



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

# ANALÝZA KOMPOZITNÍHO SENDVIČOVÉHO PANELU ZA PODMÍNEK SIMULUJÍCÍCH UMÍSTĚNÍ NA RAKETOVÉM NOSIČI

ANALYSIS OF COMPOSITE SANDWICH PANEL UNDER CONDITIONS SIMULATING PLACEMENT ON A  
ROCKET CARRIER

## DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. MARTIN KRÁL

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. ZDENĚK MAJER, Ph.D.

BRNO 2020



# Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Bc. Martin Král</b>
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce:	<b>Ing. Zdeněk Majer, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2019/20

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

## **Analyza kompozitního sendvičového panelu za podmínek simulujících umístění na raketovém nosiči**

### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

V kosmickém průmyslu se při konstrukci různorodých komponent často využívá sendvičových panelů, které bývají složeny z hliníkového jádra, se strukturou typu honeycomb, s čelními pláty, rovněž z hliníku. V dnešní době je trendem nahrazovat kovové materiály kompozitními, a to především z důvodu zvýšení teplotní odolnosti, pevnosti, oteřuvzdornosti apod. Ve studované aplikaci bychom nahrazením čelních plátů kompozitním materiálem a vyztužením vnitřní struktury panelu uhlíkovými vlákny mohli dosáhnout výrazného snížení hmotnosti. V důsledku této změny je ale nezbytné posoudit všechny vlastnosti navrženého panelu, zejména pak možnost spojení dvou a více takto konstruovaných sendvičových panelů.

### **Cíle diplomové práce:**

Cílem práce je experiment simulující podmínky při startu a letu raketového nosiče na kompozitním sendvičovém panelu s honeycomb strukturou, potahem z vláknového kompozitu, spojeného pomocí insertů. Porovnání vyhodnocovaných panelů bude provedeno s čistě hliníkovou variantou z hlediska pevnosti a hmotnosti.

Dílčí cíle diplomové práce jsou následující:

- rešerše problematiky sendvičových panelů a možností jejich spojování,
- návrh experimentu (vibrační stolice),
- vytvoření konečno-prvkového modelu v programu ANSYS,
- provedení parametrická studie vlivu směru vláken na pevnost navrženého panelu,
- porovnání s aktuálně používaným sendvičem s hliníkovými potahy z hlediska pevnosti a hmotnosti.

### **Seznam doporučené literatury:**

BARBERO, E. J.: Finite Element Analysis of Composite Materials Using ANSYS®, 2nd Edition. CRC Press. 2013.

ANSYS Inc, ANSYS Release 18.1 User's Manual, Swanson Analysis Sys. Inc, Pennsylvania. 2016.

JONES, R. M.: Mechanics of Composite Materials, Taylor & Francis. 1998.

VRBKA, J.: Mechanika kompozitů, VUT v Brně. Brno. 2008.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2019/20

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## Abstrakt

Tato práce se zabývá kompozitními sendvičovými panely, které v současnosti nacházejí uplatnění jako nosné konstrukce satelitů. Tento typ panelu obsahuje jádro z hliníkové voštiny a dva tenké laminátové potahy, vyztužené uhlíkovými vlákny. Laminátové potahy sendvičových panelů nabízí alternativu ke konvenčním hliníkovým potahům, která je výhodná především z důvodu snížení hmotnosti a zvýšení ohybové tuhosti panelů. V práci je provedena parametrická studie mechanických vlastností pro několik variant potahu sendvičových panelů. Jedná se o laminátové potahy, lišící se orientací vláken v jednotlivých vrstvách, a také o potah z hliníkové slitiny. Studie je rozdělena do dvou částí. V první části je zkoumána deformačně-napěťová odezva sendvičového panelu, který je na okrajích prostě podepřený a tlakově zatížený. Výpočet odezvy je proveden pomocí MKP a verifikován metodou součtu nekonečné řady. V druhé části je zkoumána deformačně-napěťová odezva spoje, (uzlu) dvou sendvičových panelů, který je namáhán náhodnými vibracemi, mající za cíl simulovat mechanické prostředí raketového nosiče při vzletu nosné rakety. Odezva je vypočítána pomocí MKP a verifikována experimentem na vibrační stoličce pro zvolenou variantu laminátového potahu sendvičových panelů. Výsledky práce lze využít pro návrh stínící přepážky rentgenového zobrazovacího přístroje (SXI), který je součástí vybavení vesmírné družice projektu SMILE.

## Summary

This work deals with composite sandwich panels, which are currently used as supporting structures for satellites. This type of panel contains an aluminum honeycomb core and two thin laminate coatings, reinforced with carbon fibers. Laminate sandwich panel coatings offer an alternative to conventional aluminum coatings, which is advantageous mainly due to the reduction of weight and increase of the flexural stiffness of the panels. The work is a parametric study of mechanical properties for several variants of the coating of sandwich panels. These are laminate coatings, differing in the orientation of the fibers in the individual layers, as well as an aluminum alloy coating. The study is divided into two parts. The first part examines the deformation-stress response of a sandwich panel, which is simply supported at the edges and loaded with pressure. The response calculation is performed using FEM and verified by the method of sum of an infinite series. The second part investigates the deformation-stress response of the joint, (node) of two sandwich panels, which is loaded by random vibrations, aimed at simulating the mechanical environment of the rocket carrier during the takeoff of the launch vehicle. The response is calculated using FEM and verified by an experiment on a vibrating stool for a selected variant of the laminate coating of sandwich panels. The results of the work can be used for the design of baffle of the X-ray imaging device (SXI), which is part of the equipment of the space satellite of the SMILE project.

## Klíčová slova

sendvičový panel, insert, náhodné vibrace, kompozit

## Keywords

sandwich panel, insert, random vibrations, composite

KRÁL, M. *Analýza kompozitního sendvičového panelu za podmínek simulujících umístění na raketovém nosiči*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2020. 66 s. Vedoucí Ing. Zdeněk Majer, Ph.D.



Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně pod vedením  
Ing. Zdeňka Majera, Ph.D. s využitím citovaných materiálů uvedených v seznamu zdrojů.

Bc. Martin Král





Rád bych poděkoval svému vedoucímu práce Ing. Zdeňku Majerovi, Ph.D. za ochotu, trpělivost, cenné rady a odbornou pomoc. Dále děkuji Ing. Ondřeji Pavlíkovi a firmě Sobriety s.r.o za cenné poznatky, které vedly ke zkvalitnění výpočtového modelu. Také děkuji své rodině, přítelkyni a přátelům za podporu během studia.

Bc. Martin Král

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Problematika sendvičových panelů</b>	<b>6</b>
2.1	Potahy . . . . .	7
2.1.1	Kovové potahy . . . . .	7
2.1.2	Nekovové potahy . . . . .	8
2.2	Jádro . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Inserty</b>	<b>10</b>
3.1	Základní informace a rozdělení . . . . .	10
3.1.1	Druhy insertů . . . . .	10
3.1.2	Materiál . . . . .	11
3.1.3	Silové působení . . . . .	12
3.2	Únosnost insertu při normálovém zatížení . . . . .	13
3.2.1	Mechanismus poruchy . . . . .	13
3.2.2	Vliv proměnných parametrů na únosnost insertu . . . . .	14
3.3	Únosnost insertu při smykovém zatížení . . . . .	16
3.3.1	Mechanismus poruchy . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Teoretické přístupy analýzy sendvičového panelu</b>	<b>17</b>
4.0.1	Aproximace pro jádro sendvičového panelu . . . . .	17
4.0.2	Aproximace průběhu napětí . . . . .	17
4.1	Klasická teorie desek . . . . .	18
4.2	Teorie smykové deformace prvního řádu pro desky . . . . .	19
4.3	Řídící rovnice sendvičového panelu . . . . .	20
4.3.1	Historický vývoj . . . . .	20
4.3.2	Řídící rovnice pro ortotropní panel . . . . .	22
4.3.3	Metoda superpozice . . . . .	23
4.3.4	Řídící rovnice pro izotropní panel . . . . .	24
4.4	Teorie vyšších řádů . . . . .	25
<b>5</b>	<b>Srovnání tuhosti a pevnosti vybraných variant sendvičových panelů</b>	<b>26</b>
5.1	Souhrnné informace . . . . .	26
5.2	Analyticko - numerické řešení . . . . .	26
5.3	Řešení pomocí MKP . . . . .	27
5.3.1	2D skořepina . . . . .	27
5.3.2	3D těleso . . . . .	28
5.4	Využité materiály . . . . .	29
5.4.1	Materiálová data pro laminu kompozitního potahu . . . . .	29
5.4.2	Materiálová data pro potah z hliníku . . . . .	30
5.4.3	Materiálová data pro jádro . . . . .	30
5.5	Popis zkoumaných variant . . . . .	30
5.5.1	Panel č.1 . . . . .	31
5.5.2	Panel č.2 . . . . .	33
5.5.3	Panel č.3 . . . . .	34

## OBSAH

5.5.4	Panel č.4 . . . . .	35
5.5.5	Panel č.5 . . . . .	36
5.5.6	Panel č.6 . . . . .	37
5.5.7	Panel č.7 . . . . .	38
5.6	Výsledky . . . . .	38
5.6.1	Panel č.1 . . . . .	40
5.6.2	Panel č.2 . . . . .	40
5.6.3	Panel č.3 . . . . .	41
5.6.4	Panel č.4 . . . . .	41
5.6.5	Panel č.5 . . . . .	42
5.6.6	Panel č.6 . . . . .	42
5.6.7	Panel č.7 . . . . .	43
5.7	Vyhodnocení výsledků . . . . .	44
5.7.1	Vliv proměnných parametrů na průhyb panelu . . . . .	44
5.7.2	Vliv proměnných parametrů na dosažení mezního stavu . . . . .	45
<b>6</b>	<b>Rohový spoj</b>	<b>51</b>
6.1	Geometrie . . . . .	51
6.1.1	Přídavné závaží . . . . .	52
6.1.2	Sendvičové panely . . . . .	52
6.1.3	Inserty . . . . .	53
6.1.4	Zalévací směs . . . . .	53
6.2	Materiál . . . . .	54
6.3	Model MKP . . . . .	54
6.3.1	Srovnání hmotnosti . . . . .	55
6.3.2	Zatížení náhodnými vibracemi . . . . .	55
6.3.3	Tlumení . . . . .	55
6.3.4	Rozdělení analýzy . . . . .	55
6.3.5	Modální vlastnosti . . . . .	55
6.3.6	Výsledky . . . . .	56
6.3.7	Vyhodnocení výsledků . . . . .	57
6.4	Experimentální testování . . . . .	58
6.4.1	Výsledky testování pro rohový spoj bez zátěže . . . . .	60
6.4.2	Výsledky testování pro rohový spoj se zátěží . . . . .	60
<b>7</b>	<b>Závěr</b>	<b>63</b>
<b>8</b>	<b>Literatura</b>	<b>64</b>

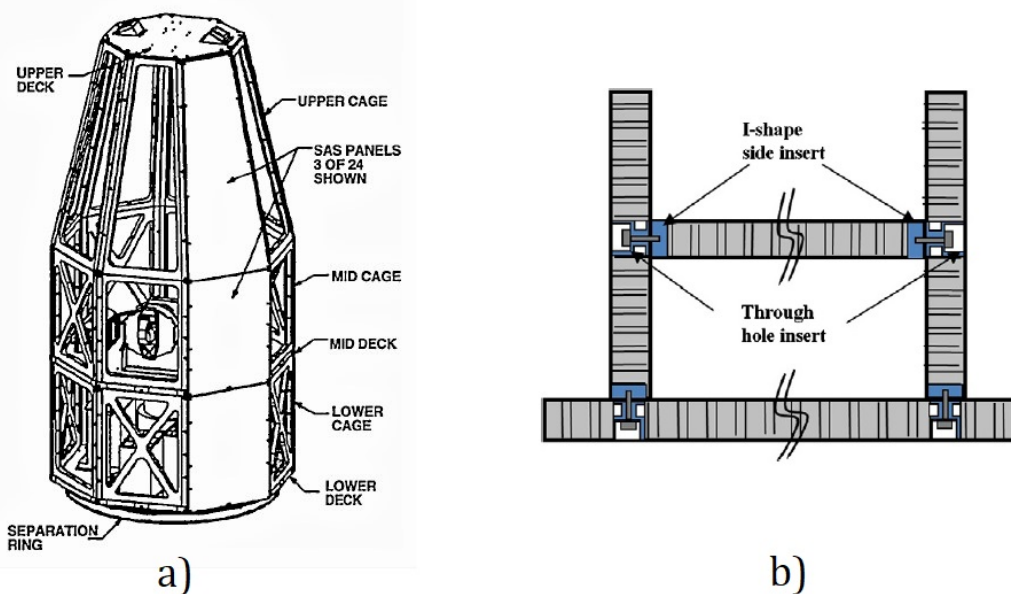
# 1. Úvod

Člověkem vyrobené kosmické tělesa jsou v současnosti nepostradatelné pro způsob života, jaký lidstvo vede. Patří mezi ně hlavně družice, které jsou schopné zajistit vy-  
moženosti každodenního života jako je například navigace, předpověď počasí a telekomu-  
nikace. Kromě výše uvedeného je třeba zmínit vesmírný výzkum, který je realizován za  
pomoci vědeckých družic a sond, opatřených vhodným přístrojovým vybavením, s cílem  
prohloubení dosavadních znalostí.

Proces návrhu družice tak, aby byla schopna plnit požadovanou funkci po stanovenou  
dobu je velmi náročný a zdoluhavý. Důvodem je potřeba zajistit její bezporuchovost po  
celou plánovanou dobu její životnosti, protože v průběhu jejího provozu již není možné  
provádět údržbu a případné opravy. Proto vznik poruchového stavu odpovídá částečné  
nebo úplné a nenávratné ztrátě funkce družice.

Při popisu družice je možné ji rozdělit do dvou celků. První v sobě zahrnuje přístrojové  
vybavení, zajišťující plnění požadované funkce. Druhým celkem jsou myšleny konstrukční  
prvky, ke kterým jsou připevněny přístroje a které zajišťují celkovou kompaktnost družice.

Konstrukci můžeme rozdělit na primární a sekundární. Primární konstrukce bývá nej-  
častěji kubického tvaru a tvoří hlavní nosnou konstrukci družice. Na ni je upevněno pří-  
strojového vybavení s dalšími funkčními celky. Její porucha by znamenala vyřazení družice  
z provozu. Sekundární částí jsou myšleny takové konstrukční prvky, které nenesou hlavní  
zatížení a často jsou příslušenstvím přístrojového vybavení. Může se jednat o solární pa-  
nely, kryty a přepážky přístrojů a jiné. Jejich funkce je vázána k příslušnému celku a  
jejich selhání nemusí nutně vést k úplnému vyřazení družice z provozu [1]. Jak primární,  
tak i sekundární část je nejčastěji tvořena ze sendvičových panelů. Ty zajišťují potřebnou  
tuhost, pevnost a nízkou hmotnost konstrukce, která je pro vesmírné aplikace klíčová.



Obrázek 1.1: a) Družice FORTE. Převzato z [2]. b) Spojení sendvičových panelů u družice STSAT-III. Převzato z [3].

Při návrhu družice mohou být realizovány různé přístupy návrhu nosných konstrukcí  
s ohledem na spoje sendvičových panelů. Na obr. 1.1 a) je zobrazena družice FORTE, u

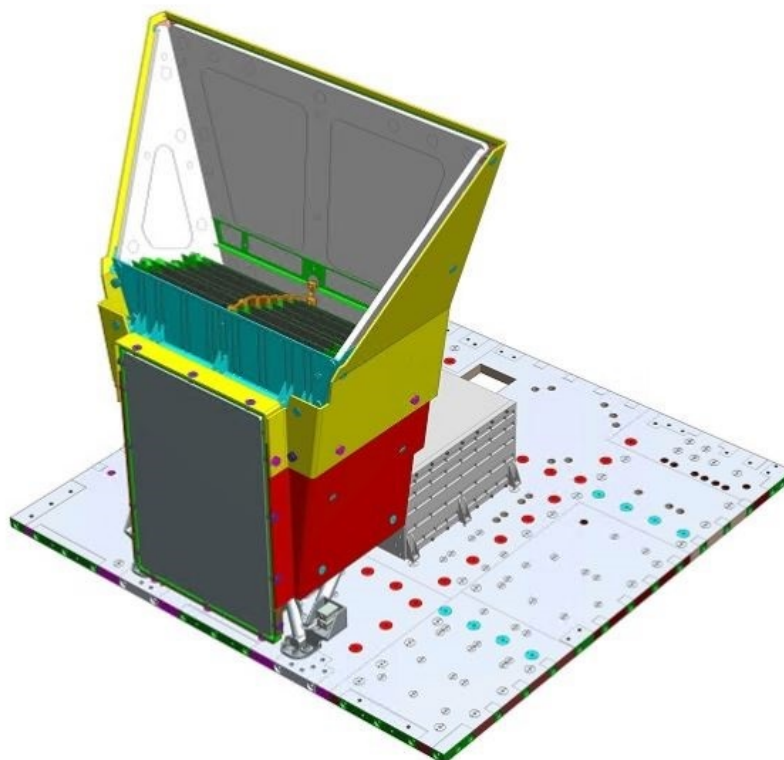
keré je nosná konstrukce tvořena rámem z kompozitního materiálu (častá je i hliníková slitina) a sendvičové panely jsou k rámu připevněny šroubovým spojením. Přičemž pro realizaci šroubového spojení jsou do sendvičových panelů vlepeny lokální výztuhy opatřené závitem, tzv. **inserty**, které budou dále v práci detailně rozebrány. V dalším konstrukčním přístupu je realizováno spojení přímo mezi jednotlivými panely bez přítomnosti rámu. Při použití tohoto přístupu jsou opět používány inserty a to dvojího typu: průchozí a boční (obr. 1.1 b)).

V této práci je řešena dílčí část návrhového procesu družice. Jedná se o družici projektu SMILE, který je společným projektem Evropské kosmické agentury (ESA) a Čínské akademie věd (CAS). Cílem projektu je na základě měření slunečního větru a jeho interakce s magnetosférou Země prohloubit znalosti o vlivu Slunce na naši planetu. Vynesení družice na oběžnou dráhu je plánováno na rok 2023. Družice SMILE je zobrazena na obr. 1.2.



Obrázek 1.2: Družice SMILE. Převzato z [4].

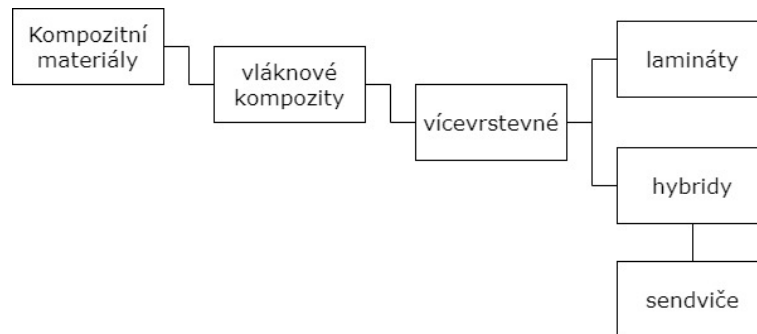
Dílčí část návrhového procesu družice se týká návrhu stínící přepážky rentgenového zobrazovacího přístroje, umístěného na družici SMILE, který monitoruje magnetosféru Země (obr. 1.3). Nejprve jsou studovány mechanické vlastnosti sendvičového panelu v závislosti na zvolené variantě jeho potahu. Dále pak vlastnosti spoje dvou sendvičových panelů, který je realizován pomocí průchozích a bočních insertů (viz. obr. 1.1 b)). Výstupy lze poté využít ke konstrukci samotné stínící přepážky, to však již není součástí této práce.



Obrázek 1.3: Měřicí přístroj SXI – Soft X-ray Imager. Stínící přepážka je označena žlutě. Převzato z [4].

## 2. Problematika sendvičových panelů

Sendvičové panely se řadí mezi vícevrstevné vláknové kompozity hybridního typu (viz. obr. 2.1). Jejich hlavní předností je, při srovnání např. s hliníkovými slitinami, nízká hmotnost při zachování vysokých hodnot mechanických vlastností, zejména pak ohybové tuhosti. Předně z těchto důvodů jsou hojně využívány při vesmírných aplikacích [5], [6].

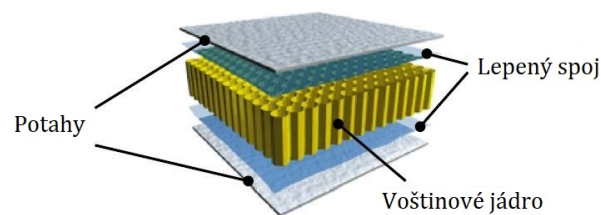


Obrázek 2.1: Zařazení sendvičů v rámci dělení kompozitních materiálů.

Sendvičový panel je složen ze dvou tenkých potahových vrstev vysoké tuhosti a pevnosti mezi které je vložena tlustá vrstva materiálu s velmi nízkou hustotou.

Skladba sendvičového panelu je vyobrazena na obr. 2.2. Skládá se ze tří částí:

- potah - tvoří dvě tenké vnější vrstvy,
- jádro - tvoří tlustou vnitřní vrstvu,
- lepený spoj - slouží k pevnému spojení jádra a potahu.



Obrázek 2.2: Sendvičový panel. Upraveno z [7].

Sendvičový panel lze z hlediska mechanických vlastností porovnat s I nosníkem, kdy potahové pláty panelu odpovídají pásnicím nosníku a jádro panelu odpovídá stojně nosníku. Výsledkem takto uspořádaných vrstev je zvýšení kvadratického momentu vzhledem k neutrální rovině panelu. Zároveň dochází pouze k minimálnímu nárůstu hmotnosti, díky nízké hustotě jádra.

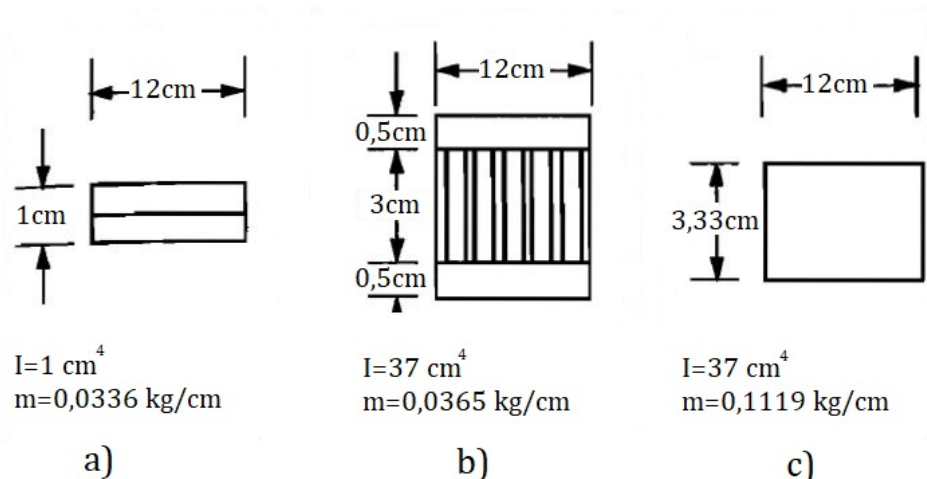
## 2. PROBLEMATIKA SENDVIČOVÝCH PANELŮ

Na obrázku 2.3 je pro ilustraci významu sendvičových struktur provedeno srovnání kvadratických momentů  $I$  a hmotností  $m$  u nosníků šířky 12 cm a jednotkové délky (na obrázku jsou zobrazeny průřezy těchto nosníků). V případě a) se jedná o homogenní nosník tloušťky 1 cm. V případě b) je mezi potahy o tloušťce 0,5 cm vloženo voštinové jádro. Kvadratický moment  $I$  je nyní  $37\times$  vyšší, avšak hmotnost narostla pouze o 8%. Pokud bychom chtěli dosáhnout stejné hodnoty kvadratického momentu u homogenního nosníku, musel by mít tloušťku 3,33 cm (případ c)). Pak by ovšem jeho hmotnost narostla o 233%.

Kvadratický moment je poté svázaný s ohybovou tuhostí nosníku  $D$  vztahem:

$$D = EI, \quad (2.1)$$

kde  $E$  je modul pružnosti v tahu. Pro sendvičové panely je  $E = E_f$ , kde  $E_f$  je modul pružnosti potahů. Příspěvek ohybové tuhosti jádra se zanedbává, protože pro modul pružnosti jádra  $E_c$  platí:  $E_c \ll E_f$  [8].



Obrázek 2.3: Průřezy nosníků a) nosník z homogenního materiálu b) nosník sendvičového typu c) nosník z homogenního materiálu se zvětšenou tloušťkou. Upraveno z [5].

### 2.1. Potahy

Potahové vrstvy jsou nosné prvky sendviče odolávající zatížení, které působí v rovině panelu. Jde o ohyb, tah a tlak. V porovnání s jádrem sendviče jsou potahové vrstvy velmi tenké, ovšem pro přenos výše zmíněných zatížení musí mít značnou tuhost. Existují dva typy potahů z hlediska použitého materiálu: [9]

- kovové,
- nekovové.

#### 2.1.1. Kovové potahy

Kovové materiály využívají konvenčních materiálů jako jsou ocel, hliník a titan [10]. Kovové potahy mají dobré mechanické vlastnosti, jejich nevýhodou je ovšem vysoká hustota



## 2.2. JÁDRO

oproti nekovovým materiálům a obtížnější výroba sendvičových panelů. V kosmickém průmyslu se jako konvenční varianta potahů sendvičových panelů využívá hliníkových slitin.

### 2.1.2. Nekovové potahy

Nejrozšířenější nekovovou variantou sendvičových potahů jsou vláknové kompozitní lamináty. Jde o kompozit sestávající z vláken tvořících výztuž, které jsou obalené matricí, zajišťující kompatibilitu celku. K nejrozšířenějším vláknům patří:

- **skleněná vlákna**, které mají horší mechanické vlastnosti a vyšší hustotu oproti dalším variantám. Jejich předností je nižší cena,
- **aramidová vlákna**, známější pod obchodní značkou Kevlar<sup>®</sup>, mají vysoké hodnoty pevnosti a tuhosti a velmi nízkou hustotu,
- **uhlíková vlákna** jsou variantou s nízkou hustotou a nejlepšími mechanickými vlastnostmi - tuhost a pevnost. V rámci vývoje těchto vláken můžeme oddělit dvě varianty. U **HS**(high strength) uhlíkových vláken je snaha maximalizovat jejich pevnost, u **HM**(high modulus) uhlíkových vláken je cílem vysoká tuhost. Právě HM vlákna jsou pro svůj vysoký podíl tuhosti a hmotnosti hojně využívána v letectví a kosmu. Hlavní nevýhodou těchto vláken je jejich cena a křehké chování [8].

Výběr matrice provádíme s ohledem na požadavky kladené na součást. Obecně můžeme polymerní matrice rozdělit do dvou skupin:

- **termosetové pryskyřice**, které fungují na principu přidání vytvrzovacího činidla k pryskyřici, vznikne dvousložková směs, která je nanášena na výztužná vlákna a následně vytvrzena za zvýšených teplot,
- **termoplastové pryskyřice**, u kterých nedochází k žádné chemické reakci a celý proces výroby kompozitů je realizován pouze pomocí tepla a tlaku. Narozdíl od termosetů je možné u termoplastové pryskyřice za zvýšených teplot dosáhnout tání a vymodelování jiného tvaru struktury [11].

Ve výrobě kompozitů pro využití v kosmu se dominantně využívají termoplastové pryskyřice. Jedna z nejvýznamnějších v této skupině je pryskyřice epoxidová.

Epoxidové pryskyřice se vyznačují dobrými mechanickými vlastnostmi, poměrně nízkou hustotou a malým smrštěním v průběhu vytvrzení (1-5%). Jsou teplotně odolné s velmi dobrou adhezí k jiným povrchům [11], [12]. Jejich vysoká cena omezuje jejich použití na náročnější aplikace leteckého a kosmického průmyslu.

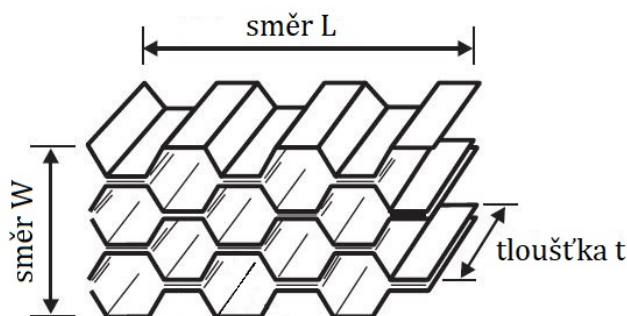
## 2.2. Jádro

Jádro je vrstva nízké hustoty, která vyplňuje prostor mezi potahy a zajišťuje vyztužení sendvičového panelu. Primárním požadavkem na jádro sendvičového panelu je schopnost přenést transversální (příčné), smykové zatížení a dále pak normálové, tlakové zatížení. Mezi základní charakteristiky jádra proto patří mez pevnosti ve smyku a modul pružnosti ve smyku.

## 2. PROBLEMATIKA SENDVIČOVÝCH PANELŮ

Existují tři základní typy nejčastěji používaných jader: voštinová, pěnová a také jádra ze dřeva balzovníku. Přičemž sendvičové panely pro stavbu družic jsou nejčastěji tvořeny voštinovými jádry, z důvodu jejich vysokého poměru pevnosti a hmotnosti, ve srovnání s jinými variantami [13], [5].

Voštinové jádro je ortotropní materiál. Hodnoty elastických a pevnostních charakteristik ve směru L jsou dvojnásobné oproti směru W, (obr. 2.4). Je tomu tak z důvodu zdvojení stěn buněk ve směru L. [14], [9].



Obrázek 2.4: Zobrazení hlavních materiálových směrů ve voštinovém jádře. Upraveno z [15].

Pro kosmický průmysl je dominantně využívána hliníková voština a to ve třech možných variacích materiálu:

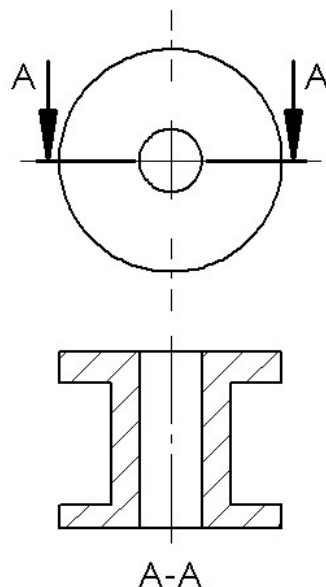
- slitina hliníku 5052 - je slitinou s příměsí hořčíku se zpevněním v plastické oblasti a vysokou tuhostí. Tepelně nezpracovatelná,
- slitina hliníku 5056 - je varianta hliníku 5052 s vyšší pevností,
- slitina hliníku 2024 - je slitinou s příměsí mědi, tepelně zpracovaná a určená pro využití za zvýšených teplot [16, 8].

# 3. Inserty

## 3.1. Základní informace a rozdělení

Sendvičové panely jsou ve většině případů spojovány mezi sebou nebo s přidruženými komponenty, protože většinou není efektivní nebo možné vyrobít konstrukční celek jako jeden kus. Z principu skladby sendvičového panelu je zřejmé, že v případě šroubového spojení je pouhé vyvrtání otvoru nedostačující, pokud má spoj přenášet zatížení. Proto se při výrobě do panelů vlepují tzv. inserty (obr. 3.1), které lokálně vyztužují otvor a distribují zatížení do sendvičového panelu [9].

System spoje tedy sestává ze šroubu či jiného závitového prvku a fixní části – insertu, která tvoří maticovou část. Prostor mezi insertem a voštinovým jádrem sendviče je vyplněn zalévací směsí, nejčastěji na bázi dvousložkového systému epoxidové pryskyřice.

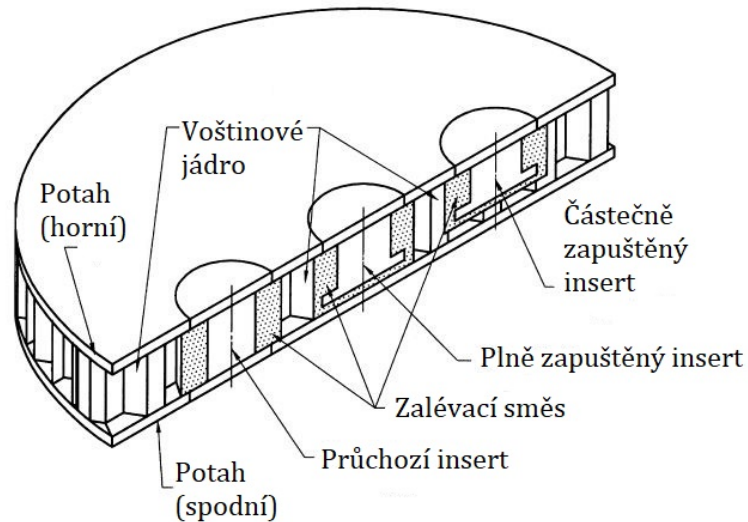


Obrázek 3.1: Geometrie insertu

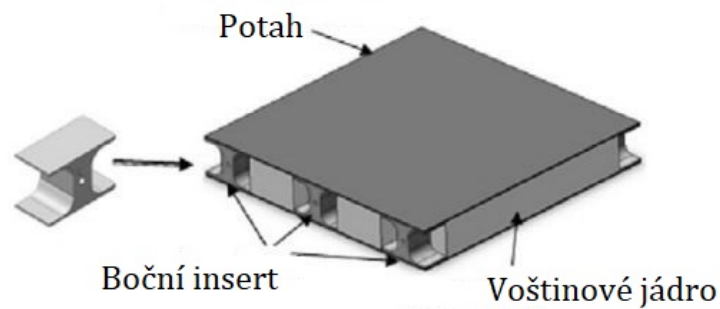
### 3.1.1. Druhy insertů

Pokud insert prochází celou šířkou panelu, mluvíme o **průchozím insertu**. V určitých aplikacích je nutné zachovat jeden z potahů celistvý a tomuto účelu se používají **zapuštěné inserty**. Tyto inserty se pak mohou lišit podle způsobu slepení s panelem, kdy zalévací směs buď plně vyplňuje otvor v celé šířce panelu-**plně zapuštěný insert**, nebo ho vyplňuje pouze částečně-**částečně zapuštěný insert**. Jednotlivé druhy jsou znázorněné na obr. 3.2.

Dalším typem insertu, je **boční insert**. S panelem je spojen tak, že na boční straně sendvičového panelu je odstraněna část voštinového jádra a boční insert je poté vlepen mezi potahy. Na obr. 3.3 jsou jsoobrazené boční inserty tvaru písmene I, které byly použity při stavbě družice STSAT-III [3].



Obrázek 3.2: Rozdělení insertů. Upraveno z [17].



Obrázek 3.3: Boční inserty tvaru písmene I. Upraveno z [3].

### 3.1.2. Materiál

Pro výrobu insertů se využívají tyto materiály:

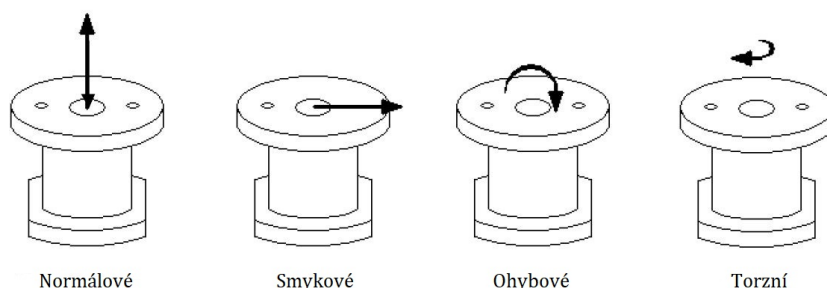
- hliníkové slitiny,
- slitiny titanu,
- ocel (uhlíková, nerezová),
- dlouhovláknový kompozitní materiál.

Jelikož celková pevnost systému je limitovaná vznikem mezního stavu ve voštinovém jádře a nikoliv v insertu samotném, nabízí hliníková slitina dostatečnou pevnost. Proto jsou hliníkové slitiny nejvíce používanou variantou [8].

### 3.1. ZÁKLADNÍ INFORMACE A ROZDĚLENÍ

#### 3.1.3. Silové působení

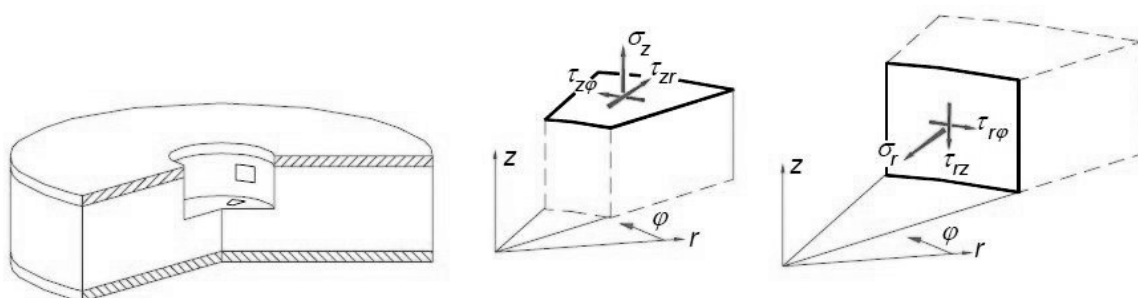
Na obr. 3.4 jsou znázorněné čtyři možné varianty zatížení insertu, které mohou působit jednotlivě, nebo v kombinaci.



Obrázek 3.4: Zatěžovací módy insertu. Upraveno z [18].

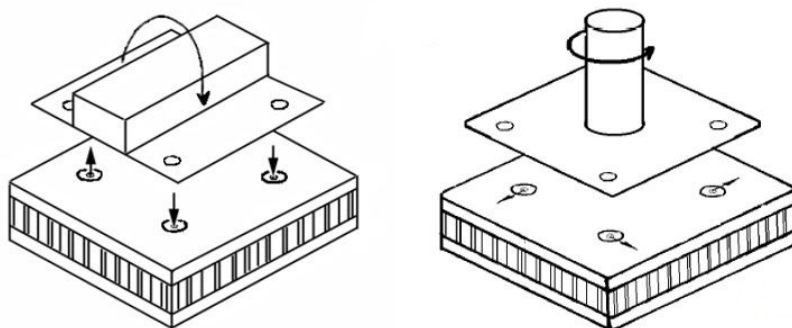
Kritickou částí z hlediska pevnosti insertového spojení je hranice, kde se stýká zalévací směs s jádrem sendviče [8].

Složky napětí působící na této hranici vlivem vnějšího zatížení insertu jsou znázorněny na obr. 3.5.



Obrázek 3.5: Napětí na hranici zalévací směsi insertu a jádra sendviče. Upraveno z [8].

Z konstrukčního hlediska by měla být snaha o to, aby byl insert zatěžován normálově nebo smykově. Zatížení ohybem není doporučeno zejména pro částečně zapuštěný insert a insert by žádném případě neměl být zatěžován krutem. Toho lze dosáhnout například zapojením skupiny insertů místo jediného pro přenos ohybového a krouťícího momentu. Na obr. 3.6 jsou zobrazeny možné konstrukční úpravy pro zajištění výše uvedeného.



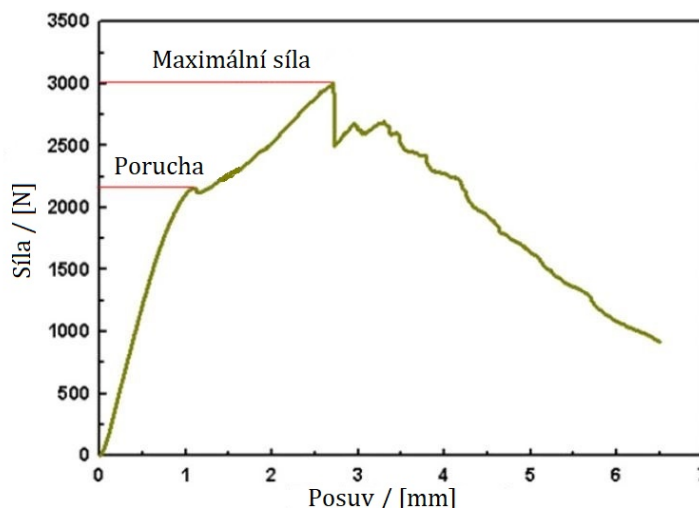
Obrázek 3.6: Konstrukční úpravy pro přenos ohybového (vlevo) a krouťícího (vpravo) momentu skupinou insertů. Převzato z [14].

## 3.2. Únosnost insertu při normálovém zatížení

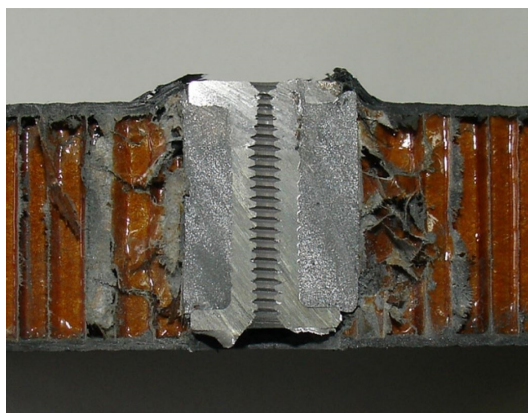
V této podkapitole je rozebrán mechanismus vedoucí k porušení průchozího insertu a parametry ovlivňující jeho únosnost. Při tomto zatížení je mechanismus poruchy totožný pro tah a tlak.

### 3.2.1. Mechanismus poruchy

Při zatěžování insertu ve směru normály dochází ke vzniku smykových napětí v jádře v místě jeho spojení se zalévací směsí (napětí  $\tau_{rz}$  na obr. 3.5). Rostoucí tahové zatížení se nejprve projeví smykovým vybočením stěn buněk jádra (tzv. shear buckling) a následně dochází ke smykové poruše jádra. Na obr. 3.7 je typická závislost síly na posuvu při vytrhávací zkoušce. První lokální extrém v křivce odpovídá smykové poruše jádra, zatížení je poté přenášeno pouze potahem. Maximální hodnota síly pak odpovídá poruše potahu a konečnému vytržení insertu. Z hlediska mezního stavu je nežádoucí již porušení soudržnosti v jádře odpovídající prvnímu lokálnímu extrému. Rozhodující veličinou je proto mezní stav pevnosti ve smyku jádra  $\tau_P$  [14],[19],[20]. Obr. 3.8 zachycuje vytržený insert.



Obrázek 3.7: Závislost síly na posuvu při vytrhávací zkoušce. Upraveno z [19].



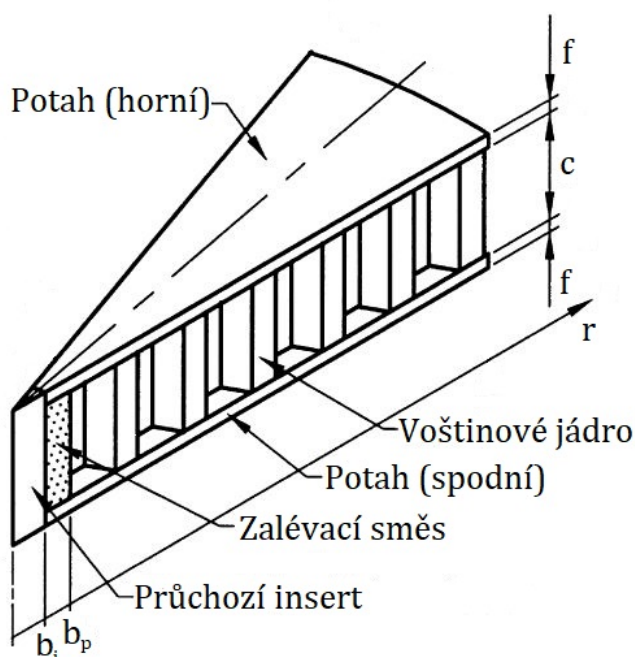
Obrázek 3.8: Poškození panelu při vytrhávací zkoušce. Převzato z [19].

### 3.2. ÚNOSNOST INSERTU PŘI NORMÁLOVÉM ZATÍŽENÍ

#### 3.2.2. Vliv proměnných parametrů na únosnost insertu

V publikaci [14] byly identifikovány parametry mající vliv na celkovou únosnost insertu (viz. obr. 3.9).

- potahy: tloušťka  $f$ , ohybová tuhost potahů  $D_f$ ,
- insert: poloměr zalévací směsi  $b_p$
- jádro: tloušťka jádra  $c$ , modul pružnosti ve smyku jádra  $G_c$ , hodnota meze pevnosti ve smyku jádra  $\tau_P$



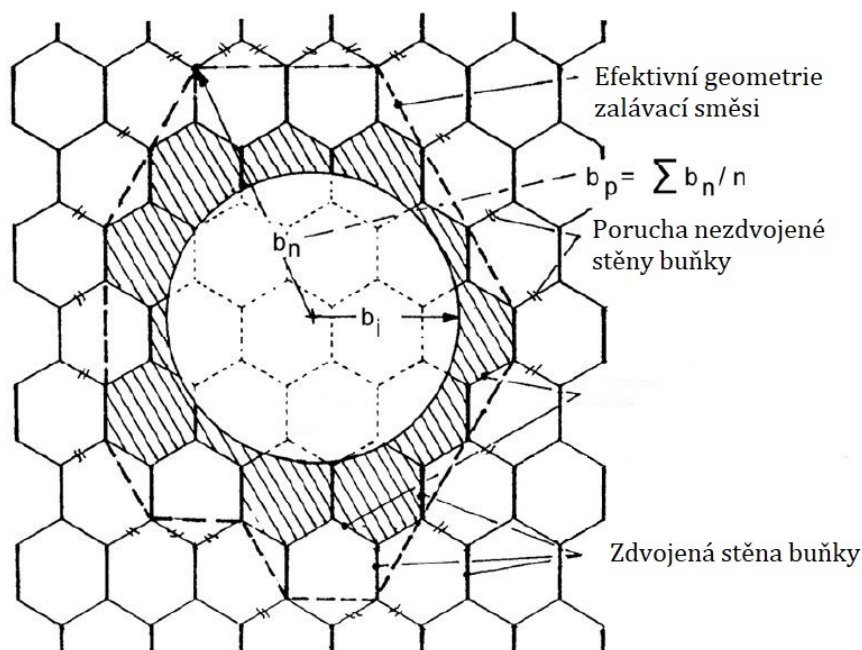
Obrázek 3.9: Zakótování poloměru průchozího insertu  $b_i$  a poloměru zalévací směsi  $b_p$  na výřezu kruhově symetrického sendvičového panelu. Upraveno z [17].

#### Vliv poloměru zalévací směsi na únosnost insertu

Při procesu zalití insertu zalévací směsí dojde k vyplnění prostoru mezi insertem a voštinovým jádrem. Směs vytvoří nepravidelný tvar kolem insertu v závislosti na tom, kolik buněk jádra je porušených a umožní zatečení směsi. K porušení celistvosti buněk dochází při vrtání do sendvičového panelu v průběhu výroby. Vyplnění zalévací směsí je zobrazeno na obr. 3.10. Symbolem zdvojené čáry  $\parallel$ , jsou označeny ty stěny buněk, na kterých je pozorována smyková porucha. Je zřejmé, že smyková porucha nastává na stěnách, které nejsou zesílené (nejsou tvořeny zdvojenou vrstvou fólie z hliníkové slitiny, viz. obr. 2.4). Pro účely zjednodušeného popisu se geometrie zalévací směsi uvažuje jako válcová s poloměrem  $b_p$ . Ten se získá pomocí vztahu:

$$b_p = \Sigma b_n/n, \quad (3.1)$$

kde  $b_n$  je vzdálenost  $n$ -tého vrcholu šestiúhelníku buňky od středu insertu (viz. obr. 3.10) a  $n$  je počet těchto vrcholů [14].

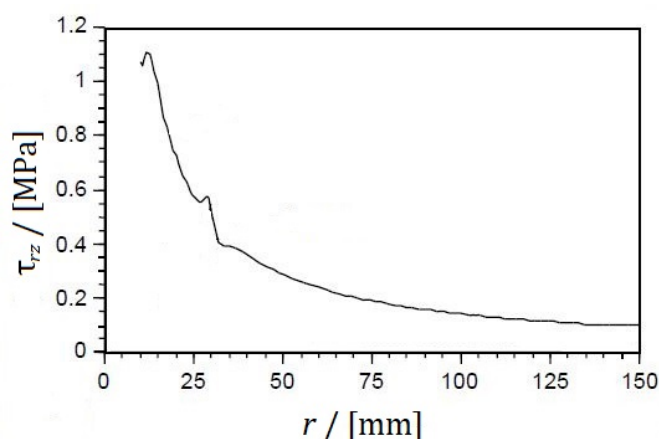


Obrázek 3.10: Geometrie pottingu. Upraveno z [14].

V práci [17] je uveden průběh smykového napětí v závislosti na vzdálenosti od středu insertu, který je zobrazen na obr. 3.11. Smykové napětí v jádře  $\tau_{rz}$  zde klesá s rostoucí vzdáleností od středu insertu a přechod mezi zalévací směsí a jádrem ( $r = 30$  mm) má na jeho průběh minimální vliv. Toto koresponduje s faktem, že s rostoucím poloměrem  $b_p$ , se více foliových stěn buněk zapojí do přenosu zatížení a smykového napětí proto klesá [14].

Zalévací má kromě své primární funkce přenosu smykového zatížení do jádra také svoji sekundární funkci. Jelikož je 5 – 10× tužší než jádro, snižuje koncentraci ohybového a smykového napětí v potazích v okolí insertu.

Poloměr zalévací směsi  $b_p$  je obtížné předem určit a závisí na výrobním procesu. Nicméně za optimální z hlediska rozložení napětí se dá považovat hodnota  $b_p = b_i + 0.5b_i$ , kdy dochází k maximálnímu snížení koncentrace napětí v potazích [17].

Obrázek 3.11: Průběh smykového napětí  $\tau_{rz}$  v závislosti na vzdálenosti od středu insertu. Upraveno z [17].



### 3.3. ÚNOSNOST INSERTU PŘI SMYKOVÉM ZATÍŽENÍ

#### Vliv geometrie na únosnost insertu

V publikaci [14] je uvedeno, že na tahovou únosnost má vliv hodnota ohybové tuhosti potahové vrstvy  $D_f$ . Lze to vysvětlit úvahou nad rozdělením silového toku mezi potahy a jádrem panelu, kdy při nižší tuhosti potahu je jádro více zatíženo smykovými silami, které způsobí jeho porušení. Tyto tvrzení korespondují s výsledky práce [19]. V této práci bylo zjištěno, že při vytrhávací zkoušce má na únosnost insertu kromě poloměru  $b_p$  největší vliv hustota a tloušťka jádra panelu.

### 3.3. Únosnost insertu při smykovém zatížení

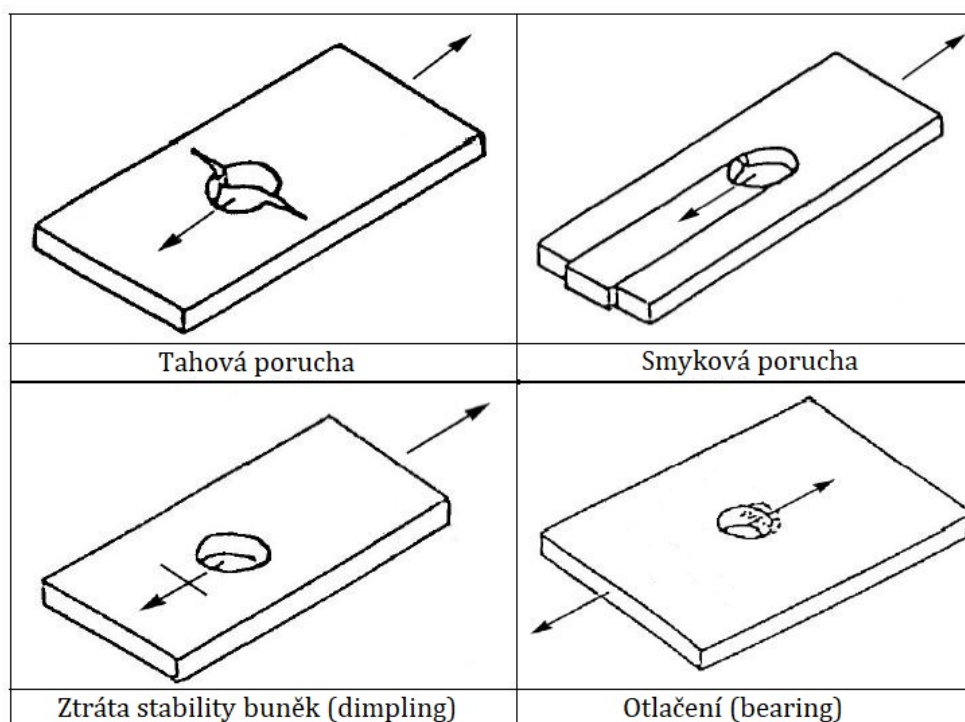
V této podkapitole je rozebrán mechanismus vedoucí k porušení průchozího insertu a parametry ovlivňující jeho únosnost.

#### 3.3.1. Mechanismus poruchy

Při smykovém namáhání je zatížení dominantně přenášeno potahy a proto jejich vlastnosti jsou klíčové z hlediska smykové únosnosti insertu. Mechanismus poruchy je závislý na tom, zda jsou potahy kovové nebo nekovové.

U kovových potahů je mechanismem poruchy vybočení potahů v blízkosti insertu.

Jako nekovové materiály jsou obvykle používány lamináty. Zde může nastat několik mechanismů poruchy v závislosti na struktuře laminátu. Přehled možných poruch je na obr. 3.12.



Obrázek 3.12: Smykové poruchy laminátového potahu. Upraveno z [14].

## 4. Teoretické přístupy analýzy sendvičového panelu

Tato kapitola je věnována teoretickému přístupu pro řešení deformačně napětového stavu sendvičových panelů.

Existuje mnoho teoretických přístupů, pro vytvoření analytického modelu sendvičového panelu. Na úvod je pro přehlednost uvedeno jejich dělení. V další části kapitoly jsou pak teorie rozebrány podrobněji.

Z hlediska zavedených aproximací můžeme teorie rozdělit na:

- klasickou teorii desek (Love-Kirchhoff),
- teorii smykové deformace prvního řádu pro desky (Reissner-Mindlin) a její modifikace,
- teorie vyšších řádů.

### 4.0.1. Aproximace pro jádro sendvičového panelu

V klasické teorii a teorii smykové deformace prvního řádu se pracuje se dvěma předpoklady pro chování jádra:

- tuhost ve směru kolmém na střednicovou rovinu je nekonečně velká, jádro se tedy nestlačuje a udržuje potahy v konstantní vzdálenosti od sebe,
- v rovině rovnoběžné se střednicovou rovinou má jádro zanedbatelnou tuhost [8, 21].

Tento model jádra je v literatuře označován jako **antirovinné jádro**.

### 4.0.2. Aproximace průběhu napětí

Při analýze sendvičových panelů lze provést aproximace, které vedou ke zjednodušení rozložení napětí a přetvoření po tloušťce panelu [8].

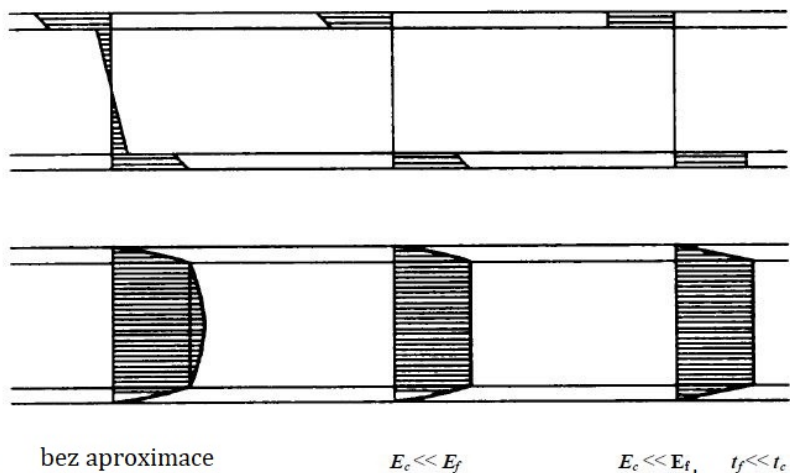
- Modul pružnosti jádra  $E_c$  je zanedbatelně malý v porovnání s modulem pružnosti potahů  $E_f$ .

Jedná se o předpoklad zahrnutý v definici zjednodušeného modelu jádra (antirovinné jádro) a vyplývá z něj konstantní průběh smykového napětí  $\tau_{xz}$  a  $\tau_{yz}$  po tloušťce jádra a zanedbání normálového napětí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  v jádře.

- Tloušťka potahů  $t_f$  je zanedbatelně malá oproti tloušťce jádra  $t_c$ .

Na základě tohoto předpokladu je smykové napětí v potazích  $\tau_{xz}$  a  $\tau_{yz}$  popsáno konstantním průběhem a normálové napětí v potazích  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  lineárním průběhem. Aproximace průběhu jsou zakresleny na obr. 4.1.

#### 4.1. KLASICKÁ TEORIE DESEK



Obrázek 4.1: Rozložení normálového (nahore) a smykového (dole) napětí v průřezu panelu. Upraveno z [18].

### 4.1. Klasická teorie desek

Tato teorie je rozšířením **Euler-Bernoulliho** teorie ohýbaných nosníků pro případ desky. Vychází z následujících **Kirchhoffových předpokladů**:

- Úsečky, které jsou kolmé ke střednicové rovině před deformací, zůstávají úsečkami i po deformaci.
- Úsečky, které jsou kolmé ke střednicové rovině před deformací se v průběhu deformace natáčejí, avšak zůstávají kolmé ke střednicové rovině.
- Úsečky, které jsou kolmé ke střednicové rovině před deformací si v průběhu deformace zachovávají svoji délku.

Na základě této teorie jsou odvozeny rovnice pro deformační posuvy: (viz. obr. 4.2) [22].

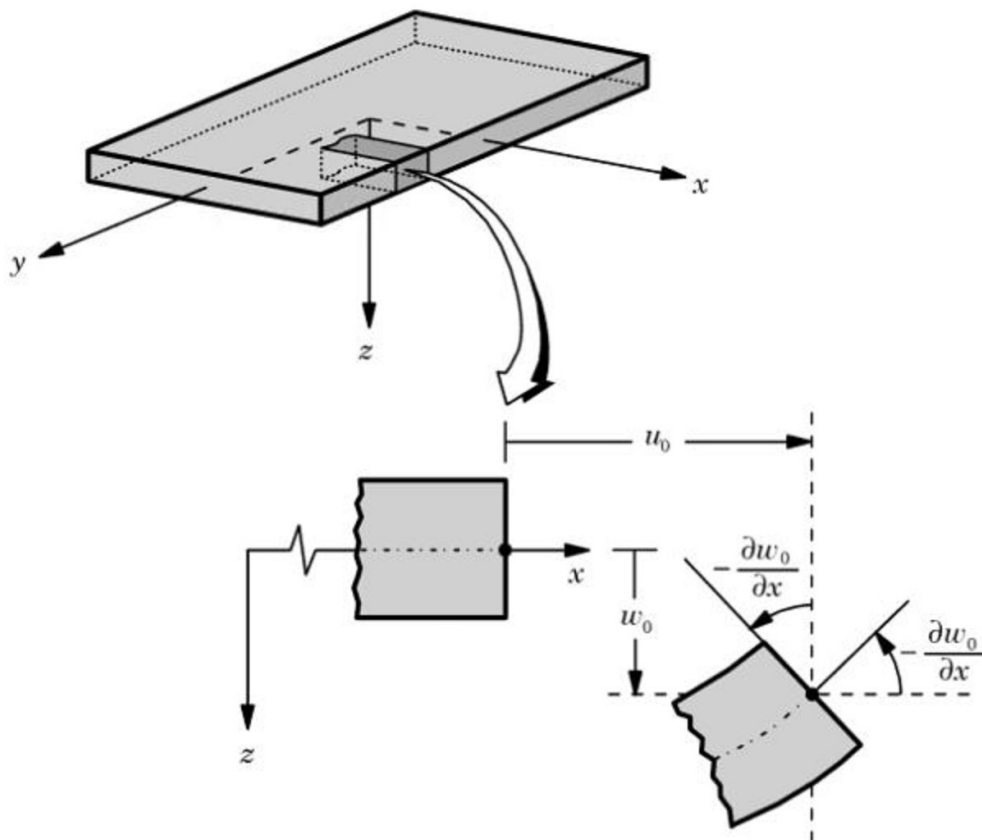
$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (4.1a)$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (4.1b)$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (4.1c)$$

Posuvy  $u$ ,  $v$ , resp.  $w$  odpovídají deformačním posuvům ve směrech souřadných os  $x$ ,  $y$ , resp.  $z$  a  $\frac{\partial w_0}{\partial x}$ , resp.  $\frac{\partial w_0}{\partial y}$  jsou natočení střednicové plochy ve směru  $x$ , resp.  $y$ . Indexem 0 jsou označeny deformační posuvy vztažené k bodu na střednicové ploše o souřadnicích  $(x, y, 0)$ .

Důsledkem Kirchhoffových předpokladů je také fakt, že přetvoření ve směru normály ke střednicové ploše je nulové ( $\varepsilon_{zz} = 0$ ). Dále pak platí, že příčné smykové přetvoření je rovněž nulové ( $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ ) a deska je namáhána pouze ohybem [22], [18].



Obrázek 4.2: Schéma deformované geometrie plátu. Převzato z [22].

Jelikož sendvičový panel obsahuje vrstvu jádra, která je relativně tlustá, poddajná a vykazuje smykovou deformaci, není tento model k popisu sendvičových struktur vhodný. Jeho použitím, získá uživatel nepřesné výsledky vzhledem k nadhodnocené ohybové tuhosti.

## 4.2. Teorie smykové deformace prvního řádu pro desky

Teorie smykové deformace prvního řádu pro desky je založena na práci Mindlina [23] a Reissnera [24]. Tato teorie rozšiřuje klasickou teorii desek zahrnutím příčných smykových přetvoření ( $\gamma_{xz}$  a  $\gamma_{yz}$ ). Teorie předpokládá konstantní průběh těchto přetvoření přetvoření po tloušťce desky. Příčné průřezy proto po deformaci zůstávají rovinné avšak už ne kolmé ke střednicové rovině (Kirchhoffův předpoklad o kolmosti úseček ke střednicové rovině po deformaci zde již neplatí, zbylé dva ano) [21].

Rovnice pro deformační posuvy mají potom následující podobu:

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) + z\theta_x \quad (4.2a)$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) + z\theta_y \quad (4.2b)$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (4.2c)$$

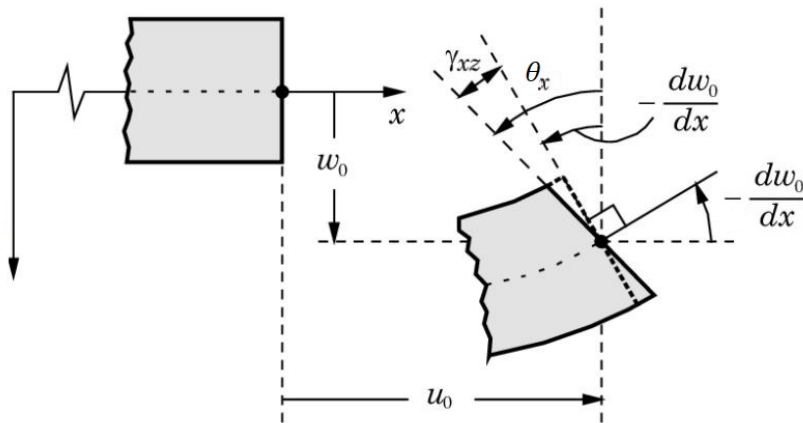
### 4.3. ŘÍDÍCÍ ROVNICE SENDVIČOVÉHO PANELU

Zde  $\theta_x$  a  $\theta_y$  odpovídá natočení příčného průřezu ve směru  $x$  a  $y$ . Pro tato natočení platí:

$$\theta_x = \gamma_{xz} - \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (4.3a)$$

$$\theta_y = \gamma_{yz} - \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (4.3b)$$

Jak je znázorněno na obr. 4.3.



Obrázek 4.3: Schéma natočení příčného průřezu po deformaci (Teorie smykové deformace prvního řádu pro desky). Upraveno z [22].

Tento přístup je využíván při modelování laminátů, kdy je celá deska chápána jako jediná vrstva s vlastnostmi, které jsou ekvivalentní vícevrstvé, analyzované desce. Nicméně interpretace sendvičových panelů tímto způsobem nepatří k nejvhodnějším, protože mezi vrstvou tuhého potahu a poddajného jádra jsou značné rozdíly v mechanických vlastnostech a jejich deformace reálně neprobíhá totožným mechanismem. Proto i nadále existovali tendence vypracovat analytické modely, zahrnující smykovou deformaci, které by lépe popisovaly chování panelu [18].

## 4.3. Řídící rovnice sendvičového panelu

### 4.3.1. Historický vývoj

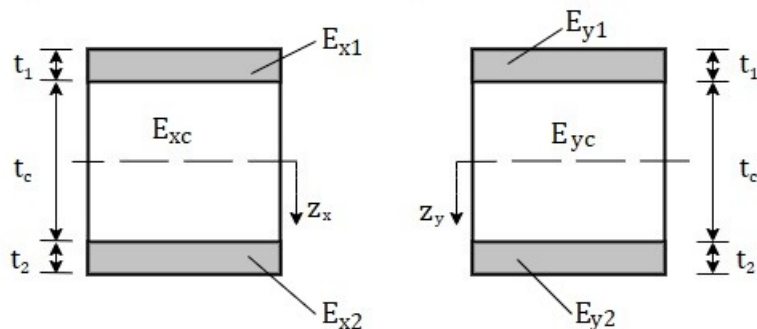
Za významnou lze považovat práci Reissnera [25]. Jeho teorie pracuje se sendvičovým panelem z izotropního materiálu a velmi tenkými potahy. Uvažuje stlačení jádra. Její podstata spočívá v řešení rovnic rovnováhy individuálně pro vrstvy jádra a potahů, kdy předepíše rovnice kontinuity mezi jednotlivými vrstvami. Ačkoliv je metoda komplikovaná a prakticky obtížně použitelná, vyplývá z ní důležitý poznatek, že efekt příčného, normálového napětí je zanedbatelně malý v porovnání s příčným smykovým napětím. Tudíž potvrzuje správnost předpokladu nestlačitelnosti antirovinného jádra.

Významný posun nastal v práci Libova a Batdorfa [26], kde je odvozena obecná teorie malých deformací sendvičových plátů. V této teorii využít koncept popisu panelu jako celku pomocí sedmi fyzikálních konstant. Jsou to dvě ohybové tuhosti  $D_x$ ,  $D_y$ , dále torzní tuhost  $D_{xy}$ , Příčné smykové tuhosti  $S_x$ ,  $S_y$  a dvě Poissonova čísla  $\mu_{xy}$ ,  $\mu_{yx}$ . Z nich pouze šest je nezávislých, protože na základě Bettiho recipročního teoremu lze odvodit vztah:

#### 4. TEORETICKÉ PŘÍSTUPY ANALÝZY SENDVIČOVÉHO PANELU

$$\frac{\mu_{yx}}{D_y} = \frac{\mu_{xy}}{D_x}. \quad (4.4)$$

Fyzikálních konstanty se dají odvodit teoreticky ze známých materiálových konstant a geometrie potahu s jádrem, (obr. 4.4) [8]. Pro teoretické odvození je předpokládáno antirovinné jádro a tenké potahy.



Obrázek 4.4: Schéma průřezu sendvičového panelu.

#### Ohybová tuhost

$$D_x = \int z_x^2 E_x dz_x \approx \frac{E_{x1} t_1 E_{x2} t_2 d^2}{E_{x1} t_1 + E_{x2} t_2} \quad (4.5a)$$

$$D_y = \int z_y^2 E_y dz_y \approx \frac{E_{y1} t_1 E_{y2} t_2 d^2}{E_{y1} t_1 + E_{y2} t_2} \quad (4.5b)$$

#### Torzní tuhost

$$D_{xy} = \int 2z^2 G_{xy} \approx \frac{2G_{xy1} t_1 G_{xy2} t_2 d^2}{G_{xy1} t_1 + G_{xy2} t_2} \quad (4.6)$$

kde  $G_{xy1}$  a  $G_{xy2}$  jsou moduly pružnosti ve smyku pro potahy.

#### Smyková tuhost

$$S_x = \frac{G_{cx} d^2}{t_c} \quad (4.7a)$$

$$S_y = \frac{G_{cy} d^2}{t_c}, \quad (4.7b)$$

kde  $G_{cx}$  je modul pružnosti ve smyku jádra v rovině  $xz$  a  $G_{cy}$  je modul pružnosti ve smyku jádra v rovině  $yz$ .

#### Poissonovo číslo

$$\mu_{xy} = -\frac{\partial^2 w / \partial^2 y}{\partial^2 w / \partial^2 x} \quad (4.8a)$$

$$\mu_{yx} = -\frac{\partial^2 w / \partial^2 x}{\partial^2 w / \partial^2 y} \quad (4.8b)$$

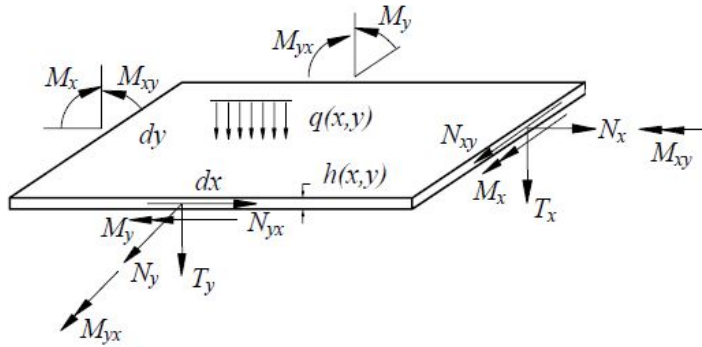
kde  $w$  je průhyb panelu.

### 4.3. ŘÍDÍCÍ ROVNICE SENDVIČOVÉHO PANELU

#### 4.3.2. Řídící rovnice pro ortotropní panel

Řídící rovnice jsou uvedeny pro ortotropní panel s hlavními směry ortotropie ve směrech  $x$  a  $y$ . Panel je popsán sedmi fyzikálními konstantami, které jsou definovány v odstavci 4.3.1. Pro odvození řídicích rovnic je předpokládáno antirovinné jádro, tenké potahy a s nimi související aproximace průběhu napětí (viz. odst. 4.0.2). Na základě těchto předpokladů vychází řídicí rovnice z rovnic deformačních posuvů, odvozených pro teorii smykové deformace prvního řádu (rovnice 4.2).

Liniové výsledné vnitřní účinky (LVVU), působící v sendvičovém panelu jsou zobrazeny na obr. 4.5.



Obrázek 4.5: Znázornění vnějšího spojitého zatížení  $q(x, y)$  a LVVU v sendvičovém panelu. Převzato z [8].

Z uvolněného elementárního prvku panelu (obr.4.6) lze stanovit podmínky silové rovnováhy ve směru  $z$ :

$$\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} + q + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (4.9)$$

Odvození řídicích rovnic je provedeno v práci Libova a Batdorfa [26] a pro jeho značnou komplikovanost a rozsáhlost ho zde nebudeme uvádět. Výsledkem jsou tři diferenciální rovnice o třech neznámých  $w(x, y)$ ,  $T_x(x, y)$  a  $T_y(x, y)$ .

$$[D]w = -[M]q \quad (4.10a)$$

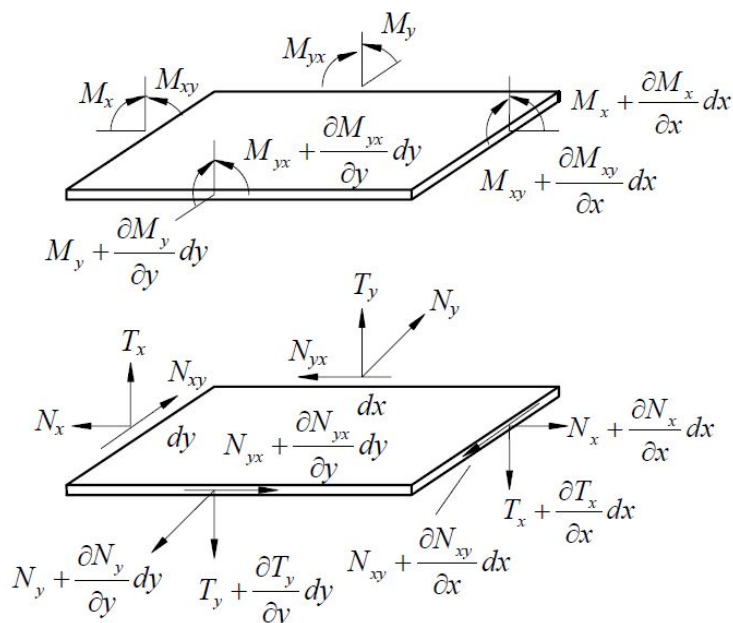
$$[D]T_x = -[N]q \quad (4.10b)$$

$$[D]T_y = -[P]q \quad (4.10c)$$

Zde koeficienty v hranatých závorkách představují diferenciální operátory, jejich podobu lze nalézt rovněž v [26].

Praktické použití těchto rovnic není pro jejich komplikovanost příliš vhodné. Existuje však určité zjednodušení, které nabízí metoda superpozice.

#### 4. TEORETICKÉ PŘÍSTUPY ANALÝZY SENDVIČOVÉHO PANELU



Obrázek 4.6: Uvolněný elementární prvek se znázorněnými LVVU. Převzato z [8].

#### 4.3.3. Metoda superpozice

Tento přístup je zahrnut v práci Plantema [27]. Využitím tohoto přístupu se rovnice 4.10 výrazně zjednoduší.

Metoda nahlíží na celkové pole průhybu panelu  $w$ , jako na součet dvou vzájemně nezávislých složek.

$$w = w_b + w_s \quad (4.11)$$

Kde  $w_b$  je deformace panelu ohybem, kdy jediné nenulové složky LVVU jsou ohybové momenty a  $w_s$  je deformace panelu smykem, kdy jediné nenulové složky LVVU jsou posouvající síly (viz. obr. 4.7). Dále jsou zavedeny tyto relace, které svazují posouvající síly a smykovou deformaci: [8]

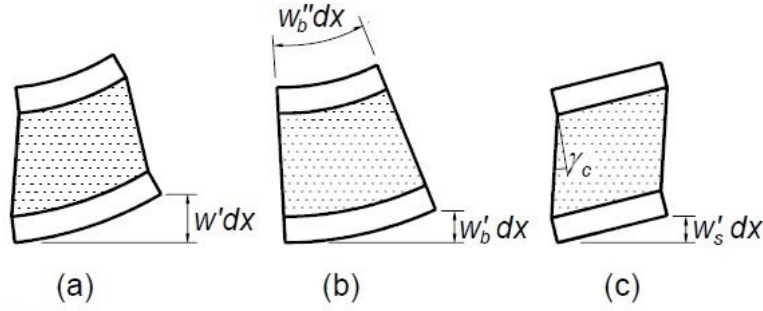
$$\frac{\partial^2 T_x}{\partial x^2} = S_x \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial^2 T_y}{\partial y^2} = S_y \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \quad (4.13)$$

Zavedení přístupu superpozice je přesné pro izotropní panely a velmi dobrá aproximace pro ortotropní panely s totožnou ohybovou tuhostí  $D_x$  a  $D_y$ .



### 4.3. ŘÍDÍCÍ ROVNICE SENDVIČOVÉHO PANELU



Obrázek 4.7: a) Celkový průhyb b) Ohyb c) Smyk. Převzato z [8].

Výsledkem zjednodušení je diferenciální rovnice popisující pole průhybu panelu, kterou lze zapsat pomocí  $w_s$  (rce. 4.14) nebo  $w_b$  (rce. 4.15).

$$S_x \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} S_y \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} = q^* \quad (4.14)$$

$$\frac{D_x}{1 - \mu_{xy}\mu_{yx}} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} + \left[ \frac{\mu_{yx}D_x + \mu_{xy}D_y}{1 - \mu_{xy}\mu_{yx}} + 2D_{xy} \right] \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{D_y}{1 - \mu_{xy}\mu_{yx}} \frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4} = q^* \quad (4.15)$$

Kde pro  $q^*$  platí (viz. obr 4.5):

$$q^* = q + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}. \quad (4.16)$$

Rovnice 4.14 popisuje čistý smyk a rovnice 4.15 potom čistý ohyb panelu. Rovnice jsou vzájemně nezávislé. Lze je řešit odděleně a následně sečíst pro získání pole celkového průhybu  $w$ .

#### 4.3.4. Řídící rovnice pro izotropní panel

Diferenciální rovnice pole průhybu  $w_b$  a  $w_s$  jsou zde uvedeny a rozebrány pro případ izotropního sendvičového panelu [8].

Pro izotropní panel platí:  $D_x = D_y = D$ ,  $\mu_{xy} = \mu_{yx} = \mu$ ,  $S_x = S_y = S$  a  $D_{xy} = \frac{D}{1 + \mu}$ .  
potom se rovnice 4.14 a 4.15 zjednodušují na do tvaru:

$$\frac{D}{1 - \mu^2} \Delta^2 w_b = q^* \quad (4.17a)$$

$$-S \Delta w_s = q^*, \quad (4.17b)$$

Obě rovnice lze také zkombinovat a získat diferenciální rovnici celkového průhybu:

$$\frac{D}{1 - \mu^2} \Delta^2 w = \left[ 1 - \frac{D \Delta}{S(1 - \mu^2)} \right] q^*, \quad (4.18)$$

která odpovídá teorii smykové deformace prvního řádu pro desky Reissnera a Mindlina.

#### **4.4. Teorie vyšších řádů**

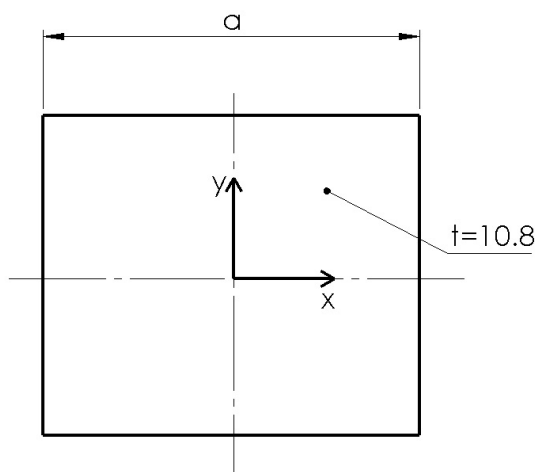
Tato teorie pracuje se sendvičovým plátem jako s pokročilým vícevrstevným modelem. Již není využíváno předpokladu antirovinného jádra a s jádrem se pracuje jako s vrstvou, které je umožněno se deformovat v příčném směru. Tento přístup je vhodný pro analýzu lokálně zatíženého panelu, protože dokáže zachytit koncentrace napětí. Tento přístup v práci využít není, jeho odvození lze nalézt v [28] nebo [29].

# 5. Srovnání tuhosti a pevnosti vybraných variant sendvičových panelů

V této části jsou srovnány tuhosti 7 variant prostě podepřených sendvičových plátů, zatížených spojitým tlakovým zatížením  $q$ . Nejprve jsou jednotlivé varianty popsány po stránce geometrie a materiálu. Následně jsou pro každou variantu srovnány napěťové a deformační charakteristiky získané třemi přístupy. Je využito analyticko-numerické metody, která vychází z teorie popsané v části 4.3.3 a dvou variant metody konečných prvků. Na závěr kapitoly je diskutován vliv rozdílných parametrů potahu na tuhost a pevnost panelu.

## 5.1. Souhrnné informace

Všechny analyzované varianty sendvičových plátů jsou symetrické podle střednicové roviny. Mají podobu čtverce o stranách  $a = 300$  mm, viz. obr. 5.1.



Obrázek 5.1: Geometrie analyzovaného sendviče

Pláty jsou na všech stranách prostě podepřené a zatížené spojitým tlakovým zatížením o hodnotě  $q = 0,1$  Mpa. Tloušťky vrstev jsou následující:

- potah 0,4 mm,
- jádro 10 mm.

## 5.2. Analyticko - numerické řešení

Sendvičový panel je analyzován metodou součtu nekonečné řady.

## 5. SROVNÁNÍ TUHOSTI A PEVNOSTI VYBRANÝCH VARIANT SENDVIČOVÝCH PANELŮ

Vychází z myšlenky, kdy je pole celkového průhybu předpokládáno v podobě Fourierovy řady.

$$w(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} -\frac{W_{mn}q_{mn}}{Z_{mn}} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (5.1)$$

pro čtyřúhelníkový panel o rozměrech  $a$  a  $b$ .

Podobně jsou určeny liniové posouvající síly.

$$T_{xz}(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{X_{mn}q_{mn}}{Z_{mn}} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (5.2a)$$

$$T_{yz}(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Y_{mn}q_{mn}}{Z_{mn}} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}. \quad (5.2b)$$

Úloha se poté redukuje na určení koeficientů  $W_{mn}$ ,  $q_{mn}$ ,  $Z_{mn}$ ,  $X_{mn}$  a  $Y_{mn}$ , které lze nalézt dosazením rovnic 5.1 a 5.2 do rovnice 4.9 [8].

Řešení bylo provedeno sčítáním konečného počtu členů nekonečné řady v rovnicích 5.1 a 5.2, které byly naprogramovány v software MATALB. Rovnice byly sčítány pro  $m = 1, 2, \dots, i$  a  $n = 1, 2, \dots, i$ , kde hodnota  $i$  je stanovena na 100, což zajišťuje velmi dobrou konvergenci řešení (V [8] bylo  $i$  stanoveno na 27 a bylo dosaženo velmi přesného řešení).

### 5.3. Řešení pomocí MKP

Pro řešení metodou konečných prvků byl využito prostředí ANSYS Workbench a jeho vestavěného modulu Ansys Composite PrepPost (ACP). Byly provedeny dvě alternativy, které se lišily použitými prvky:

- shell281,
- solid185.

#### 5.3.1. 2D skořepina

Definice vrstev sendvičového panelu byla provedena v modulu ACP, odkud se exportovala homogenní data v podobě skořepiny do modulu Static Structural. Zde bylo provedeno zadání okrajových podmínek, řešení a následný postprocessing. Panel byl modelován pomocí prvků shell281 s celkovým počtem 3600.

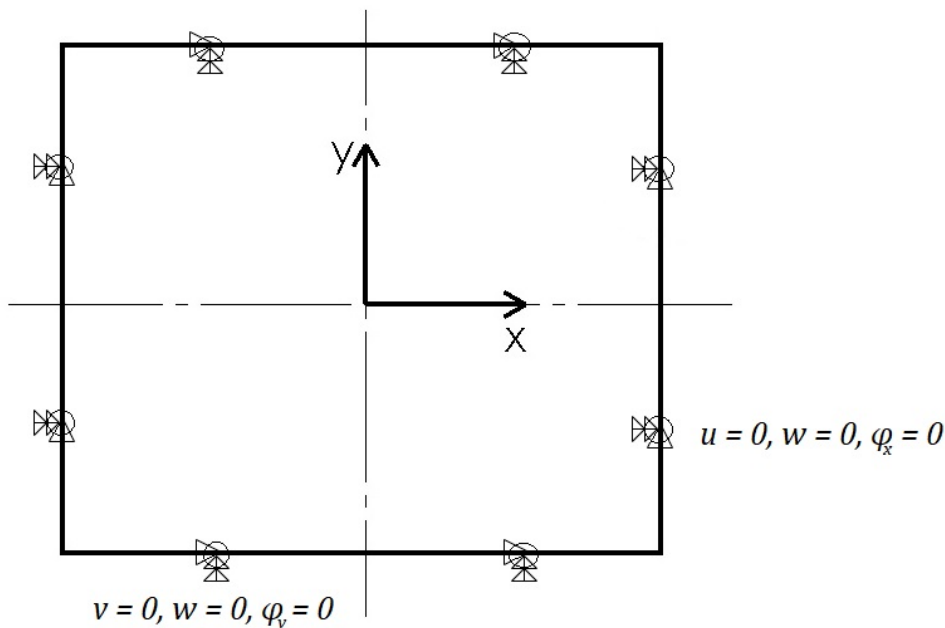
### 5.3. ŘEŠENÍ POMOCÍ MKP

#### Okrajové podmínky

Deformační okrajové podmínky byly nastaveny na hrany skořepinového panelu:

- hrany rovnoběžné s osou  $x$  (viz obr. 5.2) mají omezeny tyto stupně volnosti:  
 $u = 0, w = 0, \varphi_y = 0$ ,
- hrany rovnoběžné s osou  $y$  (viz obr. 5.2) mají omezeny tyto stupně volnosti:  
 $v = 0, w = 0, \varphi_x = 0$ .

Panel byl zatížen tlakem o hodnotě  $q = 0,1$  Mpa, který působil na povrchu horního potahu.



Obrázek 5.2: Deformační okrajové podmínky prostě podepřeného panelu.

#### 5.3.2. 3D těleso

Od skořepiny se postup lišil exportováním dat z ACP do modulu Static Structural ve formě sestavy, kdy potahy a jádro tvořily homogenní těleso. V modulu Static Structural byl nastaven bonded kontakt mezi pláštěm a jádrem s formulací MPC. Následně byly zadány okrajové podmínky, provedlo se řešení a následný postprocessing. Panel byl modelován pomocí prvků solid185 s celkovým počtem 10800.

#### Okrajové podmínky

Deformační okrajové podmínky byly nastaveny na boční stěny panelu. Zadání posuvů proběhlo totožně jako u skořepinového modelu avšak ve případě 3D tělesa nebylo nutné zadávat omezení rotace  $\varphi_x = 0$  a  $\varphi_y = 0$ , protože uzly prvků solid158 nemají rotační stupně volnosti.

Panel byl rovněž zatížen tlakem o hodnotě  $q = 0,1$  Mpa, který působil na povrchu horního potahu.

## 5.4. Využití materiály

### 5.4.1. Materiálová data pro laminu kompozitního potahu

Následující materiálové charakteristiky popisují konstitutivní vlastnosti jedné laminy dlouhovláknového kompozitu. Jedná se o kompozit vyztužený uhlíkovým vláknem **M55J** [30] a epoxidovou maticí **RS-36** [31], využívaného mj. pro výrobu potahů sendvičových panelů s aplikací v kosmu.

Na základě materiálových listů byly určeny materiálové charakteristiky popisující elastické chování transversálně ortotropního materiálu. Youngův modul pružnosti byl stanoven jako průměr modulu pružnosti v tahu a tlaku, uvedeného v materiálových listech. Z toho důvodu, že lamina je velmi tenká vrstva

( $t \ll a, b$ ), je využit model rovinného ortotropního materiálu pro který platí:

$$\sigma_3 = \tau_{31} = \tau_{32} = 0. \quad (5.3)$$

Deformačně napěťová odezva v elastické oblasti je pak plně popsána čtyřmi materiálovými charakteristikami, které jsou uvedeny v tabulce 5.1 [32]. Jde o modul pružnosti v tahu ve směru vláken  $E_1$  a ve směru kolmém na vlákna  $E_2$ , dále Poissonovo číslo v rovině laminy  $\mu_{12}$  a modul pružnosti ve smyku v rovině laminy  $G_{12}$ . V tabulce jsou rovněž uvedeny hodnoty materiálových charakteristik, rovněž z materiálových listů [31], které vymezují podmínku mezního stavu pevnosti rovinného ortotropního materiálu [6]. K nim patří podélná pevnost v tahu, resp. v tlaku  $\sigma_{Pt,1}$ , resp.  $\sigma_{Pd,1}$ , dále příčná pevnost v tahu, resp. v tlaku  $\sigma_{Pt,2}$ , resp.  $\sigma_{Pd,2}$  a také pevnost ve smyku  $\tau_{P,12}$ . Hustota kompozitní laminy byla určena na základě směšovacího pravidla pro 60% podíl vláken,  $\rho = 1640 \text{ kg m}^{-3}$ .

Tabulka 5.1: Materiálová data laminy potahu M55J/RS-36.

$E_1$ [GPa]	$E_2$ [GPa]	$\mu_{12}$ [-]	$G_{12}$ [GPa]
303,5	8	0,27	5
$\sigma_{Pt,1}$ [MPa]	$\sigma_{Pt,2}$ [MPa]	$\sigma_{Pd,1}$ [MPa]	$\sigma_{Pd,2}$ [MPa]
2041	42	993	105
			$\tau_{P,12}$ [MPa]
			75

Aby bylo možné zahrnout laminátový potah do analyticko-numerického modelu bylo nutné nejdříve stanovit jeho ekvivalentní materiálové charakteristiky ve směru  $x$  a  $y$ . Ty umožňují pracovat s vícevrstevným laminátem jako s homogenním ortotropním materiálem s ekvivalentními vlastnostmi.

Tyto konstanty byly stanoveny na základě algoritmů, uvedených v publikacích [34] a [33]. Jejich hodnoty jsou uvedeny u jednotlivých variant sendvičového panelu.

## 5.5. POPIS ZKOUMANÝCH VARIANT

### 5.4.2. Materiálová data pro potah z hliníku

Pro hliníkové potahy byl zvolen materiál **Aluminum 2024-T3** [35]. Jeho materiálové charakteristiky jsou uvedeny v tabulce 5.2. Jeho hustota je  $\rho = 2780 \text{ kg m}^{-3}$ .

Tabulka 5.2: Materiálová data hliníku 2024-T3.

$E$ [GPa]	$\mu$ [-]
73,1	0.33
<hr/>	
$\sigma_k$ [MPa]	
345	

### 5.4.3. Materiálová data pro jádro

Jako jádro byla zvolena hliníková voština **PAMG XR1-2.0-3/16-.0007-P-5056** [15]. Materiálem je Aluminum 5056 s rozměrem buňky  $c = 4,8 \text{ mm}$ . Nominální hustota je  $\rho = 32 \text{ kg m}^{-3}$ . Materiálová data jsou uvedeny v tabulce 5.3. Jelikož je využíváno teorie antirovinného jádra ( $\varepsilon_c = 0$ ), redukují se potřebné elastické konstanty na  $G_{13}$  a  $G_{23}$  pro analytický model. V MKP modelu je navíc zahrnut kompresivní modul pružnosti  $E_{c,3}$ . Dále jsou v tabulce uvedeny hodnoty smykové pevnosti ortotropního jádra  $\tau_{P,13}^c$  a  $\tau_{P,23}^c$  a rovněž mez pevnosti v tlaku  $\sigma_{P,3}^c$ .

Tabulka 5.3: Materiálová data voštiny PAMG XR1-2.0-3/16-.0007-P-5056.

$G_{13}$ [MPa]	$G_{23}$ [MPa]	$E_{c,3}$ [MPa]
186	90	310
<hr/>		
$\tau_{P,13}^c$ [kPa]	$\tau_{P,23}^c$ [kPa]	$\sigma_{P,3}^c$ [kPa]
965	586	1103

## 5.5. Popis zkoumaných variant

### Materiál a tloušťky vrstev pro panely č. 1 - 6

Potahy jsou tvořeny čtyřvrstevným kompozitním materiálem **M55J/RS-36** a jádro voštinou **PAMG XR1-2.0-3/16-.0007-P-5056**. Orientace vrstev je definována kódovým označením. Princip kódového označení spočívá v uvedení úhlu, v jednotce stupeň, který svírá směr vláken příslušné laminy s osou  $x$  souřadného systému sendvičového panelu [10]. Znázornění vztahu kódového označení s grafickým znázorněním vrstvení panelu je na obr. 5.3. Zde index  $C/Ep$  označuje vrstvu kompozitní laminy a index  $core$  vrstvu jádra sendviče.

Lamina má tloušťku  $t_{ply} = 0.1 \text{ mm}$ , vrstva jádra má tloušťku  $t_c = 10 \text{ mm}$ .

## 5. SROVNÁNÍ TUHOSTI A PEVNOSTI VYBRANÝCH VARIANT SENDVIČOVÝCH PANELŮ

sendvičový panel	kódové označení
0° C/Ep	$[0_{C/Ep} / 45_{C/Ep} / 90_{C/Ep} / -45_{C/Ep} / \overline{0_{CORE}}]_S$
45° C/Ep	
90° C/Ep	
-45° C/Ep	
0° CORE	
-45° C/Ep	
90° C/Ep	
45° C/Ep	
0° C/Ep	

Obrázek 5.3: Vztah mezi grafickým znázorněním vrstvení sendviče a mezi ekvivalentním kódovým označením.

### 5.5.1. Panel č.1

Orientace jednotlivých vrstev je dána kódovým označením:

- $[0_{C/Ep} / 45_{C/Ep} / 90_{C/Ep} / -45_{C/Ep} / \overline{0_{core}}]_S$ .

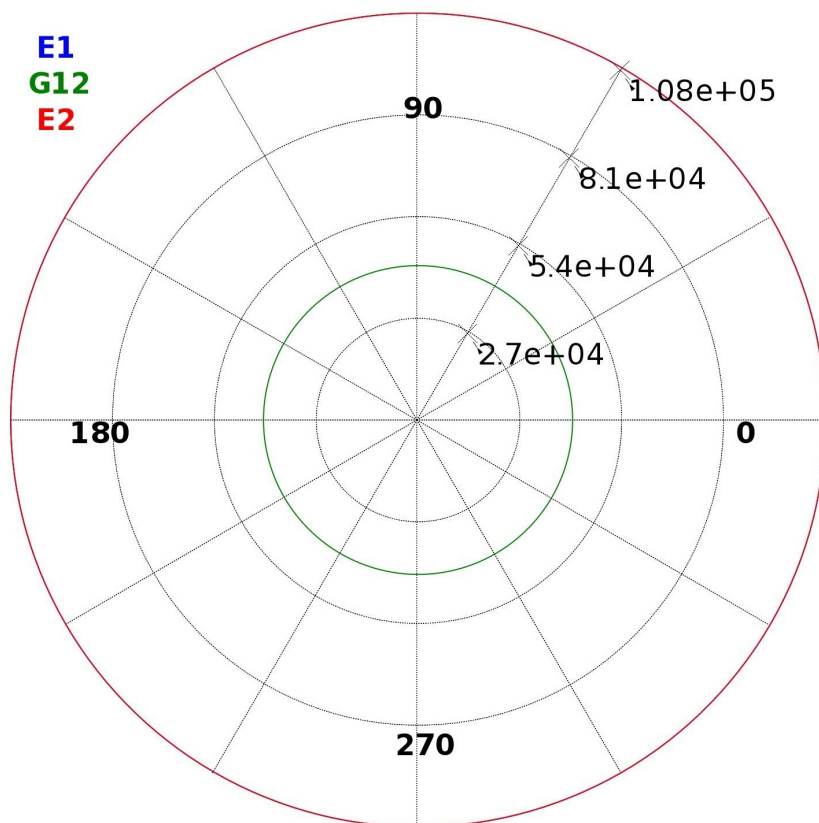
Tabulka 5.4: Charakteristiky panelu č.1

Ekvivalentní elastické konstanty laminátového potahu						
$E_x$ [GPa]	$E_y$ [GPa]	$\mu_{xy}$ [-]	$G_{xy}$ [GPa]			
107,97	107,97	0,3176	40,97			
Fyzikální konstanty panelu						
$D_x$ [Nmm]	$D_y$ [Nmm]	$D_{xy}$ [Nmm]	$S_x$ [Nmm <sup>-1</sup> ]	$S_y$ [Nmm <sup>-1</sup> ]	$\mu_{xy}$ [-]	$\mu_{yx}$ [-]
$2,3356 \cdot 10^6$	$2,3356 \cdot 10^6$	$1,7726 \cdot 10^6$	2012	973	0,3176	0,3176

Chování potahu je kvaziizotropní. Tedy je charakteristické nezávislostí elastických konstant na orientaci s.s. v rovině kompozitu. Obr. 5.4.



### 5.5. POPIS ZKOUMANÝCH VARIANT



Obrázek 5.4: Závislost elastických konstant potahu v MPa na orientaci s.s v rovině laminátu panelu č.1.

## 5. SROVNÁNÍ TUHOSTI A PEVNOSTI VYBRANÝCH VARIANT SENDVIČOVÝCH PANELŮ

### 5.5.2. Panel č.2

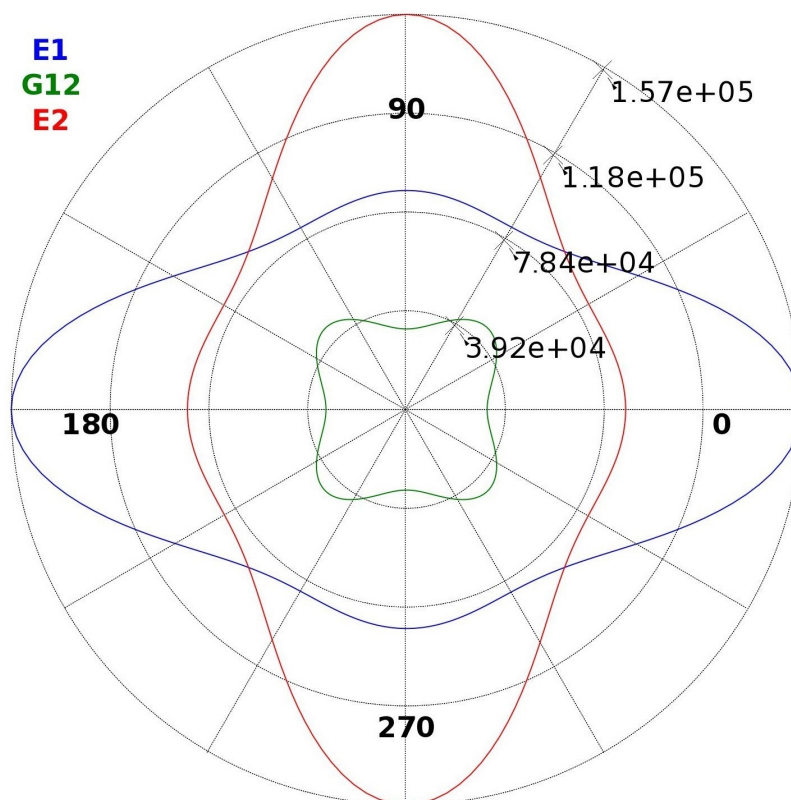
Orientace jednotlivých vrstev je dána kódovým označením:

- $[0_{C/Ep} / 30_{C/Ep} / 90_{C/Ep} / -30_{C/Ep} / \overline{0_{core}}]_S$ .

Tabulka 5.5: Charakteristiky panelu č.2

Ekvivalentní elastické konstanty laminátového potahu						
$E_x$ [GPa]	$E_y$ [GPa]	$\mu_{xy}$ [-]	$G_{xy}$ [GPa]			
156,85	86,95	0,3166	31,98			
Fyzikální konstanty panelu						
$D_x$ [Nmm]	$D_y$ [Nmm]	$D_{xy}$ [Nmm]	$S_x$ [Nmm <sup>-1</sup> ]	$S_y$ [Nmm <sup>-1</sup> ]	$\mu_{xy}$ [-]	$\mu_{yx}$ [-]
$3,3930 \cdot 10^6$	$1,8809 \cdot 10^6$	$1,3836 \cdot 10^6$	2012	973	0,4252	0,2357

Panel vykazuje ortotropní chování, kdy je více vyztužen směr 0°, viz. obr. 5.5.



Obrázek 5.5: Závislost elastických konstant potahu v MPa na orientaci s.s v rovině laminátu panelu č.2.

## 5.5. POPIS ZKOUMANÝCH VARIANT

### 5.5.3. Panel č.3

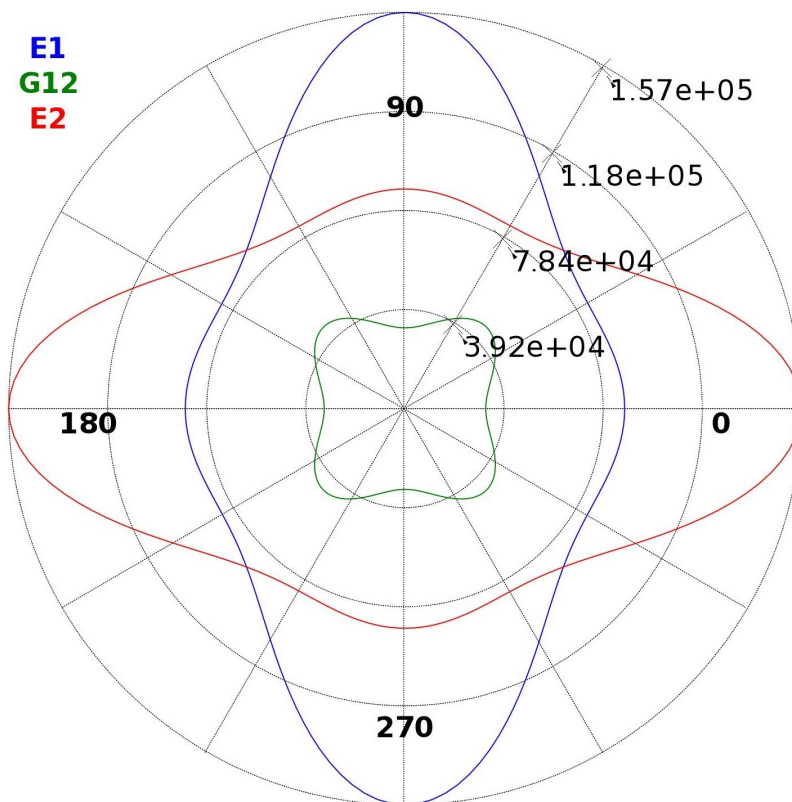
Orientace jednotlivých vrstev je dána kódovým označením:

- $[0_{C/Ep} / 60_{C/Ep} / 90_{C/Ep} / -60_{C/Ep} / \overline{0_{core}}]_S$ .

Tabulka 5.6: Charakteristiky panelu č.3

Ekvivalentní elastické konstanty laminátového potahu						
$E_x$ [GPa]	$E_y$ [GPa]	$\mu_{xy}$ [-]	$G_{xy}$ [GPa]			
86,95	156,85	0,1755	31,98			
Fyzikální konstanty panelu						
$D_x$ [Nmm]	$D_y$ [Nmm]	$D_{xy}$ [Nmm]	$S_x$ [Nmm <sup>-1</sup> ]	$S_y$ [Nmm <sup>-1</sup> ]	$\mu_{xy}$ [-]	$\mu_{yx}$ [-]
$1,8809 \cdot 10^6$	$3,3930 \cdot 10^6$	$1,3836 \cdot 10^6$	2012	973	0,1307	0,2357

Panel vykazuje ortotropní chování, kdy je více vyztužen směr 90°, viz. obr. 5.6.



Obrázek 5.6: Závislost elastických konstant potahu v MPa na orientaci s.s v rovině laminátu panelu č.3.

## 5. SROVNÁNÍ TUHOSTI A PEVNOSTI VYBRANÝCH VARIANT SENDVIČOVÝCH PANELŮ

### 5.5.4. Panel č.4

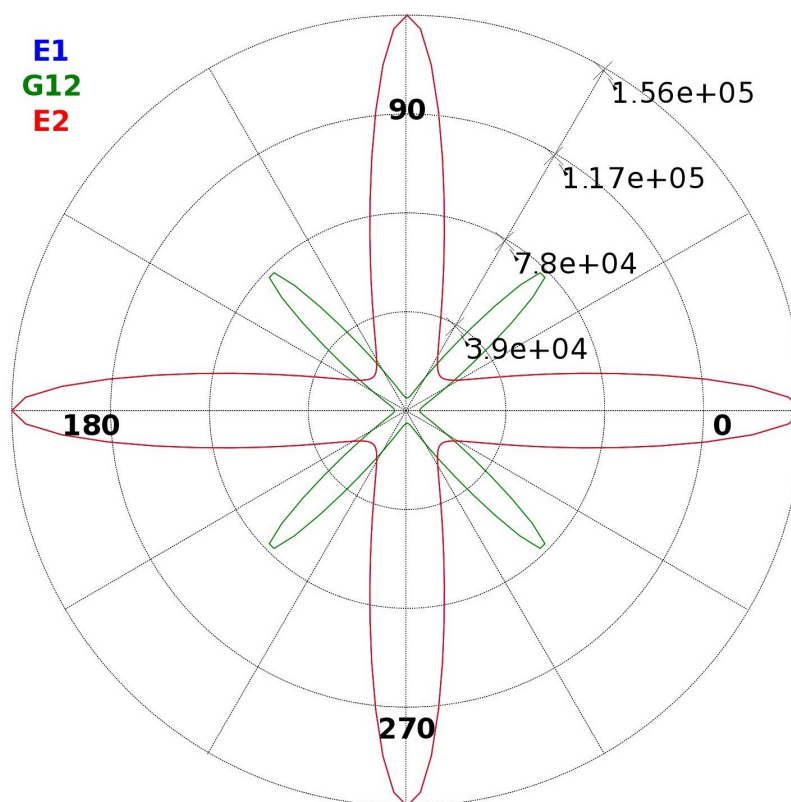
Orientace jednotlivých vrstev je dána kódovým označením:

- $[0_{C/Ep} / 90_{C/Ep} / 0_{C/Ep} / 90_{C/Ep} / \overline{0_{core}}]_S$ .

Tabulka 5.7: Charakteristiky panelu č.4

Ekvivalentní elastické konstanty laminátového potahu						
$E_x$ [GPa]	$E_y$ [GPa]	$\mu_{xy}$ [-]	$G_{xy}$ [GPa]			
156,02	156,02	0,0139	5			
Fyzikální konstanty panelu						
$D_x$ [Nmm]	$D_y$ [Nmm]	$D_{xy}$ [Nmm]	$S_x$ [Nmm <sup>-1</sup> ]	$S_y$ [Nmm <sup>-1</sup> ]	$\mu_{xy}$ [-]	$\mu_{yx}$ [-]
$3,3750 \cdot 10^6$	$3,3750 \cdot 10^6$	$2,1632 \cdot 10^6$	2012	973	0,0139	0,0139

Panel vykazuje silně ortotropní chování s ekvivalentní tuhostí ve směru 0° a 90°, viz. obr. 5.7.



Obrázek 5.7: Závislost elastických konstant potahu v MPa na orientaci s.s v rovině laminátu panelu č.4.

## 5.5. POPIS ZKOUMANÝCH VARIANT

### 5.5.5. Panel č.5

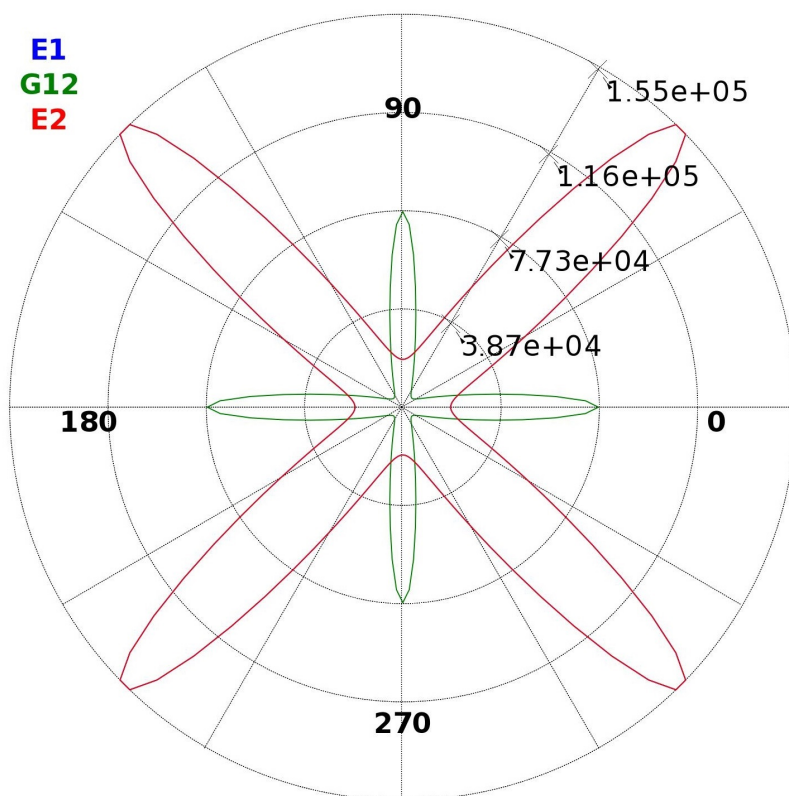
Orientace jednotlivých vrstev je dána kódovým označením:

- $[45_{C/Ep} / -45_{C/Ep} / 45_{C/Ep} / -45_{C/Ep} / \overline{0_{core}}]_S$ .

Tabulka 5.8: Charakteristiky panelu č.5

Ekvivalentní elastické konstanty laminátového potahu						
$E_x$ [GPa]	$E_y$ [GPa]	$\mu_{xy}$ [-]	$G_{xy}$ [GPa]			
18,81	18,81	0,8811	76,94			
Fyzikální konstanty panelu						
$D_x$ [Nmm]	$D_y$ [Nmm]	$D_{xy}$ [Nmm]	$S_x$ [Nmm <sup>-1</sup> ]	$S_y$ [Nmm <sup>-1</sup> ]	$\mu_{xy}$ [-]	$\mu_{yx}$ [-]
$4,0690 \cdot 10^5$	$4,0690 \cdot 10^5$	$3,3287 \cdot 10^6$	2012	973	0,8811	0,8811

Panel vykazuje silně ortotropní chování s ekvivalentní tuhostí ve směru  $45^\circ$  a  $-45^\circ$ , viz. obr. 5.8.



Obrázek 5.8: Závislost elastických konstant potahu v MPa na orientaci s.s v rovině laminátu panelu č.5.

## 5. SROVNÁNÍ TUHOSTI A PEVNOSTI VYBRANÝCH VARIANT SENDVIČOVÝCH PANELŮ

### 5.5.6. Panel č.6

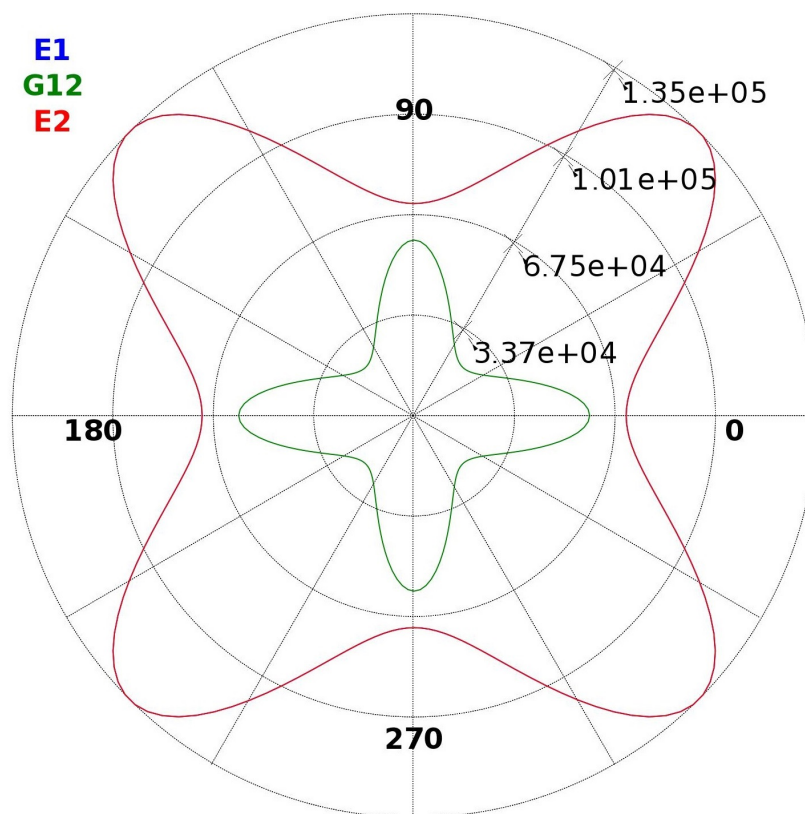
Orientace jednotlivých vrstev je dána kódovým označením:

- $[30_{C/Ep} / 60_{C/Ep} / -30_{C/Ep} / -60_{C/Ep} / \overline{0_{core}}]_S$ .

Tabulka 5.9: Charakteristiky panelu č.6

Ekvivalentní elastické konstanty laminátového potahu						
$E_x$ [GPa]	$E_y$ [GPa]	$\mu_{xy}$ [-]	$G_{xy}$ [GPa]			
71,24	71,24	0,5497	58,96			
Fyzikální konstanty panelu						
$D_x$ [Nmm]	$D_y$ [Nmm]	$D_{xy}$ [Nmm]	$S_x$ [Nmm <sup>-1</sup> ]	$S_y$ [Nmm <sup>-1</sup> ]	$\mu_{xy}$ [-]	$\mu_{yx}$ [-]
$1,5411 \cdot 10^6$	$1,5411 \cdot 10^6$	$2,5508 \cdot 10^6$	2012	973	0,5497	0,5497

Panel vykazuje slabě ortotropní chování s ekvivalentní tuhostí ve směru 45° a -45°, viz. obr. 5.9.



Obrázek 5.9: Závislost elastických konstant potahu v MPa na orientaci s.s v rovině laminátu panelu č.6.

## 5.6. VÝSLEDKY

### 5.5.7. Panel č.7

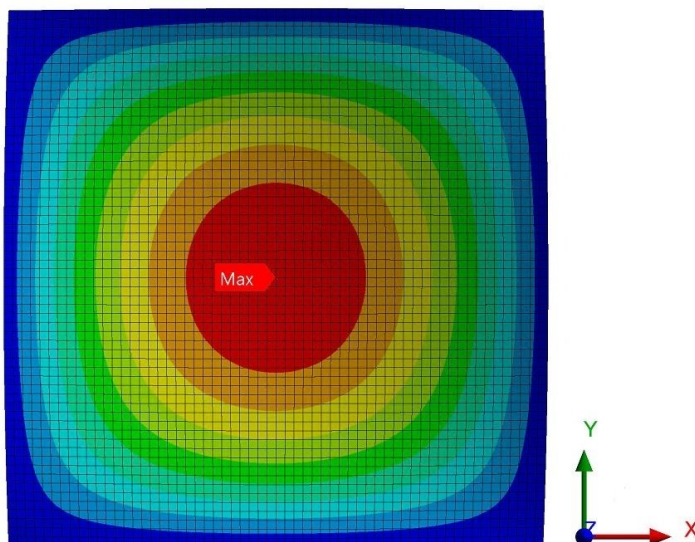
Tento panel má na rozdíl od předchozích potahy z hliníkové slitiny **Aluminum 2024-T3**. Voština je poté opět typu **PAMG XR1-2.0-3/16-.0007-P-5056**. Jedná se tedy o izotropní potah.

Tabulka 5.10: Charakteristiky panelu č.7

Materiálové charakteristiky potahu						
$E_x$ [GPa]	$E_y$ [GPa]		$\mu_{xy}$ [-]	$G_{xy}$ [GPa]		
73,1	73,1		0,33	27,48		
Fyzikální konstanty panelu						
$D_x$ [Nmm]	$D_y$ [Nmm]	$D_{xy}$ [Nmm]	$S_x$ [Nmm <sup>-1</sup> ]	$S_y$ [Nmm <sup>-1</sup> ]	$\mu_{xy}$ [-]	$\mu_{yx}$ [-]
$1,5813 \cdot 10^6$	$1,5813 \cdot 10^6$	$1,189 \cdot 10^6$	2012	973	0,33	0,33

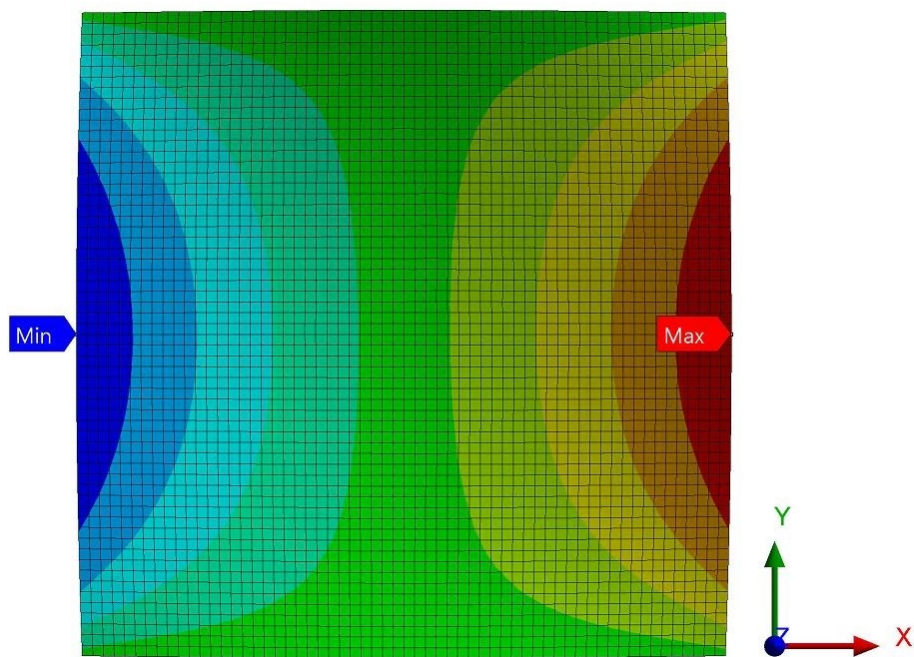
## 5.6. Výsledky

Při analýze sendvičových panelů se ukazuje, že na pevnost panelu má dominantní vliv velikost smykového napětí v jádře. Na obr. 5.10 zobrazeno rozložení maximálního průhybu, kde jeho maximum nastává ve středu panelu. Dále je na obrázku 5.11 a 5.12 je zobrazeno rozložení smykového napětí v jádře panelu. Je patrné, že maximální napětí  $\tau_{13}$ , resp.  $\tau_{23}$  se nachází uprostřed bočních hran panelu a liší se znaménkem. Pro každou variantu sendvičového panelu jsou v příslušné tabulce uvedeny hodnoty  $w_{max}$ ,  $\tau_{13,max}$ ,  $\tau_{23,max}$ . Dále je uveden součinitel bezpečnosti  $k$  k meznímu stavu pevnosti ve smyku jádra. Tento součinitel je vypočítán pro hodnoty získané z MKP řešení s využitím prvků shell.

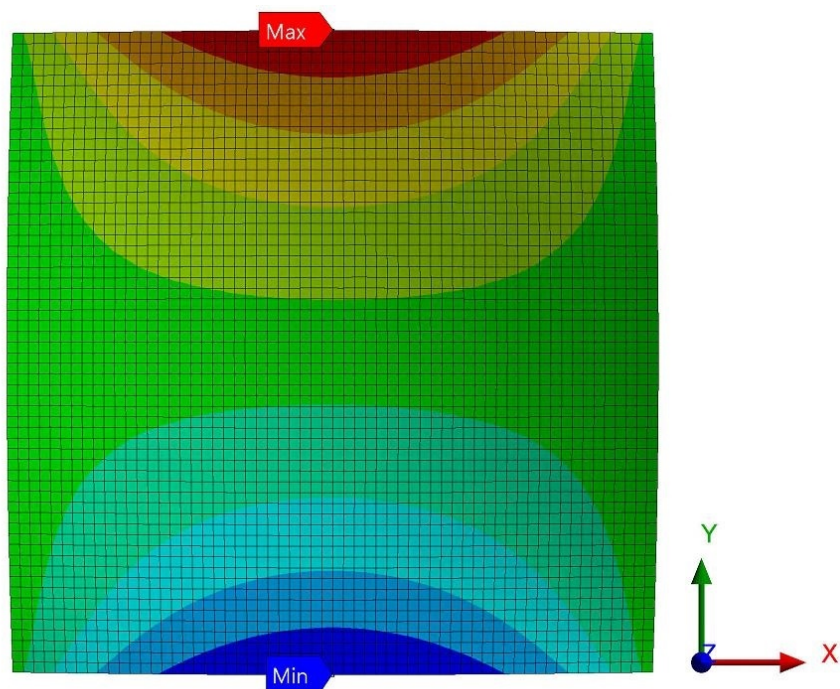


Obrázek 5.10: Rozložení průhybu  $w$  v rovině panelu.

## 5. SROVNÁNÍ TUHOSTI A PEVNOSTI VYBRANÝCH VARIANT SENDVIČOVÝCH PANELŮ



Obrázek 5.11: Rozložení napětí  $\tau_{13}$  v rovině panelu.



Obrázek 5.12: Rozložení napětí  $\tau_{23}$  v rovině panelu.



## 5.6. VÝSLEDKY

### 5.6.1. Panel č.1

Tabulka 5.11: Porovnání deformačních a napěťových charakteristik pro panel č. 1

$[0 / 45 / 90 / -45 / \overline{0}_c]_S$	analyticky	shell	solid
$w_{max}$ [mm]	0,1996	0,1987	0,2011
$\tau_{13,max}$ [MPa]	0,5217	0,5210	0,5149
$\tau_{23,max}$ [MPa]	0,4414	0,4422	0,4350

$$k = \min \left\{ \frac{\tau_{P,13}^c}{\tau_{13,max}}, \frac{\tau_{P,23}^c}{\tau_{23,max}} \right\}$$

$$k = \min \left\{ \frac{0,965}{0,5210}, \frac{0,586}{0,4422} \right\}$$

$$k = 1,325$$

### 5.6.2. Panel č.2

Tabulka 5.12: Porovnání deformačních a napěťových charakteristik pro panel č. 2

$[0 / 30 / 90 / -30 / \overline{0}_c]_S$	analyticky	shell	solid
$w_{max}$ [mm]	0,1919	0,1980	0,2
$\tau_{13,max}$ [MPa]	0,5602	0,5646	0,5539
$\tau_{23,max}$ [MPa]	0,4042	0,4042	0,3928

$$k = \min \left\{ \frac{\tau_{P,13}^c}{\tau_{13,max}}, \frac{\tau_{P,23}^c}{\tau_{23,max}} \right\}$$

$$k = \min \left\{ \frac{0,965}{0,5646}, \frac{0,586}{0,4042} \right\}$$

$$k = 1,45$$

## 5.6.3. Panel č.3

Tabulka 5.13: Porovnání deformačních a napětových charakteristik pro panel č. 3

$[0/60/90/-60/\overline{0}_c]_S$	analyticky	shell	solid
$w_{max}$ [mm]	0,2220	0,2158	0,2182
$\tau_{13,max}$ [MPa]	0,4938	0,4911	0,4844
$\tau_{23,max}$ [MPa]	0,4739	0,4741	0,4708

$$k = \min \left\{ \frac{\tau_{P,13}^c}{\tau_{13,max}}, \frac{\tau_{P,23}^c}{\tau_{23,max}} \right\}$$

$$k = \min \left\{ \frac{0,965}{0,4911}, \frac{0,586}{0,4741} \right\}$$

$$k = 1,236$$

## 5.6.4. Panel č.4

Tabulka 5.14: Porovnání deformačních a napětových charakteristik pro panel č. 4

$[0/90/0/90/\overline{0}_c]_S$	analyticky	shell	solid
$w_{max}$ [mm]	0,2311	0,2303	0,2309
$\tau_{13,max}$ [MPa]	0,5530	0,5561	0,5418
$\tau_{23,max}$ [MPa]	0,4309	0,4316	0,4143

$$k = \min \left\{ \frac{\tau_{P,13}^c}{\tau_{13,max}}, \frac{\tau_{P,23}^c}{\tau_{23,max}} \right\}$$

$$k = \min \left\{ \frac{0,965}{0,5561}, \frac{0,586}{0,4316} \right\}$$

$$k = 1,358$$

## 5.6. VÝSLEDKY

### 5.6.5. Panel č.5

Tabulka 5.15: Porovnání deformačních a napěťových charakteristik pro panel č. 5

$[45 / -45 / 45 / -45 / \overline{0}_c]_S$	analyticky	shell	solid
$w_{max}$ [mm]	0,1857	0,1857	0,1866
$\tau_{13,max}$ [MPa]	0,4762	0,4789	0,4685
$\tau_{23,max}$ [MPa]	0,4720	0,4747	0,4617

$$k = \min \left\{ \frac{\tau_{P,13}^c}{\tau_{13,max}}, \frac{\tau_{P,23}^c}{\tau_{23,max}} \right\}$$

$$k = \min \left\{ \frac{0,965}{0,4789}, \frac{0,586}{0,4747} \right\}$$

$$k = 1,234$$

### 5.6.6. Panel č.6

Tabulka 5.16: Porovnání deformačních a napěťových charakteristik pro panel č. 6

$[30 / 60 / -30 / -60 / \overline{0}_c]_S$	analyticky	shell	solid
$w_{max}$ [mm]	0,1911	0,1913	0,1925
$\tau_{13,max}$ [MPa]	0,5024	0,5027	0,5048
$\tau_{23,max}$ [MPa]	0,4537	0,4581	0,4501

$$k = \min \left\{ \frac{\tau_{P,13}^c}{\tau_{13,max}}, \frac{\tau_{P,23}^c}{\tau_{23,max}} \right\}$$

$$k = \min \left\{ \frac{0,965}{0,5027}, \frac{0,586}{0,4581} \right\}$$

$$k = 1,279$$

## 5.6.7. Panel č.7

Tabulka 5.17: Porovnání deformačních a napětových charakteristik pro panel č. 7

potah Aluminum 2024-T3	analyticky	shell	solid
$w_{max}$ [mm]	0,2378	0,2376	0,2385
$\tau_{13,max}$ [MPa]	0,5119	0,5146	0,5006
$\tau_{23,max}$ [MPa]	0,4524	0,4551	0,4395

$$k = \min \left\{ \frac{\tau_{P,13}^c}{\tau_{13,max}}, \frac{\tau_{P,23}^c}{\tau_{23,max}} \right\}$$

$$k = \min \left\{ \frac{0,965}{0,5146}, \frac{0,586}{0,4551} \right\}$$

$$k = 1,288$$

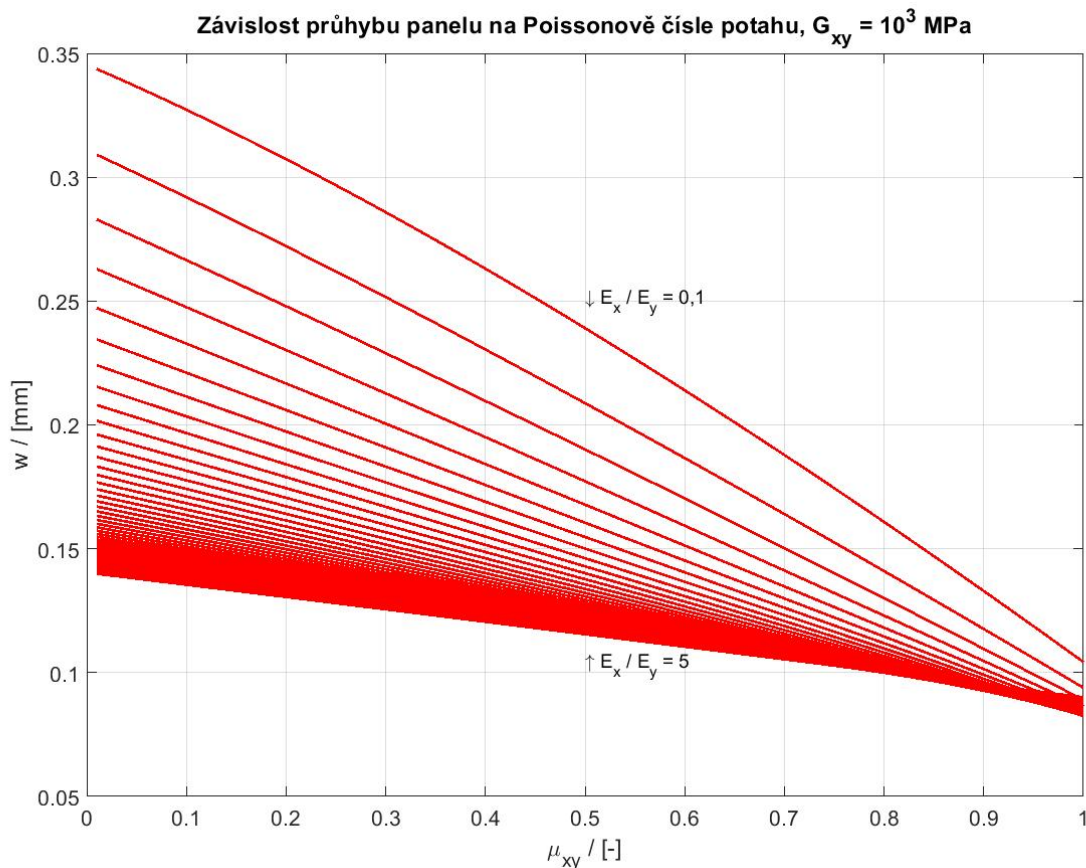
## 5.7. Vyhodnocení výsledků

### 5.7.1. Vliv proměnných parametrů na průhyb panelu

Hodnoty vypočítaných průhybů panelů se pohybují v mezích od 0,1857 mm do 0,2378 mm, kdy největší průhyb nastává u panelu s hliníkovými potahy. Z výsledků tedy vyplývá, že nahrazením hliníkových potahů kompozitními lze dosáhnout zvýšení ohybové tuhosti panelu. Konfigurace vrstev u panelu č.1 zajišťuje izotropní vlastnosti potahu a má vyšší hodnoty  $D_x$ ,  $D_y$  a  $D_{xy}$  než hliníkový potah.

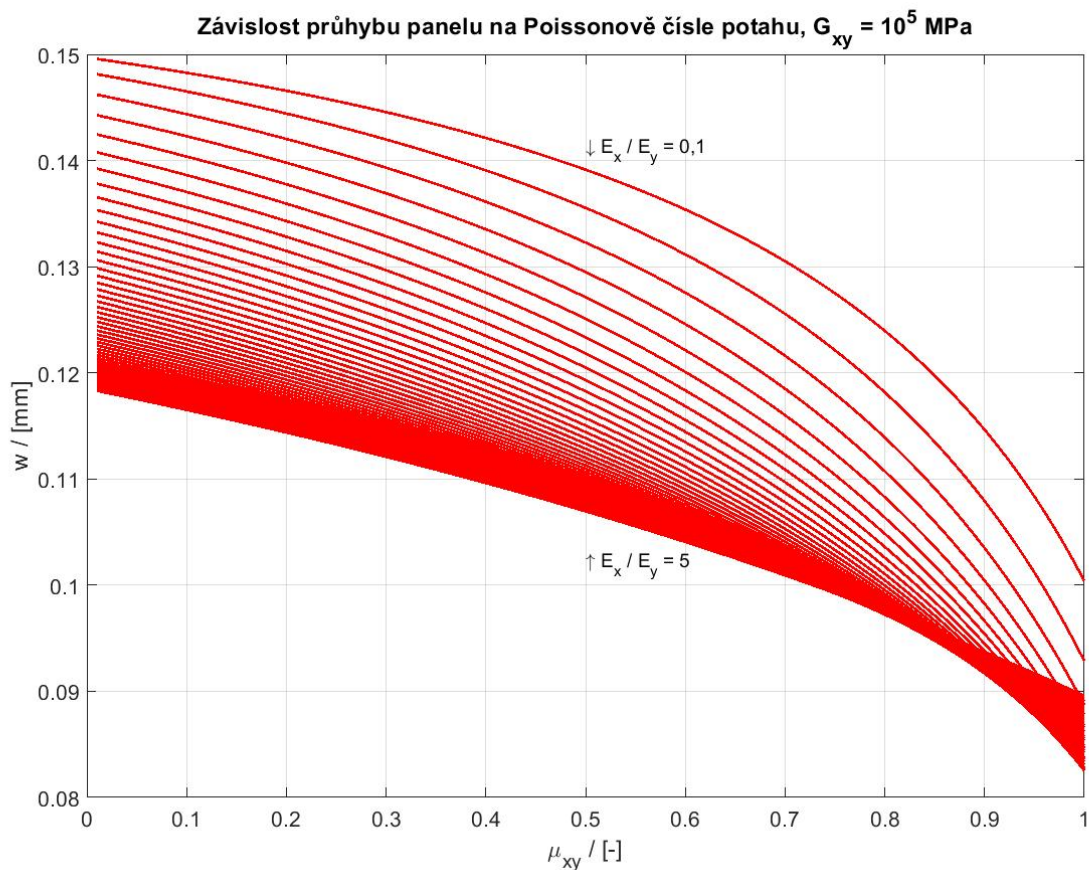
U variant panelu č.2 a č.3 s ortotropními potahy se ukazuje, že nižší průhyb nastal, při vyztužení směru  $0^\circ$  (panel č.2), než při vyztužení směru  $90^\circ$  (panel č.3). Ve směru  $0^\circ$  je smyková tuhost jádra  $G_{xz}$  dvojnásobná oproti  $G_{yz}$  ve směru  $0^\circ$ .

Pomocí analyticko-numerického modelu je na obr. 5.13 a 5.14 vykreslena hodnota maximálního průhybu panelu s ortotropním jádrem i potahem v závislosti na poměru  $E_x/E_y$  a Poissonova čísla potahu. Jsou vykresleny závislosti pro dvě varianty smykového modulu pružnosti potahu. Grafy tak potvrzují, že nižšího průhybu je dosaženo zvýšením poměru  $E_x/E_y$ , jak demonstrují výsledky u panelů č. 2 a č. 3. Jinými slovy, nižšího průhybu je dosaženo vyztužením toho směru, ve kterém má jádro panelu vyšší hodnoty modulu pružnosti ve smyku (viz. odst. 2.2).



Obrázek 5.13: Maximální průhyb panelu s ortotropním jádrem i potahy v závislosti na Poissonově čísle potahu. Jednotlivé křivky odpovídají případům, kdy se poměr tuhostí potahů  $E_x/E_y$  rovná 0, 1 až 5, odstupňováno krokem 0, 1. Smyková tuhost potahu  $G_{xy} = 10^3$  MPa.

## 5. SROVNÁNÍ TUHOSTI A PEVNOSTI VYBRANÝCH VARIANT SENDVIČOVÝCH PANELŮ



Obrázek 5.14: Maximální průhyb panelu s ortotropním jádrem i potahy v závislosti na Poissonově čísle potahu. Jednotlivé křivky odpovídají případům, kdy se poměr tuhostí potahů  $E_x/E_y$  rovná 0, 1 až 5, odstupňováno krokem 0, 1. Smyková tuhost potahu  $G_{xy} = 10^5$  MPa.

Trend z výše uvedených grafů potvrzuje výsledný maximální průhyb panelů č.4 a č.5. V obou případech platí  $E_x/E_y = 1$ . Potah u panelu č.4 má vysoké hodnoty modulů pružnosti  $E_x$  a  $E_y$  a velmi nízké hodnoty  $\mu_{xy}$  a  $G_{xy}$ . Jeho průhyb je ze zkoumaných panelů s kompozitními potahy největší. Naopak panel č.5, i když vykazuje velmi nízké hodnoty modulů pružnosti  $E_x$  a  $E_y$ , má velmi vysoký modul pružnosti  $G_{xy}$  a Poissonovo číslo  $\mu_{xy}$ . Jeho průhyb je ze všech zkoumaných panelů nejnižší.

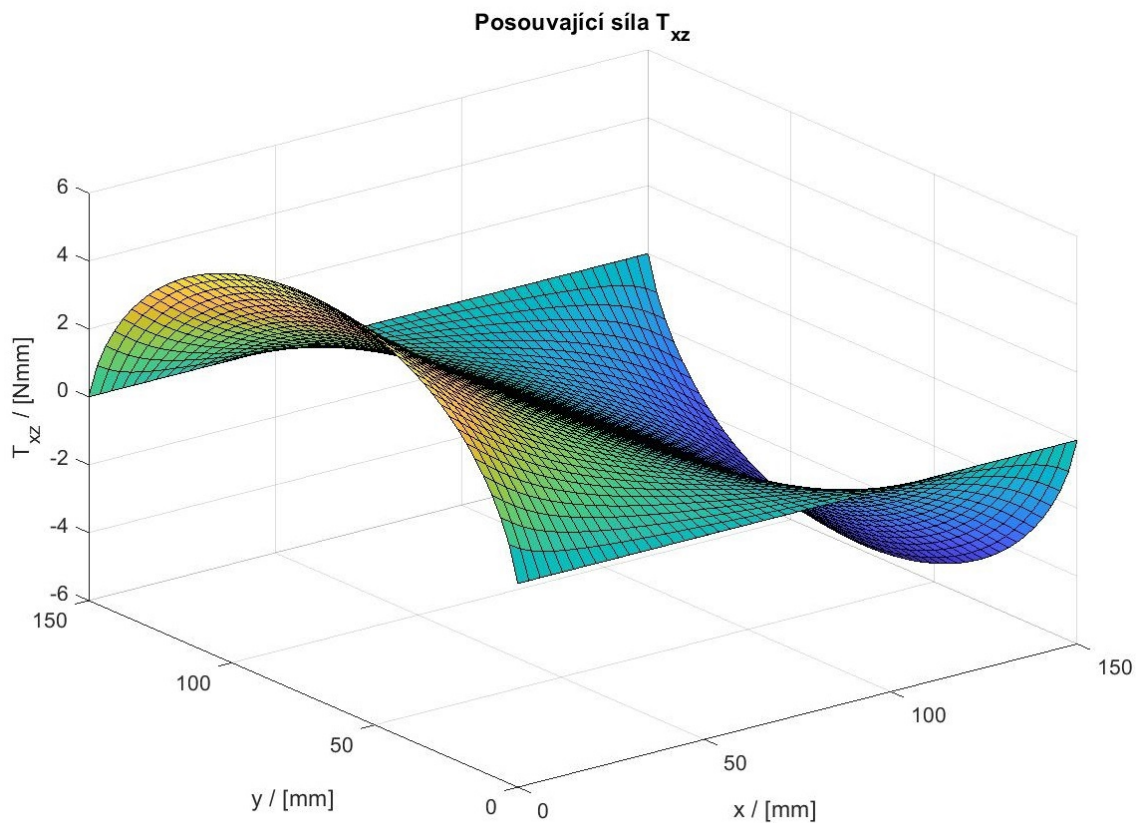
### 5.7.2. Vliv proměnných parametrů na dosažení mezního stavu

Ve zkoumaných panelech je pro dosažení mezního stavu určující velikost smykového napětí v jádře. Jelikož mez pevnosti ve smyku jádra  $\tau_{yz}$  je o necelou polovinu nižší než  $\tau_{xz}$ , je smykové napětí v rovině  $yz$  rozhodující veličinou pro posouzení mezního stavu. V této podkapitole je diskutován vliv elastických konstant potahu na velikost smykového napětí v jádře panelu.

Pro analýzu smykového napětí v jádře je nejprve nutné se zabývat posouvajícími silami. Z obrázku 5.10 je patrné že pole průhybu panelu je kruhově symetrické podle osy která prochází středem a je k panelu kolmá. Jelikož v případě ortotropního panelu je ohybová tuhost závislá na směru, průběh výsledných silových účinků bude odlišný ve směru  $0x$

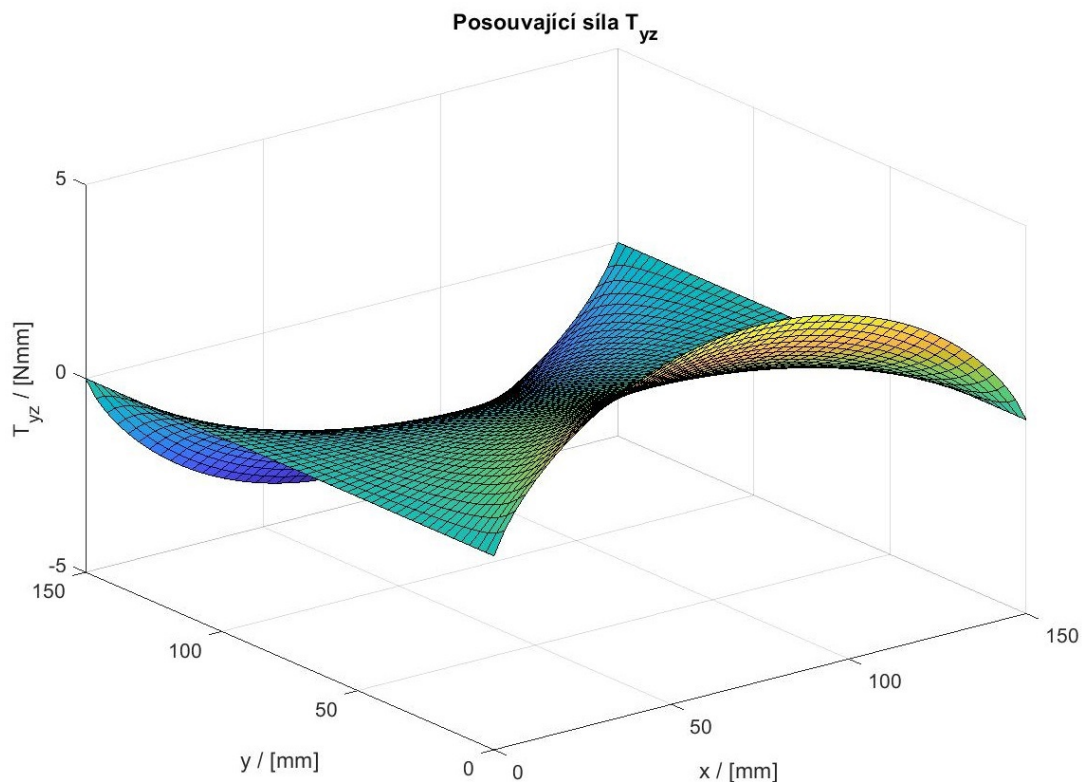
## 5.7. VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

a  $y$ . Závislost posouvající síly  $T_{xz}$  a  $T_{yz}$  na souřadnicích panelu, získaná z analytického modelu, je vykreslena na obr. 5.15 a 5.16.



Obrázek 5.15: Rozložení síly  $T_{xz}$  v sendvičovém panelu

## 5. SROVNÁNÍ TUHOSTI A PEVNOSTI VYBRANÝCH VARIANT SENDVIČOVÝCH PANELŮ



Obrázek 5.16: Rozložení síly  $T_{yz}$  v sendvičovém panelu

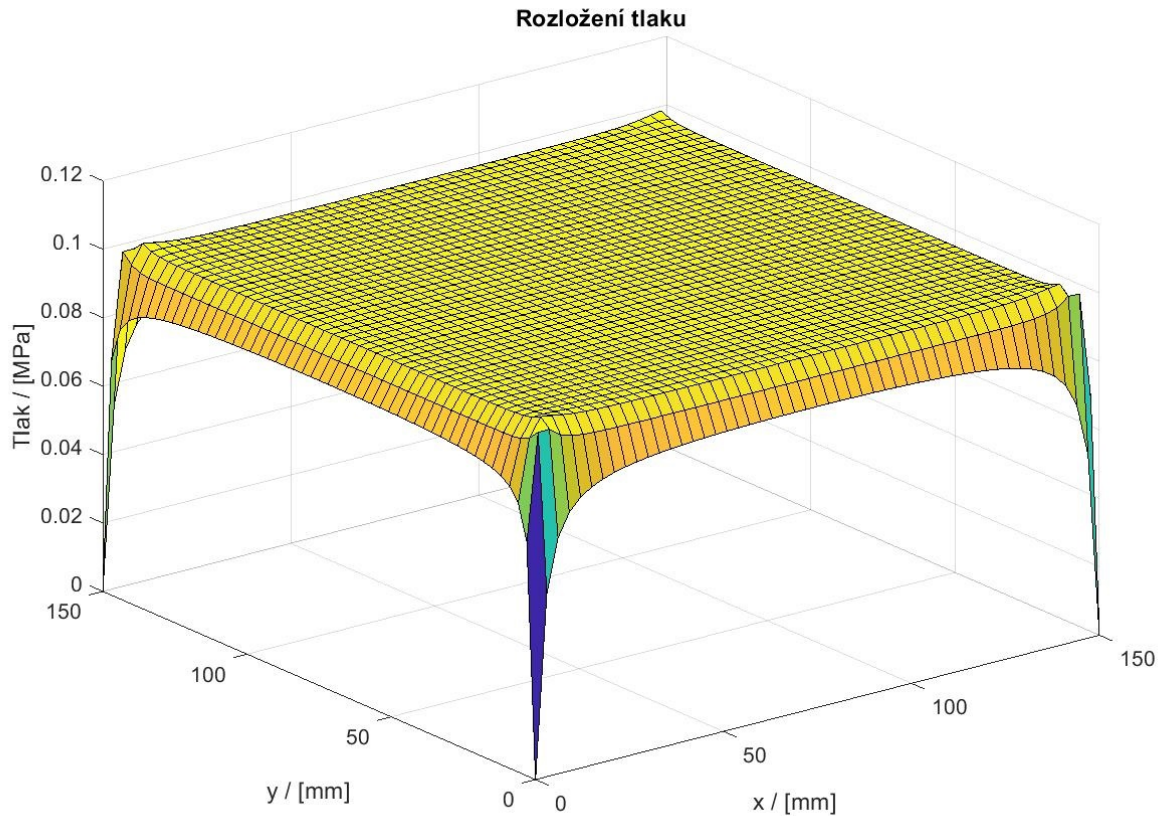
Správnost průběhu posouvajících sil  $T_{xz}$  a  $T_{yz}$  lze ověřit pomocí analogie Schwedlerovy věty pro model desky:

$$\frac{\partial T_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial y} = -p \quad (5.4)$$

Platnost této věty v analytickém modelu je ukázána na obr. 5.17. Zde je z rozložení vypočítaných posouvajících sil zrekonstruován původně zadaný tlak. Singularity na okrajích panelu jsou vlastní použité numerické metodě a zadaným okrajovým podmínkám.



## 5.7. VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ



Obrázek 5.17: Rozložení tlaku  $p$  v sendvičovém panelu, získaného z průběhů posouvajících sil  $Txz$  a  $Tyz$ .

Smyková napětí jsou poté určena z posouvajících sil vztahy, uvedenými v [8].

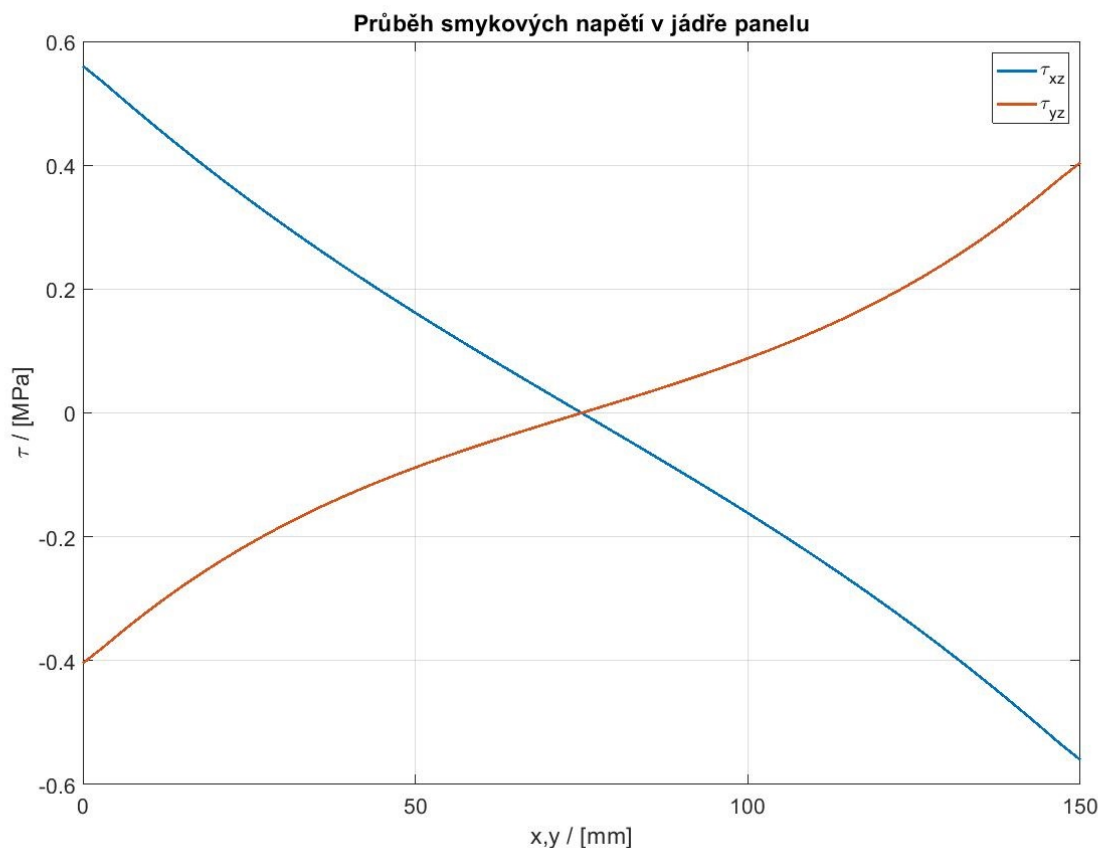
$$\tau_{xz} = \frac{Txz}{d} \quad (5.5a)$$

$$\tau_{yz} = \frac{Tyz}{d}, \quad (5.5b)$$

kde  $d$  je vzdálenost střednicových rovin potahů.

Jelikož  $d$  je konstantní v celém panelu, je rozložení smykových napětí tvarově podobné rozložení posouvajících sil. Na obr. 5.18 je vynesena závislost smykového napětí  $\tau_{xz}$  na souřadnici  $x$  za podmínky  $y = \frac{b}{2}$ , resp. závislost smykového napětí  $\tau_{yz}$  na souřadnici  $y$  za podmínky  $x = \frac{a}{2}$ .

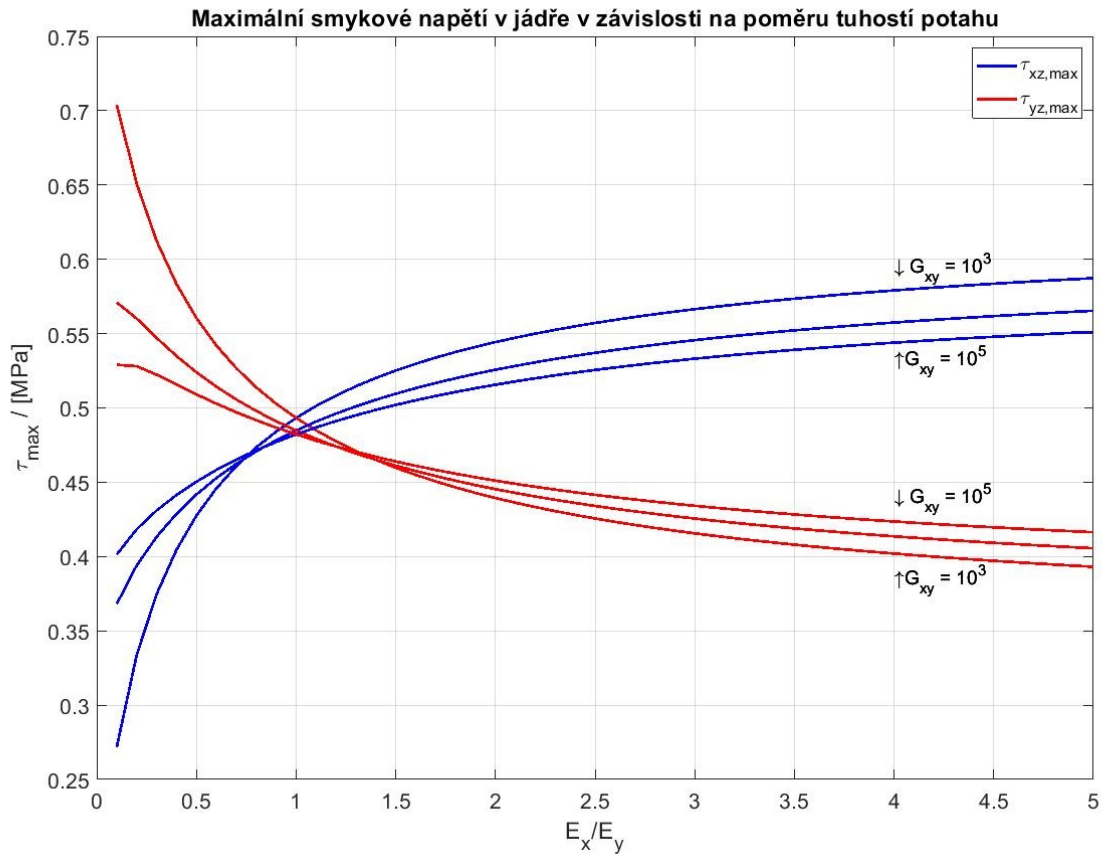
## 5. SROVNÁNÍ TUHOSTI A PEVNOSTI VYBRANÝCH VARIANT SENDVIČOVÝCH PANELŮ



Obrázek 5.18: Závislost smykového napětí  $\tau_{xz}$  na  $x$  při  $y = \frac{b}{2}$  a  $\tau_{yz}$  na  $y$  při  $x = \frac{a}{2}$ .

Z grafu je patrné, že  $\tau_{xz,max} > \tau_{yz,max}$ . Výsledky ukazují, že poměr maximálních smykových napětí  $\frac{\tau_{xz,max}}{\tau_{yz,max}}$  silně závisí na poměru  $\frac{E_x}{E_y}$  potahu. Tato závislost je zanesena do grafu na obr. 5.19. V grafu je zároveň zobrazen vliv smykového modulu pružnosti potahu na velikost maximálního smykového napětí v jádře. Dále lze pozorovat, že průsečík křivek odpovídá  $\frac{E_x}{E_y} = 1$ . To však platí pouze pro izotropní jádro, kdy  $G_{13} = G_{23}$ . Pak lze tvrdit, že pokud je potah ve směru  $x$  ( $0^\circ$ ) tužší než ve směru  $y$  ( $90^\circ$ ) je i smykové napětí  $\tau_{xz,max}$  větší než  $\tau_{yz,max}$ . Pokud jádro není izotropní, průsečík nastává dříve resp. později než při  $\frac{E_x}{E_y} = 1$  v závislosti na tom, zda je poměr  $\frac{G_{13}}{G_{23}}$  větší resp. menší než 1.

## 5.7. VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ



Obrázek 5.19: Závislost smykového napětí  $\tau_{xz,max}$  a  $\tau_{yz,max}$  na poměru modulů pružnosti potahu  $\frac{E_x}{E_y}$  a na velikosti modulu pružnosti potahu  $G_{xy}$ .

Z hlediska pevnosti panelu má výše uvedená skutečnost následující význam. Ve voštinovém je ve směru 1 asi dvojnásobná hodnota meze pevnosti  $\tau_P^c$ , než je tomu ve směru 2. Zvolením vhodného potahu, který má vyšší poměr modulů pružnosti  $\frac{E_x}{E_y}$  potahu, zajistíme snížení smykového napětí  $\tau_{yz,max}$  a tím i zvýšení koeficientu bezpečnosti k meznímu stavu smykové poruchy v jádře panelu. Na provedených výpočtech sendvičových panelů toto dokazuje panel č. 2. Ten má nejvyšší poměr modulů pružnosti  $\frac{E_x}{E_y}$  ze všech zkoumaných variant, nejnižší hodnotu  $\tau_{yz,max}$  a tedy i nejvyšší koeficient bezpečnosti  $k$ .

## 6. Rohový spoj

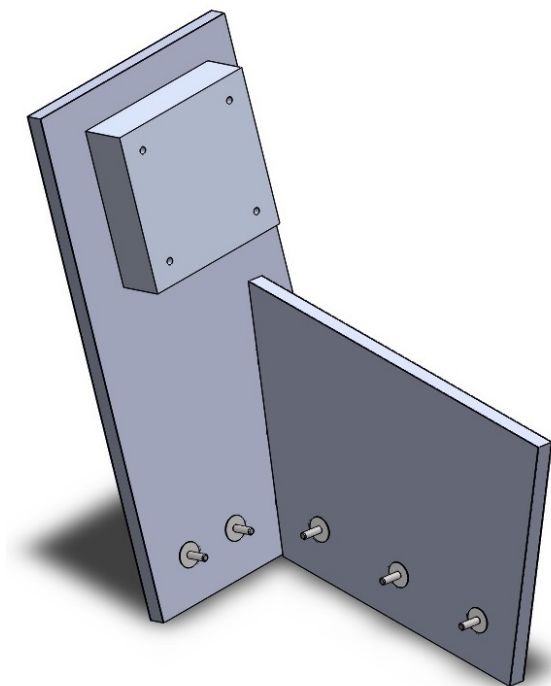
V této kapitole je provedena simulace a experiment pro účely pevnostního posouzení insertového spojení sendvičových panelů. Je vytvořen konečnoprvkový model rohového spojení dvou sendvičových panelů, které je zatížen náhodnými vibracemi, simulující prostředí na raketovém nosiči při startu a vzletu nosné rakety. Následně je provedeno i experimentální ověření výsledků na vibrační stoličce. Výstupem jsou informace o únosnosti insertových spojů sendvičových panelů, které mohou být využity k návrhu stínící přepážky rentgenového zobrazovacího přístroje (SXI), umístěného na družici SMILE (obr. 1.3).

Rohový spoj je tvořen dvojicí sendvičových panelů svírajících úhel  $92.8^\circ$ . Panely jsou spojeny pomocí insertů typu **průchozí** a **boční** (viz obr. 1.1). Rohový spoj tak reprezentuje nejvíce namáhané místo stínící přepážky. Panely jsou zatěžovány náhodnými vibracemi a následně je na nich identifikováno kritické místo v okolí některého z insertů, kde je předpoklad možného dosažení mezního stavu pevnosti.

### 6.1. Geometrie

Celková geometrie rohového spoje je zobrazena na obr. č. 6.1. Skládá se z těchto částí:

- velký sendvičový panel opatřený inserty,
- malý sendvičový panel opatřený inserty,
- přídavné závaží,
- spojovací materiál



Obrázek 6.1: Rohový spoj

## 6.1. GEOMETRIE

Analýzu rohového spoje lze rozdělit do těchto úseků:

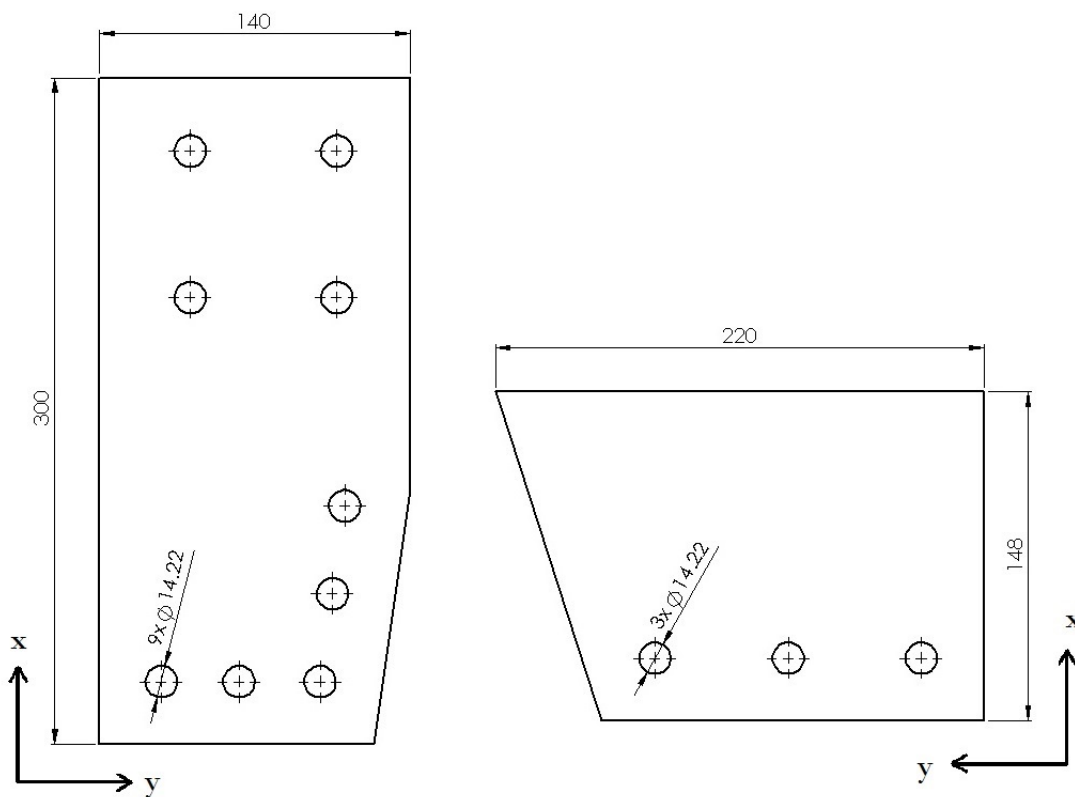
- vytvoření MKP modelu rohového spoje,
- provedení výpočtů a posouzení mezních stavů pro 7 variant potahu panelů z kapitoly 5,
- provedení experimentu a jeho srovnání s MKP řešením,
- diskuse výsledků.

### 6.1.1. Přídavné závaží

Vzhledem k tomu, že vibrační stolice využitá při experimentálním ověření disponuje pouze omezeným výkonem náhodných vibrací, je zatěžování rohového spoje prováděno ve dvou variantách. První varianta je prováděna bez přidaného závaží, druhá pak s přidaným závažím o hmotnosti 640 g, které má za cíl celkové zvýšení namáhání rohového spoje (obr. 6.1).

### 6.1.2. Sendvičové panely

Základní rozměry v mm velkého a malého panelu jsou uvedeny na obr. 6.2. Vrstvení sendvičových panelů odpovídá jednotlivým variantám, které jsou popsány v kapitole 5. Osa  $x$  v obr. 6.2 je totožná se směrem  $0^\circ$ .



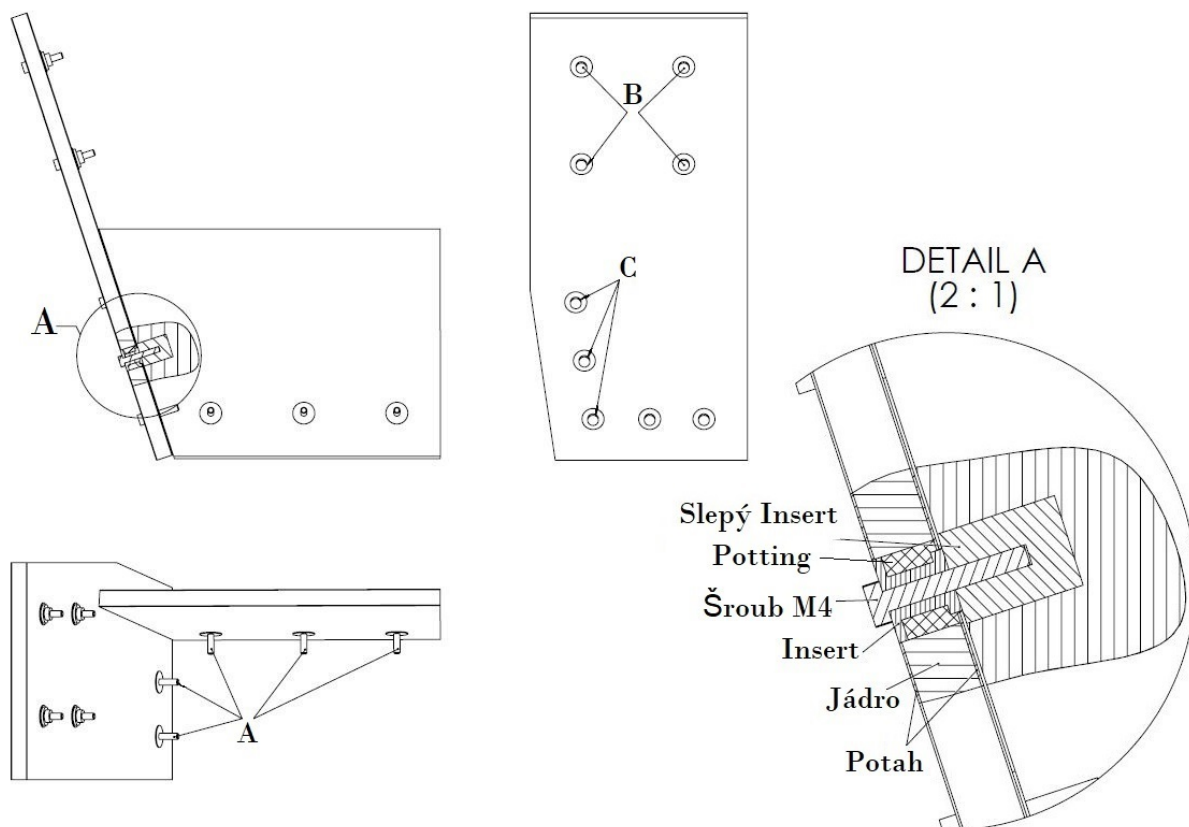
Obrázek 6.2: Základní rozměry velkého a malého sendvičového plátu. Rozměry v mm.

### 6.1.3. Inserts

Poloměr insertů je  $b_i = 7.11 \text{ mm}$  (obr. 3.9) a závit je typu  $M4$ .

Inserty v rohovém spoji můžeme rozdělit dle účelu spojení na tři skupiny, viz. obr. 6.3.

- inserty, kterými je rohový spoj upevněn k adaptéru vibrační stolice (průchozí insert)  $5 \times$  - **A**,
- inserty sloužící k připevnění přídatného závaží (průchozí insert)  $4 \times$  - **B**,
- Inserty tvořící spojení mezi oběma pláty (průchozí insert + boční insert)  $3 \times$  - **C**.



Obrázek 6.3: Druhy spojů. A) Inserty sloužící k upevnění na adaptér vibrační stolice, B) inserty sloužící k připevnění přídatného závaží, C) inserty tvořící spojení mezi oběma pláty.

Ve skupině C jsou kromě průchozích insertů také boční inserty, který jsou vlepeny do malého plátu a slouží k zašroubování šroubů  $M4$ .

### 6.1.4. Zalévací směs

Prostor mezi insertem a jádrem je vyplněn zalévací směsí, která má idealizovaný, válcový tvar. Její poloměr je  $b_p = 8,5 \text{ mm}$  (obr. 3.9).

## 6.2. Materiál

Jednotlivé varianty sendvičových panelů jsou z hlediska materiálu popsány v kapitole 5. Insety jsou vyrobené ze slitiny hliníku.

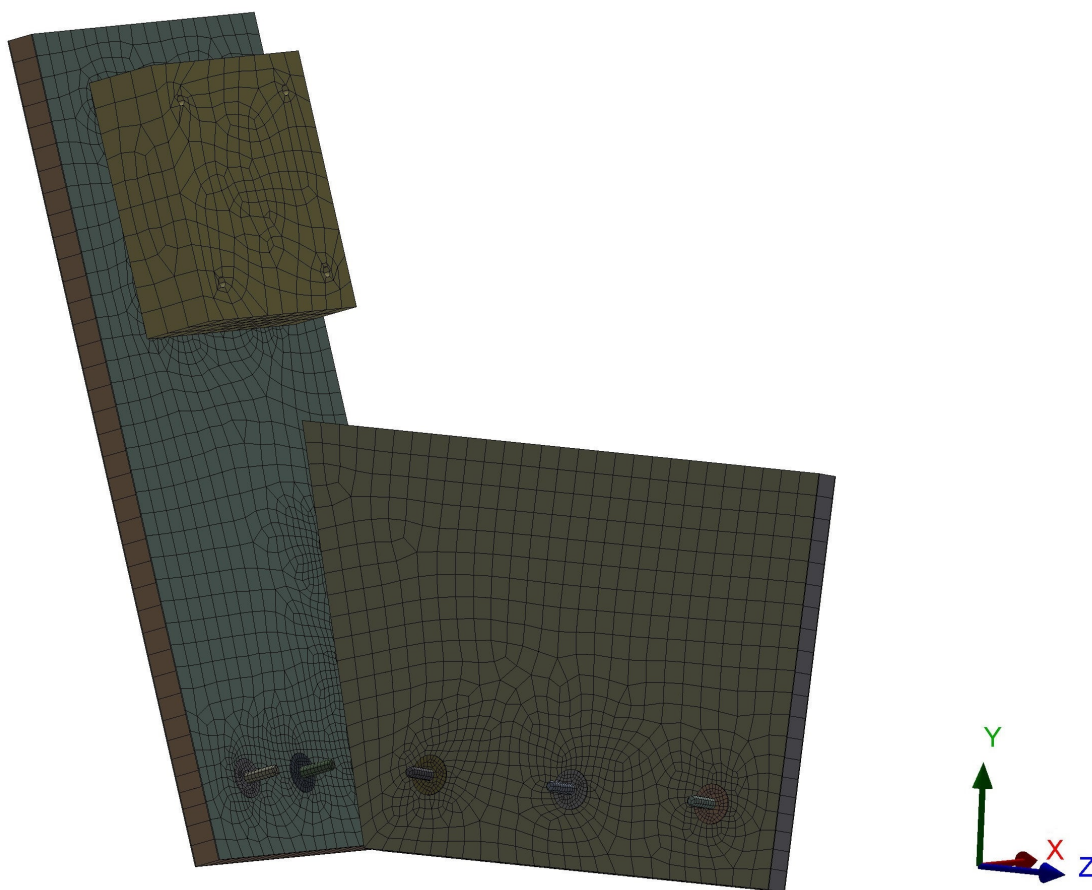
Zalévací směs je izotropní materiál s modulem pružnosti v tahu  $E = 2,3 \text{ GPa}$ , Poissonovým číslem  $\mu = 0,3$  a hustotou  $0,7 \text{ g cm}^{-3}$ .

## 6.3. Model MKP

Rovový spoj je modelován pomocí prvků solid186 jako 3D struktura. Model je vytvořen v prostředí ANSYS Workbench. Při modelování sendvičových panelů je dodržen stejný postup, jako při modelování 3D panelů v kapitole 5, tedy panel je sestava, kdy potahy a jádro tvoří homogenní tělesa. Všechny kontakty, jak mezi potahy a jádrem, tak mezi sendvičovým panelem a insety byly modelovány jako bonded s formulací MPC. Pre-processing a postprocessing sendvičových panelů je opět proveden v modulu ACP (Ansys Composite PrepPost).

Výpočty byly prováděny na variantě bez přidaného závaží, která měla celkový počet prvků 43543, a dále na variantě s přidanou hmotou s celkovým počtem prvků 48642.

Na obr 6.4 je zobrazena síť modelu rohového spoje s přidaným závažím.



Obrázek 6.4: Síť MKP modelu rohového spoje s přidaným závažím.

### 6.3.1. Srovnání hmotnosti

Hmotnost je uvedena pro oba sendvičové panely bez insertů a přídatného závaží.

- Varianta sendvičových panelů s kompozitními potahy:  $m = 110,83$  g
- Varianta sendvičových panelů s hliníkovými potahy:  $m = 173,10$  g

Nahrazení hliníkových potahů kompozitními zredukuje hmotnost potahů o 36%.

### 6.3.2. Zatížení náhodnými vibracemi

Vstupem do analýzy náhodných vibrací je funkce výkonové spektrální hustoty (PSD). Tato funkce vyjadřuje míru zastoupení frekvenčních složek v celkovém signálu náhodných vibrací. Hodnoty této funkce byly poskytnuty Výzkumným a zkušebním leteckým ústavem, a.s. na jejichž pracovišti se realizoval experiment. Spektrální hustota je uvedena v tab. 6.1, přičemž je doplněna i o variantu kde je úroveň zatížení snížena o  $-3dB$ .

Tabulka 6.1: Výkonová spektrální hustota

$f$ / [Hz]	20	125	140	200	620	2000
$-0$ dB / [ $G^2$ /Hz]	0,025	12	12	1,1	1,1	0,003
$-3$ dB / [ $G^2$ /Hz]	0,0177	8,4948	8,4948	0,7787	0,7787	0,0021

Buzení náhodnými vibracemi je lokalizováno na skupinu pěti šroubů typu **A**, (viz. obr. 6.3). Směr náhodných vibrací je v ose  $z$ , viz. obr. 6.4.

### 6.3.3. Tlumení

Tlumení systému bylo odhadnuto koeficientem poměrného útlumu  $\zeta = 0,01$ .

### 6.3.4. Rozdělení analýzy

Analýza byla provedena pro všech 7 variant sendvičových potahů, přičemž u každé varianty byla zatěžována následovně:

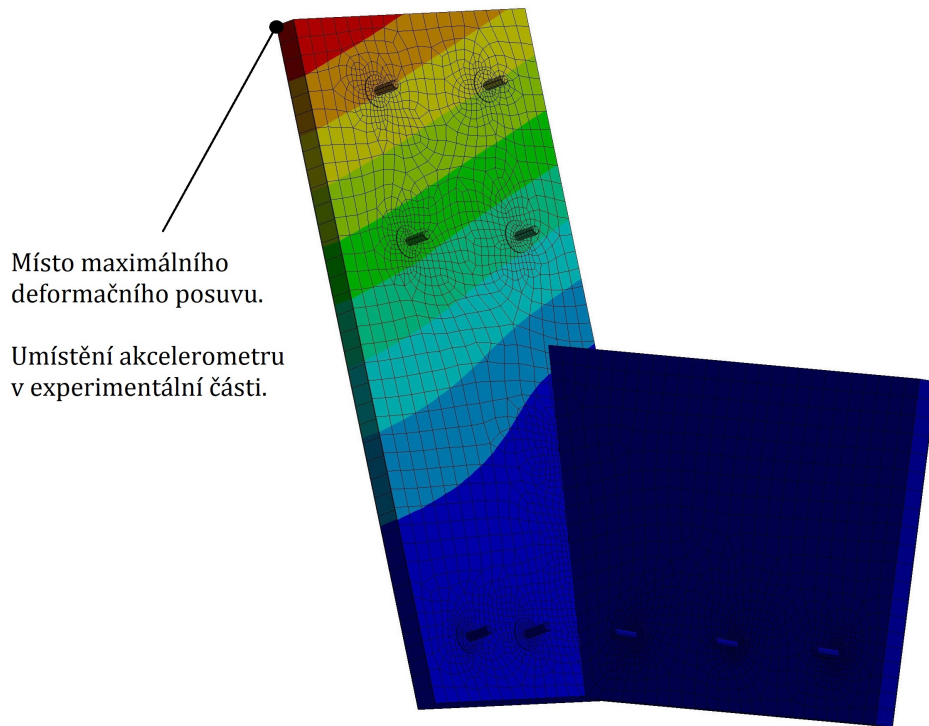
- bez přidaného závaží a náhodnými vibracemi charakterizovanými spektrální hustotou  $-0dB$ ,
- s přidaným závažím a náhodnými vibracemi charakterizovanými sníženou spektrální hustotou  $-3dB$ .

### 6.3.5. Modální vlastnosti

Na charakter deformačního a napětového pole při zatěžování v ose  $z$  má dominantní první vlastní tvar, zjištěný modální analýzou. Ten společný pro všechny varianty sendvičových panelů s přidanou hmotou i bez ní. První vlastní tvar je zobrazen na obr. 6.5.



### 6.3. MODEL MKP



Obrázek 6.5: První vlastní tvar rohového spoje.

#### 6.3.6. Výsledky

V rámci postprocesingu je analyzováno napětí v jednotlivých laminách potahů a v jádře sendvičových panelů. Jelikož náhodné vibrace jsou stochastického charakteru, jsou i vypočítané hodnoty napětí platné jen s určitou pravděpodobností. Výsledky jsou vypočítané s pravděpodobností  $1\sigma$ , tedy uvedenou hodnotu nepřekročí s pravděpodobností 68.27%.

Jsou kontrolovány maximální hodnoty těchto napětí v materiálovém souřadném systému příslušné vrstvy:

- Jádro:  $\tau_{13,max}^c, \tau_{23,max}^c$ .
- Vrstva potahu  $\sigma_{1,max}^p, \sigma_{2,max}^p, \tau_{23,max}^p$ , popř. redukované napětí  $\sigma_{red,HMH}$  pro hliníkovou variantu.

Přičemž pro zjednodušení je vždy od každého druhu napětí zaznamenáno pouze to nejvyšší, které se v modelu vyskytuje.

Dále je k hodnotám napětí doplněna i hodnota maximálního deformačního posuvu sendvičových plátů  $w_{max}$  ve směru  $z$ . Deformační posuv je rovněž uveden s pravděpodobností  $1\sigma$ .

Vypočítaná napětí pro případ bez zátěže jsou v tabulce 6.2 a hodnoty pro případ se zátěží v tabulce 6.3.

Tabulka 6.2: Deformační a napěťové hodnoty rohového spoje pro variantu bez přidaného závaží. Pravděpodobnost  $1\sigma$ . Hodnoty napětí jsou v MPa.

Rohový spoj bez přidaného závaží, zatížení náhodnými vibracemi							
Panel	$\tau_{13,max}^c$	$\tau_{23,max}^c$	$\sigma_{1,max}^p$	$\sigma_{2,max}^p$	$\tau_{23,max}^p$	$w_{max} / [\text{mm}]$	$\sigma_{HMH}$
č.1[0/45/90/-45/ $\overline{0_c}$ ] <sub>S</sub>	0,373	0,245	272,1	7,221	6,393	1,074	—
č.2[0/30/90/-30/ $\overline{0_c}$ ] <sub>S</sub>	0,361	0,243	231,53	6,619	6,103	1,001	—
č.3[0/60/90/-60/ $\overline{0_c}$ ] <sub>S</sub>	0,379	0,251	297,65	7,815	7,437	1,203	—
č.4[0/90/0/90/ $\overline{0_c}$ ] <sub>S</sub>	0,375	0,241	194,1	4,989	11,581	1,603	—
č.5[45/-45/45/-45/ $\overline{0_c}$ ] <sub>S</sub>	1,316	0,643	756,41	26,315	46,63	6,993	—
č.6[30/60/-30/-60/ $\overline{0_c}$ ] <sub>S</sub>	0,399	0,237	268,2	9,047	7,6	1,248	—
č.7[0 <sub>al</sub> / $\overline{0_c}$ ] <sub>S</sub>	0,665	0,38	—	—	—	2,17	209,39

Tabulka 6.3: Deformační a napěťové hodnoty rohového spoje pro variantu s přidaným závažím. Pravděpodobnost  $1\sigma$ . Hodnoty napětí jsou v MPa.

Rohový spoj s přidaným závažím, zatížení náhodnými vibracemi -3dB							
Panel	$\tau_{13,max}^c$	$\tau_{23,max}^c$	$\sigma_{1,max}^p$	$\sigma_{2,max}^p$	$\tau_{23,max}^p$	$u_{max} / [\text{mm}]$	$\sigma_{HMH}$
č.1[0/45/90/-45/ $\overline{0_c}$ ] <sub>S</sub>	2,191	1,422	1624,1	42,343	37,623	6,12	—
č.2[0/30/90/-30/ $\overline{0_c}$ ] <sub>S</sub>	2,352	1,57	1537,8	42,762	39,85	6,265	—
č.3[0/60/90/-60/ $\overline{0_c}$ ] <sub>S</sub>	1,983	1,303	1584,8	40,99	39,02	6,113	—
č.4[0/90/0/90/ $\overline{0_c}$ ] <sub>S</sub>	1,876	1,184	1056,7	24,731	55,511	6,659	—
č.5[45/-45/45/-45/ $\overline{0_c}$ ] <sub>S</sub>	1,149	0,5547	699,59	23,845	43,349	5,537	—
č.6[30/60/-30/-60/ $\overline{0_c}$ ] <sub>S</sub>	1,944	1,138	1339,9	44,278	38,024	5,934	—
č.7[0 <sub>al</sub> / $\overline{0_c}$ ] <sub>S</sub>	1,912	1,08	—	—	—	6,068	611,75

### 6.3.7. Vyhodnocení výsledků

Z hodnot napětí, získaných pomocí MKP modelu, je patrné že na pevnost panelu mají rozhodující vliv smyková napětí v jádře panelu  $\tau_{13,max}^c$  a  $\tau_{23,max}^c$ . Je tomu tak, protože jejich hodnoty se nejvíce blíží mezím pevnosti jádra ve smyku  $\tau_{P,13}^c$  a  $\tau_{P,13}^c$  (tabulka 5.3), či je překračují. K překročení mezního stavu pevnosti ve smyku dochází téměř ve všech variantách v modelu s přídatnou zátěží s výjimkou panelu č.5. Rozložení smykových napětí v jádře je zobrazeno na obr. 6.6. Z rozložení napětí je vidět, že jeho maximální hodnota se vyskytuje v okolí horního insertu, skupiny C (viz. obr. 6.3).

Pomineme-li panel č.5, který má specifickou konfiguraci vrstev, lze z výsledků tvrdit, že vliv orientace vláken v potazích sendvičového panelu, s cílem vyztužení určitého směru,

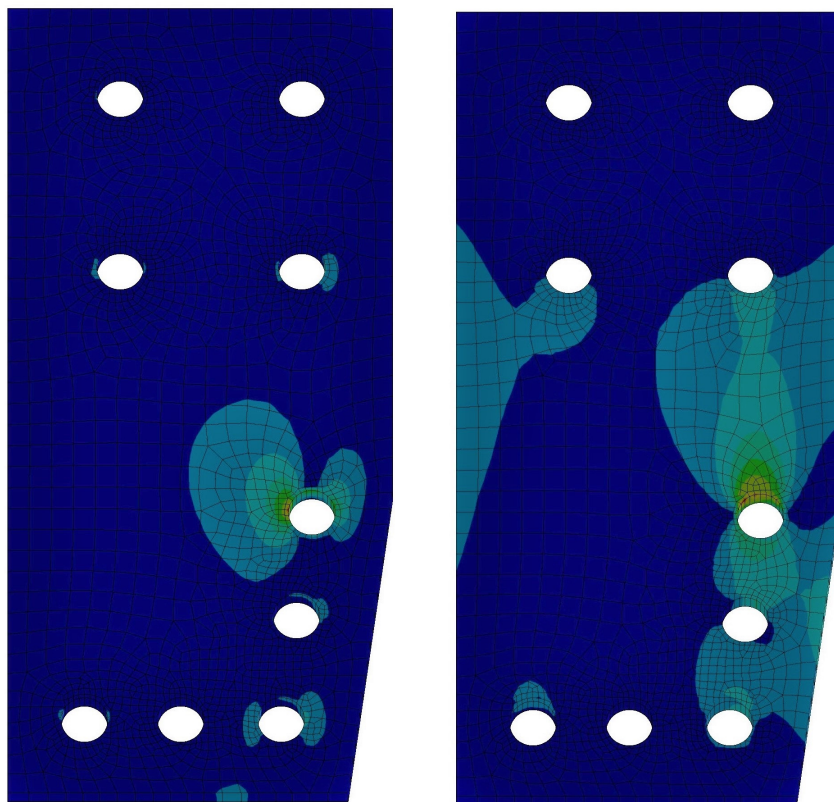
## 6.4. EXPERIMENTÁLNÍ TESTOVÁNÍ

nemá velký vliv na velikost smykového napětí v jádře v okolí insertů. Výjimky tvoří tvoří panely které jsou ve směru zatížení značně poddajné (zde panel č.5). Dále je vidět, že při použití hliníkových potahů jsou smyková napětí v jádře rovněž srovnatelná s kompozitní variantou.

Při použití potahu z hliníku bylo dosaženo meze kluzu v modelu s přidaným závažím v okolí horního insertu, skupiny C (viz. obr. 6.3).

Výsledky analýzy jsou shrnuty v následujících bodech:

- při analýze s přidanou hmotou dochází ke smykovému porušení jádra v okolí horního insertu skupiny C (viz. obr. 6.3),
- změna směru vláken v potahu panelu nemá ve většině případů velký vliv na velikost smykového napětí v jádře v okolí insertu a tedy na pevnost spoje,
- hliníkové potahy jsou z hlediska únosnosti insertu srovnatelné s kompozitními,

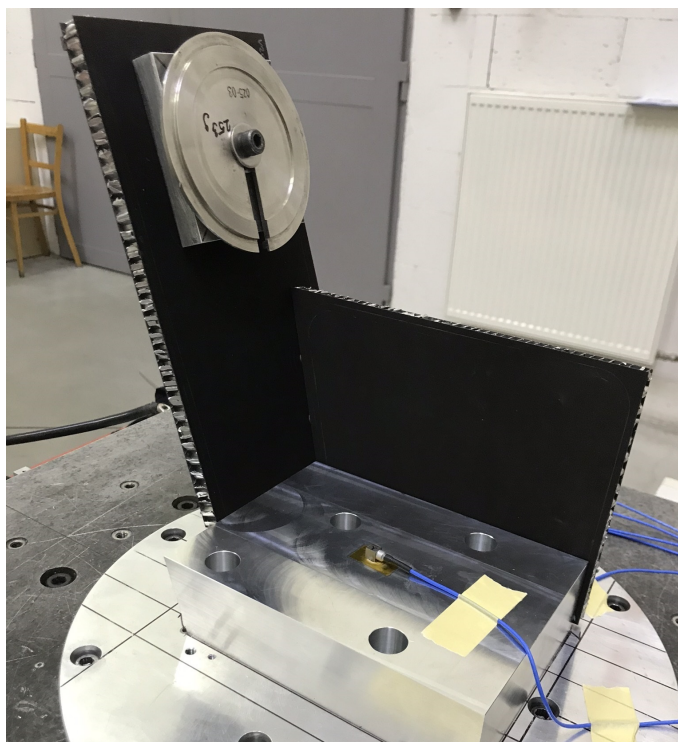


Obrázek 6.6: Rozložení smykového napětí  $\tau_{13,max}^c$  (vpravo) a  $\tau_{23,max}^c$  (vlevo) u velkého panelu

## 6.4. Experimentální testování

Testování proběhlo na Výzkumném a zkušebním leteckém ústavu, a.s. se s jejich spoluprací. Panely byly upevněny na adaptér, pevně spojený s vibrační stolicí (viz. obr. 6.7). Pro testování byla zvolena zvolena varianta sendvičových panelů č.1, která je popsána v kapitole 5. Rohový spoj vyrobila firma 5M s.r.o.

Experiment spočíval nejprve v provedení harmonické analýzy v rozsahu  $1 - 2000\text{Hz}$  která identifikovala vlastní frekvence rohového spoje. Následně se rohový spoj zatížil náhodnými vibracemi. Poté byla provedena opět harmonická analýza ve stejném rozsahu, kdy se kontrolovalo zda nedošlo ke změnám ve vlastních frekvencích, což by odpovídalo poškození rohového spoje. Náhodné vibrace a harmonická analýza byly provedeny v ose  $z$  dle obr. 6.4.



Obrázek 6.7: Experimentální sestava - rohový spoj umístěný na vibrační stoličce.

Testování rohového bylo provedeno ve dvou variantách: bez přídavného závaží a s přídavným závažím. Obě varianty byly provedeny s následující posloupností:

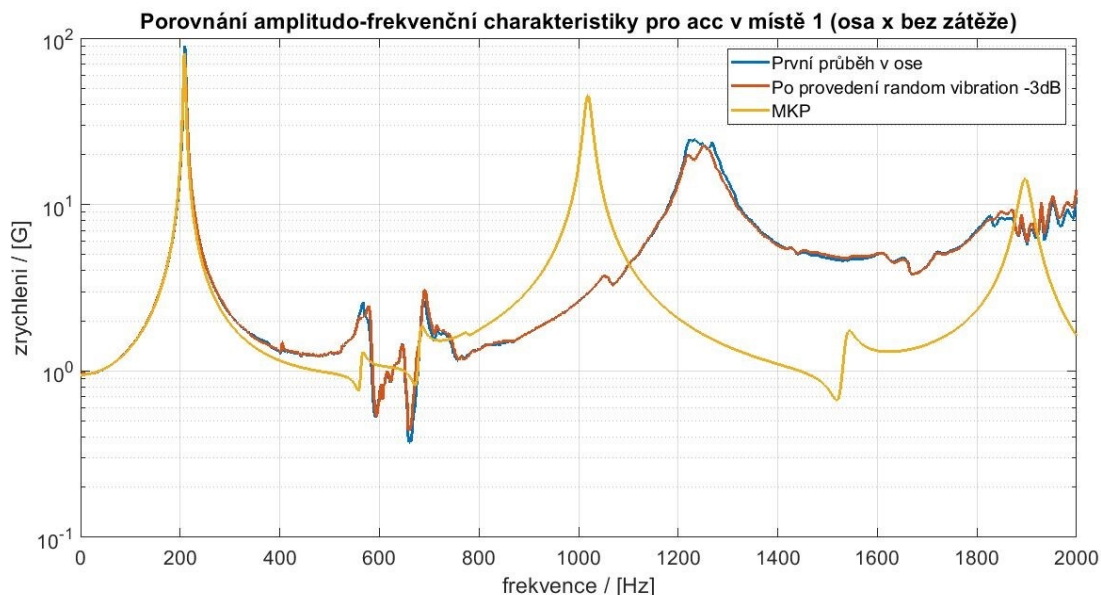
- provedení harmonické analýzy s konstantní amplitudou zrychlení  $1g$  v rozsahu  $1 - 2000\text{Hz}$  v ose  $z$  pro identifikaci vlastních frekvencí,
- zatížení rohového spoje náhodnými vibracemi  $-3\text{dB}$ ,
- opětovné provedení harmonické analýzy se stejnými parametry, její porovnání s předchozí harmonickou analýzou,
- zatížení rohového spoje náhodnými vibracemi  $-0\text{dB}$  (nerealizováno pro případ s přidanou zátěží, viz. níže),
- opětovné provedení harmonické analýzy se stejnými parametry, její porovnání s předešlými harmonickými analýzami (nerealizováno pro případ s přidanou zátěží, viz. níže).

Pro snímání zrychlení byl na velkém sendvičovém panelu nalepen akcelerometr, který snímal velikost zrychlení kolmo k rovině plátu. Akcelerometr byl nalepen v místě očekávané maximální výchylky dle prvního vlastního tvaru (viz. obr. 6.5).

## 6.4. EXPERIMENTÁLNÍ TESTOVÁNÍ

### 6.4.1. Výsledky testování pro rohový spoj bez zátěže

Na obrázku 6.8 jsou vykresleny závislosti zrychlení akcelerometru pro případ bez přidané zátěže. Graf obsahuje naměřenou závislost pro dvě provedené harmonické analýzy (Na začátku experimentu, po provedení náhodných vibrací, snížených o 3dB). Dále je doplněn o křivku, která byla získaná pomocí MKP modelu, popsaného v předešlé kapitole. Křivka, získaná pomocí MKP se odchyľuje od naměřených hodnot u čtvrté vlastní frekvence a vyšších.

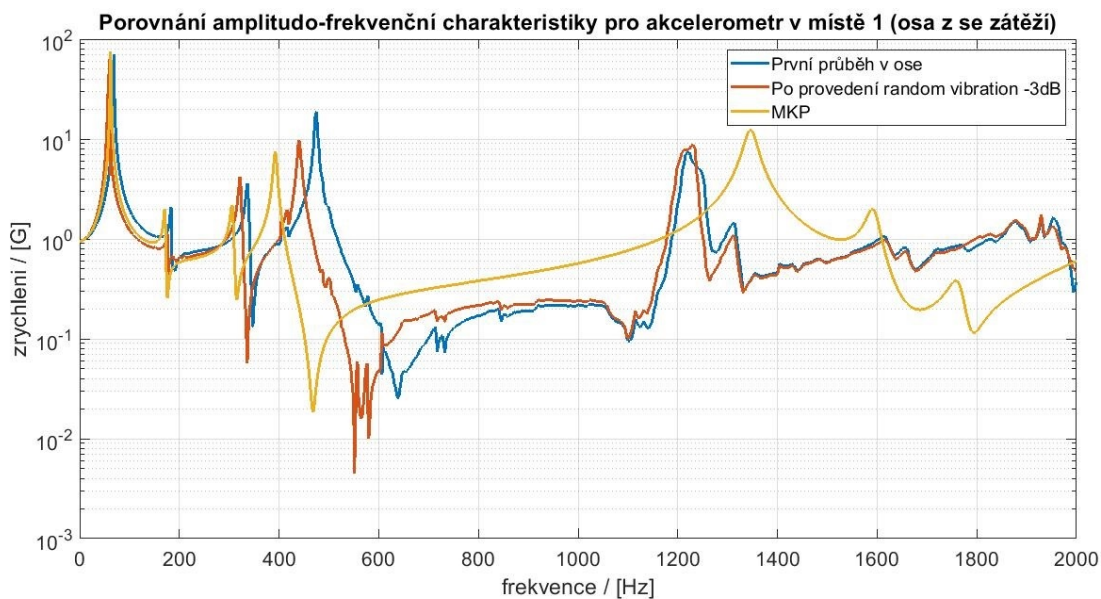


Obrázek 6.8: Porovnání harmonických analýz u rohového spoje bez přidání zátěže.

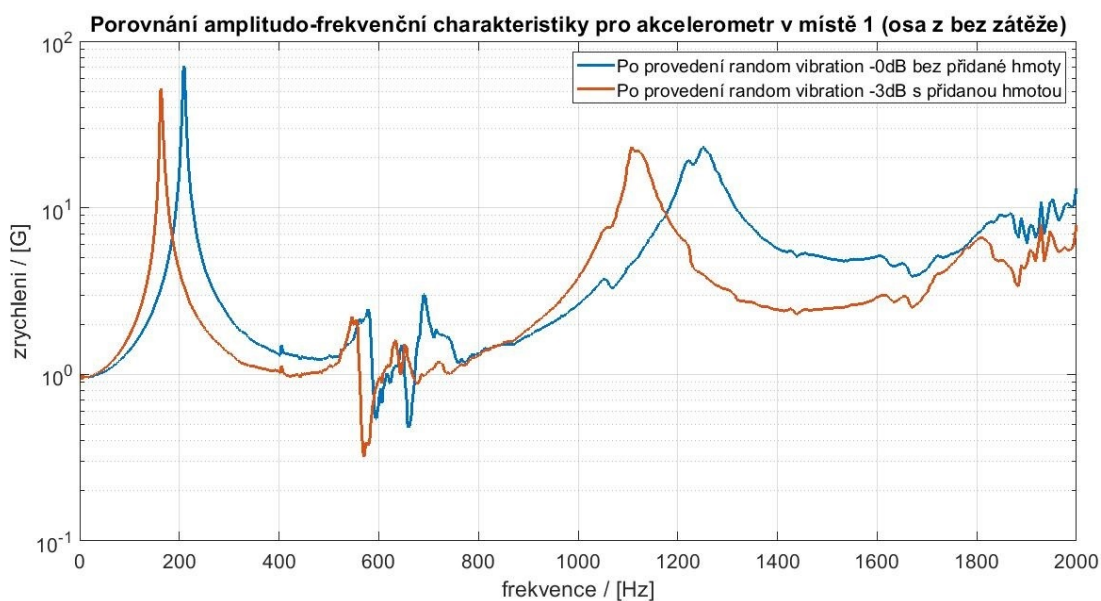
Z grafu je patrné, že mezi naměřenými křivkami není téměř žádný rozdíl, z čehož vyplývá že v souladu s výpočetním modelem nedošlo k narušení struktury rohového spoje, které by se projevilo změnou vlastních frekvencí - maxima v uvedeném grafu.

### 6.4.2. Výsledky testování pro rohový spoj se zátěží

Stejným způsobem jako v odstavci 6.4.1 byl testován i rohový spoj se zátěží. Na obr. 6.9 je však z grafu patrné, že došlo ke změně vlastních frekvencí již po provedení zatěžování náhodnými vibracemi -3dB. Jelikož na rohovém spoji nebylo žádné viditelné poškození, je pravděpodobné že došlo k meznímu stavu ve vnitřní struktuře panelu, což mělo za následek celkový pokles tuhosti rohového spoje, který se projevil poklesem vlastních frekvencí. Aby bylo toto tvrzení ověřeno, bylo odstraněno přídatné závaží a opětovně provedena harmonická analýza (obr. 6.10). I z ní je patrný pokles vlastních frekvencí způsobený změnou vnitřní struktury panelů. Proto bylo testování ukončeno.



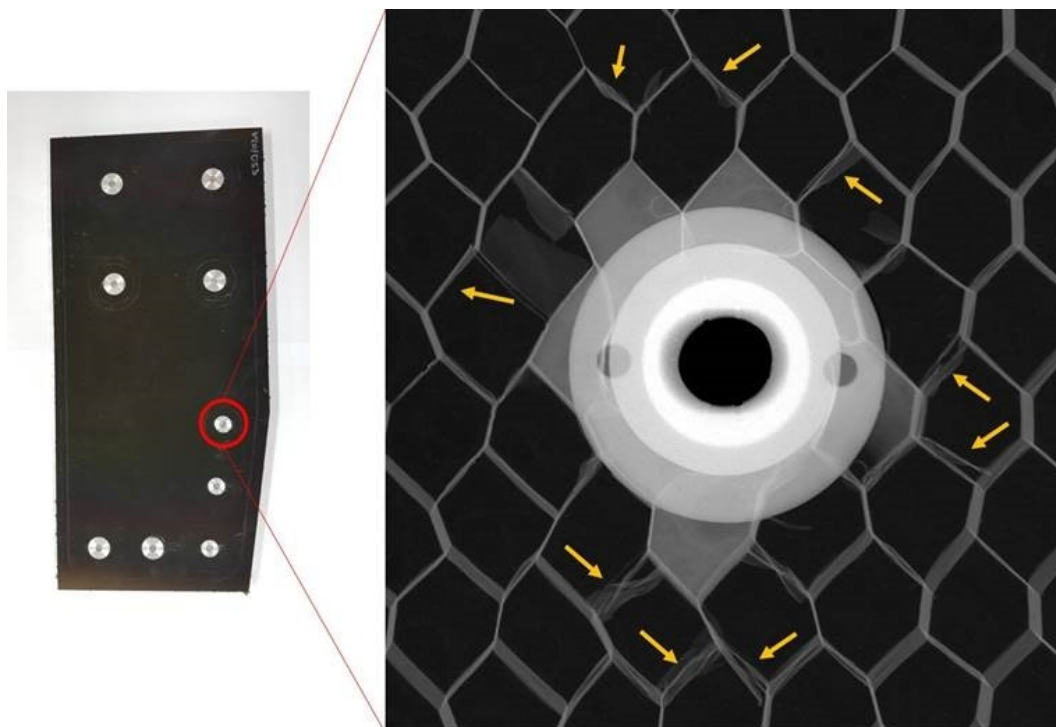
Obrázek 6.9: Porovnání harmonických analýz u rohového spoje s přidáním zátěží.



Obrázek 6.10: Porovnání harmonických analýz u rohového spoje bez přidání zátěže.

Jelikož na rohovém spoji nebylo viditelné žádné poškození, byl rohový spoj podroben nedestruktivnímu testování. Testování provedla firma 5M pomocí RTG scanu. Na základě výpočtového modelu byl identifikován mechanismus poruchy v podobě smykové porušení jádra v okolí nejvíce namáhaného insertu (viz. obr. 6.6). Na obrázku 6.11 je snímek z provedeného rtg scanu, který tento předpoklad potvrzuje. Na snímku lze vidět porušení stěn buněk, které nejsou zdvojené (žluté šipky). Mechanismus poruchy odpovídá mechanismu popsanému na obrázku č. 3.10, lze tedy tvrdit že jde o smykovou poruchu jádra v souladu s MKP modelem.

#### 6.4. EXPERIMENTÁLNÍ TESTOVÁNÍ



Obrázek 6.11: RTG snímek poškozených buněk jádra v okolí insertu.

## 7. Závěr

Tato práce se zabývá kompozitními panely a jejich využitím k návrhu a pevnostnímu posouzení komponenty určené pro vesmírnou aplikaci (družice). Největší pozornost je věnována tzv. insertu, resp. vložce umožňující lokální vyztužení a následné šroubové spojení panelů v jeden celek. Je zkoumán vliv potahů sendvičových panelů na velikost smykového napětí v jádře sendviče, zejména pak v okolí insertu.

V úvodní části jsou popsány sendvičové panely z hlediska jejich funkce a strukturního uspořádání. Dále je navázáno popisem spojení panelů pomocí insertů. Inserty jsou zde popsány z hlediska geometrie a jejich způsobu umístění v sendvičovém panelu. Dále je rozebrán princip přenosu silového zatížení z insertu do panelu pro případ tahu a smyku a je popsán mechanismus poruchy. Závěr teoretické části je věnován rozboru několika teoretických přístupů pro řešení deformačně napětového stavu sendvičových panelů analytickými metodami.

V páté kapitole je provedena parametrická studie, kdy je zkoumán vliv struktury potahů sendviče na jeho napětově deformační stav. Celkem je porovnáváno šest panelů s kompozitními potahy, lišící se orientací jednotlivých vrstev lamin, a jeden panel s hliníkovými potahy. Ve všech případech se jedná o prostě podepřené panely namáhané spojitým zatížením, konstantním po ploše panelu. V této části je ukázáno, že pevnost panelu je dominantně limitována pevností jádra ve smyku  $\tau_{P,13}^c$  a  $\tau_{P,13}^c$  a není do značné míry ovlivněna volbou mezi hliníkovým či kompozitním potahem.

Stěžejním bodem této diplomové práce byla závěrečná kapitola. V této kapitole byla provedena deformačně napětová analýza rohového spojení dvou sendvičových panelů, zatíženého náhodnými vibracemi. Zatížení simuluje podmínky při startu raketového nosiče. Výstupem této kapitoly jsou zejména hodnoty smykových napětí jádra panelu v okolí insertu a vliv struktury potahu na tyto napětí. Byly simulovány dvě varianty rohového spoje, které se lišily přítomností externího závaží, pro zvýšení zátěže spojení. Simulace ukázala, že při aplikaci závaží dojde vlivem vysokého smykového napětí v okolí jednoho z insertů k smykové poruše jádra. Struktura potahu má na velikost tohoto napětí jen velmi malý vliv. Závěry simulace byly potvrzeny experimentem na vibrační stolici. Na pořízených rentgenových snímcích, vzniklých v rámci NDT analýzy po provedení vibrační zkoušky, je patrná očekávaná smyková porucha voštinového jádra v okolí kritického insertu.



## 8. Literatura

- [1] MARYTHRAZA,, M. Vibration analysis of honeycomb sandwich panel in spacecraft structure. *International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development*. 2018, (8). DOI: 10.24247/ijmperdjun201890.
- [2] GRASTATARO, C. I., T. A. BUTLER, B. G. SMITH a T. C. THOMPSON. Development of a composite satellite structure for FORTE. *10. international conference on composite materials* [online]. Los Alamos National Laboratory, 1995 [cit. 2020-08-29].
- [3] CHO, H.K a J RHEE. Vibration in a satellite structure with a laminate composite hybrid sandwich panel. *Composite Structures* [online]. Elsevier, 2011, **93**(10), 2566-2574 [cit. 2020-08-29]. DOI: 10.1016/j.compstruct.2011.04.019. ISSN 0263-8223.
- [4] SMILE. *The European Space Agency* [online]. [cit. 2020-06-26]. Dostupné z: <https://sci.esa.int/web/smile>
- [5] WILEY, J. Larson a James R. WERTZ. *Space mission analysis and design*. Third Edition. El Segundo, California: Microcosm Press, 1992. ISBN 1-881883-10-8.
- [6] VRBKA, Jan. *Mechanika Kompozitů*. Brno, 2008.
- [7] RANA, Sohel a Raul FANGUEIRO, ed. *Advanced composite materials for aerospace engineering: Processing, properties and applications*. Amsterdam: Woodhead Publishing, 2016. ISBN 978-0-08-100939-0.
- [8] ZENKERT, Dan, ed. *An Introduction to Sandwich Construction*. London: Engineering Materials Advisory Services, 1995. ISBN 9780947817770.
- [9] CMH-17, Wichita State University. *Composite Materials Handbook. Volume 6: Structural Sandwich Composites*. USA : SAE International on behalf of CMH-17, a division of Wichita State University, 2013. ISBN 9780768091342.
- [10] JURAČKA, Jaroslav. *Kompozitní konstrukce v letectví*. Revize č.:10. Brno: Letecký ústav, VUT, 2018.
- [11] KAR, Kamal K. *Composite Materials: Processing, Applications, Characterizations*. Springer, 2016. DOI: 10.1007/978-3-662-49514-8. ISBN 9783662495148.
- [12] OSTREZI, Jan. *Optimalizace parametrů pultruze kompozitů na bázi epoxidových matric*. Brno: Vysoké učení technické v Brně. Fakulta chemická, 2015, 47 listů : ilustrace. Závěrečná práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta chemická. Vedoucí práce Mgr. Radek Přikryl, Ph.D.
- [13] HEMER, Daniel. *Sendvičové materiály*. Praha, 2019. Bakalářská práce. FS ČVUT. Vedoucí práce Ing. Zdeňka Jeníková, Ph.D.
- [14] *Space engineering Insert design handbook*. The Netherlands: ESA Requirements and Standards Division, 2011. ECSS-E-HB-32-22A.

- [15] *Product Data Sheet: Corrosion Resistant Specification Grade Aluminum Honeycomb* [online]. In: . [cit. 2020-06-22]. Dostupné z: <https://www.hexcel.com/Resources/DataSheets/Honeycomb>
- [16] KAUFMAN, J.G. Aluminum Alloys. KUTZ, Myer, ed. *Mechanical Engineers- Handbook: Volume 1 - Materials and Engineering Mechanics*. Fourth Edition. Hoboken, New Jersey: John Wiley, 2015, s. 61-116. ISBN 978-1-118-11282-3.
- [17] THOMSEN, O a W RITS. Analysis and design of sandwich plates with inserts—a high-order sandwich plate theory approach. *Composites Part B: Engineering (UK)* [online]. 1998, **29**(6), 795-807 [cit. 2020-06-23]. DOI: 10.1016/S1359-8368(98)00019-5. ISSN 1359-8368. Dostupné z: <http://search.proquest.com/docview/26663645/>
- [18] *Space engineering, Structural materials handbook: Part 3: Load transfer and design of joints and design of structures*. The Netherlands: ESA Requirements and Standards Division, 2011. ECSS-E-HB-32-20 Part 3A.
- [19] SONG, Ki, Jy CHOI, Jh KWEON, Jh CHOI a Ks KIM. An experimental study of the insert joint strength of composite sandwich structures. *Composite Structures* [online]. ELSEVIER SCI, 2008, **86**(1-3), 107-113 [cit. 2020-06-26]. DOI: 10.1016/j.compstruct.2008.03.027. ISSN 0263-8223.
- [20] SEEMANN, Ralf a Dieter KRAUSE. Numerical modelling of partially potted inserts in honeycomb sandwich panels under pull-out loading. *Composite structures* [online]. Elsevier, 2018, **203**, 101-109 [cit. 2020-06-26]. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.07.028. ISSN 0263-8223.
- [21] ALLEN, Howard G. *Analysis and design of structural sandwich panels*. Oxford: Pergamon Press, 1969. ISBN 08 012869 8.
- [22] REDDY, J.N. *Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells*. Second Edition. London: CRC Press, 2007. ISBN 978-0-8493-8415-8.
- [23] MINDLIN, R.D. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. *ASME Journal of Applied Mechanics*. 1951, (Vol. 18), 31—38.
- [24] REISSNER, E. The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates. *ASME Journal of Applied Mechanics*. 1945, (Vol. 12), A68—77.
- [25] REISSNER, E. Finite Deflections of Sandwich Plates. *J. Aero. Sci.* 1948, **15**(7), 435-440.
- [26] LIBOVE, C. a S.B. BATDORF. A General Small-deflection Theory for Flat Sandwich Plates. *NACA TN 1526*. 1948.
- [27] PLANTEMA, F.J. *Sandwich Construction: The Bending and Buckling of Sandwich Beams, Plates and Shells*. New York: John Wiley, 1966. ISBN 978-0471691068.
- [28] FROSTIG, Y a Y SHENHAR. High-order bending of sandwich beams with a transversely flexible core and unsymmetrical laminated composite skins. *Composites Engineering* [online]. Elsevier B.V, 1995, **5**(4), 405-414 [cit. 2020-06-26]. DOI: 10.1016/0961-9526(95)93440-7. ISSN 0961-9526.

- [29] CARLSSON, L.A. a G.A. KARDOMATEAS. High-Order Sandwich Panel Theories. *Structural and Failure Mechanics of Sandwich Composites.: Solid Mechanics and Its Applications*. Springer: Dordrecht, 2011. ISBN 978-1-4020-3225-7.
- [30] *TECHNICAL DATA SHEET No. CFA-017: M55J* [online]. In: . [cit. 2020-06-22]. Dostupné z: <http://stg.toray.testcrafting.com/page.php?id=661>
- [31] *PRODUCT DATA SHEET: Toray RS-36* [online]. In: . [cit. 2020-06-22]. Dostupné z: <https://www.toraytac.com/product-explorer/products/FRXU/RS-36>
- [32] BARBERO, Ever J. *Finite element analysis of composite materials using ANSYS*. Second edition. Boca Raton: CRC Press, [2014]. ISBN 14-665-1689-5.
- [33] VOYIADJIS, George Z. a Peter I. KATTAN. *Mechanics of Composite Materials with MATLAB*. Verlag: Springer, 2005. ISBN 978-3-540-24353-3.
- [34] AL-QARALLEH, Mohammad A. a Moath H. AL-SAFASFEH. *Matlab Code to create the ABBD matrix for composite materials*. 2015. DOI: 10.13140/RG.2.1.2994.8889.
- [35] Aluminum 2024-T3. *ASM Aerospace Specification Metals Inc.* [online]. [cit. 2020-06-11]. Dostupné z: <http://asm.matweb.com/search/SpecificMaterial.asp?bassnum=MA2024T3>