



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Diplomová práce

Výukové aktivity zaměřené na úlohy z oblasti statistiky s využitím digitálních technologií

Vypracoval: Bc. Michaela Mrázová
Vedoucí práce: doc. RNDr. Vladimíra Petrášková, Ph.D.

České Budějovice 2025

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Výukové aktivity zaměřené na úlohy z oblasti statistiky s využitím digitálních technologií jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích

.....

Bc. Michaela Mrázová

Poděkování

Tímto bych chtěla poděkovat doc. RNDr. Vladimíře Petráškové, Ph.D. za cenné rady, věcné připomínky, trpělivost a vstřícnost, kterou mi v průběhu zpracování diplomové práce poskytla.

Anotace

Tato diplomová práce se zaměřuje na propojení výuky statistiky a rozvoje digitálních kompetencí v souladu s aktuálními požadavky rámcových vzdělávacích programů pro základní i střední vzdělávání. Cílem práce je vytvoření sbírky výukových aktivit, které jsou založené na pojmech ze statistiky a zároveň rozvíjí schopnost studentů využívat digitální technologie při řešení úloh. Teoretická část práce se věnuje zařazení statistiky do výuky na různých stupních škol, významu digitální kompetence v současném vzdělávání a mezipředmětovým vztahům. V praktické části jsou vytvořeny konkrétní výukové materiály, které kombinují matematický význam statistiky s využitím digitálních nástrojů.

Abstract

This diploma thesis focuses on the integration of statistics teaching and the development of digital competences in accordance with the current requirements of the Framework Educational Programmes for both primary and secondary education. The aim of the thesis is to create a collection of teaching activities based on statistical concepts that also enhance students' ability to use digital technologies when solving problems. The theoretical part of the thesis addresses the inclusion of statistics in education at different school levels, the importance of digital competence in contemporary education, and interdisciplinary connections. The practical part presents specific teaching materials that combine the mathematical meaning of statistics with the use of digital tools.

Obsah

Úvod.....	5
1. Výuka statistiky na českých školách.....	7
2. Digitální kompetence	10
3. Mezipředmětové vztahy	13
4. Sbírka výukových aktivit	15
4.1. Statistický soubor, statistická jednotka a statistický znak.....	16
4.2. Tabulka četností a jejich grafické znázornění	19
4.2.1. Četnosti	19
4.2.2. Třídění dat do intervalů.....	23
4.2.3. Grafické znázornění četností.....	27
4.3. Charakteristiky polohy	32
4.3.1. Aritmetický průměr.....	32
4.3.2. Vážený aritmetický průměr.....	36
4.3.3. Modus.....	39
4.3.4. Medián.....	42
4.3.5. Geometrický průměr	44
4.3.6. Harmonický průměr	48
4.3.7. Kvantily.....	50
4.4. Charakteristiky variability.....	55
4.4.1. Rozpětí	55
4.4.2. Rozptyl, směrodatná odchylka, variační koeficient	57
4.4.3. Mezikvartilové rozpětí	63
4.4.4. Mezikvartilová odchylka.....	64
4.5. Korelace a korelační koeficient.....	68
5. Závěr	72
Literatura a zdroje	73
Literatura	73
Zdroje dat	75

Úvod

Tato diplomová práce reaguje na změny, které nastaly v roce 2021 v rámcových vzdělávacích programech (dále jen RVP) pro základní i střední vzdělávání. V tomto roce byla do dokumentů přidána digitální kompetence. Byla přidána v reakci na vývoj společnosti, která je čím dál tím více digitálními technologiemi ovlivňována, a je potřeba, aby byla společnost schopna kriticky využívat jejich digitální nástroje v každodenním životě.

Diplomová práce se zaměřuje na propojení digitální kompetence s výukou matematiky, konkrétně s výukou statistiky, která podle RVP pro gymnázia spadá do tematického okruhu Práce s daty, kombinatorika, pravděpodobnost oblasti Matematika a její aplikace.

Cílem této práce je vytvořit sbírku výukových aktivit zaměřených na témata ze statistiky, které budou pracovat s reálnými daty z veřejně dostupných statistik, a budou řešeny pomocí výpočetních programů, které budou podporovat digitální gramotnost. Některé z úloh budou koncipovány tak, aby měly přesah i do dalších předmětů a naplňovaly tak požadavky jednoho z dalších velmi aktuálních témat v současném školství, a to jsou mezipředmětové vztahy a jejich prohlubování.

Prvním krokem při zpracovávání celé práce bylo vybrání témat do sbírkové části, které proběhlo na základě analýzy rámcových vzdělávacích programů pro gymnázia a učebnic pro gymnázia a další střední školy. Na základě těchto podkladů byly vybrány témata, která byla zařazena do sbírky. Mezi tato témata se zařadily základní pojmy statistiky jako statistický soubor, statistická jednotka a statistický znak, dále tabulka četností a její grafické znázornění, charakteristiky polohy (aritmetický průměr, vážený aritmetický průměr, modus, medián, geometrický průměr, harmonický průměr a kvantily), charakteristiky variability (rozpětí, rozptyl, směrodatná odchylka, variační koeficient, mezikvartilová rozpětí a mezikvartilová odchylka) a korelace a korelační koeficient.

Po výběru témat do sbírky následovala samotná tvorba úloh, což obnášelo vyhledání vhodné statistiky, vybrání vhodného tématu a vytvoření příkladů. Každá podkapitola

sbírky byla navíc doplněna o teoretické vysvětlení dané problematiky a návodný postup řešení v programu MS Excel. Po vytvoření sbírky proběhlo vyřešení všech úloh v programu MS Excel.

Celá práce je rozdělena do několika kapitol. Po úvodní kapitole následují tři teoretické kapitoly, které se věnují výuce statistiky na českých školách, digitálním kompetencím a mezipředmětovým vztahům. Tyto kapitoly ve stručnosti představují danou problematiku vztahující se k této práci z teoretického hlediska a přibližují čtenáři, jak vypadá výuka statistiky na českých školách, co si máme představit pod pojmem digitální kompetence a proč byla do rámcových vzdělávacích programů přidána a co to jsou mezipředmětové vztahy.

Následující kapitola je již hlavní kapitolou práci a tvoří ji samotná sbírka úloh, jejíž bližší popis a jak je uspořádána je představeno v úvodní části samotné kapitoly. Ke sbírce úloh vznikl i excelovský soubor s řešením všech příkladů sbírky, který naleznete jako příloze této práce. Poslední kapitoly tvoří závěr práce, kde je celá práce shrnuta, a seznam literatury a zdrojů.

1. Výuka statistiky na českých školách

Se statistikou se žáci na českých školách zpravidla poprvé setkávají na prvním stupni základní školy, a to ve formě sběru a třídění dat. Podle rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (RVP ZV) schváleného v roce 2023 spadá výuka statistiky do kapitoly práce s daty a žák by měl být schopen na konci druhého období prvního stupně vyhledávat, sbírat nebo třídit data a číst a sestavovat jednoduché tabulky a diagramy (MŠMT, 2025d). Výuku statistiky na prvním stupni můžeme tedy zaobalit například do obvyklého zaznamenávání různých dat o žácích, například můžeme zjišťovat výšku žáka, počet sourozenců a další údaje, a s těmito daty můžeme dále pracovat. Můžeme i pracovat s různými tabulkami, kde jsou zaznamenány sportovní výkony nebo například nadmořské výšky hor (Zýková, 2011).

Mezi očekávanými výstupy druhého stupně vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace nalezneme výstupy jako vyhledávání, vyhodnocování a zpracovávání dat a porovnávání souborů dat. Podle minimální doporučené úrovně by každý žák měl být schopný vyhledat data a roztrždit je, tato data porovnat, popřípadě vypracovat jednoduchou tabulku. Jako učivo k výuce této části matematiky by měly sloužit různé příklady závislostí z praktického života a jejich vlastností, nákresy, schémata, diagramy, grafy, tabulky, četnost znaku a aritmetický průměr (MŠMT, 2025d).

Po absolvování gymnázia by podle rámcového vzdělávacího programu pro gymnázia měl být student schopný diskutovat o statistických informacích a zároveň je kriticky hodnotit, měl by být schopen volit a užívat vhodné statistické metody k analýze a zpracování dat a statistické soubory by měl být schopný i graficky reprezentovat, číst, interpretovat a rozlišovat rozdíly v zobrazení obdobných souborů vzhledem k jejich odlišným charakteristikám (MŠMT, 2025a).

Učivo ze základní školy je na gymnáziích v oblasti statistiky prohlubováno a je rozšířeno o analýzu a zpracování dat v různých reprezentacích a o statistický soubor a jeho charakteristiky jako je vážený aritmetický průměr, medián, modus, percentil, kvartil, směrodatná odchylka nebo mezikvartilová odchylka (MŠMT, 2025a).

Pokud bychom se podívali na rámcové vzdělávací programy pro střední odborné školy, zjistili bychom, že stejně jako RVP pro gymnázia i tyto programy zahrnují ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace kapitolu práce s daty stejně jako programy pro gymnázia. Liší se však v rozsahu učiva a mohou se lišit i napříč obory. Výuka statistiky na středních odborných školách zaměřena více prakticky a studenti se učí aplikovat statistické nástroje přímo v kontextu své konkrétní praxe.

Pro maturitní obory je RVP pro střední odborné školy v oblasti statistiky velmi podobné jako RVP pro gymnázia. Například studenti maturitního oboru Informační technologie by měli být seznámeni s učivem statistický soubor a jeho charakteristika, četnost a relativní četnost znaku i s různými charakteristikami polohy i variability a statistická data v grafech a tabulkách, a to hlavně v praktických úlohách vztahujících se ke studovanému oboru (MŠMT, 2025b).

Student středního vzdělávání s výučním listem v oboru Strojní mechanik má učivo z kapitoly Práce s daty zkrácené pouze na pojmy statistický soubor a jeho charakteristika, četnost a relativní četnost znaku, aritmetický průměr a statistická data v grafech a tabulkách (MŠMT, 2025c). V tomto případě se učivo přibližuje spíše učivo základního vzdělávání.

Pokud bychom nahlédli do učebnic, které se zabývají statistikou, v naprosté většině jsou v kombinaci s kombinatorikou a pravděpodobností, pokud jsou to učebnice pro střední školy, nebo například s finanční matematikou, pokud jsou to učebnice pro školy základní. Mezi jedny z nejpoužívanějších středoškolských učebnic patří učebnice nakladatelství Prometheus Matematika pro gymnázia – Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika od autorů Calda a Dupač (1993) nebo novější Matematika pro SŠ – Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika od autorů Robová, Calda, Hála a Procházka (2013). Obě učebnice kombinují teoretický výklad s ukázkovými příklady nebo s příklady k procvičení. Novější učebnice je v oblasti statistiky obsáhlejší, do příkladů zahrnuje aktuálnější témata a obsahuje více praktických ukázek a zároveň i více ukázek příkladů z reálného prostředí, tedy příkladů, kde nejsou data vytvořena uměle za účelem hezkého výsledku.

Pro výuku statistiky v dnešní době existuje i mnoho dalších zdrojů, kde čerpat inspiraci. Samotný Český statistický úřad pořádá tzv. Minisčítání, což je zábavně-

vzdělávací akce, která má žáky seznámit s principy sběru dat, a jejím hlavním cílem je popularizovat statistiku a přiblížit její význam (Minisčítání, 2025). Dále Český statistický úřad nabízí i vzorové lekce pro učitele, které mají učitelům poskytnout zajímavé materiály do hodin matematiky a jejich hlavním cílem je pomoc při pochopení důležitosti statistiky a vyzkoušení si základních statistických metod. Ukázkové hodiny lze najít na stránkách Českého statistického úřadu pod odkazem Vzorové lekce pro učitele (https://csu.gov.cz/vzorove_lekce_pro_ucitele) (ČSÚ, 2025r).

Výuka statistiky v jakémkoli stupni vzdělání je vhodná například i pro projektovou výuku či propojení s různými průřezovými tématy. Jedno z takových propojení uvádí i ve svém článku Zdeněk Hromádka (2020). V jeho ukázce nalezneme propojení výuky základů statistiky a enviromentální výuky. Pro své úlohy navíc využil reálná data Statistické ročenky životního prostředí ČR, čímž jednoznačně i ukázal, že statistika není pouze něco, co se počítá v hodinách matematiky, ale že se využívá i v běžném životě.

Při výuce statistiky se dá velmi dobře rozvíjet i digitální kompetence. V případech, kdy se využívají reálná data, kterých může být i větší množství, je vhodnější využití různých výpočetních programů, které provedou výpočty za nás. Mnohé z nich mají i v nabídce různé statistické funkce, což naši práci s daty ještě více ulehčí. Mezi nejznámější a zároveň i nejdostupnější programy patří i program z balíčku Microsoft Office, MS Excel.

Jednu ukázkovou hodinu výuky statistiky s využitím Excelu ve svém článku představuje i Mahnelová (2023). V této ukázkové hodině studenti pracují s reálnými daty z vlastního šetření, která zapisují a následně i zpracovávají v Excelu. V ukázce je také zdůrazněno, že je důležité umět výsledky šetření i číst, analyzovat a interpretovat získané informace.

2. Digitální kompetence

Jednou z hlavních změn, kterou přinesla revize rámcových vzdělávacích programů z roku 2021 do základního i středního vzdělání, bylo zařazení digitální kompetence mezi další již existující klíčové kompetence. Pod pojmem digitální kompetence se skrývá *„soubor znalostí, dovedností a postojů, které umožňují žákům účelně, bezpečně a efektivně využívat digitální technologie při práci, při učení, ve volném čase i při zapojování do společnosti a občanského života, aktivně a respektujícím způsobem se podílet na utváření digitálního světa a nacházet rovnováhu mezi světem digitálním a fyzickým“* (NPI, 2025b). Tato kompetence byla do rámcových vzdělávacích programů zařazena na základě potřeb společnosti, která se stále více a více digitalizuje a technologií v současné době doprovází většinu profesí.

Po této změně není rozvoj digitální gramotnosti spojen pouze s informatikou, ale začleňuje se do všech předmětů podle toho, jak technologie zasahují do jejich obsahů. Žáci by se tak měli například naučit pracovat s programem Microsoft Word prostřednictvím výuky v českém jazyce nebo s programem Microsoft Excel prostřednictvím výuky matematiky, kde se z nich následně stanou i nástroje pro práci v daných předmětech (Hynešová, 2024).

Mezi základní digitální kompetence, které by se měl žák během základního i středního vzdělávání naučit patřit:

- ovládání a zapojování do života běžně používaných digitálních zařízení, aplikací a služeb,
- rozhodování o tom, jaké technologie využít k vyřešení daného problému,
- získávání, vyhledávání, spravování, sdílení a sdělování dat, informací a digitálního obsahu, a to vhodným postupem, způsobem a prostředky,
- vytváření, vylepšování a úprava digitálního obsahu,
- chápání významu digitálních technologií k usnadnění práce, zautomatizování rutinních činností, zefektivnění a zjednodušení pracovního postupu, zkvalitnění práce,

- chápání významu digitálních technologií pro lidskou společnost, seznamování se s novými technologiemi, kritické hodnocení jejich přínosu a reflektování rizika jejich využívání,
- vyrovnávání se s proměnlivostí digitálních technologií,
- předcházení situacím ohrožující bezpečnost zařízení a dat, situacím s negativním dopadem na jeho tělesné a duševní zdraví i zdraví ostatních,
- etické jednání s ohleduplností a respektem k druhým při spolupráci, komunikaci a sdílení informací v digitálním prostředí (MŠMT, 2025a; MŠMT, 2025d).

Podle testování počítačové a informační gramotnosti (ICILS) z roku 2023 si čeští žáci v digitální gramotnosti nevedou vůbec špatně. Průzkumu se zúčastnili žáci osmých tříd a jejich vrstevníci celkem ze 34 zemí z celého světa. Česká republika v tomto měření skončila na druhém místě za Jižní Koreou a mezi státy Evropské unie se umístila dokonce na místě prvním (Machková, 2024).

V porovnání s minulým šetřením, které proběhlo v roce 2013, se ale zvedl podíl dětí, které nedosahují ani základní úrovně digitálních kompetencí a mají pouze základní dovednosti, neumějí rozpoznávat a posuzovat informace a neznají zásady bezpečného pohybu na internetu (Machková, 2024).

Zavedení této kompetence do rámcových vzdělávacích programů doprovází ale i různé problémy. Podle tematické zprávy České školní inspekce (ČŠI) (2024) je největším problémem naplňování digitálního vzdělávání hlavně finanční náročnost digitální techniky, personální zajištění bezpečného a zodpovědného užívání technologií a zajištění dostatečného vzdělání pedagogů v této oblasti. Další problémy, na které ředitelé škol poukazovali, byly problémy spojené s mimoškolními aktivitami žáků, kde nad jejich pohybem v digitálním prostoru nemají někteří rodiče zcela kontrolu.

Pro to, aby učitel dokázal žákovi pomoci s nabytím digitálních kompetencí, musí i on sám být vybaven určitými digitálními kompetencemi. Jakými všemi kompetencemi by měl být současný učitel vybaven se zabývá dokument Evropské unie (NPI, 2025a) s názvem Evropský rámec digitálních kompetencí pedagogů nebo dokument MŠMT (2025c) Rámec digitálních kompetencí učitele.

Současný učitel by měl ovládat digitální zdroje, umět je vybírat, vytvářet a sdílet, dále by měl využívat technologie k podpoře výuky, hodnocení a individuálních potřeb žáků (NPI, 2025a). Zdůrazněná je i bezpečnost a etické využívání digitálních technologií a rozvoj kritického myšlení v rámci pohybu v digitálním prostoru (MŠMT, 2025c).

3. Mezipředmětové vztahy

Možností propojování obsahů jednotlivých vyučovaných předmětů mezi sebou existuje v pedagogické praxi mnoho a záleží na míře propojení jednotlivých vzdělávacích oblastí. Monodisciplinární přístup je zaměřený výhradně na jeden předmět bez propojení s ostatními, což bývá nejběžnější forma výuky. Multidisciplinární přístup propojuje více předmětů okolo jednoho společného tématu, ale bez hlubší provázanosti mezi nimi. Interdisciplinární přístup pak propojuje poznatky z různých oborů do jednoho celku, který pomáhá žákům lépe chápat složitější jevy a vztahy mezi nimi. Nejkomplexnějším přístupem, o kterém by se dalo říct, že má i největší potenciál rozvíjet klíčové kompetence a připravit žáky na složitost světa mimo školní lavice je transdisciplinární přístup. Tento směr překračuje hranice školních předmětů, jelikož často zahrnuje i reálné životní problémy a klade důraz na aktivní zapojení žáků do řešení situací (Koldová a kol., 2020).

Samotný mezioborový přístup se snaží o vzájemné využívání souvislostí mezi jednotlivými vzdělávacími obsahy, dává důraz na vzájemné doplňování, koordinaci učiva a společné řešení problémů. Mezipředmětové vztahy jsou v rámci rámcových vzdělávacích programů podpořeny i tzv. průřezovými a mezipředmětovými tématy (Koldová a kol., 2020). Mezioborový přístup tedy obohacuje výuku tím, že jakýkoli předmět, například matematiku, zasazuje do smysluplných souvislostí, zvyšuje její srozumitelnost a užitečnost.

Díky vnímání učiva v širších souvislostech a aplikaci získaných znalostí a dovedností v různých kontextech jsou žáci schopni dosáhnout nejenom malých ale i velkých cílů. Integrace různých oborů nám tedy umožňuje rozvoj komplexního myšlení, porozumění složitým problémům současného světa, rozvoj klíčových kompetencí a neposlední řadě rozvoj kreativity a schopnost spolupráce (Starý & Rusek, 2019).

Pro názornost si můžeme uvést pár příkladů toho, jak může taková mezipředmětová výuka vypadat konkrétně ve spojení s matematikou. Nejvíce se nabízí propojení matematiky s fyzikou, kdy je možné využít mnoho matematických nástrojů k řešení reálných fyzikálních problémů.

Pro případ, že budeme chtít matematiku propojovat se zeměpisem, můžeme využít data z dostupných statistik o populaci různých států a můžeme žáky nechat vytvořit věkové pyramidy, se kterými můžou nadále pracovat. Žáci se v tomto případě učí zpracovávat statistická data, tvořit grafy a zároveň se učí i geografický kontext a sociogeografické souvislosti demografického vývoje populace daného státu.

Při propojení matematiky a občanské výchovy můžeme při výuce ekonomiky a s ní spojených témat do hodin zařadit aktivity, kde budou žáci počítat úroky, sestavovat rozpočet domácnosti nebo pouze analyzovat inflaci. Žáci tak budou užívat matematické dovednosti v podobě procent nebo tabulek a zároveň u nich bude rozvíjena finanční gramotnost. Téma jako rozpočet domácnosti je navíc velmi pevně spjat i s reálným životem, což je ve výuce vždy vítáno.

Matematiku můžeme jednoduše propojit i s biologií, kdy lze velmi jednoduše do výuky statistiky zakomponovat zpracování výsledků biologických pokusů jako je měření tepové frekvence v klidu a po zátěži, měření tělesné teploty a dalších biologických pokusů.

4. Sbírka výukových aktivit

Tato sbírka je uspořádána do několika hlavních kapitol (statistický soubor, statistická jednotka a statistický znak, tabulka četností a jejich grafické znázornění, charakteristiky polohy, charakteristiky variability, korelace a korelační koeficient), z nichž některé jsou dále rozdělené do dalších částí.

Příklady jsou založené na datech z dostupných statistických databází jako je Český statistický úřad (ČSÚ) nebo Eurostat. Na databáze se dostanete vždy přes přiložené QR kódy, popřípadě přes odkazy, které jsou uvedené pod příklady jako zdroje dat. Řešení příkladů by mělo proběhnout v programu Microsoft Excel.

V každé kapitole najdete teoretickou část se stručným vysvětlením studované problematiky, návod na výpočet v programu MS Excel a několik příkladů týkajících se problematiky. V návodu naleznete, jaké funkce Excelu máte pro požadovaný výpočet využít a jak při výpočtu postupovat. Výsledky vašich výpočtů si můžete následně ověřit s řešením příkladů, které naleznete v excelovském souboru, který naleznete v příloze.

V teoretických částech byly všechny informace čerpány z učebnic určených pro střední školy, konkrétně z učebnice Matematika pro SŠ – Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika (Robová a kol., 2013), Matematika pro gymnázia – Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika (Calda & Dupač, 1993) a Matematika pro střední školy – Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika (Horenský a kol., 2015).

4.1. Statistický soubor, statistická jednotka a statistický znak

Statistika je jednou z matematických disciplín, se kterou se dennodenně setkáváme například ve zprávách. Zabývá se shromažďováním a vyhodnocováním údajů společenských jevů získaných na dostatečně rozsáhlém souboru objektů, kterými mohou být živé i neživé předměty kolem nás, lidské výrobky nebo i samotní lidé. Samotný proces zpracování naměřených, pozorovaných nebo zjištěných údajů se nazývá statistické šetření.

Mezi základní statistické pojmy patří statistický soubor, statistická jednotka a statistický znak. **Statistickým souborem** rozumíme soubor objektů, které statisticky zkoumáme (osoby, objekty, události...). Každý z prvků statistického souboru nazýváme **statistickou jednotkou** a zkoumané vlastnosti **statistickým znakem**. Počet všech statistických jednotek nám poté udává **rozsah statistického souboru**. Každý statistický znak nabývá tzv. **hodnoty znaku**, které musí být určeny tak, aby byly navzájem neslučitelné a zároveň vždy jedna z nich nastala. Hodnotu znaku budeme označovat jako x_j .

Statistické znaky můžeme rozdělit na znaky číselné povahy a na znaky, které jsou vyjádřeny slovním popisem. Znaky, které lze vyjádřit číselnou hodnotou, nazýváme **kvantitativní znaky**. Znaky, které jsou vyjádřeny nějakou kvalitou nazýváme **kvalitativní znaky**. Pokud tento znak navíc nabývá pouze dvou hodnot, říkáme mu **alternativní znak**.

Příklad 1: Sčítání lidu, domů a bytů 2021 (1)

Každých deset let probíhá v České republice tzv. Sčítání lidu, domů a bytů. Naposledy se na našem území uskutečnilo v roce 2021. Sčítání je uskutečňováno hned z několika důvodů, data mohou sloužit například ke srovnání současného stavu země s minulostí nebo ke srovnání s ostatními státy. Dodává ale i podklady pro budoucí kroky a rozvoj státu, nemluvě o tom, že poskytuje údaje, které



jinak normálně my jako obyvatelé nikde neuvádíme (Sčítání, 2024). Více si můžete přečíst na webových stránkách Sčítání 2021 (<https://scitani.gov.cz/domov>). Jaké všechny informace se při sčítání zjišťovaly se dočtete v příspěvku Českého statistického úřadu (QR kód). Odpovědi na otázky sepište do tabulky

- a) Pokud budeme za statistické jednotky považovat obyvatele, domy a byty, jaké znaky se při sčítání pozorují?
- b) Co z pozorovaných údajů jsou znaky kvalitativní?
- c) Co z pozorovaných údajů jsou znaky kvantitativní?

Zdroj dat:

ČSÚ (2024d, 30. října). *Na co se ptáme při Sčítání 2021*. <https://csu.gov.cz/produkty/na-co-se-ptame-pri-scitani-2021>

Sčítání (2024, 30. října). *Přínos sčítání*. <https://scitani.gov.cz/prinos-scitani>

Příklad 2: Výběrové šetření EHIS (2)

Již od roku 1993 je v České republice realizováno výběrové šetření EHIS (European Health Interview Survey), které je povinně prováděno ve všech zemích Evropské unie a které se zaměřuje na informace o zdraví obyvatel (ÚZIS, 2025). Základní informace o šetření se dozvíte v dokumentu vydaném Ústavem zdravotnických informací a statistik České republiky (QR kód). V kapitole Základní charakteristiky EHIS ČR 2014 a podkapitole Dotazník naleznete, jaké všechny informace byly při šetření zjišťovány.



- a) Určete, které informace budou kvantitativními statistickými znaky a které kvalitativními statistickými znaky.
- b) U kvalitativních znaků vyberte ty, které můžeme považovat za alternativní.

Zdroj dat:

ÚZIS (2025, 8. února). *Evropské výběrové šetření o zdraví (EHIS 2014) – Základní informace*. https://www.uzis.cz/sites/default/files/knihovna/ehis2014_zakladni_info.pdf

Příklad 3: Návštěvnost českých kin (3)

Unie filmových distributorů každoročně zveřejňuje data týkající se návštěvnosti českých kin (QR kód). Mimo přehledy, kolik představení se odehrálo v jednotlivých letech, kolik návštěvníků kina navštívilo a jaké byly roční tržby, zde najdete i přehled 50 nejsledovanějších filmů (TOP 50 – roční výsledky) a přehled multikin (Počet multikin) v celé České republice.



- a) Z těchto statistik vyberte libovolný statistický soubor a určete u něj tři statistické jednotky.
- b) Uveďte příklady kvantitativních statistických znaků.
- c) Pokuste se vymyslet, o jaké kvalitativní statistické znaky by mohl být tento statistický soubor rozšířen.

Zdroj dat:

Unie filmových distributorů (2025, 9. března). *Přehledy, statistiky*. <https://www.ufd.cz/prehledy-statistiky>

4.2. Tabulka četností a jejich grafické znázornění

4.2.1. Četnosti

V případech, kdy bude mít několik různých statistických jednotek stejnou hodnotu, budeme hovořit o **(absolutní) četnosti statistického znaku**. Je to tedy číslo, které nám říká, kolikrát se zkoumaná hodnota znaku v souboru vyskytuje. Absolutní četnost hodnoty x_j budeme označovat n_j , kde $j \in \{1, 2, \dots, k\}$.

Součet absolutních četností se poté musí rovnat rozsahu souboru, musí tedy platit

$$n_1 + n_2 + \dots + n_k = \sum_{j=1}^k n_j = n.$$

Dalším typem četnosti je tzv. **relativní četnost**, která vyjadřuje podíly (absolutních) četností a rozsahu statistického souboru. Hodnoty relativní četnosti se budou pohybovat mezi 0 a 1 a bude platit

$$P_j = \frac{n_j}{n}.$$

Pokud potřebujeme relativní četnost v procentech, stačí číslo vynásobit číslem 100. Součet všech relativních četností hodnot znaku se bude rovnat jedné, popřípadě 100 %, pokud máme relativní četnost vyjádřenou v procentech.

Dalším typem četnosti je tzv. **kumulativní četnost**. Je to četnost, která určuje, kolik prvků souboru má hodnotu menší nebo rovnou dané hodnotě. Je tedy součtem četnosti této hodnoty a četností všech hodnot menších a při jejím výpočtu můžeme vycházet jak z absolutních četností, tak i z relativních četností.

Jak postupovat při zjišťování absolutních četností v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete získat absolutní četnosti, zapište do sloupce nebo do řádku
2. Do prázdné buňky napište vzorec **=ČETNOSTI(data;hodnota)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data a *hodnota* hodnotou, pro kterou chcete zjistit četnost
3. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: ČETNOSTI* → *výběr pole obsahující požadovaná data a hodnoty* → **OK**

Jak postupovat při zjišťování relativních četností v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete relativní četnosti, zapište do sloupce nebo do řádku
2. Do prázdné buňky napište vzorec **=SUMA(data)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data
3. Stiskněte Enter
4. Do vedlejšího sloupce/řádku k původnímu souboru napište vzorec **=(buňka s absolutní četností)/(buňka se sumou)*100 %**
5. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Mat. a trig.* → *Vybrat funkci: SUMA* → *výběr pole obsahující požadovaná data* → **OK**

Jak postupovat při zjišťování kumulativních četností v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete zjistit kumulativní četnosti, zapište do sloupce nebo do řádku
2. Do prázdné buňky napište vzorec **=SUMA(četnosti)**

- Ve vzorci nahraďte *četnosti* výběrem pole obsahující požadované počty četností

3. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: SUMA* → *výběr pole obsahující požadované počty četností* → *OK*

Příklad 1: Prezidentské volby 2023 (4)

Ve volbách v roce 2023 na post prezidenta České republiky kandidovalo celkem 8 uchazečů. Pomocí webu volby.cz (QR kód) zjistěte, kolik hlasů získali jednotliví kandidáti v prvním kole voleb a ze svých výsledků vypočtete, kolik procent kandidáti získali. Výsledky následně porovnejte s daty uvedenými na webu.



Zdroj dat:

ČSÚ (2023b, 16. října). *Volba prezidenta republiky konaná ve dnech 13.01. – 14.01.2023 (promítnuto usnesení NSS)*. <https://www.volby.cz/pls/prez2023nss/pe2?xjazyk=CZ>

Příklad 2: Istanbulská úmluva (5)

Dne 24. ledna 2024 Senát parlamentu České republiky hlasoval o ratifikaci Istanbulské úmluvy. Ratifikace je proces, při němž stát oficiálně schvaluje mezinárodní dohodu. Je to poslední krok, kterým daný stát potvrzuje, že dohoda platí i pro tento stát (EUR-Lex, 2024). Konkrétně Istanbulská úmluva se zabývá ochranou žen před veškerými formami násilí a jejím cílem je zabránit násilí na ženách, zajistit obětem pomoc, potrestat ty, kteří se násilí dopouštějí a zároveň eliminovat veškerou diskriminaci žen a podpořit zrovnoprávnění žen s muži (Council of Europe, 2011). Výsledky hlasování naleznete na oficiálních stránkách Senátu parlamentu ČR (QR kód).



- a) Vypočtete, kolik procent senátorů z celkového počtu senátorů bylo pro schválení návrhu, kolik procent senátorů bylo proti schválení, kolik procent se zdrželo hlasování a kolik procent senátorů nebylo při hlasování přítomno.
- b) V případě, že bylo při hlasování přítomno 71 senátorů a ke schválení návrhu bylo potřeba minimálně 36 hlasů, kolik by bylo ke schválení potřeba hlasů, pokud bychom toto číslo vyjádřili v procentech?

Zdroj dat:

Council of Europe (2024, 5. listopadu). *Úmluva Rady Evropy o prevenci a potírání násilí vůči ženám a domácího násilí*. <https://rm.coe.int/1680462471>

EUR-Lex (2024, 5. listopadu). *Proces ratifikace*. <https://eur-lex.europa.eu/CS/legal-content/glossary/ratification-process.html>

Senát (2024, 5. listopadu). *21. schůze, 24. hlasování, 24.01.2024*. <https://www.senat.cz/xqw/xervlet/psssenat/hlasy?G=22128&O=14>

Příklad 3: Rozdělení obcí České republiky podle rozlohy a počtu obyvatel (6)

V České republice je evidováno celkem 6 258 obcí o různé rozloze a různém počtu obyvatel (Geopas, 2025). Podívejte se na grafy rozložení obcí podle velikosti a podle počtu obyvatel (QR kód).



- a) Vytvořte tabulku, která se bude zaměřovat na rozložení obcí podle velikosti, kde na prvním řádku budou uvedené pouze obce s rozlohou do 1 km², na druhém všechny obce do velikosti 5 km², na třetím do 10 km², na čtvrtém do 50 km², na pátém do 100 km² a na šestém budou uvedeny všechny obce s rozlohou do 500 km².
- b) Vytvořte tabulku, která se bude zaměřovat na rozložení obcí podle počtu obyvatel, kde na prvním řádku budou uvedené pouze obce s počtem obyvatel do 100 obyvatel, na druhém všechny obce do 1 000 obyvatel, na třetím do 10 000 obyvatel, na čtvrtém do 100 000 obyvatel, na pátém

do 1 000 000 obyvatel a na šestém řádku budou uvedeny všechny obce, které mají do 10 000 000 obyvatel.

Zdroj dat:

Geopas (2025, 16. února). *Obce*. <https://geopas.cz/obce>

4.2.2. Třídění dat do intervalů

U rozsáhlejších souborů se velmi často setkáváme s daty, kterých je mnoho, neopakují se a mění se po velmi malých krocích. V takových případech je vhodné si data rozdělit do **intervalů** (tříd). Pro takové rozdělení musí platit několik zásad: každá hodnota může spadat právě do jednoho intervalu, každý interval musí mít dolní i horní hranici a intervaly by měli mít stejnou šířku. Pokud budeme se souborem dále pracovat, budeme jednotlivé intervaly nahrazovat středem intervalů.

Pro určení počtu intervalů existuje několik pravidel. Pokud soubor neobsahuje velké množství hodnot, můžete použít **pravidlo odmocniny**:

$$k \doteq \sqrt{n},$$

kde k je počet intervalů.

Pro statistické soubory s velkým množstvím hodnot je vhodné využít tzv. **Sturgesovo pravidlo**:

$$k = 1 + 3,3 \log n.$$

Podle počtu intervalů si zvolíme **šířku intervalu**, kterou vypočteme z podílu rozpětí (rozdíl mezi maximální a minimální hodnotou souboru) a počtem požadovaných intervalů:

$$\frac{x_{\max} - x_{\min}}{k}.$$

Výsledky těchto pravidel jsou ale pouze orientační, vždycky se snažíme vytvořit intervaly tak, aby měli stejnou délku a aby jejich středem bylo celé číslo.

Jak postupovat při výpočtu počtů intervalů v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, která chcete rozdělit do intervalů, zapište do sloupce nebo do řádku
 2. Do prázdné buňky napište vzorec **=POČET(data)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data
 3. Stiskněte Enter
-
- I. Do prázdné buňky následně napište vzorec **=ODMOCNINA(buňka s četností)**
 - II. Stiskněte Enter
-
- I. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, která chcete rozdělit do intervalů, zapište do sloupce nebo do řádku
 - II. Do prázdné buňky napište vzorec **=1+3,3*LOG(buňka s četnostmi)**
 - III. Stiskněte Enter

Jak postupovat při výpočtu šířky intervalů v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, u kterých chcete zjistit šířku intervalu, zapište do sloupce nebo do řádku
2. Do prázdné buňky napište vzorec **=MIN(data)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data
3. Do prázdné buňky napište vzorec **=MAX(data)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data
4. Do prázdné buňky následně napište vzorec **=(buňka s maximální hodnotou)-(buňka s minimální hodnotou)**

5. Variační rozpětí následně vydělte počtem požadovaných intervalů $=(\text{buňka s variačním rozpětím})/(\text{buňka a počtem intervalů})$

Jak postupovat při rozdělování dat do intervalů v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, která chcete rozdělit do intervalů, zapište do sloupce nebo do řádku
2. Do prázdné buňky napište vzorec **=ČETNOSTI(data;hodnota)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data a *hodnota* výběrem horních hranic intervalů
3. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: ČETNOSTI* → *výběr pole obsahující požadovaná data a hodnoty* → **OK**

Příklad 1: Počet domů v obcích (7)

Jedním z údajů, který se zjišťuje při sčítání lidu, domů a bytů, je počet domů v obcích (QR kód). V souboru si najdete údaje o počtu domů podle obydlenosti za obce okresu Český Krumlov.



- a) Určete počet intervalů, do kterých je vhodné tato data rozdělit. Dále určete, kolik obcí do jednotlivých intervalů spadá.
- b) Obce o jakém počtu domů jsou v okrese Český Krumlov nejvíce zastoupeny?
- c) Vyjádřete počty v jednotlivých intervalech v procentech (relativní četnosti).
- d) Najděte si údaje i za sousední okres Prachatice a porovnejte relativní četnosti v jednotlivých intervalech (počet intervalů i šířka intervalu zůstane stejná). Existují mezi těmito okresy velké rozdíly?

Zdroj dat:

ČSÚ (2025c, 8. února). Počet domů.
<https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/index.jsf?page=statistiky#katalog=33835>

Příklad 2: Cizinci v České republice (8)

Podle statistik Českého statistického úřadu žije v České republice přes 1 milion cizinců, nejvíce z nich je Ukrajinců a Slováků (ČSÚ, 2025a). V datovém souboru o počtech cizinců podle státního občanství (QR kód) se zaměřte na celkové počty cizinců v jednotlivých okresech.



- a) Jaké bude variační rozpětí tohoto statistického souboru?
- b) Zvolte si vhodný počet intervalů a datový soubor do těchto intervalů roztrďte.
- c) Okomentujte rozložení v intervalech. Jedná se o rovnoměrné rozložení, tedy můžeme říct, že do každého intervalu spadá podobný počet okresů? Lze na první pohled říct, kolik cizinců žije v jednom okrese nejčastěji?

Zdroj dat:

ČSÚ (2025a, 9. února). *Cizinci podle státního občanství k 31.12. – územní srovnání.*
https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=vystup-objekt&pvo=CIZ01&z=T&f=TABULKA&katalog=31032&evo=v57516_!_VUZEMI97-100-101hal-nezj_1&c=v23~2__RP2023MP12DP31

4.2.3. Grafické znázornění četností

Pro přehledné a srozumitelné znázornění absolutních i relativních četností budeme využívat grafy a grafické znázornění četností. Nejčastěji se využívají tzv. **histogramy**, **sloupcové diagramy** nebo **spojnicové grafy**. Sloupcový diagram a histogram se využívají hlavně v případech, kdy jsou data rozdělena do intervalů, které tvoří základy sloupců, a výšku sloupců reprezentují odpovídající četnosti. Spojnicový graf je tvořen lomenou čarou a je vhodný například pro případy, kdy se pozorovaný znak mění v čase.

Jak postupovat při tvorbě histogramu v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete vytvořit histogram, zapište do sloupců nebo do řádků
2. Vyberte data, ze kterých chcete graf vytvořit
3. Z nabídky *Vložení* vyberte *Grafy* a *Vložit statistický graf (Histogram)*
4. Histogram si následně upravte pomocí nástrojů, které najdete v záložce *Návrh grafu* nebo v nabídce *Formátu osy*

Jak postupovat při tvorbě sloupcového diagramu v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete vytvořit sloupcový diagram, zapište do sloupců nebo do řádků
2. Vyberte data, ze kterých chcete graf vytvořit
3. Z nabídky *Vložení* vyberte *Grafy* a *Vložit sloupcový nebo pruhový graf (Skupinový sloupcový)*
4. Sloupcový diagram si následně upravte pomocí nástrojů, které najdete v záložce *Návrh grafu* nebo v nabídce *Formátu osy*

Jak postupovat při tvorbě spojnicového graf v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete vytvořit spojnicový graf, запиšte do sloupců nebo do řádků
2. Vyberte data, ze kterých chcete graf vytvořit
3. Z nabídky **Vložení** vyberte Grafy a **Vložit spojnicový nebo plošný graf (Spojnicový)**
4. Spojnicový graf si následně upravte pomocí nástrojů, které najdete v záložce **Návrh grafu** nebo v nabídce **Formátu osy**

Příklad 1: Počty nemocnic v krajích ČR (9)

Katalog Českého statistického úřadu (QR kód) nabízí mnoho dat pro mezikrajské srovnání. Podívejte se do kategorie ZDRAVÍ, konkrétně do publikace Nemocnice poskytující akutní péči podle krajů v roce 2022.



- a) Porovnejte počet nemocničních zařízení v jednotlivých krajích, a to za pomoci histogramu, který se bude zabývat četností nemocnic v krajích České republiky. Nezapomeňte si vhodně zvolit intervaly, do kterých budou data rozdělena.
- b) Do tabulky si doplňte data o stavu obyvatelstva v krajích (kategorie OBYVATELSTVO a publikace Vybrané demografické údaje podle krajů v roce 2022) a zjistěte, kolik obyvatel spadá na jednu nemocnici v jednotlivých krajích. Počítejte s daty o středním stavu obyvatelstva.
- c) Z vypočítaných dat vytvořte další graf, který však tentokrát bude hovořit o datech za jednotlivé kraje. Tento graf následně proložte křivkou, která bude reprezentovat průměrnou hodnotu počtu obyvatel spadajících na jedno nemocniční zařízení v České republice vypočtenou z celkového počtu nemocnic a celkového počtu obyvatel ČR.

Zdroj dat:

ČSÚ (2024b, 7. dubna). *Srovnání krajů v České republice – 2023*.
<https://www.czso.cz/csu/czso/srovnani-kraju-v-ceske-republice-2023>

Příklad 2: Obyvatelé Evropské unie s vysokoškolským vzděláním (10)

Vytvořte histogramy relativních četností, které budou reprezentovat procentuální zastoupení obyvatel evropských zemí s terciárním vzděláním, tedy s vysokoškolským vzděláním, na celkovém počtu obyvatel za roky 2010, 2015 a 2021. Data za jednotlivé evropské státy naleznete v katalogu Česká republika v mezinárodním srovnání (vybrané údaje) – 2022 (QR kód), který poskytuje ČSÚ, v publikaci Obyvatelstvo podle vzdělání, která nabízí údaje, které jsou již přepočtené na relativní četnosti.



- a) Pracujte pouze se státy, u kterých jsou k dispozici data za všechny tři roky a pokuste se vytvořit histogramy se stejnými intervaly, aby bylo možné porovnávat progres.
- b) Jak se během těchto let zastoupení obyvatel s vysokoškolským vzděláním vyvíjelo? Počet obyvatel s vysokoškolským vzděláním v evropských přibývá, ubývá nebo počet zůstává velmi podobný a nemění se?

Zdroj dat:

ČSÚ (2024a, 7. dubna). *Česká republika v mezinárodním srovnání (vybrané údaje) – 2022*. <https://www.czso.cz/csu/czso/obyvatelstvo-cofbms7jhn>

Příklad 3: Nejvyšší dosažené vzdělání obyvatel ČR (11)

Ve veřejné databázi Českého statistického úřadu jsou k dispozici data o nejvyšším dosaženém vzdělání obyvatel starších 15 let podle krajů České republiky (QR kód).



- Sestrojte sloupcový diagram relativních četností obyvatel České republiky s vysokoškolským vzděláním podle krajů.
- Porovnejte podíly vysokoškolsky vzdělaných obyvatel v krajích ČR.
- Sestrojte sloupcový diagram relativních četností obyvatel bez vzdělání nebo se základním vzděláním.
- Porovnejte podíly obyvatel bez vzdělání nebo obyvatel se základním vzděláním v krajích ČR.
- Existuje spojitost mezi těmito dvěma vytvořenými grafy? Jaká? Dokázali byste říct, co ovlivňuje vzdělanost obyvatel v krajích? O faktorech, které ovlivňují vzdělanost diskutujte s ostatními.

Zdroj dat:

ČSÚ (2025b, 8. února). *Obyvatelstvo ve věku 15 a více let podle nejvyššího dosaženého vzdělání a krajů.* <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/index.jsf?page=vystup-objekt&z=T&f=TABULKA&skupId=4292&katalog=33519&pvo=SLD210072-KR&pvo=SLD210072-KR#w=>

Příklad 4: Návštěvnost hokejového mistrovství (12)

Hokejové mistrovství, které se v roce 2024 konalo v České republice se stalo mistrovstvím s nejvyšší návštěvností v historii soutěže. Ze seznamu 30 mistrovství s nejvyšší návštěvností (QR kód) si vypište návštěvnosti mistrovství od roku 2000 do roku 2024.



- Z těchto dat vytvořte spojnicový graf vývoje návštěvnosti mistrovství světa v hokeji mezi lety 2000 a 2024.

- b) Vývoj návštěvnosti mistrovství světa okomentujte. Existuje zde nějaký trend (rostoucí/klesající)? Existují země, které mají vždy vysokou/nízkou návštěvnost?

Pozn.: V roce 2020 se mistrovství kvůli pandemii covidu-19 nekonalo a v roce 2021 se konalo bez přítomnosti diváků. Tyto roky do šetření nezapočítávejte.

Zdroj dat:

Wikipedia (2025, 8. února). *List of IIHF World Championships by attendance*.
https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_IIHF_World_Championships_by_attendance

4.3. Charakteristiky polohy

Jak už z názvu vypovídá charakteristiky polohy budou charakterizovat statistický soubor z hlediska jeho polohy na číselné ose. Bude to tedy jakási střední hodnota, kolem které jsou naměřené hodnoty rozloženy.

Mezi nejpoužívanější charakteristiky polohy patří průměry (aritmetický, geometrický nebo harmonický), modus, medián a další kvantily.

4.3.1. Aritmetický průměr

Jednou z nejčastěji používaných charakteristik polohy je **aritmetický průměr**, který je definovaný jako součet všech hodnot znaku zjištěných u všech jednotek souboru vydělený počtem všech jednotek souboru. Aritmetický průměr jako charakteristiku polohy je vhodné používat tehdy, když všechny hodnoty mají stejnou váhu a v souboru neexistují žádné extrémně nízké nebo vysoké hodnoty.

Pro výpočet aritmetického průměru používáme vzorec:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n), \text{ tj. } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

kde $x_1, x_2, \dots, x_n$ jsou zjištěné hodnoty znaku.

Jak postupovat při výpočtu aritmetického průměru v MS Excel?

4. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete vypočítat aritmetický průměr, zapište do sloupce nebo do řádku
5. Do prázdné buňky napište vzorec **=PRŮMĚR(data)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data
6. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: PRŮMĚR* → *výběr pole obsahující požadovaná data* → *OK*

Příklad 1: Měsíční úhrn srážek (13)

Český hydrometeorologický ústav vede na svých oficiálních stránkách databáze o měsíčních úhrnech srážek ze svých meteorologických stanic. (QR kód). Nalezněte údaje o meteorologických stanicích Žatec (Ústecký kraj) a Bílý potok (Smědava) (Liberecký kraj). Oblast Žatecka je považována za jednu z nejsušších oblastí v České republice, a naopak oblast Jizerských hor, kde se nachází Bílý potok, za oblast, kde ročně spadne nejvíce srážek.



- a) Určete, jaký byl roční úhrn srážek na těchto dvou stanicích v roce 2022 a zároveň tyto údaje porovnejte i vzhledem k celorepublikovému průměru, který v roce 2022 činil 634 mm srážek za rok (ČHMÚ, 2023b).
- b) Jaký byl průměrný měsíční úhrn srážek na těchto dvou meteorologických stanicích v roce 2022?

Zdroj dat:

ČHMÚ (2023a, 1. října). *Měsíční a roční data dle zákona 123/1998 Sb.* <https://www.chmi.cz/historicka-data/pocasi/mesicni-data/mesicni-data-dle-z.-123-1998-Sb#>

ČHMÚ (2023b, 5. listopadu). *Územní srážky.* <https://www.chmi.cz/historicka-data/pocasi/uzemni-srazky#>

Příklad 2: Průměrný věk obyvatel ČR podle krajů (14)

Animovaná mapa České republiky (QR kód) nám ukazuje průměrný věk obyvatel v jednotlivých krajích České republiky ke konci roku 2022.



- a) Ve kterém z krajů je průměrný věk obyvatelstva nejnižší a ve kterém naopak nejvyšší? Co to znamená?
- b) Z údajů o průměrném věku obyvatel jednotlivých krajů vypočtete, jaký byl průměrný věk obyvatel celé České republiky na konci roku 2022.
- c) Pokuste se vyhledat informace o průměrném věku obyvatel celé Evropy a porovnat ji s vypočtenou hodnotou průměrného věku obyvatel České republiky. Jak je na tom Česká republika v porovnání s celou Evropou?

Zdroj dat:

ČSÚ (2024c, 30. října). *Animovaná mapa: Průměrný věk obyvatel podle krajů k 31. 12. 2022.* <https://csu.gov.cz/plk/animovana-mapa-prumerny-vek-obyvatel-podle-kraju-k-31-12-2022>

Příklad 3: Naděje dožití v evropských zemích (15)

Naděje dožití se v posledních desetiletích nejen v České republice prodlužuje, a to hlavně díky lepším životním podmínkám a lepší zdravotní péči. Je to demografický ukazatel, který ukazuje, jak dlouho by lidé v průměru žili, pokud by úmrtnost po zbytek jejich života zůstala stejná jako v současnosti (Statistika a My, 2025).



Statistický úřad Evropské unie poskytuje data o průměrné délce života nejen jejích členů. Z databáze Eurostatu (QR kód) si vyberte data za všechny evropské země, které jsou v nabídce za rok 2019 a 2020.

- a) Vypočítejte průměrnou naději dožití žen v evropských zemích za rok 2019.
- b) Vypočítejte průměrnou naději dožití mužů v evropských zemích za rok 2019.

- c) Porovnejte celkovou průměrnou naději dožití v roce 2019 a v roce 2020. Odpovídá vývoj ukazatele za tyto dva roky trendu posledních desetiletí?

Zdroj dat:

Eurostat (2025, 1. března). *Life expectancy by age and sex*.
https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/demo_mlexpec__custom_15607789/default/map?lang=en

Statistika a My (2025, 1. března). *Naděje dožití a průměrný věk*.
<https://statistikaamy.csu.gov.cz/o-slozitem-jednoduse-nadeje-doziti-a-prumerny-vek-2-2>

Příklad 4: Průměrný počet žáků/studentů na školu v České republice (16)

Grafika Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy (QR kód) ukazuje, kolik mateřských, základních i středních škol fungovalo v České republice ve školním roce 2022/2023. Zároveň ukazuje také počty žáků a studentů, které tyto školy navštěvovali.



- Vypočtete, kolik žáků v průměru navštěvuje každou mateřskou školu. Kolik žáků v mateřské škole připadá v průměru na jednoho učitele?
- Vypočtete, kolik žáků v průměru navštěvuje každou základní školu.
- Vypočtete, kolik studentů v průměru navštěvuje každou střední školu.
- Pokuste se na internetu najít, kolik žáků/studentů v průměru navštěvuje mateřskou/základní/střední školu v jiných evropských zemích. Tyto data porovnejte s vypočtenými data za Českou republiku.

Zdroj dat:

MŠMT (2025, 1. března). *Výkonová data škol za rok 2022/2023*.
<https://msmt.gov.cz/vykonova-data-skol-za-rok-2022-2023>

4.3.2. Vážený aritmetický průměr

V případě, že ne všechny hodnoty statistického souboru mají stejnou důležitost, je vhodné k výpočtu charakteristiky polohy využít **vážený aritmetický průměr**. Je tedy potřeba znát nejen hodnoty statistického znaku, ale i jejich váhy.

Pro výpočet váženého aritmetického průměru používáme vzorec:

$$\bar{x}_v = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_kx_k}{n}, \text{ tj. } \bar{x}_v = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_jx_j,$$

kde $n_1, n_2, \dots, n_k$ představují váhy.

Jak postupovat při výpočtu váženého aritmetického průměru v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete vypočítat vážený aritmetický průměr, zapište do sloupce nebo do řádku (do jednoho sloupce/řádku hodnoty, do druhého váhy)
2. Do prázdné buňky napište vzorec **=SOUČIN.SKALÁRNÍ(hodnoty;váhy)**
 - Ve vzorci nahraďte *hodnoty* výběrem pole obsahující požadovaná hodnoty a *váhy* požadovanými váhy
3. Stiskněte Enter
4. Do prázdné buňky následně zapište **=SUMA(váhy)**
 - Ve vzorci nahraďte *váhy* výběrem pole obsahující požadované váhy
5. Stiskněte Enter
6. Do prázdné buňky následně **zapište** **=(buňka se skalárním součinem)/(buňka se sumou)**
7. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Mat. a trig.* → *Vybrat funkci: SOUČIN.SKALÁRNÍ* → *výběr pole obsahující požadované hodnoty* → *výběr pole obsahující požadované váhy* → **OK**

Vzorce → Vložit funkci → Vybrat kategorii: Mat. a trig. → Vybrat funkci: SUMA → výběr pole obsahující požadované váhy → OK

Příklad 1: Průměrná denní teplota (17)

V hydrologické praxi se za průměrnou denní teplotu považuje teplota, která se určí jako průměr z teplot naměřených v 7:00, 14:00 a 21:00, přičemž teplota v čase 21:00 se započítává dvakrát. Data o průběhu teploty během dne naleznete na portálu In-pocasi (QR kód), kde si už jen stačí zvolit meteorologickou stanici a den.



Spočítejte, jaká byla průměrná teplota 1. října mezi lety 2018 a 2023 na meteorologické stanici České Budějovice, tyto hodnoty zároveň porovnejte.

Zdroj dat:

InMeteo (2023, 16. října). *Aktuální počasí*. <https://www.in-pocasi.cz/aktualni-pocasi/>

Příklad 2: Měsíční spotřeba elektrické energie obyvatel SO ORP Ostrava (19)

Průměrná spotřeba elektrické energie na osobu v České republice se pohybuje okolo 125 kWh měsíčně (Bydlíme kvalitně, 2025). Tabulka Českého statistického úřadu (QR kód) vám poskytne informace o počtu domácností v SO ORP a počtu členů jednotlivých domácností.



- a) Zjistěte, jaká bude průměrná měsíční spotřeba elektrické energie v celém SO ORP Ostrava (Moravskoslezský kraj).
- b) Jaká bude průměrná roční spotřeba elektrické energie v SO ORP Ostrava?

Zdroj dat:

Bydlíme Kvalitně (2025, 9. února). *Jaká je průměrná spotřeba elektřiny za měsíc a jak ji snížit?* <https://www.bydlimekvalitne.cz/jaka-je-prumerna-spotreba-elektriny-za-mesic-jak-ji-snizit?>

ČSÚ (2025e, 9. února). *Hospodařící domácnosti podle počtu členů domácnosti, typu domácnosti a podle krajů a SO ORP.* <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=vystup-objekt&f=TABULKA&z=T&skupId=5054&katalog=34037&pvo=SLD21079-OR2&pvo=SLD21079-OR2&str=v379>

Příklad 3: Průměrná hrubá měsíční mzda obyvatel České republiky (18)

Uvedené QR kódy odkazují na stránky Českého statistického úřadu. Pod prvním QR kódem si naleznete soubor s názvem Odvětví činnosti zaměstnaných v NH za celou Českou republiku (okruh Zaměstnaní v národním hospodářství). Uvidíte zde tabulku, která uvádí kolik ekonomicky aktivních obyvatel bylo zaměstnáno v různých sektorech národního hospodářství. Pod druhým QR kódem si najdete soubor s názvem Podíly zaměstnanců, placený čas a hrubé měsíční mzdy podle odvětví a pohlaví (v tabulkové části). Zde uvidíte kromě jiného i průměrné hrubé měsíční mzdy po jednotlivých odvětvích.



- a) Na základě dat z roku 2023 o počtu zaměstnaných obyvatel v odvětvích národního hospodářství a hrubé měsíční mzdě z jednotlivých odvětví vypočtete průměrnou hrubou měsíční mzdu obyvatel České republiky.

Zdroj dat:

ČSÚ (2025i, 1. března). *Struktura mezd zaměstnanců.* <https://csu.gov.cz/produkty/struktura-mezd-zamestnancu-2023>

ČSÚ (2025j, 1. března). *Trh práce v ČR – časové řady – 1993-2023*.
<https://csu.gov.cz/produkty/trh-prace-v-cr-casove-rady-1993-2023>

Příklad 4: Průměrná spotřeba vody ve velkých městech (20)

Za pomoci internetu si naleznete, jaká je průměrná spotřeba vody za jeden den na 1 obyvatele ve čtyřech největších městech v České republice (Praha, Brno, Ostrava, Plzeň). Dále si vyhledejte, kolik obyvatel v těchto městech žije. Vypočítejte, jaká je průměrná spotřeba vody ve velkých městech České republiky. Využijte k tomu vážený aritmetický průměr.

4.3.3. Modus

Modus je charakteristika polohy, která nám říká, jaká z hodnot se ve statistickém souboru vyskytuje nejčastěji. Je to tedy hodnota znaku s nejvyšší četností. Pokud máme data uvedena v intervalovém rozdělení, můžeme za modus považovat i celý interval. Výhodou této charakteristiky polohy je, že se dá využívat i u nečíselných dat, tedy kvalitativních znaků. Pokud bychom narazili na soubor, kde je více hodnot se stejnou maximální četností, modus bude vícečetný.

Jak postupovat při výpočtu modu v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete vypočítat modus, zapište do sloupce nebo do řádku
2. Do prázdné buňky napište vzorec **=MODE.SNGL(data)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data
3. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: MODE.SNGL* → *výběr pole obsahující požadovaná data* → *OK*

Příklad 1: Počty krajských zastupitelů (21)

Počet krajských zastupitelů v České republice se v jednotlivých krajích liší. Může to být 45, 55 nebo 65 členů, počet se odvíjí od počtu obyvatel žijících v kraji (MVČR, 2023). Určete, kolik krajských zastupitelů bylo nejčastěji voleno v posledních volbách. Konkrétní počty zastupitelů za jednotlivé kraje naleznete na webu volby.cz (QR kód) v sekci Zastupitelstva krajů a následně v sekci Výsledky voleb do zastupitelstev krajů.



Zdroj dat:

ČSÚ (2023a, 1. října). *Volby do zastupitelstev krajů konané dne 2. 10. – 3. 10. 2020.*
<https://www.volby.cz/pls/kz2020/kz2?xjazyk=CZ>

MVČR (2023, 1. října). *Volby do zastupitelstev krajů.*
<https://www.mvcr.cz/volby/clanek/volby-do-zk-volby-do-zastupitelstev-kraju.aspx>

Příklad 2: Věkové složení obyvatelstva krajů ČR (22)

Český statistický úřad nabízí ve svých statistikách i tabulky s věkovým složením obyvatelstva podle krajů, okresů nebo správních obvodů obcí s rozšířenou působností. Přes přiložený QR kód si naleznete věkové složení Karlovarského kraje, Hlavního města Prahy a Moravskoslezského kraje. Pracujte vždy s nejnovějšími daty.



- a) Zjistěte u každého z krajů jeho modus, budete tedy zjišťovat, jak staří obyvatelé žijí v daném kraji nejčastěji.
- b) Porovnejte módy těchto tří krajů mezi sebou a rozdíly okomentujte.

Zdroj dat:

ČSÚ (2025g, 9. února). *Věkové složení obyvatel – jednotky věku*.
https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=vystup-objekt-parametry&pvo=DEMD001&z=T&f=TABULKA&sp=A&katalog=33156&str=v67&c=v3~2__RP2023MP12DP31

Příklad 3: Velikost domácností v ČR (23)

Při sčítání lidu, domů a bytů v roce 2021 bylo zjištěno, že v České republice žije celkem 10 524 167 obyvatel, kteří žijí celkem v 4 813 103 hospodařících domácnostech o různých velikostech (Sčítání, 2025). Velikost se určovala podle počtu členů žijících v domácnostech. Data za jednotlivé okresy jsou zaznamenány ve statistice Českého statistického úřadu (QR kód).



- a) Zjistěte, jak velké domácnosti se nejčastěji nachází v Hlavním městě Praha a v okresech Sokolov, Hodonín a Frýdek-Místek. Tyto okresy mezi sebou porovnejte. Existují zde rozdíly nebo je nejčastější velikost domácnosti v těchto okresech podobná či zcela stejná?
- b) Jaký je modus velikosti domácností v celé České republice?

Zdroj dat:

Sčítání (2025, 9. března). *Výsledky*. <https://scitani.gov.cz/>

ČSÚ (2025k, 9. března). *Hospodařící domácnosti podle počtu členů domácnosti, typu domácnosti a podle krajů a okresů*.
<https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=vystup-objekt&pvo=SLD21079-OK2&z=T&f=TABULKA&skupId=5054&katalog=34037&pvo=SLD21079-OK2&str=v267>

4.3.4. Medián

Za **medián** statistického souboru budeme považovat prostřední hodnotu znaku. Pro určení této charakteristiky polohy je tedy potřeba mít hodnoty uspořádány podle velikosti. Pro soubor s lichým počtem prvků bude medián prostřední hodnota. Pro soubor se sudým počtem prvků bude mediánem aritmetický průměr dvou prostředních hodnot. Na rozdíl od aritmetického průměru je medián vhodný i pro soubor s extrémními hodnotami, které v tomto případě charakteristiku nijak nezkrslují.

Medián lze také interpretovat i jako číslo, které dělí statistický soubor na dvě stejné poloviny. Znamená to tedy, že 50 % hodnot je vždy menších nebo rovno mediánu a 50 % hodnot vždy větších nebo rovno mediánu.

Jak postupovat při výpočtu mediánu v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete vypočítat medián, zapište do sloupce nebo do řádku
2. Do prázdné buňky napište vzorec **=MEDIAN(data)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data
3. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: MEDIAN* → *výběr pole obsahující požadovaná data* → *OK*

Příklad 1: Počet obyvatel obcí Jihočeského kraje (24)

Podle nejnovějších dat se v současné době v Jihočeském kraji nachází 623 obcí a z toho 56 měst a 23 městysů (ČSÚ, 2025m). Určete střední polohu počtu obyvatel v obcích Jihočeského kraje. Charakteristiku polohy spočítejte nejprve pomocí aritmetického průměru a poté pomocí mediánu. Jakou charakteristiku je v tomto případě vhodnější využít? Jaká charakteristika bude více vypovídat o skutečnosti? Data



o obcích o počtu obyvatel v jednotlivých obcích naleznete v excelovském souboru českého statistického úřadu s názvem Počet obyvatel v obcích Jihočeského kraje (Data a časové řady, Obyvatelstvo v obcích) pod přiloženým QR kódem. Pracujte vždy s nejnovějšími daty.

Zdroj dat:

ČSÚ (2025m, 23. března). *Města a obce*. <https://csu.gov.cz/jhc/mesta-a-obce?pocet=10&start=0&vlastnostiVystupu=22&typUzemnihoCleneni=43&razeni=-datumVydani>

Příklad 2: Rozlohy asijských států (25)

V Asii bychom napočítali celkem 50 nezávislých států. Rozlohy těchto států jsou velmi rozmanité. Největší plochu zabírá Rusko s rozlohou 17 098 200 km², a naopak nejmenší je ostrovní stát Maledivy s rozlohou 298 km² (Zeměpis 24, 2024).



- a) Vypočtete medián rozlohy asijských států. Použijte data z webové stránky Zeměpis 24 (QR kód).
- b) Uveďte konkrétně 2 státy, které se nejvíce blíží mediánu rozlohy asijských států.
- c) Hodnotu mediánu porovnejte s hodnotou aritmetického průměru. Která z těchto charakteristik více odpovídá realitě a je vhodnější pro popis tohoto statistického souboru?

Zdroj dat:

Zeměpis 24 (2024, 5. listopadu). *Seznam států kontinentu Asie podle rozlohy*. <https://www.zemepis24.cz/kontinenty/asia/staty-podle-rozlohy>

Příklad 3: Medián věku obyvatel krajů ČR (26)

Z mapy krajů České republiky (QR kód), která vyobrazuje průměrný věk obyvatel podle krajů České republiky, si vypište jednotlivé průměrné věky za kraje. Tyto údaje si seřadte od nejmenšího po největší.



- Určete mediánový věk obyvatel České republiky z dat o průměrném věku obyvatel v krajích.
- Které kraje bychom mohli zařadit mezi kraje s nejmladším obyvatelstvem?
- Které kraje bychom naopak mohli zařadit mezi kraje s nejstarším obyvatelstvem?

Zdroj dat:

ČSÚ (2024c, 30. října). *Animovaná mapa: Průměrný věk obyvatel podle krajů k 31. 12. 2022*. <https://csu.gov.cz/plk/animovana-mapa-prumerny-vek-obyvatel-podle-kraju-k-31-12-2022>

4.3.5. Geometrický průměr

Geometrický průměr se používá v případech, kdy chceme zjistit průměrné tempo růstu určité veličiny. V těchto případech máme data uvedená v časových řadách, které vykazují určitý trend, a pro výpočet používáme vzorec:

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}.$$

Důležité je podotknout, že se při výpočtu geometrického průměru pracuje pouze s kladnými čísly a že je možné geometrický průměr vyjadřovat i v procentech.

Pokud budeme chtít vypočítat průměrné tempo růstu/poklesu, musíme vždy počítat s daty, které vyjadřují změnu po sobě jdoucích údajů, většinou jsou to údaje časové. Vzorec by vypadal následovně:

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_n}, \text{ kde } z_i = \frac{x_i}{x_{i-1}}.$$

Po úpravě bychom dostali vzorec pro výpočet průměrného tempa růstu:

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{\frac{x_n}{x_0}}.$$

Jak postupovat při výpočtu geometrického průměru v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete vypočítat geometrický průměr, запиšte do sloupce nebo do řádku
2. Do prázdné buňky napište vzorec **=GEOMEAN(data)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data
3. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: GEOMEAN* → *výběr pole obsahující požadovaná data* → *OK*

Příklad 1: Vývoj hrubého domácího produktu České republiky (27)

Na portálu THE WORDL BANK lze nalézt mnoho dat o jednotlivých státech světa. Součástí jsou také data o hrubém domácím produktu. Z grafu vývoje HDP České republiky přepočteného na jednu osobu (QR kód) vytvořte tabulku, která bude zahrnovat data z let 2000 až 2021.



- a) Zjistěte, jaké bylo průměrné tempo růstu domácího produktu přepočteného na jednu osobu v těchto letech.
- b) Nalezněte stejná data i pro Spojené státy americké a Sýrii, a i pro tyto státy vypočtete průměrné tempo růstu HDP přepočteného na jednu osobu.
- c) Pokud máme data přepočtená na jednoho obyvatele a data uvedená v procentech, můžeme mezi sebou tyto státy porovnávat. Okomentujte a porovnejte zpracovávaná data.

- d) Okomentujte tempo růstu jednotlivých států. HDP kterého státu rostlo/klesalo v letech 2000 až 2021 nejrychleji/nejpomaleji?

Zdroj dat:

The World Bank (2024, 14. března). *GDP per capita (current US\$) – Czechia*.
<https://data.worldbank.org/indicator/NY.GDP.PCAP.CD?end=2021&locations=CZ&start=2000>

Příklad 2: Růst inflace v České republice v roce 2021 a 2022 (28)

Z měsíčních dat za rok 2021 a 2022 vypočtete průměrné tempo růstu inflace v České republice za rok 2021 a průměrné tempo růstu inflace za rok 2022. Data za jednotlivé měsíce získáte z diagramu, který poskytuje portál TRADING ECONOMICS (QR kód). V grafu bude potřeba si nastavit, za jaké období chcete data zobrazit, a to pomocí ikony kalendáře v levém horním grafu, kde si nastavíte, že chcete data za dobu od 1. ledna 2021 do 31. prosince 2022.



- a) Okomentujte výši inflace a průměrné tempo růstu inflace v jednotlivých letech.
- b) Pro porovnání inflací v roce 2021 a 2022 vytvořte ze získaných dat vlastní graf, který bude obsahovat dvě polygonové křivky. Jedna křivka bude vyobrazovat průběh inflace za rok 2021 a druhá křivka průběh inflace za rok 2022. Tyto dvě křivky okomentujte a porovnejte průběh inflace v těchto letech. Lišil se vývoj inflace v jednom a druhém roce či se inflace vyvíjela stejně?

Zdroj dat:

Trading ECONOMICS (2024, 23. března). *Czech Republic Inflation Rate*.
<https://tradingeconomics.com/czech-republic/inflation-cpi>

Příklad 3: Průměrné tempo růstu populace vybraných evropských zemí (29)

Tabulka Eurostatu (databáze Evropské unie), na kterou se dostanete přes přiložený QR kód, zachycuje vývoj počtu obyvatel nejen států Evropské unie v posledních několika letech.



- a) Vypočtete průměrné tempo růstu počtu obyvatel České republiky od roku 2000 do současnosti.
- b) Vypočtete průměrné tempo růstu počtu obyvatel Estonska od roku 2000 do současnosti.
- c) Vypočtete průměrné tempo růstu počtu obyvatel Německa od roku 2000 do současnosti.
- d) Vypočtete průměrné tempo růstu počtu obyvatel Řecka od roku 2000 do současnosti.
- e) Na základě hodnot geometrického průměru porovnejte průměrné tempo růstu počtu obyvatel v uvedených zemích. Vyvíjí se v těchto státech počet obyvatel stejným tempem nebo zde existují rozdíly?

Zdroj dat:

Eurostat (2025, 2. března). *Population change – Demographic balance and crude rates at national level.*

https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/demo_gind/default/table?lang=en&category=demo.demo_ind

4.3.6. Harmonický průměr

Harmonickým průměrem se rozumí převrácená hodnota aritmetického průměru převrácených hodnot, tedy:

$$\bar{x}_H = \frac{1}{\frac{1}{n} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n} \right)}.$$

Tato charakteristika polohy se využívá v případech, kdy má smysl uvažovat o součtu převrácených hodnot znaku. Jedním z příkladů, kdy se harmonický průměr využívá, je například výpočet průměrné rychlosti nebo průměrného času u dějů nebo u činností, které netrvají stejně dlouhou dobu.

Jak postupovat při výpočtu harmonického průměru v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete vypočítat harmonický průměr, запиšte do sloupce nebo do řádku
2. Do prázdné buňky napište vzorec **=HARMEAN(data)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data
3. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: HARMEAN* → *výběr pole obsahující požadovaná data* → *OK*

Příklad 1: Vlakové spojení mezi Prahou a Českými Budějovicemi (30)

Za pomoci portálu IDOS (QR kód) si vyhledejte informace o Jižním expresu (IC 531) a rychlíku Vltava (R 709), které jezdí na trase Praha hlavní nádraží – České Budějovice. Tyto vlaky jezdí po stejné trase, kterou však každý urazí za jinou časovou jednotku. V detailech spojení zároveň najdete i informace o délce trasy.



- a) Vypočtete, jaká by byla průměrná rychlost každého z vlaků, pokud bychom uvažovali, že se vlaky nikde nezastaví.
- b) Jaká by byla průměrná rychlost obou spojů, pokud by měly společně urazit tuto trasu?

Zdroj dat:

IDOS (2024, 5. listopadu). *IDOS – Jízdní řády*.
https://www.google.com/search?q=idos&oq=idos&gs_lcrp=EgZjaHJvbWUqDAgAEEUYOxixAxiABDIMCAAQRRg7GLEDGIAEMgYIARBFgdwyCggCEAAysQMYgAQyCggDEAAysQMYgAQyBggEEEUYQTIGCAUQRRhBMgYIBhBFGDwyBggHEAUYQNIBBzkyN2owajeoAgCwAgA&sourceid=chrome&ie=UTF-8

Příklad 2: Průměrná rychlost letů mezi Prahou a Londýnem (31)

Při letech z Prahy do Londýna můžete s různými společnostmi a přistát na jednom z pěti londýnských letišť, London Heatrow, London Gatwick, London City, London Luton, London Stansted. Přes oficiální stránky Letiště Václava Havla (QR kód) si vyhledejte, jak dlouho jednotlivé lety trvají. Pro možnost výpočtu uvažujte se vzdušnou vzdáleností 1 032,68 km mezi Prahou a Londýnem.



- a) Vypočítejte rychlost jednotlivých letů.
- b) Vypočítejte průměrnou rychlost letů mezi Prahou a Londýnem.
- c) Bude rozdíl mezi časem letu a rychlostí letu z Prahy do Londýna a z Londýna zpátky do Prahy? Co tyto časy ovlivňuje?

Zdroj dat:

Letiště Praha (2025, 2. března). *Mapa destinací a letový řád*. <https://www.prg.aero/letove-trasy-rad>

4.3.7. Kvantily

Další využívanou charakteristikou polohy jsou tzv. **kvantily**, které se označují jako x_p a jsou hodnoty kvantitativního znaku, pro které platí, že nejméně $p \cdot 100 \%$ statistických jednotek vzestupně uspořádaného statistického souboru má hodnotu tohoto znaku menší nebo rovno x_p a alespoň $(1 - p) \cdot 100 \%$ jednotek má hodnotu větší nebo rovno x_p .

Nejznámějším kvantilem, který se využívá nejčastěji, je medián. Mezi další patří například kvartily, percentily nebo decily.

Kvartily rozdělují statistický soubor, který je vzestupně uspořádaný, na čtyři stejně četné části. Do každé části tedy spadá stejný počet prvků. **Dolní kvartil** odděluje čtvrtinu dat s nejnižšími hodnotami od zbylých tří čtvrtin dat se stejnou nebo vyšší hodnotou. **Horní kvartil** naopak odděluje čtvrtinu dat s nejvyššími hodnotami od zbylých tří čtvrtin s menší hodnotou. Posledním a prostředním kvantilem je **medián**.

Percentily dělí vzestupně uspořádaný soubor celkem na 100 stejně velkých intervalů, celkem tedy existuje 99 percentilů. Nejčastěji se využívají percentily při vyhodnocování výsledků maturitních zkoušek nebo přijímacích zkoušek na střední nebo vysokou školu.

Poslední často užívané kvartily jsou decily, které dělí statistický soubor na deset stejně velkých částí. Decilů tedy budeme mít celkem 9.

Jak postupovat při zjišťování kvartilů v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete zjišťovat kvartily, запиšte do sloupce nebo do řádku
2. Do prázdné buňky napište vzorec **=QUARTIL.INC(data;kvartil)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data a *kvartil* číslem kvartilu, který hledáte (1, 2, 3)
3. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: QUARTIL.INC* → *výběr pole obsahující požadovaná data; výběr kvartilu* → **OK**

Jak postupovat při zjišťování percentilů v MS Excel?

4. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
4. Data, ze kterých chcete zjišťovat percentily, zapište do sloupce nebo do řádku
5. Do prázdné buňky napište vzorec **=PERCENTIL.INC(data;percentil)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data a *percentil* číslem percentilu, který hledáte (1-99)
6. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: PERCENTIL.INC* → *výběr pole obsahující požadovaná data; výběr percentilu* → *OK*

Příklad 1: Minimální mzda v zemích Evropy (32)

Portál Evropské unie Eurostat nabízí mimo jiné i statistiku s daty o minimální mzdě evropských států (QR kód). Pracujte vždy s nejnovějšími daty. Pokud nejsou data za některé státy k dispozici, tyto státy z tohoto šetření vynechejte.



- a) Zapište hodnoty horního a dolního kvartilu.
- b) Zjistěte a vypište, jaké státy patří do horních 25 % v této statistice, tedy mezi státy s nejvyšší minimální mzdou, a naopak které státy patří do dolních 25 % v této statistice, tedy mezi státy s nejnižší minimální mzdou.

Zdroj dat:

Eurostat (2024, 5. listopadu). *Minimum wages*.
https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/tps00155/default/table?lang=en&category=t_labour.t_earn

Příklad 2: Spotřeba pitné vody v zemích EU (33)

Jednou z velmi diskutovaných otázek poslední doby je spotřeba užitkové a pitné vody. Mapa Evropské komise ukazuje, kolik litrů pitné vody spotřebují denně obyvatelé zemí Evropské unie (QR kód).



- Z této mapy si vytvořte tabulku spotřeby pitné vody obyvatel zemí Evropské unie.
- V tomto statistickém souboru určete dolní a horní kvartil.
- Zjistěte, které země se vejdou pod hranici dolního kvartilu (tzn. obyvatelé jakých zemí se dostanou mezi 25 % zemí, které spotřebovávají denně nejméně pitné vody) a naopak které země se budou nacházet nad hranicí horního kvartilu (tzn. obyvatelé jakých zemí se dostanou mezi 25 % zemí, které spotřebovávají denně nejvíce pitné vody).

Pozn.: Mapa pochází z roku 2015, kdy bylo Spojené království ještě součástí Evropské unie. Do statistického šetření ho tedy také zahrňte.

Zdroj dat:

Statista (2025, 8. února). *Where Europeans Consume The Most Tap Water*.
<https://cdn.statcdn.com/Infographic/images/normal/19591.jpeg>

Příklad 3: Správní obvody obcí s rozšířenou působností a jejich rozlohy (34)

Kraje České republiky jsou mimo jiné rozdělené i na správní obvody obcí s rozšířenou působností (SO ORP). Rozlohou jsou tyto obvody menší než okresy a jejich sídla se nacházejí téměř v každém větším městě. Tabulka Českého statistického úřadu (QR kód) vám poskytne data o rozlohách jednotlivých obvodů.



- Nalezněte 5. percentil tohoto statistického souboru a určete, které obvody by patřily mezi 5 % územně nejmenších obvodů.

- b) Nalezněte 95. percentil tohoto statistického souboru a určete, které obvody by patřily mezi 5 % územně největších obvodů.

Zdroj dat:

ČSÚ (2025h, 9. února). *Základní charakteristika SO ORP*.
https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=vystup-objekt&pvo=RSO07DORP&z=T&f=TABULKA&katalog=32895&c=v467~3__RP2021

Příklad 4: Výsledky českých žáků v PISA šetření (35)

Mezinárodní šetření PISA je největší světový výzkum v oblasti vzdělání, kterého se účastní mnoho zemí z celého světa, a je pořádáno Organizací pro hospodářskou spolupráci a rozvoj (OECD). PISA klade důraz na testování dovedností v oblasti čtenářské, matematické a přírodovědné gramotnosti patnáctiletých žáků a je organizována hlavně proto, aby poskytovala zpětnou vazbu o úspěšnosti a efektivitě vzdělávacích systémů jednotlivých států (ČŠI ČR, 2025). Mezi daty poskytovanými organizací OECD (QR kód) si vyhledejte výsledky čtenářské (Reading performance (PISA)), matematické (Mathematics performance (PISA)) i přírodovědné (Science performance (PISA)) gramotnosti. V grafech si zobrazte pouze data za zúčastněné země.



- Určete, jaký percentil odpovídá výkonu českých žáků ve čtenářské gramotnosti v porovnání s ostatními zúčastněnými státy. Slovně okomentujte, co to znamená.
- Určete, jaký percentil odpovídá výkonu českých žáků v matematické gramotnosti v porovnání s ostatními zúčastněnými státy. Slovně okomentujte, co to znamená.
- Určete, jaký percentil odpovídá výkonu českých žáků v přírodovědné gramotnosti v porovnání s ostatními zúčastněnými státy. Slovně okomentujte, co to znamená.

Zdroj dat:

ČŠI ČR (2025, 2. března). *O šetření PISA*. <https://www.csicr.cz/cz/Mezinarodni-setreni/PISA/O-setreni-PISA>

OECD (2025, 2. března). *Trusted statistics supporting evidence-based policy*. <https://www.oecd.org/en/data/indicators.html?orderBy=mostRelevant&page=0&facetTags=oecd-policy-areas%3Apa6>

4.4. Charakteristiky variability

Z předchozí kapitoly už víme, že charakteristika polohy je určité reprezentativní číslo, kolem kterého jednotlivé hodnoty znaku kolísají. Pro podrobnější popis kolísání dat budeme používat tzv. **charakteristiky variability**, které nám budou popisovat velikost tohoto kolísání.

Mezi nejpoužívanější charakteristiky variability patří rozptyl, směrodatná odchylka a variační koeficient, které se používají v případech, kde polohu charakterizuje aritmetický průměr. Pokud bude charakteristikou polohy medián, jako charakteristiku variability bude používat mezikvartilovou odchylku. Další známou charakteristikou variability, která se neváže k žádné charakteristice polohy je (variační) rozpětí.

4.4.1. Rozpětí

Rozpětí, někdy též variační rozpětí, statistického souboru nám říká, jaký je rozdíl mezi maximální a minimální hodnotou zkoumaného znaku. Při výpočtu je tedy vhodné mít hodnoty uspořádané vzestupně, tedy od nejmenší po největší. Rozpětí není vhodné používat v případě, že soubor obsahuje extrémní hodnoty.

Jak postupovat při zjišťování rozpětí v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete zjišťovat rozpětí, zapište do sloupce nebo do řádku
2. Do prázdné buňky napište vzorec **=MAX(data) - MIN(data)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data
3. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: MAX* → *výběr pole obsahující požadovaná data* → *OK* → *-* → *Vzorce*

→ *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: MIN* → *výběr pole obsahující požadovaná data* → *OK*

Příklad 1: Rozpětí teplot během roku na Horské Kvildě (36)

Z dat Českého hydrometeorologického ústavu o měsíčních a ročních datech (QR kód) zjistěte minimální a maximální teploty vzduchu za každý měsíc v roce 2024 pro lokalitu Horská Kvilda (Plzeňský kraj). Pracujte vždy s nejnovějšími daty.



- a) Pro každý měsíc vypočítejte rozpětí teplot.
- b) Ve kterém měsíci nastalo největší rozpětí? Ve kterém měsíci nastalo nejmenší rozpětí teplot?

Zdroj dat:

ČHMÚ (2023a, 1. října). *Měsíční a roční data dle zákona 123/1998 Sb.*
<https://www.chmi.cz/historicka-data/pocasi/mesicni-data/mesicni-data-dle-z.-123-1998-Sb>

Příklad 2: Rozpětí cen pohonných hmot v Evropě (37)

Tabulka společnosti Tolls ukazuje, jak se liší cena 1 litru benzínu, nafty a LPG v evropských zemích (QR kód). Pracujte vždy s nejnovějšími daty.



- a) Vypočtete rozpětí ceny benzínu mezi evropskými zeměmi. Okomentujte, které země mají nejdražší a nejlevnější benzín.
- b) Vypočtete rozpětí ceny nafty mezi evropskými zeměmi. Okomentujte, které země mají nejdražší a nejlevnější naftu.

Zdroj dat:

Tolls (2025, 9. března). *Přehled cen PHM v Evropě*. <https://www.tolls.eu/cs/ceny-phm>

4.4.2. Rozptyl, směrodatná odchylka, variační koeficient

Rozptyl a směrodatnou odchylku bude jako charakteristiku variability počítat v případě, že charakteristika polohy bude dána aritmetickým průměrem. Za pojmem rozptyl se skrývá aritmetický průměr druhých mocnin odchylek jednotlivých hodnot od jejich aritmetického průměru:

$$s_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

Díky tomu, že ve vzorci hodnoty znaku umocňujeme a výsledné jednotky rozptylu jsou druhé mocniny původních jednotek, není zcela výhodné ho v praxi počítat. Využívá se tzv. **směrodatná odchylka**, která je definovaná jako druhá odmocnina z rozptylu:

$$s_n = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

Tyto vzorec by se však měli používat pouze v případech, kdy máme k dispozici všechny možné hodnoty zkoumaného znaku. V praxi se spíše stává, že statistický soubor, se kterým budeme počítat, je pouze náhodným výběrem ze základního souboru. V těchto případech je vhodnější vypočítat **výběrový rozptyl** a **výběrovou směrodatnou odchylku**:

$$s_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2,$$

$$s_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

Pro interpretaci směrodatné odchylky je potřebné vědět, že pokud se budou hodnoty znaku od aritmetického průměru lišit jen málo, budou i rozdíly odchylek od aritmetického průměru malé, a tedy i směrodatná odchylka bude malá. Pokud by nastala situace, že by byly všechny hodnoty znaku stejné, směrodatná odchylka by byla nulová.

Pokud bychom potřebovali pro popis kolísání hodnot využít bezrozměrné číslo, tedy pokud bychom porovnávali více souborů, u kterých nejsou hodnoty vyjádřeny ve stejných jednotkách, využíváme k tomu **variační koeficient**. Tato charakteristika polohy je definovaná jako podíl směrodatné odchylky a aritmetického průměru a obvykle se udává v procentech:

$$v_n = \frac{s_n}{\bar{x}} \cdot 100 \text{ \%}.$$

U této charakteristiky si musíme dát pozor na to, abychom počítali pouze s nezápornými hodnotami, jinak nebude mít variační koeficient smysl.

Jak postupovat při výpočtu rozptylu v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete vypočítat rozptyl, запиšte do sloupce nebo do řádku
2. Do prázdné buňky napište vzorec **=VAR.P(data)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data
3. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: VAR.P* → *výběr pole obsahující požadovaná data* → **OK**

Jak postupovat při výpočtu směrodatné odchylky v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete vypočítat směrodatnou odchylku, запиšte do sloupce nebo do řádku
2. Do prázdné buňky napište vzorec **=SMODCH.VÝBĚR.S(data)**
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data
3. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: SMODCH.VÝBĚR.S* → *výběr pole obsahující požadovaná data* → **OK**

Jak postupovat při výpočtu variačního koeficientu v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
 - Data, ze kterých chcete vypočítat variační koeficient, zapište do sloupce nebo do řádku
2. Vypočtete si směrodatnou odchylku a aritmetický průměr souboru (viz. kapitoly Směrodatná odchylka a Aritmetický průměr)
3. Do prázdné buňky napište vzorec ***=(buňka se směrodatnou odchylkou)/(buňka s aritmetickým průměrem)*100 %***
4. Stiskněte Enter

Příklad 1: Hrubá měsíční mzda učitelů na základních školách (38)

Pod prvním (Regionální školství – Průměrná hrubá měsíční mzda učitelů v regionálním školství v krajích ČR) a druhým QR kódem (Regionální data) naleznete data Českého statistického úřadu týkající se pracovníků a mezd ve vzdělávání v České republice. V těchto dvou statistikách si najdete data průměrné hrubé měsíční mzdy učitelů na základních školách v krajích ČR za rok 2013 a 2023.



- a) Z údajů za jednotlivé kraje pomocí aritmetického průměru vypočtete průměrnou hrubou měsíční mzdu učitelů na základních školách v roce 2013 a 2023.
- b) Okomentujte, jak se průměrná měsíční mzda během těchto deseti let vyvíjela i vzhledem k obecné průměrné měsíční mzdě z let 2013 a 2023 (údaje si dohledejte za pomoci internetu).
- c) Určete výběrový rozptyl a výběrovou směrodatnou odchylku u těchto dvou statistických souborů a zároveň se pokuste vysvětlit, co tato čísla znamenají.
- d) U obou souborů určete i variační koeficient a pokuste se tuto charakteristiku a její výsledek okomentovat i slovně.



Zdroj dat:

ČSÚ (2024e, 10. listopadu). *Mzdy učitelů v regionálním školství – 2012-2019*.
<https://csu.gov.cz/produkty/mzdy-ucitelu-v-regionalnim-skolstvi-20122019>

ČSÚ (2024f, 10. listopadu). *Pracovníci a mzdy ve vzdělávání*.
https://csu.gov.cz/pracovnici-a-mzdy-ve-vzdelavani?pocet=10&start=0&podskupiny=233&razeni=-datumVydani#grafy___prumerna-hruba-mesicni-mzda-ucitelu-materskych-zakladnich-a-strednich-skol-v-cesku-tis-kc

Příklad 2: Velikost obcí v Pardubickém kraji a v kraji Vysočina (39)

Pro různé regiony České republiky jsou typické obce o různé velikosti (odlišné počty obyvatel). Zaměřte se dva sousední kraje, kraj Vysočina a Pardubický kraj. Datové soubory Českého statistického úřadu (QR kódy) poskytují data o počtech obyvatel v jednotlivých obcích těchto krajů.



- Pomocí aritmetického průměru vypočítejte z dostupných dat průměrný počet obyvatel obcí v kraji Vysočina a průměrný počet obyvatel obcí Pardubického kraje.
- Porovnejte tyto aritmetické průměry. Jsou velikostně obce na Vysočině a v Pardubickém kraji podobné? Liší se v těchto dvou krajích průměrná velikost obce?
- U obou krajů následně vypočítejte výběrový rozptyl a výběrovou směrodatnou odchylku. Výsledky okomentujte a porovnejte mezi sebou.
- Vypočtete variační koeficient hodnot těchto dvou statistických souborů a porovnejte je mezi sebou.



Pozn.: Počty obyvatel pro kraj Vysočina najdete pod odkazem Abecední seznam obcí (k 1.1.2023). a pro Pardubický kraj pod odkazem Počet obyvatel v obcích Pardubického kraje k 1. 1. 2023.

Zdroj dat:

ČSÚ (2025f, 9. února). *Města a obce*. https://csu.gov.cz/pak/mesta_a_obce

ČSÚ (2025d, 9. února). *Abecední seznam obcí*.
https://csu.gov.cz/vys/abecedni_seznam_obci

Příklad 3: Průměrné teploty v českých krajích (40)

V databázi Českého hydrometeorologického ústavu si vyhledejte informace o průměrné teplotě vzduchu v krajích ČR za rok 2024.

- a) Z údajů za průměrné roční teploty v jednotlivých krajích vypočítejte aritmetický průměr.
- b) Spočítejte směrodatnou odchylku průměrných měsíčních teplot pro kraje České republiky.



Zdroj dat:

ČHMÚ (2025, 2. března). *Územní teploty*. <https://www.chmi.cz/historicka-data/pocasi/uzemni-teploty>

Příklad 4: Ceny benzínu a nafty v různých státech Evropy (41)

Ceny pohonných hmot se odvíjí od několika různých faktorů. Mezi některé z nich patří například cena ropy v dolarech, kurz měn vůči dolaru nebo i sezonní výkyvy v poptávce (ČNB, 2025). Vývoj cen v některých evropských zemích je zobrazen v grafu s názvem Přehled cen PHM v Evropě (QR kód).



- a) Vypočítejte variační koeficient ceny 1 litru benzínu mezi státy Rakousko, Chorvatsko, Česká republika, Francie, Německo, Itálie, Polsko a Slovinsko k nejnovějšímu datu, pro která jsou data dostupná.

- b) Vypočítejte variační koeficient ceny 1 litru nafty mezi státy Rakousko, Chorvatsko, Česká republika, Francie, Německo, Itálie, Polsko a Slovinsko.
- c) Porovnejte mezi sebou variační koeficient ceny 1 litru benzínu a ceny 1 litru nafty.
- d) Vypočítejte variační koeficient ceny 1 litru benzínu mezi těmito státy k datu přesně před rokem.
- e) Vypočítejte variační koeficient ceny 1 litru nafty mezi těmito státy k datu přesně před rokem.
- f) Lišil se rok starý variační koeficient ceny 1 litru nafty a benzínu od variačního koeficientu nafty a benzínu současného?

Zdroj dat:

ČNB (2025, 9. března). *Faktory vývoje maloobchodních cen pohonných hmot*.
<https://www.cnb.cz/cs/menova-politika/zpravy-o-inflaci/tematicke-prilohy-a-boxy/Faktory-vyvoje-maloobchodnich-cen-pohonnych-hmot>

Tolls (2025, 9. března). *Přehled cen PHM v Evropě*. <https://www.tolls.eu/cs/ceny-phm>

Příklad 5: Variabilita teplot a srážek v krajích ČR (42)

Z dat Českého hydrometeorologického ústavu (QR kódy) zjistěte průměrnou roční teplotu a průměrný roční úhrn srážek v jednotlivých krajích České republiky za rok 2024.

- a) Vypočítejte variační koeficient pro průměrnou roční teplotu mezi kraji České republiky.
- b) Vypočítejte variační koeficient pro průměrný roční úhrn srážek mezi kraji České republiky.
- c) Určete, zda jsou v České republice variabilnější průměrné roční teploty nebo průměrný roční úhrn srážek.



Zdroj dat:

ČHMÚ (2025, 2. března). *Územní teploty*. <https://www.chmi.cz/historicka-data/pocasi/uzemni-teploty#>

ČHMÚ (2023b, 5. listopadu). *Územní srážky*. <https://www.chmi.cz/historicka-data/pocasi/uzemni-srazky#>

4.4.3. Mezikvartilové rozpětí

Mezikvartilové rozpětí statistického znaku je definováno jako rozdíl horního a dolního kvartilu.

Příklad 1: Minimální mzda v zemích Evropy (43)

Portál Evropské unie Eurostat nabízí mimo jiné i statistiku s daty o minimální mzdě evropských států (QR kód). Pracujte vždy s nejnovějšími daty. Pokud nejsou data za některé státy k dispozici, tyto státy z tohoto šetření vynechejte.



- a) Určete hodnoty dolního a horního kvartilu tohoto souboru.
- b) Vypočtete mezikvartilového rozpětí tohoto statistického znaku.

Zdroj dat:

Eurostat (2024, 5. listopadu). *Minimum wages*. https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/tps00155/default/table?lang=en&category=t_labour.t_earn

Příklad 2: Spotřeba pitné vody v zemích EU (44)

Jednou z velmi diskutovaných otázek poslední doby je spotřeba užitkové a pitné vody. Mapa Evropské komise ukazuje, kolik litrů pitné vody spotřebují denně obyvatelé zemí Evropské unie (QR kód). Pracujte pouze se zeměmi, u kterých jsou v mapě údaje uvedeny.



- a) Určete dolní a horní kvartil tohoto statistického souboru.
- b) Vypočítejte, jaké bude mezikvartilové rozpětí tohoto souboru.

Pozn.: Mapa pochází z roku 2015, kdy bylo Spojené království ještě součástí Evropské unie. Do statistického šetření ho tedy také zahrňte.

Zdroj dat:

Statista (2025, 8. února). *Where Europeans Consume The Most Tap Water*.
<https://cdn.statcdn.com/Infographic/images/normal/19591.jpeg>

4.4.4. Mezikvartilová odchylka

Mezikvartilovou odchylku jako charakteristiku variability použijeme v případě, že charakteristikou polohy statistického souboru nebude aritmetický průměr, ale medián. K jejímu výpočtu budeme potřebovat znát první (dolní) a třetí (horní) kvartil a vzorec bude vypadat následovně:

$$Q(x) = 1/2(Q_3 - Q_1),$$

kde Q_1 je hodnota dolního kvartilu a Q_3 hodnota horního kvartilu.

Jak postupovat při výpočtu mezikvartilové odchylky v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel

- Data, ze kterých chcete vypočítat mezikvartilovou odchylku, запиште do sloupce nebo do řádku
- 2. Do prázdné buňky napište vzorec

$$=\frac{1}{2}(QUARTIL.INC(data;3)-QUARTIL.INC(data;1))$$
 - Ve vzorci nahraďte *data* výběrem pole obsahující požadovaná data
- 3. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: QUARTIL.INC* → *výběr pole obsahující požadovaná data; výběr prvního nebo třetího kvartilu* → *OK* → *výsledek je dále potřeba vynásobit jednou polovinou*

Příklad 1: Hrubá měsíční mzda učitelů na základních školách (45)

Pod prvním (Regionální školství – Průměrná hrubá měsíční mzda učitelů v regionálním školství v krajích ČR) a druhým QR kódem (Regionální data) naleznete data Českého statistického úřadu týkající se pracovníků a mezd ve vzdělávání v České republice. V těchto dvou statistikách si najdete data průměrné hrubé měsíční mzdy učitelů na základních školách v krajích ČR za rok 2013 a 2023.



- a) Z údajů za jednotlivé kraje vypočítejte medián hrubé měsíční mzdy učitelů na základních školách v roce 2013 a 2023. Tyto mediány porovnejte s mediány uvedenými ve statistikách Českého statistického úřadu.
- b) Jako další vypočítejte dolní a horní kvartil toho souboru.
- c) Zvlášť u roku 2013 a u roku 2023 vypočítejte mezikvartilovou odchylku a výsledky se pokuste interpretovat a porovnat.

Zdroj dat:

ČSÚ (2024e, 10. listopadu). *Mzdy učitelů v regionálním školství – 2012-2019.*
<https://csu.gov.cz/produkty/mzdy-ucitelu-v-regionalnim-skolstvi-20122019>

ČSÚ (2024f, 10. listopadu). *Pracovníci a mzdy ve vzdělávání.*
https://csu.gov.cz/pracovnici-a-mzdy-ve-vzdelavani?pocet=10&start=0&podskupiny=233&razeni=-datumVydani#grafy___prumerna-hruba-mesicni-mzda-ucitelu-materskych-zakladnich-a-strednich-skol-v-cesku-tis-kc

Příklad 2: Velikost obcí v Pardubickém kraji a v kraji Vysočina (46)

Pro různé regiony České republiky jsou typické obce o různé velikosti (odlišné počty obyvatel). Zaměřte se dva sousední kraje, kraj Vysočina a Pardubický kraj. Datové soubory Českého statistického úřadu (QR kódy) poskytují data o počtech obyvatel v jednotlivých obcích těchto krajů.



- Z dostupných dat vypočítejte medián počtu obyvatel obcí v kraji Vysočina a průměrný počet obyvatel obcí Pardubického kraje.
- Porovnejte tyto mediány. Jsou velikostně obce na Vysočině a v Pardubickém kraji podobné? Liší se v těchto dvou krajích medián velikosti obce?
- U obou krajů následně vypočítejte mezikvartilovou odchylku. Výsledky okomentujte a porovnejte mezi sebou.



Pozn.: Počty obyvatel pro kraj Vysočina najdete pod odkazem Abecední seznam obcí (k 1.1.2023). a pro Pardubický kraj pod odkazem Počet obyvatel v obcích Pardubického kraje k 1. 1. 2023.

Zdroj dat:

ČSÚ (2025f, 9. února). *Města a obce*. https://csu.gov.cz/pak/mesta_a_obce

ČSÚ (2025d, 9. února). *Abecední seznam obcí*.
https://csu.gov.cz/vys/abecedni_seznam_obci

Příklad 3: Porovnání porodnosti mezi kraji ČR (47)

Prohlédněte si tabulku Českého statistického úřadu, která se týká živě narozených dětí podle krajů České republiky (QR kód). Vyberte si z tabulky data za celkové počty narozených v krajích ČR, které si seřadíte od nejmenšího do největší.



- a) Vypočítejte medián tohoto statistického souboru.
- b) Vypočítejte dolní a horní kvartil tohoto souboru.
- c) Pomocí mezikvartilové odchylky zjistěte, jak se počty narozených mezi kraji liší.
Své výsledky okomentujte.

Zdroj dat:

ČSÚ (2025l, 9. března). *Narození*. <https://csu.gov.cz/kraje-spolecne/narozeni>

4.5. Korelace a korelační koeficient

V praxi se můžeme velmi často setkat se situací, kdy se pro jeden statistický prvek zjišťuje vícero statistických znaků, u kterých nás může zajímat i závislost jednoho znaku na druhém. Představme si, že máme statistický soubor prvků, u kterých jsme zjišťovali dva různé kvantitativní znaky, budeme mít tedy dvojrozměrný statistický soubor (x, y) , a chceme zjistit, zda jsou na sobě tyto dva znaky statisticky závislé. Tuto závislost budeme nazývat korelační závislost (**korelace**) a ke zjištění této závislosti budeme používat tzv. **korelační koeficient**.

Tento ukazatel může nabývat hodnot od -1 do 1, podle kterých následně určíme míru závislosti dvou znaků. Pokud je korelační koeficient roven 0, mezi zkoumanými znaky lineární závislost neexistuje. Čím blíže 1 a -1 se korelační koeficient blíží, tím silnější závislost mezi znaky nastává. Pokud je korelační koeficient kladný, mezi znaky bude platit vztah „čím více – tím více“. Pokud je naopak korelační koeficient záporný, mezi znaky bude platit vztah „čím více – tím méně“.

Pro samotný výpočet korelačního koeficientu se využívá vzorec:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

To, že říkáme, že dva znaky spolu korelují, však ještě neznamená, že jeden znak způsobuje druhý nebo naopak. Pouze říkáme, že pokud se mění jeden, druhý má stejné tendence. Pokud bychom se bavili o znacích, u kterých jeden způsobuje druhý, mluvili bychom o **kauzalitě**. V tomto případě jeden jev je přímou příčinou druhého.

Jak postupovat při výpočtu korelačního koeficientu v MS Excel?

1. Otevřete/vytvořte si soubor s daty v programu MS Excel
2. Data, ze kterých chcete vypočítat korelační koeficient, запиšte do sloupce nebo do řádku
3. Do prázdné buňky napište vzorec
=PEARSON(data_první_veličiny;data_druhé_veličiny)

- Ve vzorci nahrad'te *data_první_veličiny* výběrem pole obsahující požadovaná data první veličiny a *data_druhé_veličiny* výběrem pole obsahující požadovaná data druhé veličiny

4. Stiskněte Enter

Alternativní postup přes záložku *Vzorce* → *Vložit funkci* → *Vybrat kategorii: Statistické* → *Vybrat funkci: PEARSON* → *výběr pole obsahující požadovaná data první veličiny; výběr pole obsahující požadovaná data druhé veličiny* → *OK*

Příklad 1: Průměrná mzda a nezaměstnanost v krajích ČR (48)

Český statistický úřad ve své statistice vede aktuální databázi o průměrné hrubé mzdě v krajích České republiky (první QR kód) a aktuální databázi o nezaměstnanosti v jednotlivých krajích ČR (druhý QR kód). Obě statistiky za kraje naleznete pod Regionálními daty.



- a) Stáhněte si aktuální data o průměrné hrubé mzdě za kraje ČR a o nezaměstnanosti v krajích ČR a spočítejte korelační koeficient mezi těmito ukazateli.
- b) Okomentujte výsledek svého výpočtu a co to znamená. Co může způsobovat korelaci mezi mzdami a nezaměstnaností? Existují kraje, které vybočují z trendu?



Zdroj dat:

ČSÚ (2025p, 27. března). *Zaměstnanci a mzdy*. https://csu.gov.cz/zamestnanci-a-mzdy?1_pocet=10&1_start=0&pocet=10&start=0&1_skupiny=11&1_vlastnostiVystupu=12&1_razeni=-datumVydani&skupiny=11&vlastnostiVystupu=15&pouzeVydane=true&razeni=-datumVydani

ČSÚ (2025q, 27. března). *Zaměstnanost a nezaměstnanost (VŠPS)*. <https://csu.gov.cz/zamestnanost-a-nezamestnanost->

vsps?1_pocet=10&1_start=0&pocet=10&start=0&1_pouzeVydane=true&1_skupiny=43
&1_vlastnostiVystupu=12&1_razeni=-
datumVydani&pouzeVydane=true&skupiny=43&vlastnostiVystupu=15,01&razeni=-
datumVydani

Příklad 2: Porodnost a úroveň vzdělání v krajích ČR (49)

Sčítání lidu, domů a bytů v roce 2021 ukázalo, že ženy s vyšším vzděláním mají tendenci rodit více dětí, avšak v pozdějším věku, naopak méně vzdělané ženy mají nyní méně dětí, a to hlavně kvůli finanční nejistotě (Novotná, 2025). Statistika ČSÚ vám poskytne data o úrovni dosaženého vzdělání (první QR kód) a počtu narozených dětí za jeden rok (druhý QR kód) v jednotlivých krajích České republiky. Obě statistiky naleznete pod Regionálními daty. Úroveň dosaženého vzdělání naleznete pod možnostmi Obyvatelstvo ve věku 15 a více let podle nejvyššího dosaženého vzdělání podle krajů.



- a) Z dat o úrovni dosaženého vzdělání vypočtete procento vysokoškolsky vzdělaných obyvatel z celkového počtu obyvatel kraje.
- b) Z dat o živě narozených vypočtete, kolik dětí se v každém kraji narodilo na 1 000 obyvatel.
- c) Z podílu vysokoškolsky vzdělaných obyvatel a počtu živě narozených na 1 000 obyvatel vypočtete korelační koeficient těchto ukazatelů.
- d) Výslednou korelaci interpretujte. Existují krajské výjimky, kde je trend jiný než ve zbytku republiky?
- e) Jaké další demografické faktory mohou ovlivňovat porodnost?

Zdroje dat:

Novotná, B. (2025, 27. března). *Vzdělanější ženy rodí více dětí. Dávají si ale načas.*
<https://www.seznamzpravy.cz/clanek/fakta-vzdelanejsi-zeny-rodí-více-dětí-dávají-si-ale-načas-209489>

ČSÚ (2025o, 27. března). *Sčítání 2021.* https://csu.gov.cz/scitani-2021?pocet=10&start=0&podskupiny=171&razeni=-datumVydani#regionalni-data__obyvatelstvo-podle-nejvyššího-dosaženého-vzdělání-podle-kraje

ČSÚ (2025n, 27. března). *Narození.*
<https://csu.gov.cz/narozeni?pocet=10&start=0&podskupiny=133&razeni=-datumVydani>

Příklad 3: Průměrné roční teploty vzduchu a roční srážky v krajích ČR (50)

Ze statistiky Českého hydrometeorologického ústavu si zobrazte data o Územních teplotách (první QR kód) za rok 2024 a územních srážkách (druhý QR kód) za rok 2024.



- a) Z dat o průměrné roční teplotě a ročním úhrnu srážek v jednotlivých krajích České republiky v roce 2024 vypočtete korelační koeficient těchto dvou veličin.
- b) Vypočtenou korelaci okomentujte. Diskutujte o výjimkách, které mohou nastat například v horských oblastech.



Zdroj dat:

ČHMÚ (2025, 2. března). *Územní teploty.* <https://www.chmi.cz/historicka-data/pocasi/uzemni-teploty#>

ČHMÚ (2023b, 5. listopadu). *Územní srážky.* <https://www.chmi.cz/historicka-data/pocasi/uzemni-srazky#>

5. Závěr

Cílem této práce bylo vytvořit sadu výukových aktivit, které budou zaměřeny na problematiku výuky statistiky a budou podporovat rozvoj digitální kompetence.

V první části diplomové práce byly shrnuty poznatky o výuce statistiky na českých školách, a to jak na základní i střední škole, poznatky o zavedení digitální kompetence do rámcových vzdělávacích programů a o mezipředmětových vztazích.

Do sbírky bylo vytvořeno celkem 50 úloh na různá témata spojená s výukou statistiky. Témata byla vybraná na základě analýzy rámcových vzdělávacích programů pro gymnázia a střední odborné školy a rozdělena do kapitol statistický soubor, statistická jednotka a statistický znak, tabulka četností a jejich grafické znázornění, charakteristiky polohy, charakteristiky variability, korelace a korelační koeficient. Ke sbírkové části následně vzniklo i řešení v programu MS Excel, které bude přiloženo k této práci jako příloha.

Sbírka může sloužit jako inspirace pro učitele matematiky, kteří chtějí své hodiny statistiky obohatit o úlohy, které využívají reálných dat, tedy úloh, kterou jsou více spjatý s reálným světem, a zároveň chtějí v rámci svých hodin rozvíjet u žáků digitální gramotnost, a to prostřednictvím programu MS Excel. Sbírka je vytvořena tak, aby ji bylo možno využít v různých ročnících, a to nejen na středních školách. Vybrané příklady je možné využít i při výuce statistiky na základních školách.

Za podnětný přínos považuji i propojení některých příkladů s dalšími vzdělávacími oblastmi, které otevírají možnosti k hlubšímu prozkoumání daného tématu a navázání hlubších mezipředmětových vztahů. Toto navázání podporuje a ukazuje praktické využití matematické statistiky. Toto spojení bylo velmi přínosné i pro mě jako pro autora, kdy jsem se sama musela zamýšlet nad tím, kde by bylo možné využití jaké části statistiky.

Věřím, že vytvořené úlohy budou pro učitele přínosnou inspirací k tomu, jak pojmout výuku statistiky modernějším a praktičtějším způsobem, který bude odpovídat požadavkům současného vzdělávání. Propojování matematiky s digitálními technologiemi a reálnými daty je za mě jeden z kroků, jak žáky lépe připravit na výzvy dnešní společnosti.

Literatura a zdroje

Literatura

Calda, E., Dupač, V. (1993). *Matematika pro gymnázia – Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika*. Prometheus.

Česká školní inspekce (ČŠI) (2024, 12. listopadu). *Tematická zpráva – Digitální kompetence a informatické myšlení žáků ZŠ a SŠ*.
<https://www.csicr.cz/cz/Aktuality/Tematicka-zprava-%E2%80%93-Digitalni-kompetence-a-informat>

Horenský, R., Janů, I., Květoňová, M., Lukšová, H., Vémolová, R. (2015). *Matematika pro střední školy – Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. Didaktis.

Hromádka, Z. (2020, 12. května). *Nápady pro uplatnění environmentální výchovy v matematice na druhém stupni ZŠ, 2. část*. <https://clanky.rvp.cz/clanek/22266/NAPADY-PRO-UPLATNENI-ENVIRONMENTALNI-VYCHOVY-V-MATEMATICE-NA-DRUHEM-STUPNI-ZS-2-CAST.html>

Hynešová, A. (2024, 20. listopadu). *Digitální technologie protínají všechny předměty a už dávno nejsou jen doménou informatiky, říká Eva Fanfulová*.
<https://digitalizace.rvp.cz/g/clanky/digitalni-technologie-protinaji-vsechny-predmety>

Koldová, H., Petrášková, V., Novotná, J., Moraová, H., Samková, L., Jordánová, D., Kazda, M., Reslová, H. (2020). *Integrovaná výuka z pohledu výuky matematiky*. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích.

Mahnelová, H. (2023, 19. července). *Analýza dat statistického šetření s podporou programu MS Excel*. <https://clanky.rvp.cz/clanek/23558/ANALYZA-DAT-STATISTICKEHO-SETRENI-S-PODPOROU-PROGRAMU-MS-EXCEL.html>

Machková, K. (2024, 12. listopadu). *Průzkum: Čeští žáci jsou v počítačové a informační gramotnosti nejlepší v EU*. <https://ct24.ceskatelevize.cz/clanek/domaci/pruzkum-cesti-zaci-jsou-v-pocitacove-a-informacni-gramotnosti-nejlepsi-v-eu-355247>

- Minisčítání (2025, 4. dubna). *O minisčítání*. <https://www.miniscitani.cz/o-miniscitani>
- Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (MŠMT) (2025a, 2. dubna). *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia*. <https://edu.gov.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcove-vzdelavaci-programy-pro-gymnazia-rvp-g/>
- Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (MŠMT) (2025b, 4. dubna). *Rámcový vzdělávací program pro obor vzdělávání 18-20-M/01 Informační technologie*. <https://www.edu.cz/rvpsov/ciste/18-20-M01.pdf>
- Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (MŠMT) (2025c, 2. dubna). *Rámcové digitálních kompetencí učitele*. <https://msmt.gov.cz/vzdelavani/ramec-digitalnich-kompetenci-ucitele>
- Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (MŠMT) (2025c, 4. dubna). *Rámcový vzdělávací program pro obor vzdělávání 23-51-H/01 Strojní mechanik*. <https://www.edu.cz/rvpsov/ciste/23-51-H01.pdf>
- Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy (MŠMT) (2025d, 2. dubna). *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. <https://edu.gov.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcove-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani-rvp-zv/>
- NPI (2025a, 2. dubna). *Evropský rámec digitálních kompetencí pedagogů*. <https://digitalizace.rvp.cz/files/evropsky-ramec-digitalnich-kompetenci-pedagogu-digcompedu.pdf>
- NPI (2025b, 1. dubna). *Klíčová kompetence digitální*. <https://prohlednout.rvp.cz/zakladni-vzdelavani/klicove-kompetence/kdi>
- Robová, J., Calda, E., Hála, M., Procházka, F. (2013). *Matematika pro SŠ – Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika*. Prometheus.
- Starý, K., Rusek, M. (2019). *Rozvoj mezipředmětových vztahů ve škole*. https://pages.pedf.cuni.cz/sc25/files/2020/02/Rozvoj_mezipredmetovych_vztahu_.pdf
- Zýková, K. (2011, 22. července). *Logika, statistika a kombinatorika na 1. stupni základní školy*. <https://clanky.rvp.cz/clanek/k/z/10477/LOGIKA-STATISTIKA-A-KOMBINATORIKA-NA-1-STUPNI-ZAKLADNI-SKOLY.html>

Zdroje dat

Bydlíme Kvalitně (2025, 9. února). *Jaká je průměrná spotřeba elektřiny za měsíc a jak ji snížit?* <https://www.bydlimekvalitne.cz/jaka-je-prumerna-spotreba-elekriny-za-mesic-jak-ji-snizit?>

Council of Europe (2024, 5. listopadu). *Úmluva Rady Evropy o prevenci a potírání násilí vůči ženám a domácího násilí*. <https://rm.coe.int/1680462471>

ČHMÚ (2023a, 1. října). *Měsíční a roční data dle zákona 123/1998 Sb.* <https://www.chmi.cz/historicka-data/pocasi/mesicni-data/mesicni-data-dle-z.-123-1998-Sb#>

ČHMÚ (2023b, 5. listopadu). *Územní srážky*. <https://www.chmi.cz/historicka-data/pocasi/uzemni-srazky#>

ČHMÚ (2025, 2. března). *Územní teploty*. <https://www.chmi.cz/historicka-data/pocasi/uzemni-teploty>

ČNB (2025, 9. března). *Faktory vývoje maloobchodních cen pohonných hmot*. <https://www.cnb.cz/cs/menova-politika/zpravy-o-inflaci/tematicke-prilohy-a-boxy/Faktory-vyvoje-maloobchodnich-cen-pohonnych-hmot>

ČSÚ (2023a, 1. října). *Volby do zastupitelstev krajů konané dne 2. 10. – 3. 10. 2020*. <https://www.volby.cz/pls/kz2020/kz2?xjazyk=CZ>

ČSÚ (2023b, 16. října). *Volba prezidenta republiky konaná ve dnech 13.01. – 14.01.2023 (promítnuto usnesení NSS)*. <https://www.volby.cz/pls/prez2023nss/pe2?xjazyk=CZ>

ČSÚ (2024a, 7. dubna). *Česká republika v mezinárodním srovnání (vybrané údaje) – 2022*. <https://www.czso.cz/csu/czso/obyvatelstvo-cofbms7jhn>

ČSÚ (2024b, 7. dubna). *Srovnání krajů v České republice – 2023*. <https://www.czso.cz/csu/czso/srovnani-kraju-v-ceske-republice-2023>

ČSÚ (2024c, 30. října). *Animovaná mapa: Průměrný věk obyvatel podle krajů k 31. 12. 2022*. <https://csu.gov.cz/plk/animovana-mapa-prumerny-vek-obyvatel-podle-kraju-k-31-12-2022>

ČSÚ (2024d, 30. října). *Na co se ptáme při Sčítání 2021*. <https://csu.gov.cz/produkty/na-co-se-ptame-pri-scitani-2021>

ČSÚ (2024e, 10. listopadu). *Mzdy učitelů v regionálním školství – 2012-2019*. <https://csu.gov.cz/produkty/mzdy-ucitelu-v-regionalnim-skolstvi-20122019>

ČSÚ (2024f, 10. listopadu). *Pracovníci a mzdy ve vzdělávání*. https://csu.gov.cz/pracovnici-a-mzdy-ve-vzdelavani?pocet=10&start=0&podskupiny=233&razeni=-datumVydani#grafy___prumerna-hruba-mesicni-mzda-ucitelu-materskych-zakladnich-a-strednich-skol-v-cesku-tis-kc

ČSÚ (2025a, 9. února). *Cizinci podle státního občanství k 31.12. – územní srovnání*. https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=vystup-objekt&pvo=CIZ01&z=T&f=TABULKA&katalog=31032&evo=v57516_!_VUZEMI97-100-101hal-nezj_1&c=v23~2__RP2023MP12DP31

ČSÚ (2025b, 8. února). *Obyvatelstvo ve věku 15 a více let podle nejvyššího dosaženého vzdělání a krajů*. <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/index.jsf?page=vystup-objekt&z=T&f=TABULKA&skupId=4292&katalog=33519&pvo=SLD210072-KR&pvo=SLD210072-KR#w=>

ČSÚ (2025c, 8. února). *Počet domů*. <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/index.jsf?page=statistiky#katalog=33835>

ČSÚ (2025d, 9. února). *Abecední seznam obcí*. https://csu.gov.cz/vys/abecedni_seznam_obci

ČSÚ (2025e, 9. února). *Hospodařící domácnosti podle počtu členů domácnosti, typu domácnosti a podle krajů a SO ORP*. <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=vystup-objekt&f=TABULKA&z=T&skupId=5054&katalog=34037&pvo=SLD21079-OR2&pvo=SLD21079-OR2&str=v379>

ČSÚ (2025f, 9. února). *Města a obce*. https://csu.gov.cz/pak/mesta_a_obce

ČSÚ (2025g, 9. února). *Věkové složení obyvatel – jednotky věku*. <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=vystup-objekt->

parametry&pvo=DEMD001&z=T&f=TABULKA&sp=A&katalog=33156&str=v67&c=v3~2__RP2023MP12DP31

ČSÚ (2025h, 9. února). *Základní charakteristika SO ORP*.
https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=vystup-objekt&pvo=RSO07DORP&z=T&f=TABULKA&katalog=32895&c=v467~3__RP2021

ČSÚ (2025i, 1. března). *Struktura mezd zaměstnanců*.
<https://csu.gov.cz/produkty/struktura-mezd-zamestnancu-2023>

ČSÚ (2025j, 1. března). *Trh práce v ČR – časové řady – 1993-2023*.
<https://csu.gov.cz/produkty/trh-prace-v-cr-casove-rady-1993-2023>

ČSÚ (2025k, 9. března). *Hospodařící domácnosti podle počtu členů domácnosti, typu domácnosti a podle krajů a okresů*.
<https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=vystup-objekt&pvo=SLD21079-OK2&z=T&f=TABULKA&skupId=5054&katalog=34037&pvo=SLD21079-OK2&str=v267>

ČSÚ (2025l, 9. března). *Narození*. <https://csu.gov.cz/kraje-spolecne/narozeni>

ČSÚ (2025m, 23. března). *Města a obce*. <https://csu.gov.cz/jhc/mesta-a-obce?pocet=10&start=0&vlastnostiVystupu=22&typUzemnihoCleneni=43&razeni=-datumVydani>

ČSÚ (2025n, 27. března). *Narození*.
<https://csu.gov.cz/narozeni?pocet=10&start=0&podskupiny=133&razeni=-datumVydani>

ČSÚ (2025o, 27. března). *Sčítání 2021*. https://csu.gov.cz/scitani-2021?pocet=10&start=0&podskupiny=171&razeni=-datumVydani#regionalni-data__obyvatelstvo-podle-nejvyssiho-dosazeneho-vzdelani-podle-kraju

ČSÚ (2025p, 27. března). *Zaměstnanci a mzdy*. https://csu.gov.cz/zamestnanci-a-mzdy?1_pocet=10&1_start=0&pocet=10&start=0&1_skupiny=11&1_vlastnostiVystupu=12&1_razeni=-datumVydani&skupiny=11&vlastnostiVystupu=15&pouzeVydane=true&razeni=-datumVydani

ČSÚ (2025q, 27. března). *Zaměstnanost a nezaměstnanost (VŠPS)*. https://csu.gov.cz/zamestnanost-a-nezamestnanost-vsps?1_pocet=10&1_start=0&pocet=10&start=0&1_pouzeVydane=true&1_skupiny=43&1_vlastnostiVystupu=12&1_razeni=-datumVydani&pouzeVydane=true&skupiny=43&vlastnostiVystupu=15,01&razeni=-datumVydani

ČSÚ (2025r, 4. dubna). *Vzorové lekce pro učitele*. https://csu.gov.cz/vzorove_lekce_pro_ucitele

ČŠI ČR (2025, 2. března). *O šetření PISA*. <https://www.csicr.cz/cz/Mezinarodni-setreni/PISA/O-setreni-PISA>

EUR-Lex (2024, 5. listopadu). *Proces ratifikace*. <https://eur-lex.europa.eu/CS/legal-content/glossary/ratification-process.html>

Eurostat (2024, 5. listopadu). *Minimum wages*. https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/tps00155/default/table?lang=en&category=t_labour.t_earn

Eurostat (2025, 1- března). *Life expectancy by age and sex*. https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/demo_mlexpec__custom_15607789/default/map?lang=en

Eurostat (2025, 2. března). *Population change – Demographic balance and crude rates at national level*. https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/demo_gind/default/table?lang=en&category=demo.demo_ind

Geopas (2025, 16. února). *Obce*. <https://geopas.cz/obce>

IDOS (2024, 5. listopadu). *IDOS – Jízdní řády*. https://www.google.com/search?q=id0s&oq=id0s&gs_lcrp=EgZjaHJvbWUqDAgAEEUYOxixAxiABDIMCAAQRRg7GLEDGIAEMgYIARBFgdwyCggCEAAysQMYgAQyCggDEAAysQMYgAQyBggEEEUYQTIGCAUQRRhBMgYIBhBFGDwyBggHEAUYQNIBBzkyN2owajeoAgCwAgA&sourceid=chrome&ie=UTF-8

InMeteo (2023, 16. října). *Aktuální počasí*. <https://www.in-pocasi.cz/aktualni-pocasi/>

Letiště Praha (2025, 2. března). *Mapa destinací a letový řád*. <https://www.prg.aero/letove-trasy-rad>

MŠMT (2025, 1. března). *Výkonová data škol za rok 2022/2023*. <https://msmt.gov.cz/vykonova-data-skol-za-rok-2022-2023>

MVČR (2023, 1. října). *Volby do zastupitelstev krajů*. <https://www.mvcr.cz/volby/clanek/volby-do-zk-volby-do-zastupitelstev-kraju.aspx>

Novotná, B. (2025, 27. března). *Vzdělanější ženy rodí více dětí. Dávají si ale načas*. <https://www.seznamzpravy.cz/clanek/fakta-vzdelanejsi-zeny-rodí-více-deti-davají-si-ale-nacas-209489>

OECD (2025, 2. března). *Trusted statistics supporting evidence-based policy*. <https://www.oecd.org/en/data/indicators.html?orderBy=mostRelevant&page=0&facetTags=oecd-policy-areas%3Apa6>

Sčítání (2024, 30. října). *Přínos sčítání*. <https://scitani.gov.cz/prinos-scitani>

Sčítání (2025, 9. března). *Výsledky*. <https://scitani.gov.cz/>

Senát (2024, 5. listopadu). *21. schůze, 24. hlasování, 24.01.2024*. <https://www.senat.cz/xqw/xervlet/pssenat/hlasy?G=22128&O=14>

Statista (2025, 8. února). *Where Europeans Consume The Most Tap Water*. <https://cdn.statcdn.com/Infographic/images/normal/19591.jpeg>

Statistika a My (2025, 1. března). *Naděje dožití a průměrný věk*. <https://statistikaamy.csu.gov.cz/o-slozitem-jednoduse-nadeje-dozeni-a-prumerny-vek-2-2>

The World Bank (2024, 14. března). *GDP per capita (current US\$) – Czechia*. <https://data.worldbank.org/indicator/NY.GDP.PCAP.CD?end=2021&locations=CZ&start=2000>

Tolls (2025, 9. března). *Přehled cen PHM v Evropě*. <https://www.tolls.eu/cs/ceny-phm>

Trading ECONOMICS (2024, 23. března). *Czech Republic Inflation Rate*. <https://tradingeconomics.com/czech-republic/inflation-cpi>

Unie filmových distributorů (2025, 9. března). *Přehledy, statistiky*. <https://www.ufd.cz/prehledy-statistiky>

ÚZIS (2025, 8. února). *Evropské výběrové šetření o zdraví (EHIS 2014) – Základní informace*. https://www.uzis.cz/sites/default/files/knihovna/ehis2014_zakladni_info.pdf

Wikipedia (2025, 8. února). *List of IIHF World Championships by attendance*. https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_IIHF_World_Championships_by_attendance

Zeměpis 24 (2024, 5. listopadu). *Seznam států kontinentu Asie podle rozlohy*. <https://www.zemepis24.cz/kontinenty/asie/staty-podle-rozlohy>