Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra statistiky

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Bakalářská práce

Porovnání vybraných loterijních her v České republice

Jana Stupková

Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra statistiky

Akademický rok 2009/2010

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Jana Stupková

obor Provoz a ekonomika

Vedoucí katedry Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu ČZU v Praze čl. 16 určuje tuto bakalářskou práci.

Název práce: **Porovnání vybraných loterijních her v České republice**

Osnova bakalářské práce:

1. Úvod
2. Cíl práce a metodika
3. Literární rešerše
4. Sazka - přehled loterijních her, pravděpodobnost výhry
5. Fortuna - přehled loterijních her, pravděpodobnost výhry
6. Porovnání pravděpodobností výher u loterijních her společností Sazka a Fortuna
7. Závěr
8. Seznam použitých zdrojů
9. Přílohy

Rozsah hlavní textové části: 30 - 40 stran

Doporučené zdroje:

Hindls, R., Hronová, S., Seger, J. 2003. Statistika pro ekonomy, Professional Publishing, Praha, 415 s.

Königová, M., Hlaváč, T., Švarcová, I., Krištofičová, E. 1988. Matematické a statistické metody v informatice, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 189 s.

Likeš, J., Cyhelský, L., Hindls, R. 1993. Úvod do statistiky a pravděpodobnosti, Vysoká škola ekonomická v Praze, Praha, 170 s.

Štěpán, J. 1987. Teorie pravděpodobnosti, Matematické základy, Academia, Praha, 447 s.

Další literatura bude doporučena během zpracování BP

Vedoucí bakalářské práce: **Mgr. Jiří Petera**

Termín odevzdání bakalářské práce: březen 2011

Vedoucí katedry

Česká zemědělská univerzita v Praze
Provozně ekonomická fakulta

Děkan

V Praze dne: 24. 3. 2010

Evidováno děkanátem PEF pod č.j.: KS-336-10B

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracovala samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce. Jako autorka uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejich vytvořením neporušila práva třetích osob.

V Praze dne 25. března 2012

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Mgr. Jiřímu Peterovi za metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a za další cenné rady při zpracování bakalářské práce. Současně bych ráda poděkovala svému manželovi za pochopení a podporu při studiu.

Porovnání vybraných loterijních her v České republice

Souhrn

Bakalářská práce je věnována problematice loterijních her v České republice. Pro účely této práce byly vybrány loterijní hry Sportka, Šťastných deset, Euromiliony, Keno a Kostky, které provozuje společnost Sazka, a loterijní hra Zlatých 11, kterou provozuje společnost Fortuna.

Vybrané loterijní hry jsou charakterizovány a poté je provedena analýza pomocí metod teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky. Pro vybrané loterijní hry je vypočítána pravděpodobnost, s kterou lze dosáhnout výhry v určitém pořadí.

Pro porovnání výhodnosti daných her z pohledu sázejícího je zaveden koeficient výhodnosti, který je definován jako poměr výše střední výhry a vsazené částky. Pomocí tohoto koeficientu jsou vybrané loterijní hry seřazeny od nejvýhodnější po nejméně výhodnou.

Klíčová slova:
loterijní hra, porovnání, pravděpodobnost, sázka, statistika, výhodnost, výhra

Comparison of the selected Lotteries in Czech Republic

Summary:

The Bachelor's Work deals with problems of Lottey Games in Czech Republic. For purpose of The Bachelor's Work these Lottery Games of bet office Sazka were chosen - Sazka Sportka, Šťastných deset, Euromiliony, Keno a Kostky, and Lottery Game Zlatých 11 of bet office Fortuna.

At first, the Lottery Games are described and after that they are analysed by methods of Theory of Probability and Mathematical Statistics. For these Lottey Games are calculated probability of prize in specified order.

The better's expediency is compared by the Coefficient of Expediency. The coefficient is defined in this way: average prize divided by bet. The Lottery Games are ordered by the Coefficient of Expediency, that specifies the most expedient Lottery Game and the least expedient one.

Keywords:
Lottery Game, Comparison, Probability, Bet, Statistics, Expediency, Price

Obsah

1 Úvod

Loterijní hry provázejí lidskou společnost již dlouhé roky, nejsou záležitostí pouze dnešní doby. První zmínky o loteriích pocházejí ze 3. století před naším letopočtem. V Bibli nalezneme poznámku o tom, že Mojžíš použil loterii k rozdělení půdy na západ od řeky Jordán. Další doklady o existenci loterijních her z 1. století před naším letopočtem pocházejí z Číny. Dochovaly se zde záznamy o starověké hře Keno. Výtěžek loterie byl použitý na financování vládních plánů, například na stavbu Velké Čínské zdi.

Od 15. století se loteriím dařilo v celé Evropě. V Portugalsku byla zřízena loterie už v roce 1498. Její výtěžky sloužily k uspokojení peněžních potřeb země. Také v Nizozemí byla v 18. století založena jedna z nejstarších loterií, která je provozována dodnes. Důvodem k založení byla potřeba naplnit ztenčené peněžní zdroje země. Výtěžek ze sázek byl použit k financování válek, dále ke stavbě budov a silnic. I Belgičané v 15. století z výtěžků loterijních her budovali například kostely či chudobince.

Zmiňme se také o Itálii, kde v 16. století vznikla loterie podobná té dnešní. Za peníze se prodávaly sázenky a výhry byly vypláceny v hotovosti. Dokonce i slovo loterie zřejmě pochází z italského slova „lotto“, což znamená osud.

I v Anglii se loterii dařilo. V 16. století byla královnou Alžbětou I. založena první státní loterie. Výhry byly vypláceny v nejen v hotovosti, ale cenou byly například talíře, tapiserie a jiné cennosti. V 18. století bylo z výtěžků loterie postaveno Britské muzeum v Londýně. Taktéž ve Francii během tohoto století měly výnosy z loterií pomoci státní pokladně. Na území dnešních Spojených států amerických bylo během 18. století ze zdrojů loterie vybudováno mnoho škol, univerzit a kostelů. Jmenujme například velmi známou Harvardovu univerzitu a Princetonskou univerzitu, jimž při budování pomohl výtěžek z loterie. Během následujícího století bylo na území Spojených států provozováno mnoho soukromých loterií. Ale protože v těchto loteriích bujelo podplácení, byl přijat zákon, který loterie zakazoval. V roce 1878 byla loterie zakázána téměř ve všech státech Spojených států amerických a v celé Kanadě.

V současné době v České republice existuje několik společností zabývajících se loteriemi. Patří mezi ně například Sazka (od listopadu 2011 zní její oficiální název SAZKA, sázková kancelář, a.s.), Fortuna a Tipsport. Každá z těchto společností provozuje několik různých her. Protože společnost Sazka je v naší zemi nejpopulárnější, bakalářské práci se zaměří na 5 loterijních her provozovaných touto společností. Z loterijních her společnosti Fortuna bude analyzována pouze jedna hra.

Jistě nejstarší a nejoblíbenější loterijní hrou v České republice je Sportka. Je provozovaná společností Sazka od roku 1957. V posledních letech přibyly další loterijní hry jako například Keno a Euromiliony.

Důležité je také zmínit zákon č. 202/1990 Sb., o loteriích a jiných podobných hrách, kterým jsou všechny společnosti provozující loterijní hry ve své činnosti vázány.

Loterie byly, jsou a budou provozovány v mnoha zemích celého světa. Jsou oblíbené lidmi, kteří mají rádi chvilky napětí a radují se z každé, byť sebemenší výhry.

2 Cíl a metodika práce

Tato bakalářská práce popisuje vybrané loterijní hry v České republice. Jejím cílem je porovnat vybrané loterijní hry z pohledu sázejících, proto je zaměřena na výpočet a následné srovnání pravděpodobností, s jakými lze dosáhnout výhry v těchto loterijních hrách. Pro účely této práce bylo vybráno 5 loterijních her společnosti Sazka a 1 hra společnosti Fortuna. Jedná se o Sportku, Šťastných deset, Euromiliony, Keno a Kostky, které provozuje společnost Sazka, a Zlatých 11, kterou provozuje společnost Fortuna.

Uvedené hry jsou analyzovány pomocí metod teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky. Veškeré výpočty byly provedeny pomocí aplikace Microsoft Excel 2010. Také tabulky a grafy byly vytvořeny nástroji této aplikace.

3 Literární rešerše

Kapitolu třetí rozdělíme na tři části, v nichž zavedeme pojmy, které budou v této práci využívány. V části I. vysvětlíme několik pojmů z oblasti loterijních her. V části II. zavedeme základní pojmy z kombinatoriky a v části III. pojmy z teorie pravděpodobnosti. Matematické věty, které budou v práci použity, jsou záměrně uváděny bez důkazů.

Část I.

V dalším textu používáme termín herní jistina a výherní jistina. Herní jistina je úhrnem všech vkladů ze sázek přijatých na určité sázkové období a na určitou loterijní hru. Můžeme ji vyjádřit jako součin počtu přijatých sázek a ceny za jednu sázku. Herní jistina je v případě sázkové kanceláře Sazka tvořena pro každou z číselných loterií v daném sázkovém období zvlášť. Matematickým vztahem ji lze vyjádřit

$J = n \,.\, C,$

kde n je počet přijatých sázek a C je cena za jednu sázku.

Výherní jistina je odvozena z herní jistiny. Jedná se o částku, která je podle daných pravidel rozdělena na výhry v dané loterijní hře v příslušném sázkovém období.

Část II.

Definice 1: Permutace z n prvků je uspořádaná n-tice, která je sestavena z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje právě jednou.

Věta 1.1: Počet všech permutací z n prvků je

$$P_n = n! = n.(n-1)\ldots2.1. \tag{1.1.1}$$

Definice 2: k-členná kombinace z n prvků je neuspořádaná k-tice, která je sestavena z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše jednou.

Věta 2.1: Počet všech k-členných kombinací z n prvků je

(2.1.1) $$C_{k,n} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}\ ,$$

kde k, n jsou celá nezáporná čísla a $k \leq n$.

Definice 3: Permutace s opakováním z n prvků je uspořádaná k-tice sestavená z těchto prvků tak, že každý prvek se v ní vyskytuje alespoň jednou.

Věta 3.1: Počet permutací s opakováním z n prvků, ve kterých se jednotlivé prvky opakují $k_1, k_2, \dots, k_n$, je

(3.1.1) $$P'_{k_1,k_2,\dots,k_n} = \frac{(k_1 + k_2 + \dots + k_n)!}{k_1!\,k_2!\dots k_n!},\ \text{kde}\ k_1 + k_2 + \dots + k_n \geq n.$$

Definice 4: k-členná variace s opakováním z n prvků je uspořádaná k-tice sestavená z těchto prvků tak, že každý prvek se v ní vyskytuje nejvýše k-krát.

Věta 4.1: Počet všech k-členných variací s opakováním z n prvků je

(4.1.1) $$V'_{k,n} = n^k.$$

Část III.

Základními pojmy teorie pravděpodobnosti jsou náhodný pokus a náhodný jev.

Definice 5: Náhodným pokusem rozumíme každé uskutečnění určitého systému podmínek nebo pravidel. Náhodnými jevy označujeme výsledky náhodného pokusu, o kterých lze po provedení pokusu rozhodnout, zda nastaly nebo nenastaly.

Tyto jevy obvykle značíme velkými písmeny ze začátku abecedy. Klasickým příkladem náhodného pokusu je „hod kostkou“, příkladem náhodného jevu je „padne 6“.

Při výpočtu pravděpodobnosti, s kterou náhodný jev nastane, použijeme tzv. klasickou (Laplaceovu) a statistickou definici pravděpodobnosti.

Definice 6 - *Klasická (Laplaceova) definice pravděpodobnosti:* Nechť náhodný pokus splňuje předpoklady:

Všech možných výsledků je konečný počet.
Všechny výsledky jsou stejně možné.
Všechny výsledky se vzájemně vylučují.
Pak pravděpodobností náhodného jevu A nazveme číslo

$$\text{(6.1.1)} \qquad \mathrm{P(A)} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{n}},$$

kde n je počet všech možných výsledků náhodného pokusu a m je počet výsledků příznivých jevu A.

Definice 7 - *Statistická definice pravděpodobnosti*: Nechť A je náhodný jev. Nastane-li v n pokusech jev A právě m krát, definujeme pravděpodobnost jevu A:

$$\mathbf{(7.1.1)} \qquad \boldsymbol{P(A) = \lim_{n\to\infty} \frac{m}{n}}.$$

Číslo m se nazývá absolutní četnost jevu A, číslo $\boldsymbol{\frac{m}{n}}$ relativní četnost jevu A při n pokusech.

Věta 7.1: Jestliže množinu všech možných výsledků pokusu nazveme **Ω**, potom pravděpodobnost jevu jistého je P(**Ω**) = 1.

Věta 7.2: Pravděpodobnost jevu nemožného je P(Ø) = 0.

Věta 7.3: Pro pravděpodobnost libovolného jevu A platí 0 ≤ P(A) ≤ 1.

Věta 7.4: Jsou-li jevy A a B slučitelné, tj. A∩B ≠ Ø, platí:

$$\text{(7.4.1)} \qquad \mathrm{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}.$$

Věta 7.5: Jsou-li jevy A a B navzájem neslučitelné, tj. A∩B = Ø, platí:

$$\text{(7.5.1)} \qquad \mathrm{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}.$$

Definice 8: Dva pokusy se nazývají vzájemně nezávislé, jestliže výsledek jednoho pokusu nemá vliv na výsledek druhého pokusu.

Věta 8.1: Řekneme, že náhodné jevy A a B jsou nezávislé, právě když platí

(8.1.1) $$P(A \cap B) = P(A).\,P(B).$$

Definice 9: Náhodná veličina X je reálná funkce definovaná na množině všech možných výsledků pokusu, která každému jevu přiřadí reálné číslo.

Definice 10: Náhodná veličina X se nazývá diskrétní, jestliže její obor hodnot je nanejvýš spočetná množina.

V případě loterijních her, kterými se zabývá tato práce, budeme uvažovat náhodnou veličinu diskrétní nabývající pouze konečného počtu hodnot.

Definice 11: Předpokládejme, že v základním souboru o N prvcích existuje právě M prvků, které mají požadovanou vlastnost. Ze základního souboru vybereme náhodně a bez vracení n prvků. Potom diskrétní náhodná veličina X taková, že v námi vybraném souboru je m prvků s požadovanou vlastností, má hypergeometrické rozdělení H(N,M,n) a pravděpodobnostní funkci vyjádříme ve tvaru

(11.1.1) $$P(X = m) = \frac{\binom{M}{m}.\binom{N-M}{n-m}}{\binom{N}{n}}.$$

Typ rozdělení diskrétní náhodné veličiny u loterijních her Sportka, Euromiliony, Šťastných deset, Keno a Zlatých 11 je rozdělení hypergeometrické.

Abychom mohli porovnat vybrané loterijní hry, budeme zjišťovat výši očekávané neboli střední výhry a zavedeme tzv. koeficient výhodnosti.

Definice 12: Pokud n je počet možných výher, p_i (i=1,2,…,n) je pravděpodobnost, s kterou sázející jednotlivé výhry získá, a x_i (i=1,2,…,n) je výše příslušné výhry, potom výše střední výhry je dána vztahem:

(12.1.1) $$AP = \sum_{i=1}^{n} p_i.\,x_i\,.$$

Definice 13: Pokud AP je výše střední výhry, B je částka, která byla vsazena, potom koeficient výhodnosti je roven

(13.1.1) $$\eta = \frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{B}}.$$

V následujících výpočtech budeme předpokládat, že sázející vsadí částku B = 1. Proto platí vztah:

(13.1.2) $$\eta = \frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{B}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i . x_i}{1} = \sum_{i=1}^{n} p_i . x_i \,.$$

4 Sazka – přehled loterijních her, pravděpodobnost výhry

4.1 Sportka

Sportka je číselná loterie, ve které sázející tipují 6 čísel ze 49. Na sázenkách této hry lze uskutečnit 1 až 10 sázek. Losování zpravidla probíhá dvakrát týdně, v každém z termínů proběhnou dva nezávislé tahy (ze dvou různých osudí). Z každého osudí je náhodě vylosováno 6 základních čísel a 1 číslo dodatkové. Minimální vklad na výsledky slosování 1. a 2. tahu je 16 Kč. Výhry jsou rozděleny na pět úrovní podle počtu správně tipovaných čísel, dodatkové číslo hraje roli jen u druhé z nich. Výše výhry v jednotlivých pořadích je počítána procentuálně z výše výherní jistiny (viz tabulka 1). Výherní jistina je polovinou vkladů všech účastníků této loterijní hry.

Tabulka 1

VÝHERNÍ JISTINA - SPORTKA		
Pořadí	Počet správně tipovaných čísel	Jistina
1. pořadí	6	34 % z výherní jistiny
2. pořadí	5+1	5 % z výherní jistiny
3. pořadí	5	9 % z výherní jistiny
4. pořadí	4	12 % z výherní jistiny
5. pořadí	3	40 % z výherní jistiny

4.1.1 Statistická analýza

4.1.1.1 Výpočet pravděpodobnosti

Protože v případě výhry v 1., 4. a 5. pořadí Sportky uvažujeme náhodnou veličinu s hypergeometrickým rozdělením H(49,6,6), k výpočtu pravděpodobnosti, s kterou získá sázející výhry ve zmíněných pořadích, použijeme vztah (11.1.1).

Výhra v 1. pořadí:

Pro výhru v 1. pořadí uvažujme hypergeometrické rozdělení H(49,6,6), proto pravděpodobnost výhry v prvním pořadí vypočítáme pomocí vztahu (11.1.1) takto:

$$\mathrm{P}(X = 6) = \frac{1}{\binom{49}{6}} \cdot \binom{6}{6} \cdot \binom{49-6}{6-6} = 7{,}15 \cdot 10^{-8}$$

Výhra v 2. pořadí:

Pro výhru v 2. pořadí je výpočet pravděpodobnosti poněkud složitější. Musíme vzít na vědomí, že z 6 vylosovaných čísel tipujeme správně právě 5 čísel, 1 vylosované dodatkové číslo také tipujeme správně a ze zbylých 42 čísel, která nejsou vylosována, netipujeme ani jedno. Z této úvahy vychází následující vzorec pro výpočet pravděpodobnosti výhry v druhém pořadí:

$$\frac{1}{\binom{49}{6}} \cdot \binom{6}{5} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{42}{0} = 4{,}29.\,10^{-7}$$

Výhra ve 3. pořadí:

Pro výhru ve 3. pořadí musíme vzít na vědomí, že z 6 vylosovaných musíme správně tipovat právě 5 čísel a zároveň nesmíme tipovat vylosované dodatkové číslo. Takže zbylé námi tipované číslo musí nutně být z 42 nevylosovaných čísel.

$$\frac{1}{\binom{49}{6}} \cdot \binom{6}{5} \cdot \binom{42}{1} = 1{,}802 \cdot 10^{-5}$$

Výhra v 4. pořadí:

Pro výhru ve 4 pořadí uvažujeme hypergeometrické rozdělení H(49,6,6), proto pro pravděpodobnost výhry ve 4 pořadí platí:

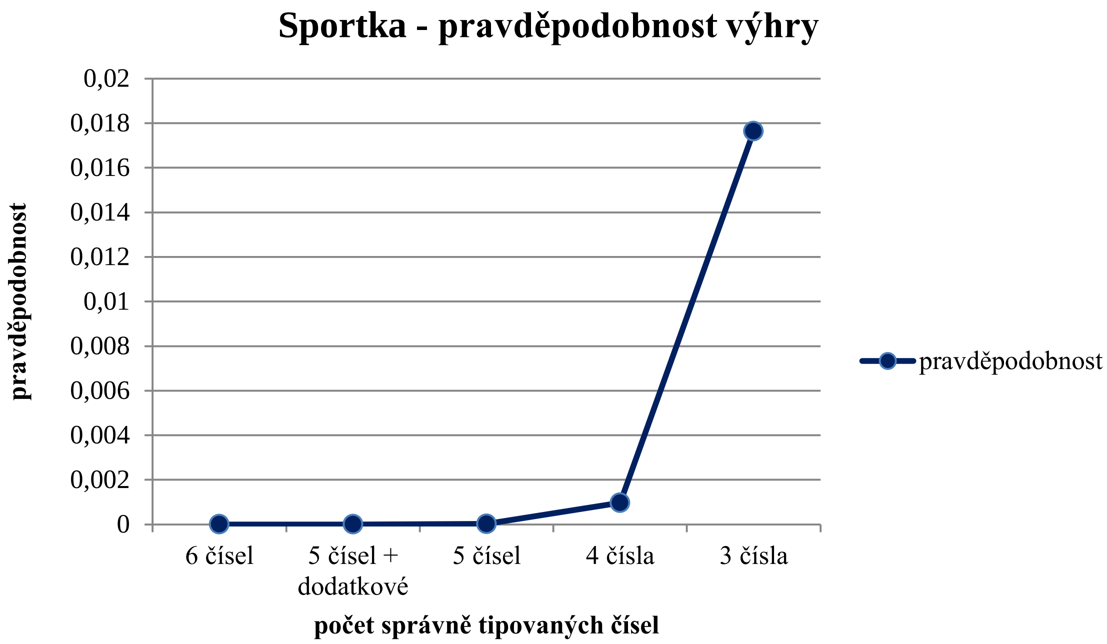
$$P(X = 4) = \frac{1}{\binom{49}{6}} \cdot \binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2} = 9{,}686 \cdot 10^{-4}$$

Výhra v 5. pořadí:

Analogicky pro výhru v 5. pořadí uvažujeme H(49,6,6), a proto:

$$P(X = 3) = \frac{1}{\binom{49}{6}} \cdot \binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3} = 1{,}765 \cdot 10^{-2}$$

Graf 1



Z grafu 1 je patrné, že pravděpodobnost výhry v 1. až 4. pořadí je téměř nulová. A protože Sportka je z loterijních her nejznámější a nejoblíbenější, pro úplnost provedeme několik dalších výpočtů. Týkají se výpočtu sumy peněz, kterou bychom museli vsadit, abychom získali ceny ve všech pořadích, a výpočtu pravděpodobnosti, s kterou nezískáme ani jednu z cen.

Pokud bychom chtěli získat ceny ve všech pořadích, museli bychom vsadit všech $\binom{49}{6} = 13\,983\,816$ možných šestic. Částka, kterou zaplatíme za sázku na jeden sloupec a jedno slosování, je 16 Kč. Snadno dopočítáme, že sumou 223 741 056 Kč si zajistíme výhry ve všech pořadích.

Dále vypočítáme pravděpodobnost, že z 6 vylosovaných čísel správně tipujeme nejvýše 2. Ke všem výpočtům použijeme vztah (11.1.1).

Správně tipovaná 2 čísla z 6 tažených

$$P(X = 2) = \frac{1}{\binom{49}{6}} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{43}{4} = 0{,}1324$$

Správně tipované 1 čísla z 6 tažených

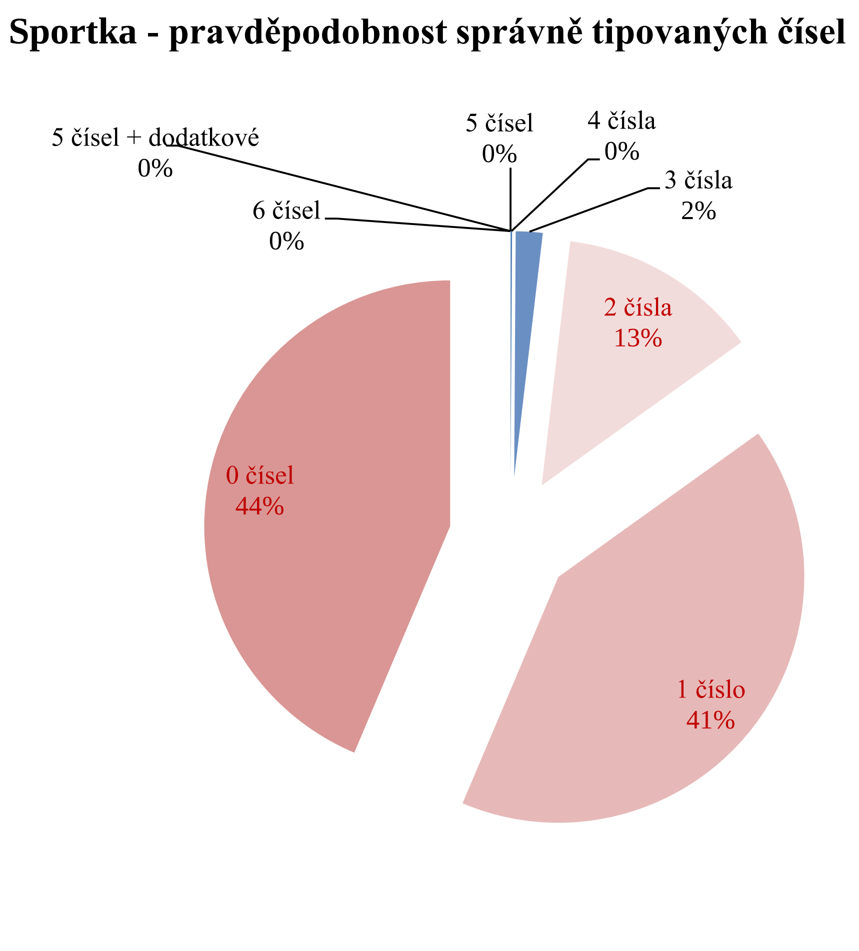
$$P(X = 1) = \frac{1}{\binom{49}{6}} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{43}{5} = 0{,}4132$$

Žádné správně tipované číslo z 6 tažených

$$P(X = 0) = \frac{1}{\binom{49}{6}} \cdot \binom{6}{0} \cdot \binom{43}{6} = 0{,}4367$$

Z těchto výpočtů je patrné, že pravděpodobnost výhry je mnohem menší než je pravděpodobnost uhodnout nejvýše dvě 2 z 6 losovaných.

Graf 2



Pravděpodobnost výher v jednotlivých pořadích a je názorně zachycena v grafu 2 částmi vyznačenými odstíny modré, pravděpodobnost správně tipovaných nejvýše 2 čísel z 6 vylosovaných - z našeho pohledu se jedná o neúspěšnou hru, je znázorněna odstíny růžové. Je patrné, že šance získat libovolnou výhru je přibližně

1 - (0,4362 + 0,4128 + 0,1323) = 0,0187,

tedy necelá 2%.

4.1.1.2 Výpočet koeficientu výhodnosti

Výše udělovaných výher je odvozena od výherní jistiny, která činí polovinu celkových vkladů. Z toho tedy jednoznačně vyplývá, že koeficient výhodnosti η je roven jedné polovině.

$$\eta = 0{,}5$$

4.2 Šťastných deset

Šťastných deset je sázková hra, ve které se tipuje 1 až 10 čísel z 80 čísel. Losování probíhá zpravidla každý den, včetně neděle. V každém slosování je vylosováno 20 výherních čísel. Krom základní varianty lze hrát za poplatek Královskou hru**,** v níž lze výhru získat vždy, když správně tipujeme první (tzv. Královské) číslo. Z následující tabulky 2 je patrné, že výhra v 1. pořadí, tj. pokud sázející uhodne všech 10 tažených čísel (sloupec A), je 200 000 násobek vkladu. V případě, že sázející hraje i Královskou hru, je výhra 300 000 násobkem vkladu (sloupec B). Minimální vklad činí 10 Kč. Pro zjednodušení budeme uvažovat, že sázející může tipovat právě 10 čísel.

Tabulka 2

Tabulka výher

Počet uhodnutých čísel	Počet tipovaných čísel																			
	10		9		8		7		6		5		4		3		2		1	
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
10	200 000x	300 000x																		
9	10 000x	15 000x	50 000x	75 000x																
8	500x	750x	2 000x	3 000x	20 000x	30 000x														
7	20x	30x	200x	300x	400x	1 000x	4 000x	6 000x												
6	10x	15x	20x	30x	40x	100x	100x	200x	600x	1 500x										
5	3x	6x	3x	6x	4x	15x	10x	20x	20x	50x	200x	400x								
4		2x		2x	1x	5x	2x	10x	2x	10x	16x	30x	50x	120x						
3		2x		2x		2x		4x	1x	5x	2x	10x	8x	25x	16x	50x				
2		2x		2x		2x		3x		5x		5x		7x	2x	20x	8x	50x		
1		6x		7x		3x		3x		5x		5x		5x		5x		10x	2x	40x
0	1x		1x		1x		1x		1x											

4.2.1 Statistická analýza

4.2.1.1 Výpočet pravděpodobnosti

V případě Šťastných deset se jedná o náhodnou veličinu s hypergeometrickým rozdělením H(80,10,20), k výpočtu pravděpodobnosti, s kterou vyhraje sázející cenu v určitém pořadí, použijeme vztah (11.1.1).

Správně tipovaných 10 čísel z 10 tažených

Pro výhru v prvním pořadí uvažujme hypergeometrické rozdělení H(80,10,20), proto pravděpodobnost výhry v 1. pořadí vypočítáme takto:

$$P(X = 10) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{10}{10} \cdot \binom{80-10}{20-10} = 1{,}122 \cdot 10^{-7}$$

Správně tipovaných 9 čísel z 10 tažených

$$P(X = 9) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{10}{9} \cdot \binom{70}{11} = 6{,}120 \cdot 10^{-6}$$

Správně tipovaných 8 čísel z 10 tažených

$$P(X = 8) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{10}{8} \cdot \binom{70}{12} = 1{,}354 \cdot 10^{-4}$$

Správně tipovaných 7 čísel z 10 tažených

$$P(X = 7) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{10}{7} \cdot \binom{70}{13} = 1{,}611 \cdot 10^{-3}$$

Správně tipovaných 6 čísel z 10 tažených

$$P(X = 6) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{10}{6} \cdot \binom{70}{14} = 1{,}148 \cdot 10^{-2}$$

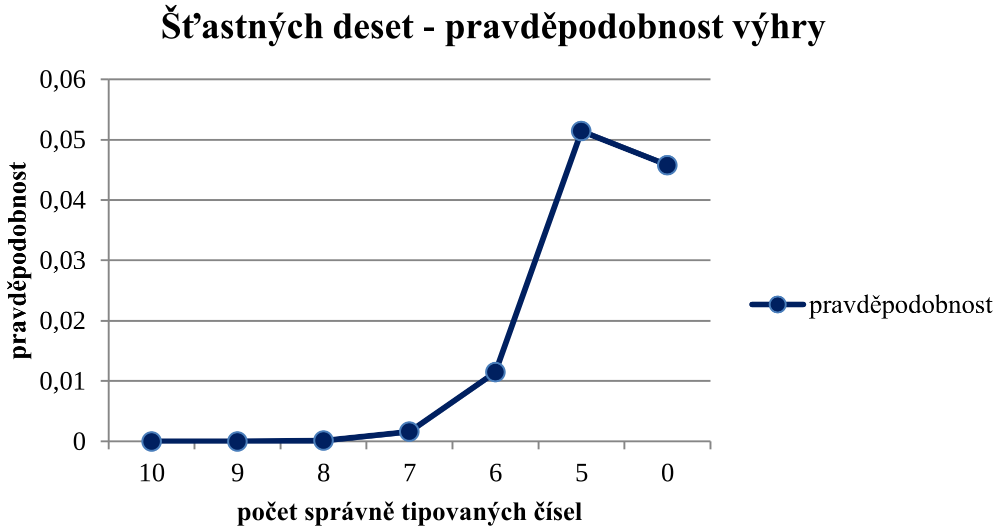
Správně tipovaných 5 čísel z 10 tažených

$$P(X = 5) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{10}{5} \cdot \binom{70}{15} = 5{,}143 \cdot 10^{-2}$$

Správně tipovaných 0 čísel z 10 tažených

$$P(X = 0) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{10}{0} \cdot \binom{70}{20} = 4{,}579 \cdot 10^{-2}$$

Graf 3



4.2.1.2 Výpočet koeficientu výhodnosti

Nejprve vypočteme dílčí koeficienty výhodnosti.

Správně tipovaných 10 čísel z 10 tažených

$\eta_1 \ = \ 1{,}12 \cdot 10^{-7} \cdot 20\ 000 = 0{,}0224$

Správně tipovaných 9 čísel z 10 tažených

$\eta_2 \ = 6{,}12 \cdot 10^{-6} \cdot 10\ 000 = 0{,}0612$

Správně tipovaných 8 čísel z 10 tažených

$\eta_3 \ = 1{,}354 \cdot 10^{-4} \cdot 500 = 0{,}0677$

Správně tipovaných 7 čísel z 10 tažených

$\eta_4 \ = 1{,}611 \cdot 10^{-3} \cdot 20 = 0{,}0322$

Správně tipovaných 6 čísel z 10 tažených

$\eta_5 = 1{,}148 \cdot 10^{-2} \cdot 10 = 0{,}1148$

Správně tipovaných 5 čísel z 10 tažených

$\eta_6 = 5{,}143 \cdot 10^{-2} \cdot 3 = 0{,}1543$

Správně tipovaných 0 čísel z 10 tažených

$\eta_7 = 4{,}579 \cdot 10^{-2} \cdot 1 = 0{,}0458$

Koeficient výhodnosti získáme dle vztahu (13.1.2) prostým součtem dílčích koeficientů. Proto tedy je roven číslu 0,4984.

$$\eta = \sum_{i=1}^{7} \eta_i = 0{,}4984$$

4.3 Euromiliony

Euromiliony jsou číselnou loterií, ve které se tipuje 7 čísel z 35 a 1 číslo z 5. Sázenka obsahuje 6 sloupců. Losování probíhá zpravidla jednou týdně. Losuje se ze dvou osudí, z prvního osudí se vylosuje 7 čísel z 35 a ze druhého osudí 1 číslo z 5. Výše minimálního vkladu za jednu sázku je 30 Kč, dále pak může sázející vsadit násobek minimálního vkladu až do výše 200 Kč. Výše výhry závisí na výši herní jistiny, tedy úhrnu sázkových vkladů přijatých v příslušném sázkovém období. Výherní jistina je tvořena polovinou herní jistiny. Výhry v 1. až 10. pořadí jsou rozděleny podle tabulky 3.

Tabulka 3

VÝHERNÍ JISTINA - EUROMILIONY			
Pořadí	Počet uhodnutých čísel		Výhra
	z 1. osudí	z 2. osudí	
1.	7	1	18 % z výherní jistiny, min. však 10 mil. Kč
2.	7	0	4 % z výherní jistiny
3.	6	1	4 % z výherní jistiny
4.	6	0	5 % z výherní jistiny
5.	5	1	5 % z výherní jistiny
6.	5	0	5 % z výherní jistiny
7.	4	1	7 % z výherní jistiny
8.	4	0	13 % z výherní jistiny
9.	3	1	16 % z výherní jistiny
10.	0	1	23 % z výherní jistiny

4.3.1 Statistická analýza

4.3.1.1 Výpočet pravděpodobnosti

První osudí:

V případě losování z prvního osudí se jedná o náhodnou veličinu s hypergeometrickým rozdělením H(35,7,7). K výpočtu pravděpodobnosti použijeme vztah (11.1.1).

Správně tipovaných 7 čísel ze 7 tažených

$$P(X_7 = 7) = \frac{1}{\binom{35}{7}} \cdot \binom{7}{7} \cdot \binom{35-7}{7-7} = 1{,}48 \cdot 10^{-7}$$

Správně tipovaných 6 čísel ze 7 tažených

$$P(X_7 = 6) = \frac{1}{\binom{35}{7}} \cdot \binom{7}{6} \cdot \binom{28}{1} = 2{,}915 \cdot 10^{-5}$$

Správně tipovaných 5 čísel ze 7 tažených

$$P(X_7 = 5) = \frac{1}{\binom{35}{7}} \cdot \binom{7}{5} \cdot \binom{28}{2} = 1{,}1185 \cdot 10^{-3}$$

Správně tipovaných 4 čísel ze 7 tažených

$$P(X_7 = 4) = \frac{1}{\binom{35}{7}} \cdot \binom{7}{4} \cdot \binom{28}{3} = 1{,}705 \cdot 10^{-2}$$

Správně tipovaných 3 čísel ze 7 tažených

$$P(X_7 = 3) = \frac{1}{\binom{35}{7}} \cdot \binom{7}{3} \cdot \binom{28}{4} = 1{,}066 \cdot 10^{-1}$$

Správně tipovaných 0 čísel ze 7 tažených

$$P(X_7 = 0) = \frac{1}{\binom{35}{7}} \cdot \binom{7}{0} \cdot \binom{28}{7} = 1{,}761 \cdot 10^{-1}$$

Druhé osudí:

V případě losování z druhého osudí se jedná o náhodnou veličinu s hypergeometrickým rozdělením H(5,1,1). K výpočtu pravděpodobnosti použijeme opět vztah (11.1.1).

Správně tipovaných 1 čísel z 5 tažených

$$P(X_5 = 1) = \frac{1}{\binom{5}{1}} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{4}{0} = 2 \cdot 10^{-1}$$

Správně tipovaných 0 čísel z 5 tažených

$$P(X_5 = 0) = \frac{1}{\binom{5}{1}} \cdot \binom{1}{0} \cdot \binom{4}{1} = 8 \cdot 10^{-1}$$

Výpočet celkové pravděpodobnosti

Počet správně tipovaných čísel z prvního a druhého osudí, který je nutný k výhře v 1. až 10. pořadí, je zadáno v tabulce 3. Losování z prvního osudí je nezávislé na losování z druhého osudí. Tedy náhodný jev „správně tipovaných n_1 čísel z m_1 vylosovaných v prvním osudí“ nezávisí na výskytu jevu „správně tipovaných n_2 čísel z m_2 vylosovaných v druhém osudí“ Výpočet pravděpodobnosti výhry v 1. až 10. pořadí provedeme podle vztahu (8.1.1) vynásobením příslušných pravděpodobností.

Výhra v 1. pořadí (7 + 1)

$P(X_7 = 7) . P(X_5 = 1) = 1{,}48 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^{-1} = 2{,}9 \cdot 10^{-8}$

Výhra v 2. pořadí (7 + 0)

$1{,}48 \cdot 10^{-7} \cdot 8 \cdot 10^{-1} = 1.18 \cdot 10^{-7}$

Výhra v 3. pořadí (6 + 1)

$2{,}915 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^{-1} = 5{,}829 \cdot 10^{-6}$

Výhra v 4. pořadí (6 + 0)

$2{,}915 \cdot 10^{-5} \cdot 8 \cdot 10^{-1} = 2{,}332 \cdot 10^{-5}$

Výhra v 5. pořadí (5 + 1)

$1{,}118 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-1} = 2{,}361 \cdot 10^{-4}$

Výhra v 6. pořadí (5 + 0)

$1,118 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-1} = 9,444 \cdot 10^{-4}$

Výhra v 7. pořadí (4 + 1)

$1,705 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-1} = 3,41 \cdot 10^{-3}$

Výhra v 8. pořadí (4 + 0)

$1,705 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^{-1} = 1,364 \cdot 10^{-2}$

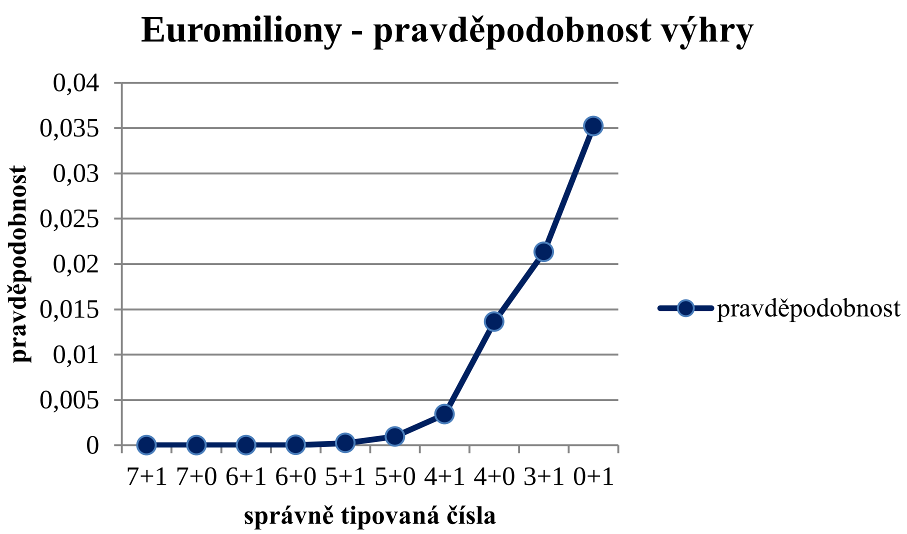
Výhra v 9. pořadí (3 + 1)

$1,066 \cdot 10^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-1} = 2,131 \cdot 10^{-2}$

Výhra v 10. pořadí (0 + 1)

$1,761 \cdot 10^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 3,522 \cdot 10^{-2}$

Graf 4



4.3.1.2 Výpočet koeficientu výhodnosti

I v případě této loterijní hry je výše udělovaných výher odvozena od výherní jistiny a tvoří ji polovina celkových vkladů. Koeficient výhodnosti η je roven jedné polovině.

$$\eta = 0,5$$

4.4 Keno

Loterijní hra Keno spočívá v tom, že sázející si může zvolit počet vsazených čísel od 1 do 10 čísel. Čísla volí od 1 do 70. Losuje se 20 čísel. Pokud sázející správně tipuje 1 až 10 čísel nebo dokonce pokud se žádné z tipovaných čísel neshoduje s vylosovanými čísly pro příslušný tah, získává výhru. Losování probíhá každý den v intervalu po pěti minutách. Vsadit je možné v rozmezí od 5 Kč do 100 Kč. Výše výhry je odvozena od základního vkladu, který sázející vloží do jednotlivé hry, a od počtu uhodnutých čísel. Konkrétní čísla jsou uvedena tabulce (viz tabulka 4).

Pro účely této práce pravidla loterijní hry Keno zjednodušíme. Budeme uvažovat, že je možné tipovat právě 10 čísel.

Tabulka 4

70 celkem 20tažených	**Počet tipovaných čísel**									
Počet uhodnutých čísel	**10**	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**
10	100 000									
9	2 500	25 000								
8	200	500	6 000							
7	20	50	250	2 500						
6	5	10	25	70	400					
5	2	3	5	10	20	125				
4			1	2	4	10	30			
3					1	2	3	12		
2							1	2	7	
1										2
0	2	3								

4.4.1 Statistická analýza

4.4.1.1 Výpočet pravděpodobnosti

V případě loterijní hry Keno se jedná o náhodnou veličinu s hypergeometrickým rozdělením H(70,10,20), k výpočtu pravděpodobnosti, s kterou vyhraje sázející cenu v určitém pořadí, použijeme vztah (11.1.1).

Správně tipovaných 10 čísel z 20 tažených

$$P(X = 10) = \frac{1}{\binom{70}{20}} \cdot \binom{10}{10} \cdot \binom{70-10}{20-10} = 4{,}657 \cdot 10^{-7}$$

Správně tipovaných 9 čísel z 20 tažených

$$P(X = 9) = \frac{1}{\binom{70}{20}} \cdot \binom{10}{9} \cdot \binom{60}{11} = 2{,}117 \cdot 10^{-5}$$

Správně tipovaných 8 čísel z 20 tažených

$$P(X = 8) = \frac{1}{\binom{70}{20}} \cdot \binom{10}{8} \cdot \binom{60}{12} = 3{,}890 \cdot 10^{-4}$$

Správně tipovaných 7 čísel z 20 tažených

$$P(X = 7) = \frac{1}{\binom{70}{20}} \cdot \binom{10}{7} \cdot \binom{60}{13} = 3{,}830 \cdot 10^{-3}$$

Správně tipovaných 6 čísel z 20 tažených

$$P(X = 6) = \frac{1}{\binom{70}{20}} \cdot \binom{10}{6} \cdot \binom{60}{14} = 2{,}250 \cdot 10^{-2}$$

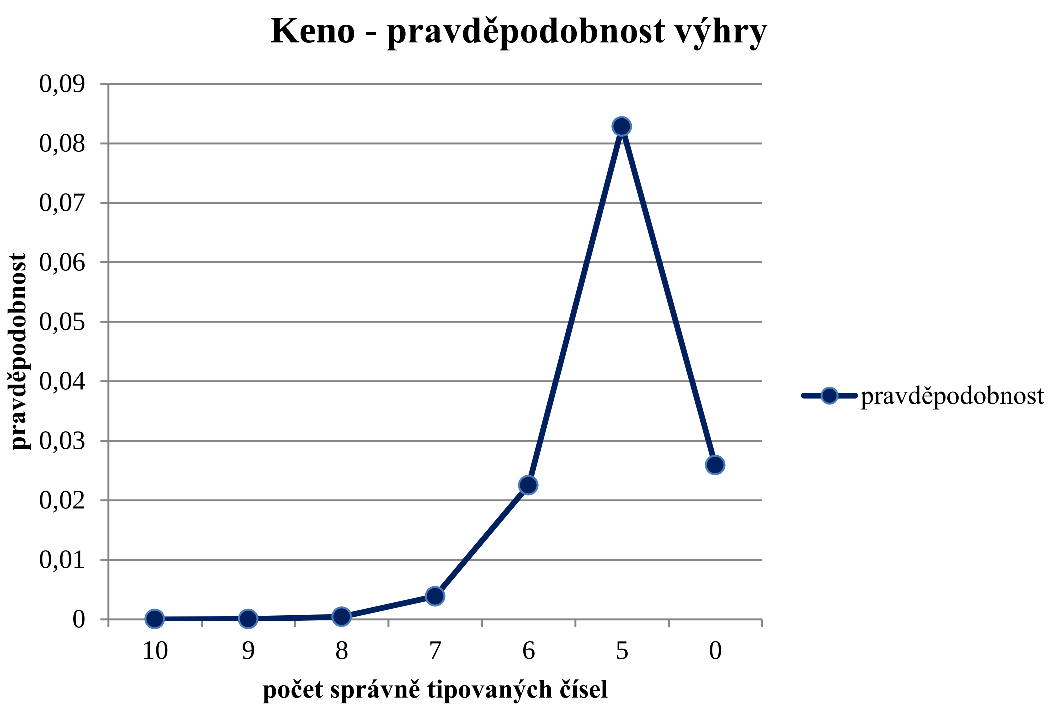
Správně tipovaných 5 čísel z 20 tažených

$$P(X = 5) = \frac{1}{\binom{70}{20}} \cdot \binom{10}{5} \cdot \binom{60}{15} = 8{,}281 \cdot 10^{-2}$$

Správně tipovaných 0 čísel z 20 tažených

$$P(X = 0) = \frac{1}{\binom{70}{20}} \cdot \binom{10}{0} \cdot \binom{60}{20} = 2{,}590 \cdot 10^{-2}$$

Graf 5



4.4.1.2 Výpočet koeficientu výhodnosti

Nejprve vypočteme dílčí koeficienty výhodnosti.

Správně tipovaných 10 čísel z 20 tažených

$$\eta_1 = 4{,}657 \cdot 10^{-7}. 100\,000 = 0{,}0466$$

Správně tipovaných 9 čísel z 20 tažených

$$\eta_2 = 2{,}117 \cdot 10^{-5}\,. 2\,500 = 0{,}0529$$

Správně tipovaných 8 čísel z 20 tažených

$$\eta_3 = 3{,}890 \cdot 10^{-4}\,. 200 = 0{,}0778$$

Správně tipovaných 7 čísel z 20 tažených

$$\eta_4 = 3{,}830 \cdot 10^{-3}\,. 20 = 0{,}766$$

Správně tipovaných 6 čísel z 20 tažených

$$\eta_5 = 2{,}250 \cdot 10^{-2} \,.\, 5 = 0{,}113$$

Správně tipovaných 5 čísel z 20 tažených

$$\eta_6 = 8{,}281 \cdot 10^{-2} \,.\, 2 = 0{,}166$$

Správně tipovaných 0 čísel z 20 tažených

$$\eta_7 = 2{,}590 \cdot 10^{-2} \,.\, 2 = 0{,}052$$

Koeficient výhodnosti získáme podobně jako u hry Šťastných deset součtem dílčích koeficientů. Postupujeme podle vztahu (13.1.2). Proto tedy je roven číslu 0,5838.

$$\eta = \sum_{i=1}^{7} \eta_i = 0{,}5838$$

4.5 Kostky

Tato sázková hra spočívá v tom, že se tipuje součet čísel nebo figury, tj. rozložení hodnot, na 6 kostkách. V každém slosování, které probíhá zpravidla každý den v pětiminutových intervalech, je vylosováno 6 čísel, která odpovídají hodnotám na hracích kostkách. V této práci budeme pro jednoduchost uvažovat pouze sázky na výherní součet.

V následující tabulce (viz tabulka 5) je uvedena výše výhry pro daný typ sázky. Vsadit je možné od 5 Kč do 100 Kč. Výše výhry je odvozena od vsazené částky, je násobkem vkladu a čísla uvedeného v tabulce výher.

Tabulka 5

Výherní součet	**Výherní součet**	**Výherní násobek**	**Výherní figury**	**Výherní násobek**
6	**36**	25 000 x	**generál**	4 400 x
7	**35**	4 400 x	**pětice**	147 x
8	**34**	1 250 x	**čtveřice**	12 x
9	**33**	474 x	**2 x trojice**	88 x
10	**32**	210 x	**3 x dvojice**	14 x
11	**31**	105 x	**postupka**	36 x
12	**30**	55 x	**jedničky**	25 000 x
13	**29**	35 x	**dvojky**	25 000 x
14	**28**	22 x	**trojky**	25 000 x
15	**27**	15 x	**čtyřky**	25 000 x
16	**26**	12 x	**pětky**	25 000 x
17	**25**	9 x	**šestky**	25 000 x
18	**24**	8 x	**sudé**	36 x
19	**23**	7 x	**liché**	36 x
20	**22**	6 x	**nízké**	36 x
21		6 x	**vysoké**	36 x

4.5.1 Statistická analýza

Pokud chceme určit, kolika způsoby lze při hodu 6 kostkami získat požadovaný součet, můžeme použít vztah (3.1.1). Tuto úlohu lze řešit převedením na úlohu, jejíž výpočet je jednodušší. Budeme zjišťovat, kolika způsoby lze při hodu dvěma trojicemi kostek získat požadovaný součet.

Vycházíme z předpokladu, že pokud chceme mít na 6 kostkách součet S, kde S = 6,7,…,36, a máme-li na první trojici kostek součet s, potom na druhé trojici musí nutně být součet s´= S – s, kde s, s´= 3,4,…,18. Při výpočtu pravděpodobnosti je nutné zahrnout všechny možnosti, kterými je možné dostat součet S. Tedy pokud je například součet S = 8, potom s a s´ budou postupně nabývat těchto hodnot: s = 3 a s´= 5, s = 4 a s´= 4, s = 5 a s´= 3.

Na základě těchto předpokladů definujme funkci:

(14.1.1) $$F(6, N) = \sum_{j=0}^{N-6} F(3,3+j).F(3, N-3-j),$$

kde N je požadovaný součet.

Funkci F(3,k), kde k=3,4,…18, nadefinujeme následujícím způsobem:

F(3,3) = F(3,18) = 1

F(3,4) = F(3,17) = 3

F(3,5) = F(3,16) = 6

F(3,6) = F(3,15) = 10

F(3,7) = F(3,14) = 15

F(3,8) = F(3,13) = 21

F(3,9) = F(3,12) = 25

F(3,10) = F(3,11) = 27

Šestici kostek rozdělíme na 2 skupiny po 3 kostkách. Vycházíme z předpokladu, že součet na třech kostkách nabývá hodnot od 3 do 18. K určení počtu všech možností, jak získáme při hodu 3 kostkami součet s, tedy hodnotu funkce F(3,s), kde s = 1,2,…,18, použijeme vztah (3.1.1). V tabulce 6 je názorně popsáno, jakými způsoby je možné dosáhnout určitých součtů při hodu 3 kostkami. Pro příklad jsou uvedeny součty 3, 4, 5, 18, 17, 16 a 15. Součet 3 je tvořen součtem tří stejných čísel (na kostce A, B i C padne 1) a totéž platí i pro součet 18 (na kostce A, B i C padne 6). Počet permutací s opakováním je tedy stejný, a proto F(3,3) = F(3,18).

Tabulka 6

součet (k)		**kostka A**		**kostka B**		**kostka C**		**počet permutací s opakováním**	**F(3,k)**
3	**18**	1	6	1	6	1	6	1	**F(3,3) = F(3,18) =1**
4	**17**	1	6	1	6	2	5	3	**F(3,4) = F(3,17) =3**
5	**16**	1	6	1	6	3	4	3	**F(3,5) = F(3,16) =6**
		1	6	2	5	2	5	3	
6	**15**	1	6	1	6	4	3	3	**F(3,6) = F(3,15) =10**
		1	6	2	5	3	4	6	
		2	5	2	5	2	5	1	

Podle vztahu (3.1.1) získáme hodnotu funkce pro součet 3 a 18, 4 a 17, 5 a 16, 6 a 15 (viz tabulka 6):

$$F(3,3) = F(3,18) = \frac{3!}{3!} = 1$$

$$F(3,4) = F(3,17) = \frac{3!}{2!.1!} = 3$$

$$F(3,5) = F(3,16) = \frac{3!}{2!.1!} + \frac{3!}{2!.1!} = 6$$

$$F(3,6) = F(3,15) = \frac{3!}{2!.1!} + \frac{3!}{1!.1!.1!} + \frac{3!}{3!} = 6$$

Nyní provedeme dle vztahu (14.1.1) výpočet hodnot funkce F(6,N) pro N = 6, 7, 8.

$$\mathrm{F}(6,6) = \sum_{\mathrm{j}=0}^{6-6} \mathrm{F}(3,3+\mathrm{j}).\,\mathrm{F}(3,6-3-\mathrm{j}) = \mathrm{F}(3,3+0).\,\mathrm{F}(3,6-3-0) =$$

$$= \mathrm{F}(3,3).\,\mathrm{F}(3,3) = 1.1 = 1$$

$$\mathrm{F}(6,7) = \sum_{\mathrm{j}=0}^{7-6} \mathrm{F}(3,3+\mathrm{j}).\,\mathrm{F}(3,7-3-\mathrm{j}) =$$

$$= \mathrm{F}(3,3+0).\,\mathrm{F}(3,7-3-0) + \mathrm{F}(3,3+1).\,\mathrm{F}(3,7-3-1) =$$

$$= \mathrm{F}(3,3).\,\mathrm{F}(3,4) + \mathrm{F}(3,4).\,\mathrm{F}(3,3) = 1.3 + 3.1 = 6$$

$$F(6,8) = \sum_{j=0}^{8-6} F(3,3+j).F(3,8-3-j) = F(3,3+0).F(3,8-3-0) +$$

$$+F(3,3+1).F(3,8-3-1) + F(3,3+2).F(3,8-3-2) =$$

$$= F(3,3).F(3,5) + F(3,4).F(3,4) + F(3,5).F(3,3) =$$

$$= 1.6 + 3.3 + 6.1 = 21$$

Pro další součty postupujeme analogicky.

Pro výpočet pravděpodobnosti, s jakou padne určitý součet, je nutné zjistit počet všech uspořádaných šestic, které dostaneme při hodu 6 kostkami. Jedná se o variace s opakováním, proto podle vztahu (4.1.1) dostaneme jejich počet:

$$V'_{k,n} = 6^6 = 46\,656$$

4.5.1.1 Výpočet pravděpodobnosti

Součet 6 a součet 36

$$p_{6,36} = \frac{F(6,6)}{V'_{6,6}} = \frac{F(6,36)}{V'_{6,6}} = \frac{1}{6^6} = 2{,}143\,.\,10^{-5}$$

Součet 7 a součet 35

$$p_{7,35} = \frac{F(6,7)}{V'_{6,6}} = \frac{F(6,35)}{V'_{6,6}} = \frac{6}{6^6} = 1{,}286\,.\,10^{-4}$$

Součet 8 a součet 34

$$p_{8,34} = \frac{21}{6^6} = 4{,}501\,.\,10^{-4}$$

Součet 9 a součet 33

$$p_{9,33} = \frac{56}{6^6} = 1{,}200\,.\,10^{-3}$$

Součet 10 a součet 32

$$p_{10,32} = \frac{126}{6^6} = 2{,}700\,.\,10^{-3}$$

Součet 11 a součet 31

$$p_{11,31} = \frac{252}{6^6} = 5{,}401\,.\,10^{-3}$$

Součet 12 a součet 30

$$p_{12,30} = \frac{456}{6^6} = 9{,}774\,.\,10^{-3}$$

Součet 13 a součet 29

$$p_{13,29} = \frac{756}{6^6} = 1{,}620\,.\,10^{-2}$$

Součet 14 a součet 28

$$p_{14,28} = \frac{1161}{6^6} = 2{,}488\,.\,10^{-2}$$

Součet 15 a součet 27

$$p_{15,27} = \frac{1666}{6^6} = 3{,}571\,.\,10^{-2}$$

Součet 16 a součet 26

$$p_{16,26} = \frac{2247}{6^6} = 4{,}816\,.\,10^{-2}$$

Součet 17 a součet 25

$$p_{17,25} = \frac{2856}{6^6} = 6{,}121\,.\,10^{-2}$$

Součet 18 a součet 24

$$p_{18,24} = \frac{3431}{6^6} = 7{,}353\,.\,10^{-2}$$

Součet 19 a součet 23

$$p_{19,23} = \frac{3906}{6^6} = 8{,}372\,.\,10^{-2}$$

Součet 20 a součet 22

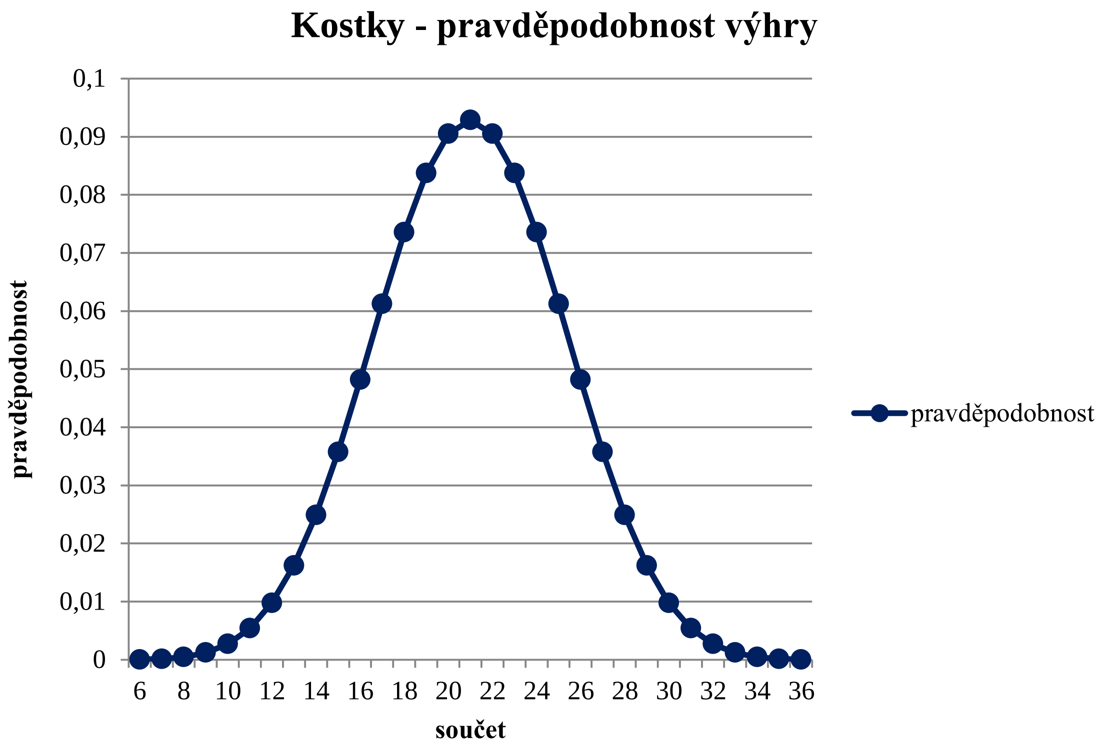
$$p_{20,22} = \frac{4221}{6^6} = 9{,}047\,.\,10^{-2}$$

Součet 21

$$p_{21} = \frac{4332}{6^6} = 9{,}285\,.\,10^{-2}$$

Pravděpodobnosti výskytu jednotlivých součtů, které jsme zde vypočítali, jsou znázorněny v následujícím grafu 6.

Graf 6



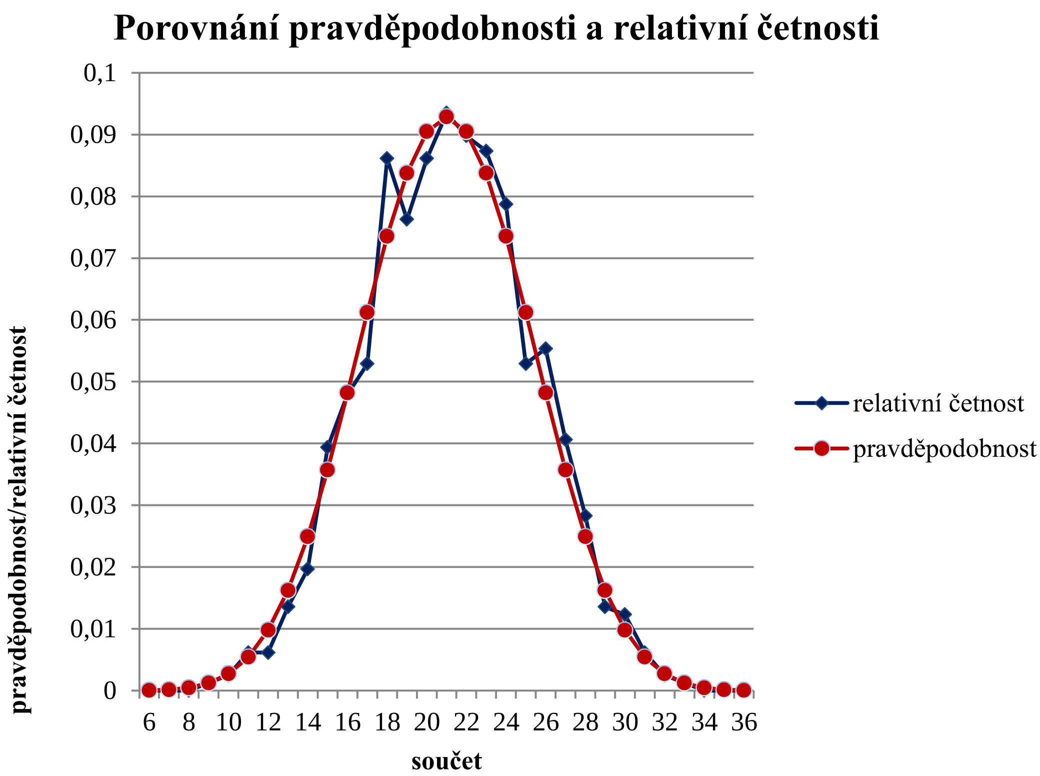
Zajímavé je porovnat námi vypočítanou pravděpodobnost výskytu jednotlivých součtů s relativní četností těchto součtů. Z archivu výsledků losování hry Kostky, který je přístupný na stránkách Sazky, byly náhodně vybrány tyto dny: 20.1.2012, 25.1.2012 a 30.1.2012. Každý den bylo provedeno 271 slosování. V tabulce (viz tabulka 7) jsou zpracovány výsledky 813 slosování, tj. všech losování, která proběhla v uvedených třech dnech.

Tabulka 7

Součet	**Četnost - slosování 20.1.2012**	**Četnost - slosování 25.1.2012**	**Četnost - slosování 30.1.2012**	**Relativní četnost**	**Pravděpodobnost**
6	0	0	0	**0,00000000000**	**0,00002143347**
7	0	0	0	**0,00000000000**	**0,00012860082**
8	0	0	0	**0,00000000000**	**0,00045010288**
9	1	0	0	**0,00123001230**	**0,00120027435**
10	0	2	0	**0,00246002460**	**0,00270061728**
11	3	1	1	**0,00615006150**	**0,00540123457**
12	4	0	1	**0,00615006150**	**0,00977366255**
13	4	4	3	**0,01353013530**	**0,01620370370**
14	5	5	6	**0,01968019680**	**0,02488425926**
15	10	12	10	**0,03936039360**	**0,03570816187**
16	10	17	12	**0,04797047970**	**0,04816100823**
17	16	13	14	**0,05289052891**	**0,06121399177**
18	23	29	18	**0,08610086101**	**0,07353823731**
19	20	27	15	**0,07626076261**	**0,08371913580**
20	21	21	28	**0,08610086101**	**0,09047067901**
21	24	23	29	**0,09348093481**	**0,09284979424**
22	32	18	23	**0,08979089791**	**0,09047067901**
23	27	23	21	**0,08733087331**	**0,08371913580**
24	19	19	26	**0,07872078721**	**0,07353823731**
25	8	19	16	**0,05289052891**	**0,06121399177**
26	16	12	17	**0,05535055351**	**0,04816100823**
27	9	12	12	**0,04059040590**	**0,03570816187**
28	10	8	5	**0,02829028290**	**0,02488425926**
29	5	2	4	**0,01353013530**	**0,01620370370**
30	2	1	7	**0,01230012300**	**0,00977366255**
31	1	2	2	**0,00615006150**	**0,00540123457**
32	1	0	1	**0,00246002460**	**0,00270061728**
33	0	1	0	**0,00123001230**	**0,00120027435**
34	0	0	0	**0,00000000000**	**0,00045010288**
35	0	0	0	**0,00000000000**	**0,00012860082**
36	0	0	0	**0,00000000000**	**0,00002143347**

Rozdíl mezi hodnotou relativní četnosti a pravděpodobnosti výskytu jednotlivých součtů (viz tabulka 7) znázorňuje graf 7. Pravděpodobnost, kterou jsme vypočítali, vycházela z klasické definice pravděpodobnosti (definice 6). Určili jsme ji výpočtem před provedením pokusu. Zpracováním výsledků z 813 již uskutečněných slosování jsme určili relativní četnost výskytu jednotlivých součtů. Pokud bychom zvyšovali počet pokusů, pomocí kterých bychom určovali relativní četnost výskytu jednotlivých součtů, relativní četnost výskytu jednotlivých součtů by se blížila pravděpodobnosti. Tento fakt vyplývá ze statistické definice pravděpodobnosti (definice 7).

Graf 7



4.5.1.2 Výpočet koeficientu výhodnosti

Vzhledem k tomu, že při hře Kostky sázíme na výherní součet nebo na figuru, je výpočet koeficientu výhodnosti složitější. V této práci se zabýváme pouze pravděpodobností jednotlivých výherních součtů. Hru Kostky tedy lze chápat tak, že je složena ze samostatných částí, a to podle hodnoty výherního součtu. Každý výherní součet může nastat s určitou pravděpodobností. Proto i koeficient výhodnosti je nutné počítat zvlášť pro každou část, tedy pro každý výherní součet zvlášť. Pro výpočet koeficientu výhodnosti pro jednotlivé části hry Kostky využijeme krom vypočítaných pravděpodobností také tabulku 5, kde jsou dány výherní násobky pro určité výherní součty.

V tomto případě k výpočtu koeficientu výhodnosti použijeme vztah (13.1.2).

Součet 6 a součet 36

$$\eta_6 = \eta_{36} = \frac{1}{6^6} \,.\, 25\,000 = 0{,}5358$$

Součet 7 a součet 35

$$\eta_7 = \eta_{35} = \frac{6}{6^6} \,.\, 4\,400 = 0{,}5658$$

Součet 8 a součet 34

$$\eta_8 = \eta_{34} = \frac{21}{6^6} \,.\, 1\,250 = 0{,}5626$$

Součet 9 a součet 33

$$\eta_9 = \eta_{33} = \frac{56}{6^6} \,.\, 474 = 0{,}5689$$

Součet 10 a součet 32

$$\eta_{10} = \eta_{32} = \frac{126}{6^6} \,.\, 210 = 0{,}5671$$

Součet 11 a součet 31

$$\eta_{11} = \eta_{31} = \frac{252}{6^6} \,.\, 105 = 0{,}5671$$

Součet 12 a součet 30

$$\eta_{12} = \eta_{30} = \frac{456}{6^6} \,.\, 55 = 0{,}5376$$

Součet 13 a součet 29

$$\eta_{13} = \eta_{29} = \frac{756}{6^6} \, . \, 35 = 0{,}5671$$

Součet 14 a součet 28

$$\eta_{14} = \eta_{28} = \frac{1161}{6^6} \, . 22 = 0{,}5475$$

Součet 15 a součet 27

$$\eta_{15} = \eta_{27} = \frac{1666}{6^6} \, . \, 15 = 0{,}5356$$

Součet 16 a součet 26

$$\eta_{16} = \eta_{26} = \frac{2247}{6^6} \, . 12 = 0{,}5779$$

Součet 17 a součet 25

$$\eta_{17} = \eta_{25} = \frac{2856}{6^6} \, . 9 = 0{,}5509$$

Součet 18 a součet 24

$$\eta_{18} = \eta_{24} = \frac{3431}{6^6} \, . 8 = 0{,}5883$$

Součet 19 a součet 23

$$\eta_{19} = \eta_{23} = \frac{3906}{6^6} \, . 7 = 0{,}5860$$

Součet 20 a součet 22

$$\eta_{20} = \eta_{22} = \frac{4221}{6^6} \, . 6 = 0{,}5428$$

Součet 21

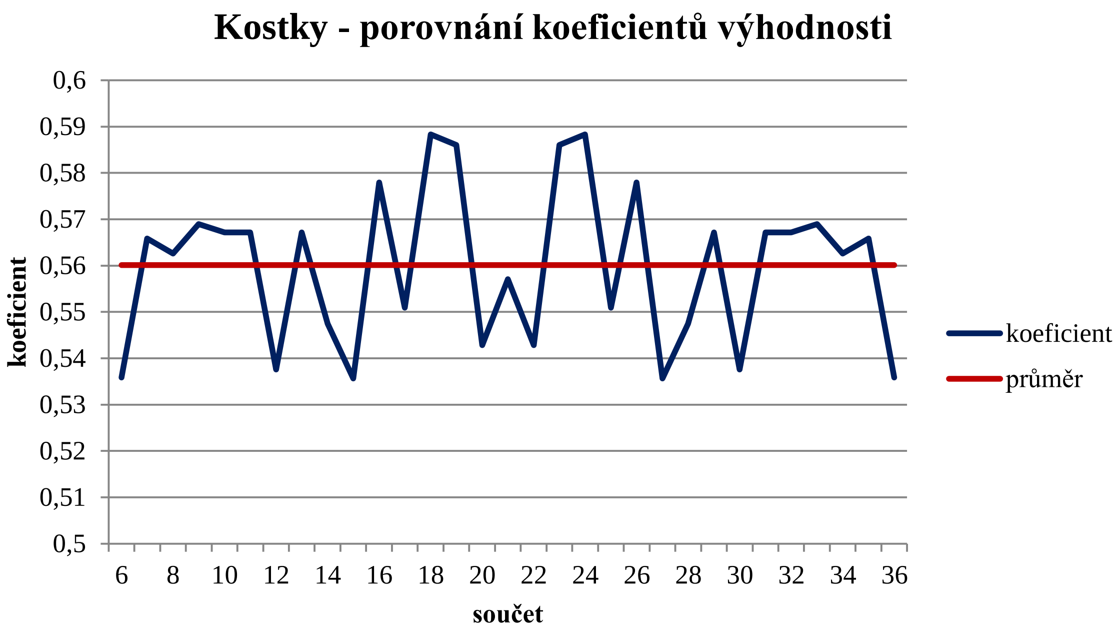
$$\eta_{21} = \frac{4332}{6^6} \, . 6 = 0{,}5571$$

Abychom mohli porovnat koeficient výhodnosti s ostatními loterijními hrami, výsledný koeficient vypočítáme jako prostý aritmetický průměr jednotlivých koeficientů.

$$\eta = \frac{1}{31}\sum_{i=6}^{36}\eta_i = 0{,}5601$$

Následující graf (viz graf 8) znázorňuje koeficient výhodnosti pro jednotlivé součty a porovnává je s výsledným koeficientem výhodnosti - průměrem jednotlivých koeficientů. Z grafu je patrné, že nejvýhodnější volbou je vsadit součet 18 nebo 24, naopak nejméně výhodné je vsadit součet 15 a 27.

Graf 8



5 Fortuna – přehled loterijních her, pravděpodobnost výhry

5.1 Zlatých 11

V loterijní hře Zlatých 11 si sázející může zvolit počet vsazených čísel od 1 do 11 čísel. Čísla volí od 1 do 80. V každém slosování je vylosováno 20 čísel. Pokud sázející správně tipuje 1 až 11 čísel, získává výhru. Losování probíhá každý kalendářní den. Vsadit je možné v rozmezí od 5 Kč do 100 Kč. Výše výhry je odvozena od základního vkladu, který sázející vloží do jednotlivé hry, a od počtu uhodnutých čísel. Konkrétní čísla jsou uvedena tabulce (viz tabulka 8). Pro účely této práce pravidla loterijní hry Zlatých 11 zjednodušíme. Budeme uvažovat, že je možné tipovat právě 11 čísel.

Tabulka 8

HRA		POČET TIPOVANÝCH ČÍSEL										
ZLATÝCH 11		11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
POČET UHODNUTÝCH ČÍSEL	11	3 000 000x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	10	20 000x	500 000x	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	9	1 000x	5 000x	60 000x	-	-	-	-	-	-	-	-
	8	100x	300x	2 000x	30 000x	-	-	-	-	-	-	-
	7	10x	10x	50x	300x	2 000x	-	-	-	-	-	-
	6	2x	5x	20x	30x	20x	1 000x	-	-	-	-	-
	5	1x	2x	2x	4x	4x	5x	100x	-	-	-	-
	4	-	1x	1x	1x	2x	2x	10x	50x	-	-	-
	3	-	-	-	-	1x	1x	1x	3x	26x	-	-
	2	-	-	-	-	-	-	-	1x	1x	8x	-
	1	1x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2x
	0	2x	1x	1x	1x	1x	1x	1x	-	-	-	-

5.1.1 Statistická analýza

5.1.1.1 Výpočet pravděpodobnosti

V případě Zlatých 11 se jedná o náhodnou veličinu s hypergeometrickým rozdělením H(80,11,20), k výpočtu pravděpodobnosti, s kterou vyhraje sázející cenu v určitém pořadí, použijeme vztah (11.1.1).

Správně tipovaných 11 čísel z 20 tažených

Pro výhru v prvním pořadí uvažujme hypergeometrické rozdělení H(80,11,20), proto pravděpodobnost výhry v 1. pořadí vypočítáme takto:

$$P(X = 11) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{11}{11} \cdot \binom{80-11}{20-11} = 1{,}603 \cdot 10^{-8}$$

Správně tipovaných 10 čísel z 20 tažených

$$P(X = 10) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{11}{10} \cdot \binom{69}{10} = 1{,}058 \cdot 10^{-6}$$

Správně tipovaných 9 čísel z 20 tažených

$$P(X = 9) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{11}{9} \cdot \binom{69}{11} = 2{,}837 \cdot 10^{-5}$$

Správně tipovaných 8 čísel z 20 tažených

$$P(X = 8) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{11}{8} \cdot \binom{69}{12} = 4{,}114 \cdot 10^{-4}$$

Správně tipovaných 7 čísel z 20 tažených

$$P(X = 7) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{11}{7} \cdot \binom{69}{13} = 3{,}608 \cdot 10^{-3}$$

Správně tipovaných 6 čísel z 20 tažených

$$P(X = 6) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{11}{6} \cdot \binom{69}{14} = 2{,}020 \cdot 10^{-3}$$

Správně tipovaných 5 čísel z 20 tažených

$$P(X = 5) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{11}{5} \cdot \binom{69}{15} = 7{,}408 \cdot 10^{-2}$$

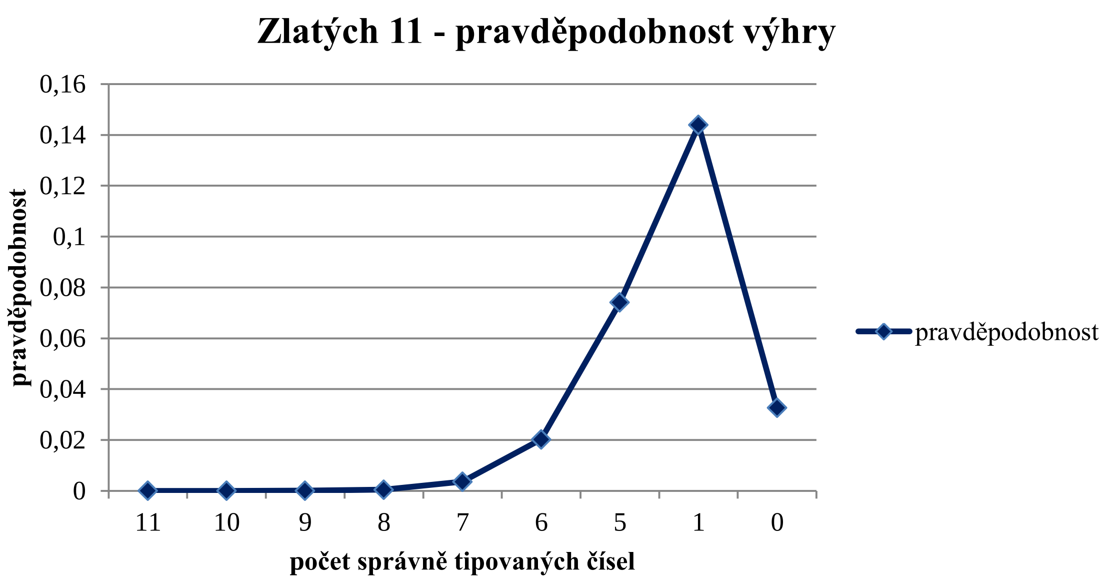
Správně tipovaných 1 čísel z 20 tažených

$$P(X = 1) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{11}{1} \cdot \binom{69}{19} = 1{,}439 \cdot 10^{-1}$$

Správně tipovaných 0 čísel z 20 tažených

$$P(X = 0) = \frac{1}{\binom{80}{20}} \cdot \binom{11}{0} \cdot \binom{69}{20} = 3{,}271 \cdot 10^{-2}$$

Graf 9



5.1.1.1 *Výpočet koeficientu výhodnosti*

Nejprve vypočteme dílčí koeficienty výhodnosti.

Správně tipovaných 11 čísel z 20 tažených

$$\eta_1 = 1{,}603 \cdot 10^{-8} \cdot 3\,000\,000 = 0{,}0481$$

Správně tipovaných 10 čísel z 20 tažených

$$\eta_2 = 1{,}058 \cdot 10^{-6} \cdot 20\,000 = 0{,}0212$$

Správně tipovaných 9 čísel z 20 tažených

$\eta_3 = 2{,}837 \cdot 10^{-5} \cdot 1\,000 = 0{,}0284$

Správně tipovaných 8 čísel z 20 tažených

$\eta_4 = 4{,}114 \cdot 10^{-4} \cdot 100 = 0{,}0411$

Správně tipovaných 7 čísel z 20 tažených

$\eta_5 = 3{,}608 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 0{,}0361$

Správně tipovaných 6 čísel z 20 tažených

$\eta_6 = 2{,}020 \cdot 10^{-2} \cdot 2 = 0{,}0404$

Správně tipovaných 5 čísel z 20 tažených

$\eta_7 = 7{,}408 \cdot 10^{-2} \cdot 1 = 0{,}0741$

Správně tipované 1 číslo z 20 tažených

$\eta_8 = 1{,}439 \cdot 10^{-1} \cdot 1 = 0{,}144$

Správně tipovaných 0 čísel z 20 tažených

$\eta_9 = 3{,}271 \cdot 10^{-2} \cdot 2 = 0{,}0654$

Koeficient výhodnosti získáme dle vztahu (13.1.2) prostým součtem dílčích koeficientů. Proto je roven číslu 0,4987.

$$\eta = \sum_{i=1}^{9} \eta_i = 0{,}4987$$

6 Diskuze

Tato bakalářská práce se zabývá pravděpodobností výhry v loterijních hrách Sportka, Šťastných deset, Euromiliony, Keno, Kostky a Zlatých 11. Pro každou ze jmenovaných her byla provedena statistická analýza. Na základě zjištěných pravděpodobností výhry u jednotlivých loterijních her byl vypočítán koeficient výhodnosti. V následující tabulce (viz tabulka 9) jsou seřazeny loterijní hry podle koeficientu výhodnosti, a to od nejvýhodnější hry po tu nejméně výhodnou.

Tabulka 9

	Koeficient výhodnosti
Keno	0,5838
Kostky	0,5601
Sportka	0,5
Euromiliony	0,5
Zlatých 11	0,4987
Šťastných deset	0,4984

Výše výherní jistiny nemůže být stanovena libovolně. Upravuje ji zákon č. 202/1990 Sb., o loteriích a jiných podobných hrách. Podle § 4 tohoto zákona úhrnná cena výher loterií a tombol nesmí být menší než 20 % a vyšší než 50 % herní jistiny. Ministerstvo může v odůvodněných případech, zejména za účelem vyššího zájmu o některé typy loterií, zvýšit úhrnnou cenu výher loterie až na 70 % herní jistiny. Je tedy zřejmé, že každá z vybraných her splňuje zákonnou výši výherní jistiny.

Hrou s nejmenším koeficientem výhodnosti je loterijní hra Šťastných deset. Pro sázejícího je nejméně výhodná. Z každého 1 000 Kč bychom mohli získat 498 korun. Z pohledu námi zavedeného koeficientu výhodnosti lze doporučit loterijní hru Keno. V této hře máme šanci z každého 1 000 Kč vyhrát 583 Kč. Pro úplnost dodejme, že pokud bychom neporovnávali ve hře Kostky výsledný koeficient výhodnosti, ale koeficienty výhodnosti pro jednotlivé součty, jako nejvýhodnější loterijní hra by se jevila hra Kostky - sázka na součet 18 nebo 24.

7 Závěr

U loterijních her Sportka, Šťastných deset, Euromiliony, Keno, Kostky a Zlatých 11 zkoumáme pravděpodobnost výhry. Na základě pravděpodobnosti výhry a údajů o rozdělení výherní jistiny podle pořadí výhry (Sportka, Euromiliony) či součtu (Kostky), nebo údajů o násobných koeficientech výher (Keno, Šťastných deset, Zlatých 11), je určen koeficient výhodnosti η, který vyjadřuje střední návratnost vkladu.

Pokud bychom měli hodnotit tyto hry pouze podle vypočteného koeficientu výhodnosti, střední návratnost vkladů je nejvyšší ve hře Keno, je tedy nejvýhodnější hrou. Koeficient výhodnosti se u všech zmíněných loterijních her pohybuje v rozmezí od 0,4984 do 0,5838 (viz tabulka 9), což znamená, že střední návratnost vkladů každé z těchto her je přibližně 50%. U hry s nejvyšší hodnotou koeficientu výhodnosti, u hry Keno, je střední návratnost vkladu 58,38%. Střední návratnost vkladů je tak malá, že hraní loterijních her nelze považovat za „výhodné“.

I když pravděpodobnost výhry je velice malá a z hlediska střední návratnosti vkladu je hraní loterijních her objektivně nevýhodné, matematický model nemůže přesně zachytit jedno důležité - štěstí. „Pokud jde o štěstí, nikdo nepochybuje, že právě on si je zaslouží. Jediné štěstí tento názor tak úplně nesdílí.“ (Komenda str. 65). Každý sázející totiž tajně doufá, že právě on bude tím, kdo bude mít štěstí a vyhraje. Uvedený citát nejlépe vystihuje podstatu toho, proč loterijní hry byly, jsou a budou stále oblíbené nejen u nás, ale i ve světě.

8 Seznam použitých zdrojů

1. ANDĚL, Jiří. MATEMATICKÁ STATISTIKA. PRAHA: SNTL, 1985. 04-003-85.

2. ANDĚL, Jiří. Statistické metody. Praha: MATFYZPRESS, 2003. ISBN 80-85863-27-8.

3. BARTSCH, Hans-Jochen. Matematické vzorce. 2. Praha: SNTL, 1987.

4. CALDA, Emil a Václav DUPAČ. Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika. Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 1993. ISBN 80-7015-444-6.

5. HINDLS, Richard, Stanislava HRONOVÁ, Jan SEGER a Jakub FISCHER. Statistika pro ekonomy. 8. vyd. Praha: Professional Publishing, 2007, 415 s. ISBN 978-80-86946-43-6 (VáZ.).

6. KOMENDA, Stanislav. Štěstí od tří do šesti. Praha: ALDA, 1999. ISBN 80-85600-62-5.

7. KÖNIGOVÁ, Marie. Matematicke a statisticke metody v informatice. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1988.

8. LIKEŠ, Jiří, Lubomír CYHELSKÝ a Richard HINDLS. Úvod do statistiky a pravděpodobnosti: pro studenty všech fakult VŠE. 1. vydání. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, 1993. ISBN 80-7079-028-8.

9. SEGER, Jan a Richard HINDLS. Statistické metody v ekonomii. Jinonice: H&H, 1993. ISBN ISBN 80-85787-26-1.

10. ŠTĚPÁN, Josef. Teorie pravděpodobnosti: Matematické základy; vysokoškolská učebnice pro studenty matematicko-fyzikálních fakult, skupiny studijních oborů - matematické vědy. 1. vydání. Praha: Academia, 1987.

11. ZVÁRA, Karel a Josef ŠTĚPÁN. Pravděpodobnost a matematická statistika. Vyd. 4. Praha: Matfyzpress, 2006, 230 s. ISBN 80-867-3271-1.

12. Fortuna Loterie. Fortuna Loterie: Zlatých 11 [online]. © Fortuna Loterie a.s., 2012 [cit. 2012-03-25]. Dostupné z: http://www.loteriefortuna.cz/hra-zlatych-11/

13. Interlotto.com [online]. © Copyright 1996 - 2010 [cit. 2012-02-23].

14. Ministerstvo financí ČR: Zákon č. 202/1990 Sb., o loteriích a jiných podobných hrách [online]. 1.1.2012 [cit. 2012-02-23].

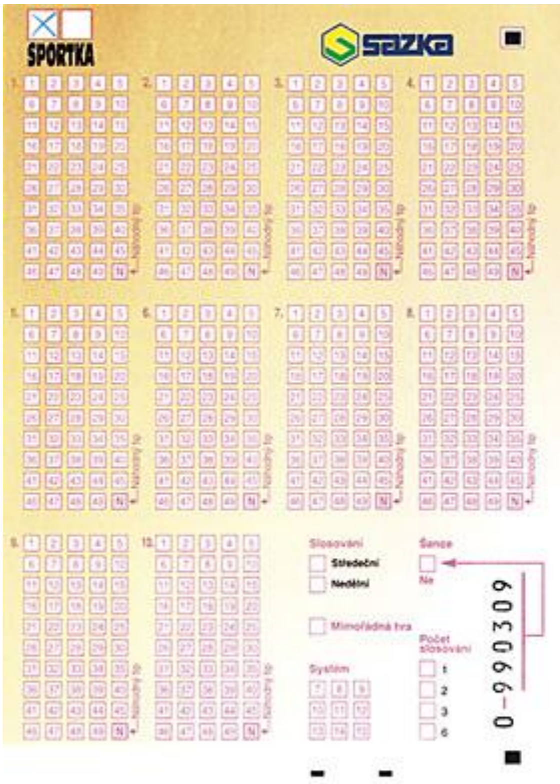
15. Sazka: Loterie a hry. Sazka [online]. © Copyright SAZKA sázková kancelář, a.s. [cit. 2012-03-26]. Dostupné z: http://web-nlb.sazka.cz/LoterieAHry/default.aspx

16. Sazka: Kostky, Archiv výsledků. [online]. 30.1.2012 [cit. 2012-02-23]. Dostupné z: http://web-nlb.sazka.cz/LoterieAHry/docDetail.aspx?nid=10334&docid=19023122&doctype=ART&did=10334

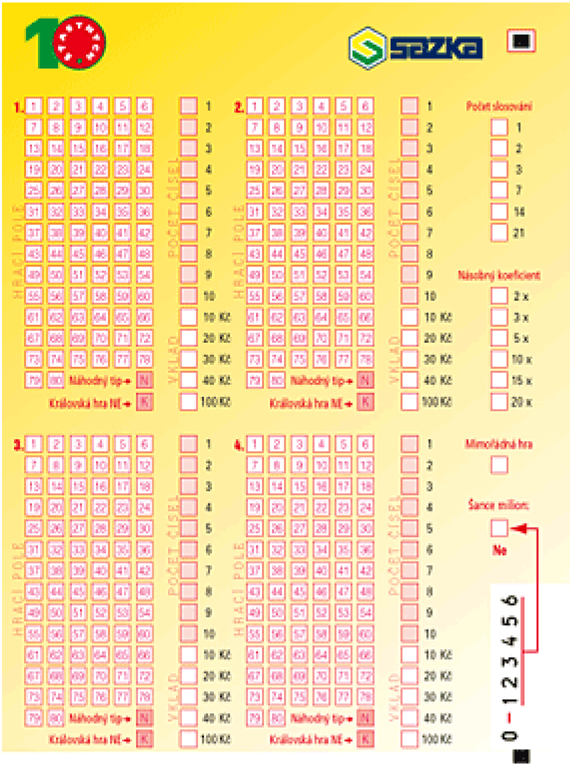
A. Příloha - sázenky vybraných loterijních her

Sázkové tikety vybraných loterijních her společnosti Sazka byly získány z internetových stránek http://web-nlb.sazka.cz/LoterieAHry/default.aspx.

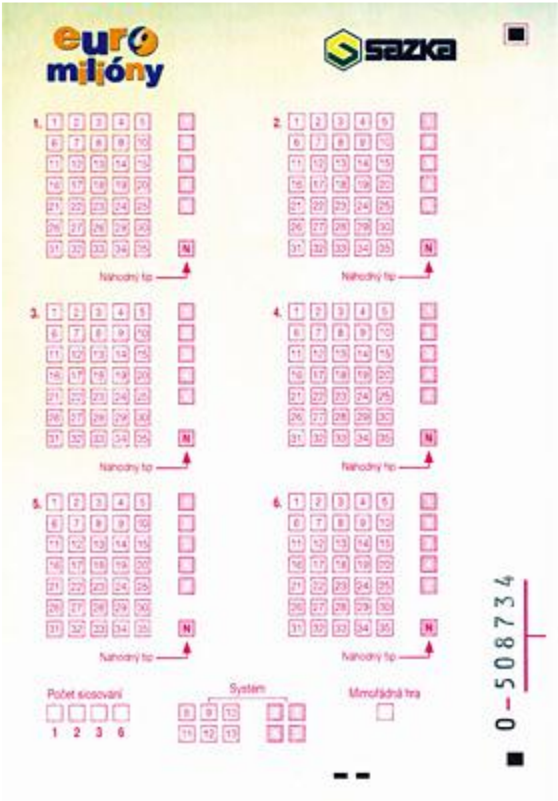
1. Sportka



2. Šťastných deset

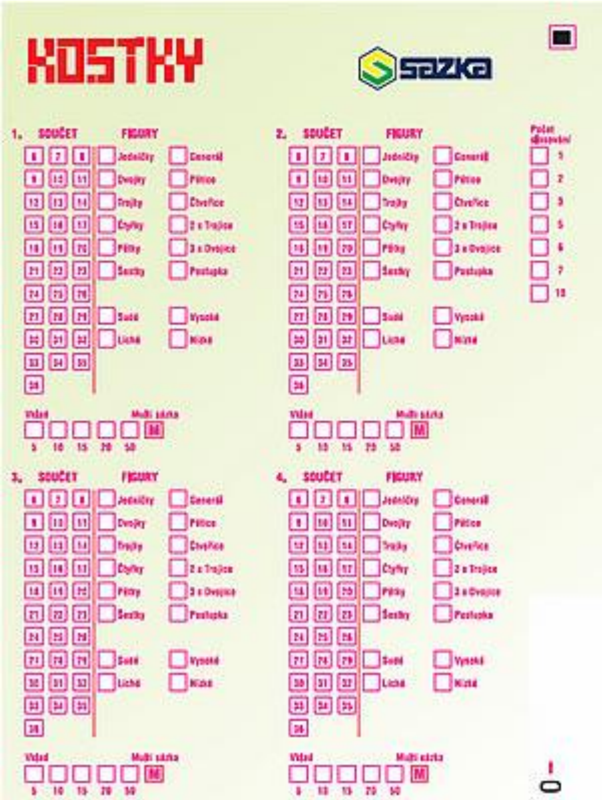


3. Euromiliony



4. Keno

5. Kostky



6. Zlatých 11

Sázkový tiket této loterijní hry provozované společností Fortuna byl získán z internetových stránek http://www.loteriefortuna.cz/hra-zlatych-11/jak-vyplnit-sazenku/ .

B. Příloha – losování kostek

Ke zpracování loterijní hry kostky bylo využito archivu výsledků losování. Příklad výpisu všech losování ze dne 30.1.2012 by získán na stránkách http://web-nlb.sazka.cz/LoterieAHry/lstDoc.aspx?nid=10331.

30. 1. 2012 Zobrazit výsledky z vybranéh

Výsledky za den 30.1.2012

Tah č.	Čas	Vylosovaná čísla					
203952	01:22:30	4	4	6	6	5	1
203953	01:27:30	6	6	1	1	5	4
203954	01:32:30	1	5	1	4	1	6
203955	01:37:30	2	2	6	2	4	5
203956	01:42:30	3	3	5	5	2	6
203957	01:47:30	3	3	3	3	5	3
203958	01:52:30	1	2	1	3	6	1
203959	01:57:30	5	2	4	6	4	1
203960	02:02:30	5	1	6	6	2	1
203961	02:07:30	1	1	3	5	5	6
203962	02:12:30	1	5	5	4	5	5
203963	02:17:30	3	2	2	1	6	4
203964	02:22:30	3	6	3	1	6	5
203965	02:27:30	3	5	4	4	4	1
203966	02:32:30	6	1	5	3	1	4
203967	02:37:30	4	3	2	4	6	6
203968	02:42:30	6	3	2	2	4	2
203969	02:47:30	5	5	4	6	6	6
203970	02:52:30	2	5	3	5	2	6
203971	02:57:30	6	3	1	4	6	6
203972	03:02:30	1	6	3	4	5	1
203973	03:07:30	6	4	3	3	2	1
203974	03:12:30	5	3	6	3	5	5
203975	03:17:30	2	3	1	2	2	5
203976	03:22:30	5	3	2	5	3	5
203977	03:27:30	4	5	3	1	3	5
203978	03:32:30	5	4	6	1	3	4
203979	03:37:30	4	5	5	4	4	1
203980	03:42:30	6	1	3	2	2	2
203981	03:47:30	5	2	4	5	6	3
203982	03:52:30	3	1	2	6	2	1
203983	03:57:30	6	2	2	6	3	1
203984	04:02:30	3	2	3	5	3	4
203985	04:07:30	3	3	2	3	1	2
203986	04:12:30	2	4	1	4	1	4
203987	04:17:	1	1	4	1	4	4

	30						
203988	04:22:30	6	6	3	6	6	2
203989	04:27:30	5	6	3	6	2	4
203990	04:32:30	1	6	4	5	6	4
203991	04:37:30	5	3	6	4	3	5
203992	04:42:30	1	1	6	5	5	6
203993	04:47:30	6	6	1	1	3	2
203994	04:52:30	6	1	3	6	4	5
203995	04:57:30	6	3	2	3	6	3
203996	05:02:30	4	5	5	5	3	3
203997	05:07:30	1	5	1	2	4	4
203998	05:12:30	4	3	6	6	4	3
203999	05:17:30	3	4	3	4	3	3
204000	05:22:30	6	3	5	3	3	1
204001	05:27:30	3	1	6	3	1	5
204002	05:32:30	4	5	6	4	1	1
204003	05:37:30	6	5	2	1	3	4
204004	05:42:30	5	6	3	4	1	4
204005	05:47:30	3	1	6	5	1	5
204006	05:52:30	1	4	1	6	2	6
204007	05:57:30	4	2	5	2	4	5
204008	06:02:30	6	6	1	4	6	3
204009	06:07:30	4	3	2	6	4	4
204010	06:12:30	2	6	6	5	4	1
204011	06:17:	2	2	6	5	4	1
	30						
204012	06:22:30	2	6	1	3	5	1
204013	06:27:30	2	1	6	1	1	3
204014	06:32:30	5	6	2	3	2	5
204015	06:37:30	2	3	2	4	2	1
204016	06:42:30	2	4	1	6	2	5
204017	06:47:30	3	4	1	6	2	5
204018	06:52:30	3	2	4	5	2	2
204019	06:57:30	6	5	4	6	2	4
204020	07:02:30	3	4	4	5	4	1
204021	07:07:30	1	4	5	2	3	3
204022	07:12:30	3	2	2	2	1	1
204023	07:17:30	2	5	1	1	5	6
204024	07:22:30	3	2	3	5	3	1
204025	07:27:30	6	4	2	3	6	3
204026	07:32:30	1	5	1	6	3	4
204027	07:37:30	5	4	1	5	4	4
204028	07:42:30	1	3	3	5	3	5
204029	07:47:30	4	5	4	2	6	6
204030	07:52:30	5	2	6	5	1	4
204031	07:57:30	4	5	1	4	3	5
204032	08:02:30	4	4	4	4	3	6
204033	08:07:30	5	1	2	6	5	2
204034	08:12:30	5	5	4	3	5	2
204035	08:17:	6	5	1	4	4	1

	30						
204036	08:22:30	2	2	3	1	1	4
204037	08:27:30	6	3	5	2	6	4
204038	08:32:30	3	1	4	2	3	3
204039	08:37:30	3	6	6	4	5	5
204040	08:42:30	6	1	2	2	6	4
204041	08:47:30	4	2	4	1	6	1
204042	08:52:30	4	4	5	4	5	4
204043	08:57:30	1	5	3	4	6	5
204044	09:02:30	3	6	3	1	6	5
204045	09:07:30	2	1	3	2	5	2
204046	09:12:30	3	2	3	1	1	3
204047	09:17:30	3	5	4	5	5	2
204048	09:22:30	6	1	4	1	5	4
204049	09:27:30	3	5	4	6	5	6
204050	09:32:30	6	2	6	3	5	2
204051	09:37:30	6	6	4	4	3	4
204052	09:42:30	6	2	3	6	4	6
204053	09:47:30	4	4	2	2	2	3
204054	09:52:30	4	6	1	6	2	1
204055	09:57:30	5	5	4	3	1	4
204056	10:02:30	2	2	5	5	5	5
204057	10:07:30	4	3	2	6	2	5
204058	10:12:30	5	1	1	3	3	2
204059	10:17:	2	6	2	2	3	5

	30						
204060	10:22:30	3	5	5	3	5	3
204061	10:27:30	5	5	1	5	1	5
204062	10:32:30	6	4	5	4	6	2
204063	10:37:30	1	3	2	5	4	5
204064	10:42:30	4	5	6	3	1	4
204065	10:47:30	3	2	4	3	4	5
204066	10:52:30	4	1	5	2	2	5
204067	10:57:30	3	3	3	6	5	4
204068	11:02:30	5	4	2	6	4	5
204069	11:07:30	5	2	4	2	6	2
204070	11:12:30	1	3	3	1	2	6
204071	11:17:30	6	2	4	4	6	1
204072	11:22:30	3	4	4	1	1	4
204073	11:27:30	5	2	1	3	3	1
204074	11:32:30	1	6	3	2	1	1
204075	11:37:30	6	3	1	5	5	4
204076	11:42:30	3	6	4	3	6	5
204077	11:47:30	4	1	3	3	6	2
204078	11:52:30	5	1	5	3	2	6
204079	11:57:30	2	6	4	6	3	6
204080	12:02:30	1	5	6	3	4	5
204081	12:07:30	2	3	1	4	5	4
204082	12:12:30	4	3	2	1	4	2
204083	12:17:	4	1	1	1	3	6

	30						
204084	12:22:30	4	2	1	5	1	2
204085	12:27:30	3	1	4	4	6	1
204086	12:32:30	2	4	1	3	3	5
204087	12:37:30	1	6	4	2	6	2
204088	12:42:30	4	1	3	4	6	6
204089	12:47:30	6	4	6	5	3	6
204090	12:52:30	2	3	1	1	5	5
204091	12:57:30	6	4	6	4	5	5
204092	13:02:30	3	1	6	1	1	6
204093	13:07:30	3	6	4	6	2	5
204094	13:12:30	6	6	4	5	3	5
204095	13:17:30	2	4	2	5	6	3
204096	13:22:30	4	1	6	2	6	4
204097	13:27:30	3	1	3	6	2	5
204098	13:32:30	6	1	1	6	4	4
204099	13:37:30	2	1	3	4	5	1
204100	13:42:30	5	3	4	1	6	6
204101	13:47:30	6	4	1	5	3	2
204102	13:52:30	3	1	6	1	4	3
204103	13:57:30	4	1	3	3	5	5
204104	14:02:30	6	2	2	3	2	6
204105	14:07:30	5	6	4	6	5	5
204106	14:12:30	5	2	5	3	6	1
204107	14:17:	4	3	4	6	1	3

	30						
204108	14:22:30	6	5	3	1	4	5
204109	14:27:30	6	2	3	5	3	6
204110	14:32:30	1	4	2	5	2	5
204111	14:37:30	5	3	4	2	1	1
204112	14:42:30	3	6	3	1	3	4
204113	14:47:30	2	3	2	2	5	5
204114	14:52:30	1	3	6	5	6	3
204115	14:57:30	1	2	5	5	3	1
204116	15:02:30	3	3	5	6	3	1
204117	15:07:30	3	2	4	6	6	1
204118	15:12:30	5	6	6	2	6	5
204119	15:17:30	1	2	3	6	5	3
204120	15:22:30	1	5	3	1	1	1
204121	15:27:30	3	6	6	2	4	2
204122	15:32:30	5	4	5	6	5	5
204123	15:37:30	5	6	5	6	1	3
204124	15:42:30	6	1	5	4	3	4
204125	15:47:30	4	1	4	6	3	5
204126	15:52:30	4	6	4	5	1	6
204127	15:57:30	1	2	1	5	6	2
204128	16:02:30	6	2	1	5	3	4
204129	16:07:30	1	4	3	4	1	5
204130	16:12:30	5	4	5	1	3	4
204131	16:17:	6	1	3	4	1	1

	30						
204132	16:22:30	5	2	1	3	5	6
204133	16:27:30	2	1	6	5	5	2
204134	16:32:30	3	1	4	4	6	4
204135	16:37:30	6	6	1	3	6	3
204136	16:42:30	5	1	1	1	5	1
204137	16:47:30	4	5	1	4	2	1
204138	16:52:30	5	2	5	3	5	6
204139	16:57:30	3	5	2	1	6	3
204140	17:02:30	6	2	6	3	5	4
204141	17:07:30	2	6	6	5	3	5
204142	17:12:30	5	4	5	4	2	6
204143	17:17:30	3	1	2	5	6	1
204144	17:22:30	1	4	1	4	3	3
204145	17:27:30	6	6	4	3	4	2
204146	17:32:30	2	5	2	5	4	4
204147	17:37:30	5	1	1	2	6	2
204148	17:42:30	6	1	5	2	4	4
204149	17:47:30	6	2	5	6	5	1
204150	17:52:30	2	2	5	6	1	6
204151	17:57:30	4	6	5	3	6	6
204152	18:02:30	3	6	6	2	4	1
204153	18:07:30	3	2	6	2	3	4
204154	18:12:30	5	1	6	6	5	5
204155	18:17:	3	6	2	3	1	3
	30						
204156	18:22:30	5	1	5	5	1	4
204157	18:27:30	2	6	2	1	3	6
204158	18:32:30	1	3	4	1	4	4
204159	18:37:30	6	5	5	4	3	4
204160	18:42:30	2	5	4	1	3	3
204161	18:47:30	3	6	3	4	2	2
204162	18:52:30	1	4	5	6	1	6
204163	18:57:30	2	2	4	1	6	4
204164	19:02:30	6	4	5	4	3	6
204165	19:07:30	3	5	4	2	5	1
204166	19:12:30	6	3	3	1	1	1
204167	19:17:30	6	1	1	2	2	1
204168	19:22:30	4	3	2	4	3	4
204169	19:27:30	1	4	5	6	1	2
204170	19:32:30	3	4	6	6	1	6
204171	19:37:30	5	2	5	2	6	2
204172	19:42:30	2	4	6	6	1	3
204173	19:47:30	4	5	1	3	4	4
204174	19:52:30	2	6	6	5	2	4
204175	19:57:30	5	5	5	5	6	4
204176	20:02:30	5	6	4	5	3	1
204177	20:07:30	6	4	3	4	2	1
204178	20:12:30	6	2	4	2	4	6
204179	20:17:	6	5	6	4	3	1

	30						
204180	20:22:30	5	6	4	4	6	3
204181	20:27:30	3	4	5	5	2	2
204182	20:32:30	5	5	6	3	1	3
204183	20:37:30	6	4	3	4	1	2
204184	20:42:30	1	1	2	2	5	4
204185	20:47:30	4	3	2	4	3	2
204186	20:52:30	6	4	6	5	4	6
204187	20:57:30	6	5	2	6	3	2
204188	21:02:30	4	1	1	6	2	2
204189	21:07:30	4	6	4	5	6	3
204190	21:12:30	4	3	2	2	1	6
204191	21:17:30	2	1	1	6	5	2
204192	21:22:30	2	6	1	6	2	2
204193	21:27:30	4	6	4	2	4	2
204194	21:32:30	5	3	1	2	4	4
204195	21:37:30	3	2	6	5	6	2
204196	21:42:30	2	4	6	6	5	5
204197	21:47:30	6	6	5	4	1	1
204198	21:52:30	4	4	1	2	5	1
204199	21:57:30	1	3	3	4	5	2
204200	22:02:30	3	4	2	3	5	5
204201	22:07:30	4	4	2	5	1	4
204202	22:12:30	6	3	1	3	1	3
204203	22:17:30	4	3	4	6	5	5
204204	22:22:30	1	4	4	5	3	3
204205	22:27:30	6	4	1	6	4	4
204206	22:32:30	5	5	5	5	1	6
204207	22:37:30	5	2	3	4	6	4
204208	22:42:30	4	2	5	2	2	3
204209	22:47:30	1	1	6	5	6	5
204210	22:52:30	2	6	2	5	3	4
204211	22:57:30	2	3	3	3	2	6
204212	23:02:30	5	1	3	3	6	6
204213	23:07:30	3	4	1	1	3	4
204214	23:12:30	3	2	2	6	5	6
204215	23:17:30	2	4	6	4	1	1
204216	23:22:30	5	1	4	3	6	6
204217	23:27:30	4	4	2	2	1	2
204218	23:32:30	4	1	6	6	2	6
204219	23:37:30	4	3	1	4	2	3
204220	23:42:30	6	4	6	6	2	6
204221	23:47:30	5	3	3	1	5	4
204222	23:52:30	4	5	6	4	3	1