



Diplomová práce

Numerická simulace procesu lisování přesných optických elementů

Studijní program:

N0715A270020 Aplikovaná mechanika

Autor práce:

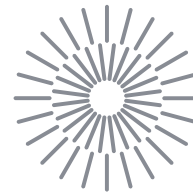
Bc. Michal Bláha

Vedoucí práce:

prof. Ing. Tomáš Vít, Ph.D.

Katedra energetických zařízení

Liberec 2023



Zadání diplomové práce

Numerická simulace procesu lisování přesných optických elementů

<i>Jméno a příjmení:</i>	Bc. Michal Bláha
<i>Osobní číslo:</i>	S21000139
<i>Studijní program:</i>	N0715A270020 Aplikovaná mechanika
<i>Zadávací katedra:</i>	Katedra energetických zařízení
<i>Akademický rok:</i>	2022/2023

Zásady pro vypracování:

Proces lisování přesné optiky patří mezi nejmodernější výrobní technologie. Samotný proces je náročný hlavně s ohledem na materiálové vlastnosti výlisku a jejich změnu s měnící se teplotou. Pro návrh technologie je důležité ovládat nástroje pro predikci výsledků procesu lisování. Jednou z možností je provádění numerických simulací.

Diplomová práce musí obsahovat následující body:

1. Popis procesu lisování optických elementů.
2. Přehled používaných technologií při lisování.
3. Popis používaných materiálových modelů pro numerické simulace.
4. Numerická simulace procesu lisování.
5. Porovnání výsledků simulace s výsledky experimentů.

Zhodnocení výsledků.

Rozsah grafických prací:
Rozsah pracovní zprávy: 50
Forma zpracování práce: tištěná/elektronická
Jazyk práce: Čeština

Seznam odborné literatury:

Madapusi Shriram Palanhandalam, 2009. A computational tool for numerical prediction of precision glass molding process, Master thesis, University of Florida
Jain Anurag, 2006. Experimental study and numerical analysis of compression molding process for manufacturing precision aspherical glass lenses, Dissertation, The Ohio State University
Málek Jiří, Shánělová Jana, 2005. Structural relaxation of As₂Se₃ glass and viscosity of supercooled liquid. In Journal of Non-crystalline Solids, Vol. 351, pp. 3458-3467.
Schott Glass Inc, Products and Applications. <http://www.schott.de>
Kunosic Selma, Study of the glass press molding process, Diplomová práce, TUL 2016

Vedoucí práce: prof. Ing. Tomáš Vít, Ph.D.
Katedra energetických zařízení

Datum zadání práce: 1. listopadu 2022
Předpokládaný termín odevzdání: 30. dubna 2024

L.S.

doc. Ing. Jaromír Moravec, Ph.D.
děkan

doc. Ing. Petra Dančová, Ph.D.
vedoucí katedry

V Liberci dne 1. listopadu 2022

Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci jsem vypracoval samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Jsem si vědom toho, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má diplomová práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědom následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

Simulace procesu lisování přesných optických elementů

Abstrakt

Tato diplomová práce se věnuje počítačové simulaci procesu lisování přesných optických elementů pomocí metody konečných prvků. Cílem teoretické části práce je rešerše výrobního procesu a chování skla při vysoké teplotě, praktickou částí je nastavení simulace pomocí získaných znalostí a porovnání jejích výsledků s experimentem. Účelem simulace je optimalizace výrobního procesu tak, aby bylo možné predikovat jeho výsledky.

Klíčová slova: Přesné lisování optiky, simulace, FEA, lisování, optika, analýza

Numerical simulation of press molding process for precise optics

Abstract

This diploma thesis focuses on the computer simulation of the precision optical element molding process using the finite element method. The theoretical part of the work aims to research the manufacturing process and the behavior of glass at high temperatures, while the practical part involves setting up the simulation based on the acquired knowledge and comparing its results with experiments. The purpose of the analysis is to optimize the manufacturing process in order to predict its outcomes.

Keywords: Precision optics moulding, simulation, analysis, FEA, moulding, optics

Poděkování

Touto cestou bych rád poděkoval všem, kteří se spolu se mnou podíleli na tvorbě této práce. V první řadě jde o Fakultu strojní na Technické univerzitě v Liberci, které bych rád poděkoval za celý průběh mého studia. Zejména bych rád vyzdvihl katedru energetických zařízení, díky které jsem se mohl naučit teoretické základy pro tvorbu této práce. Z akademického prostředí samozřejmě patří největší dík profesoru Ing. Tomáši Vítovi, Ph.D., za vedení během zpracovávání a poskytnutí potřebných materiálů a rad. V tomto ohledu bych nerad zapomněl na Ing. Jana Novosáda, Ph.D., za konzultace a poskytnuté materiály.

Mimo univerzitní prostředí bych rád poděkoval mé partnerce Petře Pavlové. A to zejména za její podporu a trpělivost, zejména ve finální fázi psaní této práce. Největší poděkování bych rád věnoval nejbližší rodině - prarodičům Anně Ochové a Václavovi Ochovým, Miloslavovi a Daně Blahovým a zejména rodičům Haně a Bohdanovi Bláhovým. Bez jejich celoživotní podpory studia by tato práce nikdy nemohla vzniknout.

Obsah

Seznam zkratek	9
1 Popis procesu lisování optických elementů	10
1.1 Sklo a jeho výroba	10
1.2 Optické elementy	12
1.3 Lisování asférických čoček	13
2 Přehled používaných technologií při lisování	15
2.1 Lisy	15
2.2 Výroba polotovaru	15
2.3 Výroba formy	16
2.4 Indukční ohřev	16
2.5 Radiační ohřev	16
3 Popis používaných materiálových modelů pro numerické simulace	17
3.1 Teorie viskoelasticity	17
3.1.1 Základní pojmy	17
3.1.2 Mechanické vlastnosti	20
3.1.3 Lineární viskoelastické modely	21
3.1.4 Dynamický popis	26
3.2 Strukturální relaxace	27
3.2.1 Fiktivní teplota	28
3.2.2 Termoreologické zjednodušení	29
3.2.3 Tool-Narayanaswamy-Moynihan model	30
4 Numerická simulace procesu lisování	32
4.1 Viskoelastické materiálové vlastnosti	32
4.2 Strukturální analýza	35
4.3 Teplotní analýza	37
4.4 Nastavení simulace	37
4.4.1 Zadaná geometrie	38
4.4.2 Výpočetní síť a časový krok	38
4.4.3 Vazby a počáteční podmínky	39
4.4.4 Kontakty	40
4.4.5 Zatížení	40

5	Porovnání výsledků simulace s výsledky experimentů	42
5.1	První výpočet	43
5.1.1	Porovnání profilů	43
5.1.2	Porovnání procesu a napětí	45
5.1.3	Hodnocení výsledku	48
5.2	Druhý výpočet	49
5.2.1	Porovnání profilů	49
5.2.2	Porovnání procesu a napětí	50
5.3	Třetí výpočet	50
5.3.1	Porovnání profilů	51
5.4	Porovnání procesu a napětí	53
6	Závěr	55
	Použitá literatura	58
A	Přílohy	59
A.1	Obsah přiloženého CD	59

Seznam zkratek

F (N)	Síla
ε (1)	Poměrná deformace
L (m)	Délka
σ (Pa)	Normálové napětí
σ_{xy} (Pa)	Tečné napětí
A (m ²)	Plocha
E (Pa)	Modul pružnosti v tahu
G (Pa)	Modul pružnosti ve smyku
ν (1)	Poissonovo číslo
γ (1)	Smykové přetvoření
E_o (Pa)	Objemový modul pružnosti
η (Pa · s ⁻¹)	Newtonovská viskozita
J (Pa · s ⁻¹)	Creepová poddajnost
κ (Pa · s ⁻¹)	Extenzivní viskozita
H (Pa · s ⁻¹)	Relaxační spektrum
τ (s)	Relaxační čas
τ^G (s)	Relaxační čas smykového napětí
τ^S (s)	Strukturální relaxační čas
T (°C)	Teplota
T_f (K)	Fiktivní teplota
E_a (J · kmol ⁻¹)	Aktivační energie
R (J · kmol ⁻¹ · K ⁻¹)	Univerzální plynová konstanta
α (K ⁻¹)	koeficient teplotní roztažnosti
x (1)	Koeficient poměru fiktivní teploty
Σ (Pa)	Deviatorická složka napětí
ψ (1)	Redukovaný čas
M (1)	Odezva na teplotní skok
w_i (1)	Váhový parametr fiktivní teploty
A (1)	Transformační funkce

1 Popis procesu lisování optických elementů

Přesné lisování skla je moderní technologie používaná pro výrobu optických elementů. Její hlavní výhodou je docílení požadované přesnosti bez nutnosti následného broušení a leštění a zároveň možnost výrobu snadno opakovat. Snižuje se tak cena výroby a to zejména u komplexnějších výrobků jako jsou např. asférické čočky. Vysoké přesnosti můžeme docílit provedením numerické simulace celého procesu lisování. S pomocí správně nastavené simulace je možné předvídat výsledný tvar výrobku, což úzce souvisí se správným návrhem formy a lisovacího cyklu. Výrazným problémem celého procesu je matematický popis chování skla během tuhnutí. Cílem této práce je v první řadě shrnutí dosavadních poznatků ohledně problematiky skelného přechodu a viskoelastivity a následně aplikaci těchto poznatků při nastavení simulace lisování [1].

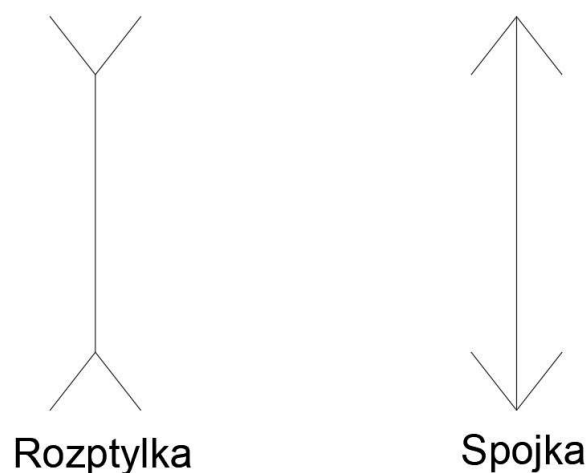
1.1 Sklo a jeho výroba

Sklo je anorganická a amorfní látka, kterou známe typicky pro svojí průhlednost, křehkost a pevnost. Jeho složení a některé možnosti výroby popisuje Popovič ve své knize [2]. Chemicky jde o oxid křemičitý SiO_2 s přísadami, které mohou zásadně ovlivnit široké spektrum vlastností materiálu. Z toho plyne velice široká škála možností využití skleněných výrobků. Oxid křemičitý vytváří vnitřní strukturu ve formě čtyřstěnnů ze čtyř atomů kyslíku a do nich vnořeného atomu křemíku. Tyto čtyřstěny navzájem sdílí atomy kyslíku, a podle rychlosti chlazení taveniny z něj vzniká různorodá struktura. V případě skla probíhá chlazení rychle, struktura se nestíhá uspořádat v krystalickou mřížku a sdílením krajních atomů kyslíku vzniká neuspořádaná, amorfní struktura. Sklo vyrábíme ze sklářského kmene, což je směs tvořená sklářským pískem a dalšími přísadami. Sklářský písek je křemičitá hornina, z většiny tvořená právě oxidem křemičitým. Jeho přesné složení je závislé na místě těžby. Většina dalších látek v něm obsažených je pro výrobu skla nežádoucí a proto je důležitou částí výroby skla jejich odstranění nebo snížení jejich obsahu. Nejčastější nečistotou jsou oxidy železa, které sklu dodávají barevnost. Jejich odstranění může být problematické, v písku se totiž mohou vyskytovat jako mechanické nečistoty, ale i jako chemicky navázané ionty nebo součást struktury zrn. Norma ČSN popisuje kvalitu písku pomocí minimálního obsahu SiO_2 a maximálního obsahu nečistot Fe_2O_3 , TiO_2 a Al_2O_3 . Kromě chemického složení jsou důležité i granulometrické parametry. Tato norma tak pro každý typ sklářského písku upravuje i jeho zrnitost, a to formou hmotnostního podílu určité velikosti zrn v kontrolním vzorku. Při

výrobě speciálních skel jsou nároky specifitější a nejsou veřejně dostupné. Mezi nejběžnější přísady patří např. uhličitan sodný Na_2CO_3 (soda), $CaMg(CO_3)_2$ (dolomit), $CaCO_3$ (vápenec), vysokopecní struska a mnoho dalších. V některých případech není účelem přísady měnit vlastnosti výsledného skla, ale slouží ke zlepšení výrobního postupu. Tímto případem je soda, která reaguje s oxidem křemičitým a výrazně snižuje jeho teplotu tavení a viskozitu skla, čímž zlehčuje jeho homogenizaci a zlevňuje proces výroby. Je to totiž právě vysoká teplota tavení skla, která dělá jeho výrobu finančně náročnou. U všech přísad platí vysoké nároky na jejich přesné složení, stejně jako na zrnitost, transport a skladování. Během celého logistického procesu od těžby, přes přípravu, převoz do sklárny a následné skladování je potřeba dodržovat určitá pravidla, která zajišťují optimální vlhkost a čistotu. Každá z přísad má jiné požadavky na zacházení, z čehož plyne relativně složitá předvýrobní část pro zajištění vysoce kvalitního materiálu. Těsně před tavením dochází k přesnému navážení jednotlivých přísad, jejich důkladnému promíchání a vzniká zmiňovaný sklářský kmen. Jeho celková hmotnost odpovídá příslušné technologii výroby. U vysokokapacitních pecí pro výrobu velkoplošných formátů jde o hmotnost až v řádu desítek tun, při výrobě speciálních nebo uměleckých skel jde o desítky kilogramů v závislosti na konkrétních situacích a použitých technologiích. Tavení se obvykle provádí pomocí plynových pecí, jejichž součástí často bývá promíchávací a čistící zařízení, které zachytí zbylé nečistoty. V práci [2] je uvedená teplota tavení 1200 °C, nicméně tato hodnota je pro každé sklo jiná. Procesů pro následné tvarování skloviny je velké množství. V principu se liší typem požadovaného tvaru - lití plochých desek, foukání dutých tvarů, tlačení trubkových profilů a mnoho dalších, přičemž většina výrobních technologií existuje v mnoha různých variantách. Pro zachování obecnosti tak můžeme přejít k zásadní fázi výroby, tedy ke chlazení. Jak je v dalších kapitolách popsáno podrobněji, rychlost chlazení je zásadním faktorem pro splnění kvality konečného výrobku. Kvůli chlazení z vysoké teploty je chladicí linka vlastně další pecí, která má na vstupu teplotu přibližně 600 °C a na výstupu již téměř teplotu pokojovou. Z finančního pohledu je samozřejmě žádoucí co nejrychlejší chlazení, které by teoreticky vedlo k vyšší produktivitě a snížení spotřeby paliva. Problémem je v tomto případě vnitřní napětí, které by v takovém případě ve skle vznikalo a případně zbytkové napětí vede ke křehkému dílu s případnou tvarovou nepřesností. Příliš pomalé chlazení je naopak neekonomické a zároveň hrozí částečná krystalizace skla a tím pádem jeho znehodnocení. Nastavení optimálního chladicího procesu je tak ve všech výrobních závodech důležitým parametrem. V případě vysokokapacitní výroby se často používají chladicí pece o délce přes 100 metrů, kdy se v jednotlivých segmentech pece rychlost chlazení liší a výsledné výrobky mají nízkou chybovost. Po vychlazení na teplotu kolem 20 °C přichází finální část výroby, a to pasivace povrchu, dělení větších celků a další úpravy. Výsledkem výše popsaného procesu jsou například tyče, ze kterých se až následně můžou vyrábět polotovary pro lisování.

1.2 Optické elementy

Do této kategorie patří zrcadla a čočky, ale i další elementy jako optické hranoly různých tvarů, optické filtry a další. V rámci této práce jsou nicméně nejzajímavější čočky, a to zejména asférické. Obecně jsou to díly se dvěma optickými plochami skrz které procházejí světelné paprsky. Kombinací indexu lomu a tvaru těchto ploch můžeme dosáhnout požadované úpravy směru těchto paprsků. Čočky rozdělujeme na spojky a rozptylky. Při sledování vzdáleného objektu jsou paprsky světla rovnoběžné s osou čočky. Průchodem optickými plochami se lámou, v případě spojky se soustředí do jednoho bodu na ose, nebo se od ní v případě rozptylky naopak rozptylují. Teoreticky je můžeme nahradit jednou optickou plochou, kterou schématicky označujeme podle obr. 1.1.



Obrázek 1.1: Schématický nákres čoček [3]

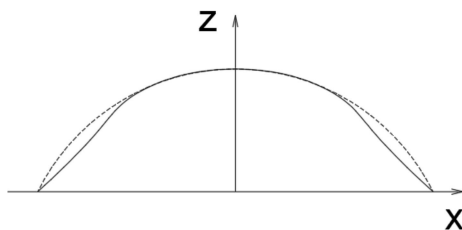
Konvenční čočky jsou obvykle tvořené sférickými optickými plochami, u kterých je nevýhodou sférická vada. Se zvyšující se vzdáleností paprsku od osy čočky se posouvá jeho ohnisko, a v teoretickém ohnisku vzniká neostrý obraz. Tento problém můžeme řešit soustavou více čoček, v takovém případě ale jde o poměrně složitý problém s možností zanesení chyby vlivem montáže, špatného designu apod. Proto se často používají asférické čočky, jejichž povrch je daný rovnicí 1.1, která popisuje optickou plochu v řezu vedeného osou čočky.

$$z = \frac{rx^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)r^2x^2}} + \sum_{i=1}^n A_i x^i \quad (1.1)$$

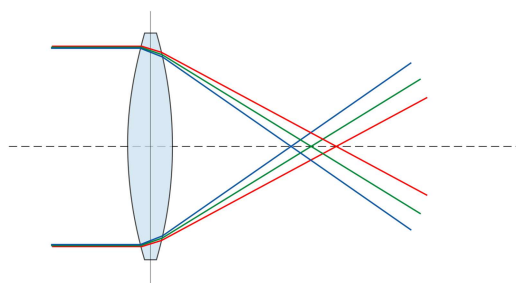
Kónická konstanta k je pro křivku jen jedna, zatímco asférických konstant A_i může být libovolný počet. Poloměr zakřivení je označen r . Na obr. 1.2 je schématicky zobrazený průběh rovnice 1.1 plnou čarou, a čárkovanou čarou je zobrazena odpovídající kružnice [4].

Další možnou chybou je chromatická vada, kde se různé barvy jednoho paprsku lámou do různých ložisek vlivem jejich různorodé vlnové délky. Tuto chybu bohužel

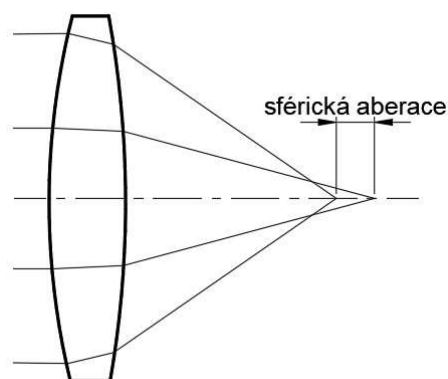
asferickou čočkou nevyřešíme, ale jedním z možných řešení je použití korekčních čoček.



Obrázek 1.2: Schématický tvar křivky řezu asférického povrchu



Obrázek 1.3: Schématické znázornění chromatické vady [5]



Obrázek 1.4: Schématické zobrazení sférické aberace [3]

1.3 Lisování asférických čoček

Celý proces výroby začíná návrhem požadovaného tvaru čočky. Pro tento tvar se vytvoří odpovídající dvoudílná forma. Její tvar není čistě negativem tvaru čočky, ale musí počítat s teplotní roztažností jak skla, tak formy. Toho se docílí iteračním postupem během simulace. Skleněný polotovár má obvykle tvar válce nebo koule. Celý proces je rozdělený do následujících kroků.

- Zahřívání
- Lisování
- Chlazení

Zahřívání

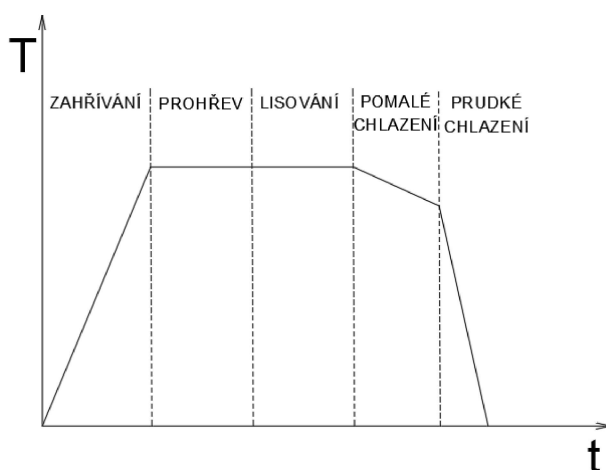
Skleněný polotovár i lisovací formu je potřeba zahřát nad teplotu skelného přechodu. Musí dojít k dostatečnému prohřátí jak skla, tak formy. V celém objemu forem a skla musí být stejná teplota a před začátkem lisování musí být sklo v rovnovážném stavu. Celková doba ohřevu závisí na velikosti a použitých materiálech a obvykle trvá několik minut. Celý proces zahřívání musí probíhat v inertní atmosféře či vakuu kvůli omezení oxidace. Zdrojem tepla mohou být infrazářiče nebo indukční ohříváč v závislosti na materiálu formy.

Lisování

Ihned po ukončení ohřevu může začít proces lisování. Ten probíhá izotermicky a spočívá v řízeném stlačování skla přibližováním jednoho dílu formy k druhému. Řízení posuvu se obvykle řeší podle aktuální síly, čímž odpadá problém s případným vznikem nadměrných reakčních sil. Ty mohou vznikat při polohovém řízení při kterém je potřeba kompenzovat teplotní roztažnost skla i formy.

Chlazení

První fáze chlazení probíhá pomalu a jde o kritickou část celého procesu. Stále je potřeba lisovací prostor postupně řízeně prohřívát a udržovat inertní atmosféru. Protože se povrch skla chladí z principu rychleji než vnitřek, vzniká nerovnoměrné teplotní pole a tím pádem nedochází k homogenní změně vnitřní struktury. Vznikající vnitřní napětí je potřeba nechat relaxovat, v opačném případě bude negativně ovlivňovat optický výkon lisované čočky. Posledním krokem je dochlazování, kdy již relativně prudce ochladíme lisovací prostor pomocí proudu dusíku. Dochlazování začíná při teplotě, při které je viskozita skla dostatečně nízká aby udržela tvar - tedy na spodní hranici teplot skelného přechodu. Po ukončení chlazení při teplotě okolí je proces dokončený a může se opakovat [1].



Obrázek 1.5: Schéma průběhu teplot při lisování

2 Přehled používaných technologií při lisování

Pro správný popis lisovacího procesu je důležitá znalost některých výrobních technologií, postupů a strojů, které jsou v praxi používány. V souvislosti s touto prací jde o základní znalost lisů, možnosti výroby formy a skleněného polotovaru nebo technologie indukčního ohřevu. V případě neznalosti limitací zmíněných technologií by mohlo dojít například k návrhu nevyrobitelné formy, polotovaru nebo neproveditelného výrobního postupu.

2.1 Lisy

Lisování je proces tváření materiálu pomocí tlaku a dvoudílné formy tvarované podle příslušného výrobku nebo lisovací lišty. Jedna polovina formy je uchycená na pohyblivou část lisu, druhá je pevně uchycená. Dutina formy je negativem výrobku s případnými technologickými přídávky pro další obrábění, nebo odchylkami v našem případě pro kompenzaci teplotní roztažnosti. Mimo strojní výrobu se využívá v mnoha dalších oborech. Příkladem může být potravinářství, výroba lepených spojů nebo odpadové hospodářství. Existuje široká paleta různých typů lisů. Podle orientace osy pracovního zdvihu je dělíme na horizontální a vertikální a podle pohonu mimo jiné na hydraulický, mechanický, pneumatický nebo klikový. Při lisování skla je potřeba používat speciální lis, který dokáže velmi přesně řídit zdvih, působící sílu a teplotu v lisovací komoře. To je důležité pro docílení požadovaného tvaru čočky, ale zároveň i kvůli nutnosti kompenzace teplotní roztažnosti.

2.2 Výroba polotovaru

Skleněným polotovarem je obvykle koule či nízký válec s leštěným povrchem bez povrchových i vnitřních vad. Povrch polotovaru je ve výsledku i povrchem výsledné čočky, proto musí dosahovat požadované kvality. Nelze použít jakékoliv sklo, například výrobce Schott [6] dodává pro přesné lisování skla P-SF68, P-BK7 a další. Důvodem je nízká teplota skelného přechodu a nízká reaktivita s povrchy formy. Výrobce zároveň uvádí odolnost proti devitrifikaci, tedy změnu struktury skla z amorfni na semikrystalickou. Výroba kulového polotovaru se provádí litím skla do formy a chemickým leštěním s následnou pasivací povrchu. Alternativou je

nákup tyče, kterou je ale potřeba dělit, srážet hrany a leštit podstavy. Přípravou polotovarů se zabývá velké množství dodavatelů, kteří ho dokáží připravit tzv. na míru zákazníkovi.

2.3 Výroba formy

Na formu se kladou v mnoha ohledech ty nejpřísnější nároky. V první řadě musí být teplotně odolná a při teplotě skelného přechodu zůstat tuhá. Pro zjednodušení numerické simulace budeme předpokládat, že se během lisování oproti měkkému sklu nedeformuje. V opačném případě by výrazně stoupala náročnost výpočtu. Teplotní odolnost je důležitá pro opakovatelnost výroby, kdy jednou formou chceme vyrábět více kusů výrobku. Ze stejného důvodu se vyžaduje i dobrá odolnost proti oxidaci. Důležitá je i možnost velmi přesné výroby ve formovací části, s možností úpravy povrchu pro nízkou adhezi se sklem. Těmto požadavkům odpovídá např. karbid wolframu, a autoři práce [7] uvádějí i možnost použití grafitu. Forma z karbidu wolframu se vyrábí pomocí spékání prášku. Ten se nejdříve stlačí a obrábí do požadovaného tvaru, a následně spéká. Vytváří se keramický díl s vysokou tvrdostí, se složitou další úpravou - dá se omezeně upravovat broušením, a často se používá nanášení mikrovrstev pro úpravu povrchu. [1]

2.4 Indukční ohřev

Při použití vodivé formy je možné ohřívat indukci. Její výhodou je možnost provozu ve vakuu, jednoduché provedení a rovnoměrný ohřev. V principu jde o cívku napájenou střídavým proudem, která vytváří nestacionární magnetické pole. To indukuje dle Faradayova a Lenzova zákona ve vodivé formě elektromotorické napětí a vznikají proudové smyčky. Elektrický proud protékající materiálem formy s kladným elektrickým odporem vytváří teplo. Řízením frekvence na zdroji cívky můžeme řídit intenzitu ohřevu. Při měření teploty formy lze relativně jednoduše spočítat teplotu v nitru formy potažmo skla, a ohřev podle toho řídit. Lze tak docílit rychlého a zároveň homogenního ohřevu. [8]

2.5 Radiační ohřev

Dalším způsobem ohřevu je přivedení tepla formou radiace. Technicky jde o provedení pomocí infračerveného zářiče. Jde o lampu vyzařující elektromagnetické záření o vlnové délce přibližně 750 nm až 1 mm. Stejně jako v případě indukčního ohřevu, i v tomto případě je možný ohřev ve vakuu. Výhodou radiačního ohřevu je, že z principu neklade nároky na strukturu ohřívaného materiálu. V případě formy z karbidu wolframu lze využít oba typy ohřevu, nicméně vlivem komplikované výroby hrozí odchylka od udávané elektrické vodivosti. To by v případě indukčního ohřevu mohlo vést ke špatné opakovatelnosti procesu - radiační ohřev tuto nevýhodu nemá. [9]

3 Popis používaných materiálových modelů pro numerické simulace

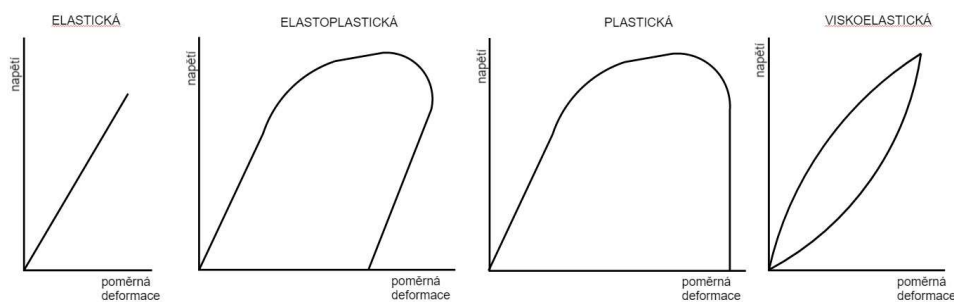
Sklo zahřáté na vysokou teplotu má vlastnosti nestlačitelné Newtonovské kapaliny, jejíž viskozita je výrazně závislá na teplotě. Při nízké teplotě je možné z mechanického pohledu sklo popisovat jako pevný elastický materiál, při vysoké jako Newtonovskou kapalinu. Pro oba případy máme model, který můžeme relativně jednoduše použít. Mezi těmito stavy prochází sklo skelným přechodem. Během něj sklo mění svojí molekulární strukturu a dochází k viskóznímu toku. Vztah napětí a deformace je zde tedy viskoelastický, a můžeme tak pozorovat relaxaci napětí a creep. Relaxace k rovnovážnému stavu je nicméně obecným jevem, a týká se tak nejen napětí, ale i dalších vlastností a změn vnitřní struktury látky. Tento jev nazýváme strukturální relaxace. Cílem této kapitoly je popsat výše zmíněné jevy a jejich propojení pomocí jednoho modelu.

3.1 Teorie viskoelastivity

Teorie viskoelastivity popisuje chování izotropních homogenních materiálů, které na působení vnějších sil reagují jak pružně, tak vazce - tečením. Podle Potěšila [10] ji poprvé formuloval v devatenáctém století Ludwig Boltzmann, nicméně přibližně do poloviny dvacátého století neměla využití. To přišlo zejména s výzkumem chování polymerů a biologických materiálů, u kterých je tečení výrazné i za běžných podmínek. Viskoelasticky se ale chovají i další materiály jako sklo, beton či kovy při vysokých teplotách. Alternativním názvem je například teorie dědičné pružnosti, který naznačuje závislost deformace na čase. Oproti elastoplastické deformaci se viskoelastická po odstranění zatížení vrací do původního stavu, stejně jako čistě elastická. Rozdíl mezi jednotlivými průběhy závislosti poměrné deformace a napětí jsou zobrazeny na obr. 3.1.

3.1.1 Základní pojmy

Jakožto dvě idealizace chování materiálů se jak pružnost, tak viskózní tok samostatně dají aplikovat v mnoha situacích bez výrazného vlivu na přesnost výsledků. Pružné jsou typicky kovy pod mezí kluzu, kdy předpokládáme čistě elastickou deformaci a vazké jsou Newtonovské kapaliny. Níže jsou popsány základní pojmy a vztahy potřebné pro odvození rovnic viskoelastivity.



Obrázek 3.1: Porovnání průběhu deformací

Pružná deformace

V první řadě je nutné definovat poměrné prodloužení. Pro malé deformace postačí inženýrské či Cauchyho prodloužení uvedené ve vztahu 3.1, tedy poměr změny délky a původní délky.

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (3.1)$$

Napětí je síla vztažená na plochu, na kterou působí. U normálového napětí σ je směr síly rovnoběžný s normálovým vektorem plochy, zatímco smykové napětí σ_{xy} vzniká působením síly ve směru tečném. Obě dvě varianty mají stejnou jednotku, jejich vliv na materiál je ale rozdílný.

$$\sigma = \frac{F_n}{A} \quad (3.2)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{F_t}{A} \quad (3.3)$$

Ideálně elastické materiály se po zatížení lineárně deformují dle Hookova zákona - zápis pro jednoosou napjatost je vztah 3.4. Konstantou úměrnosti mezi napětím σ a poměrnou deformací ε je modul pružnosti v tahu E . V reálných situacích takto můžeme popisovat přetvoření kovů při působení napětí pod mezí kluzu.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (3.4)$$

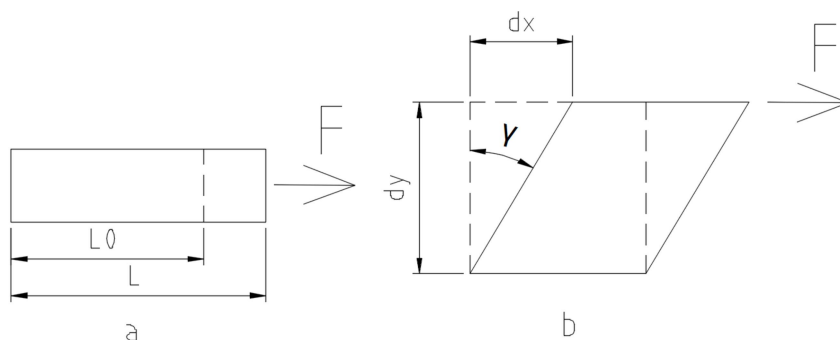
Smykové přetvoření značíme γ_{ij} , s indexy ij pro označení kombinace směrů x , y , z roviny, ve kterých působí příslušné napětí. Je definováno vztahem 3.5, ve kterém je konstantou úměrnosti modul pružnosti ve smyku G . Ten se dá odvodit pomocí modulu pružnosti v tahu a Poissonova čísla, jak je ukázáno ve vztahu 3.6.

$$\gamma_{ij} = \frac{\sigma_{xy}}{G} = \frac{dx}{dy} \quad (3.5)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.6)$$

Ve chvíli, kdy zatížením materiálu měníme objem vzorku, lze zavést objemový modul pružnosti E_v , který reprezentuje odpor materiálu proti objemovým změnám, a lze ho odvodit pomocí modulu pružnosti v tahu a Poissonova čísla.

$$E_v = \frac{E}{1 - 2\nu} \quad (3.7)$$

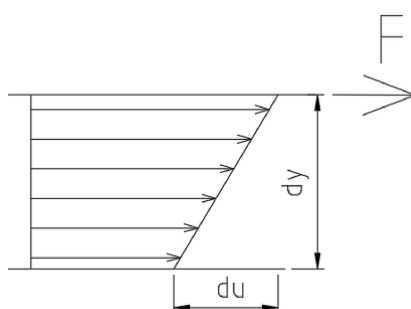


Obrázek 3.2: Přetvoření a) tahem, b) smykem

Vazká deformace

Pro popis viskoelasticity je zásadním pojmem newtonovská viskozita η (dále jen viskozita). Ta je inverzní hodnotou tekutosti, a popisuje odpor proti tečení vlivem vnitřního tření nestlačitelné kapaliny. Definiční vztah vychází z myšlenkového experimentu - Couettova toku, obr.3.3. Mezi dvěma nekonečnými deskami je vazká kapalina. Spodní deska je statická, a horní deska se hýbe v horizontálním směru rychlostí u dostatečně malou, aby nedocházelo k turbulenci. Pomyslné vrstvy kapaliny na sebe působí třecí silou, vzniká rychlostní profil a tečné napětí mezi vrstvami. Poměrem těchto dvou hodnot je právě viskozita - vzorec 3.8. [11]

$$\eta = \sigma_{xy} \frac{du}{dy} \quad (3.8)$$



Obrázek 3.3: Couettův tok newtonovské kapaliny

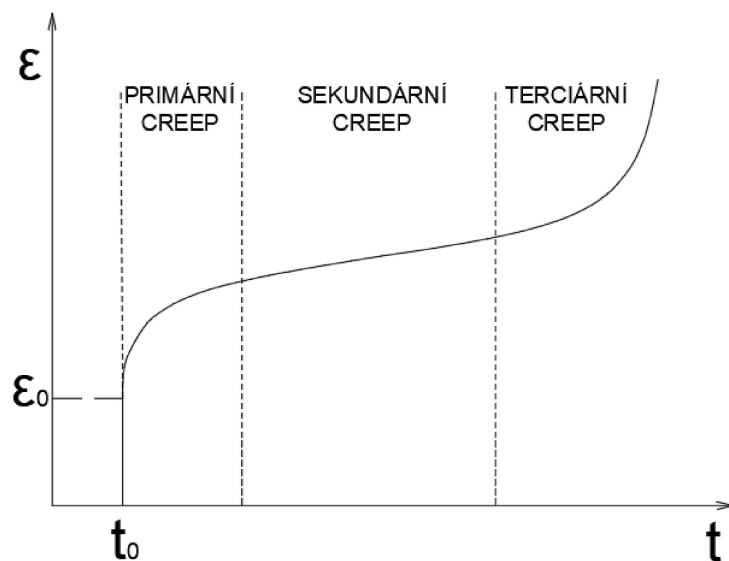
3.1.2 Mechanické vlastnosti

Základními dvěma mechanickými zkouškami viskoelastických materiálů jsou creepový a relaxační test. Obecně jde o zatížení vzorku, a pozorování jeho chování v čase. Stejně jako u tahové zkoušky sledujeme závislost napětí a poměrné deformace, naměřené hodnoty jsou ale v tomto případě funkcí času.

Creep

Jinak také dotvarování. Při zatížení konstantním napětím se vzorek rychlostí zvuku pružně deformuje na hodnotu poměrného prodloužení ε_0 a následně probíhá viskoelastická deformace, tedy creep - obr.3.4. Výsledkem tohoto testu je creepová poddajnost $J(t)$, definovaná vzorcem 3.9. Primární fáze creepu je typická rychlou deformací, po které dochází k vyrovnání vnitřních sil a ve vzorku nastává vnitřní rovnováha. Během sekundární fáze probíhá deformace lineárně až do vytvoření krčku, kdy začíná terciální fáze a opětovné zrychlení prodlužování až do porušení materiálu. [10] [1]

$$J(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} \quad (3.9)$$

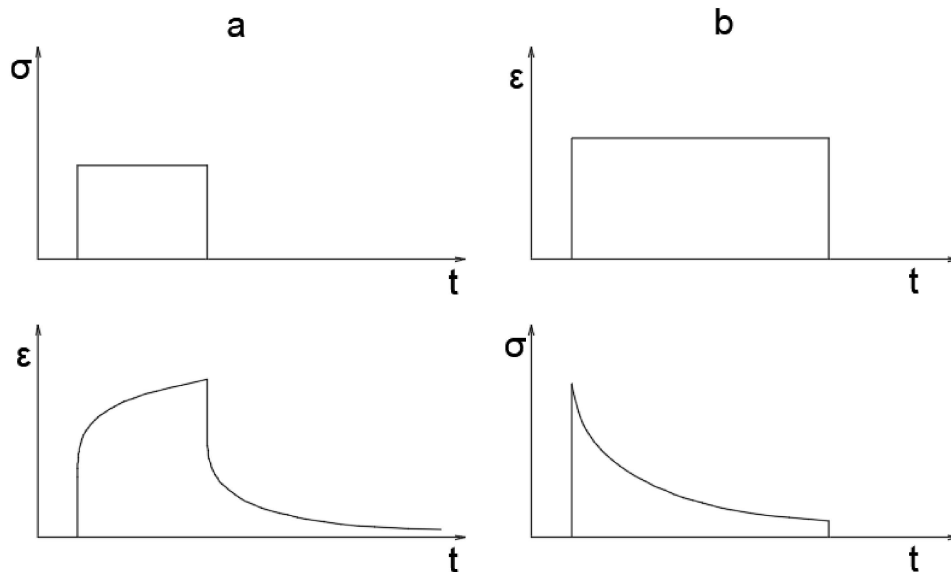


Obrázek 3.4: Průběh creepové deformace

Relaxace napětí

Pokud viskoelastický materiál podrobíme konstantní hodnotě deformace ε_0 , a budeme měřit napětí potřebné pro její udržení, zjišťujeme relaxační modul $E(t)$. Na obr. 3.5 je vidět creepový i relaxační test spolu s porovnáním s elastickým průběhem. [10] [1]

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} \quad (3.10)$$



Obrázek 3.5: Průběh creepového (a) a relaxačního (b) testu

3.1.3 Lineární viskoelastické modely

Pro matematický popis lineární viskoelastické deformace je možné dle Potěšila využít tři základní přístupy, které popisuje v práci [10].

- Integrální model
- Diferenciální model
- Dynamický popis

První dva zmíněné přístupy jsou čistě matematickým popisem, který nemá základy ve studiu materiálu, nicméně jsou velmi dobře uchopitelné pro výpočty. Molekulární model je založený na harmonickém zatěžování, a nejlépe vystihuje viskoelastické chování na úrovni mikročástic. Je důležité zmínit, že všechny tři modely předpokládají lineární odezvu materiálu na vnější namáhání, což implikuje malou poměrnou deformaci. Tyto modely tak jsou limitované pouze na situace s malým poměrným přetvořením.

Integrální model

Tento model využívá Boltzmannův princip superpozice, který nahlíží na všechny deformační procesy jako na nezávislé a aditivní. Pokud v časech $t_{k1}, t_{k2} \dots t_{kn}$

zatěžujeme materiál deformačními přírůstky $\Delta\varepsilon_1, \Delta\varepsilon_2 \dots \Delta\varepsilon_n$, vznikají přírůstky napětí $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2 \dots \Delta\sigma_n$. Toto lze přepsat jako rovnici 3.11.

$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^n \Delta\varepsilon_i E(t - t_{ki}) \quad (3.11)$$

Ve chvíli, kdy bude zatěžování spojité, přechází tato suma na integrál 3.12. Obdobně lze napsat rovnici pro tečení 3.13. Tyto dvě rovnice se nazývají Boltzmannovy-Volterrovovy rovnice.

$$\sigma(t) = \int_0^\infty E(t - t') \frac{\partial \varepsilon(t')}{\partial t'} dt' \quad (3.12)$$

$$\varepsilon(t) = \int_0^\infty J(t - t') \frac{\partial \sigma(t')}{\partial t'} dt' \quad (3.13)$$

Tyto dva vztahy lze pojmenovat jako integrály dědičnosti. Ve vztahu 3.12 je funkce $E(t)$ klesající dle obr. 3.5 a vzorce 3.4. Čím větších hodnot nabývá argument $(t - t')$, tím menší má vliv na velikost napětí. Jednoduše se tento jev dá popsat jako pozvolné zapomínání předchozích mechanických účinků, a platí pro obě dvě rovnice.

Diferenciální model

Tento model je ekvivalentní předchozímu s tím rozdílem, že jeho základní myšlenkou je vytvořit vztah mezi napětím a deformací s pomocí diferenciálního vztahu. Mezi jednorozměrnými složkami obou zmíněných veličin obecně hledáme vztah ve tvaru 3.14, kde P a Q jsou lineární časové diferenciální operátory. Následující modely jsou popsány Potěšilem a Madapusim v pracích [10] a [1].

$$P\sigma = Q\varepsilon \quad (3.14)$$

$$P = \sum_{i=0}^m p_i \frac{d^i}{dt^i} \quad (3.15)$$

$$Q = \sum_{i=0}^m q_i \frac{d^i}{dt^i} \quad (3.16)$$

Toho docílíme kombinováním ideálně elastických elementů - pružin a ideálně vazkých elementů - tlumičů. Ideální lineární pružina je jednoduše popsána pomocí Hookova zákona 3.4, pro tlumič platí vztah 3.8. Tento jednorozměrný model se následně převádí na prostorový, nicméně použití jednorozměrných elementů zásadně usnadňuje odvození základních rovnic. Pro další souvislost je vhodné zavést rychlost smykového přetvoření $\dot{\gamma}$.

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{dx}{dy} \frac{d}{dt} = \frac{du}{dy} \quad (s^{-1}) \quad (3.17)$$

A tento vztah nyní použít ve vztahu definujícím viskozitu pro vyjádření smykového napětí v kapalině.

$$\sigma_{xy} = \eta \dot{\gamma} \quad (3.18)$$

Ve vztahu 3.18 je zřejmá analogie modulu pružnosti ve smyku a viskozity, rozdílem je časová derivace poměrného přetvoření. Aby bylo možné počítat složky napětí, je potřeba převést smykové členy na ekvivalentní normálové. Analogicky k viskozitě existuje objemová viskozita κ s podobným převodovým vztahem - 3.19 jako pro moduly pružnosti. ν^* je Poissonovo číslo závislé na čase.

$$\eta = \frac{\kappa}{2(1 + \nu^*)} \quad (3.19)$$

Pokud bude tok Newtonovský - tedy $\nu^* = 0,5$, přechází tento vztah na zjednodušenou podobu 3.20. Normálové napětí tak z rychlosti poměrné deformace $\dot{\epsilon}$ dostaneme pomocí vztahu 3.21.

$$\kappa = 3\eta = \frac{1}{E_0} \quad (3.20)$$

$$\sigma = \kappa \dot{\epsilon} = 3\eta \dot{\epsilon} \quad (3.21)$$

Maxwellův model

Tento model popisuje chování materiálu pomocí pružiny a tlumiče napojených sériově. Při zatížení se pružina deformuje okamžitě dle Hookova zákona, a tlumič v závislosti na čase. Celková deformace je součtem obou zmíněných. Napětí bude v obou elementech stejné. Veličiny v pružině mají index *el* (elastické), v tlumiči *v* (vazké).

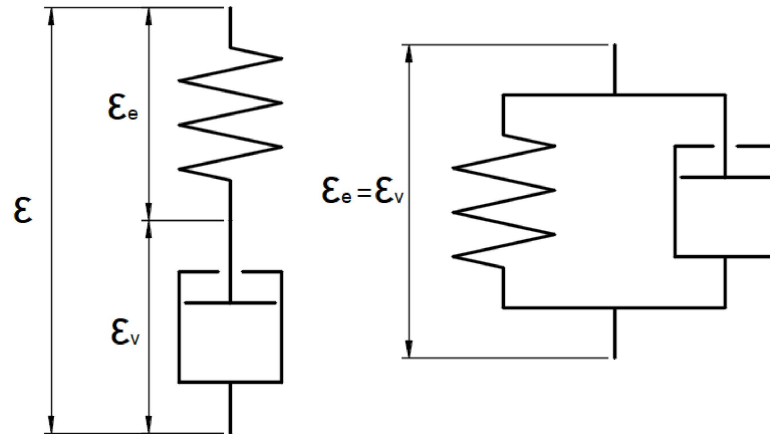
$$\epsilon = \epsilon_{el} + \epsilon_v \quad (3.22)$$

$$\sigma = \sigma_{el} = \sigma_v \quad (3.23)$$

Časovou derivací 3.22 a dosazením Hookova zákona a 3.21 vzniká rovnice 3.24. Pokud budeme chtít popis creepu, napětí považujeme za konstantní. V takovém případě dojdeme k výsledku, že tento model creep nepopisuje. Po dosazení $\dot{\sigma} = 0$ dostáváme rovnici toku vazké kapaliny. Zajímavější je výsledek pro relaxační čas, kdy dosazujeme $\dot{\epsilon} = 0$. Separací proměnných, následnou integrací a dosazením okrajové podmínky $\sigma(t = 0) = \sigma_0$ získáváme relaxační rovnici 3.25. Zlomek $\frac{E}{\kappa}$ má jednotku s^{-1} , můžeme jej tedy přeznačit na relaxační čas τ .

$$\sigma + \frac{\kappa}{E} \dot{\sigma} = \kappa \dot{\epsilon} \quad (3.24)$$

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{E}{\kappa}t} = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.25)$$



Obrázek 3.6: Maxwellův model (vlevo), Kelvinův - Voigtův model (vpravo)

Kelvinův - Voigtův model

V tomto případě skládáme základní elementy paralelně. Poměrná deformace tak je pro oba elementy stejná ve všech okamžicích po zatížení, celkové napětí je součtem napětí na pružině a tlumiči.

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} = \varepsilon_v \quad (3.26)$$

$$\sigma(t) = \sigma_{el} + \sigma_v = E\varepsilon + \kappa\dot{\varepsilon} \quad (3.27)$$

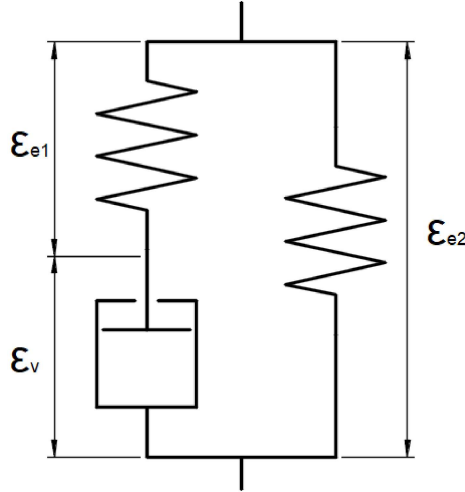
Rovnice 3.27 vede na diferenciální rovnici 3.28. Pro zjištění relaxační rovnice dosadíme $\varepsilon = konst.$, a po dosazení vychází rovnice Hookova zákona. Tento model tedy relaxaci materiálu nepopisuje. Po vyřešení diferenciální rovnice s okrajovou podmínkou v čase $\varepsilon(t=0) = 0$ a konstantním napětím $\sigma = \sigma_0$ dojdeme k závislosti 3.29. Tento vztah popisuje creep.

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{E}{\kappa}\varepsilon + \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (3.28)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - e^{-\frac{E}{\kappa}t}\right) \quad (3.29)$$

Standardní lineární model

Dva předchozí modely popisují viskoelastické chování pouze částečně. Standardní lineární model popisuje jak creep, tak relaxaci a je tak použitelný pro oba případy, ačkoliv má stále pouze omezené praktické využití.



Obrázek 3.7: Schéma standardního lineárního modelu

Na obr. 3.7 je zobrazená zenerova varianta. V podstatě kombinací předchozích dvou postupů se lze dostat na rovnici 3.30, potažmo rovnici 3.31 po zavedení relaxačního času $\tau = \frac{\kappa}{E_1}$. Při tomto uspořádání elementů platí $\varepsilon_{e2} = \varepsilon$

$$\sigma + \frac{\eta}{E_1} \dot{\sigma} = E_2 \varepsilon + \kappa \frac{E_1 + E_2}{E_1} \dot{\varepsilon} \quad (3.30)$$

$$\sigma + \tau \dot{\sigma} = E_2 \varepsilon + \tau(E_1 + E_2) \dot{\varepsilon} \quad (3.31)$$

Zobecněný Maxwellův model

Chování reálných materiálů nepopisujeme pomocí jednoho relaxačního času, ale pomocí relaxačního spektra. Proto není vhodné pro výpočty používat standardní lineární model, ale jeho obecnější podobu. standardní lineární model vzniká paralelním složením pružiny a jednoho Maxwellova elementu, v zobecněné variantě je takových elementů větší množství - n . Toto lze obdobně provést i pro seriové řazení Voigt-Kelvin modelů. Obecně vzniká rovnice odpovídající vztahu 3.14.

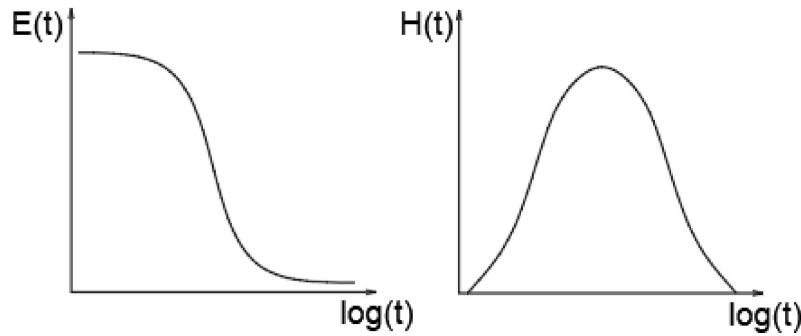
$$a_0 \sigma + a_1 \frac{d\sigma}{dt} + \dots a_i \frac{d^i \sigma}{dt^i} \dots a_n \frac{d^n \sigma}{dt^n} = b_0 \varepsilon + b_1 \frac{d\varepsilon}{dt} + \dots b_i \frac{d^i \varepsilon}{dt^i} + \dots b_n \frac{d^n \varepsilon}{dt^n} \quad (3.32)$$

Každý Maxwellův element má vlastní relaxační čas. Při výpočtu napětí v tomto případě sčítáme napětí v těchto prvcích dle rovnice 3.33. Pokud bude počet relaxačních časů limitovat k nekonečnu, tento vztah se mění na rovnici 3.34. Výraz $E_0 \varepsilon$ vyjadřuje napětí na pružině (tedy okamžité napětí), integrálem vyjadřujeme vývoj napětí v čase a funkce $f(\tau)$ vyjadřuje rozložení relaxačních modulů.

$$\sigma(t) = \varepsilon \sum_{i=1}^n E_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} \quad (3.33)$$

$$\sigma(t) = E_0\varepsilon + \varepsilon \int_0^\infty f(\tau)e^{-\frac{t}{\tau}} d\tau \quad (3.34)$$

Funkci $f(\tau)$ z praktických důvodů často nahrazujeme funkcí $H(\tau)$, která je na čase závislá logaritmicky, kterou nazýváme relaxačním spektrem. Pokud ho vykreslíme pro jeden Maxwellův element, výsledkem je symetrická křivka viz. obr. 3.8. Mediánem této křivky je relaxační čas příslušného elementu.



Obrázek 3.8: Závislost modulu pružnosti na čase a relaxační spektrum

Stejně budeme postupovat při stanovení tzv. retardačního spektra, pouze nebudeme sledovat materiál při relaxaci, ale při creepu. Výhodou tohoto popisu je, že po naměření průběhu relaxačního modulu je možné aproximovat tuto křivku pomocí zvoleného počtu Maxwellových elementů. Přesnost této aproximace je z principu daná počtem těchto elementů. Pro tuto příležitost je možné vyjádřit relaxační modul pomocí vztahu 3.35.

$$E(t) = E_0 + \int_{\ln\tau}^\infty H(\tau)d(\ln\tau) \quad (3.35)$$

V tomto vztahu platí, že $E(t)$ odpovídá relaxačnímu modulu celého systému a E_0 je modul pružnosti samostatné pružiny. Následně je možné vyjádřit relaxační spektrum ve tvaru 3.36, který odpovídá levé části obr. 3.8.

$$H(\tau) = - \left[\frac{dE(t)}{d\ln(t)} \right]_{t=\tau} \quad (3.36)$$

3.1.4 Dynamický popis

Poslední možnost popisu viskoelasticity se zakládá na dynamickém zatěžování materiálu. Pokud budeme sledovat fázový posun napětí oproti poměrné deformaci, můžeme zjistit jiné materiálové charakteristiky, než creepový a relaxační modul. Při harmonickém zatěžování pružného materiálu mají napětí a deformace stejný průběh s rozdílnou amplitudou - vztahy 3.37 a 3.38. Pro vazký materiál jsou tyto dvě veličiny v čase vzájemně posunuté o půl periody $\delta = T/2$, viz rovnice 3.39. Pro viskoelastický materiál poté bude platit, že fázový posun δ bude nabývat hodnot v intervalu

$(0; -T/2)$, podle pomyslného poměru pružného a vazkého chování v materiálu. V níže uvedených vztazích platí $\omega = 2\pi f$, kde $f = 1/T$ je frekvence.

$$\sigma(t) = \sigma_A \cdot \cos(\omega t) \quad (3.37)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_A \cdot \cos(\omega t) \quad (3.38)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_A \cdot \cos(\omega t + \delta) \quad (3.39)$$

Vztahy 3.37 a 3.39 je možné přepsat do exponenciálního tvaru 3.40 a 3.41. Relaxační modul je podílem napětí a poměrné deformace, je tak možné ho v tomto případě vyjádřit pomocí vztahu 3.42

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{i\omega t} \quad (3.40)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{i(\omega t + \delta)} \quad (3.41)$$

$$E(\omega) = \frac{G_A}{\varepsilon_A} e^{i\delta} = \cos(\delta) + i \sin(\delta) = E(\omega)_1 + i E(\omega)_2 \quad (3.42)$$

Podobně je možné postupovat i pro modul poddajnosti. Komplexní moduly je možné zpětně převádět na původně zavedené hodnoty. Definujeme je ze dvou důvodů. Prvním je jejich popis disipace energie během harmonického namáhání. Reálná složka komplexního relaxačního modulu popisuje elastické chování materiálu, imaginární složka charakterizuje disipaci energie vlivem vazké deformace. [10]

Měření modulů relaxace a poddajnosti

Měření modulu relaxace a poddajnosti pomocí jejich definice není vždy vhodné, v mnoha případech ani možné. U některých materiálů jsou tyto jevy dlouhodobé a měření by zabralo zbytečně mnoho času a energie. Právě z tohoto důvodu se moduly měří pomocí harmonického zatěžování. Je sice potřeba provést měření na široké škále frekvencí ale to je stále praktičtější variantou, než měření dle definičních vztahů.

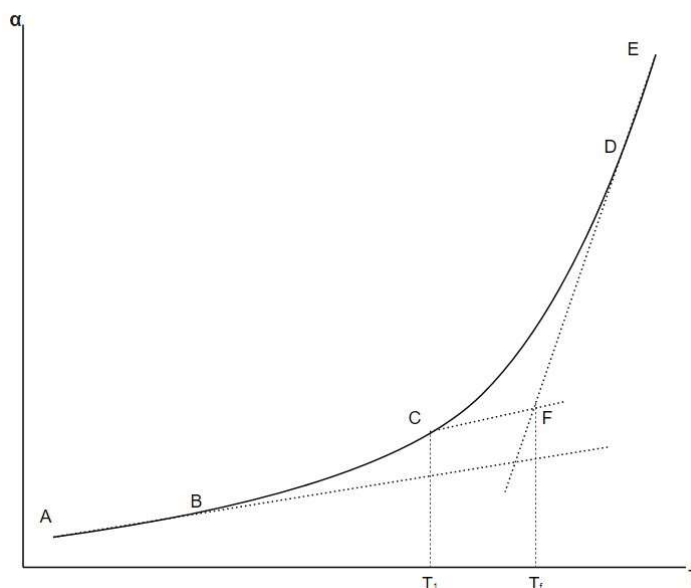
3.2 Strukturální relaxace

Jak již bylo řečeno, některé materiálové vlastnosti jsou závislé na teplotě. V rámci vysvětlení vytvoříme obecnou veličinu a_l a měřme její velikost. Za ustálených podmínek naměříme zcela konkrétní hodnoty, se změnou teploty ale může vznikat zpoždění změny hodnot a_l . Potom tedy a_l nezávisí pouze na teplotě, ale i na její historii. Zde je vidět určitá paralela s paměťovým efektem, který je popsán v kapitole o viskoelasticitě. Toto chování lze podle Narayanaswamyho [12] vysvětlit rozdělením vnitřních změn látky do dvou různých skupin - strukturální a vibrační.

Vibrační změny jsou spojeny s kmitáním částic kolem jejich rovnovážné polohy. Ohřátím látky dodáváme částicím energii, a zvyšujeme tak rychlost tohoto pohybu. V případě ochlazení docílíme jeho zpomalení. Pokud dojde vlivem změny teploty k reorganizaci částic, mluvíme o strukturální změně. Důležité na tomto rozdělení je to, že druhá zmíněná varianta probíhá z principu pomaleji než první, kterou můžeme považovat za téměř okamžitou.

3.2.1 Fiktivní teplota

Jedním ze způsobů, jak je možné přistupovat k popisu skla při tuhnutí je použití fiktivní teploty. Tento pojem je možné vysvětlit pomocí vývoje obecné vlastnosti a_l v závislosti na teplotě - obr. 3.9.



Obrázek 3.9: Závislost vlastnosti a_l na teplotě

Tento graf můžeme rozdělit pomocí zobrazených bodů. V kontextu této práce je vhodné popisovat chování skla během jeho tuhnutí. Mezi body E a D je sklo v tekuté fázi, ve které dochází jak ke strukturálním, tak vibračním změnám, a sklo je v rovnovážném stavu. Mezi body B a A je sklo tuhé a jsou v něm výrazně dominantní vibrační změny. Bodu C odpovídá teplota T_1 , a tento bod neodpovídá velikosti a_l v rovnovážném stavu. Pokud bychom teplotu T_1 udržovali, hodnota a_l by klesla na odpovídající rovnovážnou hodnotu na polopřímce ED. Pokud hledáme rovnovážný stav ekvivalentní stavu C, vytvoříme polopřímku CF rovnoběžnou s AB a hledáme bod na ED. Bodu F odpovídá T_f , která je zmíněnou fiktivní teplotou. Ve sklovině jsou fiktivní a skutečná teplota totožné. Během ochlazování se rychle zvyšuje viskozita skla, a kvůli ní se zpomaluje reorganizace částic a tím pádem se nestíhá měnit struktura. Polopřímka AB tedy nereprezentuje skutečnou pevnou fázi skla, spíše jde o neustále tuhnoucí kapalinu. Rozdíl fiktivní a skutečné teploty tak odráží vzdálenost struktury od rovnovážného stavu, respektive relaxace teploty

odpovídá relaxaci struktury. Důležitým bodem je také průsečík polopřímek AB a ED. Teplota příslušná tomuto bodu je nazývána teplotou skelného přechodu T_g . Ta není materiálovou vlastností, neboť záleží na rychlosti ochlazování a jde v podstatě o limitní hodnotu fiktivní teploty odpovídající struktuře tuhé kapaliny. Vzorcem lze vyjádřit T_f více způsoby. Jedním z nich je Toolova rovnice 3.43 [12].

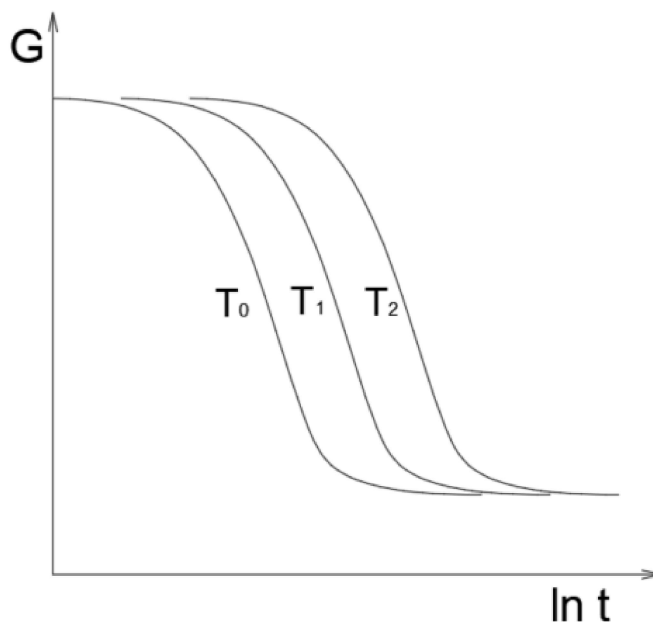
$$\frac{dT_f}{dt} = \frac{T - T_f}{\tau} \quad (3.43)$$

Jedním ze vztahů pro výpočet τ je Arrheniova rovnice 3.44. V něm je τ_{ref} referenční relaxační čas napětí, E_a aktivační energie, R plynová konstanta a T teplota. Tento postup zohledňuje závislost relaxačního času na teplotě, ale nezahrnuje strukturální změny. Proto neodpovídá výsledkům experimentů, a je potřeba ho modifikovat.

$$\tau = \tau_{ref} e^{\frac{E_a}{RT}} \quad (3.44)$$

3.2.2 Termoreologické zjednodušení

U některých skleněných materiálů můžeme pozorovat určitou podobnost relaxace při různých teplotách - schématicky zobrazeno na obr. 3.10. Pokud správně naškálujeme časovou osu, můžeme relaxační křivky považovat za totožné. Čas škálujeme pomocí transformační funkce $A(T, T_0)$, kterou musíme určit pro každý typ skla. Relaxační čas můžeme pomocí této funkce vyjádřit pomocí referenční hodnoty τ_{ref} a jednoduchého vztahu 3.45 [12] [13].



Obrázek 3.10: Relaxace napětí při různých teplotách

$$\tau(T) = \frac{\tau_{ref}(T_0)}{A(T, T_0)} \quad (3.45)$$

Příkladem transformační funkce je exponenciální část zmíněné Arrheniovi funkce. Kvůli škálování času je nutné zavést takzvaný redukovaný čas ψ . [14]

$$\psi(t) = \int_{-\infty}^t \frac{\tau_{ref}}{\tau(T(t'))} dt' \quad (3.46)$$

3.2.3 Tool-Narayanaswamy-Moynihan model

Na práci Toola navázali Narayanaswamy [12] a Moynihan, a tento model rozšířili (zkráceně TNM model podle jmen autorů). Důležitým nástrojem pro popis strukturální relaxace je měření vlastnosti a_l při teplotním skoku z relaxovaného stavu o velikosti ΔT . Popisujeme ho pomocí odezvy M_{a_l} , kterou zároveň lze vyjádřit pomocí fiktivní teploty. Následné odvozování detailně popisuje Loucks [14].

$$M_{a_l}(\psi) = \frac{a_l(t) - a_{l2}(\infty)}{a_{l2}(0) - a_{l2}(\infty)} = \frac{T_f(t) - T_1}{\Delta T} \quad (3.47)$$

Pro ΔT limitující k nule existuje formální vyjádření pro T_f dle vztahu 3.48.

$$T_f = T + \int_{-\infty}^t M_{a_l}(\psi(t) - \psi(t')) \frac{dT}{dt'} dt' \quad (3.48)$$

Pro výpočty je ale důležitější diskrétní tvar uvedený v práci [15] 3.50, který využívá vyjádření odezvy M v exponenciálním tvaru dle vztahu 3.49. Tento vztah zavádí strukturální relaxační čas τ^S . Parametr β ovlivňuje natažení exponenciální křivky, a lze ho přibližně interpretovat jako sadu parametrů w_i ležících na intervalu $(0, 1)$ a zároveň platí $\sum w_i \cong 1$, které určují vliv i -tého relaxačního času a jde tak o řešení jednoho z problémů Toolova přístupu. Koeficientů w_i může být libovolné množství, nicméně v praxi běžně stačí tři. Někteří autoři, například Madapusi v práci [1], dokázali dosáhnout poměrně přesných výsledků i pomocí jedné hodnoty.

$$M_{a_l} = e^{\left(-\frac{\psi}{\tau_{ref}^S}\right)^{\beta}} \cong \sum_{i=1}^n w_i e^{\left(-\frac{\psi}{\tau_i^S}\right)} \quad (3.49)$$

$$T_{f,i} = T_0 - \Delta T \left[1 - \sum_{i=1}^n w_i e^{-\frac{\Delta t_i}{\tau_i^S}} \right] \quad (3.50)$$

Transformační funkce pro TNM model obsahuje fiktivní teplotu a tím pádem řeší nedostatky při použití transformační rovnice navržené Toolem. Stejně jako Arrheniovi vztah obsahuje poměr aktivační energie a plynové konstanty, novým parametrem je x určující poměr vlivu skutečné a fiktivní teploty.

$$A_{TNM} = e^{\frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{x}{T} - \frac{1-x}{T_f} \right)} \quad (3.51)$$

Pro numerický výpočet i -tého relaxačního času přechází rovnice 3.45 po dosazení 3.51 na tvar 3.52.

$$\tau_i = \tau_{ref} e^{-\frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{x}{T_i} - \frac{1-x}{T_{fi-1}} \right)} \quad (3.52)$$

V případě řešení strukturální relaxace při kontinuální změně teploty tepelným tokem \dot{q} se vztah 3.50 upravuje na podobu 3.53.

$$T_{f,i} = T_0 + \sum_{j=1}^n \Delta T_j \left[1 - \sum_{i=j}^n e^{\left(-\frac{\Delta t_j}{\dot{q}_i \tau_i^S} \right)^\beta} \right] \quad (3.53)$$

Z výše uvedených rovnic lze teoreticky odvozovat závislost vlastnosti a_l na teplotě ve formálním tvaru 3.54. V tomto vztah je a_{ls} sklon úsečky AB na obr.3.9, tedy závislosti a_l na teplotě v tuhém stavu.

$$a_l(T, t) = a_{ls}(T, \infty) - \int_{-\infty}^t \alpha_{ls} M_{a_l}(\psi(t) - \psi(t')) \frac{dT}{dt'} dt' \quad (3.54)$$

4 Numerická simulace procesu lisování

Numerickou simulaci jsem se rozhodl provést v softwaru ANSYS Workbench ve volně dostupné verzi 2023 R1 pro studenty, s použitím nástrojů Discovery pro vytvoření geometrie a Mechanical pro nastavení a řešení simulace. Teplotní i strukturální analýza jsou transientní, a jejich výpočet probíhá současně pomocí přednastaveného typu analýzy Coupled Field (Transient). Prvním krokem pro nastavení této simulace je identifikace a správné zadání materiálových vlastností. V experimentu, se kterým budu následně výsledky simulace porovnávat, je použité borosilikátové sklo BK7. Pro tento typ skla bohužel nejsou dobře dostupné všechny potřebné parametry, proto v simulaci použiji některé parametry podobného skla N-BK7. Rozdílné je v nižším obsahu arsenu a olova, ale jejich vlastnosti nejsou zásadně rozdílné. Celkově se dá očekávat poměrně vysoká chyba ve správnosti těchto hodnot, protože na jejich měření neexistuje normovaná metodika. Základní vlastnosti skla uvádí například [16] a jsou uvedené v tabulce 4.1, další jsou uvedené níže v textu po přesné identifikaci potřebných parametrů. Formy jsou vyrobené z karbidu wolframu, jehož vlastnosti potřebné pro výpočet jsou uvedené v tabulce 4.2. Ačkoliv mohou mít některé vlastnosti forem poměrně velký rozptyl (vliv technologie výroby, kvality apod.) ve všech případech jsou v porovnání se sklem formy tuhé a teplo vedou výrazně lépe. Případná chyba v těchto hodnotách tak nemá výrazný vliv, zejména při porovnání s nepřesností vlastností skel.

Modul pružnosti ve smyku	82 <i>GPa</i>
Poissonovo číslo	0,206
Hustota	2510 <i>kg · m⁻³</i>
Koeficient tepelné vodivosti	1,114 <i>W · m⁻¹ · K⁻¹</i>
Měrná tepelná kapacita	858 <i>J · kg⁻¹ · K⁻¹</i>

Tabulka 4.1: Základní vlastnosti skla BK7

4.1 Viskoelastické materiálové vlastnosti

Dříve popsané vztahy materiálových modelů jsou pro praktické použití pouhým základem. V praxi jsou některé definice složitě použitelné, nebo se při jejich odvození nehledělo na přímé použití, ale spíše názornost. Proto se při zadávání některých materiálových vlastností do softwaru musí související vztahy upravit nebo zjednodušit. V případě této práce jde zejména o vlastnosti popisující relaxaci

Modul pružnosti v tahu	570 GPa
Poissonovo číslo	0,31
Hustota	14650 kg · m ⁻³
Koeficient tepelné vodivosti	63 W · m ⁻¹ · K ⁻¹
Měrná tepelná kapacita	800 J · kg ⁻¹ · K ⁻¹
Koef. teplotní roztažnosti	4,9 · 10 ⁻⁶ K ⁻¹

Tabulka 4.2: Základní vlastnosti karbidu wolframu [17]

napětí viskoelastického materiálu. První potřebnou změnou je zavedení smykového relaxačního modulu $G(t)$. V tomto případě jde o převod mezi moduly podobně jako u elastické deformace, zapsané ve vztahu 3.6. Kapitola o teorii viskoelasticity popisuje reologický popis ve smyslu normálových napětí a objemové viskozity. Ačkoliv je častější variantou odvození ve smyslu smykového napětí a Newtonovy viskozity, tento přístup jsem zvolil kvůli pro mě intuitivnějšímu popisu reologické pružiny a tlumiče.

Podle [13] je smykový relaxační modul pružnosti vyjádřený ve tvaru Pronyho řady 4.1. V tomto zápisu se objevují mírně odlišná označení, než bylo v předchozích kapitolách zmíněno. G_∞ je smykový modul pružnosti v čase $t = \infty$, tedy po úplné relaxaci napětí. G_i jsou smykové moduly pružnosti jednotlivých Maxwellových ramen, τ_i^G příslušný relaxační čas a n_G jejich celkový počet. Značení s horním indexem G je nutné z toho důvodu, že viskoelastické napětí se skládá z deviatorické a objemové složky napětí. Tensor Cauchyho napětí při malém přetvoření popisuje vzorec 4.2. V něm je zavedené deviatorické přetvoření $\boldsymbol{\varepsilon}_d$ objemová část přetvoření ε_o a I je jednotková matice.

$$G(t) = G_\infty + \sum_{i=1}^{n_G} G_i e^{-\frac{t}{\tau_i^G}} \quad (4.1)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \int_0^t 2G(t-t') \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}_d}{dt'} dt' + I \int_0^t E_o(t-t') \frac{d\varepsilon_o}{dt'} dt' \quad (4.2)$$

Jak uvádí Madapusi [1], ve skle nedochází k relaxaci objemového napětí, jeho vliv tak bude čistě elastický a dále lze uvádět jen v podobě $E_o \varepsilon_o$. Pro zadání materiálových vlastností zavádí Ansys pojem relativní modul α_i 4.3, ve kterém vystupuje okamžitý modul pružnosti ve smyku G_0 4.4.

$$\alpha_i = \frac{G_i}{G_0} \quad (4.3)$$

$$G_0 = G_\infty + \sum_{i=1}^n G_i \quad (4.4)$$

Relativní modul do výpočtu vstupuje jako váhový parametr jednotlivých Maxwellových ramen. S jeho pomocí lze vyjádřit vztah 4.1 do konečného tvaru 4.5.

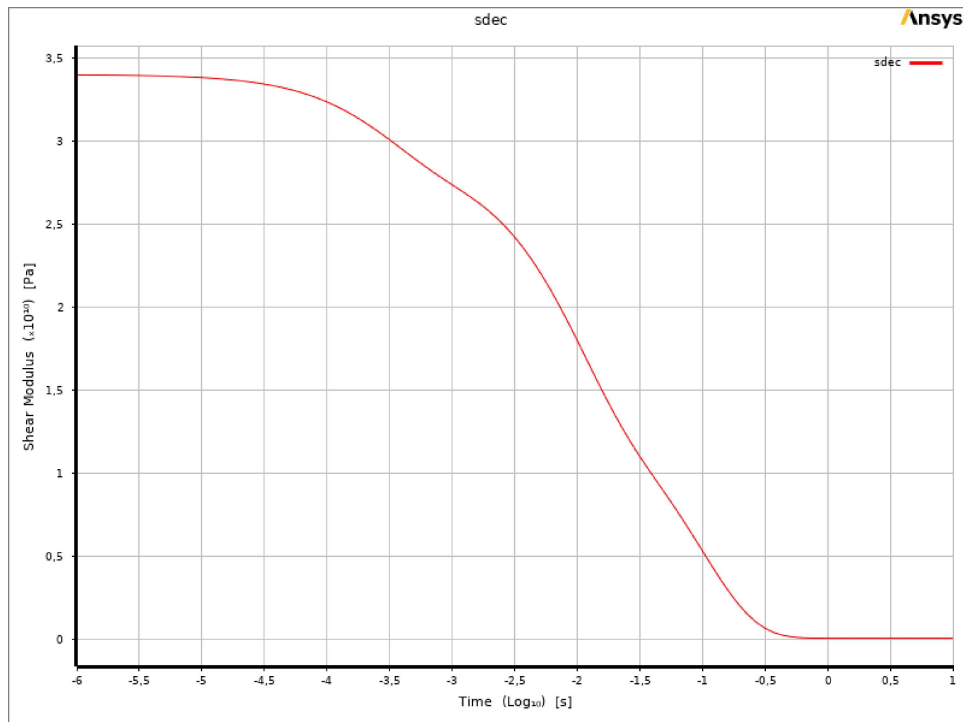
$$G(t) = G_0 \left[\alpha_\infty + \sum_{i=1}^n \alpha_i e^{-\frac{t}{\tau_i^G}} \right] \quad (4.5)$$

Pro správné zadání parametrů Pronyho řady je tedy nutné znát hodnoty G_i a G_∞ při referenční teplotě a příslušné relaxační časy. Tyto parametry slouží ke konstrukci křivky, která svým tvarem co nejlépe odpovídá průběhu relaxace napětí, a jejich znalost je zcela zásadní pro správný výsledek výpočtu. Slibná data uvádí např. Jain v práci [18], a jsou uvedena v tabulce 4.3. Referenční teplotou je 600°C, což je při teplotě skelného přechodu 557°C relativně nízká teplota. Proto jsou tyto časy v poměru s hodnotami uváděnými v dalších pracích vysoké.

Relaxační čas τ^G (s)	Váhový parametr α_i
0,0997	0,422
0,0094	0,423
0,0003	0,154

Tabulka 4.3: Parametry Pronyho řady relaxace napětí pro sklo N-BK7

Tyto dosazením těchto hodnot do rovnice 4.5 vzniká křivka relaxace napětí dle obr. 4.1. Horizontální osa tohoto grafu je logaritmický čas, vertikální osa je modul pružnosti ve smyku.



Obrázek 4.1: Křivka relaxace napětí vytvořená Pronyho řadou

4.2 Strukturální analýza

V obecné rovině řeší transientní strukturální analýza diferenciální rovnici druhého řádu ve tvaru 4.6, kde je \mathbf{M} tenzor hmoty, $\{u\}$ je polohový uzlový vektor - $\{\dot{u}\}$ a $\{\ddot{u}\}$ jsou tedy vektory rychlosti a zrychlení uzlů výpočetní sítě. \mathbf{C}_s je matice mechanického tlumení a \mathbf{K} je matice tuhosti. $\{F_a\}$ je vektor reprezentující silové zatížení ve smyslu působení sousedících elementů výpočetní sítě.

$$\mathbf{M}\{\ddot{u}\} + \mathbf{C}_s\{\dot{u}\} + \mathbf{K}\{u\} = \{F_a\} \quad (4.6)$$

Řešení této rovnice je řešené numerickými metodami nad rámec této práce, proto se jim dále nebudu věnovat. Stojí ale za zmínku, že podklady Ansys [13] uvádějí poměrně detailně kritéria pro stabilitu simulace a popisuje jeho průběh. Důležitější než tento obecný popis jsou rovnice popisující závislost deformace a napětí. V předchozí kapitole je uvedený vztah 4.2, který popisuje cauchyho napětí při malých deformacích. V případě lisování ale jde o situaci, ve které toto zjednodušení nelze použít. Kvůli započítání vlivu rotace je výsledný tenzor napětí obecně popsán vztahem 4.7. V něm nově vystupuje \mathbf{R} jako rotační matice, p jako tlak ($p = -\sigma_{hyd}$) a Σ je deviatorická složka vycházející z prvního členu rovnice 4.2. Jeho definice je uvedená vzorcem 4.8 a nově obsahuje \mathbf{d} , což je deviatorická část tenzoru rychlosti deformace \mathbf{D} .

$$\mathbf{R}^T \boldsymbol{\sigma} \mathbf{R} = \Sigma + p\mathbf{I} \quad (4.7)$$

$$\Sigma = 2 \int_0^t \left[G_\infty + \sum_{i=1}^n G_i e^{-\frac{t-t'}{\tau_i^G}} \right] \mathbf{R}^T \mathbf{dR} dt' \quad (4.8)$$

Další výpočet rovnice 4.8 dle podkladů Ansys [13] vede na výpočet deviatorického Cauchyho napětí, přesný popis tohoto postupu ale v rámci této práce není nutný.

Důležitější roli hraje výpočet teplotní roztažnosti. Jednorozměrný příklad je všeobecně známým vztahem 4.9, který popisuje změnu původní délky L_0 při změně teploty $\Delta T = T - T_0$.

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T \quad (4.9)$$

Matematická definice koeficientu teplotní roztažnosti α je daná vztahem 4.10.

$$\alpha = \frac{1}{L_0} \frac{dL}{dT} \quad (4.10)$$

Z těchto rovnic a zavedením logaritmického přetvoření je v [13] odvozené teplotní přetvoření ε^{th} v diferenciálním tvaru.

$$d\varepsilon^{th} = \alpha dT \quad (4.11)$$

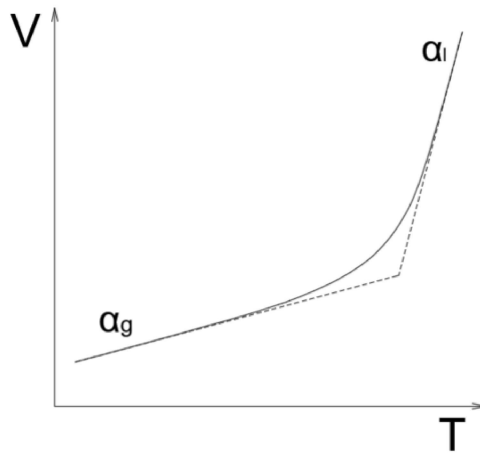
Z něj lze integrací a zavedením podmínky $\varepsilon_0^{th} = 0$ odvodit vztah 4.12.

$$\varepsilon^{th} = \alpha \Delta T \quad (4.12)$$

V tuto chvíli jde o logaritmické přetvoření, které lze pro velmi malé hodnoty $\alpha\Delta T$ aproximovat klasickým inženýrským přetvořením ε_e podle vztahu 3.1. Do velikosti teplotního přetvoření zasahuje navíc míra relaxace struktury. Podobně jako ve vztahu 3.54 do tohoto vztahu vstupují hodnoty teplotní roztažnosti v pevném a kapalném stavu α_g a α_l . Inkrement přetvoření pro každý teplotní krok ΔT je definovaný vztahem 4.13. Celkové teplotní přetvoření je dané součtem všech těchto inkrementů.

$$\Delta\varepsilon^{th}(T) = \alpha_g(T)\Delta T + [\alpha_l(T_f) - \alpha_g(T_f)] \Delta T_f \quad (4.13)$$

Ansys aproximuje závislost koeficientů α_g a α_l na teplotě pomocí mocninné funkce čtvrtého řádu. Jedním ze zjednodušení je zanedbání této závislosti z důvodu nedostatků naměřených dat, a obě hodnoty teplotní roztažnosti považujeme za konstantní. Při dosazení objemu za libovolnou vlastnost dle obr. 3.9 je v tomto případě sklon křivky tuhnutí v tuhé i tekuté oblasti téměř konstantní.



Obrázek 4.2: Schéma závislosti objemu na teplotě

Platí totiž přibližný vztah délkové a objemové teplotní roztažnosti 4.14. Zároveň lze analogicky zavést koeficient objemové teplotní roztažnosti 4.15.

$$\alpha_V \cong 3\alpha \quad (4.14)$$

$$\alpha_V = \frac{1}{V_0} \frac{dV}{dT} \quad (4.15)$$

Z dosavadních poznatků tedy víme, že konstantní hodnoty teplotních roztažností v tuhé a kapalně fázi jsou dostatečně přesné. Tyto hodnoty jsou uvedené v tabulce 4.5. V tabulce 4.4 jsou uvedené váhové parametry a příslušné relaxační časy při referenční teplotě 542°C převzaté z práce [19]. Hodnoty normalizované aktivační energie a poměru fiktivní teploty jsou získané z práce [20] a jsou uvedené v tabulce 4.5.

Strukturální relaxační čas (s)	Váhový parametr w_i
60,1	0,20209
515,1	0,12191
2110	0,30939
7985	0,3666

Tabulka 4.4: Strukturální relaxační časy a jejich váhy

Normalizovaná aktivační energie E_a/R	71802 K
Parametr poměru fiktivní teploty x	0,695
Koeficient tep. roztažnosti α_l	$1,68 \cdot 10^{-5} K^{-1}$
Koeficient tep. roztažnosti α_g	$5,6 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

Tabulka 4.5: Parametry TNM modelu použité u skla

4.3 Teplotní analýza

Transientní teplotní analýza řeší obecnou diferenciální rovnici nestacionárního tepelného toku ve tvaru 4.16, ve které je \mathbf{C} matice měrné tepelné kapacity, $\boldsymbol{\lambda}$ je matice tepelné vodivosti a $\{\dot{Q}\}$ je vektor tepelného toku. $\{T\}$ je uzlový vektor teploty obsahující informace o teplotě v jednotlivých uzlech $\{\dot{T}\}$ je jeho derivace podle času.

$$\mathbf{C}\{\dot{T}\} + \boldsymbol{\lambda}\{T\} = \{\dot{Q}\} \quad (4.16)$$

Tato rovnice je řešená numericky pomocí Newtonovy-Rhapsonovy metody, a konkrétní numerické řešení je opět svojí složitostí nad rámec této práce. Konkrétnější tvar rovnice tepelného toku v kontrolním objemu udává Ansys ve tvaru 4.17. ρ je zde hustota, c měrná tepelná kapacita, $\{v\}$ je vektor rychlosti v případě konvektivního toku tepla a \dot{q}_V je objemový zdroj tepla. Vektor tepelného toku je možné vyjádřit pomocí Fourierova zákona do tvaru 4.18

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \{v\} \nabla T \right) + \text{div}\{\dot{q}\} = \dot{q}_V \quad (4.17)$$

$$\{\dot{q}\} = -\boldsymbol{\lambda} \nabla^2 T \quad (4.18)$$

Okrajovou podmínkou je teplota na stěnách forem definovaná pro každý časový krok. Chlazení probíhá pomocí proudění plynu o konstantní teplotě, a rychlost chlazení se ovládá pomocí průtočného množství. V simulaci ovšem předpokládám nastavení průtoku chladícího plynu přesně odpovídající nastavené teplotě stěn a simulaci tak zjednodušuji o přestup tepla.

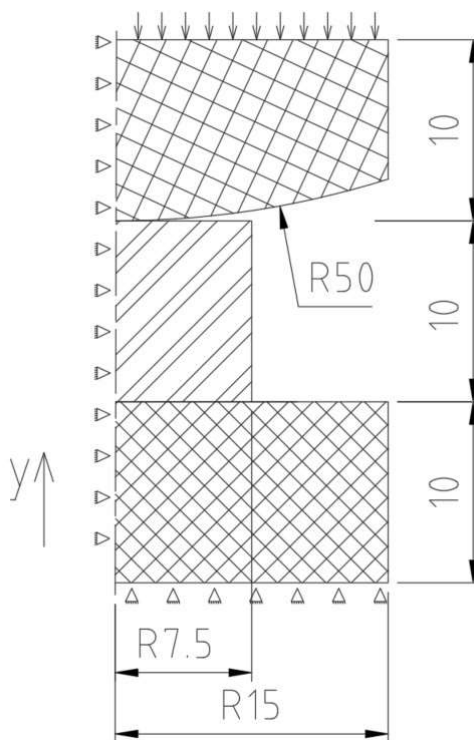
4.4 Nastavení simulace

Při nastavování simulace jsem postupoval od jednoduššího případu ke složitějšímu. V první řadě jsem testoval samotné funkce softwaru, zjišťoval možná nastavení

a jejich limity. Ansys u mnoha nastavení poskytuje možnost ponechat nastavení ve stavu Program Controlled. Ve většině případů jde o výchozí nastavení, které se časem ukázalo jako nejuniverzálnější. Toho jsem využil v mnoha případech, z nichž nejdůležitější jsou konvergenční pravidla a matematické modely použité pro numerická řešení.

4.4.1 Zadaná geometrie

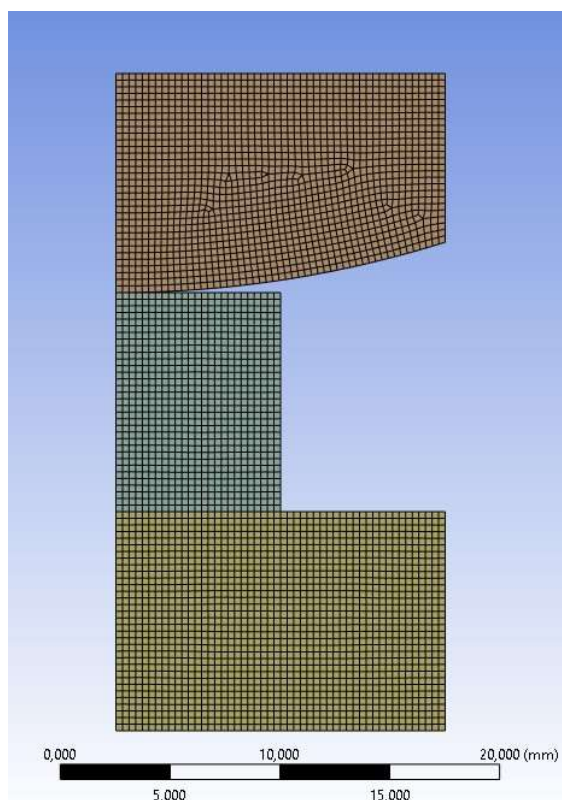
Geometrie experimentu a simulace je zadaná dle obr. 4.3. Obě formy mají středovou výšku 10 mm a průměr 30 mm. Mezi nimi je vložený skleněný polotovar - válec o průměru 15 mm a výšce taktéž 10 mm. Horní forma má lisovací stěnu ve tvaru sféry o poloměru 50 mm. Spodní forma je nehybná a posuv horní formy je z záporném směru osy y o 3 mm. Na obr. 4.3 jsou současně schématicky zobrazené vazby a směr posuvu, které jsou popsány dále v textu.



Obrázek 4.3: Geometrie zadaného experimentu

4.4.2 Výpočetní síť a časový krok

V první řadě je potřeba nastavit osově symetrický typ simulace, aby došlo ke správnému nastavení tvarové funkce sítě. Následně jsem pro sklo i obě části formy zvolil kvadratickou síť o velikosti elementu 0,3 mm. Ansys u sítě umožňuje nastavení preferovaného typu simulace, což je v tomto případě nelineární mechanika. Ve vrchní formě je znatelná deformace elementů vlivem křivosti lisovací plochy. Automatická



Obrázek 4.4: Zobrazení sítě

kontrola sítě v tomto případě proběhla, a všechny aspekty sítě jsou v pořádku. Celkový počet uzlů je 12539 a počet elementů 4032. Z toho ve skle je 2592 uzlů a 825 elementů mřížky. Časový krok výpočtu není zadaný konstantní hodnotou. Ansys umožňuje zadání počáteční hodnoty časového kroku, a jeho minimální a maximální hodnotu. Každý krok výpočtu zahájí s počáteční hodnotou a podle míry konvergence časový krok mění. V případě výrazného plnění konvergenčních kritérií se krok zvětšuje, naopak v případě nekonvergence při počátečním kroku zkouší krok zmenšovat. Ve výpočtu je počáteční časový krok nastavený na 0,01 sekundy, minimální 0,005 sekundy a maximální 0,1 sekundy.

4.4.3 Vazby a počáteční podmínky

Osově symetrická simulace dovoluje tělesům pohyb ve směru osy rotace y a v radiální ose x . Zjednodušení problému na rovinný problém s osovou symetrií z principu nedovoluje pohyb v ose kolmé na rovinu simulace, proto je potřeba zabránit pouze pohybu ve dvou směrech a jedné rotaci. Toho lze docílit pomocí dvou vazeb, kdy jedna zabraňuje radiálnímu posuvu v ose sestavy a druhá je na spodní straně dolní části formy a zabraňuje pohybu ve směru dolů. Schéma vazeb je zobrazeno na obr.4.3, přičemž vazby jsou zobrazené jako trojúhelníky. Jako vazba se v podstatě chová i posuv na horní formě, zobrazený šipkami. Bez něj není zachycený pohyb ve směru nahoru. Teplotní počáteční podmínkou je pouze teplota 610 °C v celém objemu

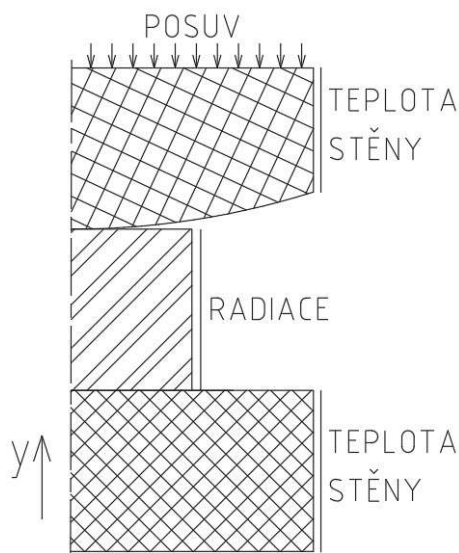
všech těles. Polohy spodní formy a skla jsou dané geometrií, u horní formy je daná kontaktem v jejich ose.

4.4.4 Kontakty

Vzhledem k tomu, že jedním z výsledků je tvar kontaktní plochy po lisování, je potřeba zajistit minimální penetraci skla a forem. Kromě toho se během lisování sklo vlivem stlačování rozpíná, elementy skla se tedy po elementech forem posouvají. Proto jsem zvolil kontakt Frictional, tedy kontakt se třením. Hodnotu koeficientu tření jsem zvolil 0,2. Experimentálně změřenou hodnotu se mi nepodařilo dohledat, proto jsem zvolil kompromis různých předpokládaných hodnot a poznatků různých autorů. Zásadní je použití formulace kontaktu Normal Lagrange. Jde o typ kontaktu, který se v podstatě chová jako okrajová podmínka - v oblasti kontaktu je deformace rovna nule. Nevýhodou je vysoká výpočetní náročnost. Méně náročnou variantou by byla formulace Pure penalty, která v místě kontaktu vytváří imaginární pružiny se stanovenou tuhostí. Při vzniku penetrace tyto pružiny tlačí tělesa zpět na svojí stranu kontaktu. Nižší výpočetní náročnost je ale v tomto případě vykoupená zaručenou penetrací a tím pádem nepřesnými výsledky. Při nastavení extrémních tuhostí pružin se tato chyba může výrazně zmenšit, poté ale hrozí problémy s konvergencí. Zkušenější uživatelé by tak možná dokázali tento kontakt nastavit tak, aby odpovídal požadavkům. Je ale otázkou, jak výrazně by tato možnost snížila délku výpočtu.

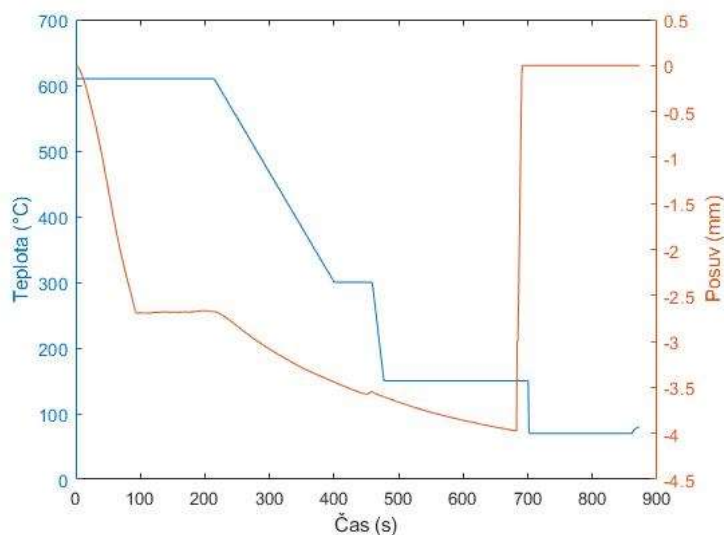
4.4.5 Zatížení

Mechanické zatížení je provedeno pomocí posuvu vrchní části formy. To je sice v rozporu s dřívějším tvrzením o řízení posuvu pomocí aplikované síly, nicméně z experimentu je posuv známý a jak bylo zmíněno, slouží jako vazba. Řízení posuvu je provedené tabulkou, ve které jsou definované zatěžovací kroky. Ty jsou ohraničené počátečním a koncovým časem. Hodnota zatížení se zadává v čase $t = 0$ a poté na konci každého kroku. Mezi těmito hodnotami program vytváří lineární průběh. Na obr. 4.5 jsou zobrazená jednotlivá zatížení, na příslušných plochách kde působí. Teplotou stěny se míní řízení chlazení této stěny v důsledku průtoku dusíku. Toto zatížení je v čase proměnné, a je zadané experimentem. Chlazení skla radiací je zadané pouze pomocí emisivity skla a okolní teplotou. Emisivita je pro malou dostupnost údajů pro konkrétní sklo a teploty zvolená na hodnotu 0,9 a okolní teplota je totožná s teplotou na formách.



Obrázek 4.5: Schéma zatížení

Průběhy teploty a posuvu jsou druhou částí podkladů, a pro všechna měření jsou v podstatě stejné. Zajímavostí je v tomto případě průběh teploty, kdy bylo zmíněné pořadí pomalého a rychlého chlazení. V případě těchto experimentů je druhá fáze chlazení pomalejší. To je možné vysvětlit snahou o zlevnění procesu. Pokud není třeba proces lisování urychlovat, je rychlost chlazení výrazně pod teplotou skelného přechodu z pohledu struktury skla nepodstatná - struktura se pod teplotou skelného přechodu nemění.



Obrázek 4.6: Průběh teploty a posuvu dle experimentů

5 Porovnání výsledků simulace s výsledky experimentů

Výsledky a nastavení zatížení simulace poskytla firma Asphericon s.r.o. Měření bylo provedeno na zařízení XONOX VT1200 PS S pomocí fizeau interferometru s helium-neonovým laserem na vlnové délce 632,8 nm. Pro porovnání výsledků jsou vybrány tři výlisky, u kterých se měřila odchylka lisovaného povrchu od požadovaného tvaru. Tím je vrchlík koule s poloměrem 50 mm. Výsledky měření jsou data ve formátu .xyz, ze kterých jsou vybrány dva na sebe kolmé řezy vedené osou výlisku. Kvůli rotační symetrii simulace jsou tyto řezy rozdělené v ose na dvě poloviny. Tím vznikají čtyři průběhy odchylky určené úhlem 0, 90°, 180° a 270°. Jak je vidět na grafech níže, takto je z třírozměrných dat možné získat grafy které lze porovnávat s výsledky simulace. Přestože jdou měřená i spočtená data bodová, pro zobrazení jsem z důvodu jednoduššího grafického porovnání zvolil vykreslení pomocí křivek získaných lineární interpolací vedlejších bodů. Pro přímé porovnání odchylek jsem ze simulace exportoval pozice uzlů lisované plochy. Ty je možné proložit kružnicí o poloměru 50 mm v programu Matlab jednoduchým optimalizačním kódem, který hledá středový bod této kružnice. Následně je vypočten rozdíl kružnice a lisované plochy ve směru osy y.

```
%X0,Y0 souřadnice bodů po deformaci
radius = 50;

kruh = @(c) sum((sqrt((X0-c(1)).^2 + (Y0-c(2)).^2) - radius).^2);

odhad_c = [0 47];
center = fminsearch(kruh, odhad_c);
kruznice=-sqrt(radius^2 - (X0-center(1)).^2) + center(2);

odchylka=kruznice - Y0 ;
```

Při zpracování dat je potřeba chápat získané souřadnice jako osově symetrické. Vlivem odchylky nelze pro vytvoření referenční kružnice použít pouze poloviční průřez, taková kružnice by nikdy nesesedla s opačnou stranou. Proto jsem referenční kružnici získal pomocí plného průřezu zrcadlením bodů přes osu symetrie, a až následně porovnával data v polovičním zobrazení. Ačkoliv je možné porovnávat celý průřez, takové zobrazení by nebylo praktické. Vykreslením odchylek polovičních průřezů do jednoho grafu s radiální osou x od nuly do maximálního poloměru je

možné porovnat všechny čtyři směry naměřených dat s jedním rotačně symetrickým směrem ze simulace. Naměřená data jsem upravil pouze tak, že jsem musel poměrově určit vzdálenost bodu od středu. Protože neznám přesnou hodnotu průměru stlačeného elementu, normalizoval jsem tyto hodnoty na průměr ze simulace - přibližně 16,2 mm. Není důvod předpokládat, že je radiální deformace výpočtu a experimentu zásadně odlišná. Pro dosažení lepší představy o vlivu vybraných parametrů jsem provedl simulaci třikrát, změny jsou popsány v tabulce 5.1. Přesné podklady jsou uvedené v dalších kapitolách.

První výpočet	Druhý výpočet	Třetí výpočet
Nastavení dle výše zmíněných parametrů	Parametry TNM modelu podle Su Lijuana [21]	Nastavení TNM modelu je totožné s prvním výpočtem, strukturální relaxační časy jsou dvakrát delší

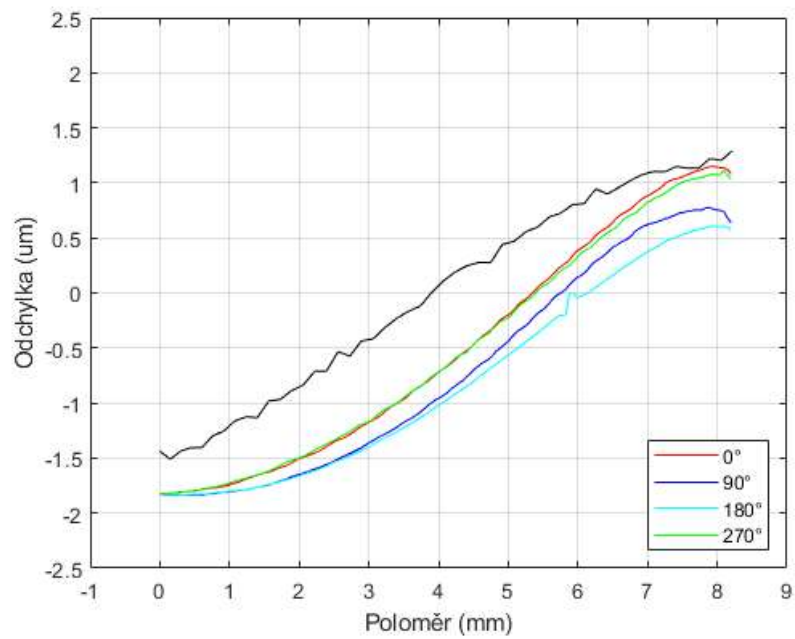
Tabulka 5.1: Shrnutí změn ve výpočtech

5.1 První výpočet

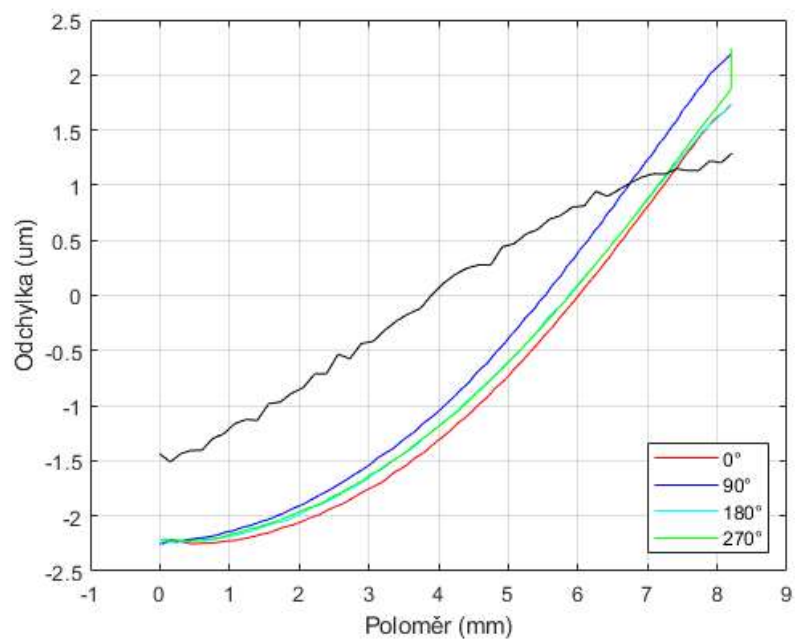
První výsledky jsou získané ze simulace s výše zadanými parametry. Samotné srovnání je potřeba provést na výsledném profilu lisované plochy. Dalším důležitým faktorem je zbytkové napětí na konci procesu a také samotný průběh lisování, který musí být fyzikálně a technologicky reálný.

5.1.1 Porovnání profilů

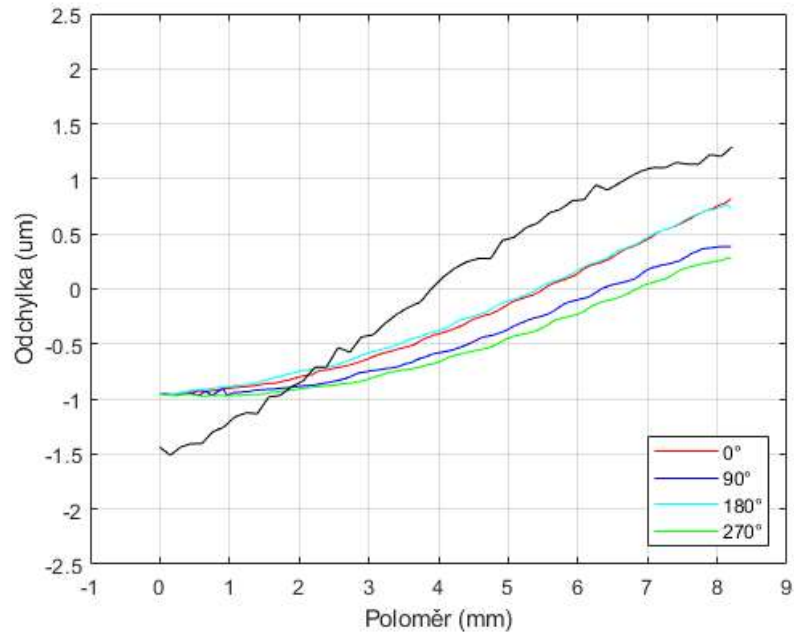
V tomto případě je na výsledném profilu poměrně dobrá shoda s experimentem jak z pohledu velikosti odchylky, tak její závislosti na vzdálenosti od osy. Je zřejmý trend zvyšování odchylky spolu s poloměrem, přičemž v bodě $r=0$ je naměřená odchylka přibližně -1,8 mikrometru a na obvodě se pohybuje přibližně mezi 0,6 a 1,1 mikrometru. Z naměřených hodnot je evidentní, že vylisovaný element není osově symetrický, proto je vypočtený průřez některým křivkám podobnější než jiným. Jak je vidět na obr. 5.1 a 5.2, u těchto vzorků je rozdíl naměřených a spočtených hodnot přibližně stejný. V posledním případě je podobnost průřezů nejmenší, zejména ve smyslu vývoje odchylky s poloměrem. V tomto případě je sklon vypočtených hodnot větší než skutečný, což u předchozích vzorků neplatilo. V tomto případě je složité hledat důvod tohoto rozdílu. Možností je například mírný rozdíl lisovacího procesu nebo drobné odchylky ve vlastnostech skla vlivem různé šarže, nicméně zjištění skutečného důvodu by vyžadovalo komplexnější analýzu konkrétního experimentu.



Obrázek 5.1: Porovnání profilů prvního vzorku



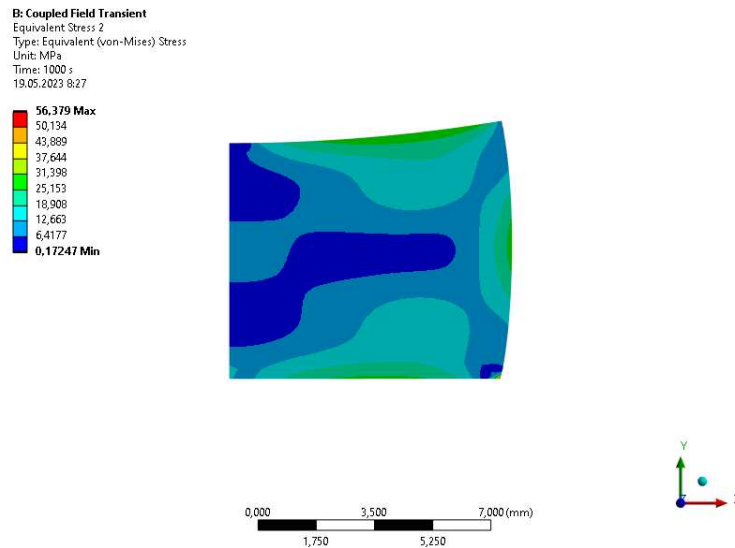
Obrázek 5.2: Porovnání profilů druhého vzorku



Obrázek 5.3: Porovnání profilů třetího vzorku

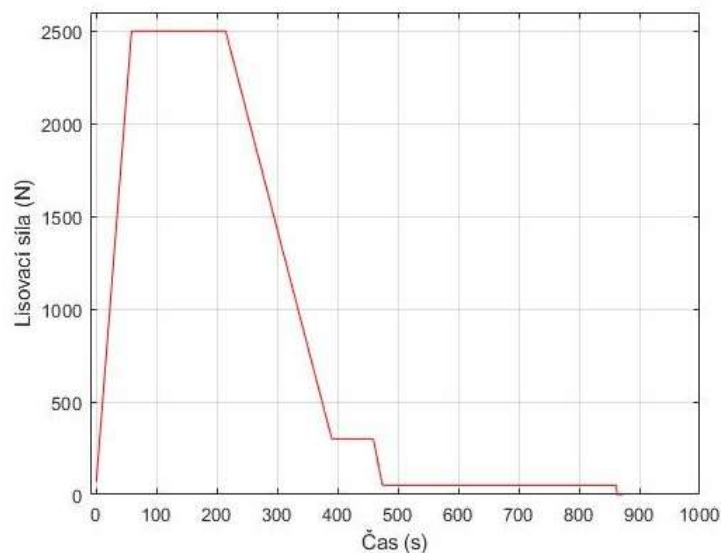
5.1.2 Porovnání procesu a napětí

Poměrně dobré výsledky odchylek jsou minimálně částečně znehodnoceny výsledky napětí jak zbytkových po lisování tak v průběhu procesu. Zbytkové napětí zobrazené jako ekvivalentní je možné vidět na obr. 5.4. Maximální hodnota legendy je v tomto případě nereálná, a vzniká na pravé spodní hraně výlisku vlivem hromadění napětí na ostré hraně. Ve skutečnosti je na této hraně zaoblení, které jsem do simulace nezahrnul pro lepší vytvoření sítě. Reálné hodnoty napětí s maximem 31 MPa jsou i tak vyšší, než by měly být. Bohužel nejsou z experimentu přesně známá napětí ve skutečných elementech, a proto není možné provést přímé porovnání.

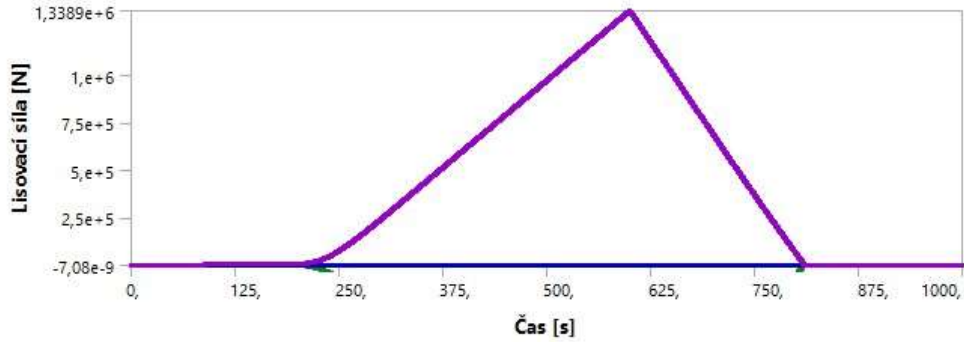


Obrázek 5.4: Zbytkové ekvivalentní napětí po vylisování

Zásadnějším problémem prvního výpočtu je nereálný průběh během dolisování pod teplotou skelného přechodu. Pro popsání problému je v první řadě vhodné zobrazit průběh lisovací síly experimentu - obr. 5.5. Tato síla vůbec neodpovídá lisovací síle, kterou jsem získal jako reakční sílu odpovídající posuvu. Její průběh je zobrazený na obr. 5.6. V první části lisování, kdy je sklo nad teplotou skelného přechodu je tato síla malá, řádově odpovídající té naměřené. V této fázi probíhá primární stlačení přibližně o 2,7 milimetru. V čase $t=170$ začíná dolisování končící v čase $t=600$, ve kterém je celkový posuv 4 milimetry.

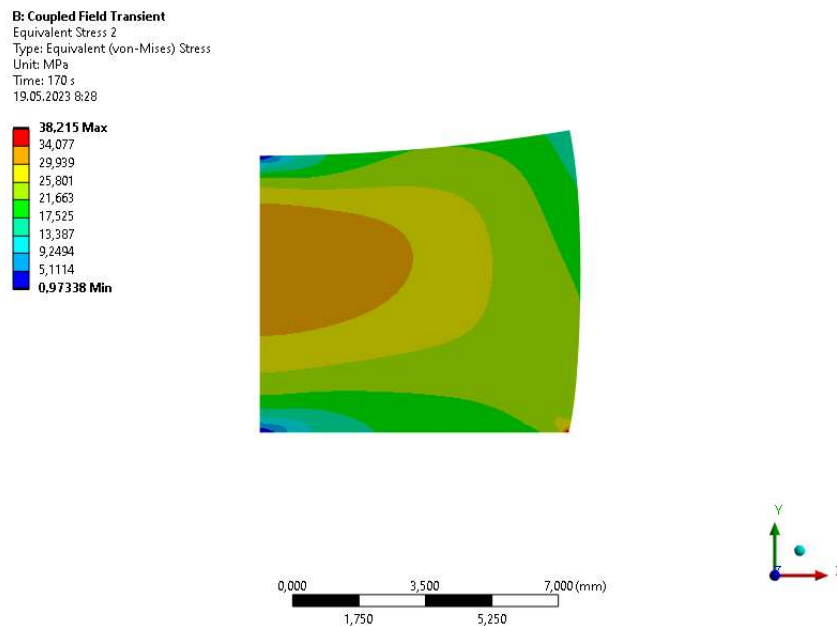


Obrázek 5.5: Průběh lisovací síly během experimentu



Obrázek 5.6: Průběh reakční síly simulace

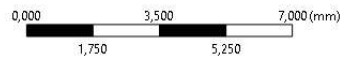
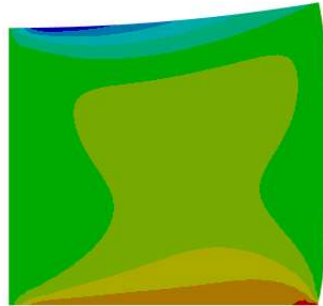
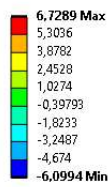
Během dolisování je zřejmá lineární závislost deformace a reakční síly. Jednoduchým výpočtem lze z posuvu a reakční síly ověřit, že během dolisování je modul pružnosti přibližně stejný, jako je jeho hodnota při pokojové teplotě. Takto zadané relaxační časy TNM modelu evidentně nesouhlasí s experimentem v tom smyslu, že neodráží skutečný vývoj struktury v širším časovém intervalu. Pro úplnost je na obr. 5.7 zobrazené ekvivalentní napětí po primárním lisování.



Obrázek 5.7: Ekvivalentní napětí po primárním lisování

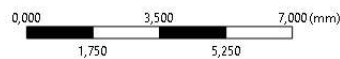
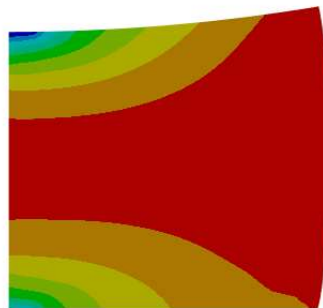
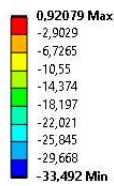
Již v tomto bodě není ekvivalentní napětí dostatečně nízké. V tomto bodě by mělo veškeré smykové napětí relaxovat k nule. Normálová a smyková složka napětí jsou zobrazené na obr. 5.9 a 5.8. Vysoké smykové napětí v oblasti kontaktu s formou může naznačovat příliš vysoký třecí koeficient.

B: Coupled Field Transient
 Shear Stress
 Type: Shear Stress(XY Component)
 Unit: MPa
 Global Coordinate System
 Time: 170 s
 19.05.2023 8:29



Obrázek 5.8: Smykové napětí po primárním lisování

B: Coupled Field Transient
 Normal Stress
 Type: Normal Stress(X Axis)
 Unit: MPa
 Global Coordinate System
 Time: 170 s
 19.05.2023 8:30



Obrázek 5.9: Normálové napětí ve směru osy po primárním lisování

5.1.3 Hodnocení výsledku

Ačkoliv tento výpočet vede k dobrým výsledkům ve smyslu tvaru lisované plochy, je otázkou jeho opakovatelnost a možnost aplikace při změně lisovacích podmínek. Rozhodně by neměl být používán na předpověď zbytkového napětí. Z výše

zmíněných poznatků je zřejmé, že takto nastavená simulace obecně vede k vyššímu napětí v čočce. Příčinou by mohla být velikost strukturálních relaxačních časů, resp. jejich poměr k nízkým relaxačním časům napětí. Na jejich velikosti se autoři měření neshodnou, použité hodnoty uvedené v tabulce 4.5 jsou mnohonásobně vyšší, než hodnoty použité Madapusim v práci [1] nebo skupinou autorů práce [21]. Výsledky odchylky lisované plochy je pro praktické využití nutné vylepšit tak, aby lépe odpovídaly skutečnému výlisku. Je pravděpodobné, že k takovému zlepšení povede cesta právě přes úpravu parametrů strukturální relaxace. Vzhledem k tomu, že většina deformace proběhne během primárního lisování a dolisování je z největší části plně elastický a tedy vratný děj, je možné tento výsledek považovat za slibný. Ačkoliv je v dalším kroku popsána simulace se zcela odlišnými relaxačními časy, i tato varianta by stála za citlivostní analýzu jednotlivých vstupních parametrů, která by mohla odhalit veličinu s největším vlivem na rozdíl naměřené a vypočítané odchylky.

5.2 Druhý výpočet

Pro druhý výpočet jsem změnil parametry TNM modelu. Použil jsem data z práce Su Lijuan [21], uvedená v tabulce 5.2. Jejich referenční teplota 685°C , a oproti předchozímu výpočtu je uvedený pouze jeden relaxační čas. Data pro relaxaci napětí jsem použil stejná jako v prvním případě, to samé platí o koeficientech teplotní roztažnosti.

Normalizovaná aktivační energie E_a/R	47750°C
Parametr poměru fiktivní teploty x	0,45
Váhový parametr w_i	1
Relaxační čas τ^S	0,0018 s

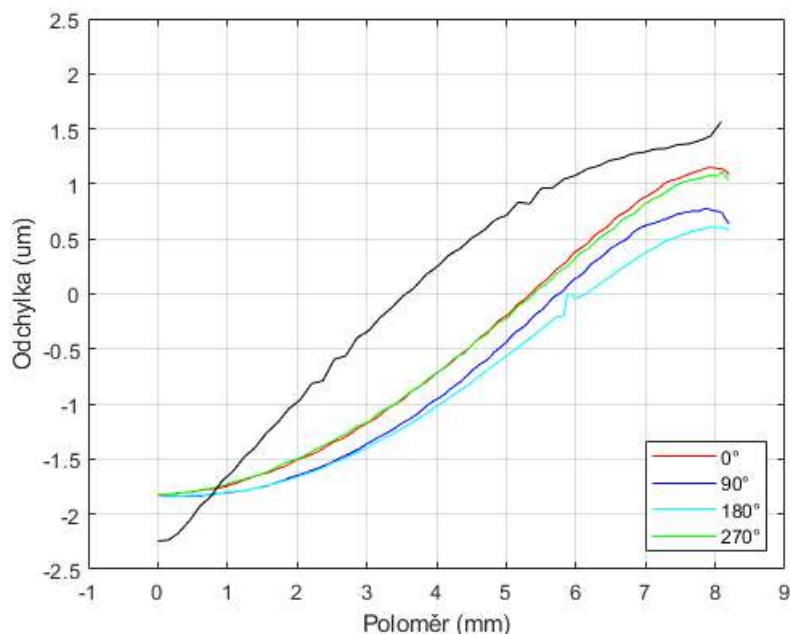
Tabulka 5.2: Parametry TNM modelu použité v druhém výpočtu

Tyto údaje se zásadně liší od původních hodnot, nicméně to se dá vysvětlit výrazným rozdílem v referenčních teplotách. Původní data jsou měřena mírně pod teplotou skelného přechodu, což vysvětluje vysokou aktivační energii viskózního toku i dlouhé relaxační časy. Nové hodnoty jsou naopak nad lisovací teplotou experimentu. Nelze je tak bez kontextu porovnávat.

5.2.1 Porovnání profilů

V tomto výpočtu se bohužel při odsunutí formy po dolisování sklo přichytilo k formě. Tento děj je pravděpodobně následkem horizontálních sil, které vznikají vlivem teplotní roztažnosti. Vlivem poměrně hrubé sítě na zakřivené ploše jsou tyto síly dostatečně velké, aby udržely sklo na horní formě. Tomuto problému nezabránilo ani zapnutí gravitačního zrychlení. Řešením by mohla být jemnější výpočetní síť, případně dodatečná síla ve směru gravitace, která neovlivní výsledky výpočtu, ale zamezí pohybu skla nahoru. Toto přichycení s největší pravděpodobností

znehodnocuje výsledný profil skla, který je ovlivněný přiléhající formou. Toto se neprojeví na velikosti odchylky, ale na tvaru jejího trendu. Kvantitativně je velikost odchylky velmi podobná předchozímu výpočtu i experimentu. V tomto případě uvádím pouze porovnání s prvním měřením na obr.5.12.



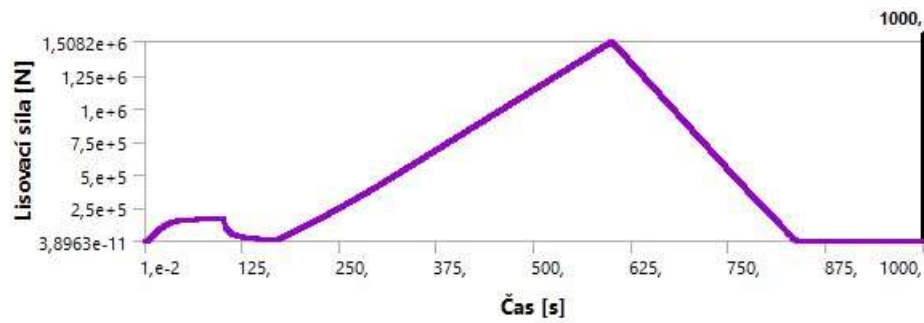
Obrázek 5.10: Porovnání profilů druhé simulace s prvním experimentem

5.2.2 Porovnání procesu a napětí

Již ze samotného průběhu lisovací síly je možné usoudit, že nově zvolená data odpovídají realitě méně než původní. Během primárního stlačení se zvyšuje napětí na výrazně větší hodnotu kolem 25 kN, což je přibližně 10x větší hodnota než v experimentu. Podle průběhu síly v této fázi je zřejmé, že relaxace napětí ani nestíhá proběhnout. Takto nastavený model evidentně urychluje tuhnutí skloviny a zvyšuje viskozitu skla mnohem rychleji, než ve skutečnosti probíhá. Ve fázi dolisování je zřejmý stejný trend elastické deformace, velikost síly při maximálním stlačení je ale větší než v prvním výpočtu. Z toho se dá usoudit, že nastavení TNM modelu má určitý vliv i na vývoj modulu pružnosti při teplotě výrazně pod teplotou skelného přechodu. Zmíněná různorodost referenčních teplot a složitost relaxace struktury znesnadňují určení optimálních hodnot tak, aby simulace odpovídala experimentu.

5.3 Třetí výpočet

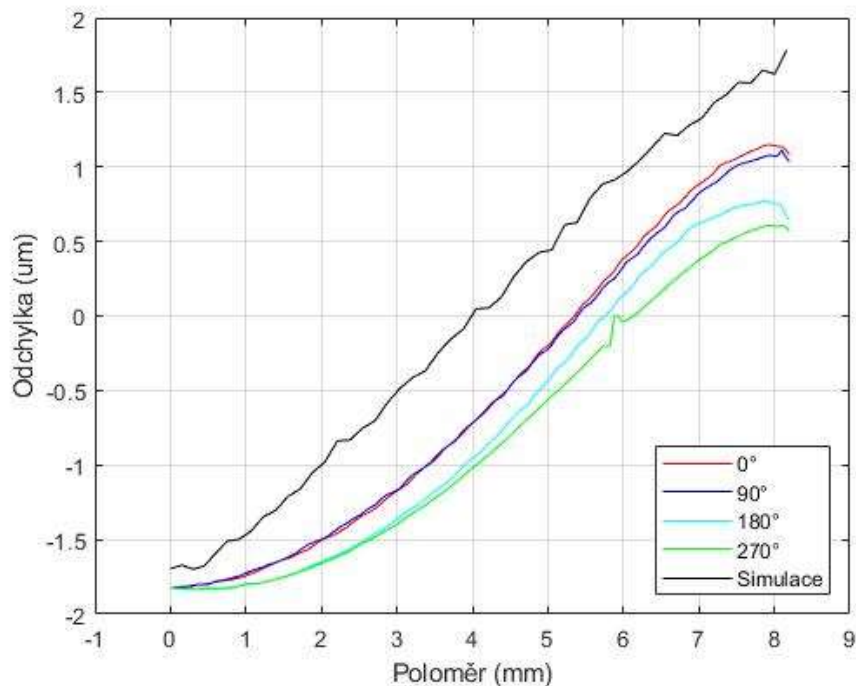
Vzhledem k tomu že v druhém kroku došlo podle výsledků ke zrychlení strukturální relaxace, logickým krokem je vyzkoušet reakci simulace na její prodloužení. Použil jsem původní nastavení simulace s dvojnásobnými relaxačními časy.



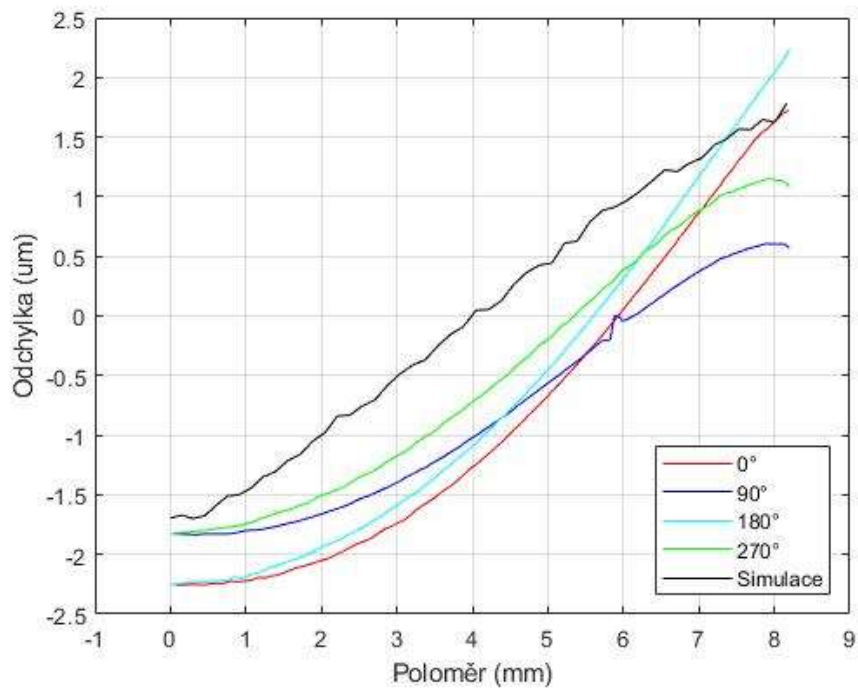
Obrázek 5.11: Průběh reakční síly druhého výpočtu

5.3.1 Porovnání profilů

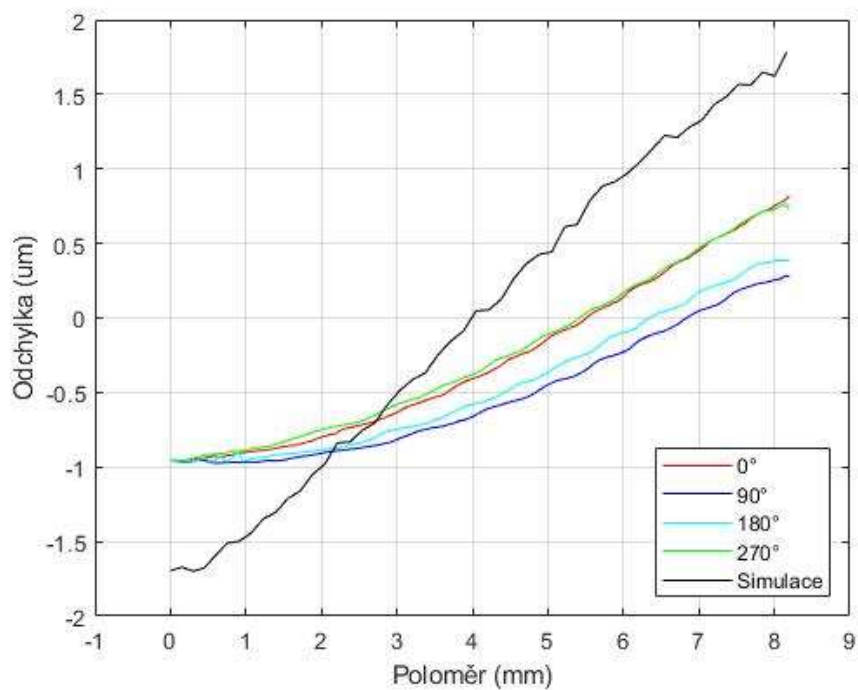
V tomto případě je změna v nastavení simulace z pohledu profilu lisované plochy pouze malý rozdíl. Je zde patrná mírná změna trendu, tentokrát výsledek přesněji odpovídá v ose a na obvodu se naměřená a vypočítaná odchylka vzdaluje. Z průběhu níže uvedených grafů lze usoudit, že první nastavení simulace odpovídá měření lépe, než třetí.



Obrázek 5.12: Porovnání profilů třetí simulace s prvním experimentem



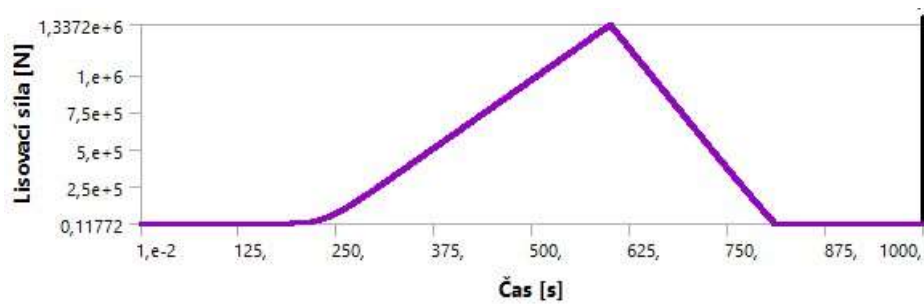
Obrázek 5.13: Porovnání profilů třetí simulace s druhým experimentem



Obrázek 5.14: Porovnání profilů třetí simulace s třetím experimentem

5.4 Porovnání procesu a napětí

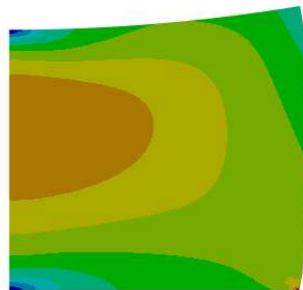
I z pohledu procesu lisování jsou první a třetí výpočet velmi podobné. Dá se tak usoudit, že další zvyšování relaxačních časů nevede k další relaxaci napětí, a chyba nastavení je v jiných parametrech. Vzhledem k rozložení smykového napětí (obr. 5.17) po primárním stlačení v okolí kontaktu s formou je možné, že část napětí v tuto chvíli vzniká špatnou hodnotou koeficientu tření. To se vlivem chlazení může přenášet až do finálního výsledku.



Obrázek 5.15: Průběh reakční síly třetího výpočtu

B: Coupled Field Transient
Equivalent Stress 2
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 170 s
19.05.2023 18:30

37,496 Max
33,473
29,45
25,428
21,405
17,382
13,359
9,3367
5,314
1,2913 Min



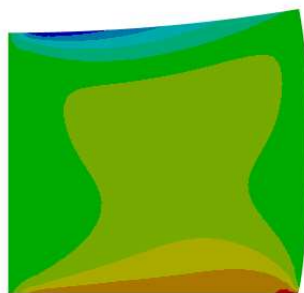
0,000 3,500 7,000 (mm)
1,750 5,250



Obrázek 5.16: Ekvivalentní napětí po primárním stlačení

B: Coupled Field Transient
Shear Stress
Type: Shear Stress(σ_{XY} Component)
Unit: MPa
Global Coordinate System
Time: 170 s
19.05.2023 18:34

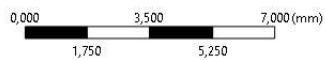
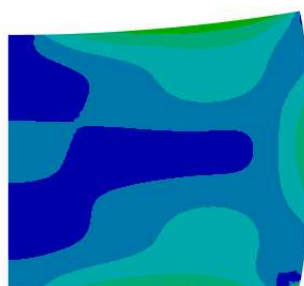
6,5182 Max
5,126
3,7338
2,3415
0,94928
-0,44296
-1,8352
-3,2274
-4,6197
-6,0119 Min



Obrázek 5.17: Smykové napětí po primárním stlačení

B: Coupled Field Transient
Equivalent Stress 2
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1000 s
19.05.2023 16:36

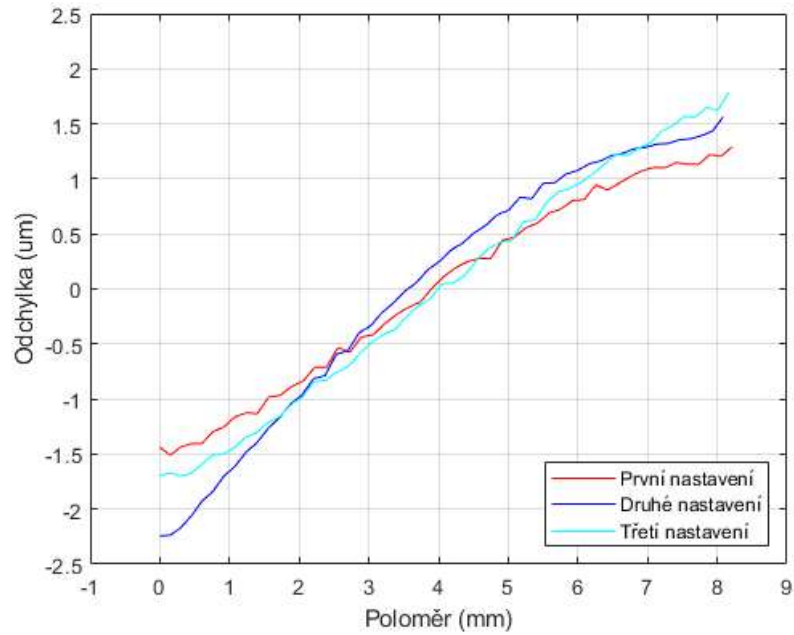
57,426 Max
51,064
44,702
38,34
31,979
25,617
19,255
12,893
6,5314
0,16963 Min



Obrázek 5.18: Ekvivalentní napětí na konci lisování

6 Závěr

Výše zobrazené výsledky simulace lisovacího procesu společně s jejich porovnáním s experimenty ukazují, že ačkoliv je takto nastavený výpočet poměrně dobře schopný předpovídat tvar výlisku. Celkově jsem provedl porovnání tří simulací s různými parametry oproti měření tří reálně vylisovaných elementů. Přesnost tvaru je popsána pomocí odchylky celkového průřezu od kružnice s poloměrem 50 milimetrů nejlépe aproximující příslušný průřez. Všechny výsledky simulace se od naměřených hodnot liší přibližně o 1 mikrometr, a jejich trend je velmi podobný. Z těchto výsledků je možné usoudit, že zpřesnění výsledků leží především na přesnosti materiálových vlastností. Ty jsou těžko dostupné a jejich hodnoty na různých referenčních teplotách složitě porovnatelné. Výrazné nedostatky jsou ovšem ve výsledcích napětí a zejména během dolisování dochází k růstu lisovací síly a napětí nad reálné meze materiálu. Tento problém lze rozdělit na relativně vysoká zbytková a procesní napětí. Z teorie vyplývá, že napětí by mělo zcela relaxovat, což se neděje. Určitou roli by v tomto případě mohlo hrát přílišné tření v kontaktu skla a formy. Otázkou také je, jestli není chlazení příliš rychlé. Tyto otázky by bylo možné vyřešit porovnáním procesů s různě nastaveným chlazením a porovnáním se simulací. Vzhledem k absenci měření zbytkového napětí na vyrobených elementech není možné toto porovnání provést. Složitějším problémem je pravděpodobně napětí během dolisování. Poměrně výrazné změny parametrů strukturální relaxace nevedou ani vzdáleně k jeho vyřešení. Určitý vhlad by mohlo poskytnout větší množství výpočtů s výraznějším rozdílem parametrů. Výrazné zlepšení by také mohlo poskytnout řízení výpočtu silou, stejně jako je tomu ve skutečném procesu. Otázkou také může být vliv tepelné roztažnosti na lisovací zařízení a odpovídající korekce na naměřeném posuvu. Co se týče obecně nastavení simulace, i zde je určitý prostor na vylepšení. Jde zejména o hrubost sítě a zjednodušení na rotačně symetrickou úlohu. V tomto ohledu jsem se musel řídit parametry počítače, na kterém výpočet probíhal. Vylepšení by určitě bylo možné i v nastavení teplotního namáhání, zejména pokud by bylo možné provádět lepší měření na skutečném experimentu. Pro úplnost je na obr. 6.1 zobrazený průběh profilů pro všechy tři nastavení výpočtu.



Obrázek 6.1: Porovnání profilů všech tří výpočtů

I přes zmíněná zlepšení považuji výsledky práce za úspěch. Téměř veškerá problematika relaxace napětí i struktury byla nad rámec běžného studia, což platí i pro složitější samostatnou práci v programu Ansys. Kromě probrané problematiky materiálových parametrů je v nastavení simulace velký důraz na ideální nastavení vazeb, modelů a kontaktů. I přes ne zcela přesné výsledky tak může sloužit jako solidní základ pro další práci, a v souvislosti s dalšími experimenty může sloužit k optimalizaci lisovacího procesu.

Použitá literatura

- [1] PALANTHANDALAM, Shriram, Nam KIM a Yazid TOHME. Predictive Molding of Precision Glass Optics. *SAE International Journal of Materials and Manufacturing*. 2009, roč. 2. Dostupné z DOI: [10.1364/OFT.2008.OTuB4](https://doi.org/10.1364/OFT.2008.OTuB4).
- [2] POPOVIČ, Štěpán. *Výroba a zpracování plochého skla*. 1.vydání. Praha: Grada publishing a.s, 2009. ISBN 978-80-247-3154-4.
- [3] BLÁHA, Michal. *Návrh atermálního uložení primárního objektivu*. Liberec, 2021.
- [4] *All About Aspheric Lenses*. Barrington, 2023. Dostupné také z: <https://www.edmundoptics.com/knowledge-center/application-notes/optics/all-about-aspheric-lenses/>.
- [5] *Čočka (optická)*. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-2020. Dostupné také z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/%C4%8Co%C4%8Dka__\(optika\)](https://cs.wikipedia.org/wiki/%C4%8Co%C4%8Dka__(optika)).
- [6] *Low Tg Glass for Precision Molding*. Mainz: Schott, www.schott.com. Dostupné také z: <https://www.schott.com/cs-cz/products/optical-glass-p1000267/product-variants?tab=optical-glass-low-tg-glass-for-precision-molding>.
- [7] MING, Wuyi, Zhijun CHEN a Jinguang DU. A comprehensive review of theory and technology of glass molding process. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2020, roč. 2020, č. 107. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1007/s00170-020-05051-0>.
- [8] *Elektromagnetické pole*. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001. Dostupné také z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Elektromagnetick%C3%5C%A9_pole.
- [9] *Infrared heater*. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-2023. Dostupné také z: https://en.wikipedia.org/wiki/Infrared_heater.
- [10] POTĚŠIL, Antonín. *Základy teorie viskoelastivity a dynamická odezva viskoelastických materiálů*. Liberec, 1994. Habititační práce. Vysoká škola strojní a textilní v Liberci.
- [11] *Couette flow*. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001. Dostupné také z: https://en.wikipedia.org/wiki/Couette_flow.

- [12] NARAYANASWAMY, O. S. A Model of Structural Relaxation in Glass. *Journal of the American Ceramic Society*. 1971, roč. 54, č. 10, s. 491–498. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1971.tb12186.x>.
- [13] ANSYS, Inc. a Peter KOHNKE. *120150397*. 12. vyd. Southpointe 275 Technology Drive Canonsburg PA 15317: Ansys, 2009.
- [14] *Lecture 15: The Tool-Narayanaswamy-Moynihan Equation Part II*. Alfred: Alfred University, 2010. Dostupné také z: https://www.lehigh.edu/imi/teched/Relax2010/Lecture15_loucks.pdf.
- [15] JIŘÍ, Málek a Schánělová JANA. Structural relaxation of As₂Se₃ glass and viscosity of supercooled liquid. *Journal of Non-Crystalline Solids*. 2004, roč. 2005, č. 351.
- [16] *N-BK7: Optical borosilicate-crown glass*. Iserlohn: Präzisions Glas & Optik GmbH, 1994-2023. Dostupné také z: <https://www.pgo-online.com/intl/BK7.html>.
- [17] *Tungsten carbide*. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-2023. Dostupné také z: https://en.wikipedia.org/wiki/Tungsten_carbide.
- [18] JAIN, Anurag a Allen YI. Numerical Modeling of Viscoelastic Stress Relaxation During Glass Lens Forming Process. *Journal of American Ceramic Society*. 2005, roč. 2005, č. 88, s. 530–535.
- [19] KOONTZ, Erick et al. Prony Series Spectra of Structural Relaxation in N-BK7 for Finite Element Modeling. *The journal of physical chemistry. A*. 2012, roč. 116. Dostupné z DOI: [10.1021/jp307717q](https://doi.org/10.1021/jp307717q).
- [20] GAYLORD, Scott. *THERMAL AND STRUCTURAL PROPERTIES OF CANDIDATE MOLDABLE GLASS TYPES*. Clemson, 2008.
- [21] SU, Lijuan et al. Refractive Index Variation in Compression Molding of Precision Glass Optical Components. *Applied optics*. 2008, roč. 47, s. 1662–7. Dostupné z DOI: [10.1364/AO.47.001662](https://doi.org/10.1364/AO.47.001662).
- [22] *MatWeb*. Blacksburg: MatWeb, LLC, c1996-2023. Dostupné také z: <https://www.matweb.com/search/datasheet.aspx?matguid=a8c2d05c7a6244399bbc2e15c0438cb9%5C&n=1%5C&ckck=1>.

A Přílohy

A.1 Obsah přiloženého CD

- Text práce
- Použitá geometrie
- Simulace bez výsledků