

Univerzita Hradec Králové

Pedagogická fakulta

Katedra pedagogiky a psychologie

Využití hudby ve výuce matematiky

Diplomová práce

Autor: Mgr. et Bc. Kateřina Voglová

Studijní program: Učitelství pro střední školy – fyzika
Učitelství pro střední školy – hudební výchova

Vedoucí práce: PhDr. Jindra Vondroušová, Ph.D.

Konzultant práce: RNDr. Tomáš Měkota

Oponent práce: doc. PhDr. PaedDr. Kamil Janiš, CSc.

Zadání diplomové práce

Autor: Mgr. et Bc. Kateřina Voglová

Studium: S19FY007NP

Studijní program: N1701 Fyzika

Studijní obor: Učitelství fyziky pro střední školy, Učitelství pro střední školy - hudební výchova

Název diplomové práce: **Využití hudby ve výuce matematiky**

Název diplomové práce Application of music in the mathematical education
AJ:

Cíl, metody, literatura, předpoklady:

Tato práce je příspěvkem do oblasti mezipředmětových vztahů matematiky a hudby. Cílem práce je vytvořit konkrétní matematické úlohy, ve kterých bude osvojováno učivo matematiky pomocí hudebních prostředků a pojmů (jako jsou intervaly, taktové schéma, stupnice atd.). Úlohy jsou tvořeny tak, aby mohly být využity na střední škole.

Teoretická část je zaměřena na rozvoj matematického a hudebně-matematického myšlení, jak se logicko-matematické myšlení projevuje v jiných oborech a kde je využíváno mezioborového přesahu, jaké jsou možnosti využití konkrétního mezipředmětového vztahu k prohloubení matematických pojmů, schopností a myšlení. Praktická část je věnovaná konkrétním úlohám, ve kterých jsou matematické schopnosti, pojmy a myšlení rozvíjeny pomocí hudebních prostředků. Úspěšnost je ověřena na základě pedagogického experimentu. Úlohy jsou praktikovány na dvou paralelních třídách, ve kterých je nejdříve pořízen vstupní test dosavadních znalostí o tématu. Poté proběhne výuka daných matematických témat, kdy jedna skupina je vyučována pomocí hudebních prostředků, zatímco s druhou třídou se pracuje bez jejího využití. Formou dotazníku je poskytnuta reflexe práce v jednotlivých skupinách, která je zaměřena na motivaci žáků, míru zaujetí tématem a porozumění látce.

LUDVOVÁ, Jitka. *Matematické metody v hudební analýze: k muzikologické aplikaci teorie informace a teorie množin*. Praha: Supraphon, 1975, 135 s. Hudební rozpravy.

WRIGHT, David. *Mathematics and music*. Providence, R.I.: American Mathematical Society: 2009, ISBN 08-218-4873-9.

HUDÁKOVÁ, Jana a Eva KRÁLOVÁ. *Creative Interdisciplinary Math Lessons by Means of Music Activities. Review of Artistic Education*. Romania: Artes, 2016.

PRÍDAVKOVÁ, Alena a Edita ŠIMČÍKOVÁ. Rozvoj matematických poznatků prostřednictvím hudobných aktivit. In: *Studia Scientifica Facultatis Paedagogicae Universitas Catholica Ružomberok*. Ružomberok: 2005. vol. XIV, no 2.

AN, Song, TILLMAN, Daniel A., ZHANG, Meilan, LESSER, Lawrence M., SIEMSEN, Annette a Josefina V., Tinajero. *Learning to Teach Music-themed Mathematics: An Examination of Preservice Teachers' Beliefs about Developing and Implementing Interdisciplinary Mathematics*. Mathematics Education Research Group of Australasia: 2015.

Zadávající pracoviště: Katedra pedagogiky a psychologie,
Pedagogická fakulta

Vedoucí práce: PhDr. Jindra Vondroušová, Ph.D.

Oponent: doc. PhDr. PaedDr. Kamil Janiš, CSc.

Datum zadání závěrečné práce: 2.12.2020

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala pod vedením vedoucí závěrečné práce samostatně a že jsem v seznamu použité literatury uvedla všechny prameny, z kterých jsem vycházela.

V Hradci Králové

Kateřina Voglová

Poděkování

Ráda bych na tomto místě poděkovala vedoucí práce paní PhDr. Jindře Vondroušové, Ph.D. za její trpělivost, věcné připomínky, užitečné rady a postřehy. Také děkuji za vstřícný a milý přístup.

Anotace

VOGLOVÁ, Kateřina. *Využití hudby ve výuce matematiky*. Hradec Králové: Pedagogická fakulta Univerzity Hradec Králové, 2023. 94 s. Diplomová práce.

Práce je zaměřena na využití hudebních prvků v hodinách matematiky. Ukazuje se, že využitím hudby se může zvýšit motivace žáků k učení matematice. Práce má dva cíle. Prvním je vytvořit další článek na poli mezipředmětových vztahů mezi matematikou a hudbou. Práce zpracovává téma Množiny na střední škole s využitím hudebních prvků. Dále se snaží odpovědět na otázku, jak na žáky zapojení hudebních prvků působí. Práce je rozdělena do šesti kapitol. První přináší historický pohled na matematiku v hudbě a hudbu v matematice. Druhá část se zaměřuje na shrnutí dosavadních poznatků z oblasti výzkumu vlivu hudby na schopnost jedince učit se. Následující část je ukázkou aktivit, ve kterých je možné v hodinách matematiky hudební prvky zapojit. Ve čtvrté části je zpracováno téma motivace ve výuce. Samotný výzkum je představen v páté kapitole. Poslední část zpracovává výsledky šetření.

Klíčová slova: hudební výchova, matematika, mezipředmětové vztahy, množiny, didaktika

Annotation

VOGLOVÁ, Kateřina. Music in Mathematic's lessons. Hradec Králové: Faculty of Education, University of Hradec Králové, 2023. 94 pp. Diploma Degree Thesis.

The diploma thesis describes the topic of participating music in mathematics education. Using music in mathematics lessons, we can increase students' motivation. There are two goals of this thesis. The first is to illustrate the connection between musical and mathematical education. The second is to describe how music affects students in mathematics lessons. To reach those goals the diploma thesis is divided into six parts. The first illustrates the history of mathematics and music. The second one attempts to summarize the contemporary knowledge about the influence of music on education. The third chapter gives examples of music activities possible to use in mathematics lessons. The fourth part focuses on motivation in education. The research is described in the fifth chapter. In the final part, the results are both presented and discussed.

Keywords: music, mathematics, interdisciplinary relationships, sets, didactics,

Obsah

Úvod.....	8
1 Hudba a matematika – historie	9
2 Výzkumy o vlivu hudby na člověka a jeho schopnosti učit se	13
3 Spojení hudby a matematiky v současné pedagogické praxi	16
4 Motivace ve výuce	23
5 Praktický výzkum ve škole – Výuka množin s využitím hudebních prvků.....	27
5.1 Příprava výzkumu	27
5.1.1 Výzkumné otázky	27
5.1.2 Výzkumný soubor	28
5.1.3 Metodologie výzkumu	28
5.2 Přípravy hodin k tématu Množiny s využitím hudebních prvků.....	29
5.2.1 Hodina č. 1.: Množiny – základní poznatky	30
5.2.2 Hodina č. 2.: Podmnožiny.....	33
5.2.3 Hodina č. 3.: Rovnost množin, doplněk.....	36
5.2.4 Hodina č. 4.: Sjednocení, průnik.....	39
6 Výsledky výzkumu ve třídách	41
6.1 Výsledky dotazníku žáků obou výzkumných skupin k hodinám matematiky .	41
6.2 Výsledky dotazníku třídy A	49
6.3 Výsledky dotazníku třídy B	54
6.4 Porovnání výsledků tříd A a B.....	61
6.5 Výsledky dotazníku třídy B žáků hudebně aktivních a neaktivních	65
6.6 Výsledky didaktického testu	67
6.7 Shrnutí	68
6.8 Diskuze.....	71
Závěr	72
Zdroje.....	73
Přílohy.....	76

Úvod

Předmět matematika se na českých školách netěší velké oblibě. Výsledky šetření TIMSS z roku 2015 ukazují, že v 8. třídách se matematiku velmi rádo učí pouze 9 % žáků. (Federičová, Munich, 2015) Zkušenost učitelů je podobná – žáci matematiku nemají rádi. Jak na tento problém reagovat? Odpověď není jednoduchá. Problém je velmi komplexní a je potřeba hlubšího zkoumání jeho příčin a řešení. Nabízí se například oživit výuku matematiky pomocí integrovaného vyučování nebo ji spojit s jiným předmětem v rámci mezipředmětových vztahů. Mezi ně patří také propojení matematiky s hudební výchovou. I když se nám může zdát tato kombinace prapodivná, při podrobnějším zkoumání zjistíme, že k sobě mají matematika a hudební výchova mnohem blíže, než se zdá.

V této práci jsou zapojeny hudební prvky do výuky množin na střední škole. Práce je rozdělena na šest částí. V první je stručně rozebrána historie matematiky a hudby, které šly v počátku ruku v ruce a postupně získaly dnešní podobu. Druhá část se věnuje výzkumům vlivu hudby na schopnost učit se. V části třetí jsou ukázky aktivit zaměřených na matematická témata s hudebními prvky a jejich využití ve výuce. Další část se zabývá motivací ve vzdělávání. Jsou zde rozebrány základní prvky motivace žáka, které jsou následně využity v praktické části. Pátá část zpracovává výzkum ve škole. V této části je popsána metodologie a přípravy na hodiny matematiky s hudebními prvky. Ty obsahují časové rozvržení výuky, postupy, cíle a materiály do výuky. Výzkum se snaží nalézt odpovědi na otázky: Jak žáci reagují na hudební aktivity v hodinách matematiky? Jaký vliv má použití hudebních prvků na žáky z pohledu jejich motivace k činnosti a učení se v hodinách matematiky? Jaký vliv má použití hudebních prvků na porozumění matematickým pojmům v hodinách matematiky? Jaké jsou rozdíly mezi žáky s hudebním a nehudebním vzděláním v porozumění během hodin s využitím hudebních prvků matematiky? Jaké jsou rozdíly v motivaci k činnosti, v učení a v porozumění tématu Množiny mezi dvěma výzkumnými skupinami (třídami), kdy jedna je vyučována pomocí hudebních prvků a druhá bez nich? Poslední část se věnuje zpracování výsledků z praktické části ve škole. Rozebrány jsou výsledky dotazníku a didaktického testu.

1 Hudba a matematika – historie

Mohlo by se zdát, že matematika a hudba jsou odlišné jako noc a den. V mnoha ohledech se liší a na první pohled najdeme pramálo společného. Podíváme-li se více do hloubky, do historie, zjistíme, že spolu mají matematika a hudba více podobného, než bychom čekali. Od počátku se lidem nezdálo, že by se měla matematika a hudba oddělovat, ba naopak. Až v průběhu let se z hudby stala čistě estetická a z matematiky čistě vědecká disciplína. Kdy došlo ke změně paradigmatu se nedá přesně říct. Otázkou pak zůstává, můžeme najít matematiku v hudbě a hudbu v matematice?

V době Antiky měli veliký význam pythagorejci, jejichž učitel Pythagoras ze Samu (cca 585–500 př. n. l.) ve své filosofii spojoval čísla s hudbou. Dnes je známý hlavně díky větě o pravoúhlém trojúhelníku. Důležité je však jeho bádání na poli hudby a matematiky, které ho vedlo k myšlence, že celému vesmíru vládou čísla, což se v hudbě projevilo ve formě číselných poměrů hudebních intervalů. Ve své práci se jako jeden z prvních zabýval akustikou (i když se zde nedá mluvit o vědní disciplíně akustika, jak ji známe dnes). Dle legendy šel kolem kovárny a zaujal ho zvuk vycházející ven. Zjistil, že čím větší je plát pracujícího kováře, tím při bouchání vydává hlubší zvuk. Dále ho zajímaly struny. Pokud strunu v půlce zkrátil, vydávala tón o oktávu vyšší, které odpovídá výškový poměr 1:2. Když strunu dále zkracoval, objevil další poměry: kvintu 2:3, kvartu 3:4. Přišel také na to, že poměry malých čísel vytvářejí souzvučky, zatímco poměry větších čísel znějí disonančně. Pythagoras věnoval pak část svého díla hudební teorii, přesněji řečeno hudebním intervalům a ladění. Jeho dílo ovlivnilo ladění nástrojů na mnoho století dopředu. (Maor, 2020)

Pythagoras použil při tvorbě tónové soustavy pouze oktávy a kvinty. Začneme-li tónem c, dostaneme postupně kvintovými kroky nahoru a dolů

$$F - c - g - d^1 - a^1 - e^2 - h^2 .$$

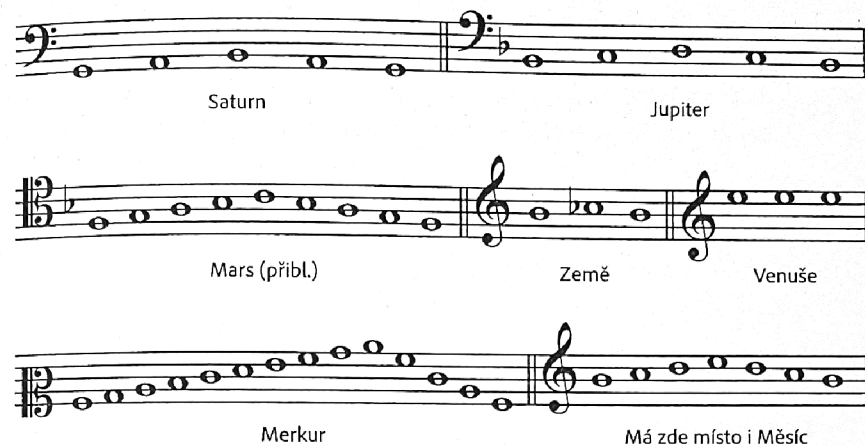
Zvětšením jednotlivých tónů o jednu či více oktáv dostaneme tónovou řadu

$$c^1 - d^1 - e^1 - f^1 - g^1 - a^1 - h^1 - c^2 .$$

Avšak tento způsob tvoření stupnice má mnohá úskalí. Po vykonání dvanácti kvintových kroků dopředu a šesti dozadu, nedojdeme zpět k základnímu tónu, ale k tónu o něco

vyššímu (přibližně 2,0273). (Podobský, 2005) Nesmíme také opomenout, že Pythagorem sestavená řada neodpovídá přirozeným alikvótním tónům. To vedlo během staletí ke změnám v systému ladění, které jsou tématem diskuse mezi muzikanty, hudebními teoretiky a akustiky dodnes. V současné době se běžně používá temperované ladění. Pythagorův systém je však pozoruhodný, uvědomíme-li si, v jaké době a za jakých podmínek k svému výsledku došel.

Filozofie Pythagorovy školy viděla podstatu všech věcí v číslech a harmonii. Jak uvádí Maor (2020, str. 33): „*Vesmíru vládou čísla, to se stalo heslem pythagorejců, a toto heslo opanovalo vědecké myšlení na dvě následující tisíciletí.*“ Pythagorejci byli přesvědčeni, že všem věcem ve vesmíru vládou poměry celých čísel. Pokračování tohoto učení nalezneme u Aristotela (384–322 př. n. l.), který byl stejně jako později Johannes Kepler (1571–1630) přesvědčen o tom, že každá planeta vydává během svého pohybu ve vesmíru melodii. Na základě toho přiřadil jednotlivým planetám melodie (viz obrázek 1) a pro nás jsou dnes známé jako „hudby sfér“. Stejně tak je význam hudby patrný v jejím zařazení mezi sedmero svobodných umění vedle gramatiky, dialektiky, rétoriky, geometrie, aritmetiky a astronomie. Sem patřila již v době starověkého Říma a zůstala tam i v době středověku. (Beránek, 2014)



Obrázek 1 – Keplerova „hudba sfér“ (Maor, 2020, str. 39)

Hudba měla k přírodním vědám i nadále velmi blízko. Např. Johannes Kepler se při hledání zákonitostí mezi pohyby těles ve vesmíru zprvu řídil zákony hudební harmonie. Jeho současníci a nástupci se však pomalu od hudebních teorií odkláněli. Dnes jsou tyto

obory spojeny ve vědecké disciplíně akustika. (Maor, 2020; Kolman, 1968; Podobský, 2005)

Akustika se rozvinula spolu se zájmem o vibrace těles a jejich příslušnou výšku tónu. Mezi její první, můžeme-li říct zakladatele, řadíme Galileo Galileia (1564–1642). Ten ve svém spisu *Rozpravy* vyjádřil vztah pro frekvenci struny

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F}{\lambda}}.$$

Slovy ho popíšeme tak, že frekvence kmitající struny je nepřímo úměrná její délce (l) a druhé odmocnině lineární hustoty (λ =poměr délky a hmotnosti) a přímo úměrná druhé odmocnině síly napínající strunu (F). Fyzikální vztah popisuje hudebníkům známý jev, kdy výšku tónu (u strunných nástrojů) můžeme zvýšit buď zkrácením struny (zmáčkneme strunu), nebo změnou napětí struny (natáhneme ji). Výšku lze také změnit použitím jiného materiálu, ze kterého je struna vyrobena (změníme její délkovou hustotu). (Maor, 2020)

Stejně tak v práci Leonharda Eulera (1707–1783) nalezneme spisy věnované hudební teorii. Jak uvádí Veselý (2013, str. 301): *Fyzikální disertace o zvuku (1727)*, *Pokus o novou teorii hudby, vyložený co nejsrozumitelněji v souladu s elementárními principy harmonie (1739)*, *Pokus o vysvětlení zvuku zvonů (1766)*, *Domněnka o důvodu, proč jsou posunuté tóny obecně součástí hudby (1766)*, *Opravdový charakter moderní hudby (1766)*, *Základní principy harmonie v zrcadle hudby (1774)*. Ve svých pracích se zabýval přiřazováním číselných hodnot souzvukům nebo hudebním útvarům podle libozvučnosti. V průběhu 18. století dochází ke změně pojetí hudby, kdy je chápána více jako disciplína estetická a začíná se řadit mezi předměty jako je malířství, architektura atd., které historicky nebyly součástí sedmera svobodných umění. (Veselý, 2013; Beránek, 2014)

V hudbě 20. a 21. století se skladatelé snaží přicházet s novými náměty a hudební tvorbu oživit jiným způsobem než doposud. Vzniká mnoho nových směrů a matematika se v hudbě opět hlásí ke slovu. Nejvíce je to patrné v díle Arnolda Schönberga (1874–1951) a jeho dodekafonii. V ní mají všechny tóny stejný význam, neobjevuje se zde žádný základní tón, jsou rovnocenné. Po uvedení tónové řady jsou zde přísná pravidla, jak s ní

pracovat. Mezi ně patří račí postup, inverze nebo inverze račího postupu.¹ Řada se skládá z dvanácti tónů, každý se může objevit právě jednou. Za použití kombinatorických pravidel dojdeme k číslu 479 001 600, což je počet všech možných tónových řad. Je pozoruhodné, že ve stejné době přišel Albert Einstein se svojí teorií relativity, kde dokázal, že člověk vnímá realitu vztaženou ke své vztažné soustavě. Stejně tak Schönberg přišel s „relativistickou hudbou“, kdy je důležitá pouze relativní poloha po sobě jdoucích tónů. Popsáno slovy skladatele a dirigenta Pierra Bouleza: „*S tímto [dvanáctitónovým] systémem jsme se z Newtonova světa přestěhovali do světa Eisteinova*“ (Maor, 2020, str. 146). Nelze s jistotou říct, zda byl Schönberg skutečně ovlivněn novými fyzikálními objevy své doby. Známy je však fakt, že se spolu obě tyto výjimečné osobnosti potkaly. Je pozoruhodné, v jak podobné době se zrodily tyto nové myšlenky. (Maor, 2020)

Na závěr uvedme amerického psychologa a sociologa P.R. Farnswortha, který se zabýval tématem vztahu talentu a inteligenčního kvocientu u významných hudebních skladatelů minulosti. Na základě bádání přiřadil jednotlivým osobnostem hodnoty IQ, u některých by vypadaly následovně: Bach (125–140), Beethoven (135–140), Händel (145–155) a Mozart (145–155). (Váňová, Sedlák, 2013, str. 58) Za zmínku také stojí to, že mnozí ze slavných fyziků 19. a 20. století, kteří stáli u zrodu kvantové teorie, se mimo svůj vědecký obor věnovali hudbě. O Albertu Einsteinovi je známo, že byl dobrý houslista a klavírista. Stejně tak Max Planck a Paul Ehrenfest hráli na klavír. Další z teoretických fyziků Werner Heisenberg zvažoval stát se profesionálním hudebníkem, avšak nakonec (pro fyziky naštěstí) se touto cestou nevydal. (Maor, 2020) Jak uvádí skladatel Igor Stravinský: „*Hudební forma má blízko k matematice – ne snad k matematice samotné, ale rozhodně k jakémusi matematickému myšlení a vztahů*“ (Maor, 2020, str. 9).

¹ Původně měly ještě všechny tóny stejnou časovou hodnotu, aby žádný z nich nebyl „významnější“. Postupem času Schönberg toto omezení zmínil. (Maor, 2020, str. 146)

2 Výzkumy o vlivu hudby na člověka a jeho schopnosti učít se

Myšlenka spojit ve vzdělání matematiku s hudební výchovou není nová. Jak ukazují výzkumy a studie (ale také praxe), těmito nápady se zabývají pedagogové a výzkumníci ve světě již řádku let, což je ukázáno v následující kapitole. Podnětem byly rozmanité objevy spojené s vlivem hudby jak pasivní, tak aktivní na člověka. Vědci zkoumali, jak hudba rozvíjí kognitivní schopnosti (jako příklad uveďme velmi známý tzv. Mozartův efekt) nebo její vliv na psychiku člověka (např. emoce). Za pomoci poznatků z neurologie sledovali aktivitu mozku a zkoumali podstatu těchto jevů z fyziologického pohledu. V souvislosti s tím začaly také probíhat výzkumy v pedagogice. Zaměřovaly se jak na vliv hudby ve vzdělávání (rozvoj kognitivních dovedností), tak na rozvoj psychosociální (motivace, úspěšnost, klima třídy atd.) Stejně je i nadále mnoho věcí nevyjasněno a pohledy na vliv hudby na člověka se rozcházejí.

Hudba je s člověkem jako živočichem spojena už od počátku. Nemá jen estetický charakter, není pouze produktem kulturních a sociálních interakcí, ale má také svůj biologický původ. To naznačují hned čtyři skutečnosti. I zvířata mají základní hudební schopnosti. Hudební chování je univerzální pro všechny lidi (např. zpívání ukolébavek malým dětem se děje napříč kulturami a kmeny). Stejně tak se hudební projevy objevují u dětí ještě dříve, než jsou ovlivněny jejich kulturním prostředím. Ke všemu výzkumy ukazují, že lidský mozek je k tvoření a vnímání hudby uzpůsoben, stejně tak jako je přizpůsoben k řeči. (Weinberger, 1998) Když se učíme, v našem mozku dochází k nárůstu synapsí mezi neurony. Pokud je činnost dostatečně důležitá nebo se opakuje, neurony si spojení zapamatují a vytvoří si nová propojení. Aktivita spojená s hudbou mohou způsobit reorganizaci v kůře mozkové, což vede k novému způsobu zpracování informací a přispívá ke zlepšení procesu učení. Tyto změny jsou tím rozsáhlejší, čím dříve k nim začne docházet. (Hallam, 2010) Bylo zjištěno, že hudebníci mají více rozvinutou část mozku *corpus callosum*, která tvoří most a spojuje obě hemisféry. Dá se předpokládat, že díky těmto spojením se zvyšuje kreativita a schopnost učít se. Dále je u muzikantů také více rozvinutá část mozku zvaná *planum temporale*, která je odpovědná za řeč a rozlišování zvuků. (Campbell, 2008) To může v důsledku způsobit lepší sluchové vnímání a lepší jazykové schopnosti, jež byly u hudebníků zjištěny (Sala, Gobet, 2020).

Mnohé výzkumy navíc ukazují, že aktivní provozování hudby zlepšuje kognitivní funkce (Hallam, 2010). Žáci, kteří mají mimo jiné také hudební vzdělání, dosahují lepších školních výsledků (Hodges, O'Connell, 2005). Hudba zlepšuje u dětí sluchové, zrakové, hmatové a kinestetické vnímání. Např. dítě hrající v orchestru musí poslouchat nejen sebe, ale i ostatní, rozvíjí tak koordinaci pohybů (jemná motorika). Mimo jiné přispívá provozování hudby k lepší paměti v procesu učení (Weingerger, 1998), zlepšuje verbální paměť (Rickard, Vasquez, Murphy, Gill, Toukhsati, 2010), zvyšuje motivaci žáků a zlepšuje spolupráci. (O'Connell, 2005) Za zmínku stojí projekt švýcarských hudebních pedagogů a vědců EMP-L („*European Music Portfolio a Creative Way into Languages*“) zaměřený na výuku jazyků pomocí hudby. Na základě tohoto projektu došli k závěru, že „... *jazyk a hudba se vzájemně podporují a podporují motivaci prostřednictvím rozvoje zručnosti a porozumění. Poslouchání, vnímání, napodobování tak vytváří základní zručnosti v obou předmětech: v jazyku a hudbě*“ (Hudáková, 2014, str. 50). Nejenže se u žáků zlepšila paměť pro zvuky a struktury nových jazyků, ale integrace hudby přispěla také k celkovému procesu, snížila jazykovou bariéru a zlepšila sociální integraci (Hudáková, Králová, 2016; Hudáková, 2014). Další studie ukazují, že při zapojení hudebních aktivit se zlepšila sebeúcta (self-esteem) žáků (O'Connell, 2005). Mezi další benefity hudby můžeme zařadit výsledky výzkumu zaměřených na vnímání, které došly k závěru, že lidé zabývající se hudbou dokážou lépe rozpoznat emoce druhých lidí (Thompson, Schellenberg, Ilie, 2004).

Byl také zkoumán vliv hudby na matematické schopnosti. Autoři studie (An, Tillman, Boren, Wang, 2014) se zaměřovali na žáky třetího stupně. Jejich výzkumnou otázkou bylo, jak se změní matematické schopnosti žáků vyučovaných pomocí hudby a jaké budou rozdíly mezi dvěma experimentálními skupinami, jedné vyučované pomocí metody spojené s hudbou a druhé účastníci se výuky bez hudebních prvků. Třída s hudebními prvky vykazovala lepší výsledky ve všech zkoumaných oblastech, mezi které patřily například sebedůvěra, postoj k matematice, úspěšnost a motivace. Autoři studie soudí, že v první chvíli studenty motivovala k učení zvědavost, jak je možné propojit matematiku s hudbou. V druhé řadě to byla zajímavá zkušenost z tvoření, která vedla žáky k zájmu o hodinu. Skrz to se žáci zapojovali do složitějších matematických otázek (An, Tillman, Boren, Wang, 2014). I během dalších výzkumů se ukázalo, že hudba působí v celé šíři matematických dovedností, jako je práce s čísly, algebra a funkce, měření a geometrie, statistika, pravděpodobnost a logické myšlení (An, Capraro, Tillman,

2013). Naopak jiné studie poukazují na to, že hudební aktivity rozvíjí pouze schopnosti související s použitými aktivitami než s hudbou samotnou. Například při práci s rytmem dosáhly děti lepších výsledků v počítání, než děti zabývající se hrou na klavír a zpěvem (Hallam, 2010).

Pedagogové se také zabývali vlivem na klima třídy během integrace hudby do hodin matematiky. Jak ukazuje výzkum (Králová, Kołodziejski, 2015) na žácích ve věku 11–12 let, zapojením hudby do výuky je možné dosáhnout větší spokojenosti, spolupráce a zmenšit napětí mezi žáky. Výzkumy v maďarských školách s rozšířenou hudební výchovou potvrdily, že žáci s hodinami hudební výchovy navíc prospívají lépe i v dalších předmětech. Autoři výzkumu došli k závěru, že provozování hudby pomáhá při osvojování nového jazyka, v písemném i výtvarném projevu, rozvíjí představivost, fantazii, posiluje intelektuální a kognitivní schopnosti. Zároveň také působí dobře na rozvoj mezilidských vztahů (např. zpěv ve sboru). Pěstování hudby se také pozitivně projevilo na psychickém stavu žáků (Váňová, Sedlák, 2013). Na základě teorie rozmanité inteligence můžeme pomoci žákům, kteří nechápou matematické principy tím, že jim ukážeme jinou cestu, jak matematice porozumět. Zároveň tak rozvíjíme složku logicko-matematickou, stejně jako hudebně-rytmickou (An, Kulm, Ma, 2008).

Stejně tak se v oblasti výzkumu vyskytují opačné názory, které nepřičítají hudbě přímou kauzalitu s rozvojem kognitivních funkcí, lepšími studijními výsledky nebo psychosociálním dopadem. Uveďme práci zaměřenou na trénování dětí slabých ve fonetickém povědomí², kdy po dobu dvou let procházela jedna skupina kombinací fonologicko-hudebního cvičení, zatímco druhá skupina cvičením pouze fonologickým. Hypotéza, že hudba pomůže zlepšit jejich dovednosti, se nepotvrdila (Kempert et al., 2016). Ani výzkum zaměřený na rozsah kognitivních a psychosociálních dovedností prováděný se dvěma skupinami, kdy u jedné byly použity hudební aktivity, u druhé výtvarné a dramatické prvky, vliv hudby nepotvrdil. To může být i typem výzkumů, které jsou často prováděny jen mezi skupinou hudební a nehudební (Rickard et al., 2012). Existují také studie, jež nepotvrdily pozitivní vztah mezi hudbou a sebedůvěrou (self-esteem) (O'Connell, 2005).

² Fonologické povědomí je schopnost rozlišovat ve slovech jednotlivé hlásky a je to předpoklad pro správný čtenářský rozvoj. (Kempert et al., 2016, str. 2)

3 Spojení hudby a matematiky v současné pedagogické praxi

Se snahou integrovat hudbu do hodin matematiky se setkáme v zemích napříč světem. Shromáždit poznatky o zapojování matematiky do výuky se snaží celosvětový projekt EMP-Maths s názvem *Sounding ways into Mathematics* (navazuje na projekt EML – *Creative ways into Languages*). Ten si vzal za své posílit a rozvíjet matematické dovednosti pomocí průřezových témat s hudební výchovou. Do projektu je zatím zapojeno celkem sedm zemí Evropy, mezi nimi Velká Británie, Španělsko, Francie, Německo, Řecko, Švýcarsko a Slovensko. V následující kapitole jsou představeny aktivity a konkrétní matematická témata, jež se dají v hodinách využít.

Na prvním stupni základní školy je možné použít hudbu v začátcích dětského objevování počtů. Poslouží nám k tomu např. dynamika v porovnávání větších a menších čísel. (Hudáková, 2015, str. 53) Žáci porovnávají čísla větší a menší pomocí dynamiky hudby. Zpívají melodii a pokaždé jí přiřadí číslo. Podle „velikosti“ čísla zpívají hlasitě. S číslem 1 potichu, s číslem 2 hlasitěji atd. Děti to tak znají i z reálného života na hudebních přehrávačích, kdy je různé hlasitosti přiřazeno určité číslo. K tomu můžeme využít písničku viz obrázek 2.

Porovnávanie

Sčí-sla-mi sa ra-di hrá-me, fah-ko mi ieh po-ro-vná-me.
Vždy su po-zri na zo-bú-čik, nie je vtom ver žia-den há-čik.
Dve čia-ro-čky ka-ma-rát-ky, tie ne-ma-jú žia-dne hád-ky.

Vač-sí i men-sí, rov-nú sa, tie-to zna-ky stie-da-jú sa.
níž-ke či-slo nám o-zna-čí, kpo-rov-na-niu nám to sta-čí.
ro-vnu-ké čis-la spä-ja-jú, rov-ná sa sa na-zý-vu-jú.

Obrázek 2 – Pieseň Porovnávanie, autorka textu: Katarína Jureková, hudba: Andrea Banská, Jana Hudáková (Hudáková, 2015, str. 53)

Zpěv můžeme také zapojit při výuce malé násobilky. Aktivita probíhá tak, že jeden žák hodí kostkou. Padne např. číslo 4. Tímto číslem se bude násobit. Následně se zpívá text písně (obrázek 3). Slovo „čísel“ nahradíme vybraným číslem (v našem případě číslem 6). Učitel má připravené kartičky s čísly od 1–10.

Násobilka, delilka

5 Ná - so - bím, ná - so - biš, ná - so - bi - me, ná - so - bil - ku či - sel sa u - či - me,
 9 zna - mien - ko krát me - dzi či s - la dá - me, či s - la ná - so - be - né raz, dva, má - me.
 13 De - lim si, de - lí - te a de - lí - me, seu - kri - kmí sa ra - di po - de - lí - me,
 zna - mien - ko de - le - né keď pri - dá - me kaž - dý rov - na - kú časť má - me.

Obrázek 3 – Písnička Násobilka, delilka, autorka textu: Katarína Jureková, hudba: Andrea Bánská, Jana Hudáková (Hudáková, 2015, str. 53)

Typy na ďalší hudební aktivity pro děti na prvním stupni najdeme také v tvorbě paní Jenčkové *Hudba v současné škole: Veselé počítání*.

Dalším tématem vhodným pro propojení matematiky a hudby je geometrie. Samotná práce skladatelů s tématy má svoji logiku a uspořádání. U menších žáků využijeme hledání a tvoření osové souměrnosti k danému rytmickému nebo melodickému motivu. Osa souměrnosti je taktová čára.

Alebo:

Obrázek 4 – Tvoření osové souměrnosti (Hudáková, 2015, str. 55)

Případně můžeme tvořit rytmická symetrická cvičení, kde žáci hrají osové souměrnosti na vlastní tělo (případně na Orffovy nástroje).

Obrázek 5 – Tvoření rytmické osové souměrnosti (Hudáková, Králová, 2016, str. 293)

Aktivitu můžeme využít i „opačným“ směrem. Žáci hledají v melodii využití symetrie, jak vidíme na obrázku 6. Žák musí najít osu souměrnosti a vyznačit tóny osově souměrné. Aktivitu můžeme zapojit jak v hodinách matematiky, tak v hodinách hudební výchovy jako ukázkou práce s tématem.

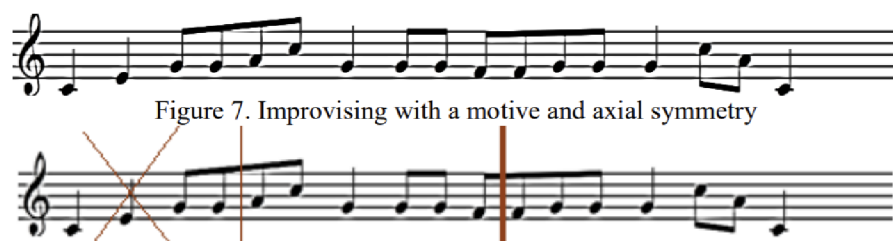
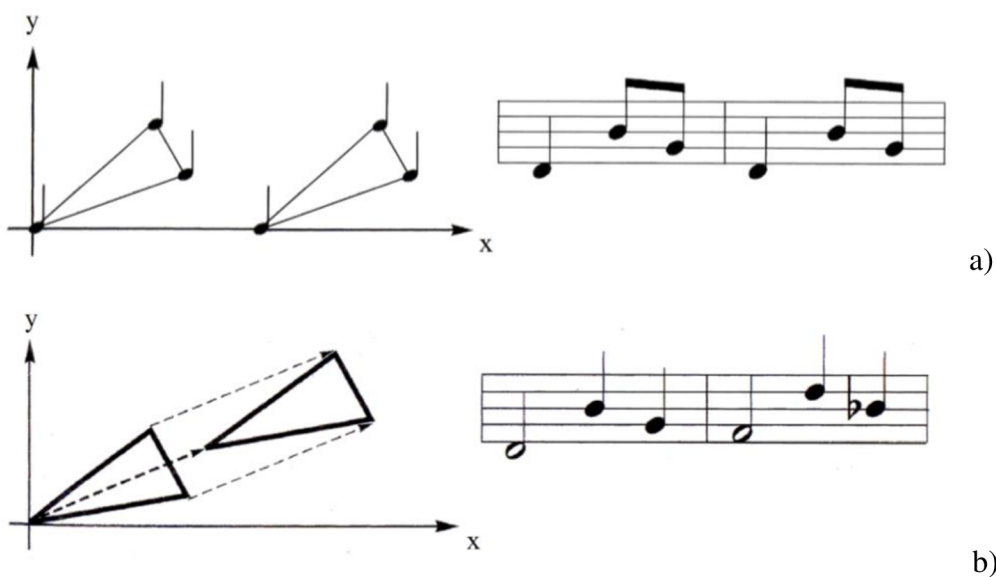


Figure 7. Improvising with a motive and axial symmetry

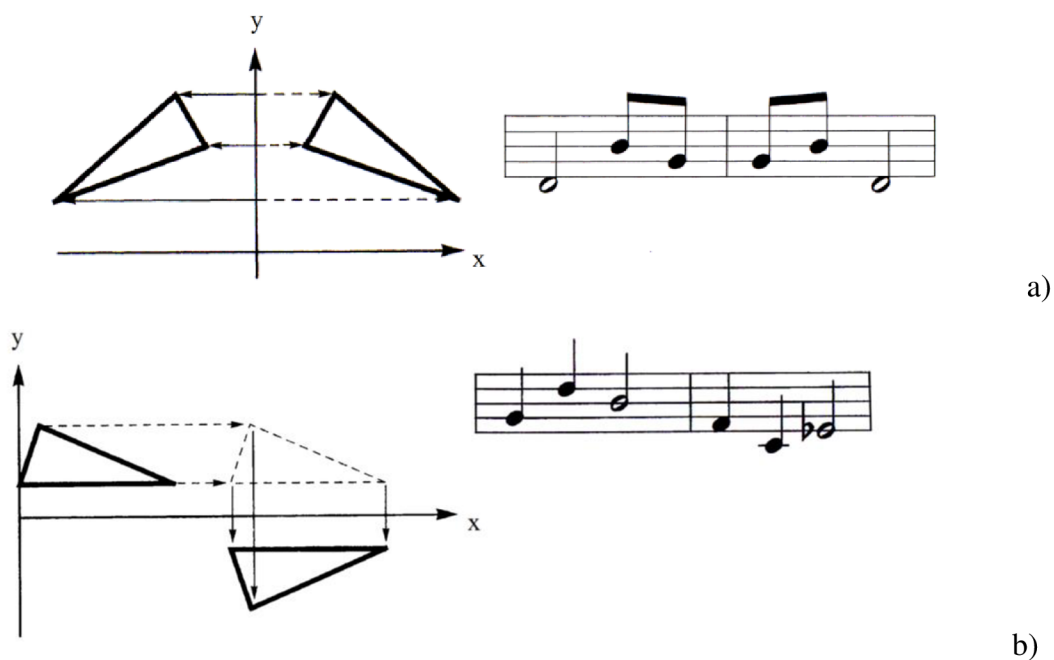
Obrázek 6 – Hledání osových souměrností (Hudáková, Králová, 2016, str. 295)

Starší žáci zvládnou těžší práci s tématem. Jednotlivé notové skupiny zakreslíme do grafu a spojíme. Vznikne tak trojúhelník, s kterým pracujeme dle geometrických zobrazení (osová, středová souměrnost, otočení, posunutí). Na obrázku 7 vidíme posunutí.



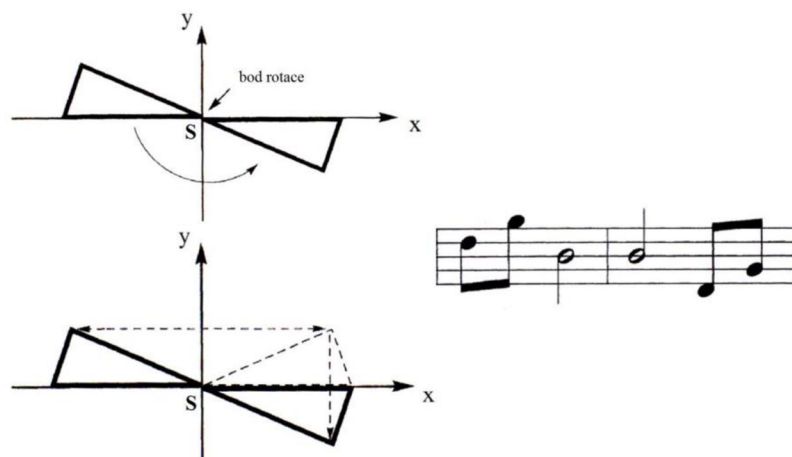
Obrázek 7 – Zapis not jako geometrického zobrazení a) posunutí ve směru osy x, b) posunutí ve směru osy x a y (Homolová, 2018, str. 37)

Dalším zobrazením v rovině je osová souměrnost (viz obrázek 8).



Obrázek 8 – Zápis not jako geometrického zobrazení a) osová souměrnost podle osy y, b) posunutí a osová souměrnost podle osy x (Homolová, 2018, str. 38–39)

Na obrázku 9 vidíme otočení neboli rotaci.



Obrázek 9 – Zápis not jako geometrického zobrazení – rotace (Homolová, 2018, str. 39)

Všechna výše zmíněná geometrická zobrazení a práci s melodií mohou žáci hledat v jednoduchých písních, jak vidíme na obrázku 10 v notovém zápisu písně Tráva neroste. Např. oranžový trojúhelník ukazuje otočení a posunutí, modře zvýrazněné postupy nahoru a dolů jsou osově souměrné a posunuté.

Tráva neroste

Moravská z Valašska

Trá-va ne-ro - ste, e-nem za vo - dů,

tam, kde rož - no - vší mlá - den - ci i - dů,

tram - ta - ra, tram - ta - ra, tram - ta - ra - ra ra - ra - ra - ra

tram - ta - ra, tram - ta - ra, tram - ta - ra - ra - ra.

Obrázek 10 – Využití geometrických zobrazení v písni Tráva neroste (Homolová, 2018, str. 40)

Dalším matematickým tématem příhodným k propojení matematiky a hudební teorie jsou zlomky. Ty je možné využít ve výuce při určování hudebních intervalů, ale také u délky not. Délku tónu lze zapsat jako zlomek (část) z celkového taktu. Už samotné názvy vychází z této představy. Nota čtvrtěová má v 4/4 taktu délku jedné doby a tvoří 1/4 taktu. Stejně tak nota osminová, která má poloviční délku noty čtvrtěové, tvoří 1/8 taktu.

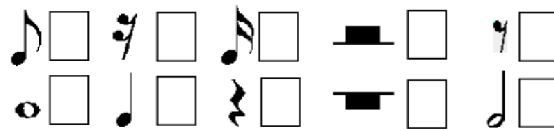


Name of Note	Whole	Half	Quarter	Eighth	Sixteenth
Note Symbol					
Fraction of Measure	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$
Number of notes that fit into one Measure	$1 = 2^0$	$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$	$16 = 2^4$

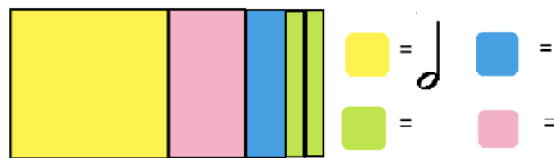
Obrázek 11 – Délky not jako části taktu (zlomky) (Jones, Pearson, 2013, str. 19)

Žáci pak zkouší rozmanité aktivity v práci se zlomky, jako je zápis zlomků (obrázek 12, a)), sčítání a odčítání zlomků (obrázek 12, b)) nebo dopočítávání zlomků do taktů (obrázek 12, c)).

Use fractions to represent each note and rest.



Find out which note matches with which color in the shapes given below.



a)

Fill in the boxes below.

Write the length of notes given below and calculate the total duration of notes.

$\text{♪} + \text{♪} =$	$\text{♩} + \text{♪} =$	$\text{♪} + \text{♩} =$
$\text{♩} + \text{♩} =$	$\text{♩} + \text{♩} =$	$\text{♩} + \text{♩} =$
$\text{♪} + \text{♩} =$	$\text{♩} + \text{♩} =$	$\text{♩} + \text{♩} =$
$\text{♩} + \text{♩} =$	$\text{♩} + \text{♩} =$	$\text{♩} + \text{♩} =$
$\text{♩} + \text{♩} =$	$\text{♩} + \text{♩} =$	$\text{♩} + \text{♩} =$
$\text{♩} + \text{♩} =$	$\text{♩} + \text{♩} =$	$\text{♩} + \text{♩} =$
$\text{♩} + \text{♩} =$	$\text{♩} + \text{♩} =$	$\text{♩} + \text{♩} =$
$\text{♩} + \text{♩} =$	$\text{♩} + \text{♩} =$	$\text{♩} + \text{♩} =$

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{5}{4}$			
$\frac{1}{4}$			
$\frac{1}{4}$			

b)

I SELL OIL, SELL HONEY

A musical score in 2/4 time with three staves. The lyrics are: "Yağ sa ta rım bal sa ta rım us tam ol müş ben sa ta rım", "Us tam ol dü kür kü var sat mam on beş li ra ya.", "Yağ sa ta rım bal sa ta rım yağ li ca bal li ca da yak a ta rım". Red question marks are placed above several notes in the first two staves.

c)

Obrázek 12 – Práce se zlomky s využitím délky not (İşitan, Doğan, 2020, str. 110-111)

Na této malé ukázce aktivit vidíme možnosti, které spojení hudební výchovy a matematiky nabízí. Přemýšlet nad obohacením výuky matematiky je nutností dnešních dnů. Dle výzkumů je obliba matematiky u žáků napříč evropskými zeměmi velmi malá. Alarmující je, že v České republice je jedna z nejmenších. To ukazuje studie Federičové a Münicha (2015), která byla zpracovaná na základě výsledků šetření TIMSS a PISA. V 8. třídách se matematiku velmi rádo učí pouze 9 % žáků. Tato skutečnost souvisí pravděpodobně i s tím, že v českých zemích je obecně oblíbenost školní docházky v porovnání s dalšími evropskými zeměmi jedna z nejnižších. (Federičová, Münich, 2015) Autoři studie upozorňují na vztah mezi oblíbou učení se a výsledky v matematice. Dochází k tomu, že žáci s lepším prospěchem se učí matematiku raději. Vztah k matematice se postupně s věkem u žáků zhoršuje. (Chvál, 2013) Největší propad obliby nastává při přechodu z prvního stupně základní školy na druhý. Naopak u výuky jazyka českého a cizích jazyků k tomuto jevu dochází v mnohem menší míře a postupně se vztah k těmto předmětům zase zlepšuje. Autor také poukazuje na ještě větší pokles obliby matematiky u žáků nižších ročníků gymnázia v porovnání s jejich vrstevníky na základních školách. Jak uvádí Pavelková a Hrabal (2012), matematika je jeden z nejméně oblíbených předmětů (mezi méně oblíbené patří například fyzika). Žáky je vnímána jako jeden z nejobtížnějších, zároveň ho žáci považují za velmi důležitý. Zajímavostí je, že podle výsledků PISA z let 2018 je i přesto matematická gramotnost českých studentů nad průměrem zemí OECD. (ČŠI, 2018)

4 Motivace ve výuce

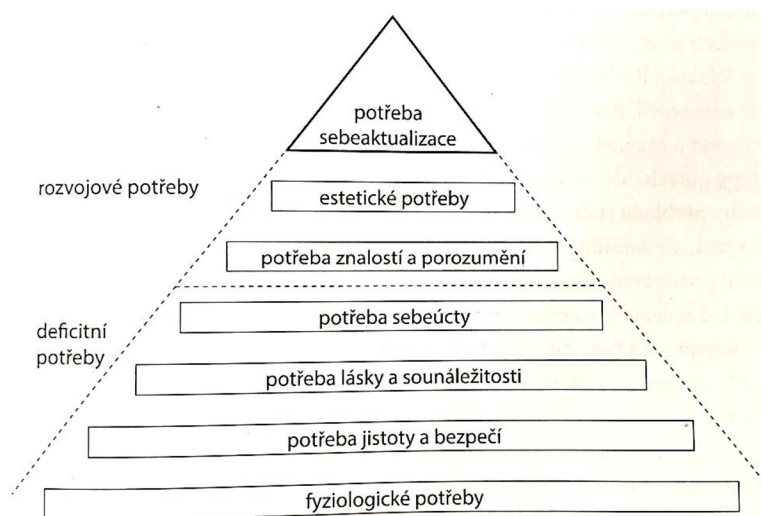
Jak ukazují výsledky šetření TIMMS a PISA, míra oblíbenosti školy není u žáků v ČR ani ve světě vysoká. (Federičová, Münich, 2015) Ve spojení s tím se skloňuje slovo motivace. Je snaha vytvářet ve škole podnětné prostředí, které žáky vede k činnosti. Přichází se s novými metodami výuky, hodnotí se současné postupy a jejich efektivita, učitelé zapojují do výuky motivační činnosti. Matematika však nadále zůstává v hodnocení žáků na zadních příčkách. Ke zlepšení motivace by mohly posloužit hudební prvky v hodinách matematiky. V následující části jsou ujasněny základní termíny o motivaci v pedagogice.

Podle Průchy (Průcha, Walterová, Mareš, 2008, str. 127) je motivace: „*souhrn vnitřních i vnějších faktorů, které: 1. vzbuzují, aktivují, dodávají energii lidskému jednání a prožívání; 2. zaměřují toto jednání a prožívání určitým směrem; 3. řídí jeho průběh, způsob dosahování výsledků; 4. ovlivňují též způsob reagování jedince na jeho jednání a prožívání, jeho vztahy k ostatním lidem a ke světu.*“ Motivace jako taková se skládá minimálně ze tří částí: strukturní, průběhové a výsledkové. Není stále stejná, v průběhu času se mění, vyvíjí, zaniká, mění intenzitu. Motivaci dělíme na vnější a vnitřní. Vnitřní motivace vychází z jedince, kdy zájem o činnost vzniká na základě činnosti samotné. Člověk neočekává odměnu ani ocenění, je jí činnost sama. Zatímco vnější motivace záleží na vnějších podnětech. Jedinec nemá o danou činnost hlubší zájem. K vykonání činnosti je třeba vnějších činitelů ve formě pobízení, přesvědčování nebo dotlačení, donucení. Vnější motivace bývá často spojována s vnější odměnou. (Nakonečný, 1997; Mareš, 2013)

Co vede žáky k činnosti, jinými slovy, co motivuje žáky ve výuce? Dle Mareše (2013, str. 252) lze motivaci ve školním prostředí rozdělit na motivaci vztaženou k lidským potřebám, k času, k naději, k cílům, k výkonu, k sebeúctě člověka, k zaujetí zajímavou činností a k hledání příčin úspěchu a neúspěchu.

Z pohledu motivace vztažené k lidským potřebám se na motivaci díváme jako na nutkání uspokojit svoji potřebu. Pokud jedinec má v něčem nedostatek, vyvíjí snahu tento nedostatek odstranit. To ho vede ke snaze získat něco příjemného, anebo se zbavit něčeho obtěžujícího. V roce 1954 přišel americký psycholog A. H. Maslow s tzv. hierarchickou teorií potřeb. Ta říká, že k uspokojování potřeb dochází na základě určité hierarchie.

Musíme nejdříve naplnit naše základní potřeby, abychom mohli naplnit i další. Řazení potřeb ukazuje pyramida na obr. č. 13.



Obrázek 13 – Maslowa pyramida lidských potřeb (Mareš, 2013, str. 253)

Potřeby jsou rozděleny do základních (deficitních) a rozvojových. Ve školním prostředí je na to potřeba v určitých chvílích myslet, když budou mít žáci např. hlad nebo žízeň, nebudou schopni se plně soustředit na výuku. Pokud se bude žák cítit v třídním kolektivu ohrožen, můžou se u něho vyskytnout problémy s učením. Odstrčený žák se špatným prospěchem bude mít dost možná nenaplněnou potřebu lásky a sounáležitosti atd.

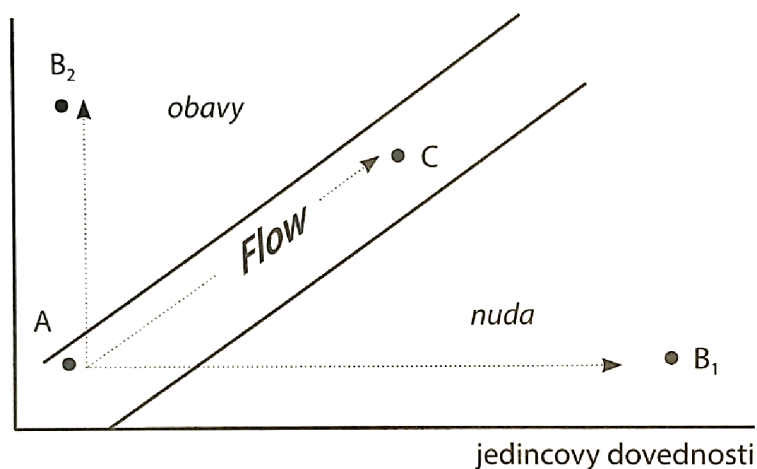
U motivace žáků se můžeme setkat s perspektivní motivací, která je spojená s vnímáním času. To je u každého jedince velmi subjektivní. Jedná se o vztahování jedince k minulosti, přítomnosti, budoucnosti, a to po stránce kognitivní, emoční a sociální. Podle toho pak třídí svoje životní zkušenosti a tvoří krátkodobé a dlouhodobé cíle. Ve školním prostředí to pak souvisí se stanovením vlastních cílů (co se chci naučit, kým a čím chci jednou být, jakou školu chci studovat atd.) a schopností zhodnotit potřebný čas, úsilí a aktivity k dosažení cíle. Je důležité, aby žáci viděli cíl, k němuž směřují. Pak je pro ně snazší věnovat se dílčí činností směřující k němu.

Motivaci ovlivňuje také přístup k vytyčenému cíli. Znamená to, že pokud jedinec věří ve zdárné dosažení cíle, pak se jeho snaha k dosažení zvětšuje. Hovoříme o naději žáka, kterou můžeme popsat jako: „*očekávání nebo dokonce vnitřní přesvědčení o tom, že budoucnost bude lepší než současnost*“ (Mareš, 2013, str. 264). Takoví žáci se vyznačují pozitivním smýšlením. Ve školním prostředí se projevují např. tím, že jsou přesvědčeni o šanci svoji známku ještě změnit, vylepšit. Vědí, co dělat pro zlepšení. Zatímco žáci

s beznadějným přístupem nevidí smysl ve snaze, nevidí žádnou cestu ke změně. Jak ukazují výzkumy na amerických základních, středních a vysokých školách, žáci „s větší nadějí“ dosahují lepších výsledků nezávisle na svém intelektu, prospěchu a sebeúctě. (Mareš, 2013) Vidí více cest k dosažení cíle, lépe pracují s negativními emocemi, odsouvají potěšení na později, vydrží u úkolu, motivují sami sebe a zároveň dokážou hodnotit úspěšnost svého procesu.

Další hnací silou k činnosti může být snaha dosáhnout dobrého výkonu tzv. výkonová motivace. Žák se snaží dosáhnout vysokého výkonu, porovnává se a soutěží s ostatními spolužáky. Oproti tomu můžeme mít žáky zaměřené na učební cíle. Ti se nezaměřují na výkon, ale snaží se zdokonalit svoje schopnosti vzhledem k daným cílům. Pozitivně reagují na neúspěch, který vnímají jako vodítko k dalšímu rozvoji a zdokonalení. Pokouší se být dobří při řešení nových úkolů. Tyto dva druhy motivace podporuje a ovlivňuje činnost učitele.

Pokud žák dělá činnost, která ho baví, je pro něj zajímavá, pak ho samotná aktivita vede k činnosti. Není potřeba žádné odměny, jež by ho motivovala. Žáci se dostanou do stavu, kdy jsou zaujati úkolem, nepřipadá jim obtížný, jsou schopni u něj vydržet a činnost v nich vyvolává příjemné pocity. Tomuto jevu říkáme flow. Na obrázku č. 14. je znázorněn optimální model rozvoje prožitku flow. Z pohledu motivace je dobré žáky v tomto prožitku „udržet“. Proto učitel musí vybírat činnosti odpovídající schopnostem jedince, zároveň nesmí být náročné natolik, aby z nich měl obavy (pomyslná svislá osa). Pokud se nebude měnit úroveň náročnosti, dostaví se nuda (pomyslná vodorovná osa).



Obrázek 14 – Dynamický model prožitku typu flow (Mareš, 2013, str. 272)

V souvislosti se školní výukou je potřeba zmínit také teorii motivace a sebeúcty. S ní přišel americký psycholog M.V. Covington. Ta říká, že jedince motivuje snaha zachovat si svoji sebeúctu. Pokud selže, pak klesne ve vlastních očích, ale také v očích druhých lidí. Proto se tomu snaží předejít nebo z takových situací utéct. S tím souvisí pojem záměrného sebeznevýhodňování. Jedinec se vymlouvá na svůj neúspěch, nebere odpovědnost za své selhání, hledá chybu ve vnějších okolnostech. Patří mezi negativní strategie vyrovnávání se se zátěží. Ve škole se u těchto žáků často setkáváme s výmluvami typu: tento předmět mi nejde; na tohle nemám buňky; jsem příliš líný; ani jsem to neviděl atd. (Nakonečný, 1997; Mareš, 2013)

5 Praktický výzkum ve škole – Výuka množin s využitím hudebních prvků

Hudebních aktivit zapojitelných do hodin matematiky je celá řada, jak jsme se sami mohli přesvědčit ve třetí kapitole. Zůstává stále otázkou, jak na ně žáci reagují, jaké jsou zkušenosti s jejich zapojením do výuky, jaké jsou benefity a jaká úskalí, zda je rozdíl mezi žáky hudebně vzdělanými a nevzdělanými a zda opravdu přispívají hudební činnosti ke zlepšení výuky. K získání odpovědí alespoň na část otázek kolem využití hudby v hodinách matematiky byl využit výzkum zaměřený na výuku množin s využitím hudebních prvků. V jedné třídě byly do výuky přidány hudební aktivity, druhá byla vyučována bez nich. Porovnáním zpětné vazby a didaktického testu obou tříd lze zjistit odlišnosti mezi výukou s hudebními prvky a bez. V následující části je nejdříve blíže představen výzkum. V druhé podkapitole jsou rozebrány přípravy na jednotlivé vyučovací hodiny pro výuku s hudebními prvky.

5.1 Příprava výzkumu

Základní myšlenkou výzkumu je použít jeden tematický celek Množiny a do něj zapojit hudební činnosti. Jedna třída je pak vyučována s hudebními prvky a druhá bez nich. Pomocí zpětné vazby ve formě dotazníku a didaktického testu můžeme sledovat rozdíly obou tříd.

5.1.1 Výzkumné otázky

- Jak žáci reagují na hudební aktivity v hodinách matematiky?
- Jaký vliv má použití hudebních prvků na žáky z pohledu jejich motivace k činnosti a učení se v hodinách matematiky?
- Jaký vliv má použití hudebních prvků na porozumění matematickým pojmům v hodinách matematiky?
- Jaké jsou rozdíly mezi žáky s hudebním a nehudebním vzděláním v porozumění během hodin matematiky s využitím hudebních prvků?
- Jaké jsou rozdíly v motivaci k činnosti, v učení a v porozumění tématu Množiny mezi dvěma výzkumnými skupinami (třídami), kdy jedna je vyučována pomocí hudebních prvků a druhá bez nich?

K porovnání vlivu aktivit s hudebními prvky v hodině matematiky využijeme srovnání dvou tříd. Jedna třída bude mít „klasickou hodinu matematiky“ a v druhé třídě bude téma Množiny

vyučováno s hudebními prvky. Vymežeme si nyní ještě základní pojmy, které budeme používat. *Klasickou/běžnou hodinou matematiky* je myšlena vyučovací hodina, kde se používá frontální forma výuky, jež je spojená se samostatnou prací a prací ve skupině. Vyučující používá výklad, vysvětlování, rozhovor a řešení úloh. Učitel během *klasické hodiny* používá výhradně matematické pojmy k vysvětlení probírané látky. Zatímco *hodina s prvky hudební výchovy* vychází z využití hudební teorie a hudebních činností k pochopení matematických pojmů. Hudební prvky v hodině slouží k motivaci žáků, k aktivizaci a k pochopení matematických pojmů. Během hodin je využita frontální forma výuky, samostatná práce a práce ve skupině. Z metod se v hodinách vyskytuje vysvětlování, rozhovor, hudební činnosti, hra a řešení úloh.

Cílem výzkumu je v praxi ověřit, jak hudební prvky na žáky působí. Tedy zjistit, jak na ně žáci v hodinách reagují, jak je motivují k činnosti, jaké jsou rozdíly mezi hudebně vzdělanými a nevzdělanými žáky.

5.1.2 Výzkumný soubor

Výzkumným souborem jsou dvě třídy gymnázia J.K. Tyla v Hradci Králové. Jednotliví žáci jsou ve věku 15–16 let. Jedná se o třídy v prvním ročníku gymnázia. Skupinu tvoří žáci žijící v Hradci Králové a okolí. Třída vyučovaná bez hudebních prvků je třída A. Druhá třída, vyučovaná pomocí hudebních prvků, je třída B. V době výzkumu bylo ve třídě A 27 žáků a ve třídě B 26. Vedoucí výzkumu je vyučující matematiky v obou uvedených třídách.

5.1.3 Metodologie výzkumu

K ověření toho, jak žáci reagují na hudební prvky v hodinách, a k porovnání obou tříd využijeme pozorování vyučujícího, dotazník a didaktický test.

- **Dotazník**

Dotazník je jednou z výzkumných metod ve formě písemného pokládání otázek a získávání odpovědí. (Gavora, 2000) Je potřeba zjistit, jaký je celkový postoj žáků k hodinám matematiky a jak se v přístupu k tomuto předmětu jednotlivé třídy liší. Dotazník zjišťuje, jak se mění postoj žáků obou tříd k tématu Množiny oproti běžným hodinám. Samotné téma totiž může být pro žáky jiné a mohou ho hodnotit jinak. Je proto potřeba odlišit, jestli ke změnám postoje přispěly pouze hudební aktivity nebo téma samotné. Dále se zaměřuje na porovnání hodin s hudebními prvky a běžných hodin. Dotazníky jsou odlišné pro obě výzkumné skupiny. U třídy A je dotazník rozdělen do dvou částí – hodiny matematiky obecně a hodiny matematiky

o množinách. V otázkách o hodinách matematiky obecně jsou zjišťovány postoje žáků k hodinám matematiky jako takovým. Otázky jsou zaměřeny na všechny prvky motivace, které jsou uvedeny v kapitole 4. Konkrétně jak je matematika baví, jak vnímají důležitost matematiky z pohledu budoucnosti, jak rozumí probírané látce, zda chtějí dosáhnout dobrých výsledků v matematice, zda se stydí při neúspěchu a jak v hodinách pracují. V druhé části se stejnými otázkami ověřuje jejich postoj k tématu Množiny. Součástí dotazníku je i otázka na emoce při klasických hodinách a při hodinách o množinách. Celý dotazník se nachází v příloze A. Skupina vyučovaná s hudebními prvky má první a druhou část dotazníku stejnou. I zde je potřeba nejdříve zjistit postoj žáků k matematice obecně a jejich postoj k tématu Množiny. Na rozdíl od první skupiny na začátku žáci vyplňují informace o jejich hudebním vzdělání. Ve třetí části jsou otázky zaměřené na postoj žáků k hudebním aktivitám během hodin. Čtvrtá část dotazníku je zaměřena na hodnocení konkrétních aktivit. Celý dotazník pro třídu B je součástí přílohy B. Dotazník je vytvořen na platformě survio.cz. Žáci ho vyplňovali během vyučující hodiny po dokončení tématu Množiny.

- **Didaktický test**

K ověření získaných matematických dovedností v řešení úloh o množinách slouží didaktický test. Pomocí průměru celkových známek z matematiky za první pololetí a průměru hodnocení písemných testů můžeme porovnávat známky žáků z písemného testu zaměřeného na množiny. Třídy porovnáme mezi sebou. Celý test je v příloze C.

5.2 Přípravy hodin k tématu Množiny s využitím hudebních prvků

Výuka se týkala tematického celku: Množiny na střední škole. Ten obsahuje dílčí témata: množiny – základní poznatky, podmnožiny, rovnost množin a doplněk, sjednocení a průnik. Tato témata jsou rozvržena do čtyř vyučovacích hodin. Hodiny jsou vždy rozděleny do čtyř částí. Na začátku každé hodiny učitel opakuje doposud získané znalosti a dovednosti. Druhá část je věnována určité hudební aktivitě, případně aktivitám. Slouží k motivaci a expozici učiva. Druhá část neobsahuje hudební prvky. Vyučující v ní upevňuje učivo pomocí úloh z tématu Množiny. Použité úlohy vychází z učebnice *Matematika pro gymnázia: základní poznatky z matematiky* (Bušek, Boček, Calda, 1994). V poslední části je nechán čas na zpětnou vazbu žáků.

U každé hodiny jsou uvedeny cíle ze Školního vzdělávacího programu Gymnázia J.K. Tyla, které hodina rozvíjí. Zároveň jsou zde uvedeny pojmy, jež žák ověří z oblasti matematického a hudebního vzdělání. Během hodin je využívána interaktivní tabule, na níž jsou jednotlivé cvičení a úkoly promítány. Všechny pracovní listy jsou uvedeny v příloze D–I.

5.2.1 Hodina č. 1.: Množiny – základní poznatky

Cíle hodiny: *Žák запиše správně symbolicky množinu. Žák vybere ze seznamu prvků, které patří/nepatří do zadané množiny a tuto skutečnost symbolicky запиše. Žák запиše množinu zadanou charakteristickou vlastností a výčtem prvků. Žák rozhodne, zda je množina konečná, nebo nekonečná. Žák vyjmenuje základní rozdělení hudebních nástrojů. Žák hodnotí výuku a svoji činnost během hodiny.*

Hudební pojmy: *hudební nástroje a jejich klasifikace*

Matematické pojmy: *množina, nekonečná množina, konečná množina, být prvkem množiny, znaky pro zápis množin*

Forma výuky: *hromadná výuka, samostatná práce*

Výukové metody: *vysvětlování, rozhovor, poslech, řešení úloh, práce s textem*

Pomůcky: *pracovní list (příloha D), audiosnímek Množiny hudebních nástrojů (příloha J), učebnice Didaktis*

Průběh hodiny:

Časový průběh	Název aktivity	Popis
0–5	Uvedení do tématu množin	Učitelka představí žákům téma Množiny na základě příběhu z historie matematiky tzv. třetí krize matematiky, jenž si společně přečtou v učebnici na str. 130. <i>Co způsobilo tzv. třetí krizi matematiky?</i> Učitelka se ptá: Co je množina? Žáci odpovídají vlastními slovy.

5–15	Množiny hudebních nástrojů – poslech	<p>Učitelka pustí ukázky jednotlivých hudebních nástrojů (viz příloha J). V nahrávce se nachází nástroje tří nástrojových skupin – strunné, dechové a bicí. Žáci je nejdříve pojmenují podle poslechu. Poté učitelka pustí ještě jednou ukázky s obrázky nástrojů. Opět nechá žáky jednotlivé nástroje pojmenovat, tentokrát jim pomáhá jejich vizualizace. Před druhým poslechem dostanou žáci za úkol napsat, jak by se daly nástroje rozřadit do jednotlivých skupin. Následně si společně zkontrolují výsledky práce.</p> <p>Učitelka se ptá: <i>Do jakých množin jste nástroje rozdělili? Proč jsem použila pojem množina? Co bychom mohli říct, že tedy množina je?</i> (Pozn. vyznačené tučně, je zápis do sešitu).</p> <p>Množina je souhrn určitých předmětů (prvků množiny).</p> <ul style="list-style-type: none"> a) množiny značíme množinovou závorkou {,} b) prázdnou množinu značíme \emptyset <ul style="list-style-type: none"> - množina s konečným počtem prvků se nazývá konečná - množina, která nemá konečný počet prvků, se nazývá nekonečná
15–20	Zápis množiny pomocí symbolů	<p>Postupně si učitel s žáky řekne, které nástroje patří do kterých množin (zkontroluje jejich poslech). Příslušné množiny žáci zapíší pomocí symbolů:</p> <p>dechové nástroje = {saxofon, příčná flétna, tuba, hoboj}</p> <p>strunné nástroje = {kytara, piano, kontrabas, harfa}</p> <p>bicí nástroje = {xylofon, tympány}</p> <p><i>Jak by vypadala prázdná množina? Co by to bylo?</i></p> <p><i>Jak se to zapíše pomocí jazyka matematiky?</i></p>

20–25	Množiny hudebních nástrojů – matematický zápis	<p>Učitelka s žáky zapíše zápis „být prvkem množiny“</p> <p>Kytara je prvkem množiny strunných nástrojů.</p> <p>kytara \in strunné nástroje</p> <p>Kytara není prvkem množiny dechových nástrojů.</p> <p>kytara \notin dechové nástroje</p> <p>Napište, jak to bude pro hoboj, xylofon a piano?</p>
25–30	Zápis množiny výčtem prvků, charakteristickou vlastností	<p>Množiny můžeme zapsat</p> <p>a) výčtem všech jejích prvků – nezáleží na pořadí prvků, každý z prvků je ve výčtu zastoupen právě jednou (pozn. pozor! slovo právě nám říká, že se žádný prvek nesmí vyskytnout dvakrát! tedy nemůžeme napsat kontrabas/basa, stejně jako čísla $2=\sqrt{4}$)</p> <p>b) charakteristickou vlastností – uvedeme takovou vlastnost, kterou mají všechny prvky množiny a žádný jiný prvek tuto vlastnost nemá</p> <p>Vyjádřete výčtem prvků množinu strunných nástrojů: např. strunné nástroje = {kytara, housle, viola, violoncello, klavír, ... }</p> <p>Vyjádřete charakteristickou vlastností množinu dechových nástrojů. dechové nástroje = {nástroje, u kterých vzniká tón chvěním vzduchového sloupce}</p> <p>Žáci sami napíšíou</p> <p>a) Vyjádří výčtem prvků množinu bicích nástrojů. b) Vyjádří charakteristickou vlastností množinu strunných nástrojů.</p>
30–40	Ověření matematický cílů	<p>Učitelka zadá žákům samostatnou práci, na které ověří porozumění látce.</p> <p><i>Příklad č. 7.:</i> Rozhodni, zda následující čísla jsou prvky množiny $M = \{-1; 0; 1; 2; 3\}$:</p> <p>a) -2 b) -1 c) 2,5 d) 3</p>

Příklad č. 8.:

Vyjádři výčtem prvků následující množiny dané vlastnostmi:

- a) $A = \{a \in \mathbb{N}; a \leq 7\}$
- b) $B = \{b \in \mathbb{Z}; b < 2\}$
- c) $C = \{c \in \mathbb{N}; b \geq 3 \wedge b < 7\}$
- d) $D = \{d \in \mathbb{Z}; d > -4 \wedge x \leq 7\}$
- e) $E = \{e \in \mathbb{Z}; |e| \leq 6\}$

Příklad č. 9.:

Rozhodni, které množiny z příkladu 8 jsou konečné a které jsou nekonečné.

40–45 Zpětná vazba

Učitelka formou zpětné vazby zjišťuje prožívání žáků během hodiny. Učitelka říká následující věty a žáci ukazují zdviženým prstem míru souhlasu a nesouhlasu.

Dnešní látku jsem pochopil.

Potřeboval bych látku ještě více procvičit.

Výuka byla příliš pomalá.

Měl jsem problém dávat pozor.

Předložené ukázky byly těžké na poslech.

Neznám hudební nástroje.

5.2.2 Hodina č. 2.: Podmnožiny

Cíle hodiny: *Žák uvede příklad podmnožiny dané množiny. Žák zapíše všechny podmnožiny dané konečné množiny. Žák vyhodnotí vztah mezi množinami a číselnými obory a vztah mezi podmnožinami množinami reálných čísel. Žák rozřadí zvukové ukázky do příslušných podmnožin. Žák vymyslí vlastní podmnožiny. Žák hodnotí svoji práci při hodině. Žák hodnotí práci druhých.*

Hudební pojmy: *hudební žánry*

Matematické pojmy: *podmnožina, číselné obory*

Forma výuky: *hromadná výuka, samostatná práce, práce ve skupinách*

Výukové metody: vysvětlování, rozhovor, poslech, tvoření, řešení úloh

Pomůcky: pracovní list (příloha E), audiosnímek Hudební podmnožiny (příloha K)

Průběh hodiny:

Časový průběh	Název aktivity	Popis
0–7	Opakování z minulé hodiny	<p>Učitelka formou otázek opakuje látku z minulé hodiny:</p> <p><i>Co je (vlastními slovy) množina? Uveď příklad nějaké množiny. Jakým způsobem jsi množinu popsal? Uveď příklad množiny popsané pomocí charakteristické vlastnosti. Jaké množiny můžeme z pohledu konečnosti mít?</i></p> <p>Žáci samostatně řeší příklad:</p> <p><i>Příklad č. 1.:</i></p> <p>Zapiš výčtem prvků všechny prvky množiny $A = \{x \in \mathbb{Z}; x \geq -2 \wedge x < 4\}$.</p>
7–17	Podmnožiny-poslech	<p>Učitelka pustí následující písničky (viz příloha K). Žáci jednotlivé ukázky nejdříve poslouchají. Dále mají za úkol poznat, jak by mohli nazvat tuto množinu písniček. (Učitelka upozorní, že tam jedna patřit nebude). Následně pustí nahrávky ještě jednou. Před druhým poslechem se ptá: <i>Která písnička nebude do této množiny patřit? Jak se jednotlivé písničky jmenují?</i></p> <p>Po druhém poslechu žáci na tabuli napíší názvy jednotlivých písniček. Následně ve skupinách rozřazují písničky do „podskupin“ = podmnožin. Například:</p> <ul style="list-style-type: none">- můžeme říct, že české koledy jsou podmnožinou vánočních písniček

- anglické vánoční písničky jsou podmnožinou všech vánočních písniček
Co platí pro podmnožiny? (*všechny jejich prvky jsou součástí množiny*)

17–25

Zápis podmnožin

Podmnožiny

Množina B je podmnožinou množiny A, právě když každý prvek B je zároveň prvkem A. Píšeme $B \subseteq A$.

- být podmnožinou značíme \subseteq
- nebýt podmnožinou značíme $\not\subseteq$

Žáci mají za úkol zapsat jednotlivé podmnožiny, které vymyslí, matematickým zápisem. Využívají označení písniček jako prvků. Společně s učitelkou diskutují, zda je ticho (prázdná množina) také podmnožinou. (V souvislosti s prázdnou množinou učitelka používá označení ticho pro prázdnou množinu, případně tipy, které žáci navrhovali v předchozí hodině). Učitelka žáky upozorní na fakt, že celá množina je sama také podmnožinou.

25–30

Vymýšlení vlastních podmnožin

Žáci mají za úkol ve skupinách vymyslet vlastní podmnožiny písniček, které mají rádi. Jejich nápady učitelka zapisuje na tabuli. Zároveň připomene žákům situaci, kdy si zakreslovali obory čísel, které samy byly podmnožinami. Opět připomene číselné obory.

30–40

Ověření porozumění v matematice

Žáci dostanou jednoduché příklady, ve kterých praktikují získané znalosti.

Příklad č.5.: Je dána množina $A = \{1;2;3; \pi\}$. Urči, které z následujících množin jsou jejími podmnožinami (a zapiš výsledek jedním ze znaků \subseteq nebo $\not\subseteq$).

a) $A = \{1;2;3;\pi\}$

-
- b) $B = \{1; \pi\}$
 - c) $C = \{0; 1\}$
 - d) $D = \{\} = \emptyset$

Příklad č.6.: Zapište všechny podmnožiny množin

- a) $\{2, 7\}$
- b) $\{5, 7, 9\}$
- c) $\{0\}$
- d) \emptyset

Příklad č. 7.: Zapište všechny podmnožiny množiny $A = \{-3; 0; 0,5; 1\}$, které jsou současně podmnožinou:

- a) množiny \mathbb{N}
- b) množiny \mathbb{Z}
- c) $\{x \in \mathbb{R}; |x| < 1\}$

40–45 Zpětná vazba

Učitelka říká různá čísla a žáci je přiřazují do podmnožin číselných množin. Učitelka formou kladení otázek zjišťuje zpětnou vazbu. Žáci se staví podle míry, jak souhlasí s výroky:

Chápu pojem podmnožina.

Zapišu, že je nějaký předmět nebo číslo podmnožinou určité množiny.

Ukázka písniček mi pomohla pochopit, co jsou to podmnožiny.

Chápal jsem, co po mně učitelka chce.

Dobře jsme pracovali ve skupině.

5.2.3 Hodina č. 3.: Rovnost množin, doplněk

Cíle hodiny (matematické): *Žák rozhodne, zda si jsou dané množiny rovny nebo zda je jedna z nich podmnožinou té druhé. Žák provádí operace s množinami (doplněk). Žák hodnotí svůj proces učení.*

Hudební pojmy: *sloka, refrén*

Matematické pojmy: *rovnost množin, doplněk*

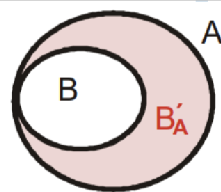
Forma výuky: *hromadná výuka, samostatná práce, práce ve skupinách*

Výukové metody: *vysvětlování, rozhovor, řešení úloh, práce s písní*

Pomůcky: *pracovní list (příloha F)*

Průběh hodiny:

Časový průběh	Název aktivity	Popis
0–10	Opakování z minulých hodin – podmnožiny	Učitelka hází míčem a při tom se ptá: <i>Co je množina?</i> (vlastními slovy). <i>Jak množinu zapisujeme? Jak značíme „být prvkem množiny“? Co je podmnožina?</i> Uveďte příklad libovolné množiny; libovolné podmnožiny; tříprvkové množiny; nekonečné množiny; nekonečné podmnožiny konečné množiny. Učitelka rozdělí žáky do skupinek. Každá skupinka má za úkol během 3 min vymyslet co nejvíce množin „ze života“, které budou obsahovat právě tři prvky.
10–20	Doplněk	Učitelka s žáky zpívá písničku Cowboy (od Pokáče), již následně rozdělí na podmnožiny: sloka 1., 2., refrén. Části, které jsou v písničce, nejsou však ani refrén ani sloka, budou představovat doplněk. Učitelka nechá žáky vymýšlet, jak bychom mohli tyto skupiny nazvat. Společně se žáky doplněk zazpívá. Následně napíše matematickou definici doplňku: Doplněk Je-li množina B podmnožinou množiny A, nazýváme doplněk množiny B v množině A (zapisujeme B'_A) množinu všech prvků A, které nepatří do množiny B.



20–25	Rovnost množiny	Společně si zazpívají části, které se rovnají. Co pro dané části platí?
		<p>Rovnost množin</p> <p>Množiny A, B se rovnají tehdy, když každý prvek množiny A je prvkem množiny B a zároveň každý prvek množiny B je prvkem množiny A. Píšeme $A=B$.</p>
25–40	Propojení s matematikou	<p>Žáci dostanou příklad</p> <p><i>Příklad č. 2.: - samostatná práce</i></p> <p>Zjistěte, které z následujících množin se rovnají:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) $\{x \in \mathbb{Z}; x > 0\}$ b) $\{x \in \mathbb{R}; x \leq 0\}$ c) $\{x \in \mathbb{N}; x - 2 < 2\}$ d) \mathbb{N} e) $\{0\}$ f) $\{1, 2, 3\}$ g) $\{x \in \mathbb{R}; \sqrt[3]{x^3} = x\}$ h) $\{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\}$ <p><i>Příklad č. 3.:</i></p> <p>Určete doplněk množiny B v množině A, jestliže:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) $A = \{-2; -0,5; 0; 1; 3\}, B = \{-0,5; 0; 0,3\}$ b) $A = \mathbb{Z}; B = \{x \in \mathbb{Z}, x \leq 0\}$ c) $A = \{x \in \mathbb{Z}; x > 5\}, B = \{x \in \mathbb{Z}; x \geq 7\}$ d) $A = \mathbb{N}, B = \{x \in \mathbb{N}; x > 2\}$ e) $A = \mathbb{Z}, B = \{x \in \mathbb{Z}; x > 2\}$ f) $A = \mathbb{R}, B = \{x \in \mathbb{R}; \sqrt{x^2} = -x\}$ g) $A = \mathbb{R}, B = \{x \in \mathbb{R}; x - 1 < 0\}$ h) $A = \mathbb{R}; B = \{x \in \mathbb{R}; x - 2 \geq 0\}$
40–45	Zpětná vazba	<p>Učitelka prochází se žáky výsledky. Následně s nimi diskutuje nejasnosti a nechává prostor pro dotazy. Žáci v závěru hodiny pracují ve dvojicích. Za úkol mají formulovat závěr z hodiny.</p>

5.2.4 Hodina č. 4.: Sjednocení, průnik

Cíle hodiny: *Žák provádí operace s množinami (operace průnik, sjednocení). Žák hraje sjednocení a průnik. Žák vykonává pohybovou aktivitu na základě daného metra.*

Hudební pojmy: *metrum, 4/4 takt*

Matematické pojmy: *sjednocení, průnik*

Forma výuky: *samostatná práce, práce ve skupinách*

Výukové metody: *rozhovor, poslech, hra, řešení úloh*

Pomůcky: *hra na tělo (příloha G), kartičky – hra sjednocení a průnik (příloha H), pracovní list (příloha I), audiosnímek Sjednocení a průnik (příloha L)*

Průběh hodiny:

Časový průběh	Název aktivity	Popis
0–8	Opakování	Žáci dostanou samostatnou práci jako opakování nabytých dovedností. Mají za úkol vypočítat příklad: <i>Napiš množinu rovnou s množinou $D = \{5,6,7,8, \dots\}$ Jak bude vypadat doplněk do množin Z, R?</i>
8–20	Rytmizace sjednocení a průniku	Žáci se rozdělí do 4 skupin. Každá skupina dostane přidělený vlastní rytmický motiv v podobě hry na tělo (příloha G). Nejdříve každá skupina zahraje přidělený motiv, který opakuje stále dokola. Postupně hrají společně. Učitelka zapne hudební doprovod (příloha L). Následně ukáže dva matematické symboly \cap - průnik a \cup - sjednoceno a vysvětlí, co je jejich podstatou. Učitelka se ptá. <i>Jak by znělo sjednocení vás jako množin? Zahrají. Jak by zněl průnik? Zahrají.</i>

20–30	Hraní průniku a sjednocení – „trénink“	Učitelka ukazuje na lístečku napsané různé možnosti, jaké mohou mezi množinami nastat (příloha H). Vyvolává jednotlivé žáky, ti čtou nahlas psané symboly a následně operace hrají.
30–37	Video sjednocení a průnik	Učitelka pustí video s různými kombinacemi množin (kombinuje 4 množiny a pak průnik a sjednocení). Žáci hrají podle příslušnosti do množin a příslušných operací. (Pokud jsou žáci pomalejší, je lepší jednotlivé operace ve videu nejdříve projít a následně až video pustit). Podle potřeby je možné video pustit vícekrát.
37–45	Shrnutí a zpětná vazba	Učitelka nechá ve skupinkách žáky vymyslet vlastní operace s množinami. Následně operace hrají. V závěru je nechá, aby opět sami shrnuli, co se během hodiny naučili. Následně žáci hodnotí prvky hodiny opět podle „liků“ na prstech. Pokládá věty: <i>Pochopil jsem, co je průnik. Pochopil jsem, co je sjednocení. Hraní rytmů bylo lehké. Bavilo mě hrát rytmická cvičení. Nerozuměl jsem, co po mně vyučující chce.</i> Pozn. Další hodinu je potřeba ještě vše procvičit na příkladech z matematiky. Pracovní list je uveden v příloze I.

6 Výsledky výzkumu ve třídách

Po skončení výuky tématu Množiny a po obdržení zpětné vazby byly získané informace zpracovány. Výsledky jsou ukázány v následující kapitole. Většina odpovědí je převedena do grafů a popsána popisky. Zároveň je zpracování výsledků rozděleno do šesti podkapitol. V první nalezneme výsledky postojů žáků obou tříd celkově k hodinám matematiky. V každém grafu jsou vedle sebe výsledky tříd A a B. Můžeme tak porovnat odlišnosti v přístupu skupin k matematice jako školnímu předmětu. V další části jsou zobrazeny výsledky skupiny A, kde je jejich zpětná vazba k hodinám o množinách porovnána s jejich hodnocením hodin matematiky obecně. Ve třetí a čtvrté části jsou zpracovány výsledky výzkumné skupiny B. Nejdříve je porovnán jejich vztah k hodinám matematiky jako takovým s jejich hodnocením hodin o množinách vyučovaných s hudebními prvky. Následně jsou porovnány výsledky obou tříd k tématu Množin. Dále je ukázáno, jak hodnotili pochopení matematických pojmů žáci věnující se aktivně hudbě a žáci hudebně neaktivní. Šestá část se zaměřuje na rozdíly v didaktickém testu obou tříd. Výsledky jsou porovnány vzhledem k průměrným výsledkům žáků z matematiky a mezi skupinami navzájem. V závěru každé podkapitoly najdeme shrnutí dílčích závěrů a na konci celé kapitoly odpovědi na výzkumné otázky.

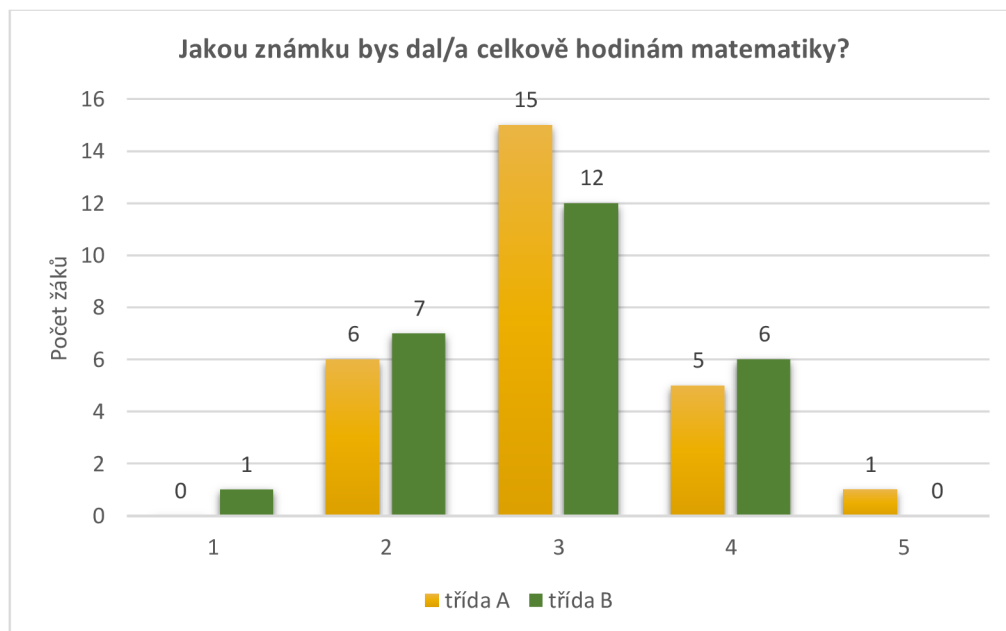
Pro lepší rozlišení jsou výsledky třídy A v odstínech žluté barvy a výsledky třídy B v odstínech barvy zelené. Díky absenci žáků bylo ve třídě A během výzkumu 27 žáků a ve třídě B 26.

6.1 Výsledky dotazníku žáků obou výzkumných skupin k hodinám matematiky

Zjišťujeme, jaký je postoj žáků k hodinám matematiky celkově. Jejich postojem myslíme, co je motivuje k učení se matematice, jak hodnotí hodiny matematiky a jak se na hodinách cítí. Díky tomu porovnáme, jestli se třídy v pohledu na matematiku shodují, nebo zda je jejich přístup odlišný a případně jak. Odpovídali na otázky: *Jakou známku bys dal hodinám matematiky? Hodiny matematiky mě baví. Matematiku budu ve svém životě potřebovat. Probírané látce rozumím. Matematika mi jde. Chci dosáhnout dobrých výsledků v matematice. Stydím se, když se mi v matematice nedaří. V hodinách matematiky pracuji.*

V grafech jsou odpovědi obou tříd vedle sebe. V závěru je vynesena graf pocitů, jež žáci prožívají během hodin matematiky.

Jakou známku bys dal/a celkově hodinám matematiky?



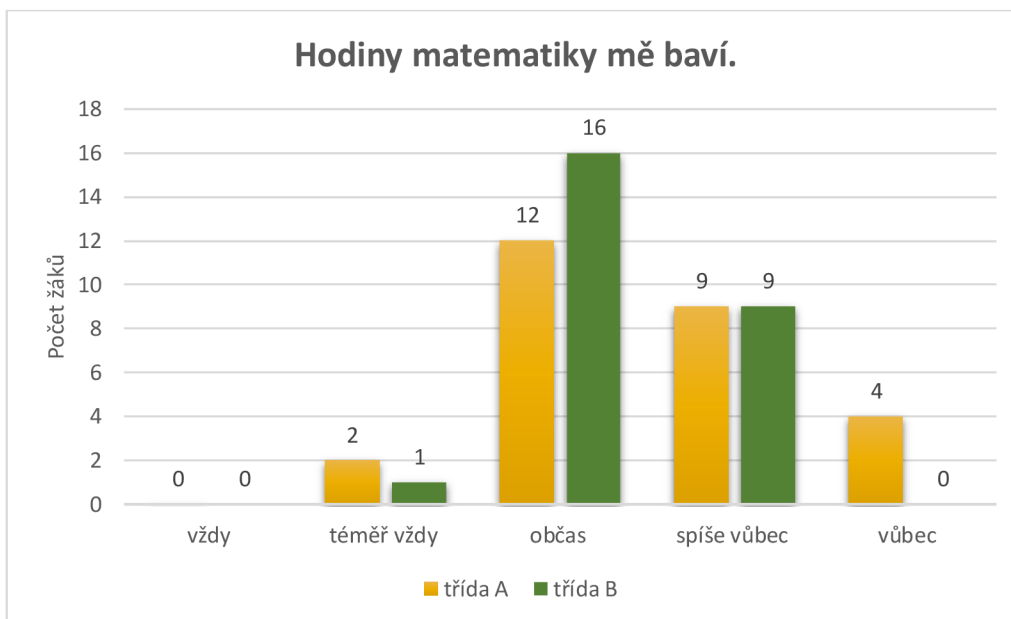
Graf 1 – Jakou známku bys dal/a hodinám matematiky? četnost ve třídách

Z grafu vidíme, že hodnocení hodin matematiky je ve třídách velmi podobné. Průměrná známka ve třídě A je 3 a ve třídě B je to 2,9. Můžeme usuzovat, že v obou třídách je vnímání hodin matematiky podobné. Nemůžeme však opomenout, že jde o velmi zjednodušený přístup. Nevíme, co žáci známkou přesně hodnotili. Jestli známka vyjadřuje vztah k matematice, k hodinám, k učiteli atd.

Rozhodni, v jaké míře souhlasíš s následujícími výroky:

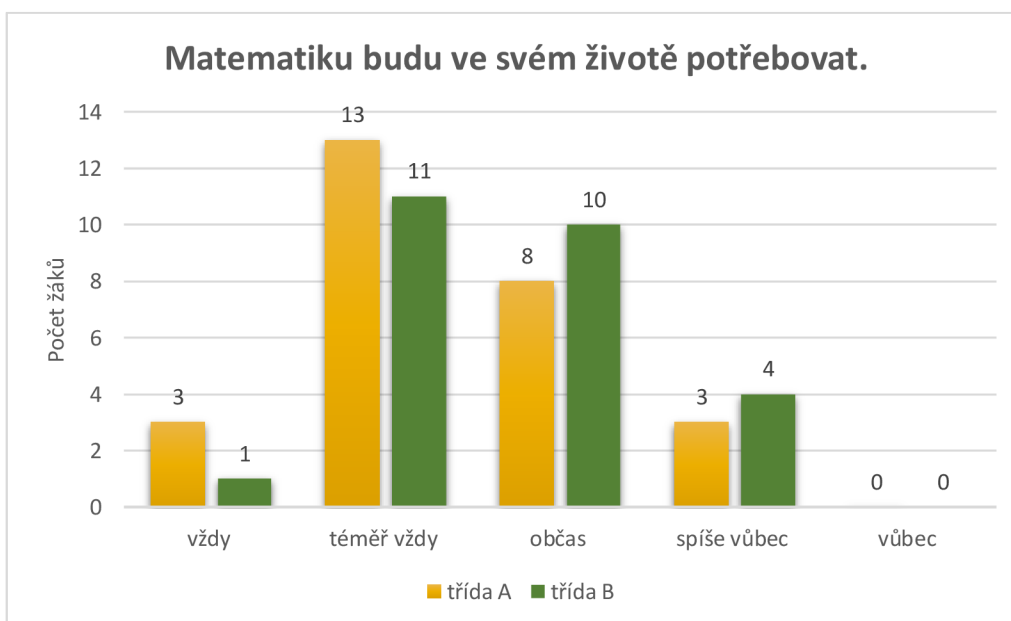
- **Hodiny matematiky mě baví.**

Rozložení toho, jak žáky matematika baví, je podobné v obou třídách. Největší část tvoří žáci, které matematika baví *občas*. Ve třídě B pozorujeme tuto odpověď ve větší míře. Můžeme říct, že matematika nebaví *spíše vůbec* nebo *vůbec* 48 % žáků třídy A a 35 % žáků třídy B.



Graf 2 – Hodiny matematiky mě baví – četnost ve třídách

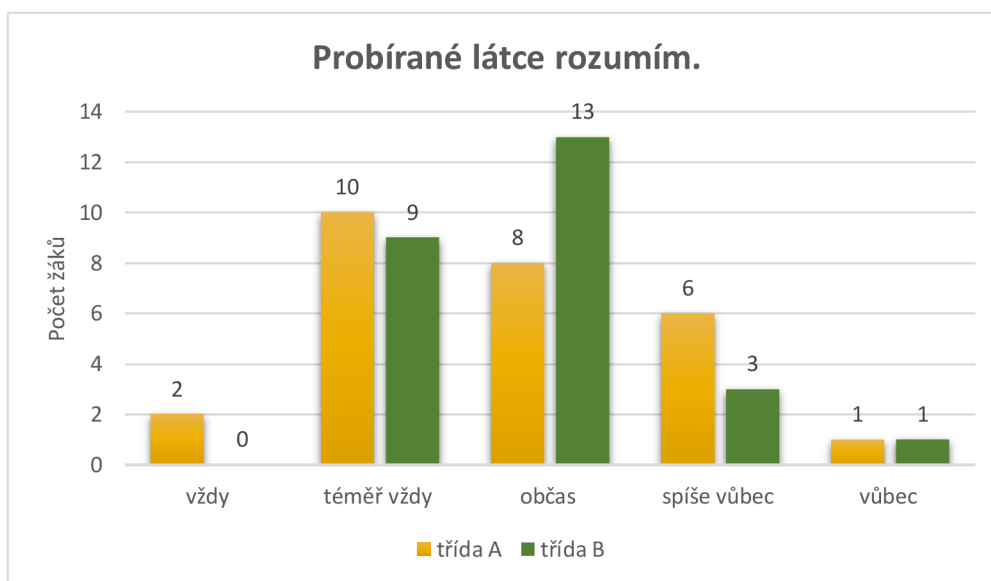
- **Matematiku budu ve svém životě potřebovat.**



Graf 3 – Matematiku budu ve svém životě potřebovat – četnost ve třídách

Názor na potřebu matematiky v životě je opět v obou třídách velmi podobný. 48 % a 42 % žáků si myslí, že bude matematiku ve svém životě potřebovat *téměř vždy*. 30 % a 39 % žáků předpokládá, že bude matematiku potřebovat *občas*. Podle 59 % žáků třídy A se matematika objeví v jejich budoucím životě *vždy* nebo *téměř vždy*. V třídě B si to myslí 46 % žáků.

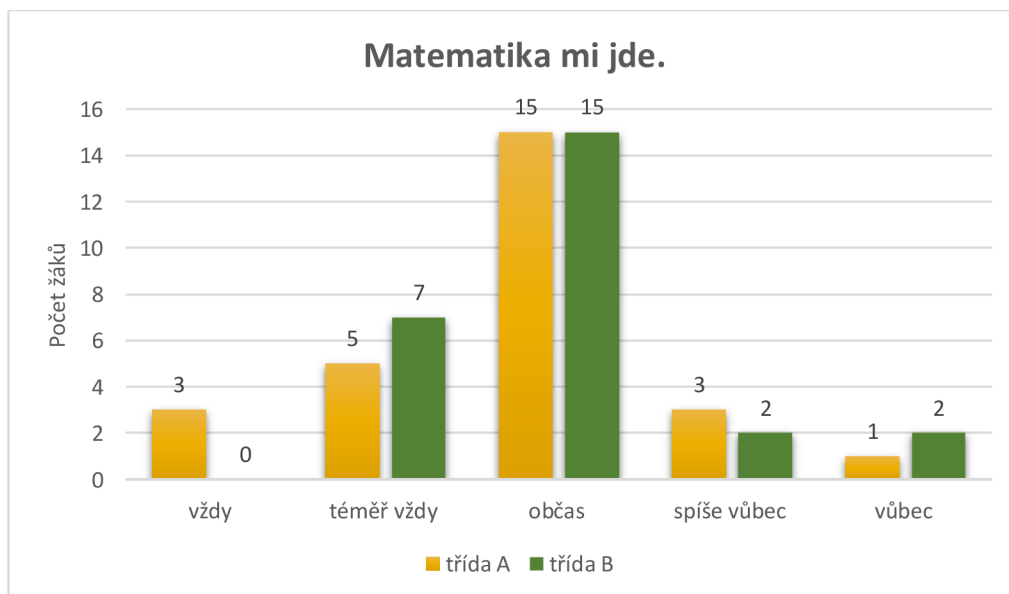
- **Probírané látce rozumím.**



Graf 4 – Probírané látce rozumím – četnost ve třídách

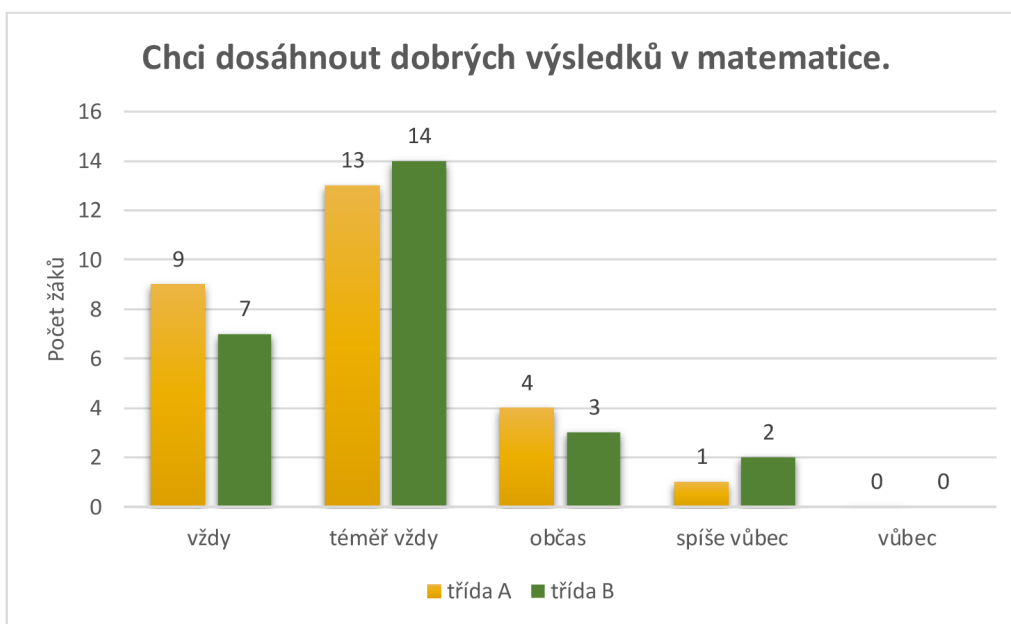
Téměř vždy nebo *vždy* rozumí látce ve třídě A 44 % žáků, ve třídě B 35 %. Ve třídě A látce *občas* rozumí 30 % žáků. Ve třídě B 50 % žáků, tedy polovina dotazovaných, rozumí látce *občas*. Počet žáků, kteří nerozumí látce *vůbec*, je v obou třídách jeden žák. V průměru obě třídy odpověděly 3,2, což by odpovídalo výrazu *občas*.

- **Matematika mi jde.**



Graf 5 – Matematika mi jde – četnost ve třídách

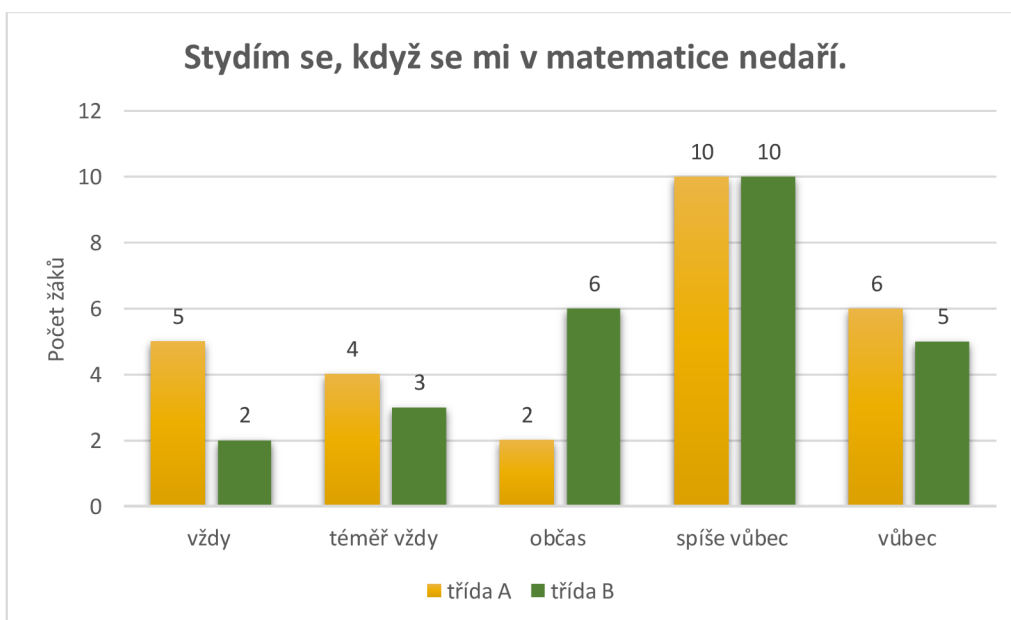
- **Chci dosáhnout dobrých výsledků v matematice.**



Graf 6 – Chci dosáhnout dobrých výsledků v matematice – četnost ve třídách

V grafu vidíme jasnou převahu odpovědí *vždy* a *téměř vždy*. Ve třídě A takto odpovědělo 81 % žáků, ve třídě B to bylo také 81 %. Vidíme, že pro většinu žáků, je výsledek jejich učení velmi důležitý.

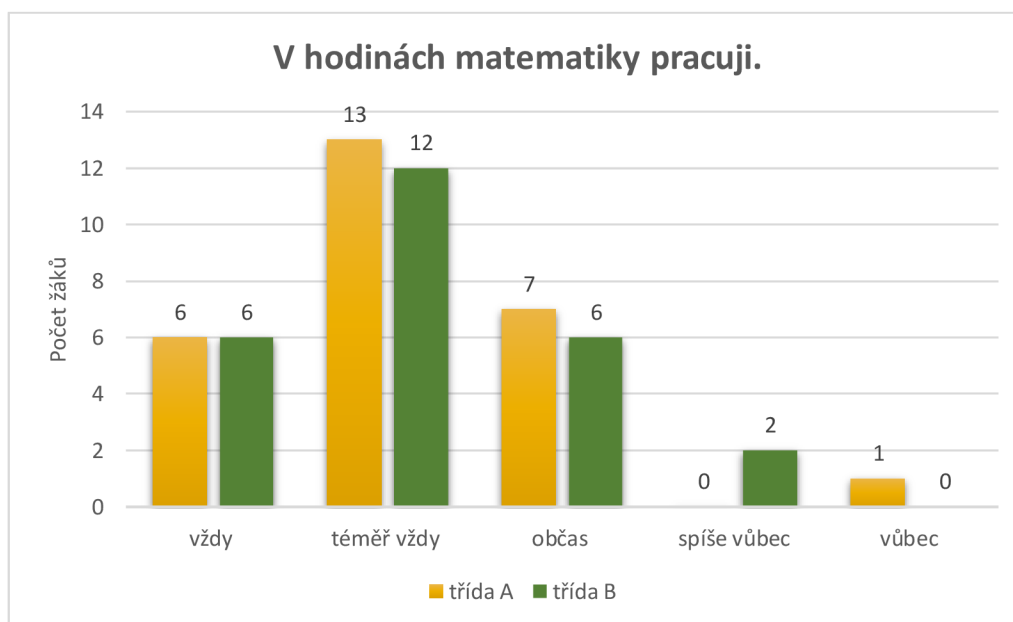
- **Stydím se, když se mi v matematice nedaří.**



Graf 7 – Stydím se, když se mi v matematice nedaří – četnost ve třídách

V obou třídách je patrný spíše menší ostych z neúspěchu. Je otázkou, čím je to způsobené. Zda je to atmosférou třídy, školy, jestli je to tím, že si jsou žáci v matematice jistí nebo vidí, že i ostatní chybují. Důležité je, že z výsledků se ve třídě A *vůbec* nebo *téměř vůbec* při nezdaru nestydí 59 % žáků. Ve třídě B je to 58 %. Vidíme, že někteří žáci se i přes výsledek třídy *vždy* stydí. Důvod bychom už museli hledat individuálně s konkrétními žáky.

- **V hodinách matematiky pracuji.**

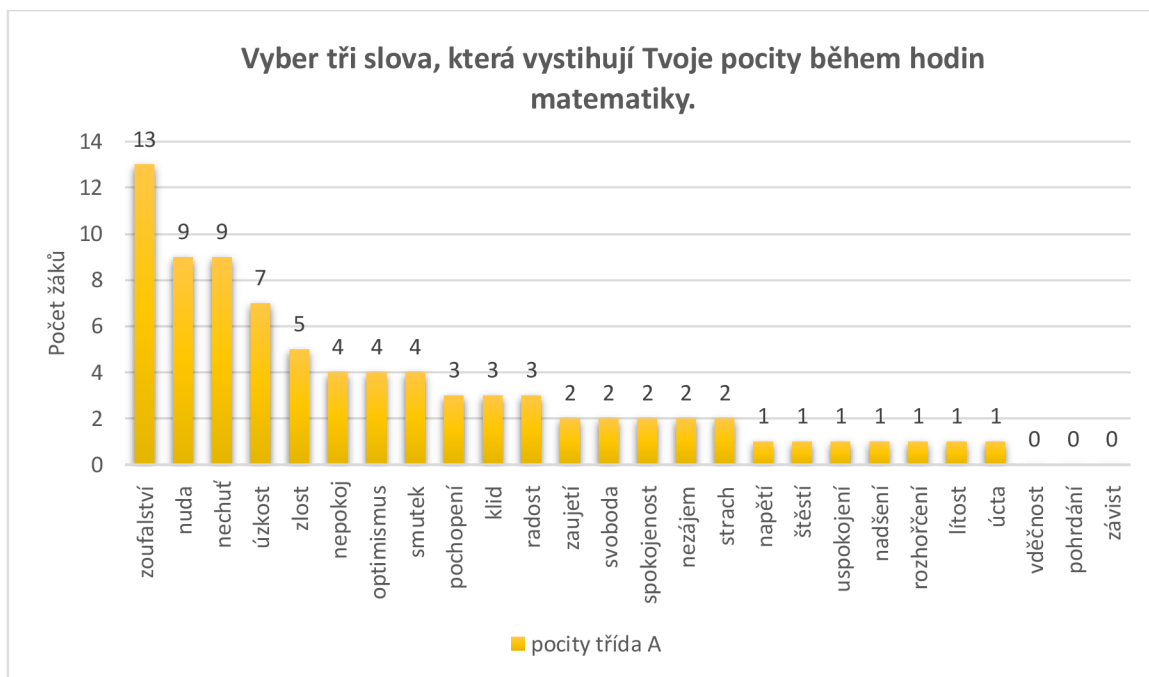


Graf 8 – V hodinách matematiky pracuji – četnost ve třídách

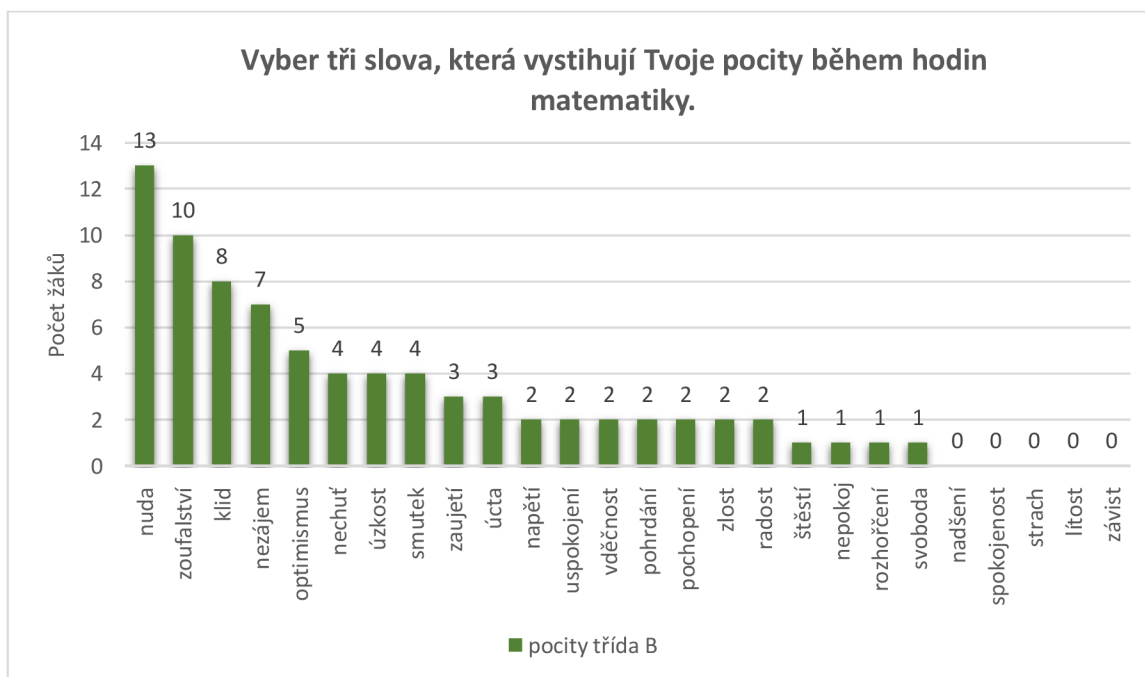
Opět vidíme z grafu, že rozložení odpovědí je v obou třídách velmi podobné. Většina třídy hodnotí svoji aktivitu jako *vždy* nebo *téměř vždy* pracující. Ve třídě A je to 70 %, ve třídě B je to 69 % žáků.

Vyber 3 slova, která vystihují Tvoje pocity během hodin matematiky:

V níže uvedených grafech 9 a 10 jsou uvedeny pocity žáků během hodin matematiky. Největší četnost mají pocity zoufalství a nudy. Ve třídě A mezi pěti nejčastějšími pocity převažují negativní emoce: zoufalství, nuda, nechuť, úzkost, zlost. Zatím co ve třídě B se vedle nudy a zoufalství vyskytují mezi prvními pěti i pozitivní emoce. Prvních pět nejčastějších pocitů je: nuda, zoufalství, klid, nezájem a optimismus. Jak z výsledků vidíme, nejčastější pocity (nuda a zoufalství) se vyskytují v obou třídách, a to v téměř stejném počtu.



Graf 9 – Pocity žáků během hodin matematiky – četnost ve třídě A



Graf 10 – Pocity žáků během hodin matematiky – četnost ve třídě B

V porovnávání obou tříd je vidět, že jejich vnímání matematiky je velmi podobné. Hodiny matematiky v průměru žáci hodnotili známkou 3 ve třídě A a 2,9 ve třídě B (graf 1). Hodiny matematiky žáky baví *občas* nebo *spíš vůbec*. Více je o potřebě matematiky přesvědčená třída A, v průměru je to 3,6 a v třídě B 3,3 (graf 3). Porozumění látce bylo v obou třídách v průměru stejné a to 3,2 (graf 4). V hodnocení žáků, zda jim matematika jde, jsou třídy odlišné v průměru o 0,2 bodů (graf 5). Dobrých výsledků v matematice chce dosáhnout v průměru třída A 4,1 a

třída B 4,0 (graf 6). Ve třídách nepřevažuje ostych při nezdaru (graf 7). Svoji aktivitu žáci hodnotili taktéž v obou třídách podobně. V průměru bylo hodnocení 3,9 ve třídě A a 3,8 ve třídě B (graf 8). Žáci třídy A během hodiny pociťují zoufalství, nudu, nechuť, úzkost a zlost (graf 9). Žáci třídy B během hodin cítí nudu, zoufalství, klid, nezájem a optimismus (graf 10).

V tabulce 1 jsou uvedeny průměrné hodnoty odpovídající postojům k hodinám matematiky v jednotlivých třídách. Vlevo jsou hodnoty třídy A, vpravo třídy B.

Tabulka 1 – Srovnání obou tříd a jejich postoje k hodinám matematiky (vlevo třída A, vpravo třída B)

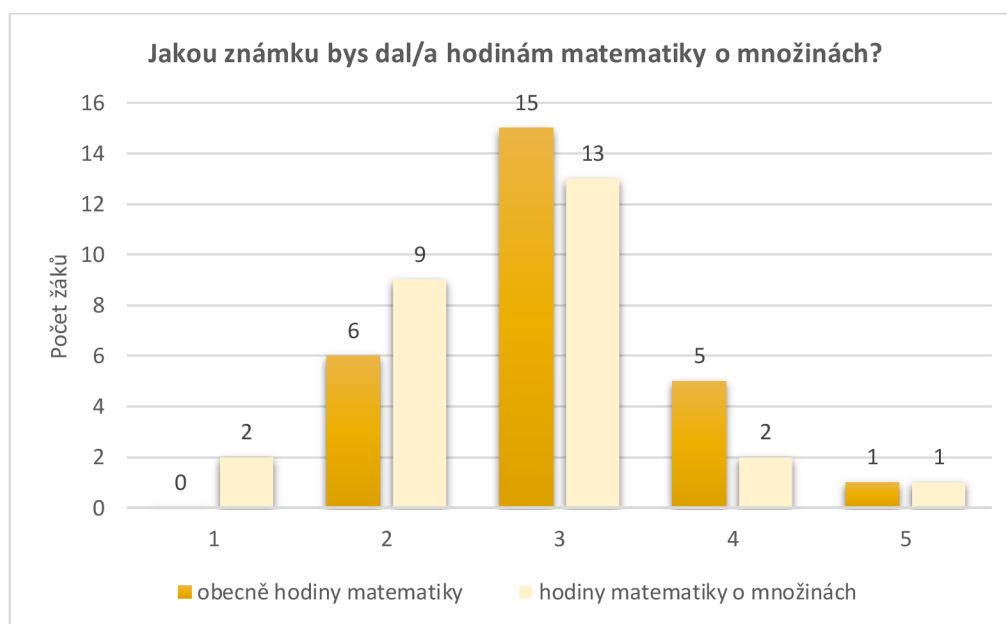
	průměr	
	třída A	třída B
Hodiny matematiky mě baví.	2,4	2,7
Matematiku budu ve svém životě potřebovat.	3,6	3,3
Probírané látce rozumím.	3,2	3,2
Matematika mi jde.	3,2	3,0
Chci dosáhnout dobrých výsledků v matematice.	4,1	4
Stydím se, když se mi v matematice nedaří.	2,7	2,5
V hodinách matematiky pracuji.	3,9	3,8

Z uvedených srovnání se zdá, že u žáků převažuje hlavně výkonová motivace. Lze tak usuzovat na základě jejich snahy dosáhnout dobrých výsledků. Dále bychom mohli zvažovat motivaci ve vztahu k budoucnosti, kdy velká část žáků vidí potřebu umět matematiku v dalších letech. Také můžeme zařadit motivaci k vytyčeným cílům, protože si více než polovina třídy myslí, že jim matematika jde a můžeme předpokládat, že je to motivuje k další činnosti. Vyloučit můžeme motivaci zaujetím, protože většinu třídy matematika nebaví. Také malá část třídy se stydí při nezdaru, proto nemusíme zvažovat motivaci sebeúcty. Je důležité zmínit, že všechny tyto úvahy nad motivací žáků jsou velmi zjednodušené. Nemůžeme opomenout individualitu každého jedince, a tedy i individuální motivaci každého ze žáků. V motivaci žáků hrají roli také další faktory, jako je osoba učitele, celkový vztah ke vzdělání atd.

6.2 Výsledky dotazníku třídy A

V druhé části jsou uvedeny výsledky výzkumu ve třídě A, která byla vyučována bez hudebních prvků. Nalezneme zde srovnání výsledků hodin matematiky s hodinami o množinách. Postupně jsou rozebrány jednotlivé otázky jako v předchozí kapitole a jejich srovnání v rámci jedné třídy. Na konci podkapitoly je shrnutí průměrných výsledků v tabulce 2.

Jakou známku bys dal/a hodinám matematiky o množinách?



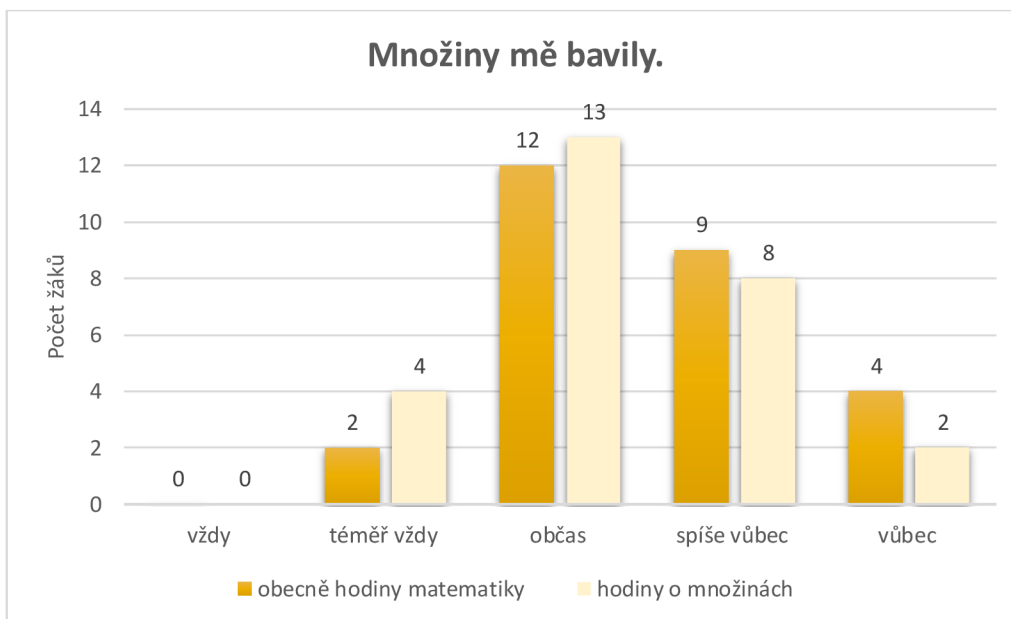
Graf 11 – Jakou známku bys dal/a hodinám matematiky o množinách? četnost ve třídě A

V grafu 11 vidíme porovnání, jak žáci třídy A hodnotili celkově hodiny matematiky a jak hodnotili pouze hodiny matematiky o množinách. Průměrná známka pro hodiny matematiky byla 3, pro hodiny s množinami byla 2,7. Je patrné malé zlepšení průměrné známky hodin.

Rozhodni, v jaké míře souhlasíš s následujícími výroky. Všechny výroky se vztahují k hodinám, kdy jsme probírali množiny.

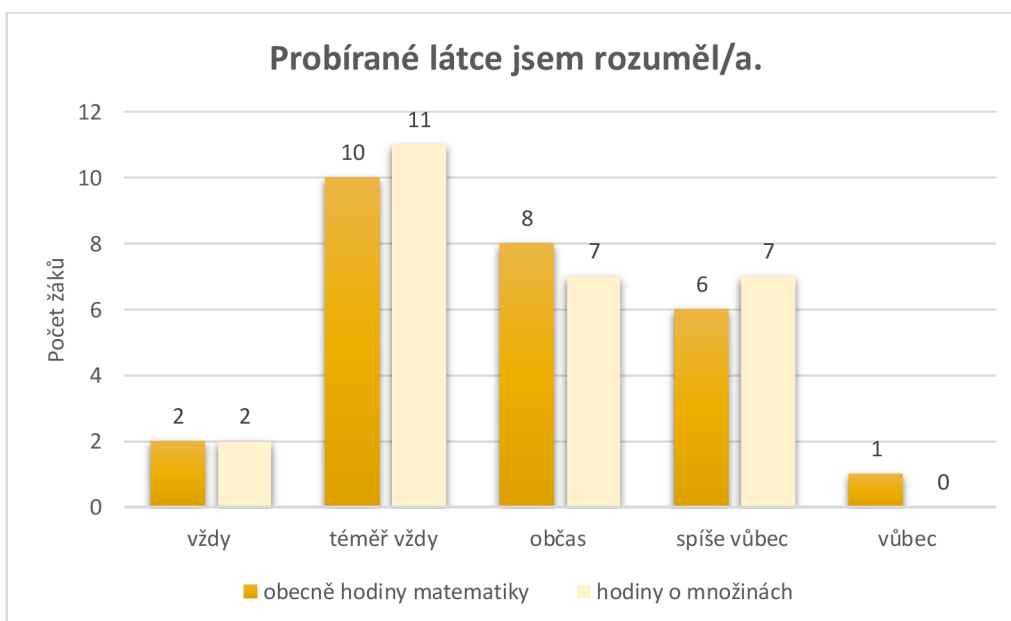
- **Množiny mě bavily.**

Jak hodiny s množinami žáky bavily má podobné rozložení jako hodiny matematiky obecně. Můžeme si všimnout mírného poklesu u *spíše vůbec* a *vůbec*. Naopak mírně stoupla odpověď *vždy* a *občas*.



Graf 12 – Množiny mě bavily – četnost ve třídě A

- **Probírané látce jsem rozuměl/a.**

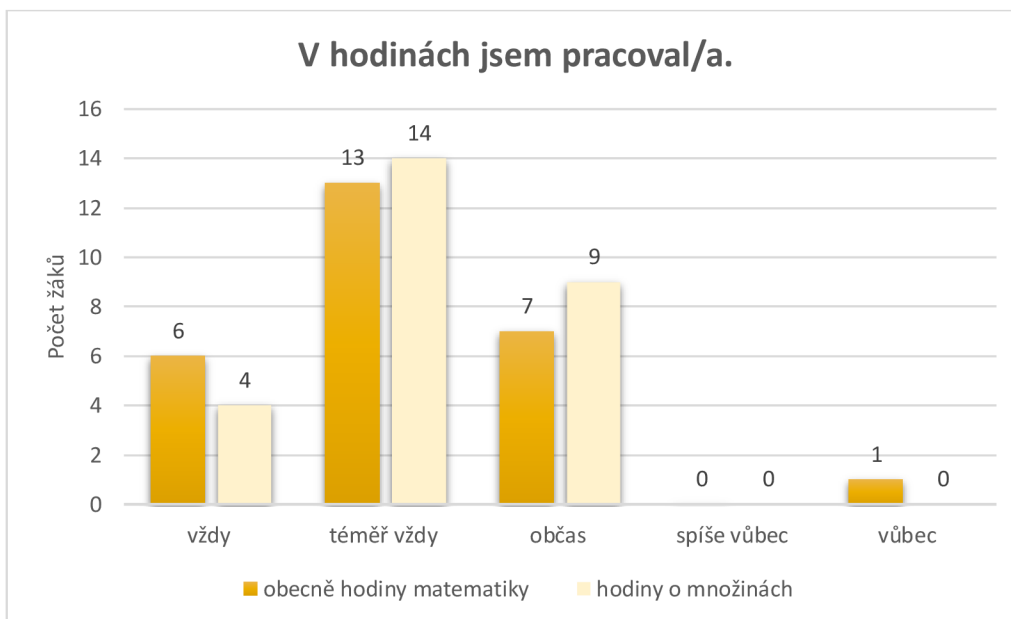


Graf 13 – Probírané látce jsem rozuměl/a – četnost ve třídě A

Porozumění látce množiny má u žáků téměř stejné rozložení jako u běžných hodin matematiky.

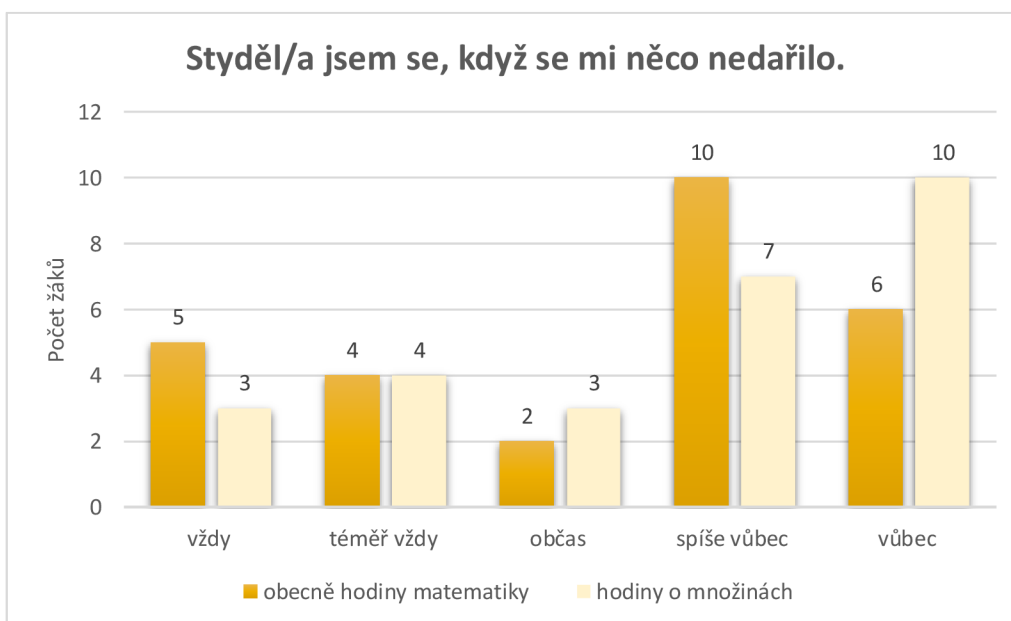
- **V hodinách jsem pracoval/a.**

Svoji práci v hodině hodnotili žáci téměř stejně jako během běžných hodin matematiky.



Graf 14 – V hodinách jsem pracoval/a – četnost ve třídě A

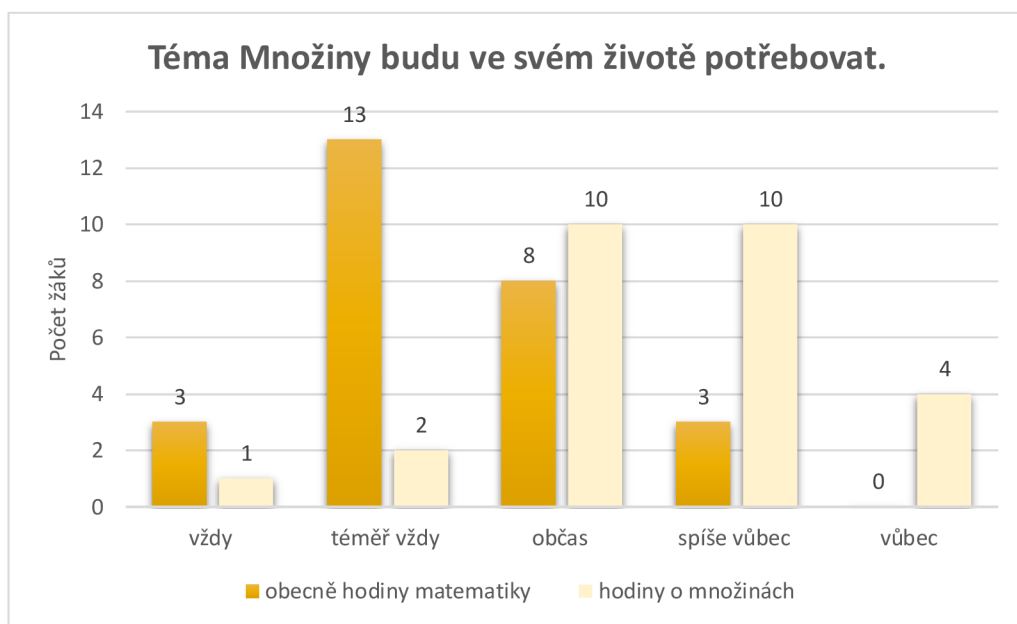
- **Styděl/a jsem se, když se mi něco nedařilo.**



Graf 15 – Styděl/a jsem se, když se mi v matematice nedařilo – četnost ve třídě A

Pocit studu při neúspěchu se ve třídě během probírání množin změnil tak, že přibýlo odpovědí *vůbec* a o skoro stejný počet ubylo *spíše vůbec*. 16 žáků odpovědělo, že se *spíše vůbec* nebo *vůbec* nestydí během běžných hodin matematiky. V průběhu hodin o množinách jich takto odpovědělo 17. Ostatní rozložení zůstalo téměř nezměněno.

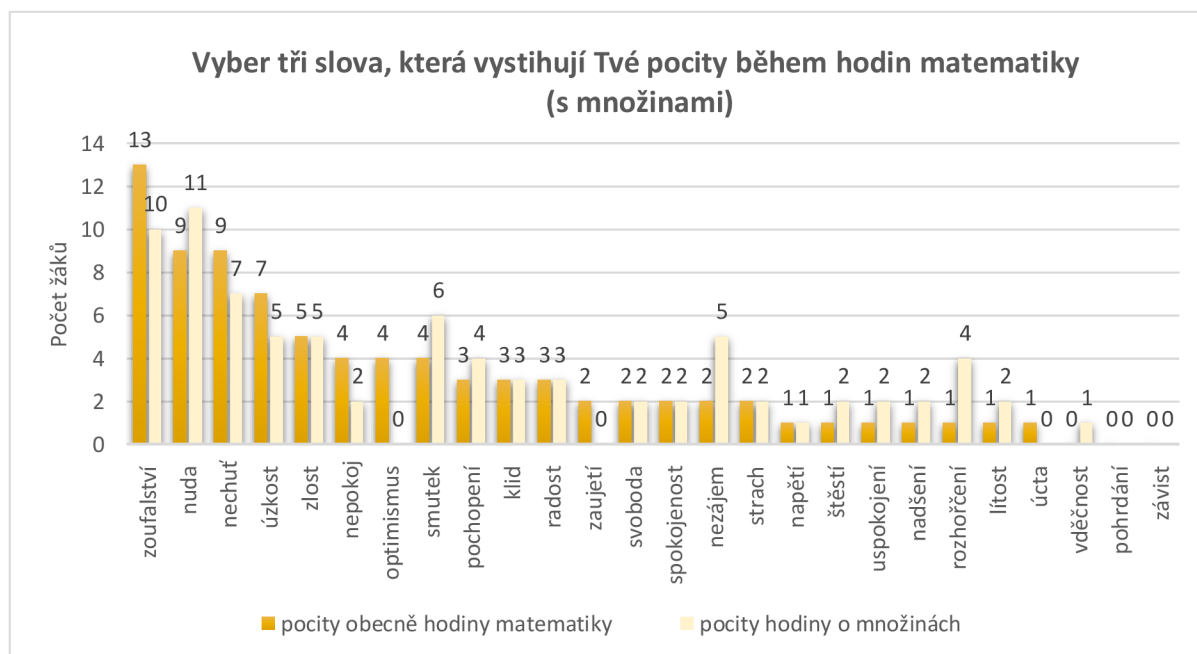
- **Téma Množiny budu ve svém životě potřebovat.**



Graf 16 – Téma Množiny budu ve svém životě potřebovat – četnost ve třídě A

Zatímco 16 žáků si myslí, že bude matematiku v životě *vždy* nebo *téměř vždy* potřebovat, o množinách si to samé myslí žáci 3. Větší část třídy (14 žáků) odpovědělo, že množiny nebudou potřebovat *spíše vůbec* nebo *vůbec*.

Vyber 3 slova, která vystihují Tvé pocity na hodinách matematiky při probírání množin:



Graf 17 – Pocity během hodin matematiky – četnost ve třídě A

V grafu 17 vidíme srovnání pocitů žáků během běžných hodin matematiky s hodinami o množinách. Celkově u žáků převládá pocit zoufalství během hodin matematiky, který teď

převýšil pocit nudy. Snížil se pocit nechuti, zoufalství, nepokoje, ale také zaujetí. Naopak se zvýšil pocit smutku, nezájmu a rozhořčení. Nikdo z žáků nevybral pocit optimismu, jež předtím zvolili čtyři žáci. Nepatrně (o jednoho žáka) se zvýšil pocit pochopení, štěstí, uspokojení, nadšení, lítosti a vděčnosti.

Ve známkování hodin matematiky o množinách došlo k nepatrnému zvýšení hodnocení. Zatímco průměrná známka hodin matematiky je 3, u hodin o množinách to je 2,7 (graf 11). V porovnání oblíbenosti hodin o množinách oproti běžným hodinám matematiky nedošlo k výrazným změnám. V průměru oblíbenost množin zvýšila průměr oproti běžným hodinám o 0,3 (graf 12). Podobně tomu je v porozumění látce, kde se průměr zvýšil ze 3,2 na 3,3 (graf 13). Míra aktivity žáků během hodin o množinách nepatrně klesla, v průměru o 0,1 (graf 14). Žáci se méně styděli (graf 15). Změnilo se vnímání užitečnosti tématu množiny oproti hodinám matematiky. Průměr klesl z 3,6 na 2,5 (graf 16). Z výsledků můžeme říct, že žáci téma množiny vnímali kladněji oproti klasickým hodinám (kdy vzrostlo hodnocení z 3 na 2,7). Oproti běžným hodinám je v průměru množiny bavily více, lépe jim rozuměli a méně se styděli. Naopak pracovali o něco méně a téma vnímali pro jejich život jako téměř nepotřebné. U tématu množiny narostl ještě více pocit nudy. Také zesílil pocit smutku, pochopení, nezájmu, rozhořčení a lítosti. Klesly pocity zoufalství, nechuti, úzkosti, nepokoje a optimismu (graf 17).

V tabulce 2 je uvedeno srovnání průměrných bodů z jednotlivých postojů. Ve sloupci jsou porovnány průměry z hodnocení žáků během běžných hodin matematiky a hodin s tématem množiny.

Tabulka 2 – Porovnání tématu množiny s klasickými hodinami u třídy A

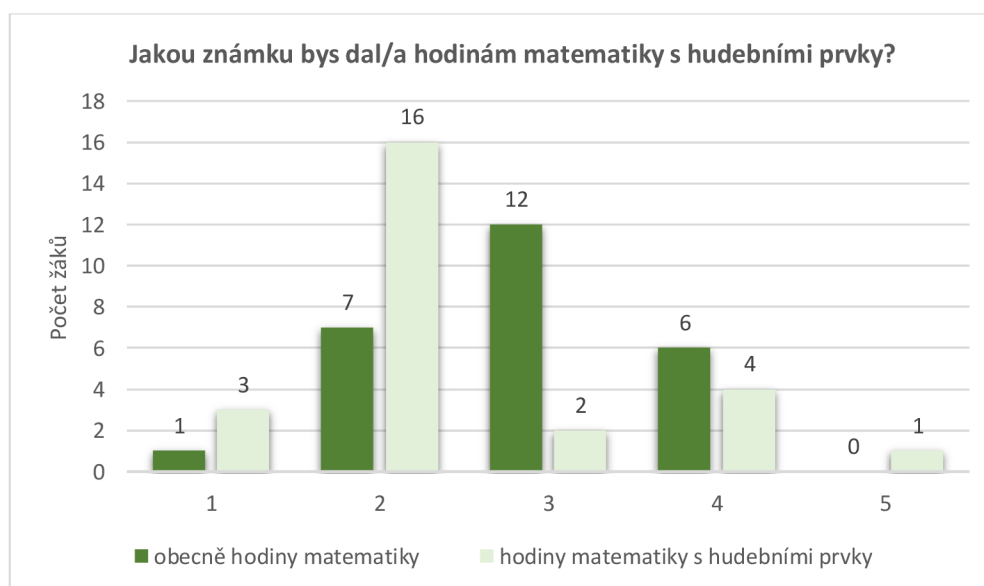
	průměr	
Množiny mě bavily.	2,4	2,7
Probírané látce jsem rozuměl/a.	3,2	3,3
V hodinách jsem pracoval/a.	3,9	3,8
Styděl/a jsem se, když se mi v matematice nedařilo.	2,7	2,4
Téma Množiny budu ve svém životě potřebovat.	3,6	2,5

6.3 Výsledky dotazníku třídy B

Třída B byla vyučována pomocí hudebních prvků. Po ukončení experimentu dostali žáci dotazník, který se zaměřoval na zjištění jejich postojů k tématu Množiny (stejně jako třída A) a k hudebním aktivitám spojených s množinami. Výsledky jsou zpracovány do grafů a popsány. Nejdříve je ukázáno srovnání známky z hodin matematiky a známky hodin matematiky s hudebními prvky. V dalších částech jsou vedle sebe výsledky postojů žáků k běžným hodinám matematiky, k samotnému tématu Množiny a k hudebním aktivitám. Postoj k tématu Množiny a hudebním aktivitám je rozdělen, abychom mohli porovnat, jaký postoj měli žáci k množinám a jak na ně působily samotné hudební aktivity. V závěru jsou shrnuty průměrné hodnoty měření a porovnány mezi sebou v tabulce 5.

Jakou známku bys dal/a hodinám matematiky s hudebními prvky?

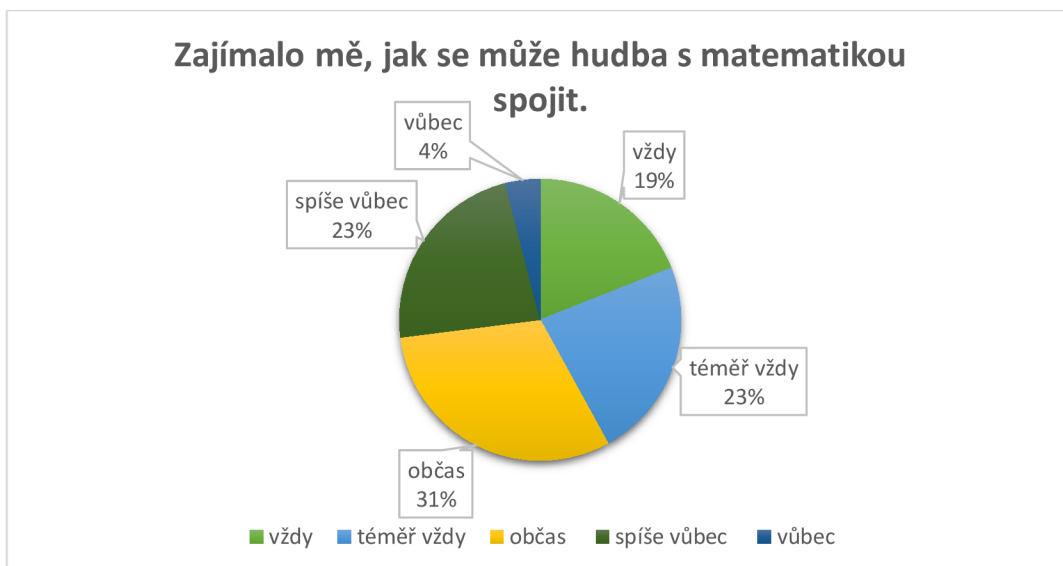
Z grafu vidíme, že celková známka hodin matematiky se u žáků liší. Zatímco nejčtenější (12 žáků) byla známka 3, pro hodiny s hudebními prvky to je známka 2 (odpovědělo tak 16 žáků). Průměrná známka hodin matematiky ve třídě B je 2,9. Žáci hodnotili hodiny matematiky s hudebními prvky v průměru známkou 2,4.



Graf 18 – Jakou známku bys dal/a hodinám matematiky s hudebními prvky? četnost ve třídě B

Zajímalo mě, jak se může hudba s matematikou spojit.

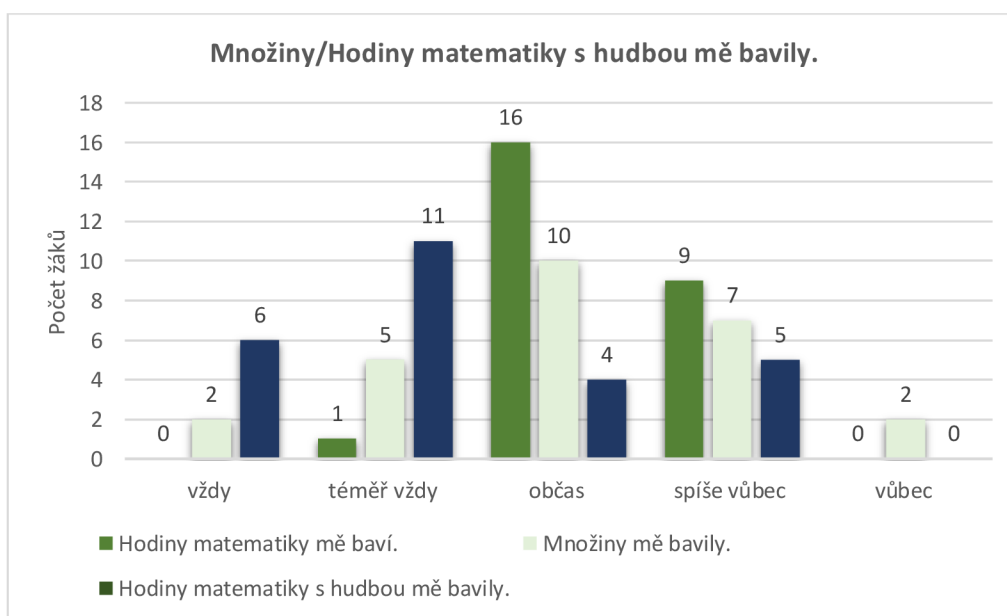
42 % žáků zajímalo *vždy* nebo *téměř vždy*, jak je možné hudbu s matematikou spojit. *Občas* to zajímalo 31 % a 27 % žáků to nezajímalo *spíš vůbec* nebo *vůbec*.



Graf 19 – Zajímalo mě, jak se může hudba s matematikou spojit. – rozdělení ve třídě v procentech

Rozhodni, v jaké míře souhlasíš s následujícími výroky.

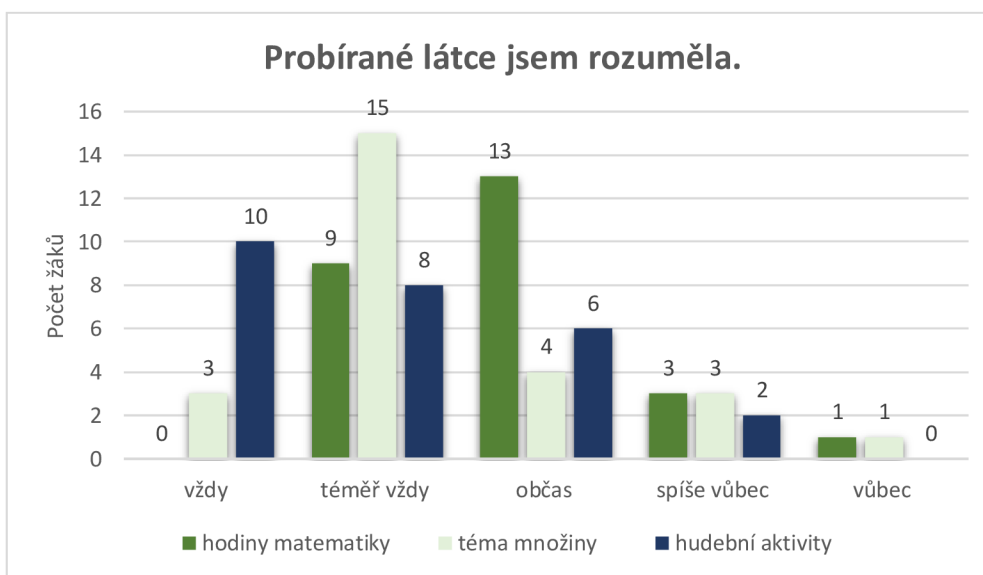
- **Množiny/Hodiny s hudbou mě bavily.**



Graf 20 – Množiny/Hodiny matematiky s hudbou mě bavily – četnost ve třídě B

Z grafu vidíme, že nejčastější odpovědi u klasických hodin je *občas*. Zatímco samotné téma množiny hodnotilo nejvíc žáků jako *občas* zábavné, hodiny s hudebními prvky hodnotilo nejvíc žáků zábavné *téměř vždy*. V průměru bavilo žáky téma množiny 2,9, tedy *občas*. Hodiny s hudebními aktivitami jako takové bavily žáky v průměru 3,7, což je *téměř vždy*. 17 žáků odpovědělo, že je hudební prvky bavily *vždy* nebo *téměř vždy*, i přes to že samotné téma množiny bavilo *vždy* nebo *téměř vždy* 7 žáků.

- **Probírané látce jsem rozuměl/a.**

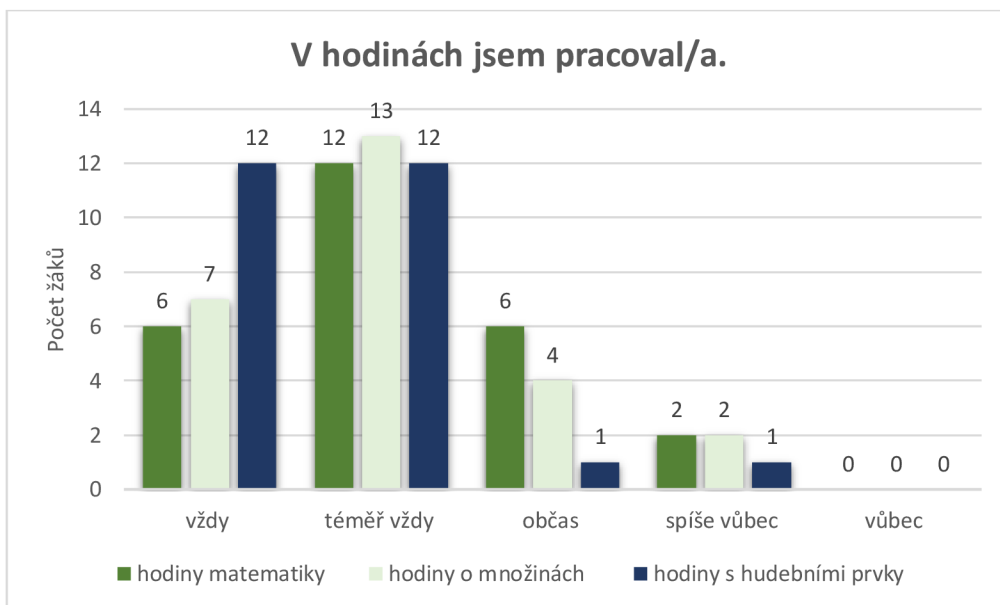


Graf 21 – Probírané látce jsem rozuměl/a – četnost ve třídě B

Počet žáků, kteří rozuměli tématu Množiny, oproti běžným hodinám narostl. 18 žáků odpovědělo, že tématu Množiny rozumělo *vždy* nebo *téměř vždy*. Zatímco tuto odpověď zvolilo u běžných hodin 9 žáků. Stejně jako množinám, tak rozumělo 18 žáků hudebním aktivitám. Rozdíl byl v rozložení odpovědí *vždy* a *téměř vždy*, kdy u hodin s hudebními prvky odpovědělo *vždy* 10 žáků, u hodin o množinách to byli žáci 3. Nikdo z dotazovaných nezvolil u hudebních aktivit odpověď *vůbec*. V průměru běžné hodiny mají v porozumění 3,2 bodů, množiny 3,6 a samotné hudební aktivity 4.

- **V hodinách jsem pracoval/a.**

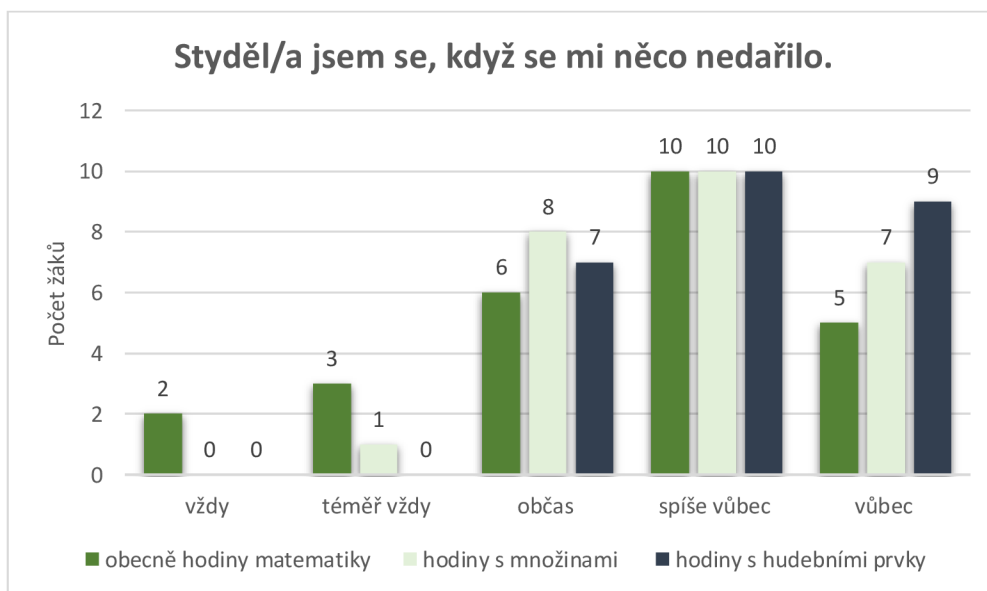
Z celé třídy si 12 žáků myslí, že v běžných hodinách matematiky pracuje *téměř vždy*. V aktivitách spojených s množinami hodnotilo 13 žáků svoji práci jako *téměř vždy*, v hudebních činnostech to bylo žáků 12. Narostl počet žáků, kteří hodnotili svoji práci jako *vždy*. Z počtu 6 žáků během běžných hodin matematiky vzrostl počet žáků pracujících během hudebních aktivit na 12. U odpovědi *občas*, *spíše vůbec* klesl počet těchto žáků na jednoho. Práce žáků u tématu Množiny oproti běžným hodinám mírně stoupla. V průměru se tak ukázalo, že během běžných hodin je to 3,8, u množin 4,0 a u hudebních aktivit 4,3.



Graf 22 – V hodinách jsem pracoval/a – četnost ve třídě B

- **Styděl/a jsem se, když se mi něco nedařilo.**

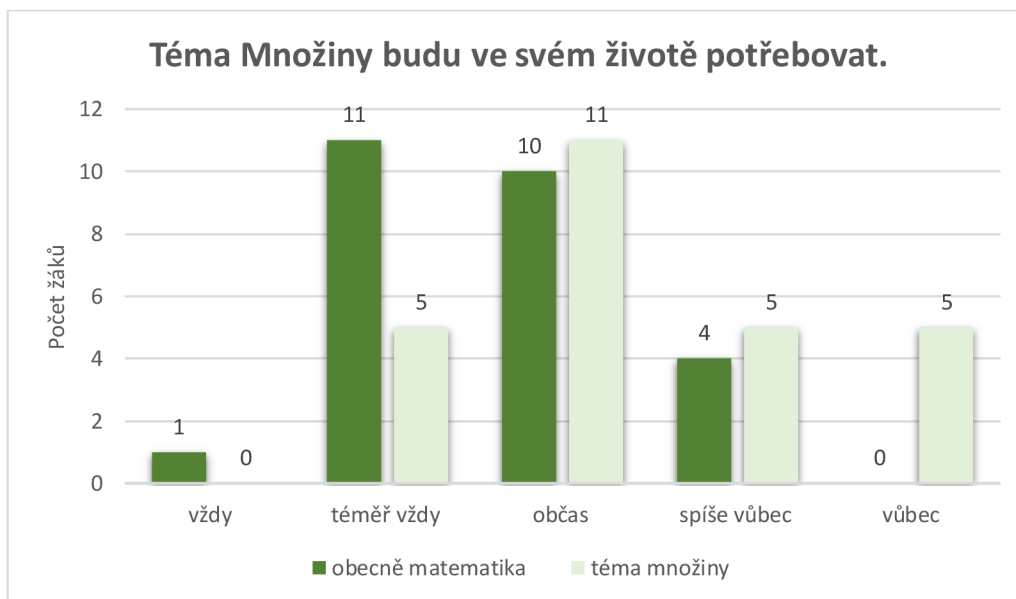
Pocit studu při neúspěchu se nepatrně zmenšil oproti běžným hodinám. *Vždy* nebo *téměř vždy* se stydí 5 žáků, zatímco během hudebních aktivit nikdo. Naopak vzrostl o 4 počet žáků, kteří se nestyděli při hudebních aktivitách *vůbec*.



Graf 23 – Styděl/a jsem se, když se mi něco nedařilo – četnost ve třídě B

- **Téma Množiny budu ve svém životě potřebovat.**

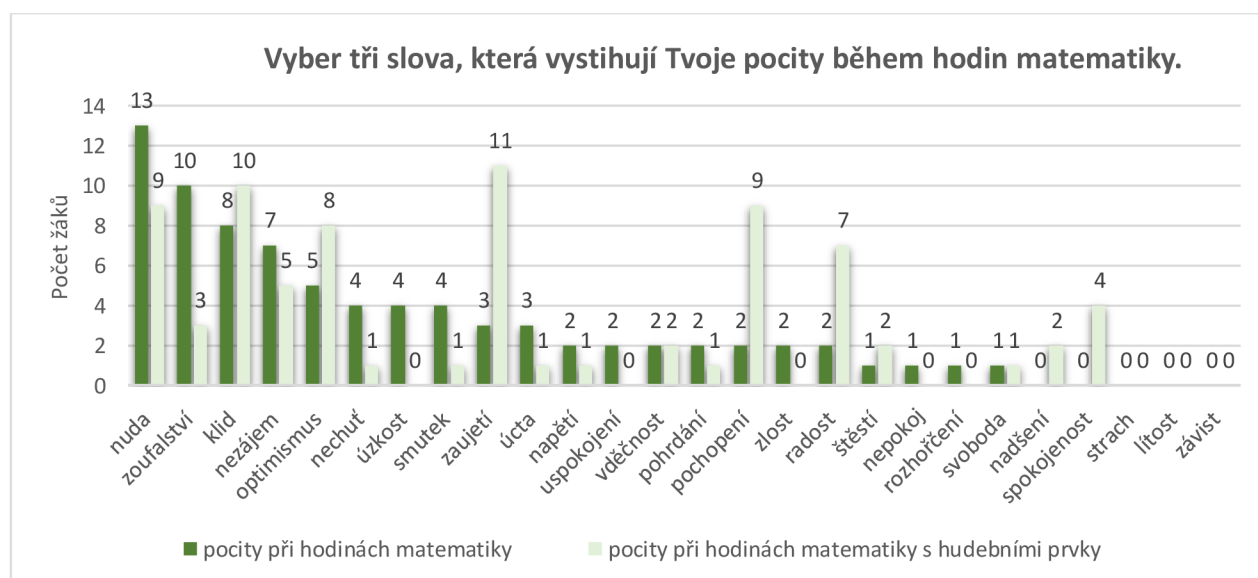
10 žáků ze třídy B si myslí, že nebude množiny potřeba *vůbec* nebo *spíše vůbec*. Oproti tomu o matematice tak uvažují 4 žáci. V grafu 24 vidíme, že klesl počet odpovědí u *téměř vždy* o 6 žáků.



Graf 24 – Téma Množiny budu ve svém životě potřebovat – četnost ve třídě B

Vyber tři slova, která vystihují Tvoje pocity na hodinách matematiky s hudebními prvky.

Během běžných hodin matematiky u žáků převládá pocit nudy, zoufalství, klidu a nezájmu. Oproti tomu při hodinách s hudebními prvky byly nejčetnějšími pocity zaujetí, klid, nuda a pochopení. I když pocit nudy klesl (o 4 žáky), stejně zůstal mezi čtyřmi nejčetnějšími pocity. Naopak pocit zoufalství z odpovědí 10 žáků klesl na 3. Dále klesl pocit nezájmu, nechuti, úzkosti, smutku, úcty, napětí, uspokojení, pohrdání, zlosti, nepokoje, rozhořčení. Vzrostly pocity klidu, optimismu, zaujetí, pochopení, radosti, štěstí, nadšení, spokojenosti. Vzhledem k tomu, že žáci mohli vybírat jen ze tří pocitů, je možné, že pokles méně četných pocitů je i důsledkem, že některé pocity už žáci vybrat nemohli.



Graf 25 – Porovnání pocitů žáků třídy B z hodin matematiky s hodinami s hudebními prvky – četnost ve třídě B

Souvislost mezi oblibou hudby a hodinami

Tabulka 3 – Souvislost mezi oblibou hudby a hodinami

	počet žáků
<i>Hudba mě nebaví a nebavily mě ani tyto hodiny matematiky.</i>	5
<i>Hudba mě nebaví, ale tyto hodiny matematiky mě bavily.</i>	3
<i>Hudba mě baví, ale tyto hodiny mě nebavily.</i>	3
<i>Hudba mě baví a bavily mě i tyto hodiny matematiky.</i>	15

15 žáků baví hudba a bavily je i hodiny matematiky s hudebními prvky. Ve třídě bylo 5 žáků, které hudba nebaví a nebavily je ani hodiny s hudebními prvky. 3 žáky hudba baví, ale nebavily je hodiny a 3 žáky hudba nebaví, ale hodiny je bavily. Víme, že 17 žáků odpovědělo, že je hodiny matematiky s hudebními prvky bavily *vždy* nebo *téměř vždy*. Dle odpovědí u této otázky vidíme, že hodiny bavilo 18 žáků. Kdy 15 z nich odpovědělo, že to bylo kvůli hudbě a 3 kvůli hodinám samotným i přesto, že je hudba nebaví. Větší část (83 %) třídy bavily hodiny právě kvůli matematice. Dále 5 žáků odpovědělo, že je hodiny *spíše vůbec* nebavily. Zatímco zde vidíme, že hodiny nebavilo celkem 8 žáků. Můžeme předpokládat, že někteří žáci odpověděli nejdříve *občas* a následně se rozhodli pro jednu z možností (zda je hodiny bavily či nikoliv). Je z toho vidět, že žáky nebavily hodiny matematiky právě kvůli jejich nezájmu o hudbu.

Tabulka 4 – Souvislost mezi porozuměním hudbě a matematice

Souvislost mezi porozuměním hudbě a matematice

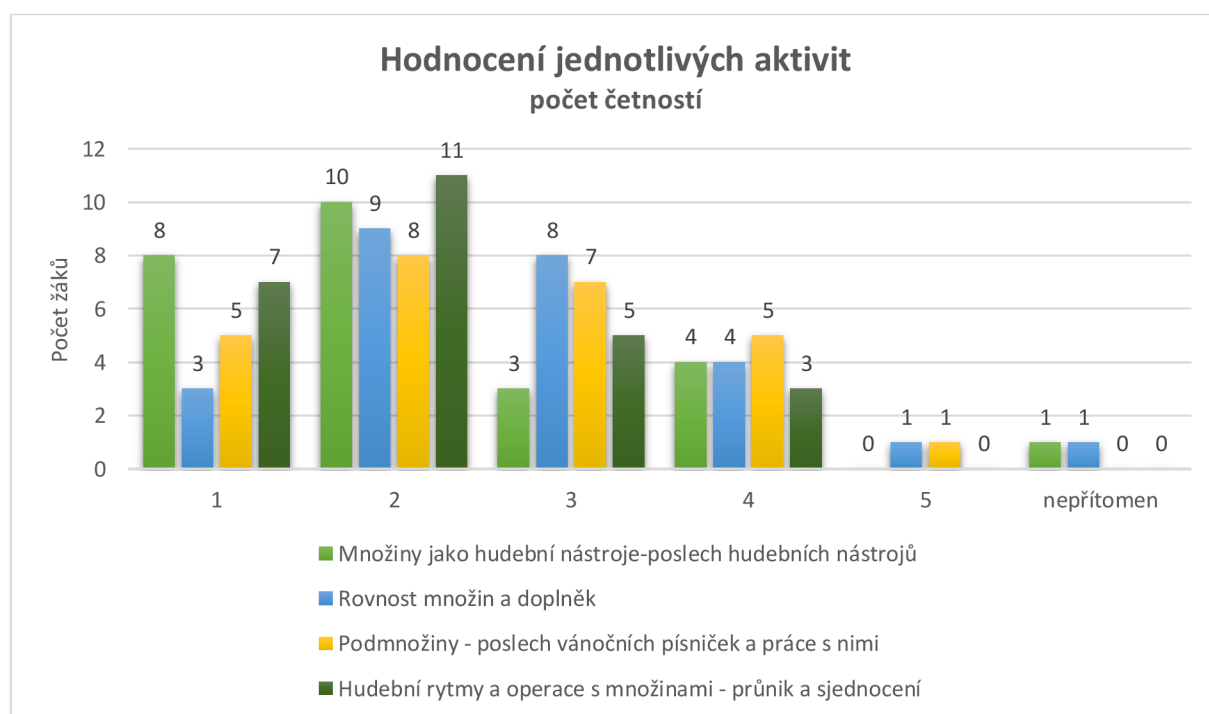
	počet žáků
<i>Nerozuměl/a jsem hudebním aktivitám, ale matematice jsem rozuměl/a.</i>	4
<i>Nerozuměl/a jsem hudebním aktivitám, a tak jsem nerozuměl/a ani matematice.</i>	4
<i>Hudebním aktivitám jsem rozuměl/a, ale matematice jsem nerozuměl/a.</i>	0
<i>Hudebním aktivitám jsem rozuměl/a a rozuměl/a jsem i matematice.</i>	18

18 žáků hudebním aktivitám rozumělo a rozumělo i matematice. Žádný žák nerozuměl matematice a zároveň hudebním aktivitám. 4 žáci nerozuměli hudebním aktivitám, ale rozuměli matematice. Další 4 žáci nerozuměli hudebním aktivitám a nerozuměli ani matematice. Tomu odpovídají výsledky v grafu 21. 18 žáků odpovědělo, že tématu Množiny rozumělo *vždy* nebo *téměř vždy*. Stejně tak rozuměli hudebním aktivitám. Rozdíl je však v rozložení odpovědí *vždy* a *téměř vždy*, kdy hudebním aktivitám žáci rozuměli lépe než tématu Množiny. Těch, kteří

nerozuměli hudebním aktivitám, je 8. V grafu 21 odpověděli *občas* a *spíše vůbec*. Nikdo ze žáků neodpověděl, že by rozuměl hudebním aktivitám a nerozuměl matematice. Ti, kdo nerozuměli matematice, nerozuměli ani hudebním aktivitám. Byla tam také skupina žáků, kteří hudebním aktivitám nerozuměli, ale rozuměli matematice.

Hodnocení jednotlivých aktivit – Jakou známku bys dal/a jednotlivým aktivitám?

Na závěr ještě uvedme, které z činností žáci hodnotili nejlépe a nejhůře. Množiny jako hudební nástroje dostaly v průměru známku 2,1. Rovnost množin a doplněk žáci hodnotili v průměru známkou 2,5. Průměrná známka aktivity Podmnožiny – poslech vánočních písniček a práce s nimi je 2,6. Hudební rytmy a operace s množinami byly hodnoceny průměrnou známkou 2,1.



Graf 26 – Hodnocení jednotlivých aktivit

Výsledky dotazníku třídy B ukázaly, že žáci hodnotili hodiny s hudebními prvky průměrnou známkou 2,4, kdy došlo ke zlepšení známky, běžné hodiny matematiky získaly v průměru známkou 2,9 (graf 18). Hodiny s hudebními prvky žáky bavily více než běžné hodiny. Samotné téma Množiny žáky bavilo více než běžné hodiny. V průměru baví žáky hodiny 2,7, množiny je bavily 2,9 a hodiny s hudbou 3,7 (graf 20). Žáci rozuměli tématu Množiny více, než jak rozumí látce během běžných hodin (graf 21). Stejně tak hudebním aktivitám rozuměli více než běžně matematickým tématům (graf 21). Žáci, které hodiny nebavily, odpovídali, že nemají rádi hudbu (tabulka 3). Žáci sami sebe vnímali jako více pracující během hudebních aktivit, více než během klasických hodin i během aktivit spojených čistě s množinami (graf 22). Žáci

se během hodin s hudebními prvky méně styděli při neúspěchu (graf 23). Téma Množiny vnímali žáci jako méně užitečné než matematika obecně (graf 24). Během hodin matematiky klesly pocity nudy, zoufalství nezájmu, nechuti, úzkosti, smutku, úcty, uspokojení, pohrdání, zlosti, nepokoje a rozhořčení. Naopak narostly pocity: klid, optimismus, zaujetí, pochopení, radost, štěstí, nadšení a spokojenost (graf 25).

Tabulka 5 – Porovnání klasických hodin s tématem Množiny a hudebními aktivitami

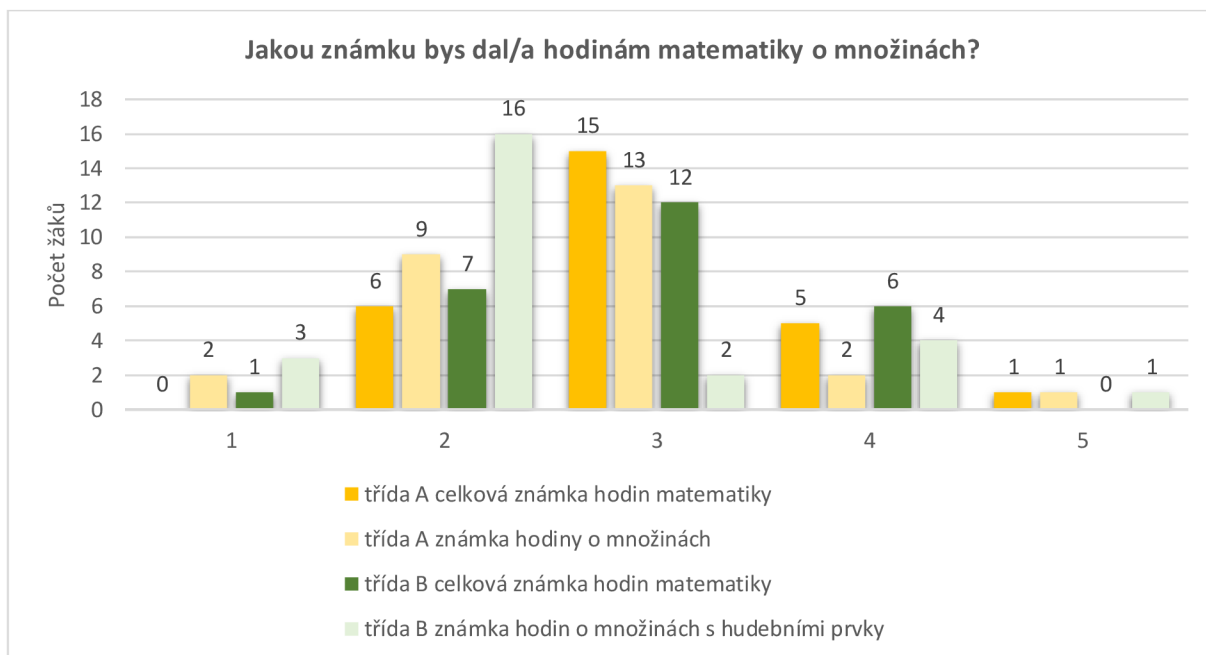
	průměr		
Množiny/Hodiny matematiky s hudbou mě bavily.	2,7	2,9	3,7
Probírané látce jsem rozuměl/a.	3,2	3,6	4
V hodinách/při hudebních aktivitách jsem pracoval/a.	3,8	4,0	4,3
Stydl/a jsem se, když se mi v matematice nedařilo.	2,5	2,1	1,9
Téma Množiny budu ve svém životě potřebovat.	3,3	2,6	-

6.4 Porovnání výsledků tříd A a B

V předchozích kapitolách byly porovnávány výsledky dotazníků v rámci jedné třídy. Srovnávány byly postoje žáků k hodinám matematiky a tématu Množiny (třídy A a B) a k hodinám s hudebními prvky (v rámci třídy B). Otázkou stále zůstává, zda jsou a případně jaké rozdíly ve vnímání tématu Množiny u tříd A a B. Tomu se budeme věnovat v této části.

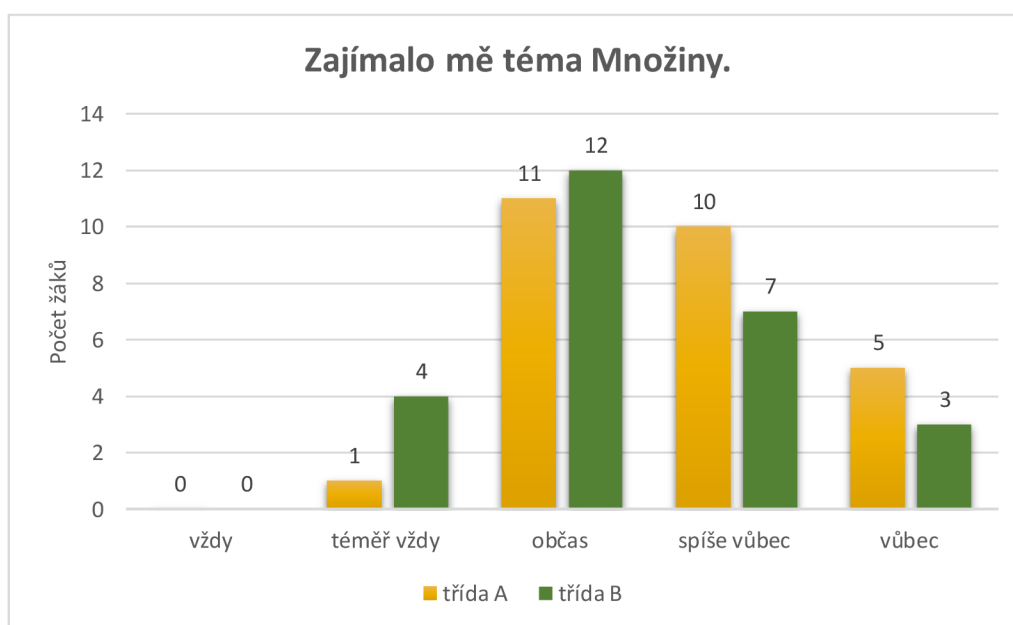
Jakou známku bys dal/a hodinám matematiky o množinách?

Známky z běžných hodin matematiky jsou v obou třídách podobné. Ve třídě A je to 3, ve třídě B 2,9. Hodiny o množinách získaly ve třídě A v průměru známku 2,7. Ve třídě B získaly hodiny v průměru známku 2,4.



Graf 27 – Srovnání známek hodin matematiky celkových a o množinách ve třídách A a B – porovnání tříd A a B

- **Zajímalo mě téma množiny.**



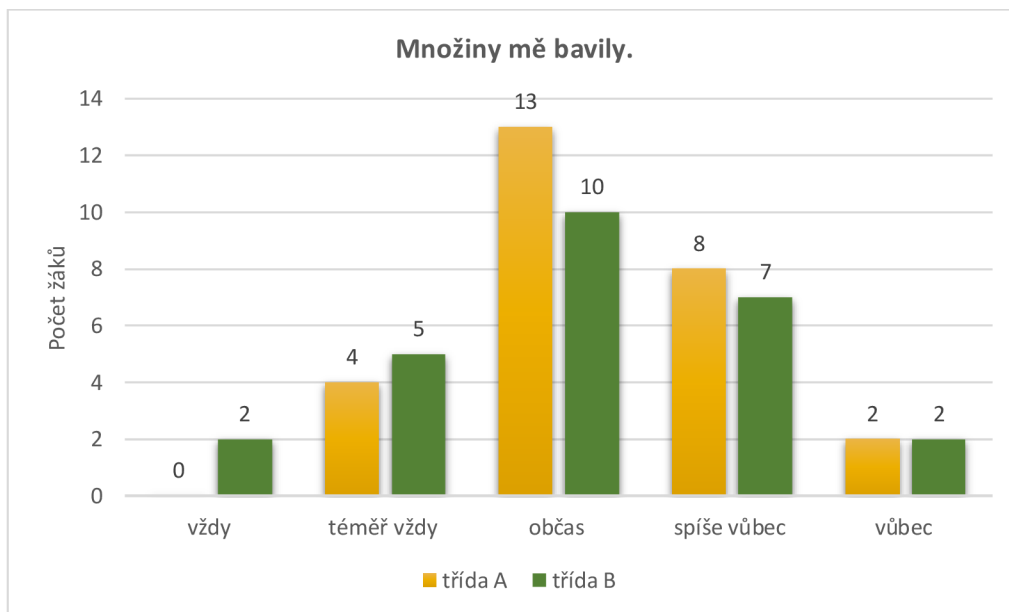
Graf 28 – Zajímalo mě téma Množiny – porovnání tříd A a B

Ve třídě B vidíme o 3 žáky častější odpověď *téměř vždy*. Jinak je rozložení zájmu o téma Množiny v obou třídách téměř stejné.

- **Množiny mě bavily.**

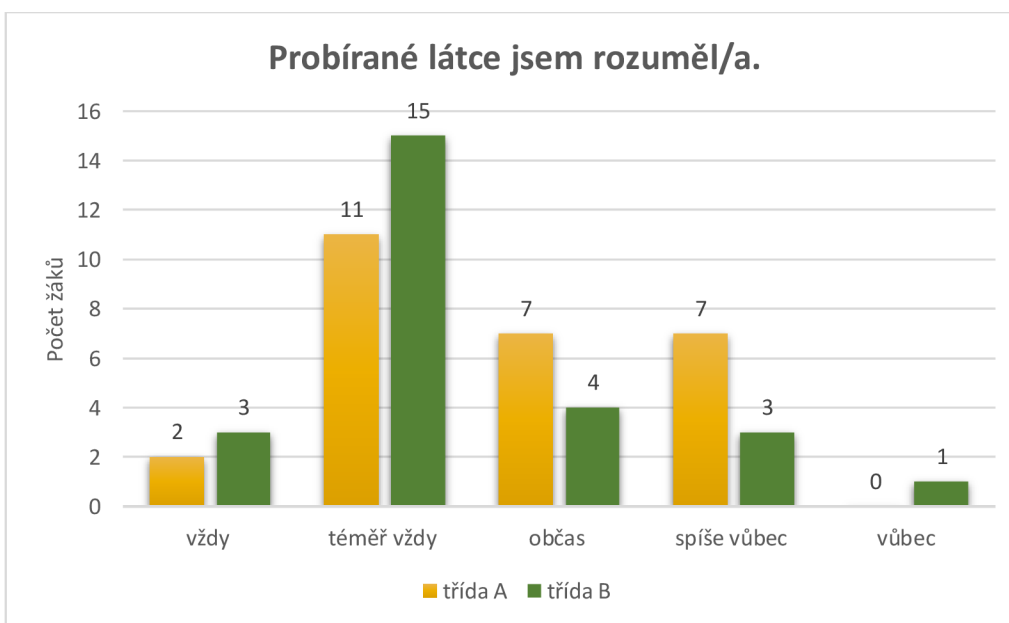
Ve třídě B vidíme nepatrný větší oblibu tématu Množin, kdy odpovědělo *vždy* nebo *téměř vždy* 7 žáků. Ve třídě A to byli žáci 4, nikdo neodpověděl *vždy*. Největší část třídy A odpověděla

občas (13 žáků). *Spíše vůbec* odpovědělo 8 žáků z třídy A a 7 žáků z třídy B. *Vůbec* odpověděli v obou třídách 2 žáci.



Graf 29 – Množiny mě bavily – porovnání tříd A a B

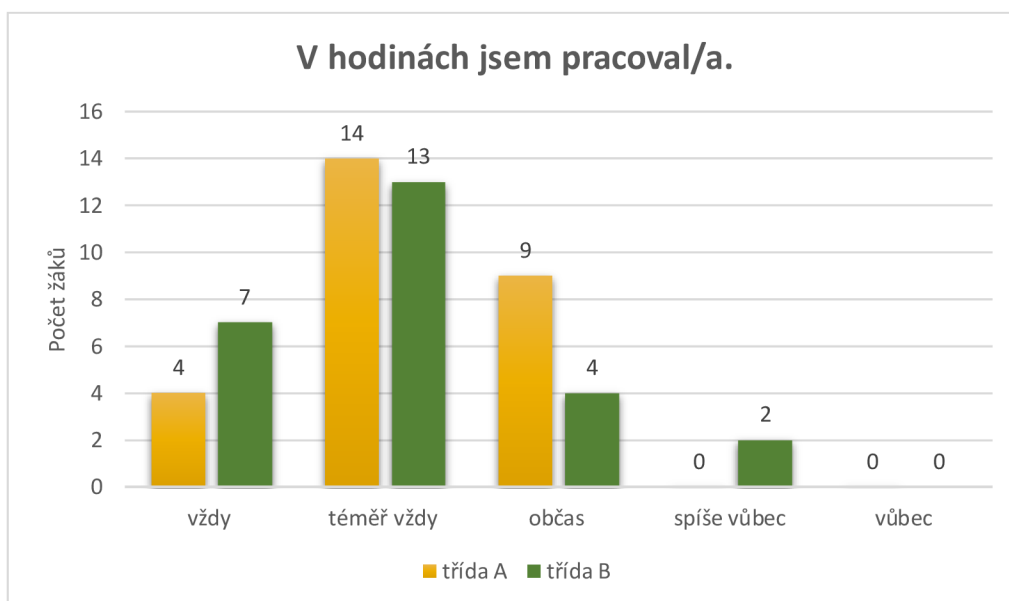
- **Probírané látce jsem rozuměl/a.**



Graf 30 – Probírané látce jsem rozuměl/a – porovnání tříd A a B

V porovnání tříd A a B je patrné větší pochopení látky množiny u žáků třídy B. 18 žáků odpovědělo, že látce rozuměli *vždy* nebo *téměř vždy*. Ve třídě A takto odpovědělo 13 žáků. *Občas* látce rozumělo 7 žáků ve třídě A a 4 ve třídě B. *Spíše vůbec* reagovalo ve třídě A 7 žáků, ve třídě B 3 žáci. *Vůbec* nerozuměl 1 žák ve třídě B.

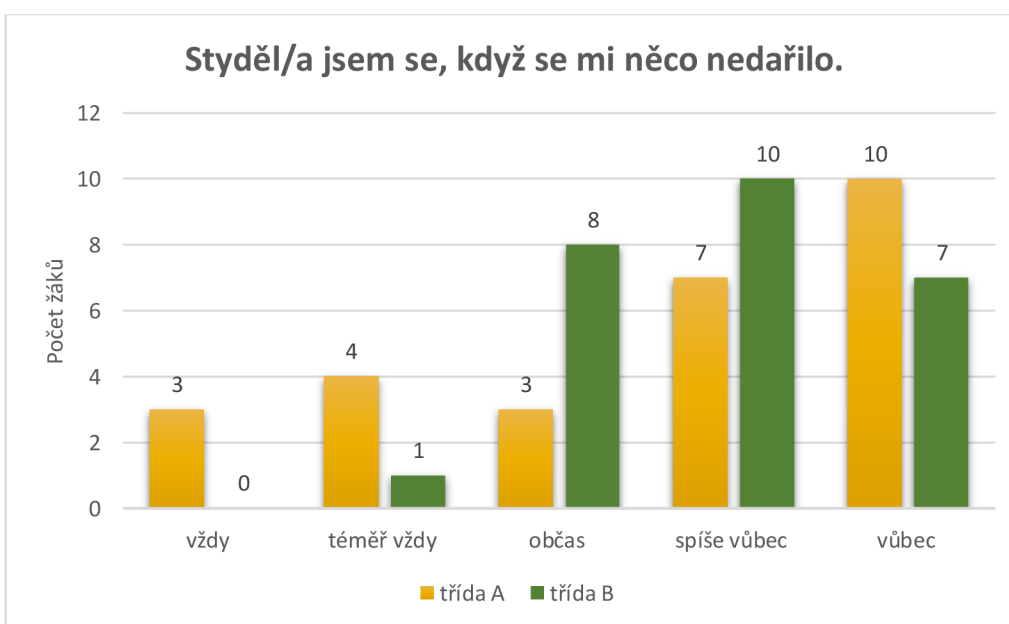
- **V hodinách jsem pracoval/a.**



Graf 31 – V hodinách jsem pracoval/a. – porovnání tříd A a B

Práce žáků je v obou třídách téměř srovnatelná. Ve třídě A hodnotilo 18 žáků, že během hodin pracovali *vždy* nebo *téměř vždy*. Ve třídě B tak odpovědělo 20 žáků. Zbytek třídy A odpověděl *občas*. V třídě B to byli 4 žáci s téže odpovědí a 2 žáci třídy B odpověděli, že nepracovali *spíše vůbec*.

- **Styděl/a jsem se, když se mi něco nedařilo**



Graf 32 – Styděl/a jsem se, když se mi něco nedařilo – porovnání tříd A a B

Pokud porovnáme třídy v míře studu při nezdaru, jsou v odpovědích *spíše vůbec* a *vůbec* stejné. (Nestyděl jsem se vůbec nebo spíše vůbec.) Ve zbytku už se třídy liší. Ve třídě A odpověděli 3 žáci *občas*, 4 *téměř vždy* a 3 *vždy*. Ve třídě B odpovědělo 8 žáků *občas* a 1 *téměř vždy*.

Porovnání průměrů obou tříd je v tabulce 6. Průměrná známka z hodin ve třídě B vzrostla o 0,5. Ve třídě A se známka také zlepšila, ale jen o 0,3 (graf 27). Zájem o téma Množiny byl ve třídě A v průměru 2,3 zatímco ve třídě B to bylo 2,7 (graf 28). Množiny bavily třídu A v průměru 2,7, třídu B 2,9 (graf 29). Což je sice více, ale klasické hodiny matematiky baví v průměru třídu A 2,4 a třídu B 2,7. Vidíme, že obliba stoupla v třídě A o 0,3 zatímco ve třídě B pouze o 0,2. Větší bylo porozumění množinám ve třídě B, kdy míra porozumění stoupla v průměru o 0,4 (graf 30). Míra činnosti dle pohledu žáků klesla v třídě A během hodin o množinách o 0,1, zatímco ve třídě B stoupla o 0,2 (graf 31). Žáci třídy B se o trochu méně styděli při neúspěchu než žáci třídy A (graf 32).

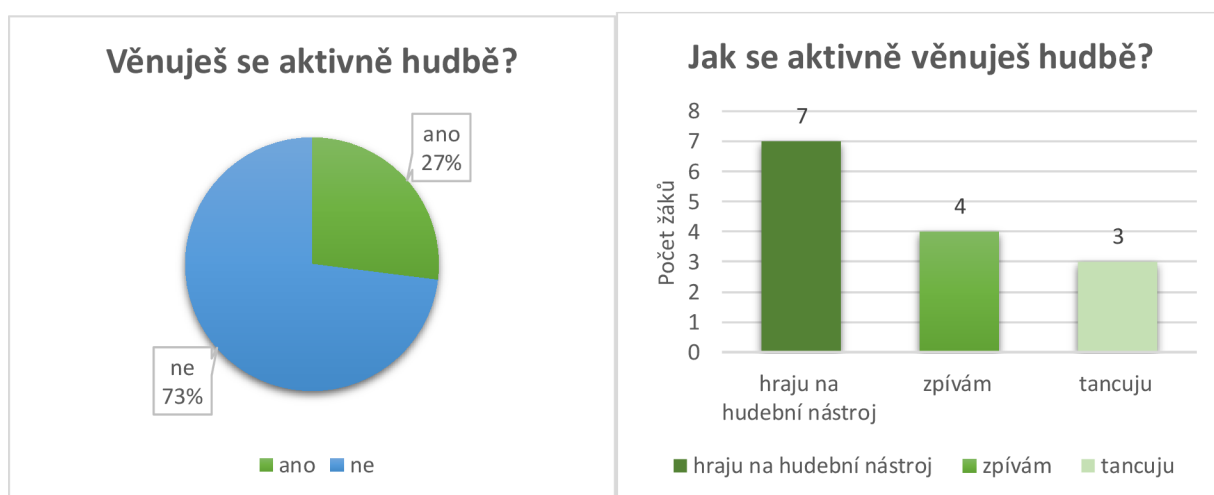
Tabulka 6 – Porovnání tříd A a B v postojích k tématu Množiny.

	průměr	
	třída A	třída B
Zajímalo mě téma Množiny.	2,3	2,7
Množiny mě bavily.	2,7	2,9
Probírané látce jsem rozuměl/a.	3,3	3,6
V hodinách jsem pracoval/a.	3,8	4,0
Styděl/a jsem se, když se mi v matematice nedaří.	2,4	2,1

6.5 Výsledky dotazníku třídy B žáků hudebně aktivních a neaktivních

Jedna z výzkumných otázek se zaměřuje na porozumění matematických pojmů u žáků hudebně aktivních v porovnání se žáky hudebně neaktivními. Z těchto důvodů jsou na začátku dotazníku otázky směřující k zjištění, jak se žáci věnují hudbě. V následující části se jsou uvedeny výsledky, které se z dotazníku získaly. Jsou porovnány odpovědi na výrok: „*Probírané látce jsem rozuměl/a.*“

Věnuješ se aktivně hudbě?



Graf 33 – Věnuješ se aktivně hudbě?

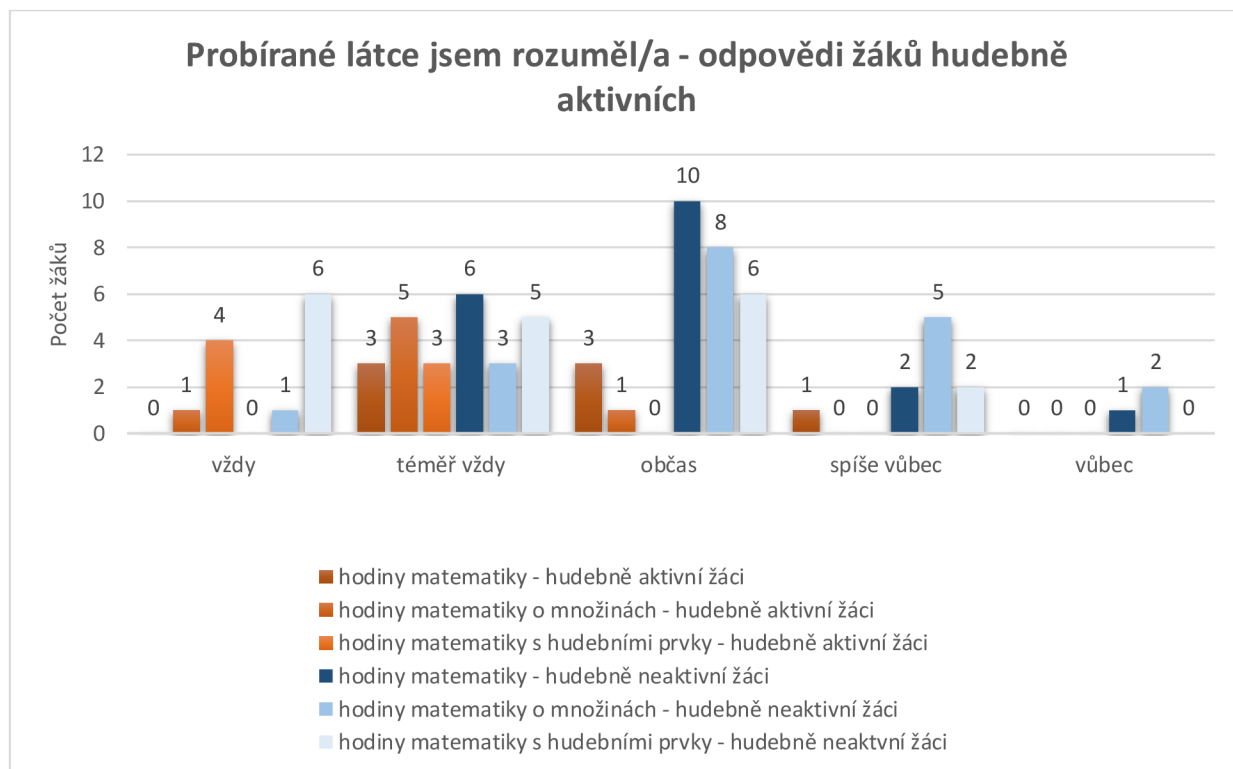
Tady ve škole sis vybral/a hudební výchovu?



Graf 34 – Rozdělení třídy B podle volitelných předmětů hudební a výtvarná výchova

Vyber věty, se kterými se nejvíce ztotožňuješ: Probírané látce jsem rozuměl/a.

Během běžných hodin matematiky hudebně aktivní žáci hodnotili svoje porozumění jako *téměř vždy* (3 žáci), *občas* (3 žáci) a *spíše vůbec* (1 žák). Porozumění množinám hodnotili odpověďmi *vždy* (1 žák), *téměř vždy* (5 žáků) a *občas* (1 žák). Oproti tomu v porozumění hudebním aktivitám byla odpověď *vždy* 4krát a odpověď *téměř vždy* 3krát. U hudebně neaktivních žáků vidíme v grafu 35 odpovědi z běžných hodin matematiky, přičemž se vyskytly odpovědi *téměř vždy* (6 žáků), *občas* (10 žáků), *spíše vůbec* (2 žáci) a *vůbec* (1 žák). Téma Množiny chápal *vždy* 1 žák, 3 žáci *téměř vždy*, *občas* 8 žáků, *spíše vůbec* 5 žáků a *vůbec* 2 žáci. U hudebních aktivit vzrostlo pochopení i u nehudebně aktivních žáků. Hudebním aktivitám rozumělo *vždy* 6 žáků, *téměř vždy* 5 žáků, *občas* 6 žáků, *spíše vůbec* 2 a *vůbec* žádný.



Graf 35 – Probírané látce jsem rozuměl/a – četnosti hudebně aktivních a neaktivních žáků

Z výsledků není vidět žádná jasná kauzalita mezi porozuměním a hudebním vzděláním. Vidíme, že žáci s hudebním vzděláním odpovídali v porozumění hudebním aktivitám *vždy* nebo *téměř vždy*. V porozumění množinám byla nejčastější odpověď *občas*. Nemůžeme přesně určit, co bylo důvodem. Nemůžeme ani říci, jestli hudebně neaktivní žáci měli větší problémy v pochopení.

6.6 Výsledky didaktického testu

Jak působí hudba bylo ukázáno v předchozích částech. Zároveň ale pořád zůstává otázkou, jestli hudební aktivity přispěly k porozumění matematickým pojmům. V předchozích kapitolách bylo uvedeno, jak žáci hodiny vnímali, jak se při nich cítili a jak sami sebe hodnotili v jejich průběhu. Nyní bude popsáno, jak a jestli se zapojení hudebních prvků odrazilo na výsledcích v řešení matematických úloh. V poslední podkapitole jsou shrnuty výsledky didaktického testu, který psaly obě třídy po skončení tématu množiny. V tabulce 7 jsou průměry obou tříd. Hodnocení jednotlivých žáků tříd se nachází v příloze M. V prvním sloupci je průměrné hodnocení žáků za první pololetí. Do toho jsou započítané písemné testy, domácí úkoly, samostatné práce, práce při hodině a souhrnné testy. Druhý sloupec ukazuje průměrné hodnocení testů za první pololetí. V posledním je hodnocení didaktického testu.

Tabulka 7 – Hodnocení obou tříd z matematiky, písemných testů a testu z množin.

třída A			třída B		
průměrné hodnocení z matematiky v %	průměrné hodnocení z testů v %	hodnocení testu z množin v %	průměrné hodnocení z matematiky v %	průměrné hodnocení z testů v %	hodnocení testu z množin v %
průměr:	průměr:	průměr:	průměr:	průměr:	průměr:
77,14	72,04	69,44	76,89	74	73,77

Průměrná známka z matematiky třídy A je 77,14. Z písemných testů je průměrná známka ve třídě o něco nižší 72,04. V testu z množin byla průměrná známka třídy pod běžným průměrem a to 69,44. Ve třídě B je průměrná známka z hodin matematiky 76,89, tedy nižší než ve třídě A. Průměrná známka z testů je 74. Z testu o množinách měla třída v průměru známku 73,77. Vidíme, že třída B dosáhla oproti třídě A v průměru lepšího výsledku z testu z množin. Třída B je ale v průměru v testech lepší než třída A. T-test nepotvrdil statisticky významný rozdíl obou tříd v celkovém hodnocení za první pololetí. Stejně tak nepotvrdil statisticky významný rozdíl pro výsledky z písemného testu z množin. Nemůžeme zamítnout, že výsledky obou skupin mají stejnou střední hodnotu.

6.7 Shrnutí

V kapitole byly postupně rozebrány dílčí závěry z dotazníku a didaktického testu. Bylo ukázáno, jak třídy hodnotí hodiny matematiky, jak hodnotí množiny a hodiny s hudebními prvky, jak se na hodinách cítí. To vše vedlo k tomu, abychom mohli odpovědět na výzkumné otázky.

○ **Jak žáci reagují na hudební aktivity v hodinách?**

U žáků během hodin s hudebními prvky klesly pocity nudy, zoufalství, nezájmu, nechuti, úzkosti, smutku, úcty, uspokojení, pohrdání, zlosti nepokoje a rozhořčení. Naopak vzrostly pocity klidu, optimismu, zaujetí, pochopení, radosti, štěstí, nadšení a spokojenosti.

○ **Jaký vliv má použití hudebních prvků na žáky z pohledu jejich motivace k činnosti a učení se v hodinách matematiky?**

Průměrná známka z hodin matematiky je ve třídě vyučované s hudebními prvky 2,9. Hodiny s hudebními prvky žáci hodnotili průměrnou známkou 2,4. Běžné hodiny žáky baví v průměru 2,7, zatímco hodiny s hudebními prvky je bavily v průměru 3,7, což je *téměř vždy*. Vidíme, že

žáci byli zaujatí více a projevilo se to i v jejich hodnocení činnosti. Průměr třídy během klasických hodin je 3,8 a během hudebních aktivit stoupl na 4,3. Práce během tématu Množiny byla 4,0. Míra aktivity stoupla i přesto, že klesl pocit užitečnosti tématu do budoucna. Žáci se během hodin méně styděli.

- **Jaký vliv má použití hudebních prvků na porozumění matematickým pojmům v hodinách matematiky?**

Z výsledků bylo těžké určit, jaký přesný vliv na porozumění hudební prvky mají. Je zde spousta faktorů a okolností, které výsledky ovlivňují. Výsledky didaktického testu neukázaly rozdíl mezi oběma třídami. Samotní žáci odpovídali, že látce rozuměli více ve třídě s hudebními prvky. Ve třídě bez nich je průměr porozumění během klasických hodin 3,2, ve třídě B též. Množinám však rozuměla třída A v průměru 3,3 a třída B 3,6. Ve třídě s hudebními prvky nebyl žádný žák, jenž by rozuměl hudebním aktivitám a nerozuměl matematice. 4 žáci nerozuměli hudebním aktivitám a nerozuměli ani matematice. Další 4 žáci nerozuměli hudebním aktivitám, ale rozuměli matematice.

- **Jaké jsou rozdíly mezi žáky s hudebním a nehudebním vzděláním v porozumění během hodin matematiky s využitím hudebních prvků?**

Ve výsledcích nebyl vidět jasný vztah mezi porozuměním žáků s hudebním a nehudebním vzděláním. Také žáci s nehudebním vzděláním odpovídali, že látku téměř vždy chápali. Z výsledku je pouze patrné, že všichni žáci s hudebním vzděláním látce rozuměli *občas* (1), *téměř vždy* (5) nebo *vždy*. Hudebním aktivitám rozuměli tito žáci *téměř vždy* nebo *vždy*.

- **Jaké jsou rozdíly v motivaci k činnosti v učení a v porozumění tématu množiny mezi dvěma výzkumnými skupinami (třídami), kdy jedna je vyučována pomocí hudebních prvků a druhá bez nich?**

Žáci vyučovaní pomocí hudebních prvků měli větší zájem o téma Množiny než žáci druhé třídy. V průměru byl ve třídě bez hudebních prvků zájem 2,3 a ve třídě s nimi 2,7. Přesto, že zájem o téma Množiny nebyl o moc vyšší než o matematiku, zájem o hudební aktivity větší byl. Žáky nejspíš zajímaly víc hudební aktivity samotné než jejich propojení s matematikou. V porovnání tříd, jak je téma Množiny bavilo, byl průměr ve třídě s bez hudebních prvků 2,7 a ve třídě s nimi 2,9. To je sice ve druhé třídě více, ale v porovnání s klasickými hodinami stoupla záliba v množinách více v třídě první než ve druhé. Tedy hudební aktivity atraktivitu tématu Množiny

nezvýšily. Žáky ale bavily hudební činnosti a hodiny s nimi více a hodnotily je v průměru o jeden celý bod více. Žáci odpovídali body 3,7, což znamená, že je aktivity bavily *téměř vždy*. Žáci v obou třídách neviděli využití v tématu Množin v jejich životě, i přesto však žáci ze třídy s hudebními prvky pracovali více než třída bez nich. Zde dokonce míra aktivity v průměru klesla o 0,1. Míra aktivity během hudebních činností byla ve třídě 4,3 bodů. Žáci třídy vyučované pomocí hudebních prvků se styděli během hodin méně než žáci druhé třídy. Třídy se lišily v pocitech, které během hodin prožívaly. Zatímco ve třídě s hudebními prvky narostly pozitivní emoce během hodin, u druhé třídy tomu tak nebylo. Pocit zoufalství klesl, pouze však o 3 žáky, nuda ještě stoupla, narostl pocit rozhořčení, smutku a nezájmu.

V tabulce 8 lze zhlédnout průměrné výsledky z jednotlivých částí. Průměrné hodnoty jsou poskládané vedle sebe. V prvním sloupci jsou výsledky třídy A. Nalevo jsou průměry z klasických hodin, napravo z hodin o množinách. Stejně tomu je v druhém sloupci. Ve třetím jsou porovnány výsledky v rámci třídy vyučované s hudebními prvky. V prvním jsou výsledky z klasických hodin, v druhém postoje k tématu Množiny a ve třetím k hudebním aktivitám.

Tabulka 8 – Souhrnné srovnání výsledků z jednotlivých grafů

	třída A		třída B		třída B		
průměrná známka hodiny	3	2,7	2,9	2,4	-	-	-
Zajímalo mě téma Množiny.	-	2,3	-	2,7	-	-	-
Hodiny matematiky mě baví/ Množiny mě bavily.	2,4	2,7	2,7	2,9	2,7	2,9	3,7
Matematiku budu ve svém životě potřebovat. /Množiny budu ve svém životě potřebovat.	3,6	2,5	3,3	2,6	-	-	-
Probírané látce jsem rozuměl/a.	3,2	3,3	3,2	3,6	3,2	3,6	4
V hodinách matematiky pracuji. / V hodinách jsem pracoval/a.	3,9	3,8	3,8	4,0	3,8	4,0	4,3
Stydím se, když se mi v matematice nedaří. /Styděl/a jsem se, když se mi v matematice nedařilo.	2,7	2,4	2,5	2,1	2,5	2,1	1,9
Matematika mi jde.	3,2	-	3,0	-	-	-	-
Chci dosáhnout dobrých výsledků v matematice.	4,1	-	4	-	-	-	-

6.8 Diskuze

Výzkum, který proběhl ve dvou třídách, kdy jedna byla vyučovaná pomocí hudebních prvků a druhá bez nich, nám ukázal, že při hodinách s hudebními aktivitami žáci prožívali více pozitivních emocí. Bylo by potřeba zjistit, zda je to vlivem samotné hudby nebo tím, že se jedná o estetickou činnost. Je otázkou, zda by tento vliv měly i např. hodiny s výtvarnými, dramatickými prvky. Hodiny s hudebními prvky žáci hodnotili v průměru lépe než klasické hodiny. Hodnocení bylo lepší i v porovnání s kontrolní třídou. Opět by bylo potřeba zjistit, jestli je to v důsledku použití hudebních prvků nebo pouze v důsledku jiných vyučovacích metod. Hudební aktivity žáky bavily výrazně více než běžné činnosti na hodinách matematiky. Není zřejmé, zda v důsledku obliby hudby nebo jen tím, že došlo ke změně hodin. Žáci se během hodin s hudebními prvky méně styděli. Je možné, že jejich stud vychází z pocitu nedostatečnosti v matematice. Během hudebních aktivit se mohli méně bát chybovat, protože to nevypovídalo nic o jejich zdatnosti v matematice.

Výsledky didaktického testu neukázaly rozdíl mezi třídami. Neprokázal se pozitivní vliv hudebních činností porozumění látce. Výzkum byl však veden na malém výzkumném vzorku. K potvrzení nebo vyvrácení pozitivního vlivu hudebních činností na porozumění matematice by bylo potřeba vzorku většího.

Samotný výzkum má svá mnohá úskalí. Pro vytvoření obecnějších závěrů by bylo potřeba prozkoumat větší soubor jedinců a vést ho po delší dobu. Dále žáci vyplňovali dotazník hned po skončení výzkumu, což mohlo výsledky ovlivnit. Do postojů žáků zasahuje také jejich postoj k vyučujícímu. Pro zkoumání vlivu hudby by bylo potřeba udělat výzkum v různých třídách s různými vyučujícími. Bylo málo prozkoumáno, jak se liší vliv na hudebně aktivní žáky a hudebně neaktivní.

V bádání by se mohlo pokračovat a bylo by možné se zaměřit například na problematiku vlivu hudebních činností na celkové klima třídy. To totiž také souvisí se zvýšením pozitivních emocí během hodin s hudebními prvky. Bylo by záhodno prozkoumat, co je příčinou. Vzhledem ke zvyšující se naléhavosti zaměření se na duševní zdraví žáků by bylo dobré zjistit v této oblasti více. Zapojování hudební výchovy do ostatních předmětů by tak mohlo pomoci duševnímu zdraví žáků.

Závěr

Práce byla zaměřená na využití hudebních prvků v hodinách matematiky. První část byla věnována historickému pohledu na vztah matematiky a hudby. Začíná od antiky, pokračuje přes dobu úzkého propojení hudby a matematiky ve středověku a plynule přechází do dnešní doby. V druhé části byly rozebrány výzkumy zaměřené na vliv hudby a proces učení. V třetí části nalezneme ukázky konkrétních matematických témat, která je možné spojit s hudbou. Kapitola je doplněna o praktické ukázky takových aktivit. Tyto aktivity je možné využít v primárním, sekundárním i terciálním vzdělání. Čtvrtá část se věnovala motivaci ve výuce. V páté části je ukázán výzkum a přípravy na hodiny využívající hudební prvky. V poslední šesté části jsou rozebrány výsledky výzkumu. Práce tak spojuje jak historický pohled na hudbu a matematiku, tak současné trendy na propojení těchto oborů ve výuce. To je doplněno o bádání v rovině kognice a procesu učení se v souvislosti s hudbou.

V praktické části je ukázáno, jak je možné zapojit hudební činnosti do výuky množin na střední škole. Najdeme zde přípravy na čtyři hodiny s tématy: Množiny – základní poznatky; Podmnožiny; Doplněk, rovnost množin; Průnik a sjednocení. Takto připravené hodiny byly ověřeny v praxi. Práce je doplněna o výzkum. Během něho bylo zjištěno, že hudební třída vykazovala větší zájem o téma Množiny. Třída vyučovaná pomocí hudebních prvků během hodin také více pracovala, žáci zažívali menší pocit studu při nezdaru a zažívali více pozitivních emocí než třída vyučovaná bez hudebních prvků. Nepotvrdilo se, že by třída vyučovaná pomocí hudebních prvků měla lepší výsledky z didaktického testu než druhá třída. Hudební aktivity také neměly pozitivní vliv na pochopení tématu.

V práci bylo ukázáno, jak je možné hudební aktivity využít. V současné pedagogické praxi není možné pravidelně hudební aktivity do výuky zapojovat. Hudební aktivity mají větší časovou dotaci než běžné hodiny. Pokud by se měly do výuky zapojovat častěji, bylo by třeba pozměnit současný školní vzdělávací program. Nebyli by na to ani učitelé. Je potřeba, aby samotný učitel hudbě rozuměl a mohl tak prvky hudební výchovy zapojit. Hudební výchova tak pro využití v matematice zůstává na okraji. Na stranu druhou je to jeden ze způsobů, jak výuku matematiky oživit a pomoc žákům vytvořit si k ní kladný vztah.

Zdroje

AN, Song A., KULM, Gerald a Tingting, MA. *The effects of a music composition activity on Chinese students' attitudes and beliefs towards mathematics: An exploratory study*. Journal of Mathematics Education. Online. 2008, vol. 1, no. 1, s. 91-108. Dostupné z: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:54706750>. [Citováno 2022-01-21].

AN, Song A., CAPRARO, Mary Margaret a A. Daniel, TILLMAN. *Elementary Teachers Integrate Music Activities into Regular Mathematics Lessons: Effects on Students' Mathematical Abilities*. Journal for Learning through the Arts. Online. 2013, vol. 9, no. 1. Dostupné z: <http://escholarship.org/uc/item/0js732gf>. [Citováno 2022-01-06].

AN, Song A., TILLMAN, Daniel A., BOREN, Rachel, a Junjun WANG. *Fostering Elementary Students' Mathematics Disposition through Music-Mathematics Integrated Lessons*. International Journal for Mathematics Teaching & Learning. Online. 2014, vol. 15. ISSN: 1473-0111 Dostupné z: <https://www.cimt.org.uk/journal/an.pdf>. [Citováno 2022-01-20].

BERÁNEK, Jiří. *Matematické vztahy ve vědě, v reflexi o hudbě a v hudbě*. In: Sciart-cz.eu. Online. 2014, Dostupné z: <http://www.sciart-cz.eu/essays.html>. [Citováno 2022-06-01].

BUŠEK, Ivan, Leo BOČEK a Emil CALDA. *Matematika pro gymnázia: základní poznatky z matematiky*. 2. vyd., Praha: Prometheus, 1994, s. 165. ISBN 80-85849-34-8.

CAMPBELL, Don G. *Mozartův efekt: nalezněte sílu hudby, která uzdravuje tělo, posiluje mysl a rozvíjí tvořivého ducha*. Přeložila Věra KLÁSKOVÁ. Praha: Eminent, 2008, s. 271. ISBN 978-80-7281-336-0.

Česká školní inspekce. *Zjištění mezinárodního šetření PISA 2018*. Online. OECD, 2019. Dostupné z: <https://1url.cz/OK5nO>. [Citováno 2022-11-08].

FEDERICOVÁ, Miroslava a Daniel, MÜNICH. *Srovnání žákovské obliby školy a matematiky pohledem mezinárodních šetření*. Pedagogická orientace. Online. Brno: 2015, roč. 25, č. 4, s. 557–582. ISSN 1805-9511. Dostupné z: <https://doi.org/10.5817/PedOr2015-4-557>. [Citováno 2022-11-08].

GAVORA, Peter. *Úvod do pedagogického výzkumu*. Brno: Paido, 2000. Edice pedagogické literatury. ISBN 80-85931-79-6.

HALLAM Susan. *The power of music: Its impact on the intellectual, social and personal development of children and young people*. International Journal of Music Education. Online. 2010; vol. 28, no. 3, s. 269–289. Dostupné z: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0255761410370658>. [Citováno 2022-01-25].

HODGES, Donald A.; O'CONNELL, Debra S. *The impact of music education on academic achievement*. Sounds of learning. Carlsbad, CA: International Foundation for Music Research. Online. 2005. Dostupné z: <https://1url.cz/bKPjR>. [Citováno 2022-01-25].

HOMOLOVÁ, Zuzana. *Matematické a logické principy v hudbě*. Brno, 2018. Bakalářská práce. Masaryková univerzita, Pedagogická fakulta. Prof. Michal Košut, Ph.D.

HUDÁKOVÁ, Jana. *Matematika v hudbě a hudba v matematice*. Studia scientifica facultatis paedagogicae. Ružomberok: Verbum, 2015, roč. 14, č.1, s. 50–56. ISSN 1336–2232.

HUDÁKOVÁ, Jana a Eva, KRÁLOVÁ. *Creative Interdisciplinary Math Lessons by Means of Music Activities*. Review of artistic education. Iasi: Artes, 2016, no.11–12, s. 290–296. ISSN 2501–238X.

CHVÁL, Martin. *Změna postojů českých žáků k matematice během školní docházky*. Orbis scholae. Online. Praha: 2013, roč. 7, č. 3, s. 49–71. ISSN 2336-3177. Dostupné z: <https://karolinum.cz/casopis/orbis-scholae/rocnik-7/cislo-3>. [Citováno 2022-11-14].

IŞITAN, Selin a Mevlüde, DOĞAN. *Mathematics and music relationship: From notes to fractions*. Journal of Inquiry Based Activities. 2020, vol. 10, no. 2, s. 100–111. Dostupné z: <http://www.atad.info.tr/index.php/atad/issue/view/21>. [Citováno 2022-10-12].

JENČKOVÁ, Eva. *Hudba v současné škole: Veselé počítání s hudbou a pohybem*. Hradec Králové: TANDEM, 2019. ISBN 978-80-86901-80-0.

JONES, Shelly Monica a Dunn, PEARSON. *Music: Highly Engaged Students Connect Music to Math*. General Music Today. Online. 2013, vol. 27, no. 1, s. 18–23. Dostupné z: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/1048371313486478>. [Citováno 2022-01-29].

KEMPERT, Sebastian, GÖTZ, Regina, BLATTER, Kristine, TIBKEN, Catharina, ARTELT, Cordula, SCHNEIDER, Wolfgang a Petra STANAT. *Training early literacy related skills: To which degree does a musical training contribute to phonological awareness development?* Frontiers in Psychology. Online. 2016, vol. 7. Dostupné z: <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01803>. [Citováno 2022-01-25].

KOLMAN, Arnošt. *Dějiny matematiky ve starověku*. Praha: Academia, 1968, s. 221.

KRÁLOVÁ, Eva a Maciej, KOŁODZIEJSKI. *Music and class climate in lower secondary education*. Review of Artistic Education. Online. Iasi: Artes, 2015, no. 9–10, s. 152–163. ISSN 2501 – 238X. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/280776833_Music_and_Social_Climate_in_Lower_Secondary_Education. [Citováno 2022-01-24].

MAOR, Eli. *Hudba v číslech, čísla v hudbě: od Pythagora k Schoenbergovi*. Přeložil Vít PENKALA. Praha: Argo, 2020, 178 s. Aliter. ISBN 978-80-257-2982-3.

MAREŠ, Jiří. *Pedagogická psychologie*. Praha: Portál, 2013, s. 702. ISBN 978-80-262-0174-8.

NAKONEČNÝ, Milan. *Motivace lidského chování*. Praha: Academia, s. 1997, 270. ISBN 80-200-0592-7.

O'CONNELL, S. Debra. *The impact of music education on aspects of the child's self*. Sounds of learning. Carlsbad, CA: International Foundation for Music Research. Online. 2005. Dostupné z: <https://1url.cz/bKPjR>. [Citováno 2022-01-24].

PODOBSKÝ, Jaroslav. *Procházka akustikou, 2.část: Hudební akustika, akustika strunných hudebních nástrojů*. Hradec Králové: MAFY, 2005, 260 s. ISBN 80-86148-75-0.

- PAVELKOVÁ, Isabella a Vladimír HRABAL. *Mathematics in Perception of Pupils and Teachers*. Orbis scholae. Online. Praha: 2012, vol. 6, no. 2, s. 119–132. ISSN 2336-3177. Dostupné z: <https://doi.org/10.14712/23363177.2015.44>. [Citováno 2022-02-10].
- PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 4., aktualiz. vyd. [i.e. Vyd. 5.]. Praha: Portál, s. 322. ISBN 978-80-7367-416-8.
- RICKARD, S. Nikky, VASQUEZ, T. Jorge, MURPHY, Fintan, GILL, Anneliese a Samia R. TOUKHSATI. *Benefits of classroom based instrumental music program on verbal memory of primary school children: a longitudinal study*. Australian Journal of Music Education. Online. 2010, no. 1, s. 36–47. Dostupné z: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ912414.pdf>. [Citováno 2022-02-05].
- RICKARD, S. Nikky, BAMBRICK, J. Carolline a Anneliese GILL. *Absence of Widespread Psychosocial and Cognitive Effects of School-Based Music Instruction in 10–13 Year-Old Students*. International Journal of Music Education. Online. 2012, vol. 30, no. 1, s. 57–78. Dostupné z: [10.1177/0255761411431399](https://doi.org/10.1177/0255761411431399). [Citováno 2022-01-10].
- SALA, Giovanni a Fernand GOBET. *Cognitive and academic benefits of music training with children: A multilevel meta-analysis*. Memory & Cognition. Online. 2020, no. 48, s. 1429–1441. Dostupné z: <https://doi.org/10.3758/s13421-020-01060-2>. [Citováno 2022-02-09].
- THOMPSON, Forde William, SCHELLENBERG, E. Glenn a Gabriella ILIE. *Decoding Speech Prosody: Do music Lessons Help?* Emotion. Online. 2004, vol. 4, no. 1, s. 46–64. eISSN 1931-1516. Dostupné z: <https://doi.org/10.1037/1528-3542.4.1.46>. [Citováno 2022-02-05].
- VÁŇOVÁ, Hana a František SEDLÁK. *Hudební psychologie pro učitele*. Online. Karolinum, 2013, s. 408. ISBN 978-80-246-2303-0.
- VESELÝ, Jiří. *Euler z jiného zorného úhlu*. Pokroky matematiky, fyziky a astronomie. Online. 2013, roč. 58, č. 4, s. 301–310. Dostupné z: <http://dml.cz/dmlcz/143723>. [Citováno 2022-01-10].
- WEINBERGER, Norman M. *The music in our minds*. Educational Leadership. Online. 1998, vol. 56, no. 3, s. 36–40. Dostupné z: <https://www.ascd.org/el/articles/the-music-in-our-minds>. [Citováno 2022-02-06].

Přílohy

Příloha A

Dotazník – skupina vyučovaná bez hudebních prvků

Milí žáci,

prosím vás o vyplnění tohoto dotazníku. Bude sloužit ke zpětné vazbě hodin matematiky s množinami. Potřebovala bych vědět, co si o nich myslíte :) Vaši zpětnou vazbu použiji ke zlepšení hodin do budoucna a k výsledkům své závěrečné práce na UHK.

Dotazník je zcela anonymní, takže se nemusíte bát odpovídat upřímně.

Předem vám moc děkuji.

Otázka č. 1.:

Jakou známku bys dal/a celkově hodinám matematiky?

1 – 2 – 3 – 4 – 5

Otázka č. 2.:

Rozhodni, v jaké míře souhlasíš s následujícími výroky:

vždy téměř občas spíše vůbec
vždy vůbec

<i>Hodiny matematiky mě baví.</i>	
<i>Matematiku budu ve svém životě potřebovat.</i>	
<i>Probírané látce rozumím.</i>	
<i>Matematika mi jde.</i>	
<i>Chci dosáhnout dobrých výsledků v matematice.</i>	
<i>Stydím se, když se mi v matematice nedaří.</i>	
<i>V hodinách matematiky pracuji.</i>	

Otázka č. 3.:

Vyber 3 slova, která vystihují Tvoje pocity během hodin matematiky:

radost – smutek – zlost – závist – klid – úcta – pochopení – optimismus – pohrdání – úzkost – nechut' – lítost – zoufalství – rozhořčení – strach – nezájem – nuda – spokojenost – nadšení – svoboda – vděčnost – uspokojení – nepokoj – štěstí – napětí – zaujetí

Otázka č. 4.:

Jakou známku bys dal/a hodinám matematiky o množinách? (známkuj jako ve škole)

1 – 2 – 3 – 4 – 5

Otázka č. 5.:

Rozhodni, v jaké míře souhlasíš s následujícími výroky. Všechny výroky se vztahují k hodinám, kdy jsme probírali množiny.

	<i>vždy</i>	<i>téměř vždy</i>	<i>občas</i>	<i>spíše vůbec</i>	<i>vůbec</i>
<i>Množiny mě bavily.</i>					
<i>Probírané látce jsem rozuměl.</i>					
<i>V hodinách jsem pracoval.</i>					
<i>Styděl jsem se, když se mi něco nedařilo.</i>					
<i>Téma Množiny mě zajímalo.</i>					
<i>Téma Množiny budu v životě potřebovat.</i>					

Otázka č. 6.:

Vyber 3 slova, která vystihují Tvoje pocity na hodinách matematiky při probírání množin:

radost – smutek – zlost – závist – klid – úcta – pochopení – optimismus – pohrdání – úzkost –
nechut' – lítost – zoufalství – rozhořčení – strach – nezájem – nuda – spokojenost – nadšení –
svoboda – vděčnost – uspokojení – nepokoj – štěstí – napětí – zaujetí

Otázka č. 7.:

Pokud Tě napadají další podněty, kritika, nápady, připomínky k hodinám matematiky s množinami, můžeš je napsat sem. Pomohou mi dotáhnout hodiny k „dokonalosti“ 😊

Příloha B

Dotazník – skupina vyučovaná s hudebními prvky

Milí žáci,

prosím vás o vyplnění tohoto dotazníku. Bude sloužit ke zpětné vazbě hodin matematiky s využitím hudebních prvků. Potřebovala bych vědět, co si o nich myslíte :) Vaši zpětnou vazbu použiji ke zlepšení hodin do budoucna a k výsledkům své závěrečné práce na UHK.

Dotazník je zcela anonymní, takže se nemusíte bát odpovídat upřímně.

Předem vám moc děkuji.

Otázka č. 1.:

Věnuješ se aktivně hudbě?

- a) ano
- b) ne

Otázka č. 2.: (vyber jednu odpověď a více)

Pokud ano, jak?

- a) hraji na hudební nástroj
- b) zpívám
- c) tancuji

Otázka č. 3.:

Pokud navštěvuješ (navštěvoval/a jsi) ZUŠ (soukromého učitele), jaký obor?

Otázka č. 4:

Pokud chodíš (chodil/a jsi) na hudební nauku, kolik let?

Otázka č. 5.:

Tady na škole sis vybral/a hudební východu?

- a) ano
- b) ne

Otázka č. 6.:

Jakou známku bys dal/a celkově hodinám matematiky?

1 – 2 – 3 – 4 – 5

Otázka č. 7.:

Rozhodni, v jaké míře souhlasíš s následujícími výroky:

	<i>vždy</i>	<i>téměř vždy</i>	<i>občas</i>	<i>spíše vůbec</i>	<i>vůbec</i>
<i>Hodiny matematiky mě baví.</i>					
<i>Matematiku budu ve svém životě potřebovat.</i>					
<i>Probírané látce rozumím.</i>					
<i>Matematika mi jde.</i>					
<i>Chci dosáhnout dobrých výsledků v matematice.</i>					
<i>Stydím se, když se mi v matematice nedaří.</i>					
<i>V hodinách matematiky pracuji.</i>					

Otázka č. 8.:

Vyber 3 slova, která vystihují Tvoje pocity na hodinách matematiky:

radost – smutek – zlost – závist – klid – úcta – pochopení – optimismus – pohrdání – úzkost –
nechut' – lítost – zoufalství – rozhořčení – strach – nezájem – nuda – spokojenost – nadšení –
svoboda – vděčnost – uspokojení – nepokoj – štěstí – napětí – zaujetí

Otázka č. 9.:

Rozhodni, v jaké míře souhlasíš s následujícími výroky. Všechny výroky se vztahují k tématu množiny.

	<i>vždy</i>	<i>téměř vždy</i>	<i>občas</i>	<i>spíše vůbec</i>	<i>vůbec</i>
<i>Množiny mě bavily.</i>					
<i>Probírané látce jsem rozuměl.</i>					
<i>Při řešení úloh jsem pracoval.</i>					
<i>Styděl/a jsem se, když se mi něco nedařilo.</i>					
<i>Téma Množiny mě zajímalo.</i>					
<i>Téma Množiny budu ve svém životě potřebovat.</i>					

Otázka č. 10.:

Jakou známku bys dal/a hodinám matematiky s hudebními prvky? (známkuj jako ve škole)

1 – 2 – 3 – 4 – 5

Otázka č. 11.:

Rozhodni, v jaké míře souhlasíš s následujícími výroky. Všechny výroky se vztahují k hodinám s hudební výchovou.

	<i>vždy</i>	<i>téměř vždy</i>	<i>občas</i>	<i>spíše vůbec</i>	<i>vůbec</i>
<i>Hodiny matematiky s hudbou mě bavily</i>					
<i>Hudebním aktivitám jsem rozuměl.</i>					
<i>Při hudebních aktivitách jsem pracoval.</i>					
<i>Styděl jsem se, když se mi něco nedařilo.</i>					
<i>Zajímalo mě, jak se může hudba s matematikou spojit.</i>					

Otázka č. 12.:

Vyber 3 slova, která vystihují Tvoje pocity na hodinách matematiky s hudebními prvky:

radost – smutek – zlost – závist – klid – úcta – pochopení – optimismus – pohrdání – úzkost – nechut' – lítost – zoufalství – rozhořčení – strach – nezájem – nuda – spokojenost – nadšení – svoboda – vděčnost – uspokojení – nepokoj – štěstí – napětí – zaujetí

Otázka č. 13.:

Vyber věty, s kterými se nejvíce ztotožňuješ:

- Hudba mě nebaví a nebavily mě ani tyto hodiny matematiky.
- Hudba mě nebaví, ale tyto hodiny matematiky mě bavily
- Hudba mě baví, ale tyto hodiny matematiky mě nebavily.
- Hudba mě baví a bavily mě i tyto hodiny matematiky.

Otázka č. 14.:

Vyber věty, s kterými se nejvíce ztotožňuješ:

- Nerozuměl/a jsem hudebním aktivitám, a proto jsem nerozuměl/a ani matematice.
- Nerozuměl/a jsem hudebním aktivitám, ale matematice jsem rozuměl.
- Hudebním aktivitám jsem rozuměl/a, ale matematice jsem nerozuměl/a.
- Hudebním aktivitám jsem rozuměl/a a rozuměl/a jsem i matematice.

Otázka č. 15.:

Jakou známku bys dal/a jednotlivým aktivitám?

	1	2	3	4	5	nebyla jsem
<i>Množiny jako hudební nástroje – poslech hudebních nástrojů.</i>						
<i>Podmnožiny – poslech vánočních písniček a práce s nimi.</i>						
<i>Rovnost množin a doplněk</i>						
<i>Hudební rytmy a operace s množinami – průnik a sjednocení</i>						

Otázka č. 16.:

Pokud Tě napadají podněty, kritika, nápady, připomínky k hodinám matematiky s hudebními prvky, můžeš je napsat sem. Pomohu mi dotáhnout hodiny k „dokonalosti“

Příloha C

Didaktický test

Opakování – množiny

verze A.

Příklad č. 1.:

Napiš, které množiny se rovnají:

- a) $A = \{x \in N, x \leq 3\}$
- b) $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$
- c) $C = \{x \in Z, x > 0\}$
- d) $D = \{x \in N, x > 2\}$
- e) $E = \{1, 2, 3\}$
- f) $F = N$

(4)

Příklad č.2.:

Urči průnik, sjednocení a rozdíl ($A \setminus B$ a $B \setminus A$) následujících množin A, B. Napiš celý zápis, ve kterém využiješ symboly pro jednotlivé operace:

- a) $A = \{-3; -1; 0; 0,5; 4\}, B = \{-1; 0\}$
- b) $A = \{x \in Z; |x - 1| \leq 3\}, B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

(4)

Příklad č.3.:

Urči doplněk množiny B do množiny A. Správně zapiš celým zápisem.

- a) $A = Z, B = \{x \in Z, x > 5\}$
- b) $A = Z, B = \{x \in N; |x| > 2\}$

(4)

Opakování – množiny

verze B.

Za každou úlohu můžeš získat 10 bodů.

Příklad č. 1.:

Napiš, které množiny se rovnají:

- a) $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
- b) $B = \{x \in \mathbb{Z}, x \geq -4\}$
- c) $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- d) $D = \{x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$
- e) $E = \{x \in \mathbb{N}, x \leq 1\}$
- f) $F = \{1\}$

Příklad č.2.:

Urči průnik, sjednocení a rozdíl ($A \setminus B$ a $B \setminus A$) následujících množin A, B. Napiš celý zápis, ve kterém využiješ symboly pro jednotlivé operace:

- a) $A = \{-6; -3; -0,4; 0; 1; 2; 4\}, B = \{-3; 0; 1\}$
- b) $A = \{x \in \mathbb{N}; |x - 5| < 4\}, B = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$

Příklad č.3.:

Urči doplněk množiny B do množiny A. Správně zapiš celým zápisem.

- a) $A = \mathbb{Z}, B = \{x \in \mathbb{Z}, x \leq 3\}$
- b) $A = \mathbb{Z}, B = \{x \in \mathbb{Z}, |x| > 2\}$

Příloha D

Pracovní list – Množiny – základní poznatky

Příklad č. 1.:

Přečti si příběh na str.130 v učebnici. Co bylo problémem, který způsobil třetí krizi matematiky?

Příklad č. 2.:

Poslechni si následující ukázky hudebních nástrojů. Pozorně poslouchej a napiš, o jaký nástroj se jedná. Do jakých skupin je můžeme rozdělit?

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.
- 8.
- 9.
- 10.

Příklad č. 3.:

Napiš jednotlivé nástroje z příkladu č. 2. jako množiny. Kolik prvků mají jednotlivé množiny?

Příklad č. 4.:

Vymysli, jak by vypadala prázdná množina v našem případě.

Příklad č. 5.:

Napiš „jazykem matematiky“ kam řadíme nástroje hoboj, xylofon a piano.

Příklad č. 6.:

a) Vyjádři výčtem prvků množinu bicích nástrojů.

b) Vyjádři charakteristickou vlastností množinu strunných nástrojů.

Příklad č. 7.:

Rozhodni, zda následující čísla jsou prvky množiny $M = \{-1; 0; 1; 2; 3\}$:

- e) -2
- f) -1
- g) 2,5
- h) 3

Příklad č. 8.:

Vyjádři výčtem prvků následující množiny dané vlastnostmi:

- f) $A = \{a \in \mathbb{N}; a \leq 7\}$
- g) $B = \{b \in \mathbb{Z}; b < 2\}$
- h) $C = \{c \in \mathbb{N}; c \geq 3 \wedge c < 7\}$
- i) $D = \{d \in \mathbb{Z}; d > -4 \wedge d \leq 7\}$
- j) $E = \{e \in \mathbb{Z}; |e| \leq 6\}$

Příklad č. 9.:

Rozhodni, které množiny z příkladu 8 jsou konečné a které jsou nekonečné.

Příloha E

Pracovní list – Podmnožiny

Příklad č. 1.:

Zapiš výčtem prvků všechny prvky množiny $A = \{x \in \mathbb{Z}; x \geq -2 \wedge |x| < 4\}$.

Příklad č. 2.:

a) Poslechni si následující ukázkou písniček a rozhodni, jak by se dala tato množina písniček nazvat? (Pozor, jedna písnička mezi ně nepatří, která?)

b) Poslechni si písničky ještě jednou a k jednotlivým prvkům napiš název písničky. Pozoruj, jestli mají i nějaké další společné znaky.

- prvek a =
- prvek b =
- prvek c =
- prvek d =
- prvek e =
- prvek f =

Příklad č. 3.:

Zapiš jednotlivé podmnožiny množiny z příkladu č. 1. Využij k tomu označení názvů písniček pomocí prvků.

Příklad č. 4.:

Vymysli svoji vlastní podmnožinu určité množiny písniček. Tvoří Tvoje oblíbené písničky nějakou podmnožinu?

Příklad č.5.:

Je dána množina $A = \{1;2;3; \pi\}$. Urči, které z následujících množin jsou jejími podmnožinami (a zapiš výsledek jedním ze znaků \subseteq nebo $\not\subseteq$).

- a) $A = \{1;2;3;\pi\}$
- b) $B = \{1; \pi\}$
- c) $C = \{0;1\}$
- d) $D = \{\} = \emptyset$

Příklad č.6.:

Zapiš všechny podmnožiny množin

- a) $\{2,7\}$
- b) $\{5,7,9\}$
- c) $\{0\}$
- d) \emptyset

Příklad č. 7.:

Zapiš všechny podmnožiny množiny $A = \{-3; 0; 0,5; 1\}$, které jsou současně podmnožinou

- a) množiny \mathbb{N}
- b) množiny \mathbb{Z}
- c) $\{x \in \mathbb{R}; |x| < 1\}$

Příloha F

Pracovní list – Doplněk, rovnost množin

Rovnost množin a doplněk

Text písničky Cowboy:

1. Já musím holka uznat, že se mi fakt líbíš, zaujala si mě velice.
Je tu ovšem jedna věc, co mě dost trápí, a to jak říkalas, že jsi z vesnice.
Když já jsem tady z města zvyklej na svůj standard a toho já se vážně nerad vzdám.
Jako Wi-Fi, teplá voda, splachovací záchod a jídlo, co nemusím lovit sám.

Víš já, nikdy jsem nechtěl bejt nějakej Cowboy, od rána krávy na pastvu hnát.
V korytě mejt si boty od slámy, o tom si holka nechej jenom zdát. Já totiž...

Ref.: Jsem kluk z města, jsem kluk z města, jsem kluk z města, stáje mi nevoní,
já jsem kluk z města, jsem kluk z města, chci chodit do kaváren a ne smrdět od koní.

Ou, jojojo odidi. Jojojo, odidi. Jojojo, jojojo, jojojo, odidi.

2. Každých pár minut tu jezdí MHDěčko a tágo se přes apku volat dá.
Koukni, telefon má celej dotykovej displej a žádná šňůra už z něj neplandá.
Lidi řešej ekonomiku a burzu a ne, kdo kolik rudejch vodstřelil.
Sto hektarů úrodnějch polí by tu každěj za garzonku v centru vyměnil (a nebo aspoň na metru.)

Nikdy jsem nechtěl, bejt nějakej Cowboy, točit jak blázen lasem nad hlavou, vstávat v půl pátý, v polštáři slámu bez paměťový pěny narvanou. Já totiž...

Ref.: Jsem kluk z města, jsem kluk z města, jsem kluk z města, stáje mi nevoní,
já jsem kluk z města, jsem kluk z města, chci chodit do kaváren a ne smrdět od koní.

Ou, jojojo odidi. Jojojo, odidi. Jojojo, jojojo, jojojo, odidi.

Ptáš se mě, jestli to má bejt nějaká legrace, ne srandu si nedělám. Víš, tomu se holka říká civilizace, snad jednou přijde i k Vám, o tom však pochybnosti mám, tak Howdy.

Ref: Jsem kluk z města... 2x

Příklad č. 1.:

- a) Na jaký části můžeme rozdělit písničku, kterou jsme právě slyšeli?
- b) Zazpívej doplněk.

Příklad č. 2.:

Které části se rovnají? Zazpívej je. Co bude platit pro rovnost množin?

Příklad č. 3.:

Zjisti, které z následujících množin se rovnají:

- a) $\{x \in \mathbb{Z}; x > 0\}$
- b) $\{x \in \mathbb{R}; |x| \leq 0\}$
- c) $\{x \in \mathbb{N}; |x - 2| < 2\}$
- d) \mathbb{N}
- e) $\{0\}$
- f) $\{1, 2, 3\}$
- g) $\{x \in \mathbb{R}; \sqrt[3]{x^3} = x\}$
- h) $\{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\}$

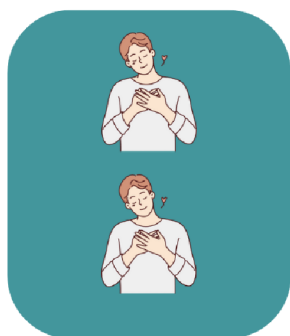
Příklad č. 4.:

Urči doplněk množiny B v množině A, jestliže:

- a) $A = \{-2; -0,5; 0; 1; 3\}, B = \{-0,5; 0; 0,3\}$
- b) $A = \mathbb{Z}; B = \{x \in \mathbb{Z}, x \leq 0\}$
- c) $A = \{x \in \mathbb{Z}; x > 5\}, B = \{x \in \mathbb{Z}; x \geq 7\}$
- d) $A = \mathbb{N}, B = \{x \in \mathbb{N}; |x| > 2\}$
- e) $A = \mathbb{Z}, B = \{x \in \mathbb{Z}; |x| > 2\}$
- f) $A = \mathbb{R}, B = \{x \in \mathbb{R}; \sqrt{x^2} = -x\}$
- g) $A = \mathbb{R}, B = \{x \in \mathbb{R}; |x - 1| < 0\}$
- h) $A = \mathbb{R}; B = \{x \in \mathbb{R}; |x - 2| \geq 0\}$

Příloha G

Hra na tělo



Příloha H

Kartičky – Hra sjednocení a průniku

$A \cup B$	$A \cup B \cup C$
$B \cap C$	$B \cap D$
$A \cap C \cap D$	$A \cup B \cup C \cup D$
$A \cup B$	$A \cap D$
$B \cup (A \cap C \cap D)$	$C \cap D$

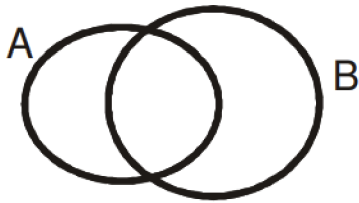
Příloha I

Pracovní list – Průnik a sjednocení

Operace s množinami – průnik, sjednocení

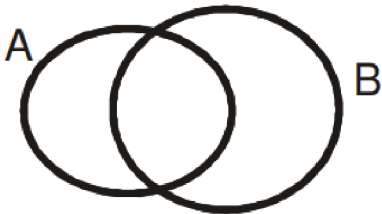
Příklad č. 1.:

V obrázku množin A a B vyšrafuj množinu $A \cap B$.



Příklad č. 2.:

V obrázku množin A a B vyšrafuj množinu $A \cup B$.



Příklad č.3.:

U každé z následujících dvojic množin urči $A \cap B$, $A \cup B$

a) $A = \{1; 2; \pi; \sqrt{8}\}$, $B = \{1; 3; \pi; 17\}$

b) $A = \{x \in \mathbb{N}; x > 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{N}; x \leq 7\}$

c) $A = \{x \in \mathbb{Z}; x > -3\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z}; x > -5, 2\}$

d) $A = \{x \in \mathbb{Z}; x < 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z}; \sqrt{x^2} = x\}$

e) $A = \mathbb{Z}$, $B = \mathbb{N}$

Příloha J

Audiosnímek Množiny hudebních nástrojů

Příloha K

Audiosnímek Hudební podmnožiny

Příloha L

Audiosnímek Sjednocení a průnik

Příloha M

Výsledky didaktického testu

třída A				třída B			
žák	průměrné hodnocení z matematiky v %	průměrné hodnocení z testů v %	hodnocení testu z množin v %	žák	průměrné hodnocení z matematiky v %	průměrné hodnocení z testů v %	hodnocení testu z množin v %
1.	83	83	87	1.	53	51	18
2.	72	67	77	2.	87	92	93
3.	67	50	48	3.	80	70	100
4.	75	72	53	4.	83	82	75
5.	87	73	40	5.	73	64	77
6.	72	83	60	6.	81	81	87
7.	75	77	67	7.	75	56	37
8.	73	65	67	8.	90	87	83
9.	72	64	60	9.	82	63	77
10.	77	72	82	10.	76	69	63
11.	75	60	37	11.	49	64	73
12.	91	89	100	12.	82	74	85
13.	76	74	63	13.	81	79	97
14.	76	81	100	14.	67	55	80
15.	86	73	58	15.	81	83	87
16.	91	85	82	16.	82	75	67
17.	82	73	83	17.	75	57	77
18.	95	91	100	18.	88	90	87
19.	91	82	100	19.	88	85	100
20.	59	47	50	20.	83	81	83
21.	73	67	37	21.	75	84	53
22.	82	83	93	22.	83	81	80
23.	66	64	62	23.	68	68	40
24.	55	61	77	24.	61	53	57
25.	75	67	50	25.	75	71	42
26.	74	62	52	26.	81	83	100
27.	84	80	90				
	průměr:	průměr:	průměr:		průměr:	průměr:	průměr:
	77,14	72,04	69,44		76,89	74	73,77