Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Ekonomická fakulta
Katedra aplikované matematiky a informatiky

Bakalářská práce

Metody vícekriteriálního hodnocení variant

Vypracovala: Michaela Brabcová
Vedoucí práce: doc. RNDr. Jana Klicnarová, Ph.D.

České Budějovice 2019/2020

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH

Ekonomická fakulta

Akademický rok: 2018/2019

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení:	**Michaela BRABCOVÁ**
Osobní číslo:	**E17848**
Studijní program:	**B1103 Aplikovaná matematika**
Studijní obor:	**Finanční a pojistná matematika**
Téma práce:	**Metody vícekriteriálního hodnocení variant**
Zadávající katedra:	**Katedra aplikované matematiky a informatiky**

Zásady pro vypracování

V mnoha oblastech rozhodování se setkáváme se situacemi, ve kterých potřebujeme vybrat nejlepší alternativu a kdy jednotlivé varianty jsou ohodnoceny podle více (často protichůdných) kritérií. V takovém případě neexistuje jednoznačný návrh řešení. V literatuře najdeme mnoho různých metod vícekriteriálního hodnocení variant, přičemž zpravidla výsledek hodnocení závisí na použité metodě. Cílem této práce bude prostudovat si různé metody vícekriteriálního hodnocení variant a poukázat na výhody a nevýhody použití jednotlivých metod.

Metodický postup:

1. Studentka se podrobně seznámí s různými metodami vícekriteriálního hodnocení variant.
2. Na zvoleném příkladu (či příkladech) studentka ilustruje použití jednotlivých metod.
3. Studentka vyhodnotí základní výhody a nevýhody aplikovaných metod.
4. Na základě výše provedené analýzy studentka vyhodnotí, kdy je vhodné využít které metody.

Rozsah pracovní zprávy:	**40 – 50 stran**
Rozsah grafických prací:	**dle potřeby**
Forma zpracování bakalářské práce:	**tištěná**

Seznam doporučené literatury:

1. FIALA, P., JABLONSKÝ, J., & MAŇAS, M. (1994). *Vícekriteriální rozhodování.* Praha: VŠE Praha.
2. FOTR, J., DĚDINA, J., & HRŮZOVÁ, H. (2003). *Manažerské rozhodování.* 3. vyd. Praha: Ekopress.
3. TZENG, G. H., & HUANG, J. J. (2011). *Multiple attribute decision making: methods and applications.* CRC Press.
4. ŽÁČEK, V. (2015). *Rozhodování v managementu: Teorie, příklady, řešení.* Praha: České vysoké učení technické v Praze.

Vedoucí bakalářské práce: **doc. RNDr. Jana Klicnarová, Ph.D.**
Katedra aplikované matematiky a informatiky

Datum zadání bakalářské práce: 15. ledna 2019
Termín odevzdání bakalářské práce: 12. dubna 2020

V Českých Budějovicích dne 15. března 2019

doc. Dr. Ing. Dagmar Škodová Parmová děkanka	JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH EKONOMICKÁ FAKULTA Studentská 13 (26) 370 05 České Budějovice L.S.	doc. RNDr. Jana Klicnarová, Ph.D. vedoucí katedry

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to - v nezkrácené podobě - elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne 12. dubna 2020

Michaela Brabcová

Poděkování

Tímto bych chtěla poděkovat vedoucí práce doc. RNDr. Janě Klicnarové, Ph.D. za vstřícný přístup při odborných konzultacích a za cenné rady a připomínky při vypracovávání této bakalářské práce.

Obsah

1 Úvod

Rozhodování je proces, se kterým se člověk potýká každý den a jehož základem je možnost volby mezi více variantami. S řešením běžných jednoduchých problémů s krátkodobým dopadem se lze vypořádat za pomoci intuice či rychlého zvážení pozitiv a negativ. Při složitějších a zároveň závažnějších rozhodnutích, které mají dlouhodobý dopad, je nutné se hlouběji zamyslet, získat o dané situaci dostatečné množství informací a případně zvážit konzultaci s expertem. Složité situace je třeba zhodnotit dle faktorů, které na ně působí. Tyto faktory nazýváme kritéria a vybíráme je logicky dle účelu rozhodování. Při použití daného kritéria k hodnocení je potřeba získat data pro všechny uvažované varianty.

Tato bakalářská práce Metody vícekriteriálního hodnocení variant se zabývá postupy, které napomáhají rozhodování při řešení komplikovaných úloh s určitým počtem variant a kritérií. Cílem je najít optimální řešení, případně seřadit všechny varianty dle daných preferencí. Fungování vysvětlené metodiky je ukázáno na konkrétním příkladu porovnání kvality života v okresech Jihočeského kraje. Taková úloha je vhodná. Obsahuje totiž dostatečný počet variant, které porovnáváme, a mnoho faktorů, ze kterých lze vybrat dostačující množinu žádoucích kritérií. Danými variantami jsou samotné okresy: České Budějovice, Český Krumlov, Jindřichův Hradec, Písek, Prachatice, Strakonice a Tábor. Za významná kritéria byla zvolena cena bytů, nezaměstnanost, počet obyvatel na jednoho lékaře, průměrná mzda, počet trestných činů na tisíc obyvatel a hustota znečišťujících látek v ovzduší.

Důležitost daného kritéria je udávána konkrétní váhou, která je nezbytná při použití metod vícekriteriálního hodnocení variant. Preference jednotlivců se liší, proto byl na bázi dotazníku proveden průzkum zaměřený na důležitost jednotlivých kritérií, ze kterého byly vyvozeny průměrné váhy. Konkrétní porovnávané hodnoty okresů jednotlivých kritérií byly čerpány ze statistických ročenek Jihočeského kraje vydávaných Českým statistickým úřadem v letech 2016, 2017 a 2018.

Na základě vlastních znalostí a informací z médií jsem očekávala, že okresy Písek a Tábor se budou vyskytovat mezi třemi okresy s nejvyšší kvalitou života. Tuto hypotézu jsem zvolila s ohledem na přirozený rozvoj průmyslového odvětví, dobrý stav ovzduší a nízkou kriminální činnost. Dále jsem předpokládala, že se okres České Budějovice výsledně umístí na průměrné pozici. Vysoké platové ohodnocení a dostupná lékařská péče jsou v kontrastu s nákladným bydlením a špatnou kvalitou ovzduší. Predikovala jsem, že okres Český Krumlov dopadne s ohledem na konstantní vyšší nezaměstnanost, špatnou dostupnost služeb a nízké mzdy ve výsledném srovnání nejhůře.

S ohledem na současné společenské smýšlení jsem se domnívala, že nejdůležitějším hlediskem respondentů se stane výše průměrné mzdy a cena bytů, neboť lze očekávat, že finančně zaměřená kritéria jsou většinou populace považována za prioritní. Vzhledem k příznivému stavu na trhu práce jsem předpokládala, že nebude na kritérium nezaměstnanosti kladen tak velký důraz jako na dříve zmíněná kritéria.

Tato práce je rozdělena na dvě základní části. Nejprve se teoretická část věnuje metodice a následně je v praktické části daná metodika ověřena reálným využitím na konkrétním příkladu. První část obsahuje klíčové pojmy, metody stanovení vah kritérií a stěžejní část o samotných metodách stanovení hodnocení variant. Druhá, praktická část, obsahuje shrnutí informací získaných prostřednictvím průzkumu, relevantní data týkající se okresů Jihočeského kraje a samotné použití metod, pomocí kterých se stanovuje pořadí variant dle kvality života. V této části jsou určené vhodné a nevhodné metody pro daný příklad. Poskytnuto je zde také celkové ohodnocení aktuální situace v kraji.

Cílem této práce je seznámit čtenáře s metodami vícekriteriálního hodnocení variant, vysvětlit jejich principy a ukázat podrobně jejich postup. Na zvoleném příkladu srovnání kvality života v okresech Jihočeského kraje je ilustrováno použití zmíněných metod a jejich základní výhody a nevýhody. Preference jednotlivých hledisek na základě odpovědí respondentů jsou jedinečným výsledkem přinášejícím nové informace, které ukazují priority mladé generace. Práce je obzvlášť užitečná pro různé městské a obecní úřady, které mohou pomocí tohoto srovnání zjistit, na které sféry se je potřeba více zaměřit. Dalším přínosem práce je získání porovnání okresů Jihočeského kraje. Takové porovnání je důležité pro mladé občany, kteří si budou v blízké budoucnosti zřizovat vlastní domácnosti. Tato skupina obyvatel je typická častějším stěhováním, jelikož ještě není vázána na určité bydliště pracovním místem či vlastnictvím nemovitosti.

2 Klíčové pojmy

Vícekriteriální hodnocení variant se zabývá řešením úloh, kde je množina variant posuzována podle několika kritérií. Zadaná kritéria v takových případech mohou být maximalizační nebo minimalizační, kvalitativní či kvantitativní. Snahou je dospět k optimálnímu rozhodnutí, jinak řečeno najít přípustné varianty - kompromisní řešení. Takové rozhodnutí je však většinou subjektivní, protože váhy nelze volit objektivně. Častým úkolem je též seřadit varianty od nejlepší po nejhorší.

Dominovaná varianta je taková varianta *A*, ke které lze najít variantu *B*, pro kterou platí, že je ve všech kritériích stejná nebo lepší než varianta *A* a zároveň lepší alespoň v jednom kritériu. Při porovnávání variant se dominovaná varianta nikde nevyskytne na lepší pozici než varianta, která ji dominuje.

Paretovská varianta, též nedominovaná, je varianta, která není dominovaná žádnou jinou.

Ideální varianta je taková hypotetická či reálná varianta, která nabývá nejlepších možných hodnot pro všechna daná kritéria.

Bazální varianta je taková hypotetická či reálná varianta, jejíž ohodnocení je nejhorší podle všech kritérií.

Kompromisní varianta, též akceptovatelná, je taková nedominovaná varianta, která splňuje zadané podmínky příkladu. Pořadí kritérií nesmí ovlivnit její výběr, platí zde proto invariance k měřítku kriteriálních hodnot.

Rozhodovací matice, též kriteriální, je matice $X = (x_{ij})$, jejíž prvky vyjadřují hodnoty *i*-té varianty dle *j*-tého kritéria. (Friebelová & Klicnarová, 2007) [6]

3 Přehled řešené problematiky

V této bakalářské práci je čerpáno z odborných knih, vědeckých časopisů a diplomových prací. Primárním zdrojem informací byla kniha *„Rozhodovací modely pro ekonomy“* od dvojice autorek Friebelové a Klicnarové (2007) [6]. Jejich znalosti jsem uplatnila především při shrnutí metod PRIAM, WSA a ELECTRE. Stěžejním zahraničním zdrojem se stala kniha „*Multiple Attribute Decision Making*“ od Tzenga a Huanga (2011) [12]. K hlubšímu porozumění tématiky přispěl též náhled do odborného díla „*Vícekriteriální rozhodování*“ od Maňase a Fialy (1994) [5] a mezinárodního vědeckého časopisu vydávaného University of Economics in Katowice „*Multiple Criteria Decision Making*“ (2011) [10]. Čerpala jsem také z doplňkového výukového materiálu od Sekničkové (2013) [11].

Užitečným zahraničním zdrojem byl i zveřejněný příspěvek z konference 2010 International Conference on Computing, Control and Industrial Engineering Wuhan od Zhaoxa a Mina nazvaný „*Multi-criteria Decision Making based on PROMETHEE Method*” (2010) [14]. Navázala jsem na obsah odborných prací věnujících se metodice vícekriteriálního hodnocení variant od Doubravové (2009) [3], Ziętkové (2019) [15], Procházkové (2014) [9] a Kaspera (2018) [8].

Výše zmíněná díla jsem využila při vypracování teoretické části. Jejich obsah týkající se jednotlivých metod jsem ve zkratce shrnula a následně využila v praktické části, kde jsem ukázala na konkrétních příkladech, v jakých situacích je vhodné dané metody využít. K samotnému tématu praktické části mě přivedla publikace Českého statistického úřadu „*Regionální rozdíly v demografickém, sociálním a ekonomickém vývoji Jihočeského kraje v letech 2000 až 2005*“ (2006) [2].

4 Metody stanovení vah kritérií

Váhy odlišují jednotlivá kritéria z hlediska jejich důležitosti. Čím je kritérium významnější, tím má přidělenou větší váhu. Váhy jsou nezáporná čísla a jsou normované – jejich součet je jedna. Volba vah je subjektivní. Záleží na zadavateli úlohy a množství informací o preferencích, které je schopen získat. Výhodou metody pořadí a Fullerovy metody je fakt, že řešiteli stačí znát pořadí kritérií dle důležitosti. Pokud se však pracuje s podrobnějšími informacemi o kritériích, dochází ke značnému zkreslení. Využití bodovací metody či Saatyho metody je možné pouze v případě, že jsou k dispozici kardinální informace.

4.1 Metoda pořadí

Principem této jednoduché metody je určení pořadí kritérií od nejvíce preferovaného po nejméně důležité. Po seřazení těchto n kritérií je každému kritériu přiřazeno číslo $j = 1, 2, \ldots, n$, kde platí: $j = 1$ pro nejdůležitější a $j = n$ pro nejméně preferované kritérium. V případě, že jsou některá kritéria stejně důležitá, ohodnotí se jejich průměrným pořadím.

Následně jsou tato pořadí převedena na body dle vzorce: $b_j = n + 1 - j$. Váha j-tého kritéria se pak počítá následovně:

$$v_j = \frac{b_j}{\sum_{j=1}^{n} b_j}.$$

Tato metoda je vhodná v případě, že jsou k dispozici jen ordinální informace o kritériích. Pokud známe přesnější vztahy mezi kritérii, je tato metoda nedostatečná, protože dochází ke ztrátě informací. (Friebelová & Klicnarová, 2007, s. 43) [6]

4.2 Fullerova metoda

Tato metoda spočívá v párovém srovnávání n jednotlivých kritérií. Hodnota b_j značí počet kritérií, před kterými je j-té kritérium preferováno. Pro indiferentní (stejně důležitá) kritéria je možné přiřadit půl bodu. Metodu je možné modifikovat tak, že se ke každému bodovému ohodnocení varianty přičte bod. Tím se zamezí získání kritéria s nulovým ohodnocením a nulovou váhou, které by bylo vypuštěno. Je zvykem, že se preference pro přehlednost zapisují do tzv. Fullerova trojúhelníku.

Váha j-tého kritéria lze vyjádřit jako:

$$v_j = \frac{b_j}{\frac{n*(n-1)}{2}}.$$

(Friebelová & Klicnarová, 2007) [6]

4.3 Bodovací metoda

Tato jednoduchá metoda vyžaduje kardinální informace a spočívá v přiřazení bodů z určité stupnice každému kritériu. Tento rozsah lze zvolit libovolně (např. 1-10 nebo 1-100). Čím více bodů b_j nalezneme na stupnici, tím více je kritérium preferované. Výhodou oproti metodě pořadí je, že pro stejně důležité metody lze přiřadit stejný počet bodů. Nevýhodou je vyšší náročnost na informace o důležitosti kritérií. Váhy kritérií jsou:

$$v_j = \frac{b_j}{\sum_{j=1}^{n} b_j},$$

kde b_j představuje bodové ohodnocení j-té varianty. (Friebelová & Klicnarová, 2007, s. 44) [6]

4.4 Metoda kvantitativního párového srovnávání (Saatyho metoda)

Metoda kvantitativního párového srovnání, též Saatyho, využívá specifickou stupnici pro určení preferencí (lze použít i sudá čísla):

- 1 – rovnocenná kritéria i a j,
- 3 - slabě preferované kritérium i před j,
- 5 - silně preferované kritérium i před j,
- 7 – velmi silně preferované kritérium i před j,
- 9 – absolutně preferované kritérium i před j.

Hodnoty párového srovnávání se zapisují do Saatyho matice $S = (s_{ij})$, kde s_{ij} je prvek matice, který porovnává i-té a j-té kritérium. Platí, že $s_{ij} = 1/s_{ji}$ a na diagonále jsou samé jedničky.

Nejprve jsou vypočteny hodnoty b_i pomocí geometrického průměru hodnot Saatyho matice, kde n značí počet kritérií, s využitím vzorce:

$$b_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} s_{ij}}.$$

Konečné váhy se v tomto případě získají znormováním b_i dle vzorce:

$$v_i = \frac{b_i}{\sum_{i=1}^{n} b_i}.$$

Saatyho matice S nemusí být vždy při větším počtu kritérií konzistentní. Aby tomu tak bylo, musí platit $s_{hj} = s_{hi} * s_{ij}$ pro všechna h, i, j = 1, 2,…, n. Saaty zavedl index konzistence jako:

$$I_s = \frac{l_{max} - n}{n-1},$$

kde n značí počet kritérií a l_{max} je největším vlastním číslem Saatyho matice. Pro takové vlastní číslo platí, že determinant matice (S - $lmax*E$) se rovná 0, kde E značí jednotkovou matici. Matice je považována za dostatečně konzistentní, pokud $I_s < 0{,}1$. Pokud tomu tak není, je potřeba matici upravit. Tato metoda je velmi náročná při větším počtu kritérií, protože je zapotřebí velké množství informací a ty jsou pak často nekonzistentní. (Friebelová & Klicnarová, 2007) [6], (Doubravová, 2009, s. 18) [3]

5 Metody stanovení hodnocení variant

5.1 Metody založené na aspiračních úrovních

Tyto metody jsou založené na aspiračních hodnotách kritérií. Aspirační úrovní se rozumí fiktivní varianta. Aby byly zkoumané varianty přijatelné, musí pro maximalizační kritéria platit, že jsou jejich hodnoty minimálně ve výši aspirační úrovně. Pro minimalizační kritéria musí být hodnoty zkoumaných variant stejné nebo nižší. Existují tři základní metody založené na aspiračních úrovních: konjunktivní, disjunktivní a metoda PRIAM.

5.1.1 Konjunktivní a disjunktivní metoda

Pro konjunktivní metodu platí, že všechna kritéria musí splňovat zadanou aspirační úroveň. Pokud aspirační úroveň kritérií označíme jako $z = (z_1, z_2, z_3 \ldots, z_n)$, kde n je počet kritérií a y_{ij} hodnota j-tého kritéria pro i-tou variantu, tak pro všechna maximalizační kritéria musí platit, že $y_{ij} \geq z_j$. Všechna minimalizační kritéria musí splňovat vztah $y_{ij} \leq z_j$, kde $j = 1, 2, \ldots, n$, aby se i-tá varianta dala považovat za kompromisní. Tuto metodu je možné využít například v případě, když chce zadávající vybrat všechny varianty (okresy), které dominují variantu představující průměrné hodnoty Jihočeského kraje či průměrné hodnoty České republiky.

Na podobném principu funguje disjunktivní metoda. Aby byla zkoumaná varianta považována za efektivní, musí alespoň jedno kritérium této varianty splňovat zadanou aspirační úroveň. Příkladem může být hledání okresů Jihočeského kraje, které mají nejvýše 200 obyvatel na lékaře nebo průměrnou měsíční mzdu alespoň 31 000 korun. (Friebelová & Klicnarová, 2007, s. 42) [6]

5.1.2 Metoda PRIAM (Programme utilisant l´Intelligence Artificielle en Multicritère)

Tato metoda je založena na postupném prohledávání variant v s krocích s cílem nalézt jediné nedominované řešení. Pro s aspiračních úrovní hledáme počet všech variant, které mají hodnoty stejné nebo lepší než daná aspirační úroveň.

Symbol y_{ij} značí hodnotu j-tého kritéria pro i-tou variantu a d počet akceptovaných variant. Pro akceptované varianty platí: $y_{ij} \geq z_j^s$, kde z_j^s jsou hodnoty aspirační úrovně j-tého kritéria v s-tém kroku.

$\Delta z_j^{(s)}$ značí změny aspirační úrovně j-tého kritéria v s-tém kroku. Aspirační úrovní v nultém kroku se většinou volí bazální varianta. Aspirační úroveň v s-tém kroku se získá z předchozí úrovně:

$$z^{(s)} = z^{(s-1)} + \Delta\, z^{(s-1)}.$$

Nastat mohou tři situace, kde d značí počet variant lepších než aspirační úroveň:

- $d \geq 1$ … je třeba zpřísnit aspirační úrovně, aby se snížil počet akceptovaných variant,
- $d = 1$ … nalezena jediná akceptovatelná varianta,
- $d = 0$ … nenalezena akceptovatelná varianta - v tomto případě je kompromisní variantou ta, která má minimální podíl odchylky od aspirační úrovně na ideální variantě. Daná hodnota i-té varianty je získána výrazem:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{|z_j{}^{(s)} - y_{ij}|}{h_j},$$

kde h_j jsou hodnoty ideální varianty pro j-té kritérium. (Friebelová & Klicnarová, 2007, s. 42) [6]

5.2 Metody založené na ordinálních informacích

Metody s ordinální informací požadují od zadavatele pouze pořadí kritérií podle důležitosti. Ordinální informace neudávají, o kolik je jedna varianta podle daného kritéria lepší než druhá. Mezi tyto metody patří permutační metoda, lexikografická metoda a metoda ORESTE.

5.2.1 Permutační metoda

Podstatou této metody je nalezení optimálního pořadí variant s využitím permutací. Vzhledem k tomu, že pro p variant existuje p! (= p*(p-1)*...*2*1) permutací pořadí, je tato metoda vhodná pouze pro malý počet variant (pro deset variant je počet permutací zhruba 3,6 milionů). Metoda nezohledňuje rozdíly velikostí konkrétních kriteriálních hodnot, zabývá se pouze pořadím.

Pro každou dvojici variant a_i a a_j určíme všechna kritéria, pro která je a_i preferována nebo indiferentní k a_j. Tato množina kritérií se značí I_{ij}.

Dále je pro každou dvojici a_i a a_j stanovena hodnota:

$$c_{ij} = \sum\nolimits_{h \in I_{ij}} v_h,$$

kde v_h značí váhu h-tého kritéria.

Hodnoty c_{ij} jsou vloženy do matice C. Optimální pořadí variant od největšího k nejmenšímu lze zjistit pomocí výrazu R:

$$R = \sum_{i<j} c_{ij} - \sum_{i>j} c_{ij}.$$

(Sekničková, 2013) [11]

5.2.2 Lexikografická metoda

Tato metoda je podobná hledání ve slovníku. Řadí varianty dle nejdůležitějšího kritéria. Pokud má v tomto kritériu stejnou hodnotu více variant, seřadí se tyto varianty dle druhého nejdůležitějšího kritéria atd.

Použití lexikografické metody je vhodné jen v případech, kdy je u kritéria možný výběr pouze ze dvou či tří možností a pokud je váha jednoho kritéria jasně dominující nad ostatními. Může se stát, že optimální varianta, která je v nejdůležitějším kritériu nejlepší, má v ostatních kritériích horší hodnoty než ostatní varianty. (Fiala, 2013) [4]

5.2.3 Metoda ORESTE

Pro tuto metodu je potřeba znát pouze pořadí kritérií a pořadí variant. Lze připustit stejnou důležitost dvou a více kritérií či variant. Při použití metody ORESTE jsou nejprve zjištěny vzdálenosti variant od fiktivního počátku, následně je určeno, jestli jsou varianty vůči ostatním preferované, indiferentní či nesrovnatelné.

Nejprve je sestaven vektor $q = (q_1, q_2, \ldots, q_n)$, kde q_j je pořadí důležitosti j-tého kritéria. Sestaví se matice $P = (p_{ij})$, kde p_{ij} je pořadí i-té varianty podle j-tého kritéria. Je přípustné, aby dvě a více kritérií či variant byly stejně důležité. V potaz se bere jejich průměrné pořadí. Pokud po a variantách následuje b indiferentních variant, průměrné pořadové číslo je $a + \frac{1+b}{2}$.

V druhém kroku se vytvoří matice vzdáleností od fiktivního počátku: $D = (d_{ij})$. Pro prvky d_{ij} platí, že:

$$d_{ij} = \left[\frac{(p_{ij})^r}{2} + \frac{(q_j)^r}{2}\right]^{1/r}$$

a $r = 3$ při zvolení tzv. Dujmovičovy metriky.

Ve třetím kroku se hodnoty d_{ij} uspořádají od nejmenší po největší, ohodnotí pořadím (popřípadě průměrným pořadím) a následně zapíší do nové matice $R = (r_{ij})$. Pro každou variantu i je vypočtena hodnota r_i:

$$r_i = \sum\nolimits_{j=1}^{n} r_{ij}.$$

Hodnoty r_i se seřadí od nejmenší po největší, čímž se získá uspořádání variant.

Čtvrtým krokem se vypočítají normalizované preferenční intenzity. Preferenční intenzity se získají dle vzorce:

$$c_{ij} = \sum\nolimits_{h \in I_{ij}} (r_{jh} - r_{ih}),$$

kde I_{ij} je množina, pro kterou je i-tá varianta preferovaná před j-tou. Dále se vypočte maximální intenzita $c^{\max} = n^2 (m - 1)$, kde n značí počet kritérií a m počet variant. Normalizované preferenční intenzity pak lze získat vzorcem ${c_{ij}}^n = \frac{c_{ij}}{c^{\max}}$.

Symbolem P se značí relace preference, I relace indiference a N relace nesrovnatelnosti. Symboly α, β a γ jsou prahové hodnoty (parametry testování). Horní meze prahů α a β se dají odvodit dle vzorců: $\alpha \leq \frac{1}{2(m-1)}$ a $\beta \leq \frac{1}{n(m-1)}$, pro m počet variant a n počet kritérií. Pro práh γ lze určit dolní mez $\gamma \geq \frac{n-2}{4}$. Při testování lze předpokládat vztah ${c_{ij}}^n \geq {c_{ji}}^n$, protože pro další porovnávání s prahovými hodnotami je nutné, aby se s α srovnávala větší z těchto hodnot a jejich rozdíl byl kladný.

Pátý krok testuje indiferenci. První podmínka uvádí, že větší z normovaných preferenčních intenzit je menší než předem zvolená α, vzorcem ${c_{ij}}^n \leq \alpha$. Podmínka druhá předpokládá, že obě normované preferenční intenzity od sebe nejsou dále než předem stanovená hodnota β, matematicky ${c_{ij}}^n - {c_{ji}}^n \leq \beta$. Pokud jsou obě podmínky splněny, varianty i a j jsou indiferentní.

Pokud platí $\frac{c_{ij}^n}{c_{ij}^n - c_{ji}^n} \leq \gamma$ pro předem zvolené γ, jsou i-tá a j-tá varianta nesrovnatelné. Nelze tedy rozhodnout o preferenci či o indiferenci variant. Pokud tomu tak není, lze říci, že i-tá varianta preferuje j-tou.

Výsledky je možné zanést do matice, kdy řádky i sloupce odpovídají variantám. Hodnoty jsou buď I, N, > nebo <, kde > znamená, že *i*-tá varianta je preferována před *j*-tou. Výhodou této metody je fakt, že ji lze použít v případech, kdy jsou známé jen ordinální informace. Při kardinálních informacích se však nebere v potaz, o kolik je varianta lepší než jiná, pouze její preference. (Fiala, 2013, s. 82) [11]

5.3 Metody založené na kardinálních informacích

Kardinální informace kvantifikují rozdíly mezi váhami kritérií a hodnotami variant (např. kritérium i je dvakrát důležitější než *j*). V této kapitole jsou vysvětlené metody řazeny dle výpočetních principů do třech kategorií: maximalizace užitku (UFA, WSA, AHP, metoda bazické varianty), minimalizace vzdálenosti od ideální varianty (TOPSIS) a vyhodnocení preferenční relace (AGREPREF, ELECTRE, PROMETHEE a MAPPAC).

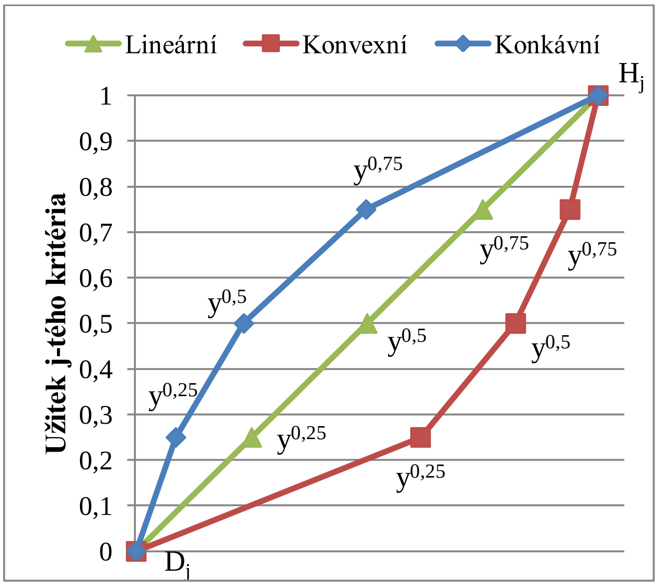
5.3.1 Metody založené na maximalizaci užitku

5.3.1.1 Metoda funkce užitku – UFA (Utility Function Approach)

Každá hodnota kritéria přináší variantě užitek o hodnotě v intervalu <0;1>. Bazální varianta *D* má užitek z každého kritéria nulový, ideální varianta *H* naopak užitek o hodnotě 1. Existují tři základní typy užitkové funkce:

- lineární, která má konstantní přírůstky užitku (podrobně v kapitole 5.3.1.2),
- konvexní, kde přírůstky u D_j jsou menší než u H_j,
- konkávní, kde přírůstky u D_j jsou větší než u H_j,

kde D_j značí hodnotu *j*-tého kritéria bazální varianty a H_j hodnotu *j*-tého kritéria ideální varianty. Dále jsou pro každé kritérium zvoleny hodnoty $y^{0,25}$, $y^{0,5}$ a $y^{0,75}$ tak, že platí $u(y^{0,25}) = 0,25$, $u(y^{0,5}) = 0,5$ a $u(y^{0,75}) = 0,75$. Tyto body jsou proloženy úsečkami a výsledkem je dílčí funkce užitku pro dané kritérium (viz obrázek 1).



Obrázek 1: Typy užitkových funkcí

Agregací dílčích funkcí vzniká vícekriteriální funkce užitku. Skalárním součinem dílčích užitkových funkcí a příslušných vah lze získat výsledné užitky variant (viz následující vzorec):

$$u(y_i) = \sum_{j=1}^{k} v_j * u(y_{ij}),$$

kde v_j je váha j-tého kritéria, u(y_i) celkový užitek i-té varianty a u(y_{ij}) je dílčím užitkem i-té varianty pro j-té kritérium. Výsledné užitky se nacházejí na intervalu <0;1>. Podle užitků je možné varianty seřadit od největší po nejmenší (čím větší užitek, tím lepší pořadí). (Sekničková, 2013) [11]

5.3.1.2 Metoda váženého součtu – WSA (Weighted Sum Approach)

Tato metoda je založena na maximalizaci dříve zmíněné lineární funkce užitku. Nejprve je určena ideální varianta H s ohodnocením $(h_1, h_2, \ldots, h_n)$ a bazální varianta D s ohodnocením $(d_1, d_2, \ldots, d_n)$. Užitek ideální varianty je 1 a bazální varianty 0. Výsledné užitky pro konkrétní varianty se pohybují v rozmezí těchto hodnot. Je vytvořena standardizovaná matice R, jejíž prvky jsou získané pomocí vzorce:

$$r_{ij} = \frac{y_{ij} - d_j}{h_j - d_j},$$

kde r_{ij} značí standardizovanou hodnotu i-té varianty j-tého kritéria.

Pro jednotlivé varianty se vypočte celkový užitek i-té varianty $u(y_i)$ jako vážený součet dílčích užitků a příslušných vah:

$$u(y_i) = \sum_{j=1}^{k} v_j * r_{ij},$$

kde v_j je váha j-tého kritéria. (Friebelová & Klicnarová, 2007, s. 45) [6]

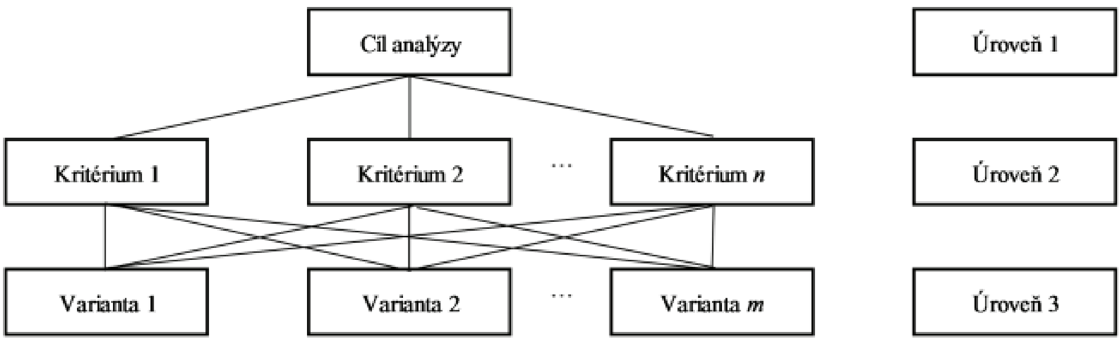
5.3.1.3 Metoda AHP (Analytic Hierarchy Process)

Tato metoda pracuje s modelem ve formě hierarchické struktury prvků obsahující několik úrovní. Úrovně jsou uspořádány od obecných ke konkrétním. Zároveň zde existují vazby a vztahy mezi prvky. Základní tři úrovně jsou:

- cíl vyhodnocování – výběr nejlepší varianty, uspořádání variant, rozdělení na efektivní a neefektivní,
- kritéria - bezprostředně závisí na cíli,
- varianty – jejich užitek závisí na vztahu k hodnotícím kritériím, intenzitu vztahu lze vyjádřit numericky.

Princip metody spočívá v porovnání prvků na jednotlivých úrovních, postupuje se podobně jako při určování vah kritérií Saatyho metodou a lze zaznamenat strukturou stromu. Celková preference, která je přiřazena nejvyšší úrovni, se dělí na další úrovně. Ohodnoceními druhé úrovně jsou váhy kritérií v_j. Váhy kritérií se rozdělují na další úroveň s indexy w_{ij} podle i-té varianty a j-tého kritéria. Index m značí počet variant, n počet kritérií. Celkový užitek $u(A_i)$ lze získat následovně:

$$\sum_{j=1}^{n} v_j = 1, \quad \sum_{i=1}^{m} w_{ij} = v_j, \;\; u(A_i) = \sum_{j=1}^{n} w_{ij}.$$



Obrázek 2: Graf AHP struktury

Numerická realizace je založena na kvantitativním párovém porovnávání prvků. Tato metoda se nejprve aplikuje na kritéria, získá se tak odhad váhového vektoru kritérií *v*. Saatyho metoda se dále aplikuje dle prvního kritéria na všechny varianty a získají se tak odhadnuté váhy, které představují první sloupec matice *W*. Stejný postup je postupně použit na všechna kritéria a je získána celá matice *W*. Dále se vypočítá agregovaná váha w_i pro každou variantu *i* dle vzorce:

$$w_i = \sum_{j=1}^{n} v_j w_{ij}.$$

Jelikož je metoda AHP založena na maximalizaci užitku, seřadí se varianty na základě agregovaných vah od nejvyšší vypočtené hodnoty. Tato metoda není vhodná pro větší počet prvků, protože dochází k velkému množství porovnání. (Jablonský & Dlouhý, 2015, s. 76) [7], (Tzeng & Huang, 2011, s. 15) [12]

5.3.1.4 Metoda bazické varianty

Tato metoda využívá tzv. bazickou variantu pro hodnocení jednotlivých variant. Bazická varianta je fiktivní varianta, kterou zde stanovit jako vektor nejlepších (ideální varianta) nebo předem stanovených (např. průměr) hodnot. Podstatou je srovnání dílčích variant s bazickou. Pro maximalizační (výnosová) kritéria *j*, dílčí varianty *i* a bazickou variantu *b* platí:

$$u_j(x_i) = \frac{x_j^i}{x_j^b}.$$

Pro minimalizační (nákladová) kritéria *i* odpovídá ohodnocení vzorci:

$$u_j(x_i) = \frac{x_i^b}{x_j^i}.$$

Tyto dílčí užitky jsou vynásobeny příslušnými váhami v_j a sečteny. Varianty jsou seřazeny dle celkového užitku od největšího po nejmenší. Celkový užitek se získá dle vzorce:

$$u(x_i) = \sum_{j=1}^{m} u_j(x_i)\, v_j.$$

Nevýhodou této metody je absence stejného tvaru funkcí užitku pro výnosy a náklady. První křivka má tvar lineární (při růstu hodnot stejný růst přínosu), druhá hyperbolický (degresivní pokles přínosu za stejných přírůstků hodnot). Často však minimalizační kritérium nepopisuje náklady a chování hodnot neodpovídá hyperbolické křivce. Tento problém je možné vyřešit převodem hodnot minimalizačních kritérií na maximalizační. (Kasper, 2018, s. 21) [8]

5.3.2 Metody založené na minimalizaci vzdálenosti od ideální varianty

5.3.2.1 TOPSIS (The Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution)

TOPSIS je metoda, která byla vyvinuta vědci Hwangem a Yoonem v roce 1981 a dále rozvinuta v letech 1987 a 1993. Uvádí, že nejlepší varianta by měla mít nejkratší geometrickou vzdálenost od ideální a nejdelší vzdálenost od bazální varianty. Nejprve je nutné převést minimalizační kritéria na maximalizační dle vztahu $y_{ij} = max(x_{ij}) - x_{ij}$. Matici hodnot alternativ R je třeba normalizovat dle vzorce:

$$r_{ij} = \frac{y_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{m} y_{kj}^2}},$$

kde m značí počet variant, k index varianty, y_{ij} - původní hodnotu j-tého kritéria i-té varianty a jmenovatel je geometrickým průměrem hodnot všech variant pro j-té kritérium. Tato normalizace zajistí, že kritéria, která mají řádově odlišné hodnoty, se přesto mohou kompenzovat.

Dále je potřeba přepočítat matici hodnot R na matici T pomocí vzorce $t_{ij} = r_{ij} * v_j$, kde v_j značí váhu kritéria. V matici T jsou nalezeny ideální a bazální varianty. Jsou vypočítány geometrické vzdálenosti d_{ib} (vzdálenost od ideální) a d_{iw} (vzdálenost od bazální varianty) dle vzorců:

$$d_{ib} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (t_{ij} - t_{wj})^2} \text{ a } d_{iw} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (t_{ij} - t_{bj})^2},$$

kde n značí počet kritérií.

V závěru je zjištěna relativní vzdálenost od bazální varianty dle vzorce:

$s_{iw} = d_{iw} / (d_{iw} + d_{ib})$. Čím větší je tato vzdálenost, tím lepší je daná varianta. (Jablonský & Dlouhý, 2015, s. 69-70) [7], (Tzeng & Huang, 2011, s. 69) [12]

5.3.3 Metody založené na vyhodnocování preferenční relace

5.3.3.1 AGREPREF

Pro každou dvojici variant a_i, a_j jsou vytvořeny dvě indexní množiny:

- I_{ij} : $h \in I_{ij}$, jestliže je podle h-tého kritéria i-tá varianta preferována před j-tou,
- $I_{i\text{-}j}$: $h \in I_{i\text{-}j}$, jestliže je podle h-tého kritéria i-tá varianta rovnocenná s j-tou.

Z každé indexní množiny je určen stupeň preference či indiference součtem vah, které náleží k příslušným kritériím. Tak jsou získány hodnoty s_{ij}, s_{ji} a $s_{i\text{-}j}$.

Pravidlem je, že pokud platí vztah: $s_{ij} > s_{ji}$, pak je varianta i preferována před variantou j, a pokud $s_{ij} = s_{ji}$ nebo $s_{i\text{-}j} = 1$, tak jsou varianty i a j indiferentní.

Tato metoda dále pravidlo zobecňuje. Lze v ní zvolit práh indiference α, dle kterého platí, že pokud $s_{i\text{-}j} \geq \alpha$, tak jsou varianty i a j indiferentní. Dále je zvolen práh preference β, kdy platí, že pokud $s_{ij} - s_{ji} > \beta$, tak je varianta i preferována před j. Parametry α a β jsou z intervalu <0;1>. Takto se získá neúplná preferenční relace, která není nutně tranzitivní, a je proto potřeba relaci aproximovat relací semiuspořádání. Relace zahrnuje pouze dvojice, které se podstatně liší. Pro relace, které jsou hodnoceny stejně, je tranzitivita porušena. Preference lze znázornit graficky nebo maticí preference P:

- $p_{ij} = 1$, jestliže je preferována varianta i před j,
- $p_{ij} = 0$, pokud preference neplatí.

Je nutné sestrojit tranzitivní uzávěr pro zajištění tranzitivnosti. Pokud $p_{hi} = 1$ a $p_{ij} = 1$, pak se pro zachování tranzitivity musí $p_{hj} = 1$. Pokud tento vztah neplatí, je nutné změnit některé nuly na jedničky s cílem upravit matici P tak, aby po přerovnání řádků a sloupců byly jedničky pouze v horní trojúhelníkové matici a matice měla schodovitý tvar. K takovým úpravám pomůže hodnota $d_h = d_h^+ - d_h^-$, kde d_h^+ je počet variant, před kterými je h-tá varianta preferovaná, a d_h^- je počet variant preferovaných před h-tou variantou. Řádky a sloupce jsou seřazeny dle klesajících hodnot d_h. Pokud je alespoň jeden prvek na diagonále a pod diagonálou roven jedné, existuje zde cyklus a je třeba nahradit jedničky nulami. Indexy řádků matice pak udávají semiuspořádání. (Sekničková, 2013) [11]

5.3.3.2 ELECTRE

Cílem metody ELECTRE I je rozdělit varianty na efektivní a neefektivní. Předpokládá se existence kriteriální matice hodnot Y a vektoru normalizovaných vah. Pro každou dvojici variant i a j je sestavena množina indexů $C_{ij} = \{ h: y_{ih} \geq y_{jh} \}$, kde varianta i je neostře preferovaná před j-tou, a množina indexů $D_{ij} = \{ h: y_{ih} < y_{jh} \}$, kde varianta i je horší než varianta j. Tyto množiny jsou disjunktní a dohromady tvoří množinu všech indexů kritérií. Součtem vah, které přísluší ke kritériím v množině C, je získán stupeň preference c_{ij}. Dále se určí stupeň dispreference d_{ij}. Pokud je D_{ij} prázdná množina, tak se d_{ij} rovná 0. Jinak platí následující vztah:

$$d_{ij} = \frac{\max_{h \in D_{ij}} |y_{ih} - y_{jh}|}{\max_h |y_{ih} - y_{jh}|}.$$

Je třeba zvolit práh preference c^* a práh dispreference d^*, z nichž plyne, že varianta i je preferovaná před j-tou, pokud $c_{ij} \geq c^*$ a $d_{ij} \leq d^*$. Není známo, jak prahy c^* a d^* volit. Z pozorování na praktických úlohách však vyplývá, že při $c^* \in (0{,}65;0{,}8)$ a $d^* < 0{,}1$ bývá řešení stabilní. Z takových preferencí je možné vytvořit graf nebo matici preference P. Množinu efektivních variant lze definovat jako $E = \{ i: p_{ji} = 0$ pro všechna j a $p_{ih} = 1$ pro alespoň jedno $h\}$, což znamená, že v i-tém sloupci jsou samé nuly a v i-tém řádku je alespoň jedna jednička. Ostatní varianty, které nejsou ve množině E, jsou považovány za neefektivní. (Friebelová & Klicnarová, 2007, s. 50) [6]

Metoda ELECTRE III umožní seřazení variant od nejlepší po nejhorší. Jsou definovány stupně preference podle vzorce: $s_{ij} = \sum_{h \in C_{ij}} v_h$. Ty jsou zaneseny do matice S. Nejvyšší stupeň preference c^0 je maximálním prvkem matice S a je definován vzorcem $c^0 = \max_{a_i, a_j \in A}(s_{ij})$, kde A je množina všech variant.

Je určen první práh preference $c^1 = \max_{a_i, a_j \in A}(s_{ij};\ s_{ij} < c^0)$, který je druhou největší hodnotou matice S. Následně jsou definovány ukazatele d_i^s, p_i^s a q_i^s. p_i^s značí počet variant, pro které platí vztah $s_{ij} > c^s$. Pro q_i^s platí vztah $s_{ji} > c^s$, d_i^s je jejich rozdílem a s značí index kroku výpočtu. Je stanovena podmnožina variant A^1, která je složena z variant s maximálním d_i^1. Pokud je tato množina jednoprvková, lze ji považovat za první indiferenční třídu. Tato varianta je poté vyjmuta z původního souboru variant, pro který se postup od výběru c^0 opakuje.

Pokud množina A^1 není jednoprvková, je nutné nalézt takové c^2, kde $c^2 = \max_{a_i,a_j \in A^1}(s_{ij};\ s_{ij} < c^1)$, a dále hodnoty d_i^2, p_i^2 a q_i^2. Je získána podmnožina A^2. Pokud není jednoprvková, je postup opakován, dokud není nalezena jednoprvková třída nebo se c^s rovná nule. (Tzeng & Huang, 2011, s. 15) [12], (Vacková, 2019, s. 16) [13]

5.3.3.3. PROMETHEE (Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluation)

Základem této metody je párové porovnání všech variant postupně podle všech kritérií pomocí preferenčních funkcí, díky nimž lze vyjádřit sílu preference. Existuje několik různých preferenčních funkcí, které je možné zvolit pro každé kritérium. Jejich hodnoty se ale vždy pohybují na intervalu od 0 do 1. Důležitá je vzdálenost mezi variantami. Hodnota $d_j(a,b)$ značí rozdíl mezi hodnotami variant a a b pro kritérium j neboli $d_j(a,b) = a_j - b_j$. Preferenční funkce odpovídající j-tému kritériu se značí F_j a hodnota funkce P_j pro maximalizační kritérium se vypočítá obecně vzorcem:

$$P_j(a,b) = F_j\left[d_j(a,b)\right],$$

kde průběh funkce F odpovídá zvolenému druhu kritéria.

Druhy kritérií:

a) Klasické kritérium se hodí v případě, kdy jakýkoliv rozdíl mezi variantami znamená absolutní preferenci. $P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq 0 \\ 1, & d > 0 \end{cases}$.

b) Kvazikritérium funguje podobně jako obyčejné kritérium, navíc zde existuje tzv. indiferenční oblast. Šíře q této oblasti říká, do jaké míry je hodnota d ještě zanedbatelná. Platí zde:

$$P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq q \\ 1, & d > q \end{cases}.$$

c) Kritérium s lineární preferencí se chová lineárně mezi nulou a zvolenou hodnotou p:

$$P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq 0 \\ \frac{d}{p}, & 0 < d \leq p \\ 1, & d > p \end{cases}.$$

d) Kritérium s indiferenční oblastí a lineární preferencí je propojením dvou předešlých:

$$P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq q \\ \frac{d-q}{p-q}, & q < d \leq p. \\ 1, & d > p \end{cases}$$

e) Úrovňové kritérium rozlišuje pouze tři stavy. Jedná se o absolutní preferenci, poloviční preferenci a dispreferenci. Parametr q zde ohraničuje indiferenční oblast, parametr p šíři oblasti poloviční.

$$P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq q \\ \frac{1}{2}, & q < d \leq p \\ 1, & d > p \end{cases}$$

f) Gaussovo kritérium nejpřesněji vyjadřuje sílu preference, počítá se zde s parametrem s, který značí směrodatnou odchylku. Toto kritérium bere v potaz i velmi malé rozdíly.

$$P(d) = \begin{cases} 0, & d \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{d^2}{2s^2}}, & d > 0 \end{cases}$$

Metoda **PROMETHEE I** srovnává varianty podle vystupujících a vstupujících toků. Je třeba vypočítat hodnotu preferenčního indexu π, který měří sílu preference varianty a před variantou b a jehož hodnoty leží v intervalu <0;1>. Platí zde, že:

$$\pi(a,b) = \sum_{j=1}^{k} P_j(a,b)v_j, \;\; \pi(a,a) = 0,$$

kde v_j značí váhu j-tého kritéria.

Každá varianta a se porovnává s n-1 alternativami a je pro ni možno definovat výstupní a vstupní toky:

- výstupní (kladný) tok $\phi^+(a) = \frac{1}{n-1}\sum_{x \epsilon A} \pi(a,x)$,
- vstupní (záporný) tok $\phi^-(a) = \frac{1}{n-1}\sum_{x \epsilon A} \pi(x,a)$,

kde A je množinou všech zkoumaných variant.

Výstupní tok ϕ^+ vyjadřuje, o kolik má varianta a průměrně lepší postavení než ostatní varianty x. Vstupní tok ϕ^- naopak představuje nevýhodu. Metoda

PROMETHEE I rozlišuje mezi každými dvěma variantami preferenci, indiferenci nebo nesrovnatelnost.

Varianta *a* preferuje *b*, jestliže:

- $\phi^+(a) > \phi^+(b)$ a $\phi^-(a) < \phi^-(b)$ nebo
- $\phi^+(a) = \phi^+(b)$ a $\phi^-(a) < \phi^-(b)$ nebo
- $\phi^+(a) > \phi^+(b)$ a $\phi^-(a) = \phi^-(b)$.

Varianta *a* je indiferentní k *b*, jestliže $\phi^+(a) = \phi^+(b)$ a $\phi^-(a) = \phi^-(b)$.

Varianta *a* je nesrovnatelná s *b*, jestliže:

- $\phi^+(a) > \phi^+(b)$ a $\phi^-(a) > \phi^-(b)$ nebo
- $\phi^+(a) < \phi^+(b)$ a $\phi^-(a) < \phi^-(b)$.

V praxi se však může stát, že pořadí variant nebude konzistentní. V takovém případě je možné použít metodu PROMETHEE II, která srovnává sestupně podle čistých toků, kde:

$$\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a).$$

(Tzeng & Huang, 2011, s. 95) [12], (Zhaoxu & Min, 2010, s. 416-418) [14]

5.3.3.4 MAPPAC (Multicriterion Analysis of Preferences by means of Pairwise Alternatives and Criterion comparisons)

Principem této metody je párové porovnání variant z hlediska každé dvojice dílčích kritérií. Základní index preference je vypočítán na základě vektoru vah a normalizovaných hodnot kritérií pro jednotlivé varianty.

Základem je rozhodovací matice *Y*, kde y_{ij} značí hodnocení *i*-té varianty dle *j*-tého kritéria a *v* vektor vah kritérií. Matice *Y* je normalizována na matici *C* pomocí lineární funkce užitku:

$$c_{ij} \begin{cases} \dfrac{y_{ij} - D_j}{H_j - D_j}, pro\ D_j < H_{j,} \\ 0, \qquad\quad pro\ D_j = H_j. \end{cases}$$

Následně jsou označeny varianty a_r, a_s, které odpovídají *r*-tému a *s*-tému řádku, a kritéria *i* a *j*. Varianty a_r, a_s jsou indiferentní podle kritérií *i* a *j*, když platí vztah

$c_{ri} = c_{si}$ a současně $c_{rj} = c_{sj}$. Varianta a_r dominuje variantu a_s s ohledem na kritéria i, j, pokud nastane jeden z případů:

$c_{ri} > c_{si}$ a současně $c_{rj} > c_{sj}$,

$c_{ri} > c_{si}$ a současně $c_{rj} = c_{sj}$,

$c_{ri} = c_{si}$ a současně $c_{rj} > c_{sj}$.

π_{ij} (a_r, a_s) je základní preferenční index páru variant a_r, a_s pro různá r, s dle páru kritérií i, j, pro který platí, že:

- π_{ij} $(a_r, a_s) = 1$, pokud a_r dominuje a_s,
- π_{ij} $(a_r, a_s) = 0$, pokud a_s dominuje a_r,
- π_{ij} $(a_r, a_s) = \pi_{ij}$ $(a_s, a_r) = 0{,}5$, pokud a_r, a_s jsou indiferentní.

V ostatních případech, tj.:

$c_{ri} > c_{si}$ a současně $c_{rj} < c_{sj}$,

$c_{ri} < c_{si}$ a současně $c_{rj} > c_{sj}$,

se π_{ij} (a_r, a_s) a π_{ij} (a_s, a_r) se počítají dle vzorců:

$$\pi_{ij}(a_r, a_s) = \frac{v_i(c_{ri} - c_{si})}{v_i(c_{ri} - c_{si}) + v_j(c_{sj} - c_{rj})},$$

$$\pi_{ij}(a_s, a_r) = \frac{v_j(c_{rj} - c_{sj})}{v_i(c_{ri} - c_{si}) + v_j(c_{sj} - c_{rj})}.$$

Navíc zde platí, že π_{ij} (a_r, a_s) + π_{ij} $(a_s, a_r) = 1$ a také π_{ij} $(a_r, a_r) = 0$. Všechny preferenční indexy π_{ij} jsou dále na základě kritérií i, j uspořádány do matice:

$$\pi_{ij} = \begin{bmatrix} \pi_{ij}(a_1, a_1) & \pi_{ij}(a_1, a_2) & \cdots & \pi_{ij}(a_1, a_p) \\ \pi_{ij}(a_2, a_1) & \pi_{ij}(a_2, a_2) & \cdots & \pi_{ij}(a_2, a_p) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \pi_{ij}(a_p, a_1) & \pi_{ij}(a_p, a_2) & \cdots & \pi_{ij}(a_p, a_p) \end{bmatrix}.$$

Obrázek 3: Matice preferenčních indexů

Těchto matic je třeba sestavit $\binom{k}{2}$, kde k je počet kritérií. Dále je třeba sestavit agregovanou matici π pomocí váženého součtu všech π_{ij}. Platí, že pokud m je počet variant, tak:

$$\pi(a_s, a_r) = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^{m} \pi_{ij}(a_r, a_s) \frac{v_i + v_j}{m-1}.$$

Pro prvky matice π obdobně platí, že $\pi\,(a_r,\, a_s) + \pi\,(a_s,\, a_r) = 1$. Matice π poskytuje komplexní informace o preferencích mezi páry variant vzhledem ke všem kritériím. Součtem prvků i-tého řádku matice π získáme hodnotu σ^1:

$$\sigma^1(a_i) = \sum_{j=1}^{p} \pi\big(a_i, a_j\big),$$

kde p je počet variant. Nejvyšší hodnota σ^1 značí nejlepší variantu. Dále je získána množina variant redukovaná o danou nejlepší variantu. Množina J^1 obsahuje indexy zbylých variant. Pro zjištění druhé nejlepší varianty se používá rovnice:

$$\sigma^2(a_i) = \sum_{j=J^1} \pi\big(a_i, a_j\big),$$

kde maximum σ^2 je na druhém místě uspořádání. Tento postup se opakuje při výpočtu σ^3, σ^4,…, σ^m, kde m je počet indiferenčních tříd uspořádaných shora. (Fiala & Maňas, 1994) [5], (Ziętková, 2019, s. 29) [15]

6 Využití metod v praxi

6.1 Zadání praktické úlohy

Pro aplikaci metod v praxi jsem po prozkoumání publikace „*Regionální rozdíly v demografickém, sociálním a ekonomickém vývoji Jihočeského kraje v letech 2000 až 2005*“ (2006) [2] zvolila téma „Kvalita života v okresech Jihočeského kraje“. Rozhodla jsem se zabývat šesti následujícími kritérii, která byla ve statistické sbírce zmíněna. Jedná se konkrétně o cenu bytů, nezaměstnanost, lékařskou péči, průměrnou mzdu, kriminalitu a kvalitu ovzduší. Z mé perspektivy tato kritéria v současnosti nejvíce ovlivňují migraci v rámci kraje.

Zvažování různých faktorů je nedílnou součástí výběru nového bydlení. U mladých lidí je zvykem nákup nebo pronájem bytu. Až později, především při založení rodiny, zpravidla následuje stěhování do rodinného domu. Proto se průzkum zabývá právě kritériem ceny bytů. Poslední data průměrných kupních cen bytů publikoval Český statistický úřad (ČSÚ) ve statistické ročence z roku 2017.

Hodnoty nezaměstnanosti a počtu obyvatel na jednoho lékaře pocházejí z roku 2018. Průměrné mzdy v jednotlivých okresech jsou přepočítány z hodnoty průměrných důchodů roku 2018 pomocí koeficientu 2,5676. Tento koeficient lze získat podílem průměrné mzdy a průměrné výše důchodu České republiky z roku 2018. Hodnoty počtu trestných činů na 1000 obyvatel, které se týkají kriminality, také odpovídají stavu z roku 2018.

Nejnovější dostupná data zahrnující hodnoty znečišťujících látek v ovzduší dle okresů pocházejí z roku 2016. Dané hodnoty se získají agregací emise tuhých znečišťujících látek, oxidu siřičitého, oxidu dusíku a oxidu uhelnatého. Zmíněný oxid uhelnatý je nejvýznamnější znečišťující látkou a představuje přes tři čtvrtiny celkové emise. Všechna kritéria kromě průměrné mzdy jsou minimalizační. V řádech jednotek let nedochází v rámci hodnot jednotlivých kritérií k výrazným změnám, proto je možné je porovnávat.

Na výše zmíněná data jsem prostřednictvím metod probíraných v teoretické části aplikovala váhy, které jsem získala průzkumem. K výpočtům jsem využila software Microsoft Excel. Samotné hodnoty variant dle jednotlivých okresů jsou shrnuty v přiložené tabulce 1.

okres	Cena bytů (CZK/m^2)	Nezaměstnanost (%)	Počet obyvatel na lékaře	Průměrná mzda (Kč)	Trestné činy na 1000 obyvatel	Množství znečišťujících látek v ovzduší (t/km^2)
České Budějovice	26 300	1,92	176,2	32 504	15,2	7,09
Český Krumlov	14 786	3,64	324,4	30 981	15,9	3,45
Jindřichův Hradec	15 533	2,04	278,7	30 804	12,2	4,25
Písek	16 754	1,86	244,5	31 351	14,5	4,96
Prachatice	9 082	2,25	323,8	31 266	12,2	3,39
Strakonice	13 513	2,84	283,3	31 615	15,0	5,91
Tábor	15 970	2,92	283,6	31 713	10,9	6,52

Tabulka 1: Výchozí hodnoty okresů

6.2 Dotazník a určení vah

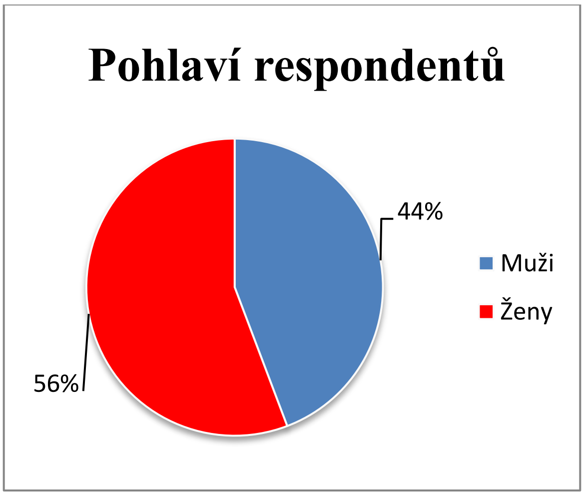
Výběr metody určení vah je značně komplikovaný, neboť zadavatel průzkumu chce získat co nejpřesnější a nejobsáhlejší data. Dotazovaní chtějí nad dotazníkem strávit minimální dobu a požadují, aby byly otázky položeny srozumitelně. Ze čtyř metod stanovení vah kritérií jsem se rozhodla na základě poznatků z teoretické části využít bodovací metodu, která je kompromisem mezi zmíněnými požadavky. Metoda pořadí a Fullerova metoda není vhodná, protože ordinální informace mohou výrazně zkreslit vztahy mezi váhami kritérií.

K získání ideálních informací na užití Saatyho metody by dotazník musel být specificky koncipován. Dotazník by obsahoval párové porovnání kritérií na základě obecné stupnice, kterou si respondent obtížně představí. Existovala by pravděpodobnost, že by soubor odpovědí nebyl tranzitivní. Z námi získaných hodnot lze pomocí Saatyho metody dojít k určitým výsledkům, ale je nutné získané hodnoty subjektivně převést na určenou stupnici. Tento převod není blíže určen a dochází zde k neobjektivní operaci.

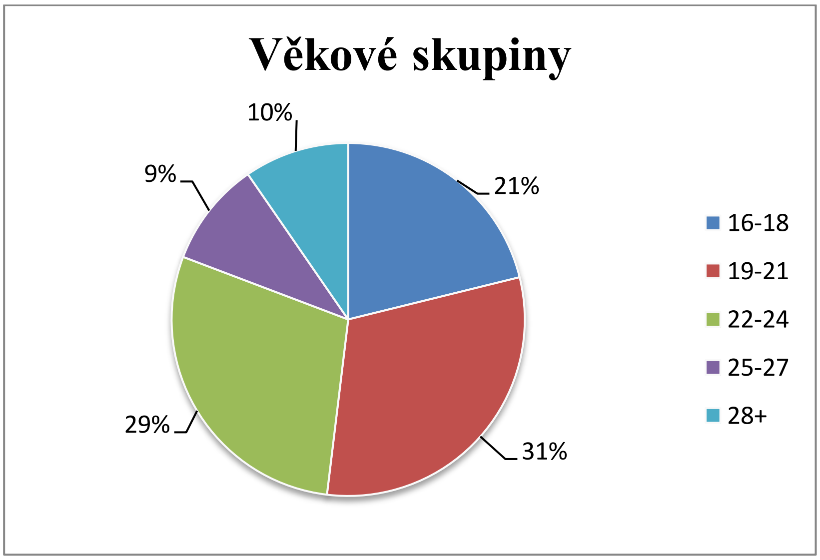
Vybraná bodovací metoda požaduje pro každé kritérium jen jeden výstup - určení významu kritéria pro dané rozhodnutí na stupnici od 1 do 10, kde jedna znamená nedůležité a deset velmi důležité. Respondenti reagovali na šest předem zvolených kritérií. Pro ucelenost dat jsem dále položila otevřenou otázku: Jaká další kritéria vás zajímají při výběru lokality pro přestěhování? Dále jsem ze statistických důvodů zjišťovala pohlaví a věk dotázaných. Jelikož je průzkum zaměřen na mladou generaci, která se teprve chystá ke zřízení vlastní domácnosti, rozčlenila jsem respondenty do následujících věkových kategorií (všechny hodnoty v letech):

- méně než 16,
- 16-18,
- 19-21,
- 22-24,
- 25-27,
- 28+.

Dotazník (viz příloha 1), který obsahoval devět otázek, jsem zveřejnila na internetu pomocí volně přístupného webu Survio. Tento web je nástrojem měření zákaznické spokojenosti, marketingových průzkumů, hodnocení zaměstnanců a jiných online anket. Lze zde zjistit nejen jednotlivé odpovědi dotazovaných osob, ale kromě celkového shrnutí Survio obsahuje také statistiku dotazníku, která zahrnuje též historii a zdroj návštěv a časy vyplňování dotazníků. Dotazník jsem šířila prostřednictvím sociální sítě Facebook a skrze e-mailovou komunikaci. Průzkumu se zúčastnilo 52 osob, z toho 29 žen a 23 mužů, a jejich jednotlivé odpovědi lze nalézt v příloze 2. (Brabcová, 2020) [1]



Obrázek 4: Graf pohlaví respondentů



Obrázek 5: Graf rozdělení podle věkových skupin

Většina dotázaných osob bydlí nebo studuje v okolí Českých Budějovic. Předpokládalo se, že se tito lidé výrazně neliší od ostatních obyvatel žijících ve městech Jihočeského kraje a jejich pohled na důležitost jednotlivých kritérií proto nebude odlišný.

Nejprve jsem odpovědi rozčlenila dle pohlaví. Následně z nich vypočítala aritmetický průměr, který byl zvolen proto, že se odpovědi respondentů chovaly dle normálního rozdělení. Hodnoty mediánu všech kritérií odpovídají hodnotám 7 a 8. Průměrné hodnoty odpovědí se pohybovaly mezi 6,5 a 8.

	Cena bytů	**Nezaměstnanost**	**Lékařská péče**	**Průměrná mzda**	**Kriminalita**	**Kvalita ovzduší**
Muži	7,0869565	6,56521739	7,6521739	7,26087	7,173913043	7,347826087
Ženy	7,3793103	6,48275862	7,5517241	6,862069	6,827586207	7,206896552
Celkem	7,25	6,51923077	7,5961538	7,038462	6,980769231	7,269230769

Tabulka 2: Průměr dle pohlaví

Bodovací metodou bylo zjištěno, že preference kritérií nezaměstnanosti, lékařské péče a kvality ovzduší nezávisí na pohlaví. Mírný rozdíl byl zaznamenán u ceny bytů, na kterou kladou ženy větší důraz než muži. Ty naopak více zajímá výše průměrné mzdy a výše kriminality. Rozdíly mezi pohlavími byly přezkoumány pomocí analýzy rozptylu a bylo zjištěno, že jsou statisticky nevýznamné (viz Příloha 3).

	Cena bytů	Nezaměstnanost	Lékařská péče	Průměrná mzda	Kriminalita	Kvalita ovzduší
Muži	0,1644803	0,15237134	0,1775984	0,168517	0,166498486	0,170534813
Ženy	0,1744091	0,15321923	0,1784841	0,162184	0,161369193	0,170334148
Celkem	0,1699729	0,1528404	0,1780884	0,165014	0,163660956	0,170423805

Tabulka 3: Váhy dle pohlaví

Při odpovědi na otázku, jaká další kritéria respondenty zajímala při výběru lokality pro přestěhování, skoro třetina dotazovaných zmínila možnosti kulturního nebo sportovního vyžití. Více než čtvrtinu respondentů zajímala dopravní obslužnost, kolem 15% dostupnost obchodů a služeb, dále také kvalita škol a vzdálenost do přírody. Velmi praktickou myšlenkou jednoho z účastníků průzkumu byla odpověď „vzdálenost od záplavové zóny“.

6.3 Řešení dle metod založených na aspiračních úrovních

6.3.1 Konjunktivní a disjunktivní metody

Tyto metody nejsou vhodné k řešení úloh, kde je výsledkem určit pořadí. O variantě dokážou říci, jestli je akceptovatelná nebo není, a proto mohou pomoci omezit zvažovanou množinu všech variant před samotným použitím další metody, která je vhodná pro vytvoření pořadí.

6.3.2 Metoda PRIAM

Je nutné zvolit *s* aspiračních úrovní. Aspirační úrovně jsou určeny pro všechna kritéria, protože nebyl nalezen důvod některé kritérium vyřadit. Nultá aspirační úroveň je rovna bazální variantě. Změny v hodnotách aspiračních úrovní jsou určeny tak, aby se *d* nesnížilo o více než jedna. Další aspirační úrovně jsou získány odečtením diference, která tvoří jednu dvacetinu rozdílu bazální a ideální varianty. Výjimku tvoří čtvrtá aspirační úroveň, kterou jsem z důvodu nutnosti postupného poklesu hodnoty *d* pozměnila. Procentuální změna hodnot zůstala i v této aspirační úrovni zachována.

s	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6
0	26 300	3,64	324,4	30 804	15,94	7,09
1	25 439	3,55	317	30 889	15,69	6,91
2	24 578	3,46	310,5	30 974	15,44	6,72
3	23 717	3,37	302,1	31 059	15,19	6,54
4	23 287	3,33	298,4	31 101	15,06	6,45
5	22 426	3,24	291	31 186	14,81	6,26

Tabulka 4: Aspirační úrovně (z_i – hodnota aspirační úrovně pro i-té kritérium, 1 – Cena bytů, 2 – Nezaměstnanost, 3 – Lékařská péče, 4 – Průměrná mzda, 5 – Kriminalita, 6 – Kvalita ovzduší)

Následující tabulka hodnot ukazuje počet kritérií, u kterých varianta vychází lépe než aspirační úroveň v s-tém kroku. Akceptovatelná varianta je každá varianta s hodnotou šest. V nultém kroku jsou zjištěny čtyři akceptovatelné varianty. Zbylé tři varianty (okresy České Budějovice, Český Krumlov a Jindřichův Hradec) jsou řazeny podle systému, kde je s rostoucím počtem kritérií nad aspirační úrovní dosaženo lepšího pořadí. V dalším kroku už není akceptovatelnou variantou okres Prachatice. Při čtvrtém kroku je zjištěno, že okres Tábor vychází třetí v pořadí. V pátém kroku byl jedinou akceptovanou variantou okres Písek, a proto okres Strakonice skončí druhý v pořadí.

	s – aspirační úroveň						
okres	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Pořadí**
České Budějovice	4	4	4	4	3	3	6
Český Krumlov	3	3	3	2	2	2	7
Jindřichův Hradec	5	5	5	5	5	5	5
Písek	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	1
Prachatice	**6**	5	5	5	5	5	4
Strakonice	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	5	2
Tábor	**6**	**6**	**6**	**6**	5	5	3
d	4	3	3	3	2	1	

Tabulka 5: Pořadí podle metody PRIAM

6.4 Řešení dle metod založených na ordinálních informacích

6.4.1 Permutační metoda

Jelikož má tato úloha 7 variant, existuje 7! = 5040 permutací možného pořadí. Prvním krokem při řešení je nalezení všech množin I_{ij} pro i, $j \in \{1,2,3,4,5,6,7\}$. Tyto množiny obsahují indexy kritérií (1-6), pro které platí, že i-tá varianta je v daném kritériu preferována před j-tou.

$I_{11} = I_{22} = I_{33} = I_{44} = I_{55} = I_{66} =\{\}$,

$I_{12} = \{2,3,4,5\}$, $I_{13} = I_{15} = I_{16} = I_{17} = \{2,3,4\}$, $I_{14} = \{3,4\}$,

$I_{21} = I_{24} = I_{27} = \{1,6\}$, $I_{23} = \{1,4,6\}$, $I_{25} = \{\}$, $I_{26} = \{6\}$,

$I_{31} = I_{34} = \{1,5,6\}$, $I_{32} = \{2,3,5\}$, $I_{35} = \{2,3\}$, $I_{36} = \{2,3,5,6\}$, $I_{37} = \{1,2,3,6\}$,

$I_{41} = \{1,2,5,6\}$, $I_{42} = \{2,3,4,5\}$, $I_{43} = I_{45} = \{2,3,4\}$, $I_{46} = \{2,3,5,6\}$, $I_{47} = \{2,3,6\}$,

$I_{51} = I_{54} =\{1,5,6\}$, $I_{52} = \{1,2,3,4,5,6\}$, $I_{53} = \{1,4,5,6\}$, $I_{56} = \{1,2,5,6\}$, $I_{57} = \{1,2,6\}$,

$I_{61} = \{1,5,6\}$, $I_{62} = \{1,2,3,4,5\}$, $I_{63} = I_{64} = \{1,4\}$, $I_{65} = \{3,4\}$, $I_{67} = \{1,2,3,6\}$,

$I_{71} = \{1,5,6\}$, $I_{72} = \{2,3,4,5\}$, $I_{73} = \{4,5\}$, $I_{74} =\{1,4,5\}$, $I_{75} = \{3,4,5\}$, $I_{76} = \{4,5\}$.

Jelikož se hodnoty variant pro jednotlivá kritéria neshodují, k indiferenci zde nedochází. Proto si lze všimnout, že pokud se i liší od j, tak platí vztah $I_{ij} + I_{ji} = \{1,2,3,4,5,6\}$.

Nalezení nejlepší permutace není rychlá záležitost. Ideálně by se mělo sestavit 5040 matic C a vypočítat pro každou příslušné číslo R. To však není bez složitějšího softwaru s ohledem na časovou náročnost efektivní. Musí se tedy omezit množina zvažovaných permutací. Z $I_{52} = \{1,2,3,4,5,6\}$ je patrné, že Prachatice převyšují Český Krumlov ve všech kritériích. Proto lze vyřadit všechny permutace, kde je Český Krumlov v pořadí lepší než Prachatice. Následně jsou využity součty S_i, které značí celkový počet kritérií, pro která je varianta i preferována před jinou. Dle hodnot $S_1 = 18$, $S_2 = 10$, $S_3 = 19$, $S_4 = 21$, $S_5 = 23$, $S_6 = 18$ a $S_7 = 17$ je sestavena matice C a vypočítáno $R = 4{,}90622$ pro pořadí (5, 4, 3, 1, 6, 7, 2).

C	5	4	3	1	6	7	2
5	0	0,504058	0,669071	0,504058	0,656898	0,493237	1
4	0,495942	0	0,495942	0,656898	0,665014	0,501353	0,659603
3	0,330929	0,504058	0	0,504058	0,665014	0,671326	0,49459
1	0,495942	0,343102	0,495942	0	0,495942	0,495942	0,659603
6	0,343102	0,334986	0,334986	0,504058	0	0,671326	0,829576
7	0,506763	0,498647	0,328674	0,504058	0,328674	0	0,659603
2	0	0,340397	0,50541	0,340397	0,170424	0,340397	0

Tabulka 6: Matice C pro pořadí (5, 4, 3, 1, 6, 7, 2)

Pro nejlepší permutaci, která určuje správné pořadí dle této metody, však platí, že čísla nad diagonálou c_{ij} jsou větší než čísla c_{ji} pod diagonálou. Zde tato podmínka není splněna dokonce dvakrát: $c_{43} < c_{34}$ a $c_{16} < c_{61}$. Pro pořadí (5, 3, 4, 6, 1, 7, 2) se R zvýší na hodnotu 4,938683, ale platí zde, že $c_{17} < c_{71}$. Po obměně je získáno pořadí (5, 3, 4, 6, 7, 1, 2) a matice C, uvedená níže s nejvyšším možným R = 4,9549143, pro kterou předem zmíněná podmínka platí. Takové pořadí má maximální R, a je proto ideálním řešením této metody.

C	5	3	4	6	7	1	2
5	0	0,669071	0,504058	0,656898	0,493237	0,504058	1
3	0,330929	0	0,504058	0,665014	0,671326	0,504058	0,49459
4	0,495942	0,495942	0	0,665014	0,501353	0,656898	0,659603
6	0,343102	0,334986	0,334986	0	0,671326	0,504058	0,829576
7	0,506763	0,328674	0,498647	0,328674	0	0,504058	0,659603
1	0,495942	0,495942	0,343102	0,495942	0,495942	0	0,659603
2	0	0,50541	0,340397	0,170424	0,340397	0,340397	0

Tabulka 7: Matice C pro pořadí (5, 3, 4, 6, 7, 1, 2)

okres	**i**	**pořadí**
České Budějovice	1	6
Český Krumlov	2	7
Jindřichův Hradec	3	2
Písek	4	3
Prachatice	5	1
Strakonice	6	4
Tábor	7	5

Tabulka 8: Pořadí dle permutační metody

6.4.2 Lexikografická metoda

Tato metoda je zcela nevhodná pro hodnocení tohoto problému. Porovnává pouze kritérium počtu obyvatel na jednoho lékaře, jelikož má nejvyšší váhu. Všechny ostatní faktory jsou zanedbány. Je zde bráno v potaz pouze 17,81% zadaných informací.

okres	**pořadí**
České Budějovice	1
Český Krumlov	7
Jindřichův Hradec	3
Písek	2
Prachatice	6
Strakonice	4
Tábor	5

Tabulka 9: Pořadí dle lexikografické metody

6.4.3 ORESTE

Vektor *q* značí pořadí kritérií dle důležitosti: (3, 6, 1, 4, 5, 2). Každý sloupec seřadí varianty s ohledem pouze na dané kritérium. Všechna kritéria kromě průměrné mzdy jsou minimalizační.

okres	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
České Budějovice	7	2	1	1	6	7
Český Krumlov	3	7	7	6	7	2
Jindřichův Hradec	4	3	3	7	3	3
Písek	6	1	2	4	4	4
Prachatice	1	4	6	5	2	1
Strakonice	2	5	4	3	5	5
Tábor	5	6	5	2	1	6
Pořadí vah - q	3	6	1	4	5	2

Tabulka 10: Matice P pořadí variant pro každé kritérium (1 – Cena bytů, 2 – Nezaměstnanost, 3 – Lékařská péče, 4 – Průměrná mzda, 5 – Kriminalita, 6 – Kvalita ovzduší)

Z matice *P* se vytvoří matice vzdáleností od fiktivního počátku *D*.

okres	1	2	3	4	5	6
České Budějovice	5,698019215	4,820284528	1	3,191252149	5,545083978	5,598766735
Český Krumlov	3	6,538236174	5,561297767	5,192494102	6,162240148	2
Jindřichův Hradec	3,570018491	4,952890873	2,410142264	5,881951933	4,235823584	2,596247051
Písek	4,952890873	4,769540923	1,650963624	4	4,554883458	3,301927249
Prachatice	2,410142264	5,192494102	4,769540923	4,554883458	4,05141951	1,650963624
Strakonice	2,596247051	5,545083978	3,191252149	3,570018491	5	4,05141951
Tábor	4,235823584	6	3,979057208	3,301927249	3,979057208	4,820284528

Tabulka 11: Matice D (1 – Cena bytů, 2 – Nezaměstnanost, 3 – Lékařská péče, 4 – Průměrná mzda, 5 – Kriminalita, 6 – Kvalita ovzduší)

Dále je vytvořena matice *R*, která uspořádává hodnoty matice *D*.

okres	1	2	3	4	5	6
České Budějovice	38	27,5	1	10,5	34,5	37
Český Krumlov	9	42	36	32,5	41	4
Jindřichův Hradec	14,5	29,5	5,5	39	21,5	7,5
Písek	29,5	25,5	2,5	18	23,5	12,5
Prachatice	5,5	32,5	25,5	23,5	19,5	2,5
Strakonice	7,5	34,5	10,5	14,5	31	19,5
Tábor	21,5	40	16,5	12,5	16,5	27,5

Tabulka 12: Matice R průměrného pořadí hodnot z matice D (1 – Cena bytů, 2 – Nezaměstnanost, 3 – Lékařská péče, 4 – Průměrná mzda, 5 – Kriminalita, 6 – Kvalita ovzduší)

Následuje shrnutí pořadí dle hodnot r_i - součtů hodnot řádku *i* matice *R* vzestupně:

okres	r_i	Pořadí
České Budějovice	148,5	6
Český Krumlov	164,5	7
Jindřichův Hradec	117,5	3,5
Písek	111,5	2
Prachatice	109,0	1
Strakonice	117,5	3,5
Tábor	134,5	5

Tabulka 13: Matice pořadí dle r_i

Dalším krokem je sestavení preferenčních intenzit c_{ij} za pomoci hodnot z matice *R* a množin I_{ij}, které určují indexy, pro které je varianta *i* preferována před *j*-tou variantou. Tyto hodnoty lze uspořádat do matice *C*.

C	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1	0	78	35	9	42,5	20,5	30
2	62	0	15,5	29	0	15,5	36
3	66	62,5	0	22	23	31,5	48,5
4	46	82	28	0	35,5	31,5	43,5
5	82	55,5	31,5	38	0	32,5	48,5
6	51,5	62,5	31,5	26	24	0	33,5
7	44	66	31,5	21	23	16,5	0

Tabulka 14: Matice C preferenčních intenzit (1 – okr. České Budějovice, 2 – okr. Český Krumlov, 3 – okr. Jindřichův Hradec, 4 – okr. Písek, 5 – okr. Prachatice, 6 – okr. Strakonice, 7 – okr. Tábor)

Vypočte se maximální intenzita $c^{\max} = 6^2\ (7 - 1) = 216$ a je sestavena matice C^n, která vzniká podílem hodnot matice *C* a čísla $c^{\max}$.

$\mathbf{C^n}$	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1	0	0,361111	0,162037	0,041667	0,196759	0,094907	0,138889
2	0,287037	0	0,071759	0,134259	0	0,071759	0,166667
3	0,305556	0,289352	0	0,101852	0,106481	0,145833	0,224537
4	0,212963	0,37963	0,12963	0	0,164352	0,145833	0,201389
5	0,37963	0,256944	0,145833	0,175926	0	0,150463	0,224537
6	0,238426	0,289352	0,145833	0,118056	0,111111	0	0,155093
7	0,203704	0,305556	0,145833	0,094907	0,106481	0,076389	0

Tabulka 15: Matice C^n upravených preferenčních intenzit (1 – okr. České Budějovice, 2 – okr. Český Krumlov, 3 – okr. Jindřichův Hradec, 4 – okr. Písek, 5 – okr. Prachatice, 6 – okr. Strakonice, 7 – okr. Tábor)

Prahové hodnoty jsou určeny tak, že $\alpha \leq 0{,}5/(7 - 1) = 0{,}083333$, $\beta \leq 1/[6(7 - 1)] = 0{,}027778$, $\gamma \geq (6 - 2)/4 = 1$. Při zjišťování indiference je zjištěno, že žádná z hodnot c_{ij}^{n} není menší než $\alpha = 0{,}083333$, a proto žádná varianta není indiferentní. Pro $\gamma = 1{,}05$ není nalezena žádná dvojice nesrovnatelných variant. U všech variant lze určit preference a dříve zjištěné pořadí se proto nemění.

6.5 Řešení dle metod založených na kardinálních informacích

6.5.1 Metoda funkce užitku – UFA

Pokud by se chování zkoumaných občanů modelovalo pomocí lineární funkce užitku, fungovala by metoda na stejném principu jako WSA (viz kapitola 6.5.2).

Tato metoda pro zkoumanou úlohu není vhodná z důvodu nedostatků informací. Z průzkumu nelze odvodit, jestli se dotazovaní chovají spíše podle konvexní či konkávní funkce, a bližší určení tvaru takové funkce by bylo zcela subjektivní.

6.5.2 Metoda váženého součtu – WSA

K sestavení standardizované matice užitků R je nutné nejprve určit ideální a bazální varianty.

Varianta	**Cena bytů**	**Nezaměstnanost**	**Lékařská péče**	**Průměrná mzda**	**Kriminalita**	**Kvalita ovzduší**
H – ideální	9 082	1,86	176,2	32 504	10,92	3,39
D - bazální	26 300	3,64	324,4	30 804	15,94	7,09

Tabulka 16: Ideální a bazální varianta

Z původních hodnot je vytvořena standardizovaná matice R.

R	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
České Budějovice	0	0,966377191	1	1	0,15299019	0
Český Krumlov	0,66871878	0	0	0,10422961	0	0,984720285
Jindřichův Hradec	0,62533395	0,896246165	0,3079973	0	0,73561097	0,767423715
Písek	0,55441979	1	0,5391281	0,32175227	0,27816234	0,575183233
Prachatice	1	0,77755769	0,0036325	0,27190332	0,75222259	1
Strakonice	0,74265304	0,45044537	0,2774218	0,47734139	0,18827209	0,320386786
Tábor	0,59995354	0,402645088	0,2752495	0,5347432	1	0,15559971

Tabulka 17: Standardizovaná matice R užitků variant (1 – Cena bytů, 2 – Nezaměstnanost, 3 – Lékařská péče, 4 – Průměrná mzda, 5 – Kriminalita, 6 – Kvalita ovzduší)

Užitky $u(y_i)$ jsou kalkulovány jako vážené součty všech užitků pro dané varianty. Čím větší je celkový užitek varianty, tím lepší pořadí tato alternativa získá.

okres	$u(y_i)$	Pořadí
České Budějovice	0,515842	4
Český Krumlov	0,298683	7
Jindřichův Hradec	0,549301	2
Písek	0,539732	3
Prachatice	0,627863	1
Strakonice	0,408665	6
Tábor	0,490954	5

Tabulka 18: Pořadí dle metody váženého součtu

6.5.3 Metoda AHP

Dílčí váhy w_{ij}, které byly získány metodou kvalitativního párového srovnávání (Saatyho metodou), jsou zadány do matice *W*. Bližší určení výpočtu preferencí lze najít v přílohách 3 a 4.

okres	1	2	3	4	5	6
České Budějovice	0,022539	0,22389	0,524199	0,48996	0,042034	0,024713
Český Krumlov	0,126971	0,019258	0,035008	0,040167	0,032636	0,327865
Jindřichův Hradec	0,126971	0,22389	0,085556	0,031916	0,205001	0,144312
Písek	0,112496	0,261936	0,065585	0,083905	0,050975	0,105311
Prachatice	0,363038	0,15955	0,055446	0,061301	0,205001	0,327865
Strakonice	0,126971	0,055737	0,117103	0,129622	0,042034	0,041021
Tábor	0,121013	0,055737	0,117103	0,163129	0,422318	0,028913

Tabulka 19: Matice W dílčích vah (1 – Cena bytů, 2 – Nezaměstnanost, 3 – Lékařská péče, 4 – Průměrná mzda, 5 – Kriminalita, 6 – Kvalita ovzduší)

Jsou vypočteny agregované váhy pro každou variantu. Jelikož mají tyto váhy povahu užitku, který je maximalizován, seřadí se varianty sestupně.

okres	w_i	Pořadí
České Budějovice	0,223345	1
Český Krumlov	0,098605	6
Jindřichův Hradec	0,134449	4
Písek	0,110971	5
Prachatice	0,195509	2
Strakonice	0,086215	7
Tábor	0,150905	3

Tabulka 20: Pořadí podle metody AHP

6.5.4 Metoda bazické varianty

Všechna minimalizační kritéria a jejich původní hodnoty jsou převedeny na maximalizační. Bazická varianta je stanovena jako ideální varianta z upravených hodnot. Dílčí užitky pro všechny varianty jsou určeny a následně uspořádány do matice.

okres	1	2	3	4	5	6
České Budějovice	0	0,966377	1	1	0,15299	0
Český Krumlov	0,668719	0	0	0,953156	0	0,98472
Jindřichův Hradec	0,625334	0,896246	0,307997	0,947705	0,735611	0,767424
Písek	0,55442	1	0,539128	0,964531	0,278162	0,575183
Prachatice	1	0,777558	0,003632	0,961924	0,752223	1
Strakonice	0,742653	0,450445	0,277422	0,972668	0,188272	0,320387
Tábor	0,599954	0,402645	0,275249	0,975669	1	0,1556
bazická varianta	17 218	1,78	148	32 504	5,02	3,70

Tabulka 21: Matice dílčích užitků (1 – Cena bytů, 2 – Nezaměstnanost, 3 – Lékařská péče, 4 – Průměrná mzda, 5 – Kriminalita, 6 – Kvalita ovzduší)

Z dílčích užitků se váženým součtem získají celkové užitky variant *u* a seřadí se sestupně.

okres	u	Pořadí
České Budějovice	0,749104	5
Český Krumlov	0,716092	7
Jindřichův Hradec	0,789144	2
Písek	0,771782	3
Prachatice	0,868863	1
Strakonice	0,702518	6
Tábor	0,717702	4

Tabulka 22: Pořadí podle metody bazické varianty

6.5.5 TOPSIS

Nejdříve je nutné převést minimalizační kritéria na maximalizační a následně je normalizovat do matice *R*.

okres	1	2	3	4	5	6
České Budějovice	0	0,501937118	0,806278674	0,390426	0,102148186	0
Český Krumlov	0,382463206	0	0	0,3721368	0	0,566989541
Jindřichův Hradec	0,357649934	0,465511005	0,248331629	0,3700087	0,491151261	0,441872912
Písek	0,317091694	0,519400833	0,434687453	0,376578	0,185722872	0,331183263
Prachatice	0,571934296	0,403864112	0,002928797	0,3755602	0,502242477	0,575787409
Strakonice	0,424748742	0,2339617	0,223679248	0,3797547	0,125705135	0,184474677
Tábor	0,343134004	0,209134194	0,221927773	0,3809267	0,667678002	0,089592354

Tabulka 23: Normalizovaná matice R (1 – Cena bytů, 2 – Nezaměstnanost, 3 – Lékařská péče, 4 – Průměrná mzda, 5 – Kriminalita, 6 – Kvalita ovzduší)

Matice *R* je následně přenásobením vah upravena na matici *T*.

okres	1	2	3	4	5	6
České Budějovice	0	0,076716268	0,143588853	0,0644256	0,01671767	0
Český Krumlov	0,065008399	0	0	0,0614076	0	0,096628515
Jindřichův Hradec	0,060790814	0,071148887	0,044224974	0,0610564	0,080382285	0,075305663
Písek	0,05389701	0,079385429	0,077412779	0,0621405	0,030395583	0,056441512
Prachatice	0,097213359	0,061726751	0,000521585	0,0619725	0,082197484	0,098127881
Strakonice	0,072195796	0,035758799	0,039834672	0,0626647	0,020573023	0,031438876
Tábor	0,058323498	0,031964153	0,039522755	0,0628581	0,10927282	0,01526867

Tabulka 24: Matice T (1 – Cena bytů, 2 – Nezaměstnanost, 3 – Lékařská péče, 4 – Průměrná mzda, 5 – Kriminalita, 6 – Kvalita ovzduší)

Následně je v matici *T* nalezena ideální a bazální varianta.

Varianta	Cena bytů	Nezaměstnanost	Lékařská péče	Průměrná mzda	Kriminalita	Kvalita ovzduší
H – ideální	0,09721336	0,079385429	0,14358885	0,0644256	0,10927282	0,09812788
D - bazální	0	0	0	0,0610564	0	0

Tabulka 25: Ideální a bazální varianta z matice T

Z matice *T* jsou vypočteny geometrické vzdálenosti všech alternativ od ideální a bazální varianty (viz příloha 5). Z těchto vzdáleností vyplývají relativní vzdálenosti od bazální varianty s_{iw}, podle kterých je určeno celkové pořadí variant sestupně.

okres ↓ / vzdálenost →	d_{ib} - ideální	d_{iw} - bazální	s_{iw} -relativní	Pořadí
České Budějovice	0,166292208	0,163688656	0,496054995	4
Český Krumlov	0,199772045	0,116461518	0,368276906	7
Jindřichův Hradec	0,112403249	0,151148239	0,573505542	1
Písek	0,119248365	0,138961805	0,538173246	3
Prachatice	0,146694115	0,172183761	0,539967724	2
Strakonice	0,160038338	0,097426713	0,378407526	6
Tábor	0,146489104	0,134767626	0,479162316	5

Tabulka 26: Pořadí podle metody TOPSIS

6.5.6 AGREPREF

Pro všechny dvojice variant jsou nalezeny množiny I_{ij} :

I_{12} = {2,3,4,5}, I_{13} = {2,3,4}, I_{14} = {3,4}, I_{15} = {2,3,4}, I_{16} = {2,3,4}, I_{17} = {2,3,4},

I_{23} = {1,4,6}, I_{24} = {1,6}, I_{25} = {}, I_{26} = {6}, I_{27} = {1,6},

I_{34} = {1,5,6}, I_{35} = {2,3}, I_{36} = {2,3,5,6}, I_{37} = {1,2,3,6},

I_{45} = {2,3,4}, I_{46} = {2,3,5,6}, I_{47} = {2,3,6},

I_{56} = {1,2,5,6}, I_{57} = {1,2,6},

I_{67} = {1,2,3,6}.

Pro všechna *i*, *j* platí $s_{i\text{-}j} = 0$, protože žádná varianta není vůči jiné v kterémkoli kritériu indiferentní.

okres	d_h^+	d_h^-	d_h	Pořadí
České Budějovice	18	18	0	4,5
Český Krumlov	10	26	-16	7
Jindřichův Hradec	19	17	2	3
Písek	21	15	6	2
Prachatice	23	13	10	1
Strakonice	18	18	0	4,5
Tábor	17	19	-2	6

Tabulka 27: Pořadí dle hodnot d_h (veličiny d_h^+, d_h^- a d_h vysvětleny v kapitole 5.3.3.1)

Na základě pořadí zjištěného podle hodnot d_h a vzájemných preferencí je sestavena matice *P*.

	5	**4**	**3**	**1**	**6**	**7**	**2**
5	0	1	1	1	1	0	1
4	0	0	0	1	1	1	1
3	0	1	0	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	1	0	1	1
7	1	0	0	1	0	0	1
2	0	0	1	0	0	0	0

Tabulka 28: Matice P pro pořadí (5, 4, 3, 1, 6, 7, 2) (1 – okr. České Budějovice, 2 – okr. Český Krumlov, 3 – okr. Jindřichův Hradec, 4 – okr. Písek, 5 – okr. Prachatice, 6 – okr. Strakonice, 7 – okr. Tábor)

Snahou přerovnání řádků je pozice jedniček pouze v horní trojúhelníkové matici. Takové situace je skoro dosaženo při pořadí variant (5, 3, 4, 6, 7, 1, 2).

	5	**3**	**4**	**6**	**7**	**1**	**2**
5	0	1	1	1	0	1	1
3	0	0	1	1	1	1	0
4	0	0	0	1	1	1	1
6	0	0	0	0	1	1	1
7	1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1
2	0	1	0	0	0	0	0

Tabulka 29: Matice P pro pořadí (5, 3, 4, 6, 7, 1, 2) (1 – okr. České Budějovice, 2 – okr. Český Krumlov, 3 – okr. Jindřichův Hradec, 4 – okr. Písek, 5 – okr. Prachatice, 6 – okr. Strakonice, 7 – okr. Tábor)

Hodnoty p_{75} a p_{23} obsahují jedničku a leží pod diagonálou. Je nutné je nahradit nulami, protože informace, které z nich plynou, porušují tranzitivnost. Tím vznikne matice, která má jedničky pouze v horní trojúhelníkové matici a udává výsledné pořadí.

	5	**3**	**4**	**6**	**7**	**1**	**2**
5	0	1	1	1	0	1	1
3	0	0	1	1	1	1	0
4	0	0	0	1	1	1	1
6	0	0	0	0	1	1	1
7	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0	0

Tabulka 30: Tranzitivní matice P pro pořadí (5, 3, 4, 6, 7, 1, 2) (1 – okr. České Budějovice, 2 – okr. Český Krumlov, 3 – okr. Jindřichův Hradec, 4 – okr. Písek, 5 – okr. Prachatice, 6 – okr. Strakonice, 7 – okr. Tábor)

okres	**Pořadí**
České Budějovice	6
Český Krumlov	7
Jindřichův Hradec	2
Písek	3
Prachatice	1
Strakonice	4
Tábor	5

Tabulka 31: Pořadí podle metody AGREPREF

6.5.7 ELECTRE

Metoda ELECTRE I není vhodná k určení pořadí, je schopná jen rozdělit varianty na efektivní a neefektivní. Seřadit varianty je schopná metoda ELECTRE III. Jsou sestaveny preferenční množiny C_{ij}, pomocí kterých jsou vypočítány stupně preference s_{ij}, jež jsou následně zaneseny do matice S.

S	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0,659603	0,49594	0,343102	0,495942	0,495942	0,495942
2	0,340397	0	0,50541	0,340397	0	0,170424	0,340397
3	0,504058	0,49459	0	0,504058	0,330929	0,665014	0,671326
4	0,656898	0,659603	0,495942	0	0,495942	0,665014	0,501353
5	0,504058	1	0,669071	0,504058	0	0,656898	0,493237
6	0,504058	0,829576	0,334986	0,334986	0,343102	0	0,671326
7	0,504058	0,659603	0,328674	0,498647	0,506763	0,328674	0

Tabulka 32: Matice stupňů preference (1 – okr. České Budějovice, 2 – okr. Český Krumlov, 3 – okr. Jindřichův Hradec, 4 – okr. Písek, 5 – okr. Prachatice, 6 – okr. Strakonice, 7 – okr. Tábor)

Jsou určeny nejvyšší stupně preference c^0 a c^1 a je nalezena jednoprvková podmnožina, která obsahuje okres Prachatice. Stejným postupem jsou nalezeny další dvě jednoprvkové podmnožiny, první obsahuje okres Strakonice, druhá okres Jindřichův Hradec. Čtvrtá podmnožina obsahuje tři prvky. Zbylý okres Český Krumlov je proto na posledním místě. Určí se další stupeň preference pro čtvrtou podmnožinu a postupně se získá pořadí i pro poslední tři neseřazené prvky.

c	max s_{ij}
0	1
1	0,829576
0	0,829576
1	0,67133
0	0,67133
1	0,659603
0	0,659603
1	0,656898
2	0,504058
3	0,495942

Tabulka 33: Stupně preference

okres	Pořadí
České Budějovice	6
Český Krumlov	7
Jindřichův Hradec	3
Písek	4
Prachatice	1
Strakonice	2
Tábor	5

Tabulka 34: Pořadí podle ELECTRE III

6.5.8 PROMETHEE

Sílu preference této metody vyjadřuje nejlépe Gaussovo kritérium, jelikož bere v potaz i malé rozdíly hodnot a lze podle něj varianty jednoduše seřadit.

Nejprve je třeba převést všechna minimalizační kritéria na maximalizační.

okres	1	2	3	4	5	6
České Budějovice	0	1,72	148,17	32504	0,77	0,00
Český Krumlov	11 514	0,00	0,00	30981	0,00	3,65
Jindřichův Hradec	10 767	1,60	45,64	30804	3,69	2,84
Písek	9 546	1,78	79,88	31351	1,40	2,13
Prachatice	17 218	1,39	0,54	31266	3,78	3,70
Strakonice	12 787	0,80	41,11	31615	0,95	1,19
Tábor	10 330	0,72	40,78	31713	5,02	0,58
	max	max	max	max	max	max
váha	0,169973	0,1528404	0,178088	0,165014	0,163661	0,170424
Směrodatná odchylka s	4816,558	0,6115933	47,28966	519,1554	1,763385	1,364436

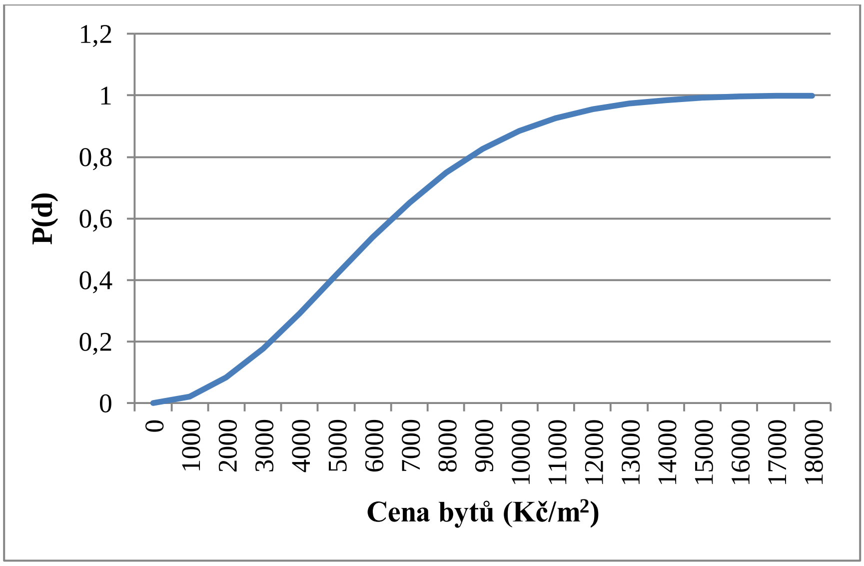
Tabulka 35: Transformace hodnot minimalizačních kritérií (1 – Cena bytů, 2 – Nezaměstnanost, 3 – Lékařská péče, 4 – Průměrná mzda, 5 – Kriminalita, 6 – Kvalita ovzduší)

Průběh funkce všech kritérií se chová dle vzorce:

$$P_j(d) = 1 - e^{-\frac{d^2}{2*s^2}},$$

kde *j* značí kritérium, *d* je rozdíl hodnot dvou variant a *s* směrodatná odchylka kritéria.

Pro ukázku je přiložen graf závislosti funkce P na ceně bytů. Tvar grafů ostatních kritérií je obdobný jako na obrázku 6, pouze hodnoty na vodorovné ose se liší.



Obrázek 6: Graf Gaussova kritéria pro cenu bytů

Z hodnot matic P_j (viz příloha 6) jsou pomocí vah vypočteny indexy $\pi(a,b)$, které jsou následně zaneseny do matice π.

π	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0,504323	0,328516	0,2663	0,353626	0,39481	0,391173
2	0,325852	0	0,038582	0,092175	0	0,136907	0,161948
3	0,429259	0,359512	0	0,120627	0,07396	0,2919	0,227793
4	0,276988	0,367006	0,118193	0	0,165703	0,202936	0,252254
5	0,461287	0,397212	0,185622	0,302765	0	0,372437	0,335743
6	0,219457	0,258905	0,130669	0,054515	0,088231	0	0,038447
7	0,322189	0,396196	0,169742	0,181694	0,14121	0,15521	0

Tabulka 36: Matice π (1 – okr. České Budějovice, 2 – okr. Český Krumlov, 3 – okr. Jindřichův Hradec, 4 – okr. Písek, 5 – okr. Prachatice, 6 – okr. Strakonice, 7 – okr. Tábor)

Pro každou variantu jsou z hodnot v matici π získány výstupní, vstupní a čisté toky. Ty jsou následně podle čistých toků sestupně seřazeny.

okres	ϕ^+	ϕ^-	ϕ	Pořadí
České Budějovice	0,373125	0,339172	0,033953	4
Český Krumlov	0,125911	0,380526	-0,25462	7
Jindřichův Hradec	0,250509	0,161887	0,088621	2
Písek	0,230513	0,169679	0,060834	3
Prachatice	0,342511	0,137122	0,205389	1
Strakonice	0,131704	0,259033	-0,12733	6
Tábor	0,227707	0,23456	-0,00685	5

Tabulka 37: Pořadí dle metod PROMETHEE (ϕ+ - výstupní tok, ϕ- - vstupní tok, ϕ – čistý tok)

6.5.9 MAPPAC

Normalizací původní matice hodnot je získána matice *C*.

okres	1	2	3	4	5	6
České Budějovice	0	0,96637719	1	1	0,15299019	0
Český Krumlov	0,66871878	0	0	0,10422961	0	0,984720285
Jindřichův Hradec	0,62533395	0,89624617	0,3079973	0	0,73561097	0,767423715
Písek	0,55441979	1	0,5391281	0,32175227	0,27816233	0,575183233
Prachatice	1	0,77755769	0,0036325	0,27190332	0,75222259	1
Strakonice	0,74265304	0,45044537	0,2774218	0,47734139	0,18827209	0,320386786
Tábor	0,59995354	0,40264509	0,2752495	0,5347432	1	0,15559971

Tabulka 38: Matice C (1 – Cena bytů, 2 – Nezaměstnanost, 3 – Lékařská péče, 4 – Průměrná mzda, 5 – Kriminalita, 6 – Kvalita ovzduší)

Pomocí vzorců zmíněných níže a sestavením $\binom{6}{2}$ matic (viz přílohy 7-12) se získá okres s nejlepším hodnocením dle této metody. Tato varianta má nejvyšší hodnotu σ^1. Následně tuto variantu vyloučíme ze zvažované množiny.

$$\pi_{ij}(a_r, a_s) = \frac{v_i(c_{ri} - c_{si})}{v_i(c_{ri} - c_{si}) + v_j(c_{sj} - c_{rj})}$$

$$\pi(a_s, a_r) = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^{m} \pi_{ij}(a_r, a_s) \frac{v_i + v_j}{m-1}$$

π	1	2	3	4	5	6	7	σ[1]
1	0	0,64101	0,478239	0,320934	0,49414	0,62661	0,54009	3,101026
2	0,35899	0	0,478102	0,26447	0	0,09035	0,20157	1,393486
3	0,52176	0,5219	0	0,42164	0,39058	0,59336	0,54421	2,993454
4	0,67907	0,73553	0,57836	0	0,46459	0,67939	0,41802	3,554953
5	0,50586	1	0,609419	0,535414	0	0,61332	0,47758	**3,741588**
6	0,37339	0,90965	0,40664	0,320605	0,38668	0	0,56723	2,96419
7	0,45991	0,79843	0,455786	0,581985	0,52242	0,43277	0	3,251303

Tabulka 39: Matice π a hodnoty σ^1 (1 – okr. České Budějovice, 2 – okr. Český Krumlov, 3 – okr. Jindřichův Hradec, 4 – okr. Písek, 5 – okr. Prachatice, 6 – okr. Strakonice, 7 – okr. Tábor)

Následně opakujeme postup se zbylými variantami a díky *σ* je postupně určeno výsledné pořadí.

π	1	2	3	4	6	7	σ[2]
1	0	0,641008	0,478239	0,32093	0,62661	0,54009	2,606886
2	0,35899	0	0,478102	0,26447	0,09035	0,20157	1,393486
3	0,52176	0,521898	0	0,42164	0,59336	0,54421	2,602873
4	0,67907	0,73553	0,57836	0	0,67939	0,41802	**3,090367**
6	0,37339	0,909649	0,40664	0,32061	0	0,56723	2,577508
7	0,45991	0,798429	0,455786	0,58198	0,43277	0	2,728881

Tabulka 40: Matice π a hodnoty σ^2 (1 – okr. České Budějovice, 2 – okr. Český Krumlov, 3 – okr. Jindřichův Hradec, 4 – okr. Písek, 6 – okr. Strakonice, 7 – okr. Tábor)

π	1	2	3	6	7	σ[3]
1	0	0,641008	0,47824	0,62661	0,54009	**2,285952**
2	0,358992	0	0,4781	0,09035	0,20157	1,129016
3	0,521761	0,521898	0	0,59336	0,54421	2,181233
6	0,373386	0,909649	0,40664	0	0,56723	2,256903
7	0,459909	0,798429	0,45579	0,43277	0	2,146896

Tabulka 41: Matice π a hodnoty σ^3 (1 – okr. České Budějovice, 2 – okr. Český Krumlov, 3 – okr. Jindřichův Hradec, 6 – okr. Strakonice, 7 – okr. Tábor)

π	2	3	6	7	σ[4]
2	0	0,4781	0,09035	0,20157	0,770024
3	0,521898	0	0,59336	0,54421	1,659473
6	0,909649	0,40664	0	0,56723	**1,883517**
7	0,798429	0,45579	0,43277	0	1,686987

Tabulka 42: Matice π a hodnoty σ^4 (2 – okr. Český Krumlov, 3 – okr. Jindřichův Hradec, 6 – okr. Strakonice, 7 – okr. Tábor)

π	2	3	7		σ^5
2	0	0,4781	0,20157		0,679672
3	0,5219	0	0,54421		1,066112
7	0,79843	0,45579	0		**1,254215**

Tabulka 43: Matice π a hodnoty σ^5 (2 – okr. Český Krumlov, 3 – okr. Jindřichův Hradec, 7 – okr. Tábor)

π	2	3		σ^6
2	0	0,4781		0,478102
3	0,5219	0		**0,521898**

Tabulka 44: Matice π a hodnoty σ^6 (2 – okr. Český Krumlov, 3 – okr. Jindřichův Hradec)

Výsledné pořadí metody MAPPAC kopíruje pořadí vyloučení ze zkoumané množiny.

okres	**Pořadí**
České Budějovice	3
Český Krumlov	7
Jindřichův Hradec	6
Písek	2
Prachatice	1
Strakonice	4
Tábor	5

Tabulka 45: Pořadí podle metody MAPPAC

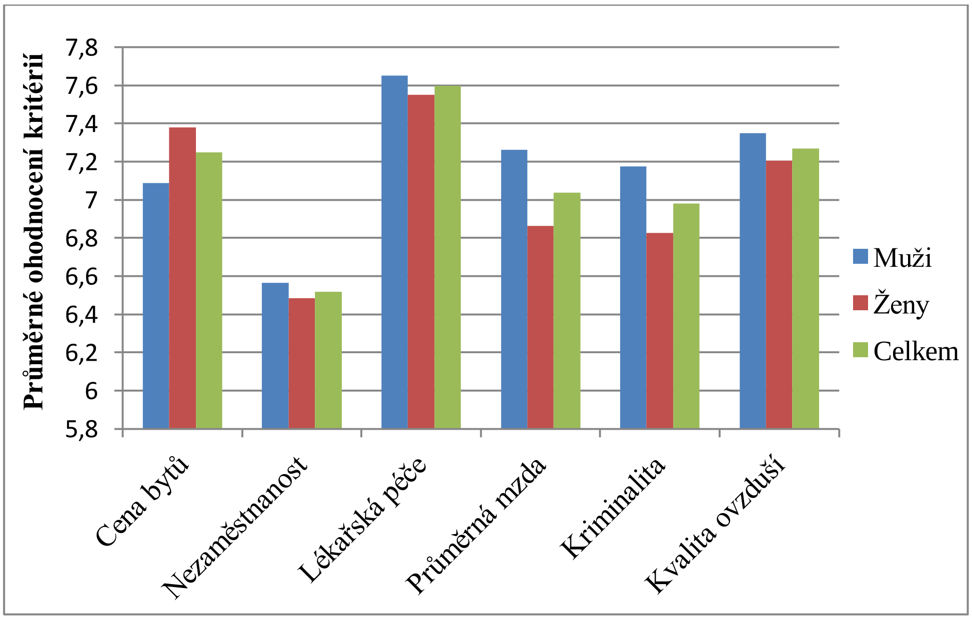
7 Výsledky práce

7.1 Preference kritérií

Po vyhodnocení mého průzkumu na bázi dotazníku jsem zjistila, že mladé občany žijící převážně ve městech Jihočeského kraje nejvíce zajímají kritéria týkající se problémů, o kterých se v poslední době často zmiňují média. Nedostatek lékařů a problematické změny životního prostředí nejspíše způsobily, že byla kritéria lékařská péče a kvalita ovzduší považována za nejdůležitější rovnocenně oběma pohlavími. Hypotéza důležitosti finančních kritérií nebyla zcela správná, hlediska cena bytů a průměrná mzda skončila na třetím a čtvrtém místě. Zajímavým zjištěním je fakt, že muži si cení podstatně více průměrné mzdy, ženy naopak kladou větší nároky na cenu bytů. Dalším překvapivým výsledkem průzkumu je, že muže zajímá stav kriminality více než ženy. Výše nezaměstnanosti při stěhování v rámci kraje hraje nízkou roli, čímž se potvrdila dříve formulovaná hypotéza.

	Cena bytů	**Nezaměstnanost**	**Lékařská péče**	**Průměrná mzda**	**Kriminalita**	**Kvalita ovzduší**
Muži	7,0869565	6,56521739	7,6521739	7,26087	7,173913043	7,347826087
Ženy	7,3793103	6,48275862	7,5517241	6,862069	6,827586207	7,206896552
Celkem	7,25	6,51923077	7,5961538	7,038462	6,980769231	7,269230769

Tabulka 46: Průměrné ohodnocení kritérií



Obrázek 7: Graf bodování kritérií dle důležitosti s ohledem na pohlaví

7.2 Zhodnocení metod

V praktické části jsem vyzkoušela všechny uvedené metody na konkrétním příkladu. Bylo zřejmé, že metody konjunktivní, disjunktivní a ELECTRE I nejsou vhodné k porovnávání variant. Pouze rozdělují množinu na efektivní a neefektivní varianty. Lexikografická metoda je také zcela nevhodná. Zanedbává velké množství informací. Při použití kvantitativního párového srovnávání u jednotlivých variant za metody AHP dochází ke zkreslení kvůli nedostatku dat. U metody PRIAM nejsou obecně doporučené aspirační úrovně, jejich zvolení je subjektivní. Podobně také u metody UFA z průzkumu nelze odvodit, jestli se dotazovaní chovají spíše podle konvexní či konkávní funkce, a bližší určení tvaru takové funkce by bylo zcela subjektivní.

Metoda MAPPAC je bez využití složitějšího softwaru nejvíce časově náročná. Výpočet obsahuje složité soustavy matic, práci s indexy variant a zároveň s indexy kritérií, která je značně komplikovaná. Bylo zjištěno, že MAPPAC oproti jiným metodám zvýhodňuje varianty, které v některých kritériích dosahují ideálních a v ostatních bazálních hodnot, oproti variantám, které jsou ve všech kritériích průměrné. Toto pozorování potvrzuje dvojice okresů České Budějovice a Jindřichův Hradec. První zmíněný v této metodě dosáhl nadprůměrného pořadí. Okres Jindřichův Hradec, který se u většiny metod umisťoval na předních příčkách a je typický svými průměrnými hodnotami, skončil podle metody MAPPAC až na šesté pozici.

V metodě ELECTRE III jsem si všimla, že okres Strakonice skončil na podstatně lepší pozici, než je jeho průměrná pozice. Jakmile je jedna varianta ve značném množství kritérií lepší oproti jiné variantě, výrazně se tento fakt promítne do celkového pořadí. Okres Strakonice v pěti ze šesti kritérií dominoval okres Český Krumlov a nakonec skončil v žebříčku na druhém místě.

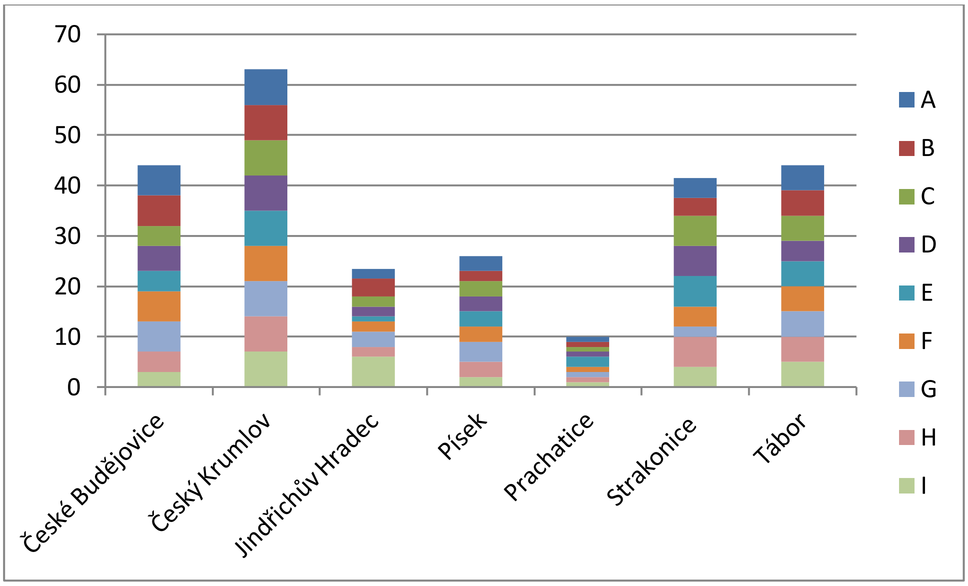
Metoda váženého součtu (WSA) je rychlá a snadná na zpracování a pořadí podle této metody se výrazně neliší od průměru.

U metody TOPSIS došlo k jediné výjimce na přední pozici, kterou neobsadil okres Prachatice. Tato metoda znevýhodňuje varianty, které alespoň v jednom z kritérií dosahují bazální hodnoty. TOPSIS oproti metodě MAPPAC vyzdvihla okres Jindřichův Hradec, který kromě průměrné mzdy nedosáhl výrazných extrémů, což je typickým znakem této metody.

U všech ostatních metod (Permutační, ORESTE, Bazické varianty, AGREPREF, PROMETHEE) dochází k většinové shodě. Tyto metody tvoří základ průměrného pořadí. Mezi okresy České Budějovice, Strakonice a Tábor dochází k malým rozdílům průměru pořadí, proto je jejich výsledná pozice sporná.

okres	Pořadí	Průměr	A	B	C	D	E	F	G	H	I
České Budějovice	5,5	4,889	6	6	4	5	4	6	6	4	3
Český Krumlov	7	7,000	7	7	7	7	7	7	7	7	7
Jindřichův Hradec	2	2,611	2	3,5	2	2	1	2	3	2	6
Písek	3	2,889	3	2	3	3	3	3	4	3	2
Prachatice	1	1,111	1	1	1	1	2	1	1	1	1
Strakonice	4	4,611	4	3,5	6	6	6	4	2	6	4
Tábor	5,5	4,889	5	5	5	4	5	5	5	5	5

Tabulka 47: Celkové pořadí variant dle všech vhodných metod (A – Permutační, B – ORESTE, C – WSA, D – Bazické varianty, E – TOPSIS, F – AGREPREF, G – ELECTRE III, H - PROMETHEE, I – MAPPAC)



Obrázek 8: Graf součtu pořadí variant dle všech vhodných metod (A – Permutační, B – ORESTE, C – WSA, D – Bazické varianty, E – TOPSIS, F – AGREPREF, G – ELECTRE III, H - PROMETHEE, I – MAPPAC)

7.3 Kvalita života v okresech Jihočeského kraje

Na základě výsledného pořadí získaného průměrem pořadí jednotlivých metod lze porovnat kvalitu života v jednotlivých okresech Jihočeského kraje. Na prvním místě se nesporně umístil okres Prachatice, který dominoval v osmi z devíti zvolených metod s průměrnou pozicí 1,111. Kromě počtu obyvatel na jednoho lékaře ve všech ostatních kritériích dosáhl průměrného či nadprůměrného umístění. Na sedmé čili poslední pozici se při použití všech smysluplných metod umístil okres Český Krumlov, který ve většině kritérií vykázal značně nepříznivý stav. Poměrně blízkých hodnot průměrného pořadí dosáhly okresy Jindřichův Hradec a Písek, které zpravidla obsadily v jednotlivých metodách druhé a třetí místo. Kvalita života v těchto oblastech je tedy poměrně vysoká. Průměrného pořadí v rozmezí 4,611 – 4,889 dosáhly okresy Strakonice, České Budějovice a Tábor. Tyto regiony ani dle jednotlivých metod příliš nevynikaly, výjimkou je druhá pozice okresu Strakonice u metody ELECTRE III a třetí místo okresu České Budějovice u metody MAPPAC. Okres Tábor obsadil v pořadí všech metod kromě bazické pátou příčku.

Mé hypotézy týkající se kvality života v jednotlivých okresech se většinově vyplnily. Očekávané umístění okresu Český Krumlov na poslední pozici se potvrdilo. Dle výsledků práce patří okres Písek k oblastem s vyšší kvalitou života, jak bylo v hypotéze predikováno. Naopak hypotéza o okrese Tábor byla vyvrácena, neboť dle získaných výsledků patří k okresům s nižší kvalitou života. Okres České Budějovice dle očekávání skončil v žebříčku na průměrné pozici, neboť hodnoty kritérií dosahují pozitivních i negativních extrémů, které vyplývají z výhod a nevýhod statutu krajského města Českých Budějovic, které má velký vliv na výsledné hodnoty okresu.

8 Závěr

V této bakalářské práci jsem shrnula a následně i v praxi otestovala metody vícekriteriálního hodnocení variant. Praktickou částí jsem názorně poukázala na výhody a nevýhody jednotlivých metod, čímž jsem téma blíže přiblížila veřejnosti. Využila jsem data získaná průzkumem a vyhodnotila kvalitu života na území Jihočeského kraje.

Průzkum zabývající se kritérii kvality života ukazuje preference respondentů, které se liší i v závislosti na pohlaví. Finanční faktory nehrají dle výsledků dotazníku tak silnou roli, jak se předpokládalo. Větší důraz je kladen na aktuální témata, konkrétně na lékařskou péči a kvalitu ovzduší. Potvrdilo se, že výše nezaměstnanosti hraje při stěhování v rámci kraje s ohledem na dostatečný počet pracovním míst pouze minoritní roli.

Vyzkoušela jsem všechny metody popsané v teoretické části. Vyloučila jsem ty, které jsou nevhodné k sestavení pořadí variant, následně zmínila výhody a nevýhody využitelných metod. Je důležité podotknout, že jednotlivé metody vytvořily odlišná pořadí. Například metoda MAPPAC, která byla značně časově náročná, zvýhodnila varianty, které dosahovaly především extrémních hodnot. Lepšího pořadí dosáhly varianty s několika ideálními hodnotami, přestože pro jiná kritéria měly hodnoty bazální. Naopak metoda TOPSIS upřednostnila varianty s převahou průměrných hodnot. Ze všech smysluplných metod jsem vytvořila průměrné pořadí, které nejlépe reflektuje porovnání kvality života v jednotlivých okresech Jihočeského kraje.

Vítězným okresem se překvapivě stal okres Prachatice, který se ve většině kritérií držel v nadprůměrných hodnotách. Okres Písek, který byl v hypotéze předurčen mezi okresy s nejvyšší kvalitou života, skončil na třetí pozici. Okres České Budějovice skončil průměrný, což bylo očekáváno. Stejně tak se vyplnila hypotéza, že Český Krumlov v hodnocení obsadí poslední místo.

Prostřednictvím této práce jsem si osvojila práci se statistickými daty, vylepšila své schopnosti při tvorbě dotazníku a následném zpracování dat. Bližším prozkoumáním zmíněné literatury jsem si rozšířila své znalosti ve studovaném oboru a díky jazykovým znalostem jsem využila i zahraniční zdroje. Zároveň jsem získala bližší vhled do preferencí jednotlivých kritérií.

Mou bakalářskou práci lze eventuálně dále rozvíjet. Jednou z možností je rozšířit sledovanou oblast čili aplikovat na větší územní celek než je Jihočeský kraj. Také je možné posoudit více kritérií, nebo je podrobněji rozčlenit. Bylo by též zajímavé porovnat odlišné věkové skupiny, respektive jejich priority. Data získaná průzkumem a následná porovnání mohou využít instituce, kterých se tato problematika týká, např. krajské či obecní úřady. Shrnutí jednotlivých metod může pomoci dalším studentům snáze pochopit, v jakých konkrétních situacích je vhodné dané metody použít.

I Summary and keywords

Summary

This thesis explores methods of multiple-criteria decision making and their application on data gathered from yearbooks published by Czech Statistical Office and from my own survey based on a questionnaire. The main aim is to describe different methods of multiple-criteria decision analysis, demonstrate their applications, and illustrate the benefits and drawbacks on a specific case. The task is to compare quality of life in all districts of South Bohemia and compile their ranking. The alternatives examined are the counties of České Budějovice, Český Krumlov, Jindřichův Hradec, Písek, Prachatice, Strakonice, and Tábor. The selected decision criteria used in this evaluation consist of the price of apartments, rate of unemployment, quality of health care, average wage, criminality and rate of environmental pollution.

The theoretical part of this bachelor thesis depicts diverse methods of decision-making and their basic advantages and disadvantages. Examples of these techniques are methods based on aspiration levels, such as PRIAM, methods based on ordinal scales, ORESTE, and finally methods based on cardinal scale, such as Weighted Sum Approach, Analytic Hierarchy Process, TOPSIS, AGREPREF, ELECTRE, PROMETHEE and MAPPAC. The practical part describes the actual application of the methods on the selected case and final results of this work. The outcome includes rates of importance for each criterion and county rankings from best to worst based on the methods mentioned above.

Keywords

Multiple-criteria decision making, analysis, methods, criteria, alternatives, evaluation, aspiration level, ordinal scale, cardinal

II Seznam použitých zdrojů

[1] Brabcová, M. (2020). *Kvalita života v Jihočeském kraji.* (Dotazník). Survio. Dostupné z: https://www.survio.com/survey/d/Y7M5B6S4J3A5A7S3N

[2] Český statistický úřad, Krajská správa České Budějovice. (2006). *Regionální rozdíly v demografickém, sociálním a ekonomickém vývoji Jihočeského kraje v letech 2000 až 2005*. České Budějovice, Česko: ČSÚ

[3] Doubravová, H. (2009). *Vícekriterální analýza variant a její aplikace v praxi*. (Diplomová práce). Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích. Dostupné z: https://theses.cz/id/6citbe/downloadPraceContent_adipIdno_11361

[4] Fiala, P. (2013). *Modely a metody rozhodování*. Praha, Česko: Oeconomica

[5] Fiala, P. & Maňas, M. (1994). *Vícekriteriální rozhodování*. Praha, Vysoká škola ekonomická v Praze.

[6] Friebelová, J. & Klicnarová, J. (2007). *Rozhodovací modely pro ekonomy*. České Budějovice, Česko: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích Ekonomická fakulta.

[7] Jablonský, J. & Dlouhý, M. (2015). *Modely hodnocení efektivnosti a alokace zdrojů*. Praha, Česko: Professional Publishing.

[8] Kasper, V. (2018) *Využití metod vícekriteriálního rozhodování při realizaci projektu*. (Bakalářská práce). VŠB – Technická univerzita Ostrava. Dostupné z: https://dspace.vsb.cz/bitstream/handle/10084/129537/KAS0057_FS_B2341_2301R040_2018.pdf?sequence=1&isAllowed=y

[9] Procházková, L. (2014) *Uplatnění metod třídy PROMETHEE v praktických analýzách*. (Diplomová práce). Vysoká škola ekonomická v Praze. Dostupné z: https://vskp.vse.cz/58405

[10] Roszkowska, E. (2011). MULTI-CRITERIA DECISION MAKING MODELS BY APPLYING THE TOPSIS METHOD TO CRISP AND INTERVAL DATA, *Multiple Criteria Decision Making*. (s. 200-230) University of Economics in Katowice. Dostupné z: http://www.mcdm.ue.katowice.pl/index.php?page=publications

[11] Sekničková, J. (2013). *http://jana.kalcev.cz/vyuka/*. Vysoká škola ekonomická v Praze. Dostupné z: http://jana.kalcev.cz/vyuka/kestazeni/EKO422-Ordinalni.pdf, http://jana.kalcev.cz/vyuka/kestazeni/EKO422-Kardinalni1.pdf

[12] Tzeng, G. & Huang, J. (2011). *Multiple Attribute Decision Making*. Boca Raton, Spojené státy americké: CRC Press.

[13] Vacková, A. (2019) *Citlivost kompromisní variant na vybrané změny ve váhovém vektoru při použití metody ELECTRE III.* (Bakalářská práce). Vysoká škola ekonomická v Praze. Dostupné z: https://vskp.vse.cz/77116_citlivost_kompromisni_varianty_na_vybrane_zmeny_ve_vahovem_vektoru_pri_pouziti_metody_electre_iii

[14] Zhaoxu, S. & Min, H. (2010, 5. a 6. června). *Multi-criteria Decision Making Based on PROMETHEE Method*. Příspěvek byl prezentován na konferenci 2010 International Conference on Computing, Control and Industrial Engineering Wuhan. doi: 10.1109/CCIE.2010.110

[15] Ziętková, A. (2019) *Metody vícekriteriálního hodnocení variant a jejich aplikace na státy EU.* (Diplomová práce). VŠB – Technická univerzita Ostrava. Dostupné z: https://dspace.vsb.cz/bitstream/handle/10084/135521/ZIE0016_EKF_N6208_6208T037_2019.pdf?sequence=1&isAllowed=y

III Seznam obrázků a tabulek

Seznam obrázků

Seznam tabulek

IV Seznam příloh

V Přílohy

Příloha 1: První strana dotazníku

Kvalita života v Jihočeském kraji

Kvalita života v Jihočeském kraji

Problém, na který se zaměříme, se týká otázky: Kdybyste se stěhovali v rámci Jihočeského kraje, jaká hlediska by vás zajímala a jak důležitá by pro vás tato kritéria byla?

Tento dotazník bude součástí mé bakalářské práce, tak prosím o upřímné odpovědi. Vyplnění zabere do 5 minut.

Moc děkuji.

Michaela Brabcová

1. Pohlaví

Nápověda k otázce: *Vyberte jednu odpověď*

- ◯ Muž
- ◯ Žena

2. Věk

Nápověda k otázce: *Vyberte jednu odpověď*

- ◯ méně než 16
- ◯ 16-18
- ◯ 19-21
- ◯ 22-24
- ◯ 25-27
- ◯ 28+

survio on-line dotazníky zdarma – www.survio.com 1

Příloha 2: Odpovědi respondentů

pohlaví	věk	kriminalita	nezaměstnanost	cena bytů	ovzduší	mzda	lékařská péče
Z	22-24	9	7	8	10	8	8
Z	22-24	10	8	10	6	6	3
Z	19-21	8	10	8	6	10	7
M	22-24	10	7	5	9	8	9
Z	22-24	10	7	8	10	8	9
Z	19-21	10	10	10	7	8	10
M	22-24	8	5	6	8	8	7
Z	22-24	6	2	7	9	8	7
Z	22-24	8	6	10	10	9	10
M	22-24	9	9	10	10	10	10
M	22-24	6	7	8	10	7	8
M	19-21	8	7	10	8	9	10
M	19-21	1	10	5	7	10	7
M	22-24	8	7	5	7	2	8
M	19-21	5	4	8	5	8	8
Z	19-21	3	2	1	3	1	1
M	19-21	10	10	10	7	10	10
M	16-18	4	2	9	5	9	2
Z	19-21	8	8	10	6	5	8
Z	28+	5	5	5	5	5	8
M	19-21	9	1	4	7	4	9
M	19-21	5	7	7	10	8	9
Z	28+	6	9	5	5	7	6
Z	19-21	6	8	10	9	6	7
Z	19-21	3	7	8	8	7	7
M	16-18	10	6	7	4	6	5
Z	16-18	5	5	5	8	8	10
M	16-18	7	9	6	10	8	9
M	16-18	8	8	4	6	8	9
M	16-18	9	8	6	7	7	8
Z	16-18	10	8	9	5	7	8
Z	16-18	7	7	9	10	9	10
Z	19-21	9	5	6	9	7	8
Z	16-18	8	6	4	8	6	7
M	16-18	9	1	8	10	1	6
Z	16-18	3	5	8	9	8	10
Z	22-24	4	6	8	3	10	5
M	22-24	8	8	10	8	4	10
Z	22-24	2	3	3	7	2	6
M	28+	7	9	10	5	9	6
Z	22-24	5	5	7	6	5	6
M	25-27	8	7	7	8	6	9
Z	22-24	9	7	5	10	4	8

M	25-27	5	7	5	10	7	7
Z	25-27	4	5	7	6	8	6
M	28+	2	3	4	1	8	1
Z	25-27	8	3	7	10	8	10
Z	28+	9	8	8	5	6	6
Z	25-27	8	9	10	6	5	9
Z	19-21	6	7	8	8	8	9
M	19-21	9	9	9	7	10	9
Z	19-21	9	10	10	5	10	10

Příloha 3: Analýza rozptylu rozdílu mezi pohlavími

Ceny bytů

Výběr	*Počet*	*Součet*	*Průměr*	*Rozptyl*		
Muži	23	163	7,086957	4,628458		
Ženy	29	214	7,37931	5,458128		
Zdroj variability	*SS*	*Rozdíl*	*MS*	*F*	*Hodnota P*	*F krit*
Mezi výběry	1,096327	1	1,096327	0,215258	0,6446905	4,03431
Všechny výběry	254,6537	50	5,093073			
Celkem	255,75	51				

Kriminalita

Výběr	*Počet*	*Součet*	*Průměr*	*Rozptyl*		
Muži	23	165	7,173913	6,150198		
Ženy	29	198	6,827586	6,004926		
Zdroj variability	*SS*	*Rozdíl*	*MS*	*F*	*Hodnota P*	*F krit*
Mezi výběry	1,53849	1	1,53849	0,253506	0,6168281	4,03431
Všechny výběry	303,4423	50	6,068846			
Celkem	304,9808	51				

Průměrná mzda

Výběr	*Počet*	*Součet*	*Průměr*	*Rozptyl*		
Muži	23	167	7,26087	6,110672		
Ženy	29	199	6,862069	4,76601		
Zdroj variability	*SS*	*Rozdíl*	*MS*	*F*	*Hodnota P*	*F krit*
Mezi výběry	2,040018	1	2,040018	0,380767	0,5399932	4,03431
Všechny výběry	267,8831	50	5,357661			
Celkem	269,9231	51				

Příloha 4: AHP (Určení preference pro Saatyho metodu)

f1	d od	d do
1	0	3443,6
3	3443,6	6887,2
5	6887,2	10330,8
7	10330,8	13774,4
9	13774,4	17218

f4	d od	d do
1	0	339,956
3	339,956	679,9121
5	679,9121	1019,868
7	1019,868	1359,824
9	1359,824	1699,78

f2	d od	d do
1	0	0,36
3	0,36	0,71
5	0,71	1,07
7	1,07	1,43
9	1,43	1,78

f5	d od	d do
1	0	1,003912
3	1,003912	2,007823
5	2,007823	3,011735
7	3,011735	4,015647
9	4,015647	5,019558

f3	d od	d do
1	0	29,63
3	29,63	59,27
5	59,27	88,90
7	88,90	118,53
9	118,53	148,17

f6	d od	d do
1	0	0,740806
3	0,740806	1,481611
5	1,481611	2,222417
7	2,222417	2,963222
9	2,963222	3,704028

Příloha 5: AHP (Saatyho matice)

f1	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0,142857	0,142857	0,2	0,111111	0,142857	0,2
2	7	1	1	1	0,333333	1	1
3	7	1	1	1	0,333333	1	1
4	5	1	1	1	0,2	1	1
5	9	3	3	5	1	3	3
6	7	1	1	1	0,333333	1	1
7	5	1	1	1	0,333333	1	1

f2	1	2	3	4	5	6	7
1	1	9	1	1	1	5	5
2	0,111111	1	0,111111	0,111111	0,142857	0,2	0,2
3	1	9	1	1	1	5	5
4	1	9	1	1	3	5	5
5	1	7	1	0,333333	1	3	3
6	0,2	5	0,2	0,2	0,333333	1	1
7	0,2	5	0,2	0,2	0,333333	1	1

f3	1	2	3	4	5	6	7
1	1	9	7	5	9	7	7
2	0,111111	1	0,333333	0,2	1	0,333333	0,333333
3	0,142857	3	1	0,333333	3	1	1
4	0,2	5	3	1	0,2	0,333333	0,333333
5	0,111111	1	0,333333	5	1	0,333333	0,333333
6	0,142857	3	1	3	3	1	1
7	0,142857	3	1	3	3	1	1

f4	1	2	3	4	5	6	7
1	1	9	9	7	7	5	5
2	0,111111	1	1	0,333333	1	0,333333	0,2
3	0,111111	1	1	0,333333	0,333333	0,2	0,2
4	0,142857	3	3	1	1	1	0,333333
5	0,142857	1	3	1	1	0,333333	0,333333
6	0,2	3	5	1	3	1	1
7	0,2	5	5	3	3	1	1

f5	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	0,2	1	0,2	1	0,111111
2	1	1	0,142857	0,333333	0,142857	1	0,111111
3	5	7	1	5	1	5	0,333333
4	1	3	0,2	1	0,2	1	0,142857
5	5	7	1	5	1	5	0,333333
6	1	1	0,2	1	0,2	1	0,111111
7	9	9	3	7	3	9	1

f6	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0,111111	0,142857	0,2	0,111111	0,333333	1
2	9	1	3	5	1	7	9
3	7	0,333333	1	1	0,333333	5	7
4	5	0,2	1	1	0,2	3	5
5	9	1	3	5	1	7	9
6	3	0,142857	0,2	0,333333	0,142857	1	1
7	1	0,111111	0,142857	0,2	0,111111	1	1

Příloha 6: Vzdálenosti od ideální (H) a bazální (D) varianty

H	1	2	3	4	5	6
1	-0,09721	-0,00267	0	0	-0,09256	-0,09813
2	-0,0322	-0,07939	-0,14359	-0,00302	-0,10927	-0,0015
3	-0,03642	-0,00824	-0,09936	-0,00337	-0,02889	-0,02282
4	-0,04332	0	-0,06618	-0,00229	-0,07888	-0,04169
5	0	-0,01766	-0,14307	-0,00245	-0,02708	0
6	-0,02502	-0,04363	-0,10375	-0,00176	-0,0887	-0,06669
7	-0,03889	-0,04742	-0,10407	-0,00157	0	-0,08286

D	1	2	3	4	5	6
1	0	0,076716	0,143589	0,003369	0,016718	0
2	0,065008	0	0	0,000351	0	0,096629
3	0,060791	0,071149	0,044225	0	0,080382	0,075306
4	0,053897	0,079385	0,077413	0,001084	0,030396	0,056442
5	0,097213	0,061727	0,000522	0,000916	0,082197	0,098128
6	0,072196	0,035759	0,039835	0,001608	0,020573	0,031439
7	0,058323	0,031964	0,039523	0,001802	0,109273	0,015269

Příloha 7: PROMETHEE (Matice P_j)

P1	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0,942574	0	0,011954	0,080084	0	0	0,029762
3	0,917795	0	0	0,031621	0	0	0,004107
4	0,859702	0	0	0	0	0	0
5	0,998321	0,504021	0,592173	0,718766	0	0,345023	0,640322
6	0,970518	0,034323	0,084187	0,202592	0	0	0,122
7	0,899725	0	0	0,01316	0	0	0

P2	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0,981197	0,02071	0	0,140758	0,677817	0,741338
2	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0,967219	0	0	0,05818	0,570719	0,645381
4	0,004799	0,985808	0,044772	0	0,189856	0,72337	0,780926
5	0	0,923663	0	0	0	0,365744	0,450139
6	0	0,578256	0	0	0	0	0,009675
7	0	0,498346	0	0	0	0	0

P3	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0,992616	0,90468	0,647456	0,992349	0,922913	0,924093
2	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0,372261	0	0	0,36537	0,004578	0,00525
4	0	0,7599	0,230657	0	0,755255	0,285508	0,289501
5	0	6,48E-05	0	0	0	0	0
6	0	0,314613	0	0	0,307844	0	2,32E-05
7	0	0,310562	0	0	0,303807	0	0

P4	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0,986443	0,995299	0,915049	0,941659	0,768734	0,686588
2	0	0	0,056567	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0,224007	0,425862	0	0,013231	0	0
5	0	0,139888	0,327174	0	0	0	0
6	0	0,525822	0,705151	0,121688	0,202454	0	0
7	0	0,629693	0,784044	0,21585	0,309467	0,017506	0

P5	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0,09047	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0
3	0,747221	0,888342	0	0,571642	0	0,702911	0
4	0,061505	0,269098	0	0	0	0,032206	0
5	0,766548	0,898981	0,001117	0,597672	0	0,72432	0
6	0,005031	0,133773	0	0	0	0	0
7	0,945338	0,982602	0,246631	0,878882	0,22021	0,930712	0

P6	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0,97193	0	0,159693	0,460986	0	0,803332	0,920585
3	0,885836	0	0	0,127311	0	0,521154	0,748251
4	0,704492	0	0	0	0	0,212759	0,477279
5	0,974897	0,00086	0,180709	0,485722	0	0,817665	0,927726
6	0,31493	0	0	0	0	0	0,095216
7	0,08535	0	0	0	0	0	0

Příloha 8: MAPPAC $\pi_{ij}(a_1, a_s)$

π_{ij} (1,2)	1	2	3	4	5	6
1	0	0,028077	0,02712	0,029124	0,054681	0
2	0,036485	0,061136	0,066186	0,063571	0,0633	0,030265
3	0,042492	0,066186	0,071235	0,06862	0,06835	0,035886
4	0,037874	0,063571	0,06862	0,066005	0,065735	0,031418
5	0,012045	0,0633	0,06835	0,065735	0,065464	0,008675
6	0	0,034388	0,033817	0,03567	0,058142	0

π_{ij} (1,3)	1	2	3	4	5	6
1	0	0,058648	0,032236	0,026248	0	0
2	0,005914	0,061136	0,066186	0,063571	0,006397	0,004897
3	0,037376	0,066186	0,071235	0,06862	0,038535	0,033815
4	0,040749	0,063571	0,06862	0,066005	0,041661	0,037425
5	0	0,056904	0,029815	0,024074	0	0
6	0	0,059755	0,035887	0,029662	0	0

π_{ij} (1,4)	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0,037207	0,030625	0	0
2	0	0	0,0039	0,002791	0	0
3	0,032406	0,062286	0,071235	0,06862	0,054698	0,031765
4	0,036372	0,06078	0,06862	0,066005	0,055564	0,035764
5	0	0	0,013652	0,01017	0	0
6	0	0	0,037937	0,031324	0	0

π_{ij} (1,5)	1	2	3	4	5	6
1	0	0,055192	0,034058	0,039252	0	0
2	0,009371	0,061136	0,066186	0,063571	0,014392	0,009363
3	0,035554	0,066186	0,071235	0,06862	0,04402	0,035554
4	0,027745	0,063571	0,06862	0,066005	0,036192	0,02774
5	0	0,048908	0,02433	0,029543	0	0
6	0	0,05529	0,034148	0,039348	0	0

π_{ij} (1,6)	1	2	3	4	5	6
1	0	0,039738	0,034471	0,039803	0	0
2	0,024824	0,061136	0,066186	0,063571	0,058981	0,038201
3	0,035141	0,066186	0,071235	0,06862	0,065415	0,048938
4	0,027195	0,063571	0,06862	0,066005	0,06161	0,04108
5	0	0,004319	0,002935	0,004125	0	0
6	0	0,026452	0,020765	0,026007	0	0

π_{ij} (1,7)	1	2	3	4	5	6
1	0	0,034995	0,030725	0,038222	0	0
2	0,029568	0,061136	0,066186	0,063571	0,024263	0,049437
3	0,038888	0,066186	0,071235	0,06862	0,032955	0,057823
4	0,028776	0,063571	0,06862	0,066005	0,02343	0,049864
5	0	0,039037	0,035394	0,042305	0	0
6	0	0,015215	0,01188	0,017223	0	0

Příloha 9: MAPPAC π_{ij}(a_2,a_s)

π_{ij} (2,3)	1	2	3	4	5	6
1	0,067989	0,003298	0,00825	0,066997	0,003851	0,068079
2	0,061265	0	0	0,056479	0	0,050894
3	0,061363	0	0	0,05224	0	0,04161
4	0,066997	0,007091	0,016381	0,066005	0,008217	0,067087
5	0,062875	0	0	0,057518	0	0,051099
6	0,068079	0,013759	0,028093	0,067087	0,015718	0,06817

π_{ij} (2,4)	1	2	3	4	5	6
1	0,067989	0,007281	0,011715	0,023528	0,019959	0,068079
2	0,057282	0	0	0	0	0,044385
3	0,057897	0	0	0	0	0,040362
4	0,043469	0	0	0	0	0,022784
5	0,046768	0	0	0	0	0,026377
6	0,068079	0,020268	0,029341	0,044303	0,04044	0

π_{ij} (2,5)	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0

π_{ij} (2,6)	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	0	0	0,006802
2	0	0	0	0	0	0,024448
3	0	0	0	0	0	0,021176
4	0	0	0	0	0	0,023632
5	0	0	0	0	0	0,014294
6	0,061278	0,040205	0,048527	0,043456	0,052523	0,06817

π_{ij} (2,7)	1	2	3	4	5	6
1	0,067989	0,010305	0,013403	0,009466	0,004448	0,068079
2	0,054258	0	0	0	0	0,019615
3	0,056209	0	0	0	0	0,017952
4	0,057532	0	0	0	0	0,022445
5	0,062279	0	0	0	0	0,035858
6	0,068079	0,045038	0,05175	0,044643	0,030959	0,06817

Příloha 10: MAPPAC π_{ij}(a_3,a_s)

π_{ij} (3,4)	1	2	3	4	5	6
1	0,067989	0,027881	0,015768	0,012396	0,066727	0,068079
2	0,036681	0	0	0	0,011064	0,021087
3	0,053845	0	0	0	0,024248	0,038811
4	0,054601	0	0	0	0,027275	0,041487
5	0,066727	0,052236	0,044102	0,03846	0,065464	0,066817
6	0,068079	0,043566	0,030891	0,0256	0,066817	0,06817

π_{ij} (3,5)	1	2	3	4	5	6
1	0	0,050249	0,037605	0	0	0
2	0,014314	0,061136	0,066186	0,018302	0,05505	0,020299
3	0,032007	0,066186	0,071235	0,037543	0,065085	0,040261
4	0	0,045268	0,031077	0	0	0
5	0	0,00825	0,003264	0	0	0
6	0	0,044354	0,029441	0	0	0

π_{ij} (3,6)	1	2	3	4	5	6
1	0	0,014617	0,054681	0	0,01215	0,014123
2	0,049945	0,061136	0,066186	0,029485	0,0633	0,064653
3	0,014931	0,066186	0,071235	0,004437	0,06835	0,069702
4	0	0,034086	0,064183	0	0,030757	0,034103
5	0,054577	0,0633	0,06835	0,034978	0,065464	0,066817
6	0,053957	0,064653	0,069702	0,032985	0,066817	0,06817

π_{ij} (3,7)	1	2	3	4	5	6
1	0,067989	0,064563	0,069612	0,003123	0,006049	0,068079
2	0,064563	0,061136	0,066186	0,0293	0,040228	0,064653
3	0,069612	0,066186	0,071235	0,004254	0,008118	0,069702
4	0,063875	0,034271	0,064366	0	0	0,030751
5	0,060677	0,023073	0,060232	0	0	0,019596
6	0,068079	0,064653	0,069702	0,036337	0,047221	0,06817

Příloha 11: MAPPAC $\pi_{ij}(a_4,a_s)$

π_{ij} (4,5)	1	2	3	4	5	6
1	0	0,04456	0,030813	0,060434	0	0
2	0,020003	0,061136	0,066186	0,063571	0,019287	0,020659
3	0,038799	0,066186	0,071235	0,06862	0,037688	0,039622
4	0,006564	0,063571	0,06862	0,066005	0,006301	0,006845
5	0	0,044013	0,030662	0,059434	0	0
6	0	0,043994	0,03008	0,060243	0	0

π_{ij} (4,6)	1	2	3	4	5	6
1	0	0,017809	0,028336	0	0,045709	0,028881
2	0,046754	0,061136	0,066186	0,048688	0,0633	0,064653
3	0,041277	0,066186	0,071235	0,044246	0,06835	0,069702
4	0	0,014882	0,024374	0	0,041789	0,024927
5	0,021018	0,0633	0,06835	0,023946	0,065464	0,066817
6	0,039198	0,064653	0,069702	0,04216	0,066817	0,06817

π_{ij} (4,7)	1	2	3	4	5	6
1	0	0,005045	0,009843	0	0	0,006649
2	0,059517	0,061136	0,066186	0,045901	0,027595	0,064653
3	0,059769	0,066186	0,071235	0,039259	0,019451	0,069702
4	0	0,01767	0,029362	0	0	0,022108
5	0	0,035706	0,048898	0	0	0,041623
6	0,06143	0,064653	0,069702	0,04498	0,025194	0,06817

Příloha 12: MAPPAC $\pi_{ij}(a_5,a_s)$

π_{ij} (5,6)	1	2	3	4	5	6
1	0,067989	0,064563	0,032918	0,037745	0,066727	0,068079
2	0,064563	0,061136	0,033507	0,037884	0,0633	0,064653
3	0,036694	0,032678	0	0	0,023627	0,02065
4	0,029252	0,025687	0	0	0,017658	0,01519
5	0,066727	0,0633	0,044723	0,048077	0,065464	0,066817
6	0,068079	0,064653	0,049052	0,051898	0,066817	0,06817

π_{ij} (5,7)	1	2	3	4	5	6
1	0,067989	0,064563	0,040676	0,040906	0,041799	0,068079
2	0,064563	0,061136	0,035889	0,036183	0,037068	0,064653
3	0,028936	0,030296	0	0	0	0,017535
4	0,026092	0,027387	0	0	0	0,015537
5	0,024928	0,026232	0	0	0	0,014689
6	0,068079	0,064653	0,052167	0,051551	0,052128	0,06817

Příloha 13: MAPPAC $\pi_{ij}(a_6,a_7)$

π_{ij} (6,7)	1	2	3	4	5	6
1	0,067989	0,064563	0,069612	0,048181	0,010302	0,068079
2	0,064563	0,061136	0,066186	0,027681	0,0033	0,064653
3	0,069612	0,066186	0,071235	0,002693	0,000198	0,069702
4	0,018816	0,035889	0,065928	0	0	0,01692
5	0,056425	0,060001	0,068151	0	0	0,055157
6	0,068079	0,064653	0,069702	0,050167	0,01166	0,06817