



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## ANALÝZA VLIVU TLUMENÍ NA VELIKOST ODEZVY PŘI DYNAMICKÉM BUZENÍ SVĚTLOMETU

ANALYSIS OF THE EFFECT OF DAMPING ON THE MAGNITUDE OF THE RESPONSE  
DURING DYNAMIC HEADLAMP EXCITATION

### DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Jan Lukáš

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Petr Vosynek, Ph.D.

BRNO 2020



# Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Bc. Jan Lukáš</b>
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce:	<b>Ing. Petr Vosynek, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2019/20

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

## **Analýza vlivu tlumení na velikost odezvy při dynamickém buzení světlometu**

### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

U předních světlometů je požadováno měřit odezvu světlometu na dynamické buzení ve vertikálním směru. Dynamická odezva je predikována výpočtovým modelováním (taktéž označováno jako CAE: computer-aided engineering).

Mezi měřením a výpočtem dochází k dobré shodě při porovnání frekvencí. Horší shoda je u hodnoty amplitudy zrychlení. Tato amplituda je řízena tlumením.

Cílem této práce je určit velikost tlumení u jednotlivých rezonančních špiček tak, aby došlo k lepší shodě amplitudy zrychlení mezi měřením a výsledky z výpočtového modelování.

### **Cíle diplomové práce:**

- rešeršní studie (tlumení, řešená soustava),
- výpočtové modelování (harmonická analýza světlometu),
- analýza výsledků,
- připravit doporučení pro přesnější nastavení tlumení při výpočtovém modelování světlometů,

### **Seznam doporučené literatury:**

BRAUN, Simon, D. J. EWINS a Singiresu S. RAO. Encyclopedia of vibration. San Diego: Academic Press, c2002. ISBN 978-012-2270-857.

BILOŠOVÁ, Alena. Týmová cvičení předmětu Experimentální modální analýza: návody do cvičení předmětu "Experimentální modální analýza" [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, 2011 [cit. 2019-11-04]. ISBN 978-80-248-2756-8. Dostupné z: <http://projekty.fs.vsb.cz/147/ucebniopory/978-80-248-2758-2.pdf>

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2019/20

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## Abstrakt

Cílem předkládané diplomové práce je stanovení velikosti tlumení odezvy světlometu na dynamické buzení. V současné době je nezbytné tuto odezvu měřit, protože je jedním z posuzovaných kritérií kvality světlometu. Při porovnání výsledků experimentálního měření a výpočtového modelování je pozorována dobrá shoda rezonančních frekvencí, ale výrazné rozdíly amplitud zrychlení. Příčinou je proměnlivá hodnota tlumení. Teoretická část práce pojednává o polymerních materiálech, základech kmitání a tlumení. Slouží k pochopení mechanismů, které ovlivňují výsledky experimentálního měření. Praktická část je věnována postupu výpočtového modelování a realizaci experimentálního měření. Analýza výsledků experimentálního měření vede ke zjištění nelinearity, které ovlivňují chování světlometu. Výsledky citlivostní analýzy výpočtového modelování slouží k vytvoření křivek, na jejichž základě je odhadnuto tlumení. Zahrnutí odhadnutého tlumení do výpočtového modelování vede ke snížení porovnávaných rozdílů amplitud zrychlení. Závěr práce obsahuje doporučení pro stanovení tlumení při výpočtovém modelování světlometu.

## Klíčová slova

tlumení, světlomet, harmonická analýza, amplituda zrychlení, poměrný útlum

## Abstract

The aim of the submitted diploma thesis is the magnitude determination of the headlamp response to the dynamic excitation. Currently it is necessary to measure this response, because it is one of the assessed criteria of quality of the headlamp. When comparing results of the experimental measurement and the computational modelling, a good consensus of resonant frequencies is observed, but there are significant differences in acceleration amplitudes. The cause of this is the variable damping value. The theoretical part of the thesis deals with polymeric materials, basics of oscillation and damping. It serves to understand the mechanisms, which influence the results of the experimental measurement. The practical part is dedicated to the procedure of the computational modelling and the experimental measurement implementation. The analysis of the experimental measurement results leads to an ascertainment of nonlinearities, which influence the headlamp behaviour. The results of a sensitivity analysis of the computational modelling are used to create curves, on the basis of which the damping is estimated. The inclusion of the estimated damping into computational modelling leads to reduction of the compared differences of the acceleration amplitudes. The conclusion of the thesis contains the recommendation for the damping determination during the computational modelling of the headlamp.

## Key words

damping, headlamp, harmonic analysis, acceleration amplitude, damping ratio

## Bibliografická citace

LUKÁŠ, Jan. *Analýza vlivu tlumení na velikost odezvy při dynamickém buzení světlometu* [online]. Brno, 2020 [cit. 2020-06-26]. 89 s. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/125416>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Petr Vosynek.

## Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci na téma *Analýza vlivu tlumení na velikost odezvy při dynamickém buzení světlometu* vypracoval samostatně pod vedením svého vedoucího Ing. Petra Vosynka, Ph.D., dále na základě konzultací s firmou Varroc Lighting Systems a s použitím literatury a zdrojů informací, které jsou citovány a uvedeny v seznamu použitých zdrojů.

V Brně dne .....

.....

Jan Lukáš

## Poděkování

Rád bych tímto způsobem poděkoval svému vedoucímu diplomové práce, panu Ing. Petru Votynkovi, Ph.D., za jeho čas, trpělivost a také cenné rady a připomínky v průběhu psaní mé závěrečné práce.

Dále bych rád poděkoval firmě Varroc Lighting Systems a specialistům této firmy za poskytnuté cenné rady a připomínky k tomuto tématu.



# Obsah

<b>1 Úvod</b> .....	<b>11</b>
<b>2 Analýza řešeného problému</b> .....	<b>13</b>
2.1 Problémová situace .....	13
2.2 Formulace problému .....	13
2.3 Cíle řešení problému .....	13
2.4 Systém podstatných veličin .....	13
2.5 Volba metody řešení problému .....	15
<b>3 Polymery</b> .....	<b>16</b>
3.1 Struktura .....	16
3.2 Materiálové stavy a tranzitní oblasti .....	17
3.3 Mechanické chování .....	20
<b>4 Kmitání</b> .....	<b>22</b>
4.1 Kmitání s jedním stupněm volnosti .....	22
4.2 Kmitání s více stupni volnosti .....	25
<b>5 Tlumení</b> .....	<b>27</b>
5.1 Typy tlumení .....	27
5.1.1 Vnitřní tlumení .....	28
5.1.2 Strukturální tlumení .....	29
5.1.3 Kapalinové tlumení .....	32
5.2 Měření tlumení .....	32
5.3 Tlumení ve vibračních analýzách .....	35
<b>6 Výpočtové modelování</b> .....	<b>37</b>
6.1 Model geometrie .....	37
6.2 Model konečno-prvkové sítě .....	39
6.3 Model okrajových podmínek, kontaktů a zatížení .....	41
6.4 Model materiálu .....	45
6.5 Modální analýza .....	46
6.6 Harmonická analýza .....	48
<b>7 Experiment</b> .....	<b>50</b>
<b>8 Analýza výsledků a modifikace výpočtového modelu</b> .....	<b>54</b>
8.1 Analýza výsledků experimentálního měření .....	54
8.2 Modifikace výpočtového modelu (Reverzní analýza) .....	59
8.3 Analýza vlivu tlumení .....	63
8.4 Doporučení pro přesnější nastavení tlumení a použití křivek tlumení .....	74

<b>9 Závěr .....</b>	<b>76</b>
<b>Seznam použitých zdrojů .....</b>	<b>79</b>
<b>Seznam použitých zkratek a symbolů .....</b>	<b>82</b>
<b>Seznam obrázků .....</b>	<b>86</b>
<b>Seznam grafů .....</b>	<b>88</b>
<b>Seznam tabulek .....</b>	<b>89</b>

# 1 Úvod

Ruku v ruce s rozvíjejícím se automobilovým průmyslem v posledních letech došlo k dynamickému růstu také v oblasti vývoje světelné techniky. Světlomety od svých počátků prošly výraznými změnami. Jejich existence může být vnímána již od dob cestování v kočárech, kdy byly používány pro osvětlení cest zápalné lampy. Později byla u prvních automobilů využívána světla plynová a následně již došlo k výrobě prvních elektrických žárovkových světel. Kvalita těchto typů osvětlení byla bohužel velice špatná a neposkytovala výrazné zlepšení viditelnosti ve zhoršených podmínkách. Ke značné změně však došlo v druhé polovině minulého století s příchodem halogenových světlometů. Významným pokrokem bylo v té době usměrnění a zesílení intenzity světelného toku a komfortnější barva vyzařovaného světla pro lidské vnímání. Další vývoj přinesl výkonnější xenonové světlomety, které se projevily enormním zesílením světelného toku a později také poskytovaly možnost adaptivního natáčení světelných modulů v závislosti na jízdních podmínkách. V současné době je většina nových aut vybavena světlomety využívající LED diody. Výhody tohoto systému bezesporu spočívají v možnosti tvorby progresivnějšího designu, životnosti, účinnosti a také nižší spotřebě energie. Rozšířením LED světlometů je mimo jiné technologie OLED, používaná u dynamických směrových světel, dokonalejší systém adaptivního osvětlení vozovky, popřípadě využití tzv. „matrixové“ (maticové) technologie, která je tvořena řadou LED diod. Tyto diody se postupně zapínají a vypínají tak, aby při sepnutých dálkových světlech neoslňovaly okolní účastníky provozu a zároveň poskytovaly optimálně osvětlenou vozovku a blízké okolí. Aktuálními novinkami jsou laserové světlomety vyzařující výrazný světelný svazek i v případě nízkoprofilového designu, popřípadě tzv. digitální světlomety, jež by měly být tvořeny jedním displejem umožňujícím zobrazovat různá signální značení nebo promítat šířku automobilu na vozovku. Na následujícím obrázku 1 jsou zobrazeny dva aktuální typy používaných světlometů, [1,2,3].



Obrázek 1: Typy světlometů: vlevo – LED s adaptivním osvětlováním vozovky, vpravo – laserový; převzato z [4]

Jednou ze společností, která se zabývá vývojem a výrobou světelné techniky dvou a čtyřkolových vozidel, je Varroc Lighting Systems, ve spolupráci s níž byla vytvořena tato diplomová práce. Podnik původně nesl název Joro dle svého zakladatele Jana Rottera od roku 1879, přičemž jeho hlavním zaměřením byla produkce lamp kočárů. Postupem času došlo ke značnému vývoji v rámci společností Autopal, Visteon a dalších až do dnešní podoby, kdy působí jako dodavatel světlometů pro široké spektrum renomovaných značek automobilů, (Ford, Jaguar, Land Rover atd.), [5].

Konstrukce světlometu v průběhu let prošla výraznými změnami. Časy, kdy byla tvořena pouze krycím sklem, reflektorem a pouzdrům, jsou pryč. V současnosti se skládá z několika desítek či dokonce stovek komponent. Hlavní část konstrukce je z velké části tvořena polymerními materiály, které jsou díky svým vlastnostem vhodné pro tvorbu nejrůznějších tvarů. Tvar světlometu často značným způsobem ovlivňuje design celého automobilu a popisuje tak jeho „charakter“. Při vývoji a výrobě často dochází ke kompromisům, tak aby byly splněny základní

požadavky, jakými jsou technické provedení, design, kvalita a mnohdy především cena světlo-  
metu. V ideálním případě by totiž bylo vhodné vyvinout světlo-  
met větších rozměrů, u něhož by  
nebyly potíže s chlazením (což je obecně problé-  
m u současné LED technologie). Poskytoval  
by silnou intenzitu světelného toku a imitoval  
by denní světlo, které je pro lidské vní-  
mání optimální. Tyto požadavky ovšem často  
narážejí na design a konstrukční řešení  
automobilu, [6].

Samotný vývoj světlo-  
metu se od prvního nákresu až po sériovou  
výrobu skládá z řady procesů. Nejprve je  
nutné na základě specifikací zákazníka  
vytvořit prvotní model světlo-  
metu s jeho cenovou nabídkou. V případě  
schválení této nabídky, dochází k vývoji a  
následné výrobě. V průběhu vývoje je  
vytvořena řada konstrukčních návrhů  
světlo-  
metu, které jsou analyzovány sérií  
výpočtů a simulací. V dnešní době je k  
tomu využíváno především výpočtové  
modelování, které je z časového a  
ekonomického hlediska výhodné. Hlavním  
přínosem je možnost posuzovat různé  
varianty řešení bez toho, aniž bychom  
prováděli experimentální měření  
prototypu. Světlo-  
met tedy projde řadou termomechanických,  
strukturálních, kondenzačních či  
dynamic-  
kých analýz, jejichž výsledky by měly  
splňovat požadované specifikace. Na  
závěr je vyrobeno pár kusů, které musí  
projít finálním experimentálním  
měřením, popřípadě jsou u nich  
provedeny poslední úpravy, [6].

V dnešní době je na samotný vývoj  
světlo-  
metu výrazně méně času než v minulosti.  
Je to způsobeno především značným  
pokrokem v oblasti elektrotechniky,  
množstvím variant automobilů na trhu a  
také silným konkurenčním bojem. Výrobci  
se tedy snaží zaujmout výrazným  
progressivním designem, moderními  
technologiemi apod. Proto je žádoucí  
umět na současné trendy reagovat. Řada  
firem často vytváří nové modely  
světlo-  
metů na základě dosavadních zkušeností  
a znalostí. Z těchto důvodů je nezbytné  
vyvíjet, respektive zdokonalovat různé  
metody a postupy při vývoji, které by  
umožnili potřebný čas pro tvorbu nových  
světlo-  
metů zkrátit, což je také důvodem pro  
vznik této diplomové práce.

## 2 Analýza řešeného problému

Tato kapitola je vytvořena na základě systémového přístupu dle publikace [7], přičemž se zabývá popisem problémové situace, formulací problému, definováním cílů řešení problému, sestavením systému podstatných veličin a volbou metody řešení.

### 2.1 Problémová situace

U předních světlometů je požadováno měřit odezvu světlometu na dynamické buzení ve vertikálním směru. Při porovnání výsledků získaných z výpočtového modelování a z experimentálního měření dochází k dobré shodě rezonančních frekvencí, ale k horší shodě amplitud zrychlení. Amplituda zrychlení je řízena tlumením. V současné době je tlumení při výpočtovém modelování nastavováno jako konstantní hodnota. Toto nastavení ovšem neodpovídá dynamické odezvě z experimentu. Především změna charakteru vazeb, z důvodu překonávání pasivních odporů, způsobuje změnu hodnoty tlumení v průběhu dynamické odezvy. Přesnější nastavení tlumení by vedlo k lepší shodě amplitud zrychlení. Díky tomu bychom byli schopni přesněji určit deformaci, napětí, ale především kvalitu světelné stopy, popřípadě životnost světlometu. Současně používané nastavení tlumení totiž zbytečně nadhodnocuje kvalitu neboli kmitání světelné stopy světlometu, což je z časového a ekonomického hlediska nežádoucí.

### 2.2 Formulace problému

Na základě uvedené problémové situace byl formulován následující problém: provedení analýzy vlivu tlumení na velikost odezvy při dynamickém buzení světlometu na základě výsledků výpočtového modelování a experimentálního měření.

### 2.3 Cíle řešení problému

- Rešeršní studie tlumení a řešené soustavy světlometu.
- Výpočtové modelování použitím harmonické analýzy světlometu.
- Analýza a porovnání výsledků z výpočtového modelování a experimentu.
- Stanovení hodnot tlumení při výpočtovém modelování.
- Příprava doporučení pro přesnější nastavení tlumení při výpočtovém modelování světlometů.

### 2.4 Systém podstatných veličin

Pro formulovaný problém je vytvořen systém podstatných veličin, [7]. Tento systém umožní určit veličiny, které jsou pro stanovení tlumení světlometu podstatné. Řešeným objektem je tudíž světlomet. Systém podstatných veličin je rozdělen do následujících 9 podmnožin, na jejichž základě je zvolena vhodná metoda řešení, [7]:

- **Podmnožina S0 – environmentální veličiny – veličiny popisující okolí objektu**  
Objekt je umístěn v pevném přípravku, prostřednictvím něhož je připevněn ke stojanu elektrodynamického vibračního stroje. Objekt je dále obklopen vzduchem.
- **Podmnožina S1 – objektové veličiny – veličiny popisující geometrii a topologii objektu**  
Objekt je složen z několika různých prostorových komponent, které mají přesně danou geometrii. Jejich uspořádání a rozměry jsou dány výkresovou dokumentací. Tyto veličiny jsou uvažovány jako číselné, statické a deterministické.

- Podmnožina S2 – vazbové veličiny – veličiny popisující vazby a interakce objektu s okolím**

Vnější část objektu (pouzdro neboli „housing“) je uložena v přípravku na podporách a zajištěna šroubovými spoji. Jednotlivé komponenty v objektu jsou mezi sebou spojeny prostřednictvím sférických či válcových vazeb (především „housing“ a reflektor) a dále různými typy mechanických spojů (šroubovými, tvarovými, lepenými atd.). Všechny veličiny popisující vazby jsou číselné a deterministické. V případě sférických a válcových vazeb jsou uvažovány dynamické veličiny, u zbylých vazeb veličiny statické.
- Podmnožina S3 – aktivační veličiny – veličiny popisující aktivaci objektu s okolím, které vyvolají na objektu procesy**

Objekt je aktivován pomocí dynamického (harmonického) buzení elektrodynamickým vibračním strojem ve vertikálním směru, což vyvolává změnu posuvů, rychlostí a zrychlení v daném měřicím bodě objektu. Veličiny jsou uvažovány jako číselné, dynamické a deterministické.
- Podmnožina S4 – ovlivňující veličiny – veličiny popisující ovlivňování objektu okolím**

Objekt je ovlivňován teplotou okolí, ovšem v této práci je teplota uvažována jako konstantní hodnota. Přípravek, v němž je umístěn objekt, je považován za dokonale tuhý. Předpokládá se totiž, že přípravek nezpůsobuje tlumení vzniklých vibrací dynamickým buzením. Tato podmnožina je tudíž prázdná.
- Podmnožina S5 – strukturně-vlastnostní veličiny – veličiny popisující oborové vlastnosti struktury objektu**

Objekt se skládá z mnoha komponent vyrobených z oceli, hliníku a polymerních materiálů. Materiály jsou uvažovány jako homogenní, izotropní, lineárně pružné a jsou popsány materiálovými charakteristikami (modul pružnosti v tahu ( $E$ ), Poissonovo číslo ( $\mu$ ), hustota ( $\rho$ )). Veličiny jsou uvažovány jako číselné, statické a deterministické.
- Podmnožina S6 – procesní a stavové veličiny – veličiny popisující procesy probíhající na struktuře a uvádějící objekt do různých stavů**

Díky působení dynamického buzení na objekt dochází ke vzniku kmitání. Při postupném zvyšování budicí frekvence dochází k postupnému přecházení jednotlivých rezonančních stavů. K rezonanci dojde, pokud se vlastní frekvence objektu bude rovnat frekvenci budicí. Zvyšování dynamického buzení může vyvolat změnu charakteru vazeb či vymezení vůlí v důsledku překonávání pasivních odporů, což vede ke změně tlumení objektu. Všechny veličiny kromě tlumení jsou uvažovány jako číselné, dynamické a deterministické. Veličina tlumení je uvažována jako číselná, dynamická a stochastická.
- Podmnožina S7 – projevové veličiny – veličiny popisující projevy objektu, které vznikly v důsledku procesů na objektu**

Kmitání se na objektu projevuje vznikem deformací a napětí. Změna charakteru vazeb se navíc projevuje změnou amplitud posuvů, rychlostí a zrychlení v daném bodě na objektu. Při rezonanci se objekt projevuje vlastními tvary. Dalším projevem objektu je kmitání světelné stopy. Veličiny jsou uvažovány jako číselné, dynamické a deterministické.
- Podmnožina S8 – důsledkové veličiny – veličiny popisující důsledky projevů objektu na okolí či na samotný objekt**

Důsledkem kmitání objektu a jeho užívání v blízké oblasti vlastních frekvencí je výrazné snížení životnosti a vede k dosažení mezního stavu objektu. Při špatném určení tlumení při návrhu světlometu může dojít buď k výraznému nadhodnocení životnosti, což je z ekonomického hlediska negativní důsledek, anebo podhodnocení životnosti, což způsobí dosažení mezního stavu dříve, než je požadováno ze strany zákazníka

a udáváno firmou. Důsledkem kmitání světelné stopy nad předepsané hodnoty je nesplnění požadavků, což je důvodem k reklamaci objektu. Veličiny jsou uvažovány jako číselné, dynamické a deterministické.

**Stochastičnost** jednotlivých veličin, kromě tlumení, v rámci této práce není brána v potaz, přestože řada procesů a charakteristik nejsou ve skutečnosti deterministické. Materiálové charakteristiky, které jsou firmou poskytovány, jsou pro výpočty již převedeny ze stochastických hodnot na hodnoty deterministické prostřednictvím statistických metod. Stochastická veličina je v tomto případě tedy pouze tlumení.

**Dynamičnost**, vyjadřující časovou závislost veličin, není zohledněna u veličin popisující geometrii a topologii objektu a dále u veličin popisující materiálové charakteristiky, což umožňuje snížit délku výpočtového času.

## 2.5 Volba metody řešení problému

Pro správnou volbu metody řešení je zapotřebí nejprve určit metodu modelování. V tomto případě se jedná o abstraktní, teoretické a výpočtové modelování, jehož modelovým objektem je množina vhodných matematických teorií, které jsou výpočtově realizovatelné, jak uvádí publikace [7]. Z hlediska charakteru matematické teorie se jedná o numerické výpočtové modelování, a to především citlivostní analýzu, která slouží k posuzování vlivu změny hodnot určitých vstupních veličin na veličiny výstupní, [7]. Analytické modelování v tomto případě není realizováno z důvodu komplikované geometrie a topologie objektu.

K výpočtu harmonické analýzy (pro výpočtové modelování) je využita variační metoda, přičemž se jedná o metodu konečných prvků (MKP). Přestože není tato metoda schopna řešit stochastické vstupní veličiny, řešení je prováděno na základě opakování výpočtu pro řadu deterministických vstupů, čímž je schopna tato metoda zahrnout všechny podstatné veličiny pro řešení problému. Úpravy geometrie a preprocessing (tvorba sítě, zavedení okrajových podmínek atd.) jsou provedeny v programu ANSA společnosti BETA CAE Systems z důvodu požadavků zadavatele této práce a také kvůli použití tohoto programu v automobilovém průmyslu. Tento program nabízí mnoho možností při tvorbě, úpravě a kontrole vytvořené sítě. Výpočtové simulace jsou realizovány v programu EPILYSIS od téže společnosti, tak jako program META použitý pro následný postprocessing (analýza výsledků atd.).

Pro porovnání výsledků je zapotřebí provést experiment. Experimentální měření je realizováno na objektu prostřednictvím snímačů zrychlení umístěných na vybraných místech objektu. Během experimentu je měřena dynamická odezva světlometu na buzení.

## 3 Polymery

Díky intenzivnímu výzkumu ve 20. století byly vyvinuty polymerní materiály, které našly významné uplatnění v průmyslové výrobě, [8]. Základní struktura těchto materiálů je odvozena z běžně využívaných organických materiálů, které se skládají z atomů uhlíku a vodíku, [9]. Polymery jsou obecně materiály, jejichž struktura je tvořena mnoha molekulami, které jsou uspořádány do řetězců. Tyto řetězce jsou označovány jako makromolekuly, [10]. Jejich hojné využití je způsobeno především díky vlastnostem, které tradiční materiály nevykazují. Jedná se o relativně nízkou hustotu nebo schopnost být tvarován a formován při nižších teplotách, než je tomu u konvenčně používaných materiálů, jakými jsou kovy. Další výhodou je významný poměr pevnosti vůči hmotnosti, snížení pevnosti o jeden řád a také tuhosti téměř o dva řády vůči kovům. Díky těmto vlastnostem dochází k nahrazení doposud používaných materiálů, jakými jsou dřevo, kov, keramika či sklo, u řady dílů a komponent. Vlastnosti polymerních materiálů jsou však velice citlivé na podmínky a způsob výroby, proto je nezbytné správné pochopení chování polymerů, [8,9,11].

Polymerní materiály lze rozdělit do několika skupin, [8]:

- plasty – jedná se o syntetické materiály běžně používané místo obvyklých materiálů,
- gumy – od plastů se odlišují způsobem výroby a výrazným viskoelastickým chováním,
- syntetická vlákna,
- přísady (aditiva).

### 3.1 Struktura

Struktura polymerních materiálů se skládá z mnoha jednoduchých makromolekulárních organických sloučenin. Tyto sloučeniny jsou vytvořeny synteticky nebo jsou přetvářeny z přírodních produktů, [8]. Makromolekuly vznikají spojováním mnoha identických monomerů, které jsou mezi sebou spojeny kovalentními vazbami. Tento proces je označován jako polymerizace, [8,11]. Počet těchto monomerů je u plastů tak vysoký, že v případě odstranění některého z nich nedojde k významné změně vlastností polymeru. Makromolekuly následně vytváří vláknové či řetězové struktury, [8]. Počet monomerů v daném řetězci je někdy nazýván jako stupeň polymerizace, [12]. Zvyšování stupně polymerizace popisuje zvýšení výsledné viskozity daného polymerního materiálu, [13].

Významný vliv na vlastnosti a strukturu polymerních materiálů má konfigurace a konformace řetězce. Konformace řetězce obecně popisuje prostorové rozmístění jednotlivých atomů v dané molekule. Pokud jsou v daném řetězci jednoduché vazby mezi jednotlivými atomy, tak při dostatečné teplotě může dojít k rotaci těchto vazeb, což se projevuje změknutím polymerního materiálu. Konfigurace řetězce poskytuje informace o rozdělení a prostorovém rozmístění atomů molekuly. Během polymerizace dochází k různým konfiguracím řetězce. Boční řetězce mohou být navázány na hlavní řetězec náhodně – ataktické uspořádání, pouze na jedné straně – izotaktické uspořádání, popřípadě může dojít k pravidelnému střídání na obou stranách – syndiotaktické uspořádání. Změna konfigurace je možná pouze prostřednictvím chemické reakce, [9,13].

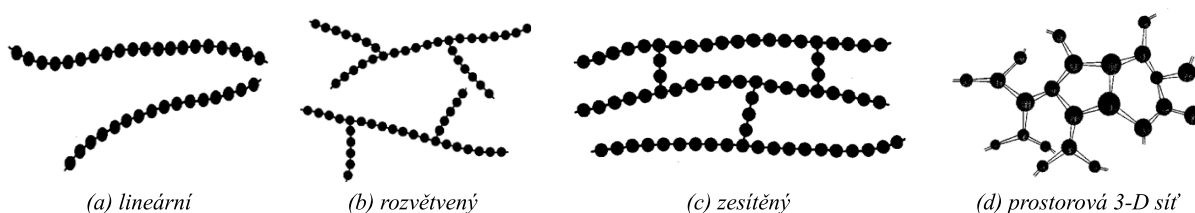
Lineární polymery jsou složeny z makromolekulárních řetězců hladkých, popřípadě mohou obsahovat boční chemické skupiny neboli substituenty. Struktura řetězce je tedy lineární nebo rozvětvená, [10,13]. Řetězce, které jsou tvořeny pouze z monomerů jednoho typu, respektive jedné chemické skupiny, jsou označovány jako homopolymery. Kopolymery se naopak používají pro označení řetězců složených dvěma či více typy monomerů. Kombinace více typů mono-



merů se využívá k dosažení požadovaných vlastností daného polymerního materiálu, [9]. Řetězce jednotlivých lineárních polymerů mají mezi sebou slabé fyzikální vazby (většinou se jedná o van der Waalsovy síly), což způsobuje značnou teplotní závislost jejich chování oproti řetězcům s chemickými vazbami. Tyto typy řetězců jsou typické pro skupinu termoplastů, [8].

Chování termoplastů je vysoce závislé na zvyšující se teplotě. Zvyšování teploty způsobuje snižování tuhosti, což se projevuje zvýšenou schopností se deformovat. Procesy změkčování a zpevňování, pokud jsou způsobeny pouze změnou teploty, jsou zcela vratné, [8]. Jednotlivé řetězce termoplastů mohou být buďto nepravidelně uspořádány v prostoru – amorfní struktury, popřípadě se u některých polymerů mohou vyskytovat krystalické části tvořené řetězci s rovnoměrně a blízko sebe uspořádanými makromolekulami, které spolu s amorfní částí vytváří semikrystalickou strukturu, [8,9,10]. V případě izotaktického uspořádání vznikne semikrystalická struktura s nejvyšším poměrem krystalických útvarů vůči amorfní části. Zvyšování hodnoty poměru má významný vliv na pevnost či modul pružnosti, [10,12].

Řetězce polymerů, které obsahují také chemické vazby, jež jsou mnohem silnější než fyzikální, vytváří zesíťované struktury, popřípadě prostorové trojrozměrné sítě. Chemické vazby způsobují jejich tepelnou odolnost čili nedochází k jejich roztavení se zvyšováním teploty. Zesíťované struktury jsou typické pro reaktoplasty a elastomery. Rozdíl, mezi těmito typy polymerních materiálů za pokojových teplot, je v chování. Reaktoplasty jsou obecně pevné a tuhé, naopak elastomery se projevují tvárným a poddajným chováním. U zesíťovaných struktur se obecně nevyskytují krystalické struktury, poněvadž chemické vazby příčně spojující jednotlivé řetězce neumožňují vznik pravidelného těsného uspořádání řetězců, [8,9,10]. Na obrázku 2 se nachází jednotlivé varianty struktur polymerů.



Obrázek 2: Struktura řetězců polymerů – a) lineární, b) rozvětvený, c) zesíťený, d) prostorová 3-D síť; upraveno z [13]

### 3.2 Materiálové stavy a tranzitní oblasti

Polymerní materiály vykazují v závislosti na změnách teploty výrazné odlišnosti ve svých vlastnostech. V porovnání s kovovými materiály, které se mohou vyskytovat ve třech základních stavech (tuhém, kapalném a plynném), polymerní materiály se vyskytují ve stavech, [8,10]:

- sklovitém (energeticky-elastický stav),
- kaučukovitém (entropicky-elastický stav) – typický stav pro polymerní materiály,
- viskózním (kapalném),

přičemž mezi těmito stavy jsou dvě významné tranzitní oblasti:

- oblast skelného přechodu,
- oblast tání (spjata především s termoplasty).

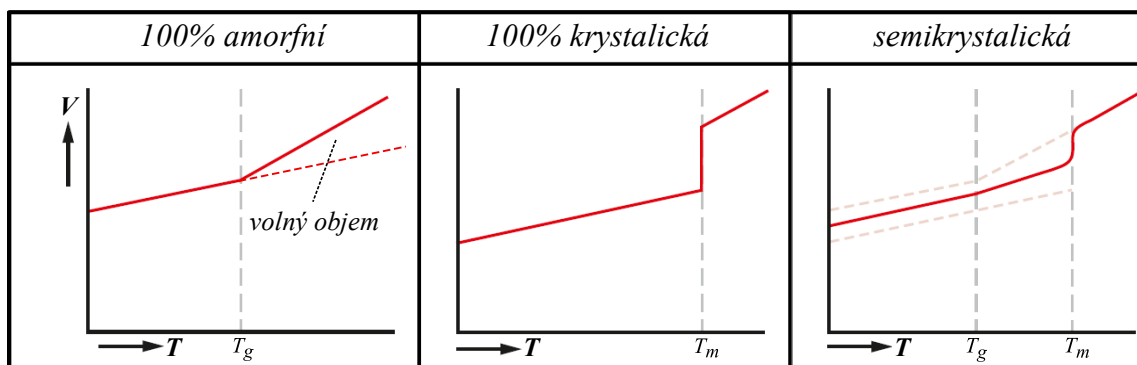
Bez ohledu na typ polymerního materiálu, vystavení působení zvyšující se teplotě způsobuje měknutí, a naopak klesající teplotě způsobuje zpevňování. Tyto procesy jsou důležité především z hlediska zpracování (zpevňování) a technických aplikací (změkčování), [8].

Ve sklovitém stavu jsou polymerní materiály tuhé. Při nízkých teplotách vykazují křehké chování a mají vysoký modul pružnosti. Při vystavení mechanickému zatěžování dochází ve většině případů k nepatrným a pružným deformacím, které se projevují ihned při zatížení. Je to způsobeno především tuhými makromolekulami, u nichž dochází pouze k mikroskopickým změnám uvnitř molekuly (rotace atomů okolo hlavního řetězce – konformace řetězce). Díky tomu může být v této oblasti využit Hookův zákon lineární závislosti mezi napětím a deformací, [8,10].

Polymerní materiály vyskytující se v kaučukovitém stavu se projevují při napětovém zatížení deformací vznikající určitou dobu v porovnání se sklovitým stavem. Tento typ časově závislé elastické deformace je označován jako viskoelastická deformace, která je charakteristická právě pro polymerní materiály. Kaučukovitý stav je významný především pro amorfni část struktury, v níž dochází k pohybu makromolekul. Díky tomu se elastomery a amorfni termoplasty projevují jako pružně tvárné a měkké materiály. Semikrystalické termoplasty, především díky krystalickým útvarům uvnitř struktury, vykazují pevné a houževnaté chování. Toto chování je významně ovlivněno především stupněm krystalizace popisující poměr mezi amorfni a krystalickou strukturou. V případě zesíťovaných, respektive prostorových struktur nedochází k pohybu makromolekul, ale pouze ke klouzání jednotlivých řetězců vůči sobě. Reaktoplasty si z tohoto důvodu udržují stále pevný charakter, jelikož neobsahují amorfni část a nedochází tak k výraznému snížení modulu pružnosti, [8,10].

Viskózní stav je poslední možný stav, ve kterém se polymerní materiály vyskytují. Je charakteristický především pro amorfni část struktury, kde dochází k volnému pohybu jednotlivých řetězců. Vzniká tak viskózní tok, který se vyznačuje plastickou deformací. V případě amorfniích termoplastů se nachází nad teplotou měknutí  $T_f$  a u semikrystalických termoplastů nad teplotou tání krystalů  $T_m$ . Reaktoplasty či elastomery, které jsou tvořeny zesíťovanou strukturou, nevykazují výrazné změny v této oblasti a nedochází k jejich roztavení. Přejod ze sklovitého stavu až do viskózního stavu je u polymerních materiálů souvislý, [8,9,10].

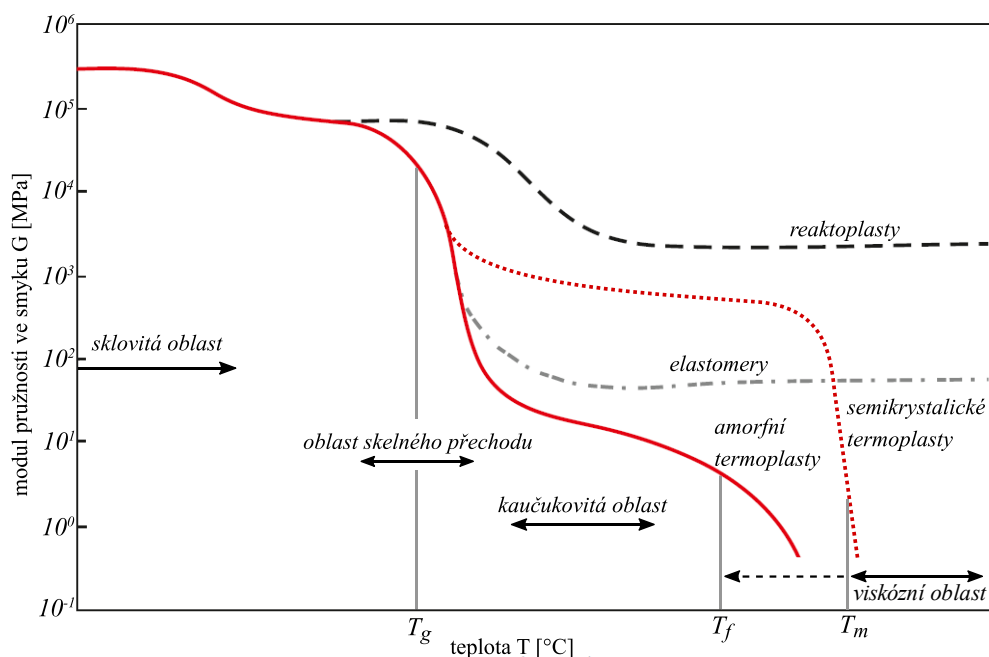
Mezi sklovitým a kaučukovitým stavem je první významná tranzitní oblast – oblast skelného přechodu. Tento přechod je znám také jako *vitřifikace*, což je odvozeno ze skutečnosti, že při ohřevu nad oblast skelného přechodu dochází ke změně sklovitého (pevného) chování na houževnaté a tažné chování. Oblast skelného přechodu je označována jako měknutí, respektive tuhnutí v závislosti na změně teploty. Projevuje se značnými změnami modulu pružnosti ( $10\times$  až  $1000\times$ ) a výraznou schopností potlačení vibrací a rázů. Uvnitř této oblasti se nachází teplota skelného přechodu  $T_g$ , která je podstatná především pro amorfni část struktury. Tato teplota je spjata především s charakteristickým objemem odpovídající převrácené hodnotě hustoty. Při zvyšování teploty dochází vlivem tepelné roztažnosti materiálu ke zvyšování charakteristického objemu. Dosažení teploty skelného přechodu vede k výraznějšímu růstu objemu především z důvodu překonání meziatomových vazeb a zvýšení schopnosti pohybu molekul. Dochází k „tavení“, respektive tání vazeb. Vzniká tak volný objem, který umožňuje se zvyšováním teploty pohyb molekul a snížení viskozity v amorfni části struktury, [8,10,12]. Na obrázku 3 jsou zobrazeny průběhy změny charakteristického objemu amorfni a krystalické struktury polymerních materiálů v závislosti na zvyšování teploty.



Obrázek 3: Změna charakteristické objemu v závislosti na změně teploty pro různé struktury termoplastů; upraveno z [9]

Mezi kaučkovitým a viskózním stavem je oblast tání, v níž se nachází teplota tání  $T_m$  významná především pro krystalické struktury obsahující amorfni části. Překročení této teploty vede k přeskupení molekulárních řetězců, které jsou spojeny prostřednictvím meziatomových vazeb. Zvyšování teploty nad teplotu tání krystalické oblasti způsobí vznik viskózního toku, naopak přechod z viskózního toku na kaučkovitý stav vede ke vzniku pravidelné krystalické struktury. Velikost krystalické struktury je ovšem závislá na rychlosti přechodu. V případě, že dojde k velmi rychlému ochlazení, výsledný polymerní materiál bude tvořen pouze amorfni strukturou. Oblast tání není podstatná pro elastomery a reaktoplasty, poněvadž u nich nedochází ke vzniku viskózního stavu z důvodu silných kovalentních vazeb. Tyto materiály proto zůstávají stále pevné a zvyšování teploty vede pouze k jejich rozpadu, [10,12].

Teplota skelného přechodu a teplota tání jsou značně závislé na stupni polymerizace. Je to způsobeno slabě vázanými konci molekulárních řetězců, které umožňují jejich zvýšenou pohyblivost. Polymery s nízkým stupněm polymerizace mají větší počet volných konců, což umožňuje jednodušší přeskupování molekul. Molekuly polymerních materiálů ale nemají vždy stejnou délku. Proto nemůže být teplota tání přesně určena, tak jako je tomu například u čistých kovů, [12]. Na obrázku 4 je zobrazena závislost modulu pružnosti jednotlivých typů polymerních materiálů v závislosti na změně teploty spolu s vyznačenými významnými oblastmi.



Obrázek 4: Závislost modulu pružnosti ve smyku  $G$  na změně teploty  $T$ ; upraveno z [9]

Amorfnní termoplasty mají praktické využití pod teplotou skelného přechodu ve sklovitém stavu, jelikož nad touto teplotou se u nich projevuje značná viskózní složka deformace a výrazný pokles modulu pružnosti. Semikrystalické termoplasty mají své využití jak ve sklovitém, tak i kaučukovitém stavu, jelikož pod teplotou skelného přechodu se používají pro svou pevnost a nad touto teplotou pro svou tažnost. Elastomery se vždy používají v kaučukovitém stavu. Reaktoplasty, jež se nemohou vyskytovat ve viskózním stavu, se používají jak ve sklovitém, tak i kaučukovitém stavu. Dochází u nich pouze ke snižování tuhosti při překročení teploty skelného přechodu, [10,12].

### 3.3 Mechanické chování

Polymerní materiály mají mechanické vlastnosti, které jsou velmi citlivé na vnější vlivy, jakými jsou teplota, čas, velikost a typ zatížení ad. Mimo tyto vlivy ovlivňuje deformační chování také termomechanická historie daného polymerního materiálu, která zahrnuje vzniklá zbytková napětí, řetězcové orientace či stupeň krystalizace, [8].

Chování polymerních materiálů je charakteristické především průběhem deformace makromolekul, které se při působení zatížení obvykle ihned nedeformují. Pro makromolekuly je naopak typické rozložení působícího napětí pomocí přemístění jednotlivých makromolekul řetězců. Rychlost přemístění je výrazně ovlivněna velikostí působícího zatížení, vazbami mezi makromolekulami či teplotou materiálu. Lze tedy konstatovat, že polymerní materiál se vyznačuje tuhým a křehkým chováním v případě, že je vystaven deformaci při nízkých teplotách či vysoké rychlosti zatěžování. Naopak vykazuje tažné a houževnaté chování, pokud je vystaven deformaci při vyšších teplotách nebo pomalému zatěžování. Díky těmto aspektům může mít jeden komponent vyrobený z polymerního materiálu projevy jak křehkého, tak i houževnatého chování, [8].

Polymerní materiály, vystavené působení vnějšího zatížení, vykazují mechanickou odezvu ve formě deformace. Tato deformace je časově závislá a lze ji rozdělit na následující typy, [8]:

- elastická deformace (zcela vratná a okamžitá),
- viskoelastická deformace nebo relaxace (časově závislá a vratná),
- viskózní deformace (časově závislá a nevratná).

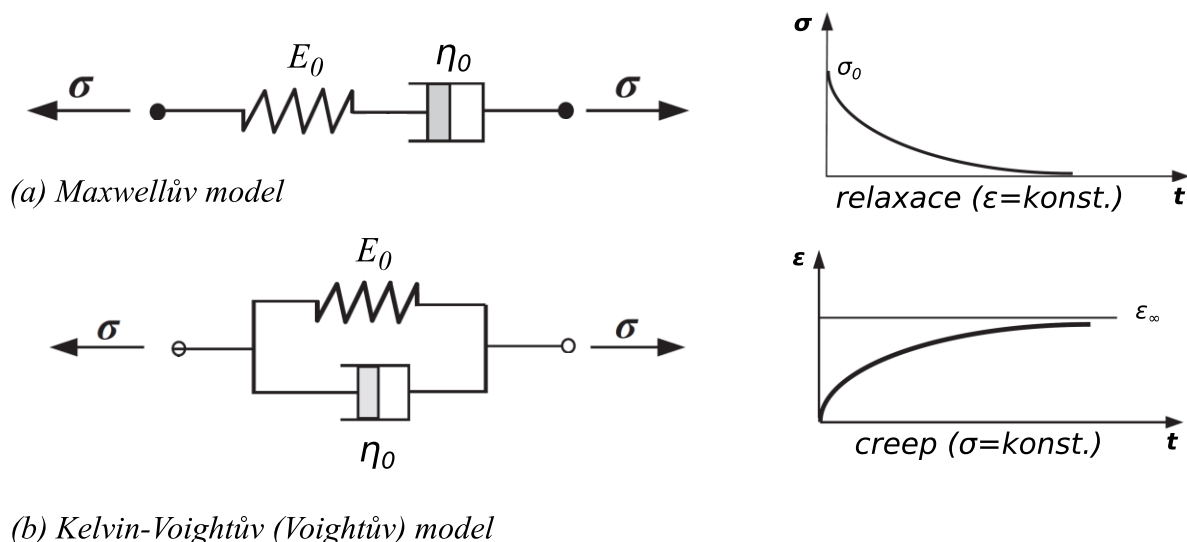
Elastická deformace je popsána okamžitou změnou vzdálenosti mezi jednotlivými atomy a pokřivením valenčních úhlů mezi pevnými chemickými vazbami, [8,9]. Projevuje se při použití nízké hodnoty amplitudy zatížení. Po odstranění zatížení se vzorek vrací do svého původního tvaru. Toto chování je popsáno pružinou s danou tuhostí  $E_0$ . Viskózní deformace je naopak charakteristická nevratnou časově závislou změnou, což se po odstranění zatížení projeví neschopností vrátit se zpět do původního tvaru. Tlumič s viskozitou  $\eta_0$  popisuje tento typ chování, [8].

Spojení předchozích dvou typů deformací vede ke vzniku viskoelastické deformace či relaxace, která se projevuje opožděnou odezvou na vnější zatížení v důsledku určitého časového úseku nezbytného pro přeskupení molekul. Relaxace je tedy tendence materiálu nabýt svého rovnovážného stavu, pokud dochází k jeho vnějšímu zatěžování. V závislosti na typu vnějšího zatížení může být rozdělena viskoelastická deformace na napěťovou relaxaci, vznikající při zatížení vyvolaným konstantní hodnotou deformace, nebo deformační relaxaci, vznikající při zatěžování konstantním napětím. Deformační relaxace je mnohdy nazývána jako *creep* či retardace. Viskoelastické chování je popsáno paralelním spojením pružiny o tuhosti  $E_{rel}$ , vyjadřující elastický příspěvek, a tlumičem s viskozitou  $\eta_{rel}$ , vyjadřující viskózní část. Čím vyšší je rychlost zatěžování, tím větší je elastický příspěvek ve viskoelastickém modelu. Výsledkem vydělení viskozity tuhostí je materiálově závislý čas relaxace  $\tau$  popisující zpoždění odezvy materiálu

na vnější zatížení. Pro polymerní materiály se pohybuje mezi 1 až 100 hodinami. Při nízkých teplotách jsou vyšší hodnoty relaxačního času, naopak při vyšších teplotách jsou hodnoty relaxačního času nižší. Relaxační čas ( $\tau_{rel}$  – při konstantní deformaci) je vždy menší než čas retardační ( $\tau_{ret}$  – při konstantním napětí), [8,9,12].

Rozlišování mezi relaxací a *creepem* nemá pro běžné aplikace velký význam, jelikož reálně neexistuje pouze jedna časová konstanta. Spíše se jedná o časově závislá spektra (relaxační či retardační), ovšem i ta jsou známá pouze sporadicky z důvodu obtížně dosažitelných přesných a stálých experimentálních výsledků. Tento problém se týká i běžně používaných polymerních materiálů. Udržení stálé hodnoty deformace ve vzorku při pozorování změny napětí je možné pouze v případě ideálně tuhých kleští. Naopak dosažení stálé hodnoty napětí při pozorování změny deformace je relativně snadné a přesné. Z tohoto důvodu je obecně pro popis deformačních procesů používán termín relaxace, [8].

K popisu chování polymerních materiálů jsou využívány tzv. reologické modely, které kombinují vlastnosti ideálně elastických a viskózních látek. Pro případ elastické deformace je použit Hookův model ideálně pružného materiálu, naopak pro viskózní deformaci je použit Newtonův model ideálně viskózního materiálu. Kombinací těchto základních modelů lze obdržet řadu dalších, které se aplikují pro popis určitého typu chování. Pro případ relaxace se jedná o model Maxwellův, který je složen ze sériově zapojených základních modelů, [13]. Paralelním zapojením je naopak možné získat Voightův (Kelvin-Voightův) model sloužící pro popis *creepu*, [14]. Kombinací Maxwellova a Voightova modelu vznikne 4-parametrický model (označovaný jako Tuckettův dle zdroje [13] či Burgersův dle zdroje [14]), který lze použít pro popis viskoelastického chování amorfního polymeru, [8]. Tyto jednoduché modely ovšem nepodchycují přechod k plasticitě. Obecně neberou v potaz závislost napětí na deformaci, [12]. Ve zdroji [14] je dále uvedena řada dalších běžně používaných reologických modelů. Na obrázku 5 se nachází dva základní reologické modely spolu s jejich odezvami na konstantní deformaci – relaxace (Maxwellův model) a konstantní napětí – *creep* (Kelvin-Voightův model).



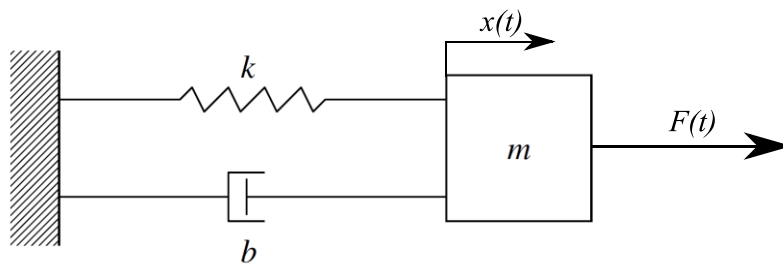
Obrázek 5: Schéma reologických modelů (Maxwellův a Kelvin-Voightův) s odezvami na zatěžování v závislosti na čase; upraveno z [9]

## 4 Kmitání

Mechanické kmitání popisuje pohyb daného objektu či dynamického systému kolem rovnovážné polohy. Tento jev je označován jako vibrace, [15]. Základní představa netlumených vibrací je založena na vložení určité energie do systému a následně pouhé transformaci potenciální energie v kinetickou a naopak. Tento proces lze interpretovat na základě existence setrvačných elementů (hmota), které v sobě uchovávají kinetickou energii, a elastických elementů (pružina), které uchovávají potenciální energii. Pružina působí silou na hmotu takovým způsobem, aby ji udržela v rovnovážné poloze, což způsobuje kmitání této hmoty a přeměnu energií, [15,16]. Vibrace jsou ve většině případů nežádoucím projevem chování daného objektu, poněvadž mohou zapříčinit např. vznik dynamických napětí vedoucích k poruše objektu či způsobovat energetické ztráty stroje projevující se snížením jeho výkonu, [15,17]. Analýza kmitání, respektive vibrací dané struktury je tedy nezbytnou součástí již samotného návrhu, aby tyto negativní projevy nenastaly. V některých simulacích mohou být použity zjednodušené výpočtové modely, které umožňují popsat danou strukturu, tak aby nedocházelo k řešení zbytečně komplikovaných analýz. Je třeba mít na paměti, že tyto modely nemusí být vždy dostatečně přesné a nemusí poskytovat použitelné výsledky, [17]. V této kapitole jsou stručně shrnuty základní modely kmitání, které umožňují pochopit chování jednoduchých dynamických struktur.

### 4.1 Kmitání s jedním stupněm volnosti

Analýza systému s jedním stupněm volnosti (SDOF) je významná z hlediska pochopení jeho vlastností. Je zapotřebí si totiž uvědomit, že za určitých předpokladů lze řadu reálných struktur modelovat jako složitější systém s více stupni volnosti (MDOF), který je složen z určitého počtu vzájemně spojených systémů s jedním stupněm volnosti, [18,19]. Pohyb SDOF systému je určen posuvem v daném směru, respektive první či druhou derivací tohoto posuvu podle času (rychlost, zrychlení), [20]. Na obrázku 6 se nachází SDOF systém, který je často označován jako harmonický oscilátor, [19].



Obrázek 6: Systém s jedním stupněm volnosti, upraveno z [16]

Pohybová rovnice (1) pro harmonický oscilátor na obrázku 6 je definována následovně, [20]:

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = F(t). \quad (1)$$

Oscilátor se tedy skládá ze čtyř základních částí, kterými jsou hmotnost  $m$ , pružina definovaná tuhostí  $k$ , viskózní tlumič definovaný koeficientem tlumení  $b$  a působící vnější zatížení definované silou  $F$  závislé na čase  $t$ . Pohyb oscilátoru je popsán posuvem  $x$ , který je závislý na čase  $t$ . Pohybová rovnice (1) je tedy lineární diferenciální rovnicí druhého řádu, jejíž levá strana popisuje vnitřní síly a pravá strana vnější působící síly, [15,20]. Vnitřními silami jsou, [20]:

- setrvačná síla ( $F_m = m\ddot{x}(t)$ ), která je úměrná hmotnosti a zrychlení,
- viskózní tlumící síla ( $F_b = b\dot{x}(t)$ ), která je úměrná koeficientu tlumení a rychlosti,

- elastická síla ( $F_b = kx(t)$ ), která je úměrná tuhosti a posuvu.

Kmitání tedy může být rozděleno na dva základní typy podle členů, které jsou obsaženy v pohybové rovnici. Obecně se jedná o volné kmitání, pokud je pravá strana rovnice (1) nulová, a vynucené kmitání, [15,20]. V obou případech může, ale také nemusí vstupovat do kmitání vliv tlumení.

Volné kmitání lze rozdělit na netlumené volné kmitání a tlumené volné kmitání. Netlumené volné kmitání vzniká, pokud nejsou v systému obsaženy žádné třecí (tlumící) síly nebo jsou zanedbatelné. Uvedením tohoto systému do pohybu, prostřednictvím vychýlení z rovnovážné polohy, dojde ke vzniku volných vibrací o stále stejné amplitudě výchylky, dokud není tento pohyb z vnějšího prostředí zastaven, [19]. Tento systém je někdy označován jako konzervativní – nedochází k energetickým ztrátám, [15]. Pohyb při tomto kmitání je většinou harmonický s periodou či vlastní frekvencí závislou na hmotnosti a tuhosti systému, [15,19]. Pohybová rovnice (1) po úpravě pro volné netlumené kmitání vypadá následovně (2), [16]:

$$\ddot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = 0. \quad (2)$$

Člen  $\omega_n$ , respektive  $f_n$ , je definován jako (úhlová) vlastní frekvence systému a může být určen následovně (3), [15,16]:

$$\Omega_0 = \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \left(f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}\right). \quad (3)$$

Této vlastní frekvenci odpovídá tzv. vlastní tvar, ve kterém se daný systém, při kmitání s frekvencí odpovídající vlastní, vyskytuje, [18].

K tlumenému volnému kmitání dochází, pokud se v systému objeví tlumící účinky, které způsobí postupné snižování amplitudy výchylky, což vede až k úplnému zastavení kmitání. Tento proces je výsledkem postupné ztráty energie, což je typické pro nekonzervativní systémy. Pokud jsou tyto tlumící účinky výrazné, ke kmitání vůbec nedochází a systém se po vychýlení vrací ihned do své rovnovážné polohy, [15,19]. Pro následující úpravy rovnic a popis tlumení je použit model viskózního tlumiče, jehož tlumící účinek je úměrný rychlosti, [18]. Pohybová rovnice (1) po úpravě pro volné tlumené kmitání vypadá následovně (4), [16]:

$$\ddot{x}(t) + 2b_p \omega_n \dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = 0. \quad (4)$$

Člen  $b_p$  je definován jako poměrný útlum systému a je vyjádřen dle následujícího vztahu (5) jako poměr koeficientu tlumení ke kritickému tlumení, [16].

$$b_p = \frac{b}{b_{kr}} = \frac{b}{2\sqrt{mk}} = \frac{b}{2m\omega_n} = \frac{\delta}{\omega_n} \quad (5)$$

V závislosti na velikosti poměrného útlumu lze soustavy rozdělit pro kladné hodnoty koeficientu tlumení na, [20]:

- soustavy s podkritickým tlumením ( $0 < b_p < 1$ ),
- soustavy s kritickým tlumením ( $b_p = 1$ ),
- soustavy s nadkritickým tlumením (výrazné, silné tlumení) ( $b_p > 1$ ).

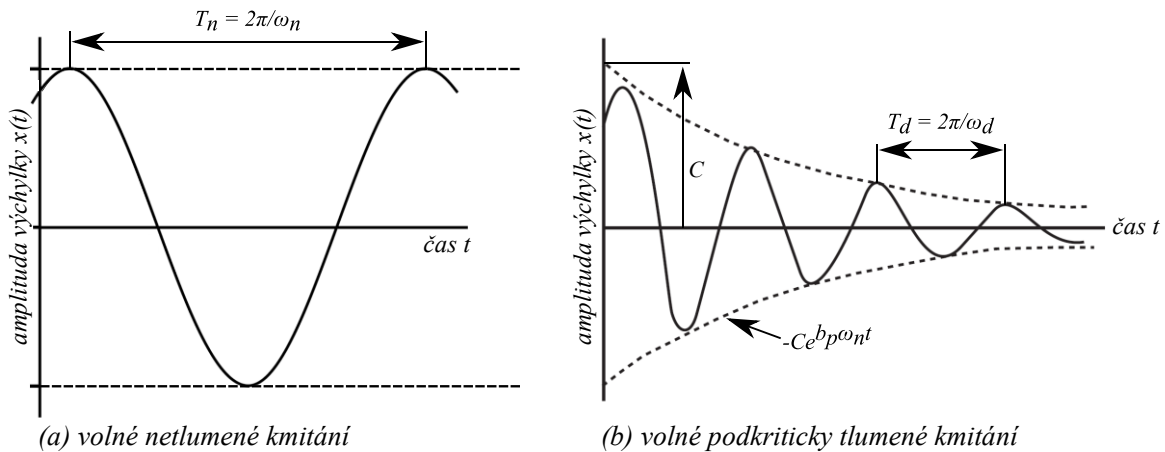
Většina reálných struktur vykazuje chování soustav s podkritickým tlumením, jelikož hodnoty poměrného útlumu se pohybují okolo hodnoty 0,1, respektive 10 %, pokud je hodnota poměr-



ného útlumu uvedena v procentech. Díky tomuto zjištění může být pro zjednodušení v některých případech považována vlastní frekvence netlumeného systému za vlastní frekvenci tlumeného systému, pokud se tlumení pohybuje do této hodnoty, [20]. Vlastní frekvenci pro volné tlumené kmitání lze vypočítat podle vztahu (6), [18].

$$\Omega = \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - b_p^2} \quad (6)$$

Na obrázku 7 se nachází odezva SDOF systému pro volné netlumené kmitání a volné podkriticky tlumené kmitání spolu se znázorněním určení periody jednotlivých typů kmitání. (Perioda je převrácenou hodnotou frekvence v rovnici (3))



Obrázek 7: Odezva SDOF systému: (a) volné netlumené kmitání, (b) volné podkriticky tlumené kmitání; upraveno z [15,16]

Pokud má pohybová rovnice (1) nenulovou pravou stranu, jedná se o vynucené kmitání. Vynucené kmitání může, ale nemusí obsahovat také tlumící člen. Proto lze odlišovat netlumené a tlumené vynucené kmitání. Vynucené kmitání je obecně způsobeno působením vnějšího zatížení, které může být periodické, neperiodické, náhodné atd. Nejjednodušším případem vnějšího zatížení je harmonické periodické zatížení, [15,20]. Řešení pohybové rovnice (1) pro tento typ zatížení se obvykle skládá z ustáleného a přechodového kmitání, což odpovídá homogenní a partikulární části řešení v závislosti na počátečních podmínkách, [15,16]. Pohybová rovnice (1) pro tlumené vynucené kmitání vypadá následovně (7), [15]:

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = F(t), \quad (F(t) = F_0 \sin(\omega t + \varphi)). \quad (7)$$

Budící harmonická síla v rovnici (7) se skládá z amplitudy budící síly, její úhlové frekvence a případně fáze budící síly. Úhlová frekvence budící síly je sice nezávislá na vlastní úhlové frekvenci systému, ovšem pokud se tyto úhlové frekvence rovnají, může dojít k tzv. rezonanci a systém bude v rezonančním stavu. (Pokud je mezi nimi malý rozdíl, vznikají tzv. zázněje.) Při rezonanci, v případě netlumeného vynuceného kmitání, je amplituda výchylky teoreticky nekonečně velká. V systému se ale vždy vyskytuje tlumení, byť malé, které způsobí, že tato výchylka má konečnou hodnotu. Zvyšování tlumení snižuje amplitudu této výchylky. Analýza rezonančních stavů je rozhodující pro řadu inženýrských aplikací, jelikož i nízká hodnota amplitudy budící síly může způsobit výrazné výchylky kmitajícího systému, což může mít fatální důsledky, [15,16]. Aby tyto rezonanční stavy nenastaly, lze použít aktivní či pasivní tlumení, upravit vlastní frekvenci změnou tuhosti či hmotnosti, upravit budící frekvenci, popřípadě přidat do systému pohlcovač vibrací. Rezananční frekvence pro netlumené vynucené kmitání odpovídá netlumené vlastní frekvenci. Pro výpočet rezonanční frekvence tlumeného vynuceného



kmitání může být použit buď vzorec pro výpočet vlastní frekvence  $\Omega_0$ , pokud bude poměrný útlum  $b_p < 5$  %, nebo může být určen z následujícího vztahu (8), [15,16].

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2b_p^2} \quad (8)$$

## 4.2 Kmitání s více stupni volnosti

Pro popis řady reálných struktur je zapotřebí použít modely MDOF systému, poněvadž se skládají z několika objektů, přičemž počet těchto objektů určuje počet stupňů volnosti daného systému, [17]. Počet stupňů volnosti odpovídá počtu rovnic, které jsou nezbytné k řešení pohybové rovnice MDOF systému. Pohybová rovnice je definována v následujícím maticovém tvaru (9), [15,18].

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (9)$$

Členy v pohybové rovnici (9) odpovídají maticím hmotnosti, tlumení a tuhosti. Tyto matice jsou čtvercové a symetrické. Zbylými členy na levé straně rovnice (9) jsou vektory zrychlení, rychlostí a posuvů. Na pravé straně se nachází navíc vektor vnějších zatížení. Tyto vektory jsou závislé na čase, [18].

Pokud pohybová rovnice (9) obsahuje pouze členy s maticí hmotnosti a tuhosti, jedná se o volné netlumené kmitání. Tento model se používá pro určení modálních vlastností MDOF systému, [18]. Je-li výsledný pohyb tohoto volného kmitání harmonický (viz první část (10)), pohybová rovnice pro volné netlumené kmitání vypadá následovně (10), [15,18]:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{u}e^{i\omega t} \rightarrow (\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M})\mathbf{u} = 0. \quad (10)$$

Jedno z řešení rovnice (10), netriviální<sup>1</sup> řešení, vede na tzv. problém vlastních hodnot, viz rovnice (11) – označována jako charakteristická rovnice systému, je-li nahrazen člen  $\omega^2 = \lambda$ , [18].

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M}) = 0 \quad (11)$$

Řešením rovnice (11) lze obdržet tzv. vlastní čísla, respektive vlastní netlumené úhlové frekvence systému. Zpětným dosazením tohoto řešení do rovnice (10) je možné získat vlastní vektory  $\mathbf{u}$ , které popisují tzv. vlastní tvary, ve kterých se systém vyskytuje. Vlastní vektory nevyjadřují skutečné amplitudy, ale pouze normované poměry amplitud struktury v daných bodech.  $N$ -tý mód kmitání systému je definován vlastní úhlovou frekvencí  $\omega_n$ , vyskytující se ve spektrální matici, a odpovídajícím vlastním tvarem  $u_n$ , který je obsažen v modální matici. Lineární kombinace všech těchto módů je řešením pohybové rovnice (9), přičemž počet módů odpovídá počtu stupňů volnosti daného systému, [15,18].

Pokud jsou v pohybové rovnici (9) obsaženy pouze členy s maticemi hmotnosti, tlumení a tuhosti, bude se jednat o tlumené volné kmitání (není-li uvažována pravá strana). Nejjednodušší varianta matice tlumení, která může být v pohybové rovnici (9) obsažena, je tzv. proporcionální tlumení (viz rovnice (12)). Předností práce s touto variantou je existence téměř stejných vlastních frekvencí a vlastních tvarů struktur, jako je tomu u netlumeného modelu. Díky tomu lze analyzovat analogické netlumené struktury a následnou úpravou výsledků, v důsledku vlivu tlumení, určit poměrně jednoduše modální vlastnosti struktury s proporcionálním tlumením, [15,18].

<sup>1</sup> Triviální řešení pohybové rovnice (10) je  $\mathbf{u} = 0$ .

$$\mathbf{B} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (12)$$

První část rovnice (12) související s maticí hmotnosti popisuje konstrukční tlumení zahrnující vnější tlumení. Druhá část se týká materiálového tlumení zahrnující vnitřní tlumení, která se pojí s maticí tuhosti, [21].

Jsou-li v pohybové rovnici (9) obsaženy všechny členy, jedná se o tlumené vynucené kmitání. (Není-li zahrnuta matice tlumení, jedná se o netlumené vynucené kmitání.) Pokud je vnější zatížení opět harmonické a periodické, tak je v pohybové rovnici (9) vyjádřeno následovně (13), [15]:

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_0 \sin(\omega t) = \mathbf{F}_0 e^{i\omega t}. \quad (13)$$

V rovnici (13) je uvažováno nejjednodušší zatížení, které je dáno vektorem amplitud budících sil s jejich stejnou úhlovou frekvencí a fázovým posuvem. Řešení pohybové rovnice (9) se skládá z homogenního a partikulárního řešení. Tak jako u SDOF systému, i zde se vyskytuje problém se vznikem rezonance (viz kapitola 4.1), respektive rezonančních stavů, pokud úhlová frekvence některé z budících sil bude stejná s některou z vlastních úhlových frekvencí MDOF systému. Jelikož se však nyní jedná o systém s více stupni volnosti, v tomto případě s  $n$  stupni, tak bude při zahrnutí obecného harmonického periodického zatížení vznikat  $n$  rezonančních stavů, [15,16].

## 5 Tlumení

Při vibracích dynamických systémů dochází k přeměnám mezi kinetickou a potenciální energií. Součet těchto energií zůstává konstantní, pokud nedochází k disipaci (ztrátám) v důsledku transformace v jinou formu energie. Tato energetická transformace způsobí postupné snižování amplitudy vibrací a, v případě absence budící síly, může vést až k úplnému zastavení kmitavého pohybu. Tento jev je označován jako tlumení. Tlumení se tedy v dynamických soustavách projevuje vznikem tepelné energie jako důsledek ztrát mechanické energie díky vnitřnímu či vnějšímu tření. Velikost vzniklé tepelné energie je nepřímo úměrná zvyšující se hodnotě tlumení. Tlumení totiž primárně ovlivňuje dynamické vlastnosti systému, mezi něž je možné zařadit mimo jiné velikost amplitudy, a vznikající tepelná energie je pouze sekundárním projevem, [16,21].

Tlumení může nabývat jak kladných, tak i záporných hodnot. Kladná hodnota je spjata s výše popsanou disipací energie v systému. Záporná hodnota je však spojena s vkládáním energie do systému, což způsobuje zvyšování amplitudy kmitání a může vést až k uvedení systému do dynamické nestability, která se projevuje např. samobuzeným kmitáním. Vyšší kladné hodnoty tlumení jsou obvykle vyžadovány u mechanických systémů ke zvýšení únavové životnosti nebo výkonnosti. Toho lze docílit při použití vysoce tlumících materiálů, speciálních tlumičů či správným návrhem posuvných kontaktních spojů. V některých případech jsou však zapotřebí nižší kladné hodnoty tlumení, což umožní zvýšení účinnosti přístrojů, jakými jsou např. vibrační dopravníky. Znalost tlumení je podstatná z hlediska, [16,17,21]:

- správného návrhu dynamického systému – je zapotřebí pochopit mechanismus způsobující disipaci a zvolit vhodný model pro jeho popsání,
- provozu daného dynamického systému,
- určení dovolených pracovních podmínek – aby nedošlo k poškození dynamického systému,
- úprav tohoto systému – v případě nesplnění požadavků při testování.

### 5.1 Typy tlumení

V dynamických systémech je vždy obsaženo určité množství tlumení. Toto tlumení se vyskytuje obvykle jako kombinace různých typů. Základní typy tlumení v mechanických systémech jsou způsobeny 3 základními mechanismy, [15,16]:

- vnitřní tlumení – vznikající uvnitř materiálu v důsledku mikroskopických a makroskopických pochodů,
- strukturální tlumení – vznikající ve vazbách, spojích, různých rozhraních atd., kde dochází k relativním pohybům,
- kapalinové tlumení – způsobeno silami či interakcemi vznikajícími při pohybu systému v kapalině.

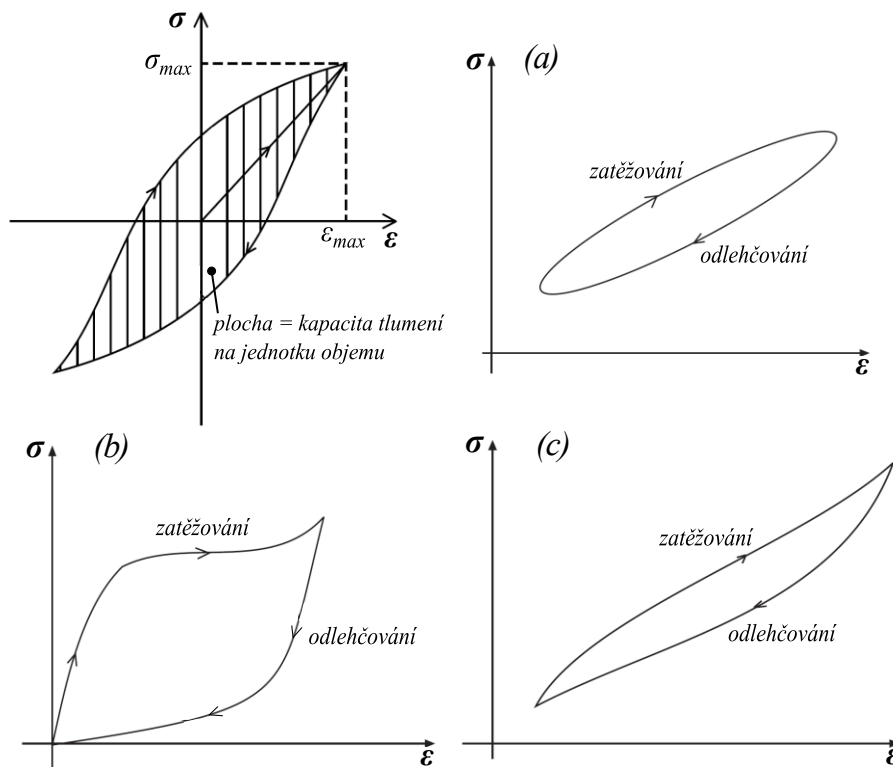
V případě, že je narušena funkčnost daného dynamického systému z důvodu nízké hodnoty tlumení, může být přidáno vnější tlumící zařízení. Vnější tlumení může být považováno jako čtvrtý typ mechanismu tlumení. Lze jej rozdělit na pasivní a aktivní podle potřeby existence vnějšího zdroje energie pro své fungování. Pasivní tlumiče prostřednictvím určitého typu pohybu způsobují tlumení dynamického systému bez nutnosti vnějšího napájení. Aktivní tlumiče jsou naopak schopny regulovat vibrace dynamického systému díky svému řízenému pohybu za pomoci napájeného aktuátoru. V následných podkapitolách jsou blíže rozebrány především 3 základní mechanismy tlumení, [15,16].

### 5.1.1 Vnitřní tlumení

Uvnitř struktury materiálů může docházet při zatěžování k řadě procesů, které mohou způsobovat ztráty energie. Tyto procesy souvisejí s mikrostrukturálními defekty (jakými jsou vměstky či hranice zrn), pohybem dislokací a řetězců (u kovů nebo polymerů), vlivy vířivých proudů (v případě feromagnetických materiálů), nebo termoelastickými vlivy (v důsledku nerovnoměrného zatěžování vlivem místních gradientů teplot). Přestože vznikla řada modelů, které se snaží komplexně popsat vnitřní tlumení, žádný z nich bohužel, vzhledem k velkému množství materiálů a také projevům nelinearity či proměnlivosti u některých tlumících vlivů, není schopen objasnit chování všech používaných materiálů. U všech materiálů se ovšem vyskytuje tzv. hysterezní smyčka (závislost mezi napětím  $\sigma$  a přetvořením  $\varepsilon$ ), jejíž plocha vyjadřuje kapacitu tlumení (respektive velikost disipované energie) na jednotku objemu materiálu za jeden napěťový cyklus. Tato kapacita je značena písmenem  $d$  a lze ji vypočítat z následujícího křivkového integrálu (13), [16,17].

$$d = \oint \sigma d\varepsilon \quad (13)$$

V případě, že je tlumení nulové, tak hysterezní smyčka vypadá jako lineární přímka. Hysterezní smyčka nemusí být vždy hladká, tak jak je znázorněna na obrázku 8, ale mohou se na ní projevit určité „trhané“ části, které byly nejprve pozorovány u magnetické hystereze a jsou označovány jako *Barkhausenův* efekt. U kovových slitin byly zaznamenány stejné projevy chování, které jsou označovány jako *Portevinův* a *LeChatelierův* efekt. Existence těchto projevů chování dokazuje, že hystereze je velmi komplikovaným jevem, [15,16]. Na obrázku 8 jsou dále znázorněny hysterezní smyčky pro viskoelastický materiál odpovídající modelu Voight (a), slitinu s tvarovou pamětí (b) a plněnou gumu (c).



Obrázek 8: Vlevo nahoře – obecná hysterezní smyčka, dále uvedeny příklady hysterezních smyček: (a) viskoelastický materiál odpovídající modelu Voight, (b) slitina s tvarovou pamětí (SMA), (c) plněná guma; upraveno z [15,16]

Pro vnitřní tlumení jsou rozlišovány minimálně 2 základní modely, kterými jsou viskoelastické a hysteretní tlumení. Viskoelastické tlumení je spjato především s polymerními materiály (viz kapitola 3.3), přičemž pro jeho popis jsou používány primárně 3 reologické modely, [9,16]:

- Kelvin-Voigtův – v praxi nejpoužívanější (pro řadu praktických aplikací dostačující),
- Maxwellův,
- model standardního lineárního materiálu (vzniká kombinací předchozích dvou) – nejpřesnější.

Materiály s viskoelastickým tlumením se obecně vyznačují závislostí napětí na frekvenci pohybu (respektive buzení). To je hlavní odlišnost od materiálů, které vykazují hysteretní tlumení, jež není závislé na frekvenci. Vnitřní tlumení pro velké množství běžně používaných materiálů tvoří pouze nepatrnou část z celkového tlumení vyskytujícího se v dynamických systémech. Mnohem výraznější dopad na celkové tlumení má strukturální tlumení, [15,16,17].

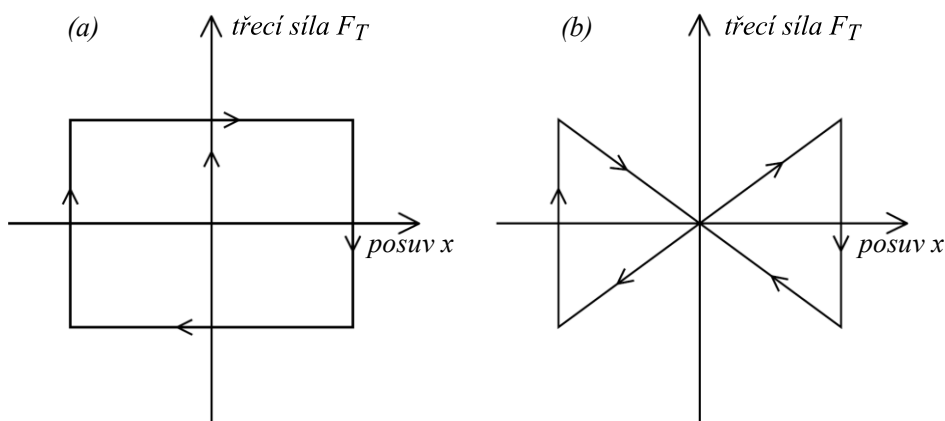
### 5.1.2 Strukturální tlumení

Mechanické energetické nevratné ztráty způsobující strukturální tlumení u dynamických systému jsou vyvolány především třením mezi relativně se pohybujícími 2 součástmi. Dalším důvodem mohou být rázy či přerušované kontakty ve spojích mezi jednotlivými tělesy dané soustavy. Strukturální tlumení je způsobeno řadou procesů, jejichž projevy bývají mnohdy nelineární. Z tohoto důvodu je komplikované vytvořit řešitelný analytický model, jež by komplexně popisoval tento typ tlumení. Ovšem pro nejvýznamnější dílčí mechanismy strukturálního tlumení pro popis ztrát je používán *Coulombův* model tření, respektive koeficient restituace pro ztráty způsobené rázy těles, [15,16,17].

Hlavní formou strukturálního tlumení, které se u soustav vyskytuje, je tlumení způsobené skluzem či prokluzem v důsledku smykové síly ve strukturálním spoji. Tento skluz je přímo spjat s *Coulombovským* třením, které je ovlivněno řadou faktorů (kontaktní tlaky, mechanické vlastnosti, opotřebení, geometrie povrchů atd.). Díky těmto aspektům jsou do spojů mnohdy přidávány určitým způsobem tlumící vrstvy, které by měly mít na jejich funkčnost pozitivní vliv. Tlumící vrstvy by se měly vyznačovat především vysokou tuhostí a také vysokou kapacitou tlumení, [16,17,22,23]. Tlumící síly, které vznikají při prokluzech, jsou proměnlivé z důvodu vzniku lokálních deformací ve spojích a závislosti na směru relativního pohybu. Je-li vyjádřena tato tlumící síla, respektive nyní třecí síla, za použití idealizovaného *Coulombovského* modelu, odpovídající vztah vypadá následovně (14), [14,16]:

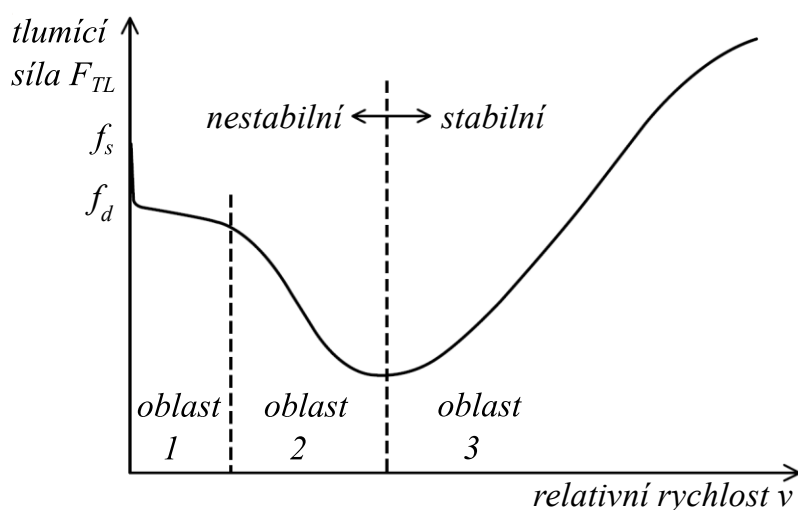
$$F_T = fN \operatorname{sgn}(v). \quad (14)$$

Třecí síla  $F_T$  působí proti směru relativní rychlosti pohybu  $v$  mezi povrchy. Stykové povrchy těles na sebe vzájemně působí normálovou silou  $N$  a mezi těmito povrchy je daný koeficient tření  $f$ . Ve vztahu (14) se vyskytuje navíc funkce signum, která nabývá hodnoty  $-1$ , pokud je hodnota rychlosti  $v < 0$ . Pokud je hodnota rychlosti kladná, tak nabývá hodnoty  $1$ . Pokud je vztah (14) následně násoben ještě absolutní hodnotou posuvu, výsledkem je zjednodušený model strukturálního tlumení. Odpovídající hysteretní smyčky pro tyto dva modely jsou uvedeny na obrázku 9, přičemž šipky znázorňují směr relativní rychlosti, [16,17].



Obrázek 9: Hysterezní smyčky: (a) idealizovaný Coulombovský model tření, (b) zjednodušený model strukturálního tlumení; upraveno z [16]

Při změnách relativní rychlosti však výše uvedený model *Coulombovského* tření neposkytuje dostatečně přesné výsledky pro tlumení na rozhraní dvou ploch. Pro přesnější vyjádření tlumící síly v závislosti na relativní rychlosti je nutné vzít v potaz řadu vlivů. Je zapotřebí si uvědomit, že pro vznik relativního pohybu je nejprve zapotřebí překonat tzv. statické tření. K tomu je nezbytné vyvinout alespoň takovou sílu, která se bude rovnat odpovídající statické třecí síle  $f_s$ , která statické tření překoná. Při vzniku pohybu následně dojde ke snížení potřebné síly, na tzv. dynamickou třecí sílu  $f_d$ , při dalším zvyšování rychlosti, což je způsobeno z důvodu tzv. dynamického tření. Obecně je statické tření větší než dynamické tření. V této oblasti může dojít k tzv. dření neboli přerušovanému pohybu, což může vést k nežádoucí nestabilitě. Statické a dynamické tření se vyskytuje v oblastech relativně nízkých rychlostí, které lze řešit běžně používaným *Coulombovským* modelem tření. Při postupném zvyšování relativní rychlosti dochází ke snižování tlumící síly, což je způsobeno tzv. *Stribeckovým* efektem. Tato oblast je taktéž spjata s nestabilitou či vznikem samobuzeného kmitání. Při dosažení určité relativní rychlosti však dojde ke zlomu a vzniku viskózního typu tlumení, které se projeví postupným zvyšováním tlumící síly. Tato oblast je stabilní. Popsané komplexní chování může být pozorováno na obrázku 10, v němž je zobrazena závislost tlumící síly  $F_{TL}$  na relativní rychlosti  $v$ , přičemž je zapotřebí vzít také v potaz mazání na stykových plochách, [14,16,21]. Ve zdroji [16] je dále uveden matematický model, jež slouží k popisu komplexního chování.



Obrázek 10: Závislost tlumící síly na relativní rychlosti; upraveno z [16]

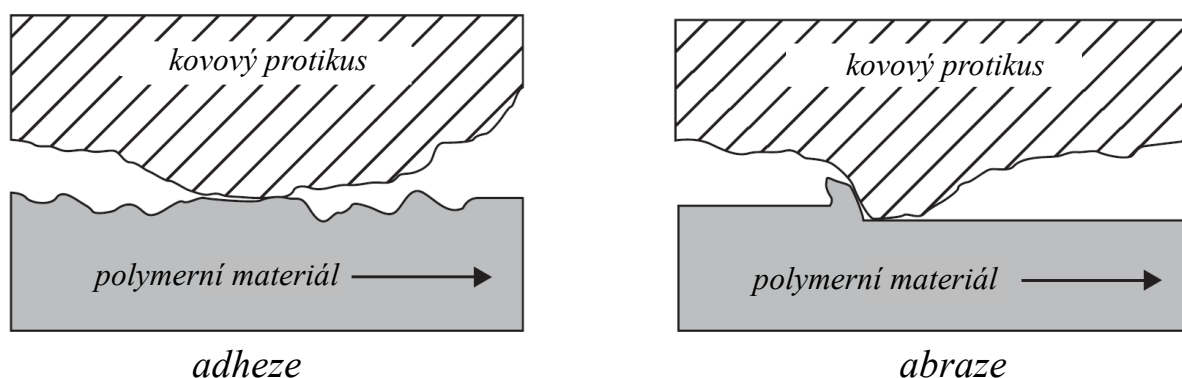
Obrázek 10 je rozdělen do následujících 3 oblastí, [16]:

- oblast 1 – je využit běžný *Coulombovský* model tření, přičemž při vzniku pohybu je nutné vzít v potaz statické a dynamické tření (může zde docházet ke dření),
- oblast 2 – projevuje se zde vliv *Stribeckova* efektu, což způsobuje snižování tlumící síly,
- oblast 3 – je využit běžný viskózní model tlumení.

*Coulombovský* model tření ale vnáší do řešení nelineární závislosti, což lze vyřešit určením ekvivalentního koeficientu viskózního tlumení. Ovšem *Coulombovské* a viskózní tlumení vykazují určité rozdíly, které je třeba vzít v potaz. Jsou-li porovnány oba typy tlumení v závislosti na odezvě na volné kmitání, lze pozorovat následující jevy, [15,17]:

- *Coulombovské* tlumení snižuje amplitudu výchylky lineárně na rozdíl od viskózního tlumení, které ji snižuje exponenciálně,
- *Coulombovské* tlumení způsobí zastavení systému na jiném místě, než je jeho výchozí poloha, na rozdíl od viskózního tlumení, které kmitá vždy kolem rovnovážné polohy a pouze se k ní exponenciálně blíží,
- frekvence kmitání s *Coulombovským* tlumením odpovídá netlumené vlastní frekvenci na rozdíl od viskózního tlumení, které odpovídá tlumené vlastní frekvenci.

Jak již bylo zmíněno výše, strukturální tlumení je z velké části způsobeno díky prokluzům ve vazbách. Obecně lze říct, že zvyšování normálových tlaků ve vazbách vede ke snižování hodnot tlumení a zvyšování tuhosti. Snižování normálových tlaků se naopak projevuje vyššími hodnotami tlumení, což ale způsobuje výrazné opotřebení vazeb, [14,17,24]. Zkoumáním vazeb polymerního materiálu s železným kovem bylo zjištěno, že opotřebení vlivem tření je obvykle způsobeno dvěma mechanismy, adhezí a deformací při abrazi, přičemž výsledná třecí síla je následně určena jejich pouhým součtem. Adheze se projevuje při pohybu součásti po stejné trase tam a zpět, což vyvolá vznik lokálního tlaku vedoucí k plastické deformaci a vzniku adhezivních spojů. Abrazie je naopak způsobena při výskytu tvrdých nerovností či částic mezi stykovými povrchy, které způsobují vznik poškození povrchu (rýhy, praskliny, vrypy atd.), [10,24]. Na obrázku 11 jsou znázorněny výše zmíněné mechanismy porušení.



Obrázek 11: Mechanismy opotřebení při prokluzu vazeb; upraveno z [24]

Na opotřebení těchto polymerních materiálů, respektive tření má vliv řada faktorů, jakými jsou, [10,24]:

- skluzová rychlost – zvyšování rychlosti obecně vede ke zvyšování opotřebení. Při nižších teplotách nemá skluzová rychlost vliv na opotřebení. Při vyšších teplotách po dosažení určité kritické rychlosti dochází k mírnému snížení rychlosti opotřebení (dochází ke změkčení povrchu – oblast skelného přechodu),

- skluzová teplota – nižší teploty – vysoká pevnost a tuhost; vyšší teploty (nad teplotou skelného přechodu) – nižší pevnost a tuhost,
- drsnost stykových povrchů – obecně snižováním drsnosti povrchu klesá koeficient tření. To však platí pouze do určité mezní (minimální) hodnoty, kdy při hladším povrchu již koeficient tření výrazně narůstá. Vysoce hladký povrch způsobuje adhezi, naopak výrazně drsný povrch zase abrazi. Proto je zapotřebí vybrat optimální drsnost pro dvojici tvořící vazbu,
- působící zatížení a kontaktní tlak – je prokázáno, že kontaktní tlak je jedním z důvodů zvýšení teploty viskoelastických přechodů v polymerních materiálech. Z čehož vyplývá, že při nízkých tlacích, kdy je generováno v důsledku nižšího tření menší množství tepla, je míra opotřebení úměrná působícímu zatížení. Naopak při vyšším tlaku dochází k náhlému zvyšování míry opotřebení,
- materiálové vlastnosti – výrazně ovlivňují tření a opotřebení.

### 5.1.3 Kapalinové tlumení

Tento typ tlumení vzniká, pokud se součást nachází v kapalině, v níž se pohybuje určitou rychlostí ve směru dané osy. Výsledná odporová síla vyjádřena na jednotku plochy v rovině zbylých dvou os, která způsobuje ztráty energie, je označována jako  $F_D$  a lze ji určit dle následujícího vztahu (15), [16,17].

$$F_D = \frac{1}{2} c_D \rho v^2 \operatorname{sgn}(v) \quad (15)$$

Ve vztahu je zahrnut součinitel odporu  $c_D$ , který je funkcí *Reynoldsova* čísla, popisující chování proudící kapaliny, a geometrií průřezu součásti. Dále je zde uvedena hustota kapaliny  $\rho$  a relativní rychlost  $v$ . Souhrnný tlumící efekt je způsoben viskózním a tlakovým odporem. Viskózní odpor je způsoben vlivem mezní vrstvy vyskytující se na rozhraní kapaliny s tělesem. Tlakový odpor naopak vzniká v důsledku turbulentních účinků, které jsou výsledkem oddělování toku v oblasti brázd, kde dochází k recirkulaci toku, [16,17].

## 5.2 Měření tlumení

Tlumení je způsobeno řadou mechanismů. Jednotlivé mechanismy se vzájemně ovlivňují a důsledky jejich tlumení nejsou jejich pouhým součtem, což způsobuje problémy při modelování či předvídání chování dynamických struktur. Z tohoto důvodu je často nezbytné tlumení ve strukturách měřit. Při měření je zapotřebí určit parametry, jimiž má být tlumení popsáno, a také odpovídající modely mechanismů, které se v dynamické struktuře vyskytují, aby bylo možné se v co největší míře přiblížit chování skutečného objektu. Z těchto důvodů je nezbytné dbát také na skutečné provozní podmínky, jimž musí být model vystaven. Vyhodnocení naměřených dat k odhadu tlumení může být provedeno z odezvy v časové nebo frekvenční oblasti, [15,16].

Velmi často používanou metodou k vyhodnocení tlumení v časové oblasti je metoda logaritmického dekrementu, která se používá při buzení krátkým impulsem síly při existenci viskózního typu tlumení. Logaritmický dekrement  $\nu$  lze určit na základě vztahu (16), v němž vystupují amplitudy  $A_i$  a  $A_{i+r}$  od sebe obecně vzdáleny o  $r$  cyklů, ve zjednodušené variantě dvou po sobě následujících amplitud ( $A_i$  a  $A_{i+1}$ ) pro  $r = 1$ , prostřednictvím něhož může být určen poměrný útlum  $b_p$ . Tato metoda je vhodná především pro SDOF systémy. U MDOF systémů je možné tuto metodu použít v případě, že existuje takové počáteční buzení, kdy k tlumení či snižování výchylky kmitání dochází při právě jednom dominantním vibračním módu, [15,16,17,25].



$$v = \frac{1}{r} \ln \left( \frac{A_i}{A_{i+r}} \right); \quad b_p = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{2\pi}{v} \right)^2}} \quad (16)$$

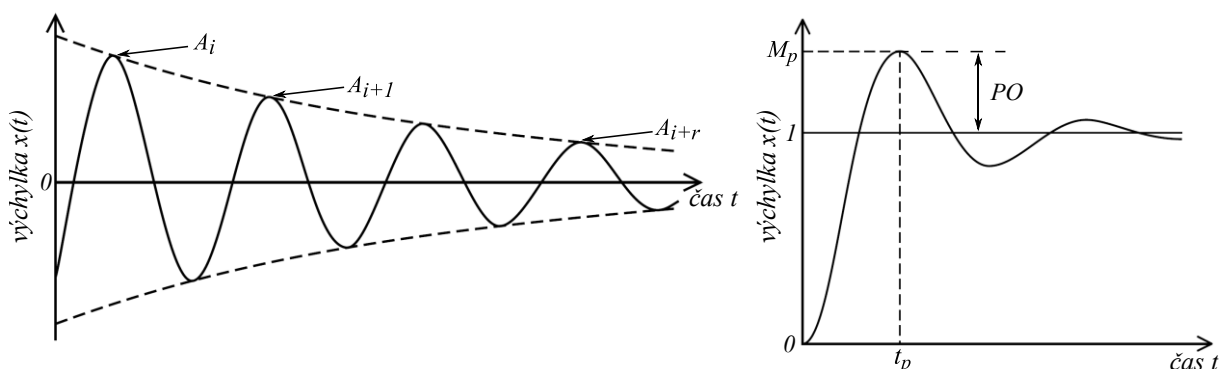
Další varianta vyhodnocení tlumení v časové oblasti je prostřednictvím přechodové charakteristiky. Tato metoda je založena na buzení dynamického systému jednotkovým skokem. Z odezvové křivky dynamického systému mohou být určeny následující 3 parametry, [16]:

- $t_p$  – doba, za kterou dosáhne křivka svého maxima,
- $M_p$  – hodnota odezvy v čase  $t_p$ ,
- $PO$  – procentuální převýšení nad jednotkový skok v čase  $t_p$ .

Ze všech 3 parametrů lze stanovit poměrný útlum, přičemž v následující rovnici (17) je uveden způsob určení poměrného útlumu pouze prostřednictvím parametru  $t_p$ . Zbylé způsoby jsou uvedeny ve zdroji [16]. Parametr  $t_p$  může být určen pro libovolnou odezvoovou křivku. Pro zbyvající dva parametry je nezbytné provést normování vůči jednotkové ustálené hodnotě. Metoda je opět použitelná pro SDOF systémy a MDOF systémy při modálním buzení, [16].

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}; \quad b_p = \sqrt{1 - \left( \frac{\pi}{t_p \omega_n} \right)^2} \quad (17)$$

Na obrázku 12 jsou uvedeny dvě výše uvedené metody vyhodnocování tlumení v časové oblasti.

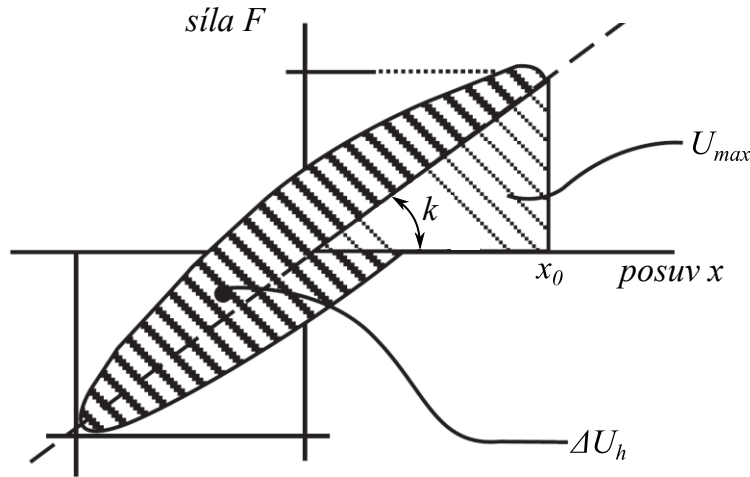


Obrázek 12: Vyhodnocování tlumení v časové oblasti, vlevo – logaritmický dekrement, vpravo – přechodová charakteristika; upraveno z [16]

Poslední uvedenou metodou k vyhodnocení tlumení v časové oblasti je prostřednictvím hysterézní smyčky. Jak již bylo zmíněno v podkapitole týkající se vnitřního tlumení (5.1.1), plocha hysterézní smyčky udává tzv. tlumící kapacitu ( $\Delta U$ ). Nyní se ovšem jedná o hysterézní smyčku vyjádřenou v závislosti síly  $F$  na posuvu  $x$ . V případě, že je tlumení v systému nulové, hysterézní smyčka je pouze přímkou. Vypočtením plochy pod křivkou lze určit maximální potenciální energii ( $U_{max}$ ). Porovnáním tlumící kapacity v důsledku hysterézního tlumení  $\Delta U_h$ , zjednodušenou na jednotku hmotnosti při jediném zatěžovacím a odlehčovacím cyklu, a maximální potenciální energie  $U_{max}$  může být stanoven poměrný útlum, respektive ztrátový faktor  $\eta$ , který lze vypočítat dle následující rovnice (18), [15,16,25].

$$\Delta U_h = \pi x_0^2 h; \quad U_{max} = \frac{1}{2} k x_0^2; \quad b_p = \frac{\Delta U_h}{U_{max}} = \frac{\Delta U_h}{U_{max}} = \frac{h}{2k} = \frac{\eta}{2} \quad (18)$$

V rovnici (18) je parametr  $k$ , který odpovídá tuhosti systému a lze jej určit jako směrnici přímky protínající extrémní body hysterezní křivky, a parametr  $h$ , který vyjadřuje ekvivalentní hysterezní tlumení. (Pro případ viskózního tlumení by došlo k nahrazení  $h = \omega c$ .) Řešení předpokládá buzení harmonickou silou, způsobující harmonické kmitání, a existenci nízkého tlumení ( $b_p < 0,1$ ). Na obrázku 13 je znázorněna hysterezní smyčka s parametry potřebnými pro vyhodnocení tlumení dle této metody.



Obrázek 13: Vyhodnocování tlumení v časové oblasti – hysterezní smyčka; upraveno z [15]

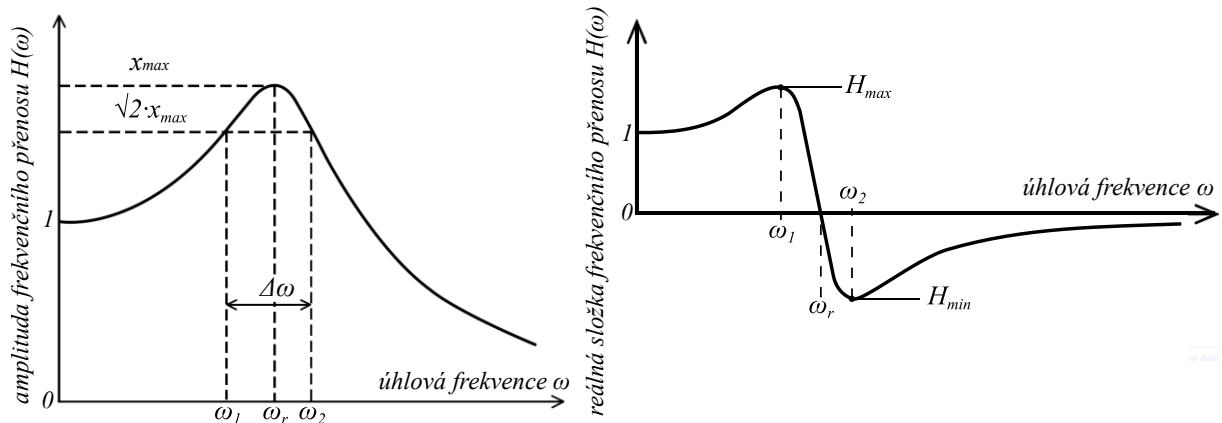
Tlumení může být vyhodnoceno také z frekvenční oblasti, kde je využívána tzv. frekvenční odezvová funkce  $H(\omega)$ , která vyjadřuje poměr mezi výstupem (odezvou) ke vstupu (buzení). Běžně používanou metodou je určení tlumení z šířky rezonančního pásma, pro dynamický systém se slabým viskózním tlumením. Metoda je založena na určení rezonanční frekvence  $\omega_r$ , odpovídající amplitudě výchylky  $x_{max}$ , a dvou frekvencí  $\omega_1$  a  $\omega_2$ , jejichž hodnoty odpovídajících výchylek mají hodnotu  $x_1 = x_2 = \sqrt{2} \cdot x_{max}$ . (V logaritmických souřadnicích jsou výchylky  $x_1, x_2$  stanoveny z poklesu  $x_{max}$  o 3 dB (decibely)). Na základě určení těchto parametrů je možné dle rovnice (19) určit poměrný útlum, respektive faktor kvality  $Q$ , [15,16,18,25]. (Vztahy platí analogicky při nahrazení  $\omega = f$ .)

$$b_p = \frac{\Delta\omega}{2 \cdot \omega_r} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2 \cdot \omega_r}; \quad Q = \frac{1}{2 \cdot b_p} \quad (19)$$

Druhou variantou vyhodnocení tlumení z frekvenční oblasti je za pomoci frekvenčního přenosu, respektive z vyjádření reálné složky frekvenčního přenosu  $Re(H(\omega))$  v závislosti na frekvenci  $\omega$ , respektive  $f$ . Metoda je založena na určení frekvencí  $\omega_1$ , respektive  $\omega_2$ , které odpovídají maximu reálné složky frekvenčního přenosu  $H_{max}$ , respektive minimu  $H_{min}$ . Poměrný útlum je určen prostřednictvím rovnice (20), v níž je také uveden způsob vykreslení reálné složky frekvenčního přenosu v závislosti na naladění  $\gamma$ , vyjadřující poměr mezi budící a vlastní frekvencí, [18].

$$b_p = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + 1}; \quad Re(H(\gamma)) = \frac{1 - \gamma^2}{(1 - \gamma^2)^2 + (2b_p\gamma)^2}; \quad \gamma = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (20)$$

Na obrázku 14 jsou uvedeny zmíněné dvě metody vyhodnocování tlumení z frekvenční oblasti.



Obrázek 14: Vyhodnocování tlumení ve frekvenční oblasti, vlevo – prostřednictvím šířky rezonančního pásma, vpravo – prostřednictvím frekvenčního přenosu; upraveno z [16,18]

Výše uvedené metody se v praxi běžně používají. Je zapotřebí vzít v potaz jejich některá omezení. Obecně jsou použitelné pro nižší hodnoty tlumení ( $b_p < 0,1$ ). Dále jsou tyto metody vyjadřovány pro určování tlumení SDOF systému, ale reálné struktury jsou většinou MDOF systémy. Lze ale vycházet z předpokladu rozdělení odezvy MDOF systému na lineární součet jednotlivých komponent, které jsou SDOF systémy. Rozdělení odezvy MDOF systému na řadu odezev SDOF systémů může sloužit ke stanovení tlumení dle výše uvedených metod. Tento předpoklad ale často vede k nadhodnocení tlumení. Dalším problémem může být, že tlumení v reálné struktuře nevykazuje chování nejjednoduššího viskózního typu nebo může vykazovat dokonce nelineární chování, což je často typické pro tření. Dále je třeba zohlednit také různé faktory, související s měřením a zpracováním odezvy (šum atd.), které mohou odhad či stanovení tlumení ovlivňovat, [15,16,18].

### 5.3 Tlumení ve vibračních analýzách

Tlumení, způsobující disipaci energie, v dynamických systémech je způsobeno řadou fyzikálních mechanismů, jak již bylo zmíněno v předchozích podkapitolách. Z hlediska analýzy a modelování ovšem není možné takto komplexní mechanismy popsat, a proto je používána řada zjednodušených modelů, které to v omezené míře umožňují. Pro popis jsou používány modely: viskózní, viskoelastické, hysteretní (či materiálové), strukturální, kapalinové atd. Tyto modely jsou následně zahrnovány do pohybové rovnice. Druhý člen v rovnici (9) vyjadřuje tlumení, přičemž v nejjednodušším případě se jedná o tlumení viskózní. Právě lineární viskózní model tlumení je odpovídající, respektive použitelný pro zjednodušené matematické analýzy. Této vlastnosti se využívá k nahrazení zbylých modelů prostřednictvím modelu ekvivalentního viskózního tlumení, který vykazuje lineární chování na rozdíl od řady dalších uvedených modelů. Obecně se vypočte disipovaná energie za jeden cyklus pro viskózní model tlumení daného systému a následně se provede výpočet pro stejný systém, ale pro případ jiného, většinou nelineárního tlumícího mechanismu. Následné porovnání, za předpokladu stejné velikosti disipované energie, slouží k určení ekvivalentního viskózního tlumení. Je zapotřebí však vzít v potaz, že výsledky ekvivalentního viskózního tlumení jsou pouhým přibližným řešením nelineárního mechanismu díky výskytu nelineárních jevů, které lineární model nemůže zahrnout. V případě SDOF systému je vhodnější zahrnout nelineární model do výpočtu, což ovšem neplatí pro MDOF systémy zejména z hlediska délky a složitosti výpočtu, kdy je vhodnější využít právě ekvivalentní viskózní model tlumení. Ve zdrojích [15,16] jsou uvedeny ekvivalentní viskózní modely za předpokladu harmonického buzení, přičemž u neviskózních typů tlumení je poměrný útlum funkcí jak budící frekvence, tak i amplitudy buzení, [15,16,18].

Tlumení ve vibračních analýzách může být také mimo jiné vyjádřeno v rámci tzv. komplexní tuhosti, která dává do souvislosti setrvačnou a fázově posunutou tlumící sílu. Setrvačná síla je reálnou částí a tlumící síla imaginární částí komplexní tuhosti. Přičemž pro viskózní tlumení imaginární část lineárně stoupá s budící frekvencí a v případě hysterezního tlumení je na ní nezávislá, [15,16].

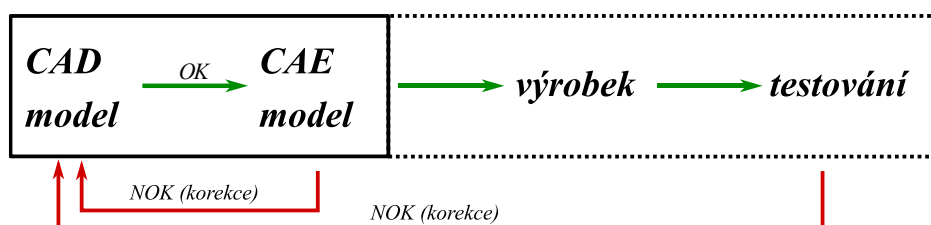
Snaha zjednodušovat modely tlumení se projevuje i při výpočtovém modelování při tvorbě konečno-prvkových modelů. Obecně jsou ve většině případů používány lineární modely a jim odpovídající modely tlumení. V případě programu ANSA, respektive EPILYSIS, k tomuto účelu při řešení frekvenční odezvy slouží především modely viskózního a materiálového (hysterezního) tlumení. Modely zachycují pouze obecnou podstatu tlumení a mají určité nedostatky, které se za určitých okolností projevují a omezují jejich použitelnost. Viskózní tlumení je nejjednodušší model. Tlumící síla, která jej způsobuje, je úměrná rychlosti. Jeho výhodou je jednoduché zavedení do konečno-prvkového modelu a také poměrně snadné stanovení z experimentu. Nevýhodou je ovšem jeho platnost v malém rozsahu frekvencí. Při výpočtovém modelování je často používán ve variantě proporcionálního viskózního tlumení, jak je uvedeno v rovnici (12), kdy matice viskózního tlumení  $\mathbf{C}$  je lineární kombinací matic hmotnosti  $\mathbf{M}$  a tuhosti  $\mathbf{K}$ . Hysterezní model tlumení se používá mimo jiné k určení modálního tlumení, které je méně frekvenčně závislé, než je tomu v případě viskózního tlumení. Tlumící síla, která ho způsobuje, je úměrná posuvům. Hysterezní model může být definován prostřednictvím viskózní matice tlumení, která je závislá na frekvenci (viz rovnice (21)), popřípadě komplexního modulu, který je obdobný komplexní tuhosti, [15,20].

$$\mathbf{C}_{hys} = \frac{1}{\omega} \mathbf{C}_{vis} = \frac{\beta}{\omega} \mathbf{K}; \quad \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \frac{\beta}{\omega} \mathbf{K}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (21)$$

V rovnici (21) je vyjádření hysterezního tlumení pomocí frekvenčně závislého viskózního tlumení, kde člen  $\omega$  značí budící frekvenci. V následné pohybové rovnici dochází k dosazení hysterezního členu, z čehož lze následně vyjádřit komplexní tuhost, v případě harmonické odezvy. Použití tohoto modelu není doporučováno v časové oblasti. Jeho výhody jsou při použití v oblasti frekvenční a u vysoce tlumících viskoelastických materiálů. Při řešení harmonické analýzy je možný výběr mezi přímou a modální frekvenční analýzou. Přímá metoda je vhodnější pro menší modely, při vyšších budících frekvencích a dosahuje vyšší přesnosti. Modální metodu je doporučeno použít pro větší, komplikovanější modely s větším počtem budících frekvencí, [15,20].

## 6 Výpočtové modelování

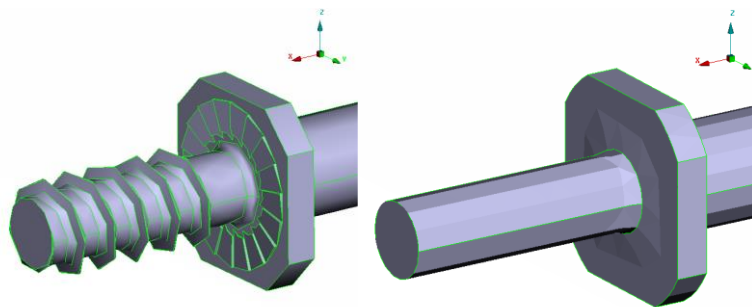
Cílem výpočtového modelování je analyzovat vliv tlumení na velikost odezvy při dynamickém buzení světlotmetu prostřednictvím MKP. Tato metoda je zvolena, jelikož zahrnuje všechny podstatné veličiny a také na základě doporučení zadavatele práce. MKP má díky svému univerzálnímu použití zcela dominantní postavení mezi všemi numerickými metodami. Jedná se o variační metodu, která vychází z Lagrangeova variačního principu. Aby mohla být použita, tak je nezbytné provést diskretizaci neboli rozdělení spojitého objektu na konečný počet prvků, které jsou charakteristické určitým počtem a polohou uzlů, v nichž jsou následně určeny hledané parametry, [26]. MKP se běžně používá k výpočtovému modelování deformačně-napětových analýz, které jsou jednou z oblastí využití obecně označovaných tzv. CAE analýz. CAE analýzy umožňují predikovat nežádoucí chování objektu již ve fázi vývoje, což vede k výraznému snižování nákladů na výrobu. Role testování výrobku je však i v dnešní době nezbytnou součástí návrhu a výroby pro ověření splnění požadavků ze strany zákazníka. Velmi zjednodušený proces vývoje světlotmetu je schematicky znázorněn na obrázku 15. Fáze výpočtového modelování se nachází v části CAE model.



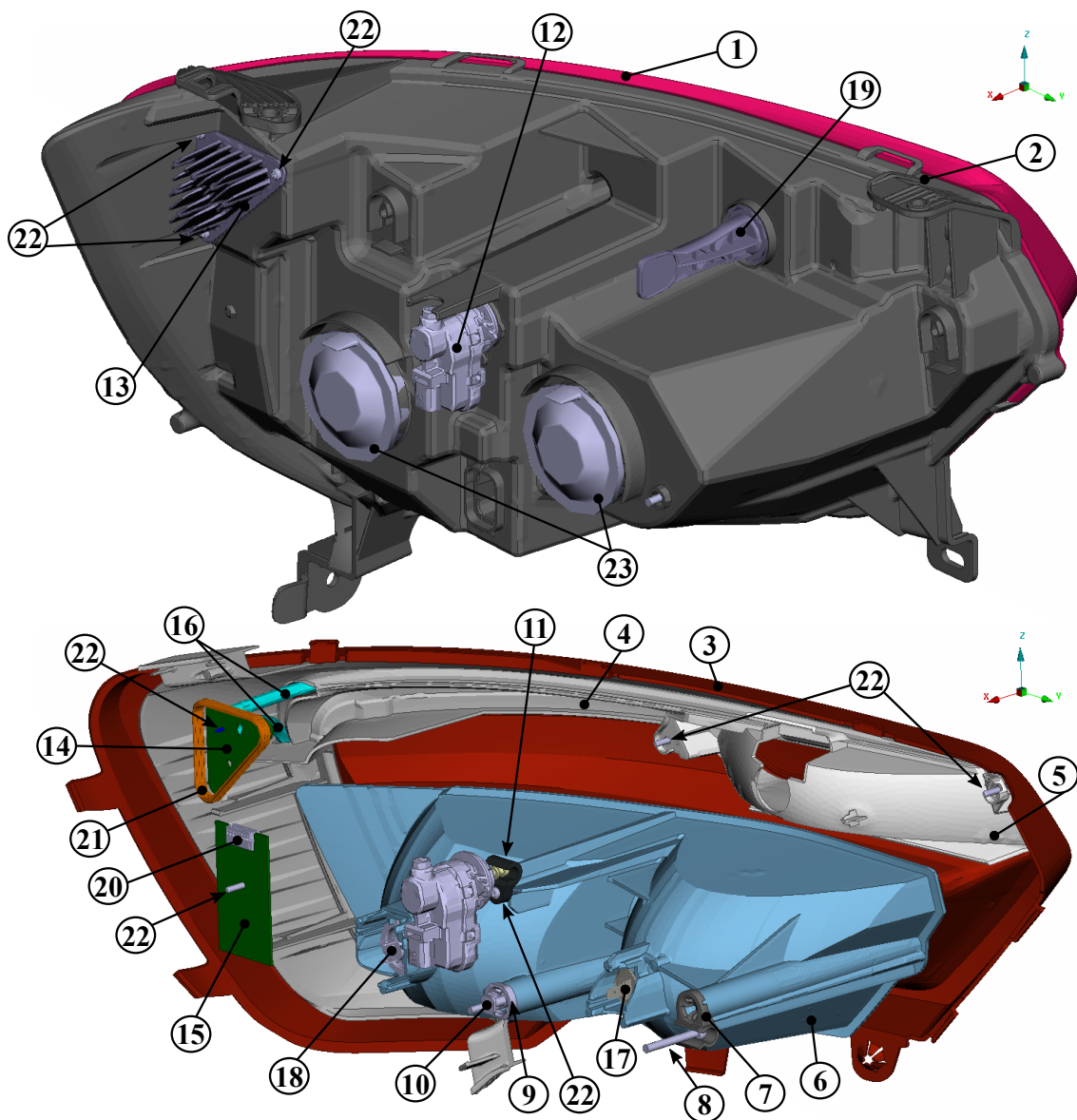
Obrázek 15: Průběh vývoje světlotmetu

### 6.1 Model geometrie

Model geometrie světlotmetu je vytvořen v programu CATIA, což je 3D CAD modelář, který je ve velké míře využíván v automobilovém průmyslu ke konstruování různých součástí. Model geometrie světlotmetu je převzat z oddělení konstrukce zadavatelské firmy a exportován do odpovídajícího formátu, který lze spustit v programu ANSA společnosti BETA CAE Systems, v němž je provedena úvodní část řešení – preprocessing (neboli příprava modelu). Model geometrie je po načtení do programu ANSA tvořen pouze povrchovými plochami. Následně je nezbytné provést úpravu tohoto modelu. Obvykle se zde nachází penetrace (průniky, kolize či překryvy) různých ploch, které je zapotřebí odstranit. „Zvlněné“ či tvarově složité plochy, které jsou nepodstatné pro výpočet a komplikovaly by tvorbu konečno-prvkové sítě, jsou nahrazeny rovnými (jednoduchými) plochami. Jsou odstraněny poruchy křivek tvořící plochy ad. Tyto úkony úpravy a zjednodušení modelu geometrie je nezbytné provést, aby mohl být efektivně vytvořen model konečno-prvkové sítě. Na obrázku 16 je zobrazen šroub před a po úpravě modelu geometrie a na obrázku 17 se nachází model geometrie světlotmetu z izometrického pohledu s popisem jednotlivých částí. Názvy jednotlivých komponent jsou dále uváděny i v následujících kapitolách.



Obrázek 16: Úprava modelu geometrie šroubu: vlevo – před úpravou, vpravo – po úpravě



Obrázek 17: Model geometrie světlometu: 1 – přední krycí sklo (čočka), 2 – housing (pouzdro světlometu), 3 – rám (bezel), 4 – rám trubkových světlodů (bezel lightpipes), 5 – reflektor směrovky, 6 – reflektor potkávacího a dálkového světla, 7 – válcový držák (push in ball track = „drážka pro kulový čep“), 8 – seřizovací šroub, 9 – kulový držák (push in ball socket = „lůžko pro kulový čep“), 10 – pivot (pevný šroub), 11 – bracket track („konzolová drážka“), 12 – korektor („seřizovací motor“), 13 – pasivní chladič, 14 – deska plošných spojů (PCB), 15 – řídicí jednotka, 16 – trubkové světlodody (lightpipes), 17 – žárovka H1 (high beam – dálkové světlo), 18 – žárovka H7 (low beam – potkávající světlo), 19 – směrová žárovka, 20 – konektor, 21 – těsnění, 22 – šrouby, 23 – gumové krytky

## 6.2 Model konečno-prvkové sítě

Kvalita konečno-prvkové sítě má na výsledné řešení zásadní vliv, a proto je nezbytné věnovat její tvorbě značnou pozornost. Z hlediska dané rozlišovací úrovně není brána v potaz vnitřní elektronika světloometu, která na chování struktury nemá dle interních zkušeností firmy zásadní vliv. Konečno-prvková síť dále není realizována na žárovkách, konektorech, těsněních, krytech atd.

Nejprve je vytvořena povrchová síť, jež by měla v co největší míře zachytit komplexnost modelu geometrie. Z tohoto důvodu jsou použity nejprve lineární trojúhelníkové rovinné prvky CTRIA3, [27]. Dalším aspektem volby tohoto prvku je efektivita práce, respektive časová náročnost při přípravě konečno-prvkové sítě. Prvky sítě by měly mimo jiné splňovat řadu kvalitativních kritérií, které jsou doporučeny ze strany tvůrce výpočetního řešiče (v tomto případě program EPILYSIS vytvořen na bázi řešiče Nastran), který deklaruje při splnění těchto kritérií danou přesnost numerického řešení, respektive potlačení možných numerických chyb při řešení. Mezi tato kritéria kvality pro jednotlivé lineární rovinné prvky jsou řazeny, [28]:

- **poměr délek stran** (aspect ratio) – maximální poměr je 4,
- **minimální a maximální délka** – dána v intervalu hodnot  $\langle 0,7; 10 \rangle$ ,
- **minimální a maximální vnitřní úhel** – dán v intervalu hodnot  $\langle 15^\circ; 120^\circ \rangle$ .

Následně je provedena transformace původně lineárních prvků na prvky kvadratické CTRIA6, [27]. Z tohoto důvodu je zapotřebí zohlednit ještě další kritéria kvality, [28]:

- **odchylka uzlů uprostřed hrany prvku** vůči uzlům ve vrcholových bodech – poměr musí být menší než 33,3 %,
- **zarovnání uzlů uprostřed hrany prvku** vůči uzlům ve vrcholových bodech – poměr musí být větší než 33,3 %,
- **jakobián** (souvisí s počtem integračních bodů – udává hodnotu determinantu Jacobiho matice; pro ideální tvar prvku nabývá hodnoty 1) – dána hodnota 0,7 (parametr musí být větší než uvedená hodnota).

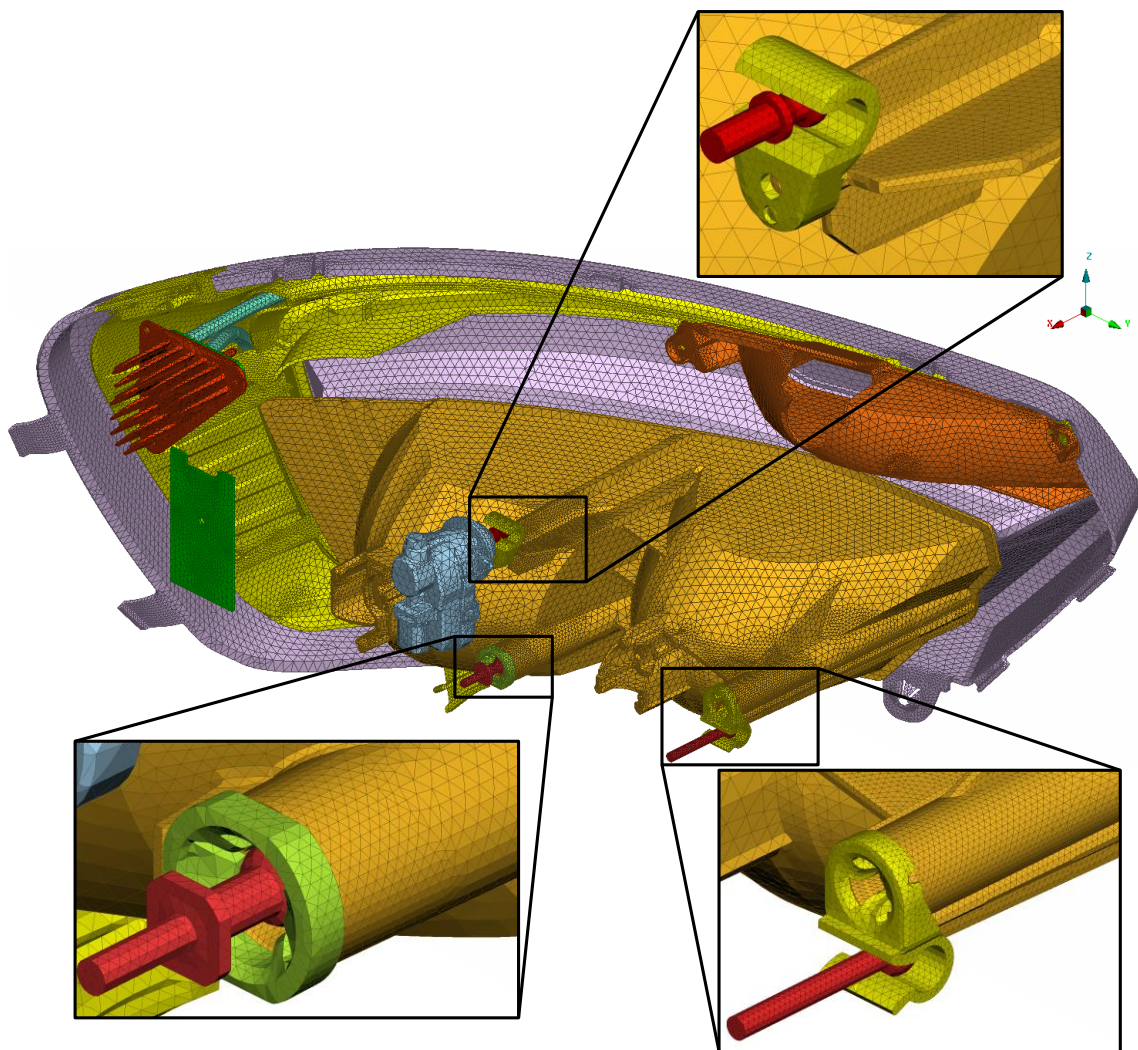
Při tvorbě sítě je nezbytné určit také potenciálně kritická místa, kde je nutné provést lokální zjemnění sítě neboli snížení velikosti prvků. Mezi kritická místa lze zařadit úchyty („packy“) housingu, klipy na rámu (bezelu) či předním krycím skle pro uchycení v housingu atd. Nalezení těchto míst může být mnohdy poměrně obtížné, přestože existují určitá doporučení, která se snaží tento proces zjednodušit. Většinou se ovšem výpočtář musí spolehnout na své vlastní zkušenosti z praxe. Je zapotřebí vzít také v potaz, že špatné určení a zjemnění problematických míst vede k nežádoucímu zvýšení výpočetového času, v důsledku zvýšení počtu prvků, bez zjevného zvýšení přesnosti numerického řešení. Zjemňování sítě je dále spjato s místy, kde dochází ke spojování jednotlivých komponent modelu geometrie tak, aby došlo k rovnoměrnému postupnému přechodu mezi rozdílnými velikostmi prvků daných částí modelu geometrie. Mezi ně řadíme například reflektor a komponenty: kulový držák, válcový držák, bracket track atd. Konečno-prvková síť s detaily na kritická či přechodová místa je uvedena na obrázku 18 a 19.

Počáteční velikost sítě je volena pro jednotlivé komponenty zvlášť. V případě předního krycího skla, housingu, rámu atd. je výchozí velikost prvku 5 mm. Naopak u vnitřních částí, jakými jsou kulový držák, válcový držák, bracket track atd., je výchozí velikost prvku 2 mm. Následně je provedeno zjemnění sítě na vybraných místech. Na základě již existující a upravené povrchové sítě, v důsledku jednotlivých kritérií kvality, je vytvořena síť objemová. Obecně platí, že čím důkladněji a pečlivěji je tvořena povrchová síť, tím kratší dobu je nezbytné věnovat tvorbě sítě objemové, která dále vstupuje do numerického řešiče. K tvorbě objemové sítě jsou využity v prvotní fázi automatické nástroje, které poskytuje program ANSA. Objemová síť je



složena z prostorových kvadratických tetraedrů neboli čtyřstěňů, které nesou označení CTETRA, [27]. Preference použití kvadratických prvků je způsobena v důsledku poddajnějšího chování v porovnání s prvkem lineárním, což se na základě interních zkušeností firmy blíží více skutečnému chování světlometu. Objemová síť dále musí taktéž splňovat kritéria kvality, tak jako tomu je v případě povrchové sítě. Pro kontrolu objemové sítě je nyní zapotřebí posuzovat navíc, kromě již zmíněných kritérií, [28]:

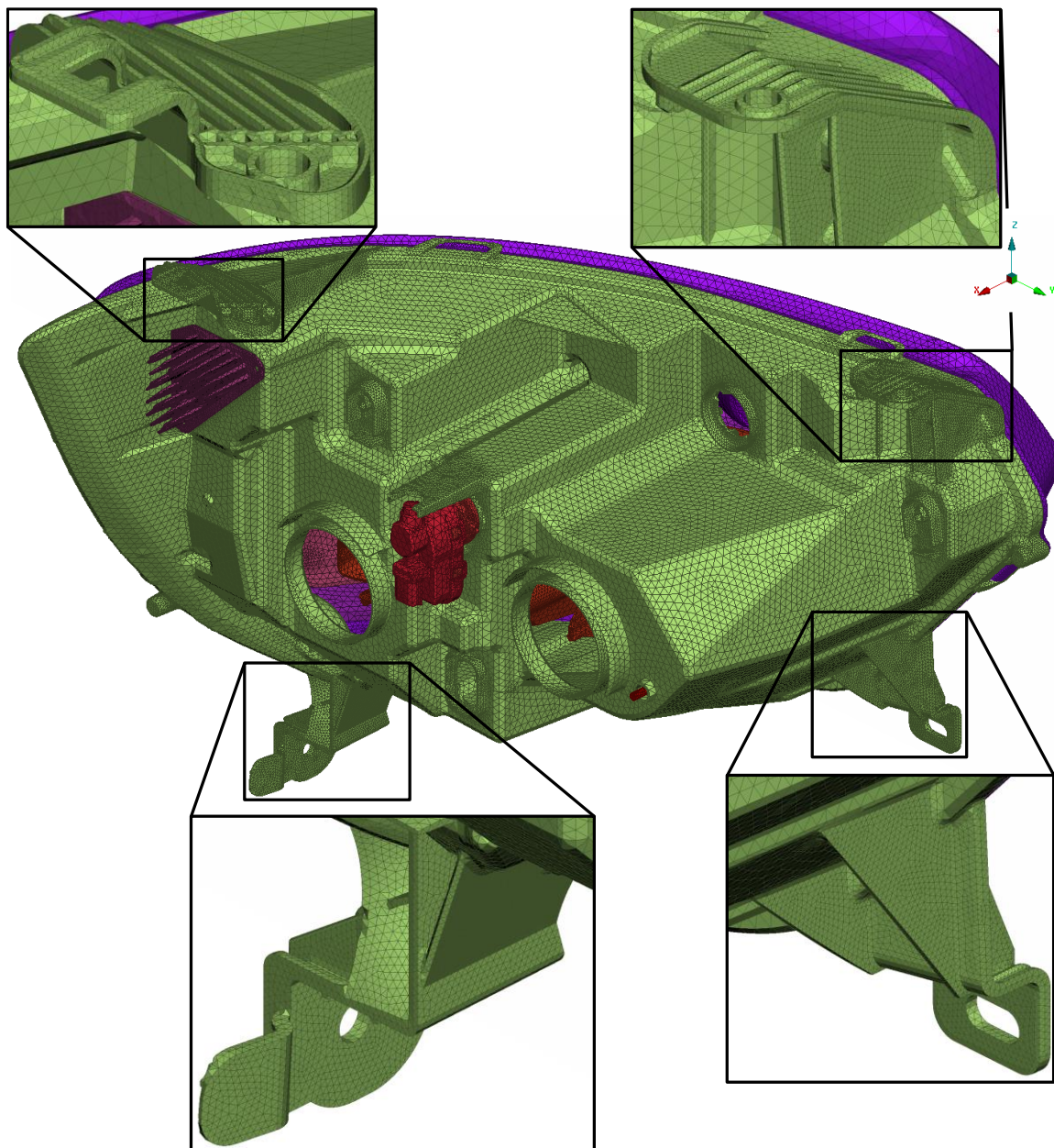
- **zešikmení** (koeficient šikmosti neboli tvarový faktor – skewness; pro ideální tvar čtyřstěně nabývá hodnoty 1) – dáno hodnotou 0,1 (parametr musí být větší než uvedená hodnota),
- **kontrola nežádoucích** (negativních) **objemů** – k vzniku takových objemů může dojít v důsledku neodpovídajících uzlů na sousedních prvcích povrchové konečno-prvkové sítě, popřípadě v důsledku velké odchylky středních uzlů na hraně prvků,
- navíc došlo k upravení hodnoty kritéria poměru délky stran (aspect ratio) – maximální poměr je nyní 8.



Obrázek 18: Konečno-prvková síť – zjemnění v místech přechodu jednotlivých komponent uvnitř světlometu

Výsledná povrchová konečno-prvková síť na modelu geometrie světlometu čítá 452 813 kvadratických trojúhelníkových rovinných prvků CTRIA6. V případě objemové sítě se jedná o 825 988 kvadratických tetraedrů CTETRA.





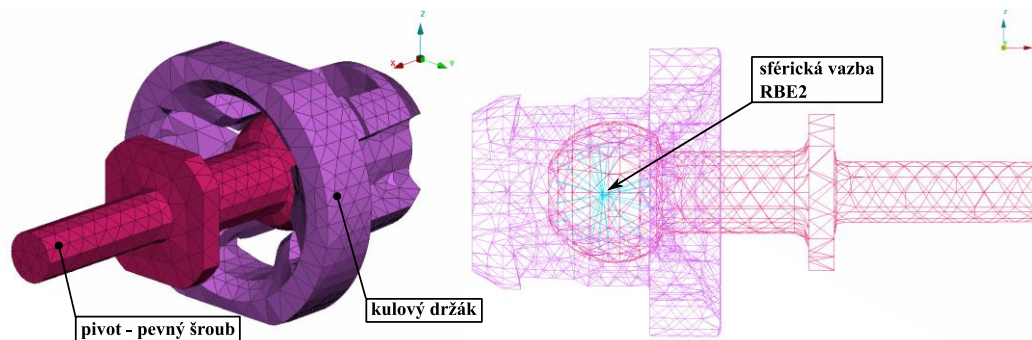
Obrázek 19: Konečno-prvková síť – s detaily zjemnění potenciálně kritických míst na housingu světlometu

### 6.3 Model okrajových podmínek, kontaktů a zatížení

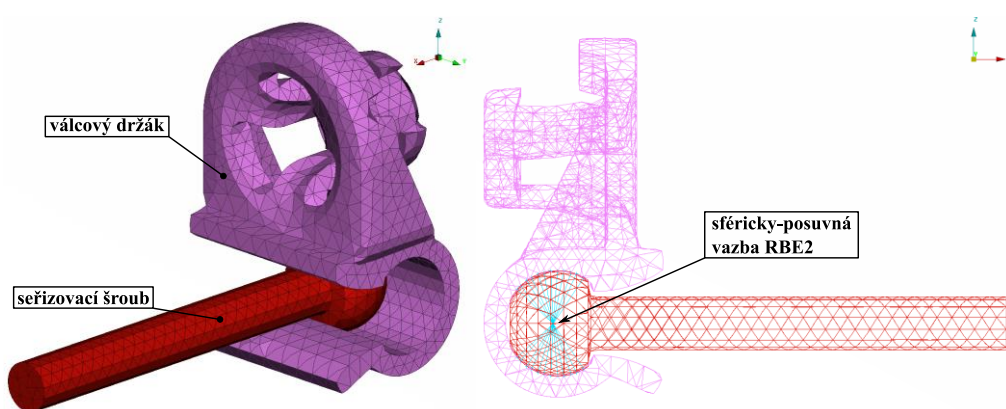
V modelu geometrie světlometu se nachází velká řada spojů, jakými jsou klipy, šrouby, různé vymezovací či polohovací kolíky atd. Správná (odpovídající) náhrada těchto významných konstrukčních uzlů, uložení celého modelu světlometu či vytvoření modelu zatížení má značný vliv na projevy a chování konečno-prvkového modelu a také na vzájemný vztah vůči odezvě skutečné sestavy světlometu. K tvorbě jsou využity následující prvky, respektive modely okrajových podmínek, které jsou součástí programu ANSA v rozšíření o část řešiče EPILYSIS (Nastran): RBE2, RBE3, CONM2 a SPC, [27,28].

RBE2 prvky vytváří v konečno-prvkovém modelu tuhou, pevnou vazbu mezi spojovanými komponenty, [27]. Obecně lze říci, že prvky spojené touto vazbou po deformaci nemění svůj tvar, čehož se využívá mimo jiné pro náhradu různých kinematických dvojic. V modelu světlometu se jedná především o 3 významné konstrukční uzly, které jsou v detailu zobrazeny na obrázku 18 a které jsou spjaty především s částí reflektoru a housingu:

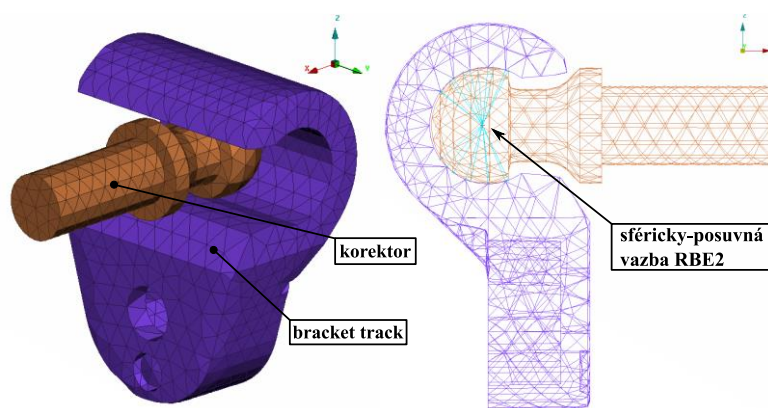
- 1 sférická vazba – spojení komponent kulový držák a pivot (obrázek 20),
- 2 sféricky-posuvné vazby – spojení komponent: válcový držák a seřizovací šroub (obrázek 21), bracket track a korektor (obrázek 22).



Obrázek 20: Sférická vazba RBE2 – kulový držák a pivot



Obrázek 21: Sféricky-posuvná vazba RBE2 – válcový držák a seřizovací šroub



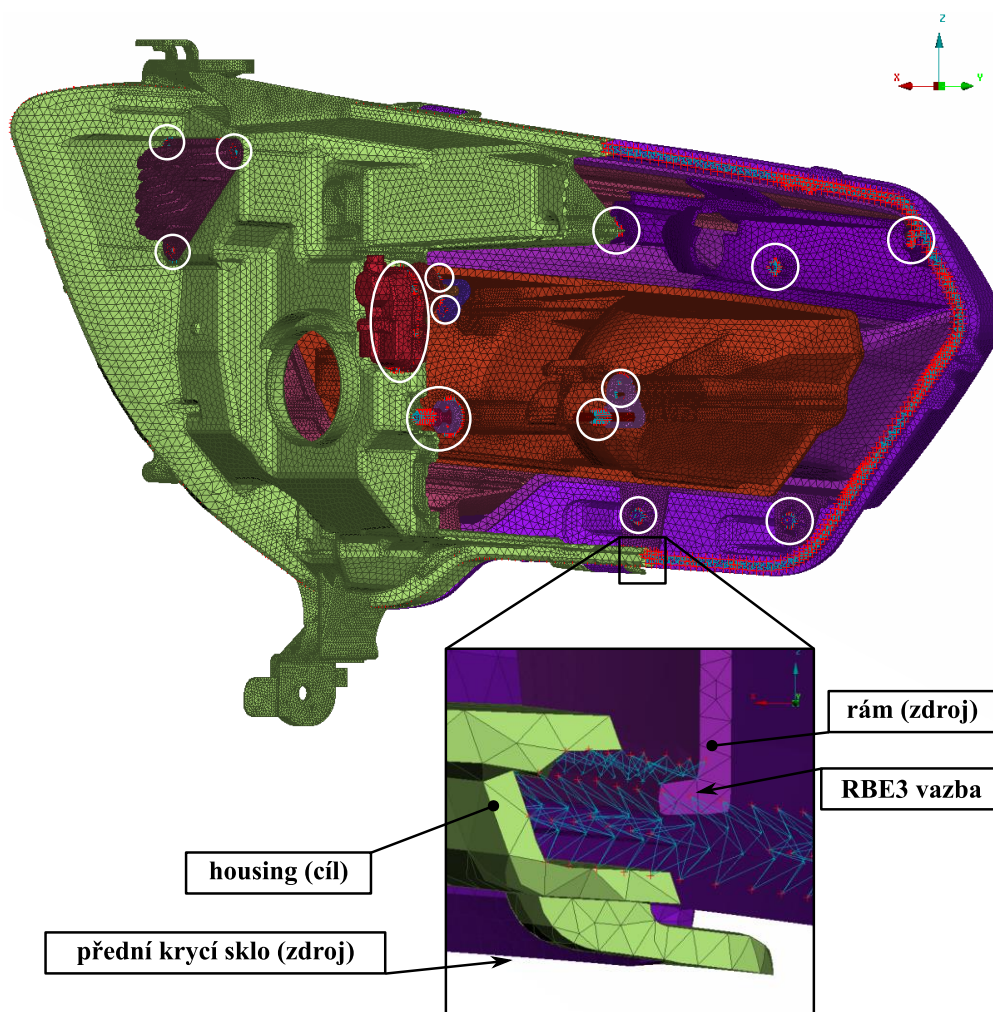
Obrázek 22: Sféricky-posuvná vazba RBE2 – bracket track a korektor (bez části motoru – těla)

V případě sférické vazby je zamezeno všem posuvům, ale zároveň jsou uvolněny rotace okolo všech os. Sféricky-posuvné vazby mají omezeny posuvy pouze ve směru osy x a z. Zbylé posuvy a rotace, tj. posuv ve směru osy y a rotace okolo osy x, y a z, jsou umožněny. Odebrání stupňů volnosti je vztaženo k vyznačeným bodům vazeb na obrázcích 20 až 22.

Dále jsou RBE2 prvky použity k vytvoření vazeb nahrazení šroubového spojení v místech úchytů housingu k experimentálnímu přípravku, respektive konstrukci automobilu. Detail těchto 4 míst je již zobrazen na obrázku 19. V otvorech nacházejících se ve zmíněných úchytech housingu jsou vytvořeny vazby, které odebírají všechny stupně volnosti. Tyto vazby jsou vytvořeny pro následné zavedení okrajové podmínky vetknutí.



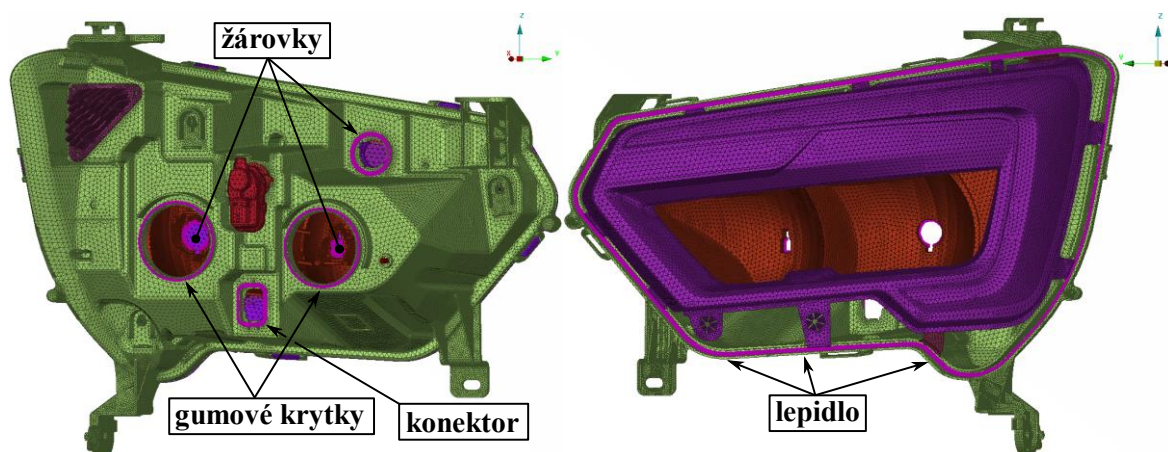
Prvky typu RBE3 jsou použity k propojení zbylých komponent světloometu. Tento typ prvku je založen na převedení zatížení (hmoty, síly atd.) z působíště do uzlových bodů větších komponent modelu na základě vážených průměrů, respektive délek segmentů (úseček) spojujících tyto body. Dá se tedy říct, že čím kratší je vzdálenost působíště, respektive zdroje od cíle, tím vyšší je hodnota zatížení. Prvek typu RBE3 dále nenavýšuje hodnotu tuhosti v místě jeho použití v porovnání s prvkem RBE2, a proto je mimo jiné použit ve většině spojů mezi jednotlivými komponenty světloometu, [27,28]. Jedná se např. o spojení komponent: válcový držák, kulový držák a bracket track s reflektorem potkávacích světél. Dále spojení řady komponent (rámu, rámu trubkových světlovodů, trubkových světlovodů, reflektoru směrovky, řídicí jednotky, pasivního chladiče, desky plošných spojů, předního krycího skla atd.) s housingem, jež jsou zapotřebí vytvořit z důvodu velkého množství tvarových, lepených či šroubových spojů v rámci modelu světloometu. V neposlední řadě se jedná o spojení trubkových světlovodů a reflektoru směrovky s rámem trubkových světlovodů. Na obrázku 23 jsou zvýrazněny bílou barvou vybrané RBE3 vazby s detailem spojení mezi rámem, housingem a předním krycím sklem.



Obrázek 23: Vazby RBE3 – zadní pohled na konečno-prvkový model světloometu s detailem spojení; v bílých kružnicích a elipsách jsou zvýrazněna vybraná místa s RBE3 vazbou, která se skládá z modrých segmentů (ze zdrojů) a červených bodů (na cíli)

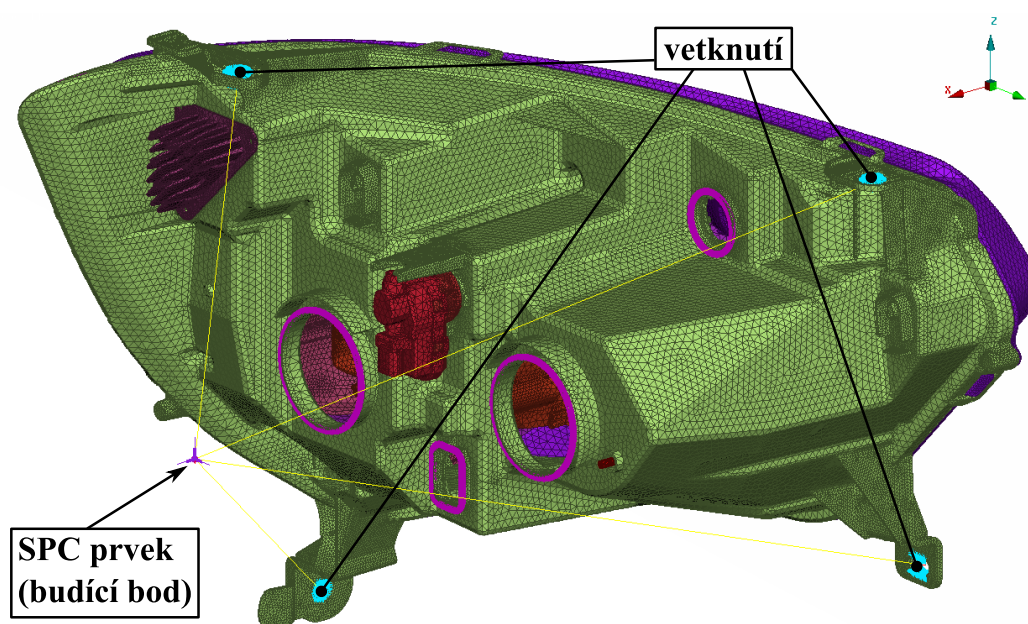
Prvky CONM2, které představují hmotné body, jsou použity k nahrazení řady komponent modelu geometrie, na kterých není vytvořena konečno-prvková síť. Na dané rozlišovací úrovni totiž není zapotřebí brát v potaz tvar a rozměry těchto jednotlivých komponent, ale pouze jejich hmotnost. Výhodou použití těchto prvků je zejména snížení velikosti konečno-prvkové sítě,

což se později projeví snížením výpočetního času, [27,28]. V modelu světloometu se jedná především o náhradu lepidla, které spojuje přední krycí sklo a housing světloometu, dále o náhradu žárovek, které jsou standardizovanými komponenty, gumových krytek nebo konektoru. Obecně to jsou části, jejichž celková hmotnost není v porovnání s dalšími většími komponenty významná. Modelování hmotného bodu prostřednictvím prvku CONM2 je realizováno vytvořením skupin (setů) uzlů na dosedacích plochách stykových komponent, kde dochází k rozpočítání celkové hmotnosti do jednotlivých uzlů těchto setů. Jednotlivé vytvořené sety hmotných bodů jsou zobrazeny na obrázku 24.



Obrázek 24: Prvky CONM2 – náhrada komponent hmotnými body (sety), které jsou zvýrazněny fialovými body

Na závěr je nezbytné vytvořit hmotný bod, jež reprezentuje konstrukci, do níž je světloomet umístěn. Hmotnost tohoto bodu je stanovena na 1 tunu dle standardního doporučení řešiče EPILYSIS (Nastran). K tomuto bodu jsou následně vytvořeny tuhé vazby prostřednictvím RBE2 prvků z míst vetknutí světloometu, které se nacházejí v otvorech na úchytech světloometu, jak je uvedeno již dříve. V místě hmotného bodu je poté vytvořena okrajová podmínka prostřednictvím SPC prvku, která odebírá všechny stupně volnosti, tj. zamezuje všem posuvům a rotacím. Vytvoření hmotného bodu je důležité z hlediska buzení modelu při následujícím řešení harmonické analýzy. Na obrázku 25 jsou zobrazeny již zmíněné zavedené okrajové podmínky popisující uložení modelu světloometu.



Obrázek 25: Model okrajových podmínek popisující uložení modelu světloometu

## 6.4 Model materiálu

Pro jednotlivé komponenty modelu světloometu jsou použity následující modely materiálu, jejichž vlastnosti, které jsou uvedeny v tabulce 1, vycházejí ze zdrojů [8,9] a materiálových listů zadavatele práce. Pro vytvořené hmotné body jsou v tabulce 1 uvedeny pouze hodnoty hmotností. Modely materiálu jsou uvažovány jako izotropní, lineárně pružné. Tabulka 1 je seřazena dle číselného rozdělení modelu geometrie světloometu uvedeného na obrázku 17.

Tabulka 1: Přehled vlastností modelů materiálů pro jednotlivé komponenty

Komponent	Materiál	Modul pružnosti v tahu E [MPa]	Poissonovo číslo $\mu$ [-]	Hustota $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Hmotnost m [g]
přední krycí sklo	PC	2 350	0,40	1 200	959,7
housing	PP-TD40	3 700	0,35	1 220	992,7
rám	PC	2 350	0,40	1 200	522,5
rám trubkových světlovodů	PBT	2 600	0,35	1 310	224,9
reflektor směrovky	PC	2 350	0,40	1 200	77,3
reflektor potkávacího a dálkového světla	BMC	12 000	0,35	2 030	668,3
válcový držák	POM	1 700	0,35	1 200	4,5
seřizovací šroub	ocel	210 000	0,30	7 850	9,7
kulový držák	POM	1 700	0,35	1 350	2,4
pivot	ocel	210 000	0,30	7 850	9,1
bracket track	POM	2 700	0,35	1 400	3,5
korektor – tělo	PA66-GF30	7 200	0,35	3 190	88,0
korektor – osa	PA66-GF30	7 200	0,35	1 360	0,9
pasivní chladič	hliník	70 000	0,40	2 700	129,1
deska plošných spojů	FR4	13 180	0,35	6 150	21,5
řídící jednotka	FR4	13 180	0,35	6 150	32,2
trubkové světlovody	PC	2 350	0,40	1 200	39,2
žárovka H1		–			30,0
žárovka H7		–			30,0
směrová žárovka		–			32,0
konektor		–			40,0
gumové krytky (obě)		–			64,0
lepidlo		–			80,0

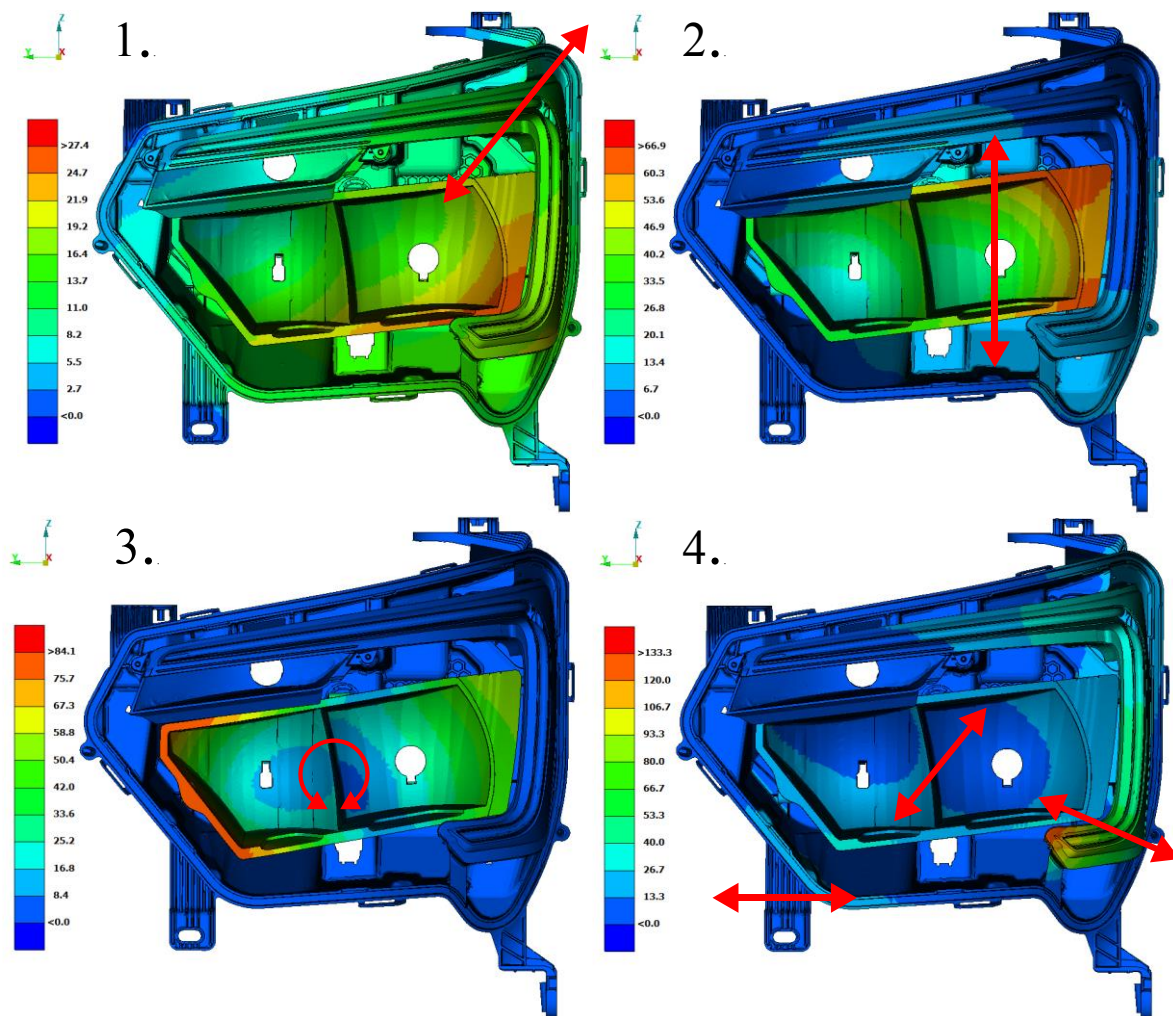
Model geometrie je tedy tvořen především polymerními (amorfní a semikrystalické), ocelovými a hliníkovými materiály. PC (polykarbonát), který je odolný vůči nárazům a používá se pro řadu komponent, spolu s PBT (polybutylentereftalát) se nacházejí v přední části modelu světloometu. Housingu je přiřazen model materiálu PP-TD40 (polypropylén, který je ze 40 % plněný mastkem (křemičitanem hořečnatým)) především kvůli tomu, že je lehký, [9,29]. Hlavní reflektor světla je tvořen modelem materiálu BMC, což je obchodní název pro reaktoplast vyztužený skleněnými vlákny, díky své odolnosti vůči vysokým teplotám, [29]. Pro komponenty tvořící vnitřní sférické a sféricky-posuvné vazby jsou použity modely materiálů oceli, POM (polyoxymetylén), který vykazuje vysokou odolnost vůči opotřebení a nízký koeficient tření, a PA66-GF30 (polyamid 66 vyztužený ze 30 % skelnými vlákny), který je odolný vůči vysokému statickému zatížení po dlouhou dobu za vysokých teplot, [8,9]. Pasivní chladič je tvořen hliníkovým modelem materiálu, který má vyšší tepelnou vodivost, než je tomu např. u oceli, [30]. Desce plošných spojů, respektive řídicí jednotce je přiřazen model materiálu FR4, což jsou skleněná vlákna s pojivem z epoxidové pryskyřice, [31].

## 6.5 Modální analýza

Základní metodou určení chování dynamické struktury je modální analýza, která je nezbytná pro určení vlastních frekvencí a jim odpovídajících vlastních tvarů (viz podkapitola 4.2). Modální analýza je vždy prováděna jako první ze všech dynamických analýz, jelikož je časově nejméně náročná. Její výsledky jsou výrazně ovlivněny zavedenými okrajovými podmínkami. Na základě výsledků této analýzy lze určit kritická místa a provádět prvotní návrhové změny dynamické struktury. Dále jsou hodnoty vlastních frekvencí důležité z hlediska volby provozních, respektive budících frekvencí dynamické struktury, tak aby nedocházelo k vzniku tzv. rezonančních stavů, jak je již dříve uvedeno, [16,20].

Pro řešení modální analýzy výpočtového modelu světloometu je zapotřebí nastavit počet hledaných vlastních frekvencí a zvolit typ metody. V tomto případě se jedná o 10 vlastních frekvencí, které jsou určovány prostřednictvím metody Lanczos. Tato metoda je vhodná a také doporučena pro řešení větších modelů s mnoha vlastními tvary. Dalšími přednostmi této metody je její rychlost a účinnost, [16]. Okrajové podmínky jsou stanoveny prvkem SPC, který předepisuje vetknutí housingu. Na následujícím obrázku 26 jsou zobrazeny vlastní tvary kmitání výpočtového modelu světloometu pro první čtyři vlastní frekvence v programu META. Červenými šipkami jsou zvýrazněny významné směry kmitání modelu světloometu. Na obrázku 26 jsou u jednotlivých vlastních tvarů uvedena měřítká výchylek, která ovšem neposkytují skutečné hodnoty, ale pouze relativní normované výchylky.





Obrázek 26: Modální analýza – vlastní tvary prvních čtyř vlastních frekvencí modelu světlometu

První vlastní frekvence, jejíž vlastní tvar se nachází v levém horním rohu obrázku 26, nabývá hodnoty 42,43 Hz. Směr kmitání je znázorněn na obrázku červenou šipkou, z níž vyplývá, že převládá výrazné kmitání ve směrech os y a z celého modelu světlometu. Druhá vlastní frekvence, s vlastním tvarem nacházejícím se v pravém horním rohu obrázku 26, dosahuje hodnoty 53,09 Hz. V tomto případě převládá výrazné kmitání reflektoru potkávacích a dálkových světel ve směru osy z, přičemž převažuje výraznější kmitání na pravé straně reflektoru. Třetí vlastní frekvence, jejíž vlastní tvar je v levém dolním rohu, nabývá hodnoty 65,00 Hz. Opět zde převažuje kmitání stejného reflektoru jako v předchozím případě, přičemž nyní dochází ke kmitání okolo osy x. Výrazněji nyní kmitá levá strana reflektoru. Čtvrtá vlastní frekvence, s vlastním tvarem nacházejícím se v pravém dolním rohu, dosahuje hodnoty 78,10 Hz. Vlastní tvar této frekvence se skládá již z několika dílčích směrů kmitání jednotlivých komponent světlometu. Nejvýrazněji kmitá rám trubkových světlovodů ve směrech os y a z. Obdobně je tomu u reflektoru, ovšem nyní je tento směr pootočen o 90°. Housing kmitá ve směru osy y. Hodnoty zmíněných vlastních frekvencí jsou přehledně uvedeny v tabulce 2.

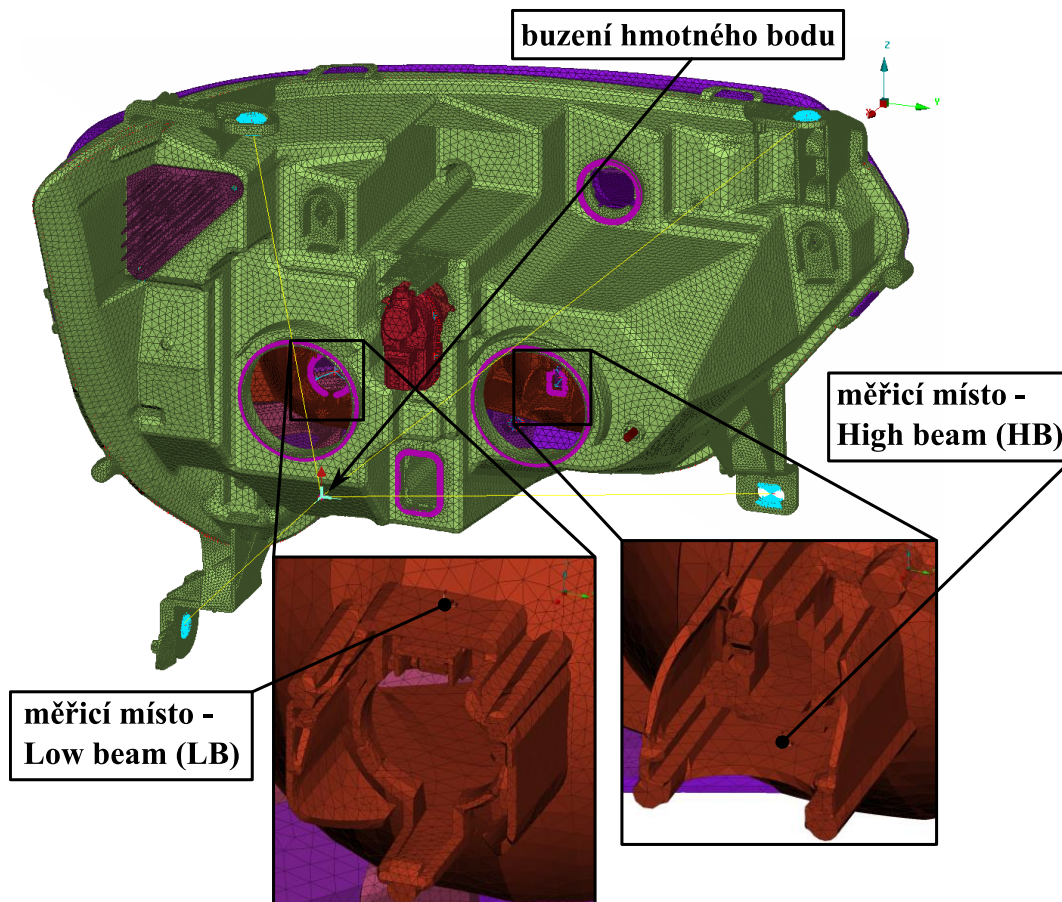
Tabulka 2: Modální analýza – hodnoty prvních čtyř vlastních frekvencí modelu světlometu

Vlastní frekvence [Hz]			
první	druhá	třetí	čtvrtá
42,43	53,09	65,00	78,10

## 6.6 Harmonická analýza

Výsledkem harmonické analýzy je odezva dynamické struktury ve formě posuvů, rychlostí nebo zrychlení na dynamické buzení, [20]. V tomto případě se jedná o buzení definované, v místě SPC prvku a vytvořeného hmotného bodu o hmotnosti 1 tuny, prostřednictvím násobků tíhového zrychlení  $g$ , tj.  $9,81 \text{ m/s}^2$ . Vynásobení hmotnosti tíhovým zrychlením vede ke stanovení budící síly výpočtového modelu, která směřuje ve směru osy  $z$ . Frekvenční rozsah této budící síly je nastaven v rozmezí  $10 - 100 \text{ Hz}$ , tak aby zahrnoval vlastní frekvence výpočtového modelu světloometu. Dále je zapotřebí upravit počet stupňů volnosti již vytvořeného SPC prvku. Prostřednictvím tohoto prvku je umožněn pohyb světloometu ve vertikálním směru neboli ve směru osy  $z$ . Výpočtovému modelu světloometu je zapotřebí také předepsat určitou hodnotu tlumení. V tomto případě se jedná o hodnotu poměrného útlumu, přičemž dále existuje možnost zadání prostřednictvím  $Q$  faktoru kvality či strukturálního tlumení  $G$ , které je poloviční hodnotou poměrného útlumu. Na základě zkušeností a experimentálních zkoušek laboratoře zadavatele práce je hodnota poměrného útlumu stanovena a nastavena na hodnotu  $0,08$  neboli  $8 \%$  v celém frekvenčním rozsahu budící síly. Hodnota tlumení je zadávána pro určitou frekvenci, přičemž hodnotu tohoto tlumení je možné měnit. Hodnota tlumení mezi frekvencemi s odlišnými hodnotami tlumení je dále zvyšována či snižována na základě lineární interpolace.

K numerickému řešení harmonické analýzy lze použít dvě odlišné metody. Jedná se o přímou nebo modální frekvenční odezvu. Modální metoda, která je pro tento případ použita, je založena na určení vlastních frekvencí a vlastních tvarů, na základě čehož lze rozdělit řešení jednotlivých pohybových rovnic a zvýšit tak účinnost tohoto numerického řešení. Tato metoda je vhodná pro řešení větších výpočtových modelů při nižších budících frekvencích, [20].

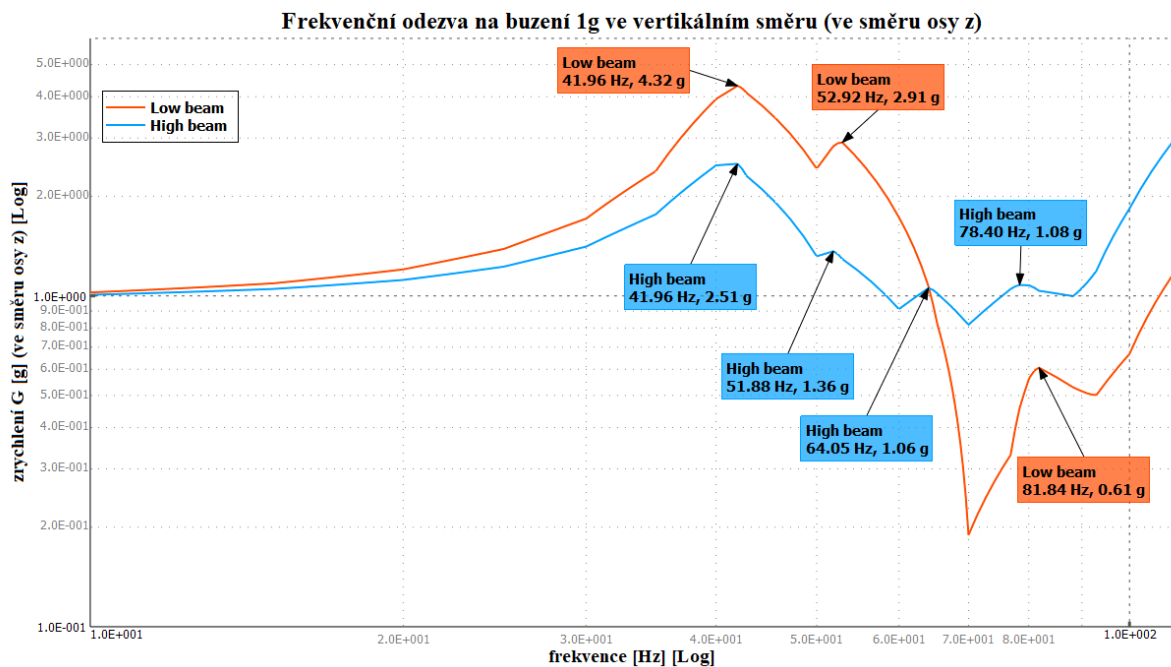


Obrázek 27: Měřicí místa na konečno-prvkové síti modelu světloometu s určením místa buzení ve směru osy  $z$



Dynamická odezva ve formě zrychlení je pozorována na 2 vybraných místech výpočtového modelu světlometu. Tato místa se nachází na reflektoru potkávacích a dálkových světel, v místech žárovky H1 – dále označováno jako High beam (zkratka HB), a H7 – dále označováno jako Low beam (zkratka LB). Uvedená místa jsou zvýrazněna na obrázku 27.

V grafu 1 je znázorněna frekvenční odezva na buzení o velikosti 1 g, přičemž je vykreslováno zrychlení G ve směru osy z v závislosti na změně budící frekvence. Toto zrychlení je běžně udáváno jako násobek tíhového zrychlení pro lepší přehlednost řešení. V grafu 1 je výrazná frekvence 41,96 Hz, která odpovídá první vlastní frekvenci již z modální analýzy. Dále je významná frekvence okolo 52 Hz (pro měřicí místa je odlišná dle grafu 1), která odpovídá druhé vlastní frekvenci. Třetí významná frekvence, v případě měřicího místa High beam, nabývá hodnoty 64,05 Hz, která odpovídá třetí vlastní frekvenci z modální analýzy. V případě měřicího místa Low beam se zrychlení na této frekvenci výrazně neprojevuje. Jedním z důvodů může být, že k výraznému kmitání dochází ve zbylých dvou osách, tj. ose x nebo y, které ovšem nejsou vyhodnocovány. Poslední významná frekvence je okolo 80 Hz, která odpovídá čtvrté vlastní frekvenci výpočtového modelu světlometu.



Graf 1: Frekvenční odezva na buzení ve směru osy z (zrychlení v závislosti na budící frekvenci) výpočtového modelu

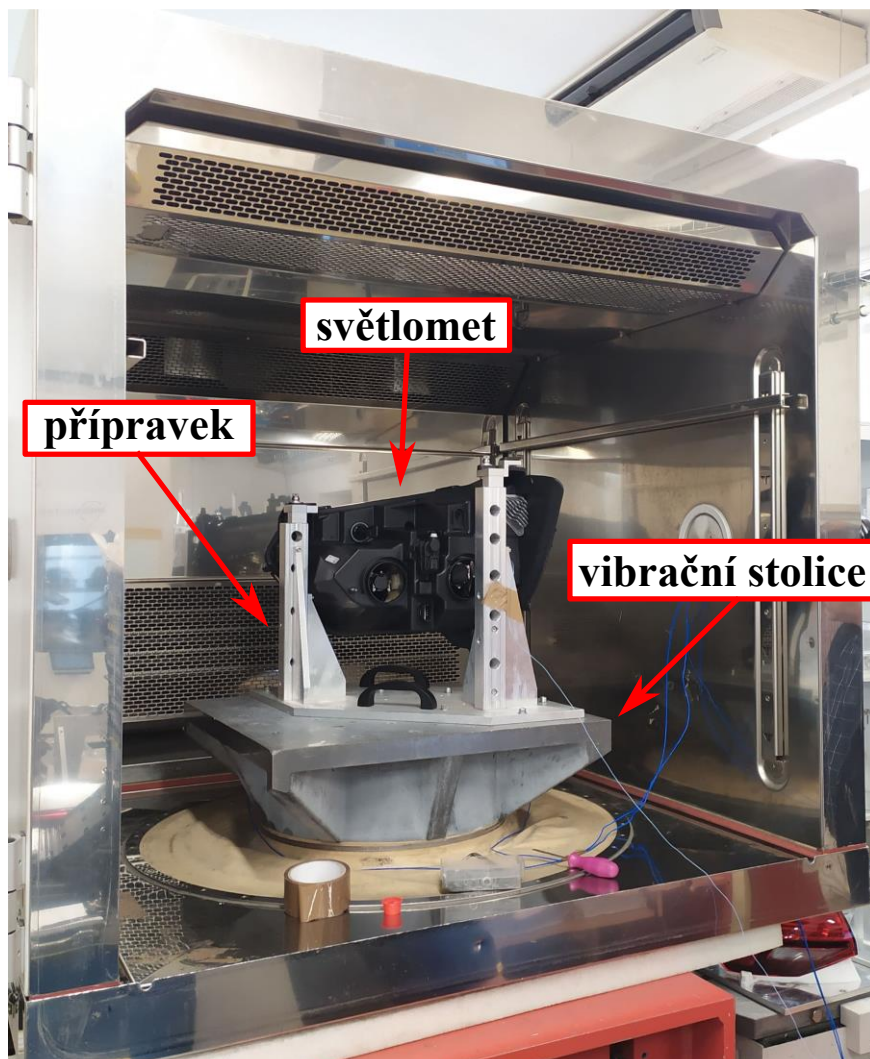
V tabulce 3 jsou uvedeny pro porovnání vlastní frekvence a rezonanční frekvence (ve směru osy z) z harmonické analýzy výpočtového modelu světlometu.

Tabulka 3: Porovnání vlastních a rezonančních frekvencí modelu světlometu

Frekvence	první	druhá	třetí	čtvrtá
Modální analýza vlastní [Hz]	42,43	53,03	65,00	78,10
Harmonická analýza rezonanční – HB [Hz]	41,96	51,88	64,05	78,40
	rezonanční – LB [Hz]	41,96	52,92	–

## 7 Experiment

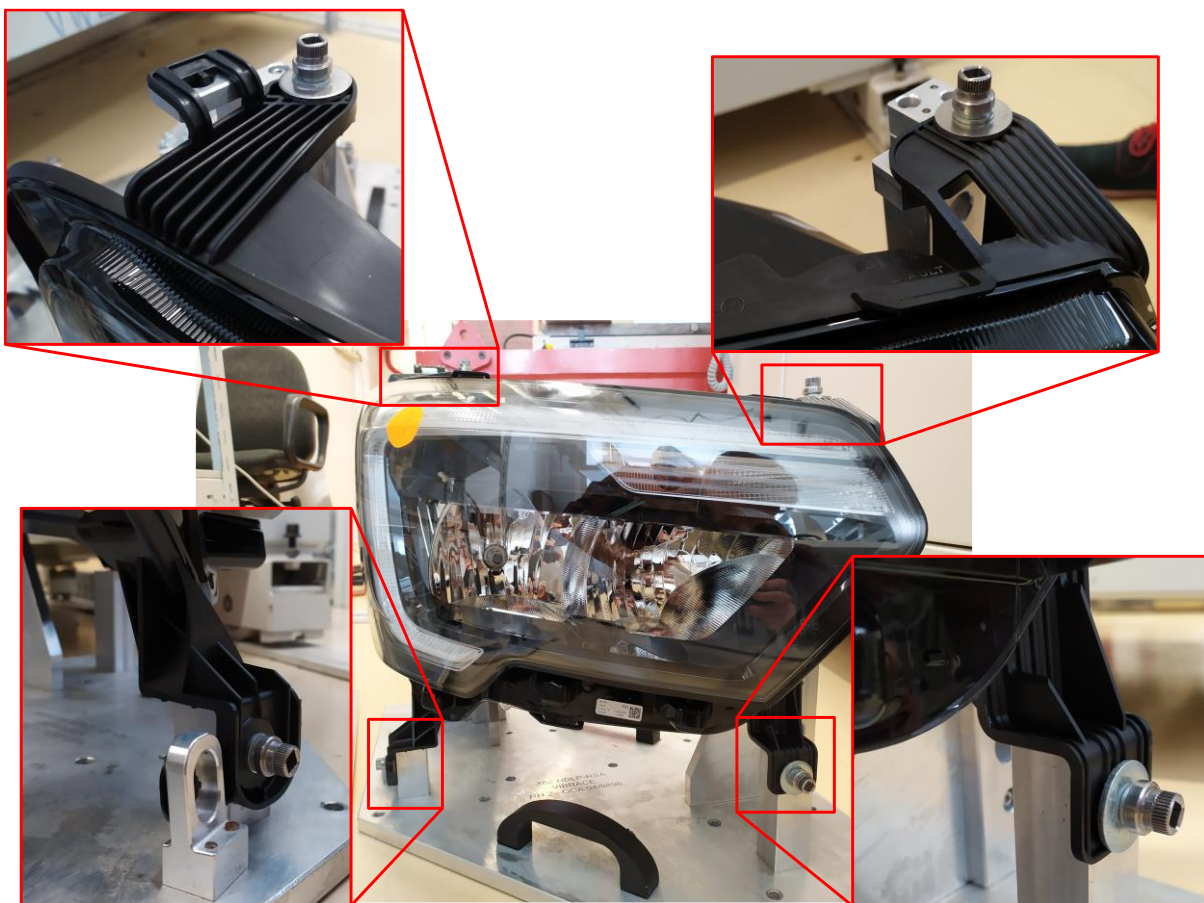
Tato část se zabývá experimentálním ověřením výsledků výpočtového modelování. Experiment je proveden v laboratoři zadavatele práce na skutečném modelu světloometu, který odpovídá výpočtovému modelu. Světlomet je upevněn do přípravku, který je následně spojen s vibrační stolicí elektrodynamického budícího stroje, tak jak je uvedeno na obrázku 28. Na obrázku 29 jsou dále zobrazena místa šroubových spojů modelu světloometu s přípravkem.



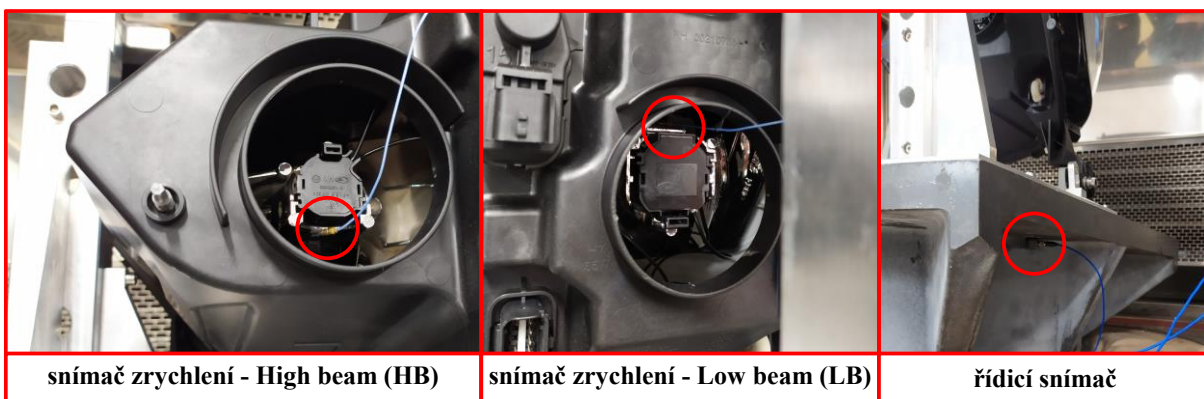
Obrázek 28: Umístění světloometu s přípravkem na vibrační stolicí elektrodynamického budícího stroje v laboratoři zadavatele práce

Světlomet je následně vystaven budícímu harmonickému signálu, o hodnotě zatížení 1 g, ve frekvenčním rozsahu 10 – 100 Hz. Odezva modelu světloometu je měřena na již zmíněných místech nacházejících se na povrchu reflektoru potkávacích a dálkových světel, a to jak na levém, tak i na pravém modelu světloometu. Na tato místa jsou umístěny snímače, přičemž v obou případech se jedná o jednoosé snímače zrychlení, které měří odezvu ve vertikálním směru neboli ve směru osy z. Tyto snímače jsou připevněny k modelu světloometu prostřednictvím včelího vosku, což je jedna z mnoha použitelných variant upevnění. Dále používané způsoby jsou za pomoci šroubu, lepidla, magnetu atd., [18]. Výhody této metody jsou především v její nenáročnosti a rychlé aplikaci, přičemž umožňuje měřit odezvu v poměrně velkém frekvenčním roz-

sahu, [18]. Kromě snímačů zrychlení na modelu světlometu je zapotřebí připevnit prostřednictvím závrtného šroubu také řídicí snímač na vibrační stoličci. Tento řídicí snímač je nezbytný ke správné regulaci budicího signálu ve zvoleném frekvenčním rozsahu. Umístění těchto snímačů je na obrázku 30.



Obrázek 29: Umístění světlometu v přípravku s detaily šroubových spojů

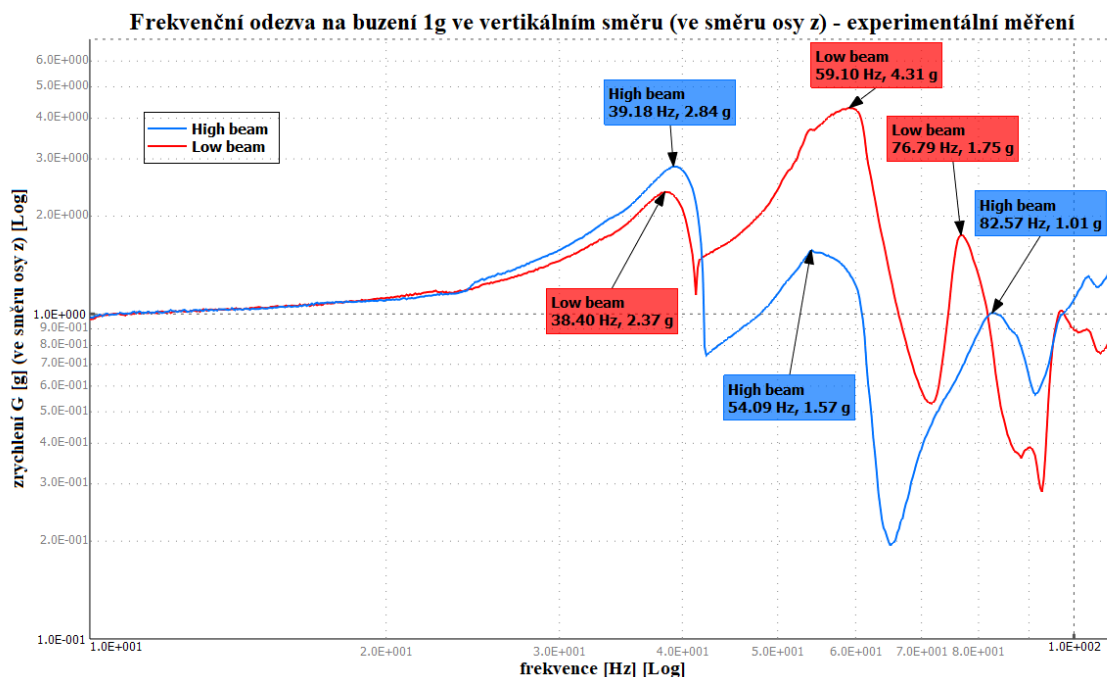


Obrázek 30: Umístění snímačů zrychlení na skutečném světlometu a řídicího snímače na vibrační stoličci

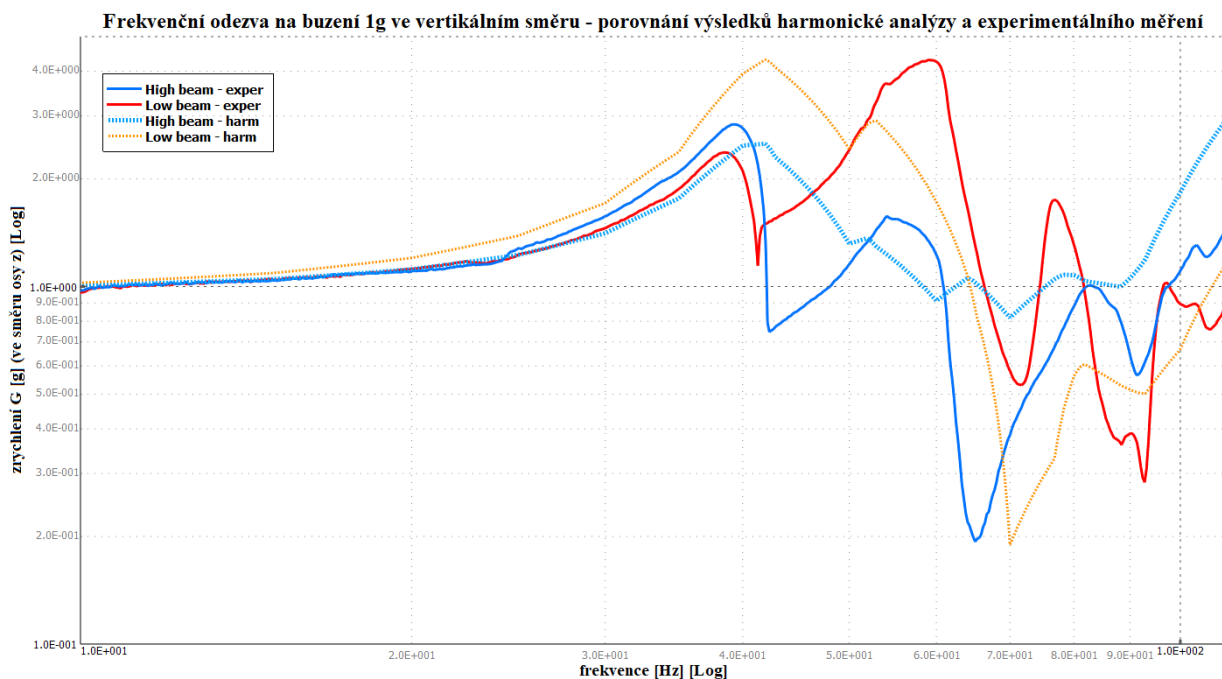
V následujícím grafu 2 je uvedena frekvenční odezva skutečného světlometu na buzení o velikosti zatížení 1 g ve směru osy z pro obě měřící místa na světlometu. V tomto grafu jsou dále zvýrazněny hodnoty rezonančních frekvencí spolu s odpovídajícími amplitudami zrychlení. V grafu 3 jsou pro porovnání zobrazeny frekvenční odezvy z harmonické analýzy a experimentálního měření. Experimentální měření je interpretováno křivkami vykreslenými plnou čarou



a výsledky harmonické analýzy křivkami vykreslenými přerušovanou čarou. Měřicí místo High beam je vykresleno barvami modrých odstínů, místo Low beam barvami červených odstínů.



Graf 2: Frekvenční odezva na buzení ve směru osy z (zrychlení v závislosti na budící frekvenci) - experimentální měření



Graf 3: Porovnání frekvenčních odezev z harmonické analýzy a experimentálního měření

Hodnoty rezonančních frekvencí a amplitud zrychlení pro odezvy z harmonické analýzy a experimentálního měření jsou přehledně uvedeny v tabulce 4. Pro měřicí místo High beam, v případě řešení harmonické analýzy, je pro třetí rezonanční frekvenci a odpovídající amplitudu zrychlení v závorce uvedena i čtvrtá rezonanční frekvence, která se blíží třetí rezonanční frekvenci z experimentálního měření.

Tabulka 4: Porovnání rezonančních frekvencí s odpovídajícími amplitudami zrychlení z harmonické analýzy výpočtového modelu a experimentálního měření skutečného světlometu

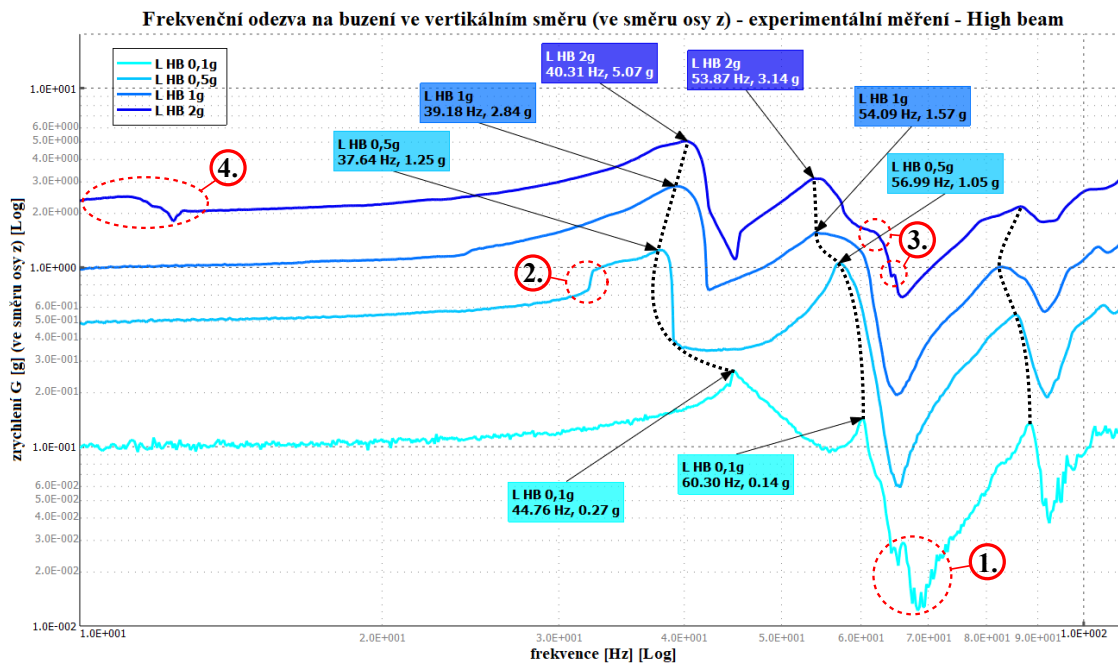
		Harmonická analýza		Experimentální měření	
		rezonanční frekvence [Hz]	amplituda zrychlení G [g]	rezonanční frekvence [Hz]	amplituda zrychlení G [g]
Low beam	první	41,96	4,32	38,40	2,37
	druhá	52,92	2,91	59,10	4,31
	třetí	81,84	0,61	76,79	1,75
High beam	první	41,96	2,51	39,18	2,84
	druhá	51,88	1,36	54,09	1,57
	třetí	64,05 (78,40)	1,06 (1,08)	82,57	1,01

Z tabulky 4, respektive grafu 3 je zřejmé, že rezonanční frekvence, respektive amplitudy zrychlení G nenabývají totožných hodnot. V případě rezonančních frekvencí se rozdíl mezi odpovídajícími dvojicemi pohybuje okolo 4 – 10,5 % (pokud je porovnávána čtvrtá rezonanční frekvence z harmonické analýzy se třetí rezonanční frekvencí z experimentálního měření). Při porovnání hodnot amplitud je však zcela zřejmý rozdíl, což je s největší pravděpodobností způsobeno proměnnými hodnotami tlumení v průběhu experimentálního měření, případně nepřesně vytvořeným výpočtovým modelem světlometu nebo nelinearitami, které vstupují do experimentálního měření.

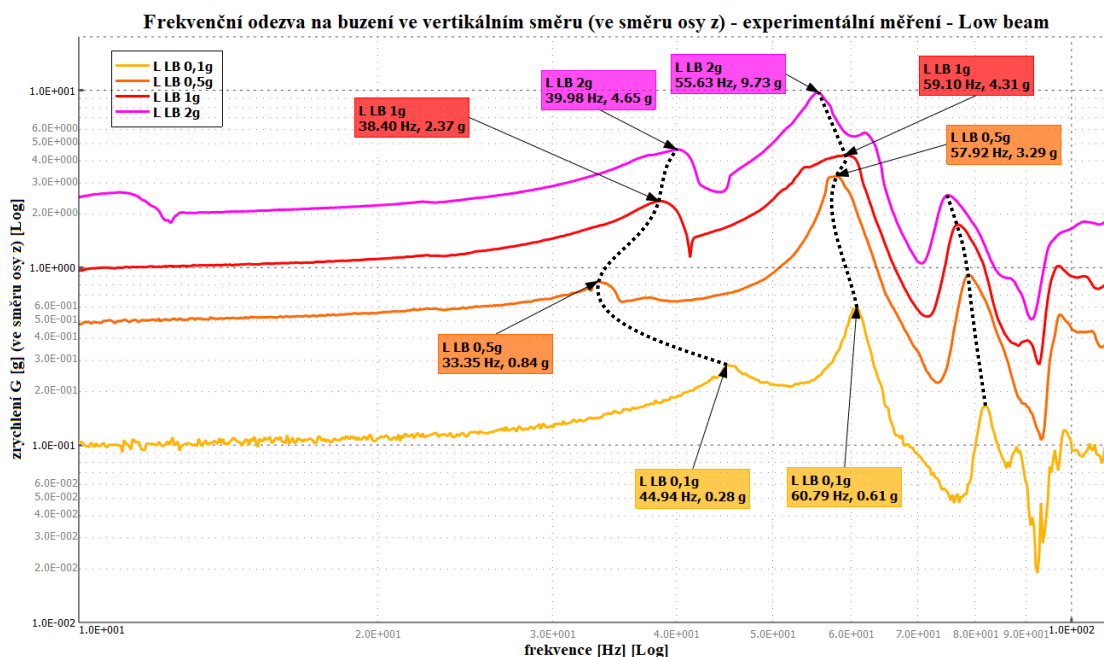
# 8 Analýza výsledků a modifikace výpočtového modelu

## 8.1 Analýza výsledků experimentálního měření

Pro následnou analýzu výsledků a vlivu tlumení na velikost odezvy je nezbytné nejprve provést experimentální měření pro další hodnoty zatížení dynamického buzení harmonickým signálem. Z tohoto důvodu jsou naměřeny odezvy pro hodnoty zatížení 0,1 g, 0,5 g a 2 g pro model levého i pravého světloometu. Průběhy těchto odezav levého světloometu pro měřicí místa High beam a Low beam jsou vykresleny do grafu 4, respektive grafu 5.



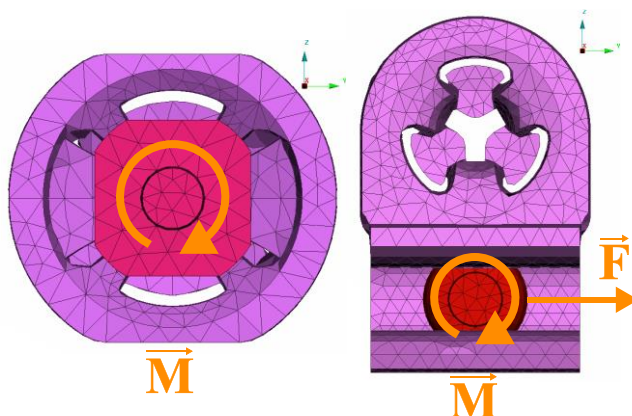
Graf 4: Frekvenční odezva na buzení ve vertikálním směru – experimentální měření – měřicí místo High beam



Graf 5: Frekvenční odezva na buzení ve vertikálním směru – experimentální měření – měřicí místo Low beam

V grafech 4, respektive 5 jsou křivkami proloženy jednotlivé rezonanční frekvence černou tečkovanou čarou pro lepší orientaci změny rezonanční frekvence v závislosti na hodnotě zatížení buzení světlotmetu. Díky tomu je možné vidět, že vztah mezi těmito jednotlivými úrovněmi zatížení není lineární, tak jako tomu je v případě harmonické lineární analýzy výpočtového modelu, jehož rezonanční frekvence se v závislosti na změně hodnoty zatížení nemění. V grafu 4 jsou dále zvýrazněny některé jevy, které se v měřeném signálu vyskytují. Tyto jevy jsou dále blíže popsány a jsou zdůvodněny jejich pravděpodobné příčiny.

Z odezvy na buzení o hodnotě zatížení 0,1 g, v grafů 4 a 5, je zřejmé, že dochází v určitých úsecích k „rozkmitání“ této odezvové křivky (první zvýrazněné místo). Tento jev může být ovlivněn řadou faktorů. Často je však způsoben kontaktem či nárazy mezi jednotlivými částmi světlotmetu. Jednotlivé komponenty jsou totiž v mnoha případech velice blízko sebe a při této hodnotě zatížení nemusí vždy dojít k úplnému vymezení vůlí. Pro zvolená měřicí místa vstupuje do odezvy především vůle mezi osou a tělem korektoru. Vymezení vůlí se poté projeví souvislou („hladkou“) odezvovou křivkou. Dále lze pozorovat vyšší rezonanční frekvence (zejména první), v porovnání se zbylými odezvami, což může být způsobeno především nepřekonáním pasivních odporů, které se zde vyskytují, [32]. Vazby se chovají jako pevné (představují vetknutí), a proto zde nedochází k žádnému pohybu, tzn. posuvům a rotacím, což způsobuje vyztužení modelu. Pro fungování vazeb je zapotřebí překonat třecí síly (viz podkapitola 5.1.2), respektive momenty, které působí proti pohybu a brání jeho vzniku. Na obrázku 31 jsou uvedeny obecně síly, respektive momenty, které je zapotřebí překonat, pro vznik pohybu ve vazbách. Pro posuv je zapotřebí překonat třecí síly, zde obecně  $\vec{F}$ , a pro rotace v jednotlivých směrech odpovídající momenty, které je možné považovat za momenty čepového tření, zde obecně  $\vec{M}$ , [32]. Pasivní odpory mohou být způsobeny i postupným vymezením vůlí (způsobeno dosažením dostatečně velkých výchylek při kmitání), různými kontakty (dojde-li k uvolnění původně slepených částí) atd.

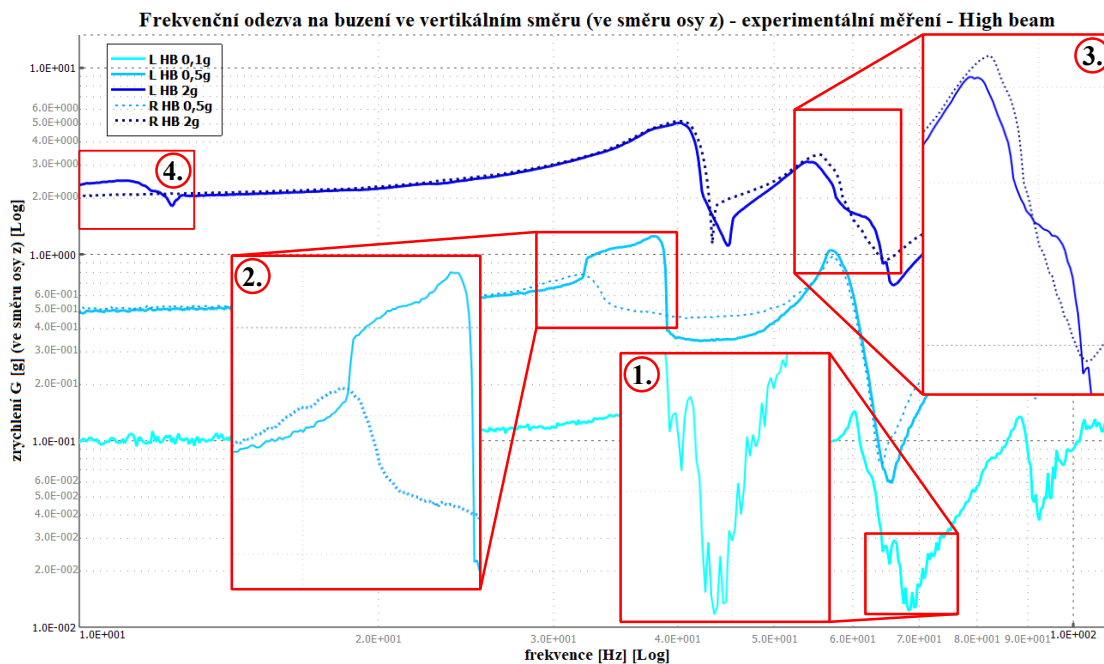


Obrázek 31: Pasivní odpory: vlevo – kulový držák (pouze rotace – překonávání momentů), vpravo – válcový držák (rotace a posuv ve směru osy y – překonávání momentů a síly) – analogicky pro bracket

V odezvě na buzení o hodnotě zatížení 0,5 g v grafu 4 se vyskytuje druhé zvýrazněné místo. Je zde zřejmý skok, který je pravděpodobně způsoben překonáním některého z pasivních odporů (překonání statického tření a přechod na dynamické). Došlo tedy ke vzniku pohybu a vyšší amplitudy zrychlení v porovnání s pravým světlotmetem, kde se tento jev nevyskytuje, což je uvedeno v detailu v grafu 6.

Třetí zvýrazněné místo je spjato s buzením o hodnotě zatížení 2 g. V tomto případě došlo k rozpadu rezonanční „špičky“, což může být pravděpodobně způsobeno změnou tvaru kmitání, popřípadě opět pasivními odpory, jelikož při porovnání s odezvou na pravém světlotmetu se tento jev nevyskytuje. Porovnání odezvy pro levý a pravý světlotmet se nachází v grafu 6. Čtvrté

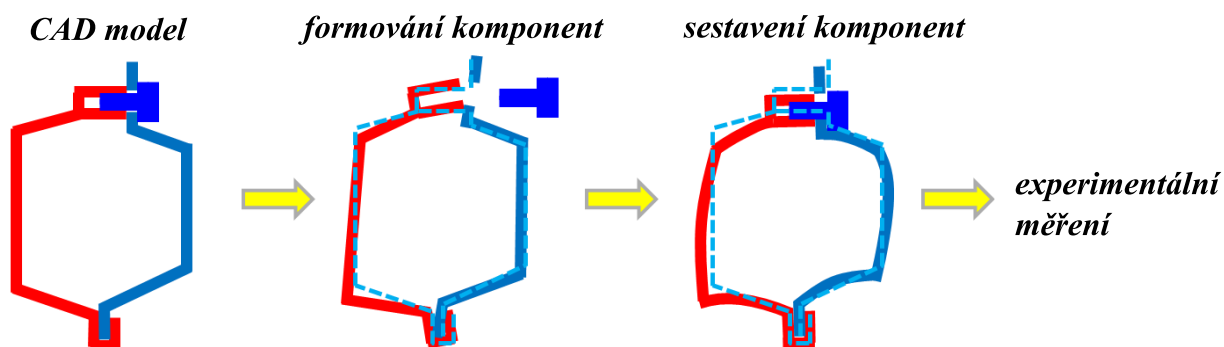
zvýrazněné místo je spjato s vybudněním neexistující amplitudy zrychlení v důsledku regulace budícího signálu. Na pravém světloometu již tento jev není pozorován. V grafu 6 jsou zobrazeny výše uvedené jevy v detailech. Přerušované odezvové křivky zobrazují experimentální měření na pravém světloometu.



Graf 6: Frekvenční odezva na vybraná buzení ve vertikálním směru pro levý a pravý světloomet – detaily zvýrazněných jevů experimentálního měření

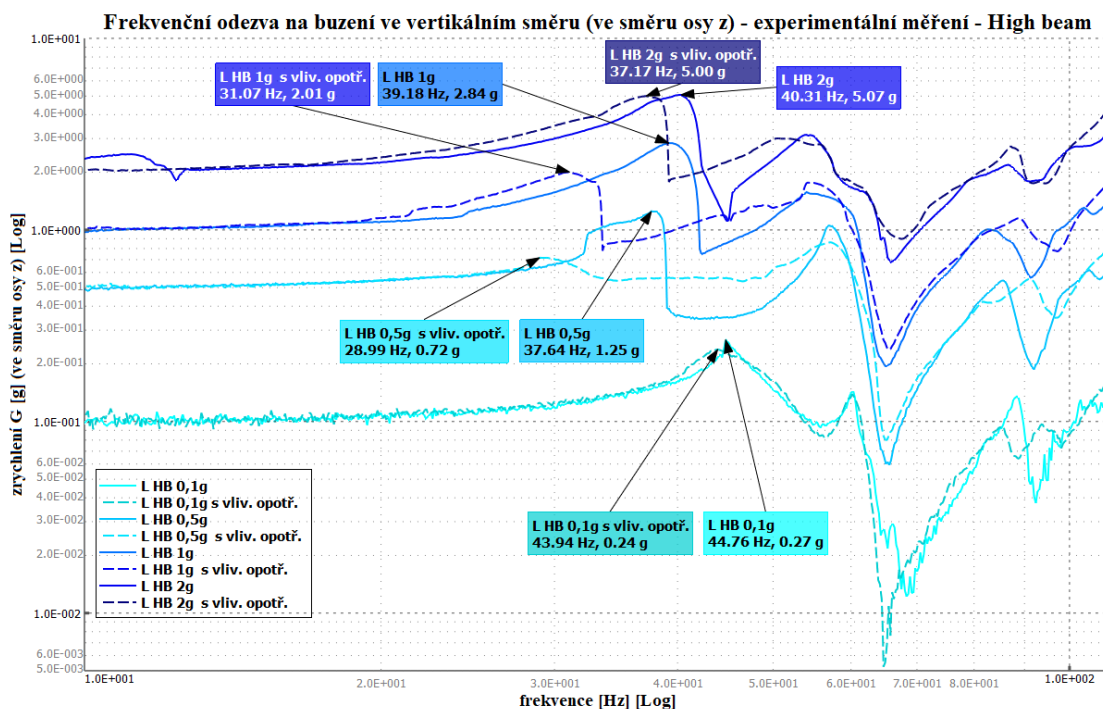
Kromě výše uvedených jevů, které vnášejí nelinearity do výsledného experimentálního měření, je zapotřebí dále vzít v potaz, že velkou měrou se na chování, respektive odezvě podílí způsob výroby světlometů. Jedná se především o formování jednotlivých komponent a jejich následnou montáž. Je zapotřebí si uvědomit, že při vstřikování a tvarování jednotlivých plastových komponent jsou vyrobeny součásti, které jsou oproti CAD, respektive CAE modelu běžně menší, jejich povrch není hladký, obvykle je deformovaný, mají v sobě obsažena zbytková napětí, popřípadě se zde nachází různé koncentrátoři napětí. Dále je nezbytné vzít v potaz materiálové vlastnosti, které nejsou stejné v celém objemu dané komponenty, popřípadě řada těchto polymerních materiálů nevykazuje izotropní chování, ale chování ortotropní, které je závislé na orientaci jednotlivých vláken, [9]. Při následném sestavování celého světloometu z těchto komponent navíc běžně dochází ke vzniku deformací při spojování součástí. Dále dochází ke vzniku předpětí, které může být způsobeno např. při upevnění neboli „zacvaknutí“ seřizovacího šroubu do válcového držáku (což platí analogicky i pro další typy těchto vazeb), popřípadě vytvoření špatného spojení v důsledku volných šroubů, svařování součástí atd., může způsobit další nelinearity, které výrazně ovlivňují výslednou odezvu na buzení. Na obrázku 32 je zobrazen proces, který výrazně ovlivňuje výslednou odezvu experimentálního měření.





Obrázek 32: Vliv formování a sestavování na odezvu z experimentálního měření (přerušovaná čára – ideální CAD model)

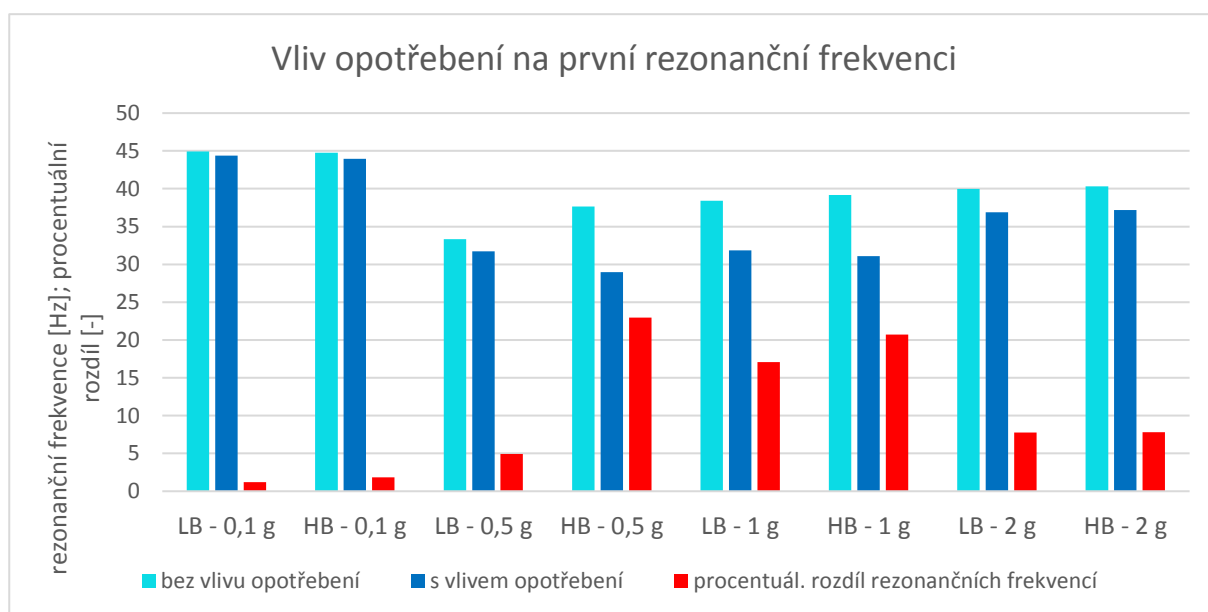
Pro posouzení existence a působení pasivních odporů lze vzít v potaz vliv opotřebení jednotlivých komponent. Opotřebení se totiž může projevit zvyšováním vůli mezi komponenty, případně „vyhlazováním“ povrchu drážek ve vazbách ustavovacího šroubu atd. Výsledkem poté může být snížení součinitelů tření, což vede ke snížení mezních hodnot pasivních odporů, a také snížení rezonančních frekvencí. Proto je světlomet vystaven zátěžovému únavovému testu v laboratoři zadavatele práce a následně je opět měřena odezva na buzení harmonickým signálem na levém světlometu. Odezva po zátěžovém únavovém testu je zobrazena pro měřicí místo High beam v grafu 7. V tomto grafu lze pozorovat snížení rezonančních frekvencí a odpovídajících amplitud zrychlení pro všechny hodnoty zatížení s výjimkou zatížení nejnižšího, u něhož je odezva srovnatelná s původní. Snížení těchto frekvencí se projevuje zejména pro první rezonanční frekvenci, která je ovšem z hlediska kmitání světelné stopy, napětí atd. nejdůležitější. Zbylé rezonanční frekvence jsou téměř stejné pro odezvy před a po zátěžovém testu. V tabulce 5, respektive v grafu 8 jsou následně porovnány první rezonanční frekvence odezvy před a po zátěžovém únavovém testu pro obě měřicí místa. Snížení těchto rezonančních frekvencí je ukazatelem, respektive potvrzením existence zmíněných nelinearit v modelu světlometu.



Graf 7: Frekvenční odezva na buzení ve vertikálním směru – experimentální měření – měřicí místo High beam – porovnání původního měření s měřením zahrnující vliv opotřebení

Tabulka 5: Porovnání experimentálních měření před a po zátěžovém testu (vliv opotřebení) pro obě měřicí místa

měřicí místo	hodnota zatížení [g]	Experimentální měření		Experimentální měření s vlivem opotřebení		rozdíl rezonančních frekvencí [%]
		první rezonanční frekvence [Hz]	amplituda zrychlení G [g]	první rezonanční frekvence [Hz]	amplituda zrychlení G [g]	
Low beam	0,1	44,94	0,28	44,40	0,29	1,20
	0,5	33,35	0,84	31,71	0,74	4,92
	1	38,40	2,37	31,84	1,65	17,08
	2	39,98	4,65	36,87	4,64	7,78
High beam	0,1	44,76	0,27	43,94	0,24	1,83
	0,5	37,64	1,25	28,99	0,72	22,98
	1	39,18	2,84	31,07	2,01	20,70
	2	40,31	5,07	37,17	5,00	7,79



Graf 8: Porovnání vlivu opotřebení na první rezonanční frekvenci experimentální odezvy pro různá zatížení – měřicí místa Low beam (LB) a High beam (HB)

Při analýze a porovnávání výsledků experimentálního měření s odezvami z harmonické analýzy je nezbytné zohlednit všechny výše uvedené jevy. Proto je nutné často vycházet ze zkušeností, jelikož výzkum na všechny tyto vlivy je velmi rozsáhlý. Další analýzy jsou zaměřeny pouze na odezvu na harmonické buzení s hodnotou zatížení 1 g, respektive 0,5 g, která je na základě zkušeností v praxi běžně používána. Posuzování prostřednictvím odezvy zatížení o hodnotě 1 g je využíváno, poněvadž je schopno zahrnout v harmonické analýze rozptyly výroby, které se projevují v experimentálním měření. Zatížení na hodnotě 0,1 g je nevhodné, jelikož obvykle udává informace pouze o vymezení vůlí. Zatížení na hodnotě 0,5 g je v některých případech využíváno a běžně odpovídá zatížení, kterému je světlo met vystaven na zkušebních polygo-

nech. Zatížení na hodnotě 2 g se v praxi příliš nepoužívá a je zde uvedeno především pro interpretaci nelinearity v odezvě experimentálního měření. V následující tabulce 6 jsou zapsány v intervalech hodnoty jednotlivých rezonančních frekvencí, které se skládají z hodnot levého a pravého světloometu. Analogicky tomu je i v případě amplitud zrychlení.

Tabulka 6: Intervaly hodnot rezonančních frekvencí a odpovídajících amplitud zrychlení pro zatížení 0,5 g a 1 g z experimentálního měření pro levý a pravý světloomet

		Zatížení – 0,5 g		Zatížení – 1 g	
		rezonanční frekvence [Hz]	amplituda zrychlení G [g]	rezonanční frekvence [Hz]	amplituda zrychlení G [g]
Low beam	první	(30,52; 33,35)	(0,71; 0,84)	(37,79; 38,40)	(2,25; 2,37)
	druhá	(57,46; 57,96)	(3,27; 3,29)	(56,99; 59,10)	(4,31; 5,00)
	třetí	(78,35; 78,67)	(0,68; 0,91)	(76,17; 76,79)	(1,55; 1,75)
High beam	první	(31,91; 37,64)	(0,78; 1,25)	(38,56; 39,18)	(2,59; 2,84)
	druhá	(56,99; 57,46)	(0,98; 1,05)	(54,09; 56,31)	(1,57; 1,73)
	třetí	(84,59; 85,61)	(0,54; 0,55)	(82,23; 82,57)	(1,01; 1,04)

## 8.2 Modifikace výpočtového modelu (Reverzní analýza)

Před samotnou analýzou vlivu tlumení na odezvu světloometu je dále provedena řada modálních a příslušných harmonických analýz pro různé úpravy a varianty výpočtového modelu. Cílem je nalezení vhodné a odpovídající varianty z hlediska hledaných rezonančních frekvencí a taktéž průběhu odezvy z daných měřicích míst. Pro všechny vybrané a dále zmíněné varianty je při harmonické analýze použita hodnota tlumení 0,05.

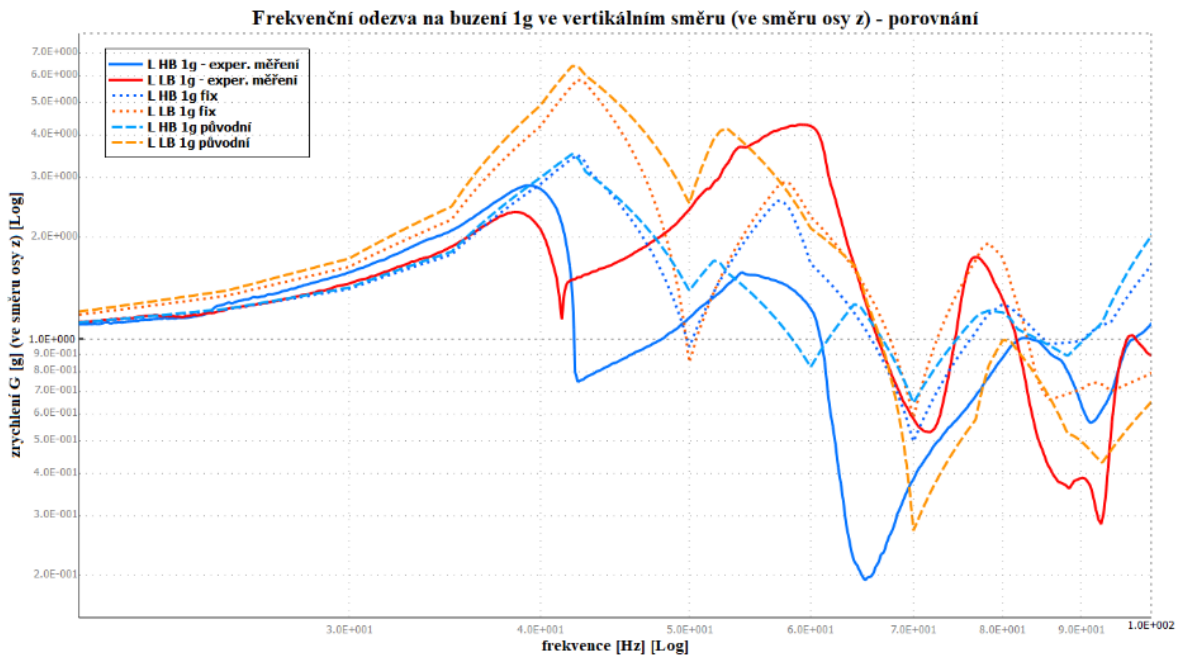
Původní výpočtový model je nejprve upraven pouze změnou vazeb sférických, respektive sféricky-posuvných na vazby představující vetknutí. To znamená, že jsou odebrány všechny stupně volnosti, což vede k zamezení rotací a posuvů ve všech směrech. Tato varianta modelu tedy představuje nepřekonatelné pasivních odporů v místech upravených vazeb, přičemž její odpovídající odezva, označovaná jako **fix**, se nachází v grafu 9 (vykreslena tečkovanou čarou). Pro porovnání se zde nachází také odezva **původní** varianty výpočtového modelu (čárkovaná čára). První rezonanční frekvence je pro variantu **fix** nepatrně vyšší než u původního modelu (o necelý 1 Hz). Druhá rezonanční frekvence je vyšší téměř o 4 Hz oproti původnímu modelu, což způsobuje menší rozdíl vzhledem k druhé rezonanční frekvenci z experimentálního měření na měřicím místě Low beam. Nevýhodou je téměř stejná amplituda zrychlení pro tuto frekvenci na obou měřicích místech, kterou ovšem lze upravit změnou tlumení.

Pro další varianty řešení je zapotřebí upravit původní výpočtový model následujícím způsobem dle obrázku 33, respektive v detailu na obrázku 34. Úpravy jsou provedeny na následujících 3 místech:

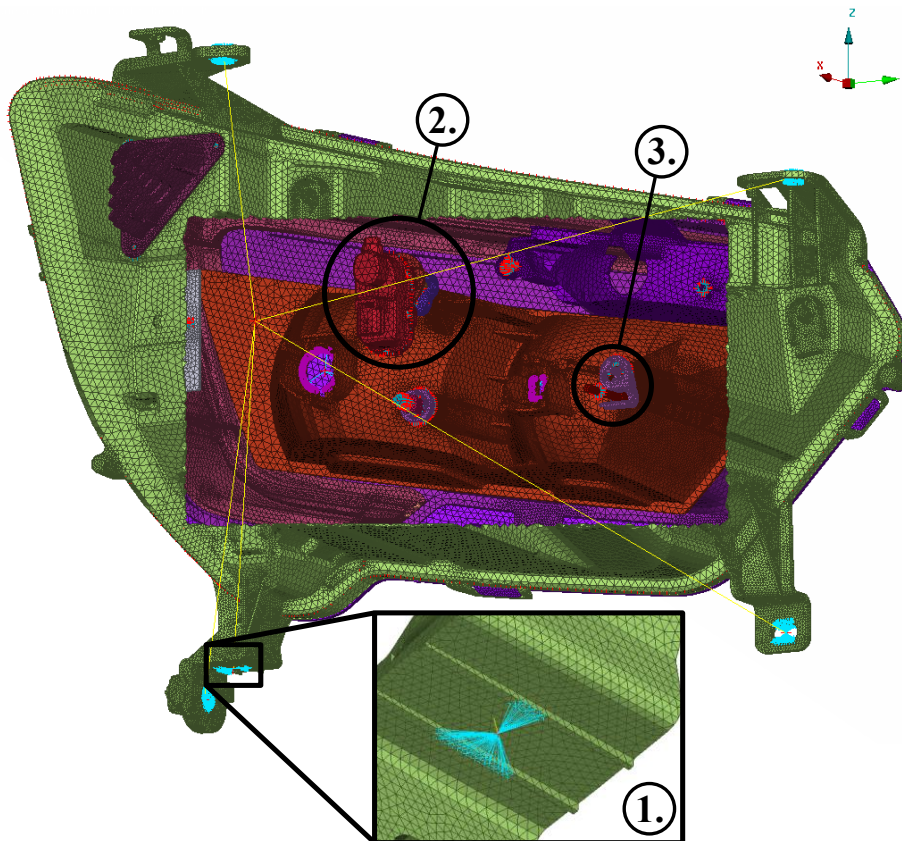
1. Levý spodní úchyt housingu – vytvoření prvků RBE2, jejichž účelem je zamezení pohybu modelu světloometu ve vertikálním směru (ve směru osy z). V tomto místě se totiž nachází opěrná plocha na přípravku, do něhož je obvykle umístěn skutečný světloomet při experimentálním měření.
2. Korektor a bracket – na korektoru jsou nahrazeny prvky RBE3 (zachycující osu korektoru v jeho těle) za prvky RBE2 (spojující spodní plochu osy korektoru a plochu na zadní straně jeho těla), jejichž cílem je snížení tuhosti tohoto spojení (snaha imitovat

vůli v tomto spoji). Z bracketu jsou odstraněny prvky RBE3 v místě stykové plochy s reflektorem.

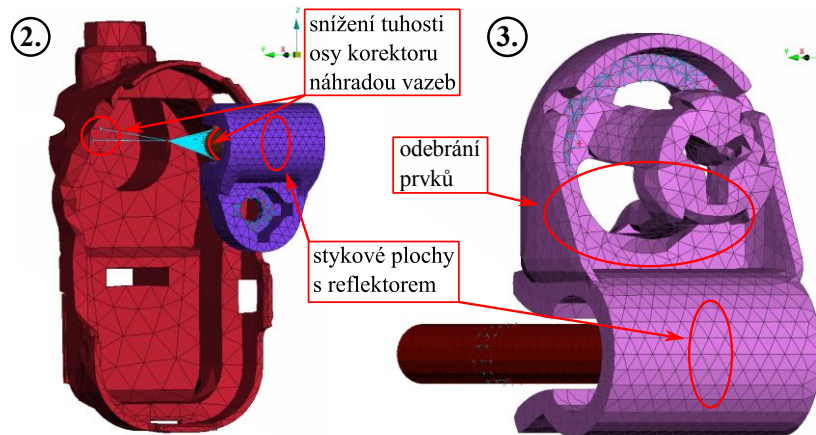
- Ustavovací šroub a válcový držák – na válcovém držáku je odebrána polovina prvků RBE3 v místě vsunování do reflektoru a dále jsou odstraněny tyto prvky v místě stykové plochy s reflektorem.



Graf 9: Frekvenční odezva na buzení 1 g ve vertikálním směru – porovnání odezvy z experimentálního měření vůči variantám: fix a původní



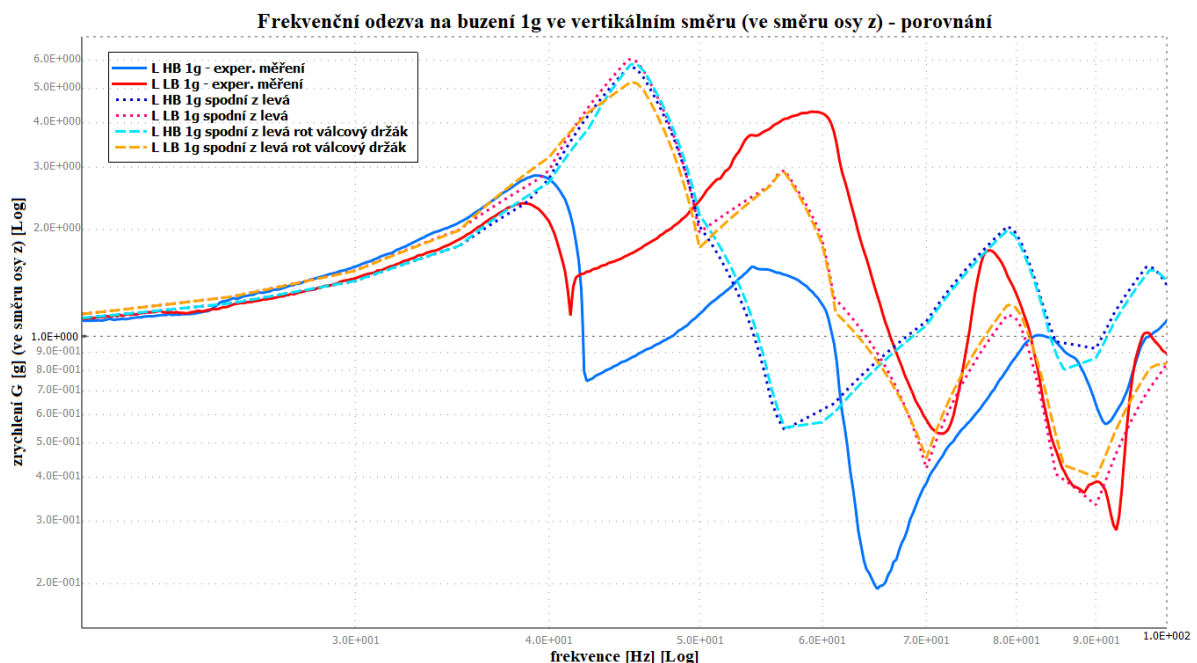
Obrázek 33: Úprava vybraných míst výpočtového modelu



Obrázek 34: Úprava vybraných míst výpočtového modelu – detail (2. korektor a bracket, 3. ustavovací šroub a válcový držák)

Cílem těchto úprav je snaha snížit první rezonanční frekvenci a nalézt optimální průběh odezvy. Další uvedené modifikace výpočtového modelu již vycházejí z těchto úprav.

Následující varianta má opět vytvořené původní sférické a sféricky-posuvné vazby. Její odezva se nachází v grafu 10 (tečkovaná čára) a je označena jako **spodní z levá**. První rezonanční frekvence je snížena (téměř na 39 Hz), ovšem průběh odezvy se dále zvyšuje. V oblasti druhé rezonanční frekvence, v případě měřicího místa High beam, navíc odezva neodpovídá experimentálnímu měření (není zde rezonanční „špička“). Proto je upravena tato varianta zamezením posuvů (ve směru osy y) ve vazbě spojující ustavovací šroub a bracket. V grafu 10 je zobrazena čárkovanou čarou a označena jako **spodní z levá rot válcový držák**. Tato varianta sice vykazuje vyšší první rezonanční frekvenci, ovšem v dalším průběhu odezvy jsou rozdílné změny zrychlení, což postupně způsobuje vyšší amplitudu zrychlení v okolí rezonanční frekvence na měřicím místě High beam než na místě Low beam, tak jako tomu je v případě experimentálního měření. Zvýšení tlumení bohužel vede k jejich vyrovnání. Zbylý průběh odezvy je v případě obou variant srovnatelný. Tyto modifikace dále nejsou použity.

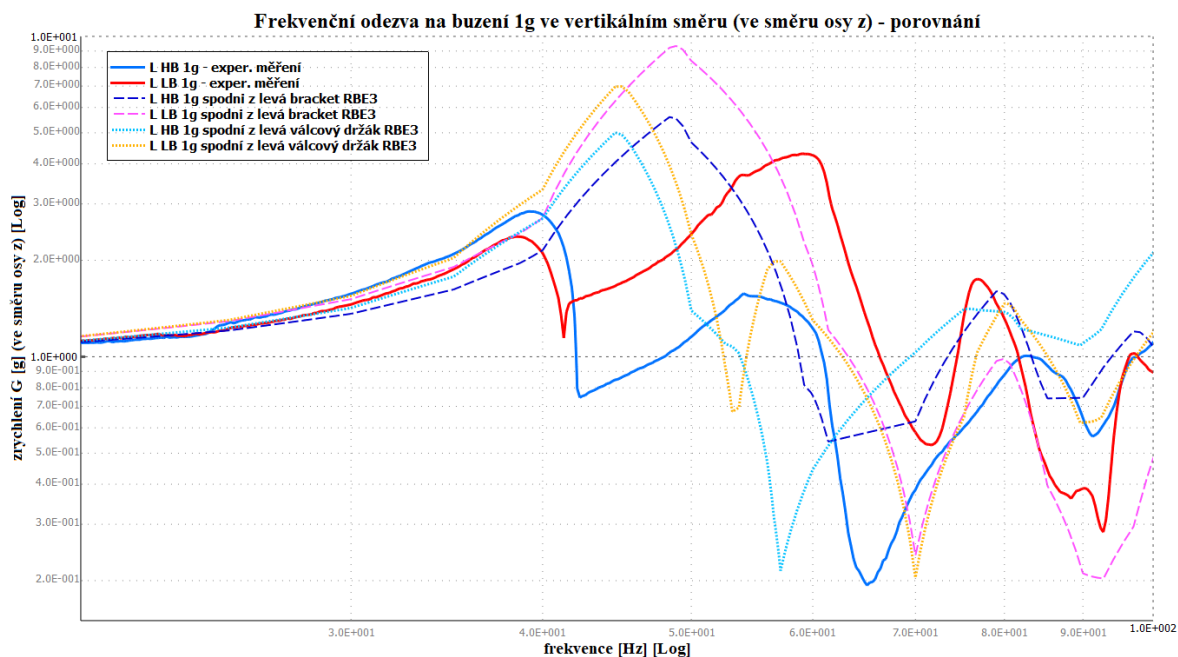


Graf 10: Frekvenční odezva na buzení 1 g ve vertikálním směru – porovnání odezvy z experimentálního měření vůči variantám: spodní z levá; spodní z levá rotace válcový držák



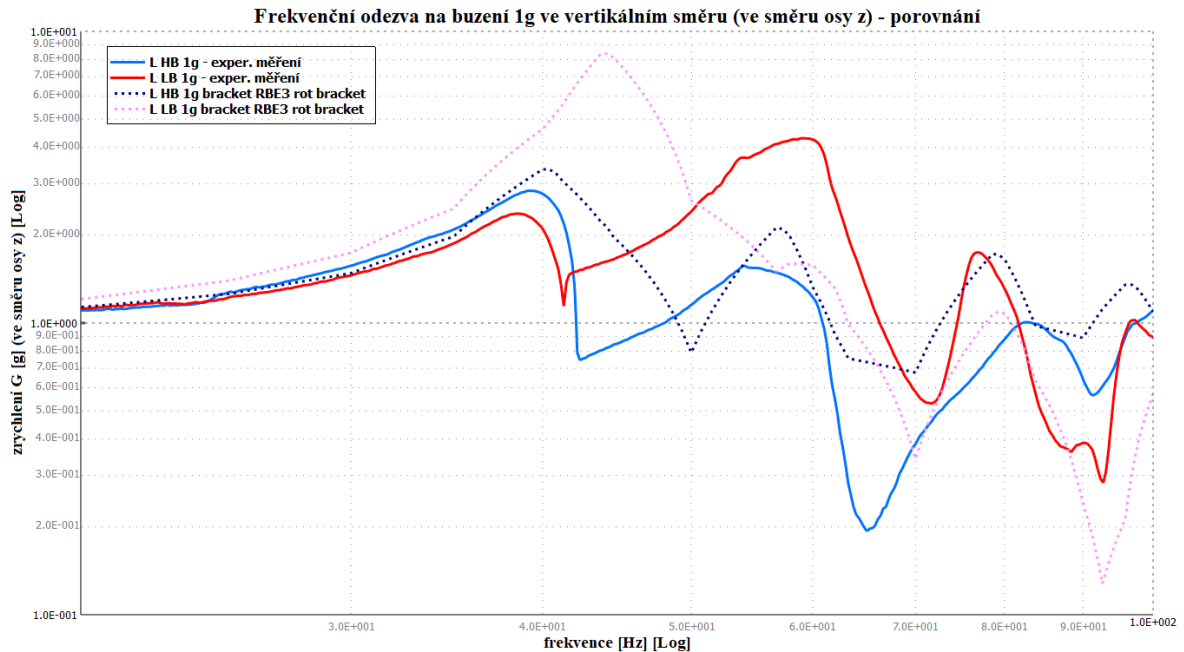
V následujícím grafu 11 jsou uvedeny další dvě varianty výpočtového modelu, přičemž nyní jsou přidány do míst stykových ploch s reflektorem opět prvky RBE3, a to buď na součást bracket (**spodní z levá bracket RBE3**), anebo na součást válcový držák (**spodní z levá válcový držák RBE3**).

Varianta výpočtového modelu s RBE3 prvky na součásti **bracket** vykazuje první rezonanční frekvenci okolo 39 Hz. Odezvová křivka zde však nedosahuje lokálního maxima, ale dále stoupá k vyšším hodnotám zrychlení až po rezonanční frekvenci okolo 49 Hz. Druhá varianta s RBE3 prvky na **válcovém držáku** má sice vyšší první rezonanční frekvenci (okolo 45 Hz), ale druhá rezonanční frekvence se nachází až okolo 55 Hz. Odezvová křivka má tedy průběh, který se přibližuje odezvě z experimentálního měření. Snížení hodnoty tlumení by mohlo vést k zisku odezvy s odpovídajícími amplitudami zrychlení v okolí druhé rezonanční frekvence. První rezonanční frekvence ovšem vykazuje značný rozdíl od experimentálního měření.



Graf 11: Frekvenční odezva na buzení 1 g ve vertikálním směru – porovnání odezvy z experimentálního měření vůči variantám: spodní z levá bracket RBE3; spodní z levá válcový držák RBE3

Poslední uvedená varianta (**bracket RBE3 rot bracket**) se nachází v grafu 12. U této varianty jsou odstraněny prvky RBE2 na levém spodním úchyту housingu. Dále jsou přidány na stykovou plochu součásti bracket s reflektorem RBE3 prvky a ve sféricky-posuvné vazbě bracket s korektorem jsou zamezeny posuvy ve směru osy y. Tato varianta vykazuje snížení první rezonanční frekvence, a to na hodnotu okolo 41 Hz. Odezvová křivka pro měřicí místo High beam zde dosahuje lokálního maxima, ovšem v případě měřicího místa Low beam dochází ke zvyšování zrychlení až po další rezonanční frekvenci okolo 44 Hz. Další průběh odezvových křivek zcela nekoresponduje s průběhem experimentálního měření. Tato varianta není použitelná především kvůli velkému rozdílu první rezonanční frekvence měřicího místa Low beam.



Graf 12: Frekvenční odezva na buzení 1 g ve vertikálním směru – porovnání odezvy z experimentálního měření vůči variantě bracket RBE3 rot bracket

Řešení výše uvedených modifikací původního výpočtového modelu bohužel nevede k nalezení varianty, která by byla vhodnější a lépe by odpovídala odezvě z experimentálního měření. Důvodem ovšem mohou být již zmíněné nelinearity v této odezvě, které harmonická analýza není schopna do svého řešení zahrnout. Je také možné, že skutečný model světlometu v průběhu experimentálního měření nabývá různých konfigurací (z důvodu změn funkčnosti vazeb atd.) v závislosti na zvyšování budící frekvence a jeho odezva může být kombinací řešení harmonických analýz mnoha variant výpočtového modelu. Vhodnou kombinaci ovšem nelze jednoduše stanovit (z hlediska času, schopnosti ověřit platnost tohoto řešení atd.). Pro analýzu vlivu tlumení je dále použit původní výpočtový model, jehož rozdíl prvních 3 rezonančních frekvencí vůči odpovídajícím rezonančním frekvencím z odezvy experimentálního měření (pro hodnotu zatížení 1 g) je do 10 %.

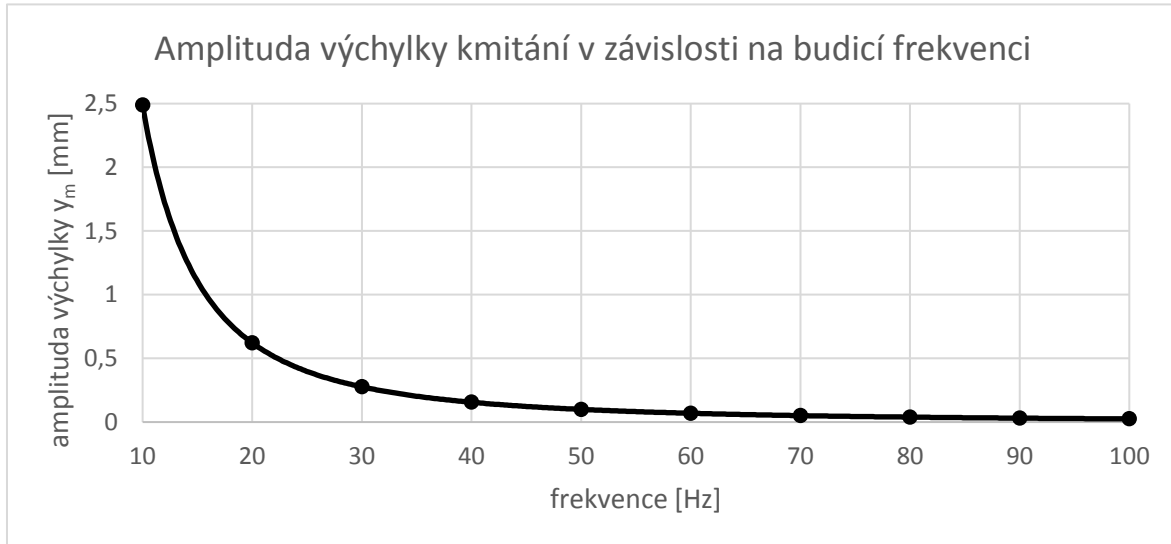
### 8.3 Analýza vlivu tlumení

Tato část se zabývá analýzou vlivu tlumení na základě experimentálně zjištěných amplitud zrychlení pro jednotlivé rezonanční frekvence. Z odezvy harmonické analýzy jsou získány pro poměrný útlum 0,08 odlišné hodnoty amplitud zrychlení, což je ovlivněno především proměnlivými hodnotami tlumení v průběhu zvyšování budící frekvence při překonávání jednotlivých rezonančních frekvencí. Určování tlumení je provedeno nejprve pro měřicí místo Low beam a až následně pro High beam. Z hlediska kmitání světelné stopy, které je jedním z posuzovaných kritérií kvality při vývoji a testování světlometu, je totiž měřicí místo Low beam pro toto posouzení směřodátné (jedná se o místo umístění žárovky tvořící potkávací světlo).

Při určování tlumení je nezbytné zaměřit se především na amplitudu zrychlení odpovídající první a druhé rezonanční frekvenci. Tlumení pro další rezonanční frekvence již není určováno, jelikož výchylky kmitání při těchto následujících frekvencích jsou menší než u prvních dvou. Na základě následující rovnice (22), pro harmonický pohyb popisující amplitudu výchylky prostřednictvím amplitudy zrychlení a budící frekvence, lze stanovit, že amplituda výchylky se kvadraticky snižuje se zvyšující se budící frekvencí, [21] (v rovnici (22) jsou uvažovány

absolutní hodnoty). Zvýší-li se budící frekvence z 10 Hz na 100 Hz, dojde ke snížení amplitudy výchylky 100×. Průběh snížení výchylky v závislosti na budící frekvenci se nachází v grafu 13.

$$y_m(f = 10 \text{ Hz}, g = 9810 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}) = \frac{a_m}{\omega^2} = \frac{1 \cdot g}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2} = 2,49 \text{ mm} \quad (22)$$



Graf 13: Závislost amplitudy výchylky kmitání harmonického pohybu na budící frekvenci v rozsahu 10 – 100 Hz pro konstantní hodnotu amplitudy zrychlení 1 g

Pro určení tlumení lze využít buď lineární interpolaci mezi vypočtenými hodnotami amplitud zrychlení pro vybrané poměrné útlumy, anebo odečtení této hodnoty z křivek poměrných útlumů proložených odpovídajícími amplitudami zrychlení (na základě spojnic trendů – mocninná, polynomická atd.). V případě lineární interpolace je ovšem zapotřebí znalost velkého množství bodů, aby mohla být v daném intervalu změna poměrného útlumu v závislosti na změně amplitudy považována za lineární. Tento způsob je tudíž poměrně časově náročný, jelikož vyžaduje provést velkou řadu výpočtů, zejména při nižších hodnotách poměrného útlumu, tak aby nedošlo při určování tlumení k výraznému rozdílu od hledaného řešení. Varianta využívající k určení tlumení křivky spojnic trendů (mocninná, polynomická atd.) v porovnání s lineární interpolací nevyžaduje znalost tak velkého množství bodů a již na základě malého počtu známých poměrných útlumů je schopna relativně dobře predikovat tlumení odpovídající amplitudy zrychlení. Ve většině případů je ovšem vhodné, aby se neznámé (hledané) tlumení nacházelo v intervalu těchto známých poměrných útlumů. Pro řešení je dále využita uvedená druhá varianta, přičemž je preferovaná možnost mocninné spojnice trendu, která při proložení i nižších hodnot poměrných útlumů poskytuje odpovídající průběh změny amplitudy (polynomická – vznik různých lokálních extrémů).

Pro vytvoření zmíněných křivek spojnic trendů je zapotřebí provést řadu výpočtů pro různé poměrné útlumy. Jedná se o odezvy na poměrné útlumy v intervalu  $\{0,01; 0,1\}$  s krokem 0,01 a dále odezvy poměrných útlumů 0,15, respektive 0,2, především kvůli amplitudě zrychlení z měřicího místa Low beam. Jako výsledné (hledané) amplitudy zrychlení pro harmonickou analýzu jsou pro určení tlumení použity hodnoty z experimentálního měření pro buzení o velikosti zatížení 1 g levého světloometu, které jsou uvedeny v tabulce 4 (kapitola 7).

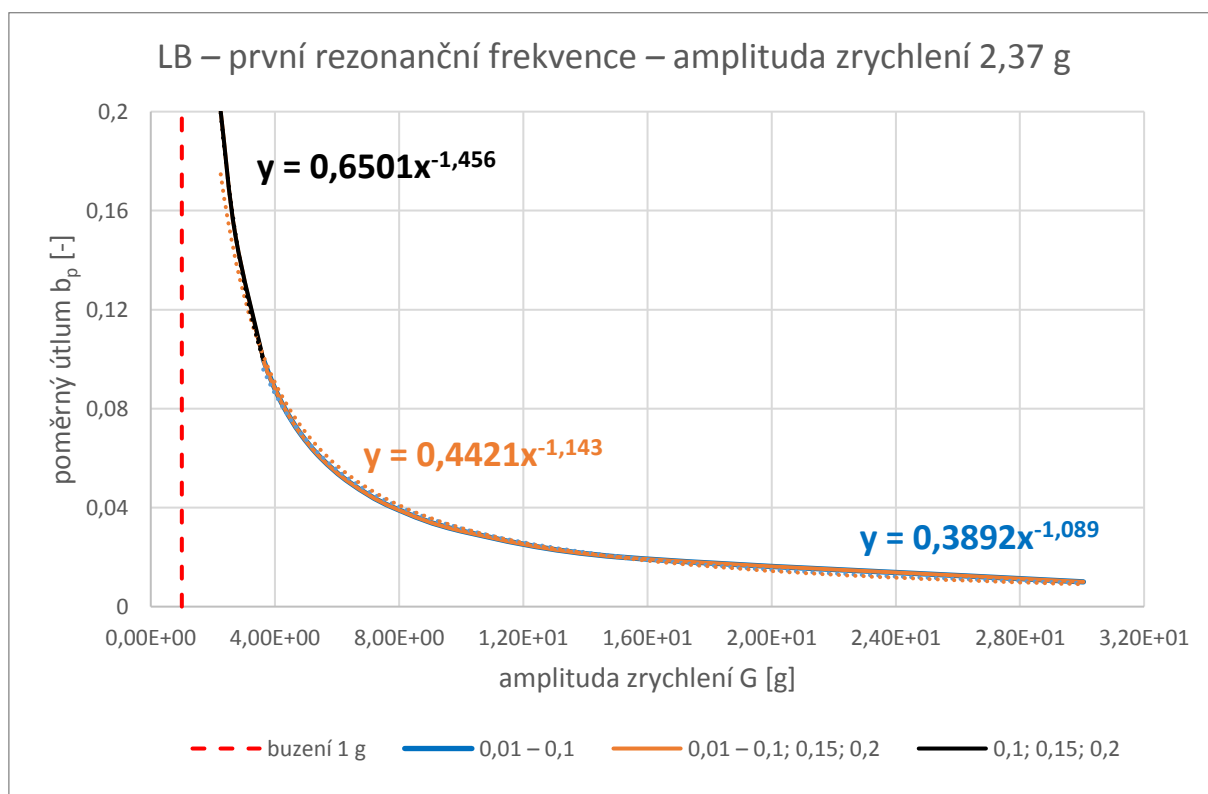
Nejprve je určeno tlumení na základě amplitud zrychlení z měřicího místa Low beam. Při stanovení poměrného útlumu je nezbytné správně určit tlumení pro první rezonanční frekvenci a až následně pro druhou rezonanční frekvenci. Zavedení špatného poměrného útlumu pro první rezonanční frekvenci do harmonické analýzy se totiž projeví chybným určením tlumení druhé



rezonanční frekvence. Amplituda zrychlení odpovídající první rezonanční frekvenci má hodnotu 2,37 g. Na základě uvedených mocninných funkcí v grafu 14 a tabulce 7 je určen poměrný útlum o hodnotě 0,185, který odpovídá uvedené amplitudě zrychlení. V grafu 14 jsou znázorněny křivky mocninných funkcí, které jsou proloženy amplitudami zrychlení odpovídajících (uvedených) poměrných útlumů. Dále je zde uvedena přímková odpovídající amplitudě zrychlení 1 g, jejíž hodnoty nabývají zbylé mocninné křivky při poměrném útlumu 1.

Tabulka 7: Funkční předpis křivek (spojnic trendů) pro stanovení poměrného útlumu  $b_p$  – první rezonanční frekvence – Low beam

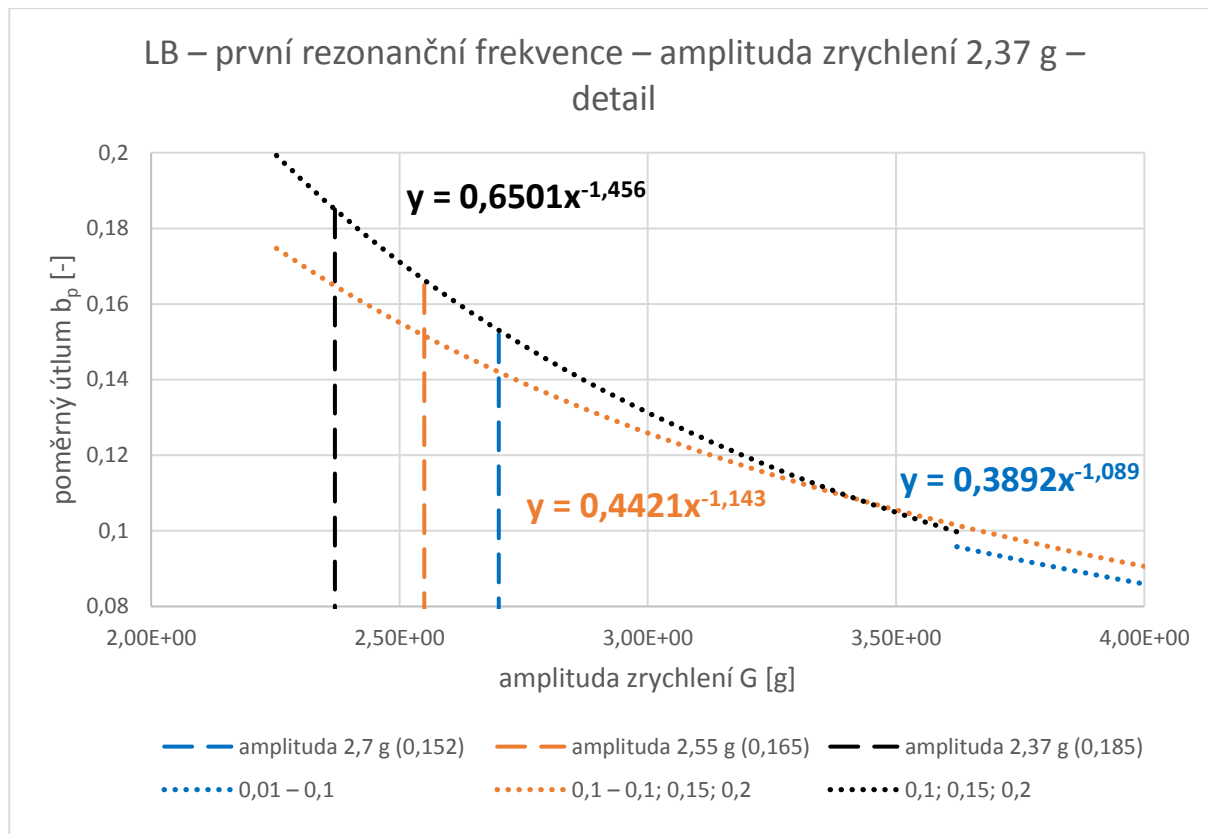
Křivka (spojnice trendu)	Funkční předpis	Poměrný útlum $b_p$ [-]	Amplituda zrychlení G [g]	Rozdíl amplitud zrychlení [%]
0,01 – 0,1	$y = 0,3892 \cdot x^{-1,089}$	0,152	2,70	13,92
0,01 – 0,1; 0,15; 0,2	$y = 0,4421 \cdot x^{-1,143}$	0,165	2,55	7,59
0,05 – 0,1; 0,15; 0,2	$y = 0,5653 \cdot x^{-1,324}$	0,181	2,40	1,26
0,1; 0,15; 0,2	$y = 0,6501 \cdot x^{-1,456}$	<b>0,185</b>	2,37	0



Graf 14: Závislost amplitudy zrychlení G na poměrném útlumu  $b_p$  pro první rezonanční frekvenci – Low beam

V tabulce 7 jsou uvedeny mimo jiné výsledné amplitudy zrychlení G pro dané poměrné útlumy z řešení harmonické analýzy. Při dosazení hledané amplitudy zrychlení 2,37 g do funkčních předpisů lze stanovit uvedené poměrné útlumy. Následným výpočtem harmonické analýzy je možné určit amplitudu zrychlení, která tomuto poměrnému útlumu odpovídá. Tento způsob postupně vede k zisku hodnoty poměrného útlumu pro tuto variantu výpočtového modelu, jehož amplituda zrychlení je totožná s experimentálně naměřenou. Způsob stanovení je dále v detailu uveden v grafu 15, kde výpočet amplitud zrychlení je postupně proveden pro jednotlivé poměrné útlumy tak, jak jsou v tabulce 7 seřazeny, než je nalezena shoda amplitud zrychlení (nulový rozdíl).

Z tabulky 7 je také zřejmé, že přesnější hodnota poměrného útlumu vychází z křivek spojnic trendů, které mají hledaný (neznámý) poměrný útlum uvnitř intervalů tlumení, na jejichž základech jsou vytvořeny. Dále mají významný vliv také velikosti intervalů poměrných útlumů. Užší intervaly hodnot pro uvedené funkční předpisy poskytují přesnější odhady, což se projevuje především u nižších hodnot tlumení, kde dochází ke značným změnám amplitud zrychlení.



Graf 15: Závislost amplitudy zrychlení  $G$  na poměrném útlumu  $b_p$  pro první rezonanční frekvenci – Low beam

Po nalezení shodné amplitudy zrychlení a stanovení poměrného útlumu pro první rezonanční frekvenci lze přejít k určení tlumení pro druhou rezonanční frekvenci. Amplituda zrychlení odpovídající druhé rezonanční frekvenci má hodnotu 4,31 g. V následující tabulce 8 jsou opět uvedeny mocninné funkce pro stanovení poměrného útlumu, který pro tuto amplitudu zrychlení nabývá hodnoty 0,053.

Tabulka 8: Funkční předpis křivek (spojnic trendů) pro stanovení poměrného útlumu  $b_p$  – druhá rezonanční frekvence – Low beam

Křivka (spojnice trendu)	Funkční předpis	Poměrný útlum $b_p$ [-]	Amplituda zrychlení $G$ [g]	Rozdíl amplitud zrychlení [%]
0,01 – 0,1	$y = 0,2679 \cdot x^{-1,146}$	0,050	4,52	4,87
0,01 – 0,1; 0,15; 0,2	$y = 0,3142 \cdot x^{-1,229}$	0,052	4,36	1,39
0,04 – 0,07	$y = 0,2964 \cdot x^{-1,240}$	0,048	4,70	9,05
0,06 – 0,08	$y = 0,3274 \cdot x^{-1,320}$	0,048	4,70	9,05

Určení tlumení probíhá stejným způsobem, který je použit v případě předchozí rezonanční frekvence. Z tabulky 8 je však zřejmé, že žádný z uvedených funkčních předpisů nevede k určení

právě poměrného útlumu 0,053, jehož odpovídající amplituda zrychlení je shodná s experimentálně naměřenou. Nejnižšího rozdílu (1,39 %) dosahuje druhá uvedená křivka v tabulce 8. Nenažení funkčního předpisu pro poměrný útlumu 0,053 může být způsobeno tím, že tato hodnota nemusí, ale může být správným výsledkem. Metoda zahrnutí tlumení do harmonické analýzy totiž výrazně ovlivňuje výslednou amplitudu. V tomto případě dochází ke změně poměrného útlumu z hodnoty 0,185 na hodnotu 0,053 v rozmezí frekvencí 43 – 44 Hz čili je zavedena téměř skoková změna tlumení. Kratší frekvenční rozmezí vede vždy ke „zhroucení“ numerického výpočtu. Pokud je ovšem zaveden větší frekvenční interval změny tlumení, popřípadě je zavedena skoková změna v rozmezí jiných frekvencí, dojde ke zjištění odlišné výsledné hodnoty amplitudy zrychlení pro poměrný útlum 0,053. Tato hodnota tudíž nemusí být správným výsledkem, poněvadž změna tlumení v závislosti na budící frekvenci může mít odlišný průběh. Na druhou stranu však může být správným výsledkem, ale problémem je pouze způsob tvorby křivek spojnic trendů, který nevede k nalezení odpovídajícího funkčního předpisu. Je však zřejmé, že poměrný útlum se nachází okolo této hodnoty (0,053), na základě porovnání dalších hodnot tlumení uvedených v tabulce 8, a proto je považován za konečný (platný). Při následujícím řešení je použita (i z důvodu možnosti porovnání) právě tato varianta určení a zavedení poměrného útlumu pro druhou rezonanční frekvenci.

Další část se zabývá analýzou tlumení měřicího místa High beam. Určení poměrného útlumu pro první dvě rezonanční frekvence je provedeno stejným způsobem jako v případě měřicího místa Low beam. Amplituda zrychlení odpovídající první rezonanční frekvenci má hodnotu 2,84 g. Na základě funkčních předpisů mocninných funkcí uvedených v tabulce 9 je určena výsledná hodnota poměrného útlumu 0,067 prostřednictvím posledního funkčního předpisu z intervalu 0,06 – 0,08. Ovšem i zbylé funkční předpisy poskytují velmi dobré výsledky vypočtených amplitud zrychlení (rozdíl amplitud je do 1,05 %).

Tabulka 9: Funkční předpis křivek (spojnic trendů) pro stanovení poměrného útlumu  $b_p$  – první rezonanční frekvence – High beam

Křivka (spojnice trendu)	Funkční předpis	Poměrný útlum $b_p$ [-]	Amplituda zrychlení G [g]	Rozdíl amplitud zrychlení [%]
0,01 – 0,1	$y = 0,2349 \cdot x^{-1,192}$	0,068	2,81	1,05
0,05 – 0,1	$y = 0,3066 \cdot x^{-1,450}$	0,068	2,81	1,05
0,06 – 0,08	$y = 0,2974 \cdot x^{-1,430}$	<b>0,067</b>	2,84	0

Tabulka 10: Funkční předpis křivek (spojnic trendů) pro stanovení poměrného útlumu  $b_p$  – druhá rezonanční frekvence – High beam

Křivka (spojnice trendu)	Funkční předpis	Poměrný útlum $b_p$ [-]	Amplituda zrychlení G [g]	Rozdíl amplitud zrychlení [%]
0,01 – 0,1	$y = 0,1154 \cdot x^{-1,356}$	0,063	1,48	5,73
0,05 – 0,1	$y = 0,1736 \cdot x^{-2,402}$	0,059	1,53	2,55
0,05 – 0,08	$y = 0,1502 \cdot x^{-2,083}$	0,059	1,53	2,55
0,06 – 0,08	$y = 0,1651 \cdot x^{-2,351}$	<b>0,057</b>	1,57	0

Dále je stanoven poměrný útlum také pro druhou rezonanční frekvenci. Odpovídající amplituda zrychlení má hodnotu 1,57 g. Nyní je nalezen funkční předpis pro stanovení poměrného út-

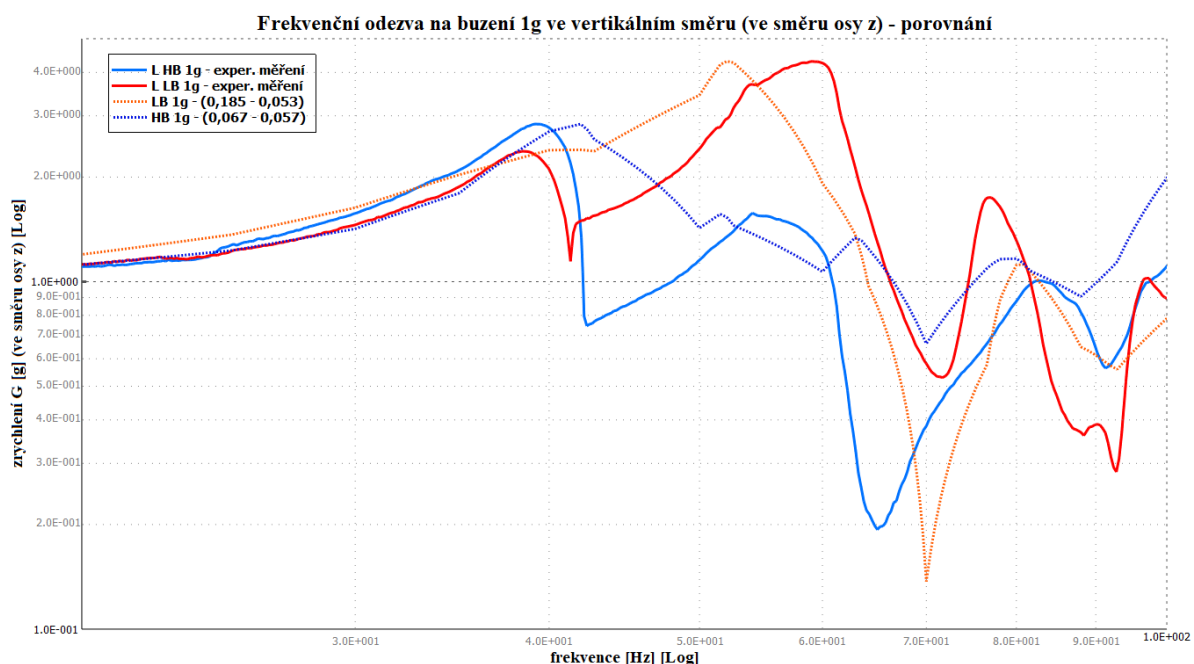
lumu, který má hodnotu 0,057. Tlumení je do harmonické analýzy zahrnuto tak jako v předchozím případě. V tabulce 10 jsou uvedeny všechny použité funkční předpisy jednotlivých křivek spojnic trendů.

Funkční předpis odpovídající výslednému poměrnému útlumu paradoxně není určen na základě křivky, která by uvnitř svého výchozího („konstrukčního“) intervalu tento poměrný útlum zahrnovala. V předchozích případech totiž jsou nižší rozdíly amplitud zrychlení u poměrných útlumů, které jsou odečteny právě z těchto typů funkčních předpisů. Tento fakt ovšem obecně neplatí, pokud dochází k určování tlumení pro amplitudu jinou, než která odpovídá první rezonanční frekvenci.

V následující tabulce 11 jsou přehledně uvedeny poměrné útlumy odpovídajících amplitud zrychlení pro první a druhou rezonanční frekvenci. Dále jsou v grafu 16 zobrazeny pro porovnání odezvy z harmonické analýzy poměrných útlumů z tabulky 11 a experimentálního měření.

Tabulka 11: Stanovené poměrné útlumy  $b_p$  pro první a druhou rezonanční frekvenci (pro buzení o velikosti zatížení 1 g)

Měřicí místo	První rezonanční frekvence		Druhá rezonanční frekvence	
	amplituda zrychlení G [g]	poměrný útlum $b_p$ [-]	amplituda zrychlení G [g]	poměrný útlum $b_p$ [-]
Low beam	2,37	0,185	4,31	0,053
High beam	2,84	0,067	1,57	0,057



Graf 16: Frekvenční odezva na buzení 1 g ve vertikálním směru – porovnání odezvy z experimentálního měření a harmonické analýzy (pro stanovené poměrné útlumy)

Pro ověření použitelnosti této metody je stanoveno tlumení stejným způsobem také pro amplitudy zrychlení prvních dvou rezonančních frekvencí z experimentálního měření pro model pravého světloometu. Jako limitní hodnota rozdílu amplitud zrychlení je předepsána hodnota 0,1

neboli 10 %. V následující tabulce 12 jsou zapsány funkční předpisy a určeny poměrné útlumy. V tabulce 13 jsou uvedeny posuzované rozdíly amplitud zrychlení.

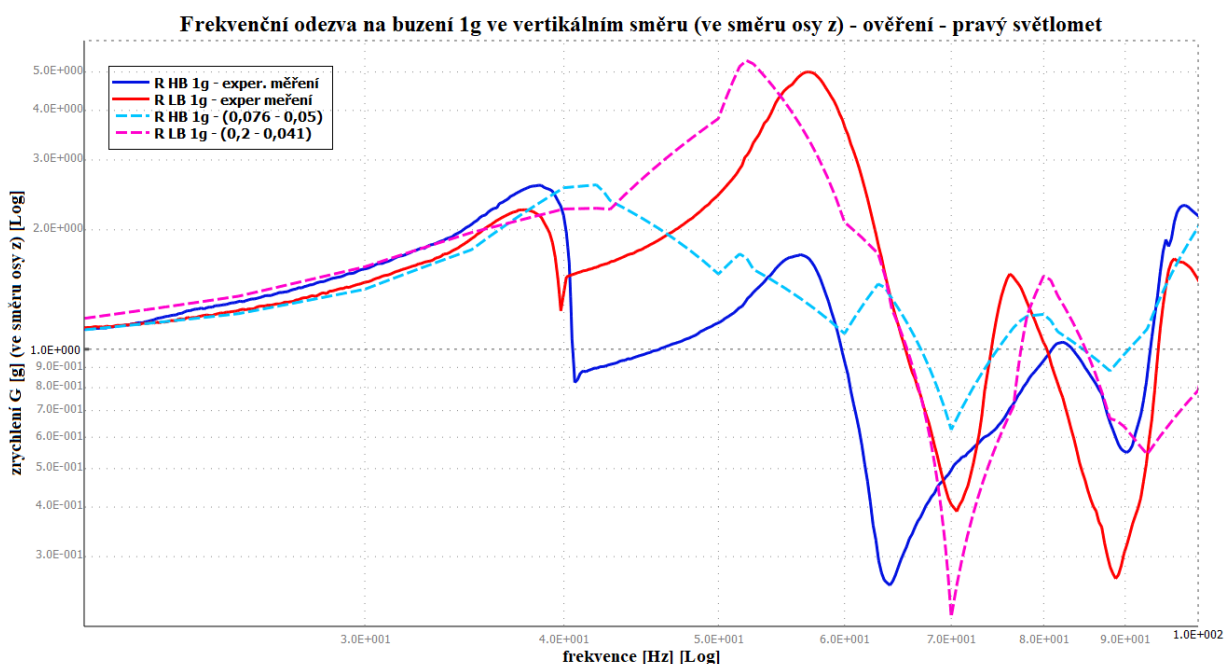
Tabulka 12: Funkční předpisy křivek (spojnic trendů) pro stanovení poměrného útlumu  $b_p$  – měřicí místa – Low beam a High beam – pravý světlomet

Měřicí místo	Rezonanční frekvence	Křivka (spojnice trendu)	Funkční předpis	Poměrný útlum $b_p$ [-]
Low beam	první	0,1; 0,15; 0,2	$y = 0,6501 \cdot x^{-1,456}$	0,200
	druhá	0,02 – 0,06	$y = 0,2571 \cdot x^{-1,143}$	0,041
High beam	první	0,01 – 0,1	$y = 0,2346 \cdot x^{-1,192}$	0,076
	druhá	0,03 – 0,07	$y = 0,1194 \cdot x^{-1,577}$	0,050

Tabulka 13: Rozdíly amplitud zrychlení z odezvy harmonické analýzy, pro stanovené poměrné útlumy, a experimentálního měření pravého světlometu

Měřicí místo	Rezonanční frekvence	Amplituda zrychlení G [g] – harm. analýza	Amplituda zrychlení G [g] – exper. měření	Rozdíl amplitud zrychlení [%]
Low beam	první	2,27	2,25	0,89
	druhá	5,34	5,00	6,80
High beam	první	2,60	2,59	0,39
	druhá	1,74	1,73	0,58

Z tabulky 13 je zřejmé, že v žádném z uvedených rozdílů amplitud zrychlení nedošlo k překročení mezní hodnoty 10 %, na základě čehož lze považovat tuto metodu pro stanovení poměrného útlumu za použitelnou. Největší rozdíl je zaznamenán v případě určeného poměrného útlumu pro druhou rezonanční frekvenci na měřicím místě Low beam. Rozdíl může být způsoben především výraznou změnou tlumení u těchto dvou po sobě následujících amplitud zrychlení rezonančních frekvencí. Skutečný průběh této změny je totiž poměrně obtížné predikovat. Pokud ovšem dochází ke změnám tlumení v intervalu poměrného útlumu přibližně od 1 % do 10 %, výsledné rozdíly amplitud zrychlení poté nabývají nízkých hodnot. V grafu 17 jsou dále vykresleny odezvy z harmonické analýzy a experimentálního měření pro pravý světlomet.



Graf 17: Frekvenční odezva na buzení 1 g ve vertikálním směru – ověření metody pro pravý světločet – odezvy z experimentálního měření a harmonické analýzy (pro stanovené poměrné útlumy)

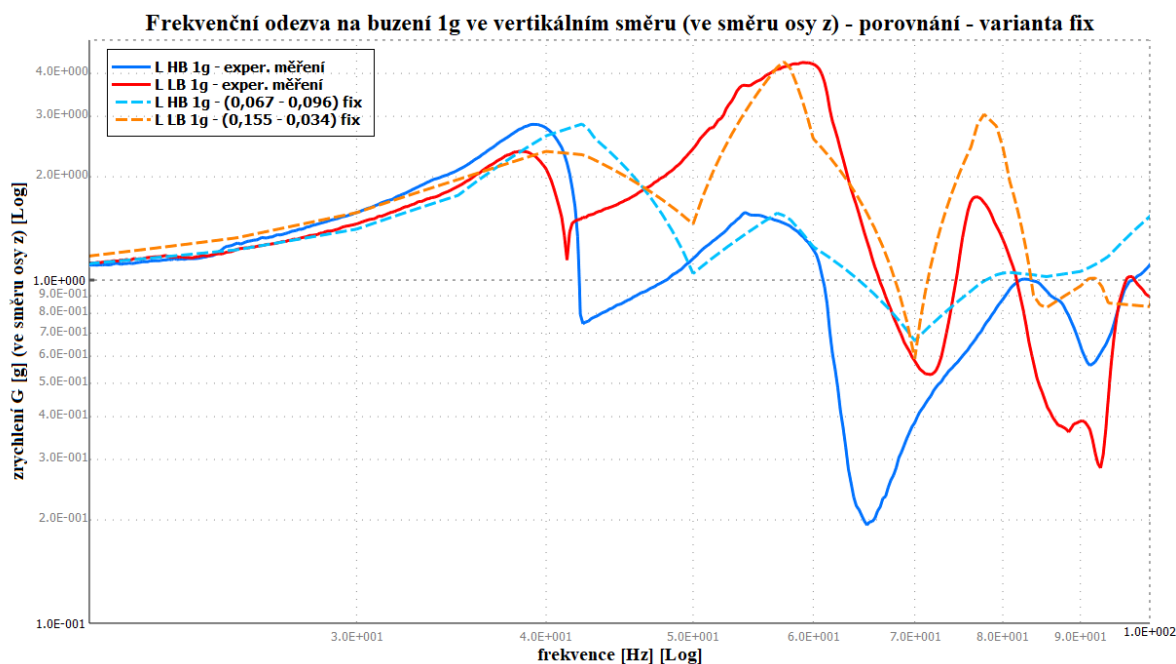
Prostřednictvím této metody je dále stanoven poměrný útlum také pro variantu výpočtového modelu fix, u které jsou upraveny sférické a sféricky-posuvné vazby tak, aby vytvářely vazbu vetknutí (zamezení posuvů a rotací – nepřekonání pasivních odporů), jak již bylo zmíněno dříve. Tato varianta má v porovnání s původní variantou vyšší první (42,69 Hz) i druhou (57,62 Hz) rezonanční frekvenci. Na základě funkčních předpisů z křivek spojnic trendů je opět stanoven poměrný útlum pro amplitudy zrychlení z experimentálního měření, tak jak je uvedeno v tabulce 14. (Měřicí místo Low beam – amplitudy 2,37 g a 4,31 g, měřicí místo High beam – amplitudy 2,84 g a 1,57 g.)

Tabulka 14: Funkční předpis křivek (spojnic trendů) pro stanovení poměrného útlumu  $b_p$  – měřicí místa – Low beam a High beam – varianta fix

Měřicí místo	První rezonanční frekvence			Druhá rezonanční frekvence		
	křivka (spojnice trendu)	funkční předpis	poměrný útlum $b_p$ [-]	křivka (spojnice trendu)	funkční předpis	poměrný útlum $b_p$ [-]
Low beam	0,08 – 0,1	$y = 0,4218 \cdot x^{-1,228}$	0,146	0,01 – 0,1	$y = 0,1725 \cdot x^{-1,118}$	0,034
High beam	0,01 – 0,1	$y = 0,2301 \cdot x^{-1,181}$	0,067	0,03 – 0,1	$y = 0,1718 \cdot x^{-1,284}$	0,096

V tabulce 14 jsou stanoveny poměrné útlumy, které odpovídají výše uvedeným amplitudám s výjimkou poměrného útlumu určeného pro první rezonanční frekvenci měřicího místa Low beam. Z výsledků totiž vyplývá, že zavedení poměrného útlumu vyššího než 0,1 do harmonické analýzy se projeví vyšší amplitudou zrychlení při nižší než původní rezonanční frekvenci (vyšší amplituda okolo frekvence 40 Hz). Hodnota amplitudy zrychlení 2,37 g tedy odpovídá poměrnému útlumu 0,146 na hodnotě původní rezonanční frekvence 42,69 Hz. Aby ovšem došlo k dosažení amplitudy zrychlení 2,37 g v celé oblasti této rezonanční frekvence (čili i okolo frekvence 40 Hz), je zde nezbytné zavést hodnotu poměrného útlumu 0,155.

Zavedení hodnoty 0,146 vede při porovnání amplitud zrychlení k rozdílu 3,37 %. (U druhé rezonanční frekvence zmíněné chybné zavedení poměrného útlumu způsobuje rozdíl 1,16 %.) V grafu 18 je vykreslena frekvenční odezva z harmonické analýzy (varianta fix) a experimentálního měření.



Graf 18: Frekvenční odezva na buzení 1 g ve vertikálním směru – porovnání – odezvy z experimentálního měření a harmonické analýzy (pro stanovené poměrné útlumy) – varianta fix

Na základě stanovených poměrných útlumů, odpovídajících amplitud zrychlení prvních dvou rezonančních frekvencí z experimentálního měření levého světloometu, pro původní výpočtový model lze vytvořit metodiku či doporučení pro přesnější určení a nastavení tlumení při výpočtovém modelování světloometu. Pro stanovení tlumení totiž nelze z časových důvodů provádět řadu výpočtů pro 12 různých poměrných útlumů, jako je to v tomto případě, na základě jejichž odezvy je následně prostřednictvím vytvořených funkčních předpisů stanovena hodnota tlumení a zahrnuta do nového výpočtu, jehož odezva vykazuje ideálně nulový rozdíl amplitud zrychlení experimentálního měření a harmonické analýzy. Je tudíž nezbytné přistoupit k určení tlumení jinou metodou, přičemž jako výsledné (hledané) hodnoty poměrného útlumu jsou považovány ty, které již jsou stanoveny.

Tabulka 15: Rozdíly amplitud zrychlení z odezvy harmonické analýzy pro poměrný útlum 0,08 a experimentálního měření

Měřicí místo	Rezonanční frekvence	Amplituda zrychlení G [g] – harm. analýza	Amplituda zrychlení G [g] – exper. měření	Rozdíl amplitud zrychlení [%]
Low beam	první	4,32	2,37	82,28
	druhá	2,91	4,31	32,49
High beam	první	2,51	2,84	11,62
	druhá	1,36	1,57	13,38



Nejprve je řešena harmonická analýza pro poměrný útlum o hodnotě 0,08. Na základě odezvy tohoto řešení jsou získány výsledné amplitudy zrychlení, které jsou následně porovnány s výsledky z experimentálního měření. Tyto amplitudy spolu s procentuálními rozdíly jsou uvedeny v tabulce 15.

Na základě výsledků uvedených v tabulce 15 lze odhadnout, zdali poměrný útlum, odpovídající amplitudě zrychlení dané rezonanční frekvence, má vyšší nebo nižší hodnotu než 0,08. Pokud je hodnota tlumení vyšší (čili je hledána nižší amplituda zrychlení), je proveden výpočet pro poměrný útlum 0,1 (10%). (Při výrazném rozdílu může být zvaženo provedení výpočtu pro hodnoty 0,15 nebo 0,2.) Pokud je hodnota tlumení naopak nižší, tak je realizován výpočet pro poměrný útlum 0,01 (1 %). Z tabulky 15 je zřejmé, že vyšší hodnota poměrného útlumu je pouze u první rezonanční frekvence měřicího místa Low beam, přičemž na základě výrazného rozdílu amplitud zrychlení se pravděpodobně jedná o vysokou hodnotu tlumení. Ve zbylých případech je hledaný poměrný útlum nižší.

V případě měřicího místa Low beam je pro stanovení tlumení provedena výše uvedená iterace řešení harmonické analýzy pro poměrné útlumy 0,1, respektive 0,01. Díky tomu jsou zjištěny amplitudy zrychlení pro další hodnoty poměrných útlumů, podle nichž mohou být sestaveny funkční závislosti pro přesnější odhad hledaného (výsledného) tlumení. V následující tabulce 16 jsou uvedeny použité dvojice bodů, na základě nichž jsou vytvořeny funkční předpisy a stanovena hodnota poměrného útlumu.

Tabulka 16: Stanovení poměrného útlumu  $b_p$  pro první a druhou rezonanční frekvenci – měřicí místo – Low beam

Rezonanční frekvence	Křivka (spojnice trendu)	Poměrný útlum $b_p$ [-]	Amplituda zrychlení G [g]	Rozdíl amplitud zrychlení [%]
první	0,08; 0,1	0,172	2,49	5,05
	0,1; 0,172	0,185	2,37	0
druhá	0,01; 0,08	0,052	4,37	1,39
	0,052; 0,08	0,053	4,31	0

V tabulce 16 jsou ke každé rezonanční frekvenci uvedeny dva řádky, přičemž se jedná o jednotlivé „kroky“, jakými se při určování tlumení postupuje. V obou případech, po provedení první iterace a vytvoření prvních funkčních předpisů, jsou rozdíly amplitud zrychlení stanovených poměrných útlumů zhruba do 5 %, což je velmi dobrý prvotní odhad výsledných tlumení. (Chybné stanovení tlumení u první rezonanční frekvence ovšem způsobuje kumulativní chybu u rezonanční frekvence následující.) Na základě další iterace, kdy je provedena úprava intervalu „konstrukčních“ bodů, jsou již určeny poměrné útlumy jako v předchozím řešení. V případě první rezonanční frekvence není ani v jednom „kroku“ zahrnut výsledný poměrný útlum při tvorbě funkčního předpisu (je provedena extrapolace), což obecně způsobuje vyšší nepřesnost při stanovení výsledného tlumení. U druhé rezonanční frekvence je provedeno zúžení intervalu sloužící ke zpřesnění určení daného poměrného útlumu, díky čemuž je nalezen funkční předpis pro tuto hodnotu tlumení v porovnání s předchozím řešením. K tomuto funkčnímu předpisu je ovšem nutné přistupovat obezřetně, vzhledem k již zmíněným komplikacím při určování tlumení pro jinou než první rezonanční frekvenci. Stejným způsobem je následně stanoveno tlumení také pro měřicí místo High beam, přičemž jednotlivé dvojice „konstrukčních“ bodů jsou nyní uvedeny v tabulce 17.

Tabulka 17: Stanovení poměrného útlumu  $b_p$  pro první a druhou rezonanční frekvenci – měřicí místo – High beam

Rezonanční frekvence	Křivka (spojnice trendu)	Poměrný útlum $b_p$ [-]	Amplituda zrychlení G [g]	Rozdíl amplitud zrychlení [%]
první	0,01; 0,08	0,069	2,78	2,16
	0,01; 0,069	0,067	2,84	0
druhá	0,01; 0,08	0,067	1,46	7,01
	0,01; 0,067	0,061	1,52	3,19
	0,067; 0,08	0,056	1,58	0,63

Z tabulky 17 je patrný vyšší rozdíl amplitud zrychlení než u předchozího měřicího místa pro první iteraci řešení (do 7 %). V případě následující iterace u druhé rezonanční frekvence dokonce hledané tlumení není nalezeno. Při porovnání rozdílů amplitud zrychlení, při variantě extrapolace poměrného útlumu, nyní paradoxně vychází nižší hodnota (viz poslední řádek tabulky 17). Tento fakt je pravděpodobně způsoben relativně nízkou amplitudou zrychlení, k níž je hledáno odpovídající tlumení. Zúžení intervalu, který je poměrně blízko hledanému poměrnému útlumu, proto poskytuje lepší odhad výsledného tlumení. V následující tabulce 18 jsou přehledně uvedeny funkční předpisy pro stanovení poměrných útlumů s nejnižšími dosaženými rozdíly amplitud zrychlení, které odpovídají této použité metodě.

Tabulka 18: Funkční předpis křivek (spojnic trendů) pro stanovení poměrného útlumu  $b_p$  – měřicí místa – Low beam a High beam – zjednodušená metoda

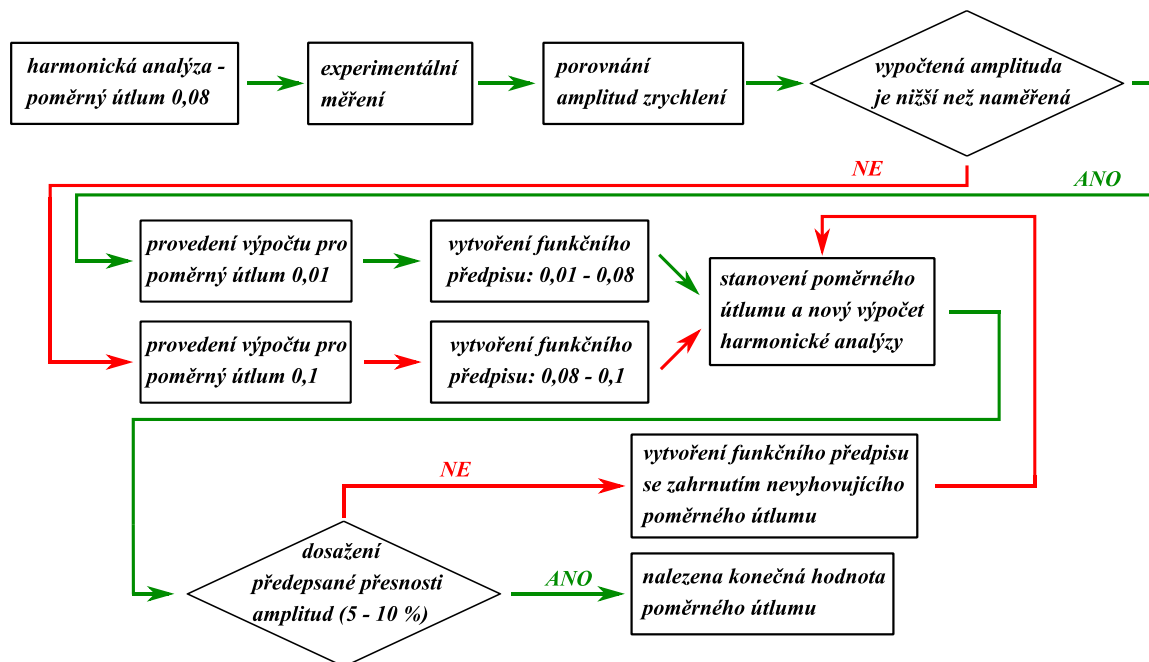
Měřicí místo	První rezonanční frekvence			Druhá rezonanční frekvence		
	křivka (spojnice trendu)	funkční předpis	poměrný útlum $b_p$ [-]	křivka (spojnice trendu)	funkční předpis	poměrný útlum $b_p$ [-]
Low beam	0,1; 0,172	$y = 0,6438 \cdot x^{-1,447}$	0,185	0,052; 0,08	$y = 0,2496 \cdot x^{-1,065}$	0,053
High beam	0,01; 0,069	$y = 0,2214 \cdot x^{-1,140}$	0,067	0,067; 0,08	$y = 0,1745 \cdot x^{-2,512}$	0,056

## 8.4 Doporučení pro přesnější nastavení tlumení a použití křivek tlumení

V následujících bodech je stručně shrnut postup a doporučení pro stanovení a také nastavení tlumení při řešení harmonické analýzy:

- provedení výpočtu harmonické analýzy pro poměrný útlum 0,08,
- porovnání výsledků harmonické analýzy s experimentálním měřením (porovnání amplitud zrychlení),
- stanovení, zdali je hledaná vyšší nebo nižší amplituda zrychlení dané rezonanční frekvence, na základě čehož je dále proveden výpočet harmonické analýzy pro poměrný útlum 0,01 nebo 0,1,
- vytvoření funkčních předpisů z výsledků harmonických analýz pro amplitudy zrychlení řešených poměrných útlumů (0,01 a 0,08, respektive 0,08 a 0,1),
- určení poměrného útlumu z funkčních předpisů, pro který je realizován další výpočet harmonické analýzy,
- porovnání rozdílů amplitud zrychlení harmonické analýzy a experimentálního měření,
- nedosažení předepsaného rozdílu (obvykle do 5 – 10 %) vede k vytvoření funkčních předpisů již i se zahrnutím nevyhovujícího poměrného útlumu a stanovení nového poměrného útlumu spolu s realizací dalšího výpočtu harmonické analýzy,
- dosažení předepsaného rozdílu je považováno za nalezení konečné (použitelné) hodnoty tlumení a lze pokračovat stejným způsobem při stanovení a nastavení poměrného útlumu pro následující rezonanční frekvenci,
- po přechodu rezonanční frekvence je definována skoková změna tlumení na hodnotu odpovídající následující rezonanční frekvenci (přechod mezi dvěma úrovněmi tlumení je realizován během zvýšení budící frekvence o 1 Hz).

Následující obrázek 35 přibližuje uvedený postup prostřednictvím blokového diagramu pro první rezonanční frekvenci. Pro následující rezonanční frekvenci by se postupovalo stejným způsobem se zavedením zmíněné skokové změny tlumení, přičemž by se mohlo přejít přímo k posouzení hledané amplitudy, jelikož předchozí body jsou provedeny v průběhu analýzy tlumení pro první rezonanční frekvenci.



Obrázek 35: Nastavení a stanovení poměrného útlumu při řešení harmonické analýzy

Pokud by byl výše uvedený postup dále použit pro stanovení tlumení u větší databáze světlo-  
metů, mohla by být ověřena a posouzena použitelnost vytvořených funkčních předpisů křivek  
pro určení poměrných útlumů při výpočtovém modelování širšího spektra světlo-  
metů. Aby tedy mohly být použity výše uvedené křivky jako etalon, prostřednictvím něhož by bylo možné přes-  
něji odhadnout výsledné tlumení, bylo by nezbytné provést analýzu podstatných vlivů na cho-  
vání světlo-  
metů. Jedná se především o:

- hmotnost světlo-  
metu,
- typ konceptu seřizovacího modulu (submodulů),
- použité materiály,
- design světlo-  
metu – tvar, uchycení k přípravku atd.

Analýzou těchto vlivů by bylo možné pozorovat odezvu na tvar, amplitudy zrychlení atd. vý-  
sledných křivek a odpovídajících funkčních předpisů.

Při stanovení tlumení je nezbytné mít stále na paměti výrobní nelinearity světlo-  
metů, které jsou zmíněny v úvodní části této kapitoly, a taktéž způsob (nekonzistentnost) tvorby CAE modelů.  
Výraznou měrou totiž výsledky výpočtového modelování ovlivňují:

- kvalita konečno-prvkové sítě,
- model zavedených okrajových podmínek, kontaktů a zatížení,
- model použitého materiálu.

Díky všem výše uvedeným aspektům má použitá metoda pro stanovení tlumení dosud známá  
určitá omezení (limitace):

- ověření použitelnosti je provedeno pouze na tomto výpočtovém modelu světlo-  
metu,
- specifický způsob zavedení tlumení pro druhou rezonanční frekvenci – nemusí odpoví-  
dat realitě,
- experimentální měření je dosud realizováno pouze jednoosým akcelerometrem  
(ve směru osy z) – chybí tudíž měření ve směru zbylých os (x a y), jež by sloužila k ově-  
ření vlastních tvarů výpočtového modelu světlo-  
metu.

V budoucnu by proto bylo vhodné provést analýzu i těchto vlivů s jejich dopadem na výsledné  
řešení, která nyní z časových a prostorových důvodů nebyla realizována. (Přičemž tato analýza  
nebyla ani cílem samotné práce.)

## 9 Závěr

V úvodu této práce jsou stručně zmíněny technologie z oblasti světelné techniky v automobilovém průmyslu od vzniku až po aktuální novinky. Dále je uveden postup vývoje světlometů spolu s důvody, proč je nezbytné v současné době zdokonalovat různé metody a postupy, které jsou při vývoji využívány. Z těchto důvodů bylo vytvořeno zadavatelem, firmou Varroc Lighting Systems, téma na zpracování této diplomové práce, které se zabývá analýzou tlumení pro následné posouzení kvality, respektive kmitání světelné stopy. Na tuto část navazuje druhá kapitola, která se týká popisu problémové situace, formulace problému, sestavení systému podstatných veličin a zvolení vhodné metody řešení. Tato kapitola vychází ze systémového přístupu a pojednává o analýze řešeného problému.

Třetí kapitola se zaměřuje na polymerní materiály, které jsou používány pro výrobu velké části komponent světlometu díky svým specifickým vlastnostem. V této části je popsána jejich struktura, materiálové stavy a tranzitní oblasti, v nichž se mohou vyskytovat, a také mechanické vlastnosti. Kapitola slouží především k pochopení chování polymerních materiálů při zatěžování. Mimo jiné jsou zde uvedeny reologické modely, které se běžně používají při výpočtovém modelování, ale v tomto případě nejsou použity.

Základními informacemi týkající se kmitání buďto s jedním, anebo s více stupni volnosti se zabývá čtvrtá kapitola. Vychází se zde ze základní rovnice harmonického oscilátoru, z níž jsou dále odvozeny vybrané hlavní typy kmitání s jedním stupněm volnosti. V případě kmitání s více stupni volnosti je využita pohybová rovnice v maticovém tvaru, která v určité úpravě slouží ke stanovení modálních vlastností dynamického systému, kde lze zařadit i řešení problému vlastních hodnot vedoucí k určení vlastních frekvencí a vlastních tvarů. Dále navazuje uvedení varianty pohybové rovnice pro vynucené tlumené kmitání s harmonickým zatížením.

Teoretickou část uzavírá pátá kapitola, která je věnována tlumení. Nejprve je zmíněn základní princip spolu s jeho klady a zápory. Dále je provedeno rozdělení do 3 základních typů, přičemž největší část se týká strukturálního tlumení, které obvykle působí nejvýrazněji. V rámci popisu strukturálního tlumení jsou uvedeny jednotlivé varianty modelu *Coulombovského* tření spolu se zdůrazněním *Striebeckova* efektu, který může způsobovat nestability kmitání. Dále jsou popsány mechanismy a vlivy, které způsobují opotřebení a tření na rozhraní kovu a polymerního materiálu. Na závěr jsou zmíněny metody měření tlumení a také varianty zavedení tlumení do různých dynamických vibračních analýz.

Šestá kapitola se týká praktické části, a to výpočtového modelování za použití MKP. V jednotlivých podkapitolách je prezentována kompletní tvorba konečno-prvkového modelu spolu s výsledky modální a harmonické analýzy. Nejprve bylo nezbytné upravit převzatý model geometrie tak, aby mohl být vytvořen model konečno-prvkové sítě. Tato síť musela splňovat požadovaná kritéria, a to jak pro svou povrchovou, tak i objemovou část. Dále bylo provedeno zjemnění sítě v problematických oblastech, které byly v práci uvedeny. Následovalo zavedení modelu okrajových podmínek, zatížení a byly vytvořeny kontakty. V této části byly zmíněny významné 3 konstrukční uzly, které ovlivňovaly pohyblivost vnitřní části světlometu (reflektoru). Před provedením modální analýzy byly definovány modely materiálů pro jednotlivé komponenty světlometu. Výsledkem modální analýzy bylo stanovení vlastních frekvencí a odpovídajících vlastních tvarů, na základě čehož byla dále, za použití metody modální frekvenční odezvy, provedena harmonická analýza pro doporučenou hodnotu poměrného útlumu. Odezvy harmonické analýzy byly stanoveny pro vybraná dvě měřicí místa.

Ověření výsledků výpočtového modelování prostřednictvím experimentálního měření se týká sedmá kapitola. Experimentální měření bylo provedeno v laboratoři zadavatele práce za použití

elektrodynamického budicího stroje, na něhož byl umístěn přípravek spolu s modelem světlo-  
metu. Při porovnání výsledků prvních třech rezonančních frekvencí ve vertikálním směru  
(osa z) činil rozdíl maximálně 10,5 %. Rozdíl odpovídajících amplitud zrychlení byl ovšem  
výrazně větší, což byl ale očekávaný výsledek. Při výpočtovém modelování totiž byla zavedena  
konstantní hodnota tlumení, která pravděpodobně neodpovídala skutečnému chování.

Osmá kapitola se týká analýzy experimentálně naměřených a vypočtených výsledků, stanovení  
tlumením a doporučení, přičemž se skládá ze čtyř podkapitol.

V první z nich jsou analyzovány experimentálně naměřené odezvy pro čtyři různé hodnoty za-  
tížení pro model levého i pravého světlo-  
metu. V těchto odezvách byl patrný vliv různých neli-  
nearit. Při nízkých hodnotách buzení se projevovaly účinky pasivních odporů, jejichž násled-  
kem došlo ke změnám hodnot rezonančních frekvencí a odpovídajících amplitud zrychlení.  
Dále byl pozorován vliv výroby (vstřikování a formování polymerních materiálů) a také vznik  
předpětí v důsledku kompletace světlo-  
metu. Existence pasivních odporů byla následně prezen-  
tována prostřednictvím výsledků odezvy na harmonické buzení světlo-  
metu, který byl předtím  
vystaven únavové zkoušce. Vliv opotřebení se projevil snížením mezních hodnot a rezonanč-  
ních frekvencí. V další fázi tudíž došlo k omezení na posuzování odezvy pouze pro zatížení 1 g.

Druhá část se zabývá analýzou výsledků odezev různých variant výpočtového modelu. Cílem  
bylo nalézt výpočtový model, jehož výsledky by vykazovaly lepší shodu rezonančních frek-  
vencí, popřípadě amplitud zrychlení, než tomu bylo u původní varianty. Žádná modifikace  
ovšem neposkytovala lepší výsledky, což mohlo být způsobeno zmíněnými nelinearitami. Dal-  
ším důvodem mohly být případné změny funkčnosti vazeb skutečného modelu světlo-  
metu při  
experimentálním měření, což bohužel výpočtový model nebyl schopen zohlednit.

Třetí část se zaměřuje na stanovení tlumení pro první dvě rezonanční frekvence vybraných mě-  
řicích míst. Tlumení bylo stanoveno odečtením z křivek spojnic trendů, které byly vytvořeny  
na základě citlivostní analýzy výpočtového modelu na různé hodnoty poměrného útlumu. Tlu-  
mení odpovídající první rezonanční frekvenci měřicího místa Low beam dosahovalo vyšší hod-  
noty, než je obvyklé, což bylo pravděpodobně ovlivněno výraznými pasivními odpory. Ná-  
sledně bylo stanoveno tlumení i pro druhou rezonanční frekvenci a proveden opětovný výpočet  
harmonické analýzy s již určenými hodnotami tlumení. Mezi rozdílnými hodnotami tlumení  
byla zavedena skoková změna ihned po překonání první rezonanční frekvence. Stejným způso-  
bem se postupovalo i v případě druhého měřicího místa. Pro ověření použitelnosti této metody  
bylo stanoveno tlumení také pro model pravého světlo-  
metu, přičemž byl předepsán přijatelný  
limitní rozdíl amplitud zrychlení. Při následném porovnání výsledků nedošlo k překročení  
mezní hodnoty, na základě čehož byla tato metoda dále považována za použitelnou. Pro zefek-  
tivnění této metody a její další využití v praxi bylo nezbytné provést zjednodušení. Došlo tedy  
k opětovnému stanovení tlumení. Nyní ovšem na základě křivek spojnic trendů, které byly vy-  
tvořeny za použití pouhých dvou známých hodnot poměrných útlumů. Výsledky následně vy-  
kazovaly rozdíl maximálně 7 %, což bylo možné považovat za přijatelnou přesnost.

V závěrečné části je shrnut postup a doporučení pro stanovení tlumení při řešení harmonické  
analýzy, a to jak formou jednotlivých bodů, tak i graficky blokovým diagramem. Uvedené  
křivky spojnic trendů by mohly být v budoucnu použity k odhadu tlumení pro širší spektrum  
modelů světlo-  
metů. Bylo by ovšem nezbytné provést analýzu jednotlivých vlivů, jakými jsou  
hmotnost, typ konceptu seřizovacího modulu, design apod. Větší pozornost by měla být věno-  
vána také věrohodnosti výpočtového modelu. V současné době je totiž prováděno měření, slou-  
žící k porovnání výsledků z výpočtového modelování, pouze ve vertikálním směru, z čehož  
ovšem nelze přesně posoudit vlastní tvary, ve kterých se model vyskytuje. Proto může docházet  
při stanovení tlumení k vzniku značných chyb. Je tudíž nezbytné k výsledkům této metody při-  
stupovat obezřetně. Pokud by však byla provedena analýza výše uvedených vlivů, výsledky při



stanovení tlumení touto metodou, při porovnání rozdílů výpočtového modelování a experimentálního měření, dosahovaly přijatelných hodnot (nedocházelo k překročení předepsaných limitů), a proto by použití této metody mohlo být v budoucnosti doporučeno i v praxi.

## Seznam použitých zdrojů

- [1] Světlomety a technologie. Takto šel čas a vývoj. *Auto Journal* [online]. Praha: Martin Müller, 2019, 3.4.2019 [cit. 2020-05-27]. Dostupné z: <https://www.autojournal.cz/svetlomety-a-technologie-takto-sel-cas-a-vyvoj/>
- [2] What are LED and xenon car lights? *Auto Trader* [online]. Manchester: Rachael Hogg, 2019, 10.1.2019 [cit. 2020-05-27]. Dostupné z: <https://www.autotrader.co.uk/content/advice/what-are-xenon-and-led-car-lights>
- [3] The history of light. *Volkswagen AG* [online]. Wolfsburg: Volkswagen, 2020, 11.2.2020 [cit. 2020-05-27]. Dostupné z: <https://www.volkswagenag.com/en/news/stories/2020/02/the-history-of-light.html#>
- [4] [LED s AFS a Laser]. In: *Varroc Lighting Systems* [online]. Plymouth: Varroc Lighting Systems, 2020 [cit. 2020-05-28]. Dostupné z: <https://www.varroclighting.com/product/SitePages/Headlamps.aspx>
- [5] *Varroc Lighting Systems* [online]. Plymouth: Varroc Lighting Systems, 2020 [cit. 2020-05-27]. Dostupné z: <https://www.varroclighting.com/SitePages/HomePage.aspx>
- [6] WÖRDENWEBER, Burkard, Jörg WALLASCHEK, Peter BOYCE a Donald D. HOFFMAN. *Automotive Lighting and Human Vision*. 1. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007, 410 s. ISBN 978-3-540-36696-6.
- [7] JANÍČEK, Přemysl. *Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: hledání souvislostí: učební texty*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007, 862 s. ISBN 978-80-7204-555-6.
- [8] EHRENSTEIN, Gottfried W. *Polymeric materials: structure, properties, applications*. Munich ; Cincinnati: Carl Hanser Verlag ; Hanser Gardner Publications, 2001, 277 s. : il., čb. fot. ISBN 3-446-21461-5
- [9] OSSWALD, Tim A. a Georg MENGES. *Material science of polymers for engineers*. 3rd edition. Cincinnati: Hanser Publishers, 2012, 595 s.: il. ISBN 978-1-56990-514-2
- [10] KOLOUCH, Jan. *Strojní součásti z plastů*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1981, 258 s.: il
- [11] CRAWFORD, R. J. *Plastics engineering*. 3rd ed. Boston: Butterworth-Heinemann, 1998, 522 s. ISBN 0750637641
- [12] RÖSLER, Joachim, H. HARDERS a M. BÄKER. *Mechanical behaviour of engineering materials: metals, ceramics, polymers, and composites*. New York: Springer, 2007, 534 s. ISBN 978-3-540-73446-8
- [13] MOLLIKOVÁ, Eva. *Polymery – struktura a vlastnosti*. [přednáška]. Brno: Fakulta strojního inženýrství VUT. Ústav materiálových věd a inženýrství, předmět Fyzika materiálů, [online]. [cit. 2020-02-05]. Dostupné z: [http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/vyuka/fyzika\\_materialu/prednasky/09\\_poly-mery%20-%20struktura%20a%20vlastnosti.ppt](http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/vyuka/fyzika_materialu/prednasky/09_poly-mery%20-%20struktura%20a%20vlastnosti.ppt)
- [14] BAZ, Amr Mahmoud Sabry. *Active and passive vibration damping*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2018, 752 s. ISBN 9781118537589.
- [15] BRAUN, Simon, D. J. EWINS a Singiresu S. RAO. *Encyclopedia of vibration*. San Diego: Academic Press, 2002, [1585 s]. ISBN 0-12-227085-1.
- [16] DE SILVA, Clarence W. *Vibration and shock handbook*. Boca Raton: Taylor & Francis. Mechanical engineering series (Boca Raton, Fla.), 2005, [1771 s]. ISBN 978-0-8493-1580-0.

- [17] BEARDS, C. F. *Structural vibration: analysis and damping*. New York: Halsted Press, 1996, 288 s. ISBN 0340645806.
- [18] BILOŠOVÁ, Alena. *Týmová cvičení předmětu Experimentální modální analýza: návody do cvičení předmětu "Experimentální modální analýza"* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, 2011 [cit. 2020-02-18]. ISBN 978-80-248-2756-8. Dostupné z: <http://projekty.fs.vsb.cz/147/ucebnio-pory/978-80-248-2758-2.pdf>
- [19] GATTI, Paolo L. a Vittorio FERRARI. *Applied structural and mechanical vibrations: theory, methods, and measuring instrumentation*. New York, NY: E & FN Spon, 1999, 815 s. ISBN 0419227105.
- [20] MSC.Nastran Version 68: *Basic Dynamic Analysis: User's Guide*. [online], MSC.Software Corporation, USA, [2009], [cit. 2020-02-18]. Dostupné z: [https://simcompanion.mscsoftware.com/infocenter/index?page=content&id=DOC9179&actp=LIST\\_POPULAR](https://simcompanion.mscsoftware.com/infocenter/index?page=content&id=DOC9179&actp=LIST_POPULAR)
- [21] ONDROUCH, Jan a Jiří PODEŠVA. *Aplikovaný mechanik jako součást týmů konstruktérů a vývojářů: teorie a příklady k předmětu "Technické kmitání"* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 2012, 179 s. [cit. 2020-02-22]. ISBN 978-80-248-2762-9. Dostupné z: <http://projekty.fs.vsb.cz/147/ucebnio-pory/978-80-248-2762-9.pdf>
- [22] RIVIN, Eugene I. *Handbook on stiffness & damping in mechanical design*. New York: AS-ME Press, 2010, 754 s. ISBN 978-0-7918-0293-9.
- [23] PIERSOL, Allan G., Thomas L. PAEZ a Cyril M. HARRIS. *Harris' shock and vibration handbook*. 6th ed. New York: McGraw-Hill, 2010, 1199 s. ISBN 978-0-07-150819-3.
- [24] ABDELBAR, Ahmed. *Wear of polymers and composites*. Cambridge, MA: Woodhead Publishing, an imprint of Elsevier, 2015, [248 s.]. ISBN 9781782421771.
- [25] ADHIKARI, Sondipon. *Structural dynamic analysis with generalized damping models: Analysis*. Hoboken, NJ: ISTE Ltd/John Wiley and Sons, 2014, 363 s. ISBN 978-1-84821-521-4.
- [26] PETRUŠKA, Jindřich. *MKP v inženýrských výpočtech*. Brno: Fakulta strojního inženýrství VUT. Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, [online], [2011]. [cit. 2020-03-09] Dostupné také z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/images/opory/MKP%20v%20inzenyrskych%20vypoctech/RIV.pdf>
- [27] MSC.Nastran 2012.2: *Quick Reference Guide*. [online], MSC.Software Corporation, USA, [2012], [cit. 2020-03-13]. Dostupné z: [https://simcompanion.mscsoftware.com/infocenter/index?page=content&id=DOC10206&cat=MSC\\_\\_MD\\_NA-STRAN\\_DOCUMENTATION&actp=LIST](https://simcompanion.mscsoftware.com/infocenter/index?page=content&id=DOC10206&cat=MSC__MD_NA-STRAN_DOCUMENTATION&actp=LIST)
- [28] ANSA version 19.1.2. *User's Guide*. [online], BETA CAE Systems, Switzerland, [2019], [cit. 2020-03-09]. Dostupné z: <http://beta-cae.com/ansa.htm>
- [29] MANN, Dick a Ian HELPS. *Automotive plastics & composites: worldwide markets and trends to 2007, 2nd edition*. Oxford, UK: Elsevier Advanced Technology, [1999]. ISBN 1856173496.
- [30] VĚTROVEC, Ondřej. *Návrh řešení chladiče elektrického komponentu automobilového světloometu*, [online]. Diplomová práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 67 s. Vedoucí diplomové práce Ing. František Samek. Dostupné z:

- [31] KRAJÍČEK, Michal. *Termomechanická spolehlivost pájeného připojení elektronických modulů s LTCC* [online]. Diplomová práce. Brno, 2011. 62 s. [cit. 2020-03-19] Vedoucí diplomové práce Ing. Josef Šandera Ph.D. FEKT VUT v Brně. Dostupné z: [https://www.vutbr.cz/www\\_base/zav\\_prace\\_soubor\\_verejne.php?file\\_id=40485](https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=40485)
- [32] FLORIAN, Zdeněk, Emanuel ONDRÁČEK a Karel PŘIKRYL. *Mechanika těles: statika*. Vyd. 7., V Akademickém nakladatelství CERM 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-214-3440-0.

## Seznam použitých zkratek a symbolů

Symbol	Jednotka	Veličina
$a_m$	$[m/s^2]$	amplituda zrychlení
$b$	$[kg/s = N \cdot s/m]$	koeficient tlumení
$b_{kr}$	$[kg/s = N \cdot s/m]$	kritické tlumení
$b_p$	$[-]$	poměrný útlum
$c$	$[kg/s = N \cdot s/m]$	viskózní tlumení
$f$	$[-]$	koeficient tření
$f_d$	$[N]$	dynamická třecí síla
$f_n$	$[1/s = Hz]$	vlastní netlumená frekvence
$f_s$	$[N]$	statická třecí síla
$h$	$[N/m]$	ekvivalentní hysterezní tlumení
$i$	$[-]$	imaginární jednotka komplexního čísla
$k$	$[N/m]$	tuhost
$m$	$[kg]$	hmotnost
$t_p$	$[s]$	doba dosažení maxima
$v$	$[m/s]$	relativní rychlost
$x(t)$	$[m]$	posuv
$\dot{x}(t)$	$[m/s]$	rychlost
$\ddot{x}(t)$	$[m/s^2]$	zrychlení
$x_0$	$[m]$	maximální výchylka hysterezní smyčky
$y_m$	$[m]$	amplituda výchylky
$A_i$	$[m]$	amplituda
$E$	$[MPa]$	modul pružnosti v tahu
$E_0$	$[MPa]$	tuhost (elastické pružiny)
$E_{rel}$	$[MPa]$	tuhost (relaxace)
$F$	$[N]$	vnější síla

$F_0$	[N]	amplituda budící harmonické síly
$F_D$	[N]	odporová síla
$F_T$	[N]	třecí síla
$F_{TL}$	[N]	tlumící síla
$G$	[MPa]	modul pružnosti ve smyku
$H(\omega)$	[–]	frekvenční odezвовá funkce
$M_p$	[–]	hodnota odezvy v $t_p$
$N$	[N]	normálová síla
$PO$	[–]	procentuální převýšení
$Q$	[–]	faktor kvality
$T_d$	[s]	tlumená vlastní perioda
$T_f$	[K]	teplota měknutí
$T_g$	[K]	teplota skelného přechodu
$T_m$	[K]	teplota tání
$T_n$	[s]	netlumená vlastní perioda
$\Delta U_h$	[N · m]	tlumící kapacita – hysterezní tlumení
$U_{max}$	[N · m]	maximální (potenciální) energie
$V$	[m <sup>3</sup> · kg <sup>-1</sup> ]	charakteristický objem (převracená hodnota hustoty)
$\mathbf{u}$	[m]	vlastní vektory (vektor amplitud)
$\mathbf{x}(t)$	[m]	vektor posuvů
$\dot{\mathbf{x}}(t)$	[m/s]	vektor rychlostí
$\ddot{\mathbf{x}}(t)$	[m/s <sup>2</sup> ]	vektor zrychlení
$\mathbf{B}$	[–]	matice tlumení
$\mathbf{C}$	[–]	matice viskózního tlumení
$\mathbf{F}$	[–]	vektor vnějších sil
$\mathbf{F}_0$	[–]	vektor amplitud budících harmonických sil
$\mathbf{K}$	[–]	matice tuhosti
$\mathbf{M}$	[–]	matice hmotnosti



$\alpha$	[-]	konstanta konstrukčního tlumení
$\beta$	[-]	konstanta materiálového tlumení
$\gamma$	[-]	činitel naladění
$\delta$	[1/s]	součinitel (konstanta) doznívání
$\varepsilon$	[ $\mu\text{m}/\text{m}$ ]	přetvoření
$\eta$	[-]	ztrátový faktor
$\eta_0$	[Pa · s]	dynamická viskozita
$\eta_{rel}$	[Pa · s]	dynamická viskozita (relaxace)
$\lambda$	[-]	vlastní číslo
$\mu$	[-]	Poissonovo číslo
$\nu$	[-]	logaritmický dekrement
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	hustota materiálu
$\sigma$	[MPa]	napětí
$\tau_{rel}$	[s]	relaxační čas
$\tau_{ret}$	[s]	retardační čas
$\varphi$	[-]	fáze
$\omega$	[rad/s]	úhlová frekvence
$\omega_d, \Omega$	[rad/s]	úhlová tlumená vlastní frekvence
$\omega_n, \Omega_0$	[rad/s]	úhlová netlumená vlastní frekvence
$\omega_r$	[rad/s]	rezonanční frekvence tlumeného vynuceného kmitání
ad.		a další
apod.		a podobně
atd.		a tak dále
např.		například
tj.		to jest, to je
tzv.		takzvaný, takzvaně
CAD		Computer Aided Desing = „počítačem podporované projektování (konstruování)“

CAE		Computer Aided Engineering = „využití softwaru k usnadnění analýz“
LED		elektroluminiscenční dioda (z anglického – Light-Emitting Diode)
MDOF		dva a více stupňů volnosti (z anglického – <i>Multi Degree of Freedom</i> )
MKP		metoda konečných prvků
OLED		organická elektroluminiscenční dioda (z anglického – Organic Light-Emitting Diode)
SDOF		jeden stupeň volnosti (z anglického – <i>Single Degree of Freedom</i> )

## Seznam obrázků

<b>Obrázek 1:</b> Typy světlometů: vlevo - LED s adaptivním osvětlováním vozovky, vpravo – laserový; převzato z [4].....	11
<b>Obrázek 2:</b> Struktura řetězců polymerů; upraveno z [13] .....	17
<b>Obrázek 3:</b> Změna charakteristické objemu v závislosti na změně teploty pro různé struktury termoplastů; upraveno z [9] .....	19
<b>Obrázek 4:</b> Závislost modulu pružnosti ve smyku G na změně teploty T; upraveno z [9] ....	19
<b>Obrázek 5:</b> Schéma reologických modelů (Maxwellův a Kelvin-Voightův) s odezvami na zatěžování v závislosti na čase; upraveno z [9] .....	21
<b>Obrázek 6:</b> Systém s jedním stupněm volnosti, upraveno z [16] .....	22
<b>Obrázek 7:</b> Odezva SDOF systému; upraveno z [15,16] .....	24
<b>Obrázek 8:</b> Vlevo nahoře – obecná hysterezní smyčka, dále uvedeny příklady hysterezních smyček: (a) viskoelastický materiál odpovídající modelu Voight, (b) slitina s tvarovou pamětí (SMA), (c) plněná guma; upraveno z [15,16].....	28
<b>Obrázek 9:</b> Hysterezní smyčky; upraveno z [16] .....	30
<b>Obrázek 10:</b> Závislost tlumící síly na relativní rychlosti; upraveno z [16] .....	30
<b>Obrázek 11:</b> Mechanismy opotřebení při prokluzu vazeb; upraveno z [24] .....	31
<b>Obrázek 12:</b> Vyhodnocování tlumení v časové oblasti; upraveno z [16].....	33
<b>Obrázek 13:</b> Vyhodnocování tlumení v časové oblasti – hysterezní smyčka; upraveno z [15] .....	34
<b>Obrázek 14:</b> Vyhodnocování tlumení ve frekvenční oblasti, vlevo – prostřednictvím šířky rezonančního pásma, vpravo – prostřednictvím frekvenčního přenosu; upraveno z [16,18] .....	35
<b>Obrázek 15:</b> Průběh vývoje světlometu.....	37
<b>Obrázek 16:</b> Úprava modelu geometrie šroubu: vlevo – před úpravou, vpravo – po úpravě. 38	
<b>Obrázek 17:</b> Model geometrie světlometu .....	38
<b>Obrázek 18:</b> Konečno-prvková síť – zjemnění v místech přechodu jednotlivých komponent uvnitř světlometu .....	40
<b>Obrázek 19:</b> Konečno-prvková síť – s detaily zjemnění potenciálně kritických míst na housingu světlometu .....	41
<b>Obrázek 20:</b> Sférická vazba RBE2 – kulový držák a pivot .....	42
<b>Obrázek 21:</b> Sféricky-posuvná vazba RBE2 – válcový držák a seřizovací šroub.....	42
<b>Obrázek 22:</b> Sféricky-posuvná vazba RBE2 – bracket track a korektor .....	42
<b>Obrázek 23:</b> Vazby RBE3 - zadní pohled na konečno-prvkový model světlometu s detailem spojení.....	43
<b>Obrázek 24:</b> Prvky CONM2 – náhrada komponent hmotnými body (sety), které jsou zvýrazněny fialovými body.....	44
<b>Obrázek 25:</b> Model okrajových podmínek popisující uložení modelu světlometu.....	44
<b>Obrázek 26:</b> Modální analýza – vlastní tvary prvních čtyř vlastních frekvencí modelu světlometu .....	47
<b>Obrázek 27:</b> Měřicí místa na konečno-prvkové síti modelu světlometu s určením místa buzení ve směru osy z .....	48

<b>Obrázek 28:</b> Umístění světlometu s přípravkem na vibrační stoličce elektrodynamického budícího stroje v laboratoři zadavatele práce .....	50
<b>Obrázek 29:</b> Umístění světlometu v přípravku s detaily šroubových spojů .....	51
<b>Obrázek 30:</b> Umístění snímačů zrychlení na skutečném světlometu a řídicího snímače na vibrační stoličce .....	51
<b>Obrázek 31:</b> Pasivní odpory .....	55
<b>Obrázek 32:</b> Vliv formování a sestavování na odezvu z experimentálního měření (přerušovaná čára – ideální CAD model) .....	57
<b>Obrázek 33:</b> Úprava vybraných míst výpočtového modelu .....	60
<b>Obrázek 34:</b> Úprava vybraných míst výpočtového modelu – detail (2. korektor a bracket, 3. ustavovací šroub a válcový držák) .....	61
<b>Obrázek 35:</b> Nastavení a stanovení poměrného útlumu při řešení harmonické analýzy .....	74

## Seznam grafů

<b>Graf 1:</b> Frekvenční odezva na buzení ve směru osy z (zrychlení v závislosti na budící frekvenci) výpočtového modelu.....	49
<b>Graf 2:</b> Frekvenční odezva na buzení ve směru osy z (zrychlení v závislosti na budící frekvenci) - experimentální měření.....	52
<b>Graf 3:</b> Porovnání frekvenčních odezev z harmonické analýzy a experimentálního měření .	52
<b>Graf 4:</b> Frekvenční odezva na buzení ve vertikálním směru – experimentální měření – měřicí místo High beam.....	54
<b>Graf 5:</b> Frekvenční odezva na buzení ve vertikálním směru – experimentální měření – měřicí místo Low beam.....	54
<b>Graf 6:</b> Frekvenční odezva na vybraná buzení ve vertikálním směru pro levý a pravý světlomet – detaily zvýrazněných jevů experimentálního měření.....	56
<b>Graf 7:</b> Frekvenční odezva na buzení ve vertikálním směru – experimentální měření – měřicí místo High beam – porovnání původního měření s měřením zahrnující vliv opotřebení	57
<b>Graf 8:</b> Porovnání vlivu opotřebení na první rezonanční frekvenci experimentální odezvy pro různá zatížení – měřicí místa Low beam (LB) a High beam (HB).....	58
<b>Graf 9:</b> Frekvenční odezva na buzení 1 g ve vertikálním směru – porovnání odezvy z experimentálního měření vůči variantám: fix a původní.....	60
<b>Graf 10:</b> Frekvenční odezva na buzení 1 g ve vertikálním směru – porovnání odezvy z experimentálního měření vůči variantám: spodní z levá; spodní z levá rotace válcový držák.....	61
<b>Graf 11:</b> Frekvenční odezva na buzení 1 g ve vertikálním směru – porovnání odezvy z experimentálního měření vůči variantám: spodní z levá bracket RBE3; spodní z levá válcový držák RBE3.....	62
<b>Graf 12:</b> Frekvenční odezva na buzení 1 g ve vertikálním směru – porovnání odezvy z experimentálního měření vůči variantě bracket RBE3 rot bracket.....	63
<b>Graf 13:</b> Závislost amplitudy výchylky kmitání harmonického pohybu na budící frekvenci v rozsahu 10 – 100 Hz pro konstantní hodnotu amplitudy zrychlení 1 g.....	64
<b>Graf 14:</b> Závislost amplitudy zrychlení G na poměrném útlumu $b_p$ pro první rezonanční frekvenci – Low beam.....	65
<b>Graf 15:</b> Závislost amplitudy zrychlení G na poměrném útlumu $b_p$ pro první rezonanční frekvenci – Low beam.....	66
<b>Graf 16:</b> Frekvenční odezva na buzení 1 g ve vertikálním směru – porovnání odezvy z experimentálního měření a harmonické analýzy (pro stanovené poměrné útlumy).....	68
<b>Graf 17:</b> Frekvenční odezva na buzení 1 g ve vertikálním směru – ověření metody pro pravý světlomet – odezvy z experimentálního měření a harmonické analýzy (pro stanovené poměrné útlumy).....	70
<b>Graf 18:</b> Frekvenční odezva na buzení 1 g ve vertikálním směru – porovnání – odezvy z experimentálního měření a harmonické analýzy (pro stanovené poměrné útlumy) – varianta fix.....	71

## Seznam tabulek

<b>Tabulka 1:</b> Přehled vlastností modelů materiálů pro jednotlivé komponenty .....	45
<b>Tabulka 2:</b> Modální analýza – hodnoty prvních čtyř vlastních frekvencí modelu světloometu .....	47
<b>Tabulka 3:</b> Porovnání vlastních a rezonančních frekvencí modelu světloometu.....	49
<b>Tabulka 4:</b> Porovnání rezonančních frekvencí s odpovídajícími amplitudami zrychlení z harmonické analýzy výpočtového modelu a experimentálního měření skutečného světloometu.....	53
<b>Tabulka 5:</b> Porovnání experimentálních měření před a po zátěžovém testu (vliv opotřebení) pro obě měřicí místa .....	58
<b>Tabulka 6:</b> Intervaly hodnot rezonančních frekvencí a odpovídajících amplitud zrychlení pro zatížení 0,5 g a 1 g z experimentálního měření pro levý a pravý světloomet .....	59
<b>Tabulka 7:</b> Funkční předpis křivek (spojnic trendů) pro stanovení poměrného útlumu $b_p$ – první rezonanční frekvence – Low beam .....	65
<b>Tabulka 8:</b> Funkční předpis křivek (spojnic trendů) pro stanovení poměrného útlumu $b_p$ – druhá rezonanční frekvence – Low beam.....	66
<b>Tabulka 9:</b> Funkční předpis křivek (spojnic trendů) pro stanovení poměrného útlumu $b_p$ – první rezonanční frekvence – High beam.....	67
<b>Tabulka 10:</b> Funkční předpis křivek (spojnic trendů) pro stanovení poměrného útlumu $b_p$ – druhá rezonanční frekvence – High beam .....	67
<b>Tabulka 11:</b> Stanovené poměrné útlumy $b_p$ pro první a druhou rezonanční frekvenci (pro buzení o velikosti zatížení 1 g).....	68
<b>Tabulka 12:</b> Funkční předpis křivek (spojnic trendů) pro stanovení poměrného útlumu $b_p$ – měřicí místa – Low beam a High beam – pravý světloomet .....	69
<b>Tabulka 13:</b> Rozdíly amplitud zrychlení z odezev harmonické analýzy, pro stanovené poměrné útlumy, a experimentálního měření pravého světloometu .....	69
<b>Tabulka 14:</b> Funkční předpis křivek (spojnic trendů) pro stanovení poměrného útlumu $b_p$ – měřicí místa – Low beam a High beam – varianta fix .....	70
<b>Tabulka 15:</b> Rozdíly amplitud zrychlení z odezev harmonické analýzy pro poměrný útlum 0,08 a experimentálního měření .....	71
<b>Tabulka 16:</b> Stanovení poměrného útlumu $b_p$ pro první a druhou rezonanční frekvenci – měřicí místo – Low beam .....	72
<b>Tabulka 17:</b> Stanovení poměrného útlumu $b_p$ pro první a druhou rezonanční frekvenci – měřicí místo – High beam .....	73
<b>Tabulka 18:</b> Funkční předpis křivek (spojnic trendů) pro stanovení poměrného útlumu $b_p$ – měřicí místa – Low beam a High beam – zjednodušená metoda .....	73