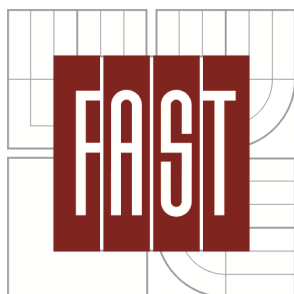


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ  
ÚSTAV TECHNOLOGIE STAVEBNÍCH HMOT A  
DÍLCŮ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING  
INSTITUTE OF TECHNOLOGY OF BUILDING MATERIALS AND  
COMPONENTS

## STUDIUM VLIVU SLOŽENÍ A VSTUPNÍCH SUROVIN NA HODNOTY MODULŮ PRUŽNOSTI

STUDY OF THE INFLUENCE OF COMPOSITION AND FEEDSTOCK ON MODULUS OF  
ELASTICITY OF CONCRETE VALUES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

PAVEL ŠAFRATA

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

prof. Ing. RUDOLF HELA, CSc.

BRNO 2015



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

**Studijní program** B3607 Stavební inženýrství  
**Typ studijního programu** Bakalářský studijní program s prezenční formou studia  
**Studijní obor** 3607R020 Stavebně materiálové inženýrství  
**Pracoviště** Ústav technologie stavebních hmot a dílců

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Student** Pavel Šafrata

**Název** Studium vlivu složení a vstupních surovin na hodnoty modulů pružnosti betonů

**Vedoucí bakalářské práce** prof. Ing. Rudolf Hela, CSc.

**Datum zadání bakalářské práce** 30. 11. 2014

**Datum odevzdání bakalářské práce** 29. 5. 2015

V Brně dne 30. 11. 2014

.....  
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA  
Vedoucí ústavu

.....  
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA  
Děkan Fakulty stavební VUT

## Podklady a literatura

Odborné zahraniční i tuzemské časopisy, sborníky z odborných symposií a konferencí, internetové zdroje odborných publikací z daného oboru.

Diplomové práce vypracované na ÚTHD FAST Brno v období 2009 – 2014

## Zásady pro vypracování (zadání, cíle práce, požadované výstupy)

V současné době se v technologii betonu stále více používají jemnozrné příměsi do betonu jak v pasivní, tak zejména aktivní formě. Tyto příměsi slouží jako částečná náhrada drahého cementu, či jako příměs modifikující některé vlastnosti čerstvých betonů. Současně s nimi se prakticky do všech typů betonů výrazněji prosazují superplastifikační přísady na bázi polykarboxylátů. Tento společný postup má silný vliv na hodnoty statických i dynamických modulů pružnosti.

V bakalářské práci se zaměřte na tyto dílčí problematiky:

Ověřte faktory ovlivňující modul pružnosti, konkrétně kameniva, vodního součinitele, obsahu vzduchu, množství jemných částic pod 0,25 mm, plastifikačních přísad a jejich druhy.

Dále popište deformace betonu a uveďte, jakými postupy je stanovujeme.

Uveďte, jaké moduly pružnosti můžeme u betonu sledovat a jak je měříme.

Jak souvisí hodnota statického modulu pružnosti v tlaku s tlakovou pevností dle dostupných norem. Porovnejte s aktuálními informacemi z odborné literatury.

Popište vlivy surovin použitých pro výrobu betonu na hodnotu statického modulu pružnosti v tlaku.

Experimentálně ověřte vybraných 4 různých typů hrubého kameniva (drcené, těžené) frakce 8/16 na hodnoty statických a dynamických modulů pružnosti.

Závěrem uveďte obecná doporučení pro výběr surovin k výrobě betonu s vysokým modulem pružnosti.

Rozsah : min 40 stran

## Struktura bakalářské/diplomové práce

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná součást VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).

.....  
prof. Ing. Rudolf Heřel, CSc.  
Vedoucí bakalářské práce

## **Abstrakt**

Kromě pevnosti v tlaku betonu se v současnosti významně projevuje při statických výpočtech i modul pružnosti. U subtilních skeletových konstrukcí může díky nedostatečnému modulu pružnosti docházet k nepřijatelným průhybům. Vycházet z empirických vztahů je v této situaci přinejmenším nezodpovědné, jelikož se při výrobě betonu používá široké spektrum surovin, příměsí a přísad. Cílem práce je studium vlivu hrubého kameniva na statický a dynamický modul pružnosti betonu v tlaku a doporučení vhodných opatření k výrobě betonu s vysokým modulem pružnosti. Experimentální část se dále zabývá vlivem obsahu vzduchu v betonu na výsledné moduly pružnosti.

## **Klíčová slova**

Beton, kamenivo, pevnost v tlaku, statický modul pružnosti, dynamický modul pružnosti, deformace

## **Abstract**

Modulus of elasticity is significantly reflected feature of concrete, besides the compressive strength in static design nowadays. Low modulus of elasticity can cause unacceptable deflections for subtle skeletal structures. It is at least irresponsible to count with empirical formulas since there is a wide range of materials and additives in production of concrete. The aim of this thesis is to study the influence of large fraction aggregate on static and dynamic modulus of elasticity of concrete and recommendation for appropriate measures to produce concrete with high modulus of elasticity. The experimental part is further following up the influence of air content in concrete on the modulus of elasticity.

## **Key words**

Concrete, aggregate, compressive strength, static modulus of elasticity, dynamic modulus of elasticity, deformation

### **Bibliografická citace VŠKP**

ŠAFRATA, Pavel, *Studium vlivu složení a vstupních surovin na hodnoty modulů pružnosti betonů*. Brno, 2015. 52 s. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav technologie stavebních hmot a dílců. Vedoucí práce prof. Ing. Rudolf Hela, CSc.

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracoval samostatně, a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 29. 5. 2015

.....

podpis autora

**Poděkování:**

Za vedení práce, vstřícnost a rady děkuji prof. Ing. Rudolfu Helovi CSc. a ostatním členům Ústavu technologie stavebních hmot a dílců za pomoc při zpracování této práce. Chtěl bych dále poděkovat i všem, kteří mi přímo nebo nepřímo pomohli při tvorbě této práce, především pak své rodině.

Tato bakalářská práce byla zpracována s využitím infrastruktury Centra AdMaS.

# OBSAH

1	Úvod.....	10
2	Cíl práce .....	10
3	Deformace betonu .....	11
4	Měření objemových změn betonu .....	13
4.1	Měření volného smrštění dotykovou metodou .....	14
4.2	Měření volného smrštění bezdotykovou metodou.....	14
4.3	Poissonovo číslo .....	15
5	Křivky napětí - deformace.....	16
5.1	Modul pružnosti v tahu .....	18
5.2	Modul pružnosti ve smyku .....	18
6	Metody měření modulu pružnosti .....	19
6.1.1	Stanovení statického modulu pružnosti v tlaku.....	20
6.1.2	Stanovení statického modulu pružnosti ze zkoušky v tahu ohybem .....	21
6.1.3	Stanovení dynamického modulu pružnosti rezonanční metodou .....	21
6.1.4	Stanovení dynamického modulu pružnosti ultrazvukovou impulsovou metodou .....	23
7	Závislost modulu pružnosti na pevnosti v tlaku.....	24
7.1	Vztah statického modulu pružnosti v tlaku a tlakové pevnosti v zahraničí.....	28
8	Faktory ovlivňující modul pružnosti .....	30
8.1	Technologické vlivy .....	30
8.1.1	Vliv kameniva .....	30
8.1.2	Vliv obsahu vzduchu .....	31
8.1.3	Vliv vodního součinitele.....	31
8.1.4	Vliv jemných částic pod 0,25 mm.....	32
8.1.5	Vliv plastifikačních přísad.....	33
8.2	Zkušební vlivy .....	33
8.2.1	Tvar zkušební tělesa .....	33
8.2.2	Způsob zakončení zkušební tělesa.....	34
9	EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST.....	35
9.1	Hrubé kamenivo.....	36
9.1.1	Žabčice.....	36
9.1.2	Olbramovice .....	36



9.1.3	Želešice .....	36
9.1.4	Štramberk .....	36
9.2	Návrh receptury .....	37
9.3	Výroba a zkoušení těles .....	38
9.4	Naměřené hodnoty a vyhodnocení .....	38
9.5	Shrnutí výsledků .....	46
10	Závěr .....	47
11	Použitá literatura .....	48
12	Použité normy .....	49
13	Seznam obrázků .....	50
14	Seznam tabulek .....	51
15	Seznam zkratk .....	52

# 1 ÚVOD

Již v období starověku byl používán materiál, který svými vlastnostmi odpovídal tomu, co v dnešní době nazýváme beton. Lidé využívali přírodní látky, které vykazovaly pucolánové, případně hydraulické vlastnosti k vytváření malt, a ty následně používali ke zdění. Popsané jsou i technologie, kdy mezeru mezi dvěma zdmi z tesaného kamene vyplnili litou maltou spolu s lomovým kamenem. Dnes bychom tento postup označili jako použití ztraceného bednění. Mnoho těchto staveb vydrželo až do dnešní doby, proto je beton chápán lidmi jako velice pevný a odolný materiál. Při podrobnějším zkoumání je však zřejmé, že se beton chová podobně jako ostatní materiály, tudíž je ovlivňován působením napětí, teplotou či vlhkostí.

Z fyzikálního hlediska víme, že při působení napětí dochází k deformaci. Vztah mezi tímto napětím a deformací popisuje právě modul pružnosti.

Velkým trendem dnešní doby je navrhování tenkých monolitických železobetonových konstrukcí. Při návrhu a následném statickém výpočtu se uvažuje tabulková hodnota modulu pružnosti odvozená od pevnosti betonu v tlaku. Tato hodnota modulu pružnosti se poté ani neuvádí při specifikaci pro výrobu betonu, kde se požaduje pevnostní třída, stupeň vlivu prostředí, případně konzistence čerstvého betonu. Modul pružnosti přitom závisí na mnoha faktorech, ať už na použitých surovinách nebo na technologii výroby. Tudíž hodnota uvažovaná při výpočtu nemusí být ve skutečnosti vůbec dosažena a může tedy docházet k neočekávaným deformacím, které jsou umocněny právě tenkými průřezy nosných konstrukcí.

## 2 CÍL PRÁCE

Předmětem této bakalářské práce je shrnutí problematiky závislosti modulu pružnosti na vstupních surovinách a složení betonu a její ověření při použití vybraných druhů hrubých kameniv.

### 3 DEFORMACE BETONU

Deformaci neboli změnu tvaru těles pozorujeme v důsledku působení vnější síly na těleso. Tyto deformace rozlišujeme podle toho, jak se těleso chová po odstranění působící síly. V případě, že se těleso vrátí do původního stavu, mluvíme o pružné deformaci. Pokud se těleso do původního stavu nevrátí, jde o nepružnou nebo také plastickou deformaci.

Při sledování deformací betonu můžeme pozorovat obě dvě výše uvedené varianty. Pružné (vratné) deformace jsou charakterizovány modulem pružnosti, teplotní roztažností a částečně i smrštěním betonu, které je způsobeno migrací vlhkosti. V případě plastické (nevratné) deformace je na vině dotvarování betonu, způsobené dlouhodobým zatížením, autogenní smrštění (samovysychání) v důsledku hydratace cementu a také smrštění vlivem karbonatace betonu. [1]

**Modul pružnosti** je veličina závislá na kapilární pórovitosti podle následující empirické rovnice

$$E = E_0 \cdot (1 - P_K)^k \quad [GPa]$$

kde  $P_K$  je kapilární pórovitost

$E_0$  modul pružnosti při nulové pórovitosti

$k$  empirický exponent

**Teplotní roztažnost** je vlastnost způsobující lineárně reversibilní deformace vlivem teplotních změn. Změnou teploty je v tělese vyvoláno napětí  $\sigma_T$ , které lze vyjádřit vztahem

$$\sigma_T = E \cdot \alpha_T \cdot \Delta T \quad [MPa]$$

Kde  $E$  je modul pružnosti

$\alpha_T$  součinitel teplotní roztažnosti

$\Delta T$  teplotní rozdíl

Pro cementový kámen se součinitel teplotní roztažnosti pohybuje v blízkosti hodnoty  $14,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . Kameniva dosahují hodnot v intervalu  $12-20 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , výjimkou

jsou vápence, které dosahují mnohem nižších hodnot, a to asi  $0,9-1,8 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . V nejlepším případě se hodnoty teplotní roztažnosti cementu a kameniva shodují. V reálných podmínkách se však těžko dosahuje této situace. Při nerovnosti je výhodnější, když má vyšší teplotní roztažnost kamenivo, protože v opačné situaci dochází ke vzniku tahových napětí na povrchu zrn kameniva a tím ke vzniku mikrotrhlin v kontaktní zóně na rozhraní kamenivo – cementový kámen. Toto se projevuje právě při použití výše zmíněného vápencového kameniva. [7]

**Smrštění** betonu je způsobeno fyzikálně-chemickými pochody, podle kterých je dále dělíme.

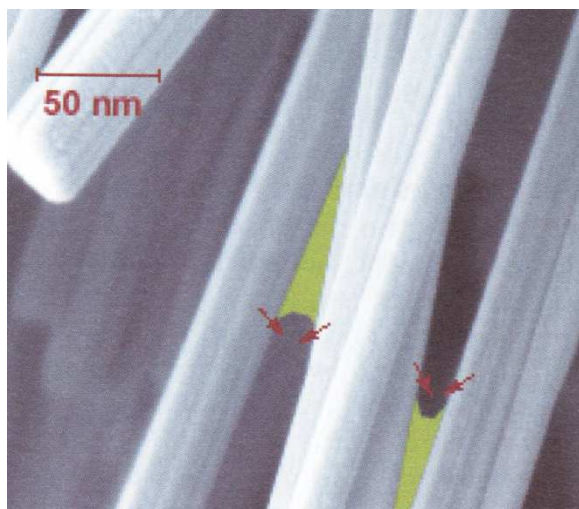
Vlhkostní smrštění je způsobeno migrací vlhkosti v kapilárách. Je závislé na kapilární pórovitosti a vlhkosti okolního prostředí, kdy dochází k vyrovnání rozdílů a dosažení rovnovážné vlhkosti ve vzduchu a v cementovém kameni. Smrštění nejvíce ovlivňují kapilární síly, které působí v kapilárách o průměru od 0,036 do 0,05  $\mu\text{m}$ . Kolísání vlhkosti pórovité struktury cementového kamene způsobuje reversibilní smrštění, které představuje asi 2/3 celkového smrštění, způsobeného migrací vlhkosti. Může dosahovat až  $2,5 \text{ mm} \cdot \text{m}^{-1}$ . Při vodním uložení může dojít i k nabývání objemu neboli bobtnání.

Hydratační smrštění je způsobeno objemovými změnami, ke kterým dochází při hydrataci slinkových minerálů. Dvoufázový systém vody s cementem zmenšuje svůj objem při současném zvětšování objemu tuhé fáze. Při tvorbě gelu tak vzniká z 1  $\text{cm}^3$  cementu 2,2  $\text{cm}^3$  gelu. Toto smrštění je tedy závislé na stupni hydratace cementu. Největší hydratační smrštění vykazuje alit, proto i cementy s vyšším obsahem alitu dosahují většího hydratačního smrštění. Po 50 dnech toto smrštění dosahuje přibližně  $0,2 \text{ mm} \cdot \text{m}^{-1}$ . [1]

Karbonatační smrštění pozorujeme v důsledku karbonatace cementového kamene, vlivem působení  $\text{CO}_2$  ze vzduchu. Proto se nejvíce projevuje na povrchu konstrukce, kde dochází k reakci  $\text{Ca}(\text{OH})_2 + \text{CO}_2 \rightarrow \text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{O}$ . V řádu let dosahuje toto smrštění 0,7 – 1,0  $\text{mm} \cdot \text{m}^{-1}$ . [1]

Autogenní smrštění je způsobeno chemickým smrštěním, které se projevuje zmenšením objemu produktů během procesu hydratace a dále také vnitřním vysycháním. Význam autogenního smrštění závisí na velikosti vodního součinitele. Při vodním součiniteli nad 0,45 je zanedbatelné (asi  $50 \mu\text{m} \cdot \text{m}^{-1}$  po 1 měsíci). V dnešní době

vysokohodnotných betonů je snaha vodní součinitel snižovat na co nejnižší hodnotu. Při vodním součiniteli 0,20 může autogenní smrštění dosahovat hodnot přibližně  $0,70 \text{ mm}\cdot\text{m}^{-1}$ , což už tak zanedbatelná hodnota není. V tomto případě se projevuje jev, který nazýváme samovysychání. K němu dochází při nedodání ošetřovací vody, zvláště pak při použití ošetřovacích filmů nebo folií, kterými se betony opatřují. Během hydratace vznikají v cementové matici póry, což je způsobeno menším objemem produktů hydratace oproti reaktantům. Tyto póry nejsou zaplněny vodou, proto dochází k migraci vody z kapilárních pórů do těchto nově vzniklých pórů. V kapilárách se v důsledku povrchového napětí tvoří menisky, které působí na stěny kapilár a tím mají tendenci kapiláru uzavírat. Tím pádem dochází ke stahování vláken C-S-H gelu, které vyvolává smrštění. Tomuto smrštění lze zabránit použitím přísad redukujících smrštění případně vhodným vodním ošetřováním, které ale není v praxi dostatečně účinné. [2]



OBR. 1 ZNÁZORNĚNÍ VODNÍCH MENISKŮ, KTERÉ STAHUJÍ VLÁKNA C-S-H GELU [2]

## 4 MĚŘENÍ OBJEMOVÝCH ZMĚN BETONU

Pro měření objemových změn betonu platí ČSN 73 1320 a pro měření tzv. objemové stálosti malty pak ČSN 72 2453. V obou případech se zde jedná o měření tzv. volného smrštění, tj. délkových změn zkušebního tělesa zcela volně uloženého v měřicím zařízení.

#### **4.1 MĚŘENÍ VOLNÉHO SMRŠTĚNÍ DOTYKOVOU METODOU**

Provádí se na zkušebních tělesech ve tvaru hranolu o rozměrech 40 x 40 x 160 mm v případě malt a 100 x 100 x 400 mm v případě betonů. Čela těles jsou osazena dotykovými hroty již při betonáži nebo jsou po odbednění osazena speciálními dotykovými destičkami. Vzorky jsou co nejdříve, obvykle po 24 hodinách osazeny do měřicího stojánu, který je vybaven mechanickým, případně digitálním úchylkoměrem. Normou stanovená přesnost (dle ČSN 73 1320) je 10  $\mu\text{m}$ , dnešní přístroje však garantují přesnost až na 3  $\mu\text{m}$ . Zkušební těleso je uloženo v definovaném prostředí, ze kterého se vyjme jen v okamžiku zkoušky. Zde je však drobné úskalí v tom, že při manipulaci s tělesy může dojít k ovlivnění měření, tudíž může docházet k nepřesnostem. Digitální úchylkoměry lze doplnit o paměťové médium, na které se ukládají automaticky naměřené hodnoty, tudíž je zajištěna jednak přesná doba měření a také je odstraněno riziko v podobě manipulace s tělesy. Během tohoto měření se také musí snímat teplota a vlhkost prostředí, aby bylo měření úplné. V současné době se také používají klimatizační komory, které udržují přesně stanovené podmínky, proto zde odpadá měření těchto vlastností prostředí.

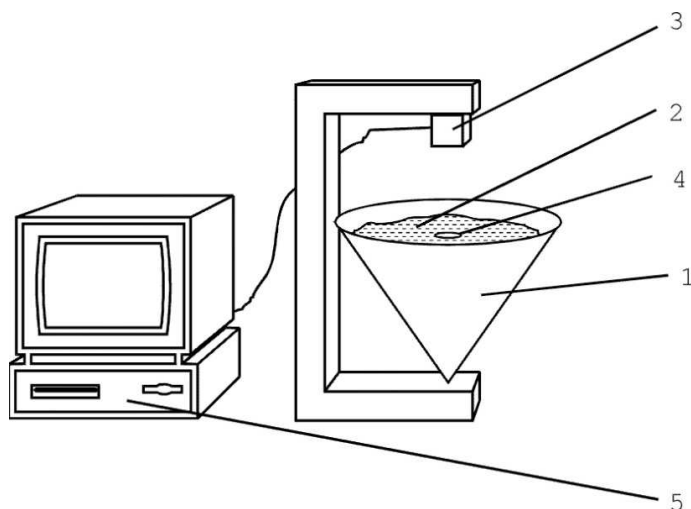
Vzhledem k tomu, že počátek měření dotykovou metodou je omezen 24 hodinovou dobou mezi zamícháním betonu a osazením měřidel, není možné tímto způsobem změřit smrštění během této doby. Touto metodou tedy nezjistíme hodnotu autogenního smrštění, které výrazně pozorujeme právě v prvních 24 hodinách od zamísení. [3]

Alternativou je použití žlabu, ve kterém je možno měřit objemové změny již po krátké době (2 hodiny) po zamísení. Další výhodou je možnost umístění žlabu do jakýchkoli klimatických podmínek, jelikož měřicí zařízení není připevněno přímo ke žlabu. Na tom je pouze úchylkoměr.

#### **4.2 MĚŘENÍ VOLNÉHO SMRŠTĚNÍ BEZDOTYKOVOU METODOU**

Pokud chceme měřit autogenní smrštění a obecně smrštění okamžitě od zamísení a počátku tuhnutí čerstvého betonu, s dotykovými metodami bychom si nevystačili. Místo toho se používají speciální aparatury, které měří tzv. bezkontaktní optickou metodou. Ta funguje na principu snímání hustoty odraženého infračerveného záření, které se odrazí od odrazové plochy umístěné na hladině čerstvého betonu. Jako optický vysílač a zároveň přijímač slouží reflexní čidlo. Čím je odrazová plocha dál od tohoto čidla, tím více klesá hustota paprsku. Závislost je však nelineární, proto se musí provádět cejchování signálu na

předpokládaných vzdálenostech pomocí mikrometrického šroubu. Tím se také eliminují nepřesnosti měření, způsobené vlivem různých teplotních a vlhkostních podmínek. [3]



OBR.2 SCHÉMA MĚŘICÍHO ZAŘÍZENÍ PRO BEZDOTYKOVOU METODU [4]

Velikost deformace materiálu nejčastěji vyjadřujeme pomocí poměrného přetvoření. To vyjadřuje poměr změny rozměru tělesa, vzhledem k jeho původnímu rozměru. Vzhledem k tomu, že beton se využívá především k přenesení tlakového napětí, je pro nás nejvýznamnější sledovat pružné chování betonu právě při tlakovém namáhání. Při tomto namáhání dochází ke zmenšování rozměru ve směru působící síly. Poměrné přetvoření  $\varepsilon$  tedy můžeme vyjádřit jako poměr změny délky k původní délce tělesa. [5]

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

### 4.3 POISSONOVO ČÍSLO

Zároveň během tohoto podélného přetvoření tělesa dochází i k jeho příčné deformaci. Poměr příčné a podélné deformace vyjadřuje Poissonovo číslo, které pro poměr příčného roztažení k podélnému stlačení má u betonu hodnotu 0,16 až 0,20. Pro poměr příčného stlačení k podélnému roztažení jsou hodnoty asi 0,125-0,08. [1] Tyto hodnoty jsou však velmi orientační a obtížně měřitelné. Jejich měření vyžaduje současné stanovení osového zatížení, osových deformací a také příčné deformace při konstantní rychlosti zatěžování. Měření Poissonova čísla z roku 1959 (Kaplan) uvádí hodnoty v intervalu 0,23 až 0,32, zatímco hodnoty měřené v roce 1988 (Ahmad a Sahah) se pohybují mezi 0,18 a 0,24. [6]

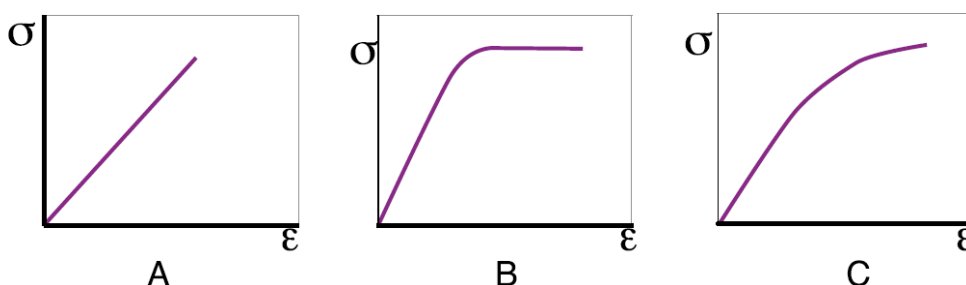
## 5 KŘIVKY NAPĚTÍ - DEFORMACE

Velikost deformace betonu závisí na zatížení, respektive na napětí v průřezu. Tuto závislost popisujeme křivkou  $\sigma$ - $\epsilon$ . Podle tvaru této křivky můžeme rozdělit materiály na lineárně pružné (A), pružně-plastické (B) a nelineárně pružné (C). Závislost napětí na deformaci je pro ideálně lineárně pružný materiál lineární a po odlehčení nemá materiál žádnou deformaci. [5] Toto chování popisuje Hookův zákon:

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

kde  $E$  modul pružnosti

$\epsilon$  poměrné přetvoření



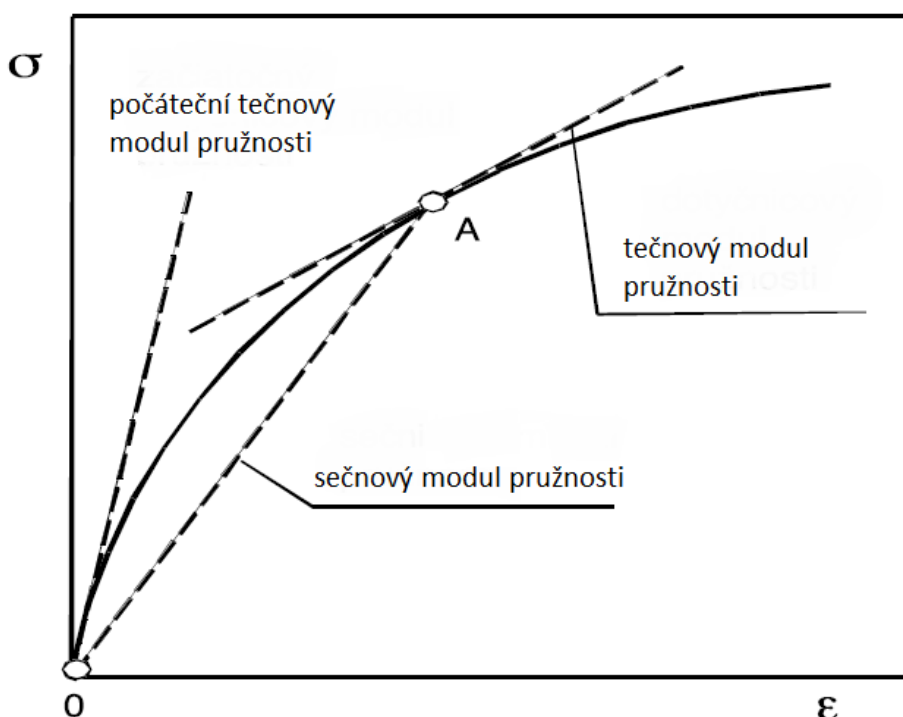
OBR. 3 ZÁKLADNÍ TYPY PRACOVNÍCH DIAGRAMŮ [5]

Reálné látky mají tyto diagramy značně složitější, především je to znát u nelineárně pružných materiálů, mezi které se řadí i beton. Tvar křivky má širokou řadu aspektů. V počáteční fázi se může zdát, že křivka kopíruje Hookův zákon. Při podrobnějším pohledu ovšem zjistíme, že lineárního průběhu nikdy nedosahuje, protože závisí na kvalitě rozhraní mezi matricí a plnivem, na rychlosti deformace, složení matrice a podstatě plniva. Proto musí vhodné vyjádření zahrnovat parametry jako například maximální dosaženou hodnotu napětí  $f_c$ , deformaci náležející tomuto napětí, sečnový a tangentový (počáteční tečnový) modul pružnosti. [6] Tato přibližně lineární fáze přetvoření se projevuje pouze v počátku zatěžování. Při vyšších napětích totiž není modul pružnosti betonu konstantní, ale klesá. Při napětí asi 30 % zlomového napětí dochází v betonu ke tvorbě trhlinek, které mají za následek plastické deformace. [1]

Víme tedy, že závislost mezi napětím a poměrným přetvořením betonu není lineární. Modul pružnosti je roven podílu napětí k poměrnému přetvoření a je to tedy

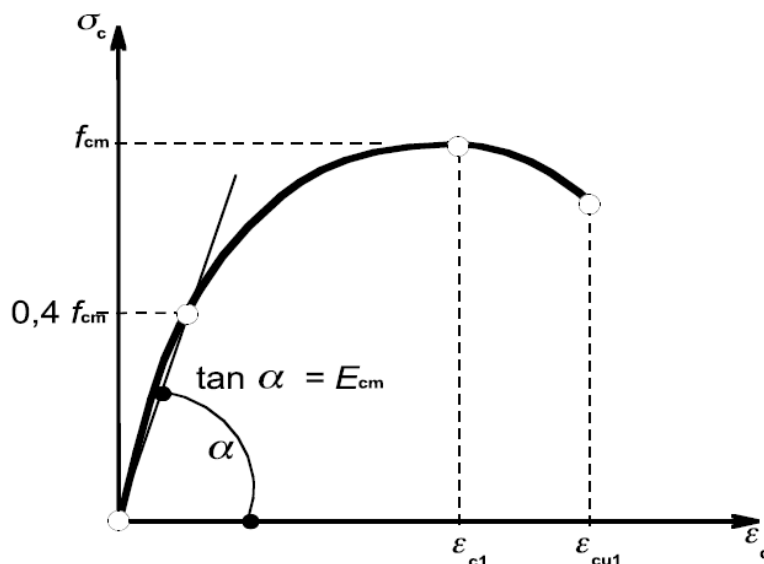


směrnice sečny křivky  $\sigma - \epsilon$ . Je tedy jasné, že hodnota modulu pružnosti betonu závisí na napětí, při kterém ji stanovujeme. Tento modul pružnosti (daný poměrem  $\sigma_x/\epsilon_x$ ) je znám jako sečnový modul pružnosti. Modul pružnosti daný směrnicí tečny křivky  $\sigma - \epsilon$  se označuje jako tečnový modul pružnosti, ve speciálním případě, kdy vedeme tečnu této křivky počátkem, označujeme tento modul jako počáteční tečnový. Tento počáteční tečnový modul pružnosti má z výše uvedených nejvyšší hodnotu (tečna křivky vedená počátkem je nejstrmější). Nižších hodnot dosahuje sečnový modul a nejnižších tečnový, jak ukazuje obr. 4. [5]



OBR. 4 ZNÁZORNĚNÍ RŮZNÝCH MODULŮ PRUŽNOSTI [5]

Při stanovování modulu pružnosti používáme sečnový modul, při definované úrovni napětí. Z obrázku 2 je patrné, že při rostoucím napětí sestrmost křivky snižuje, tudíž klesá i hodnota směrnice sečny a tím i hodnota modulu pružnosti. Proto se při stanovování modulu pružnosti vyvíjí napětí nepřevyšující 40 % tlakové pevnosti betonu, kdy je závislost mezi napětím a poměrným přetvořením přibližně lineární. Předpokládá se tedy, že v tomto rozsahu je sečnový modul pružnosti konstantní.[5]



OBR. 5 ZNÁZORNĚNÍ OBLASTI LINEÁRNÍ DEFORMACE [5]

## 5.1 MODUL PRUŽNOSTI V TAHU

Kromě modulu pružnosti v tlaku, o kterém je psáno výše je také důležitá i pružnost betonu v tahu, přestože se s tahovou únosností betonu počítá jen omezeně. Modul pružnosti betonu v tahu  $E'$  je jen o málo menší nebo naopak větší než v tlaku a klesá stejně s rostoucím napětím. Tento vzájemný vztah modulu v tlaku a tahu závisí především na použitém druhu horniny, z nichž jsou kamenné složky vyrobeny, podobně jako u pevnosti v tahu. [7]

Na velikosti modulu pružnosti v tahu je závislé nebezpečí vzniku trhlin způsobených objemovými změnami. Je tedy žádoucí, aby byl  $E'$  malý, čehož můžeme dosáhnout vhodným výběrem kameniva, aniž by se snížila výsledná pevnost betonu. Například křemence dávají betonu mnohem větší průtažnost, než čedič. Měření modulu se provádí při zkoušce tahu za ohybu.

## 5.2 MODUL PRUŽNOSTI VE SMYKU

Velikost modulu pružnosti betonu ve smyku  $G_b$  se odvozuje od modulu pružnosti v tlaku  $E_c$  podle vztahu [8]

$$G_b = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu_b)} \cong 0,42 \cdot E$$

kde  $\nu_b$  součinitel příčného přetvoření a uvažuje se 0,2 podle ČSN 73 1201

## 6 METODY MĚŘENÍ MODULU PRUŽNOSTI

Hodnota modulu pružnosti se odvíjí nejen od použitých surovin a vlastností betonu, ale také významně závisí na způsobu jeho měření. Jak bylo uvedeno výše, mezi základní měřené moduly patří modul pružnosti v tlaku a v tahu za ohybu. Ty se stanovují na zkušebních tělesech stanoveného tvaru cyklickým zatěžováním na napětí, které dosahuje 1/3 pevnosti tlaku daného betonu (v případě statického modulu pružnosti v tlaku). Touto metodou získáme statický modul pružnosti. Druhou variantou je měření dynamického modulu, pro které nám slouží ultrazvuková impulsová metoda, respektive rezonanční metoda.

Zásadním rozdílem je, že dynamické metody měření jsou nedestruktivní a také časově rychlejší. Dále je nutné si uvědomit, že hodnoty statických a dynamických modulů nelze přímo srovnávat. Obecně platí, že naměřené dynamické moduly mají vyšší hodnoty, než statické. Tento rozdíl je způsoben tím, že při měření dynamického modulu pružnosti nepůsobíme na těleso žádným napětím. Tudíž nedochází ke vzniku mikrotrhlin na rozhraní kameniva a cementového kamene. Proto dynamický modul pružnosti odpovídá přibližně počátečnímu tečnovému modulu při statické metodě stanovení. Hodnoty statických modulů pružnosti dosahují přibližně 80 až 90 % dynamického modulu pružnosti. Přestože je z důvodu heterogenní struktury betonu a rozdílnosti principů statických a dynamických metod nemožné určit jednoznačný vztah mezi statickým a dynamickým modulem, uvádí se v odborné literatuře empirické vztahy, které tuto závislost popisují. [5]

Lydon a Balendran navrhli na první pohled velmi jednoduchý vztah [5]

$$E_c = 0,83 \cdot E_d$$

kde  $E_c$  statický modul pružnosti [GPa]

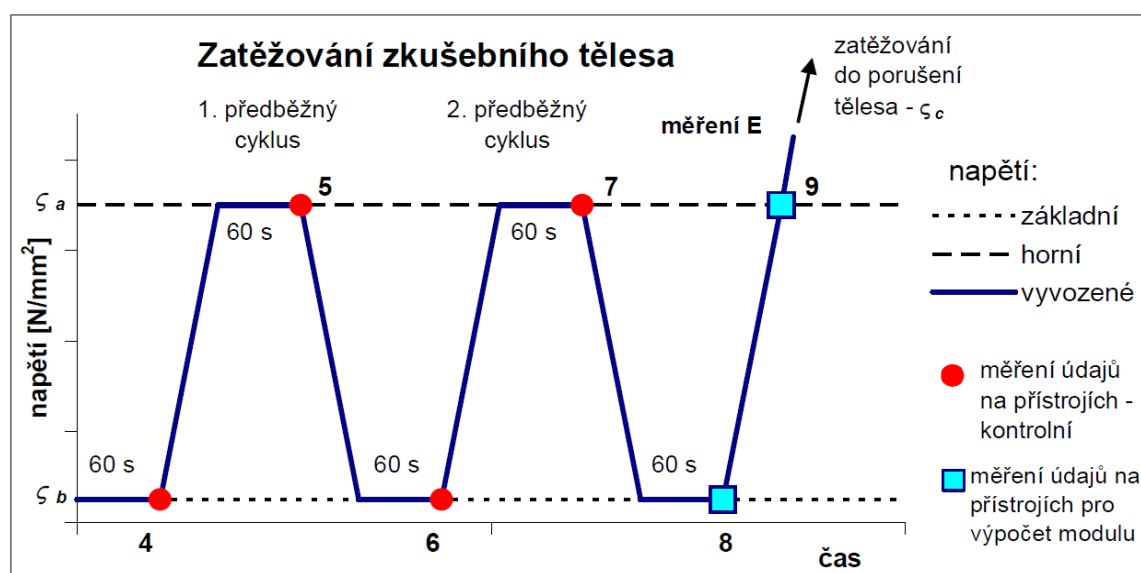
$E_d$  dynamický modul pružnosti [GPa]

Další příklad této závislosti popisuje Neville vztahem [5]

$$E_c = 1,25 \cdot E_d - 19$$

### 6.1.1 STANOVENÍ STATICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI V TLAKU

Tato zkouška se provádí podle normy ČSN ISO 6784. Jako zkušební tělesa se používají trámce 100 x 100 x 400 mm, válce o průměru 150 mm a výšce 300 mm, případně jiné tělesa, jejichž štíhlostní poměr se nachází v intervalu  $2 \leq L/d \leq 4$ . Před touto zkouškou stanovíme pevnost tlaku  $f_c$ , ze které potom vypočteme horní mez zatěžovacího napětí podle vztahu  $\sigma_a = f_c/3$  [ $N \cdot mm^{-2}$ ]. Těleso se osadí extenzoměry na minimálně dvou protilehlých stranách. Takto vybavené těleso se osadí do zkušebního listu, ve kterém se vyvodí základní napětí  $\sigma_b$  o velikosti  $0,5 N \cdot mm^{-2}$  a odečtou se hodnoty na všech snímačích. Napětí se zvyšuje plynulou rychlostí  $0,4-0,6 N \cdot mm^{-2} \cdot s^{-1}$  až do dosažení hodnoty  $\sigma_a$ . Pokračuje se výdrží na tomto napětí po dobu 60 s a během následujících 30 s se odečtou hodnoty ze snímačů. Jestliže se jednotlivá přetvoření liší od průměrné hodnoty o více než 20 % je třeba těleso v lisu vycentrovat a měření opakovat znovu od začátku. Zatěžovací cyklus se opakuje minimálně dvakrát. Po ukončení posledního cyklu se vyčká 60 s při základním napětí  $\sigma_b$  a během dalších 30 s se zaznamenají hodnoty poměrného přetvoření. Poté se předepsanou rychlostí zatěžování dosáhne hodnoty horní meze zatěžovacího napětí a během 30 s se zaznamenají hodnoty přetvoření. Zaaretovaný měřicí přístroj se odstraní ze zkušební tělesa a to se pak zatěhuje až do porušení. [9]



OBR. 6 SCHÉMA ZATĚŽOVÁNÍ V PRŮBĚHU MĚŘENÍ STATICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI V TLAKU [9]

Pokud by se pevnost zkoušeného tělesa lišila od  $f_c$  o více než 20 %, musíme tuto skutečnost uvést v protokolu o zkoušce. [9]

Statický modul pružnosti v tlaku  $E_c$  se vypočítá dle vztahu:

$$E_c = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{\sigma_a - \sigma_b}{\varepsilon_a - \varepsilon_b}$$

kde  $\sigma_a$  je horní zatěžovací napětí [ $\text{N}\cdot\text{mm}^{-2}$ ]

$\sigma_b$  je základní zatěžovací napětí [ $\text{N}\cdot\text{mm}^{-2}$ ]

$\varepsilon_a$  průměrné poměrné přetvoření při horním zatěžovacím napětí

$\varepsilon_b$  průměrné poměrné přetvoření při základním zatěžovacím napětí

Výsledek se zaokrouhlí na nejbližších  $500 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$  při hodnotách nad  $10\,000 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$  a na nejbližších  $100 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$  při hodnotách pod  $10\,000 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$ .

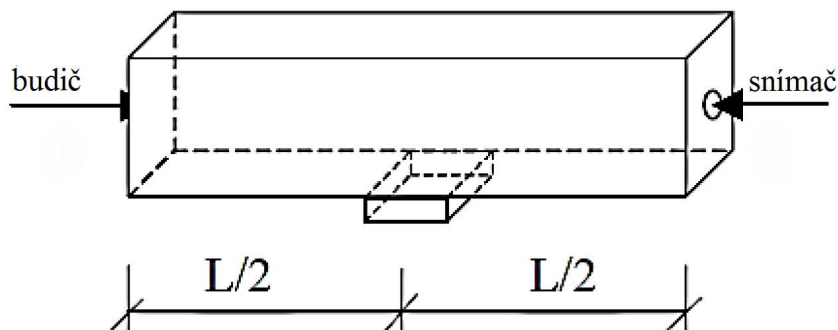
### 6.1.2 STANOVENÍ STATICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI ZE ZKOUŠKY V TAHU OHYBEM

Tato méně často používaná metoda vychází ze zkoušky v tahu ohybem. Tráмец je zatěžován dvěma břemeny a zároveň jsou měřeny jeho průhyby. Zkouška se provádí podle ČSN 73 6174 [16]. Zatěžování probíhá stupňovitě po 10 % z pevnosti daného betonu v ohybu, silami  $F_1$  až  $F_n$ . Po každém dalším zatížení se napětí vrátí k hodnotě  $F_1$ . Pokud je požadována jediná hodnota modulu pružnosti v tahu ohybem, rozumí se tím modul pružnosti při síle, rovnající se  $2/3$  celkové pevnosti v tahu ohybem. Jinak se určují moduly postupně pro každou sílu  $F_n$ , což nám umožňuje sledovat závislost modulu pružnosti na velikosti napětí.

### 6.1.3 STANOVENÍ DYNAMICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI REZONANČNÍ METODOU

Tato metoda je vhodná pro stanovení dynamických hodnot modulu pružnosti v tahu i tlaku a také jako jedna z mála metod i ke stanovení modulu pružnosti ve smyku. Principem je stanovení vlastní frekvence kmitání zkušebního tělesa, z které se poté dále pomocí vztahů určují pružné charakteristiky materiálu. V okolí vlastní frekvence tělesa dojde k výraznému zvýšení amplitudy. Stanovení modulu pružnosti betonu pak vychází z ČSN EN 73 1372 [17], a to nejběžněji na trámčích o rozměru  $100 \times 100 \times 400 \text{ mm}$ , případně na válcích, krychlích a deskách. Rezonanční metoda je vhodná pro zkoušení

nezabudovaných prvků, případně prvků vyňatých z konstrukce. Pokud jsou zkušební tělesa bez trhlin a jiných defektů, dokážeme velice přesně určit výsledky pomocí teoretických vztahů.



OBR. 7 SCHÉMA MĚŘENÍ MODULU PRUŽNOSTI REZONANČNÍ METODOU [10]

Dynamický modul pružnosti touto metodou měříme za pomoci rezonančního přístroje, které je opatřen budičem a snímačem. Při zkoušce se těleso uloží na podklad, který neomezuje jeho kmitání a zároveň aby vlastní kmitání podložky bylo mimo vlastní kmitání zkušební tělesa. Obvykle se využívá gumová nebo pěnová podložka. Budič vyvolá ve zkušebním tělese mechanické kmitání, jehož frekvenci můžeme hledat v intervalu od 30 Hz do 30 kHz pomocí snímače, který můžeme takto ladit. Sondu přístroje upevňujeme na těleso pomocí vazebního prostředku, pro zajištění akustického kontaktu. Prostředek s budičem a snímačem nesmí ovlivňovat kmitání zkušební tělesa o více než 1% z vlastní frekvence. Během zkoušky hledáme maximální hodnotu amplitudy vlastního kmitání. K tomu dochází při rovnosti budící a snímané frekvence, které se zároveň rovnají vlastní frekvenci materiálu. V tuto chvíli dochází k rezonanci. Grafickým znázorněním závislosti mezi amplitudou a frekvencí je potom rezonanční křivka, která dosahuje maxima právě v oblasti rezonance. [11]

Hodnota dynamického modulu pružnosti se určí ze vztahu [10]

$$E_g = 4 \cdot L^2 \cdot f_L^2 \cdot \rho$$

kde L délka zkušební tělesa [m]

$f_L$  první vlastní kmitočet zkušební tělesa [kHz]

$\rho$  objemová hmotnost zkušební tělesa [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]

#### 6.1.4 STANOVENÍ DYNAMICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI ULTRAZVUKOVOU IMPULSOVOU METODOU

Principem této metody je vztah mezi fyzikálně mechanickými vlastnostmi a rychlosti šíření ultrazvukového vlnění v materiálu. Tato nedestruktivní metoda slouží nejen pro měření dynamického modulu pružnosti, ale také pro stanovení pevnosti nebo stejnorodosti betonu. Základní naměřenou hodnotou při této zkoušce je však rychlost vlnění procházejícího materiálem. Ta vychází z jednoduchého vztahu [10]

$$V_L = \frac{L}{T - T_0}$$

kde	$V_L$	rychlost šíření ultrazvukového impulsu [ $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ ]
	$L$	délka zkušební tělesa [mm]
	$T$	doba průchodu ultrazvukového impulsu [ $\mu\text{s}$ ]
	$T_0$	mrtvý čas [ $\mu\text{s}$ ]

Při tomto měření se využívá vlnění o frekvenčním rozsahu 20 až 200 kHz, které je mimo slyšitelné spektrum. Měřicí zařízení je složeno z budiče a snímače vlnění, na které se nanáší vazební prostředek pro zajištění akustického kontaktu. Jako vazební prostředek se obvykle používá plastelína sklenářské tmely nebo speciální gely na vodní bázi určené právě k tomuto použití. Prostředek slouží k zajištění průchodu vln mezi sondou a povrchem materiálu. Bez zajištění tohoto akustického kontaktu by došlo v důsledku vzduchové mezery mezi sondou a povrchem zkušební tělesa k odrazu velkého množství vlnění. Vlny prošlé přes tuto mezeru nejsou v dostatečném množství vzhledem k citlivosti sondy. Při měření doby průchodu vlnění zkušebním tělesem nelze zanedbat dobu, za kterou vlnění prochází vazebním prostředkem. Ta se nazývá mrtvý čas  $T_0$  a stanovuje se na etalonu, u kterého přesně známe dobu průchodu ultrazvukového impulsu. Tento mrtvý čas poté odečteme od doby průchodu impulsu zkušebním tělesem.

Na výslednou naměřenou hodnotu rychlosti šíření vln má vliv řada faktorů. Při měření by se měl používat stejný měřicí přístroj pokud možno se stejnými sondami za použití stejného vazebního prostředku. Dále je důležité brát ohled na vlhkost těles, jelikož s rostoucí vlhkostí dochází ke znatelnému nárůstu rychlosti šíření impulsu. V ideálním

případě je vhodné měřit tělesa se stejnými vlhkostními parametry uložené za shodných vlhkostních podmínek.

Dynamický modul pružnosti se vyhodnotí podle vztahu [10]

$$E_{cu} = \rho \cdot V_L^2 \cdot \frac{1}{k^2}$$

kde  $\rho$  objemová hmotnost materiálu [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ]

$V_L$  rychlost šíření ultrazvukového impulsu [ $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ ]

$k$  kritérium rozměrnosti prostředí [-]

Pokud bychom porovnali měření touto metodou na velkém bloku a na tenké tyči ze stejného materiálu, zjistili bychom, že se naměřené rychlosti šíření liší. Proto zavádíme kritérium rozměrnosti prostředí, které je závislé na rozměrech měřeného tělesa a délce vlny ultrazvukového vlnění. Dle tohoto kritéria rozlišujeme jednorozměrné, trojrozměrné a neurčité prostředí (přechodová část mezi jedno a trojrozměrným). Pro jednorozměrné prostředí je hodnota kritéria rozměrnosti prostředí  $k_1=1$ , pro trojrozměrné se odvíjí od hodnoty Poissonova součinitele daného materiálu. [10]

## **7 ZÁVISLOST MODULU PRUŽNOSTI NA PEVNOSTI V TLAKU**

Při charakterizování vlastností ztvrdlého betonu jen nejskloňovanějším pojmem pevnost v tlaku. Je to vlastnost, která se uvádí jak při návrhu čerstvého betonu, tak při označování ztvrdlého betonu a je to tedy základní mechanická charakteristika. Ostatní vlastnosti ztvrdlého betonu byly dlouhou dobu opomíjeny. Na počátku tohoto století došlo k poměrně výrazné změně, kdy se zavedením normy ČSN EN 206-1 [18] dostaly do popředí i trvanlivostní vlastnosti a zpracovatelnost. Tyto charakteristiky rozlišily požadavky na odolnost betonu vůči působení vlivů prostředí a jsou dány buď mezními hodnotami pro složení betonu a stanovenými vlastnostmi nebo mohou být odvozeny z návrhu složení betonu s určitou vlastností. Norma stanovuje pro každý stupeň vlivu prostředí minimální třídu pevnosti v tlaku, minimální obsah cementu, maximální vodní



součinitel a případně minimální obsah vzduchu v betonu nebo maximální hloubku průsaku tlakovou vodou. Zavedení této normy tedy vedlo k větším možnostem specifikací a rozlišení různých druhů betonů, v závislosti na podmínkách prostředí.

Specifikace statického modulu pružnosti však stále zůstává touto normou opomíjena. Jedinou zmínkou je tabulka, uvádějící předpokládané přetvárné charakteristiky betonu pro každou pevnostní třídu v Eurokódu 2.[19] Statický modul pružnosti v tlaku je vypočítán ze střední hodnoty pevnosti betonu v tlaku  $f_{cm}$  podle vztahu

$$E_{cm} = 22 \cdot \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,8} \quad [MPa]$$

Dříve vydané normy na tom nebyly lépe. Rozdíl byl však v tom, že do devadesátých let se beton vyráběl ze základních surovin, což bylo kamenivo, cement, voda, plastifikační přísady na bázi lignosulfonanů nebo naftalenů a někdy dávka popílku v množství asi 10-30 kg. V tomto složení bylo možné určit hodnotu modulu pružnosti s poměrně vysokou úspěšností právě z tlakové pevnosti.

V devadesátých letech došlo k rozšíření plastifikátorů na bázi polykarboxylátů, ke zvýšení dávek popílků i jiných příměsí a k vývoji nových typů moderních betonů, především těch samozhutnitelných, které vykazují moduly nižší až o 20% než obyčejný beton.

Mezi nejčastější příčiny způsobující pokles hodnoty modulu pružnosti betonu patří:

- lepší čerpatelnost a zpracovatelnost – větší množství jemných podílů, max. zrna kameniva většinou 16 mm, někdy jen 8 mm,
- odolnost vůči průsaku tlakové vody – větší množství jemných podílů, nízký vodní součinitel při snadné zpracovatelnosti,
- zpracovatelnost při zachování nízkého vodního součinitele – použití superplastifikátorů, často polykarboxylátů,
- dokonalejší (hladší) povrchy – větší množství jemných podílů,
- nižší cena – nahrazení části cementu popílkem, struskou
- ekologie – zpracování odpadů z jiných odvětví průmyslu (nejčastěji popílek, křemičité úlety, jemně mletá struska)

Tyto příčiny nejsou vůbec novým objevem, naopak s vlivem složek čerstvého betonu na jeho výsledný modul pružnosti počítala už norma ČSN 73 1201 z roku 1986. Ta uváděla, že pokud jsou v návrhu požadavky na jiné vlastnosti, než je pevnost v tlaku (například právě modul pružnosti), je toto nutné uvést ve specifikaci. [20]

Norma ČSN 73 2400 také z roku 1987 se této problematice věnuje také. Říká, že pokud jsou projektovou dokumentací nebo jinými normami stanoveny požadavky na třídu betonu a mimo to ještě na pevnost v tahu nebo na modul pružnosti, případně na objemovou hmotnost, vyrábí se obyčejný hutný beton a kontrolují se všechny požadované vlastnosti. Označení takovýchto betonů poté muselo nést pochopitelně třídu daného betonu, u které však za lomítkem byla uvedena například právě hodnota předepsaného modulu pružnosti.[21]

V roce 1994 byla vydána ČSN P ENV 1992-1-1:1991, která také zmiňovala, že přetvárné vlastnosti betonu nezávisí jen na pevnostní třídě betonu, ale také na vlastnostech kameniva a dalších parametrech, které souvisí se složením směsi. V případě modulu pružnosti připouští použití tabulkové hodnoty střední hodnoty sečnového modulu  $E_{cm}$  v případech, kdy se nepožaduje velká přesnost. V případech, kdy mají průhyby rozhodující význam, nařizuje provedení zkoušky konkrétního betonu, který se poté použije v konstrukci. [22]

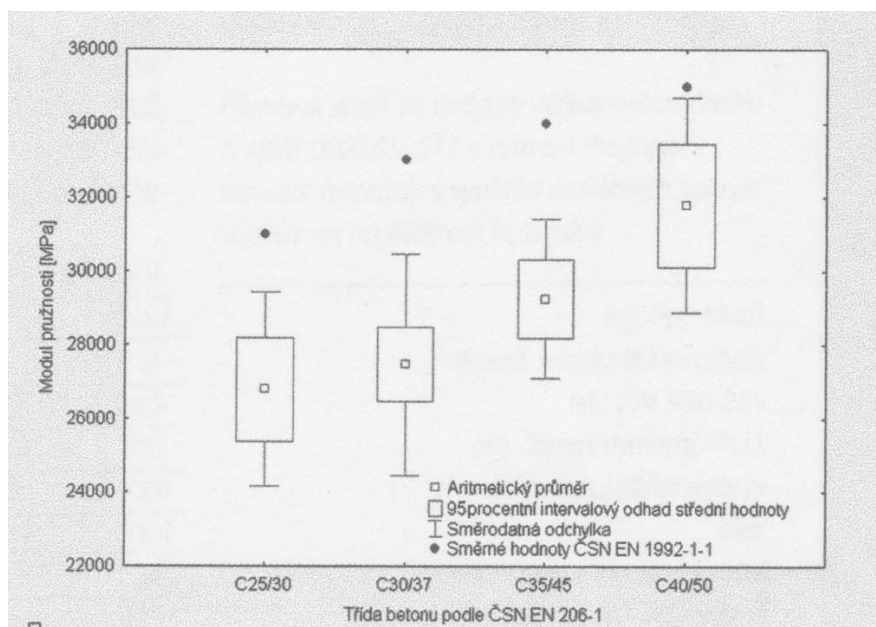
Tato norma byla v roce 2006 nahrazena vydáním ČSN EN 1992-1-1, která obsahovala tabulkové hodnoty modulu pružnosti, které však označovala za směrné pouze pro obecné použití. V případě významných konstrukcí, kde jsou kladeny zvýšené požadavky na přetvárné vlastnosti, mají se tyto hodnoty stanovit přesněji. Popisuje také vliv kameniva, a to tím způsobem, že v případě použití vápenců či pískovců se hodnoty modulu mají snížit o 10, resp. 30 % a pro čedič se mají naopak zvýšit o 20 %. [12], [19]

Souhrnný přehled o hodnotách modulů pružnosti v závislosti na pevnostní třídě betonu, jak je uváděly dříve platné české normy, lze získat z tabulky, která je uvedena v příloze.

Z toho vyplývá, že při návrhu betonu s požadavkem na modul pružnosti musíme buď vycházet z tabulkových hodnot, nebo předepsáním této specifikace zajistit provedení patřičných zkoušek. Vycházet z tabulkových hodnot je v dnešní době nepostačující řešení, jelikož tyto hodnoty byly odvozeny z betonů před vznikem moderního betonu. Pro

moderní beton jsou v současnosti známé trendy, které se liší od betonů z konce osmdesátých let. Například známe lépe pracovní diagramy materiálů, které aplikujeme ve výpočtech blížících se více realitě, betony vyšších tříd se navrhují mnohem častěji, tím pádem se s oblibou používají subtilnější konstrukce. Nároky na rychlost výstavby se také projevují, jelikož je beton odbedňován a zatěžován mnohem dříve, než tomu bylo kdysi. Zvýšená rychlost se pak projevuje na dotvarování mladého betonu.

Touto problematikou se zabýval Doc. Vymazal a Ing. Misák, který vytvořil na základě postupů uvedených v normě ČSN EN 1992-1-1 130 sad zkušebních těles, na kterých porovnával tabulkové hodnoty uvedené v této normě s reálnými výsledky statického modulu pružnosti v tlaku, stanoveného dle ČSN ISO 6784. Použity byly běžné konstrukční betony, se silikátovým kamenivem různých pevnostních tříd, což bylo v souvislosti s veškerými požadavky normy. Jelikož se tlaková pevnost zkoušela na trámcích 100 x 100 x 400 mm, pro zařazení dle ČSN EN 206-1 byl pro přepočítání na krychelnou pevnost použit koeficient 0,85. Naměřené hodnoty se statisticky zpracovaly a výsledkem byl krabicový graf, srovnávající intervalový odhad střední hodnoty naměřeného modulu pružnosti a hodnoty z tabulky 3.1 z normy ČSN EN 1992-1-1. Toto porovnání ukazují následující graf a tabulka.



OBR. 8 KRABICOVÝ GRAF POROVNÁVAJÍCÍ SMĚRNÝCH HODNOT V ČSN EN 1992-1-1 S REÁLNĚ NAMĚŘENÝMA [13]

Pevnostní třída betonu podle ČSN EN 206-1	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50
	Modul pružnosti [MPa]			
Průměrná hodnota	26 000	27 500	29 500	32 000
Směrodatná odchylka	2 640	2 960	2 170	2 900
Charakteristická hodnota podle ČSN EN 1990-1	22 500	22 600	25 500	27 000
Směrná hodnota v tabulce 3.1 (ČSN EN 1992-1-1)	31 000	33 000	34 000	35 000
Rozdíl průměrné a směrné hodnoty	4 200	5 540	4 740	3 210
	15,7 %	20,2 %	16,2 %	10,1 %
Rozdíl minimální a směrné hodnoty	10 600	12 700	9 000	8 900
	52 %	62,9 %	36,2 %	34 %
Rozdíl charakteristické a směrné hodnoty	8 500	10 400	8 300	8 000
	38 %	46 %	32,3 %	29,5 %

TAB. 1 SROVNÁNÍ NAMĚŘENÝCH HODNOT SE SMĚRNÝMI HODNOTAMI V ČSN EN 1992-1-1  
[13]

Tento výzkum zdůraznil problematický vztah pevnosti v tlaku a modulu pružnosti. Zvláště poukázal na nepřesné a vesměs nadhodnocené hodnoty modulu pružnosti, které mohou v současnosti přinášet rizika při návrhu betonových konstrukcí. Autoři uvádějí za hlavní příčinu variability modulu pružnosti v rámci jedné pevnostní třídy rozmanitost receptur. V těch se výrazně projevují příměsi (elektrárenský popílek) a plastifikační či provzdušňující přísady. Aby se předešlo nedostatkům reálné konstrukce, je třeba začít u komunikace mezi dodavatelem a objednatelem betonu a jasně definovat požadavky, mezi kterými by měla být i hodnota modulu pružnosti. [13]

## 7.1 VZTAH STATICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI V TLAKU A TLAKOVÉ PEVNOSTI V ZAHRANIČÍ

Na empirický vztah pro závislost pevnosti v tlaku a statického modulu pružnosti se snažila přijít řada odborníků. Již výše byl zmíněn vztah používaný v České republice, který vychází z Eurokódu 2. Jelikož se modul pružnosti i ve světě odvozuje nejčastěji právě od tlakové pevnosti, vznikla v různých zemích řada empirických vztahů. Jejich porovnání uvádí tabulka 2.

Označení	Výpočtový model	Platnost
EN 1992-1-1	$E_c = 22(f_{cm} / 10)^{0,3}$	Eurokód 2
ACI 318	$E_c = 0,043 \cdot \rho_c^{1/5} \sqrt{f_c}$	USA
ACI 318-08	$E_c = 4\,700 \sqrt{f_c}$	USA
ACI 363R-92	$E_c = 3\,320 \sqrt{f_c} + 6\,900$ *	USA
CSA A23.3-04	$E_c = 4\,500 \sqrt{f_c}$	Kanada
NZS 3106:2006	$E_c = 3\,320 \sqrt{f_c} + 6\,900$	Nový Zéland
TS 500	$E_c = 3\,250 \sqrt{f_c} + 14\,000$	Turecko
AIJ	$E = 21\,000(\gamma/2\,300)^{1,5}(\sigma_B/20)^{1/2}$	Japonsko
BS 8110: part 2	$E_c = 9\,100 f_c^{0,33}$	Velká Británie
NS 3473	$E_c = 9,5(f_c)^{0,3}$	Norsko
IS 456-1979	$E_c = 5\,688 \sqrt{f_c}$	Indie
A.M. Neville [AF]	$E_c = 4,73 \cdot f_c^{0,5}$	
M. Collepardi [B]	$E_c = K_E \cdot f_c^{1/2}$	

\*) Při výpočtu modulu pružnosti betonu s pevností přes 40 N/mm<sup>2</sup>

TAB. 2 SROVNÁNÍ EMPIRICKÝCH VZTAHŮ V NÁRODNÍCH NORMÁCH [14]

kde označuje	$E_c$	statický modul pružnosti betonu v tlaku	[N·mm <sup>-2</sup> ],
	$f_{cm}$	střední hodnotu pevnosti betonu v tlaku	[N·mm <sup>-2</sup> ],
	$f_c$	válcovou pevnost betonu v tlaku ve stáří 28 dní	[N·mm <sup>-2</sup> ],
	$\gamma, \rho_c$	objemovou hmotnost betonu	[kg·m <sup>-3</sup> ],
	$\sigma_B$	krychelnou pevnost betonu	[N·mm <sup>-2</sup> ],
	$K_E$	konstantu, závisující na použitých jednotkách a způsobu měření pevnosti v tlaku	[-]

Vidíme, že některé vztahy do výpočtu přidávají i kromě pevnosti v tlaku také objemovou hmotnost betonu.

## 8 FAKTORY OVLIVŇUJÍCÍ MODUL PRUŽNOSTI

Modul pružnosti betonu je veličina, která je ovlivněna širokou řadou činitelů. Tuto velkou množinu můžeme rozdělit na dvě dílčí, a to na vlivy technologické a vlivy zkušební.

**Technologické vlivy** souvisí s použitými surovinami. Sledují se jejich druhy, kvalita, zastoupení v receptuře, včetně procesu výroby. Jejich důsledek na výsledný modul pružnosti je prokazatelný a známý, proto jsou použity ve výpočetních vztazích i v některých normách. Dále se řadí mezi tyto vlivy podmínky při zpracování čerstvého betonu a způsob jeho ošetřování.

**Zkušební vlivy**, se jak už název napovídá, projeví až při samotném měření statického modulu pružnosti. Patří zde okrajové podmínky při provádění zkoušky, tvar zkušební tělesa, způsob jeho zakoncování, volba zkušební metody a její vyhodnocení.

### 8.1 TECHNOLOGICKÉ VLIVY

#### 8.1.1 VLIV KAMENIVA

Kamenivo tvoří 75 – 80 % objemu betonu, proto se jeho vlastnosti významně promítají do výsledných vlastností betonu. Běžně používaná kameniva mají vyšší modul pružnosti, než cementový kámen. Tato vlastnost se projevuje především u hrubších frakcí, tudíž chceme-li dosáhnout vyššího modulu pružnosti, musíme logicky použít kamenivo s vyšší hodnotou modulu pružnosti. Mezi takové se řadí hutné vyvřeliny, což jsou například čedič, diorit, amfibolit nebo gabro. Naopak nízkým modulem se projevují horniny usazené, což jsou například vápence nebo dolomity. Modul pružnosti, podobně jako i jiné mechanické vlastnosti závisí na mineralogickém složení, struktuře horniny nebo na jejich původu. Záleží také na stejnorodosti hornin, tedy na nehomogenitách, které se v nich vyskytují, aby nedocházelo k výkyvům hodnot. Tvarový index kameniva může

ovlivnit nepřímo i modul pružnosti, jelikož může zhoršovat zhutnitelnost nebo způsobovat blokaci zrn mezi sebou případně mezi výztuží. To vede k tvorbě dutin. [2]

### 8.1.2 VLIV OBSAHU VZDUCHU

Vlastnosti betonu jsou silně ovlivněny jeho pórovitou strukturou. V betonu rozlišujeme několik skupin pórů. Při nedokonalém zhutnění čerstvého betonu dochází ke vzniku makroskopických pórů, které mají nepravidelný tvar a velmi ovlivňují výslednou hutnost betonu a tím i nepříznivě pevnosti a také i modul pružnosti.

Dále se v betonu nachází póry ve formě provzdušnění, tzv. účinný vzduch, který je v betonu vítán za účelem zvýšení jeho mrazuvzdornosti. Tyto póry mají v průměru 25 – 300  $\mu\text{m}$ , mají kulovitý tvar a jsou uzavřené. Projevují se také negativně na výsledném modulu pružnosti, protože narušují hutnou strukturu cementového kamene. Tento vliv však není tak velký, jako tomu je u pórů větších rozměrů.

Při hydrataci cementu vznikají póry nepravidelného tvaru, které jsou někdy také označovány jako póry kapilární. Jejich velikost se pohybuje v rozmezí 0,1 – 10  $\mu\text{m}$ .

V neposlední řadě můžeme v betonu najít tzv. gelové póry, které se vyskytují přímo ve struktuře C-S-H gelu. Jejich velikost je od 1 do 10 nm. [2]

### 8.1.3 VLIV VODNÍHO SOUČiniteLE

Vodní součinitel je taky výrazným činitelem při snaze dosáhnout vysokého modulu pružnosti. Obecně je známý fakt, že se snižujícím se vodním součinitelem dosahujeme vyšších pevností. Toto snižování má pochopitelně určité meze. Pro celkovou hydrataci cementu je třeba asi 23 % vody, vztaheno na hmotnost cementu. Teoreticky bychom tedy při vodním součiniteli 0,23 měli dosáhnout úplné hydratace a zároveň vysoké hutnosti cementového kamene. To je v reálných podmínkách nemožné, jelikož bychom takový beton nedokázali zpracovat a zhutnit, navíc by docházelo k samovysychání a tím i neúplné hydrataci cementu. Proto musíme k této hydratační vodě přidat vodu reologickou, díky které dosáhneme lepší zpracovatelnosti a také dokonalé hydratace. Po připočítání reologické vody se nám tedy minimální vodní součinitel posune k hodnotě 0,3. Vyšší hodnoty vodního součinitele vedou ke vzniku kapilární struktury betonu, která zvyšuje celkovou pórovitost a tím i snižuje hodnoty modulu pružnosti. [1]

#### 8.1.4 VLIV JEMNÝCH ČÁSTIC POD 0,25 MM

Mezi jemné částice řadíme jednak nejmenší frakce drobného kameniva, cement a případně v dnešní době poměrně populární příměsi. Drobné kamenivo se obvykle používá těžené. Mezi jemnými podíly se tedy mohou vyskytovat jílové minerály, které modul pružnosti spíše snižují. Obecně se ale má za to, že kvalita drobného kameniva nemá významný vliv na modul pružnosti.

Cement svými vlastnostmi ovlivňuje pórovitou strukturu cementového kamene. Většina běžně vyráběných cementů se projevuje smrštěním během hydratace. To vytváří v cementové matrici systém mikrotrhlin, které jsou důsledkem tahových napětí. Chování cementu můžeme ovlivnit jemností mletí, kdy vyšší jemnost dodává při správném dávkování vyšší hutnost cementového kamene a tím i lepší přetvárné vlastnosti. Dále můžeme působení cementu ovlivnit jeho složením. Při analýze základních slínkových minerálů zjistíme, že chování trikalciualuminátu ( $C_3A$ ) během hydratace není pro dosažení vysokého modulu pružnosti příznivé. Při jeho hydrataci vzniká ettringit, který je znám svou objemovou nestálostí. Jeho rozpínání narušuje hutnou strukturu cementového kamene a vede tedy ke vzniku mikrotrhlin. [1]

Příměsí je v současnosti široká škála, ale ne všechny se hodí pro dosažení vyšší hodnoty modulu pružnosti betonu. Vhodné pro toto užití jsou například kamenné odprašky hornin, které mají vysoký modul pružnosti. Jak už bylo zmíněno výše, do této kategorie patří například čediče nebo amfibolity. Další variantou je mikrosilika, která je známá svou schopností utěsnit strukturu cementového kamene. Má navíc pozitivní vliv na tranzitní zónu, která je slabým článkem v betonu, protože na povrchu zrn kameniva dochází k lokálnímu zvýšení vodního součinitele a tedy ke zvýšení pórovitosti. Mikrosilika díky velkému měrnému povrchu dokáže tyto oblasti stabilizovat a zpevní tak tuto zónu. Popílků používaných do betonu se projevují nízkou hydratační rychlostí. Popílků jsou tvořeny amorfní fází  $SiO_2$ , která tvoří duté, slinuté kuličky. Díky zpomalení hydratace dojde k vytvoření hutnější struktury cementového kamene a tedy k dokonalejší tvorbě kryptokrystalické až krystalické struktury. Tento účinek je pak lehce kompenzován právě póry v jednotlivých zrnech popílku. Další příměsi jako je struska, jemně mletý vápenec nebo metakaolin mají na výsledný modul pružnosti zanedbatelný vliv. [1]



### 8.1.5 VLIV PLASTIFIKAČNÍCH PŘÍRAD

Plastifikační přísady ovlivňují nepřímo námi sledované vlastnosti. Opět jsou důležité jejich vlivy na pórovitou strukturu cementového kamene.

Lignosulfonany mají schopnost napěňovat, která se však redukuje přidáním odpěňovače. Díky tomu dojde při použití této přísady spolu s odpěňovačem k eliminaci pórů z betonu a tedy ke zvýšení hutnosti. Jejich schopnost retardace dodává cementu více času při hydrataci, což má pozitivní účinek na pevnost v tlaku i modul pružnosti.

Naftaleny a melaminy také obsahují odpěňovače a mají schopnost vyšší redukce vody, než lignosulfonany.

Při použití polykarboxylátů záleží na konkrétním typu, ale obecně lze říct, že dosahují největšího ztekucení a některé typy mohou dobře odvádět vzduch ze struktury betonu.

## 8.2 ZKUŠEBNÍ VLIVY

### 8.2.1 TVAR ZKUŠEBNÍHO TĚLESA

Pro zkoušku statického modulu pružnosti dle ČSN ISO 6784 mohou používat tělesa tvaru válce s poměrem délky k průměru  $2 \leq L/d \leq 4$ , kdy průměr musí být minimálně čtyřnásobkem největšího zrna kameniva v betonu. Nejčastěji se tedy vyrábějí válce o průměru 150 mm a výšce 300 mm a trámce 100 x 100 x 400 mm. Modul pružnosti můžeme pochopitelně zjišťovat také u stávajících konstrukcí. V takovém případě získáváme zkušební tělesa nejčastěji provedením jádrového vývrtu, kdy musíme dodržet štíhlostní poměr a zajistit reprezentativní vzorek bez probíhající výztuže. Ve zvláštním případě je možné vyřezat z konstrukce i zkušební těleso tvaru hranolu.

Podobně jako u pevnosti v tlaku, záleží na tvaru tělesa i výsledný modul pružnosti. Když porovnáme obě zmíněná tělesa, můžeme si všimnout, že válec má štíhlostní poměr 2, kdežto trámec 4. Tyto tělesa se tedy vyskytují na opačných koncích přípustného intervalu. Ing. Huňka se touto problematikou zabýval na ČVUT a uvádí, že hodnoty statického modulu pružnosti naměřené na trámcích jsou zjevně vyšší. Příčina této skutečnosti je právě rozdílný štíhlostní poměr. Důležitý je také tvar tělesa, který vede k rozdílné napjatosti v koncových partiích zkoušených těles. Nezanedbatelný je také způsob výroby. Při výrobě

válců se forma plní ve stejné orientaci, jako je potom těleso zkoušeno, kdežto při výrobě trámů se forma plní v horizontální pozici. To ovlivňuje uspořádání hrubého kameniva, které má na modul pružnosti významný vliv. [15]

### 8.2.2 ZPŮSOB KONCOVÁNÍ ZKUŠEBNÍHO TĚLESA

Při zkoušení statického modulu pružnosti musí být tělesa upraveny podle ČSN EN 12390-3. Existuje řada způsobů, kterými lze konce těles opatřit před provedením samotné zkoušky. Koncové plochy lze opatřit:[23]

**Sírnou maltou:** před aplikací malty je třeba nechat plochy oschnout (30 min), celkový čas přípravy cca 35 min, cenově výhodné, připuštěno normou, nevýhodou je uvolňování sírných výparů při aplikaci

**Cementem:** nejdelší doba přípravy, v případě koncování obou stran tělesa je doba přípravy až 24 h, připuštěno normou, těleso je po dobu přípravy na vzduchu, tudíž vysychá, nízké náklady, připuštěno normou

**Rychle tuhnoucí sádro:** rychlejší než koncování cementem, ale i přesto vyšší časová náročnost, nízká cena

**Neoprenovými podložkami:** rychlý čas přípravy, opotřebením již po desítkách zkoušek

**Hobrovými podložkami:** rychlý čas přípravy

**Zaříznutím pilou:** výhodou je zatěžování přímo, ne prostřednictvím vyrovnávací plochy, nevýhodou jsou vysoké pořizovací náklady kvalitní pily, u které navíc není jisté dosažení kolmosti a rovnoběžnosti ploch

**Ručně hlazenou plochou:** jedna plocha je hladká od dna formy, druhá se hladí ručně při výrobě. Tento způsob je poměrně nenáročný, avšak nepřesný.

**Pískový box:** složité na přípravu, připuštěno normou

**Broušením (frézováním):** při použití kvalitního zařízení získáme vysoce hladké povrchy, přitom je tato metoda časově nenáročná, připuštěno normou

V Kloknerově ústavu ČVUT provedli srovnávací měření, ve kterém porovnávali právě metody koncování zkušebních těles. Vyrobili sadu zkušebních těles tvaru válce o průměru

150 mm a výšce 300 mm z betonu C30/37 – XA2 a po 90 dnech zakoncovali tělesa různými způsoby a stanovili na nich pevnost v tlaku a statický modul pružnosti v tlaku. [15]

Zjistilo se, že při použití síry, cementu, sádry a řezu dosáhneme poměrně vyrovnaných výsledků. Z těchto čtyř způsobů vystupuje pouze zakoncování sírou, a to svou vyšší tlakovou pevností. Co se týče neoprenových a hobrových desek, naměřený modul pružnosti si je dosti podobný, což se ale nedá říct o tlakové pevnosti, která je při použití hobrových desek o více než 10 % nižší. Při použití hlazené plochy získáme také nižší pevnost v tlaku a zároveň nižší hodnotu modulu pružnosti. Tato metoda je tedy nejméně příznivá pro výsledné hodnoty. [15]

Způsob zakoncování tlačných ploch válců	Objemová hmotnost [kg/m <sup>3</sup> ]	Pevnost v tlaku [MPa]	Modul pružnosti [GPa]	Skutečná zatěžovací úroveň [%]
Sírná malta	2 250	45	29,5	31,5
Cement	2 240	41,5	29,5	34,2
Sádra	2 260	41,5	30	34,2
Neopren	2 250	41,5	32	34,2
Hobra	2 240	37	32,5	38,4
Řez	2 260	42,5	30,5	33,4
Hladítko	2 250	36	28,5	39,4
Průměrná hodnota:	2 250	40,5	30,5	-
Směrodatná odchylka:	10	2,9	1,3	-
Variační koeficient [%]:	0,4	7,2	4,4	-

TAB. 3 ZÁVISLOST PEVNOSTI V TLAKU A MODULU PRUŽNOSTI NA ZPŮSOBU ZAKONCOVÁNÍ [15]

## 9 EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

Cílem praktické části bakalářské práce bylo ověřit 4 vybrané druhy hrubého kameniva frakce 8/16 na hodnoty statických a dynamických modulů pružnosti. Snahou bylo, dosáhnout konstantních podmínek s pouze jedinou proměnnou a tou byl právě typ hrubého kameniva. Byly stanoveny tyto základní specifikace betonu:

- Třída betonu: C 30/37 X0
- Vodní součinitel w/c: 0,45
- Cement: CEM I 42,5 R Mokrý
- Konzistence: 130-150 mm sednutí kužele (stupeň S3)
- Drobné těžené kamenivo: 0/4 Žabčice

- Superplastifikační přísada: BASF Glenium ACE 446

Jednalo se tedy o obyčejný vibrovaný beton běžně používané pevnostní třídy.

## 9.1 HRUBÉ KAMENIVO

Jako hrubé kamenivo byly zvoleny horniny různého původu, morfologie a tím pádem i různých mechanických vlastností. Tímto jsme chtěli zajistit výrazný vliv na hodnoty modulu pružnosti.

### 9.1.1 ŽABČICE

Jako zástupce těženého hrubého kameniva jsme zvolili štěrk z lokality Žabčice, který byl dostupný pouze ve frakci 16/32. Jedná se o vodou prané kamenivo, které je tvořeno kulovými zrny s hladkým povrchem a velmi dobrého tvarového indexu. Kamenivo je získáváno suchou těžbou jižně od Brna, u obce Žabčice a je složeno především z živců a křemenů. Objemová hmotnost tohoto kameniva je  $2530 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

### 9.1.2 OLBRAMOVICE

Toto přírodní drcené kamenivo je původem granodiorit, což je vyvřelá hornina, složená z křemene, plagioklasu, živce a biotitu. Má všesměrnou, středně zrnitou strukturu a vyznačuje se svou tvrdostí. Objemová hmotnost tohoto kameniva je  $2680 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a je dostupné ve frakcích 8/16 i 11/22.

### 9.1.3 ŽELEŠICE

Dalším zástupcem drceného kameniva je kamenivo z lomu Želešice. Petrograficky se řadí mezi amfibolity, což jsou metamorfované horniny vzniklé přeměnou vyvřelin. Vyznačují se nejvyšším modulem pružnosti ze všech použitých kameniv, a to až 70 GPa. Objemová hmotnost tohoto kameniva je  $2980 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a je dostupné ve frakcích 8/16 i 11/22.

### 9.1.4 ŠTRAMBERK

Posledním zkoušeným kamenivem je vápenec těžený u Štramberku. Tato sedimentární hornina je složena z uhlíčitanu vápenatého ve formě kalcitu nebo aragonitu. Může obsahovat příměsi dolomitu, sideritu křemene, případně jílových minerálů. Jedná se o měkkou horninu, na Mohsově stupnici tvrdosti dosahuje pouze hodnoty 3. Objemová

hmotnost vápence ze Štramberku je  $2530 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Hrubé kamenivo z této lokality je omezeno pouze na frakci 8/16. Bylo tedy očekávané, že modul pružnosti betonu z tohoto kameniva bude nízký.

## 9.2 NÁVRH RECEPTURY

Podle výše uvedených specifikací byla navržena receptura betonu C 30/37 X0 S3. Množství cementu bylo  $360 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Množství vody se odvíjí od zvoleného vodního součinitele 0,45 a je tedy  $160 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Použitá superplastifikační přísada BASF Glenium ACE 446 je optimalizována pro výrobu betonových prefabrikátů, je na bázi polykarboxylátetheru. Její doporučené dávkování je obecně mezi 0,6-1,0 % hmotnosti cementu. Dávkování však bylo ovlivněno především požadavkem na zpracovatelnost a konzistenci v intervalu 130 – 150 mm sednutí kužele.

		Olbramovice	Želešice	Zabčice	Štramberk
CEM I 42,5 R Mokrý		360	360	360	360
voda		160	160	160	160
BASF Glenium ACE 446		2,2	2,2	2,2	2,2
kamenivo	0/4 Žabčice	833	833	833	833
	8/16	564	627	532	929
	11/22	426	480	-	-
	16/32	-	-	408	-
vodní součinitel [-]		0,45	0,45	0,45	0,45
množství přísady [% z $m_c$ ]		0,6	0,6	0,6	0,6
návrhová objemová hmotnost [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ]		2350	2460	2300	2280

TAB. 4 NÁVRH SLOŽENÍ RECEPTUR S RŮZNÝMI TYPY HRUBÝCH KAMENIV [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ]

Při zajišťování materiálu se projeví mírné nedostatky v podobě nedostatečného sortimentu některých producentů hrubého kameniva. Při návrhu tohoto srovnání jsme uvažovali s použitím hrubého kameniva frakce 8/16 a 11/22. Lomy v Olbramovicích a Želešicích tyto frakce běžně nabízejí. Problém se objevil v případě Kotouče Štramberk, kde jako nejhrubší frakci drceného kameniva vyrábí 8/16. V tomto případě jsme tedy použili v rámci hrubého kameniva pouze frakci 8/16 a její množství bylo součtem obou navržených a vypočtených hrubých frakcí. V případě těženého kameniva z Žabčic byl sortiment také omezen. Při těžení třídí pouze podle základní sady sít. Měli jsme tedy k dispozici frakce 8/16 a 16/32. Výrobce dále nabízí kamenivo široké frakce 0/32, které bylo také zvažovanou variantou. Z důvodu vysokého obsahu jemných frakcí a z důvodu

nevhodné zrnitosti jsme tuto možnost zamítli. V rámci receptury s použitím těžného kameniva z Žabčic bylo použito hrubé kamenivo frakce 8/16 a 16/32.

Nad rámec tohoto experimentu byl ještě výzkum vlivu obsahu vzduchu na výsledný modul pružnosti betonu. K tomu účelu byla použita receptura s hrubým těžným kamenivem z Žabčic za použití provzdušňující přísady BASF Micro Air 214. Mohli jsme tak porovnat tři receptury, u kterých byl jediným rozdílným činitelem právě obsah vzduchu. Obsah vzduchu jsme pomocí uvedené provzdušňující přísady regulovali a to postupně na 3,5 % 5,0 % a 6,5 %.

### **9.3 VÝROBA A ZKOUŠENÍ TĚLES**

Výroba betonu probíhala v laboratoři Ústavu technologie stavebních hmot a dílců. Z důvodu počtu receptur, i počtu zkušebních těles byla výroba rozdělena do dvou etap s týdenním odstupem. U každé záměsi byla stanovena konzistence čerstvého betonu sednutím kužele dle ČSN EN 12350-2. Poté byla stanovena objemová hmotnost čerstvého betonu a v případě porovnávání vlivu obsahu vzduchu i právě zmíněný obsah vzduchu v čerstvém betonu tlakovou metodou dle ČSN EN 12350-7. Z každé záměsi byla vyrobena sada těles, čítající 4 krychle o hraně 150 mm a 2 trámce 100 x 100 x 400 mm. Tato tělesa byla po odformování uložena ve vlhkém prostředí.

Zkoušení statického modulu pružnosti v tlaku probíhalo po 14 a 28 dnech normového zrání. Před touto zkouškou bylo nutné stanovit pevnost v tlaku dle ČSN EN 12390-3. Jelikož byla tato pevnost stanovena na zkušebních tělesech tvaru krychle o hraně 150 mm a statický modul pružnosti byl měřen na trámcích, musela se naměřená hodnota tlakové pevnosti vynásobit koeficientem 0,85. Při druhém měření statického modulu pružnosti v tlaku, tedy ve stáří těles 28 dnů, byl stanoven i dynamický modul pružnosti ultrazvukovou impulsovou metodou.

### **9.4 NAMĚŘENÉ HODNOTY A VYHODNOCENÍ**

V rámci základní části experimentu jsme vyrobili 4 druhy čerstvého betonu, které se lišily pouze typem hrubého kameniva. U těchto čerstvých betonů byla měřena objemová hmotnost  $D_{CB}$  a konzistence metodou sednutí kužele. Naměřené hodnoty čerstvého betonu jsou uvedeny v tabulce 5.

označení	OLB	STR	ZEL	ZAB
$D_{\text{CB}} [\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$	2420	2310	2440	2370
konzistence sednutím [mm]	150	130	140	140
stupeň konzistence [-]	S3	S3	S3	S3

TAB. 5 VLASTNOSTI ČERSTVÉHO BETONU S RŮZNÝM TYPEM HRUBÉHO KAMENIVA

Objemová hmotnost čerstvého betonu se mění v závislosti na použitém kamenivu. Je to logickým důsledkem toho, že hrubé kamenivo je jedinou proměnnou. Hodnoty se pohybovaly v rozmezí  $2310 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  až  $2440 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Konzistence čerstvého betonu měřená metodou sednutí kužele se pohybovala v navrženém intervalu 130 až 150 mm, což odpovídá stupni konzistence S3.

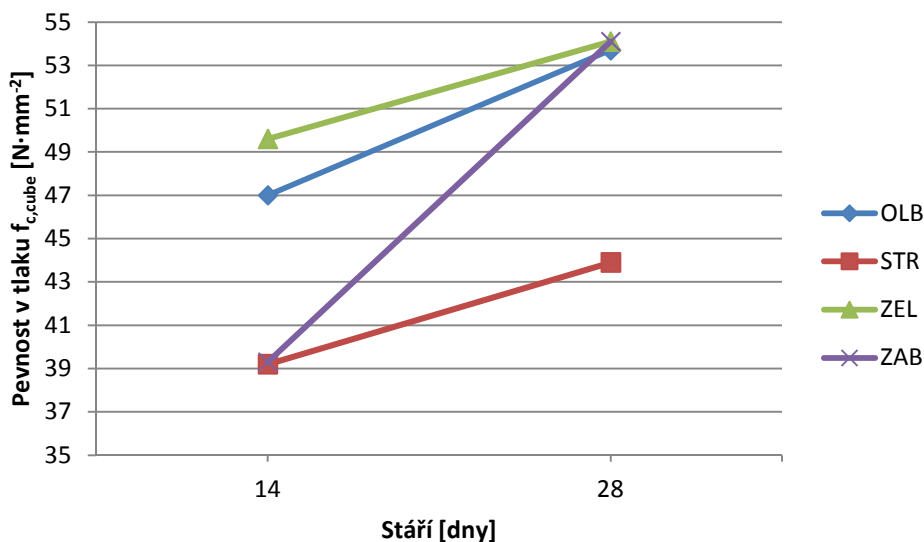
Vlastnosti ztvrdlého betonu, jsou uvedeny v tabulce 6.

označení		OLB	STR	ZEL	ZAB
$D_{\text{ZB}} [\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$	14 dní	2380	2280	2390	2300
	28 dní	2350	2320	2370	2260
$f_{\text{c,cube}} [\text{N}\cdot\text{mm}^{-2}]$	14 dní	47,0	39,2	49,6	39,3
	28 dní	53,7	43,9	54,1	54,1
$E_{\text{c}} [\text{N}\cdot\text{mm}^{-2}]$	14 dní	34 400	32 500	31 000	23 100
		34 700	32 400	28 500	24 600
	<b>průměr</b>	<b>34 600</b>	<b>32 500</b>	<b>29 800</b>	<b>23 900</b>
	28 dní	36 600	34 800	35 000	24 700
		36 900	35 300	33 000	25 700
	<b>průměr</b>	<b>36 800</b>	<b>35 100</b>	<b>34 000</b>	<b>25 200</b>

TAB. 6 VLASTNOSTI ZTVRDLÉHO BETONU S RŮZNÝM TYPEM HRUBÉHO KAMENIVA

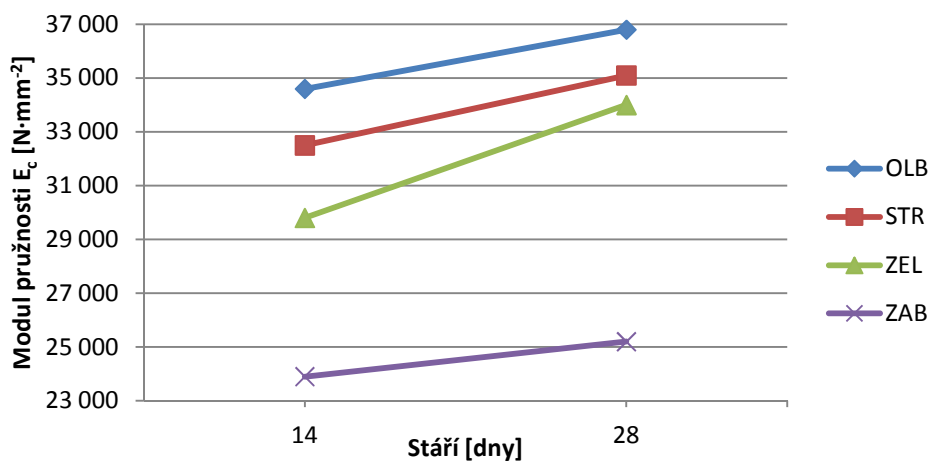
Objemová hmotnost ztvrdlého betonu je podobně jako v případě čerstvého betonu ovlivněna použitým hrubým kamenivem. Její hodnoty se pohybují v intervalu  $2280 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  až  $2390 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

Následující grafické vyhodnocení znázorňuje vývoj pevnosti v tlaku betonu  $f_{\text{c,cube}}$ . Nejnižších hodnot dosahuje receptura STR, ve které byl použit vápenec jako hrubé kamenivo. Naopak nejvyšších pevností dosahovaly oba betony s drceným kamenivem, tedy receptury OLB a ZEL.



OBR. 9 POROVNÁNÍ VÝVOJE PEVNOSTI V TLAKU

Při porovnání statických modulů pružnosti v tlaku je zřejmý vliv drceného a těžného kameniva. Použití těžného kameniva v receptuře ZAB způsobilo výrazné snížení statického modulu pružnosti v tlaku. Nejvyšších hodnot pak dosáhla receptura OLB s drceným kamenivem z Olbramovic.

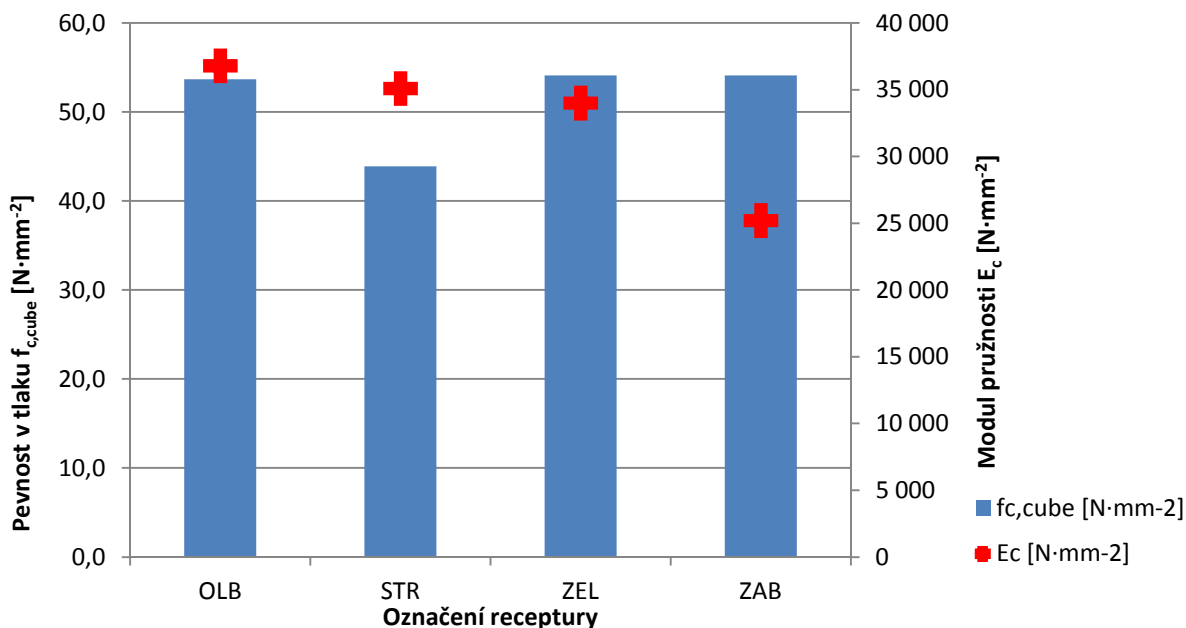


OBR. 10 POROVNÁNÍ VÝVOJE STATICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI V TLAKU

Obrázek 11 ukazuje porovnání pevnosti v tlaku  $f_{c,cube}$  se statickým modulem pružnosti v tlaku  $E_c$ . Podobný vztah mají tyto veličiny u receptur OLB a ZEL, kde bylo použito drcené kamenivo z granodioritu a amfibolitu. U receptury STR je přes nižší pevnosti v tlaku dosaženo srovnatelného modulu pružnosti, jako u prvních dvou jmenovaných. Naopak při použití těžného kameniva a tedy receptury ZAB bylo dosaženo



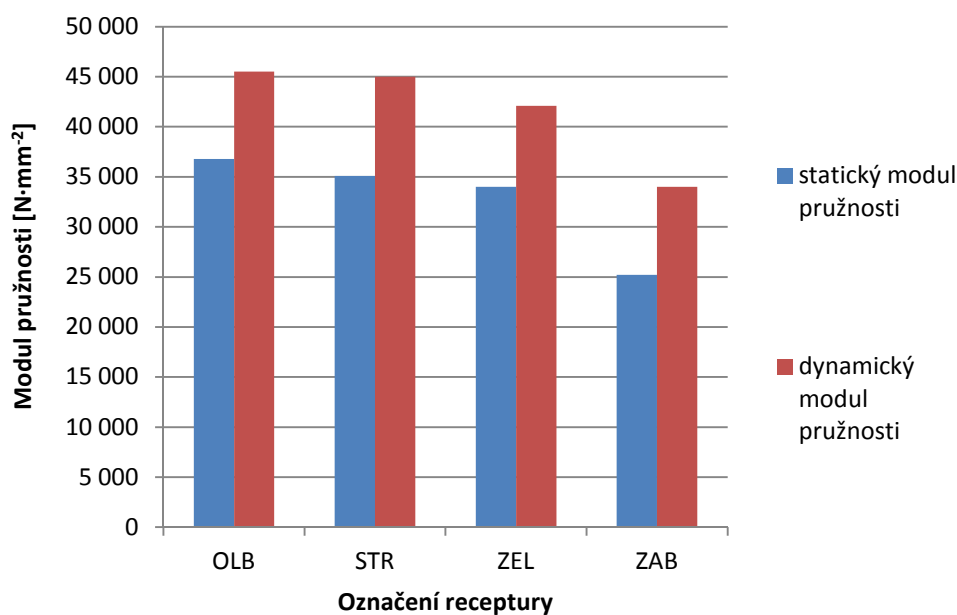
srovnatelných pevností jako u receptur OLB a ZEL, avšak hodnota statického modulu pružnosti v tlaku byla znatelně nižší, a to až o 10 000 N·mm<sup>-2</sup>.



OBR. 11 ZNÁZORNĚNÍ ZÁVISLOSTI PEVNOSTI V TLAKU A STATICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI V TLAKU VE STÁŘÍ 28 DNŮ

označení	OLB	STR	ZEL	ZAB
koeficient rozměrnosti [-]	1,0541	1,0541	1,0541	1,0541
průměrná rychlost UZ vlnění [m·s <sup>-1</sup> ]	4,612	4,605	4,401	4,038
dynamický modul pružnosti $E_{bu}$ [N·mm <sup>-2</sup> ]	44 100	45 000	44 100	34 600
	46 800	44 900	40 100	33 300
<b>průměr</b>	<b>45 500</b>	<b>45 000</b>	<b>42 100</b>	<b>34 000</b>

TAB. 7 HODNOTY DYNAMICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI STANOVENÉHO UZ METODOU



OBR. 12 POROVNÁNÍ HODNOT STATICKÉHO A DYNAMICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI VE STÁŘÍ 28 DNŮ

Naměřené hodnoty dynamického modulu pružnosti ultrazvukovou impulsovou metodou měli podobnou tendenci jako moduly statické, jejich hodnoty však byly podle předpokladů přibližně o 20 % vyšší. Opět se tedy potvrdilo, že drcené kamenivo má příznivější vliv na modul pružnosti, než kamenivo těžené.

V další fázi experimentů byla věnována pozornost vlivu obsahu vzduchu v betonu na moduly pružnosti.

označení	ZAB 3,5	ZAB 5,0	ZAB 6,5
$D_{\check{C}B}$ [kg·m <sup>-3</sup> ]	2370	2280	2240
konzistence sednutím [mm]	140	130	150
stupeň konzistence [-]	S3	S3	S3
obsah vzduchu [%]	3,5	5,0	6,5

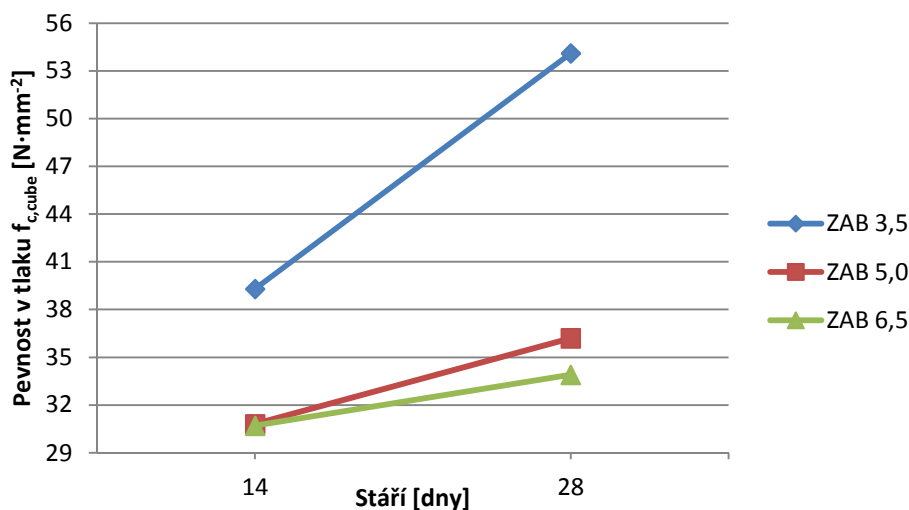
TAB. 8 VLASTNOSTI ČERSTVÉHO BETONU S RŮZNÝM OBSAHEM VZDUCHU

Se zvyšujícím se obsahem vzduchu klesala pochopitelně objemová hmotnost čerstvého betonu a to z 2370 kg·m<sup>-3</sup> při obsahu vzduchu 3,5 % až na 2240 kg·m<sup>-3</sup> při obsahu vzduchu 6,5 %. Konzistence čerstvého betonu se pohybovala v navrženém intervalu od 130 do 150 mm sednutí kužele.

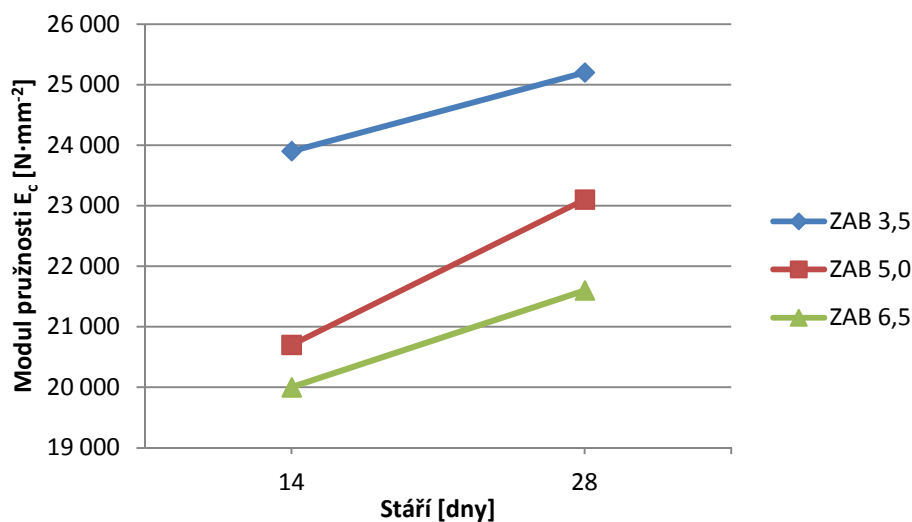
		označení	ZAB 3,5	ZAB 5,0	ZAB 6,5
$D_{ZB} [\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$	14 dní		2300	2250	2190
	28 dní		2260	2240	2180
$f_{c,cube} [\text{N}\cdot\text{mm}^{-2}]$	14 dní		39,3	30,8	30,7
	28 dní		54,1	36,2	33,9
$E_c [\text{N}\cdot\text{mm}^{-2}]$	14 dní		23 100	21 200	19 500
			24 600	20 200	20 400
	<b>průměr</b>	<b>23 900</b>	<b>20 700</b>	<b>20 000</b>	
	28 dní		24 700	23 800	21 100
			25 700	22 400	22 000
	<b>průměr</b>	<b>25 200</b>	<b>23 100</b>	<b>21 600</b>	

TAB. 9 VLASTNOSTI ZTVRDLÉHO BETONU S RŮZNÝM OBSAHEM VZDUCHU

Objemová hmotnost ztvrdlého betonu klesala s rostoucím obsahem vzduchu. Pevnost v tlaku  $f_{c,cube}$  po 28 dnech zrání neprovzdušněného betonu ZAB 3,5 byla  $54,1 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$ , což je výrazně více, než jsme naměřili u zbylých dvou provzdušněných betonů ZAB 5,0 a ZAB 6,5, kde jsme naměřili  $36,2 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$  a  $33,9 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$ . Statický modul pružnosti v tlaku  $E_c$  neprovzdušněného betonu ZAB 3,5 však nevykazoval výrazně vyšší hodnoty, ale spíše se přibližoval lineární závislosti na obsahu vzduchu v betonu.

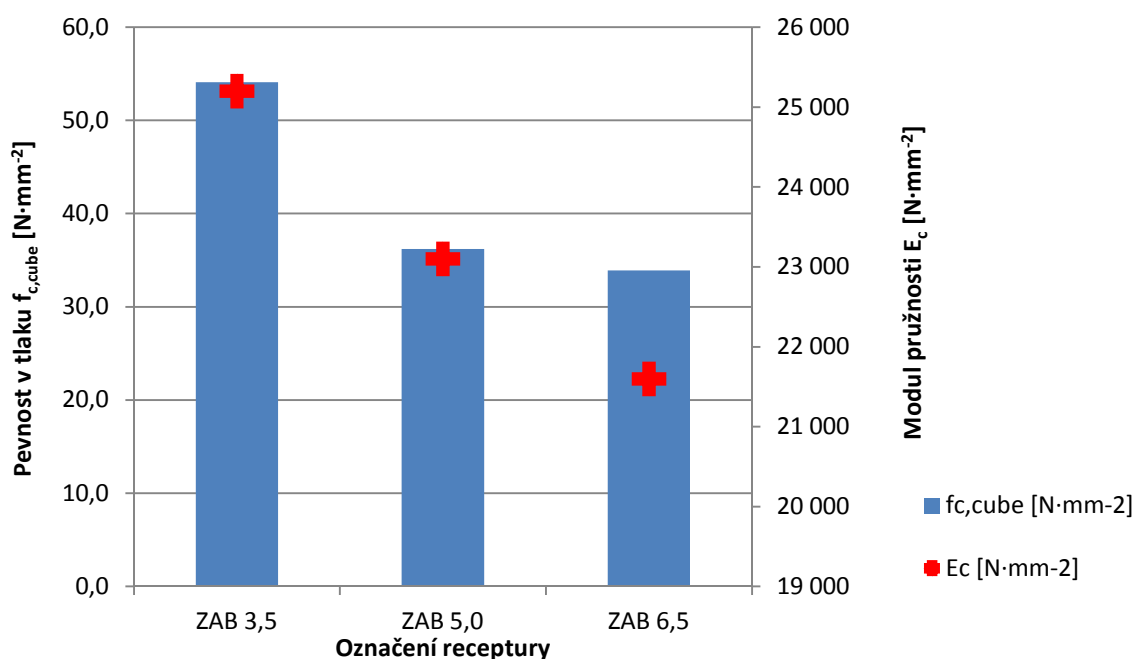


OBR. 13 POROVNÁNÍ VÝVOJE PEVNOSTI V TLAKU



OBR. 14 POROVNÁNÍ VÝVOJE STATICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI V TLAKU

Z obrázku 13 je vidět, že receptura bez provzdušnění ZAB 3,5 měla výraznější nárůst pevnosti mezi 14. a 28. dnem zrání. Obě provzdušněné varianty ZAB 5,0 a ZAB 6,5 se projevily podobným vývojem pevností. Vývoj statického modulu pružnosti byl srovnatelný pro všechny tři receptury. Důležitá však je hodnota statického modulu a ta jednoznačně klesá s rostoucím obsahem vzduchu v betonu. V našem případě tomu bylo o přibližně  $1800 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-2}$  na zvýšení obsahu vzduchu o 1,5 %, v případě stáří těles 28 dnů.

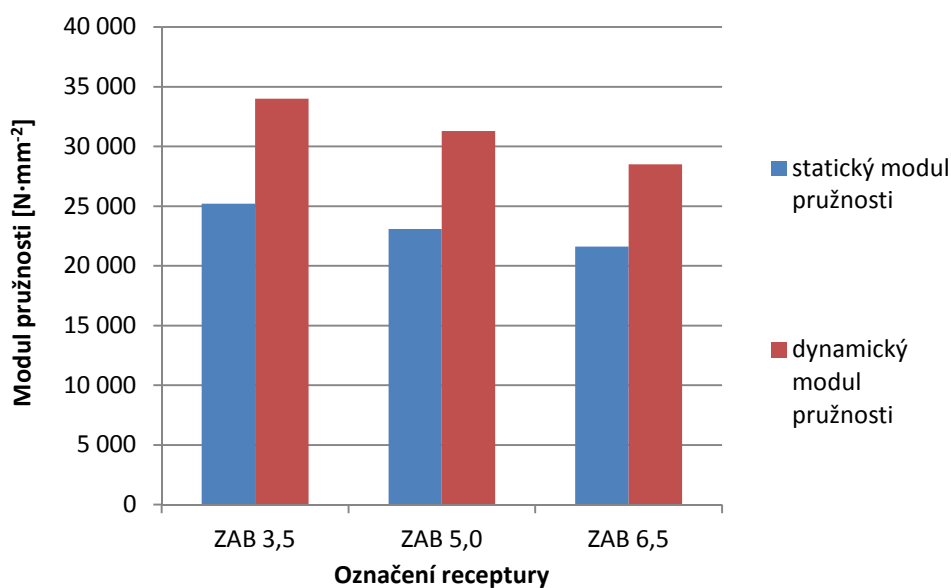


OBR. 15 ZNÁZORNĚNÍ ZÁVISLOSTI PEVNOSTI V TLAKU A STATICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI V TLAKU VE STÁŘÍ 28 DNŮ

Obrázek 15 ukazuje rozdílnou tendenci vývoje pevnosti v tlaku  $f_{c,cube}$  a statického modulu pružnosti v tlaku  $E_c$ . Pevnost v tlaku  $f_{c,cube}$  nevykazuje tak výrazný pokles, při zvyšování obsahu vzduchu v betonu, jako tomu je u statického modulu pružnosti v tlaku  $E_c$ .

označení	ZAB 3,5	ZAB 5,0	ZAB 6,5
koeficient rozměrnosti [-]	1,0541	1,0541	1,0541
průměrná rychlost UZ vlnění [m·s <sup>-1</sup> ]	4,038	3,952	3,789
dynamický modul pružnosti $E_{bu}$ [N·mm <sup>-2</sup> ]	34 600	30 800	28 700
	33 300	31 700	28 300
<b>průměr</b>	<b>34 000</b>	<b>31 300</b>	<b>28 500</b>

TAB. 10 HODNOTY DYNAMICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI STANOVENÉHO UZ METODOU



OBR. 16 POROVNÁNÍ HODNOT STATICKÉHO A DYNAMICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI VE STÁŘÍ 28 DNŮ

Hodnoty dynamických modulů pružnosti vyšší než hodnoty statických modulů pružnosti. V tomto případě je tomu dokonce o přibližně 25 %.

## 9.5 SHRUTÍ VÝSLEDKŮ

Výsledky experimentální části práce potvrdily značný vliv hrubého kameniva na modul pružnosti betonu. Potvrdilo se, že drcené kamenivo je mnohem vhodnější pro dosažení vyšších modulů pružnosti betonu, než kamenivo těžené. Překvapivým výsledkem je potom velikost modulu pružnosti betonu při použití vápencového kameniva. Při nejnižší pevnosti v tlaku dosahoval jedněch z nejvyšších modulů pružnosti (statických i dynamických) a rovnal se tak amfibolitu z Želešic, či granodioritu z Olbramovic. Očekávané byly přitom hodnoty výrazně nižší. Což může vést k výčtu faktorů, které mohly měření ovlivnit. U prvních 4 receptur nebyl stanovován obsah vzduchu v čerstvém betonu, tudíž nemůžeme vyloučit jeho vliv. Dále z důvodu nedostatečně širokého sortimentu některých producentů kameniv jsme nedosáhli stejného složení hrubých frakcí. V případě vápence jsme místo frakce 11/22 použili frakci 8/16 a v případě těženého kameniva z Žabčic jsme frakci 11/22 nahradili frakcí 16/32.

Také jsme ověřili negativní vliv zvýšeného obsahu vzduchu v betonu na výsledné moduly pružnosti.

Při porovnání statických a dynamických modulů se potvrdilo, že statické moduly dosahují přibližně 80 % hodnoty modulů dynamických.

## 10 ZÁVĚR

Z teoretické části práce je zřejmé, že modul pružnosti je jednou z nevýznamnějších mechanických vlastností ztvrdlého betonu. Zaručení jeho hodnot při výrobě betonu však není zatím dostatečné, jelikož na jeho velikosti se projevuje celá řada vlivů. V současnosti už nemůžeme spoléhat na odvozování modulů pružnosti od pevnosti betonu v tlaku, jako tomu bylo dříve. Při návrzích a statických výpočtech je však stále uvažován modul pružnosti jako hodnota odvozená od pevnostní třídy betonu a jen zřídkakdy se setkáme s požadavkem na hodnotu modulu pružnosti při specifikaci betonu, což je přinejmenším nezodpovědné. Posuzované vlivy, které mají dopad na hodnotu modulu pružnosti, se rozdělují na technologické a zkušební. Cílem práce bylo především posoudit technologické vlivy, zvláště pak vliv vybraných 4 typů hrubého kameniva na statický a dynamický modul pružnosti a dále se poté zaměřit na obecná doporučení pro výběr surovin, vedoucí k dosažení vysokého modulu pružnosti.

V experimentální části byly ověřeny předpoklady z teoretické části. Především to, že správnou volbou hrubého kameniva dokážeme zvýšit modul pružnosti betonu. Drcené kamenivo je pro tento účel výrazně vhodnější, než kamenivo těžené. Dále platí, že horniny s vysokým modulem pružnosti pozitivně ovlivňují výsledný modul pružnosti betonu. K takovým patří obecně hutné vyvřeliny, mezi které se řadí například čedič, gabro nebo amfibolit. Další variantou vedoucí ke zvýšení hodnoty modulu pružnosti je použití mikrosiliky. Ta je známá svou schopností utěsnit strukturu cementového kamene, tím zvýšit jeho hutnost a tak zlepšit přetvárné vlastnosti. Navíc díky svému velkému měrnému povrchu stabilizuje tranzitní zónu mezi zrny kameniva a cementovým tmelem, která je nejslabším článkem betonu a rozhoduje tak o jeho mechanických vlastnostech. Volbou vodního součinitele dokážeme ovlivnit kapilární systém ztvrdlého betonu, který na modul pružnosti působí negativně stejně jako provzdušnění. Při vodním součiniteli 0,3 dodáme dostatečné množství hydratační a reologické vody a zároveň nevzniká široká kapilární struktura. V kombinaci s vhodnou plastifikační přísadou, která dobře odvádí vzduch, získáme beton s dobrou zpracovatelností a velkým předpokladem pro vysoký modul pružnosti. Modul pružnosti je dále ovlivňován technologií výroby betonu, podmínkami, kterým je beton vystaven, atd. To je však nad rámec této práce tudíž se nabízí směr, kterým ji lze dále rozvíjet.

## 11 POUŽITÁ LITERATURA

- [1] PYTLÍK, P. *Technologie betonu*. 2. vyd. Brno: VUTIUM, 2000, 390 s. Učebnice (VUTIUM). ISBN 80-214-1647-5.
- [2] COLLEPARDI, M. *Moderní beton*. Praha: Informační centrum ČKAIT, s.r.o., 2009. 344 s. ISBN 978-80-87093-75-7.
- [3] LITOŠ, J. *Objemové změny cementových past ve fázi tuhnutí*. V Praze: České vysoké učení technické, [2011], 140 s. ISBN 978-80-01-04700-2.
- [4] *Schleibinger Testing Systems* [online]. [cit. 2015-05-10]. Dostupné z: <http://www.schleibinger.com/cmsimple/en/?Shrinkage:Shrinkage-Cone>
- [5] UNČÍK, S.; ŠEVČÍK, P. *Modul pružnosti betónu*. Trnava: Betón Racio, s.r.o., 2008. 24 s. ISBN 978-80-959182-3-2.
- [6] AĪCTIN, P.C. *Vysokohodnotný beton*. Praha: Informační centrum ČKAIT, 2005. 320 s. ISBN 80-86769-39-9.
- [7] BECHYŇĚ, S. *Technologie betonu, Svazek čtvrtý: Pružnost betonu*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1959. 168 s.
- [8] MICKA, M. *Betonové konstrukce* [prezentace]. [cit. 2015-05-12]. Dostupné z: [http://mech.fd.cvut.cz/members/micka/materialy/Beton\\_1\\_prezentace.pdf](http://mech.fd.cvut.cz/members/micka/materialy/Beton_1_prezentace.pdf)
- [9] BLAŽEK, M. *Vliv počátečních podmínek na modul pružnosti mostního betonu*. Brno: VUT, 2012. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební. 58 s.
- [10] *Dynamické moduly pružnosti: návod do cvičení* [online]. [cit. 2015-05-15]. Dostupné z: [http://www.sz.k.fce.vutbr.cz/vyuka/BI02/D\\_navod.pdf](http://www.sz.k.fce.vutbr.cz/vyuka/BI02/D_navod.pdf)
- [11] BALLON, M. *Porovnání modulů pružnosti stavebních materiálů*. Brno: VUT, 2014. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební. 76 s.
- [12] VAŠKOVÁ, J., ŠTEVULA, M., VESELÝ, V. *Modul pružnosti automaticky?* Beton TKS. 2007, roč. 7, č. 6, s. 57-59. ISSN 1213-3116
- [13] MISÁK, P.; VYMAZAL, T. *Modul pružnosti vs. pevnost v tlaku*. Beton TKS. 2009, roč. 9, č. 2, s. 58-59. ISSN 1213-3116
- [14] KRŽIŽOVÁ, K. *Studium závislosti složení betonů na hodnoty modulů pružnosti*. Brno: VUT, 2013. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební. 154 s.
- [15] HUŇKA, P.; KOLÍSKO, J. *Studium vlivu tvaru, velikosti a způsobu přípravy zkušebního tělesa na výsledek zkoušky statického modulu pružnosti betonu v tlaku*. Beton TKS. 2011, roč. 11, č. 1, s. 69-71. ISSN 1213-3116.



## 12 POUŽITÉ NORMY

- [16] ČSN 73 6174. *Stanovení modulu pružnosti a přetvárnosti betonu ze zkoušky v tahu ohybem*. Praha: Český normalizační institut 1994
- [17] ČSN EN 73 1372. *Nedestruktivní zkoušení betonu - Rezonanční metoda zkoušení betonu*. Praha: Český normalizační institut, 2012.
- [18] ČSN EN 206-1:2001/Z3. *Beton - Část 1: Specifikace, vlastnosti, výroba a shoda*. Praha: Český normalizační institut, 2008.
- [19] ČSN EN 1992-1-1:2006/Oprava2. *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Praha: Český normalizační institut, 2011.
- [20] ČSN 73 1201. *Navrhování betonových konstrukcí*. Praha: Český normalizační institut, 1986.
- [21] ČSN 73 2400. *Provádění a kontrola betonových konstrukcí*. Praha: Český normalizační institut, 1989.
- [22] ČSN P ENV 1991-1:1994. *Zásady navrhování a zatížení konstrukcí. Část 1: Zásady navrhování*. Praha: Český normalizační institut, 1996.
- [23] ČSN EN 12390-3. *Zkoušení ztvrdlého betonu - Část 3: Pevnost v tlaku zkušebních těles*. Praha: Český normalizační institut, 2009.

## 13 SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1	Znázornění vodních menisků, které stahují vlákna C-S-H gelu .....	13
Obr. 2	Schéma měřicího zařízení pro bezdotykovou metodu .....	15
Obr. 3	Základní typy pracovních diagramů .....	16
Obr. 4	Znázornění různých modulů pružnosti .....	17
Obr. 5	Znázornění oblasti lineární deformace .....	18
Obr. 6	Schéma zatěžování v průběhu měření statického modulu pružnosti v tlaku .....	20
Obr. 7	Schéma měření modulu pružnosti rezonanční metodou .....	22
Obr. 8	Krabicový graf porovnávající směrných hodnot v ČSN EN 1992-1-1 s reálně naměřenými .....	27
Obr. 9	Porovnání vývoje pevnosti v tlaku .....	40
Obr. 10	Porovnání vývoje statického modulu pružnosti v tlaku .....	40
Obr. 11	Znázornění závislosti pevnosti v tlaku a statického modulu pružnosti v tlaku ve stáří 28 dnů .....	41
Obr. 12	Porovnání hodnot statického a dynamického modulu pružnosti ve stáří 28 dnů ..	42
Obr. 13	Porovnání vývoje pevnosti v tlaku .....	43
Obr. 14	Porovnání vývoje statického modulu pružnosti v tlaku .....	44
Obr. 15	Znázornění závislosti pevnosti v tlaku a statického modulu pružnosti v tlaku ve stáří 28 dnů .....	44
Obr. 16	Porovnání hodnot statického a dynamického modulu pružnosti ve stáří 28 dnů ..	45

## 14 SEZNAM TABULEK

Tab. 1 Srovnání naměřených hodnot se směrnými hodnotami v ČSN EN 1992-1-1 .....	28
Tab. 2 Srovnání empirických vztahů v národních normách .....	29
Tab. 3 Závislost pevnosti v tlaku a modulu pružnosti na způsobu zakoncování .....	35
Tab. 4 Návrh složení receptur s různými typy hrubých kameniv .....	37
Tab. 5 Vlastnosti čerstvého betonu s různým typem hrubého kameniva .....	39
Tab. 6 Vlastnosti ztvrdlého betonu s různým typem hrubého kameniva .....	39
Tab. 7 Hodnoty dynamického modulu pružnosti stanoveného UZ metodou .....	41
Tab. 8 Vlastnosti čerstvého betonu s různým obsahem vzduchu .....	42
Tab. 9 Vlastnosti ztvrdlého betonu s různým obsahem vzduchu .....	43
Tab. 10 Hodnoty dynamického modulu pružnosti stanoveného UZ metodou .....	45

## 15 SEZNAM ZKRATEK

C-S-H Kalciumsilikátový hydrát

$\varepsilon$	Podélné poměrné přetvoření
$\sigma$	Napětí
$E'$	Statický modul pružnosti v tahu
$E_c$	Statický modul pružnosti v tlaku
$E_{cm}$	Sečnový modul pružnosti v tlaku
$E_{bu}$	Dynamický modul pružnosti stanovený UZ metodou
$G_b$	Modul pružnosti ve smyku
$\sigma_a$	Horní mez zatěžovacího napětí
$\sigma_b$	Základní zatěžovací napětí
$f_{cm}$	Střední hodnota pevnosti betonu v tlaku
$f_{c,cube}$	Pevnost betonu v tlaku stanovená na zkušebních krychlích
$D_{\check{C}B}$	Objemová hmotnost čerstvého betonu
$D_{ZB}$	Objemová hmotnost ztvrdlého betonu