



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## MODELOVÁNÍ CHODICÍCH ROBOTŮ S PASIVNÍ DYNAMIKOU

MODELING OF PASSIVE DYNAMIC WALKING ROBOTS

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Dominik Cvik

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Robert Grepl, Ph.D.

BRNO 2023

## Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Dominik Cvik</b>
Studijní program:	Mechatronika
Studijní obor:	bez specializace
Vedoucí práce:	<b>doc. Ing. Robert Grepl, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2022/23

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### Modelování chodicích robotů s pasivní dynamikou

#### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Konstrukce chodicích robotů zaujímá významné postavení v oblasti mobilní robotiky. Jejich výhodou je schopnost pohybu v komplexním terénu a prostoru navrženém pro člověka. Nevýhodou je podstatně složitější konstrukce v porovnání např. s kolovými roboty a také vyšší energetické nároky. Zajímavou podoblastí studia jsou experimentální konstrukce robotů s tzv. pasivní dynamikou. Tyto roboty využívají ke svému pohybu potenciální energii tíhového pole Země a dokáží se tedy pohybovat např. po nakloněné rovině bez dodávání energie.

Tato práce se bude zabývat tvorbou počítačového modelu takového robotu s cílem studia a optimalizace parametrů vzhledem k vlastnostem chůze.

#### Cíle bakalářské práce:

- Provedte rešerši v oblasti robotů s pasivní dynamikou. U jednotlivých konstrukcí popište principy fungování a parametry výsledné chůze.
- Vyberte jednu z variant robotu nalezených v rešerši a vytvořte jeho výpočetní model dynamiky v prostředí MATLAB/SimScape MultiBody.
- Analyzujte chování modelu s ohledem na různé parametry robotu, prostředí, nastavení simulace.
- Pro danou konstrukci robotu nalezněte optimální parametry (rozměry robotu). Popište kritérium optimality (např. rychlost pohybu) a omezující podmínky (např. max. rozměry nebo hmotnost).

#### Seznam doporučené literatury:

- \* <https://www.mathworks.com/products/simscape.html>
- \* <https://www.mathworks.com/videos/modeling-and-simulation-of-walking-robots-1576560207573.html>
- \* VALÁŠEK, M.: Mechatronika, Vydavatelství ČVUT 1995

\* DUŠEK, F.: Matlab a Simulink, skriptum ČVUT

\* KRATOCHVÍL, C.: Mechanika těles - dynamika, skriptum FSI VUT v Brně

\* NOSKIEVIČ, M.: Modelování a identifikace systémů

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2022/23

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.  
děkan fakulty

## Abstrakt

Uvedená bakalárska práca sa zaoberá vytvorením modelu chodiaceho robota s pasívnou dynamikou. V rešeršnej časti práce je popísaná klasifikácia dvojrozmerných konštrukcií robotov s pasívnou dynamikou a popis vybraných existujúcich fyzických realizácií takýchto konštrukcií. V ďalšej kapitole práce je vybraná konkrétna konštrukcia synthetic wheel, pre ktorú sú analyticky odvodené pohybové rovnice. Tie slúžia na získanie počiatočných hodnôt stavových veličín, ktoré sú neskôr dosadené do simulácie rovnakého modelu v Simscape Multibody. Získané počiatočné hodnoty sú tiež dosadené do riešenia pohybových rovníc. Z porovnania priebehov stavových veličín získaných zo simulácie a analytického výpočtu vyplýva veľká zhoda medzi týmito prístupmi, až na malé odchýlky, ktoré sú vysvetlené zjednodušujúcimi predpokladmi použitými pri analytickom výpočte.

## Abstract

The presented bachelor's thesis deals with the creation of a model for a passive dynamic walking robot. The research part of the thesis describes the classification of two-dimensional robot designs with passive dynamics, along with a description of selected existing physical implementations of such designs. Equations of motion for the synthetic wheel design are derived analytically in the next chapter. These derived equations of motion are used to obtain initial values of variables, which will later be substituted in the simulation of the same model in Simscape Multibody. These obtained initial values are also substituted into the solution of the equations of motion. A comparison of the state variable time progressions obtained from the simulation and the analytical calculation shows a high agreement between these approaches, with only minor deviations, which are explained by the simplifying assumptions used in the analytical calculation.

## Kľúčové slová

Pasívna dynamika, Simulink, Simscape Multibody, Chodiace roboty, Simulácia

## Keywords

Passive Dynamics, Simulink, Simscape Multibody, Walking Robots, Simulation

## Bibliografická citácia

CVIK, Dominik. *Modelování chodicích robotů s pasivní dynamikou*. Brno, 2023. Dostupné také z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/148889>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Robert Grepl.



Prehlasujem, že som bakalársku prácu na tému *Modelování chodících robotů s pasivní dynamikou* vypracoval samostatne s použitím odbornej literatúry a prameňov uvedených v zozname na konci práce.

**Dominik Cvik**

V Brne, 25.5.2023

.....

Chcel by som sa poďakovať vedúcemu práce, doc. Ing. Robertovi Greplovi, Ph.D. za odborné rady pri písaní tejto práce. Tiež by som sa chcel poďakovať rodine, že ma podporovala pri štúdiu.

**Dominik Cvik**

# Obsah

<b>1 Úvod</b>	<b>8</b>
<b>2 Rešerš</b>	<b>9</b>
2.1 Krátka história . . . . .	9
2.2 Rozdelenie dvojrozmerných konštrukcií . . . . .	10
2.2.1 Lúčové koleso . . . . .	10
2.2.2 Synthetic wheel . . . . .	10
2.2.3 Chodec s rovnými nohami . . . . .	11
2.2.4 Chodec s kolenami . . . . .	12
2.3 Popis vybraných existujúcich konštrukcií a modelov . . . . .	12
2.3.1 Dynamite - dvojrozmerný pasívny chodec s kolenami . . . . .	12
2.3.2 Trojrozmerný plne pasívny robot . . . . .	13
2.3.3 MSU synthetic wheel biped . . . . .	13
<b>3 Postup a výsledky riešenia</b>	<b>14</b>
3.1 Odvodenie počiatočných podmienok pre synthetic wheel . . . . .	14
3.1.1 Pohybové rovnice . . . . .	14
3.1.2 Chôdza s dlhou periódou . . . . .	16
3.1.3 Chôdza s krátkou periódou . . . . .	17
3.1.4 Rýchlosť tela robota . . . . .	17
3.2 Model synthetic wheel v Simscape Multibody . . . . .	19
3.2.1 Konštrukcia . . . . .	19
3.2.2 Chôdza s dlhou periódou . . . . .	20
3.2.3 Chôdza s krátkou periódou . . . . .	20
3.3 Porovnanie výsledkov zo simulácie a analytického výpočtu . . . . .	23
<b>4 Záver</b>	<b>25</b>

# Kapitola 1

## Úvod

Realizácia pohybu pomocou chôdze má medzi strojmi, narozdiel od živých organizmov, veľmi malé zastúpenie. Dôvodom je vysoká zložitosť riadenia, ktoré má zabezpečiť udržanie rovnováhy robota počas chôdze, nízka energetická účinnosť a taktiež zložitejšia konštrukcia v porovnaní s napríklad kolesovými robotmi. Napriek spomenutým komplikáciám má výskum chodiacich robotov možné uplatnenie. Dokážu chodiť po nerovných povrchoch a priestoroch navrhnutých pre človeka, čo umožňuje napríklad ich použitie pri vykonávaní činností, ktoré by boli pre človeka nebezpečné. Ďalším dôvodom ich výskumu je aj jednoduchá zvedavosť, práve kvôli ich podobnosti na živé organizmy, vrátane ľudí.

Jedným z možných riešení spomenutých problémov môže byť chôdza s pasívnou dynamikou. Roboty s pasívnou dynamikou dokážu po dodaní správnych počiatkových hodnôt stavových veličín kráčať nadol naklonenou rovinou stabilnou chôdzou bez aktívneho riadenia alebo dodávanie energie. [1] Výsledný periodický pohyb je charakteristický skutočnosťou, že zisk z potenciálnej energie tiažového poľa Zeme je presne vykompenzovaný stratou energie pri náraze nohy o podložku. [2] Tiažové pole Zeme však nemusí byť nutne jediným zdrojom energie. Robotom navrhnutým podľa princípov pasívnej dynamiky môže byť pridaný externý zdroj energie a výsledkom sú roboty, ktoré dokážu kráčať aj po vodorovnej podložke s vysokou energetickou účinnosťou. [3] Myšlienka pokúsiť sa skonštruovať najprv jednoduchý stroj bez zdroja energie má analógiu napríklad pri vývoji prvého lietadla, keď bratia Wrightovci najprv skonštruovali klzák a až po správnom pochopení jeho fungovania doň pridali motor. [1] Chôdza s pasívnou dynamikou sa dá taktiež považovať za extrémny prípad takzvaných podaktuovaných mechanických systémov, medzi ktoré patri aj v súčasnosti najpokročilejší humanoidný robot Atlas od firmy Boston Dynamics. [4]

Cieľom práce je uviesť základnú klasifikáciu robotov s pasívnou dynamikou a popísať vybrané existujúce konštrukcie. Ďalej bude vybraná jedna z možných konštrukcií, pre ktorú budú analyticky odvodené pohybové rovnice a počiatkové hodnoty stavových veličín na dosiahnutie cyklickej chôdze. Tieto počiatkové hodnoty budú použité v numerickej simulácii rovnakého modelu v prostredí Simscape Multibody a výsledky z numerickej simulácie budú porovnané s dosadením rovnakých počiatkových hodnôt do riešenia odvodených pohybových rovníc. Kvôli výsledku získanému z riešenia pohybových rovníc sa práca nebude zaoberať optimalizáciou parametrov konštrukcie.

# Kapitola 2

## Rešerš

### 2.1 Krátka história

Roboty s pasívnou dynamikou začal ako prvý akademicky skúmať letecký inžinier Tad McGeer na prelome osemdesiatych a deväťdesiatych rokov. [1] Konštrukcie s podobnými vlastnosťami však existovali už pred tým, a to v podobe hračiek. Práve drevenou hračkou, ktorá dokáže bez dodávania energie kráčať dolu naklonenou rovinou sa inšpiroval pri svojich výpočtoch aj McGeer.

Jeden z prvých patentov na takúto hračku bol udelený už v roku 1888. [5] Ďalšou známou hračkou je Wilson walkie z roku 1938. [6] Táto hračka má chodidlá vytvarované do tvaru povrchu gule, čo spôsobuje, že sa pri chôdzi nakláňa do bokov. Kolísanie je jeden zo spôsobov ako zabezpečiť, aby sa noha na ktorej práve hračka nestojí nedotkla zeme. Fotografia jednej z takýchto hračiek je na 2.1a. Vzhľadom napodobňuje práve kvôli spôsobu chôdze tučniaka. Podobné hračky sa vyrábali aj v Československu. 2.1b 2.1c



(a) Wilson Walkie



(b) Shuffling Charlie



(c) Shuffling Charlie

Obrázok 2.1: Drevené hračky, ktoré sa stali inšpiráciou výskumu chôdze s pasívnou dynamikou. [7] [8]

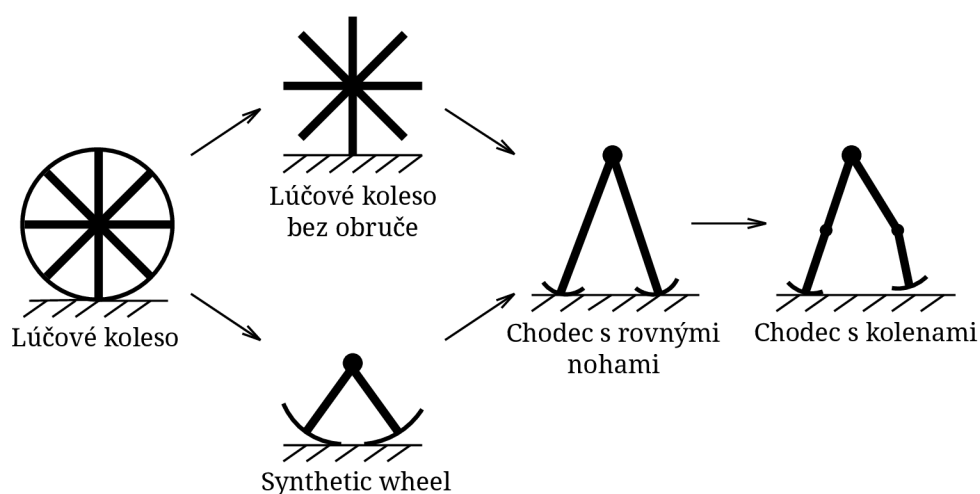
## 2.2 Rozdelenie dvojrozmerných konštrukcií

### 2.2.1 Lúčové koleso

Napriek tomu, že valenie kolesa na prvý pohľad nemá s chôdzou mnoho spoločného, sa dajú najjednoduchšie konštrukcie chôdze s pasívnou dynamikou získať upravením obyčajného kolesa. Ak by sme z lúčového kolesa používaného napríklad na drevených vozoch odstránili obruč, zostanú nám iba lúče ktoré budú pokladané za jednoduchý model nôh. [10] Narozdiel od pôvodného kolesa sa takto upravené koleso nedokáže valiť po vodorovnej podložke bez spomaľovania. Pri každom náraze nohy na podložku stráca energiu. Tieto zrážky sú modelované ako nepružné a impulzívne. Aplikáciou zákona zachovania momentu hybnosti vzhľadom k novému bodu kontaktu nohy s podložkou sa dá odvodiť, že koleso bez obruče spomaľuje na vodorovnej podložke exponenciálne. Na podložke s nenulovým sklonom sa táto strata energie vykompenzuje ziskom z potenciálnej energie tiažovej sily a rýchlosť valenia kolesa sa ustáli na stabilnej hodnote, ktorá sa zvyšuje s uhlom sklonu podložky. Tieto výsledky sú kvalitatívne podobné s vlastnosťami zložitejších konštrukcií. Koleso bez obruče tak slúži ako jednoduchý model energetickej analýzy chodcov s pasívnou dynamikou. [1]

### 2.2.2 Synthetic wheel

Konštrukciu synthetic wheel získame taktiež modifikáciou lúčového kolesa. Obruč rozdelíme v strede medzi jednotlivými lúčmi, z ktorých ponecháme iba dva. Do bodu, ktorý bol stred kolesa umiestníme rotačnú kinematickú väzbu s bodovou hmotnosťou, ktorá je výrazne väčšia ako hmotnosť zvyšných častí konštrukcie. Dosiachneme tým, že ťažisko zostane na rovnakom mieste. Dostali sme dve nohy, pričom časti obruče považujeme za chodidlá. Počas jedného kroku je vždy jedna noha s chodidlom v stálom kontakte s podložkou a koná rovnaký pohyb ako v pôvodnom kolese, čiže sa vali s konštantnou uhlovou rýchlosťou. Druhá noha sa pohybuje voľne na rotačnej kinematickej väzbe a dá sa tak modelovať ako fyzikálne kyvadlo. Vďaka predpokladu sústredenia väčšiny hmotnosti do rotačnej kinematickej väzby neovplyvňuje druhá noha pohyb prvej nohy. Ak vymeníme funkcie nôh v čase, keď majú rovnaké hodnoty stavových veličín, ako mali opačné nohy na začiatku kroku, dostaneme cyklickú chôdzu. Keďže dĺžka periódy jedného kmitu fyzikálneho kyvadla nezávisí pri linearizácii pre malé uhly na počiatočnom uhle, bude aj čas trvania jedného kroku závisieť iba na rozložení hmotnosti nohy. Vyplýva z toho, že vzdialenosť prejdenú počas jedného kroku a teda aj rýchlosť pohybu tela robota



Obrázok 2.2: Rozdelenie dvojrozmerných konštrukcií. [9] (upravené)

je možné meniť počiatočným uhlom nôh. Synthetic wheel takto dokáže chodiť, rovnako ako pôvodné koleso, aj po vodorovnej podložke bez straty energie. [1] [11] [12] Táto konštrukcia bola zvolená na tvorbu modelu v Simscape Multibody a bude tak podrobne analyzovaná v tretej kapitole práce.

### 2.2.3 Chodec s rovnými nohami

Uvoľňovaním návrhových obmedzení konštrukcie synthetic wheel získame chodca s rovnými nohami. Základným rozdielom je, že chodec s rovnými nohami má polomer chodidiel menší, ako dĺžku nohy. Pri najjednoduchšom modeli je chodilo považované za bod a celú konštrukciu môžeme považovať za dvojité obrátené kyvadlo, ktoré je počas kroku upevnené v bode dotyku nohy s podložkou. Úlohou je potom, rovnako ako pri ostatných chodiacich robotoch s pasívnou dynamikou, nájsť počiatočné hodnoty stavových veličín, ktoré zabezpečia, že na konci kroku budú mať tieto hodnoty opačné nohy a pri výmene ich funkcií tak dostaneme cyklickú chôdzu. V literatúre sa počiatočné hodnoty hľadajú interpretáciou kroku ako Poincarého mapy, pričom hľadané počiatočné hodnoty sú pevnými bodmi na tejto mape. Tento prístup z teórie nelineárnej dynamiky tiež umožňuje vyšetrovať stabilitu nájdených krokov pomocou vlastných čísel linearizovanej Poincarého mapy v pevnom bode. [13] Na analýzu konštrukcie je potrebné okrem pohybových rovníc odvodiť funkciu, ktorá vráti hodnoty stavových veličín po zrážke nohy, ktorá sa počas kroku nedotýkala zeme, s podložkou. Táto zrážka je rovnako ako pri lúčovom kolese bez obruče modelovaná ako nepružná bez vzájomného pohybu vzhľadom k podložke. Na odvodenie tejto funkcie tak opäť môže byť použitý zákon zachovania momentu hybnosti vzhľadom k bodu dotyku.

Výsledkom aplikácie spomenutých metód je, že aj antropomorfnější a zložitejší model ako synthetic wheel je schopný pasívnej chôdze. Narozdiel od synthetic wheel však vyžaduje chodec s rovnými nohami nenulový sklon podložky. Dôvodom je, rovnako ako pri kolese bez obruče, strata energie pri výmene funkcie nôh. Menší polomer chodidiel vedie k vyšším energetickým stratám, čo vyžaduje strmší sklon podložky. Z výsledkov ďalej vyplýva, že pre každý sklon podložky má chodec s rovnými nohami dve možné rýchlosti chôdze. V závislosti na počiatočných podmienkach môže kráčať chôdzou s takzvanou dlhou periódou alebo krátkou periódou, pričom stabilná je iba chôdza s dlhou periódou. Stabilita je v tomto zmysle považovaná za fakt, že ak sú počiatočné hodnoty stavových veličín blízke, aj keď nie úplne presné pre chôdzu s dlhou periódou, model sa po určitom počte krokov ustáli do stabilnej cyklickej chôdze. Naopak ak sú počiatočné hodnoty málo nepresné od hodnôt pre chôdzu s krátkou periódou, robot po malom počte krokov stratí stabilitu a spadne. Dve možné chôdze má aj synthetic wheel, čo bude rozoberané neskôr.

Ďalším výsledkom je, že stabilná chôdza s dlhou periódou podlieha pri zväčšujúcom sa uhle sklonu podložky bifurkáciám a neskôr chaosu. Znamená to, že napríklad po prvej bifurkácii budú hodnoty stavových veličín rovnaké, ako boli na začiatku, až po dvoch krokoch. Tento počet krokov, po ktorom sa pohyb cyklicky opakuje, sa pri zväčšujúcom sa uhle sklonu podložky pri každej bifurkácii zdvojnásobuje, až začne byť pohyb neperiodický, čo znamená v teórii nelineárnej dynamiky chaos.

Rovnako ako synthetic wheel, má chodec s rovnými nohami pri linearizácii pre malé uhly dĺžku trvania jedného kroku nezávislú na počiatočnom uhle. Väčší počiatočný uhol však znamená prekonanie väčšej vzdialenosti počas jedného kroku, t.j. aj väčšiu výslednú rýchlosť pohybu tela robota. Počiatočný uhol, čiže aj rýchlosť pohybu, sa zväčšujú s treťou odmocninou uhla sklonu podložky. [13] Mechanizmus straty energie pri náraze chodidla o podložku sa dá zase ilustrovať na kolese bez obruče. Chodec s rovnými nohami teda kombinuje dynamiku synthetic wheel s energetikou koleasa bez obruče. [11] [14]

## 2.2.4 Chodec s kolenami

Chodec s kolenami vznikne pridaním kolien do konštrukcie chodca s rovnými nohami. Prvým dôvodom pre túto modifikáciu je, že získame antropomorfnejšiu konštrukciu. Druhý, praktický dôvod je, že tým vyriešime problém dotyku nohy, ktorá sa počas kroku nemá dotýkať zeme, s podložkou. Pri predchádzajúcich modeloch bol tento jav zanedbaný a pri fyzických konštrukciách ho je potrebné vyriešiť napríklad pripevnením chodidiel na posuvnú väzbu, ktorá zabezpečí, že chodilo nohy, na ktorej má robot počas kroku stáť, bude nižšie ako chodidlo druhej nohy.

Na začiatku kroku sú kolená obidvoch nôh vyrovnané a mechanizmus má štyri nezávislé počiatočné podmienky: uhol medzi nohami, uhlovú rýchlosť nohy, na ktorej robot počas kroku stojí a uhlové rýchlosti vrchnej a spodnej časti druhej nohy, ktorá sa počas kroku nemá dotýkať podložky. Počas prvej fázy kroku je noha, na ktorej robot stojí vyrovnaná a druhá noha je zohnutá v kolene, aby sa vyhla kontaktu s podložkou. Počas tejto fázy sa dá konštrukcia robota modelovať ako trojité kyvadlo. Prvá fáza kroku sa končí, keď spodná časť voľnej nohy narazí na modelovaný doraz v kolene a vyrovná sa. Táto zrážka je modelovaná ako impulzívna a nepružná a musí nastať pred tým, ako sa chodidlo dotkne zeme. V druhej fáze sú obidve nohy vyrovnané a mechanizmus sa tak dá modelovať, rovnako ako chodec s rovnými nohami, ako obrátené dvojité kyvadlo. Krok sa končí nárazom chodidla nohy na podložku, ktorá je, rovnako ako zrážka v kolene, modelovaná ako impulzívna a nepružná. Po tejto zrážke musia mať opačné nohy rovnaké hodnoty stavových veličín, ako na začiatku kroku.

Výsledky zo simulácie sú veľmi podobné výsledkom z analýzy chodca s rovnými nohami. Chodec s kolenami vyžaduje pri chôdzi rovnakou rýchlosťou mierne strmší sklon podložky, čo znamená väčšiu spotrebu energie a horšiu účinnosť. Vyššia energetická spotreba je spôsobená hlavne novým mechanizmom straty energie, ktorým je nepružná zrážka v doraze kolena. Rozdiel v účinnosti je však minimálny a pre niektoré parametre modelu zanedbateľný. V praktických realizáciách týchto konštrukcií má oveľa väčšiu energetickú spotrebu posuvná kinematická väzba, ktorá musí pri chodcovi s rovnými nohami zabezpečiť aby sa voľná noha nedotkla podložky. [15] [16] Chodec s kolenami je tak z vymenovaných konštrukcií najjednoduchším modelom, ktorý sa dá skonštruovať ako plne pasívny chodiaci robot.

## 2.3 Popis vybraných existujúcich konštrukcií a modelov

### 2.3.1 Dynamite - dvojrozmerný pasívny chodec s kolenami

Zostrojil ho v roku 1991 Tad McGeer a vychádza z teoretickej konštrukcie dvojrozmerného pasívneho chodca s kolenami. Má hmotnosť 6,2 kg a dĺžku nohy 80 cm. Z dôvodu udržania rovnováhy v priečnom smere má robot štyri nohy, pričom dve vonkajšie nohy a dve vnútorné nohy sú navzájom spojené a konajú rovnaký pohyb. Z kinematického hľadiska tak ide o dvojrozmernú konštrukciu. Zaujímavé je, že výsledky experimentov s najstabilnejšou chôdzou boli získané po úprave parametrov robota podľa ľudských proporcií. Prvou je pomer dĺžky hornej a spodnej časti nohy. Najlepšie výsledky boli získané pri pomere 46:54, čo sú zároveň priemerné proporcie človeka. Druhým parametrom je, že chodidlá musia byť vysunuté vzhľadom k nohám v smere chôdze, to zabezpečí, že pri zrážke chodidla so zemou na konci kroku nestratí noha v kolene vzpernú stabilitu. Dôležité tiež bolo vyriešiť problém odrazu nohy od dorazu v kolene. Do kolena bola umiestnená prísavka s dierou, ktorá zabezpečí, že sa spodná časť nohy po náraze udrží vo vyrovnanej polohe a vďaka netesnosti spôsobenej dierou sa na začiatku ďalšieho kroku opäť uvoľní. [17] [11]



### 2.3.2 Trojrozmerný plne pasívny robot

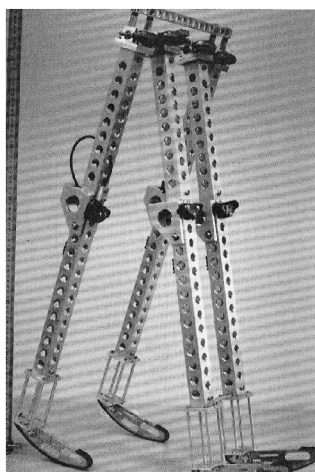
Prvý plne pasívny dvojnóhý robot s kolenami a trojrozmernou kinematikou bol skonštruovaný v roku 2000 na Cornell University. Vznikol tak, že Steven Collins upravil jednoduchšiu konštrukciu, ktorú zostrojil Martijn Wisse. Pri návrhu nebol vytvorený výpočtový model, namiesto toho boli použité parametre zo simulácií jednoduchších modelov, ktoré boli upravené pokusmi a štyrmi základnými úvahami:

1. Vytvoriť široké chodidlá, ktorých tvar bude vodiť trajektóriu zvyšných častí robota, vrátane nakláňania sa zo strany na stranu. To zabezpečí, že ťažisko robota sa bude nachádzať väčšinu času nad plochou chodidla, ktoré sa dotýka zeme.
2. Použiť pružiny v zadnej časti chodidla, čo zvýši jeho poddajnosť a stabilitu chôdze. Bez poddajnosti v chodidle by mal veľký vplyv na ďalší pohyb presný bod dopadu chodidla na zem, ktorý sa môže počas chôdze mierne líšiť.
3. Pridanie pohybu rúk v ose smeru pohybu, na zníženie zmeny momentu hybnosti vzhľadom k zvislej osi.
4. Kývanie s rukami do strán na zníženie nežiadaneho kolísania robota do strán.

Výsledkom je 85 cm vysoký robot s hmotnosťou 4,8 kg, ktorý dokázal kráčať stabilne pri 80 % pokusoch spustenia. Rýchlosť chôdze bola v tomto prípade  $0,51 \text{ m s}^{-1}$  a spotreba potenciálnej tiažovej energie 1,3 W. [18]

### 2.3.3 MSU synthetic wheel biped

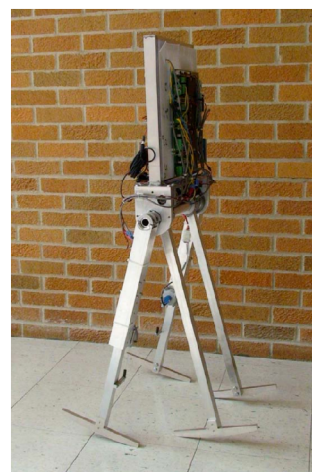
Riadený robot inšpirovaný pasívnou konštrukciou synthetic wheel bol skonštruovaný na Michigan State University študentmi pod vedením profesora Mukherjee a predstavený na Dynamic Systems and Control Conference v roku 2009. Robot má tri stupne voľnosti a dve zovšeobecnené sily, ide tak o podaktuovaný mechanizmus. Riadenie bolo navrhnuté na základe chôdze, pri ktorej telo robota udržiava konštantný uhol voči normále k podložke a voľná noha je počas kroku vzhľadom k tejto normále symetrická k nohe, na ktorej robot stojí. Energetická spotreba na poháňanie motorov počas chôdze s rýchlosťou  $0,4 \text{ m s}^{-1}$  bola 20 W. [12]



(a) Dvojrzmerný pasívny chodec [11]



(b) Trojrozmerný plne pasívny robot [19]



(c) MSU synthetic wheel biped [12]

Obrázok 2.3: Vybrané existujúce konštrukcie

## Kapitola 3

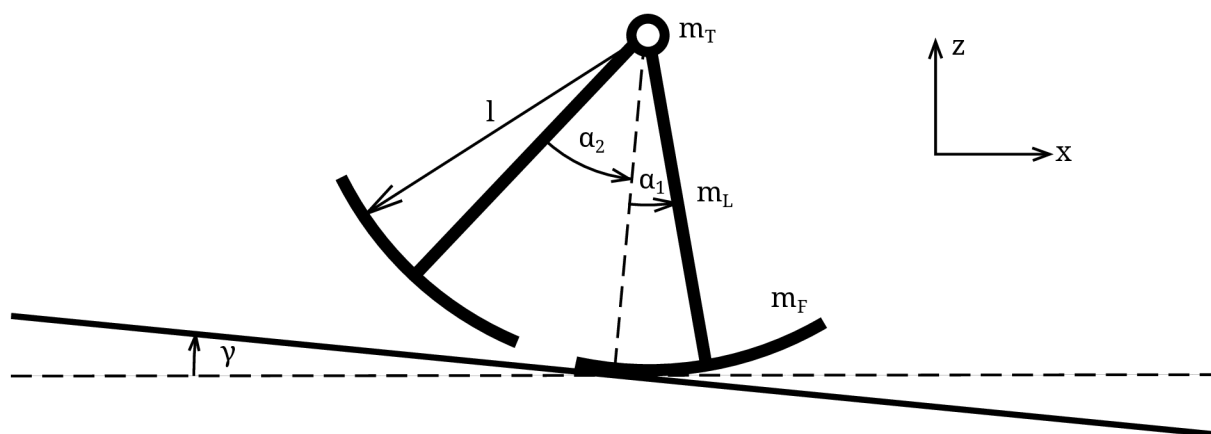
# Postup a výsledky riešenia

### 3.1 Odvodenie počiatkových podmienok pre synthetic wheel

Konštrukcia synthetic wheel bola vybraná pretože sa dá analyzovať pomocou lineari-zovaných rovníc. Zložitejšie konštrukcie sú v literatúre analyzované pomocou metód nelineárnej dynamiky, napríklad funkcia kroku je interpretovaná ako Poincarého ma-pa, uplatňujú sa tam tiež bifurkácie a chaos. [13] [14] Napriek jednoduchosti synthetic wheel sú mnohé výsledky jeho analýzy aplikovateľné aj v zložitejších konštrukciách. [1]

#### 3.1.1 Pohybové rovnice

Na určenie počiatkových hodnôt stavových veličín, ktoré budú neskôr dosadené do mo-delu v Simscape Multibody, je potrebné odvodiť pohybové rovnice analyticky.



Obrázok 3.1: Schéma konštrukcie synthetic wheel.

Dvojrzmerný model konštrukcie pozostáva z dvoch ňoh s rovnakou hmotnosťou  $m_L$ , dvoch chodidiel s rovnakou hmotnosťou  $m_F$  a z rotačnej kinematickej väzby, v ktorej je umiestnená bodová hmotnosť  $m_T$ . Dĺžky oboch ňoh  $l$  sú zhodné s polormi cho-didiel.  $\alpha_1$  a  $\alpha_2$  sú uhly jednotlivých ňoh vzhľadom k normále od podložky, pričom celá podložka je naklonená voči vodorovnej rovine o uhol  $\gamma$ .

Pohybové rovnice budú podľa [1] odvodené pre predpoklad vodorovnej podložky  $\gamma = 0$  a sústredenia väčšiny hmotnosti celej konštrukcie do rotačnej kinematickej väzby  $m_T \gg m_L + m_F$ , ktorá reprezentuje telo robota. V takomto prípade môže byť konštruk-cia modelovaná ako mechanizmus s dvoma stupňami voľnosti, pričom jedna noha koná pohyb valenia s konštantnou uhlovou rýchlosťou  $\Omega = -\dot{\alpha}_1$  a druhá noha koná pohyb kyvadla. Vďaka predpokladu sústredenia väčšiny hmotnosti do tela robota bude zaned-

baná vzájomná interakcia medzi nohami. Zanedbaný tiež bude dotyk nohy, ktorá koná pohyb kyvadla, s podložkou.

Pohyb prvej nohy, ktorá sa valí s konštantnou uhlovou rýchlosťou je popísaný rovnicou:

$$\alpha_1(t) = \int -\Omega dt = -\Omega t + \alpha_{i,1} \quad (3.1)$$

Pohybová rovnica pre druhú nohu bude vyjadrená pomocou Lagrangeových rovníc druhého druhu:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0 \quad (3.2)$$

Kde  $L = T - V$  je Lagrangián,  $T$  je kinetická energia,  $V$  je potenciálna energia a  $q_j$  označuje jednotlivé zovšeobecnené súradnice. Pre pohyb druhej nohy dostaneme:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha_2} = 0 \quad (3.3)$$

$$T = \frac{1}{2} I_T \dot{\alpha}_2^2 \quad (3.4)$$

$$V = m_{L,F} g (l - r_G \cos \alpha_2) \quad (3.5)$$

Kde  $I_T$  je moment zotrvačnosti nohy a chodidla vzhľadom k rotačnej kinematickej väzbe,  $m_{L,F} = m_L + m_F$  je súčet hmotnosti nohy a chodidla a  $r_G$  je vzdialenosť medzi rotačnou kinematickou väzbou a ťažiskom nohy s chodidlom.

$$L = T - V = \frac{1}{2} I_T \dot{\alpha}_2^2 - m_{L,F} g (l - r_G \cos \alpha_2) \quad (3.6)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_2} \right) = I_T \ddot{\alpha}_2 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_2} = -m_{L,F} g r_G \sin \alpha_2 \quad (3.8)$$

Dosadením do 3.3 dostaneme podľa očakávania pohybovú rovnicu fyzikálneho kyvadla:

$$I_T \ddot{\alpha}_2 + m_{L,F} g r_G \sin \alpha_2 = 0 \quad (3.9)$$

Pre malé uhly môžeme vykonať linearizáciu  $\sin \alpha_2 \approx \alpha_2$ .

$$\ddot{\alpha}_2 + \frac{m_{L,F} g r_G}{I_T} \alpha_2 = 0 \quad (3.10)$$

$$\ddot{\alpha}_2 + \omega^2 \alpha_2 = 0 \quad (3.11)$$

Kde  $\omega = \sqrt{\frac{m_{L,F} g r_G}{I_T}}$  je vlastná uhlová frekvencia kyvadla. 3.11 je homogénna lineárna obyčajná diferenciálna rovnica s konštantnými koeficientmi, ktorej prislúcha charakteristická rovnica  $\lambda^2 + \omega^2 = 0$  s rýdzo imaginárnymi koreňmi  $\lambda = \pm i\omega$ , z čoho vyplýva všeobecné riešenie v tvare:

$$\alpha_2(t) = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t \quad (3.12)$$

### 3.1.2 Chôdza s dlhou periódou

Cieľom je nájsť počiatočné hodnoty stavových veličín, pri ktorých stavové veličiny v čase  $t = \tau$  dosiahnú rovnaké hodnoty ako v čase  $t = 0$ , ale na opačných nohách. Ak v tomto momente prepne funkcie nôh, dostaneme opäť rovnaký pohyb. Ak budeme funkcie nôh naďalej cyklicky prepínať, dostaneme chôdzu.

$$\alpha_1(0) = \alpha_2(\tau) \quad (3.13)$$

$$\alpha_2(0) = \alpha_1(\tau) \quad (3.14)$$

$$\dot{\alpha}_1(0) = \dot{\alpha}_2(\tau) \quad (3.15)$$

$$\dot{\alpha}_2(0) = \dot{\alpha}_1(\tau) \quad (3.16)$$

Dosadením 3.1 a 3.12 dostaneme:

$$\alpha_{i,1} = C_1 \cos \omega\tau + C_2 \sin \omega\tau \quad (3.17)$$

$$C_1 = \alpha_{i,2} = -\Omega\tau + \alpha_{i,1} = -\alpha_{i,1} \quad (3.18)$$

$$-\Omega = -C_1\omega \sin \omega\tau + C_2\omega \cos \omega\tau \quad (3.19)$$

$$C_2\omega = -\Omega \quad (3.20)$$

V rovnici 3.18 predpokladáme symetrický krok, t. j. uhol nohy  $\alpha_{i,1}$  bude mať pri výmene nôh v čase  $\tau$  rovnakú veľkosť ako na začiatku kroku. Zároveň z toho vyplýva, že uhly obidvoch nôh musia mať na začiatku kroku rovnakú veľkosť.

$$\alpha_i = \alpha_{i,1} = -\alpha_{i,2} = \frac{\Omega\tau}{2} \quad (3.21)$$

Dosadením 3.21 do 3.17 dostaneme:

$$\alpha_i = -\alpha_i \cos \omega\tau - \frac{2\alpha_i}{\omega\tau} \sin \omega\tau \quad (3.22)$$

V 3.22 môžeme vykrátiť  $\alpha_i$ , čo znamená, že čas kroku  $\tau$  nezávisí na počiatočnom uhle. Získali sme tak rovnicu:

$$\cos \omega\tau + \frac{2}{\omega\tau} \sin \omega\tau + 1 = 0 \quad (3.23)$$

Dosadením 3.21 do 3.19 a podobnými úpravami dostaneme:

$$\omega\tau \sin \omega\tau - 2 \cos \omega\tau + 2 = 0 \quad (3.24)$$

V obidvoch rovniciach môžeme pokladať  $\omega\tau$  za jednu premennú a vyriešiť ich numericky. Riešením v programe `analytic_synthetic_wheel.m`, ktorý využíva na hľadanie koreňov vstavanú MATLABovskú funkciu `fzero` boli na intervale  $(0, 2\pi)$  získané korene rovnice 3.23:

$$\{\omega\tau\}_{1,1} = \pi \quad (3.25)$$

$$\{\omega\tau\}_{1,2} = 4,0575 \quad (3.26)$$

Koreň rovnice 3.24:

$$\{\omega\tau\}_2 = 4,0575 \quad (3.27)$$

Pohyb robota počas jedného kroku je teda popísaný rovnicami:

$$\alpha_1(t) = -\Omega t + \alpha_i \quad (3.28)$$

$$\alpha_2(t) = -\alpha_i \cos \omega t - \frac{\Omega}{\omega} \sin \omega t \quad (3.29)$$

Pričom nohy si musia vymeniť funkcie v čase  $\tau$ , ktorý je závislý iba od vlastnej uhlovej frekvencie podľa

$$\tau = \frac{4,0575}{\omega} \quad (3.30)$$

a počiatočná uhlová rýchlosť  $\Omega$  a počiatočný uhol  $\alpha_i$  sú zviazané vzťahom:

$$2\alpha_i = \tau\Omega \quad (3.31)$$

Pri týchto podmienkach získame takzvanú chôdzu s dlhou periódou. Na začiatku kroku majú obidve nohy zhodnú uhlovú rýchlosť  $\Omega$ , rovnako ako v obyčajnom kolese. Noha s indexom 2 ďalej koná pohyb kyvadla, zatiaľ čo noha s indexom 1 sa valí konštantnou uhlovou rýchlosťou. V čase  $\tau$  sú uhly nôh voči normále k podložke opačné ako na začiatku kroku a zároveň majú nohy rovnaké uhlové rýchlosti  $\dot{\alpha}_1(\tau) = \dot{\alpha}_2(\tau)$ . Keďže sa chodidlo nohy s indexom 1 dotýka podložky, má chodidlo nohy s indexom 2 nulovú relatívnu rýchlosť aj vzhľadom k podložke a výmena funkcie nôh tak prebehne bez energetických strát. Synthetic wheel tak môže chodiť, pri zanedbaní disipatívnych účinkov rotačnej väzbe, po rovine konštantnou rýchlosťou bez dodávania energie. Pribeh uhlov nôh voči normále k podložke počas dvoch krokov pri tejto chôdzi je na grafe 3.2.

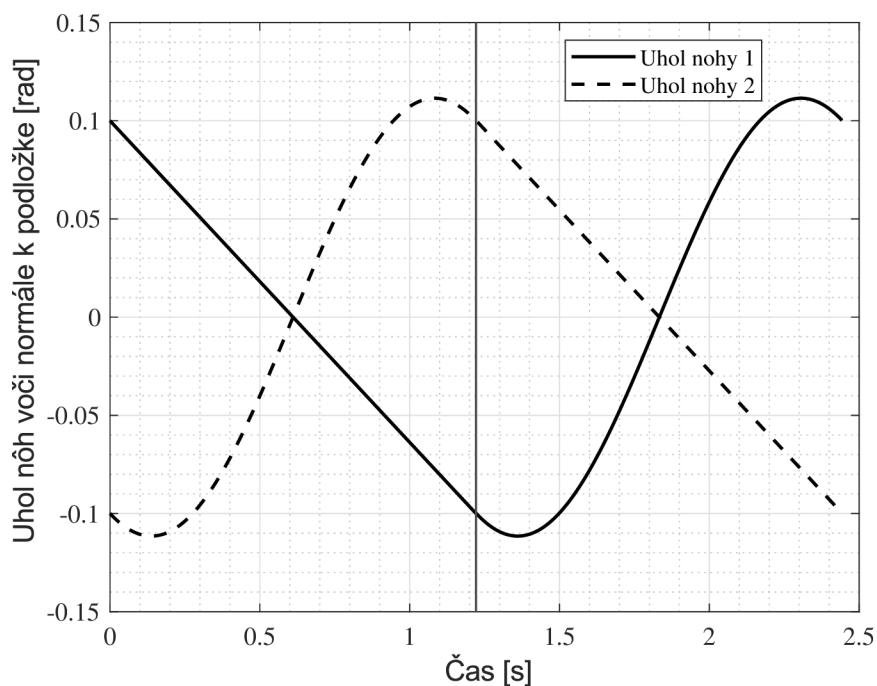
### 3.1.3 Chôdza s krátkou periódou

Chôdzu s krátkou periódou získame zanedbaním podmienky 3.24. Môžeme tak použiť koreň  $\omega\tau = \pi$ . Získame tak menší čas kroku  $\tau$ , a teda aj väčšiu rýchlosť tela robota, avšak výmena funkcie nôh nastane pri rozdielnych uhlových rýchlostiach nôh. Noha s indexom 2 sa tak stretne s podložkou pri nenulovej relatívnej rýchlosti a zastaví ju trecia sila. Pôsobenie trecej sily zníži mechanickú energiu robota a ten začne na vodorovnej podložke spomaľovať. Na chôdzu s krátkou periódou je preto potrebný nenulový sklon podložky  $\gamma$ , čo zabezpečí, že energia tiažovej sily vykompenzuje stratenú energiu pri trení o podložku. Pribeh uhlov nôh voči normále k podložke počas dvoch krokov pri tejto chôdzi je na grafe 3.3. Výsledky z obidvoch analýz sú v súlade s [1].

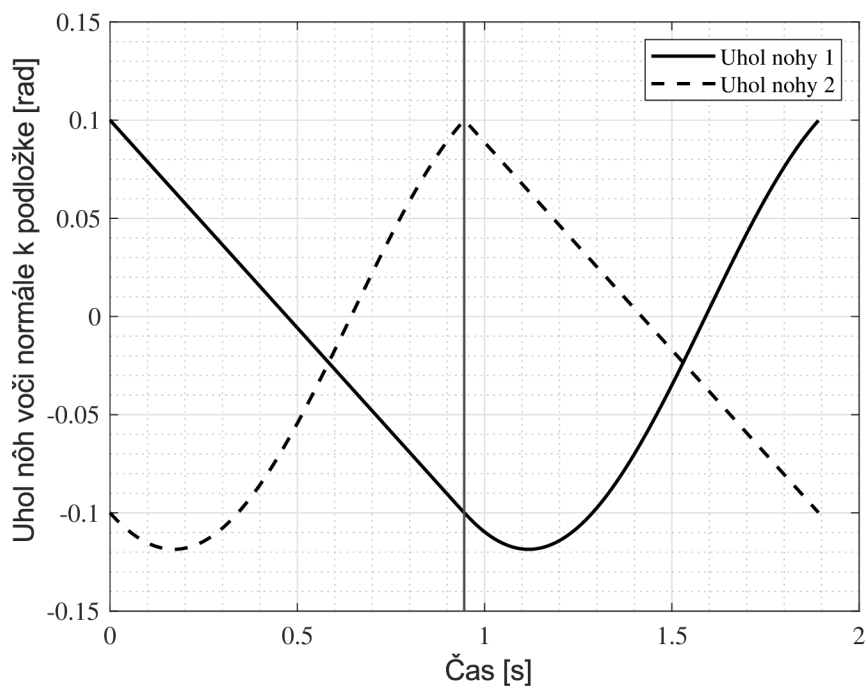
### 3.1.4 Rýchlosť tela robota

Rýchlosť tela robota je okrem počiatočného uhla priamo úmerná odmocnине zo súčinu dĺžky jednej nohy a tiažového zrýchlenia. Ďalej tak nemá zmysel hľadať optimálne parametre robota, čo bolo jedným z cieľov v zadaní práce. Rovnaká závislosť je prítomná aj pri zložitejších konštrukciách. [1] Konkrétne závislosť rýchlosti chôdze na tiažovom zrýchlení je dôvod prečo astronauti na Mesiaci namiesto pomalej chôdze radšej skákali na dvoch nohách.

$$v = \Omega l = \frac{\alpha_i \sqrt{6(2m_F + m_L)gl}}{4,0575\sqrt{3m_F + m_L}} \quad (3.32)$$



Obrázok 3.2: Priebeh uhlov nôh voči normále k podložke pri podmienkach chôdze s dlhou periódou získaný z analytického výpočtu.  $l = 1 \text{ m}$ ,  $m_L = 0,1 \text{ kg}$ ,  $m_F = 0,1 \text{ kg}$ ,  $\alpha_i = 0,1 \text{ rad}$ ,  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$

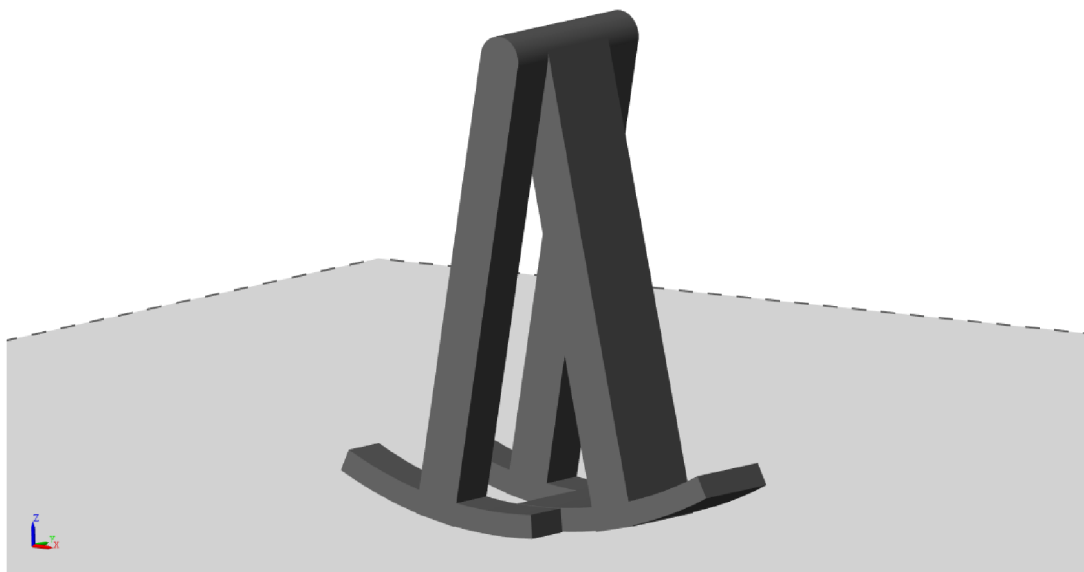


Obrázok 3.3: Priebeh uhlov nôh voči normále k podložke pri podmienkach chôdze s krátkou periódou získaný z analytického výpočtu.  $l = 1 \text{ m}$ ,  $m_L = 0,1 \text{ kg}$ ,  $m_F = 0,1 \text{ kg}$ ,  $\alpha_i = 0,1 \text{ rad}$ ,  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$

## 3.2 Model synthetic wheel v Simscape Multibody

V prostredí Simulink s rozšírením Simscape Multibody bol vytvorený rovnaký model, aký bol analyzovaný v prechádzajúcej podkapitole a jeho schéma je na obrázku 3.1. Simscape Multibody je simulačné prostredie pre trojrozmerné mechanické systémy zložené z viacerých telies. Model mechanického systému sa v ňom vytvára spájaním funkčných blokov, ktoré reprezentujú telesá, kinematické väzby, sily a snímače. Program potom automaticky zostaví a vyrieši pohybové rovnice zadaného mechanického systému. [20]

### 3.2.1 Konštrukcia



Obrázok 3.4: Synthetic wheel v Simscape Multibody

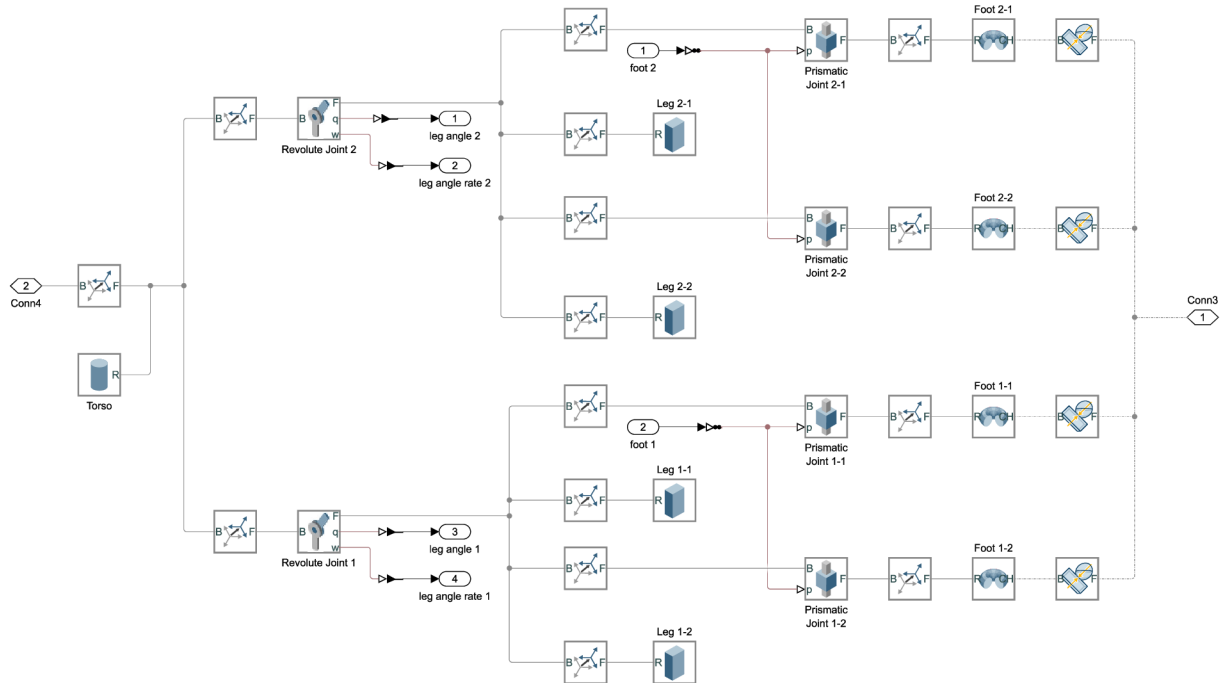
Keďže Simscape Multibody umožňuje modelovať iba trojrozmerné mechanické systémy, bol model vytvorený symetricky vzhľadom k ose x-z. Rovnakým spôsobom boli skonštruované fyzické realizácie dvojrozmerných modelov, napríklad robot Dynamite uvedený v rešeršnej časti práce. Rovnako ako pri analytickom výpočte v predchádzajúcej podkapitole práce boli modelované dve podmienky prepínania nôh, ktoré zodpovedajú chôdzi s dlhou periódou a chôdzi s krátkou periódou. V obidvoch prípadoch je rovnaká konštrukcia robota, ktorá je v subsysteme s názvom Body (obrázok 3.5). Rozdielne je iba riadenie prepínania funkcie nôh, ktoré bude preberané neskôr.

Všetky parametre mechanizmu, ako rozmery a hmotnosti jednotlivých častí sa zadávajú cez program v MATLABe, pričom hmotnosť tela sa v súlade s predchádzajúcou podkapitolou volí rádovo väčšia ako hmotnosti nôh a chodidiel. Pred spustením simulácie sú na základe týchto parametrov dopočítané počiatočné hodnoty uhlových rýchlostí nôh a rýchlosti tela robota pomocou rovníc odvodených v podkapitole 3.1. Simulácia sa potom spustí so zadanými a dopočítanými hodnotami.

Telo robota Torso bolo vytvorené pomocou funkčného bloku Cylindrical Solid. K telu sú pripojené pomocou dvoch rotačných kinematických väzieb štyri nohy. Rotačné väzby sú realizované funkčnými blokmi Revolute Joint a nohy funkčnými blokmi Brick Solid. Ku každej rotačnej väzbe sú pripojené dve nohy v trojrozmernej konštrukcii a konajú tak vždy rovnaký pohyb, čím je docielené, že z kinematického hľadiska sa mechanizmus



správa ako dvojrozmerný. K nohám sú cez posuvnú väzbu Prismatic Joint pripojené chodidlá realizované funkčným blokom Revolved Solid. Posuvná väzba slúži na zdvihnutie chodidla nohy, ktorá sa počas kroku nemá dotýkať zeme o minimálnu vzdialenosť, ktorá zabezpečí, že sa chodidlo nedotkne podložky a zároveň neovplyvní dynamiku modelu. Týmto spôsobom je realizované prepínanie funkcie nôh, ktoré bude preberané v nasledujúcej podkapitole.



Obrázok 3.5: Bloková schéma konštrukcie robota v rámci subsystému Body

### 3.2.2 Chôdza s dlhou periódou

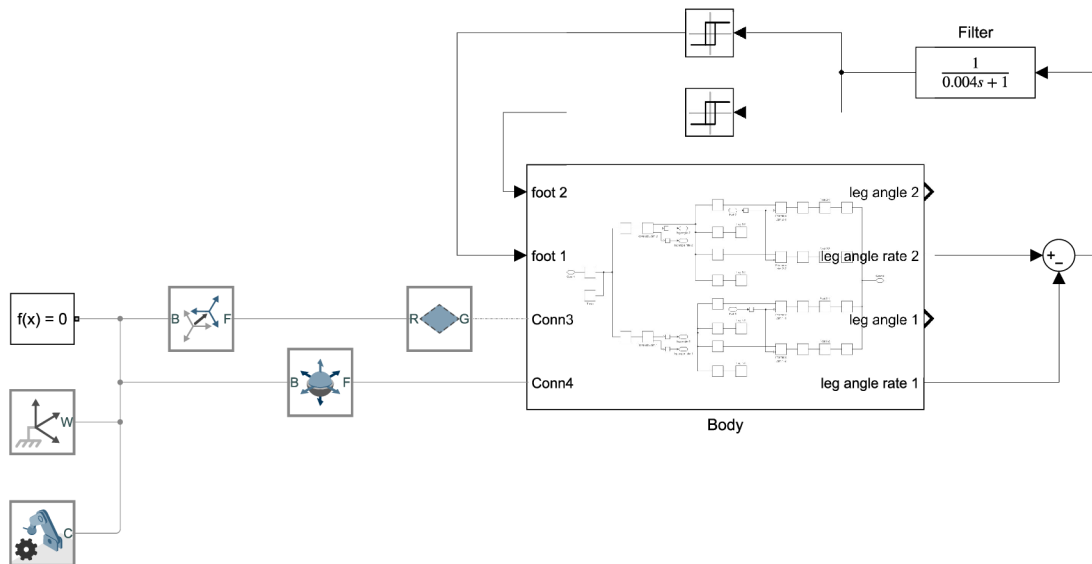
Z analytického výpočtu v podkapitole 3.1 vyplýva, že pri dodržaní okrajových podmienok 3.13 až 3.16, čiže všetky stavové veličiny v čase  $t = \tau$  majú dosiahnuť rovnaké hodnoty ako v čase  $t = 0$ , ale na opačných nohách, dostaneme chôdzu s dlhou periódou. Pri tomto type chôdze dochádza k výmene funkcie nôh, keď majú rovnakú uhlovú rýchlosť, t.j. ich relatívna uhlová rýchlosť je nulová.

V simulácii sa funkcia nôh prepína na základe súčtu uhlových rýchlostí jednotlivých nôh, pričom uhlová rýchlosť nohy s indexom 1 sa berie s opačným znamienkom. Ak je súčet kladný, stojí robot na nohe s indexom 2, pri zápornom súčte na nohe s indexom 1. Z dôvodu šumu v numerickej derivácii bol použitý funkčný blok Relay s hysterézou  $\pm 0,01 \text{ rad s}^{-1}$  a filter pomocou funkčného bloku Transfer Function. Bloková schéma riadiaceho obvodu je na obrázku 3.6. Simulácia, vrátane vykreslenia grafu priebehu uhlov nôh pre dva kroky (obrázok 3.7) sa spúšťa cez program `main_synthetic_wheel_long_period.m`.

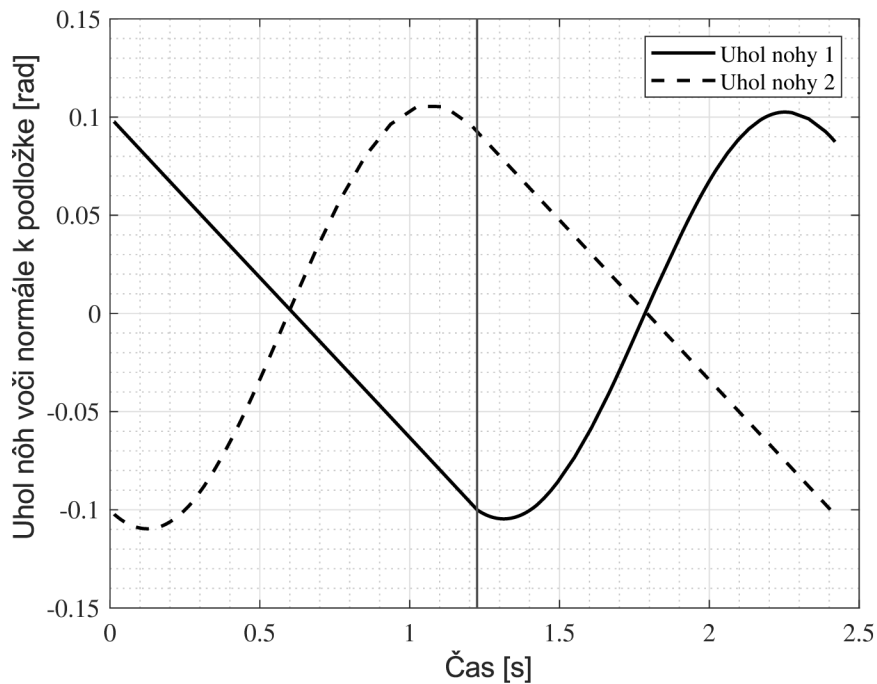
### 3.2.3 Chôdza s krátkou periódou

Pri dodržaní okrajových podmienok 3.13 a 3.14, podľa ktorých má dôjsť k výmene funkcie nôh, ak majú uhly nôh voči normále k podložke rovnakú veľkosť, ako mali uhly opačných nôh na začiatku kroku a zanedbaní okrajových podmienok týkajúcich sa uhlových rýchlostí, dostaneme chôdzu s krátkou periódou. Pri chôdzi s krátkou periódou dochádza k výmene funkcie nôh pri nenulovej relatívnej uhlovej rýchlosti nôh, čo zároveň znamená nenulovú relatívnu rýchlosť chodidla vzhľadom k podložke pri výmene. Z tohto





Obrázok 3.6: Bloková schéma riadenia chôdze s dlhou periódou v prostredí Simulink

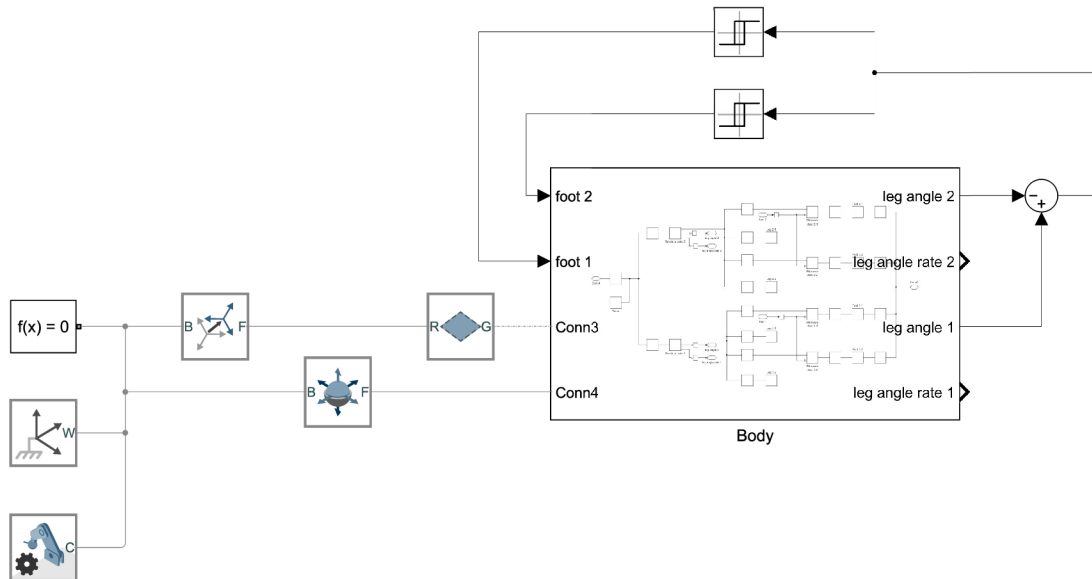


Obrázok 3.7: Priebeh uhlov nôh voči normále k podložke pri podmienkach chôdze s dlhou periódou získaný zo simulácie v Simscape Multibody.  $l = 1 \text{ m}$ ,  $m_T = 50 \text{ kg}$ ,  $m_L = 0,1 \text{ kg}$ ,  $m_F = 0,1 \text{ kg}$ ,  $\alpha_i = 0,1 \text{ rad}$ ,  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$

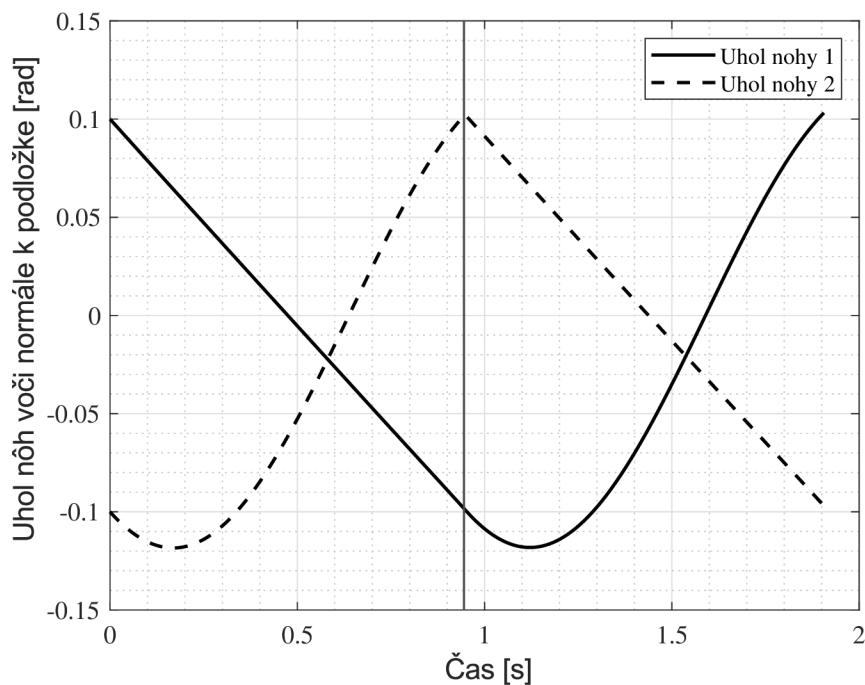
dôvodu dochádza pri chôdzi s krátkou periódou, narozdiel od chôdze s dlhou periódou, na konci každého kroku k energetickým stratám. Z výsledkov simulácie vyplýva, že tieto straty sú pri použitých parametroch minimálne. Dôvodom je sústredenie väčšiny hmotnosti, a teda aj kinetickej energie, do tela robota. Výhodou chôdze s krátkou periódou je, že je rýchlejšia ako chôdza s dlhou periódou.

V simulácii je prepínanie funkcie nôh opäť realizované pomocou funkčných blokov Relay, pričom každý ovláda zdvíhanie dvoch spojených chodidiel. Vstupom do oboch funkčných blokov je súčet uhlov nôh voči normále k podložke, pričom uhol nohy s indexom 2 sa berie s opačným znamienkom. Obe funkčné bloky sa aktivujú, ak ich

vstup dosiahne dvojnásobok počiatočného uhla a deaktivujú sa ak ich vstup dosiahne zápornú hodnotu dvojnásobku počiatočného uhla. Pri aktivovaných funkčných blokoch sú vysunuté chodidlá s indexom 2, v opačnom prípade sú vysunuté chodidlá s indexom 1. Bloková schéma riadiaceho obvodu je na obrázku 3.8. Simulácia, vrátane vykreslenia grafu priebehu uhlov nôh pre dva kroky (obrázok 3.9) sa spúšťa cez program `main_synthetic_wheel_short_period.m`.



Obrázok 3.8: Bloková schéma riadenia chôdze s krátkou periódou v prostredí Simulink

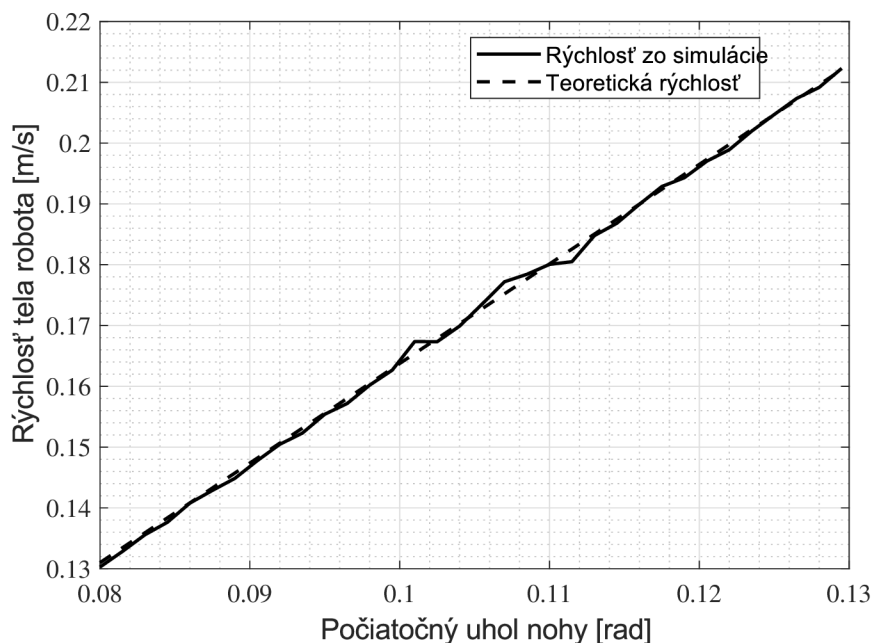


Obrázok 3.9: Priebeh uhlov nôh voči normále k podložke pri podmienkach chôdze s krátkou periódou získaný zo simulácie v Simscape Multibody.  $l = 1$  m,  $m_T = 50$  kg,  $m_L = 0,1$  kg,  $m_F = 0,1$  kg,  $\alpha_i = 0,1$  rad,  $g = 9,81$  m s<sup>-2</sup>

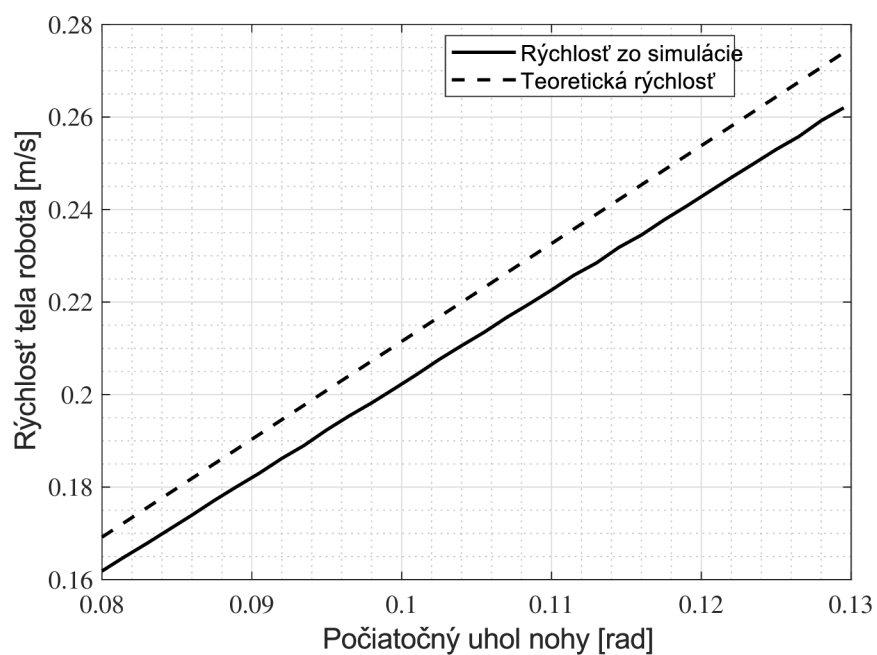
### 3.3 Porovnanie výsledkov zo simulácie a analytického výpočtu

Výsledky zo simulácie v prostredí Simscape Multibody a z teoretických hodnôt získaných analytickým výpočtom v kapitole 3.1 boli porovnané analýzou závislosti rýchlosti chôdze na počiatocnom uhle nohy  $\alpha_i$ . Porovnaný bol model pri oboch spôsoboch riadenia prepínania funkcie nôh, t.j. pri chôdzi s dlhou a krátkou periódou. Rýchlosť tela robota bola vypočítaná ako priemerná hodnota z desiatich sekúnd simulácie. Počiatocný uhol nohy  $\alpha_i$  bol volený od 0,08 rad do 0,13 rad a simulácia bola v oboch prípadoch spustená 34-krát pomocou vstavanej funkcie `parsim`, ktorá umožňuje beh programu na viacerých jadrách procesora naraz, čo zrýchľuje celkový výpočet. Výpočty, vrátane vykreslenia grafov sa spúšťajú z programov `synthetic_wheel_parallel_long_period.m` a `synthetic_wheel_parallel_short_period.m`.

Z výsledkov vyplýva, že teoretická rýchlosť chôdze, ktorá je zároveň počiatocnou rýchlosťou tela robota v simulácii, je lineárne závislá na počiatocnom uhle nohy. Táto závislosť vychádza z rovnice 3.32. Ďalej z porovnania dvoch spôsobov riadenia prepínania funkcie nôh vyplýva, v súlade s očakávaním, že chôdza s krátkou periódou (obrázok 3.11) má pre rovnaký počiatocný uhol nohy  $\alpha_i$  väčšiu rýchlosť ako chôdza s dlhou periódou (obrázok 3.10). Rýchlosť zo simulácie je v prípade chôdze s dlhou periódou takmer identická s teoretickou rýchlosťou. Viditeľné sú malé odchýlky, ktoré sú pravdepodobne spôsobené zlou podmienenosťou numerickej derivácie, ktorá je pri výpočte použitá. V prípade chôdze s krátkou periódou je rýchlosť zo simulácie pre všetky počiatocné uhly menšia ako teoretická rýchlosť, čo je spôsobené energetickými stratami počas prepínania funkcie nôh, keďže teoretická rýchlosť je zároveň počiatocnou rýchlosťou a rýchlosť zo simulácie bola počítaná ako priemer z desiatich sekúnd simulácie, počas ktorých rýchlosť chôdze mierne klesala.



Obrázok 3.10: Porovnanie závislosti rýchlosti chôdze na počiatocnom uhle nohy  $\alpha_i$  získanej zo simulácie a z analytického výpočtu pre chôdzu s dlhou periódou.  $l = 1$  m,  $m_T = 50$  kg,  $m_L = 0,1$  kg,  $m_F = 0,1$  kg,  $g = 9,81$  m s<sup>-2</sup>



Obrázok 3.11: Porovnanie závislosti rýchlosti chôdze na počiatocnom uhle nohy  $\alpha_i$  získanej zo simulácie a z analytického výpočtu pre chôdzu s krátkou periódou.  $l = 1$  m,  $m_T = 50$  kg,  $m_L = 0,1$  kg,  $m_F = 0,1$  kg,  $g = 9,81$  m s<sup>-2</sup>

# Kapitola 4

## Záver

V podkapitole 3.1 je na základe výsledkov z rešerše vybraná konkrétna konštrukcia syntetic wheel, pre ktorú sú pri zjednodušujúcich podmienkach odvodené pohybové rovnice 3.11 a formulované okrajové podmienky jedného kroku 3.13. Výsledkom sú počiatkové hodnoty stavových veličín 3.30, ktoré budú dosadené do simulácie rovnakého modelu v Simscape Multibody. V súlade s [1] boli získané dve sady počiatkových hodnôt, ktoré odpovedajú kroku s dlhou a s krátkou periódou. Tieto počiatkové hodnoty sú tiež dosadené do riešenia odvodených pohybových rovníc, čím získame priebehy uhlov nôh voči normále k podložke (obrázky 3.2, 3.3), ktoré sú neskôr porovnané so simuláciou.

V podkapitole 3.1.4 je odvodená závislosť rýchlosti tela robota na parametroch modelu. Z odvodenej rovnice vyplýva, že rýchlosť tela robota je priamo úmerná druhej odmocnine z dĺžky nohy. Ďalej tak nemá zmysel hľadať optimálne parametre robota, čo bolo jedným z cieľov v zadaní práce.

V 3.2 je v prostredí Simscape Multibody vytvorený rovnaký model ako v 3.1. Pri každom spustení simulácie sú dopočítané počiatkové hodnoty uhlových rýchlostí nôh a rýchlosti tela robota pomocou rovníc odvodených v 3.1. Rovnako ako pri analytickom výpočte boli modelované dve podmienky prepínania nôh, v obidvoch prípadoch je rovnaká konštrukcia robota, ktorá je v subsysteme. Prepínanie nôh je realizované pomocou funkčných blokov Relay, ktoré ovládajú zdvíhanie nôh. Vstupom je v prípade kroku s dlhou periódou súčet uhlových rýchlostí nôh, v prípade kroku s krátkou periódou súčet uhlov. Pri uhlovej rýchlosti bolo potrebné filtrovať signál so šumom z numerickej derivácie funkčným blokom Transfer Function. Výsledné priebehy uhlov nôh pri rovnakých parametroch ako pri analytickom výpočte sú vynesené do grafov 3.7 a 3.9.

Na záver sú v podkapitole 3.3 porovnané výsledky z analytického výpočtu s výsledkami zo simulácie v Simscape Multibody, a to skúmaním závislosti rýchlosti chôdze na počiatkovom uhle  $\alpha_i$ . Z výsledkov vyplýva veľká zhoda medzi analytickým výpočtom a simuláciou pri chôdzi s dlhou periódou. Pri chôdzi s krátkou periódou bola rýchlosť získaná zo simulácie menšia ako teoretická rýchlosť, čo je spôsobené energetickými stratami pri výmene funkcie nôh. Táto vlastnosť chôdze s krátkou periódou nebola modelovaná pri analytickom výpočte, z dôvodu predpokladu sústredenia väčšiny hmotnosti do rotačnej kinematickej väzby, ktorá reprezentuje telo robota.

Na bakalársku prácu je v budúcnosti možné nadviazať modelovaním zložitejších konštrukcií, alebo vytvorením fyzickej realizácie niektorého z modelov uvedených v rešeršnej časti. Výsledky a princípy z štúdie robotov s pasívnou dynamikou sú tiež aplikovateľné na poháňané a riadené roboty, kde je možné takýmto prístupom získať antropomorfnéjšie a účinnejšie konštrukcie.

# Bibliografia

1. MCGEER, Tad. Passive Dynamic Walking. *The International Journal of Robotics Research*. 1990, roč. 9, č. 2, s. 62–82. Dostupné z DOI: 10.1177/027836499000900206.
2. KAJITA, Shuuji; OTT, Christian. Limbed Systems. In: *Springer Handbook of Robotics*. Ed. SICILIANO, Bruno; KHATIB, Oussama. Cham: Springer International Publishing, 2016, s. 419–442. ISBN 978-3-319-32552-1. Dostupné z DOI: 10.1007/978-3-319-32552-1\_17.
3. COLLINS, Steve; RUINA, Andy; TEDRAKE, Russ; WISSE, Martijn. Efficient Bipedal Robots Based on Passive-Dynamic Walkers. *Science*. 2005, roč. 307, č. 5712, s. 1082–1085. ISSN 0036-8075. Dostupné z DOI: 10.1126/science.1107799.
4. TEDRAKE, Russ. *Underactuated Robotics: Algorithms for Walking, Running, Swimming, Flying, and Manipulation* [Course Notes for MIT 6.832]. 2023. Dostupné tiež z: <https://underactuated.csail.mit.edu>.
5. FALLIS, George. *Walking Toy*. Vynálezca: George FALLIS. Publ.: 1888-01. United States Patent. 376588.
6. WILSON, John E. *Walking toy*. Vynálezca: John E WILSON. Publ.: 1938-12. United States Patent. 2140275.
7. SNEED, James. *Wilson Walkies* [online]. [cit. 2023-04-17]. Dostupné z: [https://www.oldwoodtoys.com/wilson\\_walkers1.htm](https://www.oldwoodtoys.com/wilson_walkers1.htm).
8. SNEED, James. *Shuffling Charlies* [online]. [cit. 2023-04-17]. Dostupné z: <https://www.oldwoodtoys.com/charlies.htm>.
9. COLEMAN, Michael Jon. *A stability study of a three-dimensional passive-dynamic model of human gait* [online]. Ithaca, 1998 [cit. 2023-04-08]. Dostupné z: [http://ruina.tam.cornell.edu/research/topics/locomotion\\_and\\_robotics/stability\\_study.pdf](http://ruina.tam.cornell.edu/research/topics/locomotion_and_robotics/stability_study.pdf). Dizertačná práca. Cornell University.
10. MARGARIA, Rodolfo. *Biomechanics and energetics of muscular exercise*. Clarendon Press, 1976.
11. MCGEER, Tad. Principles of Walking and Running. In: *Advances in Comparative and Environmental Physiology, vol. 11: Mechanics of Animal Locomotion*. 1st ed. Springer-Verlag, 1992, s. 113–139. ISBN 978-3642766954.
12. FLYNN, Louis L.; JAFARI, Rouhollah; MUKHERJEE, Ranjan. *Synthetic Wheel Prismatic Joint Biped With Torso*. Zv. ASME 2009 Dynamic Systems and Control Conference, Volume 2. 2009. Dynamic Systems and Control Conference. Dostupné z DOI: 10.1115/DSCC2009-2582.
13. GARCIA, Mariano; CHATTERJEE, Anindya; RUINA, Andy; COLEMAN, Michael. The Simplest Walking Model: Stability, Complexity, and Scaling. *Journal of Biomechanical Engineering*. 1998, roč. 120, č. 2, s. 281–288. ISSN 0148-0731. Dostupné z DOI: 10.1115/1.2798313.

14. GOSWAMI, Ambarish; THUILOT, Benoit; ESPIAU, Bernard. A Study of the Passive Gait of a Compass-Like Biped Robot: Symmetry and Chaos. *The International Journal of Robotics Research*. 1998, roč. 17, č. 12, s. 1282–1301. Dostupné z DOI: 10.1177/027836499801701202.
15. MCGEER, Tad. Passive walking with knees. In: *Proceedings., IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 1990, 1640–1645 vol.3. Dostupné z DOI: 10.1109/ROBOT.1990.126245.
16. CHEN, Vanessa F. Hsu. *Passive Dynamic Walking with Knees: A Point Foot Model* [online]. Cambridge, 2007 [cit. 2023-05-07]. Dostupné z: <https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/41635>. Diplomová práce. Massachusetts Institute of Technology.
17. MCGEER, Tad. Passive dynamic biped catalogue, 1991. In: CHATILA, Raja; HIRZINGER, Gerd (ed.). *Experimental Robotics II*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1993, s. 463–490. ISBN 978-3-540-39323-8.
18. COLLINS, Steven H.; WISSE, Martijn; RUINA, Andy. A Three-Dimensional Passive-Dynamic Walking Robot with Two Legs and Knees. *The International Journal of Robotics Research*. 2001, roč. 20, č. 7, s. 607–615. Dostupné z DOI: 10.1177/02783640122067561.
19. RUINA, Andy. *A Three-Dimensional Passive-Dynamic Walking Robot with Two Legs and Knees* [online]. 2009. [cit. 2023-05-15]. Dostupné z: [http://ruina.tam.cornell.edu/research/topics/locomotion\\_and\\_robotics/3d\\_passive\\_dynamic/](http://ruina.tam.cornell.edu/research/topics/locomotion_and_robotics/3d_passive_dynamic/).
20. *Simscape Multibody - Model and simulate multibody mechanical systems* [online]. MathWorks [cit. 2023-04-23]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/products/simscape-multibody.html>.