UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Diplomová práce

2020 Bc. Jitka Bernadová

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Diplomová práce

Bc. Jitka Bernadová

Badatelsky orientovaná výuka matematiky na 1. stupni ZŠ

Olomouc 2020 Vedoucí práce: Mgr. David Nocar, Ph.D

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a použila jen uvedených pramenů a literatury.

V Olomouci dne …….................. ……...................................

Bc. Jitka Bernadová

Poděkování

Chtěla bych poděkovat Mgr. Davidu Nocarovi, Ph.D. za vstřícnost, ochotu a rady při vedení mé diplomové práce.

Obsah

Úvod

Badatelské úlohy v hodinách matematiky jsem si vybrala z praktického důvodu. Jako učitelka prvního stupně stále více pociťuji obrovské změny ve společnosti a tlak na učitele i žáky, ať už technologickým vývojem, sociálními rozdíly anebo globální otevřenou společností, která spolu komunikuje více méně pomocí sociálních sítí.

Aby žáci v dospělosti v takovéto společnosti obstáli, budou se muset naučit komunikovat, být tvořiví a kriticky myslet.

Matematika u žáků prvního stupně základní školy sice patří k nejoblíbenějším předmětům (na rozdíl od žáků stupně druhého – proč, to je téma pro samostatnou diplomovou práci), ale i tak zpestření její výuky je mojí trvalou snahou. A tato má snaha se přirozeně stala hlavní motivací pro výběr tématu diplomové práce.

Badatelsky orientovanou výuku vnímám coby přínosný trend, který by se měl podporovat jak ze strany odborné veřejnosti, tak ze strany rodičů. Bádání je cestou k objevování. A objevování patří k nejúčinnějším vzdělávacím nástrojům. Pro děti je totiž přitažlivé až dobrodružné. Nalézání řešení je pro ně zadosti učiněním a následně i motivací.

Badatelské úlohy umožňují souběžnou práci všech dětí třídy – bez ohledu na jejich schopnosti (rozumové, rychlost, soustavnost, pečlivost, …). Žáci mohou pracovat jednotlivě i ve skupinách. Badatelské úlohy mohou mít nespočet úrovní obtížnosti (obdobně jako mají počítačové hry „levelů“). Učitel by měl badatelské úlohy sestavovat tak, aby i tomu nejslabšímu žákovi třídy dovolily zvládnutí alespoň základní úrovně.

Badatelské úlohy, které jsem předkládala svým žákům během vyučovacích hodin matematiky, všechny tyto atributy splňují.

Žáci mohou pracovat ve skupinách, učit se kritickému i tvůrčímu myšlení. V těchto vyučovacích hodinách se uplatnili stejnou měrou žáci s poruchami učení i žáci talentovaní.

Hlavním cílem diplomové práce je teoreticky vymezit problematiku badatelských úloh, vytvořit pracovní listy pro žáky prvního stupně a ověřit je ve výuce matematiky.

Teoretická část

1 Matematika jako vyučovací předmět na základní škole

1.1 Historie vyučovacího předmětu matematika na základní škole

Do konce 18. století se vyučovaly počty mechanicky podle naučených pravidel. Neexistovala žádná didaktika matematiky ani metodika pro učitele. Učitelé neměli žádné učebnice matematiky a používali pouze ručně opisované texty. První tištěnou českou početnici „Knížky početní“ napsal a vydal Ondřej Klatovský v 16. století.

Roku 1774 bylo základní vzdělávání upraveno ve Všeobecném školním řádu, byla zavedena osmiletá povinná školní docházka. Zavedeny byly i předměty jako matematika a tělocvik. Počty se staly povinným učebním předmětem na všech školách. Už koncem 18. století vznikají tendence k uplatňování názornosti ve vyučování, i když Komenského principy byly známy již dříve.

V 19. století se učení Pestalozziho a Diesterwega stalo východiskem teorie početního vyučování. Poprvé se řešily na vědecké úrovni otázky vyučování a vytváření pojmu číslo, výkladu podstaty početních operací jak z hlediska obsahu (učební materiál a jeho uspořádání), tak i z hlediska pedagogicko-psychologického (použití metod a teorie učení). V čele tohoto hnutí stál učitel A. W. Grube (1816-1884). V roce 1842 vychází jeho Rukověť pro počítání v elementární škole podle zásad heuristické metody.

V Rakousko-Uhersku se od 70. let 19. stol. do konce 1. světové války používaly na školách početnice dr. Františka Močnika, který roku 1876 vydal i metodiku Vyučování počtům na škole obecné, pro učitele obecných škol (DIVÍŠEK, 1989).

Po vzniku samostatného československého státu zůstaly v platnosti školské zákony z období Rakousko-Uherska. Školský systém se tedy v zásadě nezměnil. V roce 1919 byl zrušen celibát učitelek.

Přelom 20. a 30. let 20. stol. je u nás obdobím reformního hnutí ve způsobu vyučování. Školství bylo ovlivňováno pedagogickými a psychologickými směry především z USA. V čele revolučních pokrokových tendencí českých učitelů. Módní pedocentrismus a reformní způsob vyučování počtům k nám proniká především zásluhou Stanislava Vrány a Václava Příhody. Od roku 1928 začaly svou práci pokusné školy v Praze, Zlíně a v Humpolci. Výsledkem pokusu byla

kniha Příhody, Tvrdka a Dismana: Počty na škole 1. stupně (1937). Společně vytvořili novou metodu – globální, vycházející z početních situací reálného života a ze zájmu dětí. Přestože měla rozvíjet tvořivost, nakonec vedla k mechanickému nacvičování početního učiva a úplně opominula logiku (například odstranila rozklad při sčítání s přechodem přes desítku.
Učební osnovy z roku 1933 fakticky platily na našich školách až do roku 1948, (DIVÍŠEK, 1989).

Podle zákona o jednotné škole z 21. 4. 1948 byly vydány nové učební osnovy a učební plány pro tzv. národní školy, které byly velmi náročné. Již od 2. ročníku se probírají zlomky. Matematika vychází z manipulace, znázorňování a modelování. Názornost je hlavním předpokladem pro následnou abstrakci. Koncem 50. a začátkem 60. let dochází ještě k dalším úpravám v osnovách, a 15. 12. 1960 byl dokonce přijat nový školský zákon.

V roce 1976 byly na školách zavedeny tzv. projektové učební osnovy a učebnice. V těchto letech se ve školách začíná uplatňovat dodnes velmi diskutovaný množinový přístup k matematickému učivu, který vychází z teorie francouzských matematiků, tzv. bourbakistů. Záměrem Bourbakistů bylo vybudovat celou matematiku na základě teorie množin. (WIKIPEDIE). V roce 1983 byly vydány učební osnovy (tzv. definitivní osnovy) pro 1. stupeň ZŠ, podle nichž byly od roku 1984 vydávány učebnice.

Ani matematika se nevyhnula v letech po roce 1948 přímému vlivu komunistické strany a její ideologie se odrážela ve všech výše zmíněných školských dokumentech (vzniklých v letech 1948-1989). (DIVÍŠEK, 1989)

Po sametové revoluci byla v roce 1990 novelou školského zákona povinná školní docházka opět zkrácena na devět roků a současně byla prodloužena základní škola na devět let. (WIKIPEDIE)

Od 1. září 1996 přišel v platnost Vzdělávací program pro základní školy a Vzdělávací program pro obecné školy. Od 1. 9. 1997 vstoupil v platnost Vzdělávací program pro Národní školu 1. - 9. postupný ročník.

Od 1. 9. 2007 se na základních školách učí dle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání. (PRŮCHA et al., 2013)

1.2 Matematika a její aplikace v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání

Státní úroveň v systému kurikulárních dokumentů představují Národní program vzdělávání a rámcové vzdělávací programy (dále jen RVP). Národní program vzdělávání vymezuje počáteční vzdělávání jako celek. RVP vymezují závazné rámce vzdělávání pro jeho jednotlivé etapy – předškolní, základní a střední vzdělávání. Školní úroveň představují školní vzdělávací programy (dále jen ŠVP), podle nichž se uskutečňuje vzdělávání na jednotlivých školách. Všechny kurikulární dokumenty státní a školní úrovně jsou veřejně přístupné (RVP ZV, 2017).

RVP ZV [1]obsahuje vzdělávací obsah, který zahrnuje očekávané výstupy a učivo, klíčové kompetence žáka a průřezová témata. Dokument se také zaměřuje na vzdělávání žáků se specifickými vzdělávacími potřebami a žáků nadaných a mimořádně nadaných. V příloze jsou vymezeny standardy pro základní vzdělávání pro dosahování cílů, které jsou stanoveny v RVP ZV. Dokument vychází z RVP pro předškolní vzdělávání a pokračují specializované dokumenty RVP pro jednotlivé typy středního vzdělávání.

V RVP ZV je předmět matematika zakotven ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace. Je tvořen očekávanými výstupy a učivem. V rámci 1. stupně je vzdělávací obsah dále členěn na 1. období (1. až 3. ročník) a 2. období (4. až 5. ročník) (RVP ZV, 2017).

Na portálu RVP se první zmínka o BOV [2] objevuje roku 1998: nejprve formou zmínky o tzv. badatelsky orientovaných pedagogických metodách a o inquiry-based science education v příspěvku „Inovace přírodovědného vzdělávání z evropského pohledu“, s odkazem na právě probíhající evropský projekt POLLEN (2006–2009, podpora inovací přírodovědného vzdělávání spočívající v šíření BOV) a na německý národní projekt SINUS TRANSFER (2003–2009, program pro zvýšení efektivity matematického a přírodovědného vzdělávání) (SAMKOVÁ, 2015).

Cílem základního vzdělání je podle RVP ZV rozvoj klíčových kompetencí. Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti. V etapě základního vzdělávání jsou za klíčové považovány: kompetence k učení; kompetence k řešení problémů; kompetence komunikativní; kompetence sociální a personální; kompetence občanské; kompetence pracovní (RVP ZV, 2017).

[1] RVP ZV – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

[2] BOV – Zkratka se v českém jazyce uvádí pro badatelsky orientované vzdělávání, badatelsky orientované vyučování a badatelsky orientovanou výuku

2 Klíčové pracovní kompetence budoucnosti

Vědci z amerického Institute for the Future (IFTF) se dlouhodobě zabývají předpovědí budoucích trendů v celosvětovém měřítku. Spolu s University of Phoenix vydali v roce 2011 studii, ve které jmenují deset klíčových dovedností, bez kterých se v následujícím desetiletí žádný úspěšný pracovník neobejde.

Výzkum se nezabývá tím, jaké budou práce budoucnosti, ale zaměřuje se na důležité pracovní dovednosti a schopnosti požadované v různých pracovních rolích a pracovních pozicích v budoucnu.

Výzkum vycházel z prognózy IFTF v rozmanitých oblastech, jako je vzdělávání, technologie, demografie, práce a zdraví. Představuje desetiletou prognózu oxfordské univerzity pomocí metodiky IFTF – shromažďování dat, odborných posudků a výzkum trendů s cílem pochopit vzorce změn.

Výsledkem výzkumu bylo šest hlavních trendů změn a deset hlavních klíčových kompetencí.

Trendy:

- zvyšující se délka dožití,
- nebývalý rozmach inteligentních přístrojů,
- prostředí, které lze do značné míry naprogramovat,
- takzvané super organizace, které budou fungovat ve zcela jiném uspořádání,
- rozmach sociálních sítí jako přirozené formy komunikace,
- svět, který bude i na dálku propojenější než dosud.

Klíčové kompetence:

- Třídit a vybrat správná data - vědět, co znamenají čísla z datových skladů a tabulek v reálném životě, bude i nadále dovedností, kterou se lidé odliší od supervýkonných počítačů.
- Sociální inteligence - empatie, tedy schopnost „napojit" se na ostatní, naslouchat jim, chápat, jak se cítí, a umět jim přizpůsobit svou komunikaci, je další důležitou vlastností, ve které vítězí lidé nad stroji. Multikulturní postoj; s ostatními lidmi se budeme potkávat na pracovišti či prostřednictvím virtuálních týmů na dálku.
- Kreativní myšlení - vzroste význam pozic, které vyžadují abstraktní myšlení (vědecká práce, management) nebo manuální úkony (zdravotní péče, vaření). Jen takovým

povoláním totiž nehrozí, že je snadno nahradí stroje nebo levnější pracovníci ve vzdálených zemích.

- Interkulturní dovednosti - práce na jakémkoliv místě na světě vyžaduje schopnost přizpůsobit se prostředí, lingvistické dovednosti, schopnost reagovat na nové podněty a inovace.

- Výpočetní myšlení - znalost nástrojů typu Microsoft Office přestane stačit. Důraz na práci s daty způsobí, že od vás firmy budou čekat i základní znalosti programování nebo statistiky. Kromě analytického myšlení ale i nadále uplatníte selský rozum. Dělníci musí být schopni pracovat i bez dat, když chybí algoritmus pro daný systém a umět se správně rozhodnout.
- Gramotnost v používání nových médií - vizualizace, na které stála komunikace už v pravěku, je obohacená o on-line interakci v podobě sociálních sítí. Tvorba obsahu není jen v rukou médií, naopak se stále častěji stává doménou jednotlivých lidí, kteří dokumentují svůj život a události kolem nich. Pro konzumenty obsahu tak bude stále důležitější nejen umět si z kvanta informací vybrat ty podstatné, ale také dokázat samostatně vytvářet interaktivní obsah na internetu.
- Mezioborová spolupráce - mnoho dnešních globálních problémů je příliš složité vyřešit pomocí jednoho specializovaného oboru. Tyto mnohostranné problémy vyžadují transdisciplinární řešení.
- Prostor pro design - s virtualizací práce a poznatky o prostředích, která stimulují lidský mozek k vyšším výkonům, dojde ke změnám pojetí kanceláře. Architekti navrhnou kanceláře, prolínající pracovní a soukromý život a budou přestavitelné tak, aby se zaměstnanec cítil v jakoukoliv denní dobu v práci dobře a podával co nejvyšší výkon.
- Kognitivní dovednosti v zátěžových situacích - stěžejní dovedností, která nám v budoucnu pomůže neutopit se v moři údajů, je umět z nich vybrat jen ty podstatné a naučit se některé informace vědomě pomíjet. Pracovníci tak budou muset být obeznámeni s využíváním nových nástrojů, které jim pomohou řešit zahlcení množstvím dat a duševního přetěžování.
- Virtuální spolupráce - práce na dálku bude stále častější. Virtuální pracovní prostředí však vyžaduje i nový soubor kompetencí. Umět komunikovat s kolegy, kteří pracují z druhého konce světa nebo republiky, bude pro dosahování příznivých výsledků

stěžejní. Vedoucí týmu se musí naučit motivovat, pochválit, ale i pokárat lidi, se kterými se možná nikdy nesetká (IFTF, 2011)

Profesor Šebek z katedry řídící techniky na ČVUT v rozhovoru pro Český rozhlas ze dne 9. srpna 2019 řekl: *„Musíme rozvíjet dovednosti, které se hodí v každé době: logické, kritické, tvůrčí myšlení, tvořivost, všeobecnou šikovnost ve stylu hnutí making. Ale také schopnost komunikovat s lidmi, roboty, umělou inteligencí. Podstatná je flexibilita, nutnost připravit se na změnu.“*

Profesor Šebek potvrdil vizi týmu vědců amerického Institute for the Future, a proto je nezbytné rozšiřovat klíčové kompetence o komunikaci mezi žáky navzájem, mezi autoritou a žákem, o kritické a tvůrčí myšlení. Děti nebudou pracovat v minulosti, ba ani v současnosti, a proto by se měly školy zaměřit na budoucnost.

Ve výuce matematiky je nezbytné zavádění dodatečného důrazu na rozvoj dovedností, jako je badatelské a kritické myšlení, vhled a analýza, integraci interdisciplinárního vzdělávání, které žákům umožňuje rozvíjet dovednosti a znalosti v řadě předmětů, integrace gramotnosti v oblasti nových médií do vzdělávacích programů, včetně zážitkového učení, přínosného pro získávání „měkkých“ dovedností – jako je schopnost spolupracovat, být platným členem skupiny, umět reagovat na společenské podněty a přizpůsobovat se změnám prostředí. (ŠEBEK, 2019).

3 Badatelsky orientované vyučování v matematice

Změnu přístupů ke vzdělávání lze charakterizovat jako „od transmisivní ke konstruktivistické výuce“ (NOVÁK, 2005).

Transmisivní přístup ve vzdělávání je zdrojem formálního poznání. Žák je v závislém postavení a učitel zastává roli odborníka, autority i trenéra, jde o vyučování zaměřené na výkon žáka (STEHLÍKOVÁ, 2004).

Konstruktivistické pojetí matematického vyučování zdůrazňuje aktivní úlohu žáka, význam jeho vnitřních předpokladů a individuálních zkušeností v procesu osvojování pojmů, důležitost interakce mezi učitelem, žákem a prostředím. Pro vyučování matematice je charakteristické vytváření situací, kdy žáci sami pocítí potřebu objevit, osvojit si jim prozatím ukrytý jev. Jak zdůrazňují Hejný a Kuřina, vyplývá odtud sama povaha konstruktivisticky orientovaného matematického vyučování. Výstavba žákova poznání je aktivním, činnostním procesem. Žákovi musí být poskytnuta příležitost, aby s učivem pracoval. Je zřejmé, že činnosti bývají zprvu fyzické (manipulativní činnosti s konkrétními předměty), později probíhají v mysli (mentální operace) (HEJNÝ - KUŘINA, 2015).

	Polaritní dipól	Konstruktivistické vyučování	Transmisivní vyučování
1	Hodnota poznání	kvalita	kvantita
2	Motivace	vnitřní	vnější
3	Trvanlivost poznání	dlouhodobá	krátkodobá
4	Vztah učitel-žák	partnerský	submisivní
5	Klima	důvěry	strachu
6	Nositel aktivity	žák	učitel
7	Činnost žáka	tvořivá	imitativní
8	Poznatek žáka	produktivní	reproduktivní
9	Nosná otázka	Co? a Proč?	Jak?

Tabulka č. 1: Srovnání transmisivního a konstruktivistického vyučování (HEJNÝ et al., 2004, s. 21)

3.1 Pojem badatelsky orientované vyučování

Pojem badatelsky orientované vyučování je překladem z anglického „inquiry-based teaching“, přičemž klíčovým slovem jest „inquiry“, česky bádání.

Terminologií badatelsky orientovaného vzdělávání se zabývá Nocar a Zdráhal v úvodu příspěvku *Badatelsky orientovaná výuka s cabri v přípravě budoucích učitelů matematiky*. Problémem českého jazyka v této oblasti je ten (na rozdíl např. od angličtiny), že tuto zkratku u nás můžeme použít pro Badatelsky orientované vzdělávání, Badatelsky orientované vyučování, Badatelsky orientovanou výuku (která je zmíněna zejména v praktické části). (NOCAR - ZDRÁHAL, 2015).

Pro amerického filosofa a pedagoga Johna Deweye je pojem bádání vymezen coby *„kontrolovaná nebo řízená transformace neurčité situace v situaci, která je určitá do té míry,* *nakolik to vyžaduje zařazení prvků původní situace do nějakého jednotného celku“* (SAMKOVÁ et al., 2015, s. 101).

Do českého vzdělávacího prostředí pronikl termín BOV hlavně prostřednictvím mezinárodních projektů zaměřených na badatelsky orientované vzdělávání financovaných ze Sedmého rámcového evropského výzkumného programu. Zaměření projektů reflektovalo celosvětový trend; nejprve se objevily BOV projekty pro přírodovědné předměty a teprve poté projekty kombinující přírodovědné předměty a matematiku (SAMKOVÁ et al., 2015, s. 6)

Pochopení pojmu badatelsky orientované výuky není vnímám odbornou veřejností stejně. Podle literárních zdrojů jsou patrné dva odlišné úhly pohledu autorů, čili dva směry.

První směr za podstatu badatelsky orientované výuky považuje řešení problémů. Průnik badatelsky orientované výuky a problémové výuky vnímá velmi rozsáhlým. Jedním z významných představitelů tohoto směru je například M. Papáček, jenž badatelsky orientované vyučování definuje coby *„jednu z účinných aktivizujících metod problémového vyučování, která spadá do konstruktivistického přístupu ke vzdělávání. Učitel nepředkládá učivo výkladem v hotové podobě, ale vytváří znalosti cestou řešení problému a systémem kladených otázek“* (PAPÁČEK in DOSTÁL, 2015, str. 34).

Druhý směr vnímá badatelsky orientovanou výuku jako pojetí výuky, ve kterém je řešení problémů jejím sice důležitým, nikoliv však jediným příznakem. Podle představitelů druhého směru má badatelsky orientovaná výuka odlišné cíle než problémová výuka a obsahově ji přesahuje. Nezvalová popisuje badatelsky orientované vyučování coby *„vyučování, kdy žáci formují výuku ve třídě, učitel je facilitátorem. Ve vztahu k učení žáka je badatelsky orientované učení aktivní proces, reflektující přístupy vědců ke zkoumání a bádání v přírodě. Zahrnuje zkušenost, důkaz, experimentování a konstrukci poznatkové struktury. Je tedy konzistentní s konstruktivistickým přístupem k učení*.“ Dostál pojem badatelsky orientovaná výuka vymezil jako *„činnost učitele a žáka zaměřenou na rozvoj vědomostí, dovedností a postojů žáka na základě aktivního a relativně samostatného poznávání skutečnosti, kterou se sám učí objevovat a objevuje.“* (NEZVALOVÁ in DOSTÁL, 2015, str. 35)

Již John Dewey zastával názor, že v procesu zkoumání je důležité **aktivní experimentování**. Při řešení úkolu experimentujeme, hledáme hypotézy a metodou pokus - omyl přicházíme na myšlenky, názory a pojmy (DEWEY, J., 1938)

V badatelsky orientovaném vyučování by studenti měli aktivně vyhledávat hypotézy a hledat řešení problému:

- studenti si vytvářejí své vlastní vědecky zaměřené otázky (hypotézy)
- studenti kladou důraz na důkazy při řešení daného problému
- studenti formulují vysvětlení z důkazů
- studenti spojují vysvětlení s vědeckými poznatky
- studenti komunikují a zdůvodňují vysvětlení. (National Research Council 2000, in ARTIGUE - BLOMHØJ, 2013, s. 800)

Podobný názor mají i Minner, Levy a Century, ale zároveň přistupují k tomuto problému i z pohledu učitele. Je důležité, jakým způsobem učitelé učí své žáky (např. zda se ptají prostřednictvím myšlenkových map) a pedagogický přístup, který učitelé používají (např. navrhování nebo používání učebních plánů, které umožňují rozšířené zkoumání). (MINNER et al., 2010)

Stejný názor na výuku z pohledu učitele má i Hošpesová a Samková. *„Úspěch badatelsky orientovaného vyučování závisí, ve velké míře na učitelích. Jestliže jsou přesvědčeni o jeho užitečnosti, mohou jím dosahovat zvýšení zájmu žáků o matematiku a změnu jejich představ o ní. Matematika se změní ze sestavy pouček a nejasných postupů na prostředí, ve kterém je možné zažít radost z úspěchu*“. (HOŠPESOVÁ - SAMKOVÁ, 2011, s. 129)

Podle Samkové je nutné, aby při badatelském vyučování bylo pozorování co nejpřesnější, neboť malé chyby v pozorování mohou způsobit velké chyby v konečném výsledku. Pozorovatelé mohou chybovat v tom, že podvědomě využívají zkušenosti a postřehy získané z předchozích pozorování a mohou mít tendenci výsledky pozorování zkreslovat, pokud je naznačen vztah k nějakému častému nebo obvyklému jevu (SAMKOVÁ, L., 2011, s. 337).

Nocar a Zdráhal uvádějí jiný problém práce s chybou při badatelsky orientovaném vyučování. Žáci dospějí při pozorování a experimentování k novým poznatkům. Je otázkou, kolik času je potřeba k tomu, aby si ukotvili tyto nové poznatky a mohli s nimi pracovat dále a na jejich základě provádět další bádání. Při navazujícím bádání mohou sklouznout k tomu, že při závěrech a formulování výsledků dalšího bádání budou ovlivněni poznatky zakotvenými z mnohem dřívějšího poznávacího procesu nikoliv z procesu bezprostředně předcházejícího, který vznikl za jiných podmínek a který s tím dřívějším nemusí korespondovat. Tímto opomenutím a nedostatečným zakotvením čerstvých poznatků mohou následně chybně formulovat další nová zjištění. Zde vzniká prostor pro práci s chybou, který by měl zůstat v mezích badatelsky orientovaného vzdělávání a učitel by měl na chybu nepřímo upozornit formou otázek, kterými by chtěl ověřit platnost formulovaných závěrů, a klást takové otázky, aby si žáci sami uvědomili, že závěry jsou chybné, sami odhalili, kde udělali chybu a sjednali nápravu. (NOCAR – ZDRÁHAL, 2015).

Zajímavou otázkou badatelsky orientovaného vyučování se zabývali v USA. Problémem nastoleným jakoukoli implementací BOV do závazných školních osnov je, že se školní matematika vzdálí od tzv. deduktivního přístupu k výuce a obvyklý kurikulární model bude narušen. Základní princip progrese matematických témat je od jednoduchých ke složitějším. Učitelé a vývojáři učebních osnov by se mohli obávat, že implementace BOV neumožní studentům vidět matematiku jako jednotnou strukturu příbuzných myšlenek (SCHOENFELD – KILPATRICK, 2013, s. 906)

Dle mého názoru to neznamená, že z výuky zcela vynecháme transmisivní přístup, který je nezbytný zejména v prvním a druhém ročníku základní školy a také proto, že ne vše se dá v rámci vymezené časové dotace stihnout zrealizovat konstruktivisticky. Žáci s radostí přijímají příklady na sčítání a odčítání, násobení a dělení v jejich nejjednodušší formě, učí se jednotlivé algoritmy a tím je procvičují. Získávají tím sebevědomí, že matematice rozumí a umí ji. V prvním období základního vzdělávání je matematika a její aplikace jeden z nejoblíbenějších předmětů mezi žáky. Proto je důležité tyto přístupy ve vzdělávání střídat a navzájem je doplňovat. V prvním a druhém ročníku by měl transmisivní přístup naopak mírně převažovat a konstruktivisticky orientované vyučování vkládat opatrně a s citem, aby se žáci matematiky nezalekli, a to zejména žáci s poruchami učení, kteří mají problém se čtenářskou gramotností.

Brdička v příspěvku na Portálu RVP upozorňuje na výhody a nevýhody badatelsky orientovaného vyučování podle Lee Watanabe-Crocketta: *Leeův přínos je hlavně v tom, že nejen sděluje proč, ale i ukazuje, jak transformovat výuku konstruktivním na kompetence pro 21. století orientovaným směrem. Jeho hlavní doporučovanou metodikou jsou badatelské aktivity žáků. Uvádí následující důvody, proč tuto metodiku preferuje před tradičním přímým předáváním poznatků*.

Hlavními výhodami jsou: vlastní aktivita žáka, vlastní řešení problému, sebehodnocení žáků, konstruktivismus, kooperativa.

Zároveň uvádí i nevýhody. Hlavní nevýhody vidí v nemožnosti standardizace testování žáků, neochotě kooperativní práce některých žáků, nepřipravenost učitelů (použitá metoda, motivování žáků) i žáků (převzetí odpovědnosti za své učení) a jako poslední a neméně důležitou nevýhodou je časová náročnost. (BRDIČKA, 2019)

Vědecké bádání se vztahuje k různým způsobům, kterými vědci studují svět a nabízejí vysvětlení založená na důkazech získaných při jejich práci. Bádání zahrnuje činnosti žáků, při kterých rozvíjejí své znalosti a porozumění vědeckým myšlenkám, tedy zahrnuje:

- pozorování;
- kladení otázek;
- vyhledávání informací v knihách a dalších zdrojích (aby zjistili, co je již známo);
- plánování výzkumu, navrhování postupů zkoumání;
- přezkoumávání toho, co je již známo, na základě experimentálních výsledků;
- využívání nástrojů pro sběr, analýzu a interpretaci dat;
- formulování odpovědí, vysvětlení a předpovědí;
- sdělování závěrů (SAMKOVÁ a kol., 2015, s. 7).

Badatelsky orientovaným vyučováním matematiky je pochopitelně vyučování, v němž se žáci setkávají s tak zvanými badatelskými postupy a metodami práce. Žáci přitom používají postupy a metody běžně využívané odbornými vědeckými pracovníky, které jsou ovšem upraveny tak, aby odpovídaly osnovám školské matematiky. Žáci jsou v hodinách matematiky vedeni k badatelským činnostem vytvořením vhodného prostředí, které je zpravidla vymezeno úlohou či problémem, jež jsou žákům předloženy k vyřešení (SAMKOVÁ, 2016).

Artigue, Baptist (2012) definují BOVM[3] coby matematické bádání, začínající otázkou či problémem, na něž žáci hledají odpovědi pozorováním a zkoumáním. Provádějí mentální, materiální a virtuální experimenty, otázky propojují s jinými podobnými otázkami, v minulosti zodpovězenými a využívají již dříve zvládnuté matematické techniky. Proces bádání žáky vede k hypotetickým odpovědím neboli domněnkám, které žáci mají buď potvrdit, anebo vyvrátit. (ARTIGUE - BAPTIST, 2012)

Rozbor shromážděných poznatků, které s BOV souvisejí, je podkladem k jejich syntéze a také k jednoznačnému vymezení tohoto pojmu:

[3] Badatelsky orientované vzdělávání v matematice

- bádání probíhající v rámci BOV sice nemůžeme považovat za bádání vědecké, nic nám ale nebrání pátrat po souvislostech mezi těmito druhy bádání, porovnávat je, zkoumat libovolným dalším způsobem;
- obsahem BOV je rovněž bádání směřující k uvědomění jak dané problémové situace, tak i samotné podstaty daného problému;
- problémové metody jsou sice v BOV stěžejními, avšak v jeho rámci se uplatňují i jiné vyučovací metody;
- součástí BOV je také bádání, které nemá podstatu problému, třebas bádání potvrzující;
- určitý vzdělávací obsah nelze zpřístupnit žákům jinak, než jedině užitím BOV;
- BOV se neomezuje pouze na metody výuky, ale uplatňuje se ve všech jejích složkách;
- činnost žáka v BOV je možno nazvat badatelsky aktivní – neboli motivovanou, jistou měrou reflektovanou, cílevědomou činností zaměřenou na bádání;
- vedle vztahu BOV – žák existuje zákonitě vztah BOV – učitel;
- přímé bádání nemusí nutně vyplňovat vyhrazený čas BOV;
- multioborová badatelská témata jsou žádoucí součástí BOV;
- mimo metod empirické povahy se v BOV uplatňují rovněž metody povahy teoretické;
- skladba badatelsko-didaktických situací BOV není nutně neměnná (DOSTÁL, 2015, str. 52-53)

Učitel nepředkládá žákům konečné hotové poznatky, nýbrž je vede k tomu, aby si prostřednictvím řešení problémů a soustavou kladených otázek sestavovali znalosti samostatně. Jak uvádí Artigue, Baptist , učitel by neměl žáky učit, jak mechanicky řešit určité problémy, ale měl by je vést k pochopení celkového pojetí matematiky. Učitel má žáky podněcovat takovým způsobem, aby se vyptávali, pozorovali, zkoumali, objevovali, vytvářeli si domněnky, vysvětlovali a dokazovali. Právě na těchto činnostech je založen badatelsky orientovaný přístup k matematice. Role žáka v BOVM je stejně významná jako role učitele. Žák „přijímá“ a zpracovává otázky a úlohy, které učitel připravil v rámci výuky. (ARTIGUE – BAPTIST, 2012, str. 15)

Bádání žáka je jeho aktivní činností, při níž téměř samostatně poznává skutečnosti. Kromě vlastního objevování skutečností, které si žák přitom přirozeně osvojuje, se také učí badatelskému způsobu myšlení. Tento druh myšlení je založen na učení se aktivně poznávat nové skutečnosti. Žáci se v rámci BOV učí nejen měřit, pozorovat a provádět pokusy, ale zaměřují se rovněž na poznávání myšlenkových procesů, jakými jsou analýza, syntéza, indukce, dedukce, komparace a specifikace (DOSTÁL, 2015).

Obrázek 1: Charakteristiky badatelsky orientované výuky (SAMKOVÁ et al., 2015, s. 9)

3.2 Badatelské úlohy

Badatelské úlohy jsou takovým druhem úloh, prostřednictvím nichž mohou být žáci vedeni k badatelské činnosti. Při zadání badatelské úlohy nedojde k badatelské aktivitě, dokud nebudou splněny všechny příznačnosti, které k badatelsky orientovanému vyučování směřují.

Na podkladě Deweyova vymezení bádání Samková a kol. roztřídili badatelské úlohy do několika skupin. Badatelské úlohy, které jsou formulovány coby slovní úlohy, mají vstupní stav stanoven podmínkami a výstupní stav otázkami slovní úlohy a rozdělují badatelské úlohy dle počtu podmínek a otázek na jednoduché a složené. (SAMKOVÁ et al., 2015).

3.2.1 Jednoduché badatelské úlohy

Jednoduché badatelské úlohy jsou takové badatelské úlohy, obsahující jedinou podmínku a jedinou otázku. Tyto úlohy se dále dělí dle množství informací, určujících vstupní stav, na úlohy informačně strohé a úlohy informačně hutné (SAMKOVÁ et al., 2015).

3.2.1.1 Úlohy informačně strohé

Úlohy informačně strohé patří k nejjednodušším badatelským úlohám. Jejich vstupní stav podává nejmenší možné množství informací, potřebných k vyřešení. Proto má tento typ úloh obrovský badatelský potenciál. Mohou disponovat velmi vysokou mírou neurčitosti a tím žákovi nabízet více možností, cest, jak danou úlohu vyřešit. Kromě jiných jsou do této skupiny úloh řazeny také úlohy ze statistiky a úlohy, které rozvíjejí finanční gramotnost. Příklad úlohy tohoto typu: „Zjistěte v obchodech v okolí svého bydliště ceny jablečného džusu a rozhodněte, ve kterém obchodu se vyplatí džus koupit.“ (SAMKOVÁ et al., 2015, s. 109)

3.2.1.2 Úlohy informačně hutné

Rovněž úlohy informačně hutné patří ještě k jednoduchým badatelským úlohám, ale jejich vstupní stav podává, oproti informačně strohým úlohám, pestrou paletu informací. Účelem je, aby se žák v poměrně velkém množství (případně dokonce přebytku) informací naučil dokázat správně zorientovat. Mezi tyto úlohy bývají často řazeny úlohy ze statistiky a také úlohy, jejichž vstupní informace jsou předloženy obrázkem nebo fotografií.

Příkladem tohoto typu úloh je: „Jaký obvod má mnohoúhelník, který je sestaven ze čtyř shodných pravoúhlých trojúhelníků s délkami stran 3, 4, 5?“ (SAMKOVÁ et al., 2015, s. 110)

Anebo: „Na farmě mají jedno políčko s fazolemi na sluníčku a druhé ve stínu. V následující tabulce jsou uvedeny přibližné hmotnosti fazolí na těchto políčcích 6, 8, a 10 týdnů od vysázení. Které políčko je vhodnější pro pěstování fazolí?“ (SAMKOVÁ et al., 2015, s. 111).

	Políčko na slunci			Políčko ve stínu		
	6 týdnů	8 týdnů	10 týdnů	6 týdnů	8 týdnů	10 týdnů
Řádek 1	9 kg	12 kg	13 kg	5 kg	9 kg	15 kg
Řádek 2	8 kg	11 kg	14 kg	5 kg	8 kg	14 kg
Řádek 3	9 kg	14 kg	18 kg	6 kg	9 kg	12 kg

Tabulka č. 2: Tabulka k úloze informačně hutné (Samková et al., 2015, s. 111)

3.2.2 Složené badatelské úlohy

Badatelské úlohy složené získáváme rozličným skládáním úloh jednoduchých. Tento druh úloh se dále třídí do třech skupin na:

- úlohy hierarchicky složené,
- úlohy s dynamickým vstupem,
- úlohy s dynamickým výstupem.

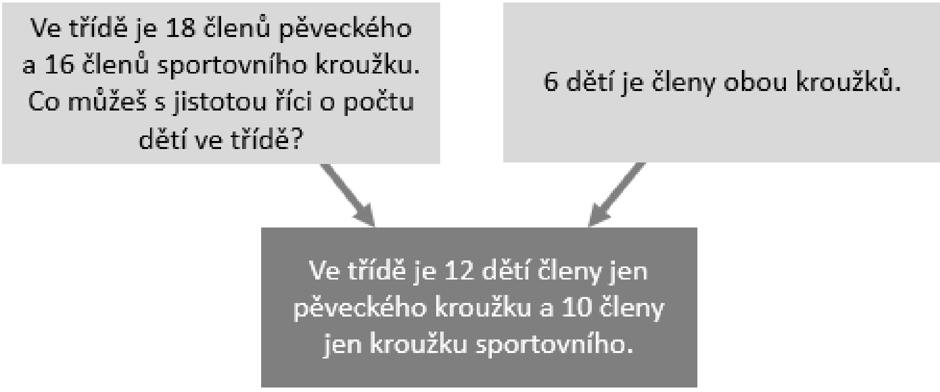
Dále se budeme věnovat úlohám s dynamickým vstupem a výstupem. První skupině, tedy úlohám hierarchicky složeným, věnujeme větší pozornost až v následující podkapitole.

3.2.2.1 Úlohy s dynamickým vstupem

Úlohy s dynamickým vstupem jsou úlohami složenými z vícero úloh, které ovšem kladou stejnou otázku. Každá část úlohy má určitou vstupní informaci (podmínku), ale otázka je stejná, proto je stejný i výstupní stav. Takové úlohy by se mohly nazývat coby úlohy postupně informačně usměrňované (SAMKOVÁ et al., 2015).

Příklad takového druhu úloh: „Ve třídě je 18 členů pěveckého a 16 členů sportovního kroužku. Co můžeš s jistotou říci o počtu dětí ve třídě? Doplněk k úloze: 6 dětí je členy obou kroužků.“ (SAMKOVÁ et al., 2015, s. 114)

V diagramu je daná úloha znázorněna graficky:



Obrázek č. 2: Grafické znázornění úlohy s dynamickým vstupem (DOFKOVÁ, 2016, s. 101)

3.2.2.2 Úlohy s dynamickým výstupem

Taktéž úlohy s dynamickým výstupem jsou úlohami složenými z vícero úloh, tentokrát ale mají všechny stejný vstupní stav. Vstupní stav zůstává stále stejný, přestože každá část úlohy má jiný stav výstupní - otázku. Takové úlohy by se mohly nazývat coby úlohy postupně informačně vytěžované (SAMKOVÁ et al., 2015).

Příklad takového druhu úloh:

a) Jak velké je číslo 10 000?
   - Kolik je 10 000 želatinových medvídků?
   - Kolik je to balíčků?
   - Kolik váží?
   - Jak dlouho je budeme jíst, když budeme mít každý den jednoho medvídka?

b) Kolik je 10 000 špaget?
   - Kolik je to balení?
   - Jak dlouhý proužek by vytvořily, kdybychom je dali za sebou?
   - Kolik 100 g porcí bychom z nich uvařili?

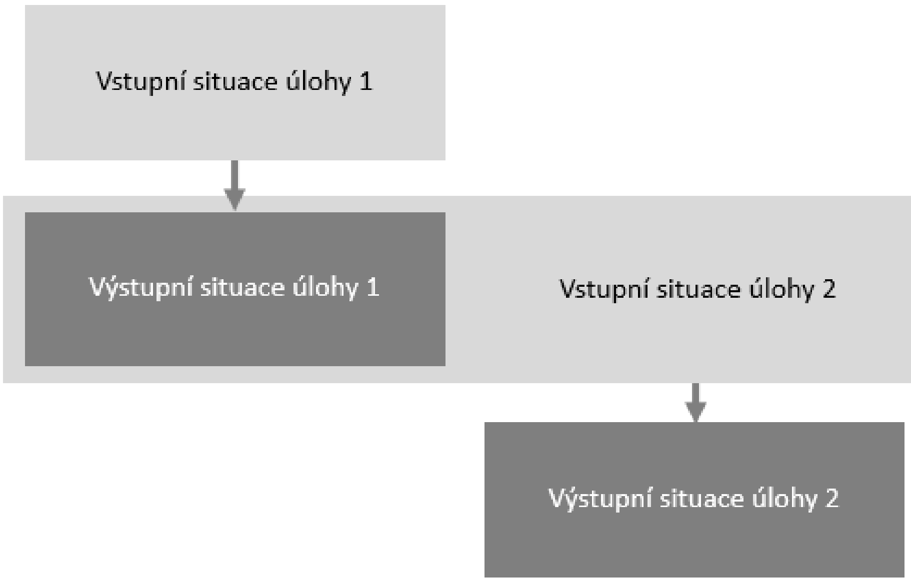
c) Kolik je 10 000 listů papíru?
   - Kolik je to balíků?
   - Jak vysoký komín bychom z nich postavili?
   - Kolik by vážily?
   - Jakou plochu bychom s nimi mohli vyplnit?

d) Kolik je 10 000 minut?
   - Kolik je to dní?

- Kolik je to dní školního vyučování?
- Kolik je to prospaných nocí?
- Za jak dlouho vyjmenuješ všechna čísla od 1 do 10 000? (SAMKOVÁ et al., 2015, s. 115)

3.2.2.3 Úlohy hierarchicky složené

Úlohy hierarchicky složené, jak z názvu vyplývá, patří do badatelských úloh složených. Vznikají tak, že „výstupní situace jedné úlohy se stává součástí vstupní situace úlohy další“, jak je znázorněno v diagramu:



Obrázek č. 3: Badatelské úlohy hierarchicky složené (SAMKOVÁ et al., 2015, s. 111)

Takové úlohy v sobě nesou prvky neurčitosti, poněvadž teprve až při jejich řešení žák zjistí, které části jedné úlohy budou podstatné pro řešení další úlohy a které jsou navíc (Samková a kol., 2015, s. 111). Při řešení určitých částí úloh hierarchicky složených se tedy využívají poznatky z řešení úloh předchozích. Některé části úloh hierarchicky složených mohou být samostatnými badatelskými úlohami (SAMKOVÁ et al., 2015).

Příklady úloh hierarchicky složených:

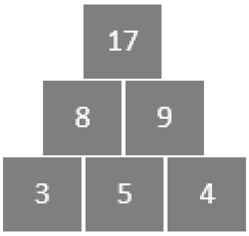
Samková a kol. uvádějí pro úlohy hierarchicky složené následující čtyři příklady:

Příklad 1:

a) „Rozstřihni čtverec jedním rovným střihem na dva díly. Z těchto dílů skládej tvary. Kolik tvarů vznikne?

b) Pokus se čtverec rozstřihnout tak, aby mohlo vzniknout co nejvíce tvarů. Jaký je nejvyšší počet tvarů?“ (SAMKOVÁ et al. 2015, s. 112)

Příklad 2: „Prohlédni si číselnou zeď na následujícím obrázku:



Obrázek č. 4: Číselná zeď (SAMKOVÁ et al., 2015, s. 111)

a) Jak lze takovou zeď vytvořit? Najdi všechny číselné zdi, které můžeš postavit se základními kameny 3, 4, 5. (podobně jako na obrázku č. 8) Zdi vypočti a porovnej.

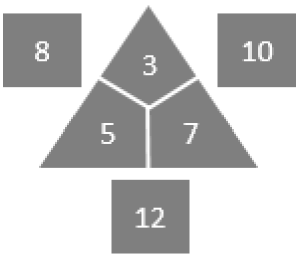
b) Sám si vyber tři základní kameny a počítej stejně.

c) Popiš, čeho sis všiml.

d) Můžeš to zdůvodnit?“ (SAMKOVÁ et al., 2015, s. 112)

Příklad 3:

a) „Najdi a popiš pravidlo, podle kterého se doplňují čísla v trojúhelníku na následujícím obrázku:



Obrázek č. 5: Číselný trojúhelník (Samková et al., 2015, s. 112)

b) Rozhodni, které z následujících tvrzení je pravdivé, a své tvrzení zdůvodni:

- Součet vnějších čísel se rovná součtu vnitřních čísel.
- Součet všech tří vnějších čísel může být číslo sudé i liché.

c) Doplň vnitřní čísla, jsou-li vnějšímu čísly 6, 13 a 14; 13, 21 a 22.“ (SAMKOVÁ et al., 2015, s. 112)

Příklad 4:

a) „Rozlož číslo 10 na součet dvou (přirozených) čísel a tato dvě čísla vynásob. Jaký nejmenší a jaký největší součin dostaneš?
b) Číslo 10 rozlož na součet tří (přirozených) čísel a tato tři čísla vynásob. Jaký nejmenší a jaký největší součin dostaneš?
c) Číslo 10 rozlož na součet libovolného počtu (přirozených) čísel a tato čísla vynásob. Jaký nejmenší a jaký největší součin dostaneš?
d) Jak bude řešení úloh a) až c) vypadat pro čísla 7, 8, 9 a 11?
e) Existuje strategie pro řešení úloh a) až c) nezávislá na volbě rozkládaného čísla?“ (SAMKOVÁ et al., 2015, 113)

3.3 Badatelské úlohy v RVP ZV

Pojem badatelské úlohy ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace v RVP ZV nejsou ani zmíněny. Vhledem k tomu, že se jedná o úlohy, jež vyžadují tvořivé myšlení a mají určitou spojitost s problémovou výukou, spadají do tematického okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy.

V daném tematickém okruhu je vymezen pouze jediný očekávaný výstup pro 2. období, který předpokládá, že „žák řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky“ a spadá pod něj učivo: slovní úlohy, číselné a obrázkové řady, magické čtverce a prostorová představivost (RVP ZV, 2017, s. 34).

4 ICT podpora badatelsky orientovaného přístupu ve výuce matematiky

Počítače se staly cennými pomocníky při vzdělávání. Učitelé je využívají při organizaci vyučování. Žákům i učitelům zpřístupňují informace a nabízejí nástroje k jejich zpracování, umožňují nejen výpočty, ale také tvorbu dynamických obrázků a grafů. Úspěšně je samozřejmě lze využít také v rámci badatelsky orientovaného vyučování (PECH et al. in NOCAR et al., 2017)

Dle Maňáka je zavádění aktivizujících metod do výuky možné za těchto předpokladů:

1. žáci se zpravidla neobejdou bez předchozích vědomostí k danému tématu
2. vyučující neuspěje, bude-li třídě velet
3. příprava na hodinu i vlastní výuka jsou časově náročnější
4. pomůcek ani studijních materiálů není dost, s tím je potřeba se předem odpovídajícím způsobem vyrovnat (MAŇÁK in NOCAR et al., 2017)

Geometrie je pro žáky nejpříhodnější oblastí matematiky z hlediska samostatného bádání a objevování jejích zákonitostí, k předkládání badatelsky orientovaných úloh se přímo nabízí (NOCAR – ZDRÁHAL, 2016b). I v celém následném životě využíváme geometrii v praxi (při určování vzdáleností, obvodů, obsahů, povrchů či objemů), uplatňuje se ve strojírenství, stavebnictví, elektrotechnice i v umění. Rozvíjet schopnost geometrického uvažování žáků je tedy nezbytné.

Při rozvíjení geometrického myšlení konstruktivistickým přístupem badatelsky orientovaného vzdělávání se zvláště přínosným ukázal být software dynamických geometrií.

Mnohé z geometrických zákonitostí lze pochopit díky dynamice, která umožňuje pohyb vzájemně provázaných objektů. Vyučující žákovi pokládá otázky, aby jej následně provázel na cestě k výslednému poznatku – k tomu se ovšem žák musí experimentováním dopídit sám; software mu umožňuje uchopit jakýkoliv bod či prvek a pohybovat s ním po pracovní ploše. Přitom jsou všechny ostatní konstrukční prvky spojené s tímto bodem okamžitě překreslovány a jejich polohy a vzdálenosti přepočítávány; měnit lze rovněž velikost narýsovaných prvků. Obraz se mění přímo před žákovýma očima, on tak získává bezprostřední zpětnou vazbu. Takovým postupem žák samostatně poznává vlastnosti objektů, příslušné zákonitosti a souvislosti (KOCICHOVÁ in NOCAR et al., 2017).

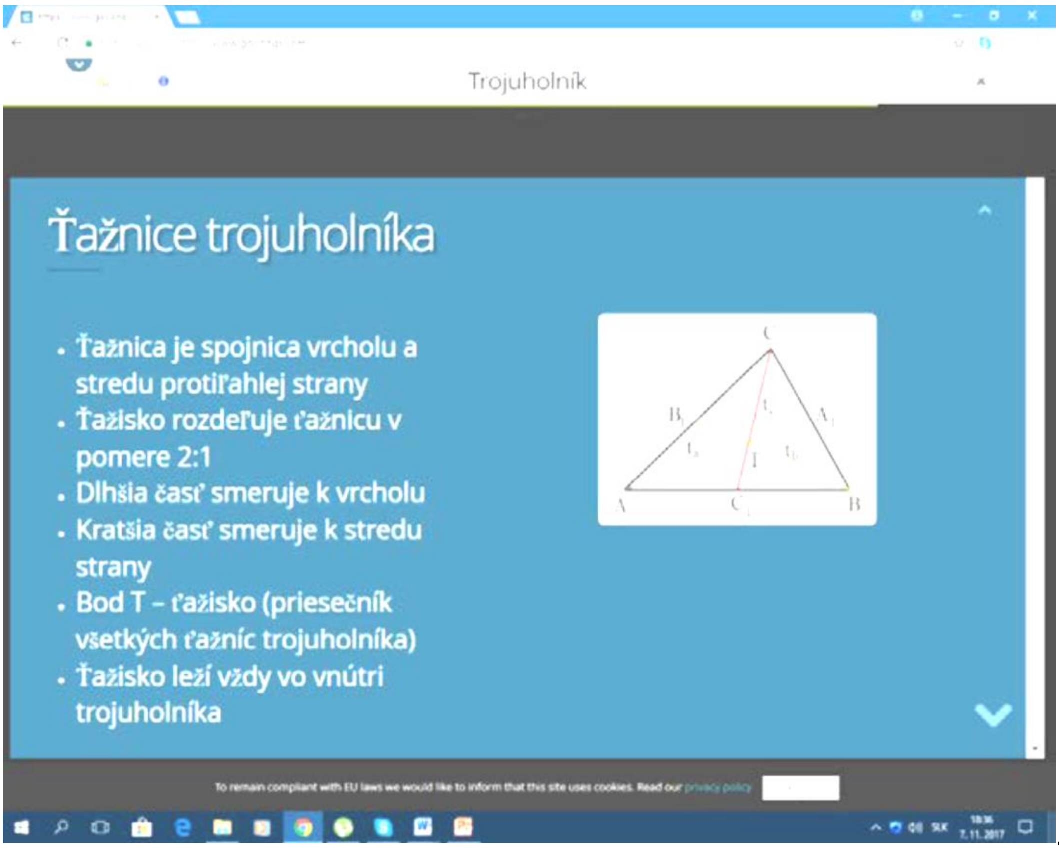
4.1 Programy a aplikace vhodné při BOV 4.1

Programy dynamické geometrie jako **GeoGebra** nebo **Cabri Geometrie** nemusí sloužit pouze k rozvoji geometrického myšlení, (NOCAR - ZDRÁHAL, 2016a) upozorňují, že program GeoGebra může například usnadnit přechod z operativního na strukturální pochopení funkce. Různá vyjádření téže funkce (tabulka a graf) jsou v této aplikaci dynamicky propojena, což žákovi názorně odkrývá vztahy mezi tabulkou a grafem a tím usnadňuje pochopení pojmu funkce (NOCAR et al., 2017).

GoConqr je sociální vzdělávací síť, která poskytuje uživatelům nástroje na objevování, vytváření a sdílení vzdělávacího obsahu.

Funkcie a aplikace platformy jsou navrhnuté tak, aby vyhovovali specifickým potřebám uživatelů. Je určená pro učitele, žáky i širokou odbornou veřejnost

Webová aplikace GoConqr umožňuje pedagogům a studentům přístup ke komplexní knihovně zdrojů vytvořených ostaními uživateli (JARUSKA - TÓTH-BAKOS, 2017)



Obrázek č. 6: Možnosti využití webové aplikace ve výuce matematiky (Sborník příspěvků 8. konference Užití počítačů ve výuce matematiky, 2017)

Další možností, jak využít počítač v badatelsky orientovaném vzdělávání v matematice je portál **MATIKA.IN**. Je to online procvičování úloh z matematiky pro děti na prvním stupni základních škol, kde se vyučuje (nejen) Hejného metodou. Pomůže i tam, kde se matematika učí jiným způsobem. Usnadňuje práci při výuce, přináší radost a motivaci seznamovat se a pracovat s matematikou. Učitel a žáci mají možnost pracovat online na interaktivní tabuli, tabletech, mobilních telefonech nebo s tištěnou verzí, která je dostupná na webových stránkách.

Zábavnou matematiku https://www.matika.in/cs/ připravuje a provozuje neziskové sdružení **Matika.in z.s.**

Praktická část

Praktická část je rozdělena do tří kapitol. V první kapitole je popsán způsob vytvoření pracovních listů, sběr dat a jejich zpracování a třídění.

Ve druhé kapitole je popsán způsob práce s pracovními listy z pohledu učitele, jakým způsobem byly respondentům předkládány a jejich vyhodnocení.

Třetí kapitolu pak tvoří samotné pracovní listy a jejich řešení.

5 Pracovní listy a metody

5.1 Cíl práce

Cílem praktické části je zjistit, jakým způsobem žáci 1. stupně základní školy přijímají badatelské úlohy ve vyučování matematiky, přispět k zavádění badatelsky orientované matematiky do výuky na prvním stupni základní školy a pomoci učitelům matematiky v jejich práci. Je časově náročné vybírat vhodné formy práce ve výuce. Předpokladem je zefektivnění výuky. Badatelské pracovní listy individuálně rozvíjí každého žáka, práce ve skupinách posiluje vazbu mezi spolužáky, zlepšuje podmínky pro zvládnutí učiva, zároveň je vzrůst jejich matematické gramotnosti strmější.

5.2 Metody výzkumu

Sběr dat probíhal po dva školní roky, 2018/2019 a 2019/2020, a to ve 2. a 4. ročníku Základní školy Drahanovice. Zpracována však byla pouze data pocházející ze školního roku 2019/2020 – jednak proto, že ve druhém školním roce byly využity zkušenosti (s přípravou, organizací, zadáváním, průvodním slovem atd.) z roku předchozího, jednak (a zejména) proto, aby skupiny respondentů byly stálé (tři ve druhém a tři ve čtvrtém ročníku; i to byla zkušenost z roku předchozího, kdy se složení skupin žáků měnilo a celkové vyhodnocení skupin by bylo o to více zkreslené).

Bylo předloženo celkem dvanáct sad pracovních listů vždy třem skupinám respondentů (s výjimkou jednoho pracovního listu – na přímou úměrnost, který byl předložen pouze ve 4. ročníku, až po probrání dané látky). Ve druhém ročníku je poměr dívek a chlapců jedna ku jedné, ve čtvrtém ročníku byl poměr chlapců a dívek devět ku dvěma ve prospěch chlapců. Každý pracovní list obsahuje badatelsky orientované úlohy určitého typu. Každý žák spolupracoval v rámci týmu a spolupodílel se na řešení zadaných úkolů. Některý z žáků se více uplatnil při pochopení zadání (čtenářská gramotnost), jiný při návrzích možných kroků (kreativita, brainstorming), další při výpočtech (matematická gramotnost) nebo při náčrtech (představivost, výtvarné nadání, technické kreslení) či formulacích odpovědí (logika, rétorika). Některý vyniká v analytickém myšlení, jiný v syntetickém. Jeden často přeformuloval ostatním zadání tak, aby jim bylo jasné, co se od nich vyžaduje, nejeden musel před ostatními obhajovat svůj krok (až své navrhované řešení), anebo naopak zdůvodňovat své pochyby o plánovaném kroku (až řešení) spolužáka. Ve 4. ročníku navíc prokázali úroveň své informační gramotnosti ti žáci, kteří se v rámci skupiny ujali zpracování dat na počítači (v jedné z úloh pracovního listu věnovaného přímé úměrnosti).

Žáci měli na vypracování pracovních listů jednu vyučovací hodinu, tzn. čtyřicet pět minut.

Má úloha coby učitelky byla pouze mentorská a snažila jsem se ukázat správný směr, pokud si žáci již nevěděli rady. Největší úskalí vidím ve čtenářské gramotnosti žáků; tuto nezbytnou dovednost musíme stále zdokonalovat.

Pracovní listy jsem vypracovala na základě předchozího studia a rozboru publikací obsahujících badatelsky orientované úlohy pro děti (zejména Samková a kol., 2015) a také internetových stránek věnujících se badatelsky orientovanému vyučování (např. Badatelé.cz, 2013 nebo Užití počítačů ve výuce matematiky, 2017).

Počet úloh na pracovním listu se pohybuje od dvou do deseti. Úlohy jsou řazeny od nejsnazší po nejobtížnější (u některých je obtížnost srovnatelná).

Funkčnost pracovních listů jsem nejdříve ověřila jejich předložením vlastnímu synovi, jenž byl žákem čtvrtého, respektive pátého ročníku základní školy v jiném městě než žáci, kterým byly pracovní listy později předkládány.

Ještě bych chtěla upozornit začínající učitele, že tento způsob práce je náročnější na přípravu a na trpělivost. Žáci pracující ve skupinách jsou hlučnější, každý chce sdělit svůj názor a zpočátku se práce může zdát neorganizovaná až chaotická. Je dobré začít menšími skupinami (i ve dvou) a postupně je zvětšovat. Po několika zopakováních se žáci zklidní a vytvoří si přirozené vůdce, metodiky, zapisovače a řešitele. Někdo se veze s ostatními, ale i to k životu patří.

Není důležité hodnotit tyto pracovní listy klasickými známkami, ale spíš se podělit s žáky o radost ze správného řešení, zdůraznit netradiční řešení a vyzvednout spolupráci ve skupině. Také je důležité ukázat, že chyba není nepřítel, ale posouvá nás dál.

5.3 Jednotlivé pracovní listy a typy úloh

Pracovní list „**Jedním tahem**“ obsahuje čtyři grafické úlohy s totožným zadáním a každá úloha má vícero (i nejjednodušších) řešení. Jedná se tedy o složené badatelské úlohy s dynamickým výstupem.

Výhradně složené badatelské úlohy s dynamickým výstupem figurují dále v pracovních listech „**Hanojská věž**“ (3 úlohy) a „**Stavby 2**“ (4 úlohy jen drobně obměněného zadání).

Pracovní list „**Stavby**“ obsahuje dvě úlohy různého typu, první je informačně strohá, druhá s dynamickým výstupem. „**Stavby“** a **„Stavby 2**“ vyžadují prostorovou představivost.

Pracovní list „**Ciferník**“ obsahuje čtyři různé úkoly, každý má jen po jednom řešení, první a čtvrtý úkol jsou jednoduchými informačně strohými badatelskými úlohami, ale druhý a třetí úkol jsou složené badatelské úlohy s dynamickým vstupem.

V pracovním listu „**Terče**“ jsou všechny tři úkoly jednoduchými informačně strohými badatelskými úlohami.

První tři úlohy pracovního listu „**Zápalky**“ lze zařadit mezi složené badatelské s dynamickým vstupem, zatímco ta poslední je jednoduchá informačně strohá.

Rovněž „**Tangram**“ začíná a končí informačně strohou úlohou, ale druhá, 3. a 4. úloha jsou složené s dynamickým výstupem.

Dva pracovní listy, „**Nádoby**“ a „**Vlk, koza a zelí**“´, obsahují po jedné úloze s dynamickým výstupem (u prvního druhá, u druhého první), všechny ostatní úlohy jsou v obou listech informačně strohé.

Pracovní list „**Hrací kostka**“ obsahuje deset úloh tří různých typů. První a desátá jsou s dynamickým výstupem, šestá, sedmá a devátá jsou informačně strohé, ostatních pět úkolů patří do kategorie úloh hierarchicky složených.

První dvě úlohy pracovního listu „**Turisté s rohlíky**“ jsou s dynamickým výstupem (s jen drobně obměněným zadáním), jejich výsledky jsou pak vstupními hodnotami pro třetí úlohu (a z nich sestrojené grafy podkladem pro odpovědi na šest položených otázek), která je tím pádem úlohou hierarchicky složenou. Čtvrtá, poslední, úloha s dynamickým vstupem má kontrolní charakter (pochopení přímé úměrnosti).

Na žádném z pracovních listů se sice (ve psané formě) nevyskytuje ani jedna jediná jednoduchá informačně hutná badatelská úloha, avšak tím, že jsem zadání některých informačně strohých úloh slovně přeformulovala (vždy, když jsem to uznala za vhodné; častěji ve 2. ročníku), uplatnily se všechny typy badatelských úloh.

6 Vlastní průběh šetření a vyhodnocení dat

6.1 Úspěšnost při řešení úloh daných pracovních listů

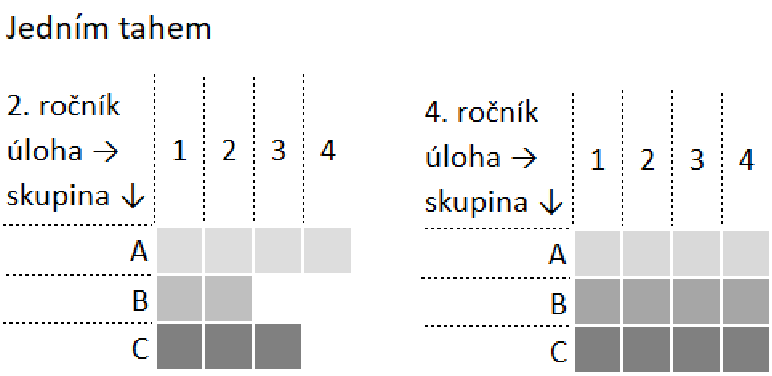
6.1.1 Úspěšnost při řešení jednotlivých úloh

Nejprve jsem zpracovala přehled úspěšnosti při řešení jednotlivých úloh v každém předloženém pracovním listu.

Čtverečky ve třech stupních šedi (tři skupiny řešitelů) znamenají vyřešeno podle zadání, bílé místo opak (v pracovním listu neřešeno, „vyřešeno“ chybně, či vyřešeno jen zčásti).

6.1.1.1 Pracovní list *„Jedním tahem“*

Žákům jsem předložila pracovní list bez komentáře, dvě skupiny žáků druhého ročníku nepochopily zadání, a tak jsem jim na tabuli načrtla jedním tahem obdélník. Žáci čtvrtého ročníku nepotřebovali žádný komentář.

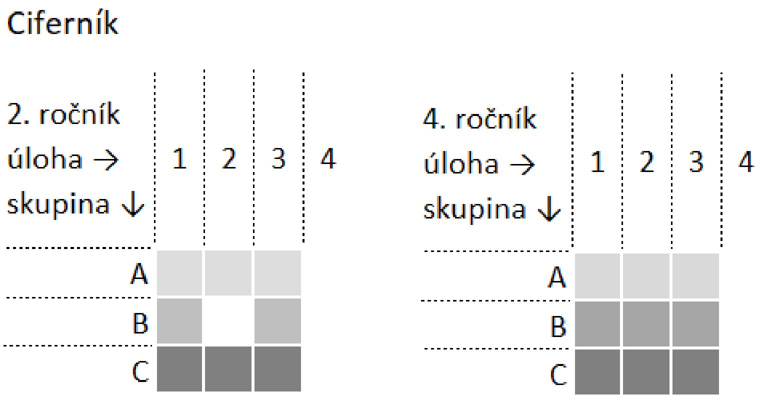


Tabulka č. 3: Úspěšnost žáků při řešení pracovního listu „Jedním tahem“

Tento typ úloh žáky bavil a čtvrtý ročník je vyřešil za zhruba polovinu času řešení druhého ročníku.

6.1.1.2 Pracovní list „*Ciferník*“

Žákům jsem předložila pracovní list s komentářem, aby si přečetli zadání úlohy a zvedli ruku, jestli něčemu nerozumí. Žáci druhého ročníku se přihlásili všichni, ve čtvrtém ročníku nezvedli ruku dva chlapci. Pro většinu žáků bylo těžké pochopit, že nerozdělují ciferník na dvě poloviny podle tvaru, ale podle rovnosti součtů. Tentokrát jsem na tabuli nakreslila trojúhelník a vepsala do tří vrcholů číslice od jedné do tří. Poté jsem trojúhelník rozdělila čarou na dva díly. V jednom dílu byla číslice tři a v druhém dílu číslice jedna a dva.



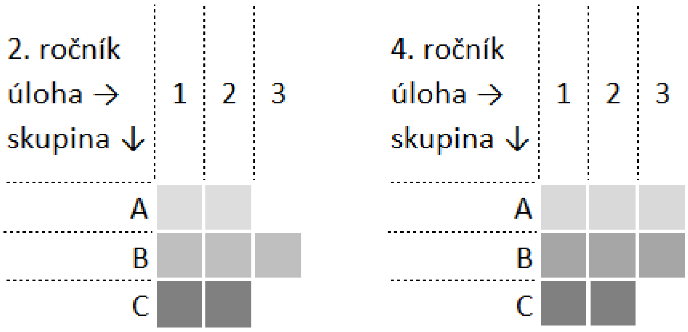
Tabulka č. 4: Úspěšnost žáků při řešení pracovního listu „Ciferník“

Žáci čtvrtého ročníku vypracovali úlohy 1 – 3 bez problémů, u úlohy číslo čtyři je zaskočily římské číslice. Protože jsme se je ještě neučili, jedna skupina úlohu nepočítala vůbec, dvě skupiny to zkusily, ale měly špatné řešení. Žáci druhého ročníku čtvrtou úlohu nepočítali vůbec. Žáci čtvrtého ročníku úlohu počítali jednoduchým dělením celkového součtu hodnot cifer počtem dílů. Žáci druhého ročníku psali číslice pod sebe a zkoušeli výsledek způsobem pokus omyl. Největší problém jim dělala úloha číslo dva, rozdělit ciferník na tři stejné díly.

6.1.1.3 Pracovní list „*Hanojská věž*“

V tomto případě jsem udělala výjimku a nejprve jsem žákům předložila hlavolam bez pracovního listu. Žáci pochopili princip hry a zkoušeli si různá řešení se dvěma, třemi, čtyřmi a čtvrťáci dokonce s pěti kroužky. Pracovní listy jsem jim předložila druhý den. Na tabuli jsem popsala způsob zápisu s jedním kroužkem, který jsem názorně přesunula s využitím středové tyčky (A→S, A→P; ač nejjednodušším řešením je samozřejmě A→P).

Hanojská věž



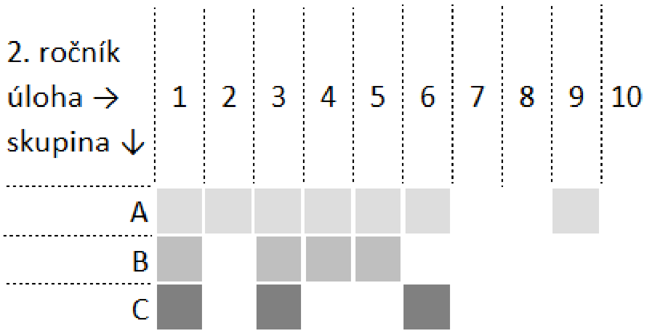
Tabulka č. 5: Úspěšnost žáků při řešení pracovního listu „Hanojská věž“

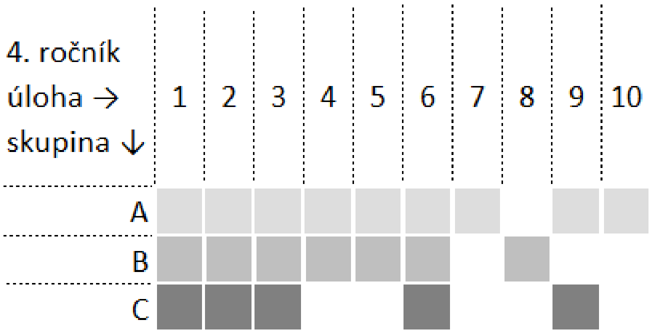
Zápis tahů dělal všem žákům potíže, zapomínali zapsat některý tah a pak jim zopakování řešení nevycházelo. Někteří ve skupině C už nechtěli postup znovu opakovat a zapsat ho správně. Ale hlavolam byl pro děti zábavný a dokázaly pracovat celou vyučovací hodinu, čtvrtý ročník zapsal i „bonusový“ příklad s pěti kroužky.

6.1.1.4 Pracovní list *„Hrací kostka“*

Pracovní list Hrací kostka jsem žákům předložila opět bez komentáře, ale po přečtení první úlohy se zvedla hradba rukou s dotazem „co jsou to arabské číslice, paní učitelko?“ Na tabuli jsem napsala arabskými číslicemi 53 a vedle stejné číslo římskými číslicemi. Poté jsem se žáků zeptala „Které číslo je napsáno arabsky?“. Odpověděli všichni správně.

Hrací kostka





Tabulka č. 6: Úspěšnost žáků při řešení pracovního listu „Hrací kostka“

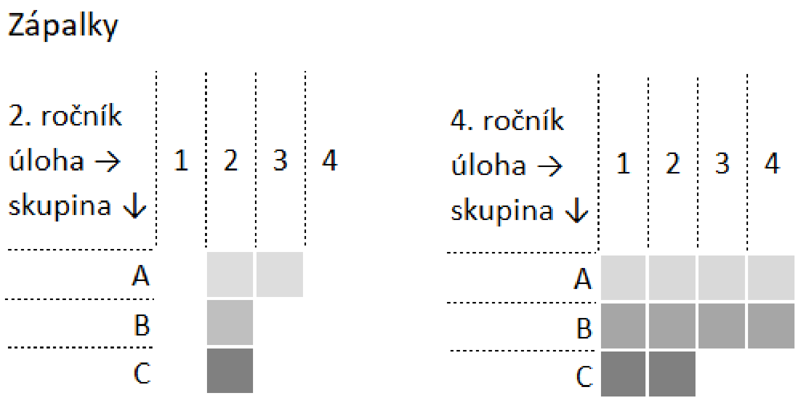
Největší problémy žákům dělaly úlohy 4 a 5, kdy měli sčítat a odčítat čísla v sestupné řadě. Žáci čtvrtého ročníku se popasovali i s římskými čísly, i když jsme se je ještě neučili. Ale číslo IV a VI jsem jim napsala na tabuli ☺.

Tento typ úloh bavil více žáky čtvrtého ročníku, pro druháky bylo těžké se tak dlouho soustředit.

6.1.1.5 Pracovní list *„Zápalky“*

Žákům jsem rozdala pracovní list plus hromádku dvaceti čtyř zápalek. Tím jsem upoutala jejich pozornost. Tato didaktická pomůcka způsobila vzrušení a poznámky typu „Paní učitelko, zápalky do rukou dětem nepatří ☺“.

Tento pracovní list rozvíjí geometrickou představivost a žáci se s prvním typem příkladu setkávají poměrně často. Přesto bylo pro všechny žáky druhého ročníku těžké spočítat všechny čtverce v obrazci.



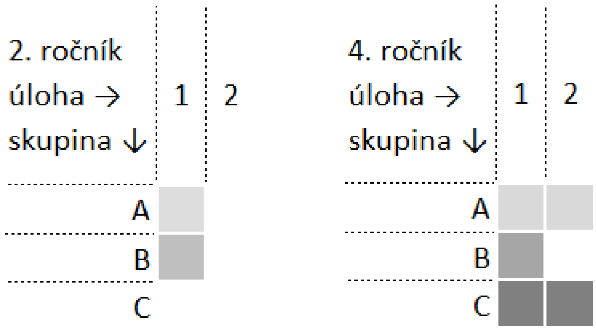
Tabulka č. 7: Úspěšnost žáků při řešení pracovního listu „Zápalky“

Všichni žáci vydrželi pracovat celou vyučovací hodinu (druháci si posledních deset minut tvořili své vlastní obrazce, ale i to je způsob badatelského uvažování). Možná, že to způsobila netradiční didaktická pomůcka, ale i tento druh úloh byl pro žáky obou ročníků podnětný a chtěli si ho zopakovat.

6.1.1.6 Pracovní list *„Stavby 1 a 2“*

Pracovní list Stavby je další příklad rozvíjení geometrických představ. Často pracujeme na webových stránkách matika.in a pro žáky to nebylo nic nového.

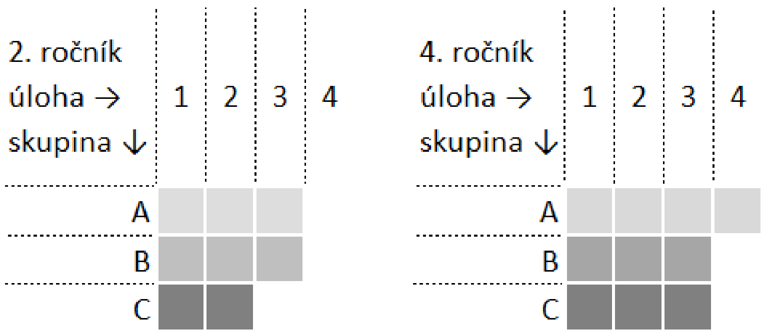
Stavby



Tabulka č. 8: Úspěšnost žáků při řešení pracovního listu „Stavby“

Je vidět, že pro žáky druhého ročníku je obtížné představit si stavbu v půdorysu a v pootočeném profilu, ale to je dáno psychickým vývojem. Žákům čtvrtého ročníku to nečinilo téměř žádný problém.

Stavby II



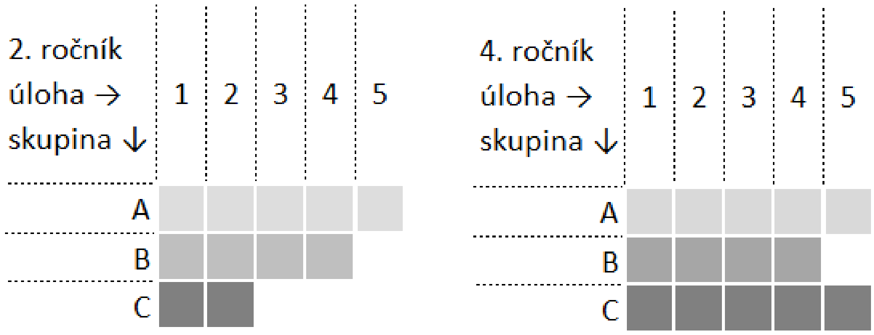
Tabulka č. 9: Úspěšnost žáků při řešení pracovního listu „Stavby II“

Stavby 2 byly předloženy s odstupem několika měsíců a výsledek předčil mé očekávání. Obě skupiny zvládly první tři příklady téměř bez zaváhání, je vidět progres v myšlení zejména žáků druhého ročníku.

6.1.1.7 Pracovní list *„Tangram“*

Pracovní list Tangram je další úlohou rozvíjející geometrickou představivost. Žáci se s tímto typem úloh již setkali v hodinách matematiky. Nemusela jsem doplnit po předložení pracovních listů žádný komentář.

Tangram



Tabulka č. 10: Úspěšnost žáků při řešení pracovního listu „Tangram“

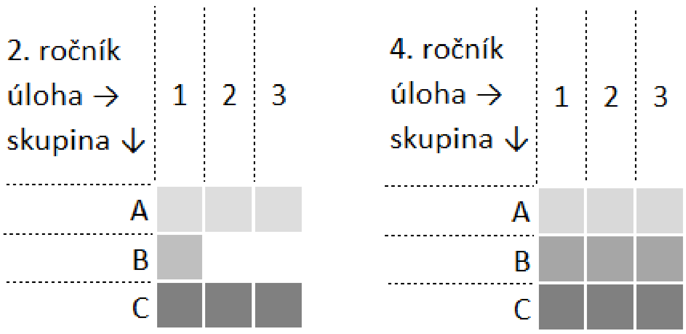
Žáci druhého i čtvrtého ročníku pracovali s radostí a pílí, tento typ hlavolamu je bavil (spolu s Hanojskou věží) asi nejvíce. Pracovali celou vyučovací hodinu a měli velmi dobrou úspěšnost řešení.

6.1.1.8 Pracovní list *„Terče“*

Tento pracovní list si vyžádal notně zhutnit komentář k úlohám. Žáci druhého ročníku mi nosili vyřešené listy během okamžiku, s nadšením, že to bylo „easy“. U první a druhé úlohy měli nastřílené čtyři náboje v terči 25 a v poslední úloze jeden náboj v terči 100. Musela jsem trpělivě vysvětlovat každé skupině zvlášť, že si musí pečlivě přečíst zadání a použít v jednom terči všech šest nábojů.

Čtvrtý ročník měl také problém se čtenářskou gramotností, ale stačilo jim to jednou pomalu přečíst a měli jasno.

Terče



Tabulka č. 11: Úspěšnost žáků při řešení pracovního listu „Terče“

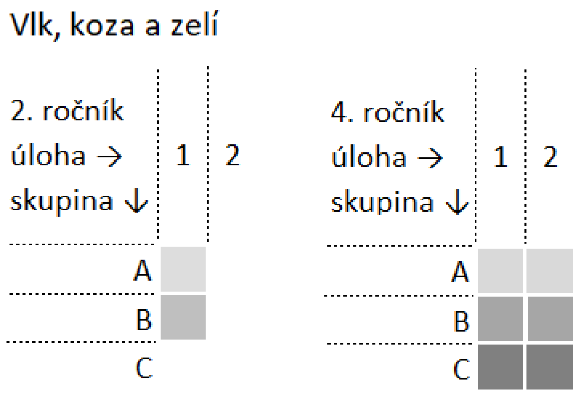
Jak se ukázalo, největším problémem tohoto typu úloh je žákovská čtenářská gramotnost, kdy si děti přečtou jen část zadání a „už všechno vědí“. Žákům druhého ročníku dělala největší problém druhá úloha, nemohli se dopočítat do sta.

6.1.1.9 Pracovní list *„Vlk koza a zelí“*

U této úlohy jsem si byla jistá, že bude žáky bavit. Opak byl pravdou. Žáci druhého ročníku měli opět problém s čtenářskou gramotností. Vyzbrojila jsem je figurkami převozníků, vlků, zelí a ovcí, lodička bylo pouzdro na psací potřeby.

Vysvětlila jsem jim, že v lodičce (pouzdru) může být pouze figurka převozníka a pouze jedna další figurka. Loďka může převážet obě figurky tam i zpět. Dvě skupiny žáků druhého ročníku byly schopné vyřešit úlohu č. 1 a žádná skupina nevyřešila úlohu č. 2. Úlohy většinu dětí nebavily, jeden žák se hádal, že to není úkol do matematiky (žák s poruchou čtení a psaní), ale do českého jazyka. Když jsem jim pak ukázala názorné řešení, sborově hlesli „aha“.

Žáci čtvrtého ročníku používali stejné figurky a pouzdro, ale nic jsem jim k zadání nemusela doplnit. Pracovali s mnohem větším nadšením, zřejmě i právě díky pomůckám. Práce je bavila a nečinila jim žádné potíže.



Tabulka č. 12: Úspěšnost žáků při řešení pracovního listu „Vlk, koza a zelí“

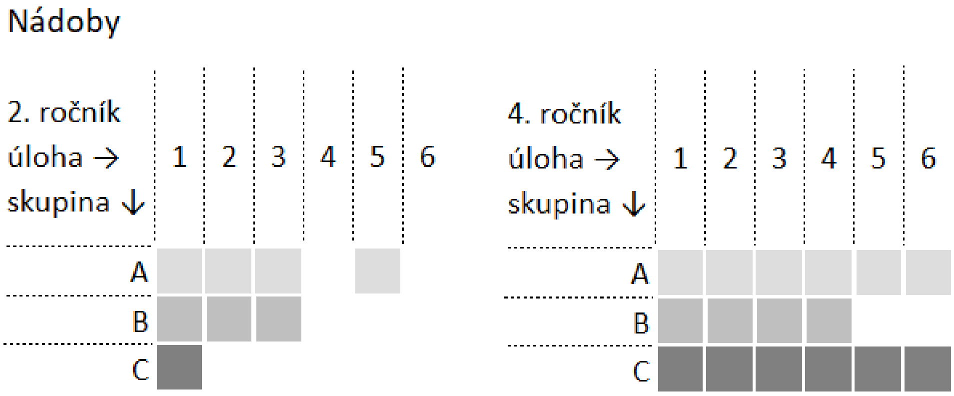
Obě skupiny žáků pracovaly pouze 25 minut (druhý ročník z důvodů výše popsaných, čtvrtý ročník měl hotovo).

U této úlohy doporučuji použít pro názornost pomůcky, jinak je úloha příliš abstraktní pro pochopení.

6.1.1.10 Pracovní list *„Nádoby“*

Pracovní list Nádoby patřil k těm obtížnějším na porozumění. Žáci 2. ročníku pracovali se dvěma nádobami (kelímky), jednou větší a jednou menší. Měli možnost vyzkoušet si zadané úkoly prakticky – přeléváním vody z kelímku do kelímku. První skupina zvládla úlohy výborně, skupina B si neporadila s polovinou úloh a skupina C úlohy, kromě první, nezvládla.

Žáci čtvrtého ročníku kelímky neměli, ale měli možnost zkoušet si úlohy s dřevěnými kostkami. Tuto didaktickou pomůcku používám ve výuce nejčastěji. Úlohy zvládli bez obtíží, jakmile přišli na řešení první z nich.



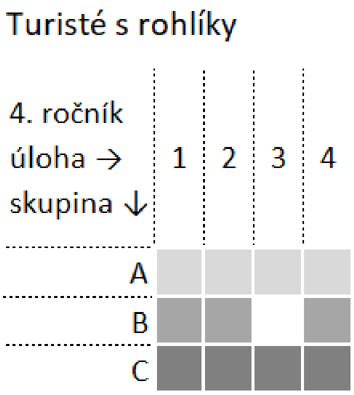
Tabulka č. 13: Úspěšnost žáků při řešení pracovního listu „Nádoby“

Tento typ úloh žáky také bavil, druhý ročník si pracovní list oblíbil díky možnosti práce s vodou. Čtvrtý ročník pracoval se zaujetím, ale tento typ úlohy nepatřil k nejoblíbenějším.

6.1.1.11 Pracovní list *„Turisté s rohlíky“*

Tento pracovní list jsem rozdala jen ve čtvrtém ročníku, protože jsme se učili novou látku – Přímá úměrnost.

Žáci práci zvládli bez větších obtíží, největší problém jim dělalo vytvoření hypotézy.



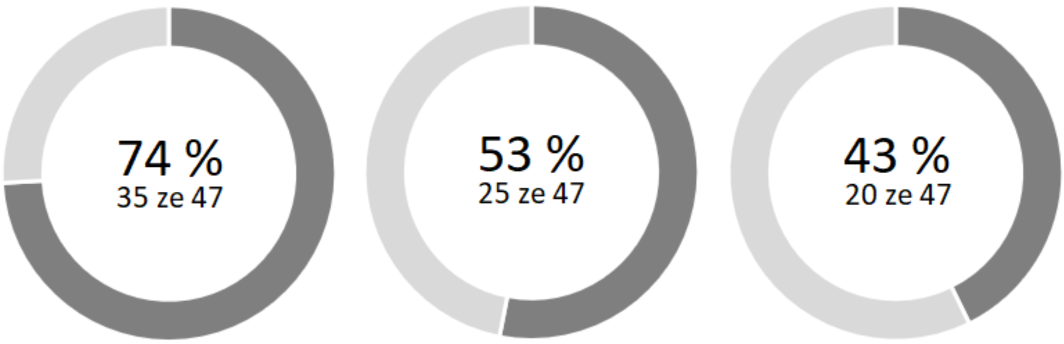
Tabulka č. 14: Úspěšnost žáků při řešení pracovního listu „Turisté s rohlíky“

Žáci pracovali jako obvykle, neměli problém se čtenářskou gramotností, v programu Geogebra jsme už pracovali, takže jsem jen některým musela připomenout, jak zadávat hodnoty v tabulce. Obecně se žákům líbí, když pracují s něčím novým a v tomto věku přijímají nové věci se zaujetím. Jeden žák s poruchami učení má dokonce mnohem lepší výsledky, když pracujeme elektronicky. Dokáže se více soustředit a má lepší výsledky.

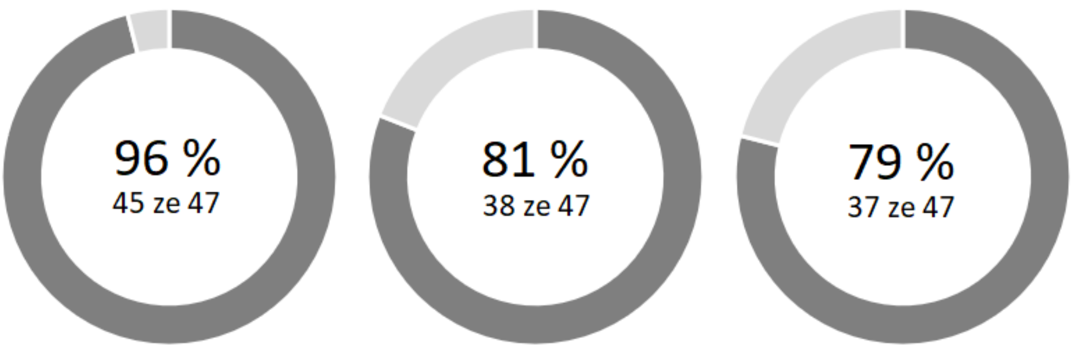
6.1.2 Úspěšnost při řešení všech úloh

Pracovní list „Turisté s rohlíky“ nebyl zahrnut do žádné z následujících procentuálních úspěšností pracovních listů, protože byl předložen pouze ve 4. ročníku (po probrání učiva o přímé úměrnosti).

Následuje přehled procentuální úspěšnosti jednotlivých skupin v rámci ročníků a procentuální úspěšnosti celých ročníků při řešení všech předložených úloh (všech pracovních listů).



Graf 1: Úspěšnost při řešení všech 47 úloh ve 2. ročníku; zleva skupiny A, B a C



Graf 2: Úspěšnost při řešení všech 47 úloh ve 4. ročníku; zleva skupiny A, B a C

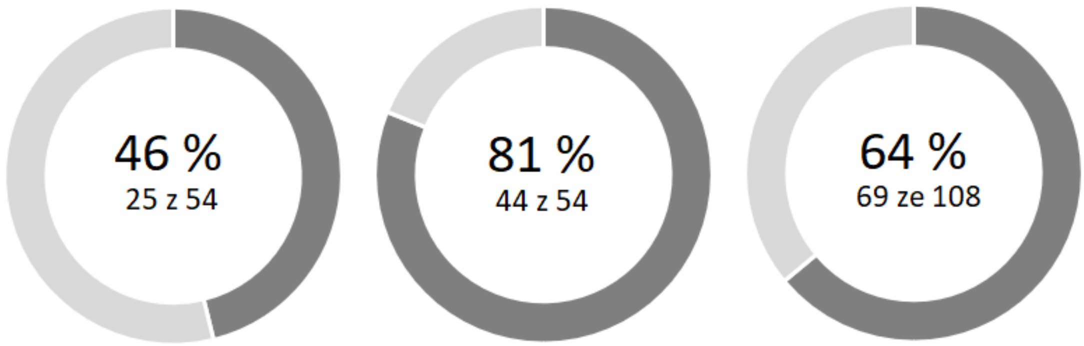
Žáci 4. ročníku byli, podle očekávání, úspěšnější než žáci 2. ročníku. Skupiny v rámci každého ročníku jsem písmeny A, B a C označila podle rychlosti, s jakou se dokázaly zformovat.

Nejchytřejší žáci třídy se spolu kamarádí a skupinu vytvořili jako první. O něco pomalejší, ale přece jen aktivní žáci se sešli ve skupině B. Zbývající žáci skončili ve skupině C.

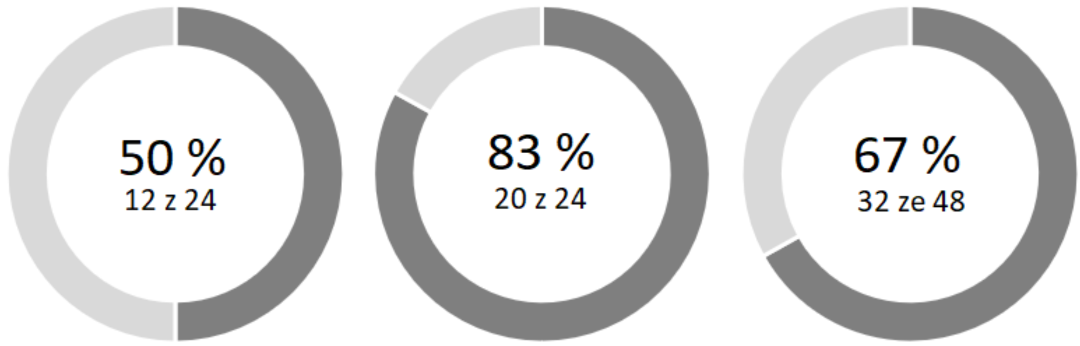
Zatímco v rámci skupin A a B jsem nezpozorovala sebemenší náznaky nespokojenosti s jejich složením, v obou skupinách C jsem na pár počátečních projevů nesouhlasu se členstvím toho či onoho žáka reagovat musela. Vzhledem ke zvolenému způsobu rozdělení do skupin, dopadly v rámci ročníků podle předpokladu také nejlépe skupiny A, pak B a poslední C (ač ve 4. ročníku byl rozdíl v úspěšnosti mezi skupinou B a C nejmenší možný – rozdíl jediné úlohy).

6.1.3 Úspěšnost při řešení jednotlivých typů úloh

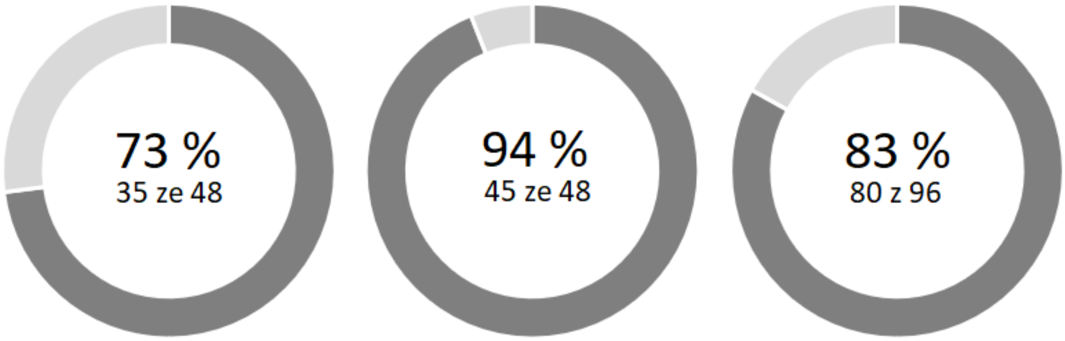
Poslední přehledy procentuální úspěšnosti jsem sestavila z hlediska jednotlivých typů badatelských úloh (vždy v rámci jednotlivých ročníků a obou ročníků dohromady).



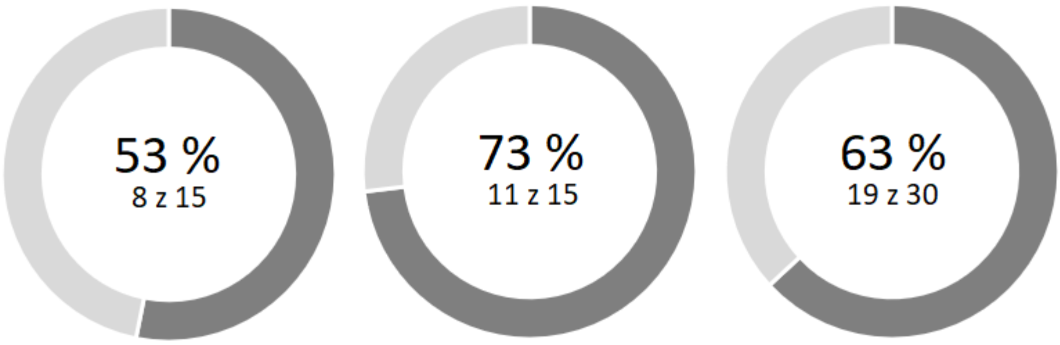
Graf 3: Úspěšnost při řešení všech jednoduchých informačně strohých badatelských úloh; zleva ve 2. ročníku, ve 4. ročníku a v obou dohromady



Graf 4: Úspěšnost při řešení všech složených badatelských úloh s dynamickým vstupem; zleva ve 2. ročníku, ve 4. ročníku a v obou dohromady



Graf 5: Úspěšnost při řešení všech složených badatelských úloh s dynamickým výstupem; zleva ve 2. ročníku, ve 4. ročníku a v obou dohromady



Graf 6: Úspěšnost při řešení všech hierarchicky složených badatelských úloh; zleva ve 2. ročníku, ve 4. ročníku a v obou dohromady

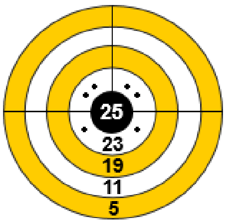
Z grafů 3 až 6 vyplývá, že nejúspěšněji řešili žáci (jak 2., tak 4. ročníku) složené badatelské úlohy s dynamickým výstupem. U druhého ročníku následují úlohy hierarchicky složené, zatímco u 4. ročníku s dynamickým vstupem. Bronzovou příčku obsadily ve 2. ročníku úlohy s dynamickým vstupem, kdežto ve čtvrtém ročníku jednoduché úlohy informačně strohé. Poslední místo ve druhém ročníku patří úlohám informačně strohým, ve čtvrtém ročníku hierarchicky složeným (procentuálně ovšem žáci 4. ročníku zde dosáhli stejné hodnoty jako žáci 2. ročníku na své zlaté příčce, tedy 73 %).

Nejmenší rozdíl (20 %) v úspěšnosti při řešení mezi žáky druhého a čtvrtého ročníku je u hierarchicky složených badatelských úloh. Největší rozdíl (35 %) byl u jednoduchých informačně strohých badatelských úloh (a to i přesto, že ve 2. ročníku jsem většinu z nich slovním komentářem převedla na úlohy informačně hutné; to znamená přesto, že jsem mladším žákům usnadnila hledání řešení).

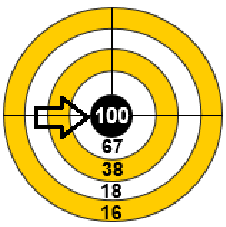
6.1.4 Výjimečná řešení úloh

Ačkoliv žáci řešili úlohy pracovních listů ve skupinách (převážně čtyřčlenných), shodli se občas na pozoruhodných závěrech. Vybrala jsem následující.

- 4. ročník, skupina C, pracovní list „Vlk, koza a zelí“, 1. úkol (Máš přes řeku převézt kozu a zelí. Loďka je však jen dvoumístná. Zapiš všechny nejjednodušší možnosti, jak to udělat. Kolik je možností?): „První převezu kozu, pak zelí a na břehu vezmu zelí do ruky a koza na to nedosáhne.“
- 2. ročník, skupina C, „Hrací kostka“, 9. úkol (Proč má vlastně hrací kostka zakulacené rohy – co myslíš?): „Aby se nekutálela.“
- 4. ročník, skupina B, „Turisté s rohlíky“, ve 3. úkolu (podotázka e) Co z toho vyvodíš za závěr?): „Že jsem se nic nenaučil.“ (Přitom podotázky a) až d) zodpovězeny správně.)
- 4. ročník, skupina B, „Turisté s rohlíky“, 4. úkol (Za jak dlouho se usuší 10 vypraných ručníků, pokud 1 ručník schne 1 hodinu? Bude počet ručníků přímo úměrný počtu hodin, po kterou ručníky schnou?): „~~10 ručníků schne 10 hodin~~. Ne, 1 hodinu.“
- 4. ročník, skupina A, „Turisté s rohlíky“ 4. úkol: „Jednu hodinu ☺“
- 2. ročník, skupina C, „Terče“, 2. úkol (Opět máš vzduchovku, 6 diabolek a (jiný) vyobrazený terč. Zase máš všemi diabolkami terč zasáhnout tak, aby součet bodů byl přesně 100.):

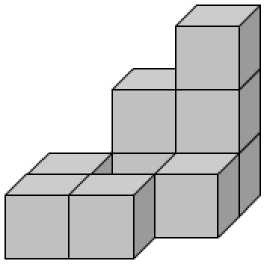


- 2. ročník, skupina B, „Terče“, 3. úkol (I v posledním úkolu máš vzduchovku, 6 diabolek a (poslední) vyobrazený terč. Všemi diabolkami znovu zasáhni terč tak, aby součet bodů byl přesně 100):



100 + 0 = 100

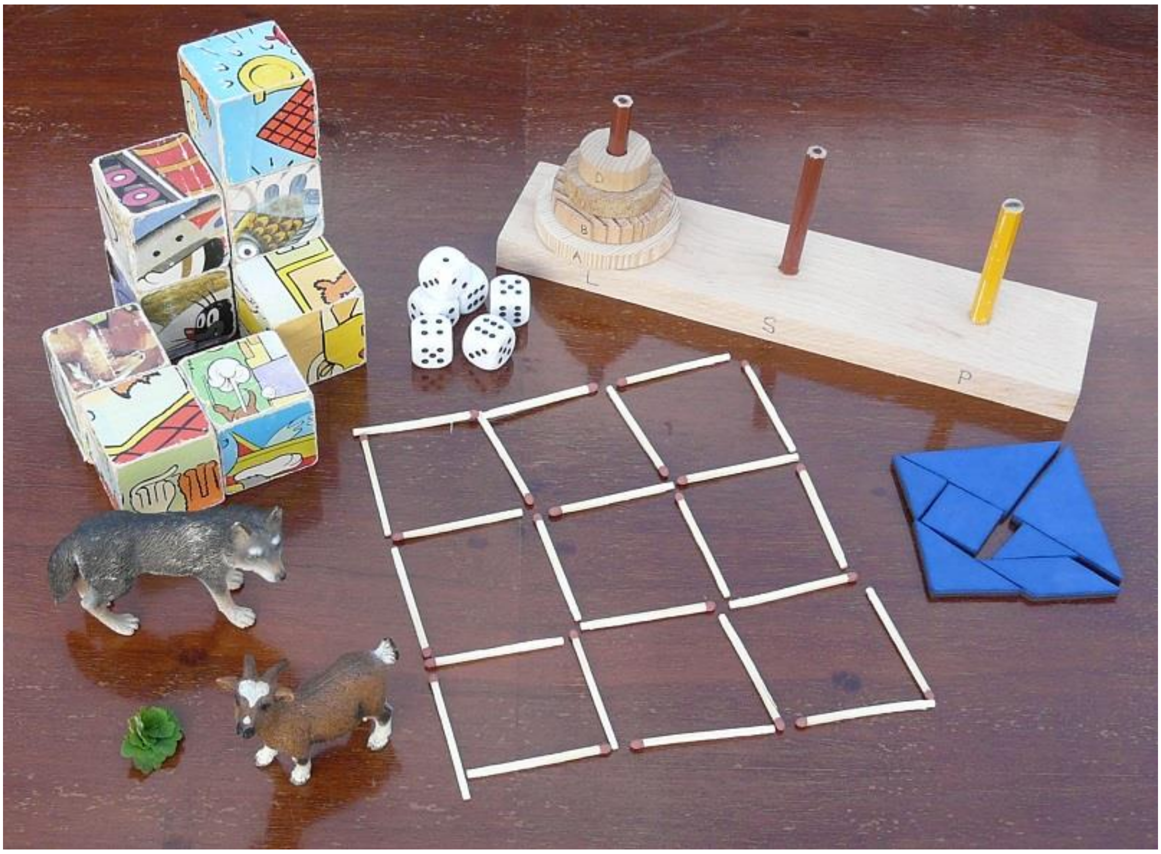
- 2. ročník, skupina A, „Stavby“ v 1. úkolu (Pod první stavbou z kostek je narýsován její půdorys. Dokážeš narýsovat (či načrtnout) půdorysy všem ostatním stavbám?):



	2	3
1	DÍRA	1
1	1	

Vyučovací hodinu poté, ve které žáci vyplnili poslední z jim předkládaných pracovních listů, jsme si všechny pracovní listy připomenuli a požádala jsem žáky, aby označili ty, které je bavily nejvíce.

V obou ročnících byly nejoblíbenější pracovní listy s pomůckami: zejména „Hanojská věž“, „Zápalky“, „Stavby“, „Stavby 2“, „Tangram“, méně „Vlk, koza a zelí“ a „Hrací kostka“.



Obrázek č. 7: Ukázka pomůcek, použitých při řešení pracovních listů

7 Pracovní listy a jejich řešení

Následují pracovní listy – každý v podobě, v jaké byl předložen žákům a hned za ním stejný pracovní list se vzorově vyřešenými úlohami.

K jednotlivým pracovním listům je vhodné přiložit cvičný sešit či papíry ke kontrolním nebo zkušebním zápisům.

Doporučuji nechat žákům tolik času, kolik potřebují, maximálně však jednu vyučovací hodinu (45 minut). Striktní vymezení kratší časové délky by mohlo vést k chybovosti a stresu dětí, že to nestihnou dokončit. Delší čas je nevhodný z důvodu nesoustředěnosti a potřeby odpočinku u mladších žáků.

Předkládala jsem pracovní listy jako skupinovou práci, ale jsem si vědoma, že to není jediný možný, pro jisté žáky ani nejvhodnější, způsob. Někteří žáci totiž nejsou schopni aktivně a efektivně pracovat ve skupině, jsou produktivnější při práci samostatné, případně při práci v páru (se spolužákem v lavici). Je na učiteli, aby tyto žáky rozpoznal a zvážil, zda alespoň občas tuto skutečnost nezohlednit při předkládání pracovních listů.

Rovněž formulace zadání pracovních listů není jediná možná – a nejedná se zde pouze o volbu mezi badatelskou úlohou informačně strohou a hustou (případně o volbu mezi badatelskou úlohou jednoduchou a složenou s dynamickým vstupem). Může se lišit v každém ročníku podle věku dětí, podle charakteru práce s žáky, podle zkušeností žáků a jejich rychlosti učení, viz praktická část diplomové práce. Například zadání pracovního listu Vlk, koza a zelí je srozumitelné i nejmladším žákům, ale pro starší žáky bychom si mohli dovolit jistou abstrakci: místo zvířat a zeleniny objekty A, B a C, místo řeky obousměrný přenosový kanál a místo loďky s převozníkem dvoumístný přenosový paket z filmu Star Trek.

Důležité je pracovat s didaktickými pomůckami. Na prvním stupni základní školy má převažovat názornost a z vlastní zkušenosti vím, že třeba s kostkami (než bez nich) je práce kvalitnější, úspěšnější a zábavnější i v pátém ročníku.

Ke zkušenostem, které jsem v rámci této diplomové práce získala, patří i ta následující: Pokud ve třídě klesá soustředěnost a stoupá hlučnost, je lepší řešení pracovního listu ukončit, i když ještě není vše hotovo. Je totiž téměř jisté, že žáci by k dořešení úloh nedospěli ani po dalších deseti minutách. Až si na badatelsky orientovanou výuku žáci zvyknou, bude práce jistě klidnější a soustředěnější.

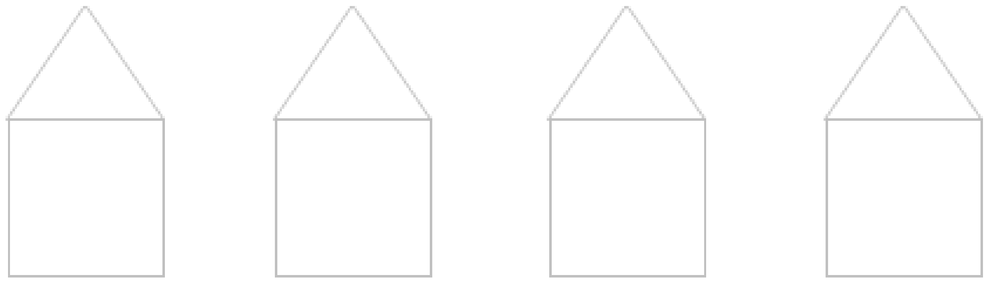
Jedním tahem

PRACOVNÍ LISTY, MATEMATIKA, 1. STUPEŇ ZŠ

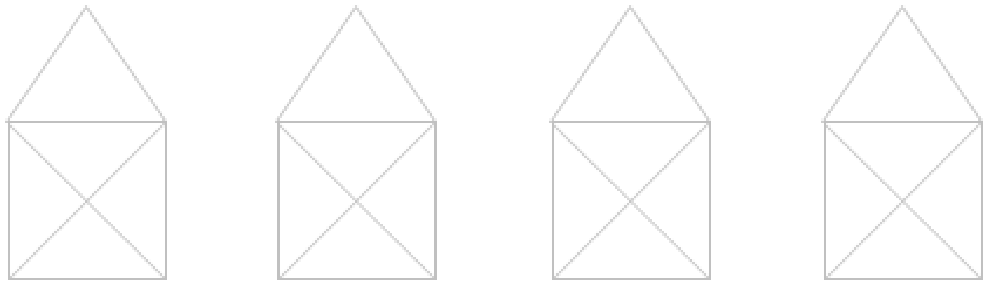
Zdroj obrazců: Josef Strouhal, Hádej, hádej, hadači, ISBN 978-80-00-05425-4

Ve všech úkolech jsou takzvané jednotažky, neboli obrazce, které lze nakreslit (obtáhnout) jediným tahem. V každém úkolu máš 4 pokusy.

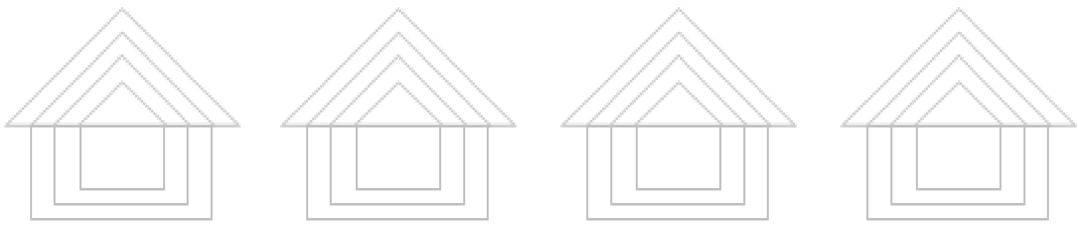
❶



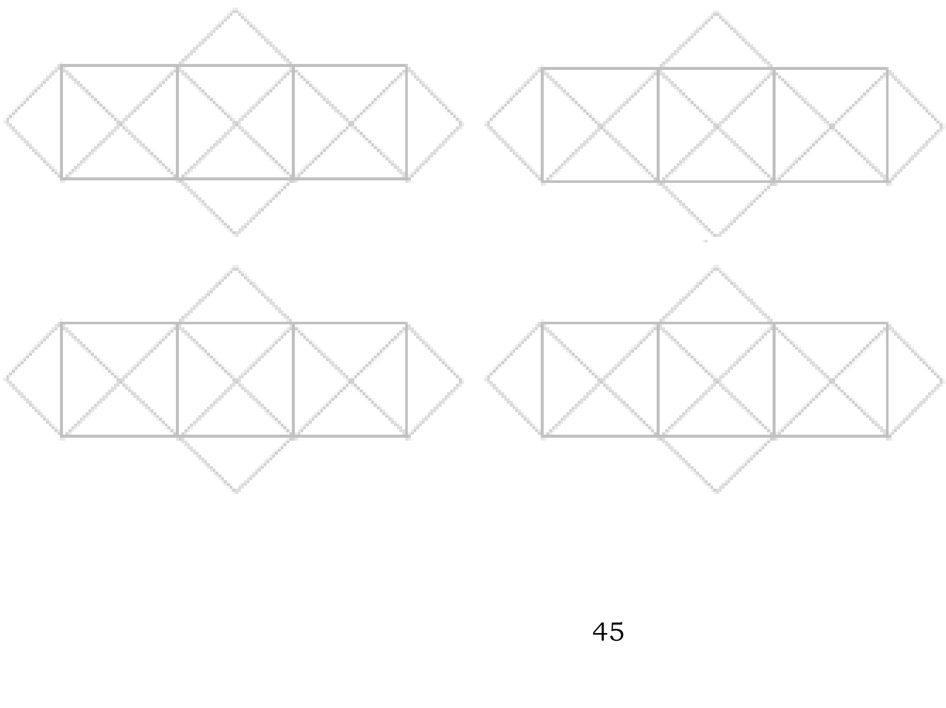
❷



❸



❹



Jedním tahem

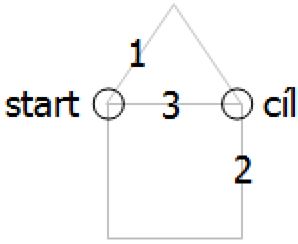
PRACOVNÍ LISTY, MATEMATIKA, 1. STUPEŇ ZŠ

Zdroj obrazců: Josef Strouhal, Hádej, hádej, hadači, ISBN 978-80-00-05425-4

Ve všech úkolech jsou takzvané jednotažky, neboli obrazce, které lze nakreslit (obtáhnout) jediným tahem. V každém úkolu máš 4 pokusy.

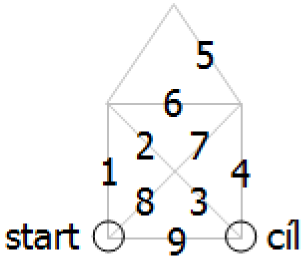
❶

Jedno z vícero řešení:



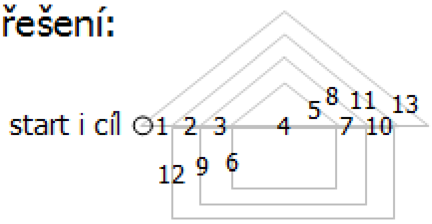
❷

Jedno z vícero řešení:



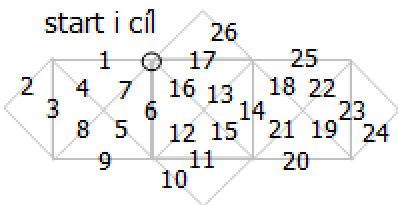
❸

Jedno z vícero řešení:



❹

Jedno z vícero řešení:

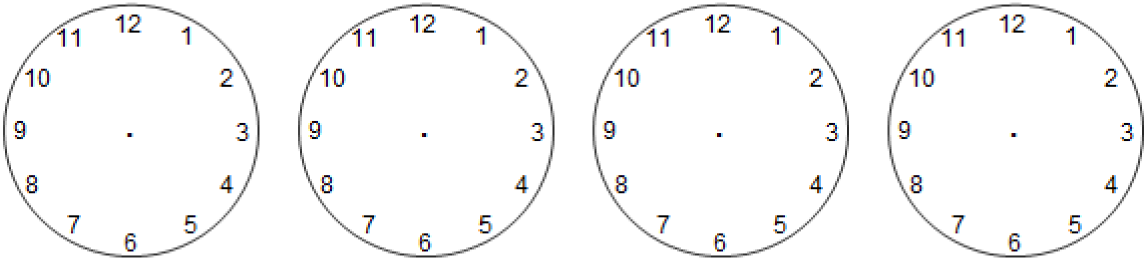


Ciferník

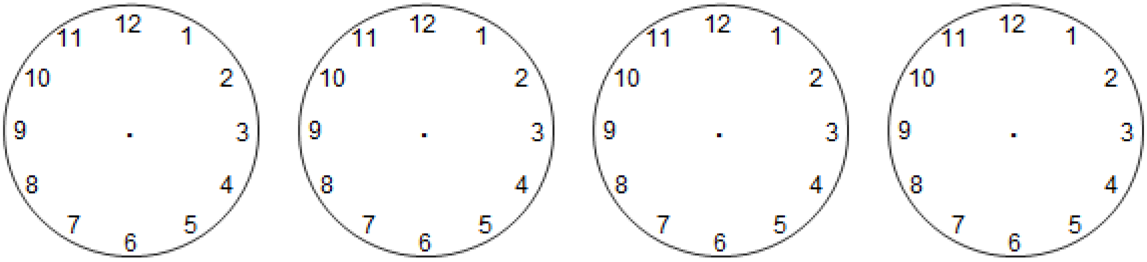
Zdroj úkolů: Josef Strouhal, Hádej, hádej, hadači, ISBN 978-80-00-05425-4

Ciferník hodin máš ve všech následujících úkolech rozdělit na daný počet dílů. V každém úkolu můžeš využít až 4 pokusy.

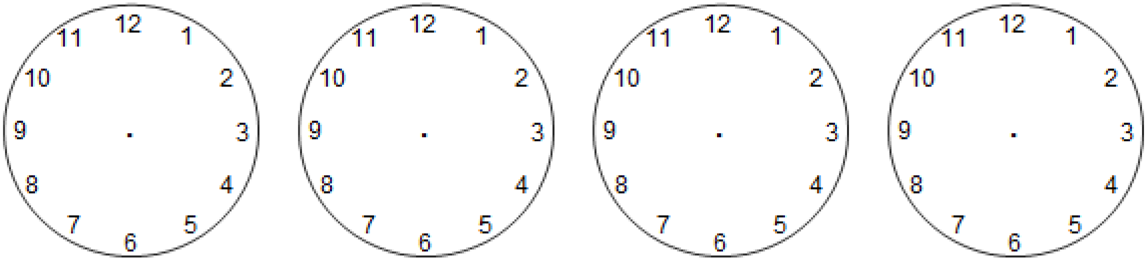
❶ Nejprve rozděl ciferník na dva díly tak, aby součet čísel byl v obou dílech stejný:



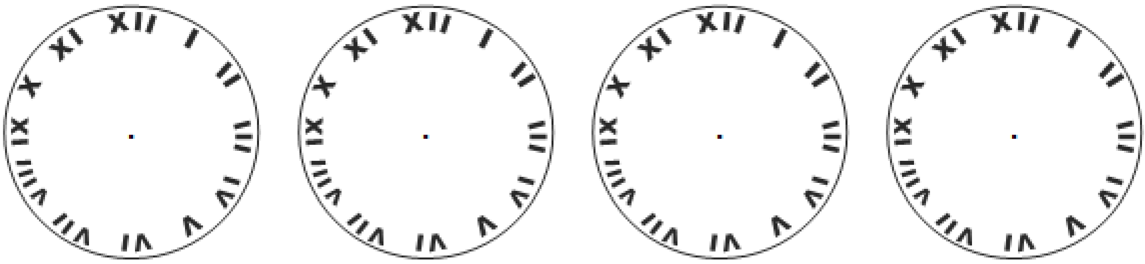
❷ Nyní ciferník rozděl na 3 díly, aby součty v jednotlivých dílech byly stejné (nápověda: tvary dílů stejné nebudou):



❸ Nakonec zkus ciferník rozdělit na 6 dílů. I zde budou součty stejné, ale tvary různé:



❹ Umíš-li římské číslice, zkus ciferník rozdělit na 4 díly stejných součtů:

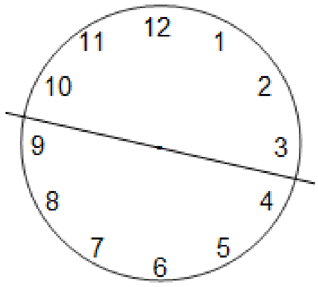


Ciferník

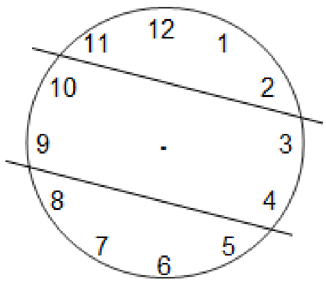
Zdroj úkolů: Josef Strouhal, Hádej, hádej, hadači, ISBN 978-80-00-05425-4

Ciferník hodin máš ve všech následujících úkolech rozdělit na daný počet dílů. V každém úkolu můžeš využít až 4 pokusy.

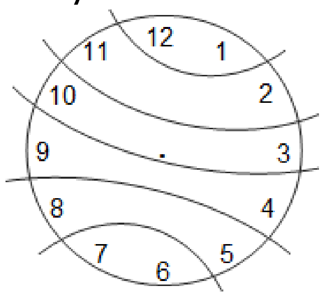
❶ Nejprve rozděl ciferník na dva díly tak, aby součet čísel byl v obou dílech stejný:



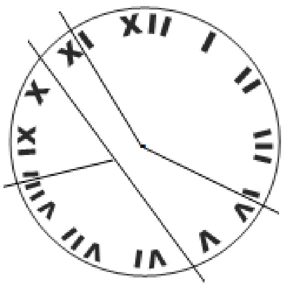
❷ Nyní ciferník rozděl na 3 díly, aby součty v jednotlivých dílech byly stejné (nápověda: tvary dílů stejné nebudou):



❸ Nakonec zkus ciferník rozdělit na 6 dílů. I zde budou součty stejné, ale tvary různé:



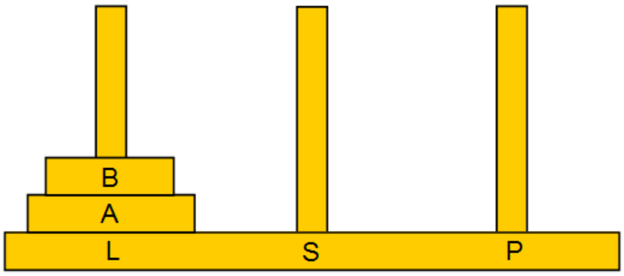
❹ Umíš-li římské číslice, zkus ciferník rozdělit na 4 díly stejných součtů:



Hanojská věž

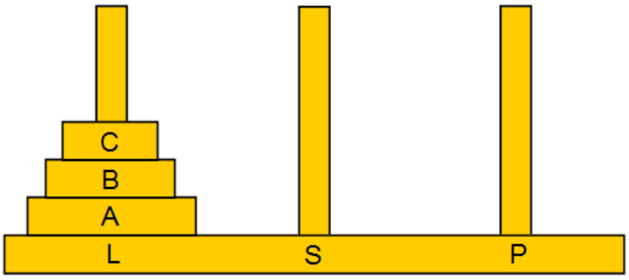
PRACOVNÍ LISTY, MATEMATIKA, 1. STUPEŇ ZŠ

Zdroj hlavolamu: https://cs.wikipedia.org/wiki/Hanojsk%C3%A9_v%C4%9B%C5%BEe

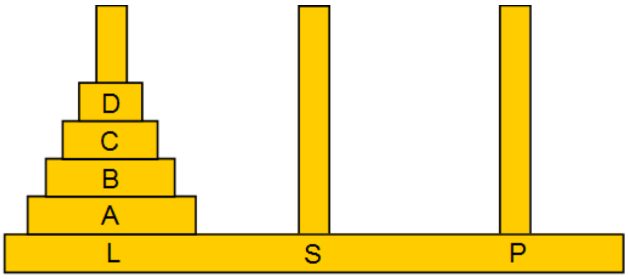


❶ Na kolíku L (L jako levý) jsou navlečeny kroužky A a B (viz obrázek). Tvým úkolem je dostat oba kroužky na kolík P (P jako pravý). Musíš ale dodržovat dvě zásady: Přesouvat můžeš vždy jen jeden kroužek (vysuneš z jednoho kolíku a nasuneš na jiný) a nesmíš nasunout větší kroužek na menší (B na A). Při přesunech smíš využívat i kolík S (S jako střední). Až úkol vyřešíš, jednotlivé tahy zapiš (s využitím písmen a šipek →):

❷ Vše z předchozího úkolu platí, jenom kroužky jsou tři. Jakmile nalezneš nejkratší řešení, zapiš tahy:



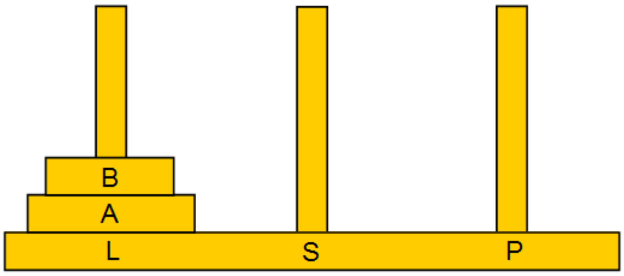
❸ V posledním úkolu jsou kroužky čtyři. Tvé tahy:



Hanojská věž

Zdroj hlavolamu: https://cs.wikipedia.org/wiki/Hanojsk%C3%A9_v%C4%9B%C5%BEe

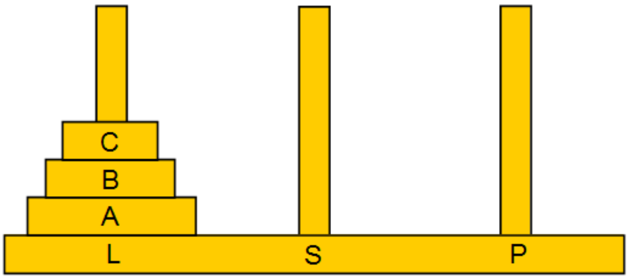
❶ Na kolíku L (L jako levý) jsou navlečeny kroužky A a B (viz obrázek).



Tvým úkolem je dostat oba kroužky na kolík P (P jako pravý). Musíš ale dodržovat dvě zásady: Přesouvat můžeš vždy jen jeden kroužek (vysuneš z jednoho kolíku a nasuneš na jiný) a nesmíš nasunout větší kroužek na menší (B na A). Při přesunech smíš využívat i kolík S (S jako střední). Až úkol vyřešíš, jednotlivé tahy zapiš (s využitím písmen a šipek →):

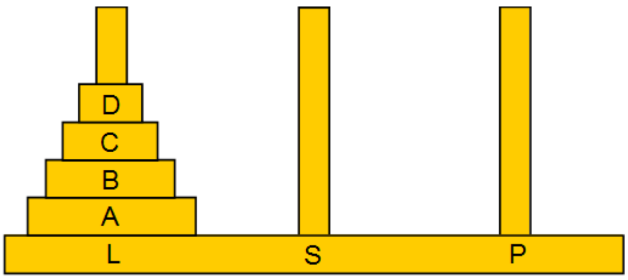
B→S, A→P, B→P

❷ Vše z předchozího úkolu platí, jenom kroužky jsou tři. Jakmile nalezneš nejkratší řešení, zapiš tahy:



C→P, B→S, C→S, A→P, C→L, B→P, C→P

❸ V posledním úkolu jsou kroužky čtyři. Tvé tahy:



D→S, C→P, D→P, B→S, D→L, C→S, D→S, A→P, D→P, C→L, D→L, B→P, D→S, C→P, D→P

Hrací kostka

Zdroj úkolů: archiv autorky

❶ Vypiš s využitím arabských číslic počty teček na stěnách kostky a to vzestupně (čili od nejmenšího po největší):

❷ Znáš-li i římské číslice, přepiš jimi čísla z předchozí řady (neznáš-li, nevadí, pokračuj třetím úkolem):

❸ Teď tu řadu z prvního úkolu zapiš sestupně (neboli od největšího po nejmenší):

❹ Z právě sestavené sestupné řady první dvě čísla sečti, od jejich součtu odečti třetí číslo řady, k rozdílu další číslo v pořadí zase přičti, následující odečti a poslední přičti:

❺ Nyní jako v předchozím úkolu střídej + a –, ale začni odčítáním:

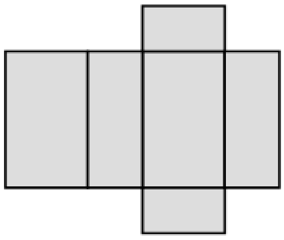
❻ Vypiš všechny dvojice (páry) čísel na protilehlých stěnách kostky:

❼ A teď vypiš všechny dvojice čísel sousedních stěn kostky:

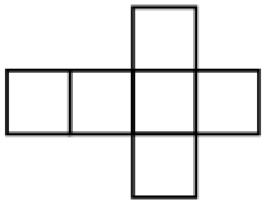
❽ Vrať se k šestému úkolu – napadá Tě něco při pohledu na ty dvojice čísel protilehlých stěn? Jestli ano, co?

❾ Proč má vlastně hrací kostka zakulacené rohy – co myslíš?

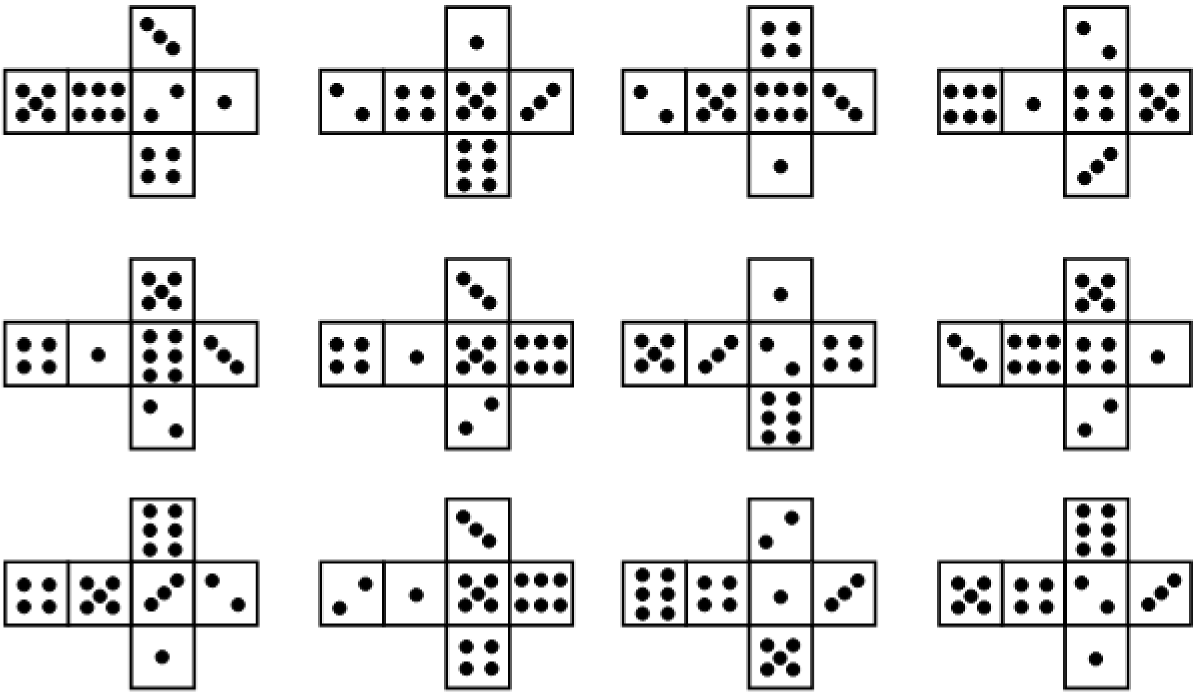
❿ Když rozlepíš papírovou krabičku od čaje v sáčcích, aby se mohla dát do sběru, vypadá nějak takhle:
(Říkáme tomu síť tělesa, zde síť kvádru.)



Kdyby naše hrací kostka byla taky z papíru (a taky s ostrými rohy), šla by rozložit úplně stejně (na síť krychle):



Přidáme tečky. Ale ne vždy správně. Vybarvi světlou pastelkou jen ty rozložené kostky, které jsou správně:



Hrací kostka

Zdroj úkolů: archiv autorky

❶ Vypiš s využitím arabských číslic počty teček na stěnách kostky a to vzestupně (čili od nejmenšího po největší):

1, 2, 3, 4, 5, 6

❷ Znáš-li i římské číslice, přepiš jimi čísla z předchozí řady (neznáš-li, nevadí, pokračuj třetím úkolem):

I, II, III, IV, V, VI

❸ Teď tu řadu z prvního úkolu zapiš sestupně (neboli od největšího po nejmenší):

6, 5, 4, 3, 2, 1

❹ Z právě sestavené sestupné řady první dvě čísla sečti, od jejich součtu odečti třetí číslo řady, k rozdílu další číslo v pořadí zase přičti, následující odečti a poslední přičti:

$6 + 5 - 4 + 3 - 2 + 1 = 9$

❺ Nyní jako v předchozím úkolu střídej + a –, ale začni odčítáním:

$6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1 = 3$

❻ Vypiš všechny dvojice (páry) čísel na protilehlých stěnách kostky:

1 a 6, 2 a 5, 3 a 4

❼ A teď vypiš všechny dvojice čísel sousedních stěn kostky:

1 a 2, 1 a 3, 1 a 4, 1 a 5, 2 a 3, 2 a 4, 2 a 6, 3 a 5, 3 a 6, 4 a 5, 4 a 6, 5 a 6

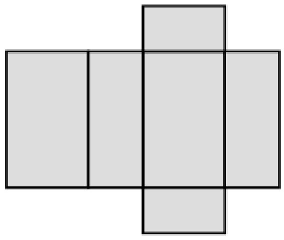
❽ Vrať se k šestému úkolu – napadá Tě něco při pohledu na ty dvojice čísel protilehlých stěn? Jestli ano, co?

Součet čísel v každé z dvojic je roven sedmi.

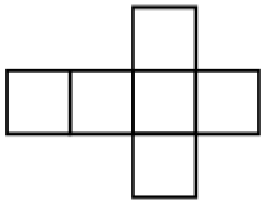
❾ Proč má vlastně hrací kostka zakulacené rohy – co myslíš?

Zakulacené rohy usnadňují její otáčení se při vrhu na stůl.

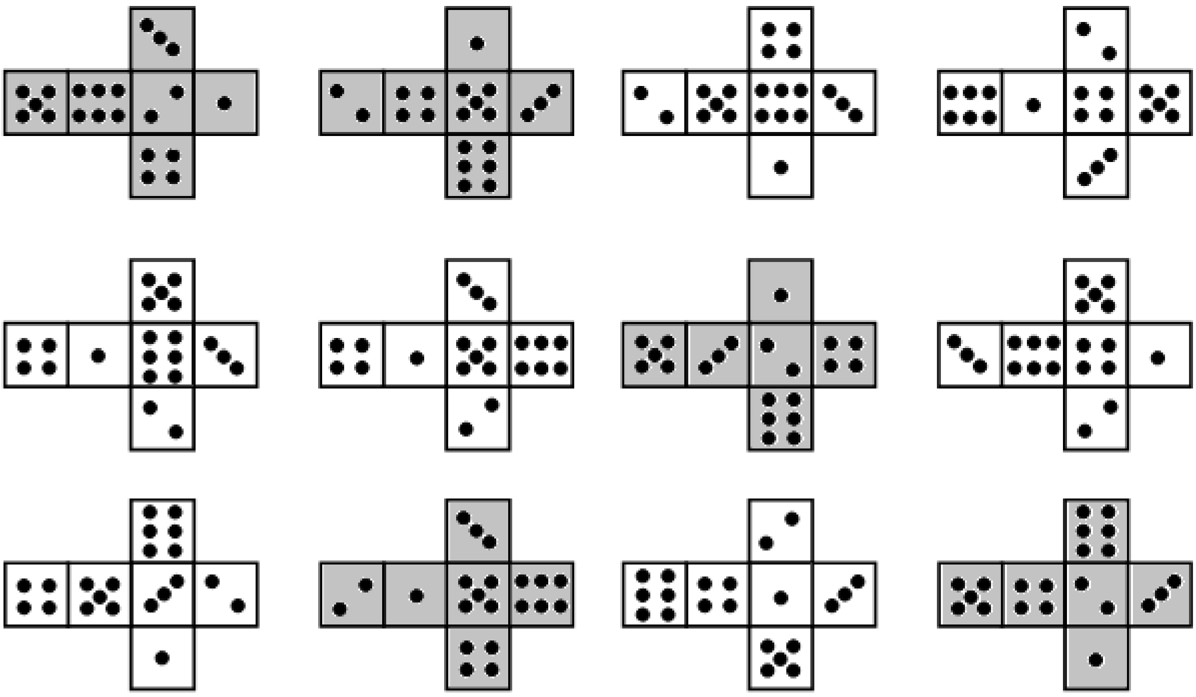
❿ Když rozlepíš papírovou krabičku od čaje v sáčcích, aby se mohla dát do sběru, vypadá nějak takhle: (Říkáme tomu síť tělesa, zde síť kvádru.)



Kdyby naše hrací kostka byla taky z papíru (a taky s ostrými rohy), šla by rozložit úplně stejně (na síť krychle):



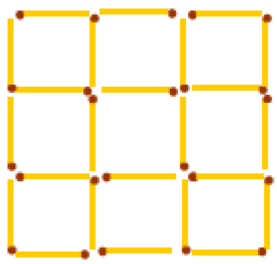
Přidáme tečky. Ale ne vždy správně. Vybarvi světlou pastelkou jen ty rozložené kostky, které jsou správně:



Zápalky

Zdroj úkolů: Josef Strouhal, Hádej, hádej, hadači, ISBN 978-80-00-05425-4

❶ Seskládej sirky podle obrázku vpravo.



Kolik různých velikostí čtverců vidíš?

A jaký je počet všech čtverců (všech velikostí) dohromady?

❷ Máš přesně 4 sirky odebrat tak, aby zůstalo pouze 5 nejmenších čtverců (neboli jen 5 čtverců nejmenší velikosti). Výsledek zakresli:

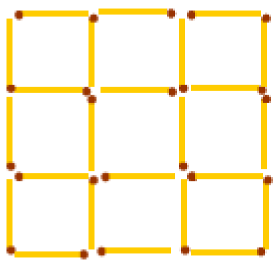
❸ Odebrané sirky vrať na svá místa. Nyní odeber zase 4 sirky, ale tentokrát tak, aby zbylo 6 (různě velkých) čtverců. Výsledek opět zakresli:

❹ Znovu vrať odebrané sirky na původní místa. Nakonec máš odebrat přesně 6 sirek, tentokrát tak, aby zůstaly 3 čtverce, každý jiné velikosti. Výsledek zakresli:

Zápalky

Zdroj úkolů: Josef Strouhal, Hádej, hádej, hadači, ISBN 978-80-00-05425-4 ❶

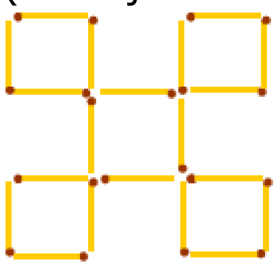
Seskládej sirky podle obrázku vpravo.



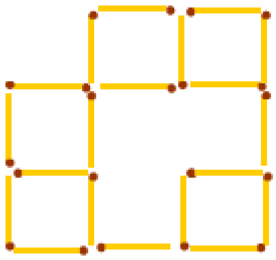
Kolik různých velikostí čtverců vidíš? *3*

A jaký je počet všech čtverců (všech velikostí) dohromady? *14*

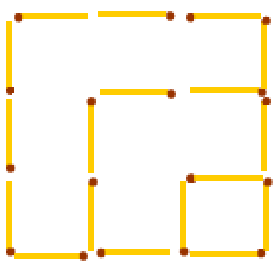
❷ Máš přesně 4 sirky odebrat tak, aby zůstalo pouze 5 nejmenších čtverců (neboli jen 5 čtverců nejmenší velikosti). Výsledek zakresli:



❸ Odebrané sirky vrať na svá místa. Nyní odeber zase 4 sirky, ale tentokrát tak, aby zbylo 6 (různě velkých) čtverců. Výsledek opět zakresli:



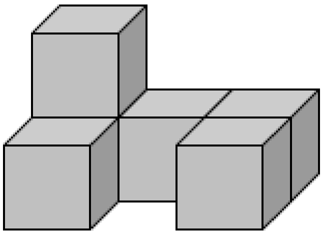
❹ Znovu vrať odebrané sirky na původní místa. Nakonec máš odebrat přesně 6 sirek, tentokrát tak, aby zůstaly 3 čtverce, každý jiné velikosti. Výsledek zakresli:

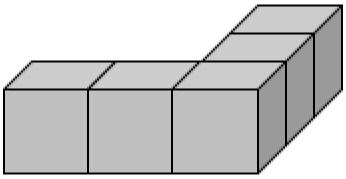


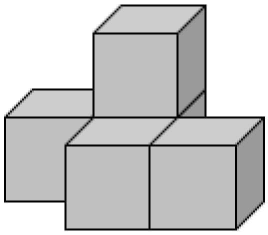
Stavby

Zdroj nápadu: https://www.matika.in/cs/

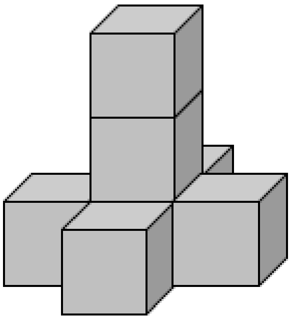
❶ Pod první stavbou z kostek je narýsován její půdorys. Dokážeš narýsovat (či načrtnout) půdorysy všem ostatním stavbám?

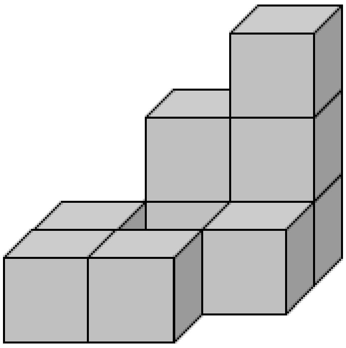


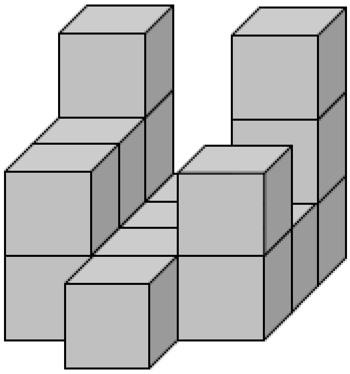




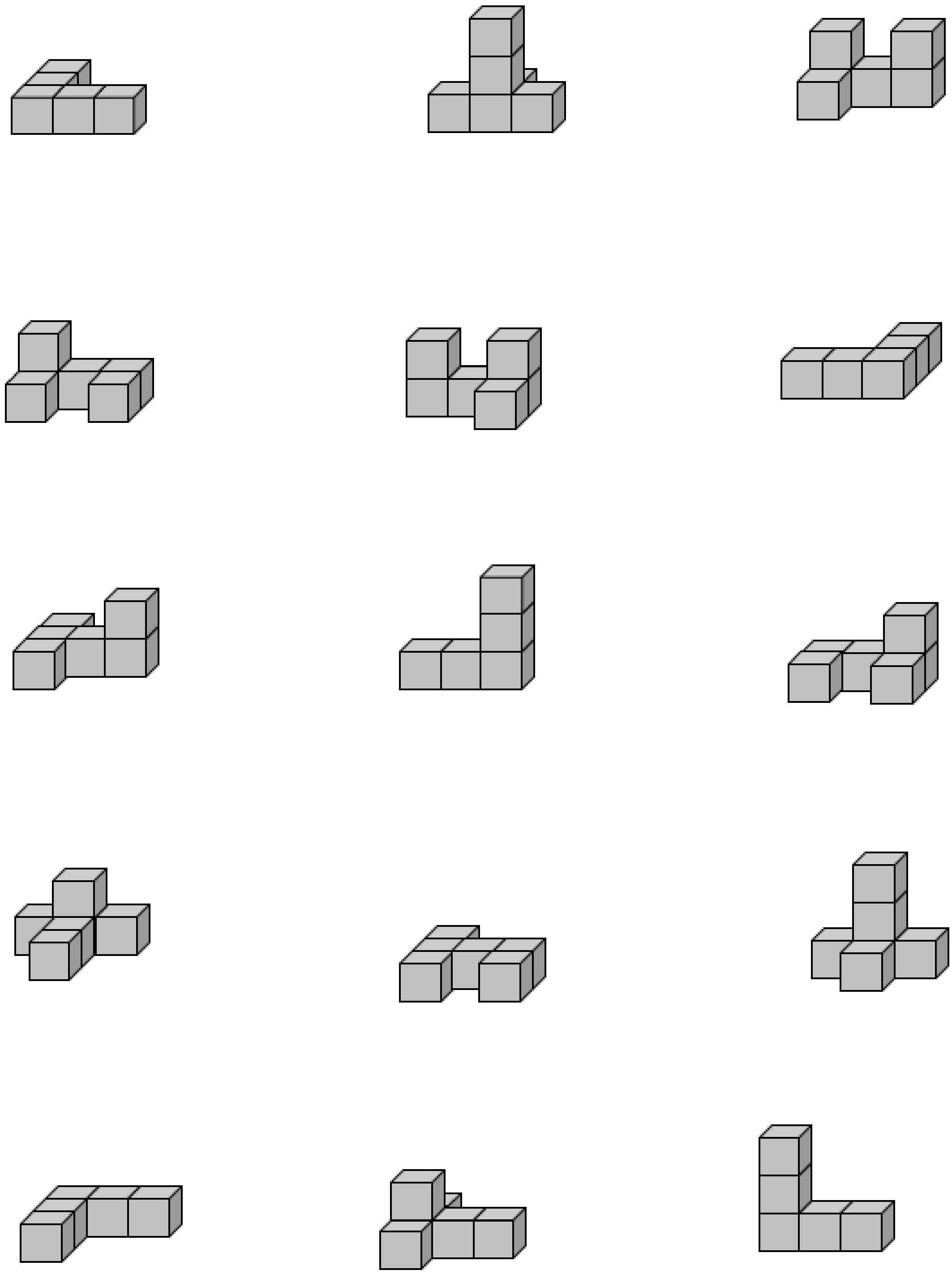
2	1	1
1		1





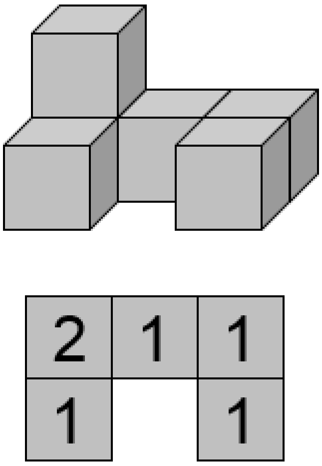


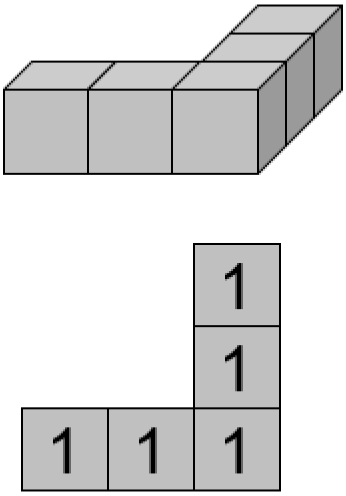
❷ Některé ze staveb na této stránce jsou stejné (pouze pootočené, či položené na bok, případně převrácené vzhůru nohama). Zakroužkuj vždy jednou pastelkou (= stejnou barvou) stejné stavby.

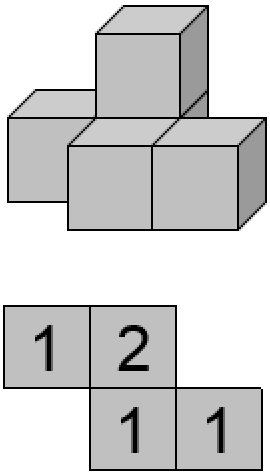


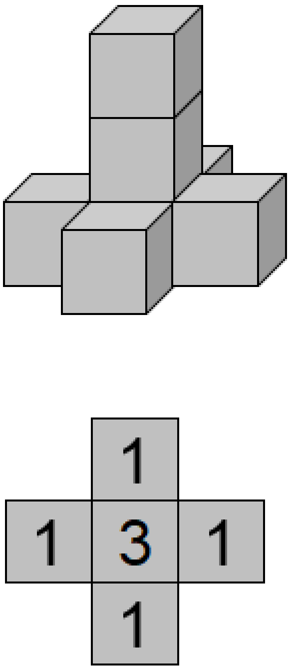
Zdroj nápadu: https://www.matika.in/cs/

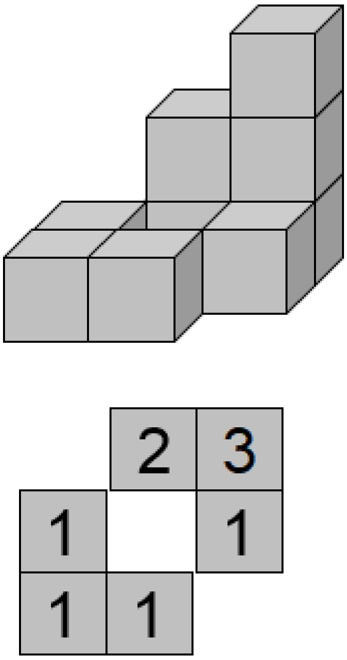
❶ Pod první stavbou z kostek je narýsován její půdorys. Dokážeš narýsovat (či načrtnout) půdorysy všem ostatním stavbám?

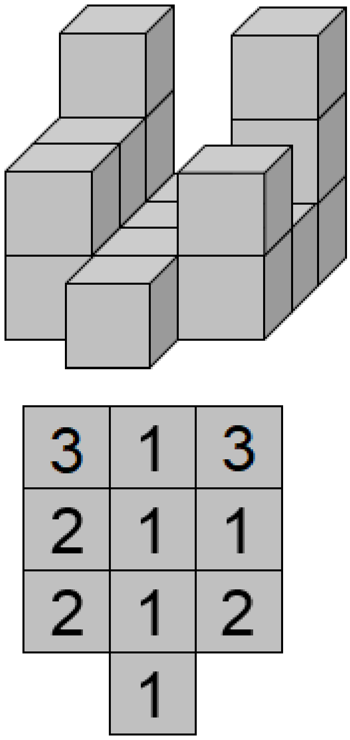




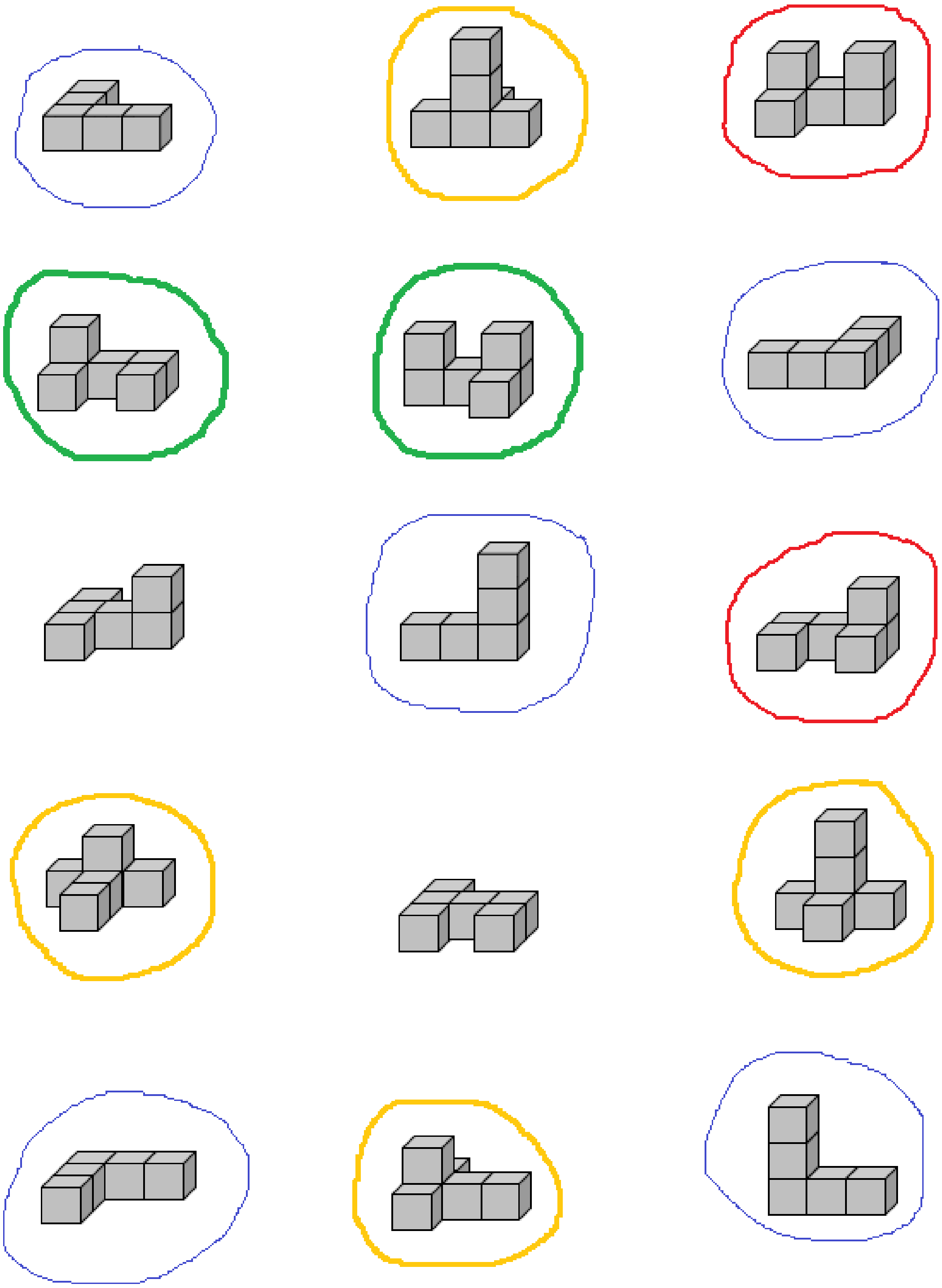








❷ Některé ze staveb na této stránce jsou stejné (pouze pootočené, či položené na bok, případně převrácené vzhůru nohama). Zakroužkuj vždy jednou pastelkou (= stejnou barvou) stejné stavby.



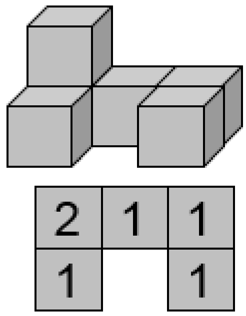
Stavby 2

Zdroj nápadu: https://www.matika.in/cs/

Na obrázku je stavba ze šesti kostek (a pod ní je narýsován její půdorys).

Je to jen jedna z mnoha staveb, které lze ze šesti kostek postavit.

(Ve stavbě se každá kostka dotýká nejméně s jednou jinou kostkou, a to celou stěnou.)



❶ Vezmi si nejprve jednu jedinou kostku a zakresli její všechny možné půdorysy:

❷ Nyní vezmi dvě kostky a zakresli půdorysy všech staveb, jaké je možné ze dvou kostek postavit:

❸ Totéž teď proveď se třemi kostkami:

❹ A nakonec se čtyřmi:

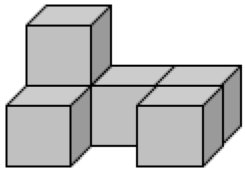
Stavby 2

Zdroj nápadu: https://www.matika.in/cs/

Na obrázku je stavba ze šesti kostek (a pod ní je narýsován její půdorys).

Je to jen jedna z mnoha staveb, které lze ze šesti kostek postavit.

(Ve stavbě se každá kostka dotýká nejméně s jednou jinou kostkou, a to celou stěnou.)



2	1	1
1		1

❶ Vezmi si nejprve jednu jedinou kostku a zakresli její všechny možné půdorysy:

1

❷ Nyní vezmi dvě kostky a zakresli půdorysy všech staveb, jaké je možné ze dvou kostek postavit:

1	1

2

❸ Totéž teď proveď se třemi kostkami:

1	1	1

1	1
1	

2	1

3

❹ A nakonec se čtyřmi:

1	1	1	1

1	1	1
1		

1	1	1
	1	

1	1	
	1	1

1	1
1	1

1	2	1

2	1	1

2	1
1	

3	1

2	1
	1

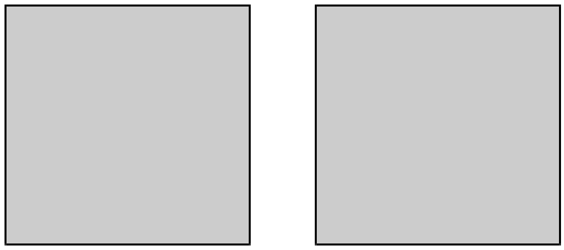
2	2

4

Tangram

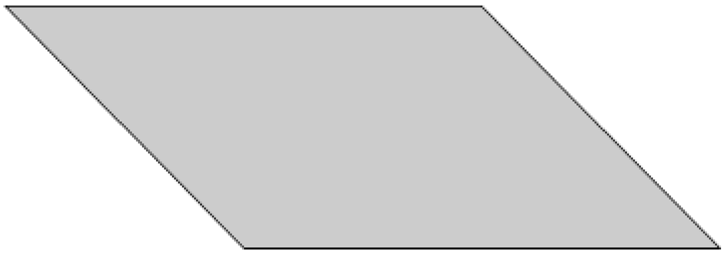
Zdroj obrazců: Lech Pijanowski, Wojciech Pijanowski, Encyklopedie světových her, ISBN 978-80-2422225-7

❶ Nejprve slož 2 stejné čtverce. Hranice mezi jednotlivými dílky zakresli. Povede-li se ti to, tak další tři úkoly (❷, ❸ a ❹) budou snadné.

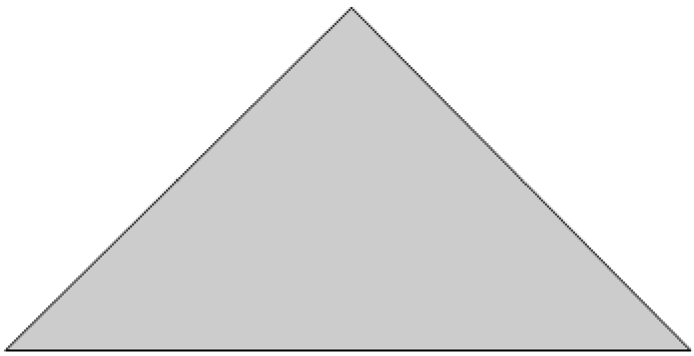


❷ Dále do vymezené plochy sestav a zakresli obdélník:

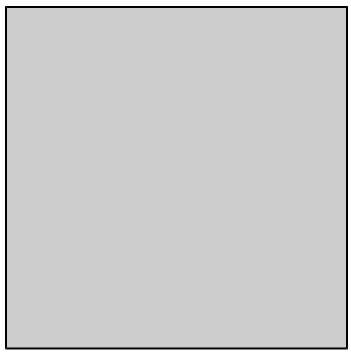
❸ Teď do vymezené plochy sestav a zakresli kosodélník:



❹ Další obrazec je trojúhelník.



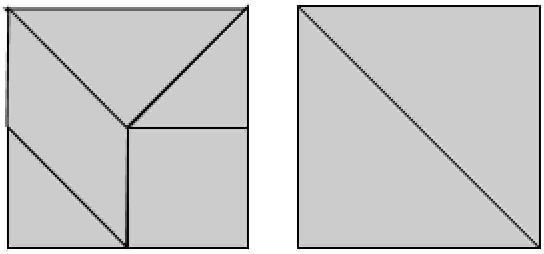
❺ Nakonec sestav jeden velký čtverec. Zde budou dílky úplně jinak než v předchozích úkolech…



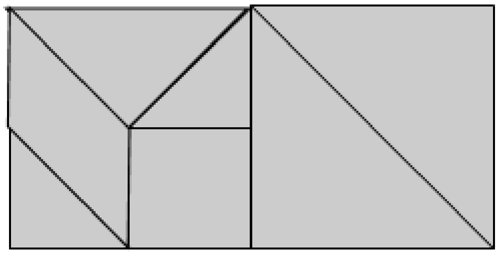
Tangram

Zdroj obrazců: Lech Pijanowski, Wojciech Pijanowski, Encyklopedie světových her, ISBN 978-80-2422225-7

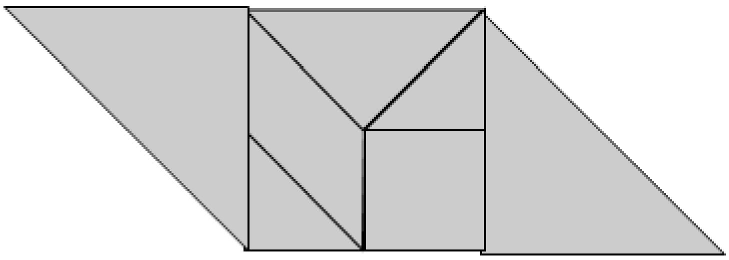
❶ Nejprve slož 2 stejné čtverce. Hranice mezi jednotlivými dílky zakresli. Povede-li se ti to, tak další tři úkoly (❷, ❸ a ❹) budou snadné.



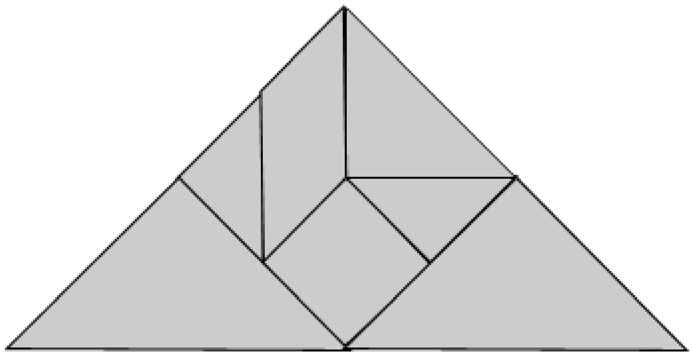
❷ Dále do vymezené plochy sestav a zakresli obdélník:



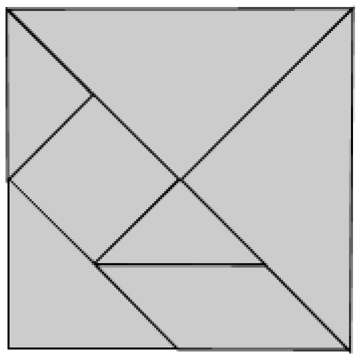
❸ Teď do vymezené plochy sestav a zakresli kosodélník:



❹ Další obrazec je trojúhelník.



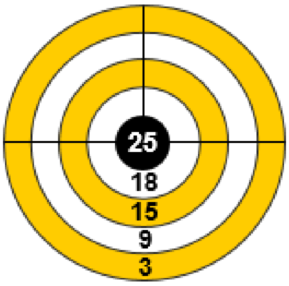
❺ Nakonec sestav jeden velký čtverec. Zde budou dílky úplně jinak než v předchozích úkolech…

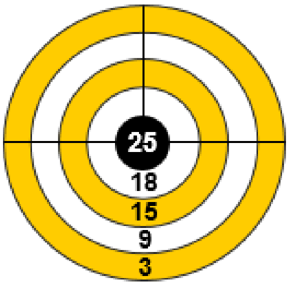


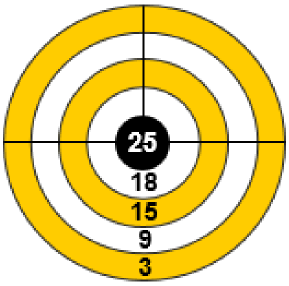
Terče

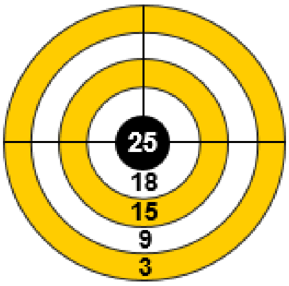
Zdroj úkolů: Josef Strouhal, Hádej, hádej, hadači, ISBN 978-80-00-05425-4

❶ Máš vzduchovku, 6 diabolek a vyobrazený terč. Všemi diabolkami máš terč zasáhnout tak, aby součet bodů byl přesně 100 (terč se správným řešením 2x podtrhni). Máš na to 4 pokusy (6 diabolek na každý terč):

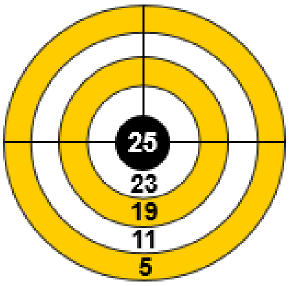


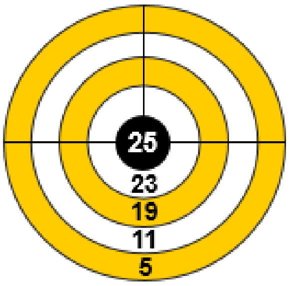


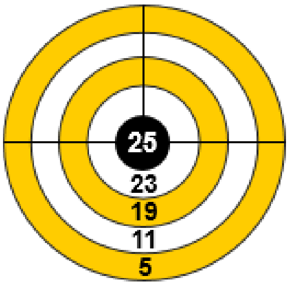


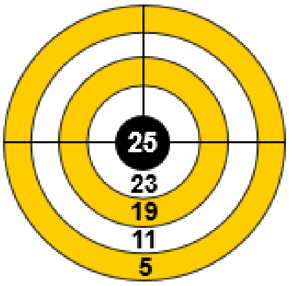


❷ Opět máš vzduchovku, 6 diabolek a (jiný) vyobrazený terč. Zase máš všemi diabolkami terč zasáhnout tak, aby součet bodů byl přesně 100 (a terč se správným řešením máš dvakrát podtrhnout):

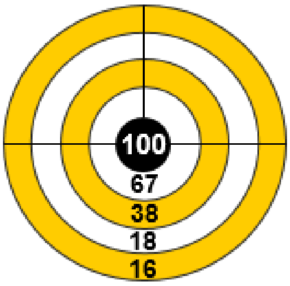


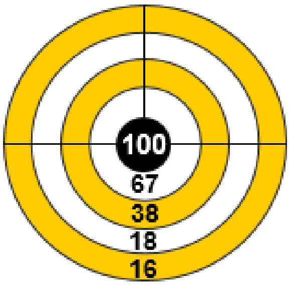


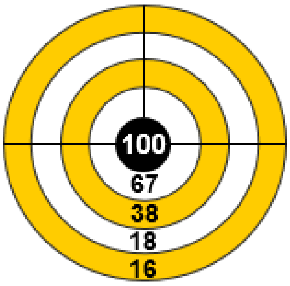


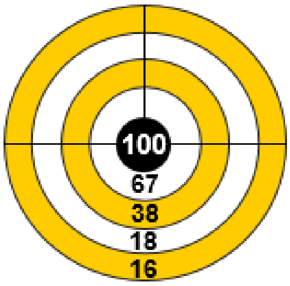


❸ I v posledním úkolu máš vzduchovku, 6 diabolek a (poslední) vyobrazený terč. Všemi diabolkami znovu zasáhni terč tak, aby součet bodů byl přesně 100 (a terč se správným řešením dvakrát podtrhni):





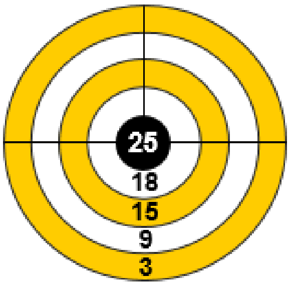




Terče

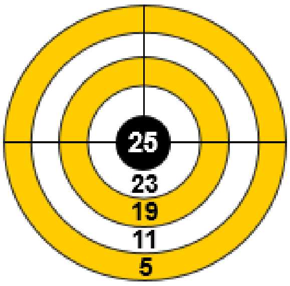
Zdroj úkolů: Josef Strouhal, Hádej, hádej, hadači, ISBN 978-80-00-05425-4

❶ Máš vzduchovku, 6 diabolek a vyobrazený terč. Všemi diabolkami máš terč zasáhnout tak, aby součet bodů byl přesně 100 (terč se správným řešením 2x podtrhni). Máš na to 4 pokusy (6 diabolek na každý terč):



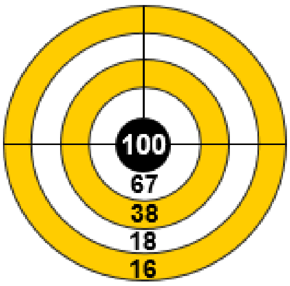
25 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 = 100

❷ Opět máš vzduchovku, 6 diabolek a (jiný) vyobrazený terč. Zase máš všemi diabolkami terč zasáhnout tak, aby součet bodů byl přesně 100 (a terč se správným řešením máš dvakrát podtrhnout):



23 + 23 + 19 + 19 + 11 + 5 = 100

❸ I v posledním úkolu máš vzduchovku, 6 diabolek a (poslední) vyobrazený terč. Všemi diabolkami znovu zasáhni terč tak, aby součet bodů byl přesně 100 (a terč se správným řešením dvakrát podtrhni):



18 + 18 + 16 + 16 + 16 + 16 = 100

Vlk, koza a zelí PRACOVNÍ LISTY, MATEMATIKA, 1. STUPEŇ ZŠ

Zdroj hádanky: https://cs.wikipedia.org/wiki/Vlk,_koza_a_zel%C3%AD

❶ Máš přes řeku převézt kozu a zelí. Loďka je však jen dvoumístná. Zapiš všechny nejjednodušší možnosti, jak to udělat. Kolik je možností?

❷ Teď máš přes řeku převézt vlka, kozu a zelí. Loďka je zase jen dvoumístná. Nesmíš nechat o samotě vlka a kozu, vlk by ji sežral. A taky kozu se zelím, sežrala by ho. I tentokrát zapiš všechny nejjednodušší možnosti, jak to udělat, a kolik jich je.

Vlk, koza a zelí

Zdroj hádanky: https://cs.wikipedia.org/wiki/Vlk,_koza_a_zel%C3%AD

❶ Máš přes řeku převézt kozu a zelí. Loďka je však jen dvoumístná. Zapiš všechny nejjednodušší možnosti, jak to udělat. Kolik je možností?

Převezu kozu, vrátím se a převezu zelí. Anebo nejprve převezu zelí, vrátím se a převezu kozu. Možnosti jsou dvě.

❷ Teď máš přes řeku převézt vlka, kozu a zelí. Loďka je zase jen dvoumístná. Nesmíš nechat o samotě vlka a kozu, vlk by ji sežral. A taky kozu se zelím, sežrala by ho. I tentokrát zapiš všechny nejjednodušší možnosti, jak to udělat, a kolik jich je.

Převezu kozu, vrátím se a převezu vlka. Vrátím se s kozou a převezu zelí. Vrátím se a převezu kozu. Možnost je jen jedna.

Nádoby

Zdroj úkolů: Josef Strouhal, Hádej, hádej, hadači, ISBN 978-80-00-05425-4

❶ U sudu s dešťovou vodou stojí džber a džbán. Do džberu se vejde přesně 5 litrů a do džbánu přesně 3 litry. S pomocí těchto dvou nádob máš odměřit přesně 2 litry vody. Popiš, jak to uděláš:

❷ A teď máš odměřit zase přesně 2 litry vody, ale máš k tomu jen čtyřlitrové vědro a třílitrový džbán. Zapiš postup:

❸ Nyní u sudu stojí kbelík a konev. Kbelík má objem přesně 10 litrů a konev 8 litrů. S pomocí kbelíku a konve máš odměřit přesně 6 litrů vody. Jak si poradíš s tímhle?

❹ Teď stojí u sudu džber a vědro. Džber je pětilitrový a vědro čtyřlitrové. Zapiš postup, jak s pomocí těchto dvou nádob odměříš 2 litry vody:

❺ U sudu, stejně jako v prvním úkolu, stojí pětilitrový džber a třílitrový džbán, ale tentokrát máš odměřit litry čtyři:

❻ A nakonec zkus ke druhému úkolu najít ještě jiný postup, než který tam máš popsán:

Zdroj úkolů: Josef Strouhal, Hádej, hádej, hadači, ISBN 978-80-00-05425-4

❶ U sudu s dešťovou vodou stojí džber a džbán. Do džberu se vejde přesně 5 litrů a do džbánu přesně 3 litry. S pomocí těchto dvou nádob máš odměřit přesně 2 litry vody. Popiš, jak to uděláš:

Naplním džber a z něj naplním džbán. Ve džberu zbydou 2 litry vody.

❷ A teď máš odměřit zase přesně 2 litry vody, ale máš k tomu jen čtyřlitrové vědro a třílitrový džbán. Zapiš postup:

Plný džbán přeliji do vědra. Pak džbán znovu naplním a doplním z něj vědro. Ve džbánu zbydou 2 litry vody.

❸ Nyní u sudu stojí kbelík a konev. Kbelík má objem přesně 10 litrů a konev 8 litrů. S pomocí kbelíku a konve máš odměřit přesně 6 litrů vody. Jak si poradíš s tímhle?

Plnou konev přeliji do kbelíku. Pak konev znovu naplním a doplním z ní kbelík. V konvi zbyde 6 litrů vody.

❹ Teď stojí u sudu džber a vědro. Džber je pětilitrový a vědro čtyřlitrové. Zapiš postup, jak s pomocí těchto dvou nádob odměříš 2 litry vody:

Z plného džberu naplním vědro. Vědro vyleji do sudu a do vědra přeliji ten litr vody ze džberu. Pak džber znovu naplním a doplním z něj vědro. Ve džberu zbydou 2 litry vody.

❺ U sudu, stejně jako v prvním úkolu, stojí pětilitrový džber a třílitrový džbán, ale tentokrát máš odměřit litry čtyři:

Naplním džber a z něj naplním džbán. Džbán vyleji do sudu a do džbánu přeliji ty 2 litry ze džberu. Pak džber naplním ze sudu a doplním z něj džbán. Ve džberu zbydou 4 litry vody.

❻ A nakonec zkus ke druhému úkolu najít ještě jiný postup, než který tam máš popsán:

Z plného vědra naplním džbán a ten vyleji do sudu. Litr z vědra přeliji do džbánu. Pak vědro znovu naplním a doplním z něj džbán. Ve vědru zbydou 2 litry vody.

Turisté s rohlíky

PRACOVNÍ LISTY, MATEMATIKA, 1. STUPEŇ ZŠ

Zdroj úkolů: archiv autorky

❶ Vyřeš slovní úlohu a doplň tabulky:

a) Před deseti lety se dal koupit v obchodě jeden rohlík za jednu korunu. Kolik korun se zaplatilo za 0, 1, 2, 3, 4, 5 rohlíků?

x [počet rohlíků]	1	2	3	4	5
y=x.1 [Kč]					

b) Nyní koupíš jeden rohlík za tři koruny. Kolik korun zaplatíš za 0, 1, 2, 3, 4, 5 rohlíků?

x [počet rohlíků]	1	2	3	4	5
y=x.3 [Kč]					

❷ Jedna skupina turistů ušla za 1 hodinu 4 km, druhá skupina turistů šla rychleji a ušla za 1 hodinu 5 km. Doplň tabulky a sleduj po hodinách ušlé vzdálenosti:

x [hod]	1	2	3	4	5
y=x.4 [km]					

x [hod]	1	2	3	4	5
y=x.5 [km]					

❸ Do aplikace GeoGebra na svém tabletu doplň hodnoty do grafického kalkulátoru. Sleduj graf a zjisti, zda platí:

a) Počet km, které ujde skupina turistů, je přímo úměrný počtu hodin. ANO - NE
b) Cena za rohlíky je přímo úměrná počtu rohlíků. ANO - NE
c) Je grafem funkce přímka? ANO - NE
d) Bude graf měnit tvar po zadání vyššího počtu rohlíků nebo hodin? ANO - NE
e) Co z toho vyvodíš za závěr?

❹ Za jak dlouho se usuší 10 vypraných ručníků, pokud 1 ručník schne 1 hodinu? Bude počet ručníků přímo úměrný počtu hodin, po kterou ručníky schnou?

Turisté s rohlíky

Zdroj úkolů: archiv autorky

❶ Vyřeš slovní úlohu a doplň tabulky:

c) Před deseti lety se dal koupit v obchodě jeden rohlík za jednu korunu. Kolik korun se zaplatilo za 0, 1, 2, 3, 4, 5 rohlíků?

x [počet rohlíků]	1	2	3	4	5
y=x.1 [Kč]	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*

d) Nyní koupíš jeden rohlík za tři koruny. Kolik korun zaplatíš za 0, 1, 2, 3, 4, 5 rohlíků?

x [počet rohlíků]	1	2	3	4	5
y=x.3 [Kč]	*3*	*6*	*9*	*12*	*15*

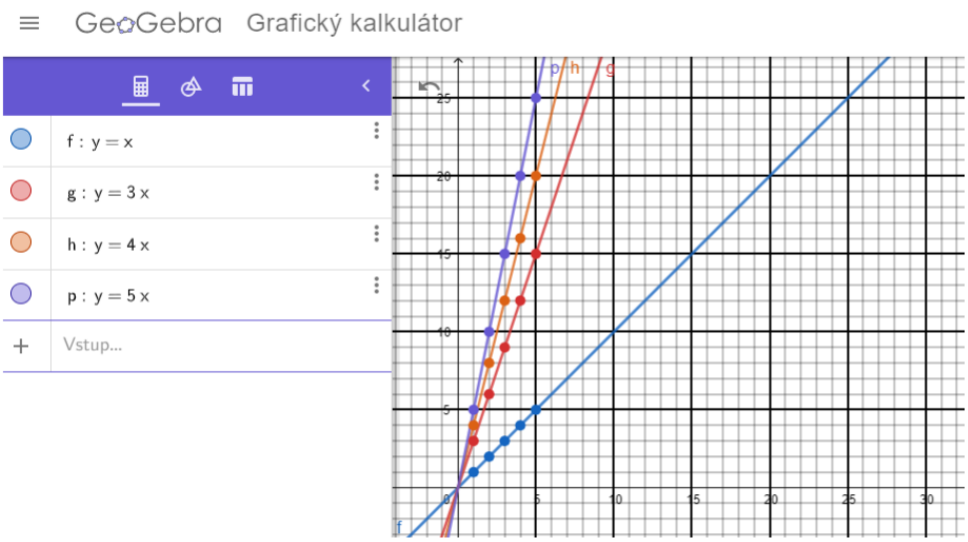
❷ Jedna skupina turistů ušla za 1 hodinu 4 km, druhá skupina turistů šla rychleji a ušla za 1 hodinu 5 km. Doplň tabulky a sleduj po hodinách ušlé vzdálenosti:

x [hod]	1	2	3	4	5
y=x.4 [km]	*4*	*8*	*12*	*16*	*20*

x [hod]	1	2	3	4	5
y=x.5 [km]	*5*	*10*	*15*	*20*	*25*

❸ Do aplikace GeoGebra na svém tabletu doplň hodnoty do grafického kalkulátoru. Sleduj graf a zjisti, zda platí:

f) Počet km, které ujde skupina turistů, je přímo úměrný počtu hodin. ANO - ~~NE~~
g) Cena za rohlíky je přímo úměrná počtu rohlíků. ANO - ~~NE~~
h) Je grafem funkce přímka? ANO - ~~NE~~
i) Bude graf měnit tvar po zadání vyššího počtu rohlíků nebo hodin? ~~ANO~~ - NE
j) Co z toho vyvodíš za závěr? *Jedná se o přímou úměrnost.*



❹ Za jak dlouho se usuší 10 vypraných ručníků, pokud 1 ručník schne 1 hodinu? Bude počet ručníků přímo úměrný počtu hodin, po kterou ručníky schnou?

10 ručníků se usuší za 1 hodinu. Počet ručníků není přímo úměrný počtu hodin.

Závěr

Diplomová práce je zaměřena na badatelsky orientované vzdělávání ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ. Práce je rozdělena do dvou částí, teoretické a empirické.

První kapitola se věnuje historii vyučování matematice na prvním stupni základní školy a různým přístupům ve vyučování matematice.

V současnosti se na základních školách vyučuje podle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání, a proto byla zmíněna vzdělávací oblast RVP ZV Matematika a její aplikace.

Cílem teoretické části bylo vymezit problematiku badatelsky orientovaného vzdělávání a jeho výhody (i nevýhody) ve vyučování matematice na prvním stupni základní školy. S tím souvisí klíčové kompetence budoucnosti, které jsou zmíněny ve druhé kapitole.

Třetí kapitola vymezuje pojem badatelsky orientovaného vzdělávání v matematice, role učitele a žáka vhledem k BOVM a badatelské úlohy.

Čtvrtá kapitola se zabývá zapojením informačních a komunikačních technologií do vyučování a jejich přínosem pro BOVM.

Praktická část je rozdělena do tří kapitol. První kapitola popisuje cíle, metody výzkumného šetření a výzkumný vzorek žáků, jimž byly pracovní listy předkládány. Dále se zabývá druhy pracovních listů a typy úloh v nich obsažených.

Ve druhé části byla analyzována řešení jednotlivých úloh a nejčastější chyby, které se v řešení objevovaly. Jednotlivé úlohy byly vyhodnoceny na základě rozdělení žáků podle ročníků a podle skupin, ve kterých žáci pracovali. Na závěr bylo uvedeno vyhodnocení úloh podle zajímavosti úloh z pohledu žáka.

Třetí část obsahuje samotné pracovní listy a jejích řešení. Snažila jsem se vypracovat pracovní listy, které by byly volně dostupné pro učitele prvního stupně, kteří by chtěli svým žákům výuku matematiky zpestřit a zároveň je připravit na skupinovou práci v dalším vzdělávání a v pracovním procesu.

Cílem praktické části bylo zjistit, jakým způsobem žáci 1. stupně základní školy přijímají badatelské úlohy ve vyučování matematiky a přispět k zavádění badatelsky orientovaného vzdělávání matematiky do výuky na prvním stupni základní školy vytvořením pracovních listů, které by mohli učitelé ve výuce matematiky svým žákům předkládat.

Resumé

The focus of this diploma thesis is on inquiry-based math teaching (IBMT) at primary school. It is divided into two parts, theoretical and empirical.

First chapter is on history of mathematics education at primary school and different approaches to teaching it.

Objective of the theoretical part was to define inquiry-based teaching and its advantages (and disadvantages) in mathematics classes at primary school. Connected to that are the key competencies of the future as mentioned in chapter 2.

Third chapter defines the terminology for inquiry-based math teaching and the roles of teacher and student towards the tasks.

Fourth chapter observes the use of information and communication technologies in the lessons and their benefits to IBMT.

The practical part is divided into three subchapters. First of them describes the goals, methodology of the research and the research sample of pupils to whom were given the worksheets. Then it analyzes types of the worksheets and the types of tasks they contain.

Second subchapter of the practical part contains analysis of solutions to the tasks and the most commons mistakes made by the research sample. Individual tasks were evaluated based on division of the pupils by the grade they attend and by the study groups they worked in. Closing this part is the evaluation of tasks according to the interest of tasks from the pupil's perspective.

Third subchapter contains the afore mentioned worksheets and their solutions. The idea behind them was to create worksheets which would be freely available for primary school teachers who would like to enrich math lessons to their pupils and also to prepare them to be working in groups in their further education and work process.

The goal of the empiric part was to learn how primary school pupils view inquiry-based tasks in math lessons and to help introducing inquiry-based education into math classes at primary schools with the worksheets.

Anotace

Jméno a příjmení:	Jitka Bernadová
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. David Nocar, Ph.D
Rok obhajoby:	2020
Název práce:	Badatelsky orientovaná výuka matematiky na 1. stupni ZŠ
Název práce v anglickém jazyce:	Inquiry-based math teaching at primary school
Anotace v českém jazyce	Diplomová práce je zaměřena na badatelsky orientovanou výuku matematiky na prvním stupni základní školy. V teoretické části je zmíněn historický vývoj a různé způsoby vyučování matematiky na základní škole, srovnání transmisivního a konstruktivistického vyučování. V empirické části byly vytvořeny pracovní listy zaměřené na badatelsky orientovanou výuku v matematice a předloženy k vyřešení žákům 2. a 4. ročníku základní školy. Cílem praktické části bylo zjistit, jakým způsobem žáci 1. stupně základní školy přijímají badatelské úlohy ve vyučování matematiky a přispět k zavádění badatelsky orientovaného vzdělávání matematiky do výuky na prvním stupni základní školy vytvořením pracovních listů, které by mohli učitelé ve výuce matematiky přímo předkládat, či se jimi inspirovat při tvorbě pracovních listů vlastních.
Klíčová slova:	badatelsky orientované vyučování, badatelské úlohy v matematice, pracovní listy, vyučování matematiky, jednoduché badatelské úlohy, složené badatelské úlohy,
Anotace v anglickém jazyce:	This diploma thesis is aimed at Inquiry-based math teaching at primary school. The theoretical part deals with teaching mathematics at lower primary school, comparison of transmissive and constructivist teaching and inquiry-based mathematics teaching. Within empirical part, worksheets on Inquiry-based math teaching were created and then assigned to pupils of the 2nd and 4th years to solve them. Empirical part then observes which tasks have bigger solution rate and which solution method the pupils prefer. The objective of the practical part was an analysis of how primary school pupils react to inquiry-based tasks and to spread their use at schools by worksheets, which teachers could directly use or get inspired by them.
Klíčová slova v anglickém jazyce:	Inquiry-based education , inquiry-based math tasks, worksheets, math teaching, inquiry-stimulating simple tasks, inquiry-stimulating composed tasks
Rozsah práce:	81 stran
Jazyk práce:	český

Seznam literatury

ARTIGUE, Michele, BAPTIST, Peter. *Inquiry in Mathematics Educatio*n [online]. 2012. [cit. 2019-03-16] Dostupné z: https://www.fondation-lamap.org/sites/default/files/upload/media/minisites/action_internationale/inquiry_in_mathematics_education.pdf.

ARTIGUE, Michèle a BLOMHØJ, Morten. *Conceptualizing inquiry-based education in mathematics*, 2013. ZDM Mathematics Education. (45), 797-810.

BRDIČKA, Bořivoj. Badatelsky orientovaná výuka podle Crocketta. Metodický portál: Články [online]. 29. 10. 2019, [cit. 2020-04-14]. Dostupný z WWW: <https://spomocnik.rvp.cz/clanek/22241/BADATELSKY-ORIENTOVANA-VYUKA-PODLE-CROCKETTA.html>. ISSN 1802-4785.

DEWEY, John. *Logic The theory of inquiry*. New York: Holt, 1938. ISBN 1406731803.

DIVÍŠEK, J.; BUŘIL, Z. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. 1. vydání. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989. 272 s. ISBN: 80-04-20433-3.

DOFKOVÁ, R, *Kompetence pro vědu, výzkum, inovace a technologie*, 2017. Dostupné z: http://mas-sternbersko.cz/data/upload/MAP_I_seminare/Prezentace/Dofkova_16_10_2017_final.pdf.

DOSTÁL, Jiří. *Badatelsky orientovaná výuka: pojetí, podstata, význam a přínosy*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2015b. ISBN 978-80-244-4393-5.

Future Work Skills 2020, Institute for the Future for the University of Phoenix Research Institute, 2011. [online]. Dostupné z: http://www.iftf.org/uploads/media/SR-1382A_UPRI_future_work_skills_sm.pdf.

HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2014. ISBN 978-80-7290-776-2.

HEJNÝ, Milan a KUŘINA, František. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Třetí vydání. Praha: Portál, 2015. Pedagogická praxe (Portál). ISBN 978-80-262-0901-0.

HOŠPESOVÁ, Alena a SAMKOVÁ, Libuše. *Skládaní tvarů jako podnět k badatelským aktivitám v geometrii na ZŠ*. Plzeň: Vydavatelský servis, 2012. In Vondrová, Jak učit matematice žáky ve věku 10-16 let. Sborník příspěvků celostátní konference, 123-130. ISBN 978-80-86843-34-6.

HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N., *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky* 1. a 2. díl, 2004, ISBN 80-7290-189-3.

JARUSKA, L., TÓTH-BAKOS, A., *Možnosti využitia webovej aplikácie vovyučovaní matematiky* (Sborník příspěvků 8. konference Užití počítačů ve výuce matematiky, 2017), dostupné z: http://home.pf.jcu.cz/~upvm/2017/wp-content/uploads/2018/02/Sbornik_UPVM_2017.pdf.

KUBÍNOVÁ, Marie. *Projekty ve vyučování matematice: cesta k tvořivosti a samostatnosti: [kapitoly z didaktiky matematiky]*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2002. ISBN 80-729-0088-9.

KUŘINA, František. *Matematika a řešení úloh.* České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta, 2011. ISBN 978-80-7394-307-3.

MINNER, Daphne D., CENTURY, Jeanne a LEVY, Abigail Jurist. *Inquiry-based science instruction—what is it and does it matter?,* 2010. Results from a research synthesis years 1984 to 2002. Journal of Research in Science Teaching, 47(4), 474-496. [online]. [cit. 2019-03-15]. Dostupné z: https://doi.org/10.1002/tea.20347.

NOCAR, D., POLEJOVÁ, P., LAITOCHOVÁ, J., (2017). *ICT Support of Inquiry-based Approach in Teaching Mathematics at Elementary Schools* [CZ]. South Bohemia Mathematical Letters (2336-2081). 25 (2017). 66-86. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/323394209_ICT_Support_of_Inquiry-based_Approach_in_Teaching_Mathematics_at_Elementary_Schools_CZ.

NOCAR, D., ZDRÁHAL, T. *Badatelsky orientovaná výuka s Cabri v přípravě budoucích učitelů matematiky.* Sborník příspěvků 7. konference Užití počítačů ve výuce matematiky, ISBN 978-80-7394-549-7. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/296703421_Badatelsky_orientovana_vyuka_s_Cabri_v_priprave_budoucich_ucitelu_matematiky.

NOCAR, D., ZDRÁHAL, T., *ICT Tools Used in Teaching and Learning Concept of Function in School Mathematics.* In *ICERI2016 Proceedings*. Seville: IATED, 2016a. ISBN 978-84-617-5895-1 / ISSN 2340-1095.

NOCAR, D., ZDRÁHAL, T. *Vizualizace specifických množin bodů kuželoseček pomocí nástrojů dynamické geometrie.* In *STUDIA SCIENTIFICA FACULTATIS PAEDAGOGICAE UNIVERSITAS CATHOLICA RUŽOMBEROK,* Rok 2016, ročník XV, číslo 4. Ružomberok: VERBUM - vydavateľstvo Katolíckej univerzity v Ružomberku, 2016b. ISSN 1336-2232.

NOVÁK, B. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 2: pro studium učitelství pro 1. stupeň ZŠ*. 2. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2005. Texty k distančnímu vzdělávání v rámci kombinovaného studia. ISBN 80-244-1068-0.

POTŮČEK, J., *Historie matematiky pro učitele. II. díl. Prehistorie matematiky. Příprava učitelů matematiky. Zkušenosti z historie matematiky a z dějin jejího vyučování pro výuku školské matematice od elementárního matematického vzdělání až po ukončení střední školy*. Plzeň: Pedagogické centrum, 2004, 29 s. ISBN: 80-7020-128-2.

PRŮCHA, J. WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J. *Pedagogický slovník*. Praha: Portál, 2013. s. [1a]. ISBN 978-80-262-0403-9.

Rámcový vzdělávací plán pro základní vzdělávání, Praha: MŠMT, 2017 [online]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/t/rvp-pro-zakladni-vzdelavani.

SAMKOVÁ, L. Badatelsky orientované vyučování matematiky. In *Sborník příspěvků 5. konference: Užití počítačů ve výuce matematiky* [online]. Jihočeská univerzita, České Budějovice, 2011, s. 6. ISBN 978-80-7394-324-0. Dostupné z: http://home.pf.jcu.cz/~upvvm/2011/sbornik/clanky/36_UPVM11_Samkova.pdf.

SAMKOVÁ, Libuše. *Sedm podob badatelsky orientovaného vyučování matematice* I. Plzeň: Vydavatelský servis, 2014. Sborník konference Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 2014., 187-192.

SAMKOVÁ, Libuše, ROUBÍČEK, Filip, TICHÁ, Marie a HOŠPESOVÁ, Alena. *Badatelsky orientované vyučování matematice,* 2015. [online]. Scientia in educatione, 6(1) [cit. 2019-03-15]. ISSN 804-7106. Dostupné z: https://ojs.cuni.cz/scied/article/view/154/145.

SCHOENFELD, A., H., KILPATRICK, J., *A US perspective on the implementation of inquiry-based learning in mathematics*, 2013. ZDM Mathematics Education, (45), 901-909.

ŠEBEK, M., *Host Lucie Výborné*, Český rozhlas Radiožurnál, 2019. Dostupné z: https://radiozurnal.rozhlas.cz/skoly-mely-deti-pripravit-na-budoucnost-a-ta-je-nejista-dulezita-je-kreativita-a-8035857.

STEHLÍKOVÁ, Naďa. *Konstruktivistické přístupy k vyučování matematice.* Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. In: Hejný, Novotná, Stehlíková (Eds.), Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky, sv. 1 (11-21).

STEHLÍKOVÁ, Naďa. *Náměty na podnětné vyučování v matematice*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2007. ISBN: 978-80-7290-342-9.

STEHLÍKOVÁ, Naďa. *Dva dny s didaktikou matematiky ...: Praha ... : sborník příspěvků*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2007. ISBN ISBN978-80-7290-286-6.

TICHÁ, Marie a HOŠPESOVÁ, Alena. *Sedm podob badatelsky orientovaného vyučování matematice* III. Plzeň: Vydavatelský servis, 2014. Sborník konference Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 2014, 217-223.

WIKIPEDIE: Otevřená encyklopedie*: Nicolas Bourbaki* [online]. [citováno 14. 04. 2020]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Nicolas_Bourbaki&oldid=17573749.

WIKIPEDIE: Otevřená encyklopedie*: Základní škola v Česku* [online]. [cit. 14. 04. 2020]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Z%C3%A1kladn%C3%AD_%C5%A1kola_v_%C4%8Cesku&oldid=18278462.

ZHOUF, Jaroslav. *Tvorba matematických problémů pro talentované žáky.* Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2010. ISBN: 978-80-7290-432-7.

Seznam grafů

Seznam obrázků

Seznam tabulek