

PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
UNIVERZITY PALACKÉHO V OLOMOUCI

Katedra optiky



**Muellerova polarimetrie rozhraní dvou
izotropních prostředí**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Pavel Michal

2015

FACULTY OF SCIENCE
PALACKÝ UNIVERSITY OLOMOUC

Department of Optics



**Mueller matrix polarimetry of interface of
two isotropic materials**

BACHELOR THESIS

Pavel Michal

2015

PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
UNIVERZITY PALACKÉHO V OLOMOUCI

Katedra optiky



**Muellerova polarimetrie rozhraní dvou
izotropních prostředí**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval:	Pavel Michal
Studijní program:	B1701 Fyzika
Studijní obor:	Optika a optoelektronika
Forma studia:	prezenční
Vedoucí bakalářské práce:	RNDr. Josef Kapitán, Ph.D.
Práce odevzdána dne:	12. 5. 2015

Abstrakt

Cílem této bakalářské práce je analyzovat a experimentálně ověřit změnu polarizačního stavu záření při odrazu a průchodu na rozhraní dvou různých dielektrických prostředí pomocí Muellerova spektropolarimetru. Poznatky plynoucí z této práce budou využity jak při stavbě spektrometru pro měření Ramanovy optické aktivity, tak i ke zlepšení přesnosti měření zmíněného spektropolarimetru.

Klíčová slova

Polarizace, polarimetrie, Stokesovy parametry, Muellerova matice, optický hranol.

Abstract

The main goal of this Bachelor thesis is to analyze and experimentally verify the change of the polarization state of the light in reflection and transmission at the interface between two dielectric media using a Mueller spectropolarimeter. Results of this work will be used not only for the construction of a ROA spectrometer, but also to improve the measurement accuracy of the spectropolarimeter.

Keywords

Polarization, polarimetry, Stokes parameters, Mueller matrix, optical prism.

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval svému vedoucímu, panu RNDr. Josefu Kapitánovi, Ph.D. za odborné vedení, poskytnuté rady, pomoc a zejména pak za jeho trpělivost a za vytvoření inspirujícího a přátelského prostředí, které vedly k vypracování této bakalářské práce. Také bych chtěl velmi poděkovat své rodině za psychickou podporu, bez které by realizace této práce nebyla ani možná.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci „Muellerova polarimetrie rozhraní dvou izotropních prostředí“ napsal samostatně za použití literatury uvedené v referencích. Rovněž souhlasím s dalším využitím této práce na případné studijní a výzkumné účely Katedry optiky Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého.

V Olomouci dne 12. 5. 2015

Obsah

Seznam použitých zkratk a veličin	5
1 Úvod	7
2 Teorie	8
2.1 Popis polarizace světla	8
2.2 Základní polarizační komponenty a jejich maticový popis	11
2.3 Odraz a průchod záření na rozhraní dvou různých dielektrik	17
2.4 Stokesova polarimetrie	24
2.5 Muellerova maticová polarimetrie	29
3 Experimentální část	35
3.1 Analýza Muellerovy matice odrazu na optickém hranolu	35
3.2 Realizace experimentu	37
3.3 Srovnání teorie s experimentem	39
4 Závěr	47
Reference	48

Seznam použitých zkratek a veličin

a	hlavní poloosa elipsy
\vec{a}^T	první řádek součinu matic PSA
a_n	koeficient Fourierovy řady
b	vedlejší poloosa elipsy
b_n	koeficient Fourierovy řady
\vec{B}	vektor magnetické indukce
B_i, B_r, B_t	amplitudy mag. indukce pro dopad, odraz a průchod rozhraním
\vec{E}	vektor elektrické intenzity
E_{0x}, E_{0y}	složky amplitudy elektrické intenzity
E_p, E_s	amplitudy elektrické intenzity pro dopad na rozhraní
FT	Fourierova transformace
h	Fourierova řada
\vec{H}	vektor magnetické intenzity
I	intenzita záření
I_R, I_T	intenzitní koeficienty odrazivosti a propustnosti
k	vlnové číslo
LCP	levotočivá kruhová polarizace
m_{ij}	prvek Muellerovy matice v i -tém řádku a j -tém sloupci
M	Muellerova matice
M_D	Muellerova matice diatenuátoru
M_{dep}	Muellerova matice depolarizátoru
M_{ideal}	Muellerova matice ideálního depolarizátoru
M_R	Muellerova matice odrazu na rozhraní
M_{ret}	Muellerova matice fázové destičky
M_{rot}	Muellerova matice rotátoru
M_T	Muellerova matice průchodu rozhraním
n_0	index lomu vzduchu
n_1, n_2	indexy lomu první a druhého prostředí
N	počet vzorkovacích bodů
n_s	index lomu optického hranolu
\vec{p}	maticový součin PSG a Stokesova vektoru zdroje
P	stupeň polarizace
P_1, P_2	Muellerovy matice polarizátorů
PSA	analyzátor polarizace
PSG	generátor polarizace
p_x, p_y	útlumové koeficienty diatenuátoru
q_1, q_2, q_3	parametry depolarizace

R_1, R_2	Muellerovy matice fázových destiček
RCP	pravotočivá kruhová polarizace
r_p, r_s	Fresnelovy koeficienty
R_p, R_s	amplitudy elektrické intenzity pro odraz na rozhraní
\vec{s}	jednotkový směrový vektor šíření vlny
\vec{S}	Stokesův vektor
S_0, S_1, S_2, S_3	Stokesovy parametry
\vec{S}_R	Stokesův vektor odraženého záření
\vec{S}_T	Stokesův vektor procházejícího záření
t	čas
TIR	totální odraz
t_p, t_s	Fresnelovy koeficienty
T_p, T_s	amplitudy elektrické intenzity pro průchod rozhraním
v	rychlost šíření světla daným prostředím
x, y, z	osy kartézské soustavy souřadné

Řecké symboly

α	úhel dopadu na vstupní stěnu opt. hranolu
β	úhel lomu na opt. hranolu
γ	úhel lomu na opt. hranolu
Γ	fázové zpoždění retardační destičky
δ	fázový rozdíl
δ_1, δ_2	fázové zpoždění retardérů
δ_{TIR}	fázové zpoždění způsobené TIR na rozhraní
δ_x, δ_y	fázové konstanty
ε	orientace osy propustnosti polarizátoru vůči ose x
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$	odchylka od fáze čtvrtvlnové retardační destičky
$\varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5$	natočení polarizačních komponent vůči společné ose
θ	úhel rotace
θ_0	natočení rychlé osy fázové destičky vůči ose x
θ_B	Brewsterův úhel dopadu
θ_C	kritický úhel dopadu
θ_i	úhel dopadu
θ_r	úhel lomu
λ	vlnová délka ve vakuu
φ	úhel natočení roviny dopadu
χ	elipticita
ψ	azimut
ω	úhlová frekvence

1 Úvod

Na Katedře optiky PřF UP je v současné době budován spektrometr pro měření Ramanovy optické aktivity. Ramanova optická aktivita je spektrální technika založená na měření malého rozdílu v interakci chirálních molekul s pravo- a levotočivě kruhově polarizovaným zářením. Tento rozdíl obecně nabývá velmi malých hodnot ($10^{-3} - 10^{-6}$ hodnoty Ramanova rozptylu), proto je ROA relativně náročná na detekci a je zapotřebí do značné míry eliminovat systematické chyby spojené s generací i detekcí polarizovaného záření. Je třeba pracovat s co nejčistšími polarizačními stavy, což se neobejde bez přesné charakterizace transmisních a reflexních polarizačních komponent užitých v měřicím zařízení.

Pro plánovanou realizaci ROA spektrometru je z toho důvodu nutné nejprve provést kvalitní analýzu optických komponent. K tomu záměru byl postaven Muellerův spektropolarimetr založený na dvojici rotujících fázových destiček. Tato bakalářská práce si klade za úkol analyzovat a experimentálně ověřit prostřednictvím spektropolarimetru chování záření při odrazu a průchodu na rozhraní dvou dielektrických prostředí a otestovat tak přesnost měření Muellerových matic.

Uvedená analýza se neobejde bez dobrých teoretických základů spojených s popisem polarizovaného světla pomocí Stokesových parametrů a Muellerovy maticové reprezentace optických komponent, kterým je věnována podstatná část druhé kapitoly této práce. Teorie je poté více zaměřena na rozbor vlastností odražené a lomené vlny na rozhraní dvou různých dielektrik a je zakončena podrobným popisem polarimetrů na bázi rotujících fázových destiček, včetně důležitých kalibračních metod.

Ve třetí kapitole se pak nachází analýza a experimentální ověření Muellerových matic pro odraz na optickém hranolu, zakončená diskuzí výsledků měření s popisem vzniklých systematických chyb námi používaného Muellerova spektropolarimetru.

2 Teorie

2.1 Popis polarizace světla

Polarizace je důležitou vlastností elektromagnetického záření, která charakterizuje časovou závislost orientace vektoru elektrické intenzity \vec{E} v prostoru. K popisu polarizace se využívá Jonesova a Stokesova formalismu. Tato bakalářská práce se věnuje pouze popisu pomocí Stokesových vektorů, jež explicitně zastupují měřenou intenzitu a také se dají přirozeně aplikovat na částečně polarizované záření.

Definice polarizace

Pro jednoduchost se při zavádění polarizace uvažuje rovinná monochromatická vlna šířící se ve směru osy z v kartézské soustavě souřadné. Jedná se o tzv. vlnění příčné, jelikož vektory elektrické \vec{E} a magnetické intenzity \vec{H} jsou kolmé na směr šíření i samy vůči sobě. Za těchto podmínek lze elektrické pole, které je funkcí souřadnice z a času t , rozložit do složek

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz + \delta_x), \quad (1)$$

$$E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kz + \delta_y), \quad (2)$$

kde E_{0x} , E_{0y} značí složky amplitudy vektoru elektrické intenzity, ω je pevně daná úhlová frekvence, k je vlnové číslo a δ_x , δ_y jsou fázové konstanty. Tedy chování výsledného vektoru \vec{E} je ovlivněno amplitudami jeho složek a fázovým rozdílem $\delta = \delta_y - \delta_x$.^[1]

Typ polarizace je možné určit z křivky, jež v čase opisuje koncový bod tohoto vektoru v rovině kolmé na osu z . Jejím zavedením do počátku ($z=0$) a vyloučením parametru t z obou rovnic, lze krátkou úpravou dospět k obecné rovnici této křivky

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\frac{E_x}{E_{0x}}\frac{E_y}{E_{0y}}\cos\delta = \sin^2\delta \quad (3)$$

a tou je elipsa. Znaménko $\sin\delta$ definuje smysl otáčení polarizace. Pokud je $\sin\delta > 0$, resp. $\sin\delta < 0$, jedná se o pravotočivou, resp. levotočivou, polarizaci. Mezi významné polarizace patří lineární polarizace, která nastane za předpokladu, že $\delta = l\pi$, kde l je celočíselný násobek nebo 0. Případně kruhová polarizace světla, získaná z rovnice (3) dosazením

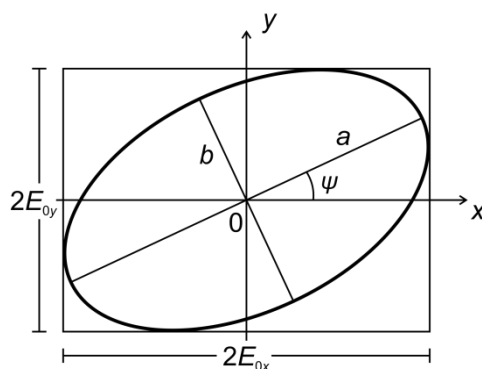
$$\delta = \frac{(2l-1)\pi}{2} \text{ a } E_{0x} = E_{0y}. \quad [2, 3]$$

Jak je ilustrováno na obrázku Obr. 1, polarizační elipsa je v obecném případě natočená vůči osám x a y o úhel $\psi \in \langle 0, \pi \rangle$, nazývaný azimut. Toto natočení je iniciováno přítomností třetího členu v rovnici elipsy (3) a platí pro něj vztah

$$\tan 2\psi = \frac{2E_{0x}E_{0y} \cos \delta}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}. \quad (4)$$

Dalším užitečným parametrem pro popis elipsy je elipticita $\chi \in \langle -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \rangle$, jež udává poměr mezi hlavní a vedlejší poloosou elipsy a lze ji definovat vzhledem ke složkám amplitudy a rozdílu fáze jako^[4]

$$\sin 2\chi = \frac{2E_{0x}E_{0y} \sin \delta}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}. \quad (5)$$



Obr. 1: Obecně natočená polarizační elipsa, kde a značí její hlavní poloosu a b vedlejší poloosu.

Stokesovy parametry

Vektor elektrické intenzity \vec{E} vykresluje polarizační elipsu v transversální rovině na směr šíření ve velmi krátkém časovém intervalu, řádově 10^{-15} s, a proto je prakticky nemožné tento průběh měřit. Polarizační elipsou rovněž nelze popsat běžně se vyskytující částečně polarizované či nepolarizované světlo. To vedlo George Gabriela Stokesa v roce 1852 k odvození měřitelných veličin – Stokesových parametrů:

$$\begin{aligned} S_0 &= E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \\ S_1 &= E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ S_2 &= 2E_{0x}E_{0y} \cos \delta \\ S_3 &= 2E_{0x}E_{0y} \sin \delta \end{aligned} \quad (6)$$

G. G. Stokes tyto parametry odvodil na základě pozorování zachování intenzity nepolarizovaného světla po průchodu libovolně orientovaným polarizátorem. Jsou to tedy reálné parametry, kde S_0 představuje celkovou intenzitu záření, S_1 charakterizuje intenzitu rozdílu horizontální a lineární polarizace, S_2 značí intenzitu rozdílu mezi lineárními polarizacemi při azimutálních uhlech 45° a 135° a poslední parametr S_3 je pak intenzitní rozdíl pravotočivé a levotočivé kruhové polarizace. Stokesovy parametry navíc splňují pro jakýkoliv polarizační stav relaci

$$S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2, \quad (7)$$

kde rovnost platí jen v případě úplně polarizovaného světla a speciálně pro nepolarizované světlo je $S_1 = S_2 = S_3 = 0$, tedy $S_0^2 > 0$.^[4]

Poměr mezi levou a pravou stranou nerovnice (7) pak udává další veličinu, popisující míru polarizace světla, tzv. stupeň polarizace

$$P = \frac{(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2}}{S_0}, \quad (8)$$

jenž může nabývat hodnot $0 \leq P \leq 1$.

Z hlediska Stokesových parametrů lze zapsat azimut (4) a elipticitu (5) jako

$$\tan 2\psi = \frac{S_2}{S_1}, \quad (9)$$

$$\sin 2\chi = \frac{S_3}{S_0}. \quad (10)$$

Obvykle se pracuje se Stokesovými parametry uspořádanými do sloupcového vektoru

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \\ E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ 2E_{0x}E_{0y} \cos \delta \\ 2E_{0x}E_{0y} \sin \delta \end{pmatrix}, \quad (11)$$

který se nazývá Stokesův vektor.

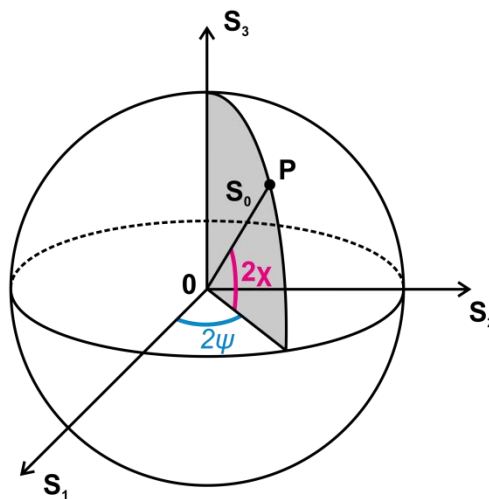
Poincarého sféra

S využitím vztahů (7), (9) a (10) je možné přepsat Stokesovy parametry do tvaru

$$\begin{aligned} S_1 &= S_0 \cos 2\chi \cos 2\psi, \\ S_2 &= S_0 \cos 2\chi \sin 2\psi, \\ S_3 &= S_0 \sin 2\chi, \end{aligned} \quad (12)$$

jímž připomínají obecně známé sférické souřadnice, a proto lze libovolný polarizační stav geometricky znázornit jako bod o souřadnicích S_1, S_2, S_3 na sféře, kterou poprvé zavedl Henri Poincaré v roce 1892 a nese tak název Poincarého sféra, viz obrázek Obr. 2.

Jak lze vidět ze vztahů (12), za podmínky $S_0 = 1$ se jedná o jednotkovou kouli, kde se na severní polokouli nachází pravotočivě a na jižní polokouli levotočivě polarizované stavy světla. Body na rovníku reprezentují lineární polarizace, speciálně pak průsečík tohoto rovníku s kladným směrem osy S_1 udává horizontální lineární polarizaci a protilehlý průsečík v záporném směru téže osy vertikální lineární polarizaci. Severní, resp. jižní, pól sféry je bodem pravotočivé, resp. levotočivé, kruhové polarizace. Ostatní body na Poincarého sféře jsou různé obecně elipticky polarizované stavy. Je možné znázornit i částečně polarizované světlo libovolným bodem uvnitř této sféry, případně zcela nepolarizované bodem v počátku.^[3, 4]



Obr. 2: Poincarého sféra

2.2 Základní polarizační komponenty a jejich maticový popis

Polarizační stav lze měnit interakcí dopadajícího světla s optickými komponentami. K tomu, aby bylo možné popsat tyto změny, je třeba zavést maticovou reprezentaci jejich zprostředkovatelů.

Muellerova matice

Bude-li dopadat na obecnou polarizační komponentu světelné záření o daném Stokesově vektoru \vec{S} , transformuje se na výstupu v nový Stokesův vektor \vec{S}' , jehož čárkované parametry jsou lineárními kombinacemi Stokesových parametrů dopadajícího světla s reálnými koeficienty $m_{11}, m_{12}, \dots, m_{44}$, což se dá maticově zapsat jako

$$\begin{pmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (13)$$

nebo zkráceně

$$\vec{S}' = M\vec{S}. \quad (14)$$

Reálná matice M dimenze 4×4 uvedená v maticovém součinu charakterizuje polarizační prvek a nazývá se Muellerovou maticí.

Ke změně polarizačního stavu může dojít až čtyřmi různými způsoby: modulací složek amplitudy E_{0x} a E_{0y} vektoru elektrické intenzity, modulací fáze vlny, změnou směru ortogonálních složek \vec{E} nebo převodem energie z polarizovaného záření na nepolarizované. Odpovídající optické elementy zajišťující tyto změny jsou po řadě: diatenuátor, fázová destička, rotátor a depolarizátor.^[4]

Diatenuátor

Diatenuátor je optický prvek, jenž propouští ortogonální složky vektoru elektrické intenzity \vec{E} kolmé na směr šíření nerovnoměrně, tedy v jednom ze dvou ortogonálních směrů propustnosti p_x a p_y tlumí amplitudu dopadajícího záření více, než v tom druhém. Speciálním případem diatenuátoru je lineární polarizátor.

Složky \vec{E}' záření opouštějící diatenuátor jsou vázány ke vstupujícím složkám \vec{E} dle následujících relací:

$$\begin{aligned} E'_x &= p_x E_x \\ E'_y &= p_y E_y \end{aligned} \quad (15)$$

Útlumové koeficienty úměrnosti mohou nabývat hodnot z intervalu $\langle 0,1 \rangle$, kde pro $p_x = 0$ (resp. $p_y = 0$) složka elektrického pole v tomto směru zcela vymizí, naopak pro hodnoty

$p_x = 1$ (resp. $p_y = 1$) nedochází k žádnému útlumu procházejícího světla. V Muellerově maticovém formalismu lze tento vztah obecně popsat maticí

$$M_D = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} p_x^2 + p_y^2 & p_x^2 - p_y^2 & 0 & 0 \\ p_x^2 - p_y^2 & p_x^2 + p_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2p_x p_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2p_x p_y \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Nejčastěji využívanými diatenuátory jsou horizontální a vertikální ideální lineární polarizátory, pro něž jeden z koeficientů útlumu je nulový a druhý perfektně propouští. Jejich Muellerovy matice jsou

$$M_{D_x} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

$$M_{D_y} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Jestliže bude takto definovaným lineárním polarizátorem procházet nepolarizovaný svazek, jeho intenzita bude na výstupu nabývat maximálně poloviční hodnoty intenzity vstupujícího svazku. Rovněž je třeba poznamenat, že v praxi není prvek $2p_x p_y$ v (16) nikdy přesně nulový, a proto bude generovaný polarizační stav vždy, byť zanedbatelně málo, elipticky polarizovaný.

K redukci intenzity světla o libovolné polarizaci se využívá neutrálního filtru, což je diatenuátor s jednotkovou Muellerovou maticí

$$M_{ND} = p^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

kde koeficient $p = p_x = p_y$ utlumuje obě ortogonální složky procházejícího světla rovnoměrně.

Fázová destička

Fázová destička, nazývaná rovněž retardér nebo kompenzátor, zavádí nové fázové zpoždění Γ mezi ortogonální komponenty elektrického pole dopadající světelné vlny. Směr, v němž nastává posun o kladnou hodnotu fáze (např. $+\Gamma/2$) určuje tzv. rychlou osu destičky, naopak směr ve kterém dochází ke zpoždění ($-\Gamma/2$) udává pomalou osu destičky.

Souvislost mezi vstupujícím a vystupujícím zářením po průchodu fázovou destičkou lze popsat prostřednictvím těchto vztahů:

$$\begin{aligned} E'_x &= e^{+i\Gamma/2} E_x \\ E'_y &= e^{-i\Gamma/2} E_y \end{aligned} \quad (20)$$

Muellerova matice obecné fázové destičky má pak tvar

$$M_{ret}(\Gamma) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Gamma & \sin \Gamma \\ 0 & 0 & -\sin \Gamma & \cos \Gamma \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Jak již prvek m_{11} této matice napovídá, u ideální fázové destičky nedochází ke ztrátám na intenzitě, na rozdíl od výše zmíněného diatenuátoru. Je nezbytné zmínit i Muellerovy matice dvou významných fázových destiček, čtvrtvlnové s fázovým zpožděním $\Gamma = \frac{\pi}{2}$ a polovlnové měnící fázi o $\Gamma = \pi$,

$$M_{ret}(\pi/2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

$$M_{ret}(\pi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Důležitost čtvrtvlnové destičky tkví v tom, že lineárně polarizovaný stav může transformovat dle úhlu natočení vůči optické ose destičky obecně na eliptickou polarizaci. Speciálně při rovnoměrném rozložení elektrického pole do ortogonálních os, tj. když rovina polarizace svírá s optickou osou krystalu úhel 45° , resp. 135° , dojde ke změně na levotočivou, resp. pravotočivou, kruhovou polarizaci. Analogicky dopad kruhově polarizovaného záření na

čtvrťvlnovou destičku vede na lineární polarizaci natočenou vůči ose retardéru o 45° , nebo 135° .

Polovlnová destička při interakci s dopadajícím svazkem obrací smysl otáčení polarizace, znaménko u azimutálního úhlu a znaménko elipticity. Bude-li navíc polovlnová destička vychýlená oproti horizontální rovině, tedy ose x , o definovaný úhel, slouží k natočení polarizačního stavu o dvojnásobek daného úhlu.^[4]

Rotátor

Rotátor je optická komponenta, nebo zařízení, které moduluje polarizační stav rotací ortogonálních složek \vec{E} o zvolený úhel θ vzhledem k souřadným osám x a y v rovině kolmé na směr šíření. Otočené složky elektrického pole \vec{E}' jsou definovány jako

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x \cos \theta + E_y \sin \theta, \\ E'_y &= -E_x \sin \theta + E_y \cos \theta \end{aligned} \quad (24)$$

a odpovídající Muellerova matice je

$$M_{rot}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

V praxi obvykle nejsou optické elementy měřící soustavy dokonale nastaveny ve směru souřadných os x a y . Jejich osy jsou často natočeny do různých pozic vůči těmto ortogonálním osám, proto je užitečné formulovat Muellerovy matice diatenuátoru a fázové destičky s ohledem na tento faktor.

Muellerovu matici M' pro jakoukoliv otočenou komponentu je možné získat dosazením do rovnice

$$M' = M_{rot}(-\theta) M M_{rot}(\theta), \quad (26)$$

kde M reprezentuje optický element před rotací, jenž je obložen maticemi rotátoru charakterizující úhlové posunutí jednou v kladném a podruhé v záporném směru. To lze chápat tak, že Stokesův vektor, který popisuje dopadající světelný svazek, je třeba před průchodem komponentou M transformovat do otočené soustavy souřadnic a při výstupu vše transformovat zpět do původní soustavy souřadnic.

Je zde rovněž vhodné zmínit Muellerovy matice ideálního horizontálního polarizátoru (17) otočeného o úhel θ

$$M_{D_x}(\theta) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (27)$$

a obecné fázové destičky (21)

$$M_{ret}(\Gamma, \theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta + \cos \Gamma \sin^2 2\theta & (1 - \cos \Gamma) \sin 2\theta \cos 2\theta & -\sin \Gamma \cos 2\theta \\ 0 & (1 - \cos \Gamma) \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta + \cos \Gamma \cos^2 2\theta & \sin \Gamma \sin 2\theta \\ 0 & \sin \Gamma \sin 2\theta & -\sin \Gamma \cos 2\theta & \cos \Gamma \end{pmatrix}, \quad (28)$$

jelikož se jich často využívá ke generaci a analýze polarizace světla, viz podkapitoly 2.4 a 2.5 níže. Muellerova matice polovlnové destičky se po dosažení příslušných parametrů nápadně podobá rotátoru s dvojnásobným úhlem rotace v opačném směru, a proto se dá použít ke stejným účelům.^[4]

Depolarizátor

Posledním diskutovaným elementem, jenž mění polarizační stav popsany Stokesovým vektorem je diagonální depolarizátor, jehož funkcí je redukce stupně polarizace (8). Jeho Muellerova matice nabývá tvaru

$$M_{dep} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 \end{pmatrix}, \quad (29)$$

kde parametry depolarizace $q_1, q_2, q_3 \in \langle -1, 1 \rangle$ přímo ovlivňují Stokesovy parametry S_1, S_2, S_3 dopadajícího světla. Jestliže na optický vzorek dopadá plně polarizované záření a na výstupu je jeho stupeň polarizace menší než 1, pak vzorek vykazuje depolarizaci.^[5] Typické komponenty jako jsou čočky, zrcadla a filtry mají velmi malý depolarizační charakter, přibližně pod jedno procento. Na druhou stranu u silně difuzních materiálů může depolarizace dosáhnout i 100 %.^[6] Ideální depolarizátor nabývá limitní hodnoty stupně polarizace $P = 0$ a je reprezentován Muellerovou maticí^[4]

$$M_{idep} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (30)$$

2.3 Odraz a průchod záření na rozhraní dvou různých dielektrik

V běžné praxi jsou různá prostředí od sebe oddělena ostrou hranicí, na které při dopadu světelného svazku obecně dochází k tomu, že se část světla od povrchu odráží do původního prostředí a část proniká dále do prostředí druhého.^[2] Matematicky lze tyto dva jevy popsat souborem Fresnelových rovnic. Jejich následným vyjádřením v Muellerově maticovém formalismu je získán vhodný nástroj pro analýzu polarizace na libovolné hranici dvou prostředí. Tato podkapitola je věnována odvození Muellerových matic na rozhraní dvou izotropních homogenních dielektrik.^[4]

Fresnelovy rovnice

Fresnelovy vzorce pro dielektrikum charakterizují chování amplitudy a fáze světelné vlny na rozhraní dvou prostředí o různých indexech lomu. Při odvozování Fresnelových vzorců se vychází z Maxwellových rovnic pro šíření elektromagnetického záření v ideálním homogenním izotropním dielektriku, tj. prostředí bez volných nábojů a proudů. Na hranici dvou takových prostředí jsou tečné i normálové složky veličin elektrického a magnetického pole spojitě; tím jsou splněny hraniční podmínky.^[7] Světelný svazek dopadá, láme se a odráží v tak zvané rovině dopadu, vzhledem k níž jsou z hlediska polarizace uvažovány dva případy dopadajícího záření, a to když je vektor elektrické intenzity \vec{E} kolmý (index „s“) na tuto rovinu, a když je s ní souběžný (index „p“). V následujících úvahách budou vektory odraženého, resp. procházejícího, elektrického pole označeny písmenem \vec{R} , resp. \vec{T} .^[2, 4]

Jak je znázorněno na obrázcích Obr. 3 a Obr. 4, orientace vektorů je určena směrem šíření rovinné harmonické vlny, reprezentovaným jednotkovými vektory $\vec{s}_i, \vec{s}_r, \vec{s}_t$, a vztahem pro vzájemnou polohu vektorů elektromagnetického pole

$$\vec{s} \times \vec{E} = v\vec{B}, \quad (31)$$

který plyne z Maxwellovy rovnice vyjadřující Faradayův zákon elektromagnetické indukce. Veličina v představuje rychlost šíření světla daným prostředím. Pak ze spojitosti mezi tečnými složkami amplitud vektorů elektrické intenzity a magnetické indukce na rozhraní dvou prostředí platí v prvním případě (Obr. 3)

$$E_s + R_s = T_s, \quad (32)$$

$$B_i \cos \theta_i - B_r \cos \theta_r = B_t \cos \theta_t, \quad (33)$$

a v druhém případě (Obr. 4)

$$B_i + B_r = B_t, \quad (34)$$

$$-E_p \cos \theta_i + R_p \cos \theta_i = -T_p \cos \theta_r, \quad (35)$$

z nichž lze po sérii úprav dospět k Fresnelovým rovnicím odrazu a průchodu:

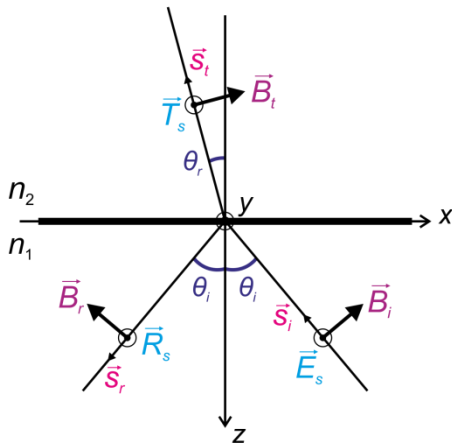
$$R_s = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_r}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_r} E_s \quad (36)$$

$$R_p = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_r}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_r} E_p \quad (37)$$

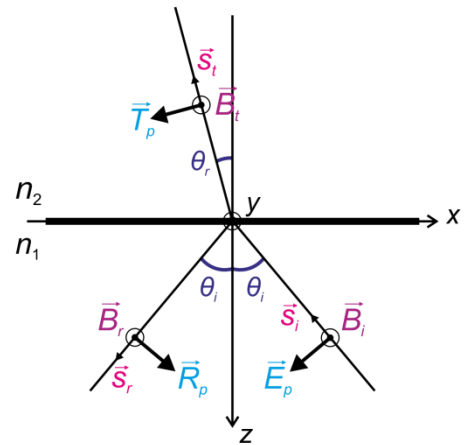
$$T_s = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_r} E_s \quad (38)$$

$$T_p = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_r} E_p \quad (39)$$

Veličiny $E_s, E_p, R_s, R_p, T_s, T_p$ značí amplitudy jednotlivých ortogonálních složek elektrického pole po řadě pro dopadající, odraženou a procházející vlnu, B_i, B_r, B_t jsou amplitudy magnetického pole v daném pořadí, n_1 a n_2 jsou indexy lomu prvního a druhého prostředí, θ_i a θ_r označují úhel dopadu a lomu, jež jsou provázány přes Snellův zákon lomu.^[1, 4]



Obr. 3: Schéma dopadu, odrazu a lomu paprsku na rozhraní dvou různých dielektrik ($n_1 < n_2$) pro vektor elektrické intenzity kolmý k rovině dopadu.



Obr. 4: Schéma dopadu, odrazu a lomu paprsku na rozhraní dvou různých dielektrik ($n_1 < n_2$) pro vektor elektrické intenzity rovnoběžný s rovinou dopadu.

Při odvozování je důležité se držet jedné znaménkové konvence, jinak výsledné vztahy nejsou kompatibilní s jinou literaturou, či jsou dokonce chybné, jako je tomu v referencích

[2, 9] pro amplitudu R_p , kde je uvedena s opačným znaménkem. Fresnelovy vzorce v literatuře [1, 4, 8] jsou uvedeny správně.

Fresnelovy koeficienty jsou definovány jako poměry jednotlivých amplitud

$$r_s = \frac{R_s}{E_s}, r_p = \frac{R_p}{E_p}, t_s = \frac{T_s}{E_s}, t_p = \frac{T_p}{E_p}, \quad (40)$$

a protože obecně mohou nabývat i komplexních hodnot, dochází konkrétně u odražené vlny nejen ke změně amplitudy elektrického pole, ale i fáze. V grafech na obrázku Obr. 5 je znázorněna změna složek fáze a fázového rozdílu v závislosti na úhlu dopadu θ_i pro světlo odražené na rozhraní vzduch – sklo s typickým indexem lomu 1,5. Ta část záření, která se láme do druhého prostředí, svou fází nemění. Symbol θ_B označuje hodnotu Brewsterova úhlu dopadu a θ_C je kritický úhel, kdy ještě světelné záření proniká za rozhraní. Při úhlech větších než θ_C nastává totální odraz. Grafy amplitud Fresnelových koeficientů pro odraz jsou vykresleny například v literatuře [1] a [4].

Jelikož je intenzita světla úměrná kvadrátu jeho amplitudy lze z definice amplitudových koeficientů (40) dospět k relacím^[1, 2]

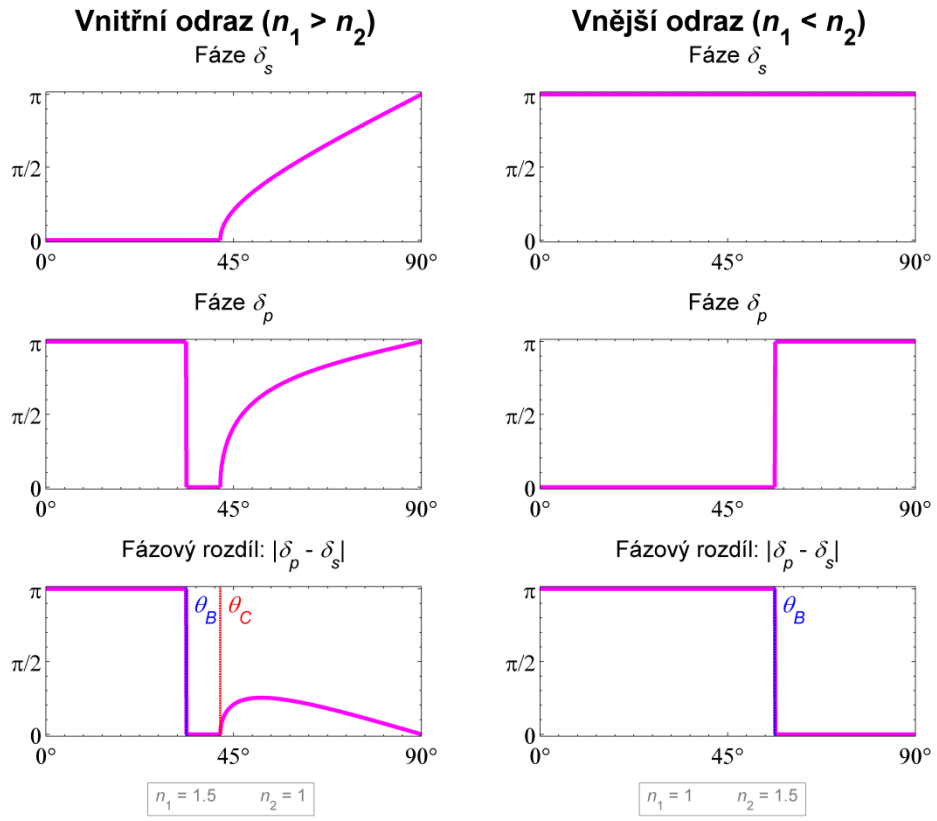
$$\begin{aligned} I_{Rs} &= (r_s)^2, \\ I_{Rp} &= (r_p)^2, \\ I_{Ts} &= \frac{n_2 \cos \theta_r}{n_1 \cos \theta_i} (t_s)^2, \\ I_{Tp} &= \frac{n_2 \cos \theta_r}{n_1 \cos \theta_i} (t_p)^2, \end{aligned} \quad (41)$$

charakterizující ortogonální složky odrazivosti a propustnosti intenzity světla na rozhraní. Platí pro ně ze zákona zachování energie v obou rovinách „s“ a „p“ podmínka

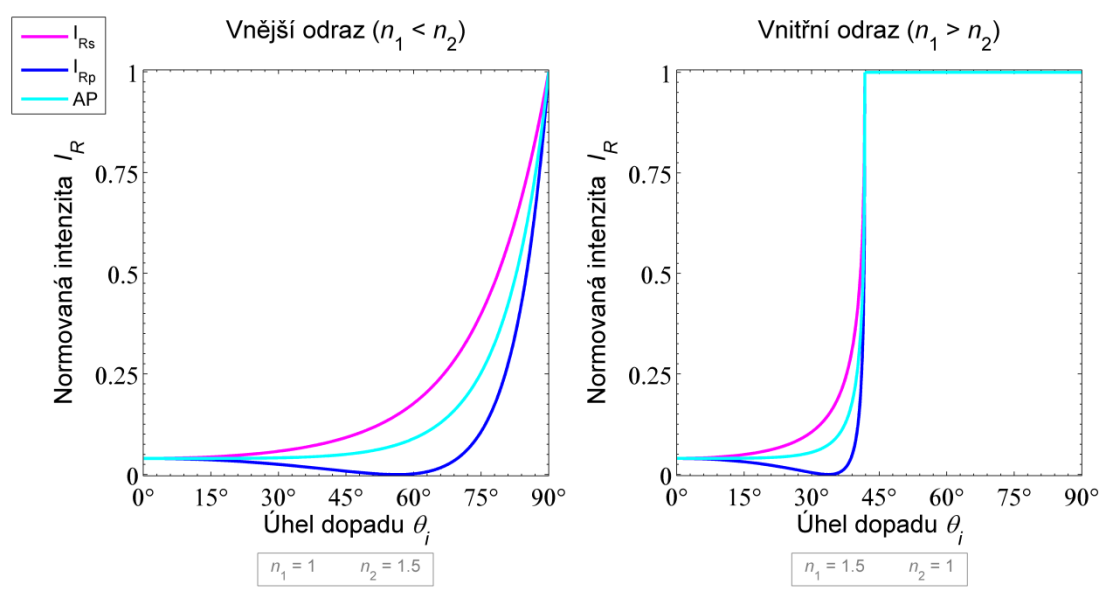
$$I_R + I_T = 1. \quad (42)$$

Průběh lomené a odražené intenzity vzhledem k úhlu dopadu je graficky zpracován na obrázcích Obr. 6 a Obr. 7, kde AP křivka vždy značí aritmetický průměr obou složek. Jak lze vidět z libovolného grafu Obr. 6 a Obr. 7, složky intenzity kolmé na rovinu dopadu a rovnoběžné s ní se výrazně liší v okolí Brewsterova úhlu. Následkem toho převažuje v odraženém paprsku „s“ složka intenzity.

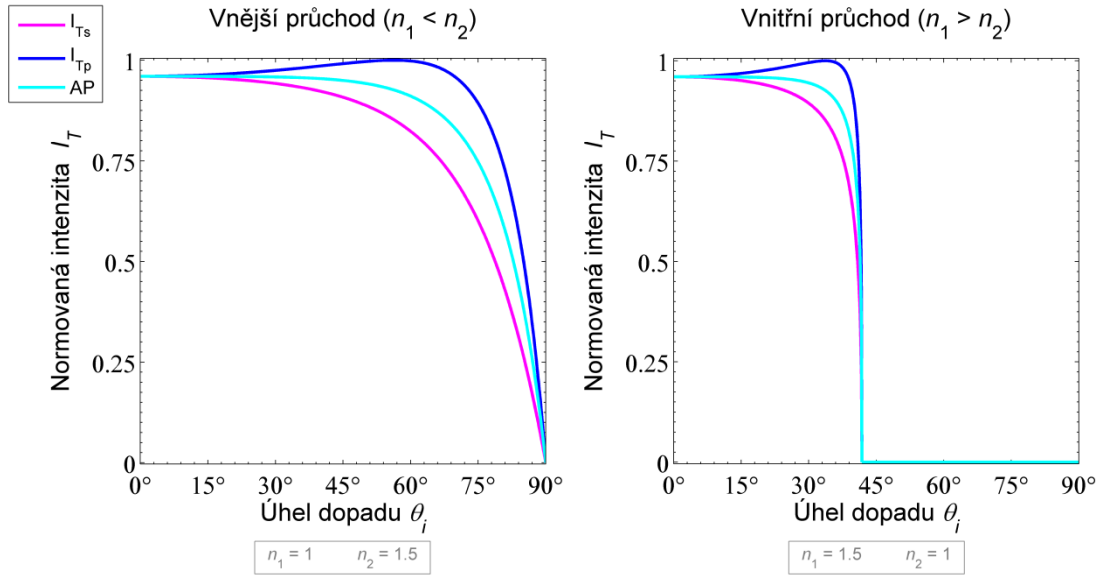
Vnitřním odrazem, respektive průchodem, se v uvedených grafech myslí šíření svazku z opticky hustšího do opticky řidšího materiálu, tzn. sklo – vzduch. Vnější odrazem a průchodem je pak nazývána opačná situace.



Obr. 5: Změna fáze elektrického pole \vec{E} pro odražený svazek světla na rozhraní vzduch – sklo.



Obr. 6: Grafy závislosti normované intenzity odraženého svazku na úhlu dopadu θ_i , kde AP označuje průměrnou hodnotu mezi ortogonálními intenzitními koeficienty I_{Rs} a I_{Rp} . Grafy jsou vyhodnoceny pro typické rozhraní vzduch – sklo. V případě vnitřního odrazu dochází nad kritický úhel $41,8^\circ$ k totálnímu odrazu světla.



Obr. 7: Grafy závislosti normované intenzity lomeného svazku na úhlu dopadu θ_i , kde AP označuje průměrnou hodnotu mezi ortogonálními intenzitními koeficienty I_{Ts} a I_{Tp} . Grafy jsou vyhodnoceny pro typické rozhraní vzduch – sklo.

Muellerovy matice odrazu a průchodu na rozhraní dvou dielektrik

Vyjádřením příslušných Stokesových parametrů v komplexní notaci pro dopadající, odraženou a procházející vlnu na rozhraní dvou dielektrických prostředí a dosazením výše uvedených Fresnelových vzorců lze dospět k transformačním rovnicím mezi danými Stokesovými vektory

$$\vec{S}_R = M_R \vec{S}, \quad (43)$$

$$\vec{S}_T = M_T \vec{S}. \quad (44)$$

Zprostředkovateli těchto transformací jsou Muellerovy matice pro odraz a průchod

$$M_R = \frac{1}{2} \left(\frac{\tan \theta_-}{\sin \theta_+} \right)^2 \times \begin{pmatrix} \cos^2 \theta_- + \cos^2 \theta_+ & \cos^2 \theta_- - \cos^2 \theta_+ & 0 & 0 \\ \cos^2 \theta_- - \cos^2 \theta_+ & \cos^2 \theta_- + \cos^2 \theta_+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \sin \theta_+ \cos \theta_- & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \sin \theta_+ \cos \theta_- \end{pmatrix}, \quad (45)$$

$$M_T = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_r}{2 \sin^2 \theta_+ \cos^2 \theta_-} \begin{pmatrix} \cos^2 \theta_- + 1 & \cos^2 \theta_- - 1 & 0 & 0 \\ \cos^2 \theta_- - 1 & \cos^2 \theta_- + 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cos \theta_- & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \cos \theta_- \end{pmatrix}, \quad (46)$$

kde je pro přehlednost zavedena substituce $\theta_{\pm} = \theta_i \pm \theta_r$. Obě matice svým tvarem, a tudíž i vlastnostmi, odpovídají matici diatenuátoru (16). Existují tři významné úhly dopadu, kolmý dopad, Brewsterův úhel a 45° , ve kterých nabývají matice (45) a (46) jednodušší formy, čehož se například s výhodou využívá při analýze indexu lomu daného dielektrika reflexním měřením. Pokud dochází na rozhraní k totální reflexi (TIR), je třeba se zbavit vzniklých komplexních hodnot v Muellerových maticích. M_T se poté redukuje na nulovou matici, zatímco M_R na tvar odpovídající fázové destičce (21). Této vlastnosti TIR kupříkladu využívá Fresnelův hranol, jenž má funkci čtvrtvlnové destičky. V reálné situaci je většina objektů složena z více než jednoho rozhraní, potom je nutné řešit reflexi i transmisi součinem několika matic typu (45) a (46).^[4]

Z výše uvedených Stokesových vektorů ve (43) a (44) jednoznačně plyne zákon zachování intenzity mezi figurujícími svazky, tedy

$$S_0 = S_{0R} + S_{0T}. \quad (47)$$

Analýza kruhově polarizovaného a nepolarizovaného záření při průchodu rozhraním dvou dielektrik

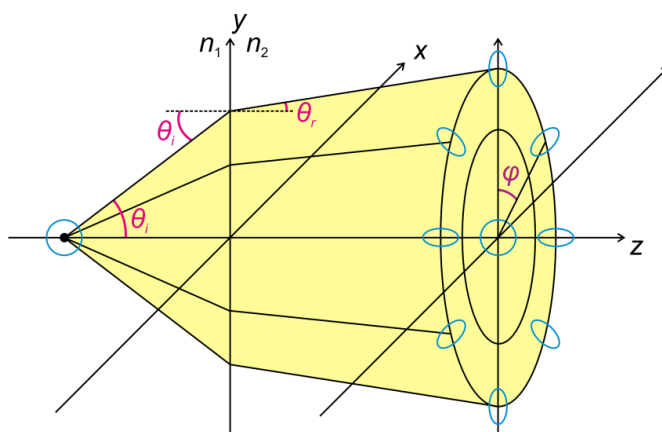
Z hlediska měření Ramanovy optické aktivity, je zde vhodné uvést, jak se obecně mění stupeň polarizace a intenzita generovaného kruhově polarizovaného a nepolarizovaného záření při průchodu rozhraním mezi dvěma dielektriky, jež v Ramanově spektrometru mohou zastupovat transmisní optické komponenty nebo stěny kvivety analyzovaného vzorku.

Průchodem svazku skrze prostředí o různých indexech lomu dochází nejen k energetickým ztrátám, ale také k prostorové deformaci polarizačního stavu v závislosti na úhlu dopadu na rozhraní a na polarizaci dopadajícího záření, jak je ilustrováno na obrázku Obr. 8 pro generované kruhově polarizované záření. Bude-li se na rozhraní paprsek světla lámat do druhého prostředí, lze jej v rovině dopadu ($\varphi = 0$) charakterizovat maticovým součinem (44). Monochromatický světelný svazek si je možné geometricky představit jako divergentní kužel tvořený velkým počtem stejných paprsků, kde každý dopadá na rozhraní pod jiným úhlem θ_i . Podstava kužele pak vytváří za rozhraním v rovině kolmé na optickou

osu z kruh, v němž se na soustředných kružnicích, vzniklých z paprsků o stejném úhlu dopadu, nachází podobné polarizační stavy. Ty se dají vyjádřit pomocí Stokesova vektoru

$$\vec{S}_2 = M_{rot}(-\varphi)M_T M_{rot}(\varphi)\vec{S}_1, \quad (48)$$

kde součin Muellerových matic udává úhel natočení φ roviny dopadu pro daný polarizační stav na kružnici a \vec{S}_1 je Stokesův vektor dopadající na rozhraní.

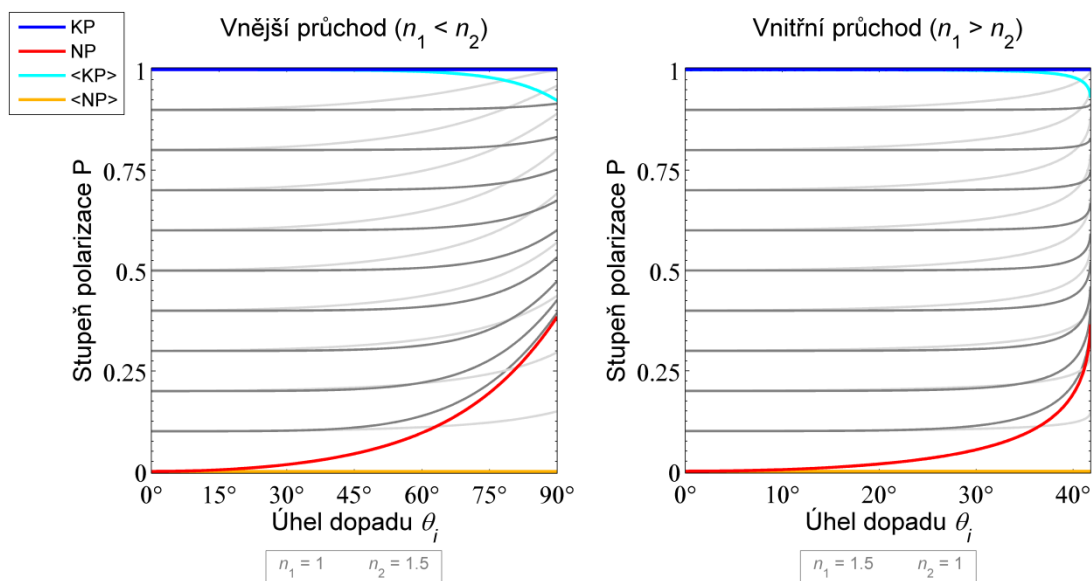


Obr. 8: Schéma prostorové deformace polarizačního stavu v závislosti na úhlu dopadu při průchodu kruhově polarizovaného záření (znázorněno modře) do opticky hustšího prostředí ($n_1 < n_2$).

Jelikož polarizační stavy na kružnici nejsou v každém bodě shodné – liší se azimutem, je pro další úvahy nutné provést středování Stokesova vektoru \vec{S}_2 přes úhel φ , tzn.

$$\langle \vec{S}_2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \vec{S}_2 d\varphi. \quad (49)$$

Na obrázku Obr. 9 je vykreslen stupeň polarizace P dle vztahu (8), jako funkce úhlu dopadu θ_i , pro různě čisté stavy kruhové polarizace procházející rozhraním v neotočené rovině dopadu ($\varphi=0$) a pro střední hodnotu stavů na uvažované kružnici. Je zde patrná částečná depolarizace u středované hodnoty kruhové polarizace (KP). S rostoucí hodnotou úhlu dopadu stupeň polarizace nepolarizovaného světla (NP) roste, nelze však pouhým průchodem dosáhnout plně polarizovaného záření.^[4] Jsou-li indexy lomu $n_1 > n_2$, je procházející světelný svazek limitován dopadem pod kritickým úhlem θ_C , jenž v případě rozhraní sklo – vzduch činí $\theta_C = 41,8^\circ$. Šedé křivky v obrázku Obr. 9 zastupují částečně kruhově polarizované stavy.



Obr. 9: Grafy stupně polarizace P procházejícího svazku v závislosti na úhlu dopadu θ_i , kde KP značí kruhově polarizované a NP nepolarizované záření dopadající na rozhraní vzduch – sklo s indexem lomu 1,5. Šedou barvou je zobrazen průběh stupně polarizace pro částečnou kruhovou polarizaci. Křivky světlejší barvou představují středované polarizační stavy přes úhel φ .

Informaci o velikosti intenzity transmisního záření s sebou nese první Stokesův parametr \bar{S}_2 . Závislost intenzity na úhlu dopadu pro kruhovou polarizaci, stejně jako pro nepolarizované záření, odpovídá křivce aritmetickému průměru (AP) na obrázku Obr. 7.

2.4 Stokesova polarimetrie

Polarimetrie je měřicí metoda, která slouží k analýze polarizačního stavu záření nebo polarizačních vlastností neznámého vzorku. Dle účelu je polarimetrie členěna do dvou základní kategorií na Stokesovu polarimetrii, diskutovanou v této podkapitole, a Muellerovu maticovou polarimetrii, rozebíranou v podkapitole 2.5. Zařízení, jímž se takové měření realizuje, se nazývá polarimetr, který může být dále kombinován se spektrografem k získání informací o polarizaci pro více jak jednu vlnovou délku.^[6]

Jak už název napovídá, Stokesova polarimetrie se využívá ke stanovení polarizačních charakteristik světelného svazku ze Stokesových parametrů vyčíslených z měřené intenzity I dopadajícího záření, obecně vyjádřené rovnicí

$$I = \bar{a}^T \bar{S}, \quad (50)$$

kde na pravé straně vystupuje skalární součin prvního řádku Muellerovy matice optického systému \vec{a}^T a hledaného Stokesova vektoru \vec{S} . Prvky tvořící řádkový vektor \vec{a}^T jsou dány součinem Muellerových matic reprezentujících jednotlivé optické komponenty před detektorem. Pro určení všech čtyř parametrů je třeba provést minimálně stejný počet různých měření k vytvoření soustavy čtyř rovnic (50). Většina polarimetrů pracuje s větším množstvím intenzitních měření k zajištění lepšího poměru mezi signálem a šumem a k redukci systematických chyb.^[6] Polarimetr měřící všechny čtyři Stokesovy parametry se označuje jako kompletní. Existují však i nekompletní polarimetry charakterizující jen některé z nich. Rozdílných rovnic (50) lze dosáhnout změnou v nastavení optických elementů před detektorem, které se také souhrnně nazývají analyzátozem polarizace (PSA). Dle způsobu modulace polarizačního stavu záření je možné polarimetry rozdělit do několika tříd, jejichž přehled je k nalezení v literatuře [4]. Dále bude s ohledem na experimentální uspořádání polarimetru v laboratoři detailněji vysvětlena pouze polarimetrie s rotující fázovou destičkou a fixním analyzátozem.^[4]

Stokesův polarimetr s rotující fázovou destičkou a fixním polarizátorem

Schéma základního kompletního Stokesova polarimetru, jehož analyzátor polarizačního stavu tvoří rotující čtvrtvlnová fázová destička a fixní lineární polarizátor, je ilustrováno na obrázku Obr. 10. Pomocí této soustavy polarizačních komponent je intenzita analyzovaného záření modulována a následně v čase zaznamenávána detektorem na konci aparatury. Jelikož je informace o intenzitě signálu přenášena prostřednictvím prvního parametru Stokesova vektoru \vec{S}_2 záření vystupujícího z analyzátoru polarizace, lze ji určit z rovnice^[3]

$$\vec{S}_2 = M_{Dx} M_{ret}(\pi/2, \theta) \vec{S}_1, \quad (51)$$

kde \vec{S}_1 značí vstupující neznámý polarizační stav o parametrech S_0, S_1, S_2, S_3 , M_{Dx} je Muellerova matice ideálního horizontálního lineárního polarizátoru a matice $M_{ret}(\pi/2, \theta)$ zde zastupuje čtvrtvlnovou destičku otáčející se v čase o úhel $\theta(t)$, kterou je možné získat prostým dosazením příslušného fázového zpoždění do vztahu (28). Detekovaná intenzita ve vztahu (51) poté nabývá tvaru

$$I(\theta) = \frac{1}{2} \left(S_0 + \frac{S_1}{2} \right) - \frac{S_3}{2} \sin 2\theta + \frac{S_1}{4} \sin 4\theta + \frac{S_2}{4} \sin 4\theta. \quad (52)$$

Intenzitní funkce (52) je očividně periodická, čehož je příčinou právě rotace čtvrtvlnové fázové destičky, a lze ji tedy porovnat s Fourierovou řadou zapsanou jako

$$h(\theta) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^2 (a_{2n} \cos 2n\theta + b_{2n} \sin 2n\theta), \quad (53)$$

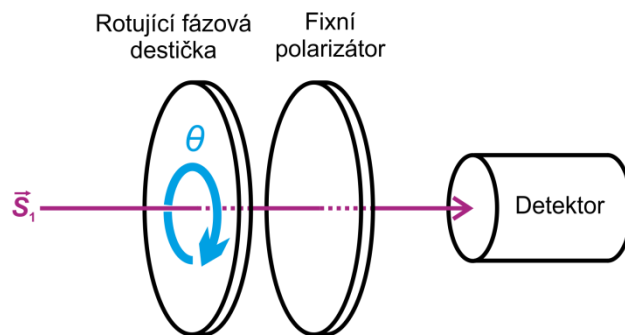
kde a_0 , a_{2n} a b_{2n} jsou Fourierovy koeficienty získané Fourierovou transformací experimentálních dat o intenzitě záření, tzn.

$$a_n = \frac{2}{N} \operatorname{Re}\{FT[I(\theta)]\}, \quad (54)$$

$$b_n = \frac{2}{N} \operatorname{Im}\{FT[I(\theta)]\}. \quad (55)$$

Veličina N je počet vzorkovacích bodů neboli počet měření.^[10] Jinými slovy každá periodická funkce se dá rozložit v nekonečnou řadu harmonických funkcí, tj. v lineární kombinaci sinů a kosinů. Tato metoda řešení se nazývá Fourierova a opírá se o obsáhlou matematickou teorii, Fourierovskou analýzu. Komparací (52) a (53) jsou hledané Stokesovy parametry dány vztahy:

$$\begin{aligned} S_0 &= a_0 - a_4 \\ S_1 &= 2a_4 \\ S_2 &= 2b_4 \\ S_3 &= -b_2 \end{aligned} \quad (56)$$



Obr. 10: Schéma Stokesova polarimetru s rotující fázovou destičkou a fixním lineárním polarizátorem

Kompensace chyb Stokesova polarimetru

Uvedený výpočet Stokesových parametrů analyzovaného záření nezohledňuje možnost výskytu různých systematických chyb, které se obecně při realizaci jakéhokoliv měřicího přístroje vyskytují. V této sekci bude proveden rozbor a následná kompenzace chyb, jejichž přítomnost je způsobena výchylkou rychlé osy čtvrtvlnové destičky na počátku měření od předem stanoveného směru (v tomto případě osy x), nepřesnou hodnotou fázového

zpoždění destičky a také nedokonalým nastavením osy propustnosti zafixovaného polarizátoru vzhledem k ose x.

Kompenzační procedura spočívá v novém odvození rovnice (51) Stokesových vektorů detekovaného záření

$$\vec{S}_2 = M_{D_x}(\varepsilon)M_{ret}(\Gamma, \theta - \theta_0)\vec{S}_1, \quad (57)$$

kde $M_{D_x}(\varepsilon)$ je Muellerova matice horizontálního lineárního polarizátoru obecně natočeného vůči ose x o úhel ε a matice $M_{ret}(\Gamma, \theta - \theta_0)$ představuje čtvrtvlnovou destičku s neznámým fázovým posunem Γ a výchylkou její rychlé osy od osy x o úhel θ_0 , viz Obr. 11. Potom upravená intenzitní funkce je

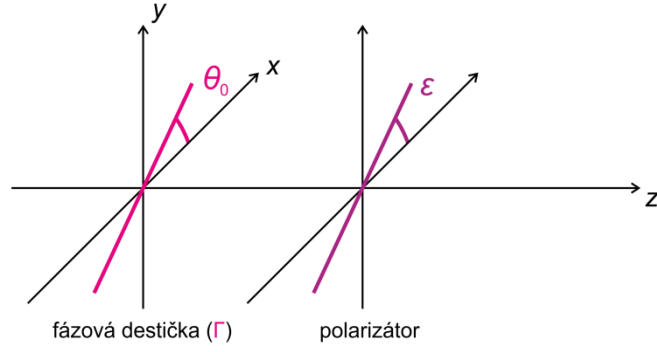
$$\begin{aligned} I'(\theta) = & \frac{1}{2} \left[S_0 + \frac{1}{2} (1 + \cos \Gamma) (S_1 \cos 2\varepsilon + S_2 \sin 2\varepsilon) \right] + \\ & + \frac{1}{2} S_3 \sin \Gamma \sin(2\varepsilon + 2\theta_0) \cos 2\theta - \frac{1}{2} S_3 \sin \Gamma \cos(2\varepsilon + 2\theta_0) \sin 2\theta + \\ & + \frac{1}{4} (1 - \cos \Gamma) [S_1 \cos(2\varepsilon + 4\theta_0) - S_2 \sin(2\varepsilon + 4\theta_0)] \cos 4\theta + \\ & + \frac{1}{4} (1 - \cos \Gamma) [S_1 \sin(2\varepsilon + 4\theta_0) + S_2 \cos(2\varepsilon + 4\theta_0)] \cos 4\theta. \end{aligned} \quad (58)$$

Porovnáním s Fourierovou řadou v patřičném tvaru

$$h'(\theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_{2n} \cos 2n\theta + b_{2n} \sin 2n\theta) \quad (59)$$

je možné dospět k vyjádření vstupních Stokesových parametrů s přihlédnutím k daným systematickým chybám polarimetru

$$\begin{aligned} S_0 &= a_0 - \frac{1}{2} (1 + \cos \Gamma) (S_1 \cos 2\varepsilon + S_2 \sin 2\varepsilon), \\ S_1 &= \frac{4[a_4 \cos(2\varepsilon + 4\theta_0) + b_4 \sin(2\varepsilon + 4\theta_0)]}{1 - \cos \Gamma}, \\ S_2 &= \frac{4[b_4 \cos(2\varepsilon + 4\theta_0) + a_4 \sin(2\varepsilon + 4\theta_0)]}{1 - \cos \Gamma}, \\ S_3 &= \frac{-2b_2}{\sin \Gamma \cos(2\varepsilon + 2\theta_0)}. \end{aligned} \quad (60)$$



Obr. 11: Nákres systematických chyb Stokesova polarimetru složeného z rotujícího retardéru a fixního polarizátoru před detektorem. Úhel ε označuje orientaci osy propustnosti polarizátorů vůči ose x a úhel θ_0 je výchylka rychlé osy destičky o fázovém posunu Γ .

Vyjádření chybových parametrů ε , Γ a θ_0 v závislosti na Fourierových koeficientech se získá takzvanou kalibrací, kdy se předpokládá dopad dvou odlišných polarizačních stavů na polarimetr, lineární polarizace ve směru osy x a natočené o úhel 45° vůči této ose. Po dosazení Stokesových parametrů těchto polarizací do (60) a po sérii úprav jsou příslušné kompenzační parametry nedokonalého nastavení polarimetru

$$\theta_0 = \frac{1}{4} \left[\arctan\left(-\frac{a_4''}{b_4''}\right) - 2\varepsilon \right], \quad (61)$$

$$\Gamma = \arccos\left(\frac{a_0' - 2A \cos 2\varepsilon - 4A}{a_0' + 2A \cos 2\varepsilon}\right), \quad (62)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{-2CD \pm \sqrt{4C^2D^2 - 4(B^2 + D^2)(C^2 - B^2)}}{2(B^2 + D^2)}\right), \quad (63)$$

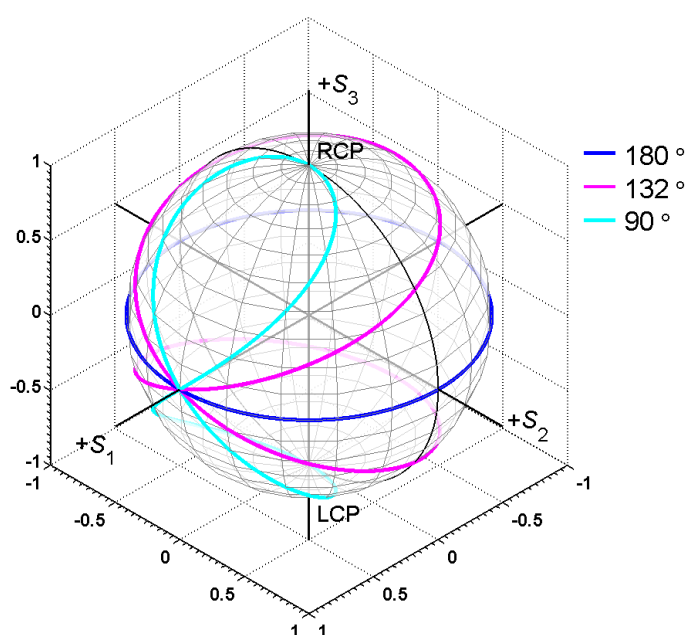
kde byly pro zjednodušení při odvozování zavedeny substituce

$$\begin{aligned} A &= a_4' \cos(2\varepsilon + 4\theta_0) + b_4' \sin(2\varepsilon + 4\theta_0), \\ A' &= -a_4'' \sin(2\varepsilon + 4\theta_0) + b_4'' \cos(2\varepsilon + 4\theta_0), \\ B &= a_0'' A - 2AA', \\ C &= a_0' A' - a_0'' A, \\ D &= a_0' A' - 2AA'. \end{aligned} \quad (64)$$

Fourierovy koeficienty a_0', a_4', b_2', b_4' se vztahují ke kalibraci pomocí lineární polarizace v ose x a $a_0'', a_4'', b_2'', b_4''$ k lineární polarizaci při azimutálním úhlu 45° . V případě (63) pouze kladný výsledek orientace osy propustnosti polarizátoru má fyzikální význam.^[3]

Optimalizace fázového zpoždění Stokesova polarimetru

Většina polarimetrů, pracujících na bázi rotující retardační destičky, využívá destiček o fázovém zpoždění 132° místo dříve uvedených 90° . Tato optimální hodnota změny fáze poskytuje až 1,5 krát lepší poměr mezi signálem a šumem oproti měření se čtvrtvlnovou destičkou. Detailnější odvození optimalizace je uvedeno v referenci [11]. Obrázek Obr. 12 ilustruje trajektorii optimálního globálního pokrytí různých polarizačních stavů na Poincarého sféře při rotaci 132° fázové destičky o úhel 360° . Pro srovnání je zde rovněž vykreslena trajektorie rotující čtvrtvlnové a polovlnové destičky.^[4]



Obr. 12: Trajektorie pokrytí různých polarizačních stavů na Poincarého sféře při rotaci fázové destičky se zpožděním 180° , 132° a 90° ve Stokesově polarimetru. Jižní pól sféry (LCP) označuje bod levotočivé kruhové polarizace, severní pól (RCP) představuje bod pravotočivé kruhové polarizace a na rovníku se nacházejí lineárně polarizační stavy. Poincarého sféra byla zpracována v programu MATLAB s využitím grafického uživatelského rozhraní z odkazu [12].

2.5 Muellerova maticová polarimetrie

K vyšetření polarizačních vlastností neznámého vzorku se využívá generátoru polarizace (PSG) a analyzátoru polarizace (PSA), kterými je vzorek obložen. PSG je tvořen soustavou optických komponent, jejichž úkolem je modulovat záření emitované zdrojem a poskytnout tak kontrolu nad polarizačním stavem světla dopadajícího na vzorek. Prošlý, resp. odražený,

světelný svazek je analyzován druhou soustavou optických komponent PSA a detektorem intenzity záření, podobně jako tomu bylo u Stokesova polarimetru popsaného v podkapitole 2.4. Cílem takového zařízení je stanovit Muellerovu matici vzorku, a proto nese název Muellerův polarimetr. Nejčastěji se analyzují Muellerovy matice povrchů rozdílných materiálů, tenkých vrstev, polarizačních elementů, celých optických sestav nebo biologických a průmyslových vzorků.^[6] Muellerův polarimetr je kompletní za předpokladu, že jsou kompletní jeho části PSG a PSA. Takovým polarimetrem lze pak určit všech 16 elementů Muellerovy matice zkoumaného vzorku.

Při měření Muellerovým polarimetrem se detekuje modulovaná intenzita a opět se hledá řešení intenzitní rovnice, ale tentokrát ve tvaru

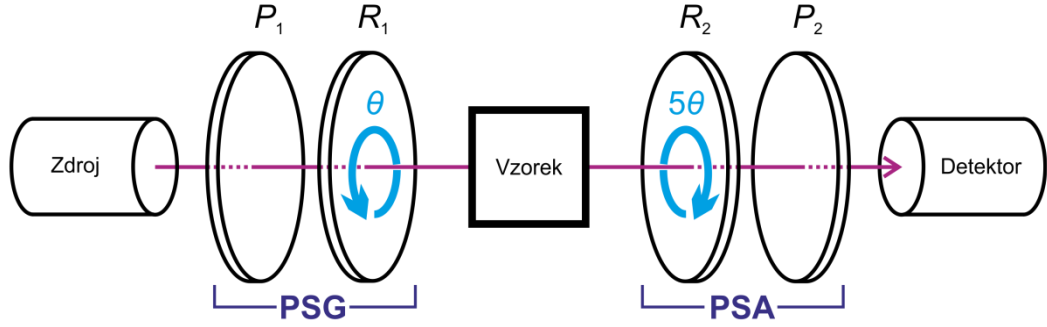
$$I = \vec{a}^T M \vec{p}, \quad (65)$$

kde Muellerova matice M reprezentuje měřený vzorek o 16 neznámých prvcích $m_{11}, m_{12}, \dots, m_{44}$, \vec{p} představuje Stokesův vektor světla vstupujícího do vzorku a \vec{a}^T je pouze první řádek Muellerovy matice PSA, jelikož experimentálně stanovená intenzita je skalár. Vektor \vec{p} je produktem maticového součinu Stokesova vektoru zdroje a Muellerovy matice PSG. K charakterizování vzorku je zapotřebí provést alespoň 16 měření při odlišném nastavení PSG a PSA, protože Muellerova matice obsahuje tentýž počet neznámých. Podobně jako u Stokesova polarimetru se provádí obvykle více měření. Je tak získána přeuročena soustava rovnic o 16 neznámých, k jejichž vyřešení je zase užito Fourierovy metody (alternativní „ne-Fourierova“ metoda je vysvětlena například v Ref. [6]). V přímé návaznosti na konkrétní Stokesův polarimetr v podkapitole 2.4 bude v následující části zaměřena pozornost výhradně na polarimetr s dvojicí rotujících fázových destiček.^[4]

Muellerův polarimetr s dvojicí rotujících fázových destiček

Konfigurace Muellerova polarimetru s dvojicí rotujících fázových destiček je znázorněna v blokovém diagramu na obrázku Obr. 13. Tento polarimetr je rozdělen na pět částí. Ze zdroje je obvykle emitováno nepolarizované světlo, jehož polarizační stav je dále upravován PSG, tvořeným fixním horizontálním lineárním polarizátorem a otáčející se fázovou destičkou. Po odrazu či dopadu je záření znovu modulováno PSA o stejném složení jako PSG, ale v obráceném pořadí. Na detektoru poté probíhá sekvenční měření intenzity záření v závislosti na úhlu $\theta(t)$ natočení prvního retardéru. Citlivost detektoru je závislá na polarizačním stavu dopadajícího záření, proto je součástí PSA pevný polarizátor, který zajistí, že na detektor dopadá pouze jedna lineární polarizace určité orientace.

Retardéry vůči sobě rotují s rychlostí v poměru 1:5, což je jeden z možných poměrů pro měření prvků neznámé Muellerovy matice.^[4] Během jedné sekvence měření vykoná pomalejší fázová destička (R_1) otočení celkem o 180° (eventuálně o 360°).



Obr. 13: Schéma Muellerova polarimetru s dvojicí rotujících fázových destiček

Ve Stokesově vektoru na výstupu z PSA daného rovnicí

$$\vec{S}_2 = P_2 R_2(5\theta) M R_1(\theta) P_1 \vec{S}_1, \quad (66)$$

představuje první Stokesův parametr intenzitní funkci $I(\theta)$ ve tvaru (65). Veličina \vec{S}_1 je normovaný Stokesův vektor nepolarizovaného záření, M zde zastupuje již zmíněnou Muellerovu matici analyzovaného vzorku, P_1 , P_2 značí Muellerovy matice lineárních horizontálních polarizátorů (17) a R_1 , R_2 jsou čtvrtvlnové fázové destičky (28) s rychlými osami natočenými do úhlů $\theta(t)$ a $5\theta(t)$ vzhledem k horizontální ose. Modulovaný signál obsahuje 12 harmonických frekvencí. Porovnáním s Fourierovou řadou

$$h(\theta) = \frac{a_0}{4} + \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{12} (a_n \cos 2n\theta + b_n \sin 2n\theta) \quad (67)$$

je získána soustava 25 rovnic, jejichž řešením se dospěje k hledané matici obecného vzorku

$$M = \begin{pmatrix} a_0 - a_2 + a_8 + a_{12} - a_{10} & 2a_2 - 2a_8 - 2a_{12} & 2b_2 + 2b_8 - 2b_{12} & b_1 + b_9 - b_{11} \\ 2a_{10} - 2a_8 - 2a_{12} & 4a_8 + 4a_{12} & 4b_{12} - 4b_8 & 2b_{11} - 2b_9 \\ 2b_{10} - 2b_8 - 2b_{12} & 4b_8 + 4b_{12} & 4a_8 - 4a_{12} & 2a_9 - 2a_{11} \\ b_7 + b_3 - b_5 & -2b_7 - 2b_3 & 2a_7 - 2a_3 & a_6 - a_4 \end{pmatrix}. \quad (68)$$

Fourierovy koeficienty se opět vyčíslí ze vztahů (54) a (55) na základě Fourierovy transformace získaných experimentálních dat. Jelikož Fourierova řada (67) obsahuje 25 koeficientů, je maximální možný přírůstek rotace pomalejšího retardéru R_1 $7,2^\circ$ za podmínky

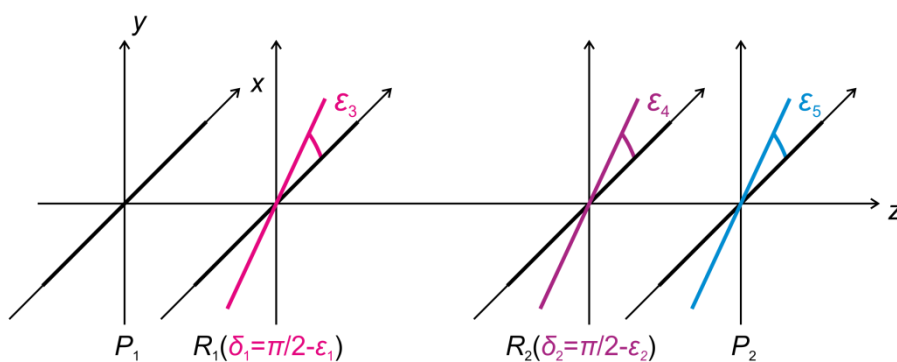
celkového otočení o 180° . Často se volí úhel menší, soustava rovnic je pak přeurčená a dá se řešit například metodou nejmenších čtverců.^[4]

Kompenzace chyb Muellerova polarimetru

Kvalitních výsledků polarizačního měření lze dosáhnout pouze přesnou kalibrací generátoru a analyzátoru polarizace. Nedokonalé nastavení os polarizátorů i retardéru a nepřesné hodnoty fázového zpoždění obou destiček vedou ke vzniku systematických chyb, které je nezbytné kompenzovat. Orientace os do předem stanoveného společného směru, jímž se obvykle volí osa propustnosti prvního polarizátoru, se dá provést manuálně pouze s omezenou přesností, zbylé vyrovnání je však třeba dokončit početně.^[6, 4]

Polarimetr se kalibruje s ohledem na počáteční výchylky všech polarizačních komponent vůči ose prvního polarizátoru P_1 , jak je popsáno veličinami $\varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5$ na obrázku Obr. 14. Odlišné retardace čtvrtvlnových destiček od ideální hodnoty jsou zastoupeny veličinami δ_1 a δ_2 . Pak zobecnění Stokesova vektoru dopadajícího na detektor po průchodu systémem udává rovnice

$$\vec{S}_2 = P_2(\varepsilon_5)R_2(\delta_2, 5\theta - \varepsilon_4)MR_1(\delta_1, \theta - \varepsilon_3)P_1(0^\circ)\vec{S}_1. \quad (69)$$



Obr. 14: Návrh systematických chyb Muellerova polarimetru s dvojicí rotujících fázových destiček. Úhly $\varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5$ popisují nenulové natočení polarizačních komponent vůči společné ose – ose propustnosti polarizátoru P_1 (vyznačeno silně) na počátku měření. Nedokonalé retardace čtvrtvlnových destiček představují veličiny δ_1 a δ_2 , kde $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ znamenají odchylku od ideální hodnoty.

Komparace prvního Stokesova parametru s Fourierovou řadou (67) vede na soustavu rovnic Fourierových koeficientů, jež jsou funkcemi definovaných chyb. K jejich stanovení se provádí kalibrační měření na průchod polarimetrem bez vzorku nebo s dobře známou optickou

komponentou. Při chybové analýze prázdného vzorku se do soustavy kompenzačních rovnic dosazují prvky jednotkové matice, což spěje k zjednodušení této soustavy rovnic. Z nich lze poté snáze vyjádřit kompenzační parametry ve tvaru

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{4} \arctan\left(\frac{b'_8}{a'_8}\right) - \frac{1}{4} \arctan\left(\frac{b'_{10}}{a'_{10}}\right), \quad (70)$$

$$\varepsilon_4 = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{b'_2}{a'_2}\right) - \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{b'_6}{a'_6}\right) + \frac{1}{4} \arctan\left(\frac{b'_8}{a'_8}\right) - \frac{1}{4} \arctan\left(\frac{b'_{10}}{a'_{10}}\right), \quad (71)$$

$$\varepsilon_5 = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{b'_2}{a'_2}\right) + \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{b'_6}{a'_6}\right) - \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{b'_{10}}{a'_{10}}\right), \quad (72)$$

$$\delta_1 = \arccos\left(\frac{a'_{10} \cos(4\varepsilon_4 - 4\varepsilon_3 - 2\varepsilon_5) - a'_8 \cos(4\varepsilon_4 - 2\varepsilon_5)}{a'_{10} \cos(4\varepsilon_4 - 4\varepsilon_3 - 2\varepsilon_5) + a'_8 \cos(4\varepsilon_4 - 2\varepsilon_5)}\right), \quad (73)$$

$$\delta_2 = \arccos\left(\frac{a'_2 \cos(4\varepsilon_4 - 4\varepsilon_3 - 2\varepsilon_5) - a'_8 \cos(4\varepsilon_3 - 2\varepsilon_5)}{a'_2 \cos(4\varepsilon_4 - 4\varepsilon_3 - 2\varepsilon_5) + a'_8 \cos(4\varepsilon_3 - 2\varepsilon_5)}\right), \quad (74)$$

kde se hodnoty čárkovaných Fourierových koeficientů zjistí z naměřených kalibračních dat o intenzitě přes vzorce (54) a (55). Chybové parametry se implementují do algoritmu na zpracování naměřených dat a ošetřené elementy Muellerovy matice potom jsou:^[4]

$$\begin{aligned} m_{44} &= \frac{4}{\sin \delta_1 \sin \delta_2} \left(-\frac{a_4}{\cos \alpha_1} + \frac{a_6}{\cos \alpha_2} \right) \\ m_{43} &= 8 \frac{-a_3 \cos \alpha_3 + b_3 \sin \alpha_3 + a_7 \cos \alpha_4 - b_7 \sin \alpha_4}{\beta_1 \sin \delta_2} \\ m_{42} &= -8 \frac{a_3 \sin \alpha_3 + b_3 \cos \alpha_3 + a_7 \sin \alpha_4 + b_7 \cos \alpha_4}{\beta_1 \sin \delta_2} \\ m_{41} &= -\frac{\beta_3 m_{42}}{2} - \frac{4b_5}{\cos \alpha_5 \sin \delta_2} \\ m_{24} &= 8 \frac{a_9 \sin \alpha_6 - b_9 \cos \alpha_6 - a_{11} \sin \alpha_7 + b_{11} \cos \alpha_7}{\beta_2 \sin \delta_1} \\ m_{34} &= 8 \frac{a_9 \cos \alpha_6 + b_9 \sin \alpha_6 - a_{11} \cos \alpha_7 - b_{11} \sin \alpha_7}{\beta_2 \sin \delta_1} \\ m_{14} &= -\frac{\beta_4 \cos 2\varepsilon_5 m_{24}}{2} + \frac{4b_1}{\cos 2\varepsilon_3 \sin \delta_1} - \frac{\beta_4 \sin 2\varepsilon_5 m_{34}}{2} \\ m_{22} &= 16 \frac{a_8 \cos \alpha_9 + a_{12} \cos \alpha_{10} - b_8 \sin \alpha_9 - b_{12} \sin \alpha_{10}}{\beta_1 \beta_2} \\ m_{33} &= 16 \frac{a_8 \cos \alpha_9 - a_{12} \cos \alpha_{10} - b_8 \sin \alpha_9 + b_{12} \sin \alpha_{10}}{\beta_1 \beta_2} \end{aligned} \quad (75)$$

$$\begin{aligned}
m_{23} &= 16 \frac{-a_8 \sin \alpha_9 + a_{12} \sin \alpha_{10} - b_8 \cos \alpha_9 + b_{12} \cos \alpha_{10}}{\beta_1 \beta_2} \\
m_{32} &= 16 \frac{a_8 \sin \alpha_9 + a_{12} \sin \alpha_{10} + b_8 \cos \alpha_9 + b_{12} \cos \alpha_{10}}{\beta_1 \beta_2} \\
m_{12} &= \frac{16a_2 \cos 4\varepsilon_3 - 16b_2 \sin 4\varepsilon_3 - \beta_1 \beta_4 \cos 2\varepsilon_5 m_{22} - \beta_1 \beta_4 \sin 2\varepsilon_5 m_{32}}{2\beta_1} \\
m_{13} &= \frac{16a_2 \sin 4\varepsilon_3 + 16b_2 \cos 4\varepsilon_3 - \beta_1 \beta_4 \cos 2\varepsilon_5 m_{23} - \beta_1 \beta_4 \sin 2\varepsilon_5 m_{33}}{2\beta_1} \\
m_{21} &= \frac{16a_{10} \cos \alpha_{11} - 16b_{10} \sin \alpha_{11} - \beta_2 \beta_3 m_{22}}{2\beta_2} \\
m_{31} &= \frac{-(\beta_2 \beta_3 m_{32} - 16b_{10} \cos \alpha_{11} - 16a_{10} \sin \alpha_{11})}{2\beta_2} \\
m_{11} &= 4a_0 - \frac{1}{2} \beta_3 m_{12} - \frac{1}{2} \beta_4 \cos 2\varepsilon_5 m_{21} - \frac{1}{4} \beta_3 \beta_4 \cos 2\varepsilon_5 m_{22} \\
&\quad - \frac{1}{2} \beta_4 \sin 2\varepsilon_5 m_{31} - \frac{1}{4} \beta_3 \beta_4 \sin 2\varepsilon_5 m_{32}
\end{aligned}$$

Z důvodu zjednodušení byly použity substituce:

$$\begin{aligned}
\beta_1 &= 1 - \cos \delta_1 \\
\beta_2 &= 1 - \cos \delta_2 \\
\beta_3 &= 1 + \cos \delta_1 \\
\beta_4 &= 1 + \cos \delta_2 \\
\alpha_1 &= 2\varepsilon_4 - 2\varepsilon_3 - 2\varepsilon_5 \\
\alpha_2 &= 2\varepsilon_4 + 2\varepsilon_3 - 2\varepsilon_5 \\
\alpha_3 &= 2\varepsilon_4 - 4\varepsilon_3 - 2\varepsilon_5 \\
\alpha_4 &= 2\varepsilon_4 + 4\varepsilon_3 - 2\varepsilon_5 \\
\alpha_5 &= 2\varepsilon_5 - 2\varepsilon_4 \\
\alpha_6 &= 2\varepsilon_5 - 4\varepsilon_4 + 2\varepsilon_3 \\
\alpha_7 &= 2\varepsilon_5 - 4\varepsilon_4 - 2\varepsilon_3 \\
\alpha_8 &= -2\varepsilon_5 + 4\varepsilon_4 - 2\varepsilon_3 \\
\alpha_9 &= 4\varepsilon_4 - 4\varepsilon_3 - 2\varepsilon_5 \\
\alpha_{10} &= 4\varepsilon_4 + 4\varepsilon_3 - 2\varepsilon_5 \\
\alpha_{11} &= 4\varepsilon_4 - 2\varepsilon_5
\end{aligned} \tag{76}$$

3 Experimentální část

Tato kapitola je zaměřená na analýzu a experimentální ověření Muellerovy matice pro odraz na dobře známém optickém prvku – optickém hranolu z izotropního homogenního skla. Měření je provedeno za pomoci Muellerova polarimetru v konfiguraci s dvojicí rotujících fázových destiček na základě teorie uvedené v podkapitole 2.5. Cílem experimentu je porovnat experimentální data s teoretickými hodnotami a získat tak informaci o přesnosti měření v reflexním režimu. Oproti měření na průchod, kdy byla osa x definována orientací prvního polarizátoru, je soustava souřadnic definována rovinou odrazu tak, že osa x je paralelní (směr „p“) a osa y je kolmá (směr „s“) na tuto rovinu.

3.1 Analýza Muellerovy matice odrazu na optickém hranolu

Při interakci světelného svazku s hranolem se v závislosti na jeho orientaci v aparatuře rozlišují dva základní případy odrazu, vnitřní a vnější. Vnitřním odrazem se zde rozumí situace, kdy dopadající světlo prochází na prvním rozhraní ze vzduchu dále do hranolu a až na jeho vnitřní stěně nastává detekovaná reflexe (Obr. 15). Vnější odraz se odehrává pouze na prvním rozhraní optického hranolu (Obr. 16).

Jak je schematicky znázorněno na obrázku Obr. 15, dochází při vnitřní reflexi k dvěma lomům a jednomu odrazu na rozhraních vzduch – sklo, proto lze hranol jako celek popsat součinem tří Muellerových matic

$$M = M_{T_2} M_R M_{T_1}, \quad (77)$$

kde M_{T_1} , resp. M_{T_2} , značí matici průchodu (46) na vstupu, resp. výstupu, z hranolu a M_R zastupuje reflexi (45) na vnitřní stěně. Příslušné úhly α, β, γ jsou voleny dle nákresu a jsou spolu provázány přes Snellův zákon vztahy

$$\beta = \arcsin\left(\frac{n_0}{n_s} \sin \alpha\right), \quad (78)$$

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{n_s}{n_0} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right)\right), \quad (79)$$

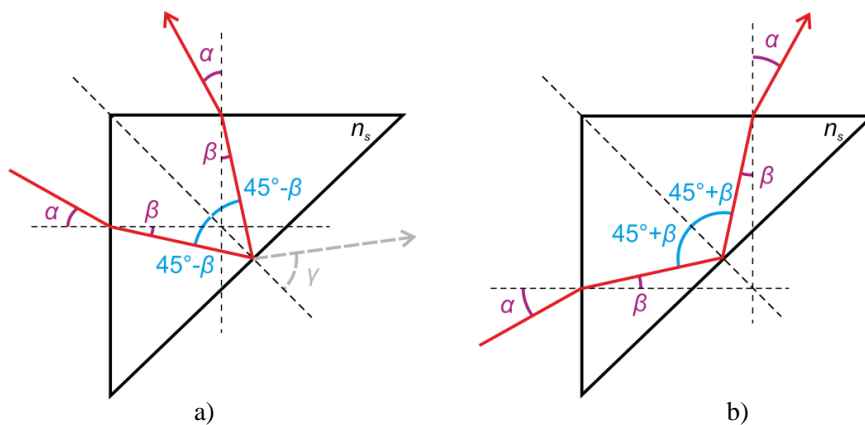
kde n_s představuje index lomu materiálu, z něhož je optický hranol vyroben a $n_0 = 1$ je index lomu okolního prostředí, vzduchu. Nastavitelným parametrem je pouze úhel dopadu α na vstupní stěnu hranolu. S rostoucím odklonem od normály na prvním rozhraní roste i úhel

dopadu na vnitřní stěnu až do kritické hodnoty, kdy se světlo přestane lámat za toto rozhraní (šedý paprsek na obrázku Obr. 15a vymizí) a nastane totální reflexe. Matice odrazu v (77) potom nabývá tvaru

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta_{TIR} & -\sin \delta_{TIR} \\ 0 & 0 & \sin \delta_{TIR} & \cos \delta_{TIR} \end{pmatrix}, \quad (80)$$

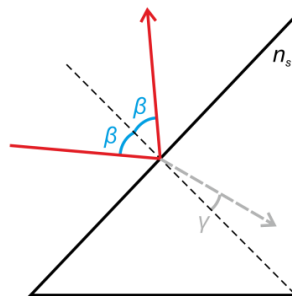
jež odpovídá retardéru (21) s fázovým posunem

$$\delta_{TIR} = 2 \arctan \left(\frac{-\cos(\frac{\pi}{4} + \beta) \sqrt{n_s^2 \sin^2(\frac{\pi}{4} + \beta) - 1}}{n_s \sin^2(\frac{\pi}{4} + \beta)} \right). \quad (81)$$



Obr. 15: Schéma vnitřního odrazu na optickém hranolu při dopadu pod kritickým úhlem (a) a TIR pro hodnotu větší než je kritický úhel (b).

V maticové reprezentaci je možné vnější odraz, ilustrovaný na obrázku Obr. 16, jednoduše charakterizovat pomocí matice odrazu (45).



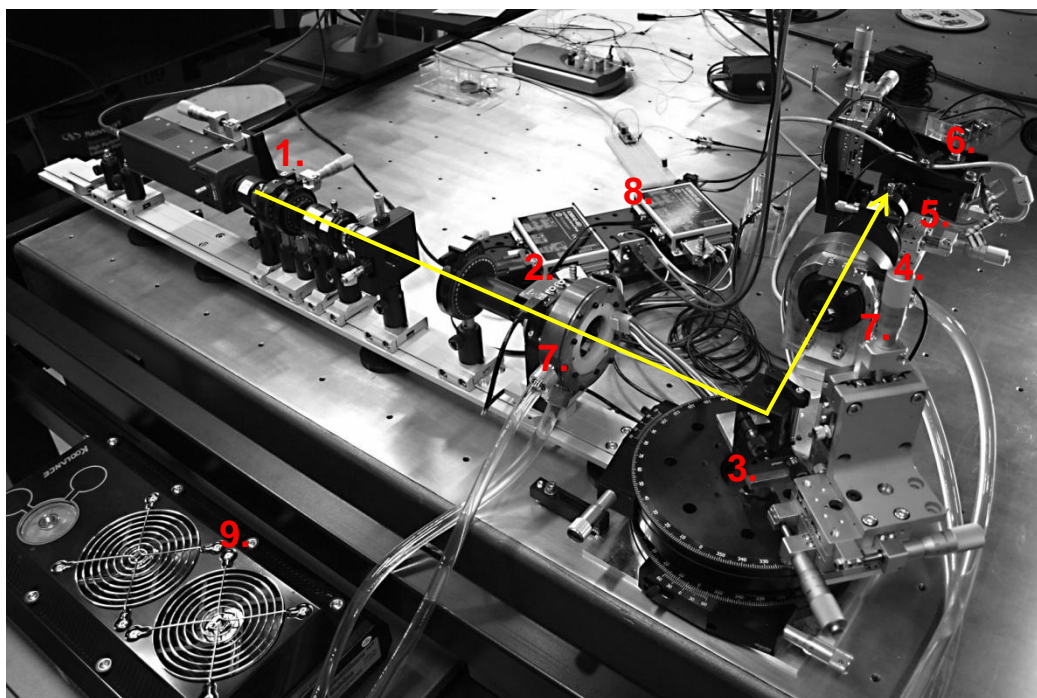
Obr. 16: Schéma vnějšího odrazu na optickém hranolu.

3.2 Realizace experimentu

Experiment byl realizován na Muellerově polarimetru s dvojicí rotujících fázových destiček¹, jehož funkce byla podrobně popsána v podkapitole 2.5. Jeho konkrétní uspořádání pro měření odrazu na optickém hranolu je zobrazeno na fotografii Obr. 17.

Jako zdroj záření se využila stabilizovaná polychromatická wolframová žárovka (Thorlabs, model SLS202/M) s výstupním výkonem 100mW a spektrálním rozsahem 450 – 5500 nm. Záření zdroje bylo pomocí dvou asférických čoček o ohniskové délce 26,5 mm (Thorlabs, model ACL3026) nejprve kolimováno, zeslabeno párem fóliových lineárních polarizátorů (Thorlabs, model LPVISE100-A) a následně fokusováno na dírkovou clonu o průměru 25 μ m. Prošlé záření bylo dále kolimováno CCTV objektivem o ohniskové vzdálenosti 8 mm (Thorlabs, model MLV8) na svazek o průměru 1 – 2 mm. Po průchodu polarizačními komponentami a vzorkem bylo záření fokusováno stejným objektivem na vstupní štěrbinu spektrálního analyzátoru USB-650 Red Tide od firmy Ocean Optics, jenž umožňuje záznam intenzity v intervalu vlnových délek 350 – 1000 nm s rozlišením \sim 2 nm. PSG a PSA polarimetru, které zajišťují modulaci polarizačního stavu procházejícího záření, byly tvořeny párem lineární polarizátor a fázová destička. Byly použity polarizátory Glan – Taylorova typu (Bernhard Halle Nachfl. GmbH, model PGL10.2) z islandského vápence vysoké kvality. Zvolené achromatické retardační destičky poskytují optimální fázové zpoždění v rozmezí 135° – 120° pro vlnové délky 400 – 700 nm a byly vyrobeny na zakázku u téže společnosti. Rotační pohyb byl konán motorky RDM66200-A5.3 od firmy Faulhaber, které byly ovládány a synchronizovány prostřednictvím přesných digitálních řídicích jednotek IDM-640-8EI společnosti Technosoft. Nežádoucím zahřívání pohybujících se retardérů bylo zabráněno vodním chlazením krokových motorů.

¹ Muellerův polarimetr byl postaven na Katedře optiky PřF UP v Olomouci RNDr. Josefem Kapitánem, Ph.D. ve spolupráci s Mgr. Radkem Čelechovským, Ph.D. a Ing. Vadimem Evseevem, Ph.D.



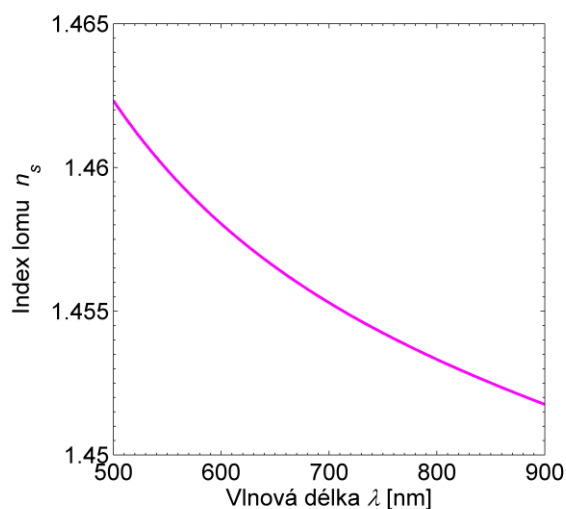
Obr. 17: Fotografie experimentálního uspořádání Muellerova polarimetru, jenž je tvořený: 1. zdrojovou optikou (zdroj polychromatického záření, kolimační asférická čočka, dvojice fóliových polarizátorů, fokusační asférická čočka, dírková clona, kolimační objektiv), 2. generátorem polarizace (fixní polarizátor, rotující fázová destička), 3. vzorkem (optický hranol) připevněným ke goniometru, 4. analyzátorem polarizace (rotující fázová destička, fixní polarizátor), 5. fokusačním objektivem, 6. spektrálním analyzátorem, 7. motorky, 8. řídicí jednotkou a 9. vodním chlazením motorků zajišťujících pohyb retardérů.

Optický hranol, který zde zastupuje analyzovaný vzorek, byl vyroben z křemenného skla, jehož závislost indexu lomu na vlnové délce je znázorněna grafem na Obr. 18. Výchozí vztah pro tuto křivku

$$n_s(\lambda) = \sqrt{K_1\lambda^8 + K_2\lambda^6 + K_3\lambda^4 + K_4\lambda^2 + K_5 + \frac{K_6}{\lambda^2} + \frac{K_7}{\lambda^4} + \frac{K_8}{\lambda^6} + \frac{K_9}{\lambda^8} + \frac{K_{10}}{\lambda^{10}}} \quad (82)$$

byl získán z programu TracePro a uvedené materiálové konstanty jsou:

$$\begin{aligned} K_1 &= -1,0879094 \cdot 10^{-7} & K_6 &= 0,0087151759 \\ K_2 &= 1,178263 \cdot 10^{-6} & K_7 &= 0,00010559999 \\ K_3 &= -0,00010566342 & K_8 &= -9,5081909 \cdot 10^{-7} \\ K_4 &= -0,0091597438 & K_9 &= 1,2538273 \cdot 10^{-7} \\ K_5 &= 2,1041789 & K_{10} &= -1,9052371 \cdot 10^{-9} \end{aligned} \quad (83)$$

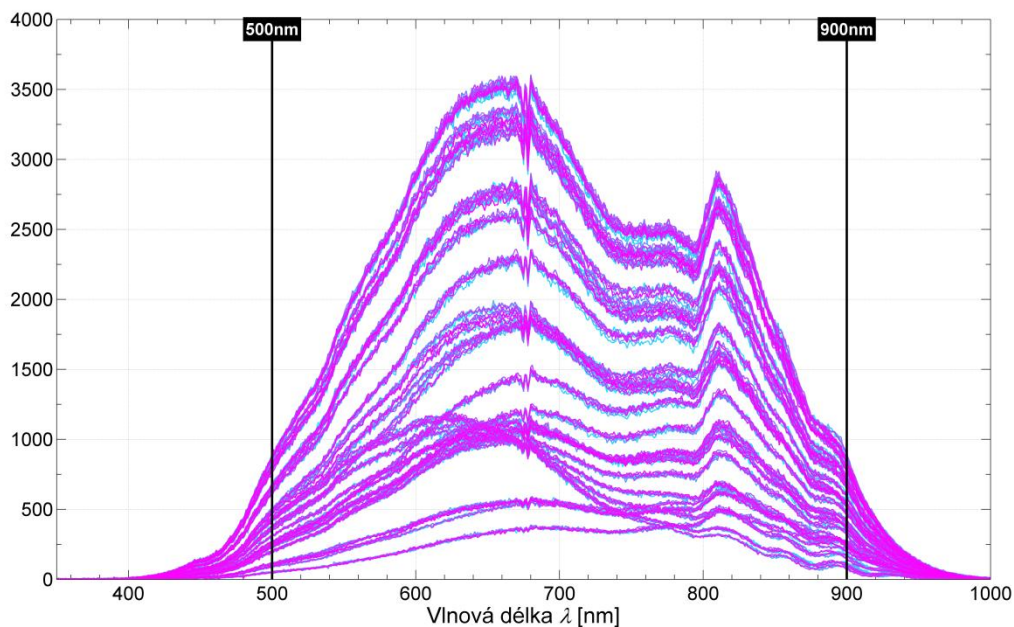


Obr. 18: Index lomu křemenného skla jako funkce vlnové délky.

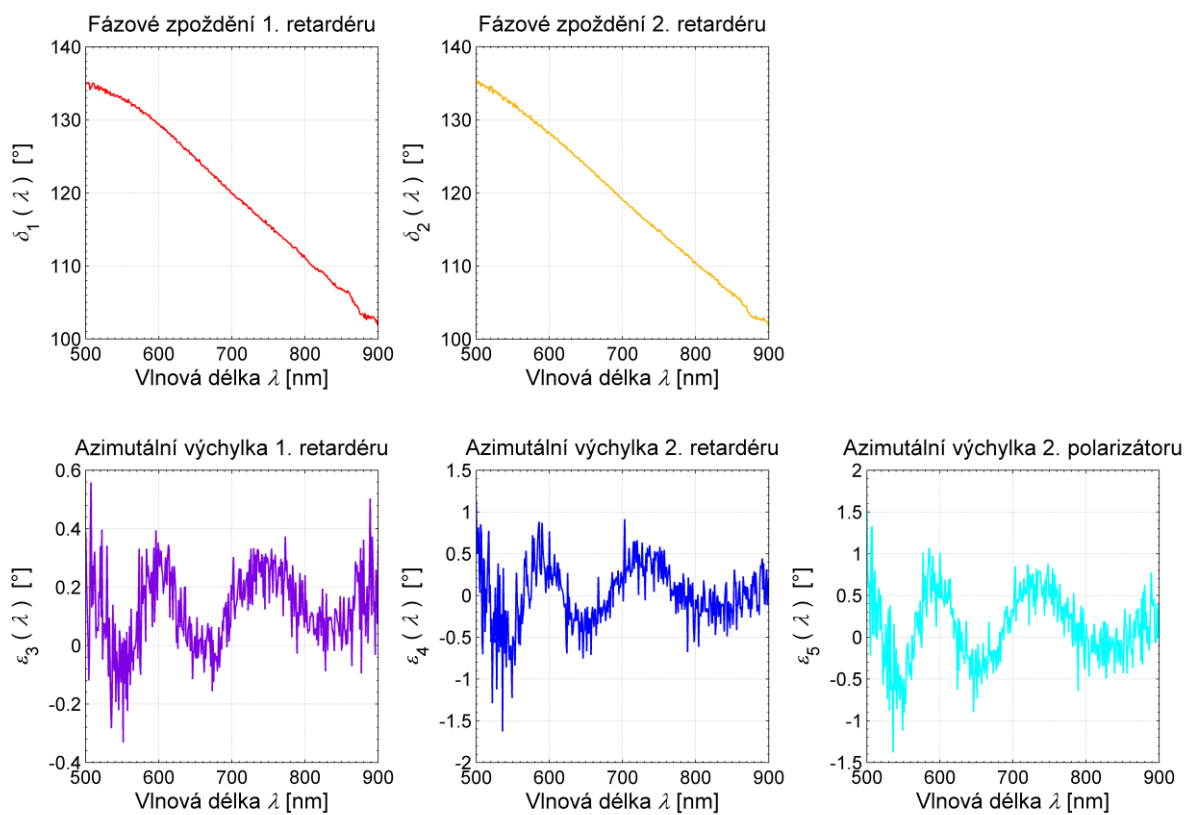
V průběhu celého experimentu byl nastaven rotační poměr mezi úhlovými rychlostmi retardérů 1:5 ve prospěch druhé (rychlejší) fázové destičky. Spektrální intenzita odraženého svazku v rozsahu 500 – 900 nm byla detekována spektrálním analyzátozem s krokem $1,8^\circ$ rotace prvního retardéru až do celkového otočení o 360° . Při jednom měření bylo získáno 200 spekter. Z naměřených hodnot byl odečten temný signál. Nejprve byla provedena kalibrace polarimetru změřením signálu prázdného vzorku v transmisním režimu (Obr. 19) dle postupu popsaném v podkapitole 2.5. Z tohoto signálu byly vypočteny kompenzační parametry (70) – (74), jež jsou vykresleny jako funkce vlnové délky na obrázku Obr. 20. Naměřená data zkoumaného vzorku byla poté využita pro získání elementů Muellerových matic. Veškerá data byla zpracována v prostředí Matlab.

3.3 Srovnání teorie s experimentem

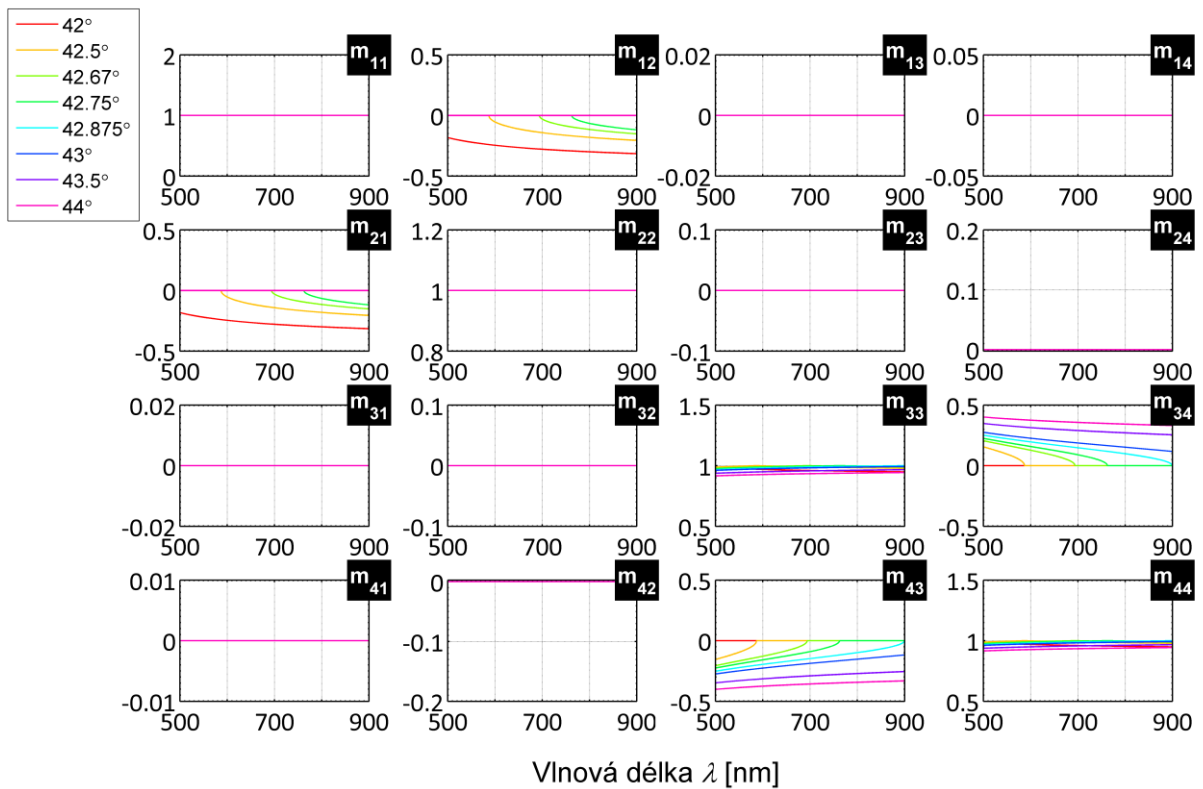
Analýza odrazu byla vypracována pro několik úhlů dopadu na hranol. V případě vnitřního odrazu se volily úhly okolo kritické hodnoty, která vzhledem ke zvolené vlnové délce 500 – 900 nm nabývala hodnot z intervalu $43,14 - 43,53^\circ$. Pro vnější odraz byly vybrány úhly z oblasti Brewsterova úhlu dopadu $55,63 - 55,44^\circ$ opět v závislosti na stejných vlnových délkách. Výsledné Muellerovy matice z experimentálního měření a k nim odpovídající simulace na základě zmíněné teorie v podkapitole 3.1, byly vypočteny prostřednictvím programu Matlab ve formě soustav 16 grafů na obrázcích Obr. 21 – 24. Každému grafu odpovídá jeden element Muellerovy matice.



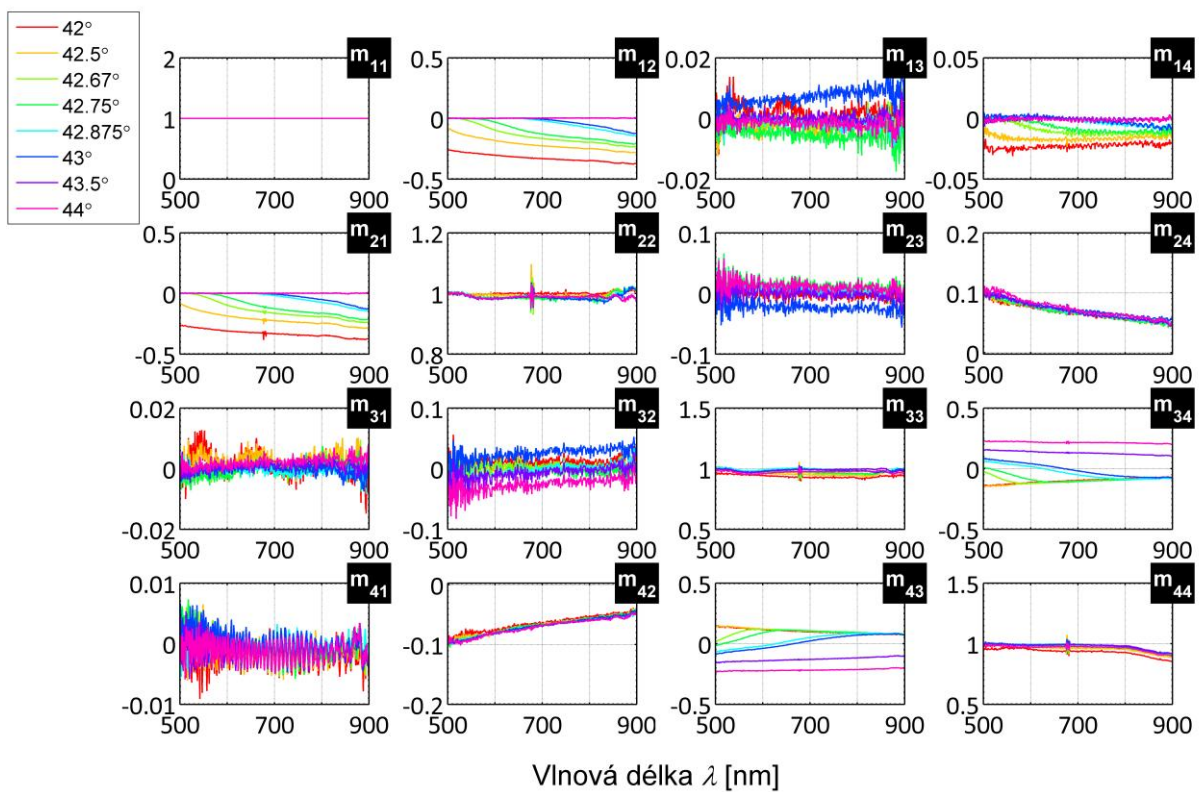
Obr. 19: Spektrální rozdělení detekované intenzity při kalibraci v transmisním režimu polarimetru, tj. měření bez vzorku, pro všech 200 kroků záznamu.



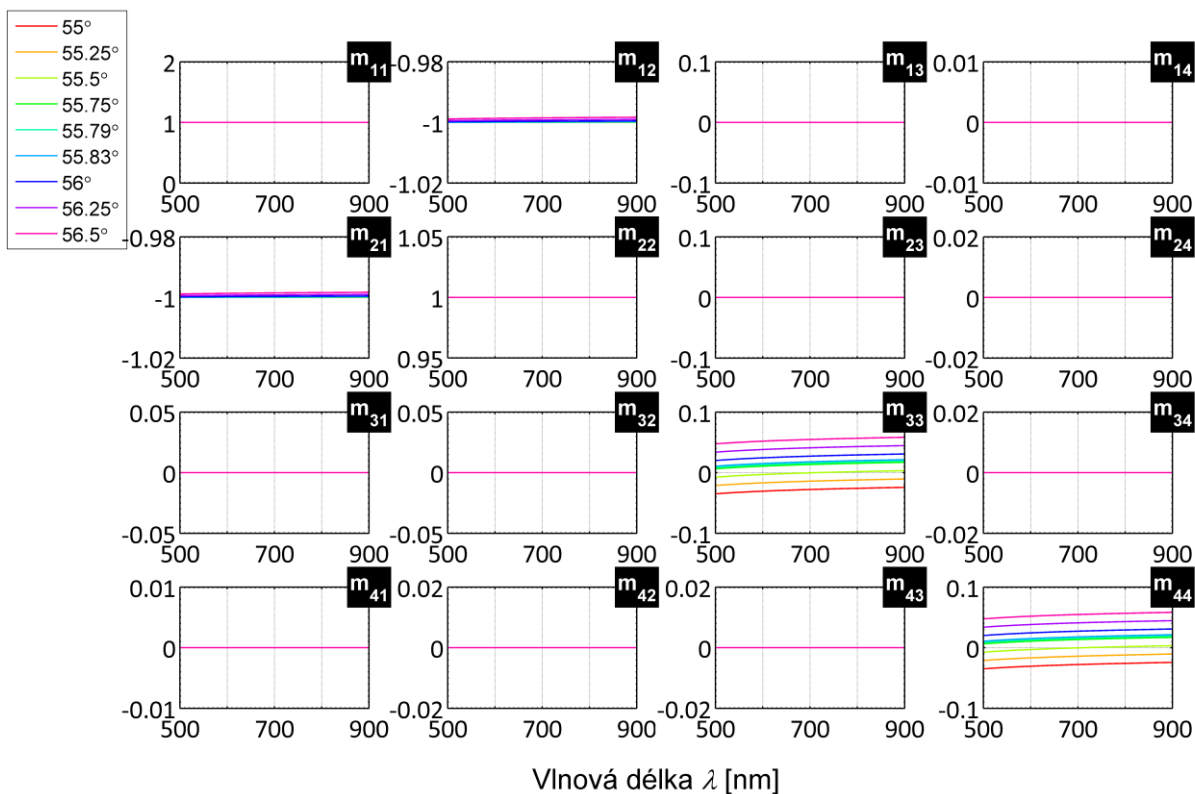
Obr. 20: Grafy kompenzačních parametrů vyčíslených při kalibraci Muellerova polarimetru v transmisním režimu.



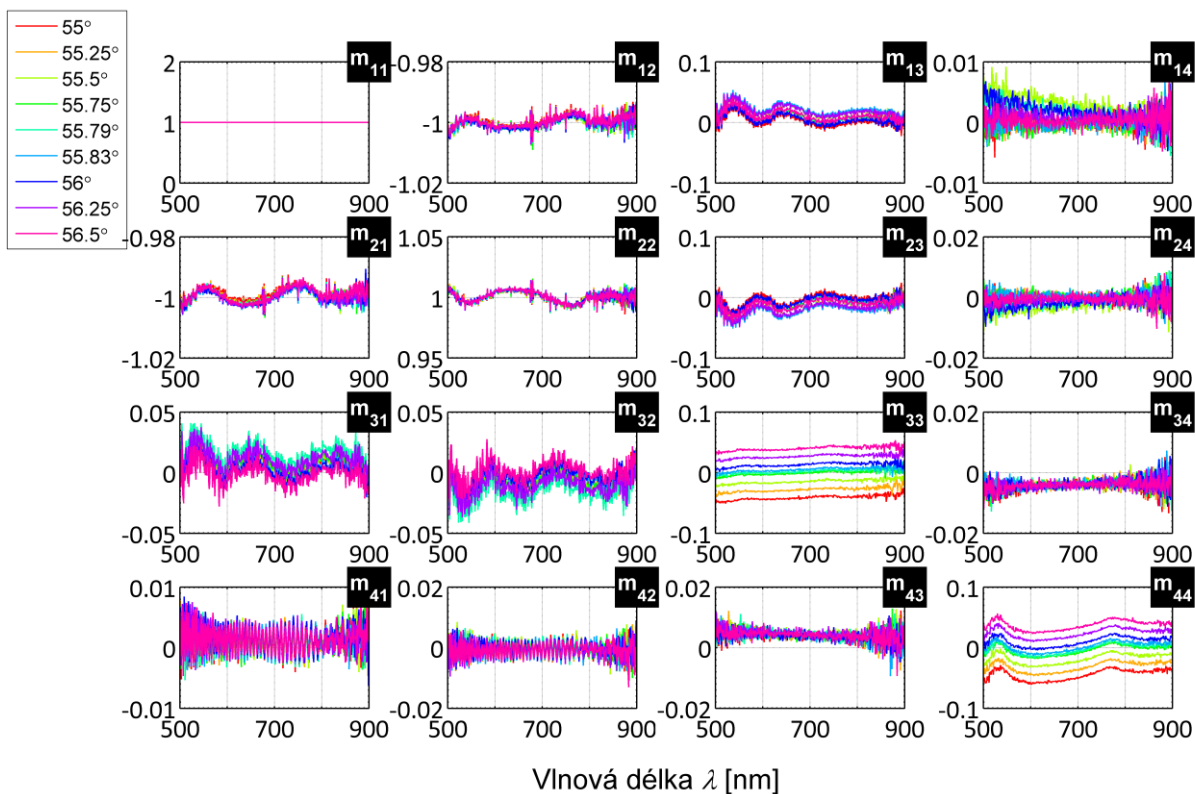
Obr. 21: Normalizovaná teoretická Muellerova matice pro vnitřní odraz na optickém hranolu z křemenného skla, vyčíslená na základě vztahu (77), resp. (80) pro případ totální reflexe.



Obr. 22: Experimentálně určená normalizovaná Muellerova matice pro vnitřní odraz na optickém hranolu z křemenného skla.



Obr. 23: Normalizovaná teoretická Muellerova matice pro vnější odraz na optickém hranolu z křemenného skla, vyčíslená na základě vztahu (45).



Obr. 24: Experimentálně určená normalizovaná Muellerova matice pro vnější odraz na optickém hranolu z křemenného skla.

Jak lze z graficky zpracovaných Muellerových matic na obrázcích Obr. 21 – 24 vidět, bylo dosaženo kvalitativní shody teorie s experimentem.

V případě vnitřního odrazu na hranolu se experimentálně stanovené hodnoty (Obr. 22) blíží k hodnotám daným teoretickou Muellerovou maticí (Obr. 21). Konkrétně nediagonální blokové prvky m_{13} , m_{14} , m_{23} a m_{24} jsou z provedené teoretické analýzy nulové, stejně jako prvky k nim symetrické, jelikož se jedná o izotropní materiál bez optické aktivity. Element m_{14} reprezentuje cirkulární dichroismus, tj. rozdíl v absorbanci pravotočivé a levotočivé kruhové polarizace a m_{12} zastupuje lineární dichroismus, tedy rozdíl absorbancí navzájem kolmých lineárně polarizačních stavů světla. První dva prvky diagonály teoretické matice m_{11} a m_{22} nabývají přesně hodnoty 1, další dva m_{33} a m_{44} se k této hodnotě blíží. Křivky symetrických elementů m_{12} a m_{21} vykazují pokles od nulové hodnoty, které nabývají pro ty vlnové délky, pro něž při daném úhlu dopadu nastává totální odraz. Prvky m_{34} a m_{43} jsou vzájemně antisymetrické. Z experimentálních hodnot vnitřní reflexe na Obr. 22 lze dále vyčíst, že uvedené nediagonální blokové prvky jsou zatíženy šumem a různými systematickými chybami více než prvky na diagonále. Největších odchylek od nuly nabývají grafy m_{24} a m_{42} vnitřního odrazu pro hraniční vlnovou délku 500 nm, jejichž původ se nám zatím nepodařilo určit.

U teoretické analýzy vnější reflexe na optickém hranolu jsou všechny nediagonální prvky na obrázku Obr. 23 nulové, vyjma symetrické dvojice elementů m_{12} a m_{21} , které jsou blízko hodnoty -1 . Diagonální prvky m_{11} a m_{22} jsou z důvodu normalizace matice identicky rovny 1. Prvky m_{33} a m_{44} nabývají nenulových hodnot v intervalu od $-0,5$ do $0,5$ dle zvoleného úhlu dopadu na hranol a jednotlivé křivky se u těchto elementů v celém spektrálním rozsahu neprotínají. Experimentální ověření vnějšího odrazu na Obr. 24 se blíží ke stejným hodnotám jako teoretická Muellerova matice (Obr. 23). Zde se chyby měření nejvíce projeví u prvků m_{13} , m_{23} , m_{31} a m_{32} .

Obě provedená měření byla zatížena celou řadou systematických chyb, které budou v několika následujících odstavcích popsány blíže.

Systematické chyby způsobené chybou natočení propustné osy polarizátoru a rychlých os retardačních destiček a nepřesná hodnota fázového zpoždění destiček byly z měření eliminovány kompenzační procedurou uvedenou v podkapitole 2.5, proto k rozdílu mezi teorií a experimentem v diskutovaných grafech nepřispívají. Jednotlivé kompenzační parametry

jsou jako funkce vlnové délky znázorněny v grafech Obr. 20. Předpokládá se konstantní fázové zpoždění retardační destičky. Tento předpoklad nemusí být splněn, pokud není její tloušťka ve všech místech konstantní a při rotaci jsou osvětlována různá místa fázové destičky.

Nelze brát za samozřejmou ani orientaci vstupní roviny optických komponent vůči směru záření. Bude-li úhel mezi směrovým vektorem svazku a normálou na vstupní stěnu destičky nabývat nenulové hodnoty, může se jednat o zdroj dalších systematických chyb, jelikož osa rotace není paralelní s osou svazku nebo přední plocha retardační desky není kolmá na osu svazku. Tato chyba způsobuje fluktuace patrné především u experimentálních hodnot prvků $m_{13}, m_{23}, m_{31}, m_{32}$ vnějšího odrazu (Obr. 24), ale vyskytujících se už v kompenzačních parametrech v grafech na Obr. 20.

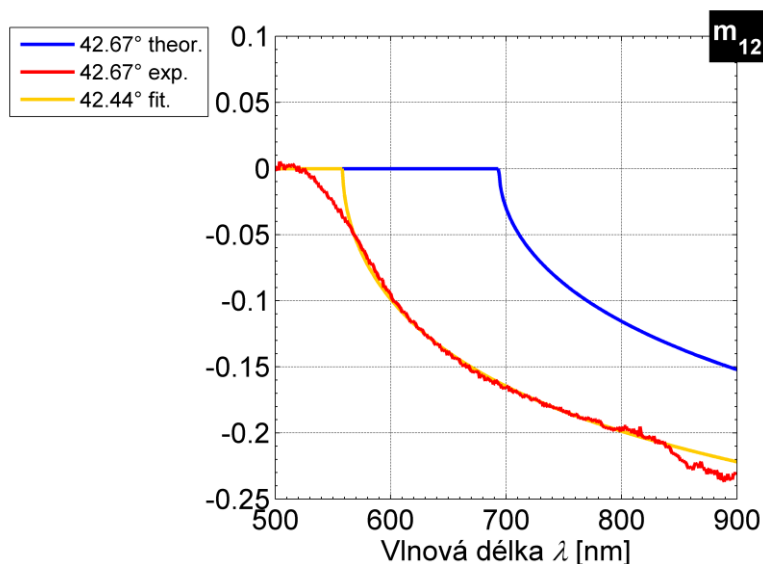
Mírné naklonění přední roviny polarizátoru může mít naopak pozitivní vliv na eliminaci vnitřních odrazů, protože zpětně odražené záření je odkloněno od osy svazku. Polarizátory jsou fixovány a jejich chování je v podstatě nezměněno i pro svazek, který na ně nedopadá kolmo. Byly také testovány polarizátory od různých výrobců. Ověřili jsme, že výběr polarizátorů zde nebyl rozhodující. Testování polarizátorů Glan – Taylorova typu (islandský vápenec GL5) od firem Thorlabs a Bernhard Halle v polarimetru nevedlo k pozorovatelným změnám ve výsledcích.

V případě měření odrazu není zmíněná kalibrace polarimetru v transmisním režimu (viz podkapitola 2.5) sama o sobě dostačující, protože u reflexních měření je soustava souřadnic vztažena k rovině odrazu, kdežto u transmisních měření je definována směrem propustnosti prvního polarizátoru. Směr prvního polarizátoru je proto u reflexních měření nutné nastavit tak, aby byla paralelní s rovinou odrazu. Zabývali jsme se kompenzací natočení osy prvního polarizátoru vůči této rovině, což vedlo k částečnému zlepšení měření, přiblížením hodnot prvků m_{23} a m_{32} k nule.

Kalibrační procedura je založena na tom, že se fáze retardačních destiček po dobu měření nemění. Jedním ze zdrojů této nežádoucí změny je obecně teplotní závislost fázového zpoždění retardačních destiček. Jejich nepříznivé zahřívání zapříčiněné ztrátovým teplem z motorků bylo účinně korigováno vodním chlazením motorků, proto nepředpokládáme, že by tento vliv byl významný.

Jmenovitě u elementů m_{12} a m_{21} při vnitřním odrazu na Obr. 21 a Obr. 22 byl rozdíl ve strmosti poklesu křivek poblíž hodnoty nula pravděpodobně způsoben nedokonalé kolimovaným svazkem. Z detailu pro úhel dopadu $42,67^\circ$ zobrazeného v grafu Obr. 25 lze

vyčíst, že zatímco teoretická závislost začne klesat prakticky kolmo na vodorovnou osu, experimentální hodnoty mají tento průběh pozvolnější. Za zmínku stojí i rozdíl v hodnotách vlnové délky, při které k poklesu dochází. Předpokládaný pokles nastává u 700 nm, kdežto v experimentu figuruje již u 500 nm, což ale odpovídá křivce pro úhel dopadu 42,44° z obrázku Obr. 25. Chyba v nastavení daného úhlu dopadu tedy nabývala hodnoty 13,8'. Úhel dopadu byl nastaven prostřednictvím goniometru, jehož konstrukce je založena na dvou rotačních polohovacích stolcích s úhlovou stupnicí po obvodu a přesností 0,5'. K jednomu z rotačních stolců byl upevněný hranol a druhý byl spojen s pohyblivým ramenem polarimetru (viz Obr. 17). Uvedená chyba mohla být způsobena mrtvým chodem goniometru (tj. mechanické zpoždění v zahájení otáčení) nebo nepřesným nastavením nulové polohy goniometru v závislosti na kolmém dopadu záření na vstupní stěnu hranolu.



Obr. 25: Detail chování elementu m_{12} pro úhel dopadu 42,67° při vnitřním odrazu na rozhraní, kde modrá křivka zastupuje hodnoty plynoucí z teorie (Obr. 21) a červená křivka značí experimentální data (Obr. 22). Oranžová křivka je aproximací uvedené experimentální křivky. Pro tuto aproximaci byl odhadnut úhel dopadu 42,44°.

Dalšími možnými zdroji systematických chyb mohly být různé vnitřní reflexe, ale protože byly jednotlivé komponenty daleko od sebe a procházející svazek byl malý, nehrály v našem měření významnou roli.

Do kompenzace nebyly zahrnuty potenciální chyby vyvolané nepřesností kroků rotace fázových destiček v průběhu měření. Výrobce deklaruje chybu nastavení krokového motoru

5 % na jeden krok, což činí odchylku $\pm 0,09^\circ$. Její existence a vliv bude teprve ověřován pomocí nezávislého měřiče úhlu otočení rotoru.

Zákmity viditelné při hodnotě 680 nm ve spektru detekovaného signálu na Obr. 19 se částečně promítly také například do prvků m_{22}, m_{33}, m_{44} experimentálního ověření na Obr. 22 a m_{12}, m_{21}, m_{22} na Obr. 24. Byly způsobeny filtrem ve spektrografu, jehož funkcí je nepropouštět vyšší difrakční řády na detektor.

Bylo také zjištěno, že nelinearita detektoru spektrografu nabývá hodnoty několika procent, vliv této chyby bude blíže analyzován.

4 Závěr

Cílem této bakalářské práce byla teoretická analýza odrazu a průchodu záření rozhraním dvou různých dielektrických prostředí s ohledem na charakterizaci přenosu záření ve spektrometru pro měření Ramanovy optické aktivity.

K tomu účelu bylo třeba nejprve se seznámit s popisem polarizace pomocí Stokesových parametrů a s reprezentací základních optických komponent ve formě Muellerových matic. S využitím Fresnelových vzorců byl rovněž proveden teoretický popis změn polarizačního stavu záření na rozhraní dvou izotropních homogenních dielektrik. Pozornost byla poté zaměřena na analýzu stupně polarizace a intenzity kruhově polarizovaného a nepolarizovaného záření při průchodu rozhraním mezi dvěma dielektriky.

Druhá část teorie byla orientována na možnosti měření různých polarizačních stavů záření a určení Muellerových matic neznámých optických komponent. Detailněji byl rozebrán princip polarimetrie s rotujícími fázovými destičkami včetně metod kalibrace konkrétně Stokesova polarimetru s rotující fázovou destičkou a fixním analyzátozem a Muellerova polarimetru v konfiguraci s dvojicí rotujících fázových destiček.

Ke kalibraci Muellerova spektropolarimetru se využívá měření bez vzorku v transmisním režimu, které však není dostatečné pro kalibraci zařízení pro měření odrazných vzorků. Dalším úkolem této práce byla proto analýza a experimentální ověření odrazu na optickém hranolu. Byla provedena dvě měření pro simulaci odrazu od opticky hustšího prostředí a opticky řidšího prostředí. Výsledné Muellerovy matice byly poté porovnány s teorií a byl diskutován původ systematických chyb v experimentu. Potvrdilo se, že optický hranol je dobrým testem kvality měření pomocí Muellerova spektropolarimetru.

Reference

- [1] Malý, P., *Optika*. 2. vyd., Karolinum: Praha, 2013.
- [2] Čechová, M., *Elektromagnetické vlny*. 2. vyd., Rektorát Univerzity Palackého: Olomouc, 1993.
- [3] Fialová, L., *Určování polarizačního stavu záření pro spektrometr na měření Ramanovy optické aktivity*. Diplomová práce, Univerzita Palackého: Olomouc, 2013.
- [4] Goldstein, D.; Collett, E., *Polarized light*. 2nd ed., Marcel Dekker: New York, 2003.
- [5] Bass, M., *Handbook of optics: Volume II*. 2nd ed., McGraw-Hill: New York, 1995-2001.
- [6] Bass, M.; Mahajan, V. N., *Handbook of optics: Volume I*. 3rd ed., McGraw-Hill: New York, 2010.
- [7] Čechová, M.; Vyšín, I., *Teorie elektromagnetického pole*. 2. vyd., Univerzita Palackého: Olomouc, 1998.
- [8] Saleh, B. E. A.; Teich, M. C., *Fundamentals of Photonics*. 1st ed., Wiley-Interscience: New York, 1991.
- [9] Saleh, B. E. A.; Teich, M. C., *Fundamentals of Photonics*. 2nd ed., Wiley-Interscience: Hoboken, 2007.
- [10] Press, W. H., *Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing*. 2nd ed., Cambridge University Press: Cambridge, 1992.
- [11] Sabatke, D. S.; Descour, M. R.; Dereniak, E. L.; Sweatt, W. C.; Kemme, S. A.; Phipps, G. S., Optimization of retardance for a complete Stokes polarimeter. *Optics Letters* 2000, 25, 802-804.
- [12] Roth, J., Poincare Sphere Plot of Polarimetry Stokes Vectors (GUI). *Matlab Central* [online], 2006 [cit. 2015-03-30]. Dostupné z: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/10979-poincare-sphere-plot-of-polarimetry-stokes-vectors>