

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta strojního inženýrství

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Brno, 2018

Bc. Jindřich Dvořák



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV FYZIKÁLNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF PHYSICAL ENGINEERING

**NUMERICKÁ METODA PRO MĚŘENÍ ELEKTRONOVÉ
TEPLOTY SLUNEČNÍ KORÓNY**

NUMERICAL METHOD OF SOLAR CORONA ELECTRON TEMPERATURE MEASUREMENT

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Jindřich Dvořák

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. RNDr. Miloslav Druckmüller, CSc.

BRNO 2018

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav fyzikálního inženýrství
Student: **Bc. Jindřich Dvořák**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Fyzikální inženýrství a nanotechnologie
Vedoucí práce: **prof. RNDr. Miloslav Druckmüller, CSc.**
Akademický rok: 2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Numerická metoda pro měření elektronové teploty sluneční koróny

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Úkolem práce je popsat spolehlivou metodu měření elektronové teploty ve sluneční koróně na základě měření intenzity světla ve vybraných částech viditelného spektra užitím úzkopásmových interferenčních filtrů.

Cíle diplomové práce:

Vytvořit konzistentní matematickou teorii měření elektronové teploty sluneční koróny na základě již publikovaných prací, které jsou však neúplné a neřeší všechny důležité vlivy ovlivňující přesnost měření.

Seznam doporučené literatury:

Reginald, N.L., St. Cyr, O.C., Davila, J.M. et al. Sol Phys (2009) 260: 347. <https://doi.org/10.1007/s11207-009-9457-z>

Reginald, N.L., Davila, J.M. & Cyr, O.C.S. Sol Phys (2004) 225: 249. <https://doi.org/10.1007/s11207-004-3516-2>

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá výpočtem spektrální záře K-koróny, spojité části spektra, které vzniká Thomsonovým rozptylem slunečního záření na volných elektronech v koróně. Je zde popsán vliv Dopplerova jevu, který vyhladí sluneční spektrum obsahující mnoho absorpčních čar na hladkého spektra K-koróny. To vytváří základní model pro metodu měření teploty, který plánuje NASA použít na sondě ONSET. Dále je zde diskutována definice teploty pro sluneční korónu.

KLÍČOVÁ SLOVA

Koróna, K-koróna, thomsonův rozptyl, ohřev koróny, teplota, měření teploty, ONSET

ABSTRACT

This thesis is about the calculation of a spectral radiance for the K-corona, the continuous spectral part which arise from the Thomson scattering of a solar radiance of free electrons in the corona. Also the Doppler effect is described as it smooth down a solar spectrum (with many absorption lines) to a smoother spectrum of the K-corona. It's also possible to determine the temperature of free electrons from spectral shape, from which proceeds the method of temperature measurement. NASA intends to use this method on the probe ONSET. Also, temperature definition and its significance are discussed.

KEYWORDS

Corona, K-corona, thomson scattering, coronal heating, temperature, temperature measurement, ONSET

DVOŘÁK, Jindřich *Numerická metoda pro měření elektronové teploty sluneční koróny*: diplomová práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav fyzikálního inženýrství, 2018. 51 s. Vedoucí práce Prof. RNDr. Miloslav Druckmüller, CSc.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma „Numerická metoda pro měření elektronové teploty sluneční koróny“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

Brno

.....

(podpis autora)

Poděkování

Děkuji prof. Druckmüllerovi za příležitost pracovat na velmi zajímavém tématu a za trpělivost s vedením mé práce. Dále děkuji doc. Kalouskovi za jeho konzultace. Neskutečný dík patří dále mé rodině, která mě podporovala v psaní práce i po celou dobu studia a vytvořila klidné prostředí umožňující práci dokončit v čas. V neposlední řadě děkuji také Magdaléně Endlové, Barboře Mikulecké, Nikole Adámkové, Minh Tran Anh a Janu Klímešovi za přečtení mé práce a sepsání hromady připomínek všeho druhu.

Jindřich Dvořák

OBSAH

1	Úvod	1
1.1	Motivace práce	1
1.1.1	Stav porozumění	1
1.1.2	Sonda ONSET	3
1.2	Stručný popis práce	4
1.2.1	Stručný přehled práce	4
2	Teplota	5
2.1	Matematické funkce pro popis rozložení	5
2.1.1	Gaussova funkce a Gaussovo rozložení	5
2.1.2	Maxwellovo rozložení	5
2.2	Definice teploty v rovnovážných systémech	6
2.2.1	Interpretace teploty v kinetické teorii	7
2.2.2	Relativistická teplota	8
2.2.3	Distribuce rychlostí	8
2.3	Popis nerovnovážných stavů	9
2.3.1	Teplota - Střední energie	9
2.4	Měření teploty koróny	10
2.4.1	Měření ionizace iontů	10
2.4.2	Měření chaotické rychlosti volných elektronů	11
2.5	Koróna - nerovnovážný systém	11
2.5.1	Vyzařování částic a malá hustota	11
2.5.2	Situace ve vzdálené koróně	11
2.5.3	Zamrzlá teplota	12
2.5.4	Alternativní distribuce částic	12
3	Fyzika Slunce	13
3.1	Radiometrie	13
3.1.1	Záře	13
3.1.2	Spektrální veličiny	14
3.2	Slunce	14
3.2.1	Spektrum Slunce	16
3.2.2	Úhlová závislost sluneční záře	17
3.3	koróna	19
3.3.1	Hustota elektronů v koróně	20
3.4	Thomsonův rozptyl	21
3.5	Dopplerův jev	23

4	Výpočet záře K-koróny	25
4.1	Princip výpočtu	25
4.2	Pozorovací polopřímka	26
4.2.1	Integrál podél polopřímky pozorování	26
4.3	Rozptyl v bodě R	26
4.3.1	Geometrie rozptylu	26
4.3.2	Celkový účinný průřez	27
4.3.3	Poměr rozptýleného a nerozptýleného záření	28
4.3.4	Diferenciální účinný průřez	28
4.3.5	Výpočet rozptýleného záření v bodě R	29
4.4	Sluneční záře v bodě R	30
4.4.1	Závislost na vlnové délce	30
4.5	Výpočet polarizace	30
4.6	Geometrické vztahy	31
4.7	Výsledná záře K-koróny a její analýza	33
4.7.1	Geometrické vlivy na záři	33
5	Spektrální záře	37
5.1	Spektrum Slunce	37
5.2	Dopplerův jev	37
5.2.1	Matematicky vztah pro Dopplerův jev	38
5.2.2	Distribuce rychlostí	38
5.2.3	Souřadnice pro integraci	39
5.2.4	Vyřešení integrálu z Dopplerova jevu	39
5.2.5	Zjednodušení integrálu - Cram	41
5.2.6	Zjednodušení integrálu - Reginald a Davila	42
5.3	Výsledná spektrální záře	43
5.3.1	Měření teploty	43
6	Závěr	45
	Literatura	47

1 ÚVOD

1.1 Motivace práce

Je bezpochyby, že Slunce má pro lidstvo esenciální význam. Je však otázkou, jestli je pro Zemi pouze stabilním zdrojem záření, anebo jestli sluneční erupce, skvrny či jiné projevy magnetické aktivity Slunce mají na lidstvo nějaký nezanedbatelný vliv.

První diskutabilní otázkou je vliv na zemské klima. Zajímavá je například korelace mezi záhadným snížením sluneční aktivity (tzv. Maunderovo minimum) v 17. století a ochlazením, ke kterému v té době došlo (tzv. malá doba ledová) [1]. Podle soudobých záznamů Slunce během 80 let nemělo téměř žádné skvrny. K ochlazení však začalo nejspíš docházet ještě dřív, a i slabší korelace v jiných dobách ukazují, že vliv není prokazatelně deterministický. Navíc kvůli krátké pozorovací době ještě není zcela vyloučená možnost, že jeho vliv na zemské klima je zanedbatelný vůči jiným faktorům (více třeba v [2] [3]).

Další velmi rozporuplnou otázkou je vliv na lidskou psychiku. Je možné, že při vyšší sluneční aktivitě se někteří lidé cítí podrážděně. Záhadná korelace je i mezi válkami či revolucemi a maximy sluneční aktivity, které se opakují přibližně každých 11 let [4], například maximum v roce 1917 lze spojit s Velkou říjnovou revolucí a maximum v roce 1937 s útokem Japonska na Čínu počátkem druhé světové války na Asijském kontinentě. Je třeba si ale uvědomit, že vrchol aktivity není vůbec ostrý a „bouřlivá“ doba na Slunci trvá přibližně 2-3 roky. To je však dostatečně dlouhá doba, aby se někde na světě stal nějaký konflikt a daná korelace může být tedy čistě uměle vytvořená vhodným výběrem událostí.

Nepopíratelný vliv je však u lidských technologií elektromagnetické povahy. Zejména pak některé rušení rádiových vln prokazatelně způsobuje Slunce [5]. Důsledky většinou nejsou horší než krátkodobé zhoršení signálu. Existuje však možnost, že zemi zasáhne tzv. koronální výtrysk plazmatu (coronal mass ejection - CME). To se dokonce stalo roku 1859. Podle soudobých záznamů telegrafie jiskřily tak, že zapalovaly telegrafní papíry. Dokonce odesílaly zprávu, i když je obsluha odpojila od baterií [7]. Je na pováženou popřemýšlet, co by taková událost udělal dnes. Nejpravděpodobnější možností je globální poničení rozvodné sítě závisející na síle koronálního výtrysku.

1.1.1 Stav porozumění

Už jenom z těchto důvodů (a samozřejmě nejen kvůli nim) by se lidstvo mělo snažit co nejlépe porozumět Slunci a jeho aktivitě, tzv. slunečním počasí. Je pravda, že dnes toho víme mnohem více než před sto lety. Jsou známy termonukleární reakce,

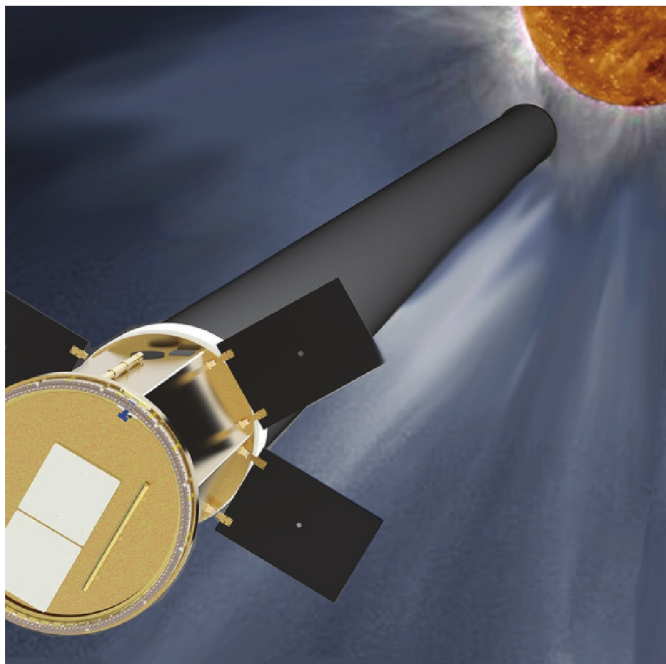


Obr. 1.1: Koróna Slunce vyfotografovaná při zatmění 2017 v Oregonu. Autoři jsou M. Druckmüller, P. Aniol a S. Habbal. Obrázek je matematicky upraven, aby vynikla struktura koróny [8].

kteřé probíhají v jádru, dále pomocí spektroskopie víme mnohé o chemickém složení a v neposlední řadě máme velmi dobře zdokumentované hlavní projevy sluneční aktivity, jako jsou sluneční skvrny, erupce, protuberance a mnoho dalších.

Bohužel naše znalosti mají stále ještě velké mezery. Zejména předpovídání slunečního počasí je na nedostatečné úrovni, a to jak v krátkodobých intervalech, tak dlouhodobých trendech. Příkladem můžou být odhady z roku 2010, které předpovídaly termín slunečního maxima. A. Vecchio aj. odhadovali březen 2013. R. Dabas a L. Sharma vypočítali, že to bude už červenci 2012 s nejistotou čtyř měsíců [9]. Nakonec nastalo v dubnu 2014.

Deset hlavních otázek současnosti okolo Slunce vytipoval M. Aschwanden, z nichž pouze dvě považuje za vyřešené [10]. Jednou z nevyřešených je ohřev svrchní atmosféry Slunce tzv. koróny (Obr. 1.1). Ta má podle různých měření teplotu několik milionů stupňů, zatímco povrch má „pouze“ několik tisíc. Otázkou je, jak dojde k takovému velkému ohřátí. Vyřešení této otázky se snaží malým dílem přispět i tato práce, ve které je diskutována definice teploty a její měření za pomoci spojitého spektra koróny tzv. K-korony.



Obr. 1.2: Počítačový model sondy ONSET [11].

1.1.2 Sonda ONSET

Není překvapením, že se do zkoumání Slunce investuje velké množství finančních zdrojů. Nejlepším příkladem je několik desítek sond vyslaných do vesmíru za účelem jeho zkoumání. Některé z nich jsou stále funkční a další se už pomalu připravují.

Novou sondu na zkoumání Slunce s názvem ONSET připravuje NASA (Obr. 1.2). Jejím hlavním cílem je pochopit fyzikální vlastnosti koronálních výtrysků plazmatu a zejména příčiny jejich vzniku. K tomu je potřeba zkoumat oblast koróny, která je blízko Slunce. Tu je však možné pozorovat jen při zastínění Slunce, což sonda ONSET plánuje provést stínítkem připevněným na 20 metrů dlouhém vytahovacím tubusu. Vedení celého projektu má na starosti J. M. Davila a k projektu byl také pozván prof. Druckmüller jako expert na zpracování obrazu. Sonda by měla odstartovat v roce 2022.

Jedním z problémů, které chce ONSET také řešit, je právě ohřev koróny. V první řadě je potřeba důkladně změřit teploty koróny, což se nejčastěji provádí za pomoci záření excitovaných iontů (viz kapitola 2.4.1). Na sondě ONSET bude použita jiná metoda, založená na sledování fotonů rozptýlených na volných elektronech v koróně. Tu vytvořil Cram (1975, [19]) a o 20 let později se N. L. Reginald a J. Davila rozhodli metodu použít ve vylepšené podobě. Nejdříve ji testovali při zatmění Slunce [12] a nyní ji plánují použít i ve vesmíru právě na sondě ONSET.

1.2 Stručný popis práce

Dlouhodobým plánem autora diplomové práce je detailně zkontrolovat metodu na měření teploty, která má být použita na sondě ONSET, a případně navrhnout vylepšení jak pro měření, tak pro zpracování dat. N. L. Regild napsal o metodě 7 článků [12–18] v průběhu posledních 20 let, takže je vidět, že se stále na dané metodě pracuje, ale takto důležitý projekt vyžaduje další nezávislou kontrolu. Navíc v článcích jsou některé nedokonalosti, které by si zasloužily opravit. Tato diplomová práce je prvním krokem kontroly celé metody. Dalším plánovaným krokem je diskuze s N. Reginaldem, vlastní článek a nakonec i disertační práce.

Samotná tato práce má za úkol popsat základní model použitý pro měření teploty a v hrubých obrysech nastínit jeho možnosti. Navíc je cílem detailně popsat aproximace, které jsou v modelu použity, a diskutovat jejich oprávněnost, případně navrhnout cestu k jejich odstranění. Všechny tyto věci v pracích N. Reginalda nejsou dobře popsány a bylo třeba hledat v jiných článcích, zejména pak v článku (Cram, [19]). Práce má částečně rešeršní charakter, jsou zde však doplněny některé vlastní výpočty a úvahy, zejména výpočet trojného integrálu v 5. kapitole, který na rozdíl od předlohy je proveden bez aproximací a dává mírně odlišné hodnoty. Tento výsledek by mohl zlepšit přesnost celé metody.

1.2.1 Stručný přehled práce

Druhá kapitola je věnovaná diskuzi ohledně definice a měření teploty. Je zde poukázáno na její nejasný význam v případě sluneční koróny a je nabídnut alternativní popis pomocí funkce pro hustotu částic a rozložení jejich rychlostí v každém místě. Navíc je zde diskutováno nejasné názvosloví některých funkcí popisujících rozložení rychlosti částic při rovnovážné poloze zejména pojem Maxwellovo rozložení.

Třetí kapitola shrnuje důležité vlastnosti Slunce a koróny pro další teorii. Obsahuje stručný popis radiometrických veličin pro ujasnění českého názvosloví. Navíc je zde vlastní odvození vzorce pro Dopplerův jev využívající δ -distribuci, který je sice použit už Cramově práci, ale neuvádí odvození nebo citaci literatury.

Ve čtvrté kapitole je pomocí spektra Slunce, hustoty elektronů v koróně a vlastností Thomsonova rozptylu diskutované v předchozí kapitole odvozen vzorec pro výpočet záře K-koróny. Následně jsou rozebrány některé jeho vlastnosti. Konečný výpočet dvojného integrálu a následující analýza jsou vlastním dílem této práce.

Pátá kapitola dále rozšiřuje předchozí vzorec započítáním závislosti na vlnové délce započítáním vlivu Dopplerova jevu. Tím je získán vzorec pro spektrální záři koróny závislé na teplotě (přesněji na rozložení chaotické rychlosti elektronů) a může sloužit ke zpětnému odhadu teploty pomocí měření spektrální záře.

2 TEPLOTA

2.1 Matematické funkce pro popis rozložení

Před začátkem diskuze ohledně definice teploty je nutné si nejdřív určit názvosloví matematických funkcí, které při popisu stavu částic budeme používat. Tyto funkce je možné najít buď ve statistické fyzice a nebo matematické statistice. Ačkoliv mají oba obory velmi podobné názvy, jsou si velmi vzdálené svými objekty zájmů. Zatímco statická fyzika společně s termodynamikou se snaží popsat stav látky, tak matematická statistika se věnuje zpracování dat a jejich analýzou. Proto zde vznikl i menší nesoulad v názvosloví, který se zde snažíme uvést na správnou míru.

2.1.1 Gaussova funkce a Gaussovo rozložení

Gaussovou funkcí nazýváme:

$$f(x) = ae^{-\frac{(x-b)^2}{c}}, \quad (2.1)$$

kde a , c jsou libovolné kladné konstanty a b je libovolná reálná konstanta.

Často budeme požadovat, aby funkce měla plochu pod křivkou rovnou jedné. V tom případě dostaneme tzv. Gaussovo rozložení neboli Normální rozložení:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.2)$$

kde μ je libovolná reálná konstanta určující střední hodnotu funkce a σ je libovolná kladná konstanta určující směrodatnou odchylku (obr. 2.1).

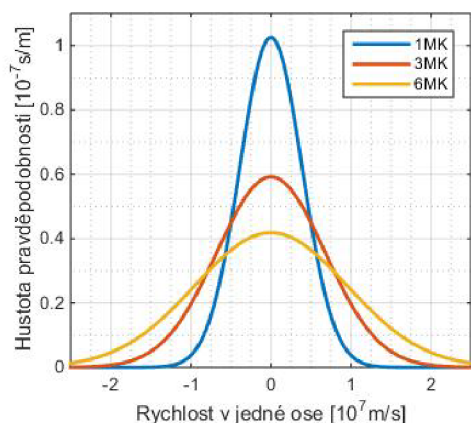
Zobecnění do n dimenzí je sice přímočaré, ale složitější na zapsání. V exponentu může být libovolný polynom 2. stupně o n proměnných, který pro velká čísla diverguje k zápornému nekonečnu. To zajistí, že celá funkce bude konvergovat k nule a obsah pod křivkou bude konečný. Pro termodynamiku je důležitý pouze konkrétní třírozměrný symetrický případ:

$$f(x,y,z) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{2\sigma^2}}. \quad (2.3)$$

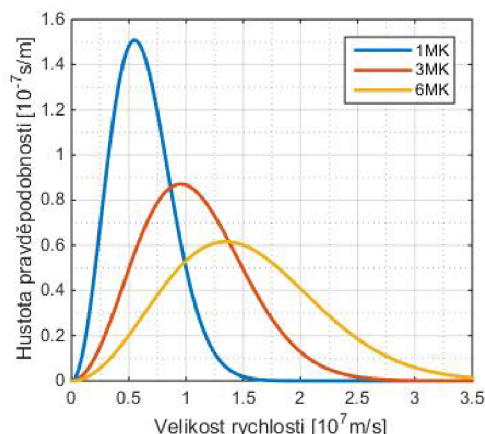
Popis vícerozměrné Gaussovy funkce je možné najít ve většině učebnic matematické statistiky [20–22].

2.1.2 Maxwellovo rozložení

Nyní uvedeme matematickou definici Maxwellova rozložení, kterou je možné najít třeba v (Anděl, [20]). Maxwellovým rozložením nazýváme funkci, která má pro nezáporné x tento předpis:



Obr. 2.1: Gaussovo rozložení rychlostí částic v jedné ose pro různé teploty.



Obr. 2.2: Maxwellovo rozložení velikostí rychlostí pro různé teploty.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}d} e^{-\frac{x^2}{2d^2}}, \quad (2.4)$$

kde d je libovolná kladná konstanta (Obr. 2.2). Pro záporné x je rovna nule. Toto je matematické názvosloví, kterého se v této práci přidržíme. Fyzikální význam tohoto pojmu je diskutován v kap. 2.2.3.

2.2 Definice teploty v rovnovážných systémech

Pro definici teploty v klasické termodynamice je nutné nejdřív definovat termodynamickou rovnováhu. Ta je daná dvěma základními postuláty termodynamiky:

1. postulát

Každý makroskopický systém částic po nějakém časovém okamžiku za časově neměnných externích podmínek nevyhnutelně dospěje do stavu, ve kterém neprobíhají žádné makroskopické procesy a změny. Takový stav nazýváme termodynamickou rovnováhou nebo zkráceně rovnovážný stav. V tomto stavu mají všechny stavové veličiny konstantní hodnotu [23].

2. postulát

Ve stavu termodynamické rovnováhy jsou všechny vnitřní parametry makroskopického systému funkcí vnějších parametrů (např. objem) a jednoho vnitřního parametru (např. teplota T) [23].

Zároveň je tím dána základní vlastnost teploty jako veličiny jednoznačně popisující vnitřní stav systému částic. Rovnovážná termodynamika následně dokazuje, že takový parametr opravdu existuje.

Další důležitou vlastností teploty je schopnost popsat situaci při tzv. tepelném kontaktu, při kterém si dva systémy mohou předávat energii, ale nedochází k výměně částic. Teplotu zavádíme jako veličinu, která určuje směr šíření energie dvou různých systémů při tepelném kontaktu. Energie se bude šířit ze systému s větší teplotou. V případě, že se energie nešíří ani jedním směrem, mají systémy stejnou teplotu. Zároveň platí tzv. nulý zákon termodynamiky, který zajišťuje tranzitivní vlastnost teploty. Když se teplota tělesa A rovná teplotě tělesa B a teplota tělesa B se rovná teplotě tělesa C, pak se teplota tělesa A rovná teplotě tělesa C. To má zásadní vliv na měření teploty pomocí třetí látky, obsažené v teploměru.

Takto nadefinovaná teplota sice neurčuje přesnou číselnou hodnotu, ale zaručuje nám možnost vytvořit lineární stupnici, pomocí které můžeme popsat všechny látky v rovnovážném stavu. Je třeba si uvědomit, že tato vlastnost není samozřejmá, například všechny barvy, které lidský mozek rozlišuje, nejdou efektivně srovnat na jednu stupnici.

Důležitou podmínkou pro tuto definici teploty je termodynamická rovnováha. Popřípadě je tuto definici možné rozšířit na systém, který jako celek není v rovnováze, ale je možné jej popsat pomocí velkého množství malých systémů, které jsou téměř v termodynamické rovnováze tzv. lokální rovnováže [29]. V případě, že máme systém, ve kterém nelze popsat ani lokální rovnováha (např. exploze částic), tak pojem teplota podle klasické termodynamiky ztrácí smysl [29].

2.2.1 Interpretace teploty v kinetické teorii

Pro jednoatomový plyn si můžeme definovat stupnici teploty pomocí vnitřní energie vztahem:

$$U = \frac{3}{2}NkT, \quad (2.5)$$

kde U je vnitřní energie, N je počet atomů a k je Boltzmannova konstanta. Vnitřní energií jednoatomového plynu je součet kinetických energií všech částic. Díky tomu můžeme vyjádřit teplotu z průměrné kinetické energie částic:

$$\left\langle \frac{1}{2}mv^2 \right\rangle = \frac{3}{2}kT, \quad (2.6)$$

kde ostrá závorka má význam průměru přes všechny částice.

Tato interpretace má však svoje omezení na jednoatomový plyn. Teplota nemusí být mírou velikosti pouze neuspořádaného posuvného pohybu molekul. U

víceatomových molekul se projevují rotace a také vibrace. Při nízkých teplotách, kdy začnou převládat kvantové vlastnosti, některé stupně volnosti kvůli diskrétnosti energetických stavů tzv. „zamrzají“, a tím pádem se neprojevují.

2.2.2 Relativistická teplota

Jak je vidět z grafu 2.1, některé elektrony se pohybují desetinou rychlosti světla. V takovém případě by mohly mít už vliv relativistické korekce. Bohužel však relativistické rozšíření pojmu teplota je značně problematické, a to už v rámci speciální teorie relativity. Koncept pojmu teplota se v takovém případě rozpadá na několik měřitelných veličin [34]. Tyto komplikace přesahují rámec této práce a dále se jimi nebudeme zabývat.

2.2.3 Distribuce rychlostí

V případě, že máme plyn, který je tvořen jedním druhem částic a je v termodynamické rovnováze, rozložení vektoru rychlosti má tvar třírozměrného Gaussova rozložení [25]:

$$f(\mathbf{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}}, \quad (2.7)$$

kde m je hmotnost částic, k je Boltzmannova konstanta a T je teplota (Obr. 2.1). Je vidět, že tato třírozměrná funkce pro danou látku závisí pouze na jednom parametru, a tím je teplota T .

Jako matematický důsledek lze odvodit, že velikosti rychlosti jsou dané jedno-rozměrnou funkcí:

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}}, \quad (2.8)$$

Je však důležité si uvědomit, že tato funkce neurčuje jednoznačně rozložení rychlostí částic. Ty by sice mohly mít velikost podle této funkce, ale v případě, že by se například všechny pohybovaly jenom jedním směrem, tak by jejich rozložení rychlostí nemělo Gaussovo rozložení.

Nyní se zabývejme významem pojmů Maxwellovo rozložení. J. Anděl tím označuje vzorec (2.4) [20], L.D. Landau označuje pojmem Maxwellian distribution výraz (2.7) [26] a český překlad Fyziky od D.Halliday a spol. tímto pojmem označuje (2.8) [27]. Navíc pro poslední dva jmenované významy se často používá i pojem Maxwell-Boltzmannovo rozložení [28]. Chaos ve fyzikální literatuře si jde vysvětlit tím, že pro fyziky nejsou na prvním místě matematické pojmy, ale fyzikální skutečnosti, a proto je pravděpodobné, že většina fyziků pod Maxwellovým rozložením, případně Maxwell-Boltzmannovým rozložením, myslí obecně stav látky při rovnovážné situaci

za klasických podmínek. To je jednoznačně určeno Gaussovým rozložením (2.7). Abychom zabránili nejasnostem, v této práci se přidržíme způsobu, který je použit v [28]. Rozložení rychlostí v rovnovážném stavu budeme nazývat Gaussovské rozložení rychlostí částic ideálního plynu, a tam, kde by to mohlo zmást fyzikálně založeného čtenáře, se navíc do uvozovek připíše Maxwellovo rozložení.

2.3 Popis nerovnovážných stavů

Stav nerovnovážných systémů není možné popsat pouze jedním parametrem. Jednou z možností je popsat polohu a rychlost každé částice, to je však pro velké množství částí příliš neproveditelné. Alternativně a jednodušeji můžeme popsat stav tzv. distribuční funkcí $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$, která vyjadřuje počet částic, jenž se nachází v objemu $\langle x, x + dx \rangle \langle y, y + dy \rangle \langle z, z + dz \rangle$ a zároveň jejich hybnost se nachází v intervalu $\langle p_x, p_x + dp_x \rangle \langle p_y, p_y + dp_y \rangle \langle p_z, p_z + dp_z \rangle$. V případě, že chceme znát hustotu částic $n(\mathbf{x}, t)$, tak můžeme integrovat přes všechny rychlosti:

$$n(\mathbf{x}, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d^3 \mathbf{v}. \quad (2.9)$$

A pro získání počtu částic integrujeme přes všechny proměnné:

$$N(t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d^3 \mathbf{x} d^3 \mathbf{v}. \quad (2.10)$$

Pro práci s distribuční funkcí je výchozím vztahem Boltzmannova transportní rovnice:

$$\nabla f \cdot \mathbf{v} + \nabla_{\mathbf{p}} f \cdot \mathbf{F} + \frac{\partial f}{\partial t} = C(f), \quad (2.11)$$

kde ∇ je gradient podle souřadnic, $\nabla_{\mathbf{p}}$ je gradient podle hybnosti, \mathbf{F} je síla působící na částice a $C(f)$ je kolizní integrál vyjadřující vliv srážek.

2.3.1 Teplota - Střední energie

Pojem teploty lze zobecnit na nerovnovážné systémy, jenom to není možné provést tak, aby se zachovala většina vlastností. Proto je možné ji zobecnit více neekvivalentními způsoby. Budeme logicky požadovat, aby zobecněná definice v rovnovážných stavech dávala stejné výsledky jako klasická definice a pro nerovnovážné stavy určila hodnotu, která bude mít jednoduše interpretovatelný význam. V případě volných elektronů můžeme použít kinetickou interpretaci a definovat teplotu pomocí vztahu pro průměrnou energii (2.6). Navíc oddělíme chaotickou rychlost od společné rychlosti všech částic, kterou definujeme jako průměr všech rychlostí, a teplotu budeme vypočítávat pouze z rychlostí po odečtení společné rychlosti.

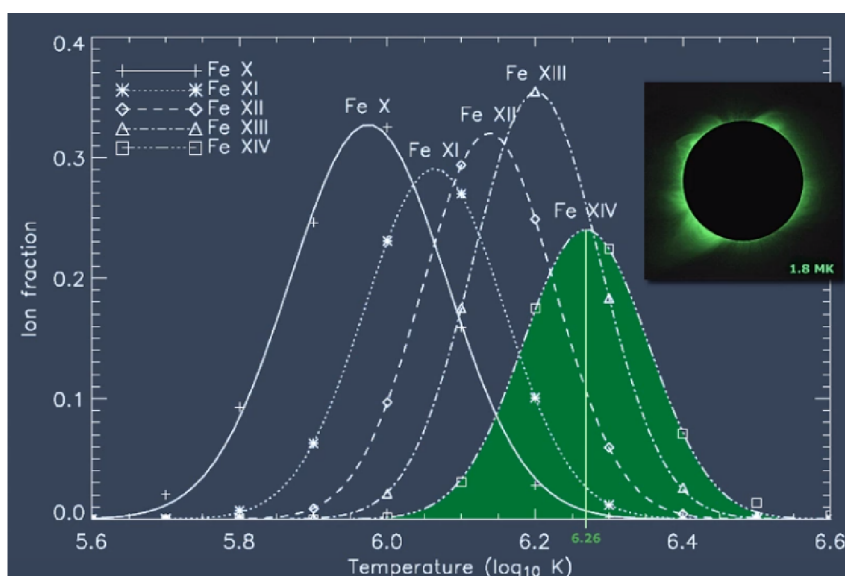
Taková rozšířená definice je možná, ale je třeba jí nepřisuzovat větší váhu než jako střední energii chaotického pohybu částic.

2.4 Měření teploty koróny

Teplota koróny se většinou udává v miliónech stupňů. Otázkou je, jak se na takovou teplotu přišlo.

2.4.1 Měření ionizace iontů

Už v roce 1869 byla ve spektru koróny nalezena zcela atypická zelená spektrální čára [30]. Vlnová délka čáry neodpovídala žádnému známému prvku, a tak se vyrojily domněnky, že jde o nový prvek, tzv. korónium. Záhada byla vyřešena až po 70 letech. V roce 1939 švédští astronomové Walter Grotrian a Bengt Edlén zjistili, že jde o spektrální čáru třináctkrát ionizovaného železa. Následně se objevili i další vysoce ionizované prvky, které mohou existovat v plazmatu jen při velkých teplotách (řádově v miliónech stupňů).



Obr. 2.3: Poměry iontů plazmatu pro různé teploty, na fotografii koróny je zobrazena specifická vlnová čára pro 13krát ionizované železo. Převzaté z [31].

Dnes už jsou známy křivky určující množství ionizovaných prvků vyskytujících se v plazmatu podle jeho teploty (Obr. 2.3). Je tedy možné změřit v koróně poměry mezi ionizovanými prvky a z nich určit teplotu. Tato metoda však předpokládá rovnovážný stav plazmatu, který v koróně nemusí být nutně zajištěn.

2.4.2 Měření chaotické rychlosti volných elektronů

L. Cram navrhl alternativní způsob měření teploty pomocí spektra koróny. Jak bude ukázáno v 5. kapitole, tvar spektra je silně závislý na pohybu volných elektronů v koróně. Za předpokladu rovnovážného stavu je tedy možné ze spektra určit teplotu volných elektronů. Je otevřenou otázkou, jestli a jak moc se liší od teploty změřené pomocí iontů.

2.5 Koróna - nerovnovážný systém

Existuje řada argumentů, proč by situace ve sluneční koróně mohla být odlišná od klasických rovnovážných systémů. Postupně si tyto argumenty shrneme.

2.5.1 Vyzařování částic a malá hustota

Díky neustálému vyzařování různých částic do vesmíru není Slunce ani koróna jednoznačně rovnovážný systém. Je však otázkou, jestli stále můžeme mluvit o nějaké lokální rovnováze. Ta může být dosažena ve vnitřních částech Slunce, kde je velká hustota. Ve fotosféře, chromosféře a koróně je však velmi malá hustota (viz 3.3.1), která by byla v zemských aparaturách klasifikována jako vysoké nebo ultravysoké vakuum. V takto řídké látce bude docházet k malému počtu srážek. Dokonce ve svém zatím nevydaném článku prof. Druckmüller dokazuje, že velká část koróny je tak řídká, že v ní nedochází k téměř žádným srážkám. Z toho vyplývá, že mechanismy k vytvoření lokální termodynamické rovnováhy jsou zde velmi oslabeny.

2.5.2 Situace ve vzdálené koróně

Zajímavá je situace částic pocházející ze Slunce ve velké vzdálenosti od něj (například u Země), které tvoří tzv. sluneční vítr. Kromě změn rychlostí, které způsobilo gravitační a magnetické pole Slunce, by se u částic měla projevit i náhodná tepelná rychlost, kterou získaly na slunečním povrchu nebo při kolizích v koróně. Pouze dojde k rozdělení částic podle směru jejich chaotické rychlostí. Z toho vyplývá, že tady u Země detekujeme sluneční částice pouze s jedním směrem, ale různou velikostí rychlosti. Můžou mít tedy teoreticky Maxwellovo rozložení velikostí rychlosti (2.8), ale téměř určitě nemají Gaussovo rozložení rychlostí (2.7), a tím pádem není možné mluvit o rovnovážném stavu či o teplotě slunečního větru (podle termodynamické definice teploty). Částice, které se rozpínají do prostoru a přestávají na sebe působit, nemůžou mít Gaussovo rozložení částic.

Navíc je možné předpokládat těžko popsateľný postupný přechod od rovnovážného stavu (z vnitřních částí Slunce), kde jsou všechny směry rychlostí téměř rovnocenné, až po sluneční vítr, kde je pouze jeden směr rychlosti.

2.5.3 Zamrzlá teplota

Přes všechny problémy s definicí teploty je možné určit tzv. zamrzlou (freezing in) teplotu slunečního větru, protože sluneční vítr obsahuje ionty, z jejichž poměrů je možné určit teplotu. Je to však teplota, jak napovídá název, která se už nijak nevyvíjí a má vypovídající hodnotu hlavně o podmínkách blízko Slunce, kde dané ionty vznikly.

2.5.4 Alternativní distribuce částic

Zatím jsme poukazovali na narušení rovnovážného stavu pouze prostorovým rozpínáním. Otázkou je, jestli silné magnetické pole a případně další efekty ve sluneční atmosféře nemůžou také zavinit nerovnovážný stav. Některé články [32, 33] se snaží popsat oblasti, kde ještě jsou směry rychlostí rovnocenné, ale jejich distribuce už nemá tvar Gaussovy funkce. Na to používají tzv. κ -distribuce, která se na první pohled podobá Gaussově křivce, ale klesá pomaleji, tudíž obsahuje více částic s velkou energií. Tohle rozšíření má také výhodu, že limitním případem κ -distribuce je klasické Gaussovo rozložení, takže je schopné popsat i rozložení rovnovážného stavu.

3 FYZIKA SLUNCE

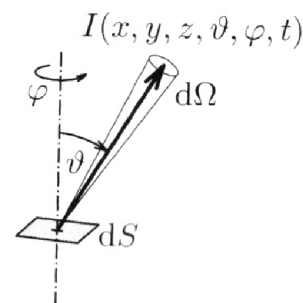
3.1 Radiometrie

Nejdříve si musíme nadefinovat veličiny pro kvantitativní popis elektromagnetického záření. K tomu nám poslouží radiometrie, která používá absolutní veličiny jako energie a výkon, zatímco fotometrie, která studuje obdobné veličiny z hlediska působení na lidské oko. Zde budeme řešit pouze radiometrické veličiny. Jejich české názvosloví zavedeme podle (Mechlova, [49], s. 402):

Tab. 3.1: Radiometrické veličiny

Veličina	anglicky	alter. název	Jednotka
Zářivá energie E	radiant energy	-	J
Zářivý výkon P	radiant power	tok	$\text{W} \equiv \text{Js}^{-1}$
Hustota zář. toku F	irradiance, flux density	tok, intenzita	Wm^{-2}
Záře I	radiance	intenzita	$\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}$
Zářivost J	radiant intensity	-	Wsr^{-1}

Z alternativních názvů je patrné, že české pojmenování není bohužel sjednocené a názvy jako tok a intenzita se používá pro více různých veličin. Zejména slovo intenzita se v astrofyzice s oblibou používána pro záři (Fyzika sluneční soustavy, [37], s. 137), zatímco v jiných odvětvích má většinou význam hustoty zářivého toku. V této práci budeme vždy pracovat s názvy uvedenými prvním sloupcem.



Obr. 3.1: Záře I je vztahena pouze k jednomu směru [37].

3.1.1 Záře

Pro naši práci je nejdůležitější radiometrická definice záře I , kterou si definujeme takto:

$$I = \frac{d^2P}{\cos \vartheta d\Omega dS} \quad [\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}], \quad (3.1)$$

kde ϑ je odchylka kolmice na plochu detektoru od směru záření (viz Obr. 3.1), S je plocha detektoru a Ω je pozorovací prostorový úhel.

Speciální vlastností takto nadefinované veličiny je nezávislost na vzdálenosti díky prostorovému úhlu v definici. Když například budeme měřit záři nějakého bodu na zářivém povrchu, pro různé vzdálenosti vyjde stejně.

Neformálně si to lze vysvětlit tak, že když při pozorování s malým pozorovacím úhlem budeme řešit záření od dvou různých průřezů pozorovacího kuželu, z nichž jeden je $2\times$ dále než ten první, tak hustotu zářivého toku vzdálenějšího je sice kvůli vzdálenosti $4\times$ slabší (tzv. zákon převrácených čtverců), ale na druhou stranu má $4\times$ větší plochu. Ve výsledku se dané efekty vyruší a každý průřez bude mít stejnou záři.

3.1.2 Spektrální veličiny

Veličiny z tabulky 3.1 se nazývají integrální a ke každé z nich lze ještě nadefinovat tzv. spektrální veličiny, které jsou vztažené pouze k jedné vlnové délce, například:

$$I_\lambda = \frac{dI}{d\lambda} \quad [\text{Wm}^{-3}\text{sr}^{-1}], \quad (3.2)$$

kde I_λ je tzv. spektrální zář. Stejně tak se definuje spektrální hustota toku F_λ .

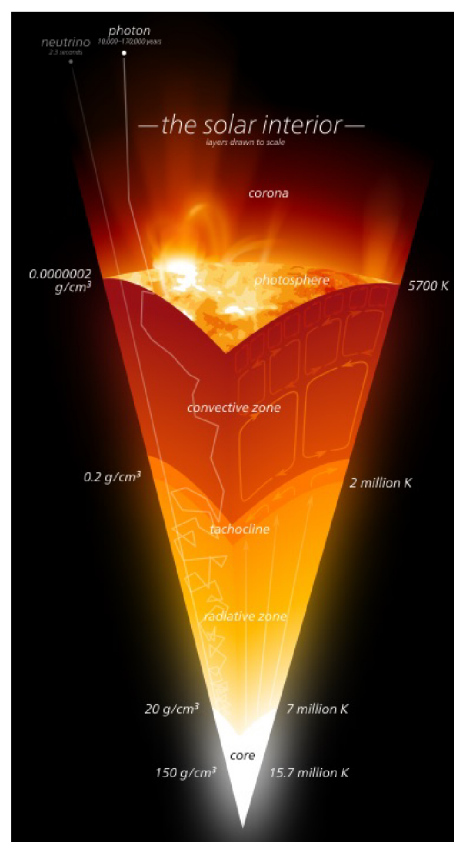
Jednotka, kterou jsme uvedli u spektrální záře, je trochu nepřehledná, protože kombinuje rozměry plochy a vlnovou délku dohromady, a proto se občas používá $[\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}\text{nm}^{-1}]$, kde je daný rozdíl více vidět a navíc je vztažená k nanometrům, takže při práci s viditelným světlem vycházejí „rozumnější“ hodnoty.

3.2 Slunce

Připomeneme si vrstvy Slunce (Obr. 3.2) a některé jeho vlastnosti [39].

- Jádru - termojaderná reakce.
- Vrstva v zářivé rovnováze - energie se šíří hlavně zářením.
- Tachoklina
- Konvektivní zóna - energie se šíří převážně prouděním.
- Fotosféra - sluneční povrch.
- Chromosféra a její přechodová oblast
- Koróna

Termonukleární reakce probíhá pouze v jádře, jehož průměr je přibližně čtyřikrát menší než průměr Slunce. Vzniklým fotonům trvá 100 tisíc let než se dostanou k povrchu Slunce. Konečná cesta mezi fotosférou a Zemí trvá přibližně 8 minut. Neutrino ze středu na povrch putují 2 sekundy.



Obr. 3.2: Sluneční vrstvy, poměry odpovídají skutečnosti [38].

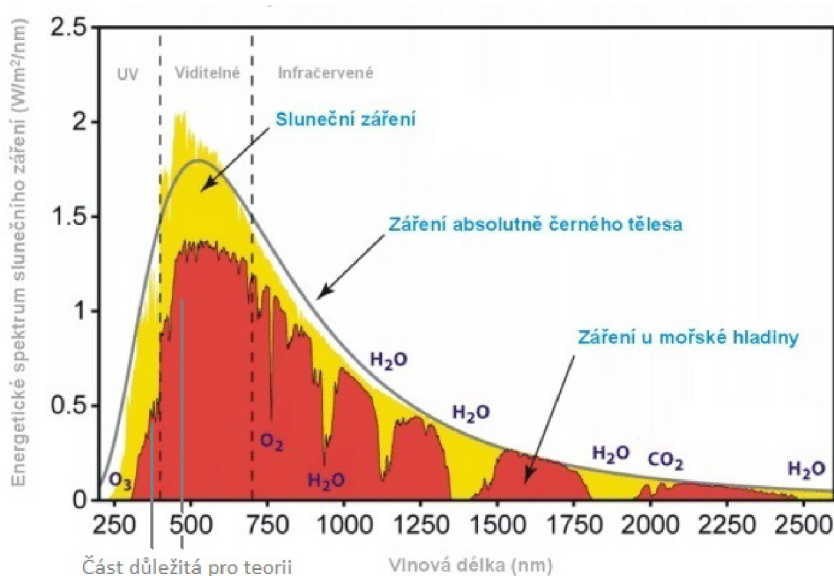
Intenzivní magnetické pole vzniká nejspíš v tachoklině a konvektivní zóně. Přesný mechanismus však není zatím znám. Magnetické pole je zodpovědné za téměř všechny nehomogenní struktury viditelné na slunečním povrchu a v jeho atmosféře.

Fotosféra je tenká vrstva (řádově stovky kilometrů), která emituje 99% slunečního záření. Je to nejvyšší vrstva, která je neprůhledná pro elektromagnetické záření, a proto se často nazývá povrchem Slunce.

Hustota plazmatu se v různých vrstvách velmi mění. V jádru se předpokládá $150 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ (asi $11\times$ hustší než rtuť), ve fotosféře už pouze cca $10^{-7} \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, což činí 10^{17} částic $\cdot\text{cm}^{-3}$. To je $200\times$ méně než vzduch na Zemi, tudíž by to bylo považováno za hrubé vakuum. Běžné hustoty v koróně jsou ještě o 10 řádů menší, takže by na Zemi byly klasifikovány jako ultra vysoké vakuum (viz kap. 3.3.1). Hustota vesmírného prostoru je však ještě o mnoho řádů menší, přibližně 1 částice $\cdot\text{m}^{-3}$.

Slunce je kulaté, a to až s překvapivou přesností. Současná měření ukazují zploštění pouze několik desítek kilometrů. To je dáno tím, že v případě Slunce je dostředivé zrychlení na povrchu 10 milionkrát slabší než gravitační. Měření poloměru však naráží na problémy s přesnou definicí povrchu Slunce, což souvisí s tím, že při různých vlnových délkách vychází různé poloměry. Tato závislost ještě není zcela objasněna [6].

Z měření sondy SOHO se prokázalo, že poloměr Slunce se v čase téměř nemění [40]. Maximální krátkodobé změny úhlového poloměru Slunce byly vždy menší než $0,023''$. Zdánlivý úhlový poloměr Slunce se pohybuje okolo $0,5^\circ$, takže změny byly v řádu sto tisícín poloměru Slunce.

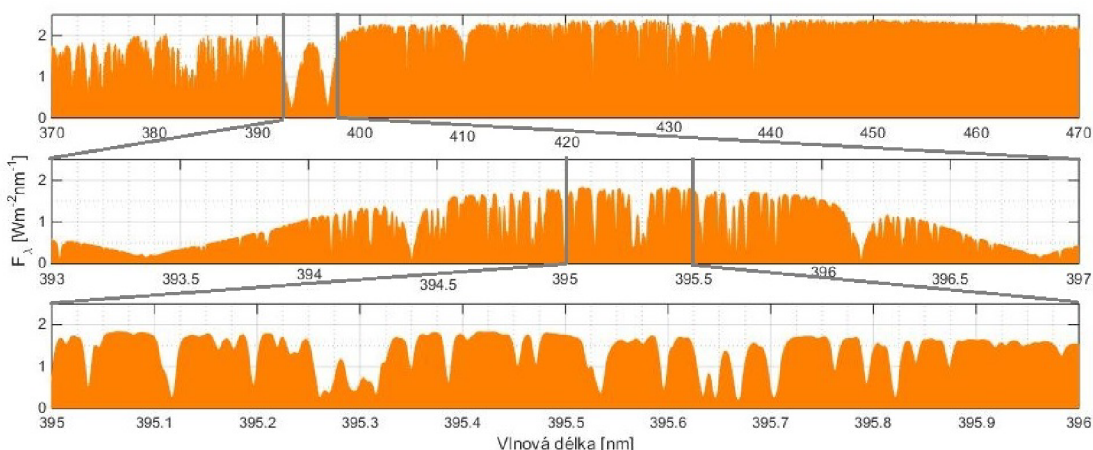


Obr. 3.3: Vliv zemské atmosféry na spektrum Slunce. Vlnová délka 370-470 nm je důležitá pro měření teploty, převzaté z [36]

3.2.1 Spektrum Slunce

Důležitá vlastnost Slunce je jeho spektrum (Obr. 3.3). Jeho tvar přibližně připomíná záření černého tělesa o teplotě 5 800 K, které nejvíce září ve viditelné části spektra. Navíc však sluneční spektrum obsahuje desítky tisíc absorpčních čar (tzv. Fraunhoferovy čáry), které jsou způsobeny absorpcí různých prvků ve fotosféře (případně i ve vyšších částech sluneční atmosféry). Proto je také možné pomocí těchto čar částečně určit chemické složení Slunce.

Měření spektra ze Země je komplikované zemskou atmosférou. Voda, kyslík, ozón a pár dalších prvků v atmosféře pohlcují velkou část slunečního záření, zejména některé konkrétní vlnové délky. V případě, že atmosféra nepohltní všechno záření dané vlnové délky, je možné sluneční spektrum z pozemního měření dopočítat (při znalosti chování atmosféry). Tento postup využil R. L. Kurucz se spektrem naměřeným pomocí McMath-Piercova solárního teleskopu v Národní observatoři Kitt Peak v Arizoně (Obr. 3.4). Spektrum, které získal, je volně ke stažení [41].

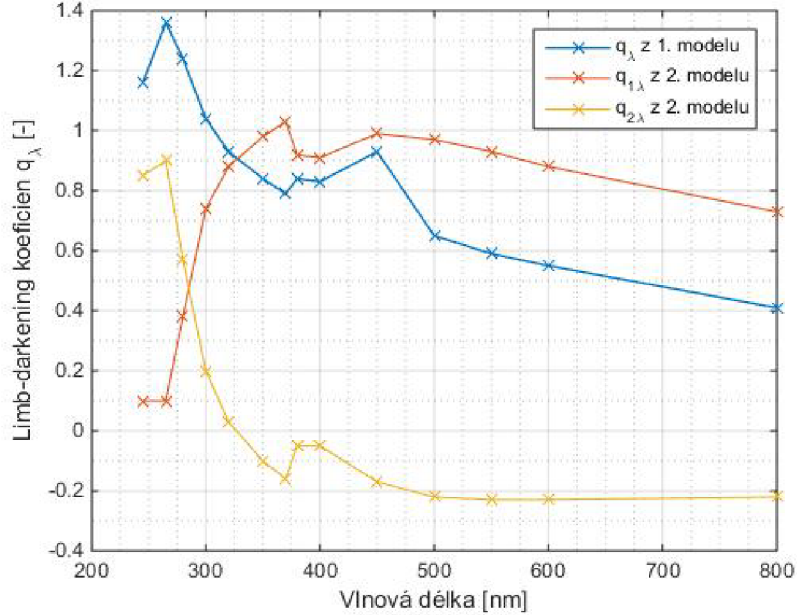


Obr. 3.4: Důležitá část spektra pro měření teploty a jeho detail. Spektrum zpracoval R. L. Kurucz.

Pro svoji metodu měření teploty se rozhodl L. Cram (a následně to převzal i N. Reginald) použít spektrum mezi 370 nm a 470 nm. Jak je patrné z (Obr. 3.3), tyto vlnové délky nejsou ovlivněné atmosférou tak moc jako jiné části spektra. Navíc dal přednost kratším vlnovým délkám, což odůvodnil menší citlivostí spektra na teplotu. V této práci se přidržíme jeho rozhodnutí a budeme se zabývat pouze touto částí spektra (první graf na Obr. 3.4).

Absorpční čáry je možné dohledat v rozsáhlých online databázích, například dvě široké čáry pro 393 a 397 nm, jejich větší přiblížení lze nalézt v grafech, jsou zaviněny dvojnásobně ionizovaným vápníkem [42]. Jak je vidět z posledního grafu na Obr. 3.4, pro každý nanometrový interval vlnové délky jsou ve spektru desítky absorpčních

čar. Naštěstí jsou velmi detailně proměřené, takže nehrozí jejichž podvzorkování. Na každý jeden nanometr vlnové délky je totiž přibližně tisíc změřených hodnot.



Obr. 3.5: Limb-darkening koeficienty ze dvou různých modelů, hodnoty jsou udány jen pro několik vlnových délek [43], zbylé hodnoty se získávají lineární interpolací.

3.2.2 Úhlová závislost sluneční záře

Sluneční povrch nevyzařuje do všech úhlů stejně. V případě, že by se choval jako tzv. ideální Lambertovský zářič, záře by závisela čistě na kosinu z úhlu od kolmice ζ . Tato závislost plyne z geometrických důvodů a nazývá se Lambertův kosinový zákon. Složitější závislosti vyzařování můžeme pak modelovat jako funkce $\cos\zeta$. Pro sluneční záři můžeme použít tento jednoduchý model:

$$\frac{I}{I_0} = 1 - q_\lambda + q_\lambda \cos \zeta, \quad (3.3)$$

kde I_0 je záře v kolmém směru na povrch, q_λ je tzv. limb-darkening koeficient jenž je závislý na vlnové délce. Pro hodnotu $q_\lambda = 1$ dostaneme jednoduchou závislost na $\cos \zeta$. Světelný zdroj, který by zářil převážně přímým směrem, by měl $q_\lambda > 1$. Slunce naopak má pro většinu vlnových délek $q_\lambda < 1$, tudíž i v limitním případě 90° má záři $(1 - q)I_0$. To je nejspíš způsobeno složitostí zářivého povrchu, jeho částečná průhlednost a fraktální charakter.

Představený model použil N. Reginald ve své teorii. V *Astrophysical Quantities* z roku 1973 [43] je tento model představen jako méně přesný, a dokonce v novějším

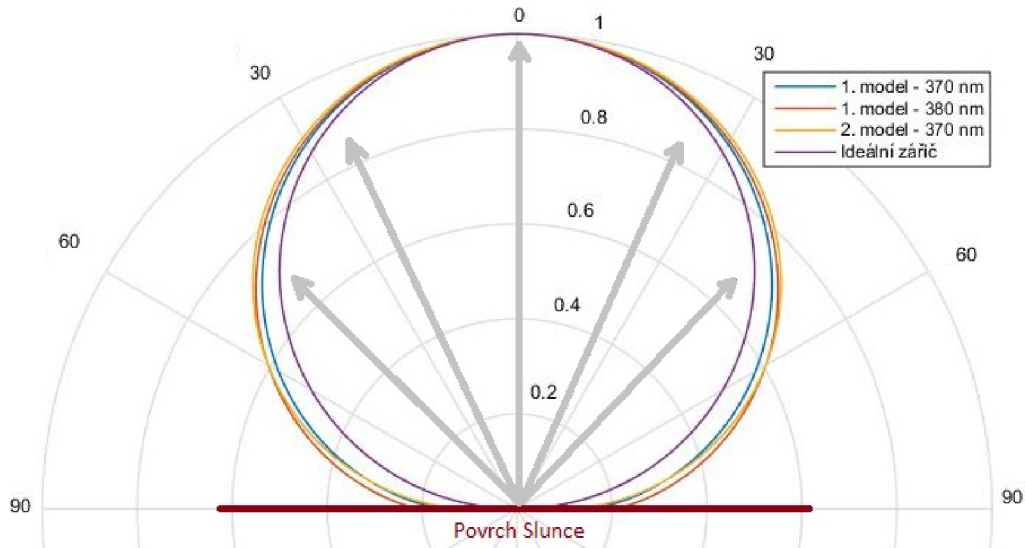
vydání pojmenovaném Allen's Astrophysical Quantities z 1999 [44] tento model zcela chybí. Jako přesnější model je nabízen tento:

$$\frac{I}{I_0} = 1 - q_{1\lambda} + q_{1\lambda} \cos \zeta - q_{2\lambda} + q_{2\lambda} \cos^2 \zeta, \quad (3.4)$$

kde navíc je přidán druhý koeficient určující závislost s druhou mocninou kosinů.

Hodnoty koeficientů pro různé vlnové délky se hodně liší (Obr. 3.5). Křivky jsou proměřené jen v některých bodech a ve zbylých místech je třeba provést lineární interpolaci. Touto cestou se vydává ve svém článku L. Cram i N. Reginald [12], kteří čerpají tyto koeficienty ze stejného zdroje, jaký je použit v grafu. Body v okolo 400 nm působí lehce zvláště a je otázkou, jestli nejsou způsobeny nějakou chybou měření.

Vliv obou modelů a vlnové délky je srovnán v Obr. 3.6. Je zde zobrazen ideální zářič, oba modely pro 370 nm a zjednodušený model pro 380 nm. Protože koeficient $q_{2\lambda}$ z druhého modelu je v okolí 400 nm velmi malý, můžeme bez větších problémů používat zjednodušený model. Ani výsledný vliv vlnové délky není velký i přesto, že jsme vybrali místo, kde se limb-darkening výrazně mění.



Obr. 3.6: Vyzařování Slunce do různých úhlů podle volby modelu.

Záři I_0 je možné vyjádřit z hustoty zářivého toku F (celkového výkonu dopadajícího na m^2) změřeného ze Země. U prvního modelu (3.3) je vzorec odvozen v článku (Inhester [45]):

$$F = \left(\frac{R_{\odot}}{D} \right)^2 \pi (1 - q/3) I_0 \quad [Wm^{-2}], \quad (3.5)$$

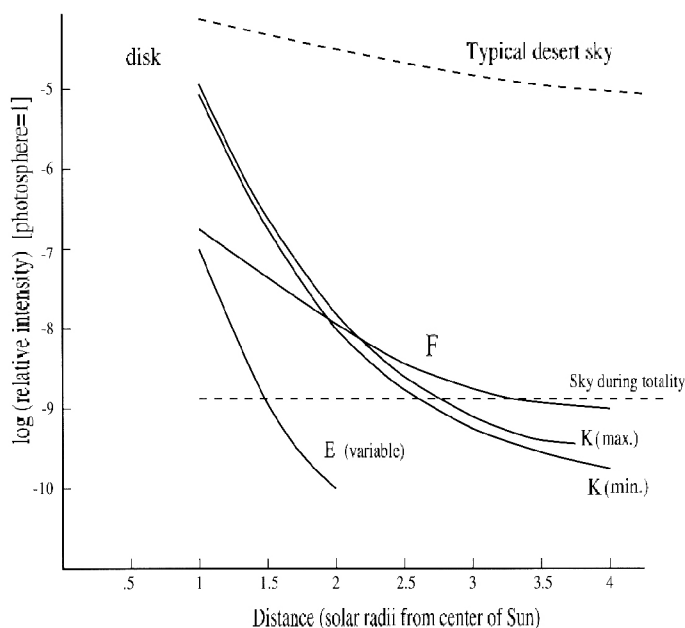
kde R_{\odot} je poloměr Slunce a D je vzdálenost mezi zemí a Sluncem při měření hustoty zářivého toku. Většina měření je však přepočítány na vzdálenost přesně 1 AU.

3.3 koróna

Nyní si shrneme nejdůležitější informace o koróně (více v Golub, [47]). Záření, přicházející z koróny, můžeme rozdělit na několik typů podle způsobu vzniku:

- K-koróna - kontinuální
- E-koróna - emisní
- F-koróna - Fraunhoferova
- T-koróna - termální

Tato práce se zabývá hlavně K-korónou, která vzniká Thomsonovým rozptylem slunečního záření na volných elektronech. Jak je patrné z Obr. 3.7, blízko slunečního povrchu je dominantní. Od ostatních složek koróny se odlišuje velmi vyhlazeným spektrem (původ jejího názvu) bez jakýchkoliv absorpčních čar. Toto vyhlazení je způsobené Dopplerovým efektem při rozptylem na náhodně se pohybujících elektronech (viz 5. kapitola). Záření je také silně polarizované na rozdíl od svého zdroje - slunečního světla [46].



Obr. 3.7: Srovnání jednotlivých složek záření koróny. Záření F-koróny začne dominovat až pro větší vzdálenosti od středu Slunce. E-koróna je příliš závislá na vlnové délce, než aby bylo tohle srovnání relevantní. Převzato z [47].

Zcela odlišná je E-koróna. Jejím zdrojem jsou excitované prvky v koróně. Právě sem patří dlouho nevysvětlené záření mnohonásobně ionizovaného železa, pomocí kterého se poprvé zjistila přítomnost velmi energetických částic v koróně. Při měření lze tuto složku od K-koróny snadno odlišit. Zprvce září pouze na některých vlnových

délkách, takže ve spektru tvoří ostrá maxima. Zadruhé jsou dnes tyto vlnové délky katalogizovány a pro měření teploty z K-koróny je možné vybrat takovou část bez vlivu E-koróny.

F-koróna vzniká rozptylem na prachových částicích v koróně. Na rozdíl od K-koróny jsou v ní ještě rozeznatelné sluneční absorpční čáry (Fraunhoferovy - původ názvu). V oblasti blízko Slunce je o jeden až dva řády slabší než K-koróna (Obr. 3.7), a proto ji L. Cram i N. Reginald ve své teorii zanedbávají. Je však otázkou, jestli pro přesné měření, o které se N. Reginald snaží, nemělo smysl vliv F-koróny více zvážit a případně odečíst od celkového záření. Tato problematika však přesahuje rozsah této práce a my se vydáme stejnou cestou jako předlohoové články.

Nakonec existuje ještě T-koróna, která vzniká tepelným zářením prachových částic a je podle (Golub, [47]) velmi slabá a zcela zanedbatelná pro práci s ostatními složkami koróny.

3.3.1 Hustota elektronů v koróně

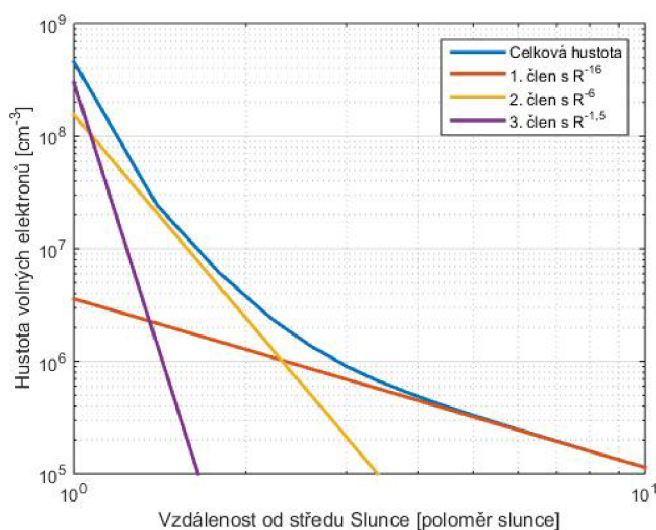
Pro určení záře K-koróny, kterému se budeme věnovat v další kapitole, je důležité znát hustotu volných elektronů v různých místech koróny. Nejjednodušší přístup je předpokládat tzv. symetrickou korónu, kde hustota závisí pouze na vzdálenosti od středu Slunce a nezávisí na čase. Jak poukazuje N. Reginald v článku [14], tato závislost sice je popsána v řadě článků, ale pokaždé vychází jinak. Tyto nepřesnosti jsou nejspíš způsobeny závislostí hustoty na mnoha faktorech, zejména na období slunečního cyklu a místě okolo koróny, ze které měření vychází.

Překvapivě však N. Reginald ve výše citovaném článku ukázal, že jeho metoda na měření teploty není příliš ovlivněná hustotou elektronů, a proto nehraje žádnou roli jaký vzorec použije. Nakonec se rozhodl použít jeden z nejstarších vzorců, který odvodil S. Baumbach 1937 z deseti různých zatmění Slunce:

$$n_e = 10^8 \left(\frac{0,036}{R_{\odot}^{1,5}} + \frac{1,55}{R_{\odot}^6} + \frac{2,99}{R_{\odot}^{16}} \right) \quad [\text{cm}^{-3}]. \quad (3.6)$$

Ze závislosti (Obr. 3.8) je patrné, že ve vzdálenosti do 2 poloměrů Slunce klesá hustota přibližně s 6. mocninou. Od 4. poloměru klesá s 1,5. mocninou. V této práci budeme taktéž používat tuto závislost.

Jenom poznamenejme, že v případě, že by se přece jen prokázal aspoň malý vliv hustoty elektronů na danou metodu, je zde řada způsobů, jak tento vstupní údaj vylepšit. Například by se mohla vzít průměrná hustota, která by už měla v sobě započítanou fázi slunečního cyklu, ve které se při měření Slunce nachází, a také by bylo možné vzít v potaz místo měření (např. jestli rovníková nebo polární oblast).



Obr. 3.8: Hustota volných elektronů podle S. Baumbacha a jednotlivé části vzorce sloužící pro srovnání rychlosti poklesu křivky.

Poslední možností je kromě měření teploty změřit v daném okamžiku i hustotu, a tím zpřesnit výsledek.

3.4 Thomsonův rozptyl

K-koróna je viditelná díky rozptylu fotonů na volných elektronech, které se v ní vyskytují. K přesnému popisu této interakce je nutné využít kvantovou elektrodynamiku. Avšak překvapivě vzorec pro rozptyl, který se pro popis koróny používá, je možné odvodit i v klasické fyzice, i když to vyžaduje zavést řadu sporných pojmů jako třeba poloměr elektronů. Tuto teorii rozvíjel J.J. Thomson právě ještě v době, kdy nebyla známá ani vnitřní struktura atomů, a proto netušil, na jakých částicích rozptyl probíhá. Pro zajímavost zde uvedeme některé myšlenky klasického odvození, ale nakonec vyjdeme z obecnějšího vzorce odvozeném za pomoci kvantové fyziky.

Elektron si můžeme představit jako oscilátor, který je rozkmitán přijatým zářením ve směru své polarizace (Obr. 3.9). Daný oscilátor následně vyzařuje do různých směrů, avšak amplituda záření je závislá na průmětu směru kmitání do dané osy. Na Obr. 3.9 je zobrazena rovina rozptylu. Pokud je záření polarizované v této rovině, tak amplituda rozptýleného záření bude úměrná k $(-\cos\theta)$ a intenzita (záře) bude tedy úměrná $\cos^2\theta$. Zatímco záření polarizované kolmo na rozptylovou rovinu nebude úhlem θ vůbec ovlivněno.

Také konstanta úměrnosti lze vypočítat z klasických přestav a vyjde pro obě polarizace stejně:

$$r_e^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \right)^2 \doteq 3,97 \cdot 10^{-30} \text{m}^2, \quad (3.7)$$

kde e je náboj částice (v našem případě elektronu), ϵ_0 je permitivita vakua, m je hmotnost částice, c je rychlost světla a $r_e \doteq 2,8$ fm je tzv. klasický poloměr elektronu. Ten je možné odvodit z představ, že elektron je koule s elementárním nábojem rozmístěným na povrchu a elektrostatičká energie dané koule je rovna klidové energii elektronu podle vzorce $E = mc^2$.

Nepolarizované světlo můžeme popsat jako záření, jehož polovina je polarizovaná v rovině rozptylu a polovina je na ni kolmá. Výsledná záře bude součtem obou závislostí. Takže tzv. diferenciální účinný průřez Thomsonova rozptylu $d\sigma_T/d\Omega$, který určuje množství rozptýleného záření do daného úhlu, můžeme popsat takto:

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = \frac{r_e^2(1 + \cos^2 \theta)}{2}. \quad (3.8)$$

V případě, že chceme spočítat celkové množství rozptýleného záření, musíme integrovat přes všechny úhly. Tím dostáváme tzv. Thomsonův celkový účinný průřez:

$$\sigma_T = \frac{r_e^2}{2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} (\cos^2 \theta + 1) \sin \theta d\varphi d\theta = \frac{8\pi}{3} r_e^2. \quad (3.9)$$

Je nutné zdůraznit, že zavedené veličiny jsou pouhou aproximací složitého světa kvantové fyziky, na které se shodou okolností přišlo ještě před tím, než se objevila tato teorie. Hlubší popis rozptylu v roce 1929 provedli O. Klein a Y. Nishina [28,48]. Pomocí kvantové elektrodynamiky odvodili vzorec (který nese jejich jména) pro diferenciální průřez rozptylu fotonu na nabitě částice:

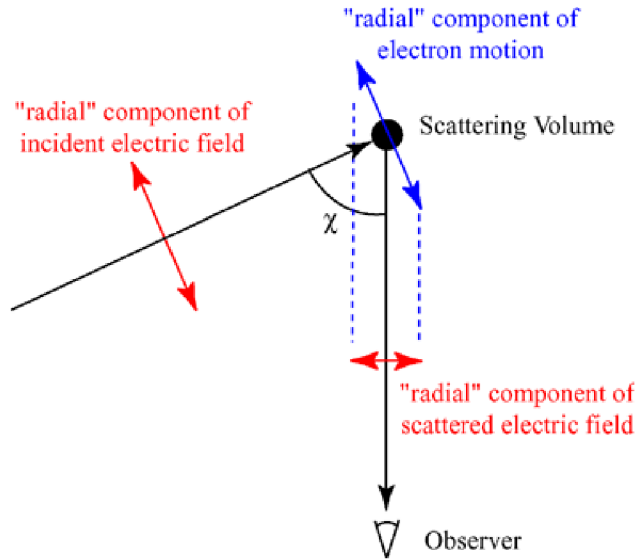
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e}{2} \left(\frac{\lambda}{\lambda'} \right)^2 \left(\frac{\lambda}{\lambda'} + \frac{\lambda'}{\lambda} - \sin^2 \theta \right), \quad (3.10)$$

kde λ je vlnová délka přijatého světla a λ' rozptýleného. Jejich rozdíl závisí na úhlu θ a lze spočítat známým vzorcem pro Comptonův jev:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta). \quad (3.11)$$

Maximální hodnota rozdílu je 2,4 pm, což způsobí zcela zanedbatelný posun pro vlnové délky ve stovkách nanometrech, se kterými pracujeme v naší teorii. Právě v případě dlouhých vlnových délek platí $\lambda/\lambda' \doteq 1$ a jednoduchou úpravou dostaneme ze vzorce (3.10) výraz pro Thomsonův rozptyl odvozený v předchozí části. Díky tomu můžeme říct, že Thomsonův rozptyl je limitním případem Comptonova rozptylu pro velké vlnové délky. Klein-Nishinův vzorec může mít význam při práci s Rentgenovým

světlem nebo s gama zářením, ale v případě záření s vlnovou délkou podobnou viditelnému světlu nám postačí Thomsonův rozptyl.



Obr. 3.9: Thomsonův rozptyl popsáný klasickou fyzikou. Na obrázku vidíme rovinu rozptylu záření a útlum amplitudy kvůli rozptylu do rozptýleného směru. Převzato z [50].

3.5 Dopplerův jev

Volné elektrony v koróně se pohybují, a proto při rozptylu na nich dochází k Dopplerově jevu. Při rozptylu je foton s vlnovou délkou λ' pohlcen elektronem. V jeho souřadné soustavě má však fonon vlnovou délkou λ_e . Následně elektron vyzáří foton nějakým směrem, který bude mít v souřadné soustavě spojené se Sluncem vlnovou délkou λ .

Dopplerův jev v případě pohybu pozorovatele (v našem případě elektronu) změní vlnovou délkou podle vzorce:

$$\lambda_e = \frac{v_z - v_e}{v_z} \lambda', \quad (3.12)$$

kde v_z rychlost vlnění (v našem případě rychlost světla c) a v_e je rychlost pozorovatele (elektronu). Dopplerův jev případě pohybu zdroje (v našem případě zase elektron) je popsán podobným vzorcem:

$$\lambda = \frac{v_z}{v_z - v_e} \lambda_e. \quad (3.13)$$

V případě, že elektron pohybuje jiným směrem než pohlcený resp. rozptýleného foton, je nutné započítat pouze složku rychlosti v daném směru, kterou získáme

skalárním součinem s jednotkovým vektorem \mathbf{k}' , který má směr pohlceného fotonu resp. \mathbf{k} , který má směr rozptýleného fotonu. Když nahradíme v rovnicích v_e skalárními součiny, v_z rychlostí světla c , z (3.13) vyjádříme λ_e a dosadíme do (3.13), dostaneme:

$$\frac{c - \mathbf{v}_e \cdot \mathbf{k}}{c} \lambda = \frac{c - \mathbf{v}_e \cdot \mathbf{k}'}{c} \lambda'. \quad (3.14)$$

V kap. 2.3 jsme zavedli popis částic (v našem případě elektronů) pomocí funkce f , která určuje hustotu a rozložení hybností (případně rychlostí) částic. Zaměříme se na případ, kdy je hustota elektronů a jejich rozložení rychlostí na sobě nezávislé tudíž jejich stav můžeme popsat:

$$f = n_{e,R} f_{R,\mathbf{v}}, \quad (3.15)$$

kde $n_{e,R}$ je hustota volných elektronů a $f_{R,\mathbf{v}}$ je rozložení rychlostí v bodě R .

V případě, že nás zajímá hustota elektronů, které mají takovou rychlost, že sluneční záření λ' změní na λ , můžeme ji vypočítat vztahem:

$$n_{e,R,\lambda,\lambda'} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{R,\mathbf{v}} \delta \left(\left[\lambda' - \frac{\lambda'}{c} (\mathbf{k}' \cdot \mathbf{v}) \right] - \left[\lambda - \frac{\lambda}{c} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \right] \right) d\mathbf{v}, \quad (3.16)$$

kde $\delta()$ je tzv. δ -distribuce, ve které se nachází výzaz rovnající se nule pouze když platí rovnici (3.14). Pomocí toho nám δ -distribuce „vyfiltruje“ pouze elektrony s vhodnou rychlostí. Více δ -distribuce a její vlastností třeba v (Komrska, [51]).

4 VÝPOČET ZÁŘE K-KORÓNY

V této kapitole je představen teoretický výpočet záře I vznikající v K-koróně. Část teorie vychází ze článku (Cram, [19]), avšak na rozdíl od původního článku jsou zde navíc důkladnější odvození některých vztahů, případně doplněny odkazy na odvození v literatuře. Rovněž jsou přidány upozornění na některé provedené aproximace, které mohou být cílem dalších diskuzí. Navíc jsou upraveny některé obrázky a přeznačené některé veličiny za účelem větší srozumitelnosti. A nakonec závěrečný výpočet integrálu v podkapitole 4.7 a jeho analýza je vlastním dílem autora diplomové práce.

Po vzoru práce (Inhester, [45]) je kladený velký důraz na rozměr jednotlivých veličin. Proto je u většiny rovnic na konci v hranatých závorkách přidán rozměr vypočtené veličiny.

4.1 Princip výpočtu

Předpokládejme, že při pozorování K-koróny detekujeme fotony, které vyzářil sluneční povrch a byly přesně jednou rozptýleny na volných elektronech ve sluneční koróně. Dále předpokládejme, že foton se na obou úsecích pohyboval přímočaře.

Výpočet je založený na myšlence, že při pozorování jednoho místa na obloze detekujeme záření, které vznikalo v různých místech koróny. Proto musíme vliv všech těchto míst započítat a sečíst jejich příspěvky k výsledné záři (první integrace). Dále je potřeba vyřešit vznik záření koróny, takže určit kolik slunečního světla se v nějakém místě koróny rozptýlí směrem k pozorovateli. Samotné sluneční záření do každého místa koróny přichází od různých částí slunečního povrchu. Proto je třeba započítat každé místo slunečního povrchu (druhá integrace) s ohledem na úhlovou závislost sluneční záře. Nejdřív se tedy spočítá, kolik přispěje obecný bod na Slunci S k záření, které se rozptýlilo v bodě R směrem k pozorovateli (viz obr. 4.1) a pak se následně provede integrace přes povrch Slunce a přes pozorovanou oblast v koróně. Tento postup je dále detailně vysvětlen a jsou odvozeny vztahy, ke kterým vede.

Výpočet předpokládá znalost několika vlastností Slunce a koróny, které slouží, jako vstupní data:

- hustota slunečního toku F ,
- Závislost záře slunečního povrchu na úhlu vyzáření,
- hustota volných elektronů v koróně.

Na druhou stranu nejsou nutné žádné další předpoklady jako je například kulově symetrický tvar koróny a podobně.

Celou teorii provází řada geometrických vztahů. Pro přehlednost jsou při odvozování fyzikálních vztahů nejprve použity takové úhly a veličiny, které nejlépe

vystihují dané závislosti, a teprve v podkapitole 4.6 jsou odvozeny a vysvětleny geometrické vztahy mezi nimi. Ty jsou pak následně využity pro vypočítání vzniklých integrálů.

4.2 Pozorovací polopřímka

Veličina záře I má jednotku $[\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}]$, takže ji vztahujeme nejen k jednomu bodu detektoru, ale také k pouze jednomu konkrétnímu směru. To znamená, že nemusíme řešit prostorový úhel objektu, který pozorujeme, ale stačí nám pomocí místa a směru pozorování určit polopřímku, kterou budeme nazývat pozorovací polopřímka. Ta nám zcela určuje oblast, která nám může přímo přispět k výsledné záři. V případě, že nehraje roli místo pozorovatele, budeme mluvit o přímce pozorování, na které polopřímka leží. (V angličtině používají Reginald a Davila ve svých článcích pojem light of sight.)

Pozorovací polopřímku je možné určit bodem pozorování P a dvěma úhly určujícími směr pohledu, popřípadě jinými parametry. V rámci teorie pro nás však bude většinou podstatná pouze ρ vzdálenost polopřímky od středu Slunce definovaná jako vzdálenost nejbližšího bodu přímky pozorování a středu Slunce (viz obr. 4.1).

4.2.1 Integrál podél polopřímky pozorování

Koróna je velmi řídké prostředí, které je možné považovat za průhledné, je dokázáno později v kap. 4.3.3. Za tohoto předpokladu můžeme vypočítat celkovou záři I sečtením příspěvků od každého z bodů na pozorovací polopřímce:

$$I = \int_P^{\infty} I_R dl \quad [\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}], \quad (4.1)$$

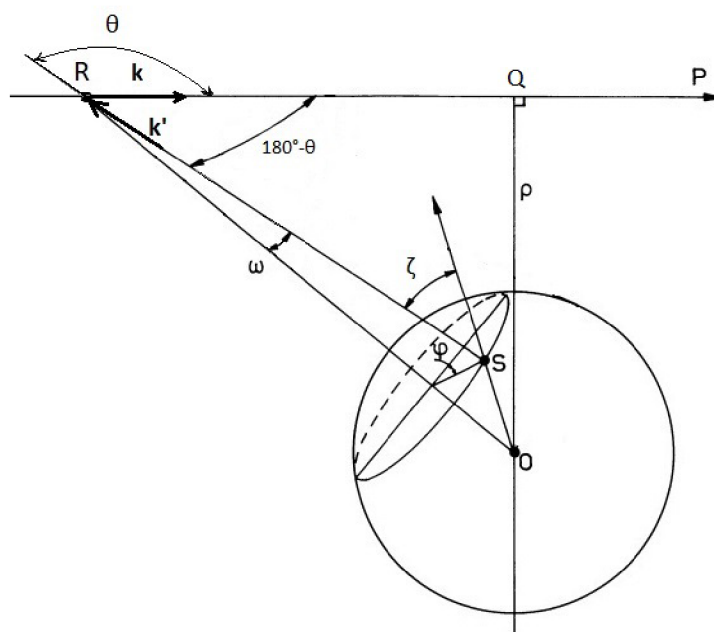
kde P je poloha pozorovatele, R je obecný bod na polopřímce pozorování a I_R je příspěvek k záři od každého bodu na pozorovací polopřímce.

I_R se rozměrově liší od záře, protože je vztažen na objem (m^{-3}). U těchto příspěvků nemusíme řešit vzdálenost od pozorovatele, protože ta nehraje u pozorované záře vztažené k prostorovému úhlu (sr^{-1}) žádnou roli (viz kap. 3.1).

4.3 Rozptyl v bodě R

4.3.1 Geometrie rozptylu

Zavedme si popis geometrie rozptylu, který je znázorněn na obr. 4.1.



Obr. 4.1: Geometrie rozptylu záření. Na Slunci se středem v bodě O vznikne foton v bodě S a je vyzářen směrem \mathbf{k}' do bodu R. Zde dojde k rozptylu na elektronu do směru \mathbf{k} dále k pozorovateli v bodě P, který je ve velké vzdálenosti od Slunce. Přesné zavedení úhlů a vzdáleností je v kap. 4.3.1.(Obr. upravený z [19])

- O - střed Slunce,
- S - obecný bod na povrchu Slunce,
- R - obecný bod, kde dochází k rozptylu fotonu na volných elektronech,
- P - místo pozorovatele (většinou Země),
- \mathbf{k}' - jednotkový vektor určující směr od S do R, popsany úhly ω a φ ,
- ω - úhel ORS,
- φ - úhel, který spolu svírají roviny ORS a ORZ,
- ω_{\max} - maximální úhel ω , pod kterým je ještě „vidět“ povrch Slunce z bodu R,
- \mathbf{k} - jednotkový vektor směřující z R k pozorovateli v bodě P,
- θ - tzv. rozptylový úhel určený vektory \mathbf{k} a \mathbf{k}' . Často bude potřeba jeho doplněk do 180° .
- Q - nejbližší bod ke Slunci na přímce pozorování,

4.3.2 Celkový účinný průřez

Dále si zavedeme veličiny na popis rozptylu. Ty jsou v souladu s článkem (Inhester [45]), akorát zavedení v této práci je stručnější a přehlednější.

Když foton projde nějakou částí koróny, existuje šance na jeho rozptýlení. Tuto

pravděpodobnost si označíme P_{roz} . V případě záření obsahujícího velké množství fotonů je toto číslo možné interpretovat jako procentuální množství záření, které se rozptýlí od své původní dráhy. Je zřejmé, že P_{roz} je bezrozměrné a bude záviset na třech věcech. Zaprvé bude záviset na délce l , kterou záření urazí. Za druhé bude záviset na velikosti rozptylující částice, přesněji na jejím průřezu. V případě elektronu nemá smysl mluvit o nějakém reálném průřezu, ale pouze o tzv. celkovém účinném průřezu σ_{T} , který je přiřazen interakci mezi nabitou částicí a fotonem. Nakonec bude rozptyl záviset na hustotě elektronů $n_{e,\text{R}}$ v bodě R. Platí pro ně tento důležitý vztah:

$$\frac{dP_{\text{roz}}}{dl} = \sigma n_{e,\text{R}} \quad [\text{m}^{-1}], \quad (4.2)$$

takže pro výpočet P_{roz} je potřeba přes nějakou délku integrovat hustotu pravděpodobnosti vynásobenou konstantou s rozměrem m^2 . Rovnost je zde docílena trochu „uměle“, a to právě správnou volbou účinného průřezu. V případě Thomsonova rozptylu, který zde budeme řešit (viz kap. 3.4), jde o tzv. Thomsonův průřez σ_{T} a lze snadno spočítat (viz podkapitola 3.4):

$$\sigma_{\text{T}} = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \right)^2 \doteq 6,65 \cdot 10^{-29} \text{m}^2, \quad (4.3)$$

kde e je náboj částice (v našem případě elektron), ϵ_0 je permitivita vakua, m je hmotnost částice a c je rychlost světla.

4.3.3 Poměr rozptýleného a nerozptýleného záření

Nyní můžeme vypočítat, jaká část fotonů při cestě od slunečního povrchu k zemi je rozptýlena korónou. Tu si označíme $P_{\text{roz,P}}$. Využijeme právě odvozený vztah a hustotu elektronů z kap. 3.3.1:

$$P_{\text{roz,P}} = \sigma_{\text{T}} \int_{R_{\odot}}^{\text{P}} n_{e,\text{R}} dl \doteq 2,7 \cdot 10^{-5}. \quad (4.4)$$

Vychází, že na každý rozptýlený foton je 37 tisíc nerozptýlených, takže opravdu můžeme korónu považovat za průhlednou.

4.3.4 Diferenciální účinný průřez

Ve vztahu (4.2) se nám tedy podařilo vyjádřit pravděpodobnost rozptylu v bodě R. Protože však Thomsonův rozptyl je závislý na úhlu rozptylu θ , musíme řešit tzv. diferenciální účinný průřez $d\sigma_{\text{T}}/d\Omega$, který vyjadřuje množství záře rozptýlené do konkrétního úhlu. Takže když potřebujeme zjistit, jaká část záření $I'_{\text{R},k'}$ přicházející

do bodu R z \mathbf{k}' se rozptýlila do směru \mathbf{k} , použijeme ve vzorci (4.2) diferenciální průřez $d\sigma_T/d\Omega$ místo celkového průřezu σ_T :

$$I_{R,k'} = \frac{d\sigma_T}{d\Omega} n_{e,R} I'_{R,k'} \quad [\text{Wm}^{-3}\text{sr}^{-2}]. \quad (4.5)$$

Výsledek jsme označili $I_{R,k'}$ a vyjadřuje příspěvek k záři I pocházející z bodu R a z rozptýleného záření ze směru \mathbf{k}' (proto má \mathbf{k} v indexu apostrof). V jednotce veličiny máme netradičně sr^{-2} , protože řešíme záření z jednoho konkrétního směru rozptýlené do jiného směru.

V kap. 3.4 jsme odvodili vztah pro diferenciální účinný průřez. Zde ho pouze vyjádříme pomocí σ_T a zavedeme si funkci $Q(\theta)$ pro stručnější zápis:

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = \frac{3}{16\pi} \sigma_T (1 + \cos^2 \theta) \equiv \frac{3}{16\pi} \sigma_T Q(\theta) \quad [\text{m}^2\text{sr}^{-1}]. \quad (4.6)$$

4.3.5 Výpočet rozptýleného záření v bodě R

Nyní konečně můžeme vypočítat celkový příspěvek I_R k záři pocházející z bodu R, který jsme si zavedli ve vztahu (4.1). Stačí integrovat přes celý prostorový úhel, ve kterém přichází záření do bodu R. Protože zanedbáme všechny ostatní zdroje kromě Slunce, můžeme napsat:

$$\begin{aligned} I_R &= \iint_{\Omega} \frac{d\sigma_T}{d\Omega} n_{e,R} I'_{R,k'} d\Omega = \int_0^{\omega_{\max}} \int_0^{2\pi} \frac{3}{16\pi} \sigma_T Q(\theta) n_{e,R} I'_{R,k'} \sin \omega d\omega d\varphi = \\ &= \frac{3}{16\pi} \sigma_T n_{e,R} \int_{\cos \omega_{\max}}^1 \int_0^{2\pi} Q(\theta) I'_{R,k'} d(\cos \omega) d\varphi \quad [\text{Wm}^{-3}\text{sr}^{-1}]. \quad (4.7) \end{aligned}$$

Úhel φ integrujeme přes celou kružnici a úhel ω pouze od nuly do ω_{\max} , protože tím je vymezen úhlový rozměr Slunce v bodě R. Ve vztahu za druhým rovnítkem se nám objevil $\sin \omega$, který má význam Jakobiánu pro zde použité sférické souřadnice. Tento člen jsme navíc v dalším kroku odstranili za pomoci substituce integrační proměnné z ω na $\cos \omega$. Taky jsme mohli dát $n_{e,R}$ a další konstanty před integrál, protože nezávisí na směru \mathbf{k}' .

Ještě si můžeme povšimnout významu zavedené indexové symboliky, když jsme z $I'_{R,k'}$ „odstranili“ \mathbf{k}' pomocí integrování přes všechny směry vedoucí ke zdroji záření. Následně můžeme také využít vztah 4.1, kde integrací přes všechny body na polopřímce pozorování odstraníme index R a dostaneme výslednou záři I .

4.4 Sluneční záře v bodě R

Nyní vyřešíme záři $I'_{R,k'}$, která vzniká v bodě S na povrchu Slunce a je vyzářena směrem \mathbf{k}' do bodu R. Budeme předpokládat, že každý bod na Slunci září stejně. Tuto aproximaci zanedbávající sluneční skvrny a podobné jevy si můžeme dovolit díky tomu, že ve vztahu (4.7) integrujeme přes velkou část sluneční plochy a díky tomu se nám různé náhodné nehomogenní struktury zprůměrují a nebudou mít vliv.

Jak bylo vysvětleno v kap. 3.2.2, záře Slunce závisí na úhlu ζ mezi směrem \mathbf{k}' a normálou k povrchu Slunce v bodě S (obr. 4.1):

$$I'_{R,k'} = (1 - q + q \cos \zeta) I_0^S \quad [\text{m}^{-2}\text{sr}^{-1}], \quad (4.8)$$

kde q je průměrný limb-darkening koeficient pro rozsah vlnových délek, jejichž záře se řeší a I_0^S je záře Slunce vyzářená z bodu S směrem kolmým k povrchu.

Hodnotu I_0^S je možné vyjádřit z hustoty zářivého toku F (viz vzorec (3.5)) a pomocí něj přepsat vzorec (4.8) do podoby:

$$I'_{R,k'} = \left(\frac{D}{R_\odot} \right)^2 \frac{1}{\pi} \left(\frac{1 - q + q \cos \zeta}{1 - q/3} \right) F \equiv A(\zeta) F \quad [\text{m}^{-2}\text{sr}^{-1}]. \quad (4.9)$$

Navíc jsme zavedli $A(\zeta)$, která slouží ke zkrácení zápisu celé závislosti. Výslednou záři je tedy možné spočítat dosazením (4.9) a (4.6) do (4.7).

4.4.1 Závislost na vlnové délce

Komplikací je, že F i q jsou závislé na vlnové délce. Tudíž se nabízí dva přístupy. Buď se spočítá každá vlnová délka zvlášť, nebo se zvolí průměrná hodnota pro pozorovanou oblast spektra. U prvního způsobu je navíc nutné vyřešit Dopplerův jev při rozptylu v koróně. Tento způsob bude předveden v další kapitole 5. Ve zbylé části této kapitoly naopak zvolíme druhý způsob, který může vést na velmi přesné výsledky při správném zvolení intervalu pozorovaných vlnových délek. Hlavním účelem je však pochopení jevů, které se promítnou i do výsledku výpočtu s vlnovými délkami.

4.5 Výpočet polarizace

Nyní se vraťme ke vztahu (4.5). Použijeme odlišný diferenciální účinný průřez v závislosti na polarizaci. Nejdříve budeme řešit záření, které má polarizaci kolmou na rovinu PRS (ta je určena vektory \mathbf{k} a \mathbf{k}'). V této polarizaci je vztah (4.5) nezávislý na rozptylovém úhlu θ :

$$I_{R,k'}^\perp = \frac{3}{16\pi} \sigma_T n_{e,R} I'_{R,k'}. \quad (4.10)$$

Stále počítáme, že $I'_{R,k'}$ je záře slunečního nepolarizovaného záření.

Vztah pro polarizované záření rovnoběžně s rovinou PRS má navíc $\cos^2 \theta$:

$$I_{R,k'}^{\parallel} = \frac{3}{16\pi} \cos^2(\theta) \sigma_T n_{e,R} I'_{R,k'}. \quad (4.11)$$

Je třeba si však uvědomit, že v 4.7 integrujeme přes různé úhly ω a φ , a tím pádem se nám natočení roviny PRS mění a jednotlivé příspěvky k polarizaci nemůžeme jednoduše sčítat. Musíme zvolit libovolnou neměnnou rovinu, v našem případě OPR, a vyřešit, kolik nám příspěvek záře přidá do polarizace kolmé na tuto rovinu $I_{R,k'}^s$ a kolik do rovnoběžné $I_{R,k'}^p$. To vypočítáme rotační transformací záře o úhel α , který svírají roviny SPR a OPR (obr. 4.2). Nejdříve spočítáme polarizaci kolmou k OPR:

$$\begin{aligned} I_{R,k'}^s &= I_{R,k'}^{\parallel} \sin^2 \alpha + I_{R,k'}^{\perp} \cos^2 \alpha = \frac{3}{16\pi} \sigma_T n_{e,R} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \theta) I'_{R,k'} \\ &\equiv n_{e,R} Q^s(\alpha, \theta) I'_{R,k'}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Následně pak vyjádříme polarizaci rovnoběžnou s OPR:

$$\begin{aligned} I_{R,k'}^p &= I_{R,k'}^{\parallel} \cos^2 \alpha + I_{R,k'}^{\perp} \sin^2 \alpha = \frac{3}{16\pi} \sigma_T n_{e,R} (\cos^2 \alpha \cos^2 \theta + \sin^2 \alpha) I'_{R,k'} \\ &\equiv n_{e,R} Q^p(\alpha, \theta) I'_{R,k'}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

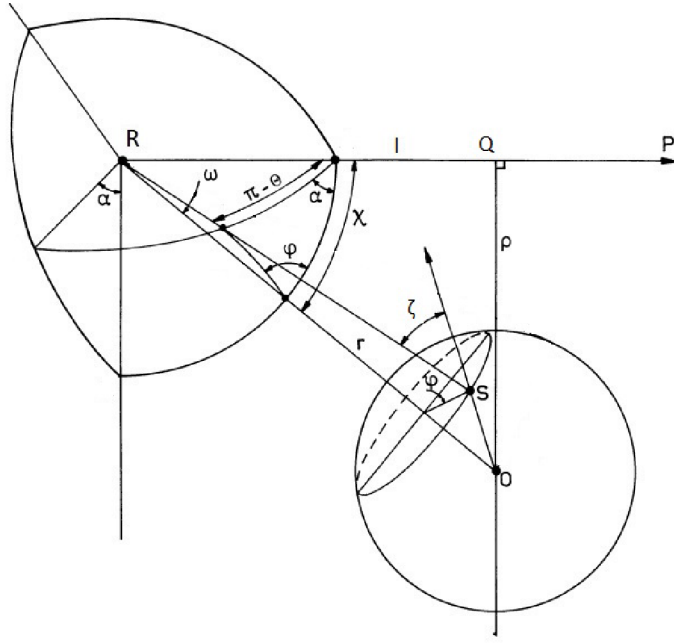
Použité vztahy na změnu souřadnic je možné najít třeba v (Liška, [52]). Ve vztazích (4.12) a (4.13) jsme zavedli veličiny $Q^s(\alpha, \theta)$ a $Q^p(\alpha, \theta)$. Ty můžeme vyměnit za $Q(\theta)$ ve vztahu (4.6), a tím dostaneme výpočet záře pro jednotlivé polarizace.

4.6 Geometrické vztahy

Poslední části výpočtu je vyjádřit geometrické vztahy mezi jednotlivými úhly a délkami. Ty můžeme rozdělit do tří skupin. První skupina jsou parametry měření, v tomto případě parametry určující polopřímku pozorování a zejména vzdálenost polopřímky od středu Slunce ρ . Druhou skupinou jsou integrační proměnné l , ω a φ , které zmizí po integraci. Třetí skupina jsou proměnné, které musíme převést na výše jmenované pomocí geometrických vztahů.

Nejdříve si zavedeme souřadnici l přesněji. Její počátek umístíme do bodu Q a kladnou část osy dáme směrem od pozorovatele, takže vzdálenost RQ je $|l|$ (obr. 4.2).

V případě, že ω je rovna ω_{\max} , je přímka RS tečnou k povrchu Slunce a úhel PSO je pravý. Z toho snadno vypočítáme ω_{\max} :



Obr. 4.2: Doplnění obrázku geometrie rozptylu o veličiny nutné k výpočtu geometrických vztahů a polarizace. Je zde doplněna pomocná sféra okolo bodu R pro výpočet úhlu mezi přímkami RP, RO a RS. Navíc zde je úhel α mezi rovinami OPR a PRS, pomocný úhel ORQ nazvaný χ , vzdálenost l mezi RQ a vzdálenost R od středu Slunce nazvaná r . (Obr. upravený z [19])

$$\sin \omega_{\max} = \frac{R_{\odot}}{r} = \frac{R_{\odot}}{\sqrt{l^2 + \rho^2}}, \quad (4.14)$$

kde r je vzdálenost bodu R od středu Slunce a vypočítá se jednoduše pomocí Pythagorovy věty.

Úhel ζ vypočítáme z trojúhelníku ORS pomocí sinové věty:

$$\sin \zeta = \frac{r}{R_{\odot}} \sin \omega. \quad (4.15)$$

Všimneme si, že úhel ζ nezávisí na φ . To se může hodit při zjednodušování integrálů.

Nyní se pustíme do výpočtu úhlů θ a α , kde bude třeba využít sférickou geometrii. Odvození použitých vztahů lze najít třeba v [53]. Nejdříve si vypočítáme pomocný úhel χ z pravoúhlého trojúhelníku OPR:

$$\tan \chi = \frac{\rho}{l}. \quad (4.16)$$

Pomocí sférické kosinové věty můžeme vypočítat úhel θ :

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta = \cos \omega \cos \chi + \sin \omega \sin \chi \sin \varphi. \quad (4.17)$$

Úhel α je rovněž možné spočítat podobným způsobem, ale je o trochu jednodušší využít předchozího výsledku a spočítat ho za pomoci sférické sinové věty:

$$\sin \alpha = \frac{\sin \varphi \sin \omega}{\sin(\pi - \Theta)}. \quad (4.18)$$

4.7 Výsledná záře K-koróny a její analýza

Když dosadíme (4.9) a (4.6) do (4.7) dostaneme výsledný výpočet záře K-koróny pomocí tří integrálů. Bez znalosti hustoty elektronů v koróně můžeme vypočítat pouze dva z nich. Výpočet je sice opravdu zdlouhavý, ale principiálně není složitý. Zde uvádím pouze začátek a výsledek výpočtu. Pro jednodušší zápis jsou všechny vzdálenosti vyjádřeny v poloměrech Slunce R_{\odot} :

$$I = \int_P^{\infty} n_{e,R} \int_{\cos \omega_{\max}}^1 \int_0^{2\pi} \frac{3\sigma_T}{16\pi} Q(\theta) A(\zeta) F d\varphi d(\cos \omega) dl = \frac{3\sigma_T D^2}{8\pi^2} F \int_P^{\infty} n_{e,R} f_R(l, \rho, q) dl \quad (4.19)$$

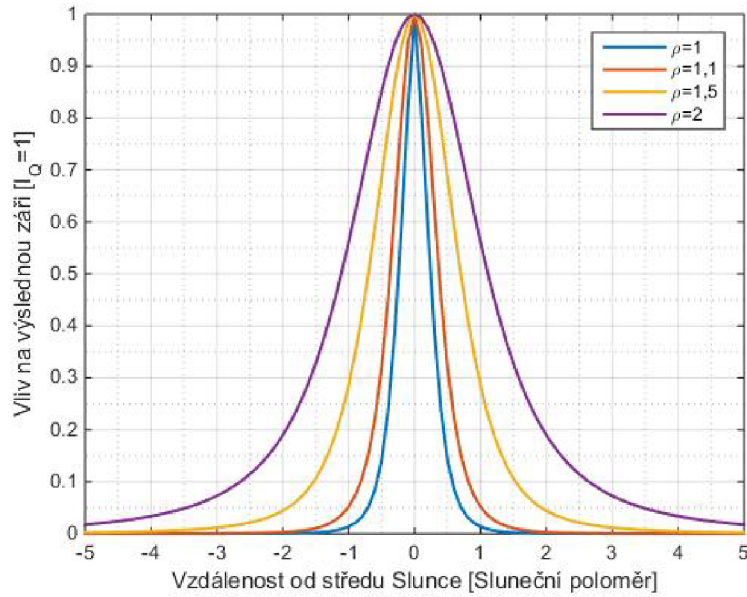
kde

$$f_R(l, \rho, q) = \frac{q\pi(11l^2 + 10\rho^2) \arcsin(1/r)}{16(1 - q/3)r} + \frac{4\pi(1 - q)}{3(1 - q/3)} + \frac{\pi\sqrt{r^2 - 1}}{48(1 - q/3)r^5} \cdot [l^4(34q - 64) + l^2\rho^2(65q - 128) + l^2(16 - 4q) + \rho^4(31q - 64) + \rho^2(2q - 8)]. \quad (4.20)$$

V případě, že chceme vědět, jak nám jednotlivé body na přímce pozorování přispěly k výsledné záři, můžeme si zobrazit $n_{e,R} f_R(l, \rho, q)$ podělené vlivem I_Q v bodu Q (bod nejbliž Slunce). Tím získáme porovnání, jak jsou jednotlivé body na přímce pozorování důležité ve srovnání s bodem přímky s největší září (Obr. 4.3). Vidíme, že vliv jednotlivých bodů velmi rychle klesá se vzdáleností od Slunce. Pro větší ρ je očekávaně větší i oblast, která se podílí na výsledné záři.

4.7.1 Geometrické vlivy na záři

Funkce f_R má dobře představitelný význam. Určuje, jaká místa koróny mají vliv na výslednou záři v případě, že by všude byla stejná hustota elektronů. Ta samozřejmě ve skutečnosti radiálně klesá a tím způsobuje rychlý úbytek záření koróny se vzdáleností od Slunce, ale funkce f_R nám může pomoci pochopit vlivy, které pocházejí čistě z geometrie rozptylů.



Obr. 4.3: Funkce $n_{e,R} f_R(l, \rho, q)$ ukazující vliv na výslednou záři jednotlivých bodů na přímce pozorování normovaný tak, aby střed (bod Q) se rovnal 1. Srovnání pro jednotlivé vzdálenosti přímky od Slunce ρ , které jsou udány ve Slunečních poloměrech.

Ačkoliv je f_R je značně komplikovaná, je možné ukázat řadu jejích vlastností, například že funkce je sudá, tudíž je celý problém symetrický podle bodu Q. Pro limb-darkening koeficient $q = 0,8$ a pro vzdálenosti ρ rovné hodnotám 1 a $1,5R_\odot$ je funkce f_R zobrazena v obr. 4.4.

Vliv prostorového úhlu Slunce v bodě R

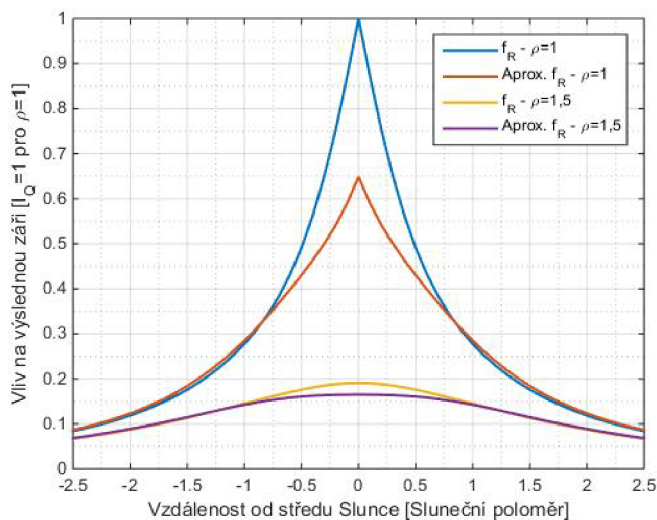
Tvar funkce je nejvíce ovlivněný prostorovým úhlem Ω_R , pod kterým je z bodu R vidět Slunce. Jeho velikost lze vyjádřit $\Omega_R = 2\pi(1 - \cos \omega_{\max})$ a přibližně klesá s druhou mocninou vzdálenosti od Slunce. Proto i funkce f_R se „blíží“ k nule pro velká l , matematicky přesněji vyjádřeno:

$$\lim_{l \rightarrow \infty} f_R(l, \rho, q) = 0. \quad (4.21)$$

To je z jejího grafu odhadnutelné, ale je možné to dokázat z jejího předpisu, ačkoliv to z něj není přímo patrné.

Stejně tak platí, že pro velké l klesá s druhou mocninou stejně jako úhel Ω_R :

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \frac{f_R(l, \rho, q)}{\Omega_R(l)} = 1. \quad (4.22)$$



Obr. 4.4: Funkce f_R a její možná aproximace.

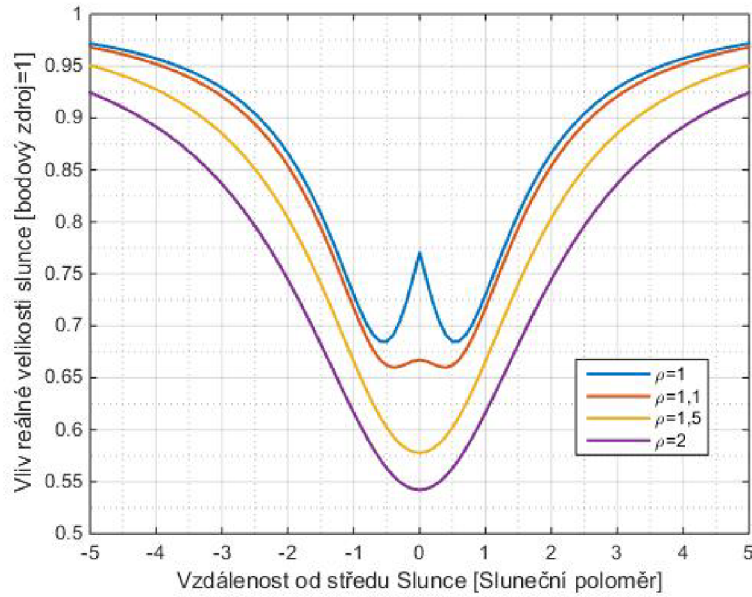
Skutečnost, že je to rovno přesně jedné, se dosáhlo správnou volbou konstanty, kterou se integrál vynásobil. (Proto je v posledním výrazu v (4.19) ve jmenovateli $8\pi^2$ místo 16π .)

Vliv reálné velikosti Slunce

Nyní se však věnujme dalším vlivům na f_R . Je zde vidět vlastnost z (4.22), že pro velké l se blíží k jedničce. Zajímavé je však, že pro malé l je menší než jedna. To je způsobeno tím, že se v této oblasti rozptylový úhel pohybuje okolo 90° a v takovém případě podle vztahu (4.6) je rozptýlena pouze jedna polarizace a záře do daného směru je poloviční. V případě, že by bylo Slunce bodový zdroj, f_R/Ω_R by se dalo vyjádřit funkcí:

$$k_T(l, \rho) = \frac{(1 + \cos^2 \chi(l, \rho))}{2}. \quad (4.23)$$

Pro připomenutí χ je úhel mezi středem Slunce O a pozorovatelem v bodě P. Také je funkcí ρ i l . Je však zajímavé, kdy a jak se funkce od této předpovědi liší. Pro menší ρ není okolo nuly příspěvek z záři poloviční, ale o něco větší. To je pochopitelné, protože při menší vzdálenosti od Slunce je jeho zdánlivá velikost větší a i v nejbližším bodu na přímce pozorování se záření z velké části slunečního povrchu (hlavně z jeho okrajů) rozptyluje pod úhlem odlišným od 90° . Nejzajímavější je situace u přímky procházející těsně kolem povrchu Slunce (ρ se rovná $1R_\odot$). Zmíněný efekt dokonce způsobí přesunutí minima funkce. To však platí jen pro velmi malé ρ . Už pro ρ rovno $1.1R_\odot$ je posunutí minima téměř neznamenné.



Obr. 4.5: Funkce f_R/Ω_R , vydělená velikostí prostorového úhlu v R. V případě, že by Slunce byl bodový zdroj, kvůli vlastnostem rozptylu by uprostřed byla funkce poloviční (rozptýlena je jen jedna polarizace). Pro přímky blízké Slunci je však větší.

Aproximace geometrických vlivů

Pro geometrické vlivy můžeme tudíž vytvořit aproximaci, která platí pro cca $\rho > 2$ nebo pro $l > 1$. Přibližné vyjádření bude mít tvar:

$$f_R \doteq \Omega_R(r)k_T(l,\rho). \quad (4.24)$$

Při srovnání funkce f_R s její aproximací (obr. 4.4) je vidět, že pro $\rho = 1R_\odot$ sice kopíruje tvar, ale jejích hodnoty okolo nuly jsou velmi rozdílné. Je třeba si uvědomit, že oblast okolo středu je pro výslednou záři nejdůležitější. Navíc zkoumání blízké koróny (do $2R_\odot$) je právě cílem této práce, takže uvedené přibližné řešení je spíše pro přestavení hlavních vlastností funkce f_R , nikoliv pro její skutečnou náhradu.

5 SPEKTRÁLNÍ ZÁŘE

V minulé kapitole jsme řešili záři K-koróny. Pro metodu měření teploty Reginalda a Davila je však důležité vypočítat spektrální záři I_λ . To bude vyžadovat nejdříve jednoduché upravení vzorce pro záření a následně započítání Dopplerova jevu na elektronech v koróně, které je už podstatně složitější a vyžaduje znalosti o rozložení rychlostí elektronů v koróně.

5.1 Spektrum Slunce

Vzorec (4.9) z minulé kapitoly snadno upravíme pro výpočet spektrální intenzity:

$$I'_{R,k',\lambda'} = \left(\frac{D}{R_\odot} \right)^2 \frac{1}{\pi} \left(\frac{1 - q_{\lambda'} + q_{\lambda'} \cos \zeta}{1 - q_{\lambda'}/3} \right) F_{\lambda'} = A_{\lambda'}(\zeta, \lambda') F_{\lambda'} \quad [\text{m}^{-2}\text{sr}^{-1}]. \quad (5.1)$$

Pouze jsme nahradili veličiny jejich spektrálními alternativami, což je znázorněnou indexem λ' . Apostrof u lambdy používáme v případě, že se jedná o Sluncem vyzářenou vlnovou délku, zatímco pro pozorovanou vlnovou délku budeme značit lambdou bez apostrofu.

5.2 Dopplerův jev

Protože elektrony, na kterých se rozptyluje záření se pohybují, musíme započítat Dopplerův jev na změnu vlnové délky rozptýleného fotonu. Navíc si musíme uvědomit, že díky tepelnému chaotickému pohybu jsou v každém místě koróny elektrony s velmi rozdílnými rychlostmi. Vždy existuje taková rychlost \mathbf{v} , že se díky němu foton s vlnovou délkou λ' rozptýlí na foton s vybranou jinou vlnovou délkou λ . Hustotu elektronů, které mají tu správnou rychlost budeme značit $n_{e,R,\lambda,\lambda'}$. Pomocí toho můžeme upravit vztah (4.5) z předchozí kapitoly:

$$I_{R,k',\lambda,\lambda'} = Q(\theta) n_{e,R,\lambda,\lambda'} I'_{R,k',\lambda'}, \quad (5.2)$$

kde $I_{R,k',\lambda,\lambda'}$ je příspěvek ke spektrální intenzitě I_λ od vlnové délky λ' (a jak jsme řešili v minulé kapitoly taky od bodu R a ze směru \mathbf{k}'). Stejně jako v minulé kapitole jsme se integrací přes pozorovací přímku a prostorový úhel "zbavili" indexu R a \mathbf{k}' , nyní musíme přidat další integrál přes všechny vlnové délky λ' :

$$I_\lambda = \int_P \iint_{\Omega'} \int_0^\infty Q(\theta) n_{e,R,\lambda,\lambda'} I'_{R,k',\lambda'} d\lambda' d\Omega dl. \quad (5.3)$$

5.2.1 Matematicky vztah pro Dopplerův jev

Posledním krokem výpočtu je dosazení $n_{e,R,\lambda,\lambda'}$ ze vztahu odvozeným v kap. 3.5) a distribuce rychlostí $f_{R,\mathbf{v}}$:

$$n_{e,R,\lambda,\lambda'} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} n_{e,R} f_{R,\mathbf{v}} \delta \left\{ \left[\lambda' - \frac{\lambda'}{c} (\mathbf{k}' \cdot \mathbf{v}) \right] - \left[\lambda - \frac{\lambda}{c} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \right] \right\} d\mathbf{v}, \quad (5.4)$$

kde δ je Delta distribuce.

Tyto vzorce (5.4), (5.3) a (5.1) představují velmi obecný výpočet intenzity K-koróny popřípadě intenzity jednotlivých polarizací. Neobsahuje žádné předpoklady na hustotu částic elektronů ani na distribuci jejich rychlostí. Rovněž nepředpokládají žádný typ statistické rovnováhy v koróně ani nějakou konkrétní definici teploty. Abychom však z nich dostali něco užitečného, musíme udělat aproximace, které nám zjednoduší či dokonce odstaní některé integrály. Tomu se budeme věnovat ve zbytku kapitoly.

5.2.2 Distribuce rychlostí

Pro výpočet trojného integrálu v (5.4), budeme potřebovat určit rozložení rychlostí. Rozdělíme rychlost na dvě složky: průměrnou společnou rychlost všech elektronů \mathbf{w} (Reginald a Davila používají pojem bulk flow speed) a chaotickou rychlost, jejíž střední hodnota je nulová a je spojována s teplotou. Jak jsme diskutovali v 2. kapitole, nejpřímočařejší postup, kterého se zde přidržíme, je předpokládat termodynamickou rovnováhu a v takovém případě má distribuce tvar třírozměrné Gaussovy funkce:

$$f_{R,\mathbf{v}} = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^3} e^{-\frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}{2\sigma^2}}, \quad (5.5)$$

kde v_1 , v_2 a v_3 jsou jednotlivé složky vektoru rychlosti \mathbf{v} a σ parametr popisující směrodatnou odchylku funkce.

Navíc je snadné upravit tuto distribuci, aby obsahovala i společnou rychlost \mathbf{w} :

$$f_{R,\mathbf{v}} = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^3} e^{-\frac{(v_1-w_1)^2 + (v_2-w_2)^2 + (v_3-w_3)^2}{2\sigma^2}}, \quad (5.6)$$

kde w_1 , w_2 a w_3 jsou jednotlivé složky vektoru společné rychlosti \mathbf{w} .

V případě termodynamické rovnováhy je možné směrodatnou odchylku σ převést na teplotu:

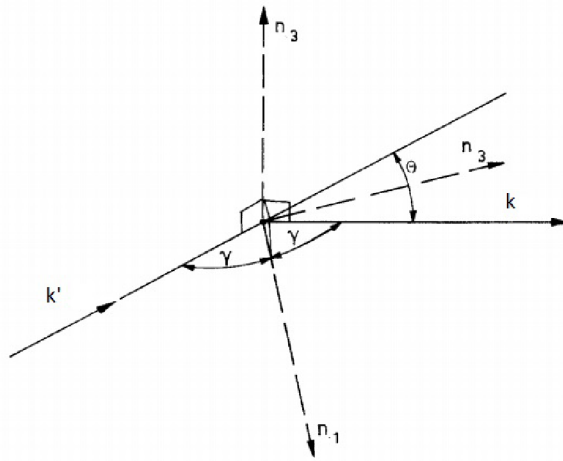
$$\sigma = \sqrt{\frac{2kT}{m_e}} \doteq 3893\sqrt{T}, \quad (5.7)$$

kde k je Boltzmannova konstanta, m_e hmotnost elektronu a T je teplota.

Za zmínku stojí, že v článku (Cram, [19]) je označena rychlost \mathbf{w} za zanedbatelnou vůči chaotické rychlosti a dále s ní už není počítáno. Reginald a Davila ve svých pracích sice tuhle rychlost přidávají, ale do začátku předpokládají, že může mít směr pouze od středu Slunce. My zde odvodíme obecnější vzorec, ze kterého je však možné získat vzorce odvozené ostatními autory.

5.2.3 Souřadnice pro integraci

Dále budeme potřebovat pro vyřešení trojného integrálu v (5.4) zavést souřadný systém. Ten bude sloužit čistě pro výpočet Dopplerova efektu v obecném bodě R a tudíž se pro každý bod zavede jinak a nebude mít povahu globálního souřadného systému. Počátek souřadné soustavy bude v bodě R. První dvě osy n_1 a n_2 si zavedeme v rovině rozptylového úhlu θ (viz obr. 5.1). Osa n_1 bude dělit na polovinu úhel, který svírají $-\mathbf{k}'$ a \mathbf{k} (v obr. 5.1 je to úhel PRS a je označený jako $\pi - \theta$). Osa n_2 pak vznikne pootočením o 90° proti směru hodinových ručiček. Osa n_3 bude kolmá k ostatním osám, tak aby vytvořila pravotočivý souřadný systém. Úhel mezi n_1 a \mathbf{k} si označíme χ a jeho velikost je $(\pi - \theta)/2$. Zavedení souřadného systému je převzato z článku (Cram, [19]), ale další výpočet jde jinou cestou než v původním článku.



Obr. 5.1: Zavedení souřadnicového systému pro integraci

5.2.4 Vyřešení integrálu z Dopplerova jevu

V zavedeném souřadném systému dostáváme celkem jednoduché skalární součiny ze vztahu pro Dopplerův jev:

$$\mathbf{k}' \cdot \mathbf{v} = -v_1 \cos \gamma + v_2 \sin \gamma \quad (5.8)$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = v_1 \cos \gamma + v_2 \sin \gamma \quad (5.9)$$

Po dosazení do (5.4) a udělení malých úprav dostáváme:

$$n_{e,R,\lambda,\lambda'} = n_{e,R} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{R,\mathbf{v}} \delta \left[\frac{b}{c} (\lambda' + \lambda) v_1 - \frac{a}{c} (\lambda' - \lambda) v_2 + (\lambda' - \lambda) \right] d\mathbf{v}, \quad (5.10)$$

kde jsme hustotu $n_{e,R}$ vytkli před integrál.

Nyní použijeme dvě vlastnosti delta distribuce, jejíž odvození je možné najít třeba u Profesora Komrsky [51]. První z nich je založený na lineární substituci v delta distribuci:

$$\delta(a(x+b)) = \frac{\delta(x+b)}{|a|}, \quad (5.11)$$

kde a a b jsou libovolné čísla. Jenom je potřeba dostat integrál do toho správného tvaru, abychom ho mohli dále upravovat:

$$\begin{aligned} n_{e,R,\lambda,\lambda'} &= \\ &= n_{e,R} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{R,\mathbf{v}} \delta \left[\frac{\cos \gamma}{c} (\lambda' + \lambda) \left(v_1 - \frac{\sin \gamma (\lambda' - \lambda) v_2 - c (\lambda' - \lambda)}{\cos \gamma (\lambda' + \lambda)} \right) \right] d\mathbf{v} = \\ &= n_{e,R} \frac{c}{\cos \gamma (\lambda + \lambda')} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{R,\mathbf{v}} \delta \left[v_1 - \frac{(\lambda' - \lambda) (\sin \gamma v_2 - c)}{\cos \gamma (\lambda + \lambda')} \right] d\mathbf{v} = \\ &= \frac{n_{e,R} c}{\cos \gamma (\lambda + \lambda')} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{R,\mathbf{v}} \left(\frac{\lambda' - \lambda}{\cos \gamma (\lambda' + \lambda)} (v_2 \sin \gamma - c), v_2, v_3 \right) d\mathbf{v}. \quad (5.12) \end{aligned}$$

V poslední upravené integrálu jsme využili tzv. filtrační vlastnosti delta distribuce. V posledním výrazu má závorka význam argumentů funkce $f_{R,\mathbf{v}}$ a je zde ukázáno, že za první složku rychlosti v_1 libovolné distribuce můžeme dosadit výraz závisící na v_2 . Celá úprava má výhodu, že jsme nedělali žádné předpoklady na distribuci rychlostí částic a tento vztah se může stát výchozím bodem, kdybychom chtěli počítat s jiným rozložením rychlostí.

Dále budeme předpokládat, že distribuce rychlostí částic má tvar třírozměrné Gaussovy funkce (5.6). Po dosazení dostaneme exponenciální funkci, která má v exponentu velmi složitý kvadratický výraz. Integrál takové funkce jde vyjádřit pomocí

elementárních funkcí pouze v případě, že se integruje přes všechna reálná čísla, což u nás je splněno. Libovolný kvadratický výraz s záporným koeficientem u x^2 jde tzv. převést na čtverec (schovat lineární člen do kvadratického) a zintegrovat podle vzorce:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-d(x+e)^2+f} = \sqrt{\frac{\pi}{d}} e^f, \quad (5.13)$$

kde e, f jsou libovolné čísla a d je kladné číslo.

Pomocí toho vzorce není výpočet zbylých dvou integrálů složitý, ale pouze zdoluhavý a proto zde uvádíme až výsledek:

$$n_{e,R,\lambda,\lambda'} = \frac{n_{e,Rc}}{2\sqrt{2\pi}\sigma\lambda' \cos \gamma (1+d_1) \sqrt{1+d_2}} \exp \left\{ - \left[\frac{c(\lambda' - \lambda)\sqrt{1+d_3}}{2\sqrt{2}\sigma\lambda' \cos \gamma (1+d_1) \sqrt{1+d_2}} \right]^2 \right\}, \quad (5.14)$$

kde:

$$d_1 = -\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'}, \quad (5.15)$$

$$d_2 = \left[\frac{(\lambda' - \lambda)\operatorname{tg}\gamma}{\lambda' + \lambda} \right]^2, \quad (5.16)$$

$$d_3 = \frac{2w_1 \cos \gamma (\lambda' + \lambda)}{c(\lambda' - \lambda)} - \frac{2w_2 \sin \gamma}{c} - \frac{w_1 w_2 \sin 2\gamma (\lambda' + \lambda)}{c^2(\lambda' - \lambda)} + \frac{w_2^2 \sin^2 \gamma}{c^2} + \frac{w_1^2 \cos^2 \gamma (\lambda' + \lambda)^2}{c^2(\lambda' - \lambda)^2}. \quad (5.17)$$

Výsledek je sice velmi komplikovaný, ale v další části kapitoly si ukážeme, jak se s ním dá dále pracovat.

5.2.5 Zjednodušení integrálu - Cram

První zjednodušení, která můžeme udělat, je zcela zanedbat společnou rychlost w . Díky tomu je možné považovat člen d_3 za nulový. Dále můžeme předpokládat, že platí $\lambda' - \lambda \ll \lambda$, protože Dopplerův jev nezmění vlnovou délku o tak hodně. Tyto předpoklady si později ještě prodiskutujeme. Z podobných důvodů, jako u d_1 , můžeme zanedbat i d_2 . Zde rozdíl vlnových délek dělíme dokonce jejich součtem a celé to ještě umocňujeme, takže tento člen bude ještě menší než d_1 . Je tu však navíc $\operatorname{tg}\gamma$, který by nám v případě úhlů kolem 90° mohl libovolně růst. Zde je však na místě argument, že v oblasti na polopřímce pozorování, která je Slunci nejbliž, se tento úhel pohybuje kolem 45° , takže nám nebude mít velký vliv na velikost tohoto

členu v místech, kde je největší elektronová hustota. Ve vzdálených místech koróny se sice úhel blíží 90° , ale to kvůli malé hustotě elektronů v těchto částech nebude mít velký dopad na výslednou spektrální intenzitu. V případě těchto aproximací se nám integrál značně zjednoduší:

$$n_{e,R,\lambda,\lambda'} = \frac{n_{e,R}c}{2\sqrt{2\pi}\sigma \cos \gamma \lambda'} \exp \left\{ - \left[\frac{c(\lambda' - \lambda)}{2\sqrt{2}\sigma \lambda' \cos \gamma} \right]^2 \right\}. \quad (5.18)$$

Tento tvar uvádí Cram ve svém článku [19]. (Jenom jsou tam navíc ještě zavedeny substituce $b = \cos \gamma$, $\Delta = \lambda' \sqrt{2}\sigma/c$, které však nemění výslednou hodnotu.) Tento zjednodušený tvar je mnohem snazší na interpretaci. Říká, že jedna konkrétní vlnová délka λ' , kterou Slunce ozáří bod R ze směru \mathbf{k}' se po rozptylu na elektronech pomocí Dopplerova efektu rozprostře do různých vlnových délek λ a tohle rozprostření má tvar Gaussovy funkce se středem v λ' a směrodatnou odchylkou:

$$\sigma_d = \frac{2\sigma \lambda' \cos \gamma}{c} \doteq 2,597 \cdot 10^{-5} \lambda' \sqrt{T} \cos \gamma \doteq 1,837 \cdot 10^{-5} \lambda' \sqrt{T} \quad (5.19)$$

kde jsme použili vztah pro teplotu (5.7) a v druhé úpravě jsme za γ dosadili 45° , protože velká část intenzity se odráží zrovna pod tímto úhlem. Když navíc za λ' dosadíme záření s vlnovou délkou 400 nm a teplotu budeme očekávat v milionech kelvinů, tak dostaneme hrubý odhad na Dopplerův jev:

$$\sigma_d \doteq 7,35\sqrt{T}, \quad [\text{nm}] \quad (5.20)$$

kde v teplotu dosazujeme v MK a výsledek je v nanometrech.

Tady vidíme, že Dopplerův efekt i u velkých teplot (například 6MK) je pouze max. pár desítek nanometrů, takže zanedbání členů d_1 a d_2 by nemělo výrazně změnit výsledek výpočtu. Na druhou stranu je to pouze 10 krát až 100 krát menší než použitá vlnová délka, takže v případě přesných výpočtu nejsou tyto aproximace příliš vhodné.

5.2.6 Zjednodušení integrálu - Reginald a Davila

Ve svých člancích Reginald a Davila navíc přidali první zlomek z d_3 , ve kterém je obsažen největší člen se společnou rychlost \mathbf{w} . Navíc předpokládají, že jediný směr, který může mít společná rychlost \mathbf{w} , je od středu Slunce, takže v zavedeném souřadném systému pro integraci má vyjádření:

$$(w_1, w_2, w_3) = W(-\cos \gamma \cos \omega, \sin \gamma \cos \omega, \sin \omega), \quad (5.21)$$

kde W je velikost rychlosti \mathbf{w} . Vzorec se odvodí rozkladem směru od středu do jednotlivých os.

Takže když vezmeme složku w_1 rovnou $\cos \gamma \cos \omega$ a dosadíme ji za do prvního členu v d_3 a ten dosadíme do (5.14), dostaneme:

$$n_{e,R,\lambda,\lambda'} = \frac{n_{e,R}c}{2\sqrt{2\pi}\sigma\lambda'\cos\gamma} \exp \left\{ - \left[\frac{c(\lambda' - \lambda) \sqrt{1 + \frac{2W \cos \gamma \cos^2 \gamma (\lambda' + \lambda)}{c(\lambda' - \lambda)}}}{2\sqrt{2}\sigma\lambda'\cos\gamma} \right]^2 \right\}. \quad (5.22)$$

Uděláme však aproximaci:

$$\lambda' + \lambda = 2\lambda', \quad (5.23)$$

a odmocninou aproximujeme prvním členem Taylorova rozvoje

$$\sqrt{1 + \frac{4W\lambda'\cos\gamma\cos^2\gamma}{c(\lambda' - \lambda)}} = 1 + \frac{2W\lambda'\cos\gamma\cos^2\gamma}{c(\lambda' - \lambda)}. \quad (5.24)$$

Dosazením a jednoduchou úpravou dostáváme:

$$n_{e,R,\lambda,\lambda'} = \frac{n_{e,R}c}{2\sqrt{2\pi}\sigma\lambda'\cos\gamma} \exp \left\{ - \left[\frac{\lambda - \lambda (1 + 2 \cos \gamma \cos^2 \gamma \frac{W}{c})}{2\sqrt{2}\sigma\lambda'\cos\gamma/c} \right]^2 \right\}, \quad (5.25)$$

což je stejný vzorec, který použili Reginald a Davila v článku [12]. (Akorát tam zavádí navíc stejné substituce jako Cram [19].)

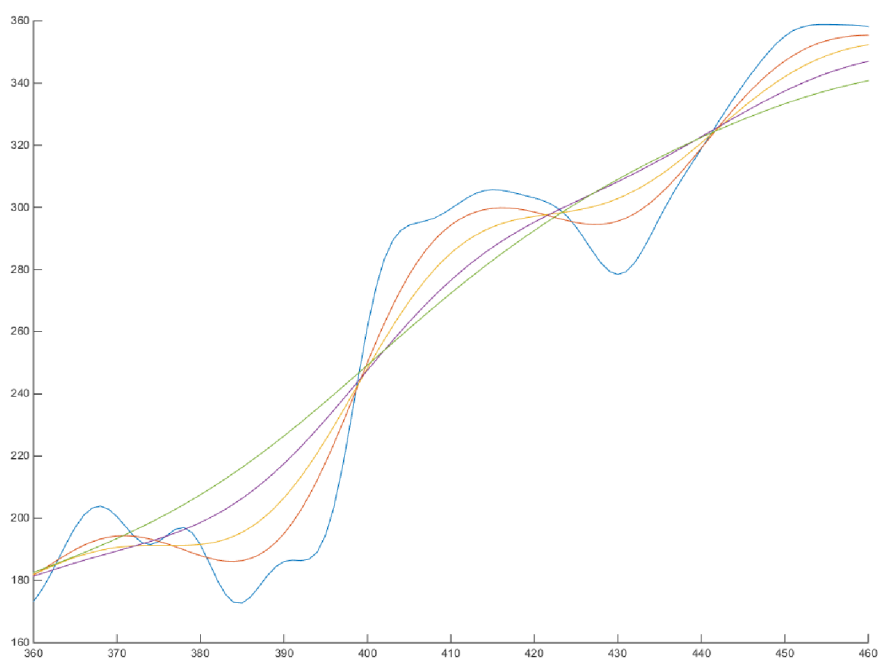
To dokazuje, že vzorec (5.14) je obecnější než vzorce v ostatních dvou člancích. Při výpočtech totiž nebyla použita žádná matematická aproximace.

5.3 Výsledná spektrální záře

Pro výpočet spektrální záře je třeba určit hustotu volných elektronů v koróně a teplotu podél celé přímky pozorování. Hustotu budeme předpokládat symetrickou a popíšeme ji vztahem 3.6. Teplotu pro jednoduchost určíme na celé přímce stejnou, to je tzv. izotermická koróna. Pro různé teploty dostáváme rozdílně vyhlazené spektrum (Obr. 5.2). Zajímavé je, že některé vlnové délky na teplotě téměř nezáleží.

5.3.1 Měření teploty

Teplotu koróny můžeme určit právě s vyhlazení spektra. L. Cram navrhuje sledovat pouze poměr dvou vlnových délek, jedné, která silně závisí na teplotě a druhá, která naopak na teplotě téměř nezávisí. Za p podělení takovou vlnovou délkou se odstraní vliv celkové záře a na měření nebude mít vliv řada nepřesností, které ovlivňuje



Obr. 5.2: Spektrální záře pro teploty 1MK až 5MK. Čím větší teplota, tím hladší křivka.

všechny vlnové délky např. nepřesnost měření hustoty elektronů. N. Reginald ve svých pracích zase srovnává celé funkce pomocí nelineární regresní analýzy.

Ještě se pozastavme na předpokladem, že na celé polopřímce pozorování je stejná teplota. Tento zvláštní předpoklad si můžeme dovolit, protože jak ukazuje Obr. 4.3, vliv na záři rychle klesá se vzdáleností od bodů Q, který je nejbližší Slunci. Z toho plyne, že na spektrum bude mít vliv pouze teplota v okolí bodu Q.

6 ZÁVĚR

Motivací této práce byly některé nedokonalosti článků o měření teploty koróny, kterou popsali N. Reginald a J. Davila. Hlavním nedostatkem článků je zejména málo popsán fyzikální model, který pro měření používají, a proto bylo hlavním cílem této práce doplnit odvození jejich modelu, případně ho opravit nebo vylepšit. Dalším cílem bylo upozornit na všechny provedené aproximace a diskutovat je.

Značně problematický pojem v celém modelu koróny je samotná teplota. V druhé kapitole jsme představili definici teploty pro systémy v termodynamické rovnováze. V takovém případě je chaotická rychlost částic zcela určena Gaussovým rozložením (a jejich velikost Maxwellovým rozložením), které závisí pouze na jednom parametru, a tím je teplota. U nerovnovážných systémů je situace složitější. Rozložení rychlostí nemůže být popsáno pouze jedním parametrem a klasická termodynamická teplota zde ztrácí význam. Ve své práci jsme nabídli popis nerovnovážného systému pomocí tzv. distribuční funkce, která popisuje hustotu částic a rozložení jejich rychlostí. Teplota, ačkoliv nebude mít řadu vlastností popsané v rovnovážné termodynamice, jde zavést například pomocí střední hodnoty kinetické energie chaotického pohybu částic.

Řada uvedených argumentů v 2. kapitole poukazuje na to, že látku v koróně není možné přesně popsat pomocí systému v termodynamické rovnováze. To by mohlo znamenat mnohem složitější interpretaci teploty, která je měřená pomocí ionizovaných prvků. Je možné, že tato „iontová“ teplota se může velmi lišit od teploty, která bude změřena jinou metodou.

Alternativní metodou měření teploty je sledování záře K-koróny, která vzniká rozptylem fotonů na volných elektronech v koróně. Tuto metodu poprvé představil L. Cram a N. Reginald ji převzal a vylepšil o započítání společné rychlosti všech elektronů.

Jak je ukázáno v 5. kapitole, model použitý u této metody pro měření teploty je možné zobecnit pro jiné rozložení rychlosti než to, které vychází z termodynamické rovnováhy. Otázkou je však jaké jiné rozložení zvolit, a proto jsme se touto možností dále nezabývali stejně jak to udělal N. Reginald a L. Cram ve svých člancích.

K odvození modelu je potřeba řada znalostí o Slunci a o koróně, které jsou sepsány a diskutovány v 3. kapitole. V první řadě bylo potřeba zvolit si jednoznačné pojmenování radiometrických veličin. Dále jsou pro teorii důležité vlastnosti záře Slunce, zejména její závislost na vlnové délce a na úhlu, ze kterého je vyzářena z povrchu. Navíc bylo třeba popsat hustotu volných elektronů v koróně a Thomsonův rozptyl záření, který na nich probíhá.

Kapitola 4. je věnována vytvoření modelu pro určení záře koróny a v 5. kapitole jsem ho rozšířil na spektrální záři započítáním Dopplerova jevu. Výsledný

zcela nejobecnější vzorec (5.3) s výrazy (5.12) a (5.1) představují velmi obecný výpočet spektrální záře, který umožňuje modelovat korónu pro libovolnou hustotu volných elektronů v koróně a jejich libovolné rozložení rychlostí. Bez provedení dalších předpokladů není možné vyřešit 6 integrálů vnořených do sebe, které vzorec obsahuje.

V první zjednodušení modelu jsme získali předpokladem termodynamickou rovnováhu. Díky tomu jsme mohli analyticky vyřešit dva integrály. Výsledek, který jsme dostali v této práci, se liší od výsledku, který uvádí ve své práci L. Cram nebo N. Reginald, protože je vypočítaný bez aproximací. Je ukázáno, které zjednodušení ostatní autoři provedli. Jejich vliv je sice malý nikoliv zcela zanedbatelný.

N. Reginald rozšiřuje výpočet o společnou rychlost všech částic směřující od středu Slunce. V naší práci jsme navíc odvodili vzorec pro společnou rychlost pro libovolný směr, který může sloužit pro modelování složitějších pohybů v koróně. Je však ukázáno, že vliv společné rychlosti je malý a těžko měřitelný. To si uvědomuje i N. Reginald, který ve své práci uvádí například hodnotu $103 \pm 92 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. V naší práci však ukážeme, že kvůli různým aproximacím, které provedl, není tohle číslo důvěryhodné. Navíc je stále nevyřešený vliv rozložení rychlostí odchylovající se od Gaussova rozložení.

Model odvozený v 5. kapitole umožňuje numerickým vyřešením integrálů určit spektrální záři pro různé teploty. Takže pro určení teploty je třeba vypočítat spektrální záři pro různé hodnoty a vybrat z nich takovou teplotu, která bude dávat průběh spektrální záře nejvíce podobné skutečné naměřené. Model navíc umožňuje simulovat různé odchylky od základních předpokladů, a tím dokáže odhadnout nejistotu změřené hodnoty. Řadě věcí se věnovali už L. Cram nebo N. Reginald zejména vliv hustoty částic. Je však třeba v této práci dále pokračovat zejména v případě, že by metoda měla sloužit i na měření společné rychlosti.

LITERATURA

- [1] WANNER, H. "The Late Maunder Minimum (1675–1715) – A Key Period for Studying Decadal Scale Climatic Change in Europe. *Climatic Change*. 2001, **49**(4), 441-462. DOI: 10.1023/A:1010667524422. ISSN 01650009. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1023/A:1010667524422>
- [2] LARRY, M., Sun and climate: moving in opposite directions. *Skeptical-science.com* [online]. [cit. 2018-05-24]. Dostupné z: <https://skepticalscience.com/solar-activity-sunspots-global-warming-advanced.htm>
- [3] ERMOLLI, Ermolli. *Recent variability of the solar spectral irradiance and its impact on climate modelling*. DOI: 10.5194/acp-13-3945-2013.
- [4] GORBANEV, Mikhail. Can solar activity influence the occurrence of economic recessions?. *Journal of Scientific Exploration*. 2015, **2**(29), 235-264. Dostupné také z: <https://mpira.ub.uni-muenchen.de/id/eprint/65502>
- [5] FOX, Karen C. Impacts of Strong Solar Flares. *nasa.gov* [online]. 2013 [cit. 2018-05-24]. Dostupné z: https://www.nasa.gov/mission_pages/sunearth/news/flare-impacts.html
- [6] GRYGAR, Jiří, Martin GEMBEK a David ONDŘICH. Žeň objevů. *Astro.sk* [online]. BRATISLAVA: KOZMOS [cit. 2018-05-25]. Dostupné z: <https://www.astro.sk/zne/zneL2015B.html#1.4>.
- [7] GRYGAR, Jiří. Žeň objevů 2011 (XLVI.). *KOZMOS* [online]. 2013 [cit. 2018-05-24]. Dostupné z: <https://www.astro.sk/zne/indexXLVI2011.html>
- [8] DRUCKMÜLLER, Miloslav, Peter ANIOL a Habbal SHADIA. Corona from Oregon. <Http://www.zam.fme.vutbr.cz> [online]. 2017 [cit. 2018-05-24].
- [9] GRYGAR, Jiří. Žeň objevů 2010 (XLV.). *KOZMOS* [online]. BRATISLAVA, 2012 [cit. 2018-05-24]. Dostupné z: <https://www.astro.sk/zne/zneXLV2010B.html#1.4>.
- [10] ASCHWANDEN, Markus J. Keynote address: Outstanding problems in solar physics. *Journal of Astrophysics and Astronomy*. 2008, **29**(1-2), 3-16. DOI: 10.1007/s12036-008-0002-5. ISSN 0250-6335. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s12036-008-0002-5>
- [11] DAVILA, Joseph M. *ONSET Origin of Solar Eruptions Proposal*. 2016.

- [12] REGINALD, Nelson L. a Joseph M. DAVILA. Electron Temperature and Speed Measurements in the Low Solar Corona: Results From the 2001 June Eclipse. *Solar Physics*. 2000, **195**(1), 111-122. DOI: 10.1023/A:1005251808764. ISSN 00380938. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1023/A:1005251808764>
- [13] REGINALD, Nelson L., Joseph M. DAVILA, Jeffrey W. BROSIUS a O. C. St. CYR. Electron Temperature and Speed Measurements in the Low Solar Corona: Results From the 2001 June Eclipse. *The Astrophysical Journal*. 2003, **1**(596).
- [14] REGINALD, Nelson L., Joseph M. DAVILA a O. C. St. CYR. The Effects of Streamers on the Shape of the K-Coronal Spectrum. *Solar Physics*. 2004, **225**(2), 249-265. DOI: 10.1007/s11207-004-3516-2. ISSN 0038-0938. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s11207-004-3516-2>
- [15] DAVILA, Joseph M., Silvano FINESCHI, Rodney A. VIREECK, Nelson L. REGINALD a O. C. ST. CYR. *Coronal electron velocity and temperature from Thomson scattered visible light*. 2005-8-18, , 590107-. DOI: 10.1117/12.618659. Dostupné také z: proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?doi=10.1117/12.618659
- [16] REGINALD, Nelson L., O. C. ST. CYR, Joseph M. DAVILA, Douglas M. RABIN, Madhulika GUHATHAKURTA a Donald M. HASSLER. Electron-Temperature Maps of the Low Solar Corona: ISCORE Results from the Total Solar Eclipse of 29 March 2006 in Libya. *Solar Physics*. 2009, **260**(2), 347-361. DOI: 10.1007/s11207-009-9457-z. ISSN 0038-0938. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s11207-009-9457-z>
- [17] REGINALD, Nelson L., Joseph M. DAVILA, O. C. ST. CYR, Douglas M. RABIN, Madhulika GUHATHAKURTA, Donald M. HASSLER a Hadi GASHUT. Electron Temperatures and Flow Speeds of the Low Solar Corona: MACS Results from the Total Solar Eclipse of 29 March 2006 in Libya. *Solar Physics*. 2011, **270**(1), 235-251. DOI: 10.1007/s11207-011-9736-3. ISSN 0038-0938. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s11207-011-9736-3>
- [18] REGINALD, Nelson L., Joseph M. DAVILA, O. C. ST. CYR a Lutz RASTAETTER. Evaluating the Uncertainties in the Electron Temperature and Radial Speed Measurements Using White Light Corona Eclipse Observations. *Solar Physics*. 2014, **289**(6), 2021-2039.

DOI: 10.1007/s11207-013-0467-5. ISSN 0038-0938. Dostupné také z:
<http://link.springer.com/10.1007/s11207-013-0467-5>

- [19] CRAM, L. E. Determination of the temperature of the solar corona from the spectrum of the electron-scattering continuum. *Solar Physics*. 1976, 48(1), 3-19. DOI: 10.1007/BF00153327. ISSN 0038-0938. Dostupné také z:
<http://link.springer.com/10.1007/BF00153327>
- [20] ANDĚL, Jiří. *Základy matematické statistiky*. 2., opr. vyd. Praha: Matfyzpress, 2007. ISBN 978-80-7378-001-2.
- [21] BÍLKOVÁ, Diana, Petr BUDINSKÝ a Václav VOHÁNKA. *Pravděpodobnost a statistika*. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2009. ISBN 978-80-7380-224-0.
- [22] BRANDT, Siegmund. *Statistical and computational methods in data analysis*. 4. New York: American Elsevier Pub. Co., 1970. ISBN 3319037625.
- [23] JAŠČUR, Michal a Michal HNATIC. *ÚVOD DO TERMODYNAMIKY : Vysokoškolské učebné texty*. 1. Košice: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, 2013.
- [24] Teplota. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2018-05-25]. Dostupné z:
<https://cs.wikipedia.org/wiki/Teplota>
- [25] KALOUSEK, Radek. *Jemný úvod do statistické fyziky a termodynamiky* [online]. Brno, 2014 [cit. 2018-05-25]. Dostupné z:
<http://physics.fme.vutbr.cz/files/913/StatFyz&Termo.pdf>
- [26] LIFŠIC, Jevgenij Michajlovič a Lev Petrovič PITAJEVSKIJ. *Course of theoretical physics*. Amsterdam: Butterworth-Heinemann, 2008. ISBN 978-075-0626-354.
- [27] HALLIDAY, David, Jearl WALKER a Robert RESNICK. *Fyzika: vysokoškolská učebnice obecné fyziky*. Brno: VUTIUM, 2000. Překlady vysokoškolských učebnic. ISBN 80-214-1868-0.
- [28] LERNER, Rita G. a George L. TRIGG. *Encyclopedia of physics*. 2nd ed. New York: VCH, c1991. ISBN 08-957-3752-3.
- [29] OBDRŽÁLEK, Jan. *Úvod do termodynamiky, molekulové a statistické fyziky*. Praha: Matfyzpress, 2015. ISBN 978-80-7378-287-0.

- [30] Sluneční koróna. *Aldebaran.cz* [online]. [cit. 2018-05-25]. Dostupné z: <https://www.aldebaran.cz/zvuky/blyskani/docs/18.html>
- [31] DRUCKMÜLLER, Miloslav. Stále záhadná sluneční koróna. *Youtube.com* [online]. 2012 [cit. 2018-05-25]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=ntLbXTY93Ic>
- [32] DUDÍK, Jaroslav, Elena DZIFČÁKOVÁ, Nicole MEYER-VERNET, et al. Nonequilibrium Processes in the Solar Corona, Transition Region, Flares, and Solar Wind (Invited Review). *Solar Physics*. 2017, **292**(8), -. DOI: 10.1007/s11207-017-1125-0. ISSN 0038-0938. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s11207-017-1125-0>
- [33] CHE, H. a M. L. GOLDSTEIN. THE ORIGIN OF NON-MAXWELLIAN SOLAR WIND ELECTRON VELOCITY DISTRIBUTION FUNCTION: CONNECTION TO NANOFLARES IN THE SOLAR CORONA. *The Astrophysical Journal*. 2014, **795**(2), L38-. DOI: 10.1088/2041-8205/795/2/L38. ISSN 2041-8213. Dostupné také z: <http://stacks.iop.org/2041-8205/795/i=2/a=L38?key=crossref.a370b5//e1ab245f2584f3367e17bdb74a>
- [34] KOMAR, Arthur. Relativistic temperature. *General Relativity and Gravitation*. 1995, **27**(11), 1185-1206. DOI: 10.1007/BF02108232. ISSN 0001-7701. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/BF02108232>
- [35] PAVELEK, Milan. *Termomechanika*. Vyd. 3. přeprac., V Akademickém nakladatelství CERM 1. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2003. ISBN 80-214-2409-5.
- [36] BRANDOS, Otakar. Slunce. *Treking.cz* [online]. 2007 [cit. 2018-05-25]. Dostupné z: <https://www.treking.cz/astronomie/slunce.htm>
- [37] BROŽ, Miroslav a Martin ŠOLC. *Fyzika sluneční soustavy*. Praha: Matfyzpress, 2013. ISBN 978-80-7378-236-8.
- [38] User:Kelvin13. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2018-05-25]. Dostupné z: <https://commons.wikimedia.org/wiki/User:Kelvin13>
- [39] KLECZEK, Josip. *Velká encyklopedie vesmíru*. Praha: Academia, 2002s.,48s.barev.obr.příl. ISBN 80-200-0906-X.

- [40] EMILIO, M., J. R. KUHN, R. I. BUSH a I. F. SCHOLL. MEASURING THE SOLAR RADIUS FROM SPACE DURING THE 2003 AND 2006 MERCURY TRANSITS. *The Astrophysical Journal*. 2012, **750**(2), 135-. DOI: 10.1088/0004-637X/750/2/135. ISSN 0004-637X. Dostupné také z: <http://stacks.iop.org/0004-637X/750/i=2/a=135?key=crossref.05e0b42eda734799131016b454577c66>
- [41] *Kurucz/Sun* [online]. [cit. 2018-05-25]. Dostupné z: <http://kurucz.harvard.edu/sun.html>
- [42] Strong Lines of Calcium (Ca). *Physics.nist.gov* [online]. [cit. 2018-05-25]. Dostupné z: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook/Tables/calciumtable2.htm>
- [43] ALLEN, C. W. *Astrophysical quantities*. 3rd ed. 1973, Repr. with corrections 1976. [Atlantic Highlands] N.J.: [Distributor for] U.S.A. and Canada, Humanities Press, c1976. ISBN 978-048-5111-507.
- [44] ALLEN, Clabon Walter. *Allen's Astrophysical Quantities*. Fourth Edition. New York, NY: Springer New York, 2000. ISBN 978-146-1211-860.
- [45] INHESTER, Bernd. Thomson Scattering in the Solar Corona. *Solar and Stellar Astrophysics*. 2016, , 104. DOI: arXiv:1512.00651v2.
- [46] KEMP, J. C., G. D. HENSON a STEINER. The optical polarization of the Sun measured at a sensitivity of parts in ten million. *Nature*. 1987, **326**, 3. DOI: 10.1038/326270a0. ISSN 0028-0836. Dostupné také z: <http://www.nature.com/doifinder/10.1038/326270a0>
- [47] GOLUB, L. a Jay M. PASACHOFF. *The solar corona*. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 2010. ISBN 978-0521882019.
- [48] KLEIN, O. a Y. NISHINA. Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac. *Zeitschrift für Physik*. 1929, **52**(11-12), 853-868. DOI: 10.1007/BF01366453. ISSN 0044-3328. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/BF01366453>
- [49] MECHLOVÁ, Erika a Karel KOŠTÁL. *Výkladový slovník fyziky pro základní vysokoškolský kurz*. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-719-6151-5.

- [50] Thomson scattering geometry. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2018-05-25]. Dostupné z:
https://en.wikipedia.org/wiki/File:Thomson_scattering_geometry.png
- [51] KOMRSKA, Jiří. Diracova distribuce. *Fourierovské metody v teorii difrakce a ve strukturní analýze* [online]. s. 11 [cit. 2018-05-25]. Dostupné z:
<http://physics.fme.vutbr.cz/komrska/Fourier/KapF01.pdf>
- [52] Inženýrská optika. *Physics.fme.vutbr.cz* [online]. [cit. 2018-05-25]. Dostupné z: <http://physics.fme.vutbr.cz/ufi.php?Action=0&Id=2460>
- [53] HLOŽEK, Martin. *Sférická geometrie*. [Diplomová práce]. 2005.