UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PEDAGOGICKÁ FAKULTA
Katedra matematiky

Diplomová práce

Mgr. Michaela Lukešová

Zajímavé úlohy ze soutěže Matematický klokan a jejich řešení

Olomouc 2020 vedoucí práce: Mgr. David Nocar, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma Zajímavé úlohy ze soutěže Matematický klokan a jejich řešení vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

V Příboře dne 22. 4. 2020

Mgr. Michaela Lukešová

Děkuji Mgr. Davidu Nocarovi, Ph.D., za odborné vedení bakalářské práce, poskytování rad a materiálových podkladů k práci. Také bych ráda poděkovala Mgr. Euridice Tiché za pomoc při výzkumné části na ZŠ dr. Milady Horákové v Kopřivnici.

OBSAH

ÚVOD

Soutěž Matematický klokan mne provází již několik let, nejprve jako učitele jiných předmětů, později jako učitele matematiky. Nejdříve jsem jej sledovala z povzdálí, později se podílela na její organizaci na školní úrovni.

Vnímala jsem její odlišnost od jiných soutěží díky její atmosféře. Většina dětí se na ni těšila. Dlouho jsem ale nevěděla nic o jejím vzniku, mezinárodním rozsahu.

Nejen díky své historii, která sahá do 80. let minulého století, mezinárodní účasti (v jeden den usedá k řešení soutěže na 6 miliónů žáků a studentů z desítek zemí světa), ale i jedinečnosti „klokanských“ úloh si soutěž Matematický klokan jistě zaslouží pozornost. Jedinečnost této matematické soutěže je ale dána zejména jedním z jejích cílů: zbavit matematiku nálepky strašáka, nudné a nezáživné vědy.

Teoretická část práce se zabývá nejprve matematickými soutěžemi obecně. Předkládá jejich základní přehled, historii, cíle, pravidla. Rozsáhlejší část je pak věnována Matematickému klokanovi – historii této soutěže ve světě i v České republice, jejím specifikům, organizaci soutěže, časovému harmonogramu, pravidlům.

Následně se v práci věnuji matematickým úlohám, konkrétně pak úlohám „klokanským“, jejich specifikům. Vzhledem ke své profesi pedagoga 2. stupně základní školy jsem se zaměřila na úlohy odpovídající kategorie soutěže, tedy Benjamín a Kadet.

Praktická část obsahuje 36 vybraných úloh z minulých ročníků soutěže (2016 – 2018) a jejich řešení. Z těchto úloh byly vytvořeny testy, které byly předloženy žákům šestých a sedmých ročníků Základní školy dr. Milady Horákové v Kopřivnici v rámci hodin matematiky.

Následně se práce zabývá vyhodnocením testů. Vyhodnocuje jednak celkové výsledky v jednotlivých ročnících, ale také jednotlivých úloh, srovnává výsledky s celorepublikovými výsledky soutěže Matematický klokan.

CÍL PRÁCE

Cílem mé diplomové práce je získat všeobecné poznatky o soutěži Matematický klokan a úlohách v této soutěži řešených. Z tohoto cíle byly odvozeny dílčí cíle:

- Získat přehled o problematice matematických soutěží se zaměřením zejména na soutěž Matematický klokan.
- Získat přehled o problematice matematických úloh, se zaměřením na úlohy “klokanské“.
- Nabídnout možná řešení vybraných úloh soutěže Matematický klokan s ohledem na matematické znalosti, schopnosti a dovednosti žáků 2. stupně základní školy.
- Testováním žáků 2. stupně základní školy získat přehled o správnosti řešení u jednotlivých úloh, srovnání žáků šestých a sedmých ročníků v kategorii Benjamín a osmých a devátých ročníků v kategorii Kadet.

I. Teoretická část

1 Matematické soutěže na základních školách

V současné době existuje celá řada soutěží, kterých se mohou žáci základních škol zúčastnit. Od již tradičních (Matematická olympiáda, Matematický klokan, Pythagoriáda), po novější (Pangea, Náboj). V některých z nich žáci soutěží na mezinárodní úrovni, v některých na úrovni tuzemské. Některé jsou zaměřeny zejména na nadané žáky, některé cílí na žáky všech úrovní. Většinou mají ale společný cíl: jsou prostředkem vyhledávání a rozvoje talentu, snaží se o maximální využití matematických schopností žáka (Calábek, 2007), absolutizaci výsledků žáků ve smyslu reprezentace školy jako prostředku zvyšování její prestiže (Nováková, 2016). Dalším, neméně důležitým, cílem je také probudit v dětech zájem o matematiku.

„Matematické soutěže jsou považovány za jeden z prostředků rozvoje osobnosti žáka s nadáním pro matematiku“ (Novák, 2003, str. 1)

Další využití mohou mít soutěžní úlohy i mimo soutěž samotnou. Společný rozbor možných řešení, zařazení úloh starších ročníků může zpestřit hodiny matematiky, ale i napomoci pedagogovi k diagnostice matematických schopností žáků. (Nováková, 2016)

Nejstarší matematickou soutěží u nás je Matematická olympiáda. Ta se koná každoročně již od roku 1951. Soutěžit mohou žáci od pátých do devátých ročníků v kategoriích Z5, Z6, Z7, Z8 a Z9. První kolo probíhá přímo na školách, kdy žáci pracují na šesti úlohách. K postupu do okresního kola stačí vyřešení čtyř. Podle daných kategorií mohou žáci dále postoupit do regionálního či celorepublikového kola. S každým dalším kolem narůstá náročnost úloh. Každé z kategorií se na úrovni školního kola účastní až 15 tisíc soutěžících (Calábek, 2007).

Soutěží, která původně vznikla v roce 1976 na Slovensku, je Pythagoriáda. Jedná se o soutěž určenou opět pro všechny žáky pátých až devátých ročníků a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Probíhá dvoukolově – na školní a okresní úrovni. Soutěž nepřekračuje výstupy rámcového vzdělávacího programu.

Od roku 1995 probíhá na českých školách soutěž Matematický klokan (viz další kapitolu).

Soutěží, která je více než na matematiku zaměřena na logické myšlení, je Logická olympiáda. Jedná se o soutěž pořádanou organizací Mensa České republiky od roku 2008. V této soutěži nejsou rozhodující naučené znalosti, ale spíše schopnost samostatného a kreativního přístupu, pohotového rozhodování. Svou kategorii mají v soutěži již děti z mateřských škol, dále soutěží kategorie prvních tříd A1, druhých tříd A2, prvního stupně ZŠ a druhého stupně ZŠ B. První kolo probíhá formou online testu, nejlepší žáci kategorie B postupují do krajských kol, případně pak do finále.

Další matematickou soutěží probíhající od roku 2013 je Pangea. Soutěž je určena pro žáky od čtvrtých do devátých ročníků ZŠ a příslušných ročníků víceletých gymnázií, koná se ve dvou kolech – školním a finálovém (to se koná každoročně v Praze). Soutěž je typická příklady z reálného života, které jsou každým rokem zaměřeny na jiné téma.

Soutěž, do které se mohou v ČR zapojit žáci od roku 2016 je Matematický expres. V této soutěži žáci řeší úlohy online v maximálně čtyřčlenných týmech. V současné době se do soutěže mohou zapojit žáci sedmých až devátých ročníků nejen českých, ale i slovenských základních škol (případně víceletých gymnázií).

2 Matematický klokan

2. 1 Historie soutěže ve světě

Soutěž Matematický klokan má svůj původ v Austrálii. Zde v 80. letech vznikla zásluhou matematika Petera O´Hallorana soutěž formou didaktického testu s výběrem odpovědí. Na testové otázky zde online odpovídaly tisíce dětí.

Na popud této soutěže vznikla v roce 1991 ve Francii soutěž „Kangaroo“, jejímž symbolem se stal klokan. První ročník byl určen pouze pro soutěžící ve věku 15 – 16 let, později se kategorie rozšiřovaly. Zájem žáků byl obrovský, už v roce 1993 soutěžilo na 500 tisíc dětí.

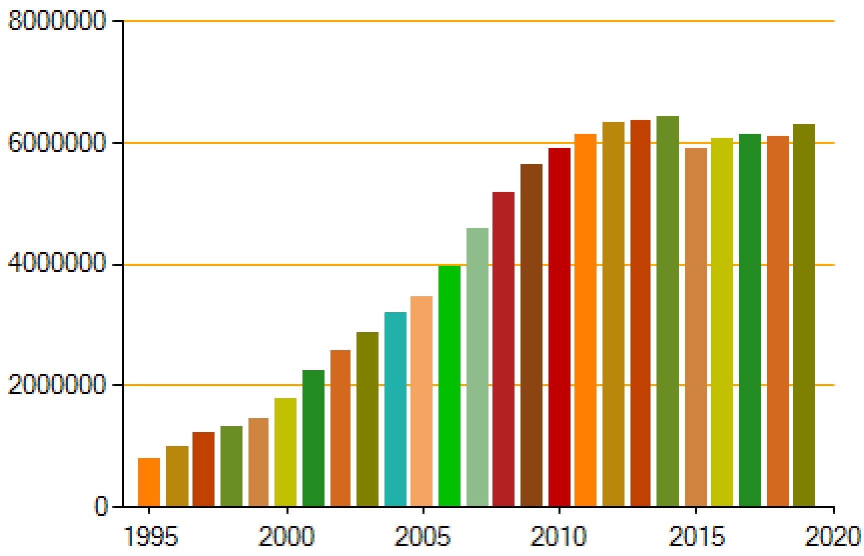
V roce 1994 se soutěž rozšířila do dalších evropských zemí (Bělorusko, Maďarsko, Nizozemsko, Polsko, Rumunsko, Španělsko). Zatím soutěž probíhala v jednotlivých zemích odlišně, s rozdílným zadáním, pravidly. Soutěž nebyla primárně určena nejtalentovanějším dětem, jejím smyslem bylo získávat pro matematiku „normální“ žáky, nabídnout jim radost ze soutěžení (Novák, 2015).

Globalizaci soutěže odstartoval v roce 1994 ve Štrasburku vznik asociace „Kangourou sans frontières“ (*Kangaroo without borders*), ta sdružovala původně 11 evropských zemí. Byly přijaty Stanovy organizace, formulována pravidla soutěže, stanoveny kategorie soutěžících. Prvním prezidentem asociace byl zvolen francouzský profesor matematiky Claude Deschamps.

S vývojem soutěže se postupně upřesňovala její pravidla: počet úloh, časový limit, možnost používání pomůcek (kalkulátorů, tabulek).

V roce 1995 byla již společně připravena soutěž v Kategorii Kadet (stejné ve všech členských státech bylo zadání, časový limit i den konání soutěže). Od následujícího ročníku soutěže již byly jednotně organizovány i ostatní kategorie. Postupně se přidávaly i státy dalších kontinentů (Ameriky, Asie, Afriky).

Dnes je členem organizace Association Kangourou sans Frontières 84 zemí světa (ne všechny jsou ale aktivními členy) a počet účastníků soutěže se v posledních letech pohybuje okolo 6 miliónů (Kangourou sans Frontieres, Statistics, 2019).



Graf č. 1. Počet účastníků soutěže celosvětově
(Zdroj: Association Kangourou sans Frontieres, Statistics, 2019)

Každoročně na podzim je členskými státy pořádáno setkání zástupců pořadatelských zemí „Annual Kangaroo Meeting“. Cílem setkání je připravit další ročník, stanovit jednotný termín konání, sestavit soubor soutěžních úloh pro jednotlivé kategorie. Česká republika byla hostitelským státem tohoto setkání v roce 2000 (Čelákovice u Prahy).

Finanční zajištění a organizace soutěže je v různých zemích odlišná. Organizaci na úrovni jednotlivých států mají na starost Národní centra soutěže obvykle při vysokých školách připravujících učitele matematiky (např. Univerzita v Miláně, Humboldtova univerzita v Berlíně), případně při vědeckých centrech sdružujících matematiky (např. Matematická společnost Chorvatska, Matematická společnost Velké Británie). Ve většině států se na financování podílí Ministerstva školství nebo Ministerstva mládeže, přispívají také sponzoři. Výjimku tvoří Francie, Litva a Slovensko, kde je soutěž organizována soukromými organizacemi na komerční bázi. Ve většině zemí (s výjimkou České republiky, Finska, Rakouska a Švédska) je účastníky hrazen poplatek v různé výši (0,24 – 3 euro v roce 2004). Z těchto poplatků jsou kryty náklady na organizaci soutěže, drobné ceny pro vítěze, účastníky, publikace sborníků, knihy, materiály propagující soutěž. V některých státech mají soutěžící možnost účasti na matematicky zaměřených zájezdech a výměnných pobytech.

2. 2 Historie soutěže v České republice

První ročník soutěže Matematický klokan se v České republice uskutečnil v roce 1995 (soutěž byla vyhlášena Josefem Molnárem na podzim o rok dříve). Již prvního ročníku se zúčastnilo na 25 tisíc žáků zejména ze škol Olomouckého a Moravskoslezského kraje.

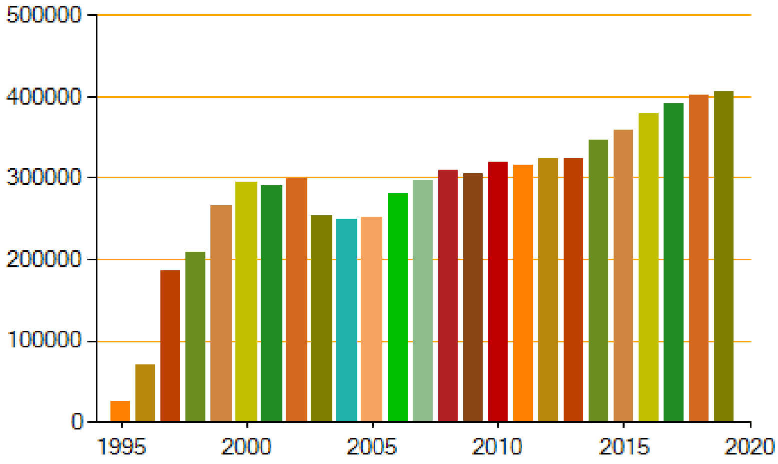
Do roku 2004 soutěžili žáci od 4. tříd základních škol po 4. ročník středních škol, a to ve třech kategoriích na základních školách (Klokánek, Benjamín, Kadet) a dvou kategoriích na středních školách (Junior a Student). Od následujícího roku přibyla kategorie pro nejmladší soutěžící 2. a 3. tříd (Cvrček).

Zatímco zpočátku účastníci soutěže řešili 3x 10 úloh, od roku 2002 je řešeno 3x 8 úloh. Pouze 3x 4 úlohy řeší soutěžící nejmladší kategorie Cvrček.

Organizace Association Kangourou sans Frontieres je dnes v ČR zastoupena Jednotou českých matematiků a fyziků, pobočným spolkem Olomouc, zastoupená Vladimírem Vaňkem. Na přípravě soutěže se podílí Katedra matematiky Pedagogické fakulty UP v Olomouci (garantem kategorií Klokánek, Benjamín a Kadet) a Katedra algebry a geometrie Přírodovědecké fakulty UP v Olomouci (garantem kategorií Junior a Student).

Matematický klokan patří od roku 1997 mezi soutěže plně hrazené MŠMT (soutěž kategorie A), tudíž soutěžící neplatí startovné. (Matematický klokan, O soutěži)

Počet účastníků soutěže má stoupající tendenci, v roce 2018 počet účastníků přesáhl 400 tisíc. „Česká republika se v počtu účastníků nachází na předním místě jak v absolutních, tak zejména v relativních (v přepočtu na počet obyvatel) počtech soutěžících v celosvětovém měřítku.“ (Nováková, 2016, str. 61) Relativní hodnoty řadí ČR v porovnání se všemi členy asociace KSF na druhé místo (za Slovinskem). (Vaněk, Calábek, Nocar, 2018)



Graf č. 2. Počet účastníků soutěže v ČR

(Zdroj: Association Kangourou sans Frontieres, Statistics, 2019)

V roce 2004 se 92 žáků ze speciálních základních škol v Brně, Ostravě, Olomouci a Valašském Meziříčí zúčastnilo ověřovacího ročníku soutěže pro žáky se sluchovým postižením. Soutěž byla přizpůsobena specifickým potřebám žáků: počet úloh byl omezen na 18, žáci řešili úlohy „nižších“ kategorií (žáci 6. – 7. ročníků kategorii Klokánek, žáci 8. – 9. ročníků kategorii Benjamín), rovněž bylo upraveno zadání (málo používaná slova nahrazena srozumitelnějšími, zadání zjednodušeno, vybrány vhodné úlohy s důrazem na porozumění informaci podané grafickou cestou).

2. 3 Organizace soutěže

Organizace každého ročníku začíná na každoročním mezinárodním setkání zástupců soutěže „Annual Kangaroo Meeting“. Zde se stanovuje jednotný termín konání soutěže (ten se nakonec ale může v některých zemích lišit v závislosti na organizaci školního roku), řeší se obsahová a organizační stránka daného ročníku. Účastníci setkání vybírají z úloh zaslaných zástupci jednotlivých členských zemí (každá země posílá 3 – 5 úloh pro každou kategorii, ty musí být v souladu s kurikuly jednotlivých států, měla by mít znaky typické „klokanské“ úlohy), viz kapitolu 2. 2. 4.

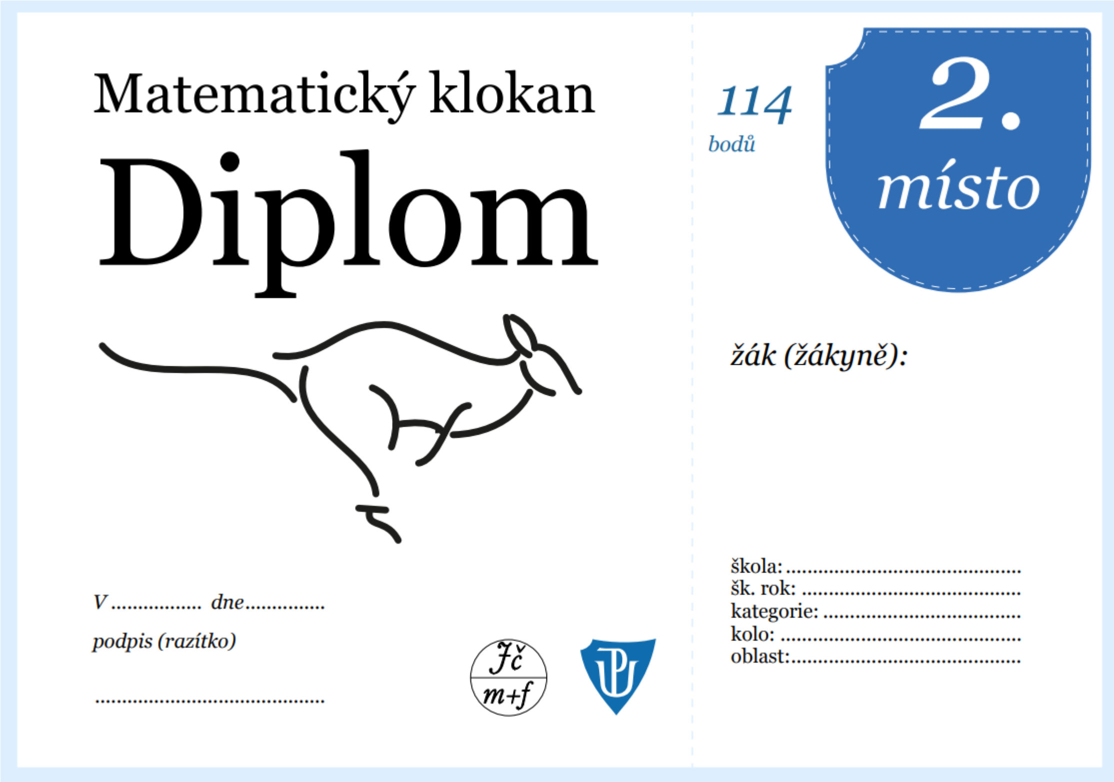
Na přípravě úloh se podílí rovněž organizátoři české odnože soutěže. Obvykle na červnové každoroční schůzce českého republikového výboru Klokana, který je zastřešen olomouckou pobočkou Jednoty českých matematiků a fyziků, jsou garanti kategorií vyzváni k přípravě úloh.

Úlohy přeložené do anglického jazyka jsou pak začátkem září odeslány pořadatelům mezinárodního setkání.

Kromě výběru úloh se zde také stanovuje jejich vhodné pořadí v souvislosti s jejich obtížností. Každý stát má následně právo upravit, případně změnit maximálně 5 úloh v každé kategorii. Úlohy se přizpůsobují zvykům a pravidlům, kurikulu dané země.

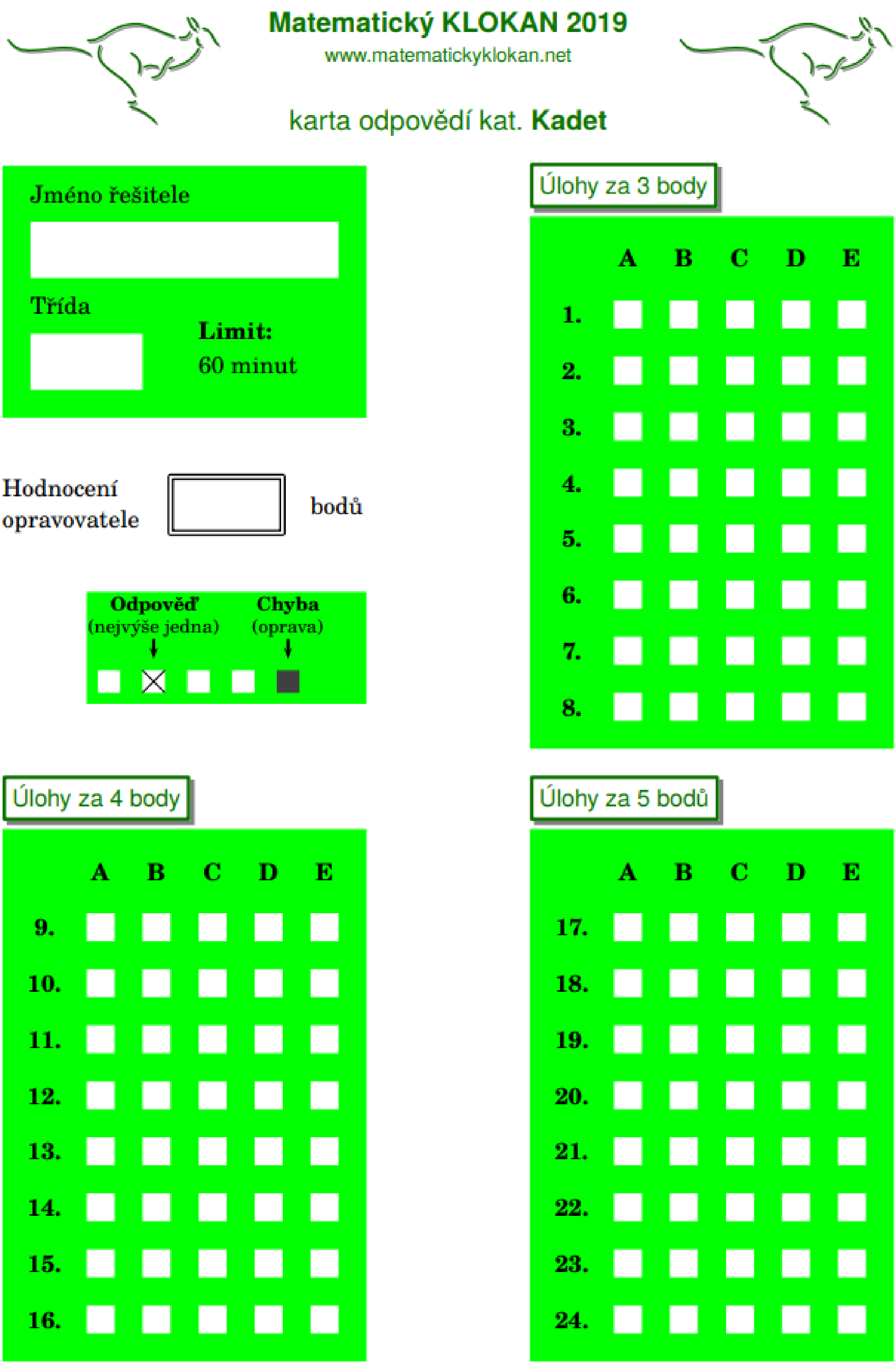
Soutěž samotná pak probíhá jednorázově na školách většinou ve třetím březnovém týdnu. Zadání úloh mají k dispozici školní důvěrníci, kteří je zpravidla předávají učitelům matematiky. Soutěžící pracují 60 minut na 24 úlohách, (v kategorii cvrček 40 minut, úloh 12). Žáci své odpovědi zapisují do předtištěných záznamových archů, tzv. karty odpovědí. Učitelé matematiky pak archy (případně testy u kategorie Cvrček – žáci píší odpovědi přímo do testů) opravují a vyhodnocují výsledky žáků. Posléze zpracují statistiky školy (počty účastníků, počet bodů) za jednotlivé kategorie. Ty se pak přes systém okresních a krajských důvěrníků dostávají k celostátnímu zpracování. Škola vyhlásí nejlepší řešitele, účastníci dostávají osvědčení o účasti. Krajští, okresní důvěrníci i jednotlivé školy mají k dispozici předlohu diplomu, kterou mohou využít při vyhodnocení svých žebříčků výsledků soutěže.

Obrázek č. 1. Osvědčení o účasti (Autor: Jiří Kratochvíl)



Obrázek č. 2. Diplom pro žebříčky v rámci škol případně okresní či krajské důvěrníky (Autor: Jiří Kratochvíl)

Obrázek č. 3. Diplom pro celostátní žebříčky (Autor: David Nocar)



Matematický KLOKAN 2019
www.matematickyklokan.net

karta odpovědí kat. **Kadet**

Jméno řešitele

Třída

Limit:
60 minut

Hodnocení opravovatele bodů

Odpověď (nejvýše jedna)
Chyba (oprava)

Úlohy za 3 body

	A	B	C	D	E
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					

Úlohy za 4 body

	A	B	C	D	E
9.					
10.					
11.					
12.					
13.					
14.					
15.					
16.					

Úlohy za 5 bodů

	A	B	C	D	E
17.					
18.					
19.					
20.					
21.					
22.					
23.					
24.					

Obrázek č. 4. Karta odpovědí kategorie Kadet

Na internetových stránkách matematickyklokan.net jsou pak obvykle na přelomu května a června zveřejněny výsledky v jednotlivých kategoriích (statistiky – počet účastníků s jednotlivými bodovými zisky, jména vítězů - 1., 2., a 3. místo). Jednotné diplomy za umístění v rámci celostátního žebříčku jsou pak rozesílány ze sekretariátu soutěže z Olomouce.

Tabulka č. 1. Počet účastníků s jednotlivými bodovými zisky, kategorie Kadet, 2019

Kategorie KADET

Body	Počet řešitelů	Body	Počet Řešitelů	Body	Počet řešitelů	Body	Počet řešitelů	Body	Počet řešitelů	Body	Počet řešitelů
120	68	100	107	80	401	60	1071	40	1428	20	338
119	0	99	137	79	405	59	1048	39	1460	19	271
118	0	98	135	78	462	58	1133	38	1327	18	259
117	2	97	114	77	576	57	1132	37	1314	17	199
116	16	96	119	76	508	56	1183	36	1250	16	163
115	66	95	169	75	530	55	1181	35	1217	15	145
114	47	94	178	74	536	54	1277	34	1259	14	150
113	1	93	172	73	607	53	1371	33	1104	13	90
112	5	92	189	72	703	52	1402	32	1090	12	67
111	32	91	223	71	652	51	1274	31	930	11	68
110	90	90	214	70	640	50	1403	30	957	10	57
109	97	89	249	69	712	49	1432	29	876	9	56
108	34	88	285	68	756	48	1507	28	864	8	36
107	18	87	278	67	862	47	1395	27	730	7	13
106	55	86	283	66	841	46	1444	26	697	6	14
105	113	85	309	65	780	45	1447	25	627	5	21
104	111	84	309	64	867	44	1554	24	668	4	18
103	97	83	376	63	915	43	1527	23	460	3	4
102	57	82	378	62	985	42	1438	22	381	2	2
101	84	81	383	61	923	41	1514	21	354	1	1
										0	19

celkový počet řešitelů	66 978
průměrný bodový zisk	51,36

Zdroj: Výsledky soutěže, Matematický klokan

Každoročně na podzim pak vychází ročenka, která obsahuje úlohy daného ročníku v jednotlivých kategoriích, správné odpovědi, statistiky počtu řešitelů, statistiky úspěšnosti řešení jednotlivých úloh, průměry, grafy apod.

2. 4 Specifika soutěže

Soutěž matematický klokan není úplně typickou matematickou soutěží. Neobvyklá je jednak svým mezinárodním rozsahem a vysokým počtem účastníků, ale třeba také způsobem zadání - nabídnutím možných řešení (děti volí obvykle z 5 možných odpovědí).

Dalším specifikem je zaměření soutěže, její cílová skupina. Nejedná se o soutěž výkonovou zaměřenou pouze na matematicky nadané, talentované žáky. Matematický klokan je zaměřen na žáky všech úrovní, nabízí možnost vyzkoušet své schopnosti, srovnat se s ostatními vrstevníky i žákům průměrným či slabším. (Nováková, 2016)

Specifické jsou i úlohy samotné. „Klokanské“ úlohy jsou kontextové (nejedná se o abstraktní matematické, numerické úlohy). Nabízejí většinou prostor pro experimentování, často se nabízí řešení metodou „pokus, omyl“. Nejedná se o typické školní úlohy, jejich cílem je zaujmout.

Řešení těchto nestandardních úloh nevyžaduje precizní matematické znalosti, spíše předpokládají schopnost logického myšlení, úsudek, postřeh, vtip, nápadité řešení, vhled do problému.

Úlohy mají krátké, jednoznačné zadání, krátká je i doba jejich řešení (do 5 minut). Lze většinou řešit „z hlavy“. (Vaněk, Calábek, Nocar, 2018)

2. 5 Význam soutěže

Význam soutěže úzce souvisí s jejími specifiky.

Zatímco u jiných matematických soutěží je hlavním cílem vyhledávání a rozvoj matematických talentů, Matematický klokan se navíc snaží zapojit do soutěže žáky všech úrovní (není zapotřebí hlubších matematických znalostí, úlohy lze řešit vylučovací metodou).

Vtipnou a nenásilnou formou se snaží pomoci dětem najít a rozvíjet vztah k matematice, podpořit pozitivní vnímání matematiky jako předmětu, zaujmout, pobavit, ukázat, že matematika není strašákem. „Úlohy ze soutěže matematický klokan jsou jedním z možných způsobů pokusit se zbavit matematiku vžité nálepky nudné, nezáživné vědy, určené pouze pro pár vyvolených.“ (Novák, 2005, s. 9)

Dalším smyslem soutěže je rozvoj kognitivní složky myšlení žáků (rozvoj logického myšlení, práce s textem, samostatného úsudku, prostorové představivosti). (Nováková, 2016)

Soutěž rovněž pomáhá v pedagogické diagnostice žáků. Výsledky žáků v soutěži často neodpovídají hodnocení z matematiky. Často se ukáže skrytá potence žáků, kteří mají v matematice nižší hodnocení v důsledku početních chyb, nedostatečné přípravy na vyučování apod.

2. 6 Pravidla soutěže

Soutěž se řídí pravidly, která stanovuje Výbor Matematického klokana v souladu s pravidly KSF. Soutěž probíhá ve školách tentýž den, zpravidla třetí pátek v březnu. Účast v soutěži je dobrovolná. (Organizační řád a pravidla soutěže Matematický klokan, Olomouc 2019)

Soutěžící jsou rozděleni do jednotlivých Kategorií (viz kapitolu 1. 2. 7). Čas u Kategorie Cvrček je 60 minut na zpracování, řešení úloh včetně zadání, u Kategorií Klokánek, Benjamín a Kadet 60 minut na řešení plus 15 minut na organizační práce. V kategorii Junior a Student mají žáci na řešení 75 minut plus 15 minut na organizační práce.

Soutěžící vybírají jednu z 5 nabídnutých odpovědí. Správná je vždy pouze 1 odpověď. V Kategorii Cvrček zaznamenávají děti odpovědi přímo do testu, u všech ostatních kategorií do „odpovědních karet“.

V testu jsou úlohy rozlišeny podle předpokládané obtížnosti na úlohy za 3, za 4 nebo za 5 bodů. V kategorii Cvrček řeší děti 3 série po 6 úlohách, v ostatních kategoriích 3 série po 8 úlohách.

Za každou správnou odpověď soutěžící získává 3, 4 nebo 5 bodů. Pokud odpověď chybí, bod nezískává ani neztrácí. Za špatnou odpověď je vždy 1 bod odečten. Každý soutěžící do soutěže vstupuje s 24 body (u kategorie Cvrček s 18), tudíž při všech špatných odpovědích může mít nejméně 0 bodů. Maximum je pak u kategorie Cvrček 90 bodů, u ostatních kategorií 120 bodů.

Při řešení není dovoleno používat tabulky, kalkulačky či odbornou literaturu.

U kategorii Student a Junior vyžaduje MŠMT pořadí bez dělených míst. Proto při získání stejného počtu bodů, rozhoduje o pořadí věk, mladší účastník je zvýhodněn. (Organizační řád a pravidla soutěže Matematický klokan, Olomouc, 2019.)

2. 7 Kategorie soutěže

Soutěžit mohou žáci od 2. ročníků ZŠ po 4. ročník SŠ v následujících kategoriích:

1) kategorie CVRČEK – určena pro žáky 2. a 3. ročníků ZŠ
2) kategorie KLOKÁNEK – určena pro žáky 4. a 5. ročníků ZŠ
3) kategorie BENJAMÍN – určena pro žáky 6. a 7. ročníků ZŠ a 1. a 2. ročníků víceletých gymnázií
4) kategorie KADET – určena pro žáky 8. a 9. ročníků ZŠ, 3. a 4. ročníkům osmiletých gymnázií a 1. a 2. ročníkům šestiletých gymnázií
5) kategorie JUNIOR – určena pro žáky 1. a 2. ročníků SŠ, 5. a 6. ročníků osmiletých gymnázií a 3. a 4. ročníků šestiletých gymnázií
6) kategorie STUDENT – určena pro žáky 3. a 4. ročníků SŠ, 7. a 8. ročníků osmiletých gymnázií a 5. a 6. ročníků šestiletých gymnázií.

   (Organizační řád a pravidla soutěže Matematický klokan, Olomouc, 2019)

3 Matematické úlohy

3. 1 Dělení matematických úloh

„Za učební úlohy lze považovat širokou škálu všech učebních zadání od nejjednodušších úkolů vyžadující pouhou pamětní reprodukci poznatků až po složité úkoly vyžadující tvořivé myšlení“ (Obst, 2017, s. 53).

„Matematická úloha je pak výzvou k matematické činnosti“ (Nováková, 2013, s. 10).

Matematická úloha plní ve vyučovacím procesu mnoho funkcí ve všech jeho fázích: významnou roli hraje při motivaci, ale i při výkladu nového učiva, při vytváření nových matematických dovedností, jejich upevňování. V neposlední řadě mají úlohy funkci kontrolní a diagnostickou. (Hodaňová, 2017)

Existuje mnoho kritérií, podle kterých lze matematické úlohy dělit. Jednou z možných typologií je dělení na úlohy důkazové (platí to?) a určovací (co platí?). Další typologie uvádí 5 základních druhů úloh: kalkulativní, určovací, rozhodovací, konstrukční a důkazové. Typologie zohledňující nejen aspekt kognitivní, ale i sociální uvádí dokonce 11 druhů úloh: seznamovací, objevné, komunikační, konstrukční, mapovací, optimalizační, vyhledávací, revizní, argumentační, na hledání strategie a nácvikové. S ohledem na to, na jaké vědomosti či dovednosti je úloha zaměřena, je můžeme dělit na aritmetické, geometrické, algebraické atd. Podle míry tvořivosti žáka rozlišujeme úlohy na standardní (kde žák uplatňuje naučené postupy) a nestandardní (zde žákovi k řešení naučená pravidla nestačí, je zapotřebí spíše tvořivost a vynalézavost). Další možné dělení je podle způsobu zadání. Můžeme použít čistě jazyk matematický – čísla, proměnné, konstanty… nebo se může jednat o kontextové (slovní) úlohy, kdy řešíme příklady z reálného života, z praxe. (Nováková, 2013)

3. 2 Kontextové úlohy

Kontextové úlohy jsou zadávány pomocí slovní formulace, zaměřují se většinou na reálný problém, žák tudíž rozvíjí nejen své matematické schopnosti, logické myšlení, ale i čtenářskou gramotnost.

Nesporných výhod kontextových úloh je ale více: aktivizují matematické dovednosti žáků, rozvíjí obecné kompetence žáků, jejich postoj k matematice, umožňují žákům analyzovat, porozumět použití matematiky. (Novotná, 2004)

Velmi důležitá je formulace kontextové úlohy tak, aby se žák dokázal orientovat v textu, správně analyzovat, najít v textu podstatné informace nutné k řešení úlohy. Porozumění textu má rozhodující vliv na kvalitu řešení úlohy. Autor úloh proto musí dbát na správnost obsahovou i stylistickou.

Při nedostatečném pochopení zadání pak může dojít k různým reakcím žáka, jako je např. rezignace, podvádění, náhodná kalkulace.

Právě porozumění zadanému textu, jeho převedení do matematického jazyka je pro mnohé žáky problémem a pro mnohé z nich nejsou slovní úlohy oblíbenou činností.

3. 3 Nestandardní úlohy

U tohoto typu úloh žáci řeší daný problém pomocí své tvořivosti, nápaditosti. Metoda řešení nevyplývá z doposud známých postupů a úloh, vyžaduje originální způsob řešení. Tyto úlohy jsou vhodné nejen pro nadané děti, mnohdy nevyžadují hlubší matematické znalosti, nejsou závislé na znalostech školské matematiky. Úlohy nemusí být složité, jsou ale pro žáky neobvyklé, zajímavé. Často existuje více možných řešení. Řešení takových logických úloh jednak může posilovat důvěru žáka ve své logické uvažování a zároveň může podchytit žáky, kteří jsou v matematice méně úspěšní.

Dle Rámcového vzdělávacího programu pro základní školy by se tyto úlohy měly prolínat všemi tematickými okruhy v průběhu celého základního vzdělávání.

3. 4 Řešení matematických úloh

Existují různé způsoby řešení matematických úloh:

O aritmetickém způsobu řešení hovoříme v případě řešení úsudkem nebo metodou „pokus, omyl“.

U algebraického způsobu řešení si žák sestaví rovnici či soustavu rovnic, kterou následně řeší.

Pokud je řešení úlohy jednoznačně dáno vzorcem nebo pravidlem (algoritmem), jedná se o řešení algoritmické.

Při úlohách, kde nám právě naučené postupy, vzorce, algoritmy k řešení nestačí, je nutná tvořivost, objevování, mluvíme o způsobu řešení heuristickém. (Hodaňová, 2017)

Hejný (2001) rozlišuje 5 etap řešení úloh:

1) uchopení situace
2) vhled do situace úlohy
3) hledání a stanovení strategie řešení
4) realizace řešení
5) interpretace výsledků (Nováková, 2013).

3. 5 Úlohy v soutěži Matematický klokan

Úlohy v soutěži Matematický klokan patří do kategorie nestandardních, kontextových úloh. Úlohy jsou rozděleny do tří skupin podle obtížnosti (3 – 5 bodové).

„Úlohy ze soutěže Matematický klokan jsou vnímány jako jeden z možných způsobů pokusit se zbavit matematiku vžité nálepky nudné, nezáživné vědy, určené pouze pro pár vyvolených.“ (Nováková, 2013, s. 62)

Nejedná se o běžné učebnicové úlohy. Typická „klokanská“ úloha by měla splňovat následující podmínky:

1) je přiměřená věku řešitelů
2) nejedná se o typickou školní úlohu
3) k jejímu vyřešení není zapotřebí znalost složitého matematického aparátu, řešitel si vystačí se základními znalostmi a nápaditostí
4) existuje velmi krátké řešení, k vyřešení postačí většinou 5 minut, 3 bodové příklady lze řešit „z hlavy“
5) je formulována s výběrem odpovědí (nabídnuto 5 možností)
6) její zadání je jednoznačné a co nejkratší (Vaněk, Calábek, Nocar, 2018).

Úlohy jsou neobvyklé také způsobem prezentace, bývají doplňovány graficky (ilustrací, schématem, obrazem).

3. 6 Řešení úloh v soutěži Matematický klokan

„V soutěži Matematický klokan řeší žáci učební úlohy obvykle označované jako nestandardní. Žáci musejí řešit (matematický) problém, hledat a objevovat způsob, metodu řešení, protože jejich dosavadní zkušenost řešení úlohy neumožňuje. Postup řešení úlohy obvykle není znám, řešitel hledá cestu k výsledku často originálním způsobem" (Nováková, 2016, s. 20). Úlohy mají mnohdy divergentní charakter, existuje více možných způsobů řešení.

Žáci mají několik možností, jak řešit „klokanské" úlohy:

1) tipem s pravděpodobností 20 % na úspěch (vzhledem k tomu, že se ale za nesprávné odpovědi body odečítají, není tato varianta vždy nejvýhodnější)
2) správným řešením
3) postupným vyzkoušením jednotlivých nabízených odpovědí (nelze využít vždy)
4) vylučovací metodou – eliminace nesprávných, nevyhovujících z nabízených odpovědí
5) využití znalosti, že správná odpověď je právě jedna (lze vyloučit nabízené odpovědi, které se vzájemně nevylučují), (Vaněk, Calábek, Nocar, 2018).

II. Praktická část

4. Zajímavé úlohy soutěže Matematický klokan

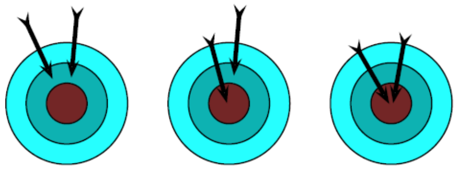
4. 1 Úlohy kategorie Benjamín

4. 1. 1 Úlohy za 3 body

2018/2

<u>Zadání:</u>

Dana střílí na terč. V prvním kole získala 14 bodů a ve druhém kole 16 bodů (viz obrázek). Kolik bodů získala v třetím kole?



14 bodů   16 bodů

(A) 17   (B) 18   (C) 19   (D) 20   (E) 22

<u>Řešení: B</u>

Pokud v prvním terči jsou dva šípy v prostředním poli za 14 bodů, je zásah tohoto pole hodnocen 7 body

14 : 7 = 2

V druhém terči jsou zásahy dvěma šípy za 16 bodů. Jeden šíp je v prostředním poli a jeden ve středu terče. Zásah středu terče je tedy hodnocen 9 body.

16 – 7 = 9

Ve třetím kole musí být hodnoceny dva zásahy do středu terče 18 body.

2 · 9 = 18

2018/4

<u>Zadání:</u>

Alice odečetla dvě dvojciferná čísla. Potom dvě číslice zamalovala (viz obrázek). Najděte součet čísel na zamalovaných polích.

$$\blacksquare 3 - 2\blacksquare = 25$$

(A) 8   (B) 9   (C) 12   (D) 13   (E) 15

Řešení: D

Pokud je druhá číslice u menšence 3 a ve výsledku 5: hledám číslici, jejíž hodnotu když odečtu od jakéhokoli čísla končící trojkou, dostanu číslo končící pětkou. Hledanou druhou číslicí menšitele je **8**.

Hledáme tedy číslo, tak aby platilo ?3 – 28 = 25. První číslicí u menšence pak musí být **5**.

25 + 28 = 53

Součet čísel na zamalovaných polích v zadání je tedy roven 13.

8 + 5 = 13

2017/2

Zadání:

Moucha má 6 nohou, pavouk jich má 8. Dohromady mají 3 mouchy a 2 pavouci stejný počet nohou jako má 9 slepic a:

(A) 2 kočky (B) 3 kočky (C) 4 kočky (D) 5 koček (E) 6 koček

Řešení: C

Pokud má pavouk 8 nohou a moucha 6, pak 3 mouchy a 2 pavouci mají dohromady nohou 34.

$3 \cdot 6 + 2 \cdot 8 = 34$

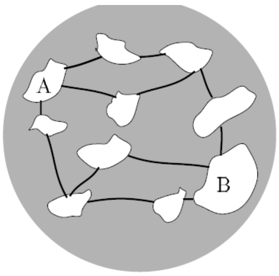
9 slepic má nohou 18 ($2 \cdot 9$), na kočky tedy zůstává nohou 16. Předpokládáme, že kočka má 4 nohy, pak tedy kočky musí být 4.

$16 : 4 = 4$

2017/5

Zadání:

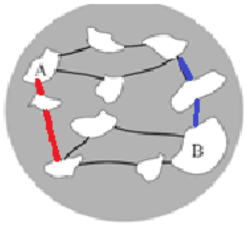
Na planetě je 10 ostrovů, které jsou propojeny 12 mosty. Urči nejmenší počet mostů, které je třeba uzavřít, aby nebylo možné po mostech přejít z ostrova A na ostrov B.



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Řešení: B

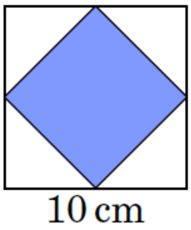
Z ostrova A do ostrova B vedou 4 možné cesty. Dvě se ale vždy sbíhají do jedné (červené a modré). Pokud cestu uzavřeme v těchto dvou zúženích (jednu červenou a jednu modrou cestu), dostat se z A do B nebude možné. Menší počet uzavření již přechodu z A do B nezabrání, překážku by šlo obejít.



2016/ 5.

Zadání:

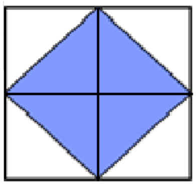
Katka narýsovala čtverec o délce strany 10 cm. Dále sestrojila menší čtverec s vrcholy ve středech stran původního čtverce (viz obr.). Vypočti obsah menšího čtverce.



(A) 10 cm^2 (B) 20 cm^2 (C) 25 cm^2 (D) 40 cm^2 (E) 50 cm^2

Řešení: E

Pokud si v obrázku představíme střední příčky většího ze čtverců, vidíme, že čtverec je rozdělen na 8 shodných trojúhelníků, a že tedy bílá a modrá plocha čtverce má stejný obsah. Původní čtverec obsahuje 8 trojúhelníků, menší čtverec trojúhelníky 4. Obsah menšího je tedy poloviční.



Obsah původního čtverce je 100 cm^2.

$S = a \cdot a$

$S = 10 \cdot 10$

$S = 100$ cm^2

Obsah menšího čtverce je tedy 50 cm^2.

$100 : 2 = 50$

2016/6

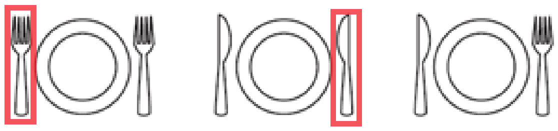
Zadání:

Alenčina maminka chce mít nůž na pravé straně každého talíře a vidličku na levé. Alespoň kolikrát musí Alenka vyměnit nůž s vidličkou, aby měla maminka radost?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Řešení: B

Na svých místech jsou pouze jeden nůž a jedna vidlička.



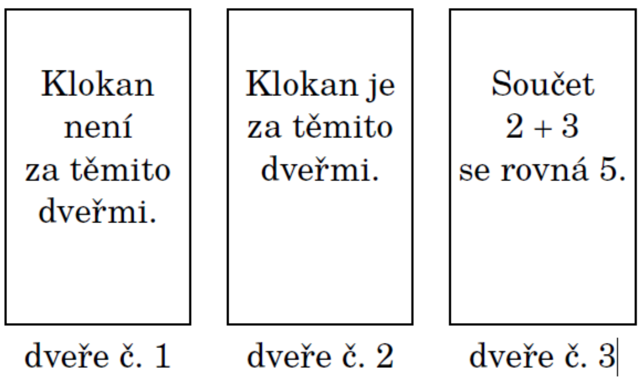
Pokud dvakrát vyměníme nůž za vidličku, bude prostřeno správně.

4. 1. 2 Úlohy za 4 body

2018/12

Zadání:

Za jedněmi dveřmi je klokan. Na každých dveřích je napsán výrok, z nichž pouze jediný je pravdivý. Za kterými dveřmi je klokan?



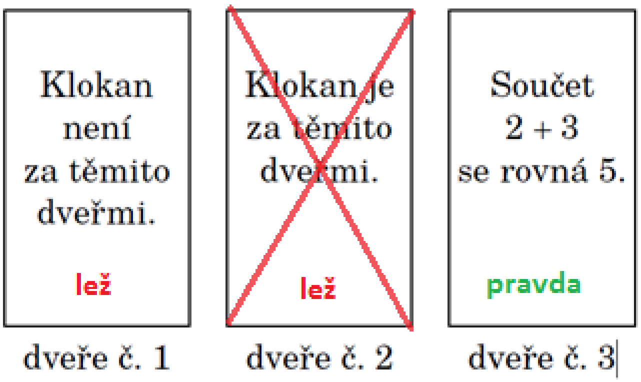
(A) Za dveřmi č. 1
(B) Za dveřmi č. 2.
(C) Za dveřmi č. 3.
(D) Může být za každými dveřmi.
(E) Může být za dveřmi č. 1 i č. 2.

Řešení: A

Víme, že pravdivé je pouze jedno tvrzení. Tvrzení „Součet 2 + 3 se rovná 5“ je pravdivé.

To znamená, že tvrzení na dveřích č. 1 a č. 2 pravdivá nejsou.

Tvrzení na dveřích č. 2 „Klokan je za těmito dveřmi“ není pravdivé. To znamená, že klokan za dveřmi č. 2 není.



Tvrzení na dveřích č. 1 „Klokan není za těmito dveřmi“ není pravdivé. Z toho vyplývá, že klokan je ze dveřmi č. 1.

2018/15

Zadání:

V obrázku nahraď písmena číslicemi tak, aby byl výpočet správný (různá písmena značí různé číslice). Kterou číslici představuje písmeno *B*?

$$\begin{array}{r} A\,B\,C \\ +\,C\,B\,A \\ \hline D\,D\,D\,D \end{array}$$

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Řešení: A

Výsledek součtu čísel C + A musí být dvojciferné číslo (ve výsledku je o číslici více než ve sčítancích).

Číslo D musí být rovno jedné. Součet dvou trojciferných čísel nemůže být vyšší než 1998.

To znamená, že výsledek našeho součtu je 1111.

$$\begin{array}{r} \boldsymbol{A\,B\,C} \\ +\ \boldsymbol{C\,B\,A} \\ \hline \boldsymbol{1\,1\,1\,1} \end{array}$$

Za C a A můžeme dosadit libovolné číslice, jejichž součet hodnot je roven 11. Jediná číslice, kterou můžeme dosadit za B tak, aby nám ve výsledku opravdu vyšel součet 1111 je 0.

2017/9

Zadání:

Speciální hrací kostka má na šesti stěnách různá čísla. Součet čísel na každých dvou protilehlých stěnách je shodný. Na pěti stěnách jsou čísla 5, 6, 9, 11 a 14. Které z čísel je na šesté stěně?

(A) 4 (B) 7 (C) 8 (D) 13 (E) 15

Řešení: E

Na pěti stěnách kostky jsou rozmístěna čísla 5, 6, 9, 11 a 14. Součet čísel na protilehlých stěnách je shodný. Hledáme tedy dvojice čísel se shodným součtem.

6 + 14 =20

9 + 11 = 20

Zůstalo nám číslo 5 a jeho součet s číslem na protilehlé straně musí být také 20, hledaným číslem je číslo 15.

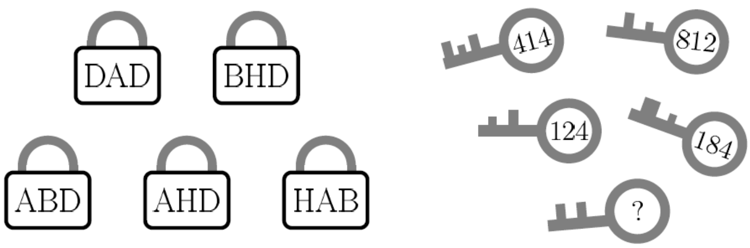
5 + ? = 20

5 + 15 = 20

2017/12.

Zadání:

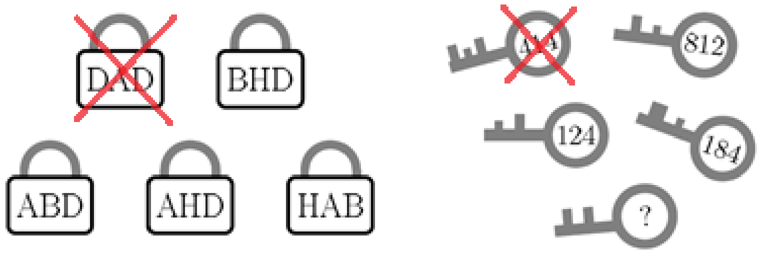
Na obrázku vidíš 5 kódovaných zámků a k nim 5 klíčů. Urči chybějící kód klíče.



(A) 284 (B) 282 (C) 382 (D) 823 (E) 824

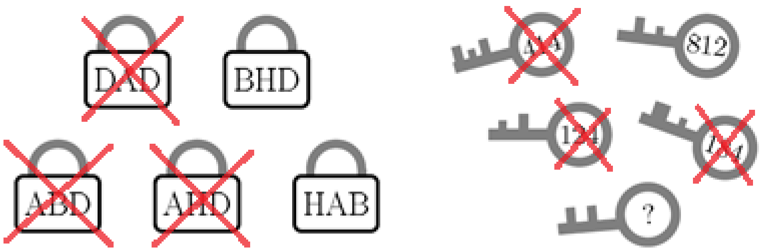
Řešení: A

K zámku DAD musíme přiřadit klíč 414, protože první a třetí písmeno je stejné pouze u tohoto zámku.



Víme tedy, že D = 4, A = 1.

Zámky AHD a ABD musí odpovídat číslům 124 a 184, protože jako jediné mají první a třetí znak stejný.



Zbývá nám přiřadit zámek BHD a HAB. S jistotou víme, že D je 4. To znamená, že BHD nemůže odpovídat číslu 812 a je to náš hledaný zámek bez klíče a HAB odpovídá 812.

Tedy:

D = 4

A = 1

H = 8

B = 2

K zámku BHD patří tedy kód 284.

2016/11

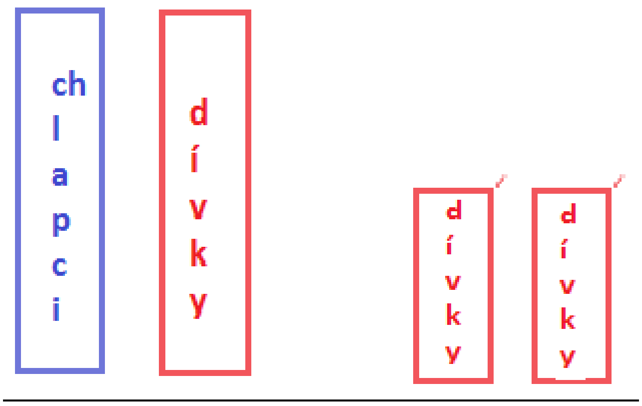
Zadání:

Ve třídě je 30 žáků. Sedí v lavicích po dvou tak, že každý chlapec sedí vedle dívky a polovina dívek sedí vedle chlapců. Kolik chlapců je ve třídě?

(A) 25 (B) 20 (C) 15 (D) 10 (E) 5

Řešení: D

Situaci si lze graficky znázornit takto:



Z obrázku vidíme, že chlapců je ve třídě třetina.

30 : 3 = 10

Dívek tedy musí být 20.

30 – 10 = 20

Ověříme správnost: všech 10 chlapců sedí s 10 dívkami. Zbylých 10 dívek sedí spolu. 10 je polovina z celkového počtu dívek.

20 : 2 = 10

2016/14

Zadání:

Babička koupila krmení pro své čtyři kočky na příštích 12 dnů. Při zpáteční cestě našla dvě zatoulané kočky a vzala je domů. Pokud teď bude dávat všem kočkám stejnou porci krmení každý den, na kolik dní jí krmení vydrží?

(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 4

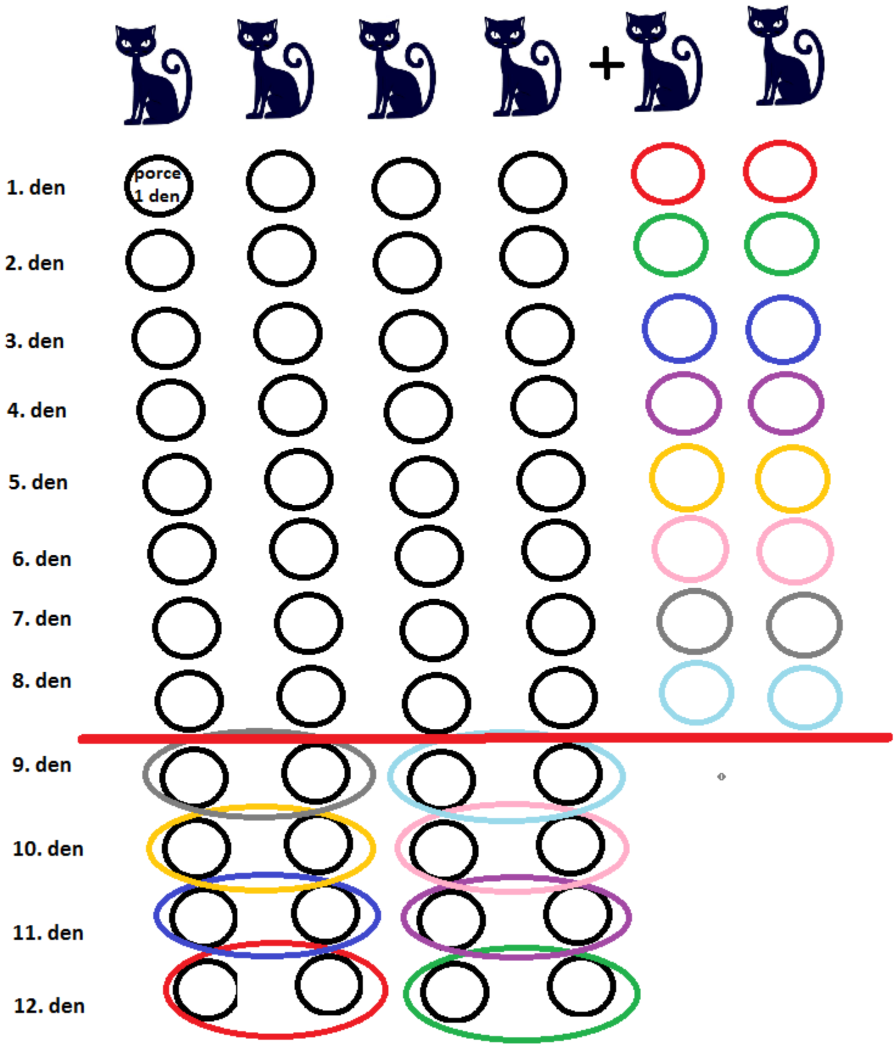
Řešení: A

Krmivo pro 4 kočky vydrží 12 dnů. Pokud přibydou dvě kočky navíc, bude jich o třetinu více. Krmivo tedy vydrží o třetinu kratší dobu:

12 : 3 = 4

12 – 4 = 8

Úlohu lze také řešit pomocí grafického znázornění. Každé kočce nakreslíme 12 porcí krmiva (1 porce = 1 den), pak přidáme dvě zatoulané kočky a postupně odebíráme po dvou porcích, až budou mít všechny kočky krmivo na stejný počet dnů, viz obrázek.

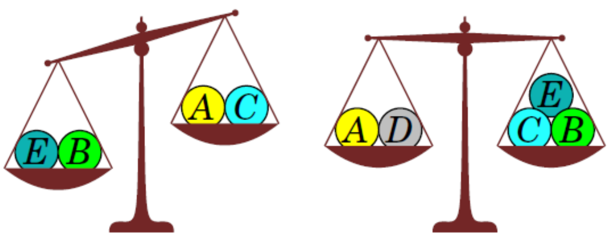


4. 1. 3 Úlohy za 5 bodů

2018/18

<u>Zadání:</u>

Pět míčků označených písmeny *A*, *B*, *C*, *D*, *E* váží 30 g, 50 g, 50 g, 50 g a 80 g. Podle obrázku rovnoramenných vah urči, který míček váží 30 g.



(A) *A* B) *B* (C) *C* (D) *D* (E) *E*

Řešení: C

Podle zadání víme, že:

E + B > A + C

A + D = C + E + B

Z rovnosti na druhých vahách je jisté, že míčky A a D mají hmotnost 80 g a 50 g, míčky C, E a B mají hmotnost 50 g, 50 g a 30 g.

A	D		C	E	B
80	50		50	50	30

Hmotnost 30 g má tedy jeden z míčků C, E nebo B.

Z nerovnosti na prvních vahách víme, že A + C musí mít menší součet než E + B. Za A a C tedy musíme zvolit menší možná závaží.

A	D		**C**	E	B
80	**50**		50	50	**30**

Tedy: A = 50 g, C = 30 g, pak

D = 80 g, E = 50 g a B = 50 g

Dosadíme: E + B > A + C

50 + 50 > 50 + 30

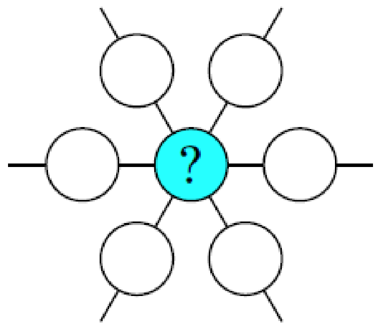
100 > 80

30 gramů váží míček C.

2018/24

Zadání:

Zapište čísla 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 do sedmi kroužků na obrázku tak, aby všechny trojice čísel ležících v přímce měly stejný součet. Určete součet všech možných čísel na pozici označené otazníkem.

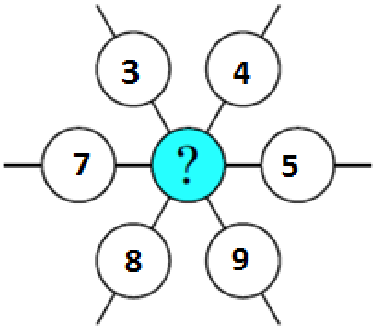


(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12 (E) 18

Řešení: E

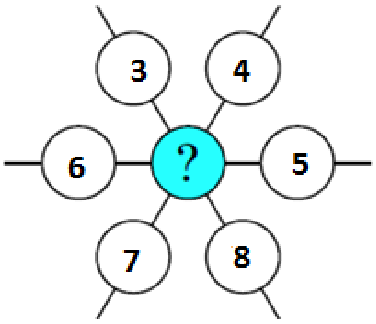
Vzhledem k tomu, že se jedná o po sobě jdoucí čísla, pokud budu brát postupně největší a nejmenší a pak vždy o jedno menší a o jedno větší, pak součet čísel v protějších kruzích bude shodný. Do prostředního kruhu pak můžu dát zbývající číslo. To se přičte ke všem dvojicím, tudíž součty dvojic nezmění. Takto lze čísla uspořádat třemi různými způsoby:

Mohu vzít čísla 9 a 3, pak 8 a 4, pak 7 a 5, součet čísel v krajních kruzích bude tedy vždy 12.



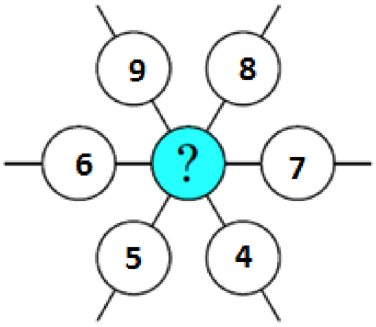
Na prostřední kruh pak zbývá číslo **6.**

Druhá varianta je, že beru postupně čísla 8 a 3, 7 a 4, 6 a 5, součet je pak 11.



Na prostřední kruh zbývá číslo **9**.

Třetí možností jsou dvojice 9 a 4, 8 a 5, 7 a 6.



Zůstává pak číslo **3**.

6 + 9 + 3 = 18 Součet hledaných čísel je 18.

2017/19

Zadání:

V jedné řadě vidíš 8 klokanů. Pokud dva klokani stojí vedle sebe hlavami k sobě, vymění si místo. Tyto výměny budou pokračovat tak dlouho, pokud tam někteří dva takoví klokani budou. Kolik takových výměn proběhne?

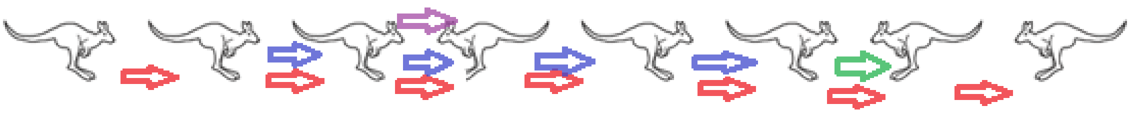
(A) 2 (B) 10 (C) 12 (D) 13 (E) 16

Řešení: D

Klokani si budou muset vyměňovat místa tak dlouho, dokud nebudou seřazeni všichni vlevo otočení klokani vlevo a všichni vpravo otočení klokani vpravo (viz obrázek). Musíme tedy spočítat, o kolik míst se musí klokani posunout, aby se dostali na potřebná místa.

Pokud vpravo otočené klokany posuneme o 13 míst, vlevo otočené rovněž o 13, budou na požadovaných místech.

Pohyb klokanů vpravo:

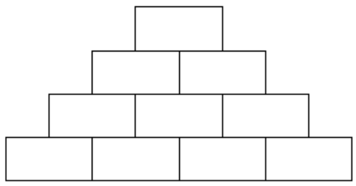


Protože se jedná vždy o výměnu, bude těchto výměn potřeba 13

2017/22

Zadání:

Honza vepisuje přirozená čísla do polí pyramidy. Pokud pole neleží ve spodní řadě, je v něm zapsána hodnota součtu dvou čísel v polích bezprostředně pod ním. Urči nejvyšší počet lichých čísel, které může Honza do pyramidy vepsat.



(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Řešení: D

Vycházíme z předpokladu, že součet sudých čísel je číslo sudé, součet lichých také. Součtem lichého a sudého je pak číslo liché.

Snažíme se tedy sčítat co nejčastěji číslo liché se sudým a zároveň co nejčastěji umístit číslo liché.

Pokud do prvního řádku umístíme 3 lichá čísla a jedno sudé vedle sebe tak, aby ve druhém řádku byly v součtu dvě lichá a jedno sudé, docílíme co největšího počtu lichých čísel a zároveň budeme mít v řádku vždy číslo sudé, které potřebujeme, abychom i v dalším řádku mohli dostat v součtu liché číslo, viz obrázek (l – liché číslo, S – sudé číslo).

S L L
L L S L

Po doplnění pyramidy zjistíme, že lichých čísel lze do pyramidy umístit 7.

L
L S
S L L
L L S L

2016/ 21

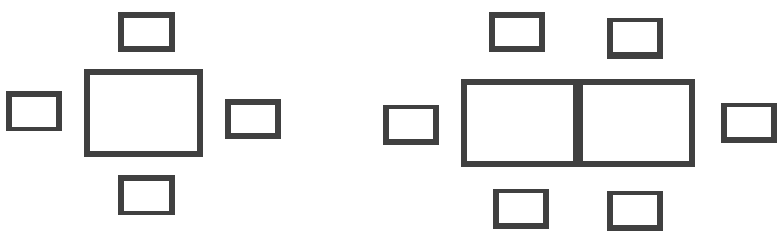
Zadání:

Luděk založil malou restauraci. Jeho kamarád Gustav mu dal několik čtvercových stolů a židlí. Pokud by Luděk chtěl ke každému stolu postavit 4 židle, 6 židlí by mu chybělo. Pokud stoly spojí po dvou a přistaví k nim vždy 6 židlí, zbydou mu 4 židle. Kolik stolů dostal Luděk od Gustava?

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16

Řešení: B

Možné rozmístění stolů a židlí



Pokud budou stoly samostatně, přidáme ke každému 4 židle, pokud budou umístěny po dvou, každému stolu připadají židle 3.

Pokud počet stolů vynásobíme 4 (židlemi) a odečteme 6 židlí, musíme dostat stejné číslo jako při vynásobení počtu stolů 3 (židlemi) a přičtení 4 židlí.

Žáci budou pravděpodobně postupovat zkoušením nabízených možností:

Varianta A - **8** stolů:

Počet židlí, pokud budou stoly samostatně: **8** · 4 – 6 = 18

Počet židlí, pokud budou stoly po dvou: **8** · 3 + 4 = 28

Počet židlí nesouhlasí, řešení nevyhovuje.

Varianta B - **10** stolů:

Počet židlí, pokud budou stoly samostatně: **10** · 4 – 6 = 34

Počet židlí, pokud budou stoly po dvou: **10** · 3 + 4 = 34

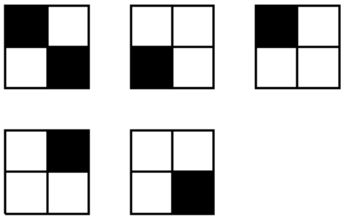
Počet židlí souhlasí, řešení vyhovuje.

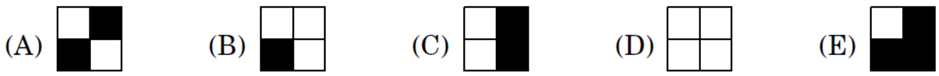
Řešení lze rovněž ověřit graficky.

2016/23

Zadání:

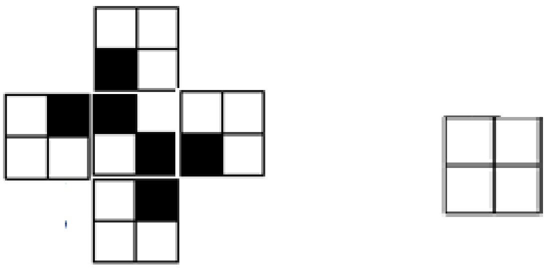
Velká krychle je slepená z 8 malých, černých nebo bílých, krychlí. Na obrázcích vidíš, jak vypadá pět stěn krychle. Urči, jak vypadá šestá stěna.





Řešení: D

Z nabídnutých stěn sestavíme síť krychle. K bílým čtvercům přikládáme bílé, k černým černé.



Pokud si představíme složení sítě, vidíme, že chybějící stěna musí být čistě bílá.

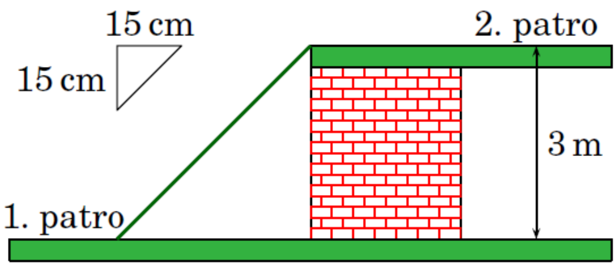
4. 2 Úlohy kategorie KADET

4. 2. 1 Úlohy za 3 body

2018/4

Zadání:

Stavitel Oskar skládá schody o výšce 15 cm a hloubce 15 cm, jak vidíte na obrázku. Kolik schodů bude potřebovat, aby vytvořil schodiště do druhého patra budovy, které je 3m nad prvním patrem?



(A) 8 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 25

Řešení: D

Abychom se dostali do třetího patra, musíme zdolat výšku 3 m (300 cm), jeden schod je vysoký 15 cm. Potřebný počet schodů tedy dostaneme vydělením výšky patra výškou schodu:

300 : 15 = 20

Stavitel Oskar bude potřebovat 20 schodů.

2018/7

Zadání:

Lev se ukrývá v jednom ze tří pokojů. Na dveřích pokoje č. 1 je napsáno: „Lev je tady.“ Na dveřích pokoje č. 2 vidíme: „Lev tady není.“ Na dveřích pokoje č. 3 čteme: „2 + 3 = 2 × 3.“ Právě jedno z těchto tvrzení je pravdivé. Kde je lev ukrytý?

(A) V pokoji č. 1. (B) V pokoji č. 2.

(C) Může být v pokoji č. 1 nebo 2. (D) Může být v každém pokoji.

(E) V pokoji č. 3.

Řešení: E

Pokud si zadání znázorníme graficky, vidíme na první pohled, že tvrzení na dveřích číslo 3 je lež.

Dveře č. 1	Dveře č. 2	Dveře č. 3
Lev je tady	Lev tady není.	2 + 3 = 2 x 3
		lež

Pravdivé tvrzení je pouze jedno, tedy na dveřích číslo 1 nebo 2.

Pokud by lev byl za dveřmi číslo 1, bylo by pravdivé tvrzení na dveřích číslo jedna a zároveň tvrzení na dveřích číslo 2. To dle zadání nelze.

Pokud by lev byl za dveřmi číslo 2, byla by nepravdivá tvrzení na dveřích číslo 1 i 2 zároveň. To nelze.

Pokud by byl lev za dveřmi číslo 3, bylo by tvrzení na dveřích číslo 1 „lev je tady“ lživé a tvrzení na dveřích č. 2 „lev tady není“ pravdivé. Tím jsme splnili podmínku právě jednoho pravdivého tvrzení.

Lev je za dveřmi č. 3.

Dveře č. 1	Dveře č. 2	Dveře č. 3
Lev je tady	Lev tady není.	2 + 3 = 2 x 3
lež	**pravda**	**lež**

2017/5

Zadání:

Součet tří různých přirozených čísel je 7. Vypočítejte jejich součin.

(A) 12 (B) 10 (C) 9 (D) 8 (E) 5

Řešení: C

Jediná tři různá přirozená čísla, která nám dají součet 7, jsou číslo 1, 2 a 4. V dalších možných součtech by se čísla musela opakovat (1, 3, 3; 1, 1, 5; 2, 2, 3).

$1 \cdot 2 \cdot 4 = 9$ Součin těchto čísel je roven 9.

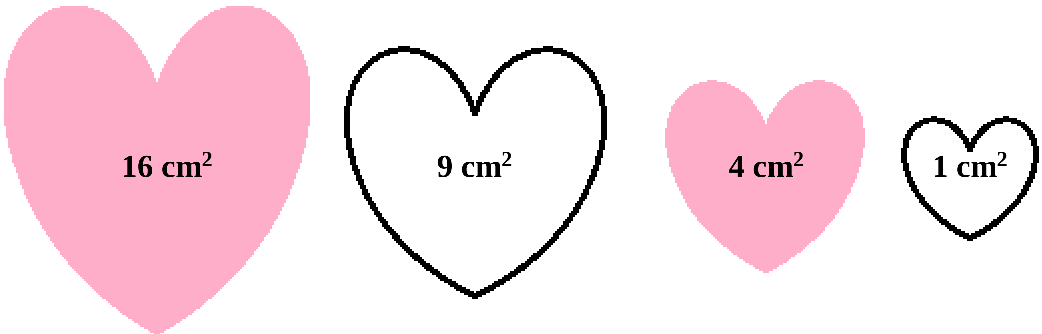
2017/7

Zadání:

Petr přes sebe přeložil čtyři papírová srdce s obsahy 1 cm², 4 cm², 9 cm², 16 cm², jak vidíte na obrázku. Určete obsah viditelných tmavých částí.

(A) 9 cm²   (B) 10 cm²   (C) 11 cm²   (D) 12 cm²   (E) 20 cm²

Řešení: B



Ke spočítání větší tmavé části je nutné od sebe odečíst obsahy větších dvou srdcí:

16 – 9 = 7

Obsah menší tmavé části spočítáme odečtením obsahů menších dvou srdcí.

4 – 1 = 3

7 + 3 = 10

Obsah dvou viditelných tmavých částí je 10 cm².

2016/3

Zadání:

Eva objevila 555 hromádek po 9 kamenech a přeskládala je na hromádky po 5 kamenech. Kolik hromádek dostala?

(A) 999   (B) 900   (C) 555   (D) 111   (E) 45

Řešení: A

Pokud máme 555 hromádek po 9 kamenech, je kamenů 9 · 555 (4995). Pokud chceme kameny rozdělit na hromádky po 5, výsledný počet hromádek zjistíme vydělením pěti.

4995 : 5 = 999

Součin 555 · 9 si lze také představit jako 5 · 111 · 9, tudíž pokud chceme zjistit počet hromádek po pěti, logicky nám zůstává 111 · 9 tedy 999.

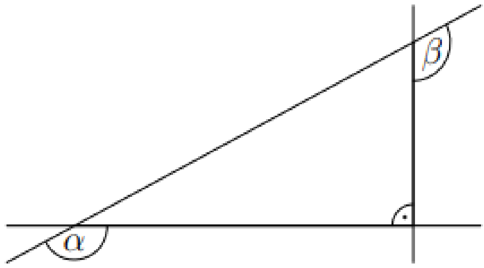
Ke zjednodušení výpočtu si lze rovněž výpočet zapsat jako zlomek a krácením zlomku pak zjistit výsledek.

$$\frac{9 \cdot 555}{5} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 111}{5} = 9 \cdot 11 = 999$$

2016/4

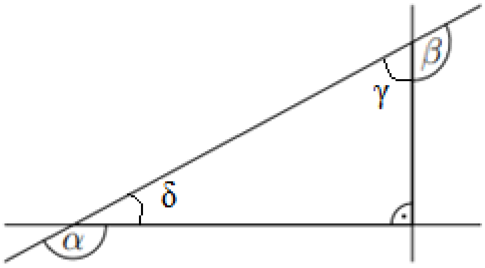
Zadání:

Vypočtěte hodnotu součtu α + β velikostí úhlů na obrázku.



(A) 150˚ (B) 180˚ (C) 270˚ (D) 320˚ (E) 360˚

Řešení: C



Do obrázku si zakreslíme vnitřní úhly trojúhelníku γ a δ. Vzhledem k tomu, že součet vnitřních úhlů v trojúhelníku je 180˚ a jedná se o pravoúhlý trojúhelník, pak γ + δ = 90˚.

Zároveň vidíme, že úhly α a δ a úhly β a γ jsou úhly vedlejší. Jejich součet tedy musí být 180˚.

Víme tedy, že: $\gamma + \delta = 90^\circ$

$\alpha + \delta = 180^\circ$

$\beta + \gamma = 180^\circ$

Z toho vyplývá: $\alpha + \beta + \boldsymbol{\gamma + \delta} = 360^\circ$

$\alpha + \beta + 90^\circ = 360^\circ$

$\alpha + \beta = 360^\circ - 90^\circ$

$\alpha + \beta = 270^\circ$

4. 2. 2 Úlohy za 4 body

2018/10

Zadání:

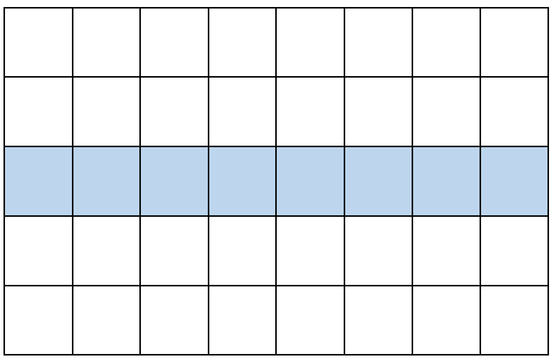
Obdélník je rozdělen na 40 shodných čtverců. Obdélník obsahuje více než jednu řadu čtverců. Martin vybarvil prostřední řadu čtverců. Kolik čtverců zůstalo nevybarveno?

(A) 20 (B) 30 (C) 32 (D) 35 (E) 39

Řešení: C

Pokud má obdélník obsahovat 40 čvtverců minimálně ve dvou řadách, pak je možné rozložení čtverců: $2 \cdot 20$, $4 \cdot 10$ a $5 \cdot 8$.

Pokud Martin vybarvil prostřední řadu čtverců, jediné možné rozmístění čtverců je $5 \cdot 8$, protože ostatní počty řad jsou sudé (tedy nelze vybarvit prostřední).



Martin vybarvil jednu řadu čtverců, tzn. 8. Nevybarvené zůstaly 4 řady, $4 \cdot 8 = 32$, 32 čtverců.

2018/14

<u>Zadání:</u>

Hotel na ostrově v Karibiku inzeruje: „U nás každý rok svítí slunce 350 dní!“ Je-li reklama pravdivá, určete nejmenší počet dní, které si musí Vilém v hotelu v roce 2018 rezervovat, aby měl jistotu, že bude mít určitě dva po sobě jdoucí slunečné dny.

(A) 17 (B) 21 (C) 31 (D) 32 (E) 35

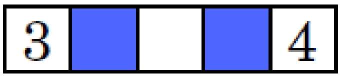
<u>Řešení: D</u>

Pokud svítí slunce 350 dní v roce a předpokládáme, že rok má 365 dní, pak průměrně 15 dnů v roce slunečnýh není. Pokud budeme předpokládat, že v jednom roce těchto 15 dní bude na konci roku a následující rok bude těmito 15 dny začínat, pak může být v kuse 30 dní, které nebudou slunečné. Více takových dní být nemůže. Pokud tedy chceme mít jistotu dvou po sobě jdoucích slunečných dnů, musíme si zarezervovat pobyt na 30 + 2 dní, tedy 32.

2017/12

<u>Zadání:</u>

Ria do každého pole tabulky 5×1 vpravo vepsala číslo; dvě čísla tam vidíte. Přitom součet všech čísel byl 35, součet čísel v prvních třech polích byl 22 a součet čísel v posledních třech polích byl 25. Určete součin čísel v tmavých polích.



(A) 0 (B) 39 (C) 48 (D) 63 (E) 108

<u>Řešení: D</u>

Pokud součet všech pěti čísel je 35, součet tří hledaných musí být 28.

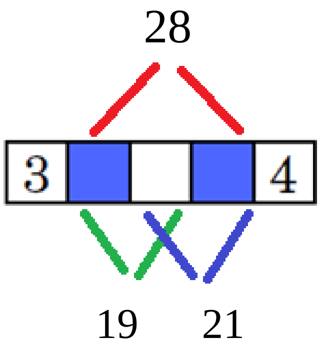
35 – (3 + 4) = 28

Pokud součet prvních tří čísel je 22, pak součet druhého a třetího čísla je 19

22 – 3 = 19

Pokud součet tří posledních čísel je 25, pak součet třetího a čtvrtého čísla je 21

25 – 4 = 21



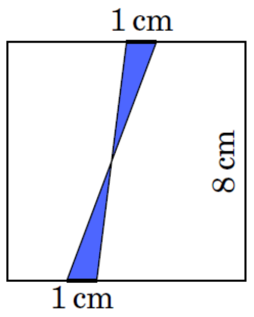
Z obrázku je patrné, že první hledané číslo se rovná 28 - 21 (**7**), třetí hledané číslo se rovná 28 – 19 (**9**).

Hledanými čísly v tmavých polích jsou tedy čísla 9 a 7, jejich součin je tedy 63 (7 ·9).

2017/14)

Zadání:

Na protějších stranách čtverce se stranou délky 8 cm leží dvě úsečky délky 1 cm. Jejich koncové body jsou spojeny úsečkami tak, jak vidíte na obrázku vpravo. Určete obsah tmavého obrazce.



(A) 2 cm2 (B) 4 cm2 (C) 6,4 cm2 (D) 8 cm2 (E) 10 cm2

Řešení: B

Z daných dvou trojúhelníků lze poskládat trojúhelník, jehož strana a je 2 cm a výška 4 (8 : 2) cm.

$$S = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

$$S = \frac{2 \cdot 4}{2}$$

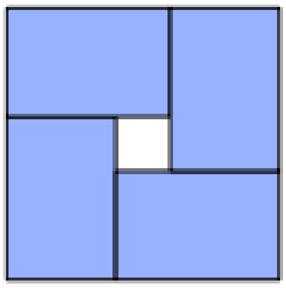
S = 4 cm^2

Obsah tohoto rovnoběžníku tedy bude 4 cm^2.

2016/9

Zadání:

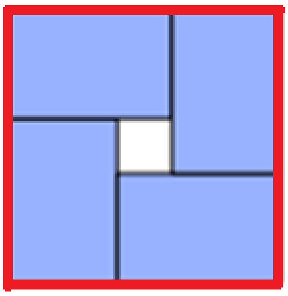
Na obrázku jsou čtyři shodné obdélníky s obvodem 16 cm umístěné do čtverce. Určete obvod tohoto čtverce.



(A) 16 cm (B) 20 cm (C) 24 cm (D) 28 cm (E) 32 cm

Řešení: E

Pokud obvod každého obdélníku je 16 cm, pak strana čtverce je tvořena vždy polovinou obvodu každého ze čtverců.



16 : 2 = 8 cm

Obvod čtverce pak spočítáme: $o = 4 \cdot a$

$o = 4 \cdot 8$

$o = 32\ cm^2$

2016/11

Zadání:

Výsledky vyřazovacího turnaje v boxu ve čtvrtfinále, semifinále a finále jsou (ne nutně v tomto pořadí): Bart porazil Antonyho, Carl porazil Damiena, Glen porazil Henryho, Glen porazil Carla, Carl porazil Barta, Ed porazil Freda, Glen porazil Eda. Která dvojice boxovala ve finále?

(A) Glen a Henry (B) Glen a Carl (C) Carl a Bart

(D) Glen a Ed (E) Carl a Damien

Řešení: B

Nejvíc vítězství získal Glen, tudíž musí být vítěz turnaje a účastník finále, dvě vítězství má Carl, ten tedy musel být účastníkem finále.

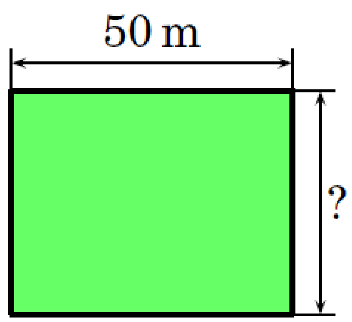
Ostatní byli vyřazeni v prvním či druhém kole.

4. 2. 3 Úlohy za 5 bodů

2018/20

Zadání:

Matěj běhá po obvodu obdélníkového bazénu o délce 50 m, zatímco Kamil plave tento bazén na délku. Matěj běží třikrát rychleji, než Kamil plave. Kamil uplaval šest délek bazénu za stejnou dobu, za kterou Matěj oběhl bazén pětkrát dokola. Určete šířku bazénu.



(A) 25 m (B) 40 m (C) 50 m (D) 80 m (E) 180 m

Řešení: B

Matěj uplave za danou dobu 6x 50 m (tzn. 300 m), Kamil běží 3x rychleji, uběhne tedy 3x 300 m (tzn. 900 m).

Matěj v této době oběhl bazén 5x, pokud tedy vydělíme uběhnutých 900 m počtem bazénů, zjistíme obvod bazénu.

900 : 5 = 180

Pokud je obvod bazénu 180 m a jeho délka 50 m, šířka bazénu je 40 m (180 : 2 – 50).

2018/21

Zadání:

Adam, Bořek a Cyril šli nakupovat. Bořek utratil jen 15 % toho, co utratil Cyril. Adam utratil o 60 % více než Cyril. Dohromady všichni tři utratili 55 Kč. Kolik utratil Adam?

(A) 3 Kč (B) 20 Kč (C) 25 Kč (D) 26 Kč (E) 32 Kč

Řešení: E

Řešení pomocí rovnice:

Cyril……...……... c

Adam....………….. c + 0,6c

Bořek ……….…… 0,15c

Dohromady ……… 55 Kč

$c + c + 0{,}6\,c + 0{,}15\,c = 55$

$2{,}75\,c = 55$

$c = 20$

Cyril utratil 20 Kč, Adam utratil o 60 % více:

a = c + 0,6 c

a = 20 + 0,6 ·20

a = 20 + 12

a = 32

Adam utratil 32 Kč.

Lze též řešit trojčlenkou: Chlapci dohromady utratili tolik, kolik 2x Cyril + 60 % + 15 % toho, co Cyril. Tzn. 275 % je 55Kč. Adam utratil 160 %.

275% ………………..55 Kč

160% ……………..… x Kč

$$\frac{x}{55} = \frac{160}{275}$$

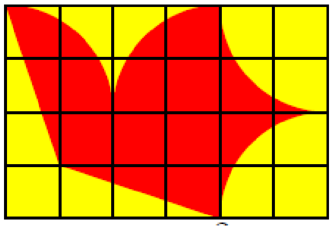
$$x = \frac{55\ \cdot 160}{275}$$

$$x = 32$$

2018/22

Zadání:

Obdélník na obrázku je rozdělen na 24 shodných čtverců. Obsah tmavě vyznačené části je 192 cm^2 a její obvod tvoří části kružnice nebo úsečky. Určete obsah celého obdélníku.



(A) 294 cm^2 (B) 384 cm^2 (C) 486 cm^2 (D) 600 cm^2 (E) 684 cm^2

Řešení: B

Při přeskládání částí obrazce zjistíme, že červená část tvoří polovinu obrazce, obsah obdélníku tudíž musí být 384 cm^2.

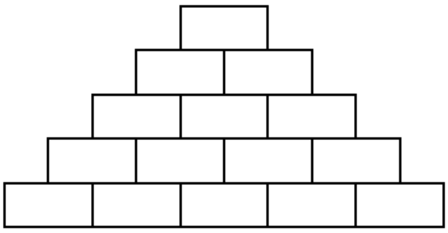
$S = 2 \cdot 192$

$S = 384\ cm^2$

2017/20

Zadání:

Sára vepisuje přirozená čísla do polí pyramidy. Pokud pole neleží ve spodní řadě, je v něm zapsána hodnota součtu dvou čísel v polích bezprostředně pod ním. Určete největší počet lichých čísel, které Sára může do pyramidy vepsat.



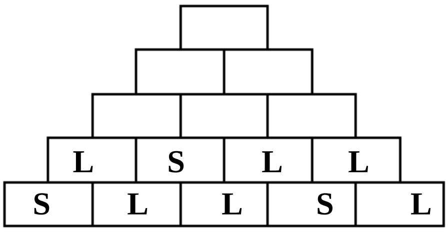
(A) 5 (B) 7 (C) 8 (D) 10 (E) 11

Řešení: D

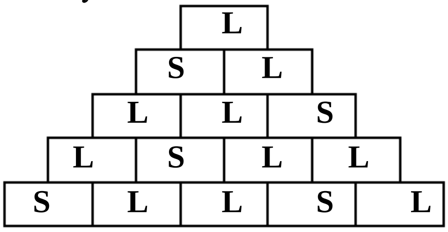
Vycházíme z předpokladu, že součet sudých čísel je číslo sudé, součet lichých také. Součtem lichého a sudého je pak číslo liché.

Snažíme se tedy sčítat co nejčastěji číslo liché se sudým a zároveň co nejčastěji umístit číslo liché.

Pokud do prvního řádku umístíme 3 lichá čísla a dvě sudá vedle sebe tak, aby ve druhém řádku byly v součtu tři lichá a jedno sudé, docílíme co největšího počtu lichých čísel a zároveň budeme mít v řádku vždy číslo sudé, které potřebujeme, abychom i v dalším řádku mohli dostat v součtu liché číslo, viz obrázek (L – liché číslo, S – sudé číslo).



Pak už jen doplňujeme další řádky.

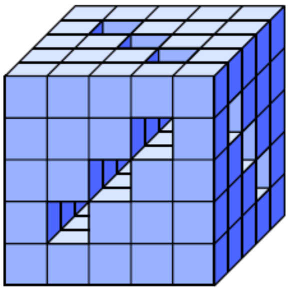


Ve výsledné pyramidě je 10 lichých čísel.

2017/22

Zadání:

Michal měl k dispozici 125 malých kostek. Z některých z nich slepil velkou kostku s devíti tunely procházejícími celou kostkou tak, jak je znázorněno na obrázku. Kolik malých kostek přitom nepoužil?



(A) 52 (B) 45 (C) 42 (D) 39 (E) 36

Řešení: E

Na kostku bez tunelů by Michal potřeboval všech 125 malých kostek ($5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$).

Pokud by se tunely neprotínaly, jedním tunelem ušetří vždy 5 malých kostek ($9 \cdot 5 = 45$).

Při každém protnutí tunelů se jedná o jednu a tutéž ušetřenou malou kostku, tedy ušetříme o jednu méně.

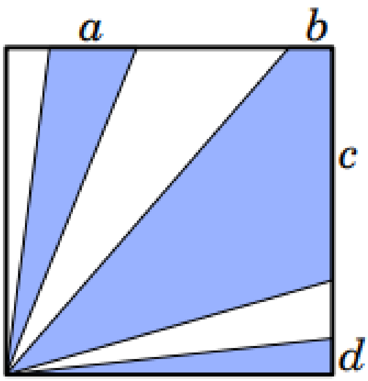
Tunely svislé se s tunely předozadními protnou ve třech místech, tunely předozadní s pravolevými také ve třech místech a tunely pravolevé se svislými opět ve třech místech. Ušetříme tedy o (3 + 3 + 3) 9 malých kostek méně.

45 – 9 = 36

2016/17

Zadání:

Uvnitř čtverce jsou tři vybarvené oblasti podobně, jak vidíte na obrázku vpravo. Obsah čtverce je 36 cm^2, celkový obsah vybarvených oblastí je 27 cm^2. Vypočtěte součet délek úseček a + b + c + d.

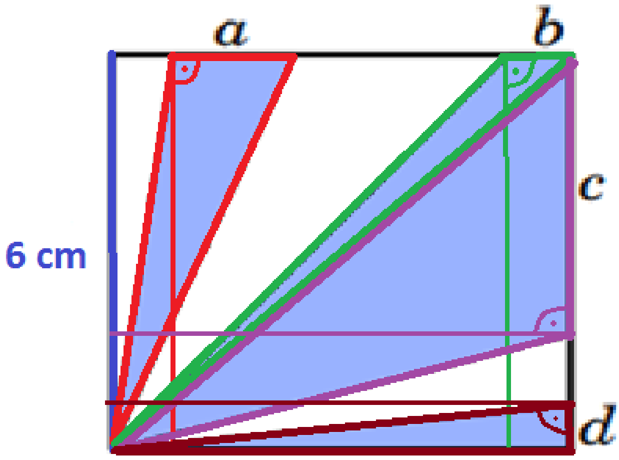


(A) 6 cm (B) 7 cm (C) 8 cm (D) 9 cm (E) 10 cm

Řešení: D

Obsah čtverce je 36 cm^2, tedy délka strany čtverce je ($\sqrt{36}$) 6 cm.

Vybarvené části jsou vlastně 4 trojúhelníky, jejichž výška je vždy 6 cm.



Obsah vybarvených částí lze tedy vyjádřit jako součet obsahů čtyř trojúhelníků:

$$S = \frac{a \cdot 6}{2} + \frac{b \cdot 6}{2} + \frac{c \cdot 6}{2} + \frac{d \cdot 6}{2}$$

Obsah vybarvených částí je 27 cm^{2}.

$$27 = \frac{a \cdot 6}{2} + \frac{b \cdot 6}{2} + \frac{c \cdot 6}{2} + \frac{d \cdot 6}{2}$$

Rovnici upravíme: $27 = 3a + 3b + 3c + 3d$ /:3

$9 = a + b + c + d$

Součet úseček $a + b + c + d$ je 9 cm.

2016/19

Zadání:

Dvanáct dívek nakoupilo v obchodě v průměru na osobu 1,5 trička. Žádná z nich si nekoupila více než dvě trička a dvě z nich si nekoupily žádné. Kolik dívek si koupilo dvě trička?

(A) 2 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Řešení: E

Úlohu lze řešit rovnicí:

dívek …………….. 12

0 triček ……………. 2

1 tričko …………… 10 – x (dívek, které mají 1 nebo 2 trička je dohromady 10 (12 – 2).

2 trička ………..….. x

Víme, že aritmetický průměr triček, které si dívky koupily, je 1,5. Sestavíme rovnici:

$$\frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot (10 - x) + 2 \cdot x}{12} = 1{,}5$$

$$\frac{10 - x + 2x}{12} = 1{,}5$$

$$\frac{10 + x}{12} = 1{,}5 \qquad / \cdot 2$$

$$10 + x = 18 \qquad / -10$$

$$x = 8$$

Úlohu lze také řešit logickou úvahou:

Víme, že aritmetický průměr se počítá jako podíl součtu počtů koupených triček a počtu dívek.

Tzn. $\frac{součet\ počtů\ triček}{počet\ dívek} = 1.5$

$$\frac{součet\ počtů\ triček}{12} = 1.5$$

Aby aritmetický průměr vyšel 1,5, musí být nakoupených triček celkem 18 (1,5 · 18).

Dívek je celkem 12, dvě si koupily 0 triček, zbylé dívky 1nebo 2. Tzn. na deset dívek připadá 18 triček, z nichž každá má jedno nebo dvě:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	
0 +	0 +	1 +	1 +	2 +	2 +	2 +	2 +	2 +	2 +	2 +	2	= 18

8 dívek si koupilo 2 trička.

5 Testování žáků

5. 1 Vytvoření testů

Z vybraných úloh byly vytvořeny testy, které obsahovaly 18 úloh (6 tříbodových, 6 čtyřbodových a 6 pětibodových), viz přílohu.

Oproti klasické soutěži byl počet úloh omezen z 24 na 18 tak, aby jej bylo možné realizovat v běžné vyučovací jednotce, tedy za 45 minut.

Rovněž jsem se snažila zachovat systém bodování. Žáci do testování vstupovali s 18 body. Za každou správně vyřešenou úlohu pak získávali 3, 4 nebo 5 bodů. Za špatnou odpověď jim pak byl vždy 1 bod odečten. Mohli tedy získat maximálně 90 bodů. (V soutěži Matematický klokan získávají žáci automaticky 24 bodů, maximální počet bodů je v odpovídajících kategoriích 120.)

Testy měly být rozdány žákům šestých až devátých ročníků ZŠ dr. Milady Horákové v Kopřivnici v rámci hodin matematiky. Bohužel do testování zasáhla omezení k zamezení šíření nemoci COVID-19, dne 11. 3. 2020 došlo k uzavření základních škol. Testování se povedlo dokončit pouze u žáků šestých a sedmých ročníků, proto se následující část práce zabývá pouze kategorií Benjamín.

5. 2 Vyhodnocení testů

5. 2. 1 Celkové vyhodnocení kategorie Benjamín

Testování se v kategorii Benjamín zúčastnilo 78 žáků, 48 ze šestých a 30 ze sedmých ročníků.

Nejvyšší počet bodů dosažený jedním z žáků byl 59, nejnižší bodový zisk byl 4. Průměrně žáci dosahovali 30 bodů. Nejčastěji dosahovali výsledku 29 bodů.

To je ve srovnání s výsledky soutěže Matematický klokan podprůměrný výsledek. V letech 2016 – 2018, ze kterých byly úlohy vybrány, byl průměrný bodový zisk 48,24. Pokud tento průměrný bodový zisk přepočítáme na počet úloh použitý v testu, měli by žáci dosahovat průměrně 36,18 bodů.

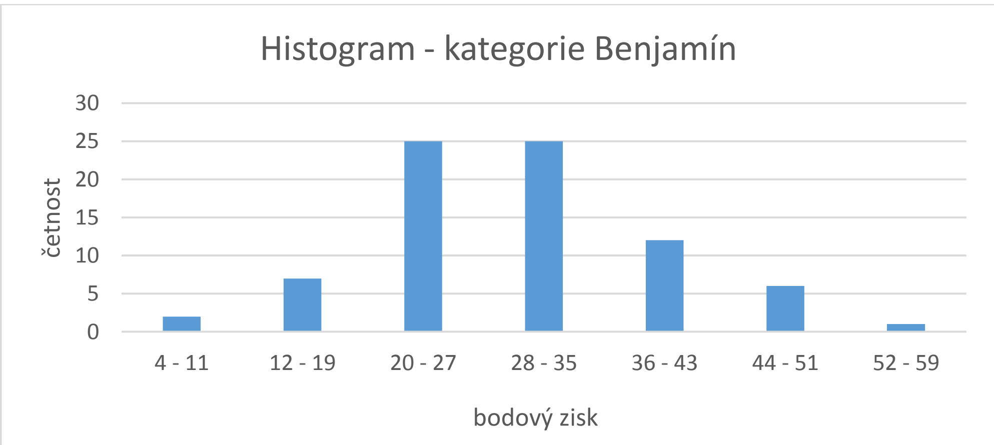
Rozdíl si, dle mého názoru, lze vysvětli výběrem úloh, který byl subjektivní. Byly vybírány úlohy „zajímavé“, které ale mohly být pro žáky složitější. Testovaným vzorkem byly navíc vždy celé třídy. Dle mých zkušeností se ale na druhém stupni ZŠ už často soutěže Matematický klokan neúčastní všechny děti, ale pouze ty, které jsou učiteli vybrané či chtějí (což zpravidla nebývají ty, kterým se v matematice nedaří). Přehled získaných bodových zisků nabízí tabulka č. 2.

Tabulka č. 2. Bodový zisk v testech kategorie Benjamín

body	četnost	body	četnost	body	četnost	body	četnost	body	četnost	body	četnost
1	0	16	3	31	4	46	2	61	0	76	0
2	0	17	0	32	2	47	1	62	0	77	0
3	0	18	1	33	2	48	1	63	0	78	0
4	1	19	2	34	3	49	1	64	0	79	0
5	0	20	4	35	4	50	0	65	0	80	0
6	0	21	1	36	4	51	1	66	0	81	0
7	0	22	2	37	1	52	0	67	0	82	0
8	0	23	5	38	1	53	0	68	0	83	0
9	1	24	3	39	1	54	0	69	0	84	0
10	0	25	3	40	0	55	0	70	0	85	0
11	0	26	3	41	3	56	0	71	0	86	0
12	0	27	4	42	2	57	0	72	0	87	0
13	1	28	2	43	0	58	0	73	0	88	0
14	0	29	6	44	0	59	1	74	0	89	0
15	0	30	2	45	0	60	0	75	0	90	0

Tabulka č. 3. Statistické údaje v testech kategorie Benjamín

Počet testovaných	78
Průměrný bodový zisk	29, 74
Modus	29
Medián	29
Nejvyšší bodový zisk	59
Nejnižší bodový zisk	4



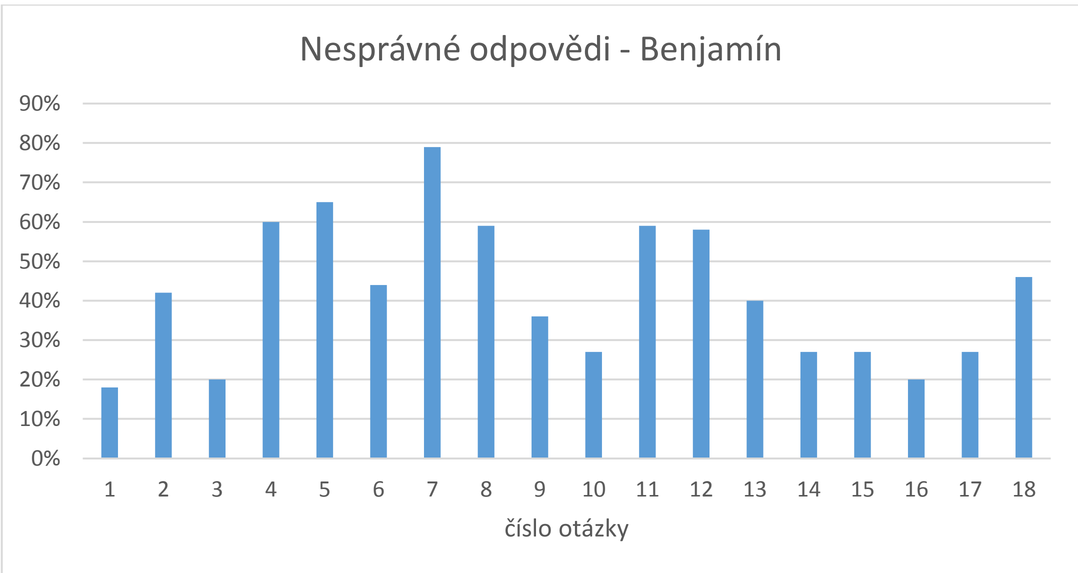
Graf č. 3. Bodový zisk v testech kategorie Benjamín - histogram

V histogramu (graf č. 3) byl podle Sturgersova pravidla stanoven optimální počet tříd na 7. Při této šířce tříd lze pozorovat normální rozdělení dosažených bodových zisků.

Graf č. 4. Správné odpovědi u jednotlivých otázek - Benjamín

Co se týče odpovědí na jednotlivé úlohy, správné odpovědi pochopitelně byly častější u tříbodových úloh, u čtyřbodových a pětibodových pak jejich četnost klesala. Nejvyšší úspěšnost (81 %) měla první úloha, to lze přikládat plnému soustředění a snaze na počátku testování. Nejnižší procento správných odpovědí bylo naopak u úlohy poslední, částečně jistě díky větší náročnosti pětibodových úloh, ale také nižšímu soustředění a časové tísni na konci testování.

Graf č. 5. Nesprávné odpovědi u jednotlivých otázek - Benjamín



Počet nesprávných odpovědí byl nejnižší u úlohy č. 1 (18 %), nejvyšší pak u úlohy č. 7 (79 %). Počet nesprávných odpovědí v průběhu testu nejdříve stoupal, ke konci testu opět poklesl (klesal totiž počet odpovědí celkově), viz graf č. 5.

Graf č. 6. Bez odpovědí u jednotlivých otázek - Benjamín

Vysoké procento žáků nechávalo bez odpovědi zejména úlohy na konci testu. Pravděpodobně díky časové tísni, závěrečné úlohy nestihli dokončit.

Dle mého názoru v prvních dvou třetinách testu bez odpovědi zůstávaly pouze některé úlohy, které žákům dělaly problémy, zatímco v závěrečné třetině jsou z velké části bez odpovědi všechny úlohy, protože se k nim mnozí žáci nestihli dostat.

5. 2. 2 Srovnání výsledků šestých a sedmých ročníků

Tabulka č. 4. Bodový zisk žáků 6. ročníků

body	četnost	body	četnost	body	četnost	body	četnost	body	četnost	body	četnost
1	0	16	2	31	2	46	1	61	0	76	0
2	0	17	0	32	2	47	0	62	0	77	0
3	0	18	1	33	1	48	0	63	0	78	0
4	1	19	2	34	2	49	0	64	0	79	0
5	0	20	3	35	2	50	0	65	0	80	0
6	0	21	0	36	3	51	0	66	0	81	0
7	0	22	2	37	0	52	0	67	0	82	0
8	0	23	5	38	1	53	0	68	0	83	0
9	1	24	2	39	0	54	0	69	0	84	0
10	0	25	2	40	0	55	0	70	0	85	0
11	0	26	1	41	0	56	0	71	0	86	0
12	0	27	2	42	2	57	0	72	0	87	0
13	1	28	2	43	0	58	0	73	0	88	0
14	0	29	3	44	0	59	0	74	0	89	0
15	0	30	2	45	0	60	0	75	0	90	0

Tabulka č. 5. Bodový zisk žáků 7. ročníků

body	četnost	body	četnost	body	četnost	body	četnost	body	četnost	body	četnost
1	0	16	1	31	2	46	1	61	0	76	0
2	0	17	0	32	0	47	1	62	0	77	0
3	0	18	0	33	1	48	1	63	0	78	0
4	0	19	0	34	1	49	1	64	0	79	0
5	0	20	1	35	2	50	0	65	0	80	0
6	0	21	1	36	1	51	1	66	0	81	0
7	0	22	0	37	1	52	0	67	0	82	0
8	0	23	0	38	0	53	0	68	0	83	0
9	0	24	1	39	1	54	0	69	0	84	0
10	0	25	1	40	0	55	0	70	0	85	0
11	0	26	2	41	3	56	0	71	0	86	0
12	0	27	2	42	0	57	0	72	0	87	0
13	0	28	0	43	0	58	0	73	0	88	0
14	0	29	3	44	0	59	1	74	0	89	0
15	0	30	0	45	0	60	0	75	0	90	0

Pokud se na výsledky testování žáků věkové kategorie Benjamín podíváme z hlediska výsledků šestých a sedmých ročníků, ve srovnání dopadají dle očekávání lépe žáci starší (viz tabulky č. 4 a 5).

Tabulka č. 6. Statistické údaje – srovnání 6. a 7. ročníků

	6. ročník	**7. ročník**
Počet testovaných	48	30
Aritmetický průměr	26,81	34,43
Modus	23	29; 41
Medián	27	33,5
Nejnižší bodový zisk	4	16
Nejvyšší bodový zisk	46	59

Žáci šestých ročníků dosahovali průměrně 27 bodů, žáci sedmých ročníků bodů 34. Vyšších hodnot dosahoval u žáků sedmých ročníků rovněž modus, medián i nejnižší a nejvyšší bodový zisk (viz tabulku č. 6).

Statistickou významnost rozdílu průměrného počtu bodů jsem se rozhodla stanovit pomocí Studentova T- testu, zvolená hladina významnosti je 0,05.

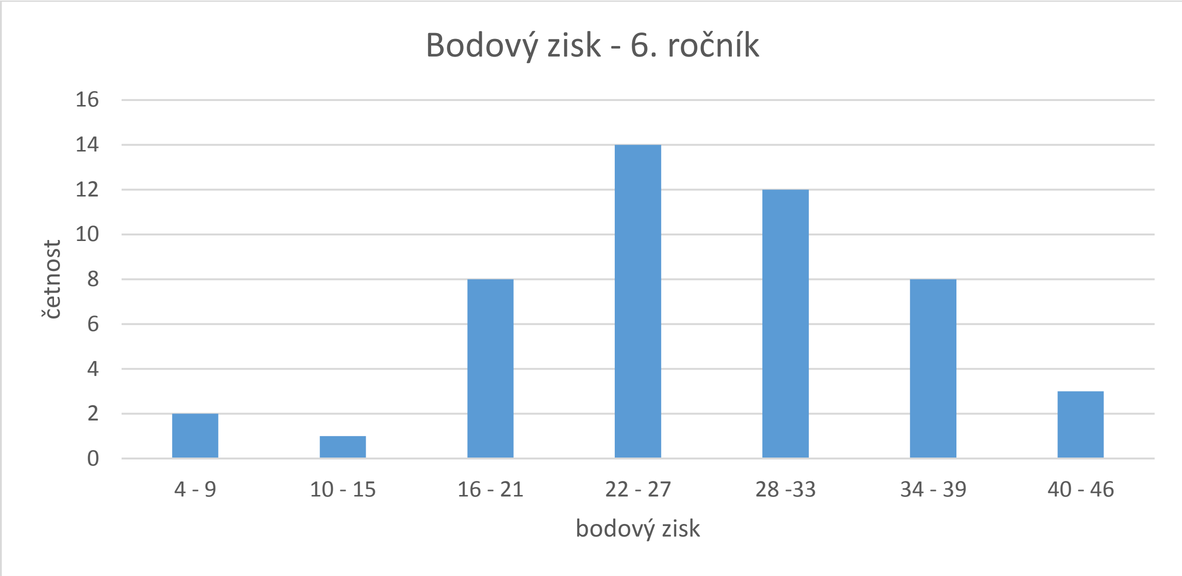
Stanovme hypotézy:

H_0: Průměrný počet bodů získaný žáky 6. a 7. ročníků je stejný.

H_1: Průměrný počet bodů získaný žáky 6. a 7. ročníků není stejný.

Testovací kritérium (t) bylo výpočtem stanoveno na 4,9. Kritická hodnota pro hladinu významnosti 0,05 a počet stupňů volnosti 76 je $t_{0,05}(76) = 1,99$.

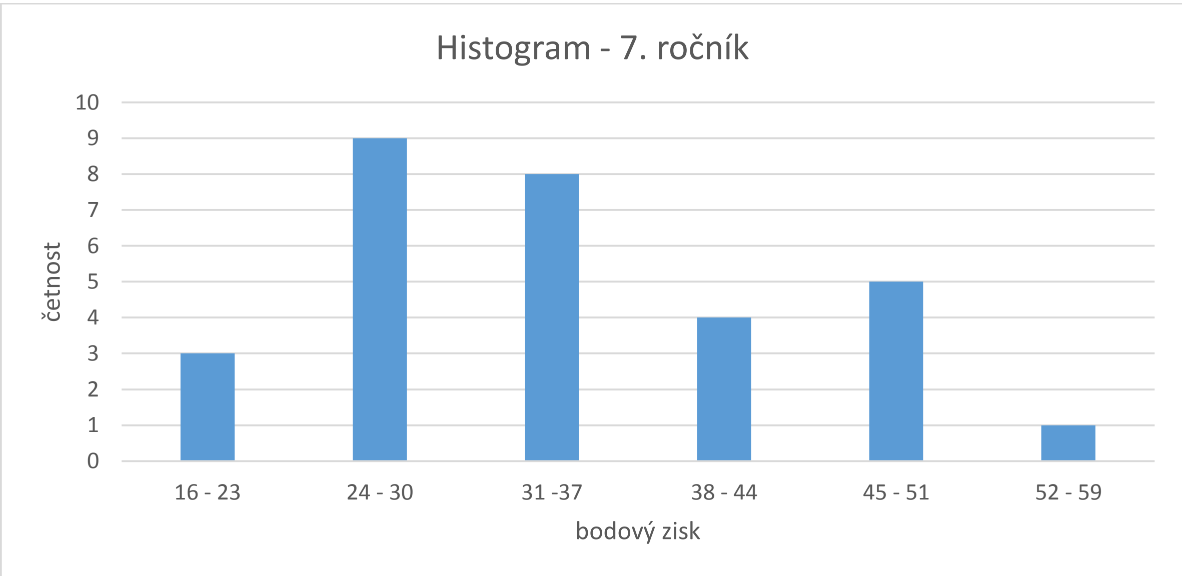
Jelikož $|t|>t_{0,05}(76)$ (tj. 4,9 > 1,99), přijímáme alternativní hypotézu. Tedy průměrný počet bodů dosažený v testech v šestých a sedmých ročnících vykazuje statisticky významné rozdíly, tudíž průměrné počty bodů nelze statisticky považovat za stejné.



Graf č. 7. Bodový zisk v testech – 6. ročník - histogram

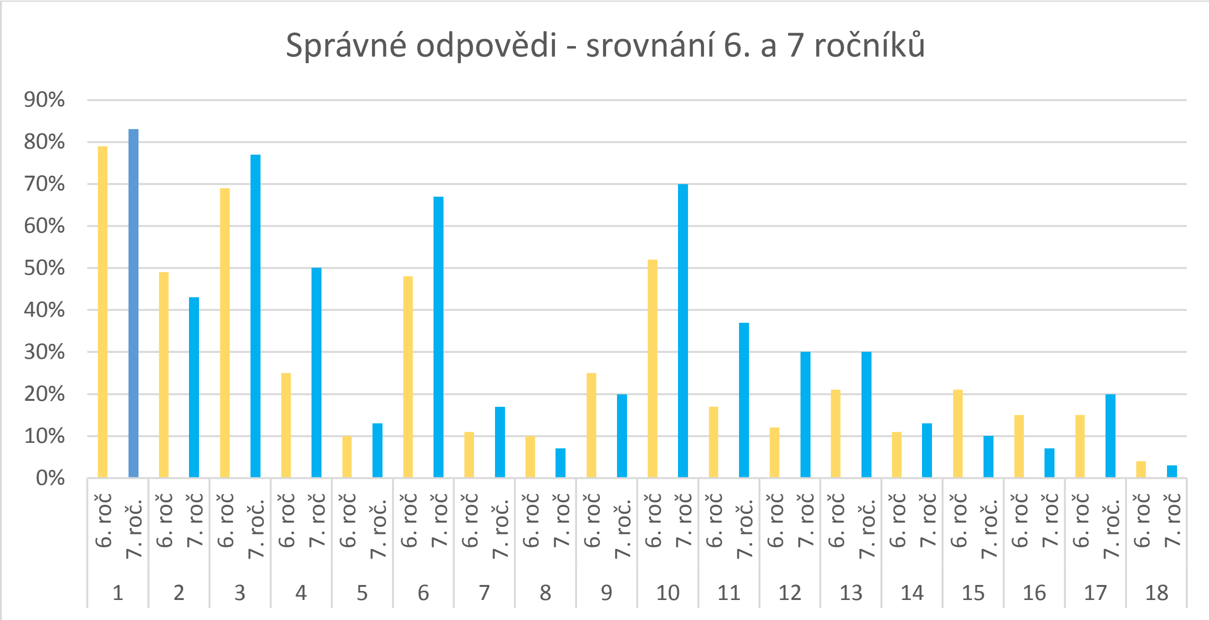
Při sestavování histogramů byl optimální počet tříd stanoven na 7 a 6.

U žáků šestých ročníků je vidět pozvolný nárůst i pokles četností v jednotlivých bodových rozmezích, pouze v rozmezí 10 – 15 bodů by se dala z hlediska normálního rozdělení očekávat vyšší četnost. Nejvíce žáků se pohybovalo v rozmezí 22 – 27 bodů.



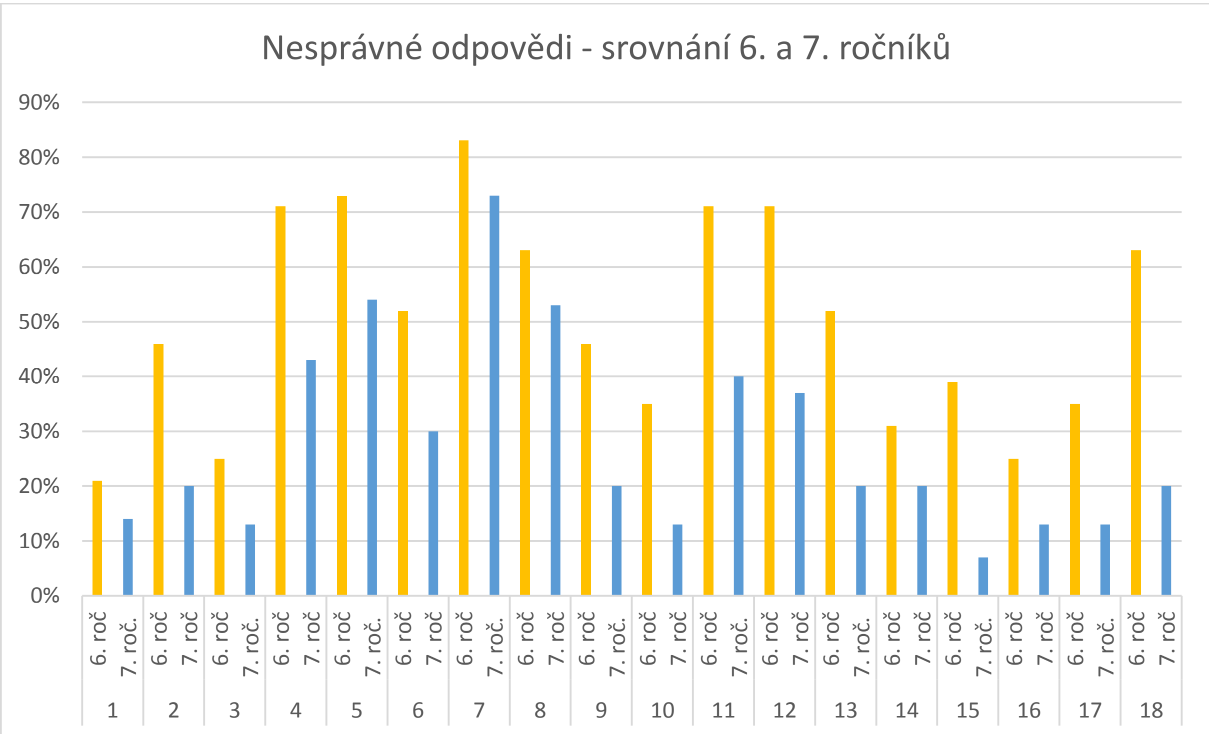
Graf č. 8. Bodový zisk v testech – 7. ročník - histogram

Žáci sedmých ročníků nejčastěji dosahovali 24 – 30 bodů. Nárůst oproti předchozí třídě (16 – 23 bodů) byl poměrně prudký, vyšší četnost by se dala očekávat u třídy s rozmezím 38 – 44 bodů.



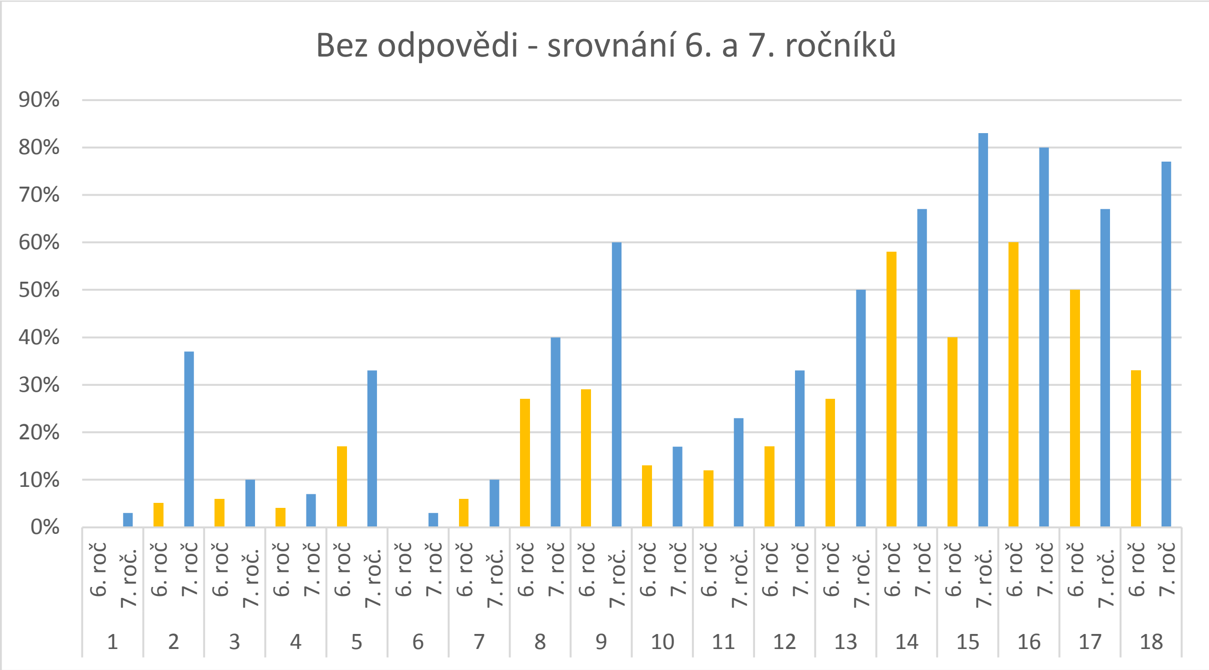
Graf č. 9. Správné odpovědi u jednotlivých úloh - 6. a 7. ročník

Pokud se podíváme na srovnání počtu správných odpovědí u jednotlivých úloh v šestých a sedmých ročnících, pouze u čtyř úloh (2, 9, 15 a 16) byli šesťáci úspěšnější než žáci sedmých ročníků. U některých úloh byly rozdíly mezi ročníky nepatrné.



Graf č. 10. Nesprávné odpovědi u jednotlivých úloh - 6. a 7. ročník

Počet nesprávných odpovědí byl u všech otázek vyšší u žáků šestých ročníků, viz graf č. 10.



Graf č. 11. Bez odpovědí u jednotlivých úloh - 6. a 7. ročník

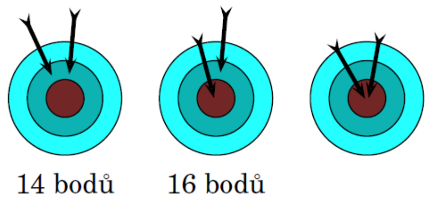
V počtu úloh bez odpovědi pro změnu jasně vedli žáci sedmých ročníků, zejména v závěru testu byly tyto rozdíly mezi ročníky výraznější. Zdá se, že sedmáci více sázeli na jistotu, a pokud neznali správnou odpověď, neodpovídali. Zatímco žáci šestých ročníků více tipovali.

5. 2. 3 Vyhodnocení jednotlivých úloh kategorie Benjamín

5. 2. 3. 1 Úlohy za 3 body:

Úloha č. 1

Zadání: *Dana střílí na terč. V prvním kole získala 14 bodů a ve druhém kole 16 bodů (viz obrázek). Kolik bodů získala v třetím kole?*

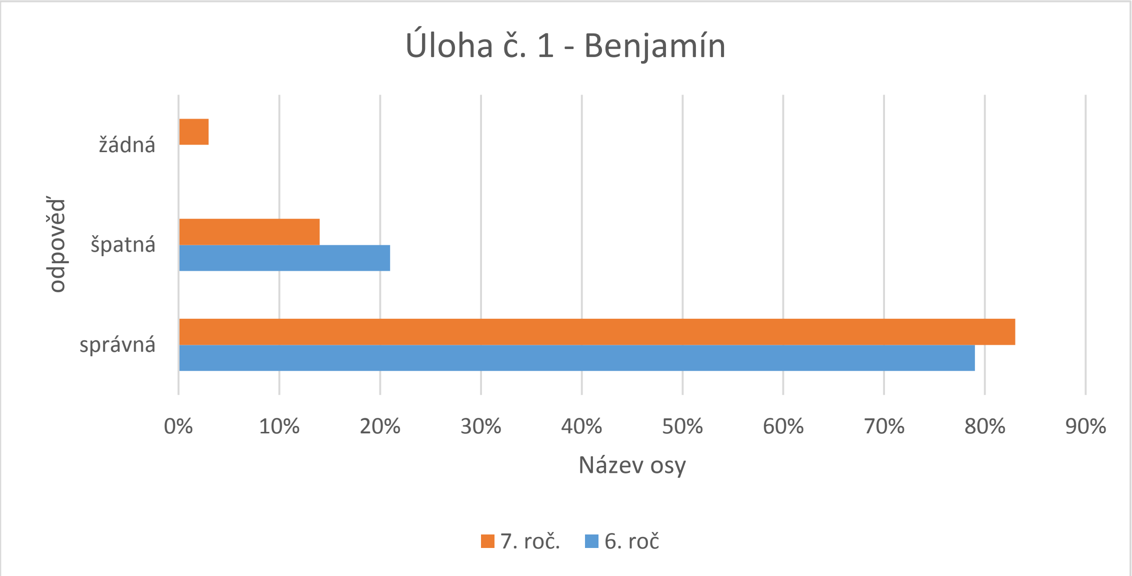


Srovnání žáků šestých a sedmých ročníků u této úlohy dopadlo následovně:

Tabulka č. 7. Úloha č. 1, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	špatná	žádná
6. ročník	79%	21%	0%
7. ročník	83%	14%	3%
dohromady	81%	18%	1%

Na první úlohu odpověděli až na jednoho všichni žáci, z nich 81 % správně, 18 % zvolilo špatnou odpověď.



Graf č. 12. Úloha č. 1, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 2

Zadání: *Alice odečetla dvě dvojciferná čísla. Potom dvě číslice zamalovala (viz obrázek). Najděte součet čísel na zamalovaných polích.*

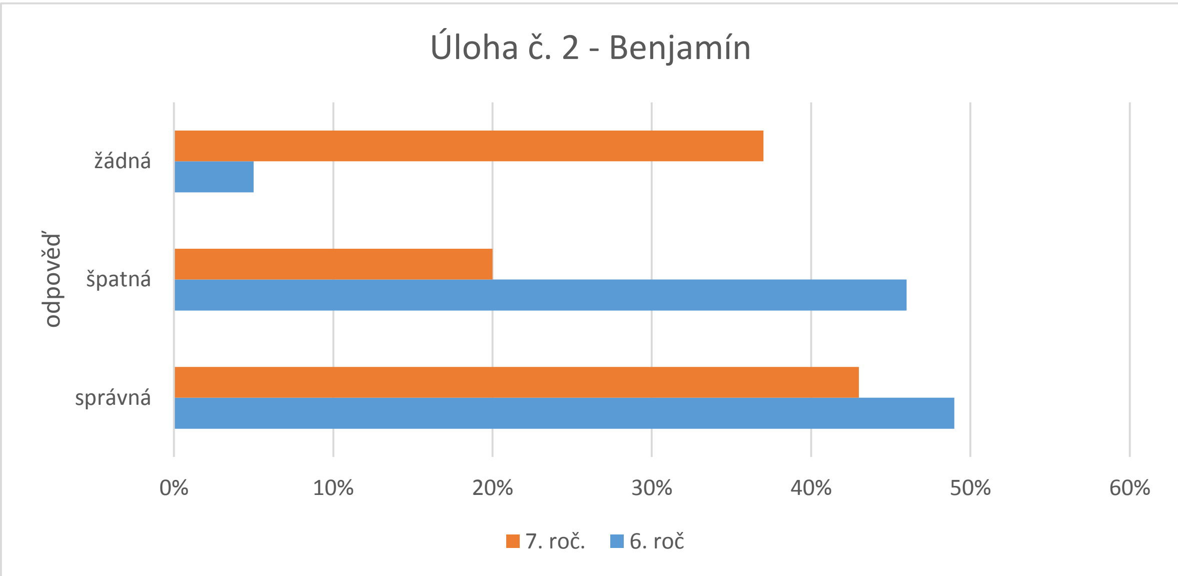
$$\blacksquare 3 - 2\blacksquare = 25$$

(B) 8 (B) 9 (C) 12 (D) 13 (E) 15

Tabulka č. 8. Úloha č. 2, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	špatná	žádná
6. ročník	49%	46%	5%
7. ročník	43%	20%	37%
dohromady	46%	42%	12%

Na tuto úlohu odpovědělo celkem 88 % žáků, 46 % mělo odpověď správnou. Jako v jednom z mála úkolů zde obstáli lépe žáci šestých ročníků, jejich úspěšnost byla 49 % oproti 43 % u sedmých ročníků. U mnohých žáků sedmých ročníků tato úloha zůstala bez odpovědi.



Graf č. 13. Úloha č. 2, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 3

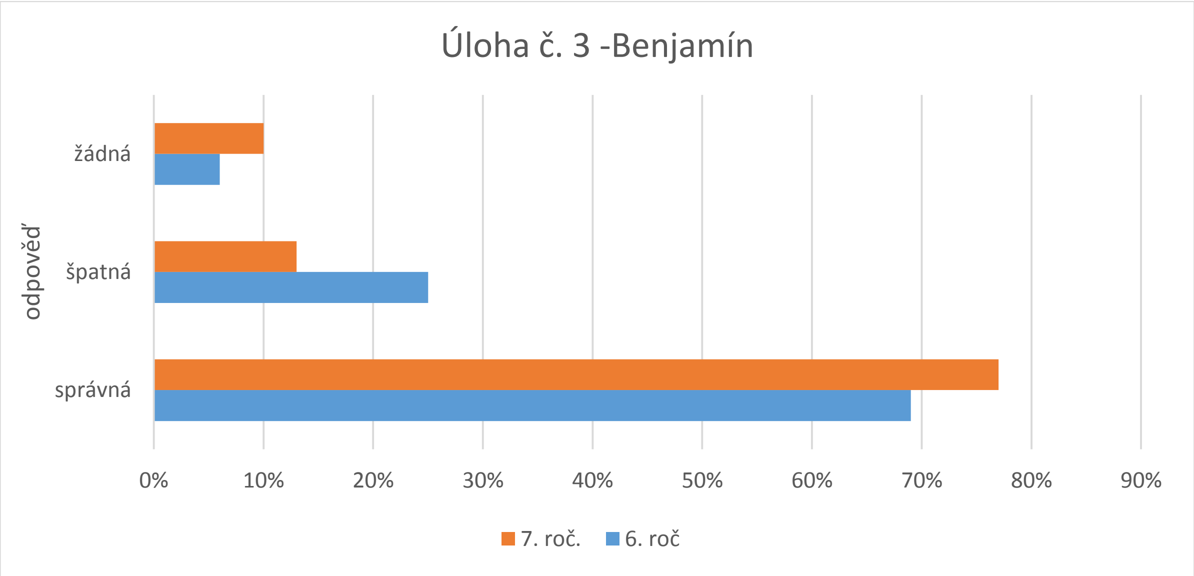
Zadání: *Moucha má 6 nohou, pavouk jich má 8. Dohromady mají 3 mouchy a 2 pavouci stejný počet nohou jako má 9 slepic a:*

(B) 2 kočky (B) 3 kočky (C) 4 kočky (D) 5 koček (E) 6 koček

Tabulka č. 9. Úloha č. 3, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	**špatná**	**žádná**
6. ročník	69%	25%	6%
7. ročník	77%	13%	10%
dohromady	72%	20%	8%

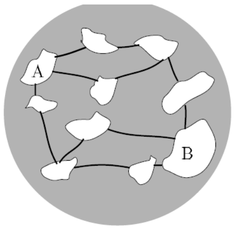
Na úlohu č. 3 odpovědělo 92 % testovaných žáků, 72 % správně. V této úloze měli častěji správnou odpověď žáci sedmých ročníků. Množství vynechaných odpovědí bylo u žáků obou ročníků podobné, viz tabulku.



Graf č. 14. Úloha č. 3, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 4

Zadání: *Na planetě je 10 ostrovů, které jsou propojeny 12 mosty. Urči nejmenší počet mostů, které je třeba uzavřít, aby nebylo možné po mostech přejít z ostrova A na ostrov B.*

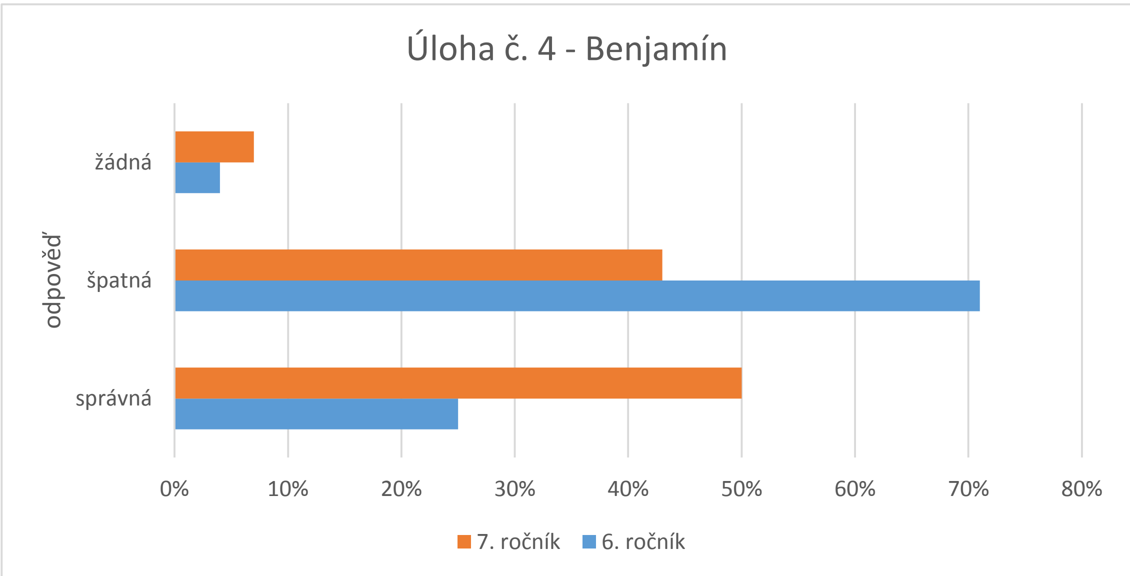


(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Tabulka č. 10. Úloha č. 4, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	**špatná**	**žádná**
6. ročník	25%	71%	4%
7. ročník	50%	43%	7%
dohromady	35%	60%	5%

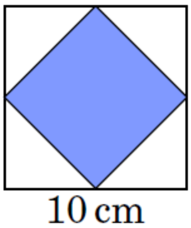
Na tuto úlohu odpovědělo 95 % žáků, 35 % dobře. S úlohou si výrazně lépe poradili žáci sedmých ročníků (50 % oproti 25 % u šesťáků).



Graf č. 15. Úloha č. 4, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 5

Zadání: *Katka narýsovala čtverec o délce strany 10 cm. Dále sestrojila menší čtverec s vrcholy ve středech stran původního čtverce (viz obr.). Vypočti obsah menšího čtverce.*

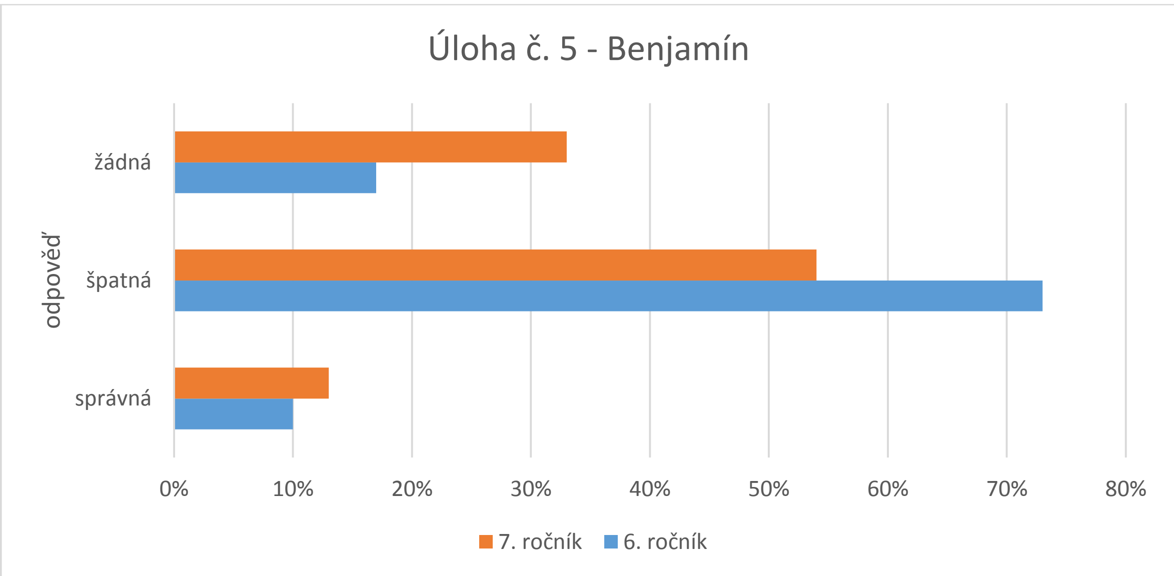


(A) 10 cm^2 (B) 20 cm^2 (C) 25 cm^2 (D) 40 cm^2 (E) 50 cm^2

Tabulka č. 11. Úloha č. 5, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	**špatná**	**žádná**
6. ročník	10%	73%	17%
7. ročník	13%	54%	33%
dohromady	12%	65%	23%

Tato úloha dělala testovaným žákům největší problém ze všech tříbodových, úspěšnost zde byla z těchto úloh nejnižší, pouze 12 %. Mezi žáky sedmých a šestých ročníků zde nebyl téměř žádný rozdíl.



Graf č. 16. Úloha č. 5, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 6

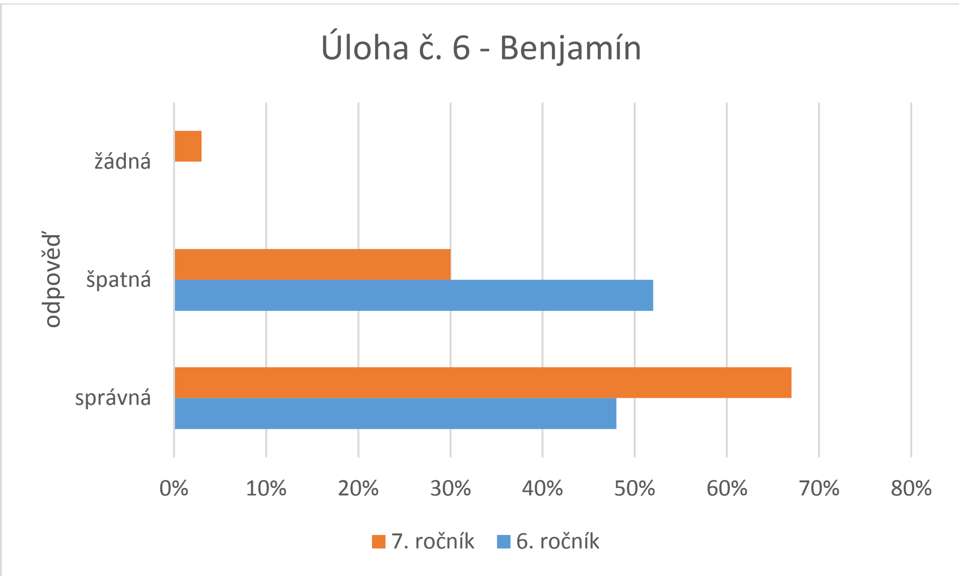
Zadání: *Alenčina maminka chce mít nůž na pravé straně každého talíře a vidličku na levé. Alespoň kolikrát musí Alenka vyměnit nůž s vidličkou, aby měla maminka radost?*

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Tabulka č. 12. Úloha č. 6, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	**špatná**	**žádná**
6. ročník	48%	52%	0%
7. ročník	67%	30%	3%
dohromady	55%	44%	1%

Tato úloha patřila mezi ty s vyšší úspěšností. Odpověděli na ni téměř všichni (99 %), 55 % odpovědí bylo správných. Správné odpovědi byly opět častější u testovaných žáků sedmých ročníků.

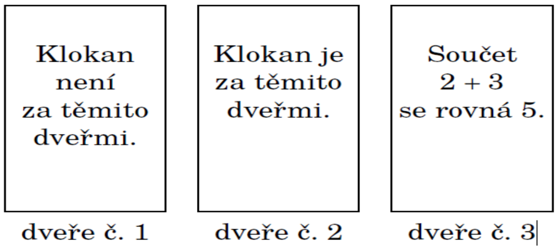


Graf č. 17. Úloha č. 6, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

5. 2. 3. 1 Úlohy za 4 body:

Úloha č. 7

Zadání: *Za jedněmi dveřmi je klokan. Na každých dveřích je napsán výrok, z nichž pouze jediný je pravdivý. Za kterými dveřmi je klokan?*



(F) Za dveřmi č. 1

(G) Za dveřmi č. 2.

(H) Za dveřmi č. 3.

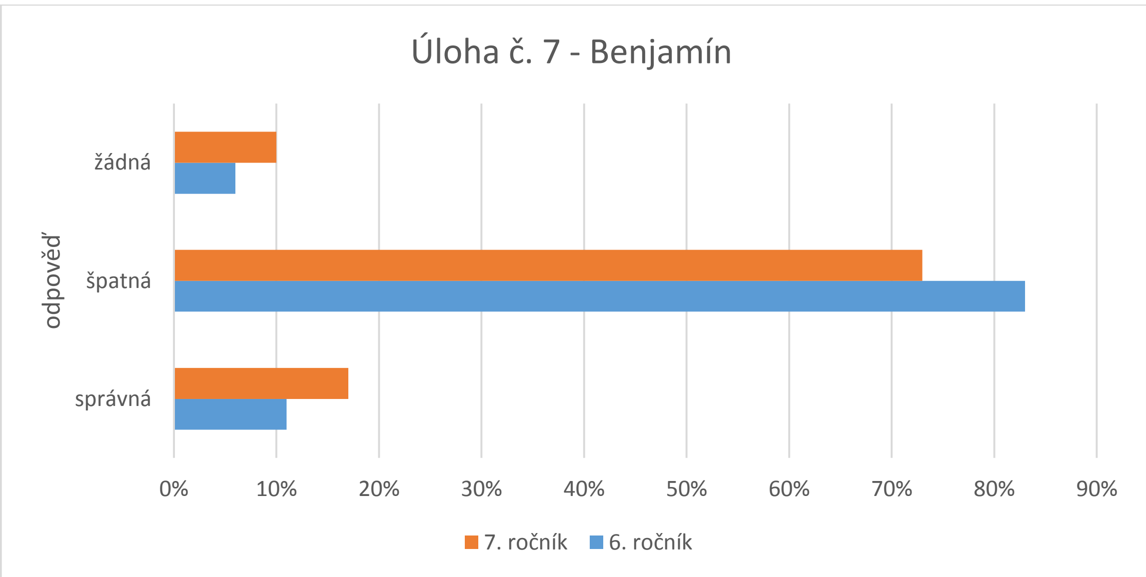
(I) Může být za každými dveřmi.

(J) Může být za dveřmi č. 1 i č. 2.

Tabulka č. 13. Úloha č. 7, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	**špatná**	**žádná**
6. ročník	11%	83%	6%
7. ročník	17%	73%	10%
dohromady	13%	79%	8%

V této úloze odpovědělo 92 % žáků, pouze 13 % odpovědí ale bylo správných. Některé testy jsem žákům zadávala sama a vím, že se v obou ročnících ozývalo, že úloze děti nerozumí. Výsledky šestých i sedmých ročníků byly obdobné.



Graf č. 18. Úloha č. 7, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 8

Zadání: *V obrázku nahraď písmena číslicemi tak, aby byl výpočet správný (různá písmena značí různé číslice). Kterou číslici představuje písmeno B?*

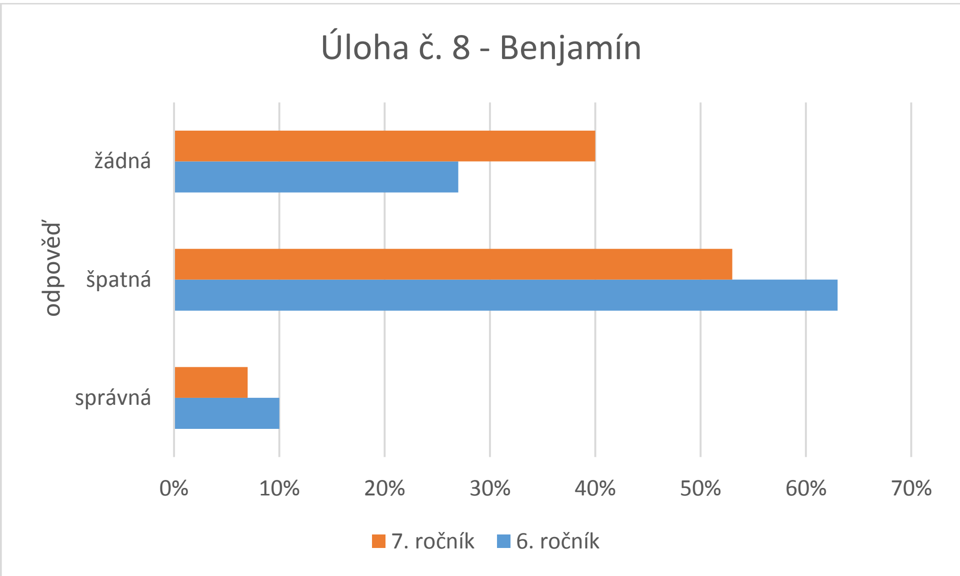
$$\begin{array}{r} A\,B\,C \\ +\,C\,B\,A \\ \hline D\,D\,D\,D \end{array}$$

(B) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Tabulka č. 14. Úloha č. 8, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	**špatná**	**žádná**
6. ročník	10%	63%	27%
7. ročník	7%	53%	40%
dohromady	9%	59%	32%

I tato úloha patřila k těm, které se žákům nedařily, odpovědělo na ni 68 % žáků, na správné řešení úlohy však přišlo pouze 9 % z nich. Rozdíl mezi šestými a sedmými ročníky byl výraznější pouze u počtu těch, kteří ponechali úlohu bez odpovědi. Procentuální zastoupení správných odpovědí zde bylo o málo vyšší u šestých ročníků.



Graf č. 19. Úloha č. 8, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 9

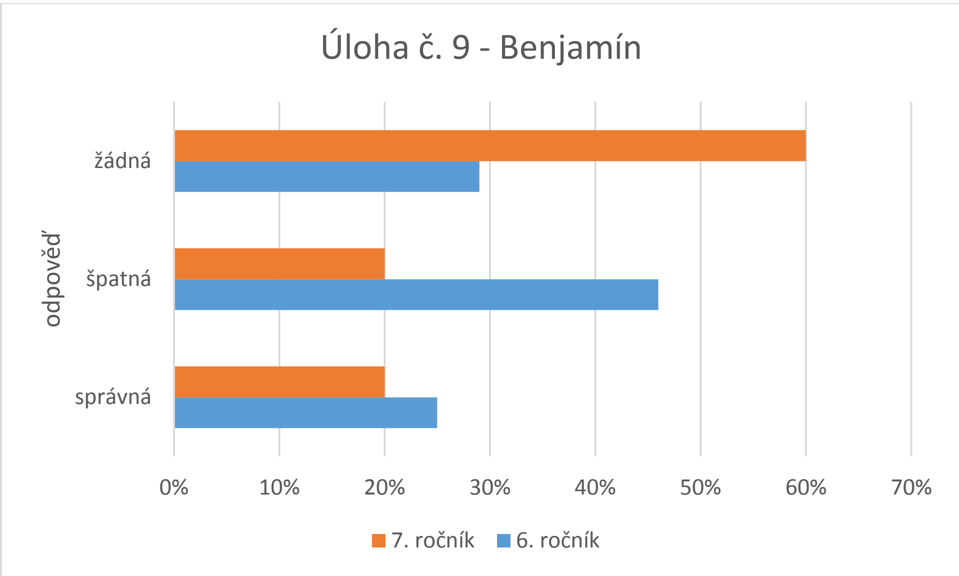
Zadání: *Speciální hrací kostka má na šesti stěnách různá čísla. Součet čísel na každých dvou protilehlých stěnách je shodný. Na pěti stěnách jsou čísla 5, 6, 9, 11 a 14. Které z čísel je na šesté stěně?*

(A) 4 (B) 7 (C) 8 (D) 13 (E) 15

Tabulka č. 15. Úloha č. 9, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	**špatná**	**žádná**
6. ročník	25%	46%	29%
7. ročník	20%	20%	60%
dohromady	23%	36%	41%

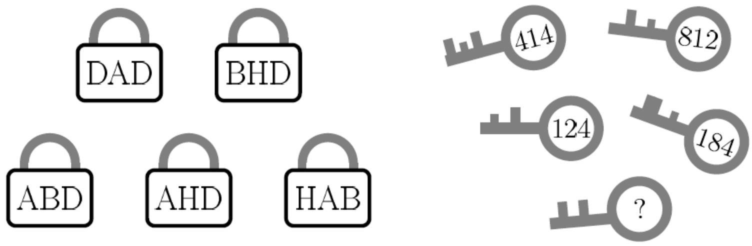
U této úlohy odpovědělo 59 % žáků, pouze 23 % bylo úspěšných. Správně měli úlohu častěji žáci šestých ročníků, také si výrazně častěji na úlohu troufli. Bez odpovědi nechalo úlohu pouze 29 % šesťáků, u žáků sedmých ročníků to bylo 60 %.



Graf č. 20. Úloha č. 9, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 10

Zadání: *Na obrázku vidíš 5 kódovaných zámků a k nim 5 klíčů. Urči chybějící kód klíče.*

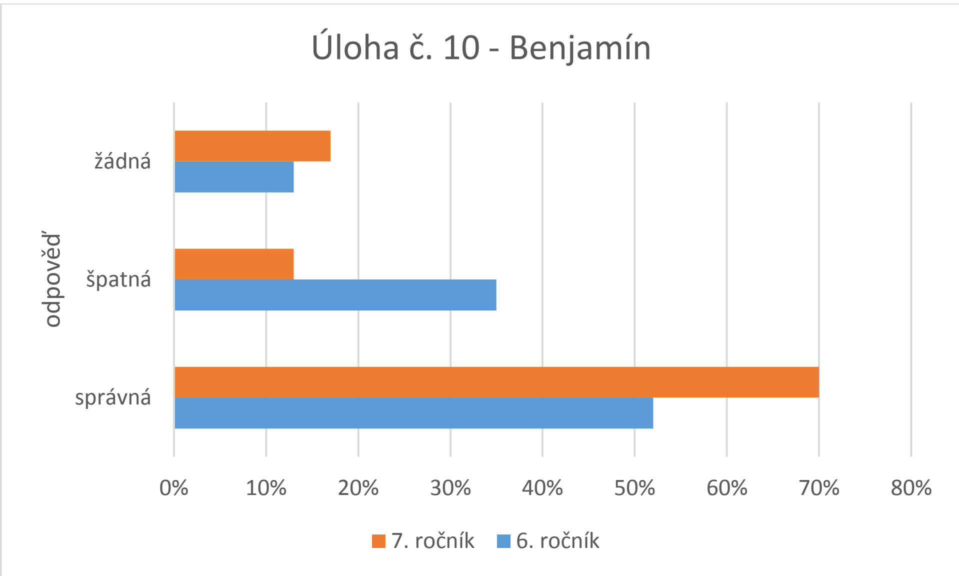


(A) 284 (B) 282 (C) 382 (D) 823 (E) 824

Tabulka č. 16. Úloha č. 10, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	špatná	žádná
6. ročník	52%	35%	13%
7. ročník	70%	13%	17%
dohromady	59%	27%	14%

Na úlohu č. 10 odpovídali žáci nejčastěji správně, co se týče čtyřbodových úloh. Odpovědělo 86 % žáků, 59 % správně. Úspěšnější zde poměrně výrazně byli žáci sedmých ročníků.



Graf č. 21. Úloha č. 10, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 11

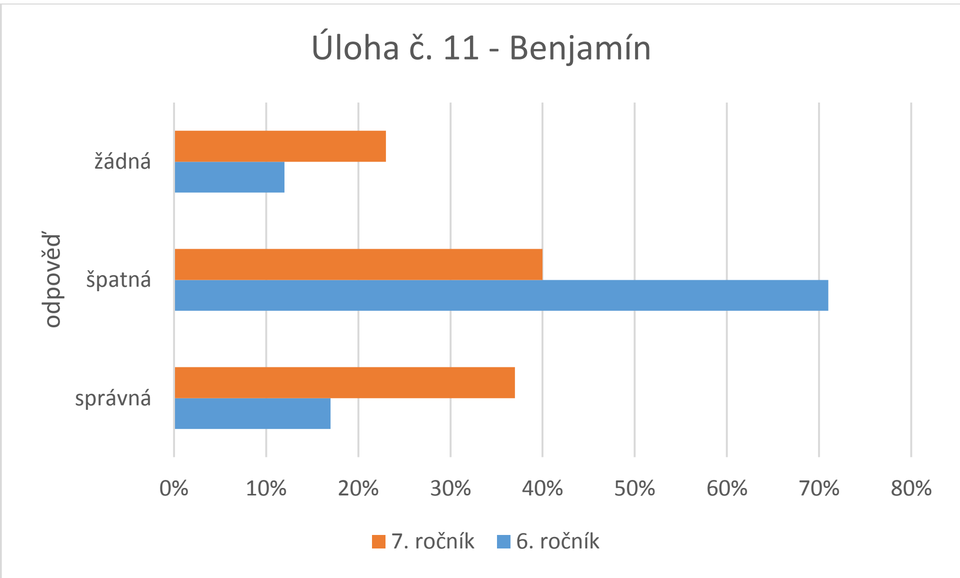
Zadání: *Ve třídě je 30 žáků. Sedí v lavicích po dvou tak, že každý chlapec sedí vedle dívky a polovina dívek sedí vedle chlapců. Kolik chlapců je ve třídě?*

(A) 25 (B) 20 (C) 15 (D) 10 (E) 5

Tabulka č. 17. Úloha č. 11, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	špatná	žádná
6. ročník	17%	71%	12%
7. ročník	37%	40%	23%
dohromady	24%	59%	17%

Na tuto úlohu odpovědělo 83 % testovaných žáků, pouze 24 % dobře. Velký zde byl rozdíl v počtu správných odpovědí mezi žáky šestých (17 %) a sedmých (37 %) ročníků.



Graf č. 22. Úloha č. 11, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 12

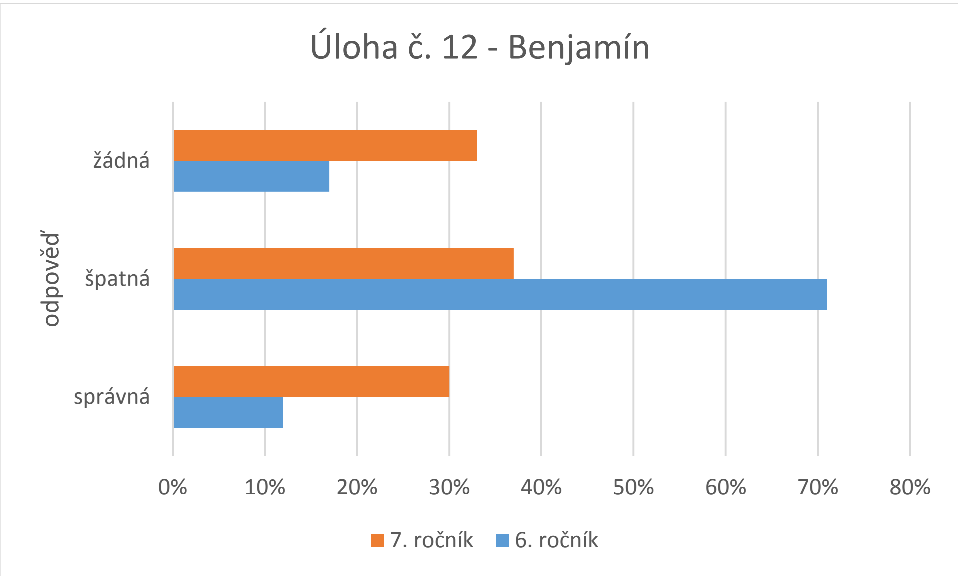
Zadání: *Babička koupila krmení pro své čtyři kočky na příštích 12 dnů. Při zpáteční cestě našla dvě zatoulané kočky a vzala je domů. Pokud teď bude dávat všem kočkám stejnou porci krmení každý den, na kolik dní jí krmení vydrží?*

(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 4

Tabulka č. 18. Úloha č. 12, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	**špatná**	**žádná**
6. ročník	12%	71%	17%
7. ročník	30%	37%	33%
dohromady	19%	58%	23%

Na úlohu odpovědělo 77 % žáků, pouze 19 % bylo úspěšných. Výrazně lépe zde dopadli žáci sedmých ročníků, správně odpovídalo 30 % (v šestých ročnících pouze 12 %). Rozdíl mezi ročníky zde byl nejvýraznější ze čtyřbodových úloh.

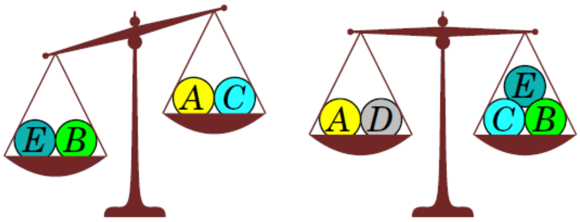


Graf č. 23. Úloha č. 12, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

5. 2. 3. 1 Úlohy za 5 bodů:

Úloha č. 13

Zadání: *Pět míčků označených písmeny A, B, C, D, E váží 30 g, 50 g, 50 g, 50 g a 80 g. Podle obrázku rovnoramenných vah urči, který míček váží 30 g.*



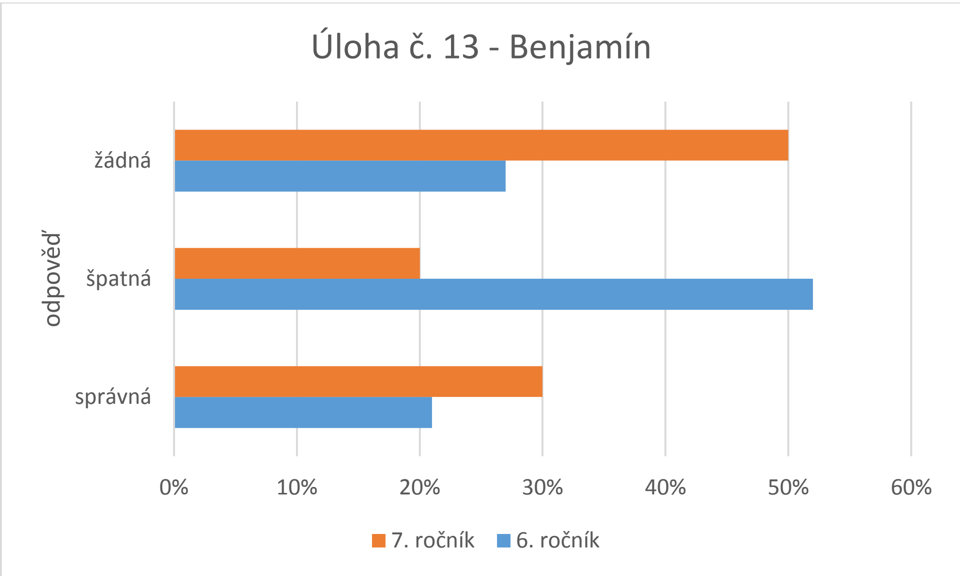
(A) *A* B) *B* (C) *C* (D) *D* (E) *E*

Od pětibodových úloh se snižoval počet správných odpovědí i odpovědí vůbec. Všechny tyto otázky zůstávaly častěji bez odpovědi v testech žáků sedmých ročníků.

Tabulka č. 19. Úloha č. 13, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	**špatná**	**žádná**
6. ročník	21%	52%	27%
7. ročník	30%	20%	50%
dohromady	24%	40%	36%

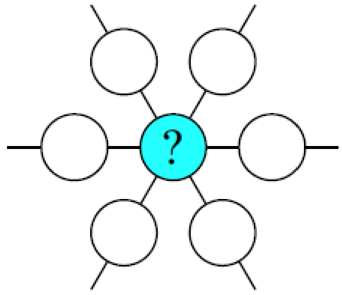
Otázka číslo 13 dopadla z těchto otázek (co se týče počtu správných odpovědí a odpovědí vůbec) nejlépe. Odpovědělo na ni 64 % dětí, správných odpovědí bylo 24 %.



Graf č. 24. Úloha č. 13, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 14

Zadání: *Zapište čísla 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 do sedmi kroužků na obrázku tak, aby všechny trojice čísel ležících v přímce měly stejný součet. Určete součet všech možných čísel na pozici označené otazníkem.*

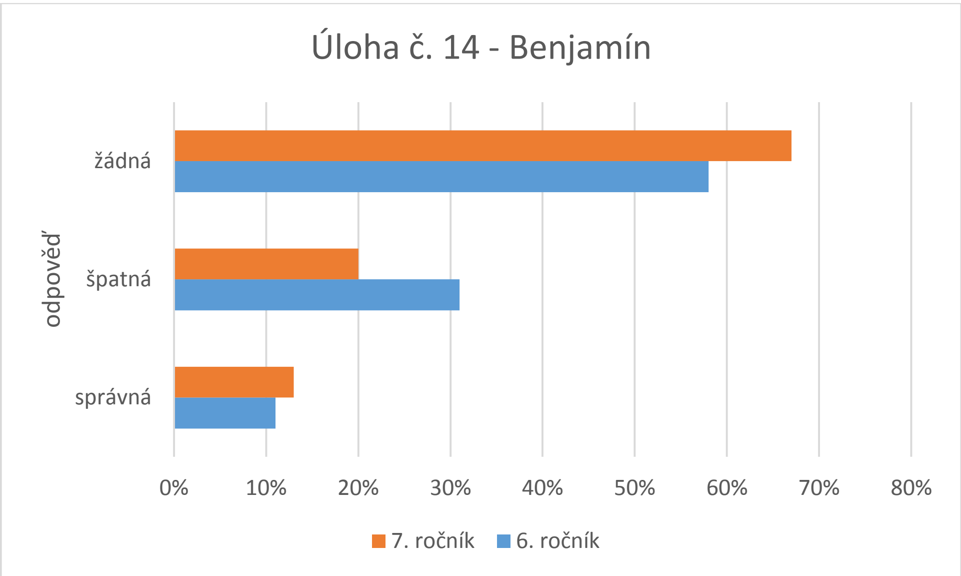


(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12 (E) 18

Tabulka č. 20. Úloha č. 14, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	**špatná**	**žádná**
6. ročník	11%	31%	58%
7. ročník	13%	20%	67%
dohromady	11%	27%	62%

Tato úloha se nedařila žákům sedmých ani šestých ročníků téměř bez rozdílu. Nízký byl počet správných odpovědí i odpovědí vůbec (11 %, 38 %).



Graf č. 25. Úloha č. 14, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 15

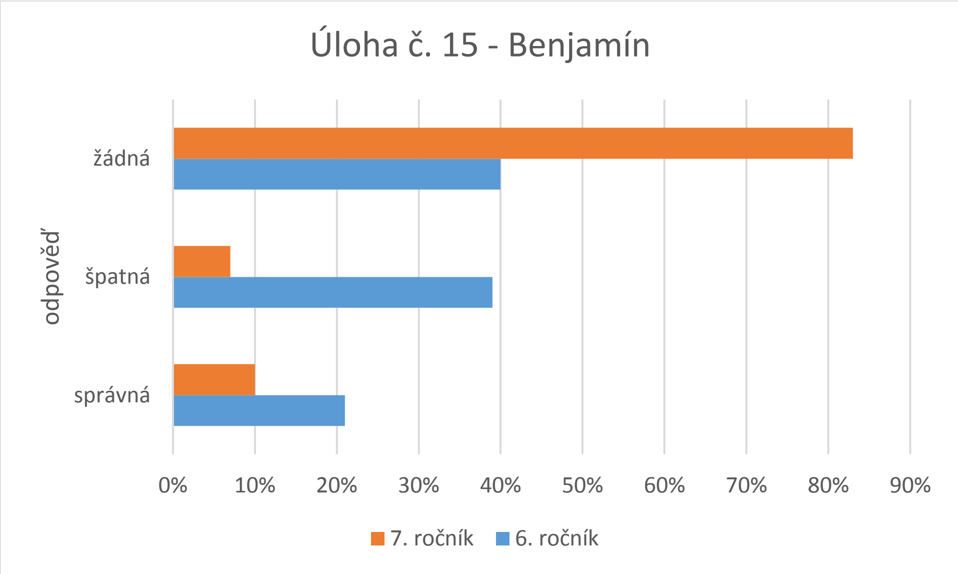
Zadání: *V jedné řadě vidíš 8 klokanů. Pokud dva klokani stojí vedle sebe hlavami k sobě, vymění si místo. Tyto výměny budou pokračovat tak dlouho, pokud tam někteří dva takoví klokani budou. Kolik takových výměn proběhne?*

(B) 2 (B) 10 (C) 12 (D) 13 (E) 16

Tabulka č. 21. Úloha č. 15, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	**špatná**	**žádná**
6. ročník	21%	39%	40%
7. ročník	10%	7%	83%
dohromady	17%	27%	56%

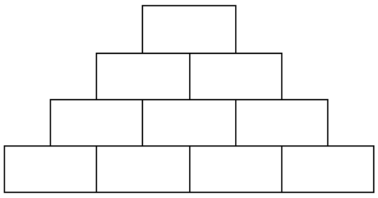
Zde mělo odpověď 44 % žáků, 17 % odpovídalo správně. Tato úloha patřila mezi pětibodovými k těm, které dopadly lépe u šestých ročníků. Zároveň zde byl největší rozdíl mezi počtem správných odpovědí žáků v jednotlivých ročnících.



Graf č. 26. Úloha č. 15, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 16

Zadání: *Honza vepisuje přirozená čísla do polí pyramidy. Pokud pole neleží ve spodní řadě, je v něm zapsána hodnota součtu dvou čísel v polích bezprostředně pod ním. Urči nejvyšší počet lichých čísel, které může Honza do pyramidy vepsat.*

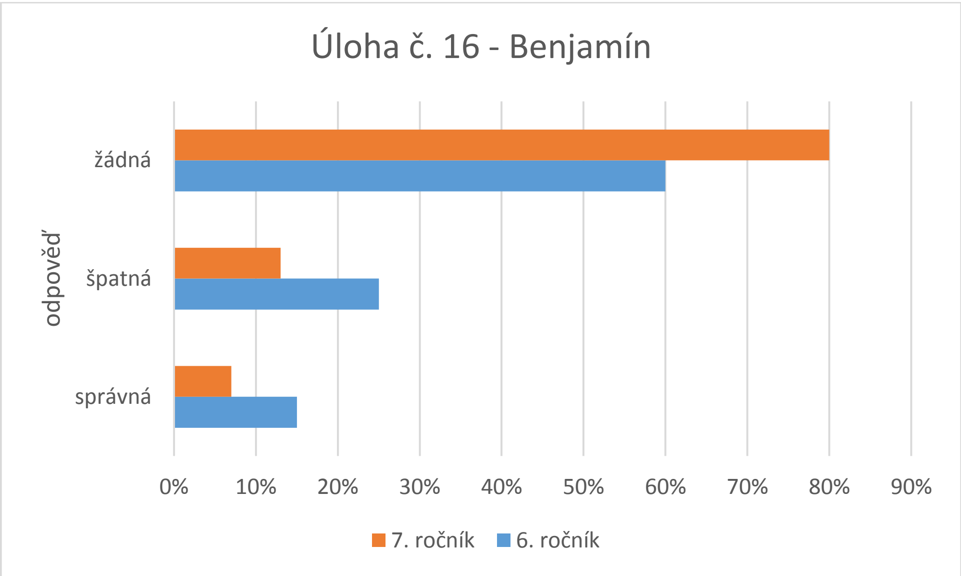


(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Tabulka č. 22. Úloha č. 16, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	**špatná**	**žádná**
6. ročník	15%	25%	60%
7. ročník	7%	13%	80%
dohromady	12%	20%	68%

Tato úloha zůstala nejčastěji bez odpovědi, neodpovědělo na ni 68 % testovaných žáků. Správnou odpověď mělo pouze 12 % žáků. Častěji byli úspěšní žáci šestých ročníků.



Graf č. 27. Úloha č. 16, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 17

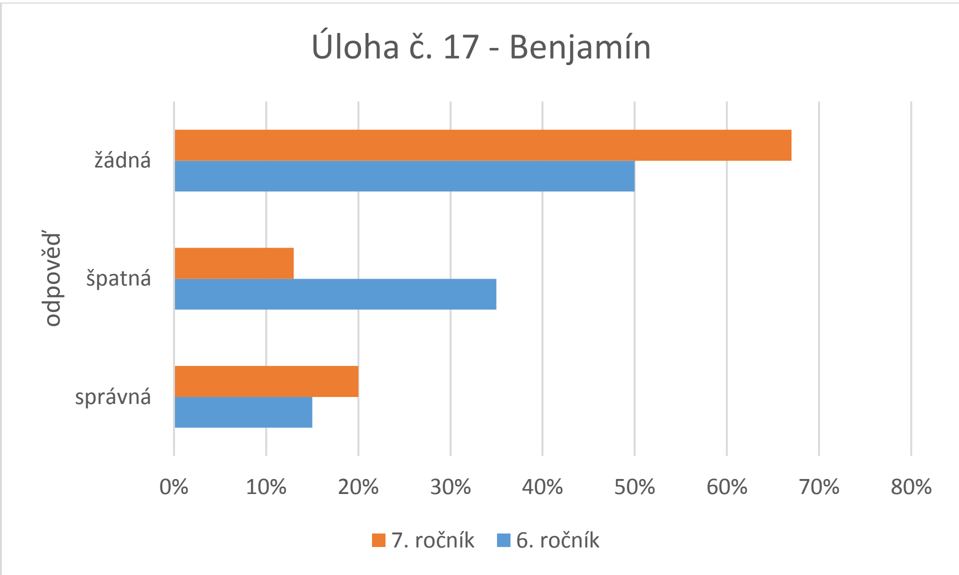
Zadání: *Luděk založil malou restauraci. Jeho kamarád Gustav mu dal několik čtvercových stolů a židlí. Pokud by Luděk chtěl ke každému stolu postavit 4 židle, 6 židlí by mu chybělo. Pokud stoly spojí po dvou a přistaví k nim vždy 6 židlí, zbydou mu 4 židle. Kolik stolů dostal Luděk od Gustava?*

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16

Tabulka č. 23. Úloha č. 17, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	**špatná**	**žádná**
6. ročník	15%	35%	50%
7. ročník	20%	13%	67%
dohromady	17%	27%	56%

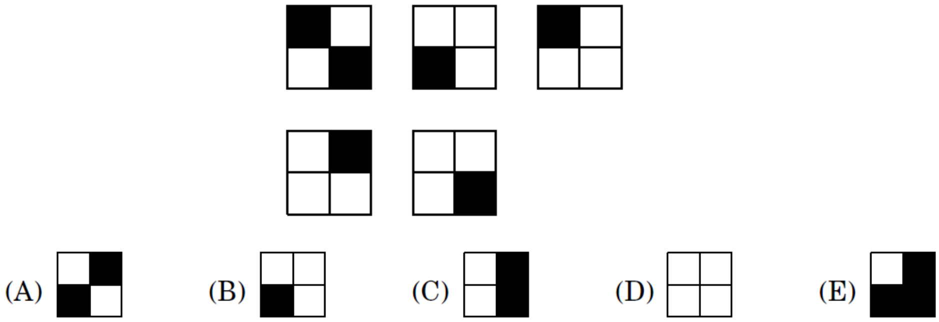
Na otázku odpovědělo 44 % žáků, 17 % mělo úlohu vyřešenu správně. Výrazný rozdíl byl mezi šestým a sedmým ročníkem v počtu nesprávných odpovědí (35 %, 13 %)



Graf č. 28. Úloha č. 17, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků

Úloha č. 18

Zadání: *Velká krychle je slepená z 8 malých, černých nebo bílých, krychlí. Na obrázcích vidíš, jak vypadá pět stěn krychle. Urči, jak vypadá šestá stěna.*

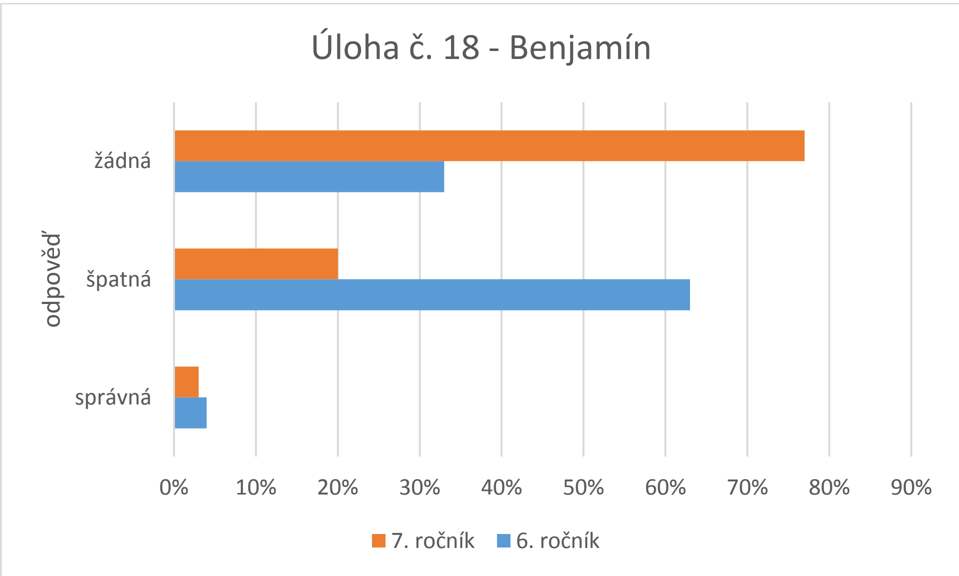


Tabulka č. 24. Úloha č. 18, odpovědi žáků 6. a 7. ročníků

	správná	**špatná**	**žádná**
6. ročník	4%	63%	33%
7. ročník	3%	20%	77%
dohromady	4%	46%	50%

Na úlohu odpovědělo 50 % žáků, pouze 4 % mělo odpověď správnou. U této úlohy se objevilo nejvyšší procento nesprávných odpovědí (46% celkově, u šestých ročníků dokonce 63 %).

Graf č. 29. Úloha č. 18, srovnání odpovědí žáků 6. a 7. ročníků



ZÁVĚR

Cílem práce bylo vytvořit teoretický přehled o soutěži Matematický klokan, matematických úlohách (zejména úlohách „klokanských“), nabídnout řešení vybraných úloh a následně provést testování žáků.

Vybráno bylo 36 úloh soutěže z ročníků 2016 – 2018. Byly vybírány subjektivně „zajímavé“ úlohy. Řešení úloh byla přizpůsobena matematickým vědomostem, schopnostem a dovednostem žáků daného věku.

Výzkumná část byla, bohužel, ovlivněna uzavřením základních škol v důsledku opatření v souvislosti s výskytem onemocnění COVID-19. Vzhledem k této situaci byly otestováni pouze žáci šestých a sedmých ročníků Základní školy dr. Milady Horákové v Kopřivnici.

Celkově testovaní žáci dopadli ve srovnání s celorepublikovým průměrem hůře. Testovaní žáci dosahovali průměrně výsledku 29,74 bodu, zatímco průměrný počet bodů žáků odpovídajících kategorií soutěže Matematický klokan v letech 2016 – 2018 přepočítaný na daný počet úloh je 36,18.

Skutečnost si vysvětluji jednak právě subjektivním výběrem úloh, které mohly být pro žáky ve výsledku složitější. Dále mohlo hrát roli to, že se testování účastnili všichni žáci daných tříd, ne pouze vybraní či ti, kteří mají zájem (jak tomu, dle mých zkušeností, často na 2. stupni základních škol bývá).

Postupné klesání správnosti řešení u jednotlivých úloh se dalo předpokládat. Výrazný byl ale také nárůst úloh, které zůstávaly bez odpovědí. Zejména u posledních úloh bylo procento těch, na které žáci neodpověděli, vysoké (u žáků 7. ročníků až 83 %). Příčinou je určitě náročnost pětibodových úloh, nižší soustředěnost v závěru testování, roli ale hrála také časová tíseň.

Rozdíl bodového zisku žáků šestých a sedmých ročníků byl statisticky významný. Průměrný bodový zisk u žáků šestých ročníků byl 26,81 bodů, žáci sedmých ročníků dosahovali v průměru 34,43 bodu.

V počtu správných odpovědí u jednotlivých úloh ale nebyla převaha žáků sedmých ročníků zdaleka jednoznačná. U čtyř úloh si lépe vedli žáci šestých ročníků, v několika úlohách byl rozdíl mezi ročníky zanedbatelný.

Počet nesprávných odpovědí už byl ale u šestých ročníků vyšší vždy, všechny úlohy zůstávaly častěji bez odpovědi u žáků sedmých ročníků.

Nejen na základě výsledku testování, ale také díky pozorování některých tříd při práci na zadaných úlohách, si myslím, že delší časový limit by byl ku prospěchu jednak celkových výsledků, ale také psychické pohodě žáků při řešení úloh.

REFERENČNÍ SEZNAM
Seznam použitých zdrojů:

1. HODAŇOVÁ, J., VANĚK, V., HORENSKÝ, R. *Počítejte s Klokanem: Sbírka úloh s řešením pro 8. a 9. ročník ZŠ z mezinárodní soutěže Matematický klokan 2000-2004 "Kadet"*. Olomouc: Prodos, 2007. ISBN 978-80-7230-178- 2.

2. NOVÁK, B., MOLNÁR, J., KUBÁTOVÁ, E., NAVRÁTILOVÁ, E. *Deset let s Matematickým klokanem.* Olomouc: UP, 2005. ISBN 80-2441179-2.

3. NOVÁKOVÁ, E. *Analýza úloh ze soutěže Matematický klokan a jejich řešení žáky primární školy*. Brno: MU, 2016. ISBN: 978-80-210-8482-7.

4. NOVOTNÁ, J. Zpracování informací při řešení slovních úloh. In: HEJNÝ, M, J NOVOTNÁ a N STEHLÍKOVÁ. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: UK PF, 2004, ISBN 80-7290-189-3.

5. OBST,O. *Obecná didaktika*. Olomouc: Olomouc: UP, 2017, ISBN:978-80-244-5141-1 2017

6. CALÁBEK, P., ŠVRČEK, J., VANĚK, V.: *Péče o matematické talenty v České republice*. [online]. Olomouc: UP, 2007. [cit. 2019-07-24]. Dostupné z http: //esfmoduly.upol.cz/texty/pece_o_m_tal.pdf

7. HODAŇOVÁ, J. *Matematika pro rozvoj myšlení a představivosti*, [online]. 2017, [cit. 2019-08-16]. Dostupné z https://www.pdf.upol.cz/fileadmin/userdata/PdF/VaV/2017/odborne seminare/matematika.pdf

8. ŠVRČEK, J. *Bodové zisky v Matematickém klokanovi*. *Rozhledy matematicko–fyzikální 78(3)*. Praha: JČMF, 2001. ISSN 0035-9343.

9. VANĚK, V., CALÁBEK, P., NOCAR, D. *České stopy v Matematickém klokanovi*. *Matematika-fyzika-informatika Vol 27, No 5 (2018)*. Olomouc: PROMETHEUS, 2018. ISSN 1805-7705.

10. VANĚK, V., NOVÁK, B. *Řešení soutěžní úlohy jako prostředek rozvíjení osobnosti žáka s nadáním pro matematiku* [online]. [cit. 2019-07-24]. Dostupné z: http://math.unipa.it/~GRIM/21_project/21_brno03_Vanek.pdf

11. *Association Kangourou sans Frontières, Statistics* . [online]. Paříž, 2019 [cit. 2019-08-14]. Dostupné z: http://www.aksf.org/statistics.xhtml

12. *Matematický klokan ČR*. [online]. Olomouc, 2019. [cit. 2019-08-14]. Dostupné z: http://matematickyklokan.net

13. *Matematický klokan: Matematický klokan 2018* [online]. Olomouc, 2018 [cit. 2019-23-08]. Dostupné z: http://matematickyklokan.net/Sborniky/sbornik_klokan_2018.pdf

14. *Matematický klokan: Matematický klokan 2017* [online]. Olomouc, 2017 [cit. 2019-06-09]. Dostupné z: http://matematickyklokan.net/Sborniky/sbornik_klokan_2017.pdf

15. *Matematický klokan: Matematický klokan 2016* [online]. Olomouc, 2016 [cit. 2019-06-09]. Dostupné z: http://matematickyklokan.net/Sborniky/sbornik_klokan_2016.pdf

16. *Pangea, o soutěži* [online].[cit. 2019-07-24]. Dostupné z: https://www.pangeasoutez.cz/o-soutezi

17. *Rámcový vzdělávací program pro základní školy* [online]. 2017 [cit. 2019-23-08]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/t/rvp-pro-zakladni-vzdelavani

18. *Statistické tabulky* [online]. [cit. 2020-21-03]. Dostupné z: http://home.czu.cz/~potmesil/Skripta%20-20Pravdepodobnost%20Statistika/Statistika_Zvarova-Praha

Seznam použitých grafů:

Seznam použitých obrázků:

Seznam použitých tabulek:

Seznam příloh:

Přílohy: **Příloha č. 1. Test pro žáky – kategorie Benjamín**

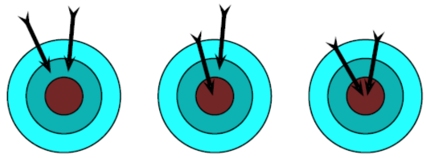
Vybrané úlohy ze soutěže

MATEMATICKÝ KLOKAN

Kategorie BENJAMÍN

Úlohy za 3 body

1. Dana střílí na terč. V prvním kole získala 14 bodů a ve druhém kole 16 bodů (viz obrázek). Kolik bodů získala v třetím kole?



14 bodů 16 bodů

(A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20 (E) 22

2. Alice odečetla dvě dvojciferná čísla. Potom dvě číslice zamalovala (viz obrázek). Najděte součet čísel na zamalovaných polích.

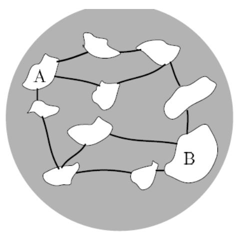
$$\blacksquare 3 - 2\blacksquare = 25$$

(C) 8 (B) 9 (C) 12 (D) 13 (E) 15

3. Moucha má 6 nohou, pavouk jich má 8. Dohromady mají 3 mouchy a 2 pavouci stejný počet nohou jako má 9 slepic a:

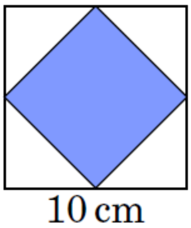
(C) 2 kočky (B) 3 kočky (C) 4 kočky (D) 5 koček (E) 6 koček

4. Na planetě je 10 ostrovů, které jsou propojeny 12 mosty. Urči nejmenší počet mostů, které je třeba uzavřít, aby nebylo možné po mostech přejít z ostrova *A* na ostrov *B*.



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5. Katka narýsovala čtverec o délce strany 10 cm. Dále sestrojila menší čtverec s vrcholy ve středech stran původního čtverce (viz obr.). Vypočti obsah menšího čtverce.



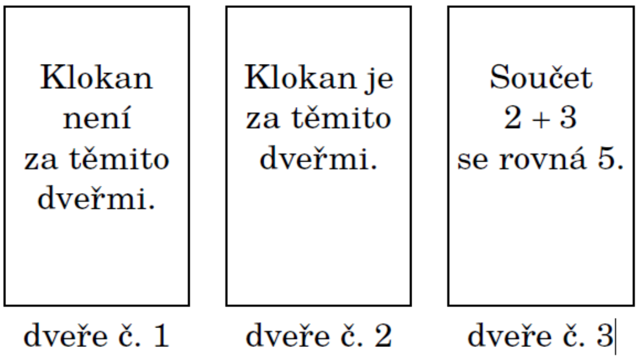
(A) 10 cm^2 (B) 20 cm^2 (C) 25 cm^2 (D) 40 cm^2 (E) 50 cm^2

6. Alenčina maminka chce mít nůž na pravé straně každého talíře a vidličku na levé. Alespoň kolikrát musí Alenka vyměnit nůž s vidličkou, aby měla maminka radost?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Úlohy za 4 body

7. Za jedněmi dveřmi je klokan. Na každých dveřích je napsán výrok, z nichž pouze jediný je pravdivý. Za kterými dveřmi je klokan?



(K) Za dveřmi č. 1

(L) Za dveřmi č. 2.

(M) Za dveřmi č. 3.

(N) Může být za každými dveřmi.

(O) Může být za dveřmi č. 1 i č. 2.

8. V obrázku nahraď písmena číslicemi tak, aby byl výpočet správný (různá písmena značí různé číslice). Kterou číslici představuje písmeno *B*?

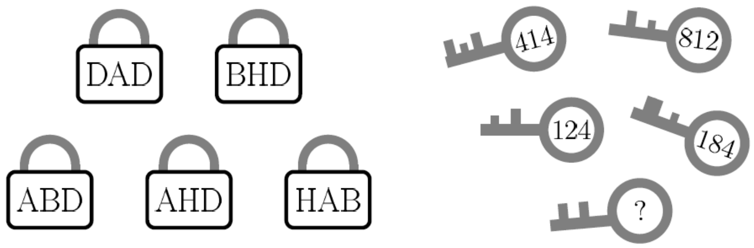
$$\begin{array}{r} A\,B\,C \\ +\,C\,B\,A \\ \hline D\,D\,D\,D \end{array}$$

(C) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6

9. Speciální hrací kostka má na šesti stěnách různá čísla. Součet čísel na každých dvou protilehlých stěnách je shodný. Na pěti stěnách jsou čísla 5, 6, 9, 11 a 14. Které z čísel je na šesté stěně?

(A) 4 (B) 7 (C) 8 (D) 13 (E) 15

10. Na obrázku vidíš 5 kódovaných zámků a k nim 5 klíčů. Urči chybějící kód klíče.



(A) 284 (B) 282 (C) 382 (D) 823 (E) 824

11. Ve třídě je 30 žáků. Sedí v lavicích po dvou tak, že každý chlapec sedí vedle dívky a polovina dívek sedí vedle chlapců. Kolik chlapců je ve třídě?

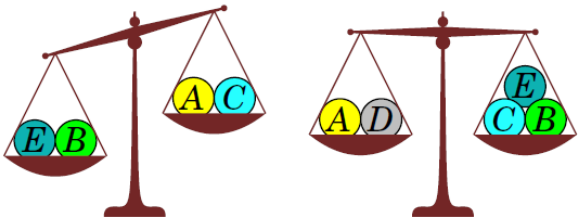
(A) 25 (B) 20 (C) 15 (D) 10 (E) 5

12. Babička koupila krmení pro své čtyři kočky na příštích 12 dnů. Při zpáteční cestě našla dvě zatoulané kočky a vzala je domů. Pokud teď bude dávat všem kočkám stejnou porci krmení každý den, na kolik dní jí krmení vydrží?

(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 4

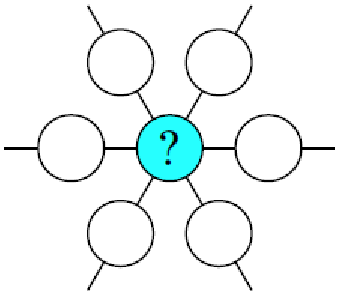
Úlohy za 5 bodů

13. Pět míčků označených písmeny *A, B, C, D, E* váží 30 g, 50 g, 50 g, 50 g a 80 g. Podle obrázku rovnoramenných vah urči, který míček váží 30 g.



(A) *A* B) *B* (C) *C* (D) *D* (E) *E*

14. Zapište čísla 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 do sedmi kroužků na obrázku tak, aby všechny trojice čísel ležících v přímce měly stejný součet. Určete součet všech možných čísel na pozici označené otazníkem.

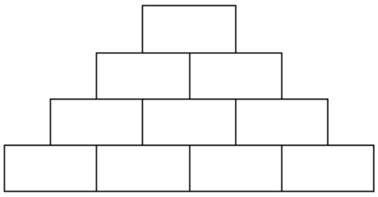


(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12 (E) 18

15. V jedné řadě vidíš 8 klokanů. Pokud dva klokani stojí vedle sebe hlavami k sobě, vymění si místo. Tyto výměny budou pokračovat tak dlouho, pokud tam někteří dva takoví klokani budou. Kolik takových výměn proběhne?

(C) 2 (B) 10 (C) 12 (D) 13 (E) 16

16. Honza vepisuje přirozená čísla do polí pyramidy. Pokud pole neleží ve spodní řadě, je v něm zapsána hodnota součtu dvou čísel v polích bezprostředně pod ním. Urči nejvyšší počet lichých čísel, které může Honza do pyramidy vepsat.

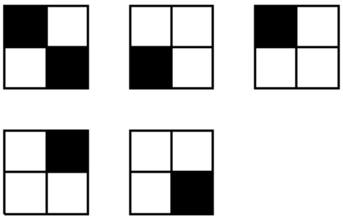


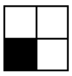
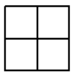
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

17. Luděk založil malou restauraci. Jeho kamarád Gustav mu dal několik čtvercových stolů a židlí. Pokud by Luděk chtěl ke každému stolu postavit 4 židle, 6 židlí by mu chybělo. Pokud stoly spojí po dvou a přistaví k nim vždy 6 židlí, zbydou mu 4 židle. Kolik stolů dostal Luděk od Gustava?

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14 (E) 16

18. Velká krychle je slepená z 8 malých, černých nebo bílých, krychlí. Na obrázcích vidíš, jak vypadá pět stěn krychle. Urči, jak vypadá šestá stěna.



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Příloha č. 2. Test pro žáky – kategorie Kadet

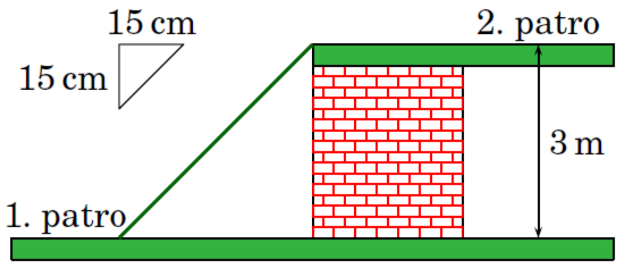
Vybrané úlohy ze soutěže

MATEMATICKÝ KLOKAN

Kategorie KADET

Úlohy za 3 body

1. Stavitel Oskar skládá schody o výšce 15 cm hloubce 15 cm, jak vidíte na obrázku. Kolik schodů bude potřebovat, aby vytvořil schodiště do druhého patra budovy, které je 3m nad prvním patrem?



(A) 8 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 25

2. Lev se ukrývá v jednom ze tří pokojů. Na dveřích pokoje č. 1 je napsáno: „Lev je tady.“ Na dveřích pokoje č. 2 vidíme: „Lev tady není.“ Na dveřích pokoje č. 3 čteme: „2 + 3 = 2 × 3.“ Právě jedno z těchto tvrzení je pravdivé. Kde je lev ukrytý?

(A) V pokoji č. 1. (B) V pokoji č. 2.
(C) Může být v pokoji č. 1 nebo 2. (D) Může být v každém pokoji.
(E) V pokoji č. 3.

3. Součet tří různých přirozených čísel je 7. Vypočítejte jejich součin.

(A) 12 (B) 10 (C) 9 (D) 8 (E) 5

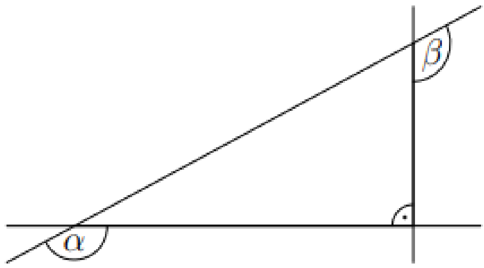
4. Petr přes sebe přeložil čtyři papírová srdce s obsahy 1 cm2, 4 cm2, 9 cm2, 16 cm2, jak vidíte na obrázku. Určete obsah viditelných tmavých částí.

(A) 9 cm2 (B) 10 cm2 (C) 11 cm2 (D) 12 cm2 (E) 20 cm2

5. Eva objevila 555 hromádek po 9 kamenech a přeskládala je na hromádky po 5 kamenech. Kolik hromádek dostala?

(A) 999 (B) 900 (C) 555 (D) 111 (E) 45

6. Vypočtěte hodnotu součtu α + β velikostí úhlů na obrázku.



(A) 150◦ (B) 180◦ (C) 270◦ (D) 320◦ (E) 360◦

Úlohy za 4 body

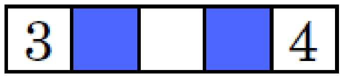
7. Obdélník je rozdělen na 40 shodných čtverců. Obdélník obsahuje více než jednu řadu čtverců. Martin vybarvil prostřední řadu čtverců. Kolik čtverců zůstalo nevybarveno?

(A) 20 (B) 30 (C) 32 (D) 35 (E) 39

8. Hotel na ostrově v Karibiku inzeruje: „U nás každý rok svítí slunce 350 dní!“ Je-li reklama pravdivá, určete nejmenší počet dní, které si musí Vilém v hotelu v roce 2018 rezervovat, aby měl jistotu, že bude mít určitě dva po sobě jdoucí slunečné dny.

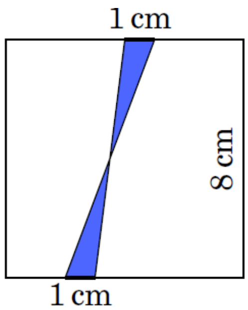
(A) 17 (B) 21 (C) 31 (D) 32 (E) 35

9. Ria do každého pole tabulky 5×1 vpravo vepsala číslo; dvě čísla tam vidíte. Přitom součet všech čísel byl 35, součet čísel v prvních třech polích byl 22 a součet čísel v posledních třech polích byl 25. Určete součin čísel v tmavých polích.



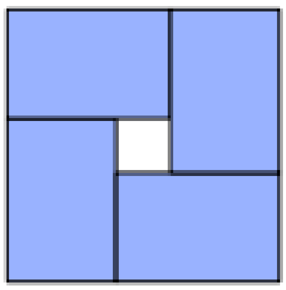
(A) 0 (B) 39 (C) 48 (D) 63 (E) 108

10. Na protějších stranách čtverce se stranou délky 8 cm leží dvě úsečky délky 1 cm. Jejich koncové body jsou spojeny úsečkami tak, jak vidíte na obrázku vpravo. Určete obsah tmavého obrazce.



(A) 2 cm2 (B) 4 cm2 (C) 6,4 cm2 (D) 8 cm2 (E) 10 cm2

11. Na obrázku jsou čtyři shodné obdélníky s obvodem 16 cm umístěné do čtverce. Určete obvod tohoto čtverce.



(A) 16 cm (B) 20 cm (C) 24 cm (D) 28 cm (E) 32 cm

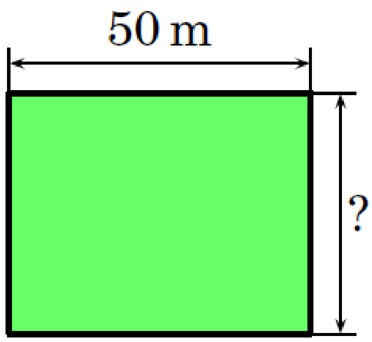
12. Výsledky vyřazovacího turnaje v boxu ve čtvrtfinále, semifinále a finále jsou (ne nutně v tomto pořadí): Bart porazil Antonyho, Carl porazil Damiena, Glen porazil Henryho, Glen porazil Carla, Carl porazil Barta, Ed porazil Freda, Glen porazil Eda. Která dvojice boxovala ve finále?

(A) Glen a Henry (B) Glen a Carl (C) Carl a Bart

(D) Glen a Ed (E) Carl a Damien

Úlohy za 5 bodů

13. Matěj běhá po obvodu obdélníkového bazénu o délce 50m, zatímco Kamil plave tento bazén na délku. Matěj běží třikrát rychleji, než Kamil plave. Kamil uplaval šest délek bazénu za stejnou dobu, za kterou Matěj oběhl bazén pětkrát dokola. Určete šířku bazénu.

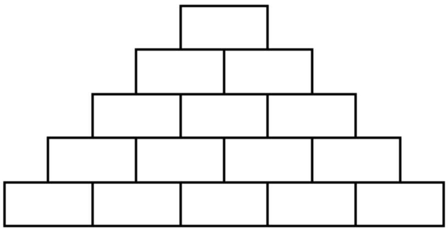


(A) 25m (B) 40m (C) 50m (D) 80m (E) 180m

14. Adam, Bořek a Cyril šli nakupovat. Bořek utratil jen 15% toho, co utratil Cyril. Adam utratil o 60% více než Cyril. Dohromady všichni tři utratili 55Kč. Kolik utratil Adam?

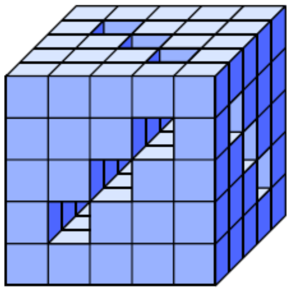
(A) 3Kč (B) 20Kč (C) 25Kč (D) 26Kč (E) 32Kč

15. Sára vepisuje přirozená čísla do polí pyramidy. Pokud pole neleží ve spodní řadě, je v něm zapsána hodnota součtu dvou čísel v polích bezprostředně pod ním. Určete největší počet lichých čísel, které Sára může do pyramidy vepsat.



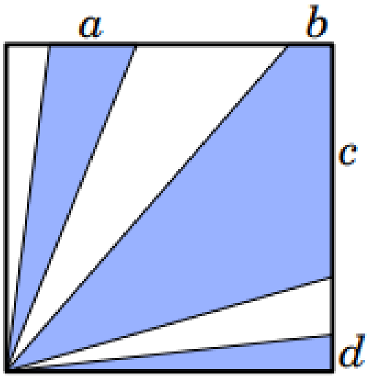
(A) 5 (B) 7 (C) 8 (D) 10 (E) 11

16. Michal měl k dispozici 125 malých kostek. Z některých z nich slepil velkou kostku s devíti tunely procházejícími celou kostkou tak, jak je znázorněno na obrázku. Kolik malých kostek přitom nepoužil?



(A) 52 (B) 45 (C) 42 (D) 39 (E) 36

17. Uvnitř čtverce jsou tři vybarvené oblasti podobně, jak vidíte na obrázku vpravo. Obsah čtverce je 36 cm^2, celkový obsah vybarvených oblastí je 27 cm^2. Vypočtěte součet délek úseček a + b + c + d.



(A) 6 cm (B) 7 cm (C) 8 cm (D) 9 cm (E) 10 cm

18. Dvanáct dívek nakoupilo v obchodě v průměru na osobu 1,5 trička. Žádná z nich si nekoupila více než dvě trička a dvě z nich si nekoupily žádné. Kolik dívek si koupilo dvě trička?

(A) 2 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Mgr. Michaela Lukešová
Katedra:	Katedra matematiky (PDF)
Vedoucí práce:	Mgr. David Nocar, Ph.D.
Rok obhajoby:	2020

Název práce:	Zajímavé úlohy ze soutěže Matematický klokan a jejich řešení
Název v angličtině:	Interesting problems from Mathematical Kangaroo contest and its solutions
Anotace práce:	Diplomová práce je zaměřená na soutěž Matematický klokan. Teoretická část se zabývá historií soutěže, její organizační stránkou, pravidly, kategoriemi. Závěr teoretické části je věnován matematickým úlohám, specifikům úloh „klokanských“. Praktická část nabízí 36 úloh ze soutěže z let 2016 – 2018 s řešením vhodným pro žáky daných ročníků základních škol. Úlohy byly následně předloženy žákům 6. a 7. ročníků, výzkumná část se zabývá vyhodnocením výsledků tohoto testování.
Klíčová slova:	Matematická soutěž, Matematický klokan, matematická úloha, řešení úloh.
Anotace v angličtině:	The diploma theses is focused on Mathematics contest called Mathematical Kangaroo. The theoretical part deals with history of the contest, it's organization part, rules, and the categories. The end of the theoretical part of the theses focuses on Mathematical tasks and assignments, specifications of the tasks. Practical part shows 36 real tasks from period 2016 to 2018 with the key designed for students of specific grades. In the next step, the tasks were given to students of the sixth and seventh grades to sit. The research part deals with evaluation on the testing.
Klíčová slova v angličtině:	Mathematical contest, Mathematical Kangaroo, mathematical task, tasks solving.
Přílohy vázané v práci:	Test pro žáky – kategorie Benjamín Test pro žáky – kategorie Kadet
Rozsah práce:	84 stran
Jazyk práce:	Český jazyk