# UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

## PEDAGOGICKÁ FAKULTA

**Katedra matematiky**


## Diplomová práce


Bc. Alžběta Křížová


**Gradované úlohy v učivu matematiky 2. stupně ZŠ**

Olomouc 2019 Vedoucí práce: doc. RNDr. Jitka Laitochová, CSc.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracovala samostatně a použila jsem jen uvedených pramenů literatury.

V Olomouci dne 11.12.2019 ..…..…………………….

Alžběta Křížová

**Poděkování**

Děkuji vedoucí mé diplomové práce doc. RNDr. Jitce Laitochové, CSc. za odborné vedení, za její připomínky a cenné rady.

# Obsah

# 1 Úvod

Téma diplomové práce jsem si vybrala na základě svých dosavadních učitelských zkušeností v rámci povinné praxe při studiu vysoké školy. Při výuce jsem vypozorovala, že mezi žáky jsou značné rozdíly ve znalostech matematiky a schopnostech je využít při počítání příkladů a obzvlášť slovních úloh. Některým žákům může přijít daný příklad jednoduchý, pro některé je náročný. Proto je cílem této diplomové práce zjistit, jak žáci pracují s testem gradovaných úloh, jakou strategii zvolí ke splnění požadovaného limitu počtu bodů a jak ovládají učivo, které by již měli umět, a to pomocí vyplnění didaktického testu.

Dnešní školství klade čím dál tím větší důraz na individuální přístup k žákům. V matematice to znamená, že nemůžeme předpokládat, že daný příklad vyřeší všichni žáci a při zadávání příkladů musí učitelé brát ohledy na individuální matematické schopnosti všech žáků. Ve třídách však bývá na jednoho učitele až třicet žáků, proto je dosažení individuálního přístupu pro učitele obtížné. Vhodným prostředkem individuálního přístupu jsou gradované úlohy, které zajišťují diferenciaci výuky. Soubor gradovaných úloh obsahuje úlohy v několika úrovních obtížnosti, nejčastěji bývají tři úrovně. Princip gradovaných úloh může být zahrnut do samostatné práce, skupinové práce či domácího úkolu. Žáci mají možnost vybrat si úroveň příkladu, která odpovídá jejich schopnostem, mají tak možnost dosáhnout úspěchu, což zvyšuje jejich sebevědomí a motivuje je to snažit se dál.

V první části diplomové práce se budu zabývat matematickým vzděláváním v dokumentech ČR, v této části bude mimo jiné prezentována Základní škola Opava, Boženy Němcové 2, na které probíhal výzkum této diplomové práce. Další část bude věnována vysvětlení pojmu gradované úlohy podle Jaroslavy Brinckové a Jaroslava Švrčka. Teoretická část obsahuje vybrané učivo druhého stupně základní školy, na které jsem vytvořila učební úlohy obsažené v didaktickém testu, jež byl v rámci výzkumu předložen žákům k vypočítání. Velká část učebních úloh daného testu má formu slovních úloh, proto se teoretická část diplomové práce zabývá také učebními úlohami, a především právě slovními úlohami.

V praktické části diplomové práce jsem vytvořila test gradovaných úloh, kam jsem zařadila učivo druhého stupně základních škol. Test byl určen pro žáky devátých tříd a testování probíhalo na konci školního roku, a tedy i na konci základního vzdělávání těchto žáků. Cílem výzkumu bylo zjistit, jak žáci pracují se souborem gradovaných úloh, které úrovně obtížnosti si budou vybírat a také jak zvládají dané učivo a v čem případně dělají chyby.

Výsledky testování jsou pouze orientační, jelikož žáci věděli, že nebudou klasifikováni a předem nebyli vyzváni, aby se na didaktický test připravovali.

Poslední část diplomové práce je věnována dotazníku, který byl součástí didaktického testu. Odpovědi žáků umožnily zjistit jejich vztah k matematice, postoj k předloženému testu a porovnat výsledky testu vzhledem ke studijním výsledkům žáků.

# 2 Matematické vzdělávání v dokumentech ČR

Následující kapitola se zabývá vznikem rámcových a školních vzdělávacích programů a pojetí matematiky v těchto dokumentech. Kapitola se zaobírá rámcovým vzdělávacím programem pro základní vzdělávání (RVP ZV) a školním vzdělávacím programem (ŠVP) Základní školy Opava, Boženy Němcové 2.

V roce 2001 byla vládou České republiky schválena tzv. Bílá kniha neboli Národní program vzdělávání. Tento dokument byl krokem ke školské reformě, která byla provedena za účelem přizpůsobení vzdělávání potřebám člověka v 21. století. Změna kurikula započala tvorbou rámcových vzdělávacích programů (RVP) pro předškolní a základní vzdělávání, které byly schváleny v roce 2004. Tyto dokumenty byly pilotně ověřovány na vybraných mateřských a základních školách, poté vyhodnoceny a upraveny tak, aby co nejvíce vyhovovaly praxi. Na tyto RVP navázal postupný vznik RVP pro všechny další vzdělávací obory. Aktuální rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání je platný od 1. 9. 2017.

Byl vytvořen dvojúrovňový systém kurikulárních dokumentů, na státní úrovni jsou výše zmíněné rámcové vzdělávací programy, na školní úrovni jsou školní vzdělávací programy.

Na základě RVP si každá škola vytváří vlastní školní vzdělávací program, čímž je posíleno autonomní rozhodování škol. Při tvorbě ŠVP přihlíží škola ke konkrétním potřebám žáků a k specifickým podmínkám školy, k tomu může být nápomocen Manuál pro tvorbu školních vzdělávacích programů dle typu školy. (Metodický portál, 2011)

## 2.1 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání a matematika

Cílem základního vzdělávání je pomoci žákům utvářet a postupně rozvíjet klíčové kompetence a poskytnout spolehlivý základ všeobecného vzdělání orientovaného zejména na praktický život.

Rámcový vzdělávací program definuje klíčové kompetence jako „souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti; v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání jsou klíčové kompetence vymezeny na úrovni, které mají dosáhnout všichni žáci na konci základního vzdělávání“. V základním vzdělávání jsou za klíčové kompetence považovány:

- kompetence k učení,

- kompetence k řešení problémů,
- kompetence komunikativní,
- kompetence sociální a personální,
- kompetence občanské,
- kompetence pracovní.

Vzdělávací obsah základního vzdělávání je rozdělen do devíti vzdělávacích oblastí. Matematika patří do vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace.

Tato oblast je v základním vzdělávání založena především na aktivních činnostech, jež jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti, které jsou potřebné v praktickém životě, umožňuje tak získávat matematickou gramotnost. Matematika je pro svou nezastupitelnou roli vyučována ve všech ročnících základního vzdělávání a vytváří předpoklady pro další úspěšné studium.

V matematice je kladen důraz na porozumění základním myšlenkovým postupům a pojmům matematiky a jejich vzájemným vztahům. V průběhu vzdělávání si žáci osvojují některé pojmy, algoritmy, terminologii, symboliku a způsoby jejich užití.

Vzdělávací obor Matematika a její aplikace je rozdělen na čtyři tematické okruhy:

- Čísla a početní operace (první stupeň), Číslo a proměnná (druhý stupeň),
- Závislosti, vztahy a práce s daty,
- Geometrie v rovině a v prostoru,
- Nestandardní aplikační úlohy a problémy.

V tematickém okruhu Čísla a početní operace a Číslo a proměnná si žáci osvojují aritmetické operace ve třech složkách: dovednost provádět operaci, algoritmické porozumění (proč je operace prováděna daným způsobem) a významové porozumění (propojení operace s reálnou situací). Žáci se učí získávat číselné údaje měřením, odhadováním, zaokrouhlováním a výpočtem. Na druhém stupni se seznamují s pojmem proměnná a s její rolí při matematizaci reálných situací.

Tematický okruh Závislosti, vztahy a práce s daty učí žáky rozpoznávat určité typy změn a závislostí, které jsou projevem reálného světa, a seznamuje s jejich reprezentacemi. V tomto okruhu se žáci učí uvědomovat si změny a závislosti známých jevů, docházejí k pochopení, že změnou může být růst i pokles nebo může mít nulovou hodnotu. Tyto změny a závislosti žáci analyzují z tabulek, diagramů a grafů. Prostřednictvím zkoumání těchto závislostí směřují žáci k pochopení pojmu funkce.

Tematický okruh Geometrie v rovině a v prostoru vede žáky k určování a znázorňování geometrických útvarů a geometrickému modelování reálné situace. Žáci se učí hledat podobnosti a odlišnosti útvarů, jež se vyskytují všude kolem nás, uvědomovat si vzájemné polohy objektů. Dále se učí porovnávat, odhadovat, měřit délku, velikost úhlu, obvod, obsah, povrch, objem a také zdokonalovat svůj grafický projev. Prostřednictvím zkoumání tvaru a prostoru jsou žáci vedeni k řešení polohových a metrických úloh a problémů, které vycházejí z běžných životních situací.

Nedílnou součástí matematického vzdělávání jsou Nestandardní aplikační úlohy a problémy. Řešení těchto úloh může být do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale je nutné při jejich řešení uplatnit logické myšlení. Tento typ úloh by měl být součástí všech tematických okruhů v průběhu celého základního vzdělávání. Žáci se učí řešit problémové situace a úlohy z běžného života, chápat a analyzovat problém, třídit údaje a podmínky, vytvářet situační náčrty, řešit optimalizační úlohy. Tyto úlohy posilují vědomí žáka ve vlastní schopnosti logického uvažování. (MŠMT Praha, 2017)

## 2.2 Školní vzdělávací program ZŠ Opava, Boženy Němcové 2

Následující kapitola stručně seznamuje se základní školou, na které byl prováděn výzkum této diplomové práce.

### 2.2.1 Charakteristika školy

Základní škola Opava, Boženy Němcové 2 je úplnou školou, která má kapacitu 540 žáků, v každém ročníku jsou dvě paralelní třídy. Škola se pyšní nadstandardním technickým vybavením, což zahrnuje tři moderně vybavené počítačové učebny s dataprojektory, digitálními fotoaparáty, digitální kamerou a moderní plně vybavenou jazykovou učebnu. Kromě toho je v dalších jedenácti kmenových učebnách počítač s dataprojektorem. Jedna učebna je vybavena interaktivní tabulí, která je ve výuce hojně využívána.

Technickou vybavenost škola využívá ke specializaci na výuku informatiky a výpočetní techniky od čtvrtého ročníku. Nadaným žákům od šestých tříd je nabízena informatika a výpočetní technika v rámci volitelného předmětu. Škola se zaměřuje na výuku jazyků, a to především anglického jazyka, který je vyučován již od první třídy. Od sedmé třídy si žáci volí druhý cizí jazyk, na výběr mají mezi němčinou a ruštinou. Ve 3. až 5. ročníku mají žáci dramatickou výchovu, která má napomáhat zdokonalovat komunikaci a podporovat jejich kultivovaný mluvený i pohybový projev. Od 6. ročníku mohou mít žáci tento předmět jako volitelný. Škola v rámci dalšího vzdělávání pedagogických pracovníků nabízí odpolední jazykové kurzy a organizuje semináře s možností využití výukových programů a techniky.

Kromě výše zmíněné jazykové učebny je součástí školy keramická dílna, cvičná kuchyň, tělocvična, výdejna stravy se dvěma jídelnami a hřiště. V rámci výuky tělesné výchovy je využíván nedaleký Tyršův stadion a krytý bazén. Ke škole náleží školní zahrada, na které se v rámci předmětu člověk a svět práce žáci učí pěstovat ovoce a zeleninu.

Škola věnuje velkou pozornost integraci žáků se speciálními vzdělávacími potřebami. Těmto žákům se učitelé věnují v jednotlivých předmětech a také mimo výuku, kdy s žáky pracují dyslektičtí, logopedičtí asistenti a speciální pedagog. Aby byla těmto žákům poskytována potřebná péče, spolupracuje škola především s pedagogicko-psychologickou poradnou a speciálním pedagogickým centrem.

Škola velmi dobře spolupracuje se sdružením rodičů, které finančně podporuje školní aktivity. Žáci si každoročně mohou vybrat z dvaceti kroužků, jež navštěvují ve svém volném čase. V organizaci některých kroužků spolupracuje škola se Střediskem volného času dětí v Opavě.

Pro školu je důležitá komunikace s rodiči, proto jsou každoročně organizovány akce pro děti a rodiče. Tradiční akcí je Den otevřených dveří, který je spojený s vánoční besídkou, jarmarkem, dílnami a ukázkou prací dětí. Na tuto akci je dobrovolné vstupné, výtěžek z akce jde na pokrytí studijních potřeb indického chlapce, kterého škola adoptovala na dálku. Škola má žákovský parlament a žáci vydávají vlastní časopis Podlavičník.

### 2.2.2 Charakteristika ŠVP

Školní vzdělávací program ZŠ Opava, Boženy Němcové 2 vychází z cílů základního vzdělávání a klíčových kompetencí rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání. Na webových stránkách školy je zveřejněna pouze část ŠVP, celý dokument je k nahlédnutí v ředitelně školy.

ŠVP má název OTEVŘÍT OČI, UKÁZAT CESTU, což značí spolupráci mezi žáky, učiteli a zákonnými zástupci žáků, využívání kooperativního vyučování namísto tradičních forem frontální výuky, otevřenost školy veřejnosti, pozitivní, bezpečné a tvořivé klima důležité pro vzájemnou komunikaci, tvořivost, zodpovědnost a chuť k vzdělávání se. Škola se snaží vytvářet příjemné, podněcující prostředí pro žáky, učitele a zákonné zástupce žáků. Za tímto účelem byl vytvořen žákovský parlament, jehož prostřednictvím mají žáci možnost vyjádřit se otevřeně ke všem problémům, které je trápí a zároveň se podílet svými nápady a požadavky na rozvoji školy. Komunikace se zákonnými zástupci žáků probíhá prostřednictvím třídních schůzek, konzultací, sdružení rodičů a školské rady.

Výchovné a vzdělávací strategie jsou v ŠVP formulovány prostřednictvím klíčových kompetencí.

**1. Kompetence k učení**

Během výuky je kladen důraz na čtení s porozuměním, práci s textem a na vyhledávání informací. Učitel se zajímá o názory, náměty a zkušenosti žáků, zadává úkoly, při kterých je nutno spolupracovat. Žáci jsou vedeni k sebehodnocení. Škola klade důraz na individuální přístup, čímž se zvyšuje šance na úspěch žáků. Ve výuce je podněcována tvořivost žáků a žáci jsou podporováni v jejich samostatném organizování určitých akcí, které připravují pro mladší spolužáky. Žáci mají možnost se účastnit mnoha soutěží a olympiád. Žáci mají přístup k zdrojům informací – knihovna, internet, exkurze.

**2. Kompetence k řešení problému**

Žákům jsou kladeny otevřené otázky a zadávány problémové úlohy, které umožňují vybrat si z různých postupů. Do výuky jsou zařazovány metody, při kterých žáci sami docházejí k závěrům a řešením. Žáci se učí vyhledávat informace z různých zdrojů a poté svá řešení obhajovat. Logické myšlení a nabyté vědomosti a dovednosti využívají žáci při účastech na soutěžích a olympiádách. Žáci se zapojují do práce žákovského parlamentu, jehož prostřednictvím řeší problémy školního života.

**3. Kompetence komunikativní**

Ve výuce jsou používány metody kooperativního učení a jejich prostřednictvím jsou žáci vedeni ke spolupráci při vyučování. Je kladen důraz na vhodnou verbální i neverbální komunikaci žáků ve škole i mimo ni. Žáci mají příležitostně možnost připravit hlášení do školního rozhlasu a informovat spolužáky a učitele o akcích školy, výsledcích soutěží,… Prostřednictvím žákovského parlamentu mohou žáci vyjádřit svůj názor, ten mohou vyjádřit také v článcích, které publikují ve školním časopisu Podlavičník. Na škole je kladen důraz na podporování schopností žáků obhajovat svůj názor a také naslouchat názorům druhých.

**4. Kompetence sociální a personální**

Škola se orientuje na skupinovou práci a spolupráci ve třídě. V průběhu skupinové práce si žáci střídají role, učí se respektovat pravidla chování, na jejichž formulaci se sami podílejí, a poté učitel vyžaduje dodržování dohodnutých pravidel. Žáci jsou vedeni k základům kooperace a týmové práce, zároveň je žákům umožněno, aby si sdělovali své pocity a názory. Škola usiluje o atmosféru demokracie, přátelství a uvědomění si odpovědnosti za výsledky své práce jak žáků, tak učitelů. Současně jsou žáci učeni odmítavému postoji vůči všemu, co narušuje dobré vztahy mezi lidmi.

**5. Kompetence občanské**

Učitelé i žáci dodržují školní řád, respektují práva a plní své povinnosti. V každé třídě jsou voleni zástupci, kteří pracují v žákovském parlamentu. Každá třída si společně stanovuje pravidla chování, která dodržují všichni žáci dané třídy. Žáci se učí jednat zodpovědně. Škola je zapojena do projektu Adopce na dálku, adoptovaným je indický chlapec, kterému škola financuje školní potřeby. Žáci tomuto chlapci každoročně vypomáhají symbolickým prodejem vlastních výrobků na vánočním jarmarku. Žáci osmých ročníků navštěvují koncentrační tábor v Osvětimi, čímž je rozvíjena schopnost empatie a žáci se učí uvažovat v evropských a celosvětových souvislostech. Na škole jsou umístěny koše na tříděný odpad. Ve výuce je kladen důraz na environmentální výchovu a vzdělávání žáků jako ekologicky myslících jedinců.

**6. Kompetence pracovní**

Žáci jsou vedeni k jejich profesní orientaci vhodnou motivací v jednotlivých vzdělávacích oblastech, nabídkou volitelných předmětů, kroužků, exkurzemi, objektivním sebehodnocením a posouzením jejich reálných možností. Škola se snaží žáky aktivně zapojit do oblasti Svět práce. Od začátku školního roku a také v jeho průběhu jsou žáci pravidelně proškolováni o nutnosti dodržování všech zásad bezpečného chování ve škole i mimo ni. Žáci se tak učí chránit své zdraví a také zdraví druhých.

V minulosti měla škola jednu z paralelních tříd druhého stupně zaměřenou na rozšířenou výuku matematiky a informatiky. V současnosti škola zůstala u rozšířené výuky informačních technologií, což dokládá fakt, že žáci mají tento předmět už od čtvrté třídy jednu hodinu týdně a od šesté třídy dvě hodiny týdně.

Prostřednictvím disponibilních hodin nabízí škola od 6. ročníku volitelné předměty, žáci si mohou vybrat mezi počítačovou gramotností a dramatickou výchovou. Možnost volby umožňuje žákům vybrat si předmět, který je baví nebo znalosti nabyté v těchto předmětech budou potřebovat v pozdějším životě. Aby škola dala žákům co nejvíce praktických znalostí, mají žáci v 8. ročníku předmět finanční gramotnost.

### 2.2.3 Matematika ve školním vzdělávacím programu ZŠ Opava, Boženy Němcové 2

Školní vzdělávací program dané školy neuvádí žádná specifika výuky matematiky na škole, text je shodný s textem v rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání. Avšak z časové dotace, která je uvedena v tabulkách níže, lze soudit, že na výuku matematiky je na škole kladen velký důraz.

**1. stupeň**

| Vzdělávací předmět | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | ŠVP | RVP |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Matematika | 4 | 4+1 | 4+1 | 4+1 | 4+1 | 20+4 | 20 |

**Tabulka 1: Učební plán matematiky pro 1. stupeň**

**2. stupeň**

| Vzdělávací předmět | 6. | 7. | 8. | 9. | ŠVP | RVP |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Matematika | 4 | 4 | 4+1 | 3+1 | 15+2 | 15 |

**Tabulka 2: Učební plán matematiky pro 2. stupeň**

Na prvním stupni jsou pro výuku matematiky vyhrazeny čtyři z celkových šestnácti disponibilních hodin. Na druhém stupni se jedná o dvě hodiny z celkových osmnácti disponibilních hodin.

Pro výuku matematiky jsou využívány různé didaktické pomůcky, včetně vzdělávacích počítačových programů, jež žáci používají prostřednictvím počítačů či interaktivní tabule.

Žáci se každoročně účastní matematických soutěží – Matematický klokan, Matematická olympiáda, Pythagoriáda, Matematický maraton, KOKOS, Logická olympiáda, Pangea a Pišqworky, ve kterých žáci dosahují vynikajících výsledků.

Následující tabulky znázorňují časově tematické plány učiva matematiky druhého stupně, které byly platné pro školní rok 2018/2019, což je rok, ve kterém bylo uskutečněno testování žáků 9. tříd, jež je součástí praktické části diplomové práce.

**6. ročník**

| Časový plán | Učivo |
|---|---|
| **Září, říjen** | **Opakování učiva 5. ročníku:**<br>- přirozená čísla<br>- čtení a zápis čísla v desítkové soustavě<br>- zobrazení na číselné ose<br>- početní operace |
| **Říjen** | **Geometrické útvary v rovině:**<br>- rovina, bod, úsečka, přímka, polopřímka<br>- kružnice, kruh, čtverec, obdélník |
| **Listopad** | **Obsah a obvod čtverce a obdélníku:**<br>- jednotky obsahu<br>- jednotky délky<br>- obsah<br>- obvod<br>- obsah složitějších obrazců |
| **Prosinec – únor** | **Desetinná čísla a zlomky:**<br>- čtení a zápis zlomku<br>- čtení a zápis des. čísla<br>- zobrazení na číselné ose<br>- zaokrouhlování<br>- početní operace<br>- aritmetický průměr<br>- převod jednotek |
| **Březen** | **Úhel a jeho velikost:**<br>- pojem, rýsování a přenášení úhlu<br>- osa úhlu<br>- jednotky a měření velikosti úhlu<br>- početní operace s velikostmi úhlů<br>- druhy úhlů<br>- mnohoúhelníky |
| **Duben** | **Osová souměrnost:**<br>- osová souměrnost<br>- shodné útvary<br>- osově souměrné útvary |
| **Duben – květen** | **Trojúhelník:**<br>- pojem trojúhelníku, třídění trojúhelníku<br>- vnitřní a vnější úhly<br>- těžnice, střední příčky, výšky<br>- součet vnitřních úhlů<br>- kružnice opsaná a vepsaná<br>- obvod trojúhelníku |
| **Květen** | **Povrch a objem krychle a kvádru:**<br>- sítě těles<br>- zobrazování těles<br>- povrch krychle, kvádru<br>- objem krychle a kvádru<br>- jednotky objemu |

| | |
|---|---|
| **Červen** | **Celá čísla:**<br>- pojem celého čísla<br>- čísla navzájem opačná<br>- zobrazení celého čísla na číselné ose<br>- absolutní hodnota čísla<br>- uspořádání celých čísel<br>- sčítání a odčítání celých čísel |

**Tabulka 3: Tematický a časový plán učiva matematiky 6. ročníku (zdroj: volně upraveno dle ŠVP ZŠ Opava, Boženy Němcové 2, 2019)**

### 7. ročník

| Časový plán | Učivo |
|---|---|
| **Září** | **Opakování učiva 6. ročníku:**<br>- obsah a obvod čtverce a obdélníku<br>- povrch a objem krychle a kvádru<br>- úhel a jeho velikost<br>- trojúhelník |
| **Září, říjen** | **Dělitelnost přirozených čísel:**<br>- násobek, dělitel, znaky dělitelnosti<br>- prvočíslo, číslo složené<br>- společný násobek, dělitel<br>- nejmenší společný násobek<br>- největší společný dělitel |
| **Listopad** | **Celá čísla:**<br>- násobení a dělení celých čísel<br>- řešení slovních úloh vedoucích na početní výkony s celými čísly |
| **Prosinec – únor** | **Racionální čísla:**<br>- opakování učiva o kladných zlomcích a desetinných číslech<br>- zavedení záporných racionálních čísel<br>- číselná osa<br>- absolutní hodnota racionálního čísla<br>- porovnávání racionálních čísel<br>- smíšené číslo<br>- sčítání a odčítání racionálních čísel<br>- násobení a dělení racionálních čísel<br>- řešení slovních úloh v oboru racionálních čísel |
| **Březen, duben** | **Poměr, trojčlenka:**<br>- zavedení pojmu poměr<br>- převrácený poměr<br>- měřítko plánů a map<br>- přímá úměrnost<br>- soustava souřadnic, osy souřadnic<br>- graf přímé úměrnosti<br>- nepřímá úměrnost<br>- graf nepřímé úměrnosti |

| | |
|---|---|
| | - trojčlenka |
| **Duben** | **Shodnost a shodná zobrazení:**<br>- shodnost geometrických útvarů<br>- shodnost trojúhelníků<br>- věty o shodnosti trojúhelníku a jejich užití<br>- konstrukce trojúhelníků podle vět sss, sus, usu<br>- shodná zobrazení, středová a osová souměrnost<br>- samodružný bod<br>- útvar středově a osově souměrný |
| **Květen** | **Procenta:**<br>- procento, základ, procentová část, počet procent<br>- řešení slovních úloh |
| **Červen** | **Rovnoběžníky:**<br>- rovnoběžník a jeho vlastnosti<br>- výšky a úhlopříčky rovnoběžníku<br>- obdélník, čtverec, kosodélník, kosočtverec<br>- výpočet obsahu a obvodu rovnoběžníku<br>- konstrukce rovnoběžníků<br>- řešení slovních úloh vedoucích k řešení obvodů a obsahů rovnoběžníku |
| **Červen** | **Lichoběžníky:**<br>- obvod a obsah lichoběžníků<br>- konstrukce lichoběžníku |

**Tabulka 4: Tematický a časový plán učiva matematiky 7. ročníku (zdroj: volně upraveno dle ŠVP ZŠ Opava, Boženy Němcové 2, 2019)**

### 8. ročník

| Časový plán | Učivo |
|---|---|
| **Září** | **Opakování učiva 7. ročníku:**<br>- celá čísla<br>- racionální čísla<br>- poměr, trojčlenka, přímá a nepřímá úměrnost<br>- procenta<br>- shodnost, shodná zobrazení<br>- rovnoběžníky, lichoběžník<br>- hranoly<br>- obvod a obsah lichoběžníků<br>- konstrukce lichoběžníku |
| **Říjen** | **Hranoly:**<br>- hranol<br>- náčrt a konstrukce sítě<br>- odhad a výpočet objemu a povrchu<br>- jednotky objemu a obsahu (opakování) |
| **Listopad** | **Druhá mocnina a odmocnina:**<br>- výpočet druhé mocniny (umocňování)<br>- výpočet druhé odmocniny (odmocňování) |
| **Listopad** | **Pythagorova věta:**<br>- Pythagorova věta<br>- Pythagorova věta v rovině |

| | |
|---|---|
| | - Pythagorova věta v prostoru |
| **Prosinec** | **Výrazy:**<br>- číselné výrazy<br>- výrazy s proměnnými, hodnota výrazu<br>- výrazy v matematice i v životě |
| **Leden, únor** | **Mnohočleny:**<br>- pojem jednočlen a mnohočlen<br>- sčítání a odčítání mnohočlenů<br>- násobení mnohočlenů<br>- druhá mocnina dvojčlenu<br>- rozklad mnohočlenu na součin vytýkáním před závorku<br>- rozklad mnohočlenu na součin pomocí vzorců |
| **Březen** | **Lineární rovnice:**<br>- rovnost<br>- řešení lineárních rovnic, ekvivalentní úpravy<br>- výpočet neznámé ze vzorce<br>- řešení slovních úloh užitím rovnic |
| **Duben** | **Statistika:**<br>- statistické šetření<br>- diagramy<br>- aritmetický průměr |
| **Duben, květen** | **Kružnice, kruh, konstrukční úlohy:**<br>- kružnice, kruh – vlastnosti<br>- kružnice a přímka – vzájemná poloha<br>- dvě kružnice – vzájemná poloha<br>- délka kružnice, obvod kruhu<br>- obsah kruhu<br>- Thaletova věta, množina bodů dané vlastnosti v rovině<br>- konstrukce trojúhelníků<br>- konstrukce lichoběžníků |
| **Červen** | **Válec:**<br>- válec a jeho síť<br>- povrch válce<br>- objem válce |

**Tabulka 5: Tematický a časový plán učiva matematiky 8. ročníku (zdroj: volně upraveno dle ŠVP ZŠ Opava, Boženy Němcové 2, 2019)**

**9. ročník**

| Časový plán | Učivo |
|---|---|
| **Září** | **Opakování učiva 8. ročníku:**<br>- mocniny s celým mocnitelem<br>- celistvé výrazy a jejich úpravy<br>- lineární rovnice<br>- konstrukční úlohy |
| **Září – prosinec** | **Výrazy:**<br>- lomený výraz<br>- definiční obor výrazu<br>- krácení a rozšiřování lomených výrazů<br>- sčítání a odčítání lomených výrazů<br>- násobení a dělení lomených výrazů<br>- početní výkony s lomenými výrazy<br>- složený lomený výraz |
| **Leden** | **Lineární rovnice s neznámou ve jmenovateli:**<br>- řešení lineárních rovnic<br>- řešení lineárních rovnic s neznámou ve jmenovateli<br>- slovní úlohy vedoucí k řešení obtížnějších lineárních rovnic s neznámou ve jmenovateli |
| **Únor** | **Soustavy rovnic:**<br>- soustava dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými<br>- řešení soustavy dvou rovnic pomocí sčítací a dosazovací metody a graficky<br>- řešení slovních úloh vedoucích k řešení soustavy lineárních rovnic<br>- řešení slovních úloh nazývaných slovní úlohy "na pohyb", "na společnou práci", "na směsi" |
| **Březen** | **Funkce:**<br>- pravoúhlá soustava souřadnic<br>- funkce – definiční obor funkce, množina hodnot funkce<br>- závislá a nezávislá proměnná<br>- graf funkce<br>- určování z tabulek a grafů různých závislostí, které jsou zadáním funkce<br>- sestrojování grafů funkce podle daných tabulek<br>- lineární funkce a její vlastnosti, graf lineární funkce<br>- určování, kdy je funkce rostoucí, kdy klesající a proč<br>- přímá úměrnost jako zvláštní případ lineární funkce<br>- grafické řešení soustavy dvou lineárních rovnic<br>- užití grafu lineární funkce k řešení úloh z praxe<br>- nepřímá úměrnost y =k/x a její graf |
| **Duben** | **Podobnost:**<br>- podobnost<br>- věty o podobnosti trojúhelníků<br>- podobnost, určování podobných útvarů v rovině |

| | |
|---|---|
| | - poměr podobnosti<br>- podobnost trojúhelníků<br>- věty o podobnosti trojúhelníků sss, sus, uu<br>- dělení úsečky v daném poměru, praktické zmenšování a zvětšování rovinných obrazců v daném poměru |
| **Květen** | **Tělesa:**<br>- kužel<br>- jehlan<br>- koule<br>- povrch a objem těles |
| **Červen** | **Finanční matematika:**<br>- jistina<br>- úrok – výpočet úroku<br>- úroková doba – určování počtu dní úrokové doby<br>- úrokovací období<br>- úroková míra<br>- jednoduché úrokování |

**Tabulka 6: Tematický a časový plán učiva matematiky 9. ročníku (zdroj: volně upraveno dle ŠVP ZŠ Opava, Boženy Němcové 2, 2019)**

# 3 Gradované úlohy

V odborné literatuře není jednoznačně vymezen pojem gradovaná série úloh. Jaroslava Brincková (2006) definuje pojem jako skupinu úloh procvičující jednu oblast matematického učiva se stupňovanou náročností úloh v jedné sérii úloh, přičemž každá úloha obsahuje tři různě náročné varianty. Nejsou označené stupnicí, ale jako A, B, C – varianty. Nejlehčí úlohy v sérii označujeme jako variantu „A“, středně těžké jako variantu „B“ a nejtěžší jako variantu „C“. Úlohy však můžou být zadané také formou příkladu nebo písemného procvičení určitého algoritmu. Gradované písemné práce jsou sestavené z různých sérií úloh tak, že v každé sérii jsou tři úlohy různé obtížnosti. Žáci si podle svých schopností vyberou z každé série vždy jen jednu úlohu. Žák řeší tolik úloh, kolik je v písemné práci sérií. Je hodnocený dvouvektorovou známkou, např. [2;1]. Dvojka je za výběr skupiny úloh, která odpovídá náročnosti „2“ a jednička je za správné řešení příkladu.

Kromě Brinckové se v České republice a na Slovensku zabývá gradací úloh v matematice také Jaroslav Švrček (2014), jehož definice zní: „Nechť $n$ je přirozené číslo ($n > 1$). Gradovaným řetězcem matematických úloh rozumíme konečnou posloupnost $(P_i)_{i=1}^{n}$ úloh, v níž každá úloha $P_j$, kde $2 \leq j \leq n$, tematicky navazuje na úlohy $P_i (1 \leq i < j)$ a přitom řešení úlohy $P_j$ vyžaduje objevení a zvládnutí nových poznatků (nepoužitých v $P_i$). Přirozené číslo $n$ nazýváme stupněm gradovaného řetězce matematických úloh.“

Gradované úlohy slouží k diferenciaci výuky, umožňují učiteli zohlednit potřeby všech žáků. Prostřednictvím několikastupňové obtížnosti úloh mohou i žáci se slabšími učebními výsledky zažít v hodinách matematiky úspěch, což zvyšuje jejich sebevědomí a motivaci snažit se dál, aby cítili, že zvýšené úsilí se vyplatí. Naopak nadaní žáci mohou využít své matematické schopnosti v náročnějších úlohách, v hodinách se nenudí a rozvíjejí své kritické myšlení.

Je několik způsobů, jak zavést gradované úlohy do výuky. Mohou to být výše zmiňované gradované písemné práce, dále domácí úkol, samostatná práce žáků v hodinách a jiné. Vhodné materiály pro diferencovanou výuku zpracovává vzdělávací agentura EDUPRAXE s.r.o., která vytváří výukové karty pro diferencovanou třídu. Tyto karty jsou vhodné pro individualizaci výuky a zároveň motivují žáky pracovat dle jejich možností. Agentura nabízí karty zaměřené na učivo matematiky, českého, anglického, německého a ruského jazyka, chemie, zeměpisu a fyziky. Jedna sada obsahuje laminované karty velikosti A6 nebo pracovní listy s úkoly několika úrovní, tyto úrovně jsou odlišeny barevně. Součástí sady jsou také karty či listy s řešením. Žáci si v hodině vyberou úroveň a mají poté možnost si své odpovědi samostatně zkontrolovat. Výhodou této metody je svobodná volba žáka, žák je veden k tomu, aby si dle svého uvážení vybral úroveň, kterou věří, že zvládne. V průběhu plnění zadaných úkolů má žák možnost si vzít jinou úroveň, jestliže mu jeho předchozí volba nevyhovuje. Všichni žáci pracují na jim vyhovující úrovni a učitel se může věnovat slabším žákům, pro které je náročná i jednoduchá úroveň.

Agentura EDUPRAXE s.r.o. nabízí výukové karty zaměřené na druhý stupeň ZŠ na témata:

- Číselné výrazy – přirozená čísla,
- Dělitelnost přirozených čísel 1,
- Dělitelnost přirozených čísel 2,
- Číselné výrazy – desetinná čísla,
- Číselné výrazy – celá čísla,
- Sčítání a odčítání zlomků,
- Násobení a dělení zlomků,
- Poměr,
- Druhá mocnina a odmocnina,
- Algebraické výrazy 1 (sčítání, odčítání, násobení),
- Algebraické výrazy 2 (vzorce).

Významným matematikem, který se gradovanými úlohami zabývá, je Milan Hejný. Jedním z klíčových principů Hejného metody je princip přiměřené výzvy, proto mají všechny učebnice vytvářené dle této metody úlohy všech obtížností. Účelem je, aby i slabší žáci byli schopni vyřešit nějaké úlohy a tím se předchází pocitům úzkosti a strachu z nadcházejících hodin matematiky. Naopak nadaní žáci mají možnost řešit těžší úlohy a tím se v hodinách nenudí. Úkolem učitele je rozdělit úlohy ve třídě podle schopností jednotlivých žáků a způsobem, který bude žáky neustále motivovat. Má-li například úloha šest částí a) až f), je cílem, aby část a) vypočítali všichni žáci, naopak část f) by mělo být schopno vypočítat 10 % žáků, popřípadě pouze jeden žák v celé třídě. Hejného metoda věnuje velkou pozornost nadaným žákům, cílem je nenechat je nudit se, ale stavět před ně další a další výzvy. (Hejného metoda, 2019)

Nejčastěji se používají tříúrovňové gradované úlohy, což uvádí také Brincková (2006). Je několik způsobů, jak gradované úlohy pojmout. Jednou možností je na jedno téma vytvořit tři úlohy, které spolu nesouvisí: jednoduchou, složitější a náročnou (na tomto principu je postavena praktická část této diplomové práce).

Příklad:

A) Najdi nejmenší společný násobek čísel 36 a 48.
B) Najdi nejmenší společný násobek čísel 27, 51 a 81.
C) Učitelka první třídy měla na začátku školního roku spravedlivě rozdělit mezi žáky 87 tužek, 145 malých a 116 velkých sešitů. Kolik dětí bylo ve třídě? Kolik tužek, malých a velkých sešitů dostal každý žák? (Dytrych, Livňanská, Dobiasová, 2001, s. 14)

Další možností je vytvoření úlohy a otázky vztahující se ke stejnému zadání gradují.

Příklad:

Pan Dvořák vydělá měsíčně 24 375 Kč, paní Dvořáková 16 894 Kč a maminka pana Dvořáka, která s Dvořákovými bydlí, přispěje měsíčně do společné domácnosti 6 500 Kč.

A) Kolik vydělá paní Dvořáková za celý rok, jestliže bude mít každý měsíc stejný plat?
B) Kolik vydělají manželé Dvořákovi celkem za rok?
C) Kdyby Dvořákovi (včetně maminky) z těchto peněz nic neutratili, mohli by si za 5 let našetřit 3 miliony na nový dům?

V obou typech zadávání gradovaných úloh žáci postupně řeší příklady, případně jim můžeme dát vybrat, kterou variantu a obtížnost chtějí vypočítat.

# 4 Didaktické testy

V praktické části měli žáci při testování za úkol vyplnit didaktický test, proto se následující text zabývá dělením didaktických testů a typům testových úloh.

Pojem didaktický test je autory definován různě. Byčkovský (1982) definuje pojem jako „nástroj systematického zjišťování (měření) výsledků výuky“.

Kvalitně připravený didaktický test je jednou z možností, jak může pedagog získat informace o tom, jak probíhá výuka a jakých výsledků žáci dosahují. (Průcha, 2009)

Základními vlastnostmi didaktického testu jsou validita, reliabilita, praktičnost, obtížnost, citlivost. (Průcha, Walterová, Mareš, 2003)

**Testy lze dělit dle níže uvedených hledisek**:

- měřená charakteristika výkonu
  - **testy rychlosti** zjišťují, jak rychle jsou žáci schopni vyřešit určitý typ testových úloh, testy mají přesně stanovený časový limit a obsahují snadné úlohy, jelikož se předpokládá, že je všichni žáci zvládnou vyřešit a liší se pouze v rychlosti jejich řešení,
  - **testy úrovně** nepoužívají žádné časové limity, hodnotí se pouze úroveň vědomostí a dovedností. V praxi se však časový limit stanovuje a to takový, aby přerušil práci pouze nejpomalejším žákům,
- dokonalost přípravy testu a jeho příslušenství
  - **standardizované testy** jsou připraveny profesionálně a jsou ověřovány. Součástí testu bývá příručka, která dává uživateli informace o vlastnostech testu a jeho správném použití, a standard pro hodnocení,
  - **nestandardizované testy** nejsou ověřovány na větším vzorku žáků a nejsou tedy známy všechny jeho vlastnosti. Při přípravě těchto testů se nerealizují všechny kroky, jež jsou obvyklé při přípravě standardizovaných testů,
- povaha činnosti testovaného
  - **kognitivní test** měří kvalitu poznání u žáků,
  - **psychomotorický test** zjišťuje výsledky psychomotorického učení,

- míra specifičnosti učení zjišťovaného testem
  - **test výsledků výuky** měří, co se žáci v dané oblasti naučili, a proto je důležité, aby byl v souladu s obsahem a způsobem výuky,
  - **test studijních předpokladů** je zaměřený na zjišťování specifického studijního potenciálu žáků,
- interpretace výkonu
  - **test rozlišující** (test relativního výkonu) srovnává výkon žáka s ostatními žáky, bývá také označován jako statisticko-normativní test,
  - **test ověřující** (test absolutního výkonu) nesrovnává výkon žáka s jinými žáky, ale prověřuje úroveň vědomostí žáka ve vymezené části učiva, bývá také označován jako kriteriální test,
- časové zařazení do výuky
  - **vstupní testy** jsou zadávány na začátku učebního celku a slouží k zjištění úrovně vědomostí a dovedností, které jsou důležité pro zvládnutí daného učebního celku, test je také důležitým zdrojem informací pro realizaci diferencované výuky,
  - **průběžné testy** jsou zadávány v průběhu výuky a dávají zpětnou vazbu učiteli, která je zapotřebí pro optimalizaci výuky,
  - **výstupní testy** jsou zadávány na konci tematického celku či na konci výukového období, poskytují informace pro hodnocení žáků,
- tematický rozsah
  - **monotematické testy** zkouší jedno téma učební látky,
  - **polytematické testy** zkouší učivo několika témat či celků,
- míra objektivního skórování
  - **objektivně skórovatelné testy** obsahují úlohy, u kterých lze objektivně rozhodnout, zda při jejich řešení byl použit správný postup či nikoliv,
  - **subjektivně skórovatelné testy** obsahují úlohy, u kterých nelze stanovit jednoznačná pravidla pro skórování.

**Testové úlohy se rozlišují podle způsobu řešení daných úloh**:

- **otevřené široké úlohy** vyžadují rozsáhlejší odpověď, používají se při zkoušení větších celků osvojených za delší časové období a jsou vhodné pro zkoušení vyšších úrovní osvojení učiva,
- **otevřené úlohy se stručnou odpovědí** požadují po žákovi vlastní stručnou odpověď, jedná se buď o produkční úlohu, kdy je žákovi udělena otázka, na kterou má odpovědět, nebo doplňovací, kdy žák do věty doplní odpověď,
- **uzavřené dichotomické úlohy** dávají žákovi možnost vybrat jednu ze dvou alternativních odpovědí, kterou považuje za správnou, nevýhodou tohoto typu úloh je možnost uhádnout správnou odpověď bez příslušných znalostí,
- **uzavřené úlohy s výběrem odpovědí** mohou mít pouze jednu správnou odpověď, více správných odpovědí, jednu nesprávnou odpověď nebo nejvíce pravděpodobnou odpověď,
- **uzavřené přiřazovací úlohy** obsahují dvě množiny pojmů, úkolem je správně přiřadit pojmy jedné množiny k pojmům druhé množiny, zpravidla mívá jedna množina více pojmů než druhá, aby se předcházelo náhodnému přiřazování zbývajících pojmů,
- **uzavřené seřazovací úlohy** dávají žákům za úkol uspořádat pojmy do řady podle určitého hlediska stanoveného v zadání. (Metodický portál, 2011)

# 5 Matematické úlohy a jejich řešení

Praktická část této diplomové práce je zaměřena na testování žáků prostřednictvím didaktického testu, který obsahuje učební úlohy, a z velké části především slovní úlohy. Proto je následující část diplomové práce věnována matematickým úlohám a jejich řešení.

## 5.1 Učební úlohy v matematice

Podle Nováka (1999) je učební úlohou každá situace, která podněcuje řešitele k uvědomělé činnosti, jenž směřuje k dosažení stanoveného učebního cíle. Tato činnost se zaměřuje na všechny aspekty učení:

- obsahový – objevení nových matematických poznatků, opakování učiva či ověřování zvládnutí daného učiva,
- operační – vyjadřuje, které učební úlohy a poznávací činnosti a operace použije žák při řešení úlohy,
- stimulační (motivační) – zájmy, sklony a potřeby žáka, jde o schopnost navodit právě ty aktivity, které jsou k úspěšnému řešení úlohy zapotřebí,
- formativní – umožňuje dosažení výsledku a k osvojení činnosti, která k výsledku směřuje,
- regulativní – úloha je prostředkem, kterým je možné žákovu činnost organizovat a řídit.

Matematické učební úlohy a jejich řešení tvoří jádro vyučování matematiky, a to na všech typech a stupních škol. Vyšín (1962) tvrdí: „Nikdo nemůže po prostudování určitého úseku matematické teorie tvrdit, že tento úsek ovládl, pokud není schopen své znalosti aplikovat při řešení matematických úloh… Jeden z cílů vyučování matematice je třeba spatřovat v dovednosti samostatně řešit matematické úlohy.“

Matematické úlohy plní důležitou didaktickou funkci:

- motivují – mají za úkol vyvolat zájem žáků o probírané učivo, aktivizovat žáky, zdůvodnit užitečnost daného učiva, upoutat pozornost žáků a vytvořit vhodné pracovní prostředí,
- napomáhají při výkladu nového učiva – pomáhají objasnit nový pojem nebo nový matematický poznatek. Úlohy umožňují názorně objasnit podstatu nového pojmu,
- aplikují, procvičují a upevňují – úlohy dávají žákům možnost využít osvojené vědomosti a dovednosti při řešení praktických a reálných problémů. V případě

procvičování tvoří úlohy obvykle didakticky promyšlenou řadu, která nabízí několik úrovní obtížnosti úloh,

- diagnostikují – prostřednictvím řešení úloh dochází ke kontrole dosažené úrovně vědomostí a dovedností žáka, většinou formou písemných zkoušek. (Novák, 1999)

Matematické úlohy mohou být netextové, což jsou například úlohy na základní početní výkony, rovnice a nerovnice, konstrukční úlohy, a textové neboli slovní úlohy, které mají v matematickém vyučování velký význam.

## 5.2 Slovní úlohy a jejich řešení

Slovní úlohou se rozumí matematická úloha, která je formulována slovy v přirozeném jazyce, nikoliv matematickou symbolikou. Slovy je v úloze vyjádřen vztah mezi podmínkami a otázkou, což jsou dvě základní složky každé úlohy. Slovní úlohy rozvíjejí didaktickou zásadu spojení teorie s praxí, kdy námětem úloh může být jakákoliv reálná situace. Prostřednictvím slovních úloh je rozvíjeno logické myšlení žáků a schopnost aplikovat nabyté vědomosti do praxe. S řešením slovních úloh se žáci setkávají již od 1. ročníku základních škol a prolínají se celým matematickým učivem.

Slovní úloha může být jednoduchá nebo složená. Při řešení jednoduché slovní úlohy stačí použít pouze jednu početní operaci. Při řešení složených slovních úloh je zapotřebí použít více než jednu početní operaci. Existují také nepřímé slovní úlohy, které se obvykle řeší opačným početním úkonem, než naznačuje formulace zadání.

Ve výuce matematiky hrají důležitou roli také úlohy s nadbytečnými nebo chybějícími údaji. Při řešení těchto typů úloh je zapotřebí, aby žáci pozorně analyzovali zadání, je tím rozvíjen postřeh, pozornost a úsudek žáků. (Novák, 1988)

**Postup řešení slovních úloh**

Postup řešení slovních úloh se učí již od 1. ročníku základních škol, kdy žáci přijdou se slovními úlohami do styku poprvé. Žáci jsou tím vedeni k uplatňování metody práce, kterou mohou uplatnit při řešení složitějších slovních úloh ve vyšších ročnících, ale také při řešení nejrůznějších dalších praktických problémů.

**Fáze řešení slovní úlohy:**

a) Porozumění textu

Při čtení zadání úlohy musí žák pochopit, které údaje jsou zadány a co je předmětem otázky. Je důležité, aby se žáci důkladně orientovali v textu zadání. V případě dlouhého zadání může být pro žáky náročné orientovat se v textu. Problém může nastat také při řešení úloh, které obsahují údaje, které nejsou k řešení úlohy potřebné. Žáci mají tendenci zahrnout do řešení veškeré údaje, které jsou v zadání obsaženy, proto je nadbytečné údaje mohou zmást.

b) Rozbor

Rozbor slovní úlohy je zapotřebí udělat důkladně. Ze zadání se musí vyčíst, které údaje jsou zadány, které se musí vypočítat a jaký je vztah mezi podmínkou a otázkou. V případě správného pochopení vztahu mezi podmínkou a otázkou, je možné správně zvolit početní operace, které jsou zapotřebí k řešení úlohy. Pro rozbor je vhodné vytvořit stručný záznam zadání, ve kterém se znázorní vztahy mezi údaji. Tento záznam může mít grafickou podobu, která dává žákům názornou představu.

c) Matematizace reálné situace

Reálné situace, které je možné řešit matematickými prostředky, mohou být převedeny na matematické úlohy. Toto převedení se označuje jako matematizace reálné situace. Na základě rozboru slovní úlohy se zapisují vztahy mezi zadanými a hledanými údaji, a to pomocí matematických výrazů. Pro označení neznámých údajů je nutné zavést vhodné označení, na nižším stupni základní školy to obvykle bývá otazník, na vyšším stupni bývá tato neznámá obvykle označena písmenem. V této fázi tedy dochází k přepisu slovní úlohy na konkrétní matematickou úlohu.

d) Provedení odhadu výsledku

U některých slovních úloh je důležité odhadnout výsledek. Odhady se obvykle provádí pomocí zaokrouhlených čísel.

e) Řešení matematické úlohy

Následuje vyřešení matematické úlohy. Správnost řešení slovní úlohy tedy nezáleží pouze na schopnosti žáků matematizovat reálné situace, ale také na jejich schopnosti vypočítat vytvořené početní operace.

f) Zkouška správnosti

   Po získání výsledků je nutné ověřit jeho správnost. Zkouškou podrobujeme matematickou úlohu, kterou jsme vytvořili ze zadání. To ale nestačí a je nutné dosadit výsledek také do zadání slovní úlohy a posoudit jej vzhledem k realitě popsané v úloze. Pokud by žáci kontrolovali pouze správnost výpočtů matematické úlohy, neodhalili by případnou chybu, která mohla nastat při matematizaci slovní úlohy. Dvojí kontrola je tedy nezbytnou součástí řešení slovních úloh.

g) Odpověď na otázku slovní úlohy

   Po provedení zkoušky následuje formulace stručné slovní odpovědi podle zadání úlohy. Bez slovní odpovědi není řešení slovní úlohy kompletní.

Aby žáci správně vyřešili slovní úlohy, musí jejich řešení procvičovat, což mohou dělat také tím, že slovní úlohy sami vytvářejí. Jako autoři slovních úloh postupují opačně – pro početní úlohu vytvářejí slovní zadání dané úlohy. (Blažková, Matoušková, Vaňurová, 2007)

# 6 Vybrané učivo druhého stupně základních škol

Tato kapitola se zabývá vybraným učivem druhého stupně základních škol, které je zařazeno do didaktického testu. Autorka práce vybírala učivo na základě vlastního uvážení, přičemž brala v potaz možnost gradace úloh a vytvoření slovních úloh na daná témata. Z důvodu časové náročnosti řešení konstrukčních úloh, nebyly tyto úlohy do testu zařazeny.

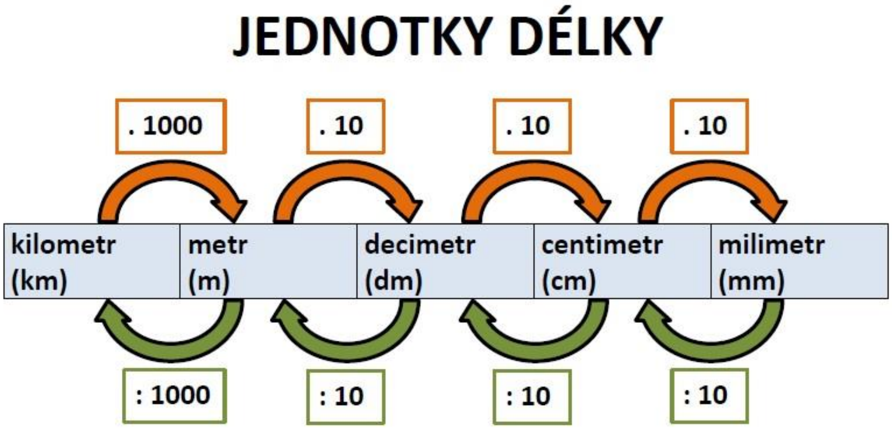
Jednotlivá témata jsou představena v pořadí, v jakém jsou vyučována na ZŠ Opava, Boženy Němcové 2, na které byl výzkum realizován, tedy podle tematických plánů této školy, jež jsou uvedeny v kapitole 2. U každého tématu je pro ukázku uveden příklad z učebnice.

## 6.1 Převod jednotek

S převodem jednotek se žáci setkávají již na prvním stupni základní školy, na druhém stupni se toto učivo prohlubuje prostřednictvím praktických příkladů a slovních úloh.

Učivo zahrnuje jednotky délky, obsahu plochy, objemu, objemu kapalin a plynů, měřící hmotnost a čas.

Didaktickou pomůckou pro převod jednotek jsou převodní tabulky, nejčastěji se využívají tabulky tohoto typu, kdy žáci názorně vidí vztah mezi jednotlivými jednotkami:




**Obrázek 1: Tabulka převodu jednotek délky (zdroj: https://www.eschovka.cz/product/?pid=1079, 2017)**

Příklad:

(Eisler, 1999)

s. 96/př. 17 g

Vypočtěte hmotnost 1000 stejných výrobků ze železa, z nichž každý má hmotnost 3,95 kg. Výsledek zaokrouhlete na celé tuny.

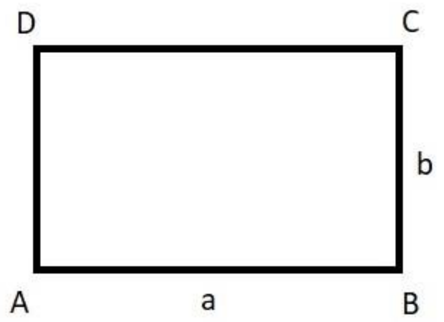
## 6.2 Obsah a obvod rovinných útvarů

Následující část textu se zabývá rovinnými útvary, které jsou obsaženy v matematických úlohách didaktického testu, jež je součástí praktické části této diplomové práce, jedná se o obdélník, čtverec a kruh.

### 6.2.1 Obdélník

Obdélník je pravoúhlý čtyřúhelník, který na rozdíl od jiných čtyřúhelníků má všechny úhly pravé. Obdélník je rovnoběžník, což znamená, že dvojice jeho protějších stran jsou rovnoběžné a shodné, jsou stejně dlouhé. (Delventhal, Kissner, Kulick, 2004)

To znamená, že pro strany obdélníku ABCD platí $a = c$ a $b = d$.




**Obrázek 2: Obdélník (zdroj: autorka práce, 2019)**

Obvod obdélníku je roven součtu délek všech jeho stran:

$$o = a + b + a + b = 2a + 2b = 2(a + b)$$

Obsah obdélníku je roven součinu délek dvou navzájem kolmých stran:

$$S = a * b = b * c = c * d = d * a$$

Příklad:

(Dytrych, Livňanská, Dobiasová, 2001)

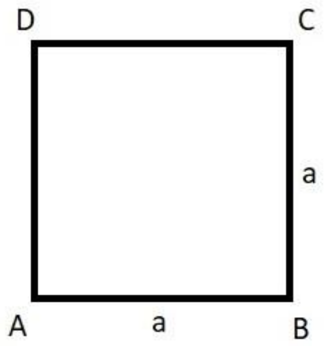
s. 201/cv. 11

Vypočítejte délku letiště tvaru obdélníku, jehož šířka je 500 m výměra 0,75 $km^2$.

### 6.2.2 Čtverec

Čtverec je obdélník, v němž mají všechny strany stejnou délku.

Odtud pro čtverec ABCD plyne, že $a = b = c = d$.




**Obrázek 3: Čtverec (zdroj: autorka práce, 2019)**

Obvod čtverce je součet délek všech jeho stran:

$o = a + a + a + a = 4 * a$

Stejně jako u obdélníku je obsah čtverce součinem dvou sousedních stran. Protože všechny strany čtverce mají stejnou délku, plyne odtud vzorec pro obsah čtverce:

$S = a * a = a^2$

Příklad:

(Dytrych, Livňanská, Dobiasová, 2001)

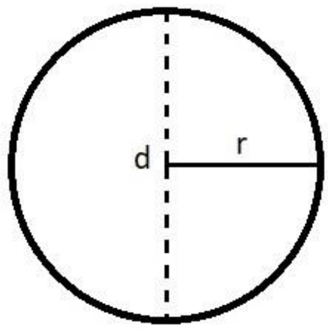
s. 201/cv. 12

Vypočítejte výměru zahrádky tvaru čtverce o straně délky 6,1 m. Zjistěte, kolik metrů pletiva je třeba na oplocení tohoto pozemku.

### 6.2.3 Kruh

Kruh je možné považovat za pravidelný mnohoúhelník, který má nekonečně mnoho stran. Čím větší *n*, tím více se pravidelný *n*-úhelník blíží kruhu.

Pro výpočet obvodu a obsahu kruhu je zapotřebí znát jeho poloměr, což je délka úsečky spojující střed kruhu s libovolným bodem na obvodové kružnici, nebo jeho průměr, který je roven dvojnásobku poloměru kruhu. Pro tyto výpočty je zapotřebí znát tzv. Ludolfovo číslo značené $\pi$, jehož hodnota je přibližně 3,14. (Delventhal, Kissner, Kulick, 2004)




**Obrázek 4: Kruh (zdroj: autorka práce, 2019)**

Obvod kruhu:

$o = 2 * \pi * r$

nebo

$o = \pi * d$

Obsah kruhu:

$S = \pi * r^2$

<u>Příklad:</u>

(Odvárko, Kadleček, 2000)

s. 31/cv. 11

Vypočítej

a) obsah kruhu, který má obvod 120 cm,
b) obvod kruhu, který má obsah 400 m$^2$.

Získaná čísla zaokrouhli na jednotky.

V učivu obsahu a obvodu rovinných útvarů je důležité, aby žáci znali základní vlastnosti daných útvarů. Žáci se učí načrtnout, zkonstruovat a popsat tyto útvary.

## 6.3 Nejmenší společný násobek a největší společný dělitel

Učivo nejmenší společný násobek a největší společný dělitel přímo navazuje na učivo dělitelnost a znaky dělitelnosti, proto je následující podkapitola zaměřena také na toto učivo.

**Definice dělitelnosti** v oboru celých čísel dle Zhoufa (2002):

V oboru $Z$ pro libovolnou dvojici celých čísel $a, b \neq 0$ definujeme: Číslo $a$ je dělitelné číslem $b$, právě když existuje takové celé číslo $k$, že platí $a = b*k$, tj. když číslo $a$ je násobkem [ $k$ -násobkem] čísla $b$ . Říkáme pak též, že číslo $b$ je dělitelem čísla $a$ nebo že číslo $b$ dělí číslo $a$. Píšeme $b \mid a$ .

• číslo $k$ se nazývá podíl čísla $a$ při dělení číslem $b$,

• v oboru $Z$ mají čísla $a, -a$ právě tytéž dělitele,

• čísla $1, -1, a, -a$ se nazývají nevlastní [samozřejmé, triviální] dělitelé čísel $a, -a$ v oboru $Z$; existují-li další dělitelé čísla $a \in Z$ , nazývají se vlastní [nesamozřejmé, netriviální] dělitelé,

• každé celé číslo je dělitelem nuly, ale nula není dělitelem žádného celého čísla různého od nuly.

**Číslo je dělitelné:**

| | |
|---|---|
| dvěma, | je-li na místě jednotek jedna z číslic 0, 2, 4, 6, 8; |
| třemi, | je-li jeho ciferný součet dělitelný třemi; |
| čtyřmi, | je-li poslední dvojčíslí dělitelné čtyřmi; |
| pěti, | je-li na místě jednotek číslice 0 nebo 5; |
| šesti, | je-li dané číslo sudé a je dělitelné třemi; |
| sedmi, | je-li dělitelný sedmi součet vypočtený tak, že první, druhou, třetí… *n*tou číslici odzadu vynásobím postupně čísly periodicky se opakujícími 1, 3, 2, 6, 4, 5, 1, 3, 2…; |
| osmi, | je-li poslední trojčíslí dělitelné osmi; |
| devíti, | je-li jeho ciferný součet dělitelný devíti; |
| desíti, | je-li na místě jednotek číslice 0. |

Žákům jsou předkládána výše zmiňovaná pravidla, která se mají naučit. Pravidlo, kdy je číslo dělitelné sedmi, je pro žáky složité, proto se ho žáci neučí.

**Prvočíslem** nazýváme přirozené číslo, které má pouze dva dělitele, a to 1 a samo sebe.

**Složeným číslem** nazýváme přirozené číslo, které má alespoň 3 různé dělitele.

Číslo 1 není prvočíslem ani složeným číslem, jelikož má pouze jednoho dělitele, a to samo sebe.

**Prvočíselným rozkladem** čísla se rozumí zápis čísla pomocí součinu prvočísel.

**Společný násobek** čísel $a$, $b$ je číslo, které je dělitelné oběma čísly.

**Společný dělitel** čísel $a$, $b$ je číslo, které obě čísla dělí (beze zbytku). (Čermák, Červinková, 2002)

**Nejmenším společným násobkem** přirozených čísel $n_1, n_2, \dots, n_x$ je číslo, které je násobkem každého z čísel $n_1, n_2, \dots, n_x$ a je minimální. Nejmenší společný násobek čísel $n_1, n_2, \dots, n_x$ značíme jako: $n\,(n_1, n_2, \dots, n_x)$.

Výpočet:

Nejjednodušším způsobem výpočtu nejmenšího společného násobku čísel $n_1, n_2, \dots, n_x$ je tato čísla rozložit na prvočísla a z rozkladů vybrat prvočinitele v nejvyšších mocninách. Jejich následným vynásobením získáme $n\,(n_1, n_2, \dots, n_x)$. (Algoritmy.net, 2019)

<u>Příklad:</u>

Vypočítej nejmenší společný násobek čísel 20 a 8.

$20 = 2 * 2 * 5 = 2^2 * 5^1$

$8 = 2 * 2 * 2 = 2^3$

$n(20,8) = 2^3 * 5^1 = 40$

**Největším společným dělitelem** přirozených čísel $n_1, n_2, \dots, n_x$ je číslo, které dělí každé z těchto čísel, a je maximální.

Výpočet:

Nejjednodušším způsobem výpočtu největšího společného dělitele je rozložit jednotlivá zkoumaná čísla $n_1, n_2, \dots, n_x$ na prvočísla a z nich vybrat prvočinitele v nejmenší společné mocnině (nejmenším z exponentů). Vynásobením prvočinitelů v příslušných mocninách získáme největšího společného dělitele daných čísel. (Algoritmy.net, 2019)

Příklad:

Vypočítej největší společný dělitel čísel 288 a 420.

$288 = 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 3 * 3 = 2^5 * 3^2$

$420 = 2 * 2 * 3 * 5 * 7 = 2^2 * 3^1 * 5^1 * 7^1$

$D(288{,}420) = 2^2 * 3^1 = 2 * 2 * 3 = 12$

## 6.4 Poměr

Poměr je podíl dvou čísel nebo veličin, např. 2:3. Výměnou prvního členu s druhým získáme převrácený poměr, tedy 3:2. Tento poměr značí, že na 2 dílky (něčeho), připadají 3 dílky (něčeho jiného).

Příklad:

(Dytrych, Livňanská, Dobiasová, 2001)

s. 60/př. 1

Dva brigádníci dostali za vykonanou práci peněžní odměnu ve výši 1500 Kč. O výdělek se rozdělili v poměru počtu odpracovaných hodin. Kolik tedy dostal každý z nich, jestliže první brigádník pracoval v pondělí 7 hodin a v úterý 4 hodiny a druhý brigádník v pondělí 6 hodin a v úterý 8 hodin?

## 6.5 Procenta

Procenta označují nějakou část z celku. Celek odpovídá 100 % a nazývá se základ. Počtu procent odpovídá část celku, která se nazývá procentová část.

Procenta se vždy dají přepsat na zlomky, např. 37 % odpovídá zlomku $\frac{37}{100}$, tedy desetinnému číslu 0,37.

Procenta se využívají při vyjadřování části nějakého celku. Jedno procento, značí se 1 %, odpovídá jedné setině celku. (Delventhal, Kissner, Kulick, 2004)

V případě výpočtu procentové části se násobí 1 % počtem procent.

V případě výpočtu základu se procentová část dělí počtem procent a výsledek se násobí stem.

V případě výpočtu počtu procent se procentová část dělí jedním procentem.

základ … z

procentová část … č

počet procent … p

$č = z * p$

$z = č : p$

$p = č : z$

(Eisler. 1999)

Příklad:

(Dytrych, Livňanská, Dobiasová, 2001)

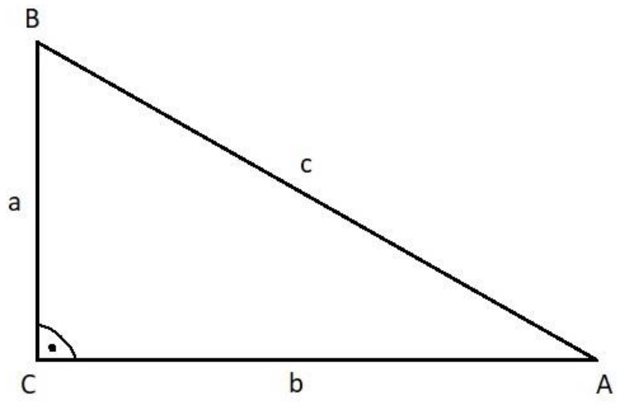
s. 29/př. 3

Zimní bunda byla dvakrát zlevněna. Nejprve o 5 %, později ještě o 10 % z nové ceny. Po dvojím zlevnění se bunda prodává za 1539 Kč. Vypočítejte její původní cenu.

## 6.6 Pythagorova věta

Pythagorova věta se týká pravoúhlého trojúhelníku. Trojúhelník je pravoúhlý, pokud je jeden z jeho vnitřních úhlů pravý, tzn. má 90°.

V pravoúhlém trojúhelníku mají strany trojúhelníku speciální názvy. Nejdelší strana pravoúhlého trojúhelníku je protilehlá pravému úhlu a nazývá se přepona. Zbývající dvě kratší strany se nazývají odvěsny. (Delventhal, Kissner, Kulick, 2004)




**Obrázek 5: Pravoúhlý trojúhelník (zdroj: autorka práce, 2019)**

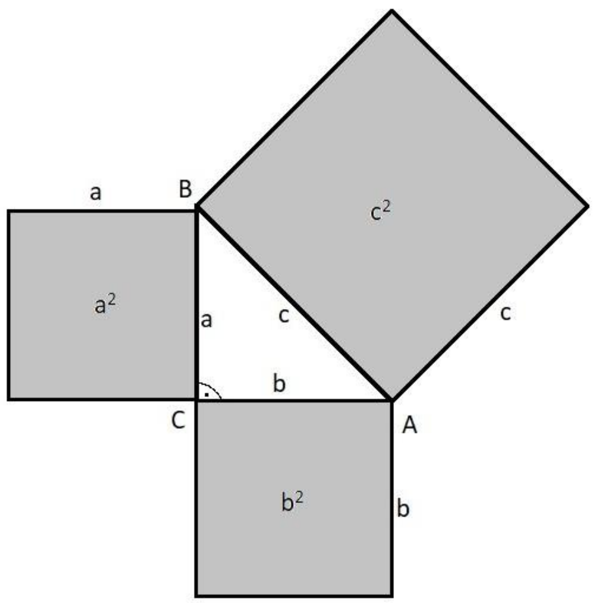
Na náčrtku výše jsou strany $a$,$b$ odvěsnami a strana $c$ přeponou.

Vzorec Pythagorovy věty:

$a^2 + b^2 = c^2$ případně $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Slovně: součet druhých mocnin délek odvěsen je roven druhé mocnině délky přepony.

Žákům je v předkládáno také jiné slovní znění Pythagorovy věty: obsah čtverce sestrojeného nad přeponou libovolného pravoúhlého trojúhelníku je roven součtu obsahů čtverců sestrojených nad oběma jeho odvěsnami. V tomto případě je pro představu žákům prezentován obrázek tohoto typu:




**Obrázek 6: Pythagorova věta (zdroj: autorka práce, 2019)**

Daná věta slouží pro výpočet délek stran pravoúhlého trojúhelníku. Ve výše prezentované podobě je vzorec upraven na výpočet přepony, po úpravách lze vypočítat také délky jeho odvěsen.

Vzorce pro výpočet délky odvěsen:

$a^2 = c^2 - b^2$ případně $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

$b^2 = c^2 - a^2$ případně $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

Příklad:

(Eisler, 1999)

s. 147/cv. 21

Rozměry Δ XYZ jsou: x = 9 cm; y = 11 cm; z = 14 cm. Zjistěte výpočtem, zda Δ XYZ je pravoúhlý.

## 6.7 Výrazy

Výraz je matematický zápis, výrazy dělíme na aritmetické (číselné) a algebraické.

**Aritmetickým výrazem** je výraz, který obsahuje pouze čísla, znaky pro početní výkony a závorky. Výsledkem tohoto výrazu je číslo. Aritmetickým výrazem je např.

$4 + (5 - 3) * (-1)$.

**Algebraický výraz** se skládá z čísel a písmen, čísla nazýváme konstanty a písmena proměnné. Algebraické výrazy se dále dělí na racionální algebraické výrazy, které neobsahují odmocniny proměnných (např. $x - 6$), a iracionální algebraické výrazy obsahující odmocniny proměnných (např. $x - \sqrt{x} + 3$).

Výraz, který obsahuje číslo, proměnnou, jejich mocninu, součin nebo podíl, se nazývá **jednočlen.** Výraz skládající se ze součtu nebo rozdílu dvou jednočlenů, se nazývá **dvojčlen**. Výrazy skládající se z daného počtu členů se obecně nazývají **mnohočleny** neboli **polynomy**.

**Lomený výraz** je zapsán ve tvaru podílu dvou výrazů, přičemž jmenovatel musí být nenulový. Stejně jako u algebraických výrazů se lomené výrazy dělí na racionální a iracionální lomené výrazy. Lomeným výrazem je např. $\frac{a^2+ab}{b^2-ab}$.

**Sčítání a odčítání výrazů**

Výrazy sčítáme (odčítáme) tak, že sečteme (odečteme) všechny konstanty a sečteme (odečteme) členy se stejnými proměnnými.

**Násobení výrazů**

V případě násobení jednočlenem se násobí člen po členu.

V případě násobení mnohočlenem se násobí tak, že všechny členy prvního mnohočlenu vynásobíme každým členem druhého mnohočlenu a součiny se sečtou.

**Úpravy algebraických výrazů**

Úpravou neboli zjednodušením algebraického výrazu se rozumí jeho vyjádření jiným (jednodušším) algebraickým výrazem, přičemž upravený výraz je roven původnímu výrazu.

Jednou z úprav je vytýkání před závorku, což se používá při rozkladu mnohočlenu na součin. Při zápisu výrazu (ab + ac) ve tvaru a(b + c) se říká, že proměnná (společný činitel) byla vytknuta před závorku.

Výrazy jsou upravovány také pomocí následujících vzorců:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^2 - b^2 = (a-b) * (a+b)$$

Vzorce existují také pro vyšší stupeň mocniny dvojčlenu (a + b), případně (a – b), avšak na základní škole se počítá pouze s výše zmíněnými vzorci. Tyto vzorce by měli žáci znát zpaměti a umět je aktivně používat při úpravách výrazů. (Janurová, Janura, 2002)

Příklad:

(Čermák, Červínková, 2002)

s. 32/cv. 1 b

Uprav v **R**:

$$\frac{9z^2 - 12z + 4}{3z - 2}$$

## 6.8 Lineární rovnice

Jsou-li $f(x)$ a $g(x)$ funkce proměnné $x$ definované na množině D ⊂ R, pak rovnicí se rozumí vztah $f(x) = g(x)$. Řešit rovnici znamená určit všechny x ∈ D, pro která se z rovnice stává pravdivá rovnost. Tato řešení tvoří obor pravdivosti K. Množina D se nazývá definiční obor. (Čermák, Červínková, 2002)

Lineární rovnicí s neznámou *x* se nazývá každá rovnice, kterou lze upravit na tvar $ax + b = 0$; $a \in R$, $b \in R$. Je-li a ≠ 0, má rovnice právě jeden kořen $x = -\frac{b}{a}$. Je-li a = 0 a b = 0, má rovnice nekonečně mnoho řešení. Je-li a = 0 a b ≠ 0, nemá rovnice řešení. (Janurová, Janura, 2002)

Pří řešení rovnic lze užít ekvivalentních úprav, což jsou úpravy, které nezmění platnost rovnice.

Na základní škole se používají následující ekvivalentní úpravy:

- Vzájemná výměna stran rovnic, tedy pokud platí $f(x) = g(x)$, platí také $g(x) = f(x)$.
- Přičtení nějakého výrazu k oběma stranám rovnice, tedy pokud platí $f(x) = g(x)$, platí také $f(x) + h(x) = g(x) + h(x)$.
- Vynásobení obou stran nenulovou funkcí, tedy pokud platí $f(x) = g(x)$, platí také $f(x) * h(x) = g(x) * h(x)$.
- Umocnění obou stran rovnice přirozeným mocnitelem v případě nezápornosti stran rovnice, tedy pokud platí $f(x) = g(x)$, platí také $f^n(x) = g^n(x)$.

Při řešení lineárních rovnic se využívají výše zmíněné ekvivalentní úpravy rovnic, aby vznikla rovnice ve tvaru $ax + b = 0$ a následně lze dle vzorce vypočítat výsledek rovnice. (Matematika.cz, 2014)

Příklad:

(Eisler, 1999)

S 117/ cv. 31 b

Řešte rovnici a proveďte zkoušku:

$5x + 16 = 2x + 19$

Dané učivo se hojně využívá při výpočtu slovních úloh, kdy žáci musí na základě zadání vytvořit rovnici.

Příklad:

(Dytrych, Livňanská, Dobiasová, 2001)

s. 185/cv. 1

Celková výměra dvou parkovišť je 900 $m^2$. První parkoviště je o 60 $m^2$ větší než polovina druhého parkoviště. Určete výměru obou parkovišť.

## 6.9 Soustava dvou lineárních rovnic o dvou neznámých

Soustavou dvou lineárních rovnic o dvou neznámých se nazývá dvojice lineárních rovnic se dvěma neznámými, které spolu souvisejí. Řešením je množina uspořádaných dvojic, jejichž souřadnice vyhovují oběma rovnicím. Při řešení soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých nastává právě jeden ze tří případů:

a) soustava má právě jedno řešení,
b) soustava má nekonečně mnoho řešení,
c) množina řešení je prázdná.

Na základní škole se žáci učí řešit soustavy rovnic těmito metodami:

- metoda dosazovací – z libovolné rovnice se vyjádří jedna neznámá a tato závislost se dosadí do druhé rovnice,
- metoda sčítací – vytvoří se takové násobky obou rovnic, že po sečtení jejich levých a pravých stran se získá nová rovnice, která obsahuje pouze jednu neznámou,
- metoda porovnání stran – z obou stran rovnic se vyjádří tatáž neznámá v závislosti na druhé a porovnají se strany obou rovnic. (Janurová, Janura, 2002)

Příklad:

(Eisler, 1999)

s. 125/cv. 26 a

Řešte soustavu rovnic:

$x + 2y = 4$

$y = x - 1$

Příklad:

(Eisler, 1999)

s. 125/cv. 27 c

Zahradník chtěl vysadit stromy do řad. Kdyby dal do jedné řady 80 stromů, zbylo by jich 18. Když by však dal do řady 85 stromů, nedostane se mu jich 12. Kolik bylo stromů a do kolika řad je chtěl zahradník vysadit?

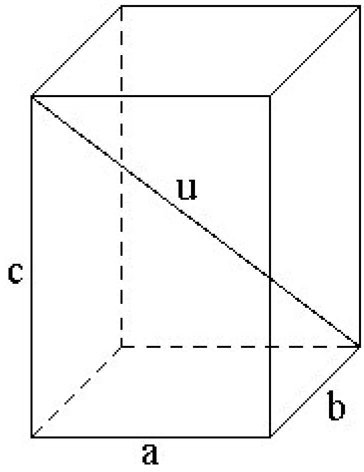
## 6.10 Povrch a objem těles

Následující část textu se zabývá tělesy, jež jsou obsaženy v matematických úlohách didaktického testu, který je součástí praktické části této diplomové práce, jedná se o kvádr a rotační válec.

### 6.10.1 Kvádr

Hranol je těleso, které je ohraničené dvěma shodnými mnohoúhelníky, ležícími ve dvou rovnoběžných rovinách, a rovnoběžníky.

Kvádr je kolmý hranol, jehož podstavou je pravoúhelník (obdélník nebo čtverec). Kvádr je ohraničený šesti obdélníky (resp. čtyřmi obdélníky a dvěma čtverci). (Janurová, Janura, 2002)




**Obrázek 7: Kvádr (zdroj: http://nhoip.blogspot.com/2013/12/krychle-kvadr.html, 2013)**

Objem jakéhokoliv tělesa se vypočítá jako obsah podstavy krát výška tělesa, v případě kvádru to tedy je:

$V = abc$

Při výpočtu povrchu kvádru je zapotřebí vypočítat obsah všech jeho stěn.

$S = 2(ab + ac + bc)$

Příklad na objem:

(Dytrych, Livňanská, Dobiasová, 2001)

s. 213/cv. 6

Akvárium má dno tvaru obdélníka s rozměry 36 cm a 70 cm. Určete výšku hladiny vody v akváriu, víte-li že její objem je 50,4 litru.

Příklad na povrch:

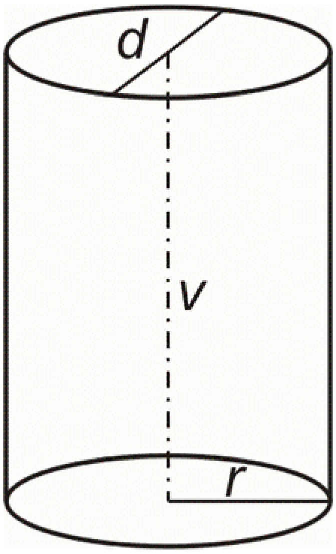
(Eisler, 1999)

s. 135/cv. 22 c

Kolik kg barvy je třeba k natření všech stěn plaveckého bazénu tvaru kvádru s rozměry 10 m, 3 m, 25 m, je-li třeba na 1 m$^2$ plochy 0,5 kg barvy?

### 6.10.2 Rotační válec

Rotační válec vznikne rotací obdélníku kolem osy procházející jeho libovolnou stranou. Podstavou válce jsou kruhy a plášť je obdélník.




**Obrázek 8: Rotační válec (zdroj: http://www.aristoteles.cz/matematika/stereometrie/valec.php, 2019)**

Objem rotačního válce:

$V = \pi r^2 v$

Při výpočtu povrchu je zapotřebí brát v potaz, že plášť rotačního válce je obdélník, jehož rozměry jsou výška válce a obvod kruhu, který tvoří podstavu.

$S = 2\pi r^2 + 2\pi r v$

<u>Příklad na objem:</u>

(Odvárko, Kadleček, 2000)

s. 43/cv. 6

Objem válce je 62 dm$^3$, poloměr válce je 3 dm. Vypočítej výšku válce; výsledek zaokrouhli na setiny decimetru.

Příklad na povrch:

(Odvárko, Kadleček, 2000)

s. 40/cv. 7

Město chce využít čtyři plechové skladištní haly pro novou městskou tržnici. Každá hala má tvar poloviny válce, délka haly je 27 m a výška je 6 m. Haly jsou oprýskané, při přeměně na tržiště budou nově natřeny pastelovými barvami. Na 1 $m^2$ je třeba přibližně 0,2 kg barvy. Kolik kilogramů barev bude potřeba na jeden vnější nátěr hal?

# 7 Testování žáků

Cílem této diplomové práce je zjistit, jak žáci pracují s testem gradovaných úloh, jakou strategii zvolí ke splnění požadovaného limitu počtu bodů a jak ovládají učivo, které by již měli umět, a to pomocí vyplnění didaktického testu.

V průběhu testování probíhalo pozorování žáků při práci s testem.[1] Dle klasifikace pozorování dle Hlaďa bylo v průběhu testování použito:

- zúčastněné pozorování – autorka byla součástí skupiny, mohla zblízka sledovat jednotlivé jevy, v tomto případě práce žáků s testem,
- přímé pozorování – autorka byla přítomna pozorování,
- nestrukturované pozorování – autorka měla stanovený cíl pozorování, ale nebyla dána struktura pozorování.

Pozorováním bylo zjištěno, že většina žáků poctivě počítala zadané příklady, našli se však žáci, kteří po zjištění, že je test anonymní a nebudou za něj klasifikování, práci odbyli a nesnažili se.

Testování proběhlo ve dvou devátých třídách Základní školy Opava, Boženy Němcové 2, dne 22. května 2019. Toto období bylo vybráno účelně, jelikož se již blížil konec školního roku a žáci měli po přijímacích zkouškách na střední školy a odborná učiliště a všechna témata obsažená v testu měli žáci dle tematických plánů školy umět.

Princip testu byl inspirován soutěží Matematický klokan[2], která má rozdělené úlohy do tří kategorií obtížností a jednotlivé obtížnosti jsou ohodnoceny 3, 4 nebo 5 body. Bodové ohodnocení bylo zachováno, ale rozdíl byl v otevřenosti úloh. Řešitelé Matematického klokana vybírají správnou odpověď z pěti možností, což do tohoto testu nebylo zahrnuto. Důvodem bylo, aby žáci neměli možnost správnou odpověď tipovat. Další odlišností oproti

[1] Pozorování umožňuje cílevědomě a plánovaně sledovat jev, poznat prostředí, co se v něm odehrává, co se v něm děje a kdo nebo co se na dění účastní. Ve školním prostředí se pozorování zaměřuje především na chování žáků, činnosti žáků a okolnosti těchto činností. (Hlaďo, 2011)

[2] Matematický klokan se v ČR poprvé konal v roce 1995. Soutěž pořádá Jednota českých matematiků a fyziků ve spolupráci s Katedrou matematiky PdF UP a Katedrou algebry a geometrie PřF UP v Olomouci. Soutěže se účastní žáci základních a středních škol, kteří jsou rozděleni do 6 kategorií podle tříd. Soutěž probíhá ve všech krajích republiky ve stejnou dobu. Soutěžící ve stanoveném čase řeší soubor testových úloh a odpověď vybírají z pěti nabízených možností řešení. Úlohy jsou seřazeny do třech skupin podle obtížnosti. Za správnou odpověď získá soutěžící 3, 4 nebo 5 bodů, za špatnou odpověď se strhává jeden bod, přičemž na začátku je soutěžícímu přidělen takový počet bodů, kolik má test úloh, aby soutěžící neměli záporný počet bodů. (Matematický Klokan, 2019)

této soutěži bylo, že za špatnou odpověď se body neodečítaly, žáci tedy nebyli demotivováni příklady počítat.

Didaktický test obsahoval celkově 33 úloh, ty byly rozděleny do třech obtížností (nejjednodušší za 3 body, obtížnější za 4 body a náročné za 5 bodů) po 11 příkladech. Celkově měl test 132 bodů, ale byl sestaven tak, aby žáci nestihli vypočítat všechny příklady, tudíž maximálního počtu bodů žáci dosáhnout nemohli. Žáci si museli vybírat, které příklady vypočítají dle vlastních schopností. Ke splnění testu bylo zapotřebí získat 44 bodů, to odpovídá 33 % všech bodů. Je to stejná hodnota, kterou je zapotřebí získat při státní maturitě z matematiky.

**Výzkumný cíl**

- Zjistit, jak žáci pracují s testem gradovaných úloh.
- Zjistit, jak žáci ovládají učivo, které by již měli umět.
- Zjistit, v čem žáci dělají chyby při výpočtech.
- Porovnat úspěšnost řešení podle pohlaví, podle známky z matematiky na posledním vysvědčení a podle typu školy, na kterou žáci nastoupí po ukončení základního vzdělávání.

**Výzkumné otázky**

- Splní limit 44 bodů minimálně 50 % žáků?
- Budou si žáci volit převážně příklady z jednoduché úrovně obtížnosti a v případě volby z obtížné úrovně nebudou volit příklady s dlouhým zadáním?
- Budou chlapci úspěšnějšími řešiteli než dívky?
- Budou žáci se známkou 1 nejúspěšnějšími řešiteli?
- Budou nejúspěšnějšími řešiteli žáci, kteří nastoupí na gymnázium?

## 7.1 Příprava testu

Test byl připraven na základě definice gradované série úloh podle Brinckové (2006), která je uvedena v kapitole Gradované úlohy, test má tři úrovně obtížnosti pro každé vybrané téma. Jedná se o témata vyučována na druhém stupni základní školy a vybírána byla na základě uvážení autorky, která brala v potaz možnost gradace úloh a vytvoření slovních úloh na daná témata. Test neobsahuje konstrukční úlohy, a to z důvodu časové náročnosti řešení těchto úloh. Cílem bylo zjistit, jak jsou žáci schopni počítat a využívat své nabyté znalosti k výpočtu slovních úloh.

Test byl sestavován podle tematických plánů ZŠ Boženy Němcové 2 a určen pro žáky 9. ročníků této školy. Pro sestavení testu byla využívána Sbírka úloh z matematiky pro nižší ročníky víceletých gymnázií a pro 2. stupeň základních škol od nakladatelství Fortuna vydaná v roce 2005. Dále byla využita webová stránka cihak.webz.cz a některé příklady byly vytvořeny autorkou práce.

Dle dělení testů uvedeného v kapitole 4 je test sestavený pro účely diplomové práce testem:

- úrovně – test zkoumá úroveň vědomostí žáků, ale má také časový limit,
- nestandardizovaným – test není ověřen na větším vzorku žáků,
- kognitivním – test měří vědomosti žáků,
- výsledků výuky – test měří, co se žáci naučili v matematice na základní škole,
- ověřujícím – test má stanovenou hranici úspěšnosti, a i přestože je počet bodů dosažených jednotlivými žáky srovnáván, jedná se o ověřující test,
- výstupním – testování žáků proběhlo na konci 9. ročníku základní školy,
- polytematickým – do testu je zahrnuto více tematických celků,
- objektivně skórovatelným – body byly uděleny pouze za správnou odpověď.

V testu této diplomové práce byly dle dělení testových úloh uvedeného v kapitole 4 použity otevřené široké úlohy a otevřené úlohy se stručnou odpovědí.

## 7.2 Průběh testování

Testování proběhlo ve dvou devátých třídách Základní školy Opava, Boženy Němcové 2, dne 22. května školního roku 2018/2019, tedy po přijímacích zkouškách na střední školy, což se projevilo do výsledků testování. Žáci byli předem informování o testování, ale nebyli vyzváni, aby se na test připravili. Na test měli žáci 40 minut, tedy necelou vyučovací hodinu, po skončení limitu měli žáci vyplnit krátký dotazník, jež byl součástí testu. Test obsahoval celkově 33 úloh, které byly rozděleny do třech obtížností (nejjednodušší za 3 body, obtížnější za 4 body a náročné za 5 bodů) po 11 příkladech.

Před začátkem testování byli žáci informováni o způsobu vyplňování testu. Pokyny, které jim byly předány:

- volba obtížnosti je na žácích dle jejich potřeby a schopností,
- je možné počítat příklady v libovolném pořadí,
- na vyplnění testu je stanoven časový limit 40 minut,

- k úspěšnému řešení testu je zapotřebí získat minimálně 44 bodů,
- je povoleno používat kalkulačky,
- test je sestaven tak, aby žáci nestihli vypočítat v daném časovém limitu všechny příklady, proto je nutné si vybrat, které příklady žák vypočítá.

V průběhu testování byly žákům výše uvedené pokyny opakovány a bylo jim sdělováno, kolik času na řešení jim ještě zbývá, což mělo na některé žáky negativní dopad, začali zmatkovat, že nebudou mít dostatek času. Po této reakci byli opakovaně upozorňováni na fakt, že cílem není vypočítat všechny příklady, ale dosáhnout požadovaného počtu bodů.

Testování v obou třídách proběhlo ve stejný den.

Faktory pozitivně ovlivňující testování ve třídě 9. A:

- testování probíhalo třetí vyučovací hodinu, a nikoliv první či poslední hodinu, kdy žáci mohou jevit známky únavy,
- žáci nebyli známkováni (nebyli ve stresu).

Faktory negativně ovlivňující testování ve třídě 9. A:

- v průběhu testování žáky vyrušovala bouřka a zvuk vydatného deště,
- žáci nebyli známkováni (nebyli motivováni),
- učitelka matematiky dané třídy nebyla přítomna,
- testování probíhalo až po přijímacích zkouškách na střední školu, kdy mnoho žáků devátých tříd poleví v učení.

Přes výše uvedené negativní faktory se mnozí žáci snažili soustředit a počítat. Na druhou stranu se našli jedinci, kterým se test vyplňovat nechtělo, jeden žák narovinu sdělil, že to počítat nebude, jelikož má již po přijímacích zkouškách a nechce se mu, nakonec některé příklady vypočítal. S blížícím se koncem daného limitu, žáci přestávali počítat a začali vyplňovat dotazník, který však měli vyplnit až po skončení časového limitu, na což byli upozorněni.

Faktory pozitivně ovlivňující testování ve třídě 9. B:

- žáci nebyli známkováni (nebyli ve stresu),
- učitel matematiky dané třídy byl přítomen.

Faktory negativně ovlivňující testování ve třídě 9. B:

- testování probíhalo poslední vyučovací hodinu dne dané třídy, kdy bývají žáci unavení,
- v průběhu testování probíhala v učebně nacházející se ve vyšším patře hudební výchova,
- žáci nebyli známkováni (nebyli motivováni),
- testování probíhalo až po přijímacích zkouškách na střední školu, kdy mnoho žáků devátých tříd poleví v učení.

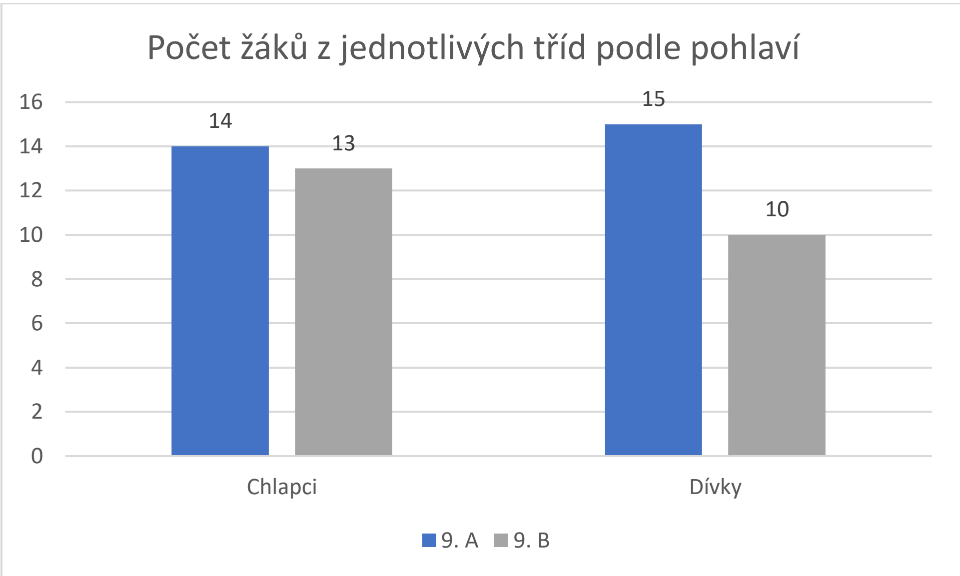
Přestože se jednalo o poslední vyučovací hodinu dané třídy, žáci svědomitě počítali příklady a mnozí z nich využili časový limit až do poslední vteřiny.

U obou tříd je uveden mezi pozitivními i negativními faktory, že žáci nebyli známkováni, a to z důvodu, že na každého žáka mohl daný faktor působit jinak. Někteří žáci díky tomu nebyli ve stresu a příklady se jim počítaly snadněji, na druhou stranu někteří žáci nebyli známkou motivováni, tudíž test nevyplňovali poctivě.

Z celkového počtu 56 žáků devátých tříd se testování zúčastnilo 52 žáků.

## 7.3 Výsledky testování

Test vyplnilo celkově 52 žáků. Graf znázorňuje rozvržení testovaných žáků podle pohlaví v jednotlivých třídách.



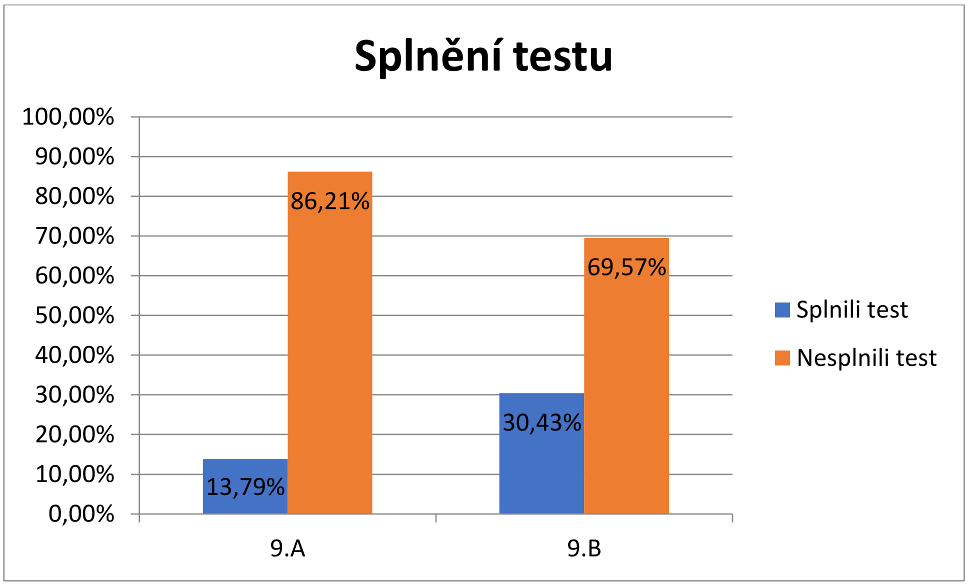

**Graf 1: Počet žáků z jednotlivých tříd podle pohlaví (zdroj: autorka práce, 2019)**

Počet žáků v jednotlivých třídách byl téměř vyrovnaný. V 9.A bylo 29 žáků a v 9.B bylo 23 žáků. Vyrovnané byly počty dívek a chlapců ve třídách.

Pro splnění testu bylo zapotřebí získat minimálně 44 bodů, na tento fakt byli žáci v průběhu testováni upozorněni. Tabulka a graf znázorňují, jak si jednotlivé třídy vedly, kolika procentům žáků se podařilo test splnit.

| | 9.A | 9.B |
|---|---|---|
| **Počet žáků** | 29 | 23 |
| **Splnilo žáků** | 4 | 7 |
| **Nesplnilo žáků** | 25 | 16 |
| **Splnilo v %** | **13,79%** | **30,43%** |

**Tabulka 7: Splnění testu (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 2: Splnění testu (zdroj: autorka práce, 2019)**

Jak plyne z tabulky a grafu, úspěšnější v řešení byla třída 9. B, kde test splnilo 30 % žáků, oproti třídě 9. A, kde test splnilo pouze 14 % testovaných. Celkově úspěšně splnilo test pouze 11 žáků, z toho byly 4 dívky.

Zarážející může být vysoké procento neúspěchu žáků, proto se autorka zamyslela nad důvody tohoto neúspěchu.

Možné důvody neúspěšnosti žáků:

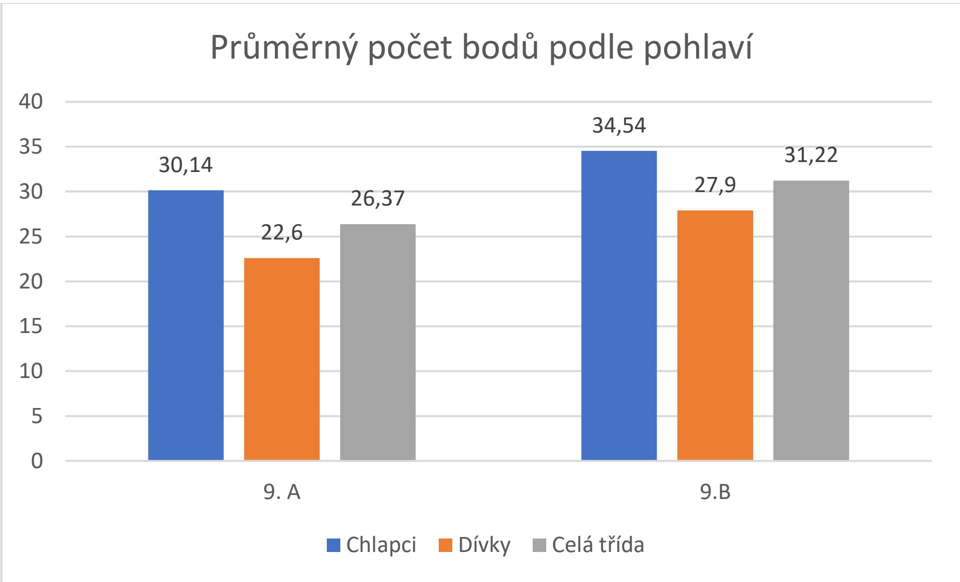
- test byl náročný,
- na vyplnění testu bylo málo času,
- žáci nebyli známkováni, tudíž nebyli dostatečně motivováni,

- testování probíhalo v době po přijímacích zkouškách na střední školu, kdy žáci již mohli v učení polevit,
- do testu bylo zahrnuto učivo čtyř ročníků, žáci si nemuseli některé z témat zahrnutých do testu pamatovat.

V následující tabulce a grafu je na základě zjištění porovnán průměrný počet dosažených bodů u dívek a chlapců v jednotlivých třídách a průměrný počet bodů v celých třídách. V celkovém testování žáci v obou třídách měli průměrně 28,8 bodů.

| | Chlapci | Dívky | Celá třída |
|---|---|---|---|
| 9. A | 30,14 | 22,6 | 26,37 |
| 9.B | 34,54 | 27,9 | 31,22 |

**Tabulka 8: Průměrný počet bodů podle pohlaví (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 3: Průměrný počet bodů podle pohlaví (zdroj: autorka práce, 2019)**

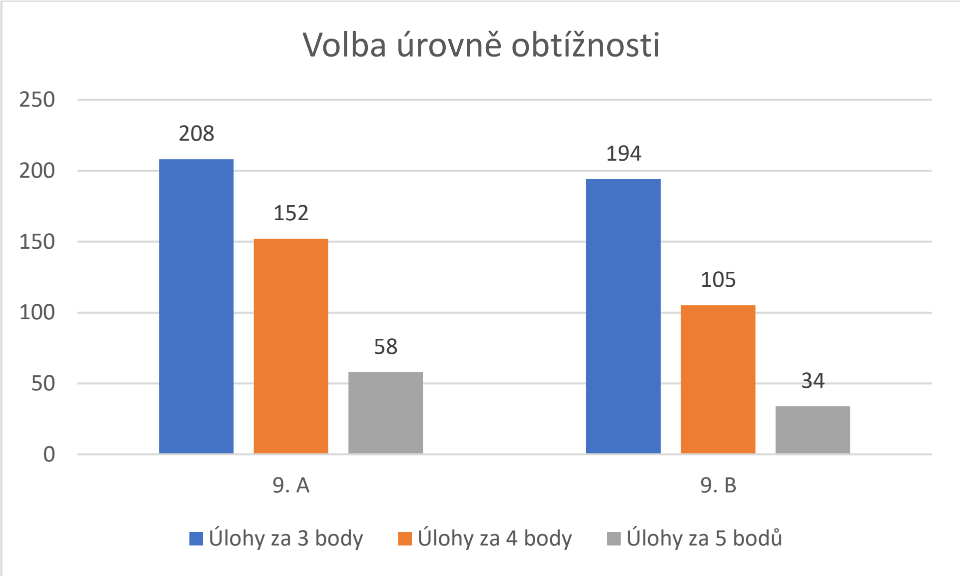
V grafu můžeme vidět, že chlapci získali průměrně více bodů než dívky. Třída 9.B získala průměrně více bodů než třída 9.A.

Nejúspěšnějším řešitelem byla dívka z 9. B, která získala 95 bodů. Dva řešitelé měli 0 bodů, jednalo se o jednu dívku a jednoho chlapce ze třídy 9. A. Nejvíce bodů v 9. A získal chlapec s 83 body. Přestože byli chlapci v testu úspěšnější než dívky, nejvíce bodů získala dívka.

Cílem testování bylo zjistit, jak si žáci poradí s testem založeným na gradovaných úlohách. Autorku zajímalo, jakou obtížnost si žáci zvolí k řešení a jak budou taktizovat, aby splnili požadovaný počet bodů. Tabulka a graf znázorňují, kolik úloh jednotlivých úrovní si žáci zvolili k řešení, přičemž úlohu řešili a v dané tabulce a grafu nehraje roli, jestli danou úlohu vyřešili správně nebo jestli ji dokončili.

| | 9. A | 9. B | Celkem |
|---|---|---|---|
| Úlohy za 3 body | 208 | 194 | 402 |
| Úlohy za 4 body | 152 | 105 | 257 |
| Úlohy za 5 bodů | 58 | 34 | 92 |

**Tabulka 9: Volba úrovně obtížnosti (zdroj: autorka práce, 2019)**



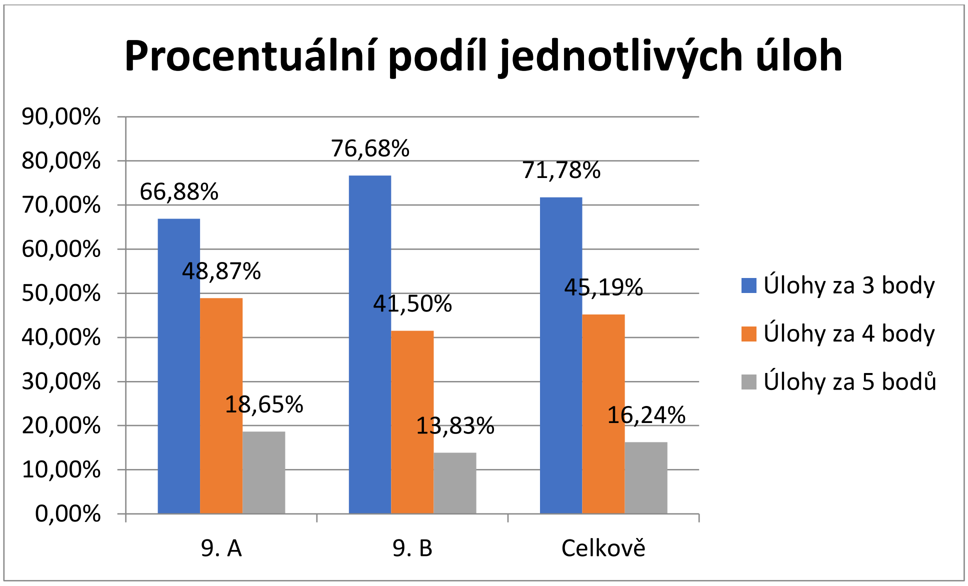

**Graf 4: Volba úrovně obtížnosti (zdroj: autorka práce, 2019)**

Z tabulky a grafu vyplývá, že žáci si nejčastěji volili k řešení jednoduché příklady, našli se žáci, kteří se pokoušeli vyřešit příklady, jež byly zařazeny do obtížné úrovně. Na základě pozorování žáků s testem může autorka soudit, že žáci řešili test od nejlehčích úloh, a i když byli schopni vypočítat obtížné úlohy, počítali nejdříve jednoduchou obtížnost, poté náročnější a příklady za 5 bodů počítali jako poslední. Proto vzhledem k časovému limitu nestihli žáci spočítat více obtížných příkladů.

Následující tabulka uvádí procentuální volbu jednotlivých obtížností, rozšiřuje tak tabulku číslo 9.

| | 9. A | 9. B | Celkově |
|---|---|---|---|
| Úlohy za 3 body | 66,88% | 76,68% | 71,78% |
| Úlohy za 4 body | 48,87% | 41,50% | 45,19% |
| Úlohy za 5 bodů | 18,65% | 13,83% | 16,24% |

**Tabulka 10: Procentuální podíl jednotlivých úloh (zdroj: autorka práce, 2019)**



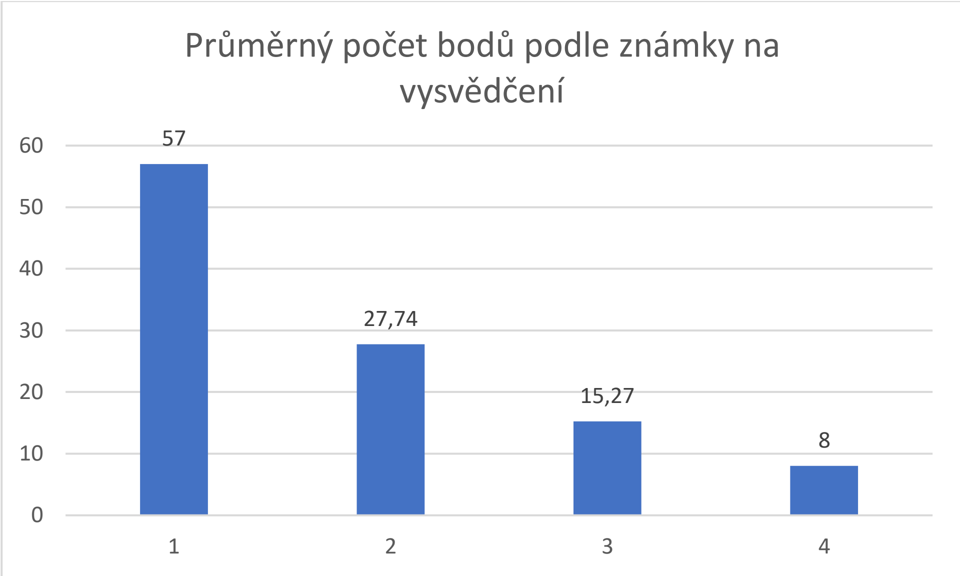

**Graf 5: Procentuální podíl jednotlivých úloh (zdroj: autorka práce, 2019)**

Žáci 9. B volili úlohy za 3 body častěji než žáci 9. A, avšak u ostatních obtížností to bylo naopak. Vzhledem k tomu, že žáci 9. B měli vyšší průměrný počet získaných bodů, byla tato třída v řešení příkladů úspěšnější.

Pro zjištění, jakých výsledků dosahují žáci v matematice, měli žáci v rámci dotazníku vyplnit, jakou známku dostali z matematiky na poslední vysvědčení. Na základě těchto dat byli žáci rozděleni do čtyř skupin podle známky a byl vypočítán průměrný počet bodů v každé této skupině. Dané průměry jsou srovnány v níže uvedené tabulce a grafu. Toto rozdělení žáků do skupin podle známky a následné srovnání podle průměrného počtu dosažených bodů, umožňuje vidět, jestli známky odpovídají úrovni znalostí žáků.

| Známka | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 11 | 23 | 11 | 7 |
| Průměrný počet bodů | 57 | 27,74 | 15,27 | 8 |

**Tabulka 11: Průměrný počet bodů podle známky na vysvědčení (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 6: Průměrný počet bodů podle známky na vysvědčení (zdroj: autorka práce, 2019)**

Dle očekávání měli nejvyšší průměrný počet bodů žáci se známkou 1 a nejnižší žáci se známkou 4. Devět z jedenácti úspěšných řešitelů testu patřilo právě do skupiny se známkou 1, zbylí dva měli známku 2. Za úspěšně řešitelnou skupinu se dá považovat pouze ta, jež měla na vysvědčení hodnocení výborný, nejnižší počet bodů v této skupině bylo 21. Nejpočetnější skupinou byli žáci se známkou 2, v této skupině byl nejvyšší počet bodů 62 a nejnižší 15. Ve skupině žáků se známkou 3 dosáhli dva žáci na 31 bodů, naopak nejméně dosažených bodů bylo 0. Mezi žáky s hodnocením dostatečný bylo nejvyšší dosažené skóre 21 bodů a také zde se našel žák s 0 body.

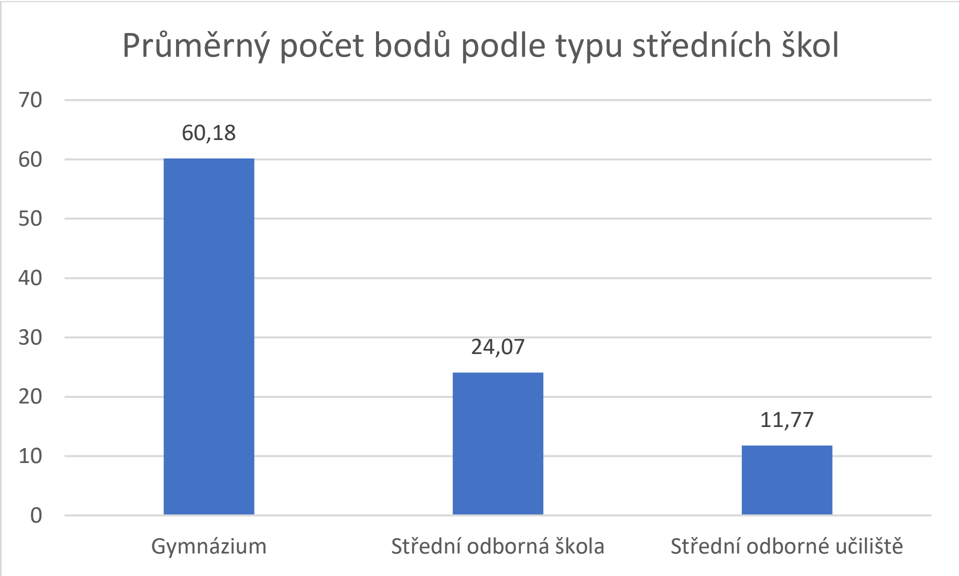
Další informací, kterou žáci vyplnili v dotazníku, byl typ školy, na kterou po ukončení základní školy nastoupí. Všichni žáci měli v době testování po přijímacích zkouškách na střední školy a většina již obdržela rozhodnutí o přijetí/nepřijetí. Na základě uvedených dat byli žáci rozděleni do tří skupin a tyto skupiny byly mezi sebou porovnány:

- gymnázium,
- střední odborná škola,
- střední odborné učiliště.

Matematika je důležitou součástí všeobecného vzdělání žáků a jejich schopnost logického uvažování, která je v matematice rozvíjena, jim dává předpoklady pro další studium. Proto byli rozděleni a porovnáni podle typu školy, na kterou nastupují po základní škole.

| Typ školy | Gymnázium | Střední odborná škola | Střední odborné učiliště |
|---|---|---|---|
| Počet žáků | 11 | 28 | 13 |
| Průměrný počet bodů | 60,18 | 24,07 | 11,77 |

**Tabulka 12: Průměrný počet bodů podle typu středních škol (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 7: Průměrný počet bodů podle typu středních škol (zdroj: autorka práce, 2019)**

Z tabulky lze vyčíst kolik žáků nastupuje na jednotlivé typy středních škol, nejvíce žáků nastupuje na střední odborné školy. Dle očekávání byli budoucí žáci gymnázií v testu nejúspěšnější, naopak žáci nastupující na střední odborná učiliště dosáhli nejnižšího průměrného počtu bodů. Mezi budoucími žáky gymnázií je deset z jedenácti úspěšných řešitelů a pouze jeden z testovaných žáků nastupující na tento typ školy nesplnil minimální požadovaný počet bodů. Žádný z budoucích žáků střední odborné školy nedosáhl průměrného počtu bodů gymnaziální skupiny, naopak nikdo z gymnaziální skupiny neměl méně bodů než průměr skupiny střední odborné školy. Ve skupině žáků nastupující na střední odborné učiliště se nachází dva žáci, kteří v testu měli 0 bodů, v této skupině jsou však také dva žáci, kteří dosáhli 31 bodů, což je více než je průměr skupiny střední odborné školy.

## 7.4 Výzkumné učební úlohy

V následující části diplomové práce jsou rozebrány jednotlivé příklady. Jelikož cílem práce bylo zjistit, jakou obtížnost úlohy si žáci zvolí pro výpočet, je u každého příkladu uvedeno, kolik žáků si daný příklad zvolilo k řešení, zda měli správný výsledek a kolik žáků příklad nedořešilo. Dalším cílem práce bylo zjistit, jak žáci ovládají učivo, které by měli umět, a proto je u každého příkladu rozebráno, v čem žáci chybovali.

### 7.4.1 Převod jednotek

**Úloha za 3 body**

Zadání:

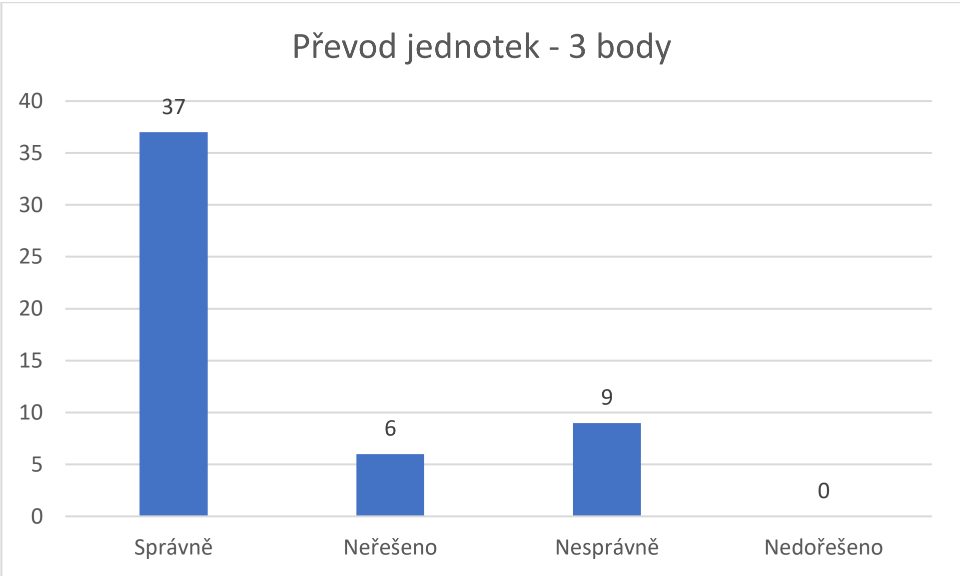
Převeď: 0,2 $m^3$ = _____ l

Výsledek:

200 l

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 37 | 6 | 9 | 0 |

**Tabulka 13: Převod jednotek - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 8: Převod jednotek - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 88 % žáků a z toho mělo 80 % řešitelů správný výsledek. Zde by se předpokládalo, že žáci budou chybovat pouze v umístění desetinné čárky, avšak jeden žák zaměnil dokonce i číslo a uvedl jako výsledek 6 litrů.

**Úloha za 4 body**

Zadání:

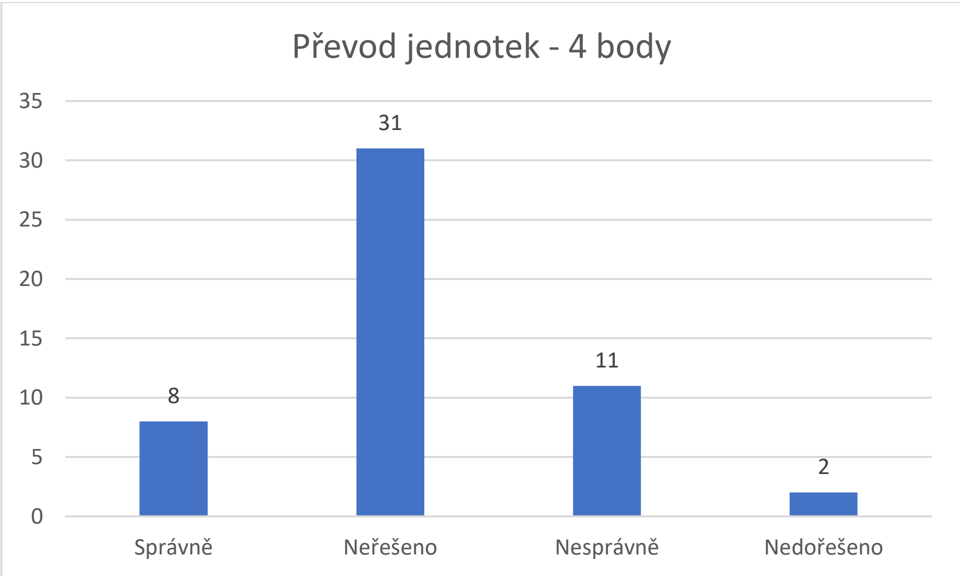
Pozemek ve tvaru obdélníku má šířku 3200 cm a je 0,085 km dlouhý. Kolik korun zaplatíme za pokrytí pozemku trávníkem v ceně 3500 Kč/ha?

Výsledek:

Za pokrytí pozemku trávníkem zaplatíme 952 Kč.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 8 | 31 | 11 | 2 |

**Tabulka 14: Převod jednotek - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 9: Převod jednotek - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 40 % žáků a z toho mělo 38 % řešitelů správný výsledek. Většina žáků správně převedla dané rozměry na stejné jednotky, poté většina správně vypočítala rozlohu pozemku, problém nastal v převodu jednotek na hektar, kde žáci chybovali v desetinné čárce. Jeden z žáků neznal vzorec pro výpočet obdélníku, tudíž jeho výsledek nebyl správný. Další řešitel příklad počítal pomocí procent, výsledek nebyl správný. V případě nedořešení příkladu žáci správně převedli uvedené rozměry na společnou jednotku, jeden žák tímto skončil, druhý z žáků vypočítal rozlohu pozemku a výsledek převedl na hektary, nezodpověděl však na otázku slovní úlohy a chyběl mu tedy finální výpočet.

**Úloha za 5 bodů**

Zadání:

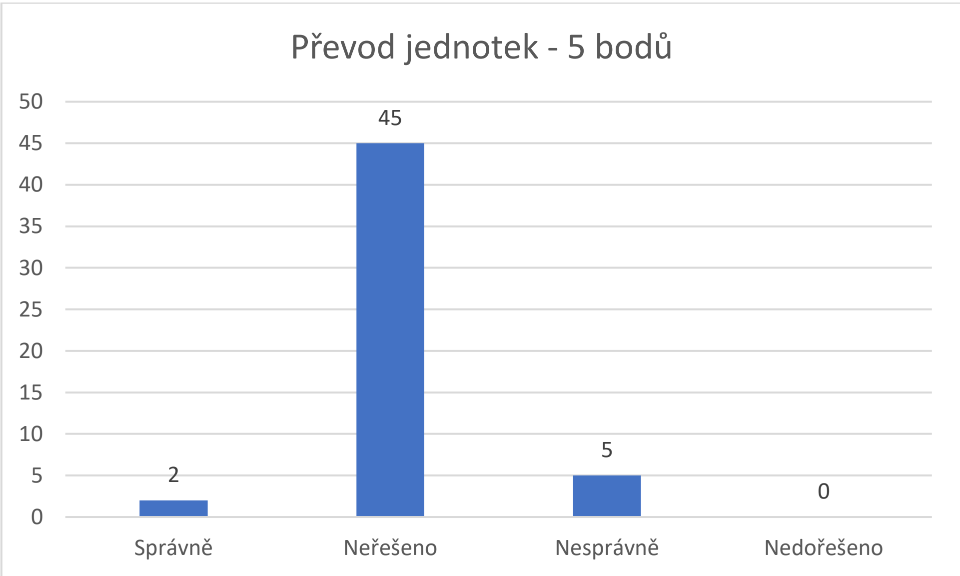
Nádrž je široká 35 dm, dlouhá 480 cm a hluboká 6 m. Čerpadlo dodává 300 l vody za minutu. V kolik hodin bude nádrž plná přesně po okraj, jestliže se nádrž začala napouštět v 8:00 hodin ráno?

Výsledek:

Nádrž bude plná v 13:36.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 2 | 45 | 5 | 0 |

**Tabulka 15: Převod jednotek - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 10: Převod jednotek - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo pouze 13 % žáků a z toho mělo 29 % řešitelů správný výsledek. Tři z neúspěšných řešitelů neuvedlo postup řešení a vzhledem k tomu, že se jedná o zaokrouhlený výsledek, lze předpokládat, že žáci výsledek odhadli. Jeden z žáků se podle náčrtku pokusil vypočítat příklad, avšak neuspěl. Poslední z neúspěšných řešitelů správně převedl zadané rozměry na společnou jednotku, ale špatně vypočítal objem nádrže, tudíž výsledek byl nesprávný. Kdyby však tento žák správně vypočítal objem nádrže, byl by jeho výsledek na základě uvedených následných výpočtů správný.

Testovaným žákům nedělal problém převod jednotek délky. Někteří žáci špatně převáděli jednotky obsahu plochy a jednotky objemu, proto by žáci potřebovali více cviku v převodu jednotek.

### 7.4.2 Nejmenší společný násobek

**Úloha za 3 body**

Zadání:

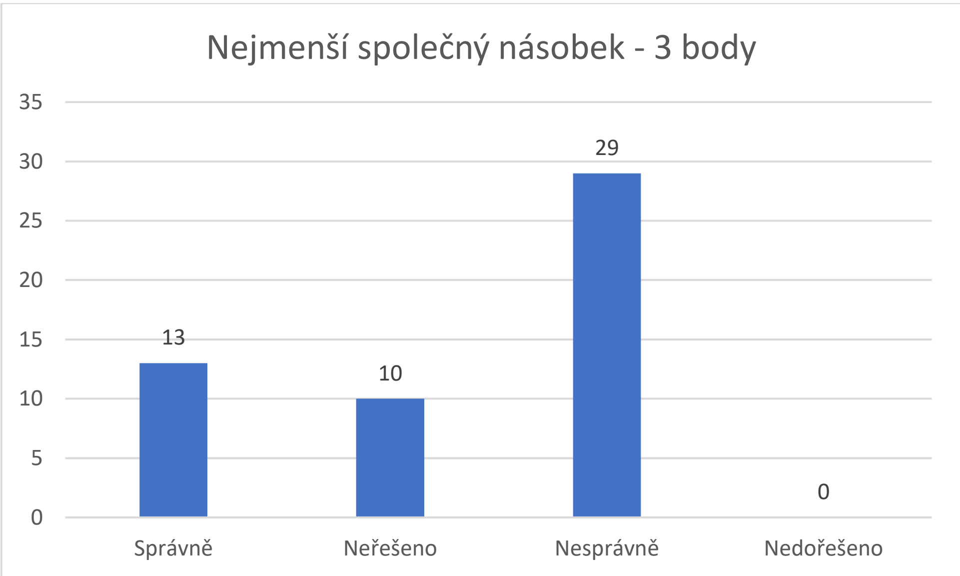
Najdi nejmenší společný násobek čísel 42 a 56.

Výsledek:

n (42, 56) = 168

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 13 | 10 | 29 | 0 |

**Tabulka 16: Nejmenší společný násobek - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 11: Nejmenší společný násobek - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 81 % žáků a z toho mělo 31 % řešitelů správný výsledek. Dvacet tři žáků si nepřečetli zadání pořádně a hledali nejmenší společný dělitel nebo největší společný dělitel. V případě nejmenšího společného dělitele jim vycházelo číslo 1 nebo 2. Jestliže žáci hledali největší společný dělitel vycházelo jim číslo 7 nebo 14, což by byl při tomto zadání správný výsledek. Čtyři žáci vynásobili zadaná čísla mezi sebou, tím jim vyšel společný násobek, ne však nejmenší společný násobek. Dvěma žákům vyšlo číslo 336, tedy při svém výpočtu zahrnuli do součinu prvočísel navíc číslo 2.

**Úloha za 4 body**

Zadání:

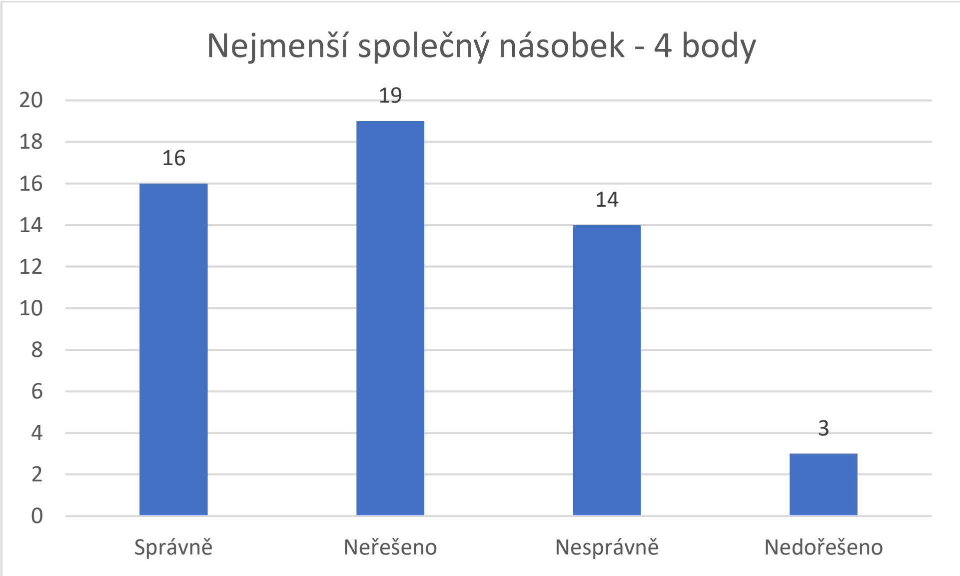
Najdi nejmenší společný násobek čísel 28, 42 a 126.

Výsledek:

n (28, 42, 126) = 252

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 16 | 19 | 14 | 3 |

**Tabulka 17: Nejmenší společný násobek - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 12: Nejmenší společný násobek - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 63 % žáků a z toho mělo 37 % řešitelů správný výsledek. Všichni žáci, kteří neměli správný výsledek, si špatně přečetli zadání a hledali nejmenšího společného dělitele nebo největšího společného dělitele daných čísel. Nejmenšího společného dělitele hledalo osm žáků a vyšlo jim číslo 2. Čtyři žáci hledali největšího společného dělitele, dvěma řešitelům vyšlo číslo 7 a dvěma číslo 14, což by byl v případě tohoto zadání správný výsledek. Tři žáci, kteří příklad nedořešili, rozložili zadaná čísla na prvočísla, dál však již nepočítali.

**Úloha za 5 bodů**

Zadání:

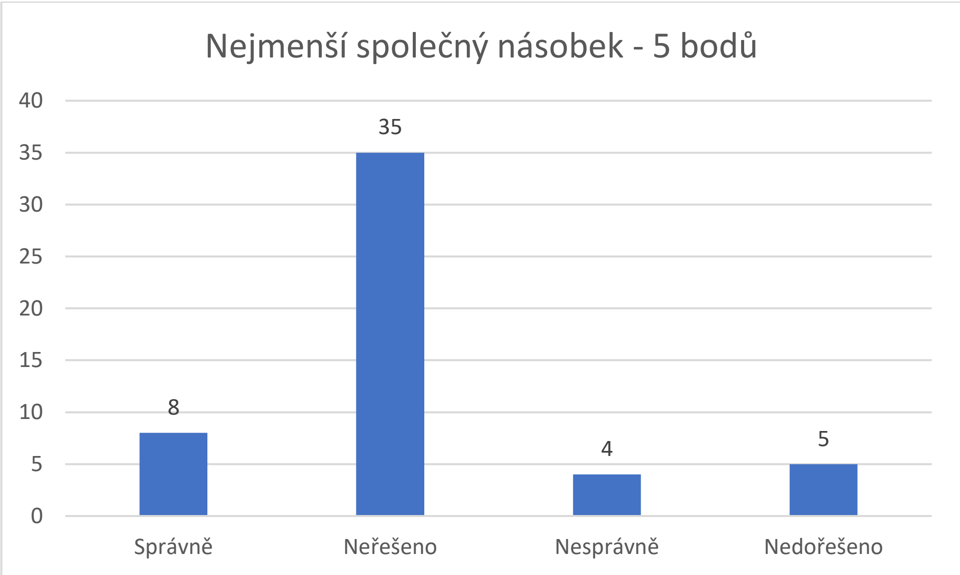
Ze startovní čáry vybíhají současně dva běžci. První uběhne jedno kolo za 56 sekund, druhý 1 minutu a 4 sekundy. Kolik kol by museli uběhnout, aby se opět setkali na startovní čáře?

Výsledek:

První běžec uběhne 8 kol a druhý běžec 7 kol.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 8 | 35 | 4 | 5 |

**Tabulka 18: Nejmenší společný násobek - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 13: Nejmenší společný násobek - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 33 % žáků a z toho mělo 47 % řešitelů nesprávný výsledek. Všichni žáci, kteří měli špatný výsledek, nenapsali do testu žádný postup, tudíž lze soudit, že výsledek hádali, navíc výsledkem měla být dvě čísla, ale každý z těchto žáků napsal pouze jedno číslo. Tři žáci, kteří příklad nedořešili, správně vypočítali nejmenší společný násobek daných čísel, jenomže nezodpověděli na uvedenou otázku a příklad tedy nedopočítali.

Na těchto příkladech lze vidět, že žáci pozorně nečtou zadání a počítají něco jiného, než je požadováno, nebo si zadání nepřečtou celé a jejich úsilí je poté zbytečné, protože nezodpoví na danou otázku. Dle výpočtů žáků lze soudit, že mnozí z nich si již nepamatují princip výpočtu nejmenšího společného násobku.

### 7.4.3 Největší společný dělitel

**Úloha za 3 body**

Zadání:

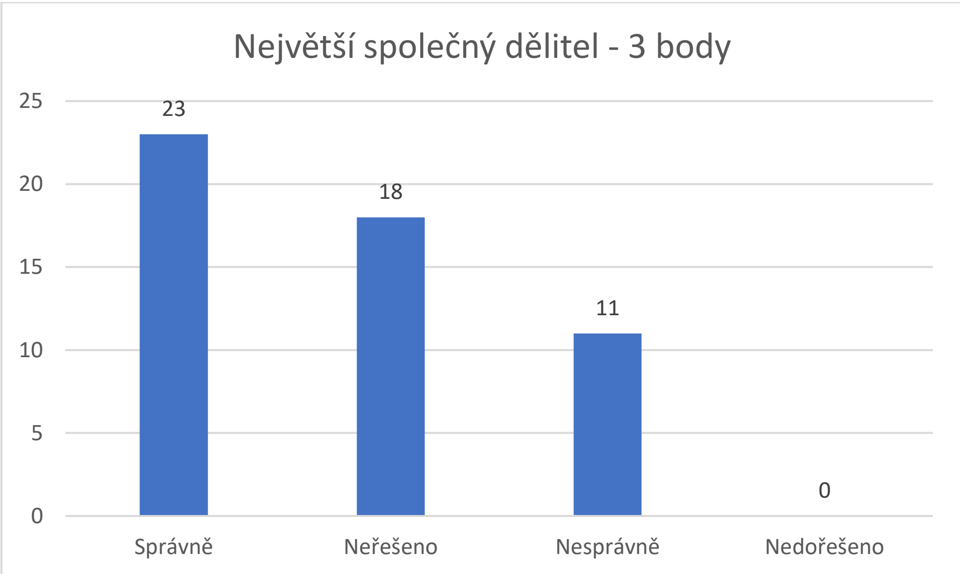
Najdi největší společný dělitel čísel 60 a 288.

Výsledek:

D (60, 288) = 12

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 23 | 18 | 11 | 0 |

**Tabulka 19: Největší společný dělitel - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 14: Největší společný dělitel - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 65 % žáků a z toho mělo 68 % řešitelů správný výsledek. Všichni neúspěšní řešitelé měli výsledek 6, tedy číslo dvakrát menší než skutečný výsledek. Nikdo z těchto žáků neměl v testu postup řešení, ale pouze výsledek, nelze tedy určit, kde žáci udělali chybu.

**Úloha za 4 body**

Zadání:

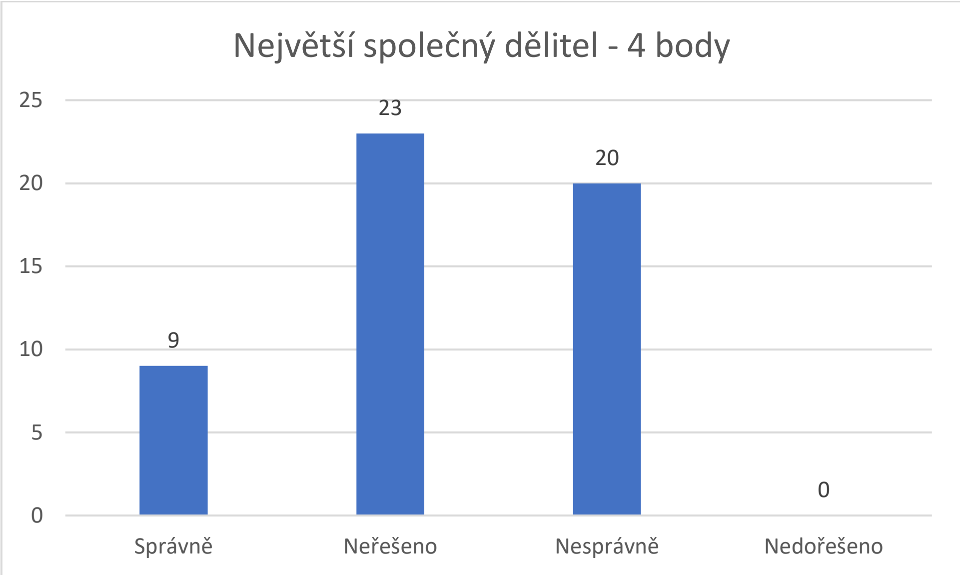
Najdi největší společný dělitel čísel 144, 96 a 120.

Výsledek:

D (144, 96, 120) = 24

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 9 | 23 | 20 | 0 |

**Tabulka 20: Největší společný dělitel - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 15: Největší společný dělitel - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 56 % žáků a z toho mělo 31 % řešitelů nesprávný výsledek. Ve většině testů s nesprávným výsledkem byl jako výsledek uveden společný dělitel daných čísel, nejednalo se však o největší společný dělitel. Dva řešitelé uvedli jako výsledek součin daných čísel. Pouze dva neúspěšní řešitelé uvedli do testu postup řešení, lze tedy vidět, že chyba nastala při finálním násobení prvočísel. V ostatních testech postup řešení není, tudíž nelze určit, v čem žáci chybovali.

### Úloha za 5 bodů

Zadání:

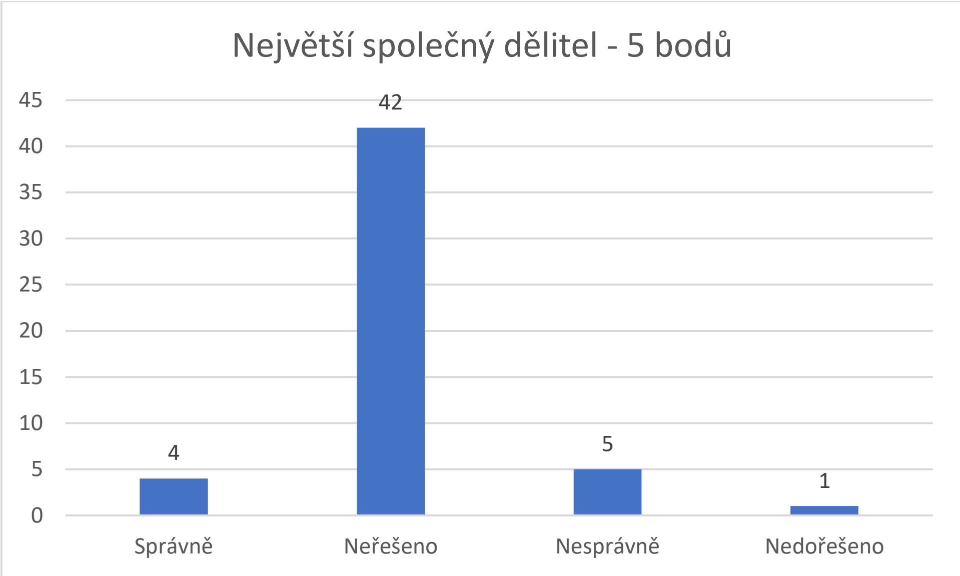
Na vánoční besídce dostaly děti ve školce stejné balíčky. Kolik se jich celkem rozdalo, bylo-li k dispozici 96 jablek, 320 bonbónů, 80 žvýkaček a 112 ořechů? Kolik jablek, bonbónů, žvýkaček a ořechů bylo v každém balíčku?

Výsledek:

Celkem se rozdalo 16 balíčků, každý z balíčků obsahoval 6 jablek, 20 bonbónů, 5 žvýkaček a 7 ořechů.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 4 | 42 | 5 | 1 |

**Tabulka 21: Největší společný dělitel - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 16: Největší společný dělitel - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo pouze 19 % žáků a z toho mělo 40 % řešitelů správný výsledek. Jeden z žáků měl příklad téměř celý dobře, udělal však jednu triviální chybu v dělení, tím mu jeden potřebný údaj vyšel špatně. Tři neúspěšní řešitelé neuvedli postup řešení, proto nelze určit, kde udělali chybu. Jeden žák si nepřečetl pozorně zadání a uvedl pouze, kolik se celkem rozdalo balíčků.

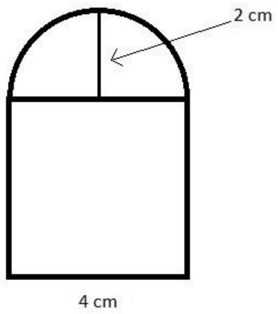
Většina žáků neuváděla v testu postup řešení, i když byli instruováni, aby své výpočty prováděli do zadání testu, nelze tedy určit, jestli postup řešení znají. Lze předpokládat, že většina žáků k výpočtům používala pouze kalkulačku, kterou měli k dispozici. Žáci chybovali také v tom, že si nepřečetli pozorně zadání.

### 7.4.4 Obsah a obvod rovinných útvarů

**Úloha za 3 body**

Zadání:

Vypočítej obvod a obsah daného obrazce.




**Obrázek 9: Obrazec – 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

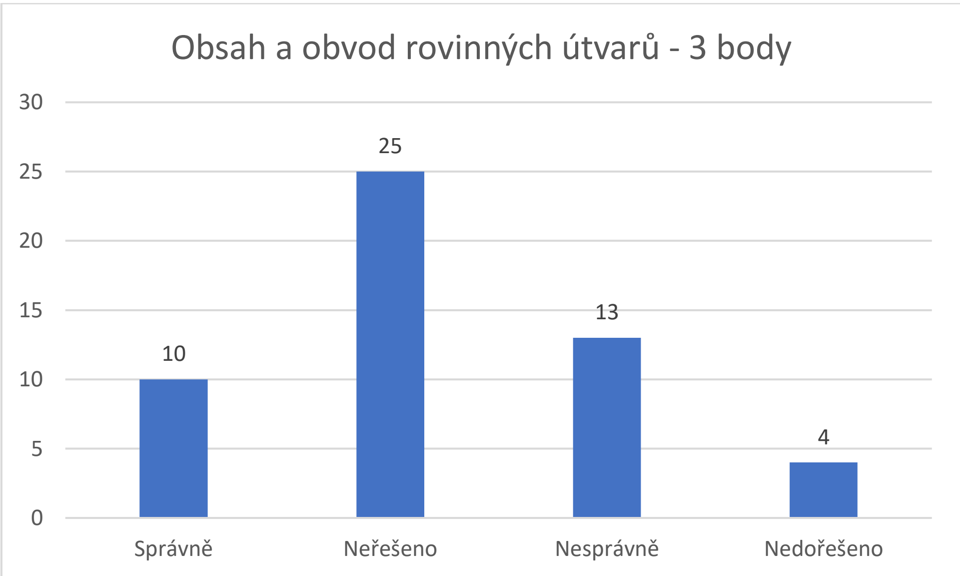
Výsledek:

o = 18,84 cm

S = 22,28 cm$^2$

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 10 | 25 | 13 | 4 |

**Tabulka 22: Obsah a obvod rovinných útvarů - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**



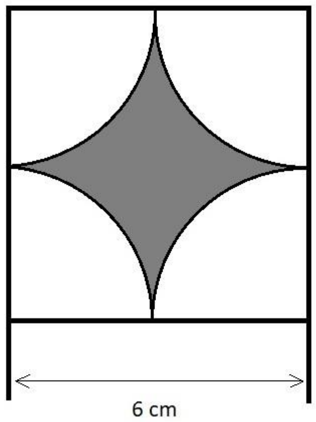

**Graf 17: Obsah a obvod rovinných útvarů - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 52 % žáků a z toho mělo 37 % řešitelů správný výsledek. Žáci, kteří neměli správný výsledek, znali potřebné vzorce a do testu je uvedli, chybu udělali při dosazování hodnot do vzorce, nebo si neuvědomili, že se jedná o půlkruh, tudíž výsledek obsahu i obvodu kruhu nevydělili dvěma. Čtyři žáci, kteří příklad nedořešili, vypočítali pouze obsah nebo obvod, nepřečetli si správně zadání.

**Úloha za 4 body**

Zadání:

Vypočítej obsah a obvod vyznačené části daného obrazce.




**Obrázek 10: Obrazec – 4 body (zdroj: převzato z Dytrych, Livňanská, Dobiasová, 2001)**

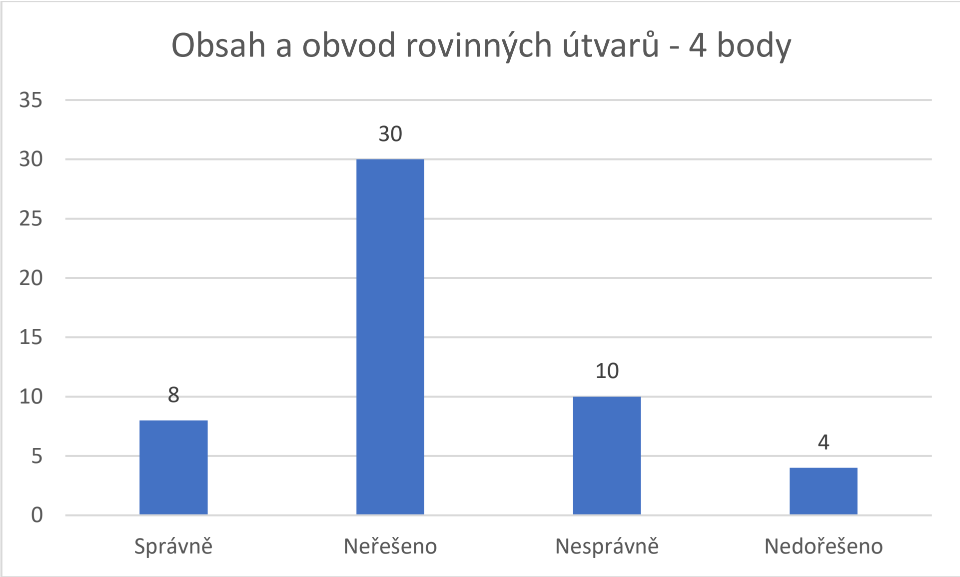
Výsledek:

o = 18,84 cm

S = 7,74 cm$^2$

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 8 | 30 | 10 | 4 |

**Tabulka 23: Obsah a obvod rovinných útvarů - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**



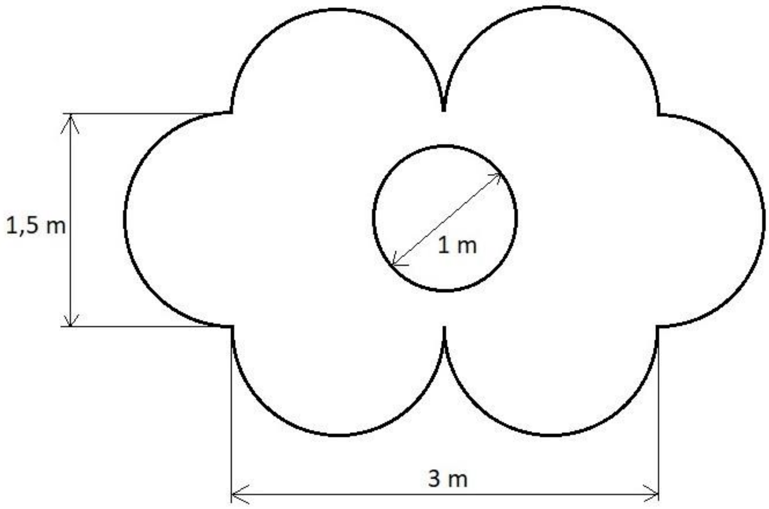

**Graf 18: Obsah a obvod rovinných útvarů - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 42 % žáků a z toho mělo 36 % řešitelů správný výsledek. Žáci, kteří příklad nedokončili, vypočítali pouze obsah, zapomněli vypočítat obvod obrazce. Všichni žáci řešící příklad znali potřebné vzorce, průběžné výsledky měli žáci správně, avšak chyba nastala při finálním výpočtu, kdy žáci špatně sčítali či odčítali zjištěné údaje.

**Úloha za 5 bodů**

Zadání:

V parku je kolem fontány (kruh uprostřed) květinový záhon. Kolik sazenic macešek bude třeba na jeho osázení, počítáme-li s 200 kusy na 1 $m^2$ záhonu?



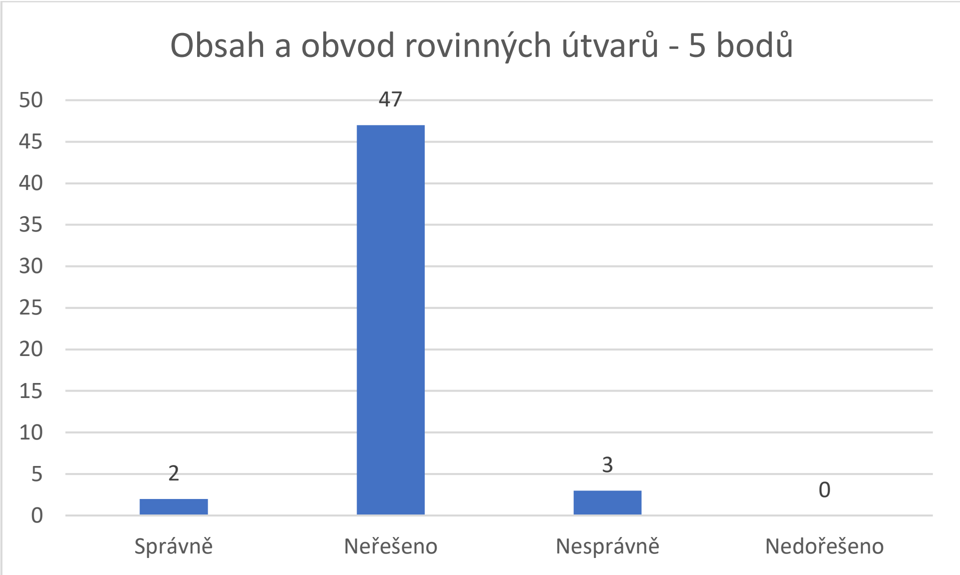

**Obrázek 11: Obrazec – 5 bodů (zdroj: převzato z Dytrych, Livňanská, Dobiasová, 2001)**

Výsledek:

Na osázení záhonu je potřeba 1845 kusů sazenic macešek.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 2 | 47 | 3 | 0 |

**Tabulka 24: Obsah a obvod rovinných útvarů - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 19: Obsah a obvod rovinných útvarů - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo pouze 10 % žáků a z toho mělo 40 % řešitelů správný výsledek. Žáci chybovali ve výpočtu rozlohy záhonu, kdy opomněli odečíst plochu, na které je fontána, nebo plochu s fontánou špatně vypočítali.

Žáci si pamatují vzorce pro výpočet obsahu a obvodu čtverce, obdélníku i kruhu, jsou schopni do vzorců dosadit zadané rozměry. V případě více výpočtů dělá některým žákům problém dopočítat se k požadovanému údaji. I zde se našli žáci, kteří si nepřečetli zadání pozorně, vyřešili pouze polovinu úlohy.

### 7.4.5 Poměr

**Úloha za 3 body**

Zadání:

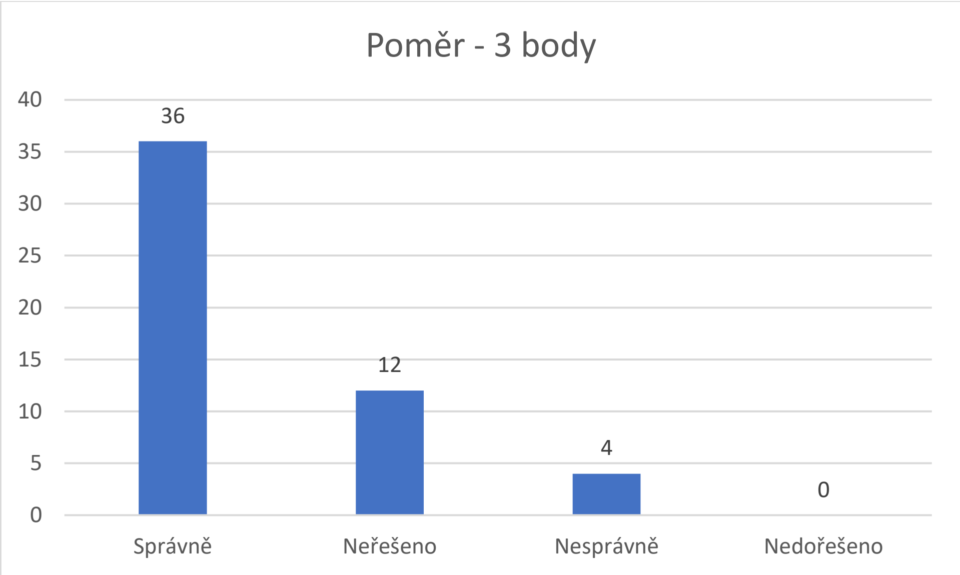
Úsečku AB o délce 18 cm rozděl na dvě části v poměru 4:5. Vypočítej délky jednotlivých částí.

Výsledek:

8 cm : 10 cm

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 36 | 12 | 4 | 0 |

**Tabulka 25: Poměr - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 20: Poměr - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 77 % žáků a z toho mělo 90 % řešitelů správný výsledek. V případě nesprávného výsledky udělali žáci elementární chybu v dělení a sčítání. Většina žáků měla správný výsledek, překvapující je počet žáků, kteří příklad nepočítali. Dle názoru autorky se jedná o nejjednodušší příklad v testu, tudíž by předpokládala, že ho vyřeší všichni žáci.

**Úloha za 4 body**

Zadání:

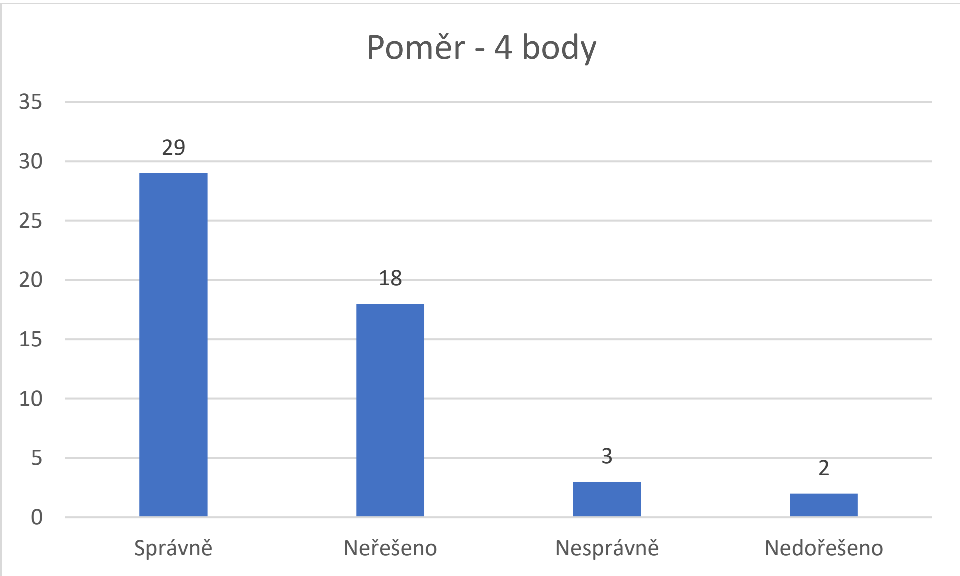
Tři bratři ve věku 8, 12 a 14 let se rozdělili o kapesné v poměru daném jejich stářím. Kolik Kč dostal každý z nich a kolik Kč dostali dohromady, bylo-li kapesné nejmladšího z nich 160 Kč?

Výsledek:

Bratři dostali 160 Kč, 240 Kč a 280 Kč, celkově dostali 680 Kč.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 29 | 18 | 3 | 2 |

**Tabulka 26: Poměr - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 21: Poměr - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 65 % žáků a z toho mělo 85 % řešitelů správný výsledek. V případě, že žáci chybovali, jednalo se o chybu v násobení či dělení. Většina žáků měla tento příklad správně a odpověděli na obě zadané otázky.

**Úloha za 5 bodů**

Zadání:

Spotřeba vody v domácnosti byla v prvním až čtvrtém čtvrtletí v poměru 3:4:2:5. Jen za třetí čtvrtletí se spotřebovalo 24 $m^3$ vody. Rodina platí měsíčně zálohu na vodu ve výši

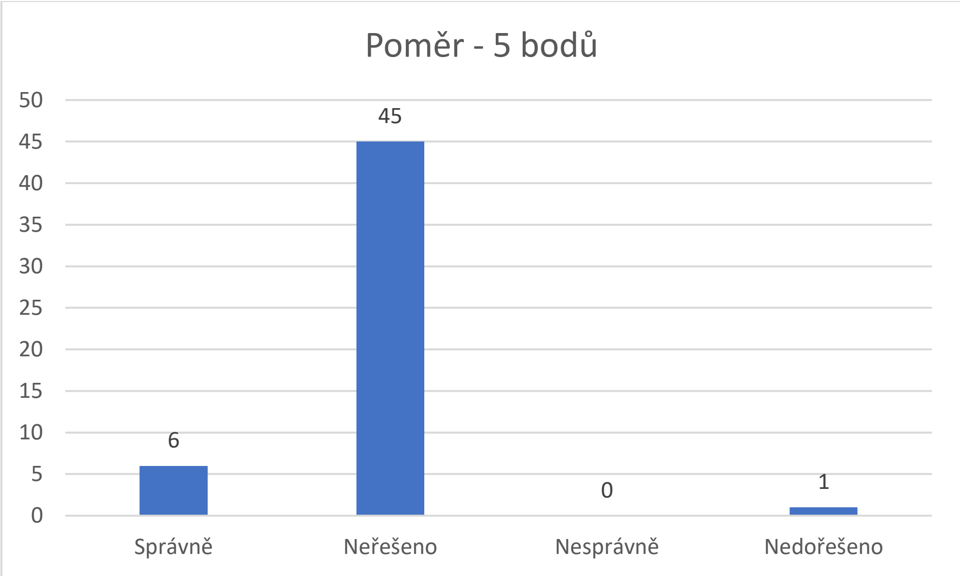
250 Kč. Stačí částka zaplacená na zálohách za rok pokrýt náklady na vodu, jestliže cena 1 $m^3$ vody je 18,50 Kč?

Výsledek:

Částka zaplacená na zálohách nebude stačit.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 6 | 45 | 0 | 1 |

**Tabulka 27: Poměr - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 22: Poměr - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo pouze 13 % žáků a z toho mělo 86 % řešitelů správný výsledek. Vzhledem k tomu, že na tento příklad se zodpovídalo ano/ne, mohli žáci výsledek tipnout. Avšak nikdo z žáků tak neučinil, což může být usuzováno podle průběžných výpočtů uvedených v testu.

V případě, že žáci tyto úlohy plnili, nedělal poměr žákům problém, žáci dané učivo ovládají a dělají pouze elementární chyby v základních matematických operací.

### 7.4.6 Procenta

**Úloha za 3 body**

Zadání:

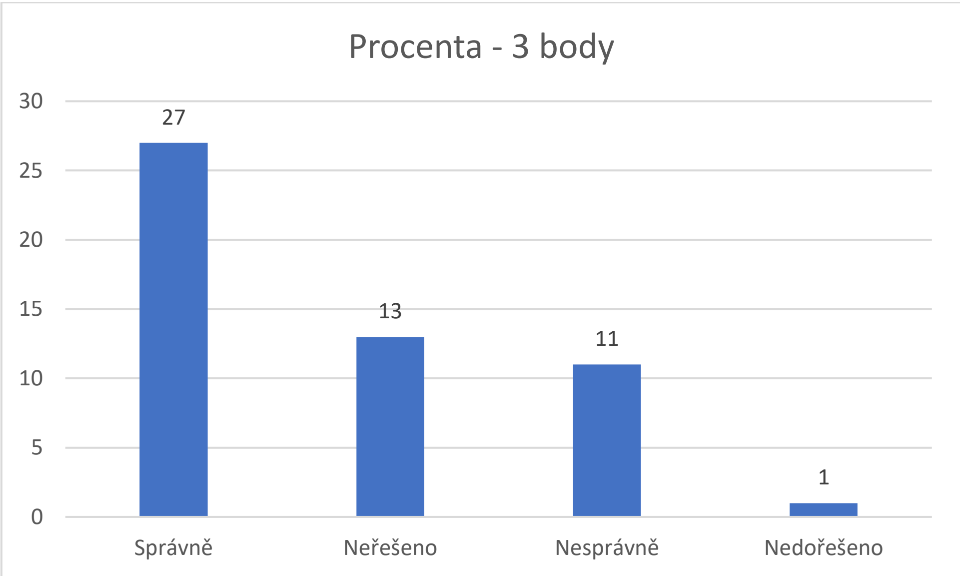
Vypočítej, kolik procent je 510 m ze 3 km.

Výsledek:

17 %

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 27 | 13 | 11 | 1 |

**Tabulka 28: Procenta - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 23: Procenta - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 75 % žáků a z toho mělo 69 % řešitelů správný výsledek. Osm žáků neuvedlo postup řešení, ale pouze výsledek, nelze tedy určit, kde udělali chybu. Jeden žák dělil daná čísla mezi sebou, ale způsobem, kterým mu vyšel nesprávný výsledek. Dva žáci měli výsledek 170 %, udělali chybu v převodu jednotek.

**Úloha za 4 body**

Zadání:

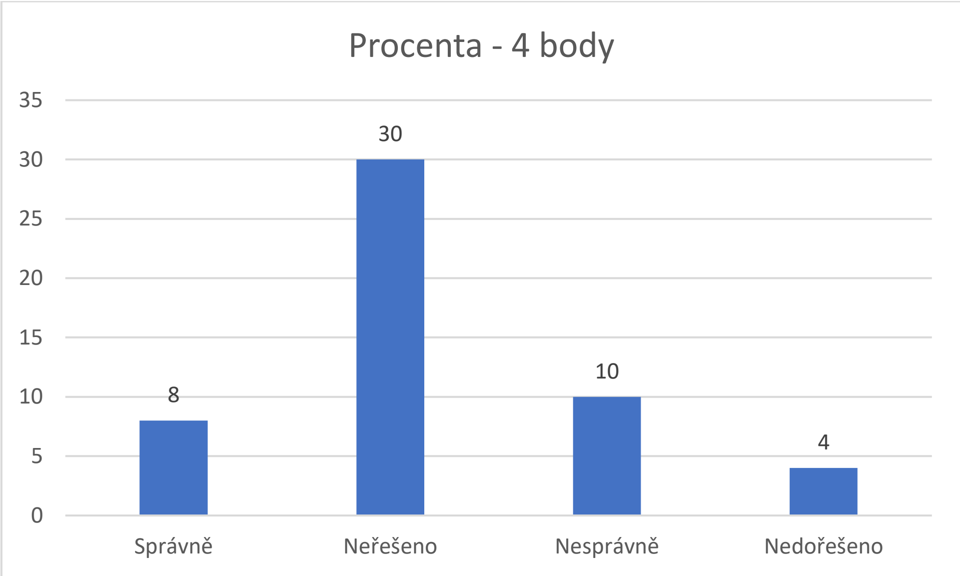
V průběhu aukce byla cena sošky zvýšena o 56 % na 8580 Kč. Jaká byla její vyvolávací cena?

Výsledek:

Vyvolávací cena sošky byla 5500 Kč.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 8 | 30 | 10 | 4 |

**Tabulka 29: Procenta - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 24: Procenta - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 42 % žáků a z toho mělo 36 % řešitelů správný výsledek. U tohoto příkladu devět žáků nepochopilo zadání, a tudíž počítali špatně, protože si mysleli, že částka 8580 Kč je 56 % a nikoli správných 156 %. Většina řešitelů byla schopna sestavit trojčlenku a počítat s ní.

### Úloha za 5 bodů

Zadání:

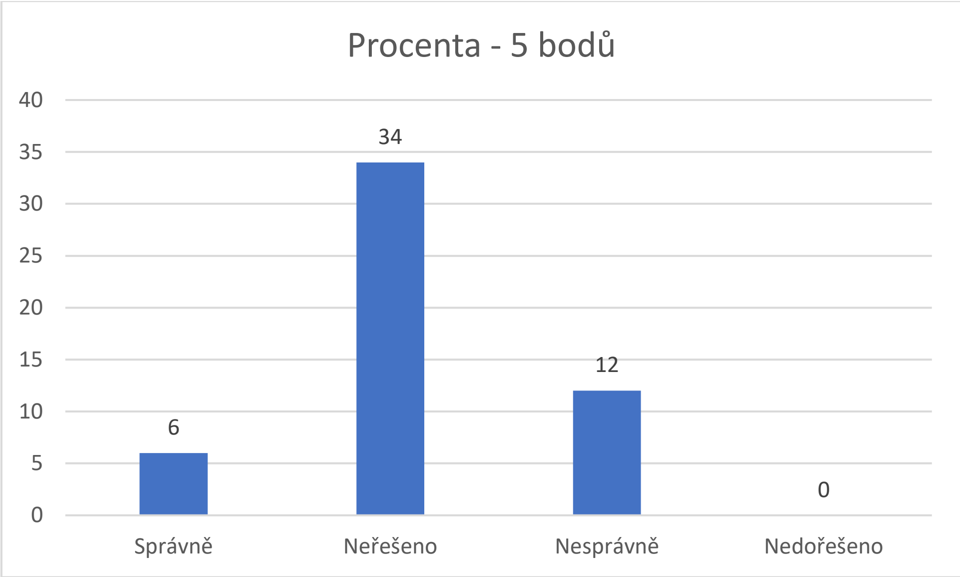
Tenisová raketa, která byla nejdříve zdražena o 5 % a potom zlevněna o čtvrtinu, se dnes prodává za 945 Kč. Vypočítej její původní cenu.

Výsledek:

Původní cena tenisové rakety byla 1200 Kč.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 6 | 34 | 12 | 0 |

**Tabulka 30: Procenta - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 25: Procenta - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 35 % žáků a z toho mělo 33 % řešitelů správný výsledek. Pět neúspěšných řešitelů neuvedlo do testu postup řešení, nelze určit, kde udělali chybu. Další čtyři neúspěšní řešitelé si neuvědomili, že cena byla změněna dvakrát a cenu upravovali pouze jednou.

Žáci, kteří si vybrali dané příklady, byli schopni počítat s procenty, správně sestavovali trojčlenku, dělali elementární chyby v základních matematických operací nebo nepochopili zadání.

### 7.4.7 Pythagorova věta

**Úloha za 3 body**

Zadání:

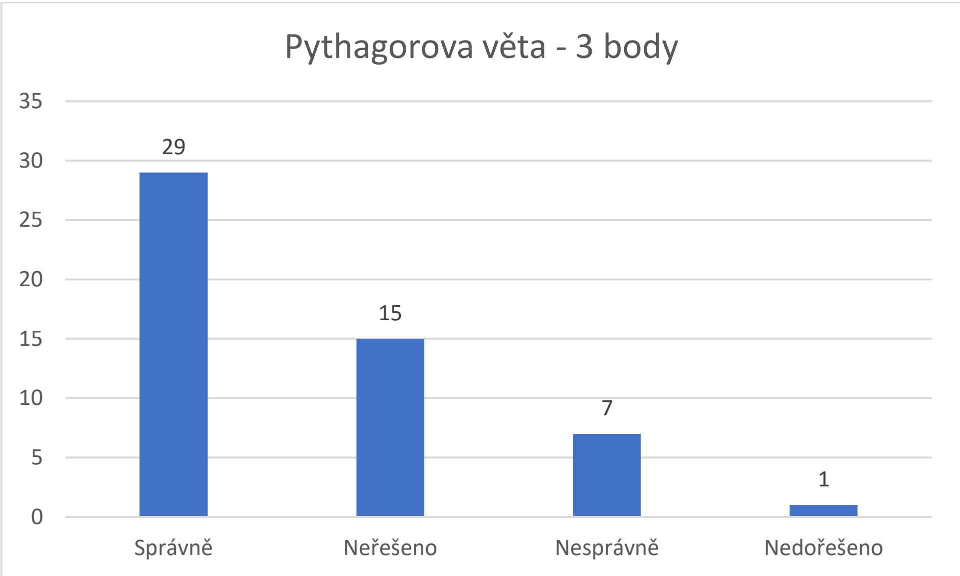
Vypočítej délku úhlopříčky obdélníku, jehož délky stran jsou 11 cm a 8 cm.

Výsledek:

Délka úhlopříčky je 13,6 cm.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 29 | 15 | 7 | 1 |

**Tabulka 31: Pythagorova věta - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 26: Pythagorova věta - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 71 % žáků a z toho mělo 78 % řešitelů správný výsledek. Většina řešitelů použila správný vzorec, ale někteří žáci chybovali v umocňování a odmocňování. Jeden žák počítal úhlopříčku pomocí vzorce pro obvod obdélníku, výsledek nebyl správný. Jeden řešitel svůj výsledek neodmocnil, tudíž příklad nedokončil.

**Úloha za 4 body**

Zadání:

Vypočítej výšku rovnoramenného lichoběžníku ABCD (AB || CD), jestliže znáš:

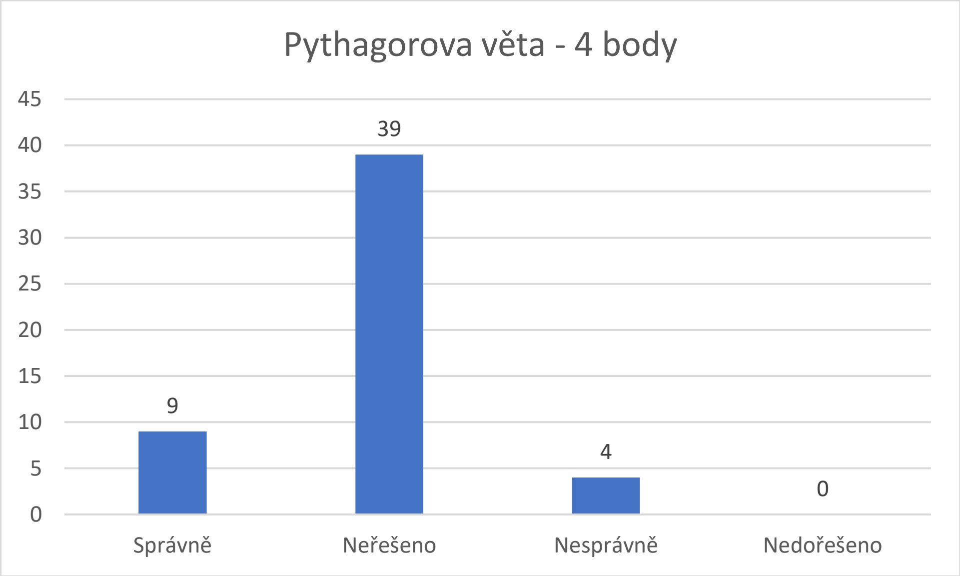
a = 14 cm, b = 7 cm, c = 6 cm.

Výsledek:

Výška má délku 5,7 cm.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 9 | 39 | 4 | 0 |

**Tabulka 32: Pythagorova věta - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 27: Pythagorova věta - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 25 % žáků a z toho mělo 69 % řešitelů správný výsledek. Dva žáci, kteří neměli správný výsledek, neuvedli postup řešení, nelze tedy určit, v čem udělali chybu. Další dva neúspěšní řešitelé si neupravili vzorec pro potřeby tohoto příkladu.

**Úloha za 5 bodů**

Zadání:

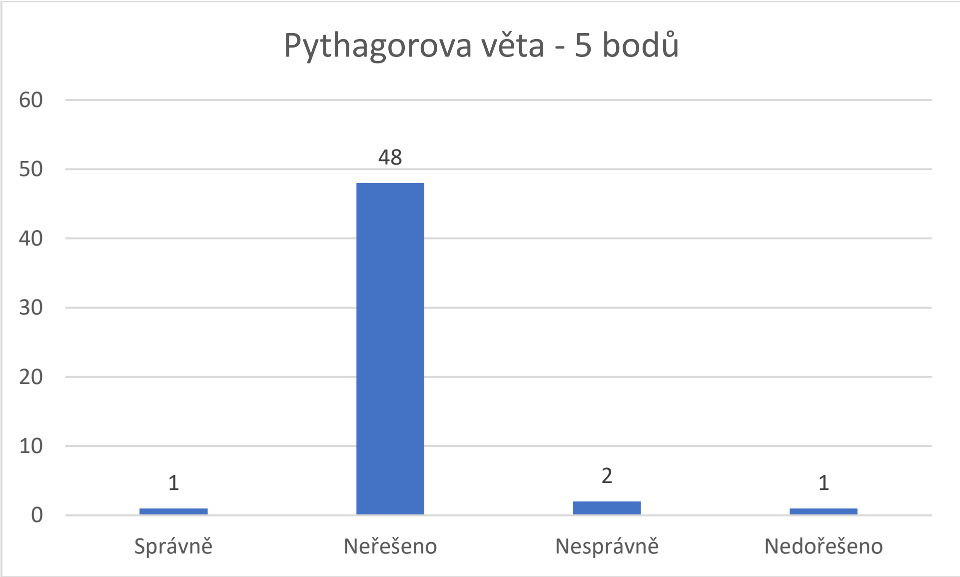
Vypočítej délku tělesové uhlopříčky kvádru s hranami délek: a = 3 cm, b = 4 cm, c = 7 cm.

Výsledek:

Délka tělesové uhlopříčky je 8,6 cm.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 1 | 48 | 2 | 1 |

**Tabulka 33: Pythagorova věta - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 28: Pythagorova věta - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo pouze 8 % žáků a z toho mělo 25 % řešitelů správný výsledek. Žáci s nesprávným výsledkem si správně udělali náčrtek, délka úhlopříčky podstavy jim vyšla špatně, tudíž měli špatně také délku tělesové úhlopříčky.

Žáci znají vzorec pro výpočet stran v pravoúhlém trojúhelníku, většina ho umí použít, ale některým dělá problém vzorec přizpůsobit danému příkladu.

### 7.4.8 Výrazy

**Úloha za 3 body**

Zadání:

Zjednoduš výraz:

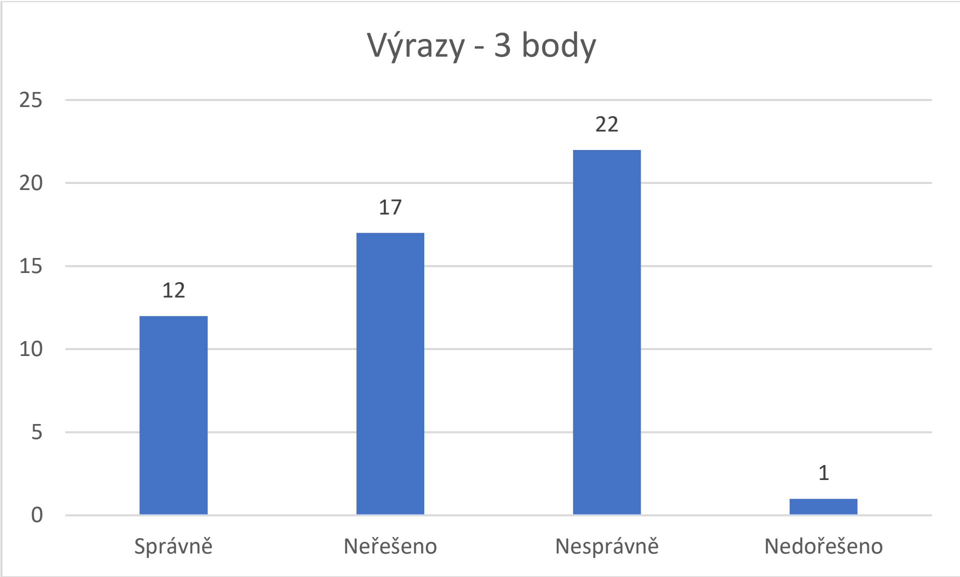
$7x - [(3y + 2x) - (4x - 5y)] - (-8y) =$

Výsledek:

9x

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 12 | 17 | 22 | 1 |

**Tabulka 34: Výrazy - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 29: Výrazy - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 67 % žáků a z toho mělo 34 % řešitelů správný výsledek. V tomto případě žáci mohli chybovat pouze ve sčítání a odečítání, v čemž také mnozí z nich chybovali a tyto elementární matematické operace 63 % řešitelů nezvládlo.

**Úloha za 4 body**

<u>Zadání</u>:

Zjednoduš a uveď, kdy má výraz smysl.

$$\frac{16c^2 + 24c + 9}{4bc + 3b} =$$

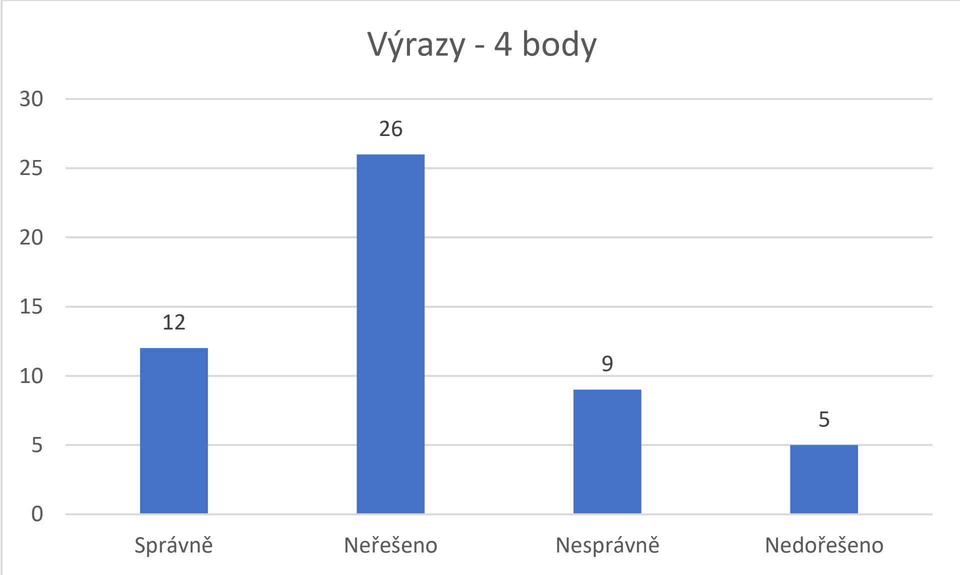
<u>Výsledek</u>:

$$b \neq 0; c \neq -\frac{3}{4}$$

$$\frac{4c + 3}{b}$$

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 12 | 26 | 9 | 5 |

**Tabulka 35: Výrazy - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 30: Výrazy - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 50 % žáků a z toho mělo 46 % řešitelů správný výsledek. Žáci nesprávně krátili členy v čitateli s členy ve jmenovateli, nevšimli si, že členy jsou v součtu, krácení je možné pouze v případě, kdy se jedná o součin. Chyba byla také to, že žáci neuvedli, kdy má výraz smysl, i když v zadání bylo uvedeno, že podmínku musí uvést.

**Úloha za 5 bodů**

Zadání:

Vynásob, zjednoduš a uveď, kdy má výraz smysl.

$$\left(\frac{3r}{3s+6t}-\frac{2t-s}{s^2-4t^2}\right)*(s+2t)=$$

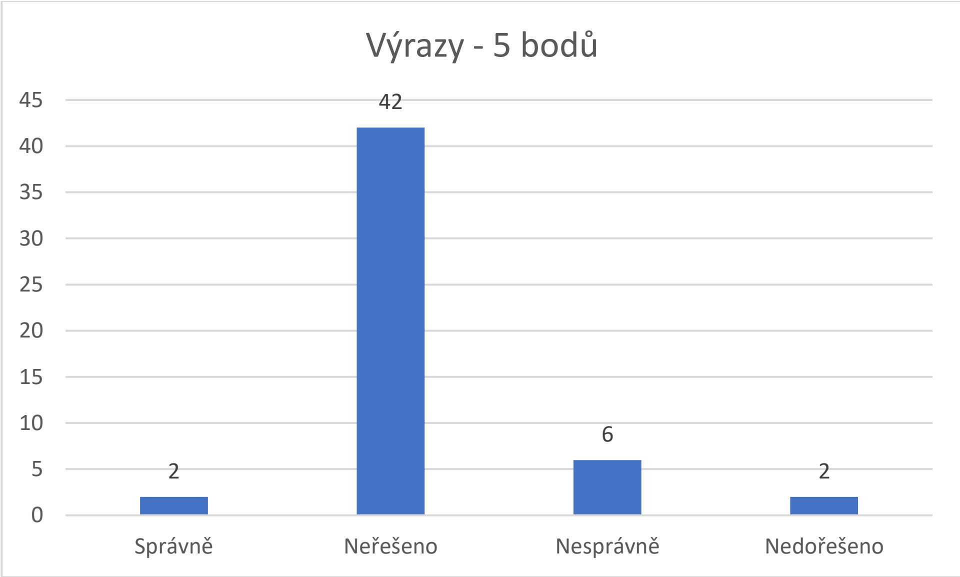
Výsledek:

$s \neq \pm 2t$

$r+1$

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 2 | 42 | 6 | 2 |

**Tabulka 36: Výrazy - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 31: Výrazy - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo pouze 19 % žáků a z toho mělo 20 % řešitelů správný výsledek. Žáci chybovali v krácení členů, kdy krátili členy v součtu. Žáci si správně všimli, že lze mnohočleny upravit pomocí vzorců, při následných úpravách však chybovali. Zde stejně jako u předchozího příkladu žáci zapomínali na uvedení, kdy má výraz smysl.

V daném učivu žákům chybí procvičování, a i když zvládnou náročnější úkony týkající se úpravy výrazů, chybují v elementárních matematických operacích.

### 7.4.9 Lineární rovnice

**Úloha za 3 body**

Zadání:

Řeš v R rovnici:

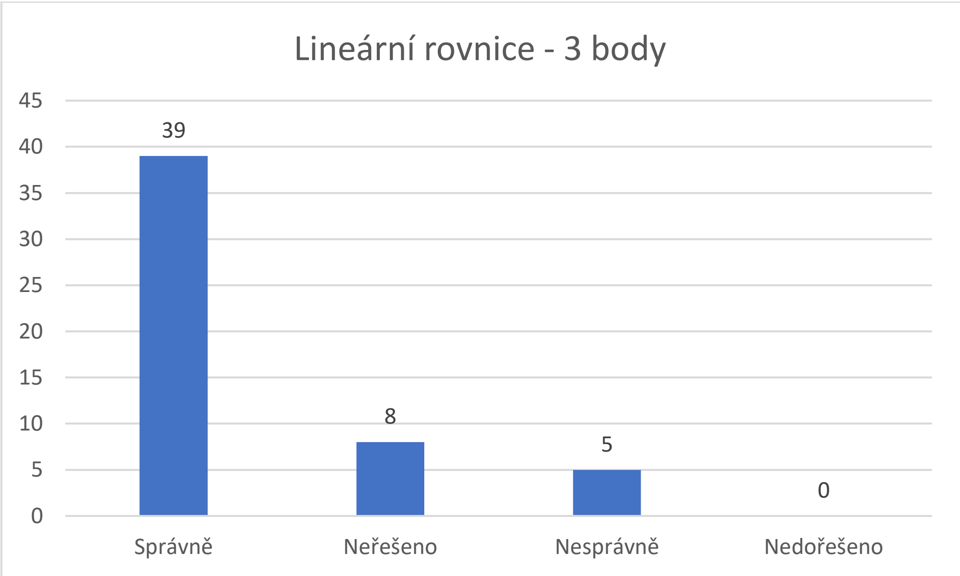
$$\frac{7-3x}{5}=\frac{5-2x}{4}$$

Výsledek:

$$x=\frac{3}{2}$$

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 39 | 8 | 5 | 0 |

**Tabulka 37: Lineární rovnice – 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 32: Lineární rovnice – 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 85 % žáků a z toho mělo 89 % řešitelů správný výsledek. Všichni žáci řešící tento příklad správně upravili rovnici tak, aby neobsahovala zlomky, následný výpočet tři žáci nezvládli a měli špatný výsledek. Dvěma žákům vyšel výsledek $x=\frac{2}{3}$, chybovali tedy pouze v posledním kroku.

**Úloha za 4 body**

Zadání:

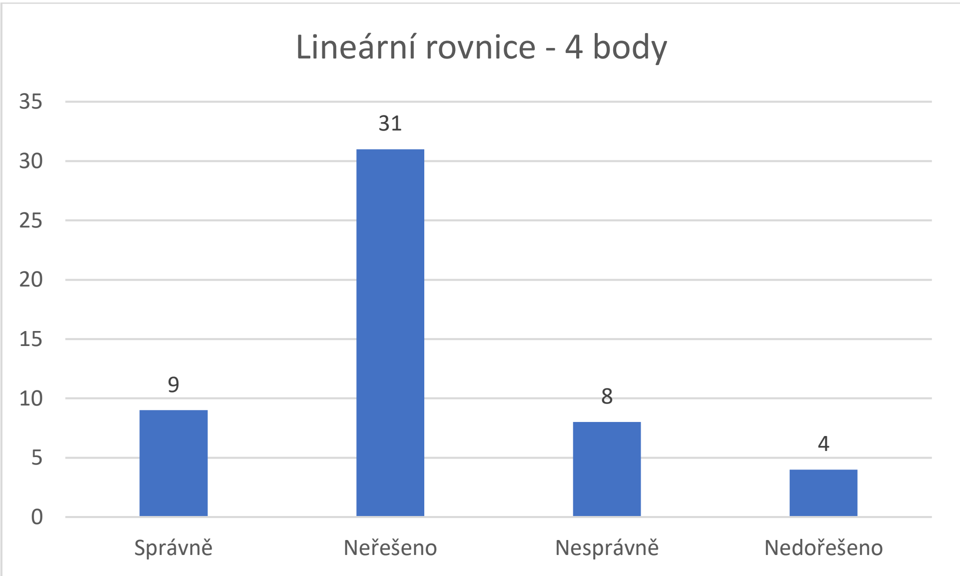
Tři základní školy navštěvuje celkem 678 žáků. Do první dochází o 21 žáků více než do druhé školy a do třetí dochází o 108 žáků méně než do druhé školy. Kolik žáků navštěvuje jednotlivé školy?

Výsledek:

První školu navštěvuje 276 žáků, druhou školu 255 a třetí školu 147.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 9 | 31 | 8 | 4 |

**Tabulka 38: Lineární rovnice – 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 33: Lineární rovnice – 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 40 % žáků a z toho mělo 43 % řešitelů správný výsledek. Pokud žáci chybovali, bylo to v sestavení rovnice nebo v jejím následném výpočtu. Žáci si neudělali následnou kontrolu a nevšimli si, že po sečtení jejich výsledků nevyjde celkový počet žáků uvedený v zadání.

**Úloha za 5 bodů**

Zadání:

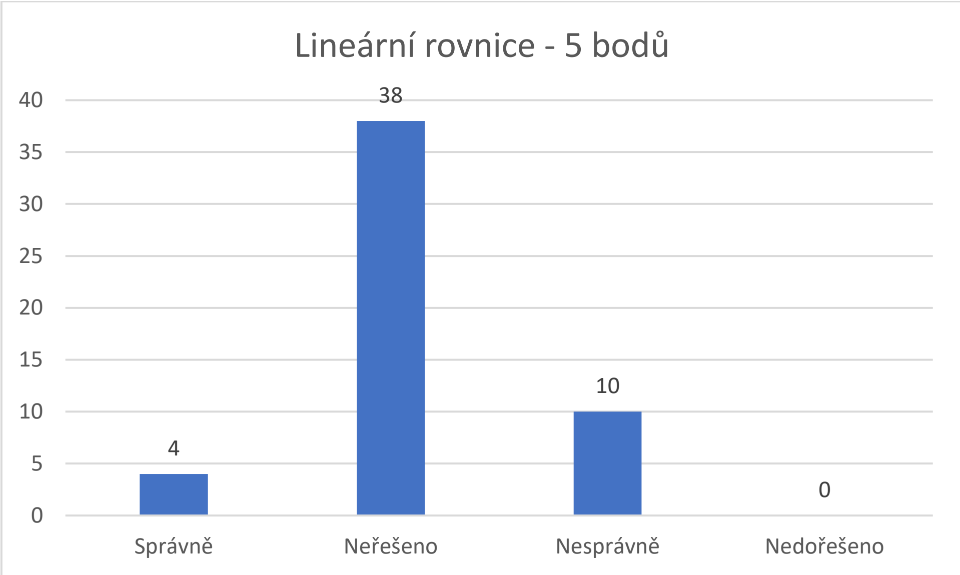
Dětský bazén se naplní jedním přítokem za 5 hodin, druhým přítokem za 7 hodin. Za kolik hodin se naplní oběma přítoky současně? Výsledek vyjádři v hodinách a minutách.

Výsledek:

Dětský bazén se naplní za 2 hodiny a 55 minut.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 4 | 38 | 10 | 0 |

**Tabulka 39: Lineární rovnice – 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 34: Lineární rovnice – 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 27 % žáků a z toho mělo 29 % řešitelů správný výsledek. Polovina z neúspěšných řešitelů uvedla pouze výsledek, nelze tedy určit, v čem udělali chybu. Žáci správně sestavili potřebnou rovnici, ale chybovali v následném výpočtu rovnice.

Žáci vypočítají lineární rovnici, chybují v úpravách rovnice a elementárních matematických operací. Žákům dělá problém vypočítat slovní úlohu, k jejichž vyřešení je nutné sestavit rovnici. Slovní úlohu na společnou práci se rozhodla vypočítat čtvrtina žáků, ale jen čtyři žáci měli správný výsledek. Žáci by potřebovali více procvičovat tento typ slovních úloh.

### 7.4.10 Soustavy rovnic

**Úloha za 3 body**

Zadání:

Řeš v **R** soustavu rovnic:

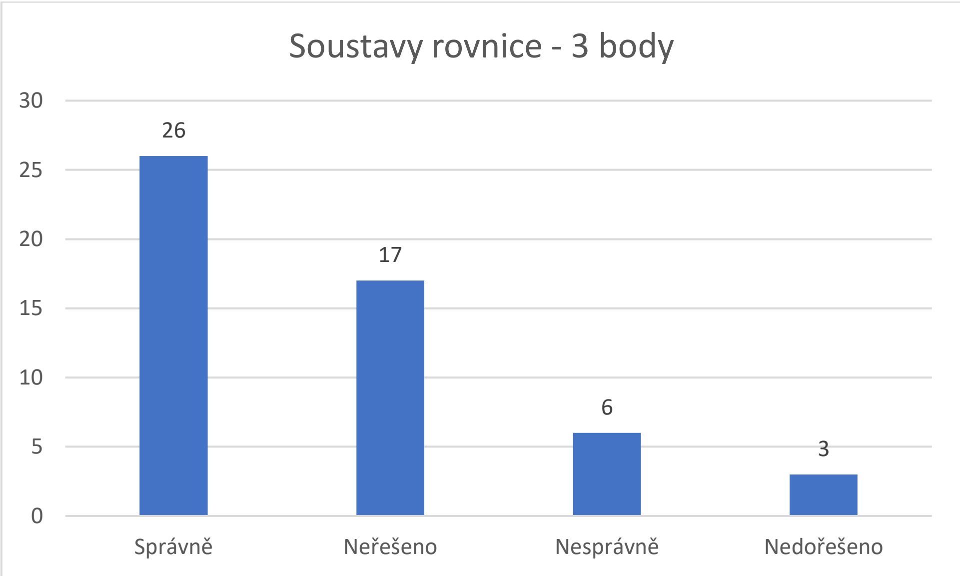
$$2x + 5y = 0$$
$$x - y = 7$$

Výsledek:

$$[x, y] = [5, -2]$$

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 26 | 17 | 6 | 3 |

**Tabulka 40: Soustavy rovnic – 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 35: Soustavy rovnic – 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 67 % žáků a z toho mělo 74 % řešitelů správný výsledek. Mezi chybami, které žáci dělali, byla záměna znamének, kdy výsledkem bylo $[x, y] = [-5,2]$, nebo nedopočítání druhé neznámé.

**Úloha za 4 body**

Zadání:

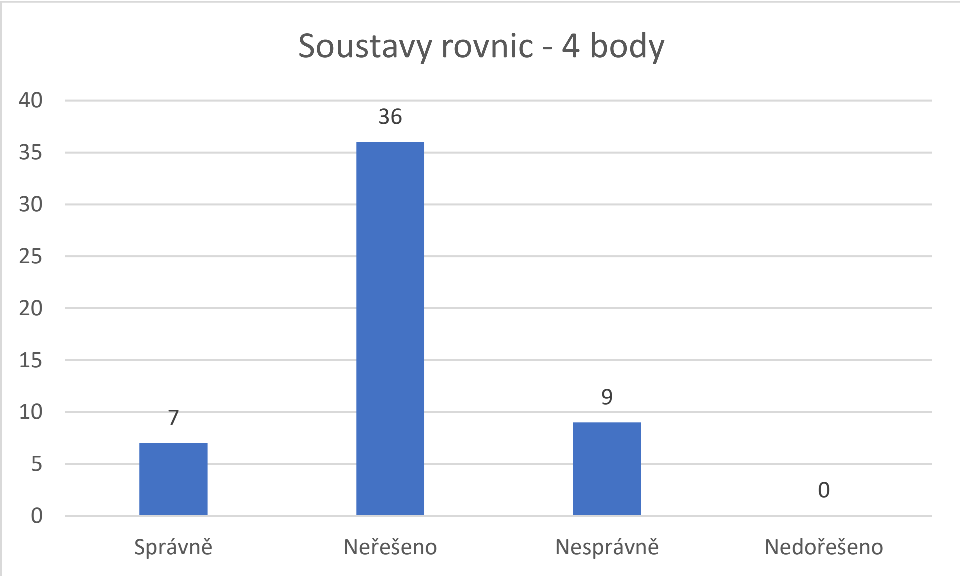
Podíl dvou neznámých čísel je 3. Tři čtvrtiny jejich rozdílu je 36. Urči neznámá čísla.

Výsledek:

Neznámá čísla jsou 72 a 24.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 7 | 36 | 9 | 0 |

**Tabulka 41: Soustavy rovnic – 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 36: Soustavy rovnic – 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 31 % žáků a z toho mělo 44 % řešitelů správný výsledek. Žáci, kteří neměli správný výsledek, zvolili metodu „pokus, omyl“, jejich výsledek však splňoval pouze jedno kritérium ze zadání.

**Úloha za 5 bodů**

Zadání:

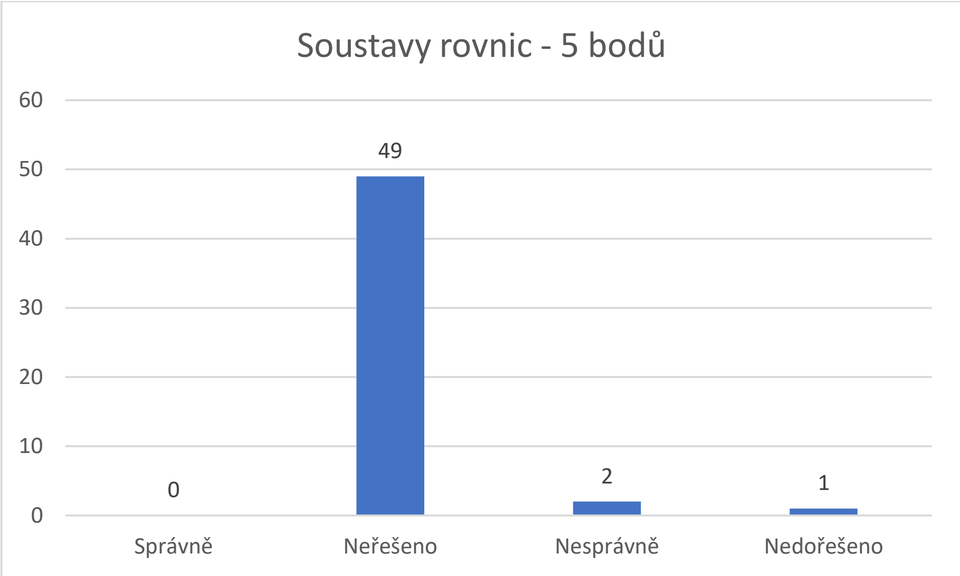
Při výrobě se využívají dva roztoky. Pokud smícháme 1 litr silnějšího a 3 litry slabšího roztoku, vznikne roztok o koncentraci 30 %. Pokud smícháme 2 litry silnějšího a 4 litry slabšího roztoku, vznikne roztok o koncentraci 32 %. Urči koncentrace původních roztoků.

Výsledek:

Původní roztoky byly 48% a 24%.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 0 | 49 | 2 | 1 |

**Tabulka 42: Soustavy rovnic – 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 37: Soustavy rovnic – 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 6 % žáků a z toho mělo 0 % řešitelů správný výsledek. Jeden z řešitelů uvedl pouze výsledek, který nebyl správný, tudíž nelze určit, kde udělal chybu. Druhý řešitel uvedl koncentraci pouze jednoho roztoku, výsledek byl sice správný ale neúplný.

Žáci jsou schopni vypočítat soustavu rovnic o dvou neznámých, někdy zapomínají vypočítat obě neznámé. Problém je se slovními úlohami, které si žáci k řešení téměř nevybírají. V případě, že se danou úlohu pokouší řešit, buď nedokážou sestavit danou soustavu rovnic nebo soustavu špatně vypočítají. Dané dvě slovní úlohy správně vypočítalo pouze 7 % žáků. Na základě těchto údajů lze soudit, že žáci potřebují procvičit výpočty slovních úloh.

### 7.4.11 Povrch a objem těles

**Úloha za 3 body**

Zadání:

Vypočítej povrch a objem kvádru, znáš-li délky jeho hran:

a = 30 cm, b = 40 cm, c = 70 cm

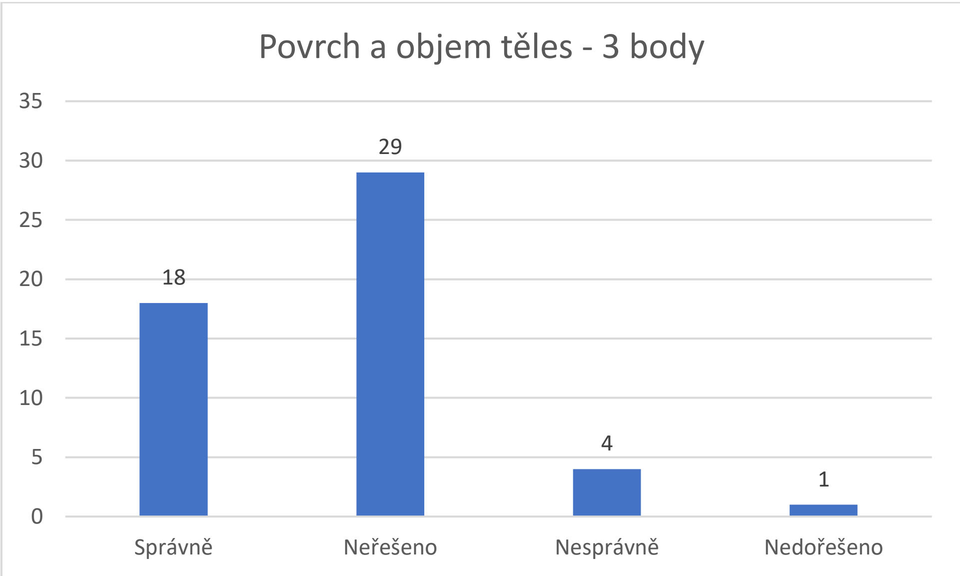
Výsledek:

$V = 84\,000\ cm^3$

$S = 12\,200\ cm^2$

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 18 | 29 | 4 | 1 |

**Tabulka 43: Povrch a objem těles - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 38: Povrch a objem těles - 3 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 44 % žáků a z toho mělo 78 % řešitelů správný výsledek. Žáci chybovali v tom, že vypočítali pouze jeden z požadovaných údajů, neznali správný vzorec pro výpočet povrchu kvádru nebo udělali elementární matematickou chybu.

**Úloha za 4 body**

Zadání:

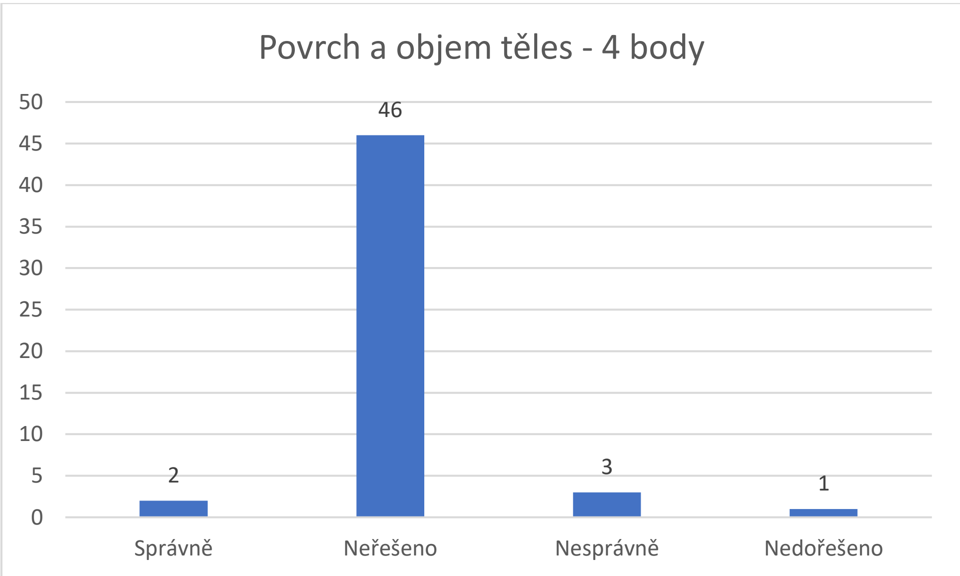
Jakou hmotnost má betonový příklop na studnu kruhového tvaru s průměrem 1,2 m, jestliže tloušťka příklopu je 9 cm? 1 $m^3$ betonu má hmotnost 2200 kg.

Výsledek:

Příklop má hmotnost 223,82 kg.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 2 | 46 | 3 | 1 |

**Tabulka 44: Povrch a objem těles - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 39: Povrch a objem těles - 4 body (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení vybralo 12 % žáků a z toho mělo 33 % řešitelů správný výsledek. Jeden z žáků uvedl, že příklad nelze vypočítat, protože chybí jeden údaj, daný žák si ho v zadání pouze nevšiml. Jedna žákyně měla správný postup, ale bohužel počítala s průměrem příklopu místo s poloměrem. Poslední z neúspěšných řešitelů měl správný objem příklopu, ale hmotnost nevyšla správně, protože objem měl v jiných jednotkách, než bylo zapotřebí k finálnímu výpočtu hmotnosti.

**Úloha za 5 bodů**

Zadání:

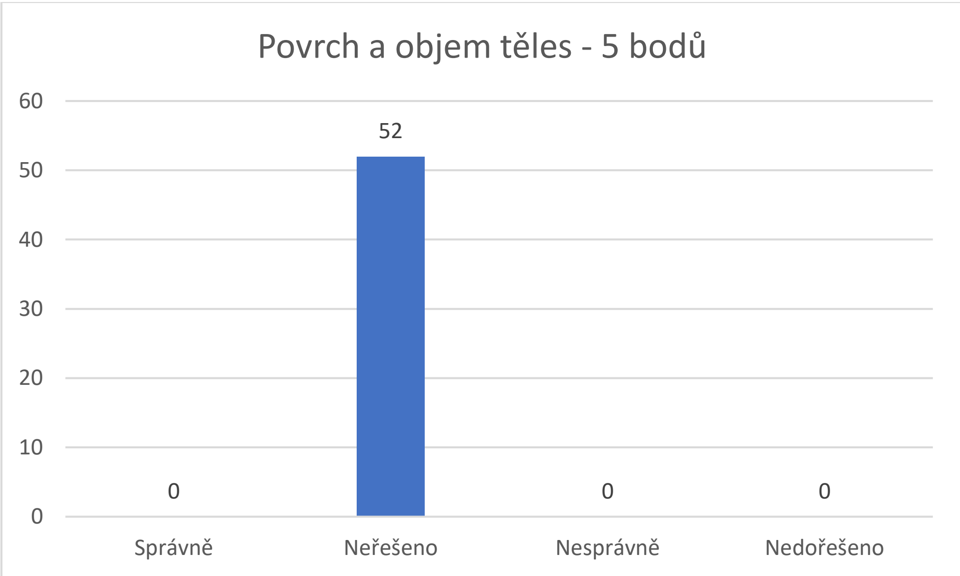
Ve dvou místnostech 2,7 m vysokých se má vymalovat. První místnost je 6 m dlouhá a 3,5 m široká, druhá místnost je stejně široká jako první a její délka je oproti první místnosti o třetinu menší. Určete spotřebu barvy, jestliže se každá místnost vymaluje dvakrát a zabírají-li dveře a okna v těchto místnostech dohromady 10,8 $m^2$ (1 kg barvy stačí na nátěr 5 $m^2$).

Výsledek:

Spotřeba barvy bude 46,4 kg.

| | Správně | Neřešeno | Nesprávně | Nedořešeno |
|---|---|---|---|---|
| Počet žáků | 0 | 52 | 0 | 0 |

**Tabulka 45: Povrch a objem těles - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 40: Povrch a objem těles - 5 bodů (zdroj: autorka práce, 2019)**

Příklad si k řešení nevybral žádný žák. Důvodem byl pravděpodobně nedostatek času na test, délka zadání a fakt, že se jedná o slovní úlohu.

Žáci znají vzorec pro výpočet objemu těles, mnozí však neznají vzorec pro povrch těles. Testovaní nečtou pozorně zadání, a tak nevypočítají vše, co úloha zadává. Žáci potřebují počítat více slovních úloh.

## 7.5 Závěr testování

Předpokladem bylo, že alespoň 50 % žáků splní stanovený limit 44 bodů, tento limit však splnilo pouze 22 % žáků. Tento špatný výsledek mohl být ovlivněn přílišnou náročností úloh, nedostatkem času na jeho vyplnění, nedostatečnou motivací a faktem, že test obsahoval učivo čtyř ročníků.

Dle předpokladu žáci nejčastěji volili k řešení příklady z jednoduché úrovně. Na základě pozorování žáků při práci s testem lze soudit, že tento fakt byl ovlivněn uspořádáním úloh v testu, kdy prvních jedenáct úloh bylo z jednoduché úrovně, poté následovaly středně obtížné úlohy a na konci testu byly náročné úlohy. Většina žáků počítala příklady v tom pořadí, v jakém byly uvedeny v testu, tudíž někteří žáci se k řešení náročných úloh nedostali. Žáci nejčastěji volili k řešení příklady s krátkým zadáním, pravděpodobně z časových důvodů, kdy předpokládali, že dlouhé zadání znamená dlouhé počítání.

V testu byli chlapci úspěšnější než dívky, ale nejúspěšnějším řešitelem byla dívka. Při rozdělení žáků do skupin podle známky z matematiky na vysvědčení měli žáci se známkou 1 nejvyšší průměrný počet bodů, a naopak žáci se známkou čtyři nejnižší průměrný počet bodů. Lze předpokládat, že žáci v jedné této skupině budou mít všichni zhruba stejný počet bodů, zajímavé je, že tomu tak není. Ve skupině žáků se známkou 2 byl žák, který měl 62 bodů, ale také žák, který dosáhl na pouhých 15 bodů. Z toho lze usoudit, že známka na vysvědčení nereflektuje skutečné znalosti a že i žák, který nemá výborné známky, může mít při srovnávacích testech výborné výsledky. Dle očekávání byli nejúspěšnějšími řešiteli žáci nastupující na gymnázium.

Testování se účastnili žáci 9. ročníku, kteří měli téměř ukončené základní vzdělání. Učební úlohy obsažené v testu zahrnovaly učivo, které se žáci na základní škole naučili a předpokládalo by se, že úlohy zvládnou vyřešit. Dle výsledků testování lze soudit, že žáci některé postupy řešení zapomněli a na středních školách si je budou muset připomenout. Tento negativní výsledek mohl být ovlivněn skutečností, že testování žáků probíhalo měsíc po přijímacích zkouškách na střední školy a mnozí žáci již polevili v učení.

V případě dalšího zkoumání by testování mohlo proběhnout v době před přijímacími zkouškami na střední školu. Jelikož tyto zkoušky se skládají ze zkoušky z českého jazyka a matematiky, žáci by si na daném souboru učebních úloh mohli ověřit své matematické znalosti základní školy. Zvolením tohoto časového období by se maximalizovala snaha žáků o znalost učiva matematiky základní školy.

Při sestavování testu byly úlohy seskupeny podle obtížností z důvodu, aby žáci nepoznali, že na jedno téma byly vytvořeny tři úlohy v různé obtížnosti a nepoznali tedy, že příklady počítají podobně. Lepší variantou by bylo seskupit příklady na jedno téma k sobě a uvést u jednotlivých příkladů stupeň obtížnosti. Mohlo by se tím předejít nízkému procentu volby příkladů z náročné úrovně obtížnosti, které by se tak nenacházely až v poslední třetině testu.

# 8 Dotazníkové šetření

Součástí testu byl dotazník, který žáci vyplňovali po skončení limitu určeného pro vypočítání gradovaných úloh. Někteří žáci dotazník vyplňovali již v průběhu testování, i když byli upozorněni, že na to budou mít čas po skončení časového limitu.

Dotazník vyplnilo celkem 52 respondentů. Otázky byly otevřené, bez možnosti volby odpovědi.

První čtyři otázky byly demografické a odpovědi byly zahrnuty výše do porovnávání úspěšnosti testu.

Demografické otázky:

- pohlaví,
- třída,
- známka z matematiky na posledním vysvědčení,
- střední škola, na kterou nastupuje žák po ukončení základní školy.

Následující otázky:

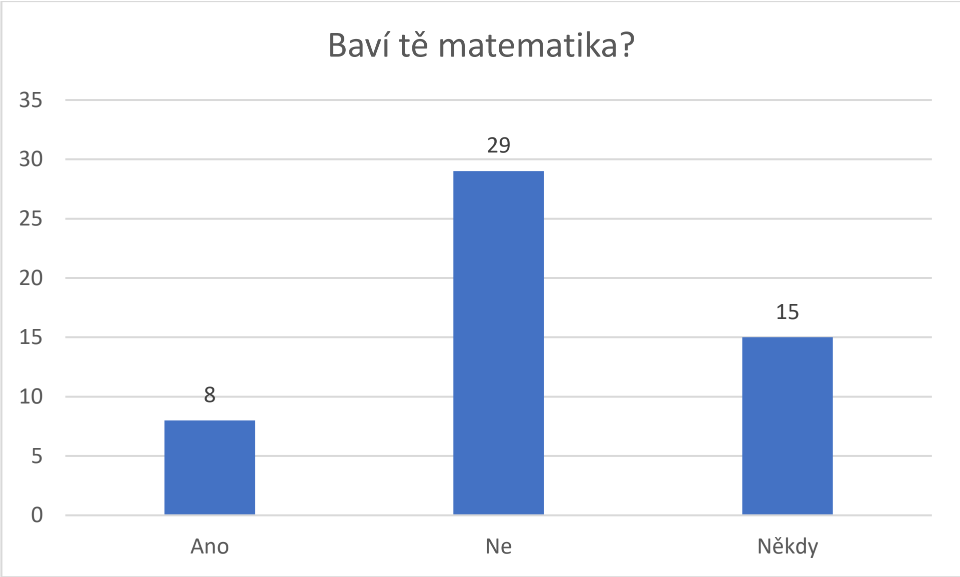
1. Baví tě matematika?
2. Jak se ti pracovalo s testem?
3. Přišel ti test náročný?
4. Setkal/a ses už někdy s pojmem gradované úlohy?
5. Používá učitel gradované úlohy v hodinách matematiky?

**1. Baví tě matematika?**

Řada výzkumů tvrdí, že matematika patří mezi neoblíbené předměty. Tato otázka byla zvolena, protože autorku zajímalo, zda toto platí i v případě testovaných žáků. Dané tvrzení bylo dotazníkovým šetřením potvrzeno. Více než polovina žáků uvedla, že je matematika nebaví, jednalo se o 56 % dotazovaných. Tento předmět baví pouze 15 % žáků. Ostatní uvedli, že je matematika baví někdy, záleží přitom na probíraném učivu, jestli mu rozumí, nebo jestli si žáci myslí, že dané učivo použijí v praktickém životě.

| | Ano | Ne | Někdy |
|---|---|---|---|
| Počet žáků | 8 | 29 | 15 |

**Tabulka 46: Baví tě matematika? (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 41: Baví tě matematika? (zdroj: autorka práce, 2019)**

### 2. Jak se ti pracovalo s testem?

Vzhledem k tomu, že otázka byla otevřená a žáci neměli možnost volil odpověď, uváděli žáci mnoho různých odpovědí. Dobře se s testem pracovalo 24 dotazovaných, a naopak špatně se pracovalo 9 dotazovaným. Mezi další odpovědi patřilo:

- „divně“,
- „jak u kterých úloh“,
- „komplikované“,
- „normálně“,
- „středně“,
- „nic moc“,
- „dá se“,
- „zajímavě“,
- „v pohodě“,
- „celkem to šlo“,
- „byl pěkně udělaný, ale kdybych ho dostal před přijímačkami, tak bych ho i udělal“,
- „málo času, měla jsem si předtím něco zopakovat“,
- „test byl přehledný, ale neumím počítat slovní úlohy“.

**3. Přišel ti test náročný?**

Test přišel náročný 44 % dotazovaných, pro 17 % žáků test náročný nebyl. Trochu náročný byl pro 8 % žáků a zbytku respondentů přišly náročné některé části testu, jednalo se o 31 % žáků. Někteří žáci uvedli, že na řešení testu bylo málo času, test obsahoval moc slovních úloh a rozsáhlé učivo.

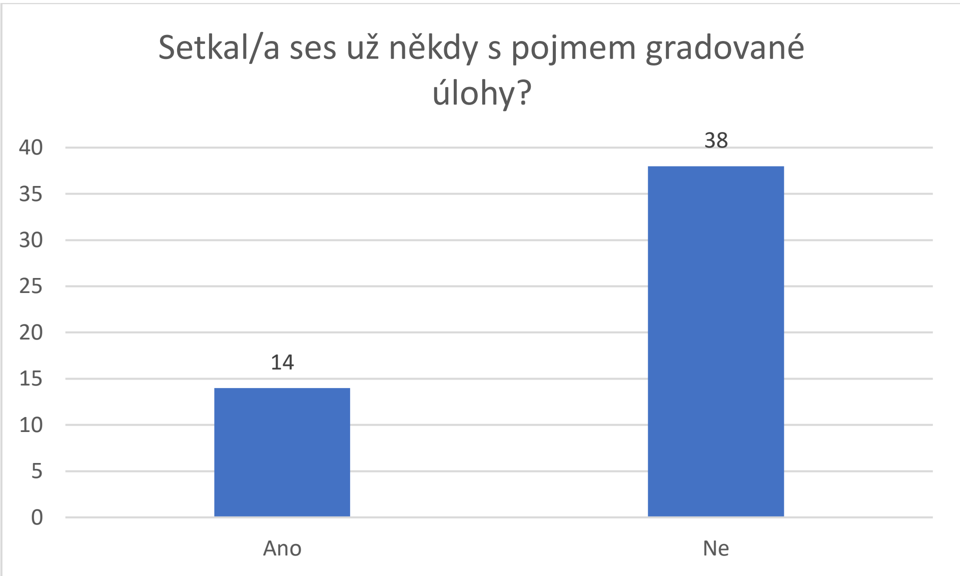
Předchozí dvě otázky měly za úkol zjistit dojem žáků z testu, vysvětlit tím výsledky testování a upozornit na případné nutné úpravy testu pro další testování.

**4. Setkal/a ses už někdy s pojmem gradované úlohy?**

S pojmem se setkalo 27 % dotazovaných. Někteří žáci znali princip gradovaných úloh, ale s pojmem se setkali poprvé. Jeden žák uvedl, že je to stejný princip, jako je u přijímacích zkoušek.

| | Ano | Ne |
|---|---|---|
| Počet žáků | 14 | 38 |

**Tabulka 47: Setkal/a ses už někdy s pojmem gradované úlohy? (zdroj: autorka práce, 2019)**




**Graf 42: Setkal/a ses už někdy s pojmem gradované úlohy? (zdroj: autorka práce, 2019)**

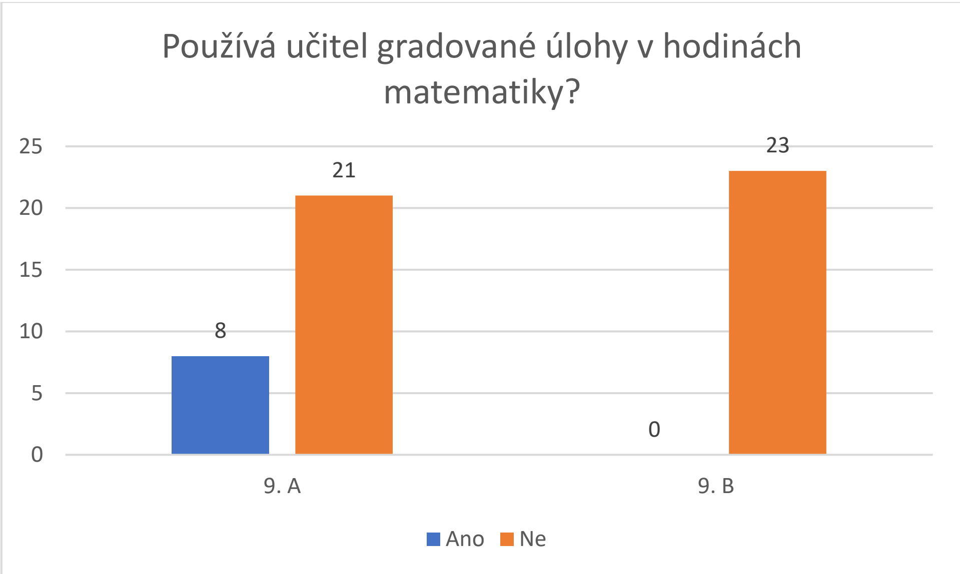
**5. Používá učitel gradované úlohy v hodinách matematiky?**

Přestože byl předpoklad, že žáci pojem nebudou znát, byl prostřednictvím pokynů pro vyplňování didaktického testu žákům tento pojem vysvětlen, proto mohli na danou otázku odpovědět.

Všichni žáci třídy 9. B odpověděli, že učitel gradované úlohy v hodinách matematiky nepoužívá. Ve třídě 9. A 15 % žáků uvedlo, že učitelka gradované úlohy v hodinách matematiky používá, zbytek odpověděl, že nepoužívá. Po konzultaci s učitelkou matematiky třídy 9. A bylo zjištěno, že gradované úlohy využívá, ale nejsou do výuky zařazovány pravidelně. Učitelka má k dispozici výukové materiály od vzdělávací agentury EDUPRAXE s.r.o. Tyto materiály obsahují výukové karty na určité učivo (viz kapitola 3), které dle aktuálních možností učitelka v hodinách matematiky používá.

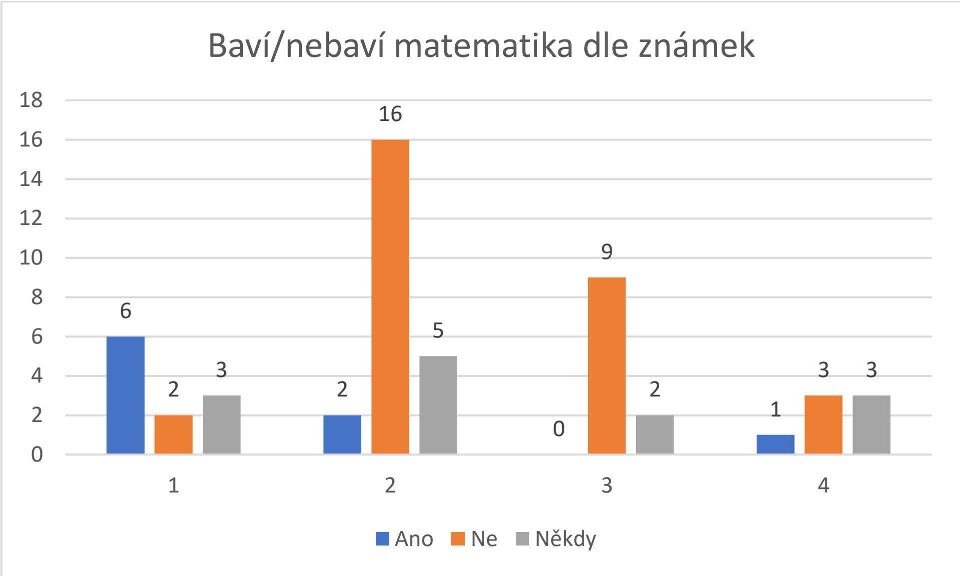
| | Ano | Ne |
|---|---|---|
| 9. A | 8 | 21 |
| 9. B | 0 | 23 |

**Tabulka 48: Používá učitel gradované úlohy v hodinách matematiky? (zdroj: autorka práce, 2019)**



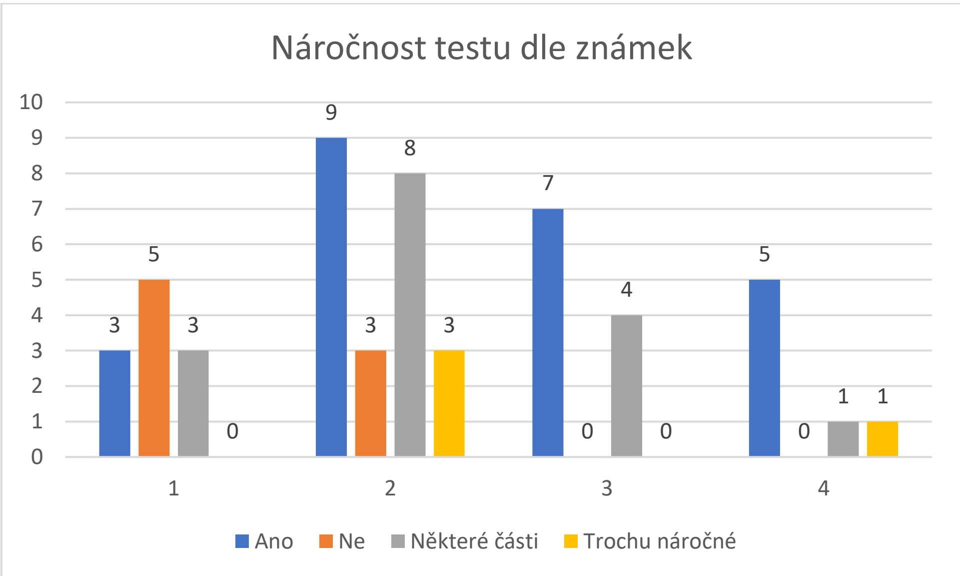

**Graf 43: Používá učitel gradované úlohy v hodinách matematiky? (zdroj: autorka práce, 2019)**

V další části textu je porovnáno, jakou měli žáci známku na vysvědčení s tím, jestli je matematika baví či nebaví a jestli jim přišel test náročný.




**Graf 44: Baví/nebaví matematika dle známek (zdroj: autorka práce, 2019)**

Z grafu vyplývá, že 67 % žáků, které matematika baví, mělo z tohoto předmětu na vysvědčení známku 1. Překvapující je, že jeden žák odpověděl, že ho matematika baví, a přesto měl na vysvědčení známku 4. Lze z toho soudit, že ne vždy souvisí oblíbenost předmětu s výsledky vzdělávání žáka. Z grafu také vyplývá, že ačkoliv mají žáci výborné či chvalitebné výsledky z matematiky, je pro většinu těchto žáků tento předmět neoblíbený.

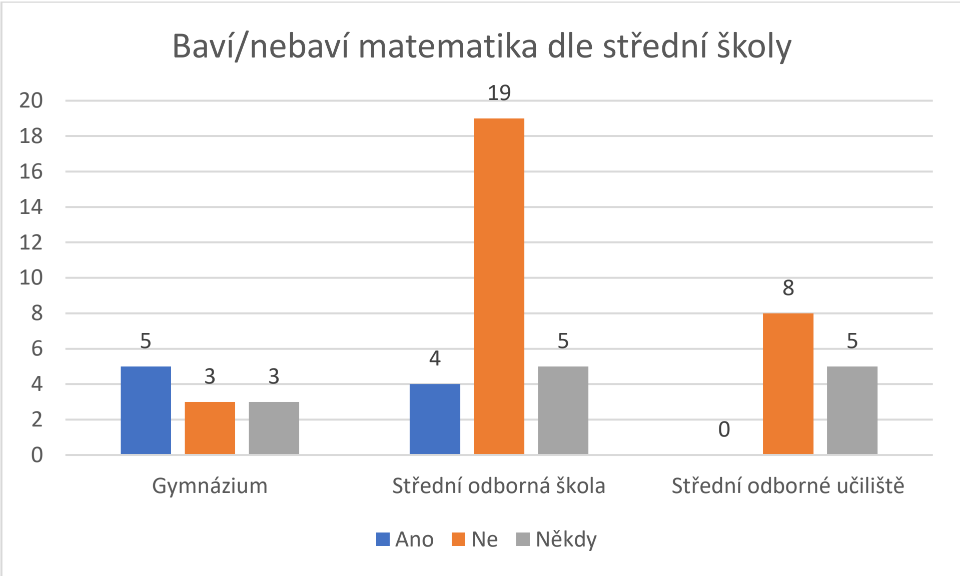



**Graf 45: Náročnost testu dle známek (zdroj: autorka práce, 2019)**

Všichni žáci, pro které test nebyl náročný, měli z matematiky známku 1 nebo 2. Pro 45 % žáků s výborným prospěchem test náročný nebyl a pro 27 % žáků náročný byl.

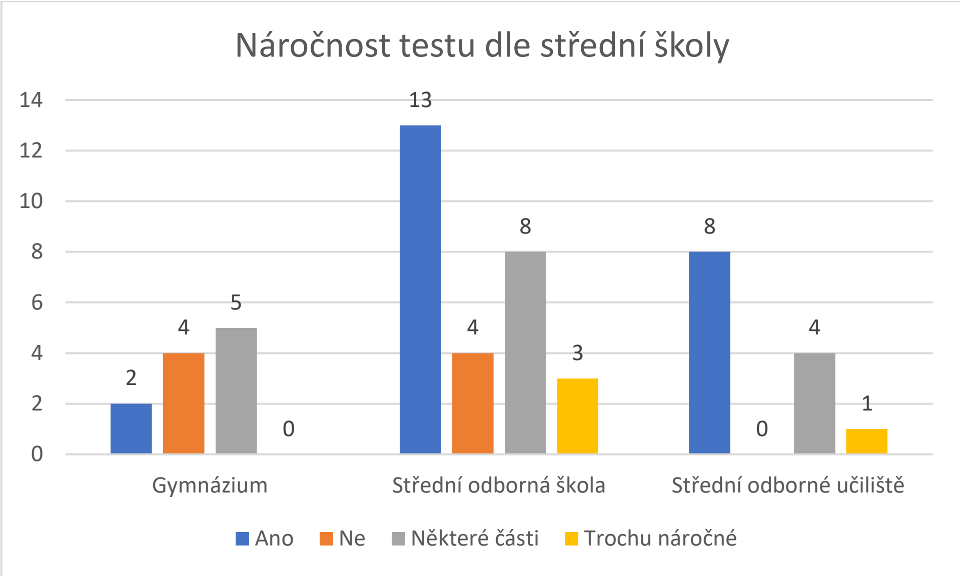
Pouze 13 % žáků se známkou 2 přišel test nenáročný a náročný přišel 39 %. Pro 67 % žáků, kteří měli známku 3 nebo 4, byl test náročný, naopak žádnému z těchto žáků nepřišel test nenáročný.

Následující grafy porovnávají, na jaký typ střední školy žáci nastoupí po ukončení základní školy s tím, jestli je matematika baví a jestli jim přišel test náročný.




**Graf 46: Baví/nebaví matematika dle střední školy (zdroj: autorka práce, 2019)**

Z grafu vyplývá, že 56 % žáků, které baví matematika, nastoupí na gymnázium, zbylých 44 % nastoupí na střední odbornou školu. Ve skupině gymnazistů je 45 % žáků, které matematika baví, a 27 %, které nebaví. Pro 68 % žáků nastupujících na střední odbornou školu není matematika oblíbeným předmětem a baví pouze 14 % žáků. Ve skupině žáků nastupujících na střední odborné učiliště nebyl nikdo, koho by matematika bavila, 62 % žáků matematika nebaví a 38 % žáků baví někdy.




**Graf 47: Náročnost testu dle střední školy (zdroj: autorka práce, 2019)**

Žáci, pro které test nebyl náročný, nastoupí na gymnázium nebo na střední odbornou školu. Pro 18 % žáků nastupujících na gymnázium byl test náročný, nenáročný byl pro 36 % žáků, pro ostatní žáky byly náročné některé části testu. Pouze pro 14 % žáků, kteří nastoupí na střední odbornou školu, nebyl test náročný, náročný přišel 46 % žáků. Ve skupině žáků nastupujících na střední odborné učiliště se nenašel nikdo, pro kterého by test nebyl náročný, naopak pro 62 % z těchto žáků test byl náročný a pro 31 % byly náročné některé části testu.

Z odpovědí žáků vyplývá, že test byl náročný a pro případné další využití by musel být upraven. Dle očekávání přišel test náročný především žákům, kteří nedosahují v matematice vynikajících studijních výsledků. Z odpovědí lze také soudit, že oblíbenost matematiky ne u všech žáků souvisí s jejich studijními výsledky, a i když má žák špatnou známku z matematiky, má tento předmět v oblibě.

# 9 Závěr

Diplomová práce se zabývala pojmem gradované úlohy a jejich využití při výuce matematiky. Cílem diplomové práce bylo zjistit, jak žáci pracují se souborem gradovaných úloh, které úrovně obtížnosti si budou vybírat a také jak zvládají dané učivo a v čem případně dělají chyby.

Teoretická část práce se zaměřila na pojem gradované úlohy, na pojetí matematiky v dokumentech, konkrétně v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání a ve Školním vzdělávacím programu Základní školy Opava, Boženy Němcové 2, na které byl prováděn výzkum. V rámci ŠVP dané školy byly uvedeny tematické plány matematiky jednotlivých ročníků druhého stupně, ze kterých byla vybrána témata do výzkumu. Tato témata jsou v teoretické části představena a zároveň jsou u nich uvedeny příklady z učebnic používaných učiteli základních škol. Součástí teoretické části jsou poznatky o matematických úlohách a jejich řešení.

Praktická část diplomové práce se zabývá testováním žáků devátých tříd na soubor gradovaných úloh, tedy úloh s několika úrovněmi obtížnosti. Test, který jsem vytvořila, obsahoval 33 úloh, které byly rozděleny do třech úrovní obtížnosti, kdy v každé obtížnosti bylo 11 úloh. K testování jsem vybrala dvě 9. třídy ZŠ Boženy Němcové 2 v Opavě, testování probíhalo v květnu školního roku 2018/2019. Žáky jsem při vyplňování testu pozorovala, abych viděla, jak s testem žáci pracují a jakou úroveň obtížnosti si primárně vybírají a jak pracují s tím, že pro splnění testu bylo zapotřebí získat 44 bodů, přičemž celkový počet bodů byl 132. Maximálního počtu bodů však žáci nemohli dosáhnout, jelikož test byl vytvořen tak, aby žáci nestihli vypočítat všechny příklady a byli nuceni si vybrat, které příklady vypočítají.

Limit 44 bodů splnilo pouze 22 % žáků a průměrný počet bodů byl 28,8 bodů. Žáci si nejčastěji volili jednoduchou úroveň příkladů a nejméně obtížnou úroveň. Úspěšnější byli při řešení chlapci než dívky. Při opravě testů jsem zjistila, že žáci neznají postupy řešení u všech typů příkladů a často dělají chyby v základních matematických operací a také mají problém pozorně číst zadání.

Poslední část diplomové práce se zabývá dotazníkem, který byl součástí didaktického testu a žáci ho vyplnili po skončení časového limitu určeného pro vyplnění testu. Odpovědi žáků umožnily porovnat úspěšnost žáků podle pohlaví, známky z matematiky na posledním vysvědčení a podle typu školy, na kterou žáci nastoupí po ukončení základního vzdělávání.

Z odpovědí žáků jsem zjistila, že test byl pro většinu testovaných náročný, více než polovinu těchto žáků matematika nebaví. Žáci pojem gradované úlohy neznají, ale po vyplnění testu a přečtení instrukcí k jeho vyplnění, žáci pochopili, co tento pojem znamená. Dle většinového názoru žáků jejich učitelé gradované úlohy v hodinách matematiky nepoužívají, avšak po rozhovoru s danými učiteli jsem zjistila, že učitelé tento typ úloh používají, ale ne ve velké míře.

Nízká úspěšnost testu mi ukázala, že test byl příliš náročný, měl by obsahovat méně příkladů nebo by na jeho vyplnění měli mít žáci více času. Náročnost testu byla dána také tím, že byl moc obsažný, zahrnoval učivo čtyř ročníků. Vzhledem k tomu, že přijímací zkoušky na střední školy se dělají z matematiky, hodlám při výuce zařazovat opakování učiva z delšího časového úseku, aby žáci nezapomínali učivo předchozích ročníků. Chtěla bych ve výuce dosáhnout toho, aby všichni žáci byli motivováni pocitem úspěchu, že správně vypočítali příklad. Příklady z obtížné úrovně rozvíjí také matematicky nadané žáky, kteří se v hodinách matematiky nenudí. Proto bych ve výuce chtěla využívat gradované úlohy.

# Seznam tabulek

# Seznam obrázků

# Seznam grafů

# Seznam zkratek

| | |
|---|---|
| ČR | Česká republika |
| PdF UP | Pedagogická fakulta Univerzity Palackého |
| PřF UP | Přírodovědecká fakulta Univerzity Palackého |
| RVP | Rámcový vzdělávací program |
| RVP ZV | Rámcový vzdělávací program základního vzdělávání |
| ŠVP | Školní vzdělávací program |
| ZŠ | Základní škola |

# Seznam použité literatury

BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. ISBN 80-210-3022-4.

BRINCKOVÁ, Jaroslava. Gradované série úloh v matematike ZŠ. In: *Dva dny s didaktikou matematiky 2006: Sborník příspěvků*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta a Společnost učitelů matematiky JČMF, 2007, s. 81-84. ISBN 978-80-7290-286-6.

ČERMÁK, Pavel a Petra ČERVINKOVÁ. *Odmaturuj! z matematiky*. Brno: Didaktis, 2002. Odmaturuj! ISBN 80-862-8538-3.

DELVENTHAL, Katka Maria, Alfred KISSNER a Malte KULICK. *Kompendium matematiky: vzorce a pravidla: četné příklady včetně řešení: od základních operací po vyšší matematiku*. V Praze: Knižní klub, 2004. Universum (Knižní klub). ISBN 80-242-1227-7.

DYTRYCH, Martin, Libuše LIVŇANSKÁ a Irena DOBIASOVÁ. *Sbírka úloh z matematiky pro nižší ročníky víceletých gymnázií a pro 2. stupeň základních škol*. 2. vyd. Praha: Fortuna, 2001. Početní úlohy. ISBN 80-716-8766-9.

EISLER, Jaroslav. *Matematika 6-9 pro vyšší stupeň ZŠ a nižší ročníky víceletých gymnázií: [výklad, příklady, opakování, přijímací zkoušky]*. Havlíčkův Brod: Fragment, 1999. ISBN 80-720-0374-7.

HLAĎO, P. (2011): Úvod do pedagogického výzkumu pro učitele středních škol. Brno: Mendelova univerzita. ISBN 978-80-7375-544-7.

JANUROVÁ, Eva a Miroslav JANURA. *Matematika na dlani*. Olomouc: Rubico, 2002. Na dlani. ISBN 80-858-3973-3.

NOVÁK, Bohumil. *Matematika III: několik kapitol z didaktiky matematiky*. Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého, 1999. ISBN 80-706-7979-4.

NOVÁK, Bohumil a Jindřiška EBEROVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky I*. Olomouc: rektorát Univerzity Palackého v Olomouci, 1988.

ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. Praha: Prometheus, 2000. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-719-6183-3.

PRŮCHA, Jan. *Pedagogická encyklopedie*. 1. Praha : Portál, 2009. 936 s. ISBN 978-80-7367-546-2.

PRŮCHA, Jan; WALTEROVÁ, Eliška; MAREŠ, Jiří. *Pedagogický slovník*. Praha : Portál, 2003. 322 s. ISBN 80-7178-772-8.

*Školní vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Opava: Základní škola Opava, Boženy Němcové 2, 2018. Dokument je dostupný v ředitelně ZŠ Opava, Boženy Němcové 2.

ŠVRČEK, Jaroslav. *Gradované řetězce úloh v práci s matematickými talenty*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2014. ISBN 978-80-244-4018-7.

ZHOUF, Jaroslav. *Jak učit matematice žáky ve věku 10-15 let: sborník příspěvků celostátní konference: Litomyšl*. Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, Matematická pedagogická sekce, 2002. ISBN 80-701-5840-9.

**Elektronické zdroje:**

Didaktické testy. *Metodický portál RVP.CZ: inspirace a zkušenosti učitelů* [online]. 2019 [cit. 2019-10-17]. Dostupné z: https://wiki.rvp.cz/Knihovna/1.Pedagogick%C3%BD_lexikon/D/Didaktick%C3%A9_testy#V.c3.bdklad_hesla

*EDUPRAXE s.r.o.* [online]. Brno, 2019 [cit. 2019-11-03]. Dostupné z: http://www.edupraxe.cz/

Ekvivalentní úpravy rovnic. *Matematika.cz: tady to pochopíš* [online]. 2014 [cit. 2019-11-09]. Dostupné z: https://matematika.cz/upravy-rovnic

*Hejného metoda: Zasloužená radost z poznávání* [online]. 2019 [cit. 2019-11-02]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/

Charakteristika školy. *Základní škola Opava, Boženy Němcové 2* [online]. Opava, 2019 [cit. 2019-11-04]. Dostupné z: https://www.zsbnopava.cz/o-skole/skolni-vzdelavaci-program/charakteristika-a-zamereni-skoly/charakteristika-a-zamereni-skoly/

Krychle a kvádr. *Natýsek* [online]. 2013 [cit. 2019-11-06]. Dostupné z: http://nhoip.blogspot.com/2013/12/krychle-kvadr.html

*Matematika pro základní školy* [online]. 2019 [cit. 2019-05-09]. Dostupné z: http://cihak.webz.cz/

Nejmenší společný násobek. *Algoritmy.net* [online]. 2019 [cit. 2019-10-05]. Dostupné z: https://www.algoritmy.net/article/22615/Nejmensi-spolecny-nasobek

Největší společný dělitel. *Algoritmy.net* [online]. 2019 [cit. 2019-10-05]. Dostupné z: https://www.algoritmy.net/article/22879/Nejvetsi-spolecny-delitel

O soutěži. *Matematický klokan* [online]. Olomouc [cit. 2019-12-04]. Dostupné z: https://matematickyklokan.net/index.php/o-soutezi

*Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. [online]. Praha: MŠMT, 2017. [cit. 2019-10-02]. Dostupné z: http://www.msmt.cz/file/41216/

SUSKOVÁ, Růženka. Převody jednotek. *Eschovka* [online]. Praha, 2017 [cit. 2019-10-11]. Dostupné z: https://www.eschovka.cz/product/?pid=1079

Válec – vzorce. Aristoteles.cz [online]. 2016 [cit. 2019-11-07]. Dostupné z: http://www.aristoteles.cz/matematika/stereometrie/valec.php

# ANOTACE

| | |
|---|---|
| **Jméno a příjmení:** | Alžběta Křížová |
| **Katedra:** | Katedra matematiky |
| **Vedoucí práce:** | doc. RNDr. Jitka Laitochová, CSc. |
| **Rok obhajoby:** | 2020 |

| | |
|---|---|
| **Název práce:** | Gradované úlohy v učivu matematiky 2. stupně ZŠ |
| **Název v angličtině:** | Graded tasks in 6th-9th grade primary school curriculum |
| **Anotace práce:** | Diplomová práce se zabývá gradovanými úlohami v učivu matematiky 2. stupně základních škol a jejich využití v hodinách matematiky. Praktická část je zaměřena na testování žáků dvou 9. ročníků, kteří vyplňovali test gradovaných úloh. Cílem bylo zjistit, jak žáci pracují s testem gradovaných úloh, jakou strategii zvolí ke splnění požadovaného limitu počtu bodů a jak ovládají učivo, které by již měli umět. |
| **Klíčová slova:** | gradované úlohy, slovní úloha, didaktický test,<br>učivo matematiky 2. stupně základních škol, testování |
| **Anotace v angličtině:** | The diploma thesis deals with graded tasks in the curriculum of mathematics of the 2nd level of primary schools and their use in mathematics lessons. The practical part is focused on testing students of two 9th grades who completed the graded test. The aim was to find out how pupils work with the graded test, what strategy they choose to meet the required point limit and how they command the curriculum they should already know. |
| **Klíčová slova v angličtině:** | graded tasks, word mathematic task, didactic test,<br>mathematic curriculum in 6th-9th grade primary school,<br>testing |
| **Přílohy vázané v práci:** | Příloha 1 – Zadání testu gradovaných úloh |
| **Rozsah práce:** | 112 s. |
| **Jazyk práce:** | čeština |

# Přílohy

Příloha 1 – Zadání testu gradovaných úloh

## Gradované úlohy

Před tebou leží soubor úloh seřazených do tří obtížností – nejjednodušší za 3 body, obtížnější za 4 body a náročné za 5 bodů. V každé obtížnosti je 11 úloh. Je na tobě, které příklady vypočítáš. K úspěšnému výsledku je zapotřebí dosáhnout **minimálně 44 bodů**.

Za každou správně vyřešenou úlohu získáš příslušný počet bodů. Za neřešenou a špatně vyřešenou úlohu **se body neodečítají**, za částečně vyřešenou úlohu je 0 bodů.

Příklady počítej přímo do zadání, výsledek dvakrát podtrhni.

**Na řešení máš 40 minut.**

Na konci je dotazník, který vyplň po skončení limitu, na což budeš upozorněn/a.

Pomůcky: papír, tužka, kalkulačka

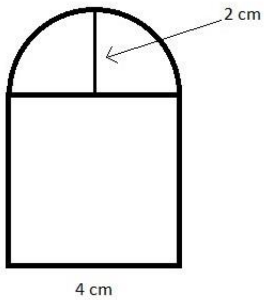
## Úlohy za 3 body

1) Převeď:
   0,2 m$^3$ = _____ l

2) Najdi nejmenší společný násobek čísel 42 a 56.

3) Najdi nevětší společný dělitel čísel 60 a 288.

4) Vypočítej obvod a obsah daného obrazce.




5) Úsečku AB o délce 18 cm rozděl na dvě části v poměru 4:5. Vypočítej délky jednotlivých částí.

6) Vypočítej, kolik procent je 510 m ze 3 km.

7) Vypočítej délku úhlopříčky obdélníku, jehož délky stran jsou 11 cm a 8 cm.

8) Zjednoduš výraz:
   $7x - [(3y + 2x) - (4x - 5y)] - (-8y) =$

9) Řeš v R rovnici:
   $$\frac{7 - 3x}{5} = \frac{5 - 2x}{4}$$

10) Řeš v R soustavu rovnic:
    $2x + 5y = 0$
    $x - y = 7$

11) Vypočítej povrch a objem kvádru, znáš-li délky jeho hran:
    a = 30 cm, b = 40 cm, c = 70 cm

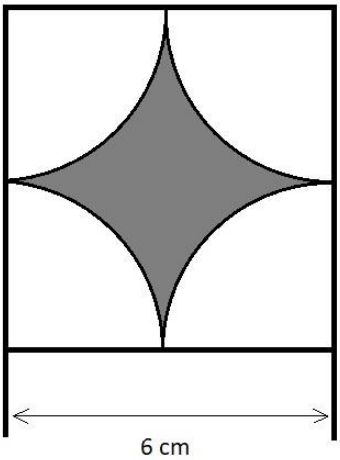
**Úlohy za 4 body**

1) Pozemek ve tvaru obdélníku má šířku 3200 cm a je 0,085 km dlouhý. Kolik korun zaplatíme za pokrytí pozemku trávníkem v ceně 3500 Kč/ha?

2) Najdi nejmenší společný násobek čísel 28, 42 a 126.

3) Najdi největší společný dělitel čísel 144, 96 a 120.

4) Vypočítej obsah a obvod vyznačené části daného obrazce.




5) Tři bratři ve věku 8, 12 a 14 let se rozdělili o kapesné v poměru daném jejich stářím. Kolik Kč dostal každý z nich a kolik Kč dostali dohromady, bylo-li kapesné nejmladšího z nich 160 Kč?

6) V průběhu aukce byla cena sošky zvýšena o 56 % na 8580 Kč. Jaká byla její vyvolávací cena?

7) Vypočítej výšku rovnoramenného lichoběžníku ABCD (AB││CD), jestliže znáš: a = 14 cm, b = 7 cm, c = 6 cm.

8) Zjednoduš a uveď, kdy má výraz smysl.
$$\frac{16c^2 + 24c + 9}{4bc + 3b} =$$

9) Tři základní školy navštěvuje celkem 678 žáků. Do první dochází o 21 žáků více než do druhé školy a do třetí dochází o 108 žáků méně než do druhé školy. Kolik žáků navštěvuje jednotlivé školy?

10) Podíl dvou neznámých čísel je 3. Tři čtvrtiny jejich rozdílu je 36. Urči neznámá čísla.

11) Jakou hmotnost má betonový příklop na studnu kruhového tvaru s průměrem 1,2 m, jestliže tloušťka příklopu je 9 cm? 1 $m^3$ betonu má hmotnost 2200 kg.

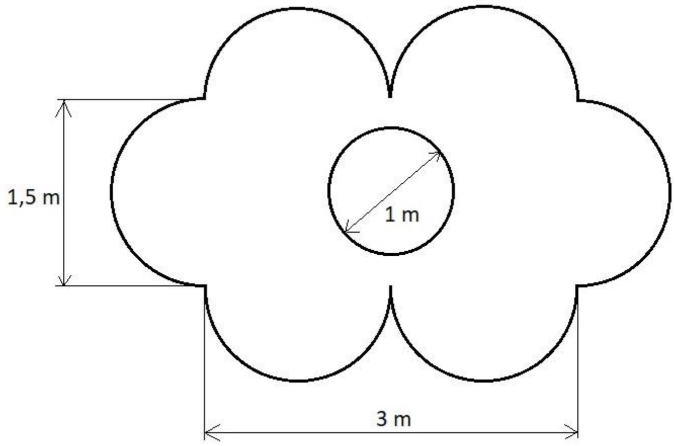
**Úlohy za 5 bodů**

1) Nádrž je široká 35 dm, dlouhá 480 cm a hluboká 6 m. Čerpadlo dodává 300 l vody za minutu. V kolik hodin bude nádrž plná přesně po okraj, jestliže se nádrž začala napouštět v 8:00 hodin ráno?

2) Ze startovní čáry vybíhají současně dva běžci. První uběhne jedno kolo za 56 sekund, druhý 1 minutu a 4 sekundy. Kolik kol by museli uběhnout, aby se opět setkali na startovní čáře?

3) Na vánoční besídce dostaly děti ve školce stejné balíčky. Kolik se jich celkem rozdalo, bylo-li k dispozici 96 jablek, 320 bonbónů, 80 žvýkaček a 112 ořechů? Kolik jablek, bonbónů, žvýkaček a ořechů bylo v každém balíčku?

4) V parku je kolem fontány (kruh uprostřed) květinový záhon. Kolik sazenic macešek bude třeba na jeho osázení, počítáme-li s 200 kusy na 1 m$^2$ záhonu?




5) Spotřeba vody v domácnosti byla v prvním až čtvrtém čtvrtletí v poměru 3:4:2:5. Jen za třetí čtvrtletí se spotřebovalo 24 m$^3$ vody. Rodina platí měsíčně zálohu na vodu ve výši 250 Kč. Stačí částka zaplacená na zálohách za rok pokrýt náklady na vodu, jestliže cena 1 m$^3$ vody je 18,50 Kč?

6) Tenisová raketa, která byla nejdříve zdražena o 5 % a potom zlevněna o čtvrtinu, se dnes prodává za 945 Kč. Vypočítej její původní cenu.

7) Vypočítej délku tělesové uhlopříčky kvádru s hranami délek: a = 3 cm, b = 4 cm, c = 7 cm.

8) Vynásob, zjednoduš a uveď, kdy má výraz smysl.
$$\left(\frac{3r}{3s+6t}-\frac{2t-s}{s^2-4t^2}\right)*(s+2t)=$$

9) Dětský bazén se naplní jedním přítokem za 5 hodin, druhým přítokem za 7 hodin. Za kolik hodin se naplní oběma přítoky současně? Výsledek vyjádři v hodinách a minutách.

10) Při výrobě se využívají dva roztoky. Pokud smícháme 1 litr silnějšího a 3 litry slabšího roztoku, vznikne roztok o koncentraci 30 %. Pokud smícháme 2 litry silnějšího a 4 litry slabšího roztoku, vznikne roztok o koncentraci 32 %. Urči koncentrace původních roztoků.

11) Ve dvou místnostech 2,7 m vysokých se má vymalovat. První místnost je 6 m dlouhá a 3,5 m široká, druhá místnost je stejně široká jako první a její délka je oproti první místnosti o třetinu menší. Určete spotřebu barvy, jestliže se každá místnost vymaluje dvakrát a zabírají-li dveře a okna v těchto místnostech dohromady 10,8 $m^2$ (1 kg barvy stačí na nátěr 5 $m^2$).

## Dotazník

Pohlaví: muž žena

Třída:

Známka z matematiky na posledním vysvědčení:

Baví tě matematika?

Jak se ti pracovalo s testem?

Přišel ti test náročný?

Setkal/a ses už někdy s pojmem gradované úlohy?

Využíváte je v hodinách matematiky?

Na jakou střední školu jsi přijat/a?