaje z tabulek a mezivýpočty pro zadávání podmínek do uživatelského rozhraní OpenSolver. Model dále pokračuje na obrázku č. 10 a č. 11, které budou okomentovány stejným způsobem.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1	<b>Matice vzdáleností</b>											
2	<b><math>C_{ij}</math> (km)</b>	1	2	3	4	5		<b><math>u_i</math></b>		<b><math>t_i</math></b>		
3	1	0	105,026	75,043	92,736	49,5		1.	0	1.	0	
4	2	105,026	0	49,218	114,571	76,209		2.	0	2.	0	
5	3	75,043	49,218	0	66,38	72,661		3.	0	3.	0	
6	4	92,736	114,571	66,38	0	120,949		4.	0	4.	0	
7	5	49,5	76,209	72,661	120,949	0		5.	0	5.	0	
8												
9	<b><math>u_j</math></b>							<b>Vozový park K</b>				
10		1.	2.	3.	4.	5.		<b>Typ vozidla k</b>	<b>Počet <math>p_k</math> (ks)</b>	<b>Kapacita <math>V_k</math> (palet)</b>	<b>Nosnost <math>L_k</math> (kg)</b>	
11		0	0	0	0	0		Kamion	6	33	22500	
12	<b><math>t_j</math></b>							Solo	10	18	7000	
13		1.	2.	3.	4.	5.		Dodávka	8	5	1500	
14		0	0	0	0	0						
15	<b>Požadavky zákazníků</b>											
16	<b>Palety <math>q_j</math></b>	0	23	1	7	4		<b>Počet zákazníků</b>		<b>Hodnota účelové funkce</b>		
17	<b>Hmotnost <math>r_j</math></b>	0	21776,4	76,92	3758,025	649		<b>n</b>	5	<b>ÚF</b>	0	
18								<b>n-1</b>	4			
19	<b>Matice binárních proměnných</b>	<b>KAMION</b>										
20	<b><math>X_{ij}^1</math></b>	1	2	3	4	5	<b>SUMA</b>	<b>LS podmínky</b>	<b>Požadavky zákazníků</b>			
21	1	0	0	0	0	0	0	0	<b>Palety <math>q_i</math></b>	<b>Hmotnost <math>r_i</math></b>		
22	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
23	3	0	0	0	0	0	0	0	23	21776,4		
24	4	0	0	0	0	0	0	0	1	76,92		
25	5	0	0	0	0	0	0	0	7	3758,025		
26	<b>SUMA</b>	0	0	0	0	0			4	649		
27												
28	<b>Matice binárních proměnných</b>	<b>SOLO</b>										
29	<b><math>X_{ij}^2</math></b>	1	2	3	4	5	<b>SUMA</b>	<b>LS podmínky</b>	<b>LS podmínky</b>			
30	1	0	0	0	0	0	0	0	Kamion	0		
31	2	0	0	0	0	0	0	0	Solo	0		
32	3	0	0	0	0	0	0	0	Dodávka	0		
33	4	0	0	0	0	0	0	0				
34	5	0	0	0	0	0	0	0				
35	<b>SUMA</b>	0	0	0	0	0						
36												



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
37	<b>Matice binárních proměnných</b>	<b>DODÁVKA</b>									
38	$X_{ij}^3$	1	2	3	4	5	<b>SUMA</b>	<b>LS podmínky</b>			
39	1	0	0	0	0	0	0	0			
40	2	0	0	0	0	0	0	0			
41	3	0	0	0	0	0	0	0			
42	4	0	0	0	0	0	0	0			
43	5	0	0	0	0	0	0	0			
44	<b>SUMA</b>	0	0	0	0	0					
45											
46	<b>Matice binárních proměnných</b>	<b>SUMA VŠECH AUT</b>									
47	$X_{ij}^k$	1	2	3	4	5	<b>SUMA</b>				
48	1	0	0	0	0	0	0				
49	2	0	0	0	0	0	0				
50	3	0	0	0	0	0	0				
51	4	0	0	0	0	0	0				
52	5	0	0	0	0	0	0				
53	<b>SUMA</b>	0	0	0	0	0					
54											

Obrázek 9: Příprava podmínek 1 (Vlastní zpracování, 2021)

Na obrázku č. 10 jsou zachyceny mezivýpočty pro podmínku číslo (3.22). Jedná se o tzv. anticyklickou podmínku zabráňující vytvářet parciální cykly. Vozidla mohou obsloužit mezi uzly požadavky maximálně o takovém množství palet, kolik jich vozidla dovolují. Proměnná  $u_i$  zde vyjadřuje naplnění kapacity vozidla při odjezdu z místa  $i$ . Ve výchozím bodě je vozidlo prázdné a nabývá hodnoty 0, po každé návštěvě místa se navyšuje o požadavek  $q_i$ . Z tohoto důvodu je možné k úloze přistupovat jako ke svozní. Při plně nevyužití kapacity vozidla a jeho návratu do depa mohou být hodnoty nepřesné, platí ale, že velikost nákladu je větší alespoň o požadavky  $q_i$ . Vloží-li se do účelové funkce součin sumy  $\sum_{i=2}^n u_i$  a velmi malé konstanty (např.  $10^{-6}$ ), budou proměnné  $u_i$  správně interpretovatelné a hodnotu účelové funkce neovlivní. Zápis podmínky je upraven pro snazší výpočet její levé a pravé strany (LS, PS podmínky) jako (4.6). V ní je  $\bar{V}$  podle označení (3.16) maximem kapacity v paletách z vozidel typu  $k$ .

$$u_i - u_j + q_j \leq \bar{V} (1 - x_{ij}^k), \quad \forall i = 1, 2, \dots, n; j = 2, 3, \dots, n; k = 1, 2, \dots, K \quad (4.6)$$

Do modelu byla přidána tato podmínka také pro hmotnost (4.7), která se chová stejně jako výše zmíněná podmínka pro palety. Tím byl přidán také parametr  $\bar{W}$  a jeho označení (4.8).

$$t_i - t_j + r_j \leq \bar{W} (1 - x_{ij}^k), \quad \forall i = 1, 2, \dots, n; j = 2, 3, \dots, n; k = 1, 2, \dots, K \quad (4.7)$$

$$\bar{W} = \max_{k=1,2,\dots,K} L_k \quad (4.8)$$

Levá část obrázku číslo 10 je věnována výpočtům pro palety, pravá část pro nosnost. První tabulka v obou případech je výpočtem hodnot levé strany podmínky, zbylé tři tabulky pravé strany podmínky.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
55	<b>LS podmínky</b>							<b>LS podmínky</b>						
56	<b>Palety</b>	1	2	3	4	5		<b>Nosnost</b>	1	2	3	4	5	
57	1		23	1	7	4		1		21776,4	76,92	3758,025	649	
58	2		23	1	7	4		2		21776,4	76,92	3758,025	649	
59	3		23	1	7	4		3		21776,4	76,92	3758,025	649	
60	4		23	1	7	4		4		21776,4	76,92	3758,025	649	
61	5		23	1	7	4		5		21776,4	76,92	3758,025	649	
62														
63	<b>PS podmínky</b>	<b>KAMION</b>							<b>PS podmínky</b>	<b>KAMION</b>				
64	<b>Palety</b>	1	2	3	4	5		<b>Nosnost</b>	1	2	3	4	5	
65	1		33	33	33	33		1		22500	22500	22500	22500	
66	2		33	33	33	33		2		22500	22500	22500	22500	
67	3		33	33	33	33		3		22500	22500	22500	22500	
68	4		33	33	33	33		4		22500	22500	22500	22500	
69	5		33	33	33	33		5		22500	22500	22500	22500	
70														
71	<b>PS podmínky</b>	<b>SOLO</b>							<b>PS podmínky</b>	<b>SOLO</b>				
72	<b>Palety</b>	1	2	3	4	5		<b>Nosnost</b>	1	2	3	4	5	
73	1		33	33	33	33		1		22500	22500	22500	22500	
74	2		33	33	33	33		2		22500	22500	22500	22500	
75	3		33	33	33	33		3		22500	22500	22500	22500	
76	4		33	33	33	33		4		22500	22500	22500	22500	
77	5		33	33	33	33		5		22500	22500	22500	22500	
78														
79	<b>PS podmínky</b>	<b>DODÁVKA</b>							<b>PS podmínky</b>	<b>DODÁVKA</b>				
80	<b>Palety</b>	1	2	3	4	5		<b>Nosnost</b>	1	2	3	4	5	
81	1		33	33	33	33		1		22500	22500	22500	22500	
82	2		33	33	33	33		2		22500	22500	22500	22500	
83	3		33	33	33	33		3		22500	22500	22500	22500	
84	4		33	33	33	33		4		22500	22500	22500	22500	
85	5		33	33	33	33		5		22500	22500	22500	22500	
86														

Obrázek 10: Příprava podmínek 2 (Vlastní zpracování, 2021)

Podmínice (3.23) je věnován obrázek číslo 11. Její podstatou je dohlížet na bilanci nákladu a kapacity vozidel v paletách. Zajišťuje, aby kapacita vozidla nebyla překročena. K výpočtu pravé strany podmínky (PS podmínky) byl použit pomocný výpočet v prvních třech tabulkách levé strany obrázku. Pomocné matice obsahují hodnoty vypočtené jako součin  $x_{ij}^k$  a  $V_k$ . Následně jsou sloupcové sumy těchto tabulek sečteny a hodnoty pravé strany

podmínky jsou tím vypočteny. Při zadávání podmínky je pak možné odkázat na žlutě označené buňky. Tato podmínka byla také převedena pro bilanci nákladu v hmotnosti (4.9). Výpočtu jejích hodnot jsou věnovány tabulky pravé strany obrázku.

$$t_i \leq \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^K x_{ij}^k L_k, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (4.9)$$

87	<b>Pomocný výpočet PS</b>	<b>KAMION</b>					<b>Pomocný výpočet PS</b>	<b>KAMION</b>					
88	<b>Palety</b>	1	2	3	4	5	<b>Nosnost</b>	1	2	3	4	5	
89	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
90	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
91	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0
92	4	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0
93	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0
94	<b>SUMA</b>	0	0	0	0	0	<b>SUMA</b>	0	0	0	0	0	0
95													
96	<b>Pomocný výpočet PS</b>	<b>SOLO</b>					<b>Pomocný výpočet PS</b>	<b>SOLO</b>					
97	<b>Palety</b>	1	2	3	4	5	<b>Nosnost</b>	1	2	3	4	5	
98	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
99	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
100	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0
101	4	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0
102	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0
103	<b>SUMA</b>	0	0	0	0	0	<b>SUMA</b>	0	0	0	0	0	0
104													
105	<b>Pomocný výpočet PS</b>	<b>DODÁVKA</b>					<b>Pomocný výpočet PS</b>	<b>DODÁVKA</b>					
106	<b>Palety</b>	1	2	3	4	5	<b>Nosnost</b>	1	2	3	4	5	
107	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
108	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
109	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0
110	4	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0
111	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0
112	<b>SUMA</b>	0	0	0	0	0	<b>SUMA</b>	0	0	0	0	0	0
113													
114	<b>PS podmínky</b>	0	0	0	0	0	<b>PS podmínky</b>	0	0	0	0	0	0
	<b>Palety</b>						<b>Nosnost</b>						

Obrázek 11: Příprava podmínky 3 (Vlastní zpracování, 2021)

Předpokladem modelu podle nerovnice (3.17) je, aby suma požadavků zákazníků v paletách nepřevýšila sumu kapacit vozidel v paletách, jež jsou k dispozici. I tento předpoklad byl upraven pro požadavky zákazníků v hmotnosti objednávky a kapacitu vozidel v nosnosti jako (4.10).

$$\sum_{i=2}^n r_i \leq \sum_{k=1}^K p_k L_k \quad (4.10)$$

### HFVRP s nákladovým koeficientem

V tomto modelu je oproti předešlému změna pouze v účelové funkci. Popsána bude proto jen tato úprava. Účelová funkce je podle podmínky (3.18) a obsahuje navíc nákladový koeficient  $d_k$ . Jedná se o informaci o typech vozů, odvozenou od jejich spotřeby. Přidáním koeficientu bude spotřeba pohonných hmot jednotlivých vozů zohledněna při řešení.

Výsledná hodnota účelové funkce nese údaj o délce tras v kilometrech navýšené o koeficienty. Aby bylo možné výsledky modelu s a bez nákladového koeficientu mezi sebou porovnat, je nutné hodnotu účelové funkce očistit o tento koeficient a přepočítat na spotřebu pohonných hmot při daném řešení.

### 4.5.3 Sestavení modelu CGVRP

Sestavena bude ekologická rozvozní úloha s kapacitním omezením, která uvažuje volbu typu vozidla za způsob, jak zmírnit enviromentální dopady. Parametry vozidel jako je karoserie, ročník nebo druh paliva mohou ovlivnit míru zatížení životního prostředí. Model se zabývá ekologicky šetrnými vozidly z pohledu typu paliva, které využívají k pohonu. Z důvodu nedostatku čerpacích stanic s alternativními palivy se v takto zaměřených modelech také počítá se zahrnutím nových míst do modelu a s omezeným dojezdem vozidla. Teoretickým východiskem se stal model z kapitoly 3.3.4 s podmínkami (3.27) až (3.41). Pro možnou aplikaci na zadaný problém byl model z části upraven. Všechny úpravy budou níže popsány.

Podmínka (3.29) umožňuje navštívení čerpacích stanic pouze jednou. Omezení počtu dotankování paliva není v modelu potřeba, naopak je žádoucí, aby vozidla tankovala podle potřeby, proto bude tato podmínka odstraněna. Stejně tak do modelu nebyly zahrnuty nehodící se podmínky (3.33) až (3.35) zahrnující čas. Centrála podniku byla v návaznosti na model HFVRP označena jako  $v_1$ . Zápis podmínek (3.31) a (3.32) s úpravou značení je následovný:

$$\sum_{j \in V \setminus \{1\}} x_{1j} \leq m \quad (4.11)$$

$$\sum_{j \in V \setminus \{1\}} x_{j1} \leq m \quad (4.12)$$

Podmínka (3.38) sice zaručuje dostatek paliva na návrat vozidla do depa, ale nepočítá s žádnou rezervou. Spotřeba paliva je ovlivněna mnoha faktory. Například zatížením nákladu, náročností topologického profilu, plynulostí jízdy nebo zkušenostmi řidiče. Je proto obtížné určit spotřebu, mění-li se tyto okolnosti – náklad, trasa, hustota dopravy, řidiči aj. Podmínka byla z tohoto důvodu upravena tak, aby zvažovala rezervní hodnotu paliva  $E_{\min}$ . Garancí podmínky je, že při plánování tras stav nádrže neklesne pod tuto rezervní hodnotu a pokud by se tak mělo stát, navštíví čerpací stanici a palivo dotankuje. Případné výchyly průměrné spotřeby v praxi tak budou kryty touto rezervou. Podmínka byla upravena podle Leggeri a kol. (2017) do podoby (4.13).

$$y_j \geq r d_{ji} x_{ji} + E_{\min}, \quad \forall i \in F, j \in I_0 \quad (4.13)$$

Zbývající kapacitu pro vozidlo zachycuje podmínka (3.39). Podle zadání je ale vozidlo omezeno dvěma kapacitami – v paletách a nosnosti. Podmínka bude zapsána pro obě omezení a použita z modelu HFVRP (3.22), jelikož zápis podmínky (3.39) při řešení nezohledňoval maximální kapacity. Pro nové zapsání podmínek je potřeba znovu definovat vstupní hodnoty a proměnné. Maximální množství naložených palet na vozidlo je označeno jako  $C_1$ , pro hmotnost jako  $C_2$ . Stav naložených palet na vozidlo v uzlu  $i$  pak jako  $u_i$  a pro váhu  $t_i$ . Podmínka pro palety je zapsána jako (4.14), pro nosnost (4.15).

$$u_j \leq u_i - q_i + C_1 (1 - x_{ij}), \quad \forall i \in V', j \in V' \setminus \{0\}, i \neq j \quad (4.14)$$

$$t_j \leq t_i - p_i + C_2 (1 - x_{ij}), \quad \forall i \in V', j \in V' \setminus \{0\}, i \neq j \quad (4.15)$$

Stejně jako u podmínky (3.39) byla podmínka (3.40) také zhotovena ve dvojí podobě pro palety a nosnost. Nepřekročení kapacity vozidla paletami je zapsáno podmínkou (4.16) a hmotností (4.17). Požadavky zákazníků v paletách jsou označeny jako  $q_i$  a v nosnosti jako  $p_i$ .

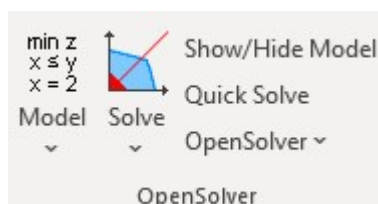
$$0 \leq u_i \leq C_1, \quad \forall i \in V' \quad (4.16)$$

$$0 \leq t_i \leq C_2, \quad \forall i \in V' \quad (4.17)$$

#### 4.5.4 Práce s OpenSolverem

Práce s OpenSolverem bude vysvětlena na prvním modelu rozvozní úlohy s heterogenním vozovým parkem bez nákladového koeficientu. Obdobným způsobem budou zapsány i zbylé dva modely.

Po instalaci doplňku OpenSolver v MS Excel je na kartě *Data* v pravém horním rohu k dispozici nově přidaná položka. Její znázornění je na obrázku č. 12



Obrázek 12: OpenSolver (Vlastní zpracování, 2021)

Jsou-li nachystána data k sestavení matematického modelu, může se přejít na jeho zapsání do OpenSolveru. Zapisuje se do nově definovaného modelu pomocí záložky *Model*. Doplňek má jednoduché grafické rozhraní, díky němuž je ovládání uživatelsky přívětivé.

Po otevření uživatelského rozhraní na obrázku číslo 13 se budou jednotlivé údaje zadávat ručně odkazem na buňky.

Obrázek 13: Vytvoření matematického modelu (Vlastní zpracování, 2021)

Do pole *Objective Cell* se zapisuje odkaz na buňku s účelovou funkcí. Ta určuje podle své povahy cíl celé optimalizace. Z možností je maximalizace, minimalizace nebo rovnost dané hodnotě. Následují proměnné modelu pod *Variable Cells*. V tomto případě jsou proměnnými matice binárních proměnných  $x_{ij}^k$  a matice umělých proměnných  $u_i$  a  $t_i$ . Pole *Constraints* slouží k zadání omezujících podmínek. Buňky, na které bude odkázáno, byly popsány již výše. Jedinou nezmíněnou podmínkou je podmínka (3.31). Jedná se o tzv. podmínku nezápornosti, která říká, že  $u_i$  je prvkem množiny všech kladných reálných čísel. V modelu se o její dodržení stará zaškrtnutí poznámky *Make unconstrained variable cells non-negative*. Zápis této podmínky pro  $t_i$  je následovný:

$$t_i \in \mathbb{R}_+, \quad \forall i = 2, 3, \dots, n \quad (4.18)$$

Možnost *Current Solver Engine* nabízí změnit optimalizačního řešitele na místo předem nainstalovaného řešitele CBC například řešitele Gurobi. Další možností je v *Options* nastavit parametry jako maximální dobu řešení, toleranci nebo maximální počet iterací. Zaškrtnutím funkce *Show optimisation progress while solving* bude při řešení spuštěn průběh

výpočtu. Pokud jsou všechny tyto údaje zadány a uloženy, volbou Solve se spustí proces optimalizace. Průběh výpočtu ilustrativního příkladu je na obrázku č. 14.



Obrázek 14: Průběh řešení matematického modelu (Vlastní zpracování, 2021)

Obrázek č. 14 podává informace o průběhu řešení a o nalezeném optimálním řešení. Z informací se dá vyčíst, že optimální řešení bylo nalezeno za 1,47 sekundy a při 5 326 provedených iterací je hodnota účelové funkce 464,894 kilometrů

Po dokončení výpočtu se výsledek propíše do předem připravených tabulek. Část zachycující uskutečněné trasy je na obrázku č. 15

Matice binárních proměnných		KAMION					
$X_{ij}^1$		1	2	3	4	5	SUMA
1		0	0	0	0	1	1
2		1	0	0	0	0	1
3		0	0	0	0	0	0
4		0	0	0	0	0	0
5		0	1	0	0	0	1
SUMA		1	1	0	0	1	
Matice binárních proměnných		SOLO					
$X_{ij}^2$		1	2	3	4	5	SUMA
1		0	0	0	1	0	1
2		0	0	0	0	0	0
3		1	0	0	0	0	1
4		0	0	1	0	0	1
5		0	0	0	0	0	0
SUMA		1	0	1	1	0	

Obrázek 15: Řešení matematického modelu (Vlastní zpracování, 2021)

Z tabulek jsou patrné dvě trasy. Pro první trasu bylo zvoleno vozidlo kamion a místa byla navštívena v pořadí 1 – 2 – 5 – 1. Pro druhou trasu bylo zvoleno vozidlo solo a místa byla navštívena v pořadí 1 – 3 – 4 – 1. Vozidlem dodávka není uskutečněn žádný okruh. Celková délka tras nalezeného optimálního řešení má 465 kilometrů.

## 4.6 Varianty řešení

Pro přehlednější orientaci ve variantách byla vytvořena tabulka č. 5. V tabulce jsou jednotlivé varianty rozřazeny a tím specifikovány.

	Rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem		Rozvozní úloha s ekologicky šetrnými vozy
	Bez nákladového koeficientu	S nákladovým koeficientem	
Všechna vstupní data	Varianta A	Varianta C	Varianta E
Data rozdělena do skupin	Varianta B	Varianta D	

**Tabulka 5: Rozdělení variant (Vlastní zpracování, 2021)**

Všechny varianty modelů z kapitoly 4.6 včetně jejich řešení jsou součástí příloženého souboru MS Excel v příloze B.

### 4.6.1 Varianta A

Variantou A je řešení úlohy jako úlohy rozvozní s heterogenním vozovým parkem v účelové funkci bez nákladového koeficientu. Do modelu jsou zahrnuta všechna místa ze zadání a použitým řešitelem pro výpočet je metoda CBC a Gurobi. Pro snazší orientaci mezi řešiteli bude varianta A řešitelem CBC označena jako A1 a řešitelem Gurobi jako A2.

Z důvodu rozsáhlosti úlohy a její nemožnosti vyřešit v přijatelném čase byl pro řešení variant se všemi místy nastaven časový limit na 2, 4 a 6 hodin. Po šesti hodinách už se výsledné hodnoty účelových funkcí zlepšují velmi pomalu, pouze o zanedbatelné hodnoty v řádech desetin kilometrů. Vyřešení celé úlohy by v praxi při každodenním plánování nebylo reálné, proto byl nastaven maximální časový limit 6 hodin jako přijatelný pro řešení v praxi.

Výsledné hodnoty řešení metodou CBC jsou v tabulce č. 6. Tabulka obsahuje informaci o hodnotě účelové funkce, kterou jsou ujeté kilometry a využití vozidel udávající počet okruhů. Tato data jsou uvedena pro všechny nastavené časové limity.



Rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem bez nákladového koeficientu			
Metoda řešení: CBC			
Časový limit	2 h	4 h	6 h
Hodnota ÚF - ujetá vzdálenost (km)	4 227	4 227	4 227
Využití vozidel (ks)	Kamion	6	6
	Solo	3	3
	Dodávka	1	1

Tabulka 6: Varianta A1 (Vlastní zpracování, 2021)

Z uvedených hodnot je patrné, že v průběhu šesti hodin se řešení nezměnilo. Celkem bylo vytvořeno 6 okruhů kamionem, 3 okruhy vozidlem solo a 1 okruh dodávkou o délce tras 4 227 km. Délky tras jsou v celé práci zaokrouhleny matematicky nahoru na celé kilometry. Trasy okruhů jednotlivými typy vozů jsou zapsané v tabulce č. 7. Místa jsou označena identifikačními čísly a trasy jsou dány řádkovou posloupností zapsaných míst. Stejným způsobem budou zapsány trasy i následujících řešení.

2 h - 6 h
<u>Kamion</u>
1-17-26-59-7-44-35-20-45-24-11-42-3-14-1
1-19-52-13-10-27-33-31-30-22-56-43-1
1-41-1
1-46-1
1-48-34-37-25-53-1
1-54-58-57-32-28-1
<u>Solo</u>
1-2-62-18-50-51-12-15-16-36-55-21-40-1
1-5-47-6-49-29-1
1-61-23-39-9-60-1
<u>Dodávka</u>
1-8-4-38-1

Tabulka 7: Trasy okruhů - varianta A1 (Vlastní zpracování)

Tabulka č. 8 s řešením metodou Gurobi obsahuje navíc informaci Gap. Hodnota Gap je vypočtena jako:

$$\text{Gap} = \left[ \frac{\text{horní mez} - \text{dolní mez}}{\text{horní mez}} \right] \quad (4.19)$$

Kde horní mez je nejlepší známé řešení (horší nebo rovna optimálnímu řešení) a dolní mez je lepší nebo rovna optimálnímu řešení. Hodnota tedy udává, jak vzdálená je od odhadované dolní meze.

Rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem bez nákladového koeficientu				
Metoda řešení: Gurobi				
Časový limit (h)	2 h	4 h	6 h	
Hodnota ÚF - ujetá vzdálenost (km)	2 699	2 696	2 685	
Gap (%)	42,7 %	42,5 %	41,1 %	
Využití vozidel (ks)	Kamion	6	6	6
	Solo	2	2	2
	Dodávka	0	0	0

Tabulka 8: Varianta A2 (Vlastní zpracování, 2021)

Při každém časovém omezení bylo vytvořeno 6 okruhů kamionem a 2 okruhy vozidlem solo. Hodnota účelové funkce dosahovala po dvou hodinách výpočtu 2 699 km, po čtyřech hodinách 2 696 km a po šesti 2 685 km. Výsledná hodnota se s dobou výpočtu snižovala, ale rozdíl mezi dvěma a šesti hodinami je pouhých 14 km. V porovnání s výsledkem z řešení metodou CBC je rozdíl znatelný. Při délce řešení 6 hodin je rozdíl 1 542 km. Metoda CBC podává za stanovený čas podstatně horší výsledky než Gurobi, a proto již v příštích výpočtech nebude použita.

Trasy okruhů řešitelem Gurobi jsou zapsané v tabulce č. 9.

2 h	4 h	6 h
<u>Kamion</u>	<u>Kamion</u>	<u>Kamion</u>
1-6-42-50-11-62-49-3-2-24-19-54-57-32-55-1	1-6-42-50-11-62-49-3-2-24-19-54-57-32-52-1	1-6-42-50-11-62-49-3-2-24-19-54-57-25-55-1
1-13-34-52-1	1-13-34-25-55-1	1-26-45-17-40-44-5-60-15-59-16-12-14-18-51-36-1
1-26-45-17-40-44-5-60-15-59-16-12-14-18-51-36-1	1-26-45-17-40-44-5-60-15-59-16-12-14-18-51-36-1	1-27-10-32-31-58-56-37-33-30-1
1-27-10-58-31-56-37-33-25-30-1	1-27-10-58-31-56-37-33-30-1	1-34-13-52-1
1-41-1	1-41-1	1-41-1
1-46-1	1-46-1	1-46-1
<u>Solo</u>	<u>Solo</u>	<u>Solo</u>
1-23-9-4-38-8-61-29-1	1-23-9-4-38-8-61-29-1	1-23-9-4-38-8-61-29-1
1-39-28-22-48-43-21-35-20-7-53-47-1	1-39-28-22-48-43-21-35-20-7-53-47-1	1-39-28-22-48-43-21-35-20-7-53-47-1

Tabulka 9: Trasy okruhů – varianta A2 (Vlastní zpracování, 2021)

#### 4.6.2 Varianta B

Z důvodu rozsáhlosti úlohy bude model z varianty A vypočten pro místa rozdělená do čtyř skupin. Bude se tedy stále jednat o rozvozní úlohu s heterogenním vozovým parkem v účelové funkci bez nákladového koeficientu, ale s rozdělenými vstupními daty podle kapitoly 4.4. Řešitelem úlohy bude Gurobi.

U variant s rozdělenými vstupními daty do čtyř skupin byl nastaven časový limit pro výpočet dvě hodiny. Některé z těchto modelů byly za tento čas zcela vyřešeny, jiné

pouze částečně, ale výsledné hodnoty se po této době už zlepšovaly výrazně pomaleji o zanedbatelné hodnoty.

V tabulce č. 10 jsou zapsané výsledky řešení jednotlivých skupin, ale také suma těchto hodnot pro zjištění stavu celé úlohy. Celková délka okruhů je 2 803 km při osmi okruzích kamionem. V tomto případě zde došlo k překročení celkového počtu kamionů, které má společnost k dispozici. Stalo se tak v důsledku stejného počtu vozů pro model se všemi místy a model pro jednu ze skupin. Aby i model s rozdělenými skupinami splňoval kapacity kusů vozidel a bylo možné mezi sebou porovnat jednotlivé varianty řešení, je nutné počet vozidel u jedné ze skupin snížit o již využitá vozy. To je možné pouze u skupiny č. 1, jelikož u ostatních požadavky zákazníků převyšují kapacitu největšího z vozidel, které je stále k dispozici. Pro skupinu č. 1 byly proto nastaveny kapacity vozidel: 0 ks kamionů, 10 ks solo, 8 ks dodávek.

<b>Rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem - bez nákladového koeficientu</b>						
<b>Metoda řešení: Gurobi</b>						
		<b>1. skupina</b>	<b>2. skupina</b>	<b>3. skupina</b>	<b>4. skupina</b>	<b>SUMA</b>
Hodnota ÚF - ujetá vzdálenost (km)		1 125	717	415	545	2 803
Gap (%)		31,4 %	1,0 %	15,1 %	2,4 %	-
Využití vozidel (ks)	Kamion	2	2	2	2	8
	Solo	0	0	0	0	0
	Dodávka	0	0	0	0	0

**Tabulka 10: Varianta B 1 (Vlastní zpracování, 2021)**

Po omezení počtu kusů vozidel k dispozici u první skupiny je celková délka tras 3 400 km při 6 okruzích kamionem a 4 okruzích vozidlem solo. Tímto jsou již podmínky modelu splněny a varianty bude možné porovnat. Výsledek je zapsán v tabulce č. 11.

<b>Rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem - bez nákladového koeficientu</b>						
<b>Metoda řešení: Gurobi</b>						
		<b>1. skupina</b>	<b>2. skupina</b>	<b>3. skupina</b>	<b>4. skupina</b>	<b>SUMA</b>
Hodnota ÚF - ujetá vzdálenost (km)		1 723	717	415	545	3 400
Gap (%)		56,5 %	1,0 %	15,1 %	2,4 %	-
Využití vozidel (ks)	Kamion	0	2	2	2	6
	Solo	4	0	0	0	4
	Dodávka	0	0	0	0	0

**Tabulka 11: Varianta B 2 (Vlastní zpracování, 2021)**

Trasy okruhů jednotlivých skupin při daném řešení jsou v tabulce č. 12.

1. skupina	2. skupina
<u>Solo</u> 1-30-25-52-13-31-33-1 1-47-53-16-59-1 1-57-55-1 1-58-32-10-54-19-27-1	<u>Kamion</u> 1-34-56-37-39-1 1-36-26-7-5-60-15-12-14-51-6-23-1
3. skupina	4. skupina
<u>Kamion</u> 1-46-1 1-50-18-24-43-45-17-40-44-21-35-20-1	<u>Kamion</u> 1-41-1 1-48-22-28-61-29-8-38-9-4-49-3-2-62-11-42-1

Tabulka 12: Trasy okruhů – varianta B 1 (Vlastní zpracování, 2021)

#### 4.6.3 Varianta C

Varianta C je modifikací varianty A, a to změnou v účelové funkci přidáním nákladového koeficientu. Ten má za úkol zohlednit nákladovost vozidel. Jako v předchozím případě byl časový limit na výpočet nastaven na 2, 4 a 6 hodin. Při každém časovém limitu bylo vytvořeno 6 okruhů kamionem a 2 okruhy solo vozidlem. Hodnotou účelové funkce je v tomto případě délka tras navýšena o koeficienty. Aby byla zjištěna skutečná ujetá vzdálenost, je potřeba hodnotu účelové funkce o tyto koeficienty očistit. Pokud bychom znali ujetou vzdálenost jednotlivými vozy, bylo by možné hodnoty očistit jednoduše vydělením příslušným koeficientem. Ty ale známé nejsou, proto byly délky tras vypočteny ručně. Po očištění dat je délka tras po dvou hodinách 2 998 km, po čtyřech 2 801 km a po šesti 2 663 km. Údaje jsou zapsané v tabulce č. 13.

Rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem s nákladovým koeficientem				
Metoda řešení: Gurobi				
Časový limit (h)		2 h	4 h	6 h
Hodnota ÚF - ujetá vzdálenost (km)		2 998	2 801	2 663
Gap (%)		53,3 %	49,0 %	45,8 %
Využití vozidel (ks)	Kamion	6	6	6
	Solo	2	2	2
	Dodávka	0	0	0

Tabulka 13: Varianta C (Vlastní zpracování, 2021)

Trasy okruhů pro jednotlivé časové omezení jsou zapsané v tabulce č. 14.

2 h	4 h	6 h
<u>Kamion</u>	<u>Kamion</u>	<u>Kamion</u>
1-15-59-7-55-26-25-45-43-13-40-51-36-6-1	1-16-36-7-20-55-26-30-25-45-43-21-51-6-1	1-16-7-55-26-30-25-45-43-44-40-20-35-1
1-17-44-52-10-57-56-22-28-48-5-60-1	1-17-44-52-10-57-56-22-28-48-5-60-1	1-17-52-27-32-57-10-54-19-24-21-51-36-6-1
1-30-33-54-58-31-32-19-27-24-35-1	1-33-54-58-31-32-19-27-24-40-35-1	1-33-31-58-56-22-28-48-5-60-1
1-39-37-34-21-16-1	1-39-37-34-13-1	1-39-37-34-13-1
1-41-1	1-41-1	1-41-1
1-46-1	1-46-1	1-46-1
<u>Solo</u>	<u>Solo</u>	<u>Solo</u>
1-4-9-38-8-61-29-23-1	1-38-8-9-4-61-29-23-1	1-38-8-9-4-61-29-23-1
1-12-14-50-42-18-11-62-2-49-3-53-47-20-1	1-47-59-15-12-14-18-50-42-11-62-2-49-3-53-1	1-47-59-15-12-14-18-50-42-49-3-2-62-11-53-1

Tabulka 14: Trasy okruhů – varianta C (Vlastní zpracování, 2021)

#### 4.6.4 Varianta D

Varianta D je taktéž modifikací varianty A přidáním nákladového koeficientu do účelové funkce a stejně jako u varianty B jsou vstupními daty data rozdělená do skupin. Časový limit pro výpočet byl tedy jako u varianty B nastaven na dvě hodiny a jako u varianty C byla hodnota účelové funkce očištěna o koeficient. Celková délka tras je 2 904 km při 7 okruzích kamionem, 2 okruzích vozem solo a 2 okruzích dodávkou. I zde došlo k překročení celkového počtu vozidel k dispozici, proto byl jako v předchozím případě omezen jejich počet pro první model na: 1 kamion, 8 solo a 6 dodávek. Výsledky modelu před omezením počtu vozidel jsou zapsány v tabulce č. 15.

Rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem - s nákladovým koeficientem						
Metoda řešení: Gurobi						
		1. skupina	2. skupina	3. skupina	4. skupina	SUMA
Hodnota ÚF - ujetá vzdálenost (km)		1 125	719	415	646	2 904
Gap (%)		37,8 %	6,0 %	25,6 %	1,1 %	-
Využití vozidel (ks)	Kamion	2	2	2	1	7
	Solo	0	0	0	2	2
	Dodávka	0	1	0	1	2

Tabulka 15: Varianta D 1 (Vlastní zpracování, 2021)

Se změnou počtu vozů k dispozici pro první model se celková délka tras zvýšila na 3 037 km a počet okruhů se změnil na 6 okruhů kamionem, 4 okruhy solo a 2 okruhy dodávkou. Data jsou v tabulce č. 16.

Rozvozní úloha s heterogenním vozovým parkem - s nákladovým koeficientem						
Metoda řešení: Gurobi						
		1. skupina	2. skupina	3. skupina	4. skupina	SUMA
Hodnota ÚF - ujetá vzdálenost (km)		1 262	719	415	642	3 037
Gap (%)		36,0 %	6,0 %	25,6 %	1,1 %	-
Využití vozidel (ks)	Kamion	1	2	2	1	6
	Solo	2	0	0	2	4
	Dodávka	0	1	0	1	2

Tabulka 16: Varianta D 2 (Vlastní zpracování, 2021)

Trasy okruhů jednotlivých skupin při daném řešení jsou v tabulce č. 17.

1. skupina	2. skupina
<u>Kamion</u> 1-33-31-57-32-10-52-1 <u>Solo</u> 1-13-58-54-19-27-1 1-53-47-30-25-55-16-59-1	<u>Kamion</u> 1-6-51-14-12-15-60-5-7-26-36-1 1-34-56-37-39-1 <u>Dodávka</u> 1-23-1
3. skupina	4. skupina
<u>Kamion</u> 1-46-1 1-50-18-24-43-45-17-40-44-21-35-20-1	<u>Kamion</u> 1-41-1 <u>Solo</u> 1-42-11-62-2-3-49-4-9-38-8-1 1-61-29-1 <u>Dodávka</u> 1-28-22-48-1

Tabulka 17: Trasy okruhů – varianta D 2 (Vlastní zpracování, 2021)

#### 4.6.5 Varianta E

Varianta E je řešení problému jako úlohy rozvozní se zahrnutím vozidel na alternativní palivo, čerpacích stanic na toto palivo a s kapacitním omezením vozidel. Jedná se tedy o řešení modelem CGVRP. Varianta byla do diplomové práce přidána jako další možné řešení, jak přistupovat k optimalizaci dopravních tras s cílem minimalizace nákladů. V tomto případě s přidanou hodnotou snížení hlukové zátěže a emisí skleníkových plynů, které znečišťují ovzduší a mají podle světové zdravotnické organizace WHO (2021) přímý vliv na lidské zdraví. S ohledem na začleňování ekologie do běžného života se s šetrnějším chováním k životnímu prostředí ztotožňují i společnosti a mění své podnikové strategie. Ekologizace dopravy proto může pro podnik být navíc příležitostí růstu například získáním zakázek od společností, které smýšlejí stejným směrem.

Jelikož je model CGVRP aplikovatelný na jakékoliv alternativní palivo, bylo pro tuto variantu klíčové zvolit nejvhodnější spolu s konkrétním vozidlem. Na základě literární rešerše se na řešení zadaného problému v současné době ve všech směrech jeví jako nejlepší alternativou konvenčních paliv zkapalněný zemní plyn (LNG). Jeho plusů pro dálkovou nákladní dopravu jsou si vědomi i výrobci, proto mu také při vývoji nových vozů věnují tak velký prostor.

Na trhu se vyskytují tři hlavní evropské výrobci – Iveco, Volvo a Scania. Všichni tito výrobci nákladních automobilů nabízejí vozy na LNG s dojezdem alespoň 1 000 km. Často nabízejí možnost výběru z více různých objemů nádrží podle vlastních preferencí.

Takto velký dojezd odpovídá nejen regionální přepravě, ale i dálkové. Iveco (2021) se svým vozem S-way NP deklaruje s nejobyjnějšími nádržemi dojezd až 1 600 km, což je nejlepší dojezd v třídě LNG. Dále nabízí méně objemné nádrže, které mají dojezd 800, 1 150 nebo 1 400 km.

Oproti běžným palivům, která se prodávají v litrech, se zemní plyn prodává v kilogramech. To je z důvodu větší přesnosti, jelikož vlastnosti LNG se mění v závislosti na tlaku a teplotě, proto by se při prodeji v litrech mohl energetický obsah LNG značně lišit. Při výpočtu proto budou i parametry paliva u vozu uvažovány v kilogramech.

K výpočtu varianty E byl zvolen již zmíněný tahač Iveco S-Way NP s dojezdem 1 600 km. Jeho parametry, které bylo nutné do modelu zadat byly:

- Maximální kapacita paliva v nádržích  $Q = 400$  kg
- Spotřeba paliva na 1 km  $r = 0,25$  kg
- Minimální stav nádrže  $E_{\min} = 70$  kg

Zvýšení průměrné spotřeby paliva během trasy pokrývá minimální stav nádrže, který je pro tento případ rezervou. V praxi může docházet k navýšení spotřeby až o desítky procent, zde je počítáno s navýšením průměrné spotřeby paliva až o 17,5 %. Rezervu je možné určit přesněji, zná-li podnik dobře podmínky, za kterých dopravu realizuje.

Hodnoty pro návěs se oproti kamionu, který podnik běžně používá nijak nezměnily.

- Kapacita palet  $C_1 = 33$  ks
- Kapacita nosnosti  $C_2 = 22\,500$  kg

Počet kusů vozidel k dispozici pro přípustné řešení byl vypočten z předpokladu, který říká, že suma požadavků zákazníků musí být menší nebo rovna celkové kapacitě vozidel zahrnutých do modelu.

- Počet ks vozidel  $m = 8$

Do modelu bylo také potřeba přidat místa čerpacích stanic jako množinu  $F = \{v_{n+1}, v_{n+2}, \dots, v_{n+s}\}$ . V České republice se nacházejí celkem dvě veřejné čerpací stanice. K centrále společnosti v Hořovicích je nejbližší stanice v Klecanech u Prahy vzdálená 70 km, druhá stanice se nachází na severu Čech v Lounech, vzdálená od centrály 90 km. Společnost Iveco také provozuje vlastní stanici, která zatím neslouží jako plnicí místo pro veřejnost, ale využívá jí k testování svých vozů. Tato stanice se nachází v Hustopečích u Brna a při užití vozidel Iveco by bylo možné stanici také využívat. V blízkosti zmíněných čerpacích stanic se nacházejí zákazníci podniku, je tedy možné je navštívit v rámci

naplánovaných tras, ale model bude uvažovat i vlastní stanici pro dotankování v centrále. Investice do vlastní plnicí stanice by mohla být pro podnik nákladná, ale při současné podpoře státu a EU na vybudování infrastruktury čerpacích stanic LNG v případě fungování i pro veřejnost může mít dobrou návratnost. Přidáním čerpacích stanic byla vypočtena nová matice vzdálenosti, která je součástí přílohy B.

Nyní se dostáváme k samotnému výpočtu varianty. Varianta byla řešena metodou Gurobi a její časový limit pro řešení byl stejně jako v předchozích variantách se všemi zákazníky nastaven na 2, 4 a 6 hodin. Po 2 hodinách výpočtu byla hodnota účelové funkce 2 650 km, po 4 hodinách 2 564 a po 6 hodinách 2 563 km. Zlepšování výsledku se v čase zpomalovalo až na rozdíl mezi druhým a třetím časovým limitem o 1 km. V každém případě bylo vytvořeno 8 okruhů kamionem na LNG palivo. Data jsou uvedena v tabulce č. 18.

<b>Rozvozní úloha s ekologicky šetrnými vozy</b>			
<b>Metoda řešení: Gurobi</b>			
Časový limit (h)	2 h	4 h	6 h
Hodnota ÚF - ujetá vzdálenost (km)	2 650	2 564	2 563
Gap (%)	40,8 %	38,0 %	37,0 %
Využití vozidel (ks)   Kamion LNG	8	8	8

**Tabulka 18: Varianta E (Vlastní zpracování, 2021)**

V rámci naplánovaných tras nebyla mimo čerpací stanici v centrále navštívená jiná stanice. Je tomu z důvodu velkého dojezdu vozidla. Tabulka s trasami okruhů č. 19 byla proto doplněna u výpočtu po 6 hodinách o délky jednotlivých tras pro možnost zvažování vozidel o jiné kapacitě nádrží.



2 h	4 h
<u>Kamion LNG</u> 1-7-55-34-10-40-1 1-23-29-61-4-9-38-8-49-3-2-62-11-18-50-42-51-6-1 1-37-31-57-56-22-28-48-39-1 1-41-1 1-43-24-54-19-27-58-32-13-52-33-12-1 1-44-21-35-17-20-45-1 1-46-1 1-53-36-59-30-26-25-47-16-15-14-60-5-1	<u>Kamion LNG</u> 1-7-27-34-10-40-1 1-23-29-61-8-38-9-4-49-3-2-62-11-18-50-42-1 1-37-31-57-56-22-28-48-39-1 1-41-1 1-43-24-19-54-58-32-13-52-33-12-1 1-44-21-35-20-17-45-1 1-46-1 1-53-47-55-26-30-25-36-16-59-15-5-60-14-51-6-1
6 h	
<u>Kamion LNG</u> 1-7-27-34-10-40-1 1-23-29-61-8-38-9-4-49-3-2-62-11-18-50-42-1 1-25-30-26-55-47-53-36-16-59-15-5-60-14-51-6-1 1-37-31-57-56-22-28-48-39-1 1-41-1 1-43-24-19-54-58-32-13-52-33-12-1 1-44-21-35-20-17-45-1 1-46-1	<u>Délky tras (km)</u> 547 379 144 582 11 651 137 113

**Tabulka 19: Trasy okruhů – varianta E (Vlastní zpracování, 2021)**

Nejdelší trasa byla dlouhá 651 km. To znamená, že při rezervě 70 kg paliva by vozidlo s nejmenšími nádržemi na dojezd 800 km muselo v rámci trasy navštívit čerpací stanici. Návštěva čerpací stanice při každé trase by mohla být nákladem v podobě zajížděky. Vhodnější by proto bylo tankovat pouze na centrální stanici. V takovém případě by musela být rezerva paliva snížena o polovinu na 35 kg, aby vozidlo vyhovovalo. Při takovém snížení rezervy by podnik musel dobře znát o kolik se může průměrná spotřeba lišit vlivem mnoha faktorů. Vozidlo s dojezdem 800 km se hodí spíše na kratší vzdálenost, podnik by mohl toto vozidlo využívat na trasy do 500 km, aby byla rezerva ponechána.

Pokud by společnost nechtěla navštěvovat jinou čerpací stanici než tu svou a nechtěla snižovat rezervu paliva, vhodnější volbou pro delší trasy by bylo vozidlo s kapacitou nádrží na dojezd 1 150 km, kterou má společnost Iveco také v nabídce. Rezerva na případné výchyly spotřeby stejně jako na delší trasy by byla dostačující. Se srovnatelným dojezdem nabízejí vozidla i konkurenční výrobci nákladních automobilů jako například společnost Volvo tahač FH LNG s dojezdem 1 000 km nebo Scania tahač R410 LNG s dojezdem 1 100 km.

Jestliže by pro společnost bylo příliš nákladné provozovat vlastní čerpací stanici, s průměrnou délkou tras 320 km, dojezdem 1 600 km a zohledněním rezervy by stačilo

navštěvovat veřejné stanice s těmito vozy průměrně pouze jednou za čtyři dny. Ušetřila by tak najeté kilometry při návštěvách stanic oproti vozům s nižším dojezdem.

## 5 Výsledky a diskuse

### 5.1 Porovnání variant

#### 5.1.1 Porovnání variant A – D

Varianty budou porovnány z pohledu metod řešení, rozdílnosti modelů a vstupních dat. Právě z důvodu rozdílných modelů VRP bez a s nákladovým koeficientem je pro zohlednění nákladovosti jednotlivých typů vozidel a možnost porovnání variant nutné vypočítat spotřebu nafty. Nejprve jsou vypočteny délky tras podle typů vozů a následně převedeny na spotřebu nafty. V tabulce č. 20 jsou tyto hodnoty uvedeny už součtem všech vozidel jako celková spotřeba nafty v litrech.

Průměrná spotřeba paliva pro vozidla je:

- Kamion 35l/100km,
- Solo 22l/100km,
- Dodávka 9l/100km.

Mimo zmíněné hodnoty je v tabulce také celková délka tras v kilometrech a využití vozidel podle typu, které udává počty okruhů. V tabulce jsou uvedeny hodnoty pro varianty se všemi vstupními daty, výpočty jsou tedy v časovém limitu pro řešitele 2, 4 a 6 hodin.

Nejprve budou porovnání řešitelé varianty A. U řešitele CBC není v čase vidět žádné zlepšení a poskytuje oproti řešiteli Gurobi značně horší výsledky. Po 6 hodinách výpočtu je rozdíl 1 542 km. Pro další využití se řešitel CBC nejevil jako perspektivní, proto u dalších výpočtů již nebyl použit.

Porovnáním varianty A2 a C budeme sledovat rozdílné modely. Model bez nákladového koeficientu podává rychleji lepší výsledky, ale s časem se řešení zlepšuje jen o velmi málo kilometrů. Naopak model s nákladovým koeficientem na začátku udává sice horší výsledky, ale v čase je znatelné zlepšení. Oproti prvnímu poskytnutému výsledku se zlepšuje dokonce tak dobře, že po 6 hodinách je celková délka tras o 22 km kratší než u varianty A2. Jelikož se jedná o rozdílné modely, je potřeba je porovnat i přepočtem na spotřebu paliva. Dalo by se očekávat, že po zohlednění nákladovosti vozidel model s nákladovým koeficientem zahrne do řešení větší počet méně nákladných vozů. Z tabulky je ale zřejmé, že od každého typu byl použit stejný počet a u méně nákladného vozidla podobná délka tras. Proto ani v přepočtu na palivo není mezi modely velký rozdíl. Dá se tedy říci, že zohlednění nákladovosti vozidel v tomto případě nemělo příliš velký vliv.

		Varianta A1 Model: VRP bez nákl. koef. Data: všechna data Řešitel: CBC			Varianta A2 Model: VRP bez nákl. koef. Data: všechna data Řešitel: Gurobi			Varianta C Model: VRP s nákl. koef. Data: všechna data Řešitel: Gurobi		
Časový limit (h)		2 h	4 h	6 h	2 h	4 h	6 h	2 h	4 h	6 h
Využití vozidel (ks)	Kamion	6	6	6	6	6	6	6	6	6
	Solo	3	3	3	2	2	2	2	2	2
	Dodávka	1	1	1	0	0	0	0	0	0
Délky tras vozidel (km)	Kamion	3 084	3 084	3 084	2 142	2 138	2 127	2 398	2 232	2 108
	Solo	957	957	957	557	557	557	600	568	554
	Dodávka	186	186	186	0	0	0	0	0	0
Celková délka tras (km)	SUMA	4 227	4 227	4 227	2 699	2 696	2 685	2 998	2 801	2 663
Celková spotřeba nafty (l)	SUMA	1 307	1 307	1 307	872	871	867	971	906	860

Tabulka 20: Porovnání variant se všemi daty (Vlastní zpracování, 2021)

Stejně jako v předchozím případě i nyní budou porovnány rozdílné modely. Tentokrát na vstupních datech rozdělených do 4 skupin. Výsledky jsou uvedeny jak pro jednotlivé skupiny dat, tak jako jejich součet. Časovým limitem pro výpočet byly dvě hodiny. Porovnání varianty B a D je v tabulce č. 21. Při porovnávání délky tras u skupin nelze říct, že by jedna z variant byla lepší, v celkovém součtu jsou ale o 363 km kratší trasy varianty D. Porovnáme-li u skupin spotřebu paliva, zde už je v každém případě nižší nebo stejná spotřeba u varianty D, v celkovém součtu o 128 litrů. Varianta s nákladovým koeficientem zahrnuje oproti variantě bez nákladového koeficientu větší počet méně nákladných vozidel. S jejich použitím se například u skupiny 4 i přes navýšení délky tras snížila spotřeba paliva. Nákladový koeficient u varianty D měl na snížení spotřeby nafty vliv. U těchto variant je také nutné podotknout, že byl omezen u skupiny 1 počet vozidel k dispozici z důvodu jeho překročení. Tím došlo k narušení rovnosti podmínek modelů a mohlo dojít k ovlivnění výsledků. V celkovém součtu byl ale k dispozici stejný počet vozidel jako u jiných variant.

		Varianta B Model: VRP bez nákl. koef. Data: rozdělená data Řešitel: Gurobi					Varianta D Model: VRP s nákl. koef. Data: rozdělená data Řešitel: Gurobi				
Časový limit (h)		1. Skupina	2. Skupina	3. Skupina	4. Skupina	SUMA	1. Skupina	2. Skupina	3. Skupina	4. Skupina	SUMA
Využití vozidel (ks)	Kamion	0	2	2	2	6	1	2	2	1	6
	Solo	4	0	0	0	4	2	0	0	2	4
	Dodávka	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2
Délky tras vozidel (km)	Kamion	0	717	415	545	1 678	523	646	415	11	1 595
	Solo	1 723	0	0	0	1 723	738	0	0	418	1 157
	Dodávka	0	0	0	0	0	0	73	0	213	285
Celková délka tras (km)	SUMA	1 723	717	415	545	3 400	1 262	719	415	642	3 037
Celková spotřeba nafty (l)	SUMA	379	251	145	191	966	346	233	145	115	838

Tabulka 21: Porovnání variant s rozdělenými daty (Vlastní zpracování, 2021)

Porovnáním modelů bez nákladového koeficientu z pohledu velikosti vstupních dat je srovnání varianty A2 a B. Data jsou v tabulce č. 20 a 21. Při zachování stejné výpočetní délky řešení, tedy dvou hodin, už po této době model se všemi daty nabízí lepší výsledky než model s daty rozdělenými. Po 6 hodinách má varianta A2 o 715 km kratší trasy.

Tak velký rozdíl může být způsoben právě rozdělením vstupních dat. Data nejsou rozdělena do skupin pouze podle polohy, ale také podle kapacitního omezení. Může se proto stát, že v jedné skupině dat budou místa s větším rozptylem. Další možností je také omezení počtu kusů aut k dispozici u skupiny 1.

Stejně tak porovnání varianty C a D je z pohledu velikosti vstupních dat, tentokrát pro modely s nákladovým koeficientem. Ve výsledcích varianty D je oproti variantě C velký rozdíl mezi délkou tras a spotřebou paliva. Po 6 hodinách výpočtu má kratší trasy varianta C se všemi daty o 374 km. Varianta D ale nabízí nižší spotřebu paliva než varianta C o 22 litrů. Je to způsobeno využitím většího počtu méně nákladných vozů u varianty C.

Pro přehlednější porovnání výsledků budou varianty A – D seřazeny. Z důvodu velkých rozdílů mezi délkou tras a spotřebou nafty u modelů s rozdělenými daty budou varianty seřazeny z obou těchto hledisek. U variant se všemi daty jsou uvažovány výsledky po 6 hodinách výpočtu.

Pořadí variant podle délky tras od nejkratší vzdálenosti:

1. Varianta C,
2. Varianta A2,
3. Varianta D,
4. Varianta B,
5. Varianta A1.

Pořadí variant podle spotřeby nafty od nejmenší spotřeby:

1. Varianta D,
2. Varianta C,
3. Varianta A2,
4. Varianta B,
5. Varianta A1.

Varianta D má ze všech variant nejnižší spotřebu nafty, ale v délce tras se umístila až na třetím místě. Její umístění je očekávané, jelikož zahrnutím nákladového koeficientu do účelové funkce bylo využito více kusů méně nákladných vozidel, která snížila spotřebu nafty, ale nízké kapacity vozů zapříčinily delší trasy. Ostatní varianty zachovaly pořadí u obou srovnání. Pokud by bylo účelem nalézt variantu s nejnižšími náklady na palivo, byla by jí varianta D. S uvážením více najetých kilometrů, se kterými se podniku také zvyšují

náklady, není pořadí variant zcela zřejmé. Porovnání variant bude proto doplněno o výpočet porovnávací varianty C a A2 s variantou D v tabulce č. 22.

Více najetých kilometrů pro variantu D znamená delší dobu strávenou na cestě. Nejprve je tedy u variant vypočtena tato doba. Ta vychází z délky tras jednotlivých vozů a jejich maximální povolené rychlosti mimo obec. Vozidlo kamion a solo se řadí do skupiny vozů s hmotností nad 3,5 tuny a jejich maximální povolená rychlost mimo obec je 80 km/h. Dodávka je vozidlo s hmotností do 3,5 tuny a jeho povolená rychlost mimo obec je 90 km/h. Tím byla vypočtena doba strávená na cestě jednotlivými vozy. Jejich suma udává celkovou dobu strávenou na cestě pro dané varianty. Varianta D je o 4,3 hodiny delší než varianta C a než varianta A2 delší o 4 hodiny. Náklady na rozdílnou dobu strávenou na cestě jsou vypočteny jako součin rozdílné doby a hodinové mzdy řidiče, která byla uvažována jako ohodnocení 200 Kč/h. Varianta D byla delší dobou strávenou na cestě nákladnější o 856 Kč oproti variantě C a vůči variantě A2 nákladnější o 801 Kč.

Naopak varianty C a A2 mají vyšší spotřebu paliva. Varianta C spotřebovala oproti variantě D o 22 litrů nafty více a varianta A2 vůči variantě D o 29 litrů více. Náklady na rozdílnou spotřebu paliva jsou vypočteny jako součin rozdílné spotřeby a průměrné ceny nafty bez DPH 26,2 Kč/l. Tím je varianta C o 576 Kč nákladnější za spotřebované pohonné hmoty než varianta D a varianta A2 o 763 Kč nákladnější než varianta D.

Nakonec byl vypočten rozdíl nákladů za dobu strávenou na cestě a spotřebu paliva. Varianta D je v obou případech nákladnější. Vůči variantě C o 279 Kč a variantě A2 o 38 Kč. Rozdíl nákladnosti variant sice není příliš velký, ale za více najetých kilometrů byla za náklad uvažována pouze delší doba strávená na cestě vyjádřena mzdou řidiče. Ve skutečnosti by do těchto nákladů měla být zahrnuta poměrná část i dalších nákladů na 1 km. Do těch se řadí například: pořizovací hodnota vozidla, opravy, pojištění (povinné ručení, havarijní pojištění), silniční daň, ostatní provozní kapaliny (olej, AD blue), režijní náklady (skladování zboží, reklama, mzdy ekonomických zaměstnanců) nebo z implicitních nákladů ušlá příležitost obsluhy jiných zákazníků po delší dobu dopravy. Varianta D by při zohlednění dalších zmíněných nákladů byla ve skutečnosti nákladnější, než bylo vyčísleno.

		Porovnání varianty C a D			Porovnání varianty A2 a D		
		Varianta C	Varianta D	Rozdíl C a D	Varianta A2	Varianta D	Rozdíl A a D
Délky tras vozidel (km)	Kamion	2 108	1 595		2127	1 595	
	Solo	554	1 157		557	1 157	
	Dodávka	0	285		0	285	
Doba strávená na cestě (h)	Kamion	26,4	19,9		26,6	19,9	
	Solo	6,9	14,5		7	14,5	
	Dodávka	0	3,2		0	3,2	
Celková doba strávená na cestě (h)		33,3	37,6	4,3	33,6	37,6	4
Náklady na rozdílnou dobu strávenou na cestě (Kč)		856			801		
Celková spotřeba paliva (l)		860	838	22	867	838	29
Náklady na rozdílnou spotřebu paliva (Kč)		576			763		
Rozdíl nákladů (Kč)		279			38		

Tabulka 22: Porovnání varianty C a A2 vůči D (Vlastní zpracování, 2021)

Tímto porovnáním variant bylo ukázáno, že nejnižší spotřeba paliva nemusí ve skutečnosti znamenat nejméně nákladné řešení. Do modelu by bylo možné zahrnout podmínku, která by zohledňovala mimo nákladů na palivo i další náklady na 1 km nebo náklady na časovou jednotku. U těchto jednotlivých nákladů určit sazbou jejich prioritu, například: minimalizace spotřeby paliva krát 1000, minimalizace nákladů na 1 km krát 100 apod. Účelová funkce by při plánování tras minimalizovala nejen jejich délku, ale celkové náklady, podle jejich důležitosti. V takovém případě by se nemohlo stát, že nalezené řešení bude mít nízkou spotřebu paliva, ale vlivem jiných faktorů bude jeho nákladovost vyšší než u řešení s větší spotřebou paliva.

Pořadí variant podle nákladů na naplánované trasy od nejméně nákladných je:

1. Varianta C,
2. Varianta A2,
3. Varianta D,
4. Varianta B,
5. Varianta A1.

### 5.1.2 Porovnání variant A – D vůči variantě E

Ve variantě E jsou použita vozidla na jiné palivo a s rozdílnou cenou oproti ostatním variantám. K možnosti srovnání variant je potřeba spotřebu jejich paliva přepočítat na celkové náklady za naplánované trasy. Aby to bylo možné, je nutné znát cenu těchto paliv a zohlednit její vývoj.

Ve variantách A – D vozidla k pohonu používají motorovou naftu. Konečná cena nafty je ovlivněna podle České národní banky (2012) tržními faktory a administrativními vlivy. Mezi tržní faktory se řadí například: cena ropy v USD, kurz koruny vůči dolaru, náklady spojené s rafinací při výrobě, distribuce, zisk rafinérií a obchodníků. Mezi administrativní vlivy: spotřební daň, daň z přidané hodnoty případně cena emisí CO<sub>2</sub>. Na ceně se mohou podílet také sezónní výkyvy poptávky a spotřeby. V České republice je ale motorová nafta (dále jen nafta) využívána především v dopravě, kde výkyv není tak znatelný například oproti zemím, ve kterých jsou lehké topné oleje používány k vytápění. Z důvodu těchto vlivů na cenu nafty bude pro výpočet nákladů na palivo naplánovaných tras použita průměrná roční cena nafty u českých stanic. Ta je za minulý rok 2020 podle Českého statistického úřadu (2020) 23,1 Kč/l bez DPH. V roce 2020 ale byla cena nafty značně ovlivněna pandemií nového koronaviru, kvůli kterému klesl odbyt ropy a tím i cena nafty. V současné době (březen 2021) už se ale cena vrátila v zásadě tam, kde byla před propuknutím pandemie v loňském březnu. Cena za rok 2020 proto není vypovídající a k výpočtu bude použita průměrná cena nafty u českých stanic za rok 2019, která byla 26,2 Kč/l bez DPH. Cena bez DPH je použita záměrně, jelikož si podnik jako plátce DPH uplatní nárok na odpočet daně.

Varianta E předpokládá využití vozidel na zkapalněný zemní plyn. Jak už napovídá název, jeho hlavní složkou je právě zemní plyn. Podobně jako cena ropy, i cena zemního plynu se neustále mění a přímo ovlivňuje palivo LNG. Zemní plyn se využívá především k vytápění, v elektrárnách nebo v teplárnách. Sezónním výkyvem je tedy topná sezóna. Mimo počasí je cena zemního plynu dále ovlivněna těžbou, vztahy mezi světovými velmocemi vlastníci zásoby, vládními rozhodnutími a mnoha dalšími faktory. I zde by proto bylo vhodné počítat s roční průměrnou cenou paliva na českém trhu. Pro účely diplomové práce poskytla cenu LNG společnost Spolgas, s.r.o. provozující čerpací stanici v Lounech. Svým zákazníkům nabízí cenu 20,7 Kč/kg bez DPH. Společnost drží zmíněnou cenu již od roku 2017, kdy přišla s tímto palivem na trh a na vlivy ovlivňující cenu nereaguje. Chce tím zákazníkům garantovat stále stejnou cenu a podpořit její spotřebu.

Pro porovnání varianty E vůči ostatním byla vytvořena tabulka č. 23. Tabulka obsahuje celkovou délku tras, spotřebu paliva a náklady na pohonné hmoty. To pro každou variantu s tím, že u variant A – D je palivem nafta udávaná v litrech, u varianty E je palivem LNG uvedené v kilogramech. Celková spotřeba paliva pro variantu E byla vypočtena z průměrné spotřeby 0,25 kg/km.



Celková délka tras varianty E je nejnižší ze všech variant. Je to způsobeno dostatkem vozidel o velké kapacitě, které pojmu více objednávek zákazníků a tím je ušetřena délka tras. Oproti variantě C, která nabízí nejkratší délku tras a zároveň nejnižší náklady z variant A – D je varianta E kratší o 100 km. Rozdíl nákladů na pohonné hmoty je 9 267 Kč, to je při variantě E úspora 41 % na pohonných hmotách.

	Varianta A1 Model: VRP bez nákl. koef. Data: všechna data Řešitel: CBC			Varianta A2 Model: VRP bez nákl. koef. Data: všechna data Řešitel: Gurobi			Varianta C Model: VRP s nákl. koef. Data: všechna data Řešitel: Gurobi		
	2 h	4 h	6 h	2 h	4 h	6 h	2 h	4 h	6 h
Časový limit (h)	2 h	4 h	6 h	2 h	4 h	6 h	2 h	4 h	6 h
Celková délka tras (km)	4 227	4 227	4 227	2 699	2 696	2 685	2 998	2 801	2 663
Celková spotřeba paliva (l)	1 307	1 307	1 307	872	871	867	971	906	860
Celkové náklady na palivo (Kč)	34 234	34 234	34 234	22 853	22 820	22 719	25 449	23 747	22 530
	Varianta E Model: CG-VRP Data: všechna data Řešitel: Gurobi			Varianta B Model: VRP bez nákl. koef. Data: rozdělená data Řešitel: Gurobi		Varianta D Model: VRP s nákl. koef. Data: rozdělená data Řešitel: Gurobi			
	2 h	4 h	6 h	Suma 4 skupin (2 h)		Suma 4 skupin (2 h)			
Časový limit (h)	2 h	4 h	6 h	Suma 4 skupin (2 h)		Suma 4 skupin (2 h)			
Celková délka tras (km)	2 650	2 564	2 563	3 400		3 037			
Celková spotřeba paliva (kg, l)	662	641	641	966		838			
Celkové náklady na palivo (Kč)	13 712	13 269	13 263	25 311		21 965			

Tabulka 23: Porovnání variant A - E (Vlastní zpracování, 2021)

Výrobce Iveco uvádí u vozů na LNG oproti naftovým vozům úsporu na pohonných hmotách až 40 %. Tu je ale nutné počítat za objektivních podmínek – ze stejně naplánovaných tras a se stejným nákladem. Pro ověření úspory je možné uvažovat trasy varianty E obslužením kamionů na naftu v tabulce č. 24. Při ceně paliva za rok 2019 úspora na pohonných hmotách dosahovala 43,6 %. Výrobci ale často uvažují velkoodběratelské slevy podniků na naftu ve výši 1,5 až 2 Kč/l. Při slevě 1,5 Kč/l nafty v roce 2019 se úspora snížila oproti běžné ceně v roce 2019 o 3,5 % na 40,1 %. V roce 2020 cena nafty výrazně klesla, proto i úspora byla oproti roku 2019 snížena o 7,3 % na 36,3 %.

Palivo	LNG		Nafta	
Cena paliva za rok	2019 - 2020	2019	2019 s velkoodběratelskou slevou 1,5 Kč/l	2020
Cena paliva (Kč/kg, l)	20,7	26,2	24,7	23,2
Celková délka tras (km)	2 563	2 563	2 563	2 563
Celková spotřeba paliva (kg, l)	641	897	897	897
Celkové náklady na palivo (Kč)	13 263	23 502	22 156	20 811
Úspora LNG vůči naftě (%)	-	43,6%	40,1%	36,3%

Tabulka 24: Ověření úspory paliva LNG (Vlastní zpracování, 2021)

Na výši úspory na pohonných hmotách má vliv cena paliva, která se během roku mění. Ne v každém období proto úspora dosahuje těchto hodnot. Během části roku může být vyšší

nebo nižší, ale podstatný vypočet úspory je z průměrné ceny paliva za období kalendářního roku. Na míře úpory se také podílí spotřeba vozu. Starší naftové vozy mají spotřebu paliva vyšší, novější naopak nižší. V závislosti na těchto hodnotách se může měnit i výše úspory na pohonných hmotách.

## 5.2 Zhodnocení výsledků

Metoda CBC pro řešení není perspektivní. V časovém limitu šesti hodin se výsledek nezlepšoval a oproti výsledkům metodou Gurobi podával značně horší výsledky. Metoda CBC pro řešení problému není vhodnou volbou, naopak řešitel Gurobi ano.

Z pohledu rozdílnosti modelů nelze jednoznačně říct, že by jedna z možností byla vždy výhodnější. U variant se všemi vstupními daty modely podávají po šesti hodinách podobné hodnoty. V případě omezení časového limitu maximálně do čtyř hodin by byl vhodnější model bez nákladového koeficientu, který zná rychleji řešení blížící se optimu. Využití vozidel je shodné, proto nákladový koeficient nemá velký vliv na výsledek. Naopak u modelu s rozdělenými vstupními daty do skupin má nákladový koeficient v modelu význam. Zohledňuje méně nákladové vozy a s jejím využitím se snižují náklady na pohonné hmoty.

Zaměříme-li se na velikost vstupních dat, modely s rozdělenými vstupními daty jsou specifické velkým rozdílem mezi délkou tras vůči spotřebě paliva. U modelů se všemi vstupními daty tak velký rozdíl není. Důvodem je rozdělení míst do skupin, která nemusejí být v nejbližší vzdálenosti kvůli kapacitnímu omezení při dělení a využití vozidel s nižší nákladovostí. Modely rozdělené do skupin navíc mohou překročit omezení počtu kusů aut, pokud tyto kapacity nebudou mezi skupiny předem rozděleny. U modelů se všemi daty by taková situace nemohla nastat, jelikož by řešení nebylo přípustné.

Při porovnávání variant A – D bylo zjištěno, že nejnižší náklady na palivo nabízí model zohledňující nákladovost vozidel s rozdělenými daty do skupin. Ten ale naopak oproti modelům se všemi daty přináší větší náklady s více najetými kilometry. Zohledníme-li i tyto náklady, modelem s celkovými nejnižšími náklady je model se všemi daty a nákladovým koeficientem. Podobné náklady mají i již zmíněné dva modely. Model s rozdělenými daty do skupin bez nákladového koeficientu neobstál dobře a nejnákladnější variantou je model s řešením metodou CBC. Pro podnik by tedy bylo za současných podmínek nejúspěšnějším řešením naplánování přepravních tras modelem s nákladovým koeficientem a všemi daty.

Jestliže by se podnik rozhodl pro vozy na palivo LNG, přinesly by mu oproti nejméně nákladné variantě s využitím vozů, které má k dispozici, úsporu 41 % na pohonných hmotách. Výrobci sice uvádějí úsporu na pohonné hmoty až 40 %, je zde ale potřeba zvážit i další náklady na provoz těchto vozů, aby byla zjištěna celková úspora. Úsporu na celkové náklady provozu vozidla (Total cost of operation – TCO) výrobci uvádějí 10 – 20 %. Výdaje na palivo jsou z TCO nejdůležitějším aspektem. Mezi další se řadí například: servisní náklady, amortizace, pojištění, náklady na pneumatiky a další. Většina těchto zbylých nákladů je v porovnání oproti naftové verzi vozu nákladnější. Například servisní náklady na vozy LNG jsou třikrát vyšší než u vozů naftových. Je to z důvodu nových technologií a malého počtu vozů v provozu. Se vzrůstajícím počtem vozů LNG na silnicích se v budoucnu tyto náklady sníží.

Naopak vozy na LNG jako ekologicky šetrnější varianta mají podporu států. Ta se projevuje zvýhodněním tohoto paliva oproti konvenčním palivům úlevami na poplatcích nebo dotacemi. Například v Německu těžké vozy na LNG jezdí bez dálničních poplatků. To dělá úsporu 16 centů na každém kilometru. Nebo jako přímá podpora 12 000 eur na nákup vozů nad 7,5 tuny.

Oproti jiným evropským státům v České republice zatím taková podpora není. Jednou z výhod jsou dotace na výstavbu infrastruktury čerpacích stanic a snížená spotřební daň na palivo LNG. Svůj slib nezvyšovat spotřební daň zemního plynu v dopravě do roku 2025 ČR obešla snížením spotřební daně na naftu od 1. 1. 2021. Podle Českého plynárenského svazu (2020) tím znevýhodnila alternativní paliva a poškodila majitele těchto vozů a provozovatele plnicích stanic. Záleží tedy také na podmínkách, ve kterých jsou vozy využívány. Při trasách po německých dálnicích mohou úspory TCO dosahovat až 20 %, v podmínkách na české trhu budou jen v rámci několika málo procent.

Požizovací cena vozu na LNG je o 40 tisíc euro vyšší než u naftových vozů, to je o 30 % ceny. Tento náklad by měla kompenzovat úspora TCO. Podmínky v ČR alternativním palivům zatím příliš nepřejí, proto by návratnost investice pro podnik v případě nákupu těchto vozů mohla trvat příliš dlouho. To se bude muset v budoucnu změnit, kvůli snižování produkce zplodin z dopravy.

Pro úspěšný přechod na alternativní paliva je důležitá podpora státu. Ta by mohla být jako v ostatních zemích pro všechny dopravce formou nulové daně na tato paliva nebo nulovou silniční daní. Nabízí se i možnost dotací na nákup vozů, tím by ovšem mohlo být narušeno konkurenční prostředí a zvýhodněno jen pár dopravců. Další možností je zavedení

represe na konvenční paliva formou daní a poplatků za produkci velkého množství emisí a hluku nebo zavedení hlukových a emisních norem, které by zakazovaly vjezd těchto vozů do centra měst.

Při současných podmínkách je pro podnik nemožné přejít kompletně na alternativní paliva z důvodu vysoké investice na nákup nových vozů. V problému bylo počítáno s průměrným denním počtem zakázek. Ve skutečnosti jsou zakázky podniku v některé dny vyšší. Osm kusů aut, se kterými bylo počítáno, by tedy obsloužilo jen průměrný počet zakázek. Pokud by podnik chtěl kompletně přejít na vozy s palivem LNG, potřeboval by větší počet těchto vozů. To by znamenalo investici v řádech desítek milionů korun. Taková investice bez podpory státu je pro dopravce nepředstavitelná. Podnik proto může pokrýt svou činnost vozy na LNG pouze částečně v kombinaci s vozy, které má již k dispozici. Pokud by nechtěl hned investovat do nákupu nových vozů, může navázat spolupráci se zmíněnými automobilkami a využít nabídky testování. Nákladovost pronájmu je závislá na konkrétních smluvních podmínkách. V některých případech u vážných zájemců je pronájem zcela bezplatný, ale může dosahovat i 20 000 Kč za týden. Podnik by tak mohl otestovat deklarované vlastnosti vozů a ověřit si úspory, které vozy s tímto palivem nabízejí. Testování by také mohlo napomoci správné volbě konkrétního vozu a zjištění průměrné spotřeby paliva v podmínkách, ve kterých by podnik vozy využíval. Tím by mohla být snížena rezerva paliva  $E_{min}$ , která už by byla zohledněna v nově stanovené průměrné spotřebě.

Varianta s vozy na LNG nabízí úspornější řešení dopravních tras oproti variantám s vozy na konvenční palivo. Za současných podmínek v České republice nenabízí dostatečně úsporné řešení, které by pokrylo vyšší pořizovací cenu těchto vozů, jako je tomu například v sousedním Německu nebo Polsku. Při tomto řešení je tedy nutné počítat se značnou investicí na nákup vozů nebo využít nabídky testování.

## 6 Závěr

Vhodně zvolená dopravní trasa významně ovlivňuje výslednou cenu za dopravu, tím se podílí na úspoře nákladů společnosti a na její konkurenceschopnosti. V praktické části práce, kde se na objednávky zákazníků společnosti TPL Czech, s. r. o. aplikoval model rozvozní úlohy, bylo toto tvrzení ověřeno.

Záměrem bylo nalézt takové posloupnosti míst v okruzích, za kterých budou splněny požadavky zákazníků, respektovány kapacitní omezení vozidel a zajištěna minimalizace nákladů. Problém byl řešen v několika variantách pro možnost následného porovnání a nalezení nejúspornějšího řešení. Varianty, zohledňující současnou flotilu vozů, kterou společnost disponuje, se lišily ve třech ohledech, a to v metodě řešení, ve velikosti vstupních dat a rozdílnosti modelů. Velikost vstupních dat byla odlišná z důvodu rozsáhlosti a složitosti úlohy, jelikož se jedná o NP těžkou úlohu. Úloha byla řešena nejprve pro všechna vstupní data a následně pro data rozdělená do skupin Mayerovou metodou. Rozdělením dat byla zjednodušena složitost a doba výpočtu. Společnost obsluhuje své zákazníky třemi různými typy vozů, a proto jsou použité modely rozdílné. Vozy se liší především svou velikostí, tedy kapacitou, ale i nákladovostí. Velké vozy sice pojmu větší objem nákladu, díky čemuž mohou být jejich trasy kratší, ale provoz je nákladnější. Do účelové funkce byl zahrnut nákladový koeficient, který tuto nákladovost zohledňuje. Záměrem bylo zjistit, zda bude model nabízet méně nákladné řešení a zda bude mít nákladovost vozů vliv na jejich zahrnutí do výsledného řešení.

Porovnáním variant bylo zjištěno, že vhodnější metodou řešení oproti CBC je metoda Gurobi. Gurobi nabízel značně úspornější, ale i rychlejší řešení. Modely s nákladovým koeficientem nabízely oproti variantám bez nákladového koeficientu úspornější řešení. Zásadní úspora se projevila u modelu s rozdělenými daty, kde do řešení vstoupila méně nákladná vozidla. U modelu se všemi daty byla úspora velmi nízká a na využití vozidel neměl nákladový koeficient vliv. Z pohledu velikosti vstupních dat je v řešení modelů s rozdělenými daty velký rozdíl mezi délkou tras a spotřebou paliva. To způsobilo nejasnost v pořadí variant podle nákladovosti. Na cenu přepravy nemají vliv jen náklady na palivo, ale mnoho jiných faktorů. Jedním z nich je například doba strávená na cestě. S její nákladovostí byl doplněn výpočet pro upřesnění pořadí variant. Pokud by bylo snahou nalézt řešení s nejnižšími náklady na palivo, byla by jím varianta zohledňující nákladovost vozidel s rozdělenými daty do skupin. Zohlední-li se i náklady na delší trasy, modelem

s celkovými nejnižšími náklady je model se všemi daty a nákladovým koeficientem. Model se všemi daty bez nákladového koeficientu a model s rozdělnými daty s nákladovým koeficientem nabízejí podobná řešení. Naopak model s rozdělenými daty do skupin bez nákladového koeficientu je po variantě s řešitelem CBC nejnákladnější variantou.

Úspory nákladů za dopravu může být dosaženo i změnou typu paliva. Vzhledem k závazkům EU snižovat emise skleníkových plynů z dopravy a celkovému posunu společnosti k šetrnosti vůči životnímu prostředí, byla do řešení zahrnuta varianta s vozy na alternativní palivo. Jako alternativní palivo byl zvolen zkapalněný zemní plyn (LNG), jelikož v současné době neexistuje jiné dostupné palivo, které by dosahovalo požadované kombinace vysokého výkonu a ekologického provozu pro regionální nákladní dopravu. Využití těchto vozů by oproti nejméně nákladné variantě s naftovými vozy přineslo úsporu 41 % za pohonné hmoty. S uvažováním celkových nákladů na provoz vozidla, by tyto vozy v podmínkách, které jsou pro alternativní paliva nastavena v ČR, nedosahovaly celkových možných úspor až 20 %, ale pouze několika málo procent. To by nedokázalo pokrýt o 30 % vyšší pořizovací cenu těchto vozů, jako je tomu u jiných evropských zemí. Při současných podmínkách je pro podnik nemožné přejít kompletně na alternativní paliva z důvodu vysoké investice na nákup nových vozů. Podnik by mohl svou činnost těmito vozy pokrýt alespoň částečně nebo navázat spolupráci s výrobcem vozů a využít nabídky testování. Přechodem na vozy s alternativním palivem by se podniku mohly otevřít dveře do řady výběrových řízení, které by mu přinesly nové zakázky.

V současné době je jedinou reálnou alternativou pro snížení zplodin v nákladní dálkové dopravě palivo LNG. Varianta, která dnes splňuje aspekty pro stanovení nejvýhodnější a neekologičtější varianty, nemusí dané podmínky splňovat i v budoucnu. Na ekologii je kladen stále větší důraz, je tedy zcela zřejmé, že rozvoj trhu s alternativními palivy přinese v budoucnu nová řešení. Potenciál má například vodík, který nabízí při provozu nulové emise a nevyčerpatelnost zdrojů nebo například BioLNG. V současné době jsou tato paliva na počátku svého rozvoje. Na posun k těmto palivům si proto budou muset zákazníci ještě pár let počkat. LNG je nejlepší možností na přechodné období, otázkou je na jak dlouho. Je ale evidentní, že při dosahování environmentálních cílů ČR do roku 2025, respektive do roku 2030, bude hrát LNG klíčovou roli. Proto se i stát bude muset zasloužit větší podporou o přechod na alternativní paliva a pro podnik by se tak vozy na LNG mohly stát dostupnějšími.

## 7 Seznam použitých zdrojů

BEKTAS, Tolga. The multiple traveling salesman problem: an overview of formulations and solution procedures: ScienceDirect [online]. Roč. 34 č. 3. Ankara, Turecko: Omega - The International Journal of Management Science, 2006 [cit. 2021-02-02]. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305048304001550>

BOLDACCI, Roberto, BATTARRA, Maria a VIGO, Daniele. Routing a Heterogeneous Fleet of Vehicles: ResearchGate [online]. Cesena, Itálie, leden 2007 [cit. 2021-02-02]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/226187312\\_Routing\\_a\\_Heterogeneous\\_Fleet\\_of\\_Vehicles](https://www.researchgate.net/publication/226187312_Routing_a_Heterogeneous_Fleet_of_Vehicles)

BROŽOVÁ, Helena a Milan HOUŠKA. *Základní metody operační analýzy*. Praha: Credit, 2002. ISBN 80-213-0951-2.

CNGPlus. *LNG vs CNG* [online]. 12.7.2013 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://www.cngplus.cz/lng-vs-cng.html>

COOK, William. *Po stopách obchodního cestujícího: matematika na hranicích možností*. Praha: Argo, 2012. Zip (Argo: Dokořán). ISBN 978-80-7363-412-4.

Česká bioplynová asociace. *Budoucnost nákladní dopravy je v bioLNG* [online]. 2021 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://www.czba.cz/budoucnost-nakladni-dopravy-je-v-biolng.html>

Česká národní banka. *Měnová politika: Faktory vývoje maloobchodních cen pohonných hmot* [online]. 2012 [cit. 2021-03-16]. Dostupné z: <https://www.cnb.cz/cs/menova-politika/zpravy-o-inflaci/tematicke-prilohy-a-boxy/Faktory-vyvoje-maloobchodnich-cen-pohonných-hmot>

Český plynárenský svaz. *Snížení spotřební daně na naftu je nekoncepční a nebezpečný precedens* [online]. 2020 [cit. 2021-03-22]. Dostupné z: [https://www.cgoa.cz/pages/pdfdoc/aktuality/2020/TZ\\_spotrebni\\_dan.pdf](https://www.cgoa.cz/pages/pdfdoc/aktuality/2020/TZ_spotrebni_dan.pdf)

Český statistický úřad. *Průměrné ceny pohonných hmot v ČR* [online]. 2020 [cit. 2021-03-16]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/csu/xm/prumerne-ceny-pohonnych-hmot-v-crx>

DRAHOTSKÝ, Ivo a Bohumil ŘEZNÍČEK. *Logistika - procesy a jejich řízení*. Brno: Computer Press, 2003. Praxe manažera (Computer Press). ISBN 80-7226-521-0.

DOUCEK, Aleš, Luděk JANÍK a Daniel TENKRÁT. Využití vodíku k regulaci výkonu obnovitelných zdrojů energie: Biom.cz. *CHEMAGAZÍN* [online]. 2010 (č.3) [cit. 2021-03-23]. ISSN 1801-2655. Dostupné z: <https://biom.cz/cz/odborne-clanky/vyuziti-vodiku-k-regulaci-vykonu-obnovitelnych-zdroju-energie>

DYNTAR, Jakub. *Návrh a optimalizace dodavatelských systémů s využitím dynamické simulace*. Praha: FinEco, 2018. ISBN 978-80-86590-15-8.

Elektrickévozy.cz. *Jak ekologické jsou elektromobily?* [online]. 29.10.2018 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://elektrickevozy.cz/clanky/jak-ekologicke-jsou-elektromobily-mozna-budete-prekvapeni>

European Environment Agency. *Heavy duty vehicles: Carbon dioxide emissions from Europe's heavy-duty vehicles* [online]. 12.4.2018 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://www.eea.europa.eu/themes/transport/heavy-duty-vehicles/carbon-dioxide-emissions-europe>

Evropský parlament. *Emise CO<sub>2</sub> z aut: fakta a čísla (infografika)* [online]. 25.3.2019 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://www.europarl.europa.eu/news/cs/headlines/society/20190313STO31218/emise-co2-z-aut-fakta-a-cisla-infografika>

Evropský parlament. *Změny klimatu: Snižovat emise CO<sub>2</sub>: Cíle a opatření EU* [online]. 16.4.2018 [cit.2021-03-01]. Dostupné z: <https://www.europarl.europa.eu/news/cs/headlines/priorities/zmeny-klimatu/20180305STO99003/snizovat-emise-co2-cile-a-opatreni-eu>

FÁBRY, J., 2006. *Dynamické okružní a rozvozní úlohy: disertační práce*. VŠE-FIS, Praha.



FÁBRY, Jan. *Matematické modelování*. Praha: Professional Publishing, 2011. ISBN 978-80-7431-066-9.

FÁBRY, Jan. *Pokročilé matematické modely a metody* [online - webová prezentace]. Mladá Boleslav, 2017 [cit. 2021-02-02]. Dostupné z: <https://nb.vse.cz/~fabry/POV-prezentace.pdf>

FIALA, Petr. *Operační výzkum: nové trendy*. Praha: Professional Publishing, 2010. ISBN 978-80-7431-036-2.

GasNet, s. r. o. *Výhody LNG* [online]. [cit. 2021-03-30]. Dostupné z: <https://lng.cz/vyhody-lng.html>

Google. *Google Maps* [online]. 2020 [cit. 2021-02-02]. Dostupné z: <https://www.google.cz/maps>

GROS, Ivan. *Logistika*. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická, 1996. ISBN 80-7080-262-6.

GROS, Ivan. *Kvantitativní metody v manažerském rozhodování*. Praha: Grada, 2003. Expert (Grada). ISBN 80-247-0421-8.

GROS, Ivan a Jakub DYNTAR. *Matematické modely pro manažerské rozhodování. 2., upr. a rozš. vyd.* Praha: Vysoká škola chemicko-technologická v Praze, 2015. ISBN 978-80-7080-910-5.

GROS, Ivan. *Velká kniha logistiky*. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická v Praze, 2016. ISBN 978-80-7080-952-5.

Gurobi Optimization. Gurobi Optimizer - Gurobi. *Gurobi: The fastest solver* [online]. 2020 [cit. 2020-02-14]. Dostupné z: <https://www.gurobi.com/products/gurobi-optimizer/>

CHOPDE, Nitin R. a NICHAT, Mangesh K. Landmark based shortest path detection by using A\* Algorithm and Haversine Formula: ResearchGate [online]. Roč. 1 č. 2. Amravati, Indie: International Journal of Innovative Research in Computer and Communication Engineering, duben 2013, s. 298-302 [cit. 2021-02-02]. ISSN 2320 – 9801. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/282314348\\_Landmark\\_based\\_shortest\\_path\\_detection\\_by\\_using\\_A\\_Algorithm\\_and\\_Haversine\\_Formula](https://www.researchgate.net/publication/282314348_Landmark_based_shortest_path_detection_by_using_A_Algorithm_and_Haversine_Formula)

Iveco. *IVECO S-WAY NATURAL POWER VYDEJTE SE NOVOU CESTOU* [online]. 2021 [cit. 2021-03-8]. Dostupné z: <https://www.iveco.com/czech/produkty/pages/iveco-sway-natural-power-vydejte-se-novou-cestou.aspx#overview>

JABLONSKÝ, Josef. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. Praha: Professional Publishing, 2002. ISBN 80-86419-42-8.

JEŘÁBEK, Karel. *Logistika*. Praha: České vysoké učení technické, 1998. ISBN 80-01-01823-7.

JÖRISSEN, Ludwig. *Hydrogen and fuel cells. fundamentals, technologies and applications. edited by detlev stolt*. Weinheim: WILEY-VCH Verlag, 2011. 9787-9787 s. ISBN 1433-7851.

KLAPKA, Jindřich, Jiří DVOŘÁK a Pavel POPELA. *Metody operačního výzkumu*. Brno: Vysoké učení technické, 1996. ISBN 80-214-0817-0.

KORTSCHAK, Bernd H. *Úvod do logistiky: (co je logistika)*. 2. čes. vyd. Praha: BABTEXT, [1994]. Univerzitní edice. ISBN 80-85816-06-7.

KOSKOVÁ, Ivanka. *Distribuční úlohy I*. Praha: Credit, 2004. ISBN 978-80-213-1156-5.

KOTLER, Philip a Gary ARMSTRONG. *Marketing*. Praha: Grada, c2004. ISBN 978-80-247-0513-2.

KUČERA, Petr. *Metodologie řešení okružního dopravního problému*. Praha, 2009. Disertační práce. Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta, Katedra systémového inženýrství. Vedoucí práce Havlíček Jaroslav.

LAGOVÁ, Milada a Josef JABLONSKÝ. *Lineární modely*. Vyd. 2., přeprac. Praha: Oeconomica, 2009. ISBN 978-80-245-1511-3.

LEGGIERI, Valeria a HAOURI, Mohamed. *A practical solution approach for the green vehicle routing problem* [online]. Elsevier, 14. června 2017 [cit. 2021-03-08]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/317603466\\_A\\_practical\\_solution\\_approach\\_for\\_the\\_green\\_vehicle\\_routing\\_problem](https://www.researchgate.net/publication/317603466_A_practical_solution_approach_for_the_green_vehicle_routing_problem)

LIN, Canhong, et al. *Survey of Green Vehicle Routing Problem: Past and future trends* [online]. Elsevier, 2014 [cit. 2021-03-23]. Dostupné z: [https://researchdb.hsu.edu.hk/assets/upload/13589/2014\\_Article\\_Survey\\_of\\_Green\\_Vehicle.pdf](https://researchdb.hsu.edu.hk/assets/upload/13589/2014_Article_Survey_of_Green_Vehicle.pdf)

LIN, Jane, Wei ZHOU a Ouri WOLFSON. *Electric Vehicle Routing Problem* [online]. Elsevier, 2016(12) [cit. 2021-03-23]. ISSN 2352-1465. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352146516000089>

Logistika. *Nástup LNG v kamionové přepravě závisí na dotacích* [online]. Hospodářské noviny iHNed.cz, 16.12.2019 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://logistika.ihned.cz/c1-66693610-nastup-lng-v-kamionove-preprave-zavisi-na-dotacich>

Logistika. *Stane se vodík králem mezi palivy? První vodíkové čerpačky jsou už v plánu, dopravní firmy se chystají na změnu* [online]. Hospodářské noviny iHNed.cz, 11.5.2020 [cit. 2021-03-23]. Dostupné z: <https://logistika.ihned.cz/c1-66759520-stane-se-vodik-kralem-mezi-palivy>

MACHAC, Jiri et al. *use of hydrogen in transport* [online]. Sofia: Surveying Geology & Mining Ecology Management (SGEM), 2019. 553-560 s. ISBN 1314-2704.

MAINZOVÁ, Eva a Tomáš ZBORNÍK. *Základy operační analýzy*. Plzeň: Západočeská univerzita, 2001. ISBN 80-7082-765-3.

Ministerstvo životního prostředí ČR. *EU posílí svůj závazek z Pařížské dohody. Do roku 2030 sníží emise skleníkových plynů alespoň o 55 %* [online]. 2020 [cit. 2021-03-22]. Dostupné z: [https://www.mzp.cz/cz/news\\_20201217-EU-posili-svuj-zavazek-z-Parizske-dohody-Do-roku-2030-snizi-emise-sklenikovyh-plynu-alespon-o-55-](https://www.mzp.cz/cz/news_20201217-EU-posili-svuj-zavazek-z-Parizske-dohody-Do-roku-2030-snizi-emise-sklenikovyh-plynu-alespon-o-55-)

NORMASARI, Nur Mayke Eka, YU, Vincent F., BACHTIYAR, Candra a SUKOYO. *A Simulated Annealing Heuristic for the Capacitated Green Vehicle Routing Problem: Mathematical Problems in Engineering* [online]. vol. 2019, Article ID 2358258: Hindawi, leden 2019 [cit. 2021-02-02]. Dostupné z: <https://www.hindawi.com/journals/mpe/2019/2358258/>

OpenSolver for Excel. About OpenSolver. *OpenSolver: The Open Source Optimization Solver for Excel* [online]. 2020 [cit. 2020-02-14]. Dostupné z: <https://opensolver.org/>

OUDOVÁ, Alena. *Logistika: základy logistiky*. Kralice na Hané: Computer Media, 2013. ISBN 978-80-7402-149-7.

PAVLENKO, Nikita, et al. *The climate implications of using LNG as a marine fuel* [online]. International Council on Clean Transportation, 2020(č.2) [cit. 2021-03-23]. Dostupné z: [https://theicct.org/sites/default/files/publications/LNG%20as%20marine%20fuel%2C%20working%20paper-02\\_FINAL\\_20200416.pdf](https://theicct.org/sites/default/files/publications/LNG%20as%20marine%20fuel%2C%20working%20paper-02_FINAL_20200416.pdf)

PELIKÁN, J. *Diskrétní modely v operačním výzkumu*. Praha: PROFESSIONAL PUBLISHING, 2001. ISBN 80-86419-17-7.

PERNICA, Petr. *Logistický management: teorie a podniková praxe*. Praha: Radix, 1998. ISBN 80-86031-13-6.

PERNICA, Petr. *Logistika pro 21. století: (Supply chain management)*. Praha: Radix, 2005. ISBN 80-86031-59-4.

PLEVNÝ, Miroslav a Miroslav ŽIŽKA. *Modelování a optimalizace v manažerském rozhodování*. Vyd. 2. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2010. ISBN 978-80-7043-933-3.

Plyn.cz. *Biometan: Jak se vyrábí a proč je to palivo budoucnosti?* [online]. 30.4.2020 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://www.plyn.cz/biometan-jak-se-vyrabi>

ŘÍMÁNEK, Josef. *Operační výzkum*. Dot. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997. ISBN 80-7078-188-2.

SCHULTE, Christof. *Logistika*. Praha: Victoria Publishing, 1994. ISBN 80-85605-87-2.

SIXTA, Josef a Václav MAČÁT. *Logistika: teorie a praxe*. Brno: CP Books, 2005. Business books (CP Books). ISBN 80-251-0573-3.

SMAJLA, Ivan, Daria KARASALIHović SEDLAR, Branko DRLJAČA a Lucija JUKIĆ. *Fuel Switch to LNG in Heavy Truck Traffic* [online]. MDPI - Publisher of Open

Access Journals, 2019(3) [cit. 2021-03-23]. Dostupné z: <https://www.mdpi.com/1996-1073/12/3/515>

STRAKA, Martin. *Logistika distribúcie*. Bratislava: Epos, 2013. ISBN 978-80-562-0015-5.

Svaz průmyslu a dopravy ČR. *Balíček opatření v oblasti čisté mobility* [online]. 13.12.2017 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: [https://www.spcr.cz/images/Bal%C3%AD%C4%8Dek\\_%C4%8Cist%C3%A9\\_mobility\\_-\\_Souhrn\\_f.pdf](https://www.spcr.cz/images/Bal%C3%AD%C4%8Dek_%C4%8Cist%C3%A9_mobility_-_Souhrn_f.pdf)

SVOBODA, Vladimír. *Doprava jako součást logistických systémů*. Praha: Radix, 2006. ISBN 80-86031-68-3.

ŠKAPA, Radoslav. *Reverzní Logistika*. *Reverzní Logistika* [online]. Brno: Masarykova univerzita v Brně, Ekonomicko-správní fakulta, 2005 [cit. 2021-03-1]. ISBN 80-210-3848-9. Dostupné z: <https://is.muni.cz/do/1499/el/estud/esf/ps06/2985126/es2005-01.pdf>

ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko-matematické metody*. 2. upravené vydání. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2015. ISBN 978-80-7380-563-0.

TPL Czech, s. r. o. O nás. *TPLCZ: Logistika bez starostí od roku 1990* [online]. 2017 [cit. 2021-02-02]. Dostupné z: <http://www.tplcz.eu/o-nas.php#top-onas>

University of Waterloo. *World Traveling Salesman Problem* [online]. Canada, 2021 [cit. 2021-03-23]. Dostupné z: <http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/world/index.html>

VANÍČEK, Jiří. *Teoretické základy informatiky*. Praha: Kernberg, 2007. Informatika studium (Kernberg). ISBN 978-80-903962-4-1.

VISSER, Hessel. *Logistics: Principles and Practice* [online]. 2006. Netherlands: Wolters-Noordhoff [cit. 2021-03-23]. ISBN 90-207-3304-4. Dostupné z: [https://books.google.cz/books?hl=cs&lr=&id=l0i9DwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT9&dq=Visser,+Hessel,+2006,+Logistics:+Principles+and+Practice.+N&ots=i5EeJKlTgQ&sig=G7cQXrzNC28PgFD2n16zAjHSzco&redir\\_esc=y#v=onepage&q&f=false](https://books.google.cz/books?hl=cs&lr=&id=l0i9DwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT9&dq=Visser,+Hessel,+2006,+Logistics:+Principles+and+Practice.+N&ots=i5EeJKlTgQ&sig=G7cQXrzNC28PgFD2n16zAjHSzco&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false)

World Health Organization. *Health impacts* [online]. 2021 [cit. 2021-03-8]. Dostupné z: <https://www.who.int/teams/environment-climate-change-and-health/air-quality-and-health/transport/health-impacts>

WU, Haw-Jan a DUNN, Steven C. Environmentally responsible logistics systems [online]. Roč. 25 č. 2: *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 1995 [cit. 2021-03-01]. Dostupné z: <https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/09600039510083925/full/html>

ZÍSKAL, Jan. *Ekonomicko matematické metody: studijní texty pro distanční studium*. Vyd. 2. Praha: Credit, 2000. ISBN 978-80-213-0664-6.

## 8 Přílohy

### **Příloha A**

Příloha 1: Vstupní data (Vlastní zpracování 2021) .....84

Příloha 2: Rozdělení vstupních dat (Vlastní zpracování, 2021).....85

### **Příloha B**

Příloha 3: Matice vzdáleností pro: všechna data, skupiny, variantu E.....86

Příloha 4: Výpočet Mayerovy metody .....86

Příloha 5: Varianty modelů A-E a jejich výpočty .....86

## 8.1 Příloha A

Příloha 1: Vstupní data (Vlastní zpracování 2021)

VSTUPNÍ DATA							
ID místa	Společnost	Město	Ulice	PSČ	GPS souřadnice	Palety (ks)	Hmotnost (kg)
1	Centrální sklad	Hořovice	K Plevnu 388/10	268 01	49.8449153N, 13.8942400E	-	-
2	Potraviný Čermák	Děčín V.	Ruská 3	40502	50.7697742N, 14.1944150E	3	946,8
3	Restaurace Good Gate	Most	Jaroslava Pruchy 1915/24	434 01	50.5000267N, 13.6411031E	1	76,92
4	ELKO, Velkoobchod napoju	NOVA ROLE	TOVARNÍ 242/12	362 25	50.2703442N, 12.7769164E	2	901,07
5	VICOM s.r.o.,pristav	PRAHA 7	JANKOVCOVA 6	170 00	50.1049747N, 14.4560442E	1	129,8
6	TREK NAPOJE (areal za	BEROUN	PLZENSKA 305/75	266 01	49.9574178N, 14.0578192E	1	196,42
7	Dios Trading - areal VK Park	Praha 10 - Malesice	U Stavoservisu 1	108 00	50.0773494N, 14.5367636E	1	490,57
8	HOTEL IMPERIAL	KARLOVY VARY	LIBUSINA 1212/18	360 01	50.2194836N, 12.8864789E	1	23,99
9	JIP východočeská, a.s.	Karlovy Vary	Sportovní 15/574	36001	50.2417061N, 12.8925342E	1	74,96
10	-Potraviny M.B.M.CZ s.r.o.	Rvchnov nad Kněžnou	Staré náměstí 46	516 01	50.1630236N, 16.2753325E	1	26,13
11	Katerina Pulgretova	Hrobce	V uvoze 135	411 83	50.4625636N, 14.2323503E	1	52,64
12	GWS shop Anděl	Praha 5 - Smíchov	Karla Engliše 3211/3	15000	50.0699808N, 14.4023811E	1	158,65
13	JIP VYCHODOCESKA, a.s.	Stare Hradiste	Hradistska 407	533 52	50.0628225N, 15.7664803E	2	916,66
14	GWS shop Dejvice	Praha 6 - Dejvice	Wuchterlova 18	16000	50.0982061N, 14.3967314E	1	161,48
15	GWS shop Panská	Praha 1 - Nové město	Panská 891/5	11000	50.0846028N, 14.4271122E	1	109,74
16	GWS shop Pražského	Praha 4 - Nusle	Bohuslava ze Švamberka 790/2	14000	50.0579769N, 14.4334764E	1	184,18
17	GLOBUS Jirny	Jirny	Poděbradská 607	25090	50.1255961N, 14.6865689E	3	346,06
18	TESCO Postřižín	Úžice	Průmyslová 500, Postřižín	27745	50.2453319N, 14.3822011E	2	253,42
19	Xuan Vinh Nguyen-	Úpice	3.května 747	542 32	50.5051092N, 16.0245581E	1	63,1
20	DELICADO KINGDOM	PRAHA 9 -Horní	VE ZLIBKU 1800/77	193 00	50.1020939N, 14.6262547E	2	721,98
21	ComGate, a.s.	PRAHA 9	Do Čertous 2635, budova D1	190 00	50.1239014N, 14.6189297E	1	348,04
22	DEKACKO 172	CESKE BUDEJOVICE 1	NADRAZNI 1759	370 01	48.9728786N, 14.4872522E	1	66,85
23	ELKO - VELKOOBCHOD	PLZEN - BOZKOV	LIBUSINSKA 630/78	326 00	49.7281781N, 13.4214094E	4	989,94
24	JIP Krkonose	Jilemnice	Branská 918	514 01	50.6026608N, 15.5216156E	1	235,47
25	Prologis D1 EASTŽABKA -	Říčany Jazlovce	Na Dlouhém 90	251 01	49.9698106N, 14.6288828E	1	106,55
26	KAUFLAND Modletice	Modletice	Modletice 91	25101	49.9770958N, 14.6010267E	11	1089,93
27	Pokerzive s.r.o.	HRADEC KRALOVE	Riegrovo nam.1494/4	500 02	50.2144244N, 15.8134981E	1	59
28	DEKACKO 170	CESKE BUDEJOVICE 1	DR. STEJSKALA 105/1	370 01	48.9737631N, 14.4751803E	1	55,1
29	BIOPTICKA LABORATOR	PLZEN	MIKULASSKE NAM. 628/4	326 00	49.7407206N, 13.3874511E	1	187
30	BILLA, spol. s r.o.	Jazlovce	Na Dlouhém 80	251 01	49.9700789N, 14.6223794E	1	22,92
31	Kaufland Česká republika	Olomouc - Holice	Týnecká 65	77900	49.5635356N, 17.3096975E	9	1377,07
32	B&amp;V GIPS EU s.r.o.	Lanškroun	Nádražní 220	56301	49.9086603N, 16.6047406E	1	48,68
33	COOP Centrum družstvo	Radošovice 2	VO sklad - u Obecního úřadu	38601	49.7413056N, 14.8693578E	4	575,57
34	AHOLD Czech Republic, a.s.	Olomouc	Dolní Novosadská 514/86	77900	49.5622567N, 17.2620747E	29	6575,55
35	Košík.cz s.r.o.	Praha 9 - Horní Počernice	F.V.Veslého 2720/13	19300	50.1215692N, 14.6180006E	1	192,25
36	RATIO s r. o.	Praha 5 - Lipence	K Radotínu 492	15000	49.9755664N, 14.3692606E	2	220,25
37	Jihlavské potraviny, s.r.o.	Jihlava	Pávovská 3104/15a	58601	49.4244067N, 15.5979383E	1	177,95
38	BALNEX 1 a. s.	Karlovy Vary	Nová Louka 2053/11	36021	50.2206403N, 12.8804900E	1	13,1
39	FLOSMAN a.s.	Příbram	Dělostřelecká 296	26101	49.7018639N, 14.0027344E	1	12,49
40	AB plus CZ s.r.o.	Praha 9	K Bílému vrchu 2951/4	19300	50.1243925N, 14.6279956E	1	26,94
41	Lidl Česká republika v.o.s.	Cerhovice	Plzeňská 333	26761	49.8444003N, 13.8198522E	33	5314,32
42	COOP Centrum družstvo	Slaný	Lacinova 1109/2	27401	50.2264397N, 14.0762175E	1	54,84
43	Lidl Česká republika v.o.s.	Brandýs nad Labem	Průmyslová 260 - Zápy	25001	50.1737414N, 14.6652033E	7	1127,28
44	Penny Market s.r.o.	Radonice	Počernická 257	25073	50.1338636N, 14.6207406E	4	794,71
45	Penny Market s.r.o.	Praha - východ	Družstevní 353, Jirny	25090	50.1198161N, 14.7037675E	2	324,14
46	MAKRO Kozomín	Kozomín	Kozomín 504	27745	50.2476964N, 14.3725056E	33	16793,96
47	FANY Gastroservis s.r.o.	Vestec	Průmyslová 536	25242	49.9836853N, 14.4932636E	1	37,2
48	JEDNOTA SD	Č. BUDĚJOVICE	Suchomelská 2	37010	48.9935358N, 14.4719514E	1	60,75
49	JIP východočeská, a.s. Most	Most 1	Dělnická 37	434 01	50.4849803N, 13.6484153E	4	2866,51
50	Bidfood Czech Republic s.r.o.	KRALUPY NAD	V Růžovém údolí 553	27801	50.2355014N, 14.2888564E	1	335,32
51	OFFICE DEPOT S.R.O.	HOSTIVICE	FLORIANOVA 2461	253 01	50.0863136N, 14.2332900E	1	394,92
52	Potraviný Tran Van Phác-	Přelouč	Jiráskova 1135	419 01	50.0359667N, 15.5505756E	1	85,53
53	MIXA VENDING s.r.o.	Praha	Libušská 313/104, Areál DDD	14200	49.9973194N, 14.4683428E	1	850
54	Potraviný - Pasáž centrum	Náchod	Kamenice 104	547 01	50.4171997N, 16.1656289E	1	43,47
55	GASTRO POTRAVINY	Nupaky	Komerční 532	25101	49.9861608N, 14.6026725E	1	156
56	BRABEC Velkoobchod s.r.o.	Třebíč	Pocoucov 83	674 01	49.2310178N, 15.8954069E	2	1064,88
57	Lidl Česká republika v.o.s.	Olomouc	Bystrovany 237	77900	49.5909053N, 17.3107911E	17	2737,68
58	Penny Market s.r.o.	Lipník nad Bečvou	Hranická 1467	75131	49.5284267N, 17.6072603E	13	3445,8
59	Coface Czech Credit	Praha	náměstí I. P. Pavlova 1789/5	12000	50.0751808N, 14.4296444E	1	333,05
60	Skala	Praha 7 - Holesovice	U Průhonu 827/5	170 00	50.1053911N, 14.4485814E	1	194,86
61	PENNY Dobřany	Dobřany	Osoblaha 1275	33023	49.6543497N, 13.3097169E	8	2110,55
62	GoodMills Česko, s.r.o.	Litoměřice	Velká Mlýnská 25/1	412 01	50.5316236N, 14.1362258E	1	87,78



**Příloha 2: Rozdělení vstupních dat (Vlastní zpracování, 2021)**

**Skupina 1**

ROZDĚLENÍ VSTUPNÍCH DAT - SKUPINA 1							
ID místa	Společnost	Město	Ulice	PSČ	GPS souřadnice	Palety (ks)	Hmotnost (kg)
1	Centrální sklad	Hořovice	K Plevnu 388/10	268 01	49.8449153N, 13.8942400E	-	-
10	-Potraviny M.B.M.CZ s.r.o.	Rychnov nad Kněžnou	Staré náměstí 46	516 01	50.1630236N, 16.2753325E	1	26,13
13	JIP VYCHODOCESKA, a.s.	Stare Hradiste	Hradistska 407	533 52	50.0628225N, 15.7664803E	2	916,66
16	GWS shop Pražského	Praha 4 - Nusle	Bohuslava ze Švamberka 790/2	14000	50.0579769N, 14.4334764E	1	184,18
19	Xuan Vinh Nguyen-	Úpice	3.května 747	542 32	50.5051092N, 16.0245581E	1	63,1
25	Prologis D1 EASTŽABKA -	Říčany Jazlovce	Na Dlouhém 90	251 01	49.9698106N, 14.6288828E	1	106,55
27	Pokerzive s.r.o.	HRADEC KRALOVE	Riegrovo nam.1494/4	500 02	50.2144244N, 15.8134981E	1	59
30	BILLA, spol. s r.o.	Jažlovce	Na Dlouhém 80	251 01	49.9700789N, 14.6223794E	1	22,92
31	Kaufland Česká republika	Olomouc - Holice	Týnecká 65	77900	49.5635356N, 17.3096975E	9	1377,07
32	B&V GIPS EU s.r.o.	Lanškroun	Nádražní 220	56301	49.9086603N, 16.6047406E	1	48,68
33	COOP Centrum družstvo	Radošovice 2	VO sklad - u Obecního úřadu	38601	49.7413056N, 14.8693578E	4	575,57
47	FANY Gastroservis s.r.o.	Vestec	Průmyslová 536	25242	49.9836853N, 14.4932636E	1	37,2
52	Potraviny Tran Van Phác-	Přelouč	Jiráskova 1135	419 01	50.0359667N, 15.5505756E	1	85,53
53	MIXA VENDING s.r.o.	Praha	Libušská 313/104, Areál DDD	14200	49.9973194N, 14.4683428E	1	850
54	Potraviny - Pasáž centrum	Náchod	Kamenice 104	547 01	49.74171997N, 16.1656289E	1	43,47
55	GASTRO POTRAVINY	Nupaky	Komerční 532	25101	49.9861608N, 14.6026725E	1	156
57	Lidl Česká republika v.o.s.	Olomouc	Bystrovany 237	77900	49.5909053N, 17.3107911E	17	2737,68
58	Penny Market s.r.o.	Lipník nad Bečvou	Hranická 1467	75131	49.5284267N, 17.6072603E	13	3445,8
59	Coface Czech Credit	Praha	náměstí I. P. Pavlova 1789/5	12000	50.0751808N, 14.4296444E	1	333,05

**Skupina 2**

ROZDĚLENÍ VSTUPNÍCH DAT - SKUPINA 2							
ID místa	Společnost	Město	Ulice	PSČ	GPS souřadnice	Palety (ks)	Hmotnost (kg)
1	Centrální sklad	Hořovice	K Plevnu 388/10	268 01	49.8449153N, 13.8942400E	-	-
5	VICOM s.r.o.pristav	PRAHA 7	JANKOVCOVA 6	170 00	50.1049747N, 14.4560442E	1	129,8
6	TREK NAPOJE (areál za	BEROUN	PLZENSKA 305/75	266 01	49.9574178N, 14.0578192E	1	196,42
7	Dios Trading - areál VK Park	Praha 10 - Malesice	U Stavoservisu 1	108 00	50.0773494N, 14.5367636E	1	490,57
12	GWS shop Anděl	Praha 5 - Smíchov	Karla Engliše 3211/3	15000	50.0699808N, 14.4023811E	1	158,65
14	GWS shop Dejvice	Praha 6 - Dejvice	Wuchterlova 18	16000	50.0982061N, 14.3967314E	1	161,48
15	GWS shop Panská	Praha 1 - Nové město	Panská 891/5	11000	50.0846028N, 14.4271122E	1	109,74
23	ELKO - VELKOOBCHOD	PLZEN - BOZKOV	LIBUSINSKA 630/78	326 00	49.7281781N, 13.4214094E	4	989,94
26	KAUFLAND Modletice	Modletice	Modletice 91	25101	49.9770958N, 14.6010267E	11	1089,93
34	AHOLD Czech Republic, a.s.	Olomouc	Dolní Novosadská 514/86	77900	49.5622567N, 17.2620747E	29	6575,55
36	RATIO s.r.o.	Praha 5 - Lipence	K Radotínu 492	15000	49.9755664N, 14.3692606E	2	220,25
37	Jihlavské potraviny, s.r.o.	Jihlava	Pávovská 3104/15a	58601	49.4244067N, 15.5979383E	1	177,95
39	FLOSMAN a.s.	Příbram	Dělostřelecká 296	26101	49.7018639N, 14.0027344E	1	12,49
51	OFFICE DEPOT S.R.O.	HOSTIVICE	FLORIANOVA 2461	253 01	50.0863136N, 14.2332900E	1	394,92
56	BRABEC Velkoobchod s.r.o.	Třebíč	Pocoucov 83	674 01	49.2310178N, 15.8954069E	2	1064,88
60	Skala	Praha 7 - Holesovice	U Práhonu 827/5	170 00	50.1053911N, 14.4485814E	1	194,86

**Skupina 3**

ROZDĚLENÍ VSTUPNÍCH DAT - SKUPINA 3							
ID místa	Společnost	Město	Ulice	PSČ	GPS souřadnice	Palety (ks)	Hmotnost (kg)
1	Centrální sklad	Hořovice	K Plevnu 388/10	268 01	49.8449153N, 13.8942400E	-	-
17	GLOBUS Jirny	Jirny	Poděbradská 607	25090	50.1255961N, 14.6865689E	3	346,06
18	TESCO Postřižín	Úžice	Průmyslová 500, Postřižín	27745	50.2453319N, 14.3822011E	2	253,42
20	DELICADO KINGDOM	PRAHA 9 -Horní	VE ZLIBKU 1800/77	193 00	50.1020939N, 14.6262547E	2	721,98
21	ComGate, a.s.	PRAHA 9	Do Čertous 2635, budova D1	190 00	50.1239014N, 14.6189297E	1	348,04
24	JIP Krkonose	Jilemnice	Branska 918	514 01	50.6026608N, 15.5216156E	1	235,47
35	Košík.cz s.r.o.	Praha 9 - Horní Počernice	F.V.Veslého 2720/13	19300	50.1215692N, 14.6180006E	1	192,25
40	AB plus CZ s.r.o.	Praha 9	K Bílému vrchu 2951/4	19300	50.1243925N, 14.6279956E	1	26,94
43	Lidl Česká republika v.o.s.	Brandýs nad Labem	Průmyslová 260 - Zápy	25001	50.1737414N, 14.6652033E	7	1127,28
44	Penny Market s.r.o.	Radonice	Počernická 257	25073	50.1338636N, 14.6207406E	4	794,71
45	Penny Market s.r.o.	Praha - východ	Družstevní 353, Jirny	25090	50.1198161N, 14.7037675E	2	324,14
46	MAKRO Kozomín	Kozomín	Kozomín 504	27745	50.2476964N, 14.3725056E	33	16793,96
50	Bidfood Czech Republic s.r.o.	KRALUPY NAD	V Růžovém údolí 553	27801	50.2355014N, 14.2888564E	1	335,32

## Skupina 4

ROZDĚLENÍ VSTUPNÍCH DAT - SKUPINA 4							
ID místa	Společnost	Město	Ulice	PSČ	GPS souřadnice	Palety (ks)	Hmotnost (kg)
1	Centrální sklad	Hořovice	K Plevnu 388/10	268 01	49.8449153N, 13.8942400E	-	-
2	Potraviný Čermák	Děčín V.	Ruská 3	40502	50.7697742N, 14.1944150E	3	946,8
3	Restaurace Good Gate	Most	Jaroslava Pruchy 1915/24	434 01	50.5000267N, 13.6411031E	1	76,92
4	ELKO, Velkoobchod napoju	NOVA ROLE	TOVARNI 242/12	362 25	50.2703442N, 12.7769164E	2	901,07
8	HOTEL IMPERIAL	KARLOVY VARY	LIBUSINA 1212/18	360 01	50.2194836N, 12.8864789E	1	23,99
9	JIP východočeská, a.s.	Karlovy Vary	Sportovní 15/574	36001	50.2417061N, 12.8925342E	1	74,96
11	Katerina Pulgretova	Hrobce	V uvoze 135	411 83	50.4625636N, 14.2323503E	1	52,64
22	DEKACKO 172	CESKE BUDEJOVICE I	NADRAZNI 1759	370 01	48.9728786N, 14.4872522E	1	66,85
28	DEKACKO 170	CESKE BUDEJOVICE I	DR.STEJSKALA 105/1	370 01	48.9737631N, 14.4751803E	1	55,1
29	BIOPTICKA LABORATOR	PLZEN	MIKULASSKE NAM. 628/4	326 00	49.7407206N, 13.3874511E	1	187
38	BALNEX 1 a. s.	Karlovy Vary	Nová Louka 2053/11	36021	50.2206403N, 12.8804900E	1	13,1
41	Lidl Česká republika v.o.s.	Cerhovice	Plzeňská 333	26761	49.8444003N, 13.8198522E	33	5314,32
42	COOP Centrum družstvo	Slaný	Lacinova 1109/2	27401	50.2264397N, 14.0762175E	1	54,84
48	JEDNOTA SD	Č. BUDĚJOVICE	Suchomelská 2	37010	48.9935358N, 14.4719514E	1	60,75
49	JIP východočeská, a.s. Most	Most I	Dělnická 37	434 01	50.4849803N, 13.6484153E	4	2866,51
61	PENNY Dobřany	Dobřany	Osoblaha 1275	33023	49.6543497N, 13.3097169E	8	2110,55
62	GoodMills Česko, s.r.o.	Litoměřice	Velká Mlýnská 25/1	412 01	50.5316236N, 14.1362258E	1	87,78

## 8.2 Příloha B

Přílohou B je přiložený soubor MS Excel. Jeho součástí je:

- **Příloha 3: Matice vzdáleností pro: všechna data, skupiny, variantu E**
- **Příloha 4: Výpočet Mayerovy metody**
- **Příloha 5: Varianty modelů A-E a jejich výpočty**