

ROZLOŽENÍ TEPLOTNÍHO POLE V PIEZOELEKTRICKÉM REZONÁTORU A JEHO VLIV NA REZONANČNÍ KMITOČET

Diplomová práce

Studijní obor:

Studijní program: N2612 – Elektrotechnika a informatika 3906T001 – Mechatronika

Autor práce: Vedoucí práce: Bc. Zbyněk Sixta prof. Ing. Jaroslav Nosek, CSc.





THE TEMPERATURE FIELD DISTRIBUTION IN THE PIEZOELECTRIC RESONATOR AND ITS INFLUENCE TO THE RESONANT FREQUENCY

Diploma thesis

Study programme:	N2612 – Electrical Engineering and Informatics
Study branch:	3906T001 – Mechatronics

Author:Bc. Zbyněk SixtaSupervisor:prof. Ing. Jaroslav Nosek, CSc.



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií Akademický rok: 2014/2015

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:	Bc. Zbyněk Sixta
Osobní číslo:	M12000259
Studijní program:	N2612 Elektrotechnika a informatika
Studijní obor:	Mechatronika
Název tématu:	Rozložení teplotního pole v piezoelektrickém rezonátoru a jeho vliv na rezonanční kmitočet
Zadávající katedra:	Ústav mechatroniky a technické informatiky

Zásady pro vypracování:

- 1. Seznamte se a vyjádřete teplotní závislost rezonančního kmitočtu piezoelektrického rezonátoru orientace AT, zhotoveného z křemene. Uvažte též pootočený Y-řez rezonátoru "z GaPO4.
- Pro rezonátor umístěný v držáku H připravte model rozložení teplotního pole v tělese rezonátoru. Uvažujte planparalelní rezonátor kmitající tloušťkově-střižnými kmity v pásmu 5-10 MHz.
- 3. Zvolte vhodný softwarový nástroj (ANSYS, Multiphysics, ...).
- 4. Z rozložení teplotního pole stanovte teplotní koeficienty elastického modulu v průřezu rezonátoru a jejich vliv na rezonanční kmitočet.

Rozsah grafických prací:	dle potřeby dokumentace
Rozsah pracovní zprávy:	40–50 stran
Forma zpracování diplomové práce:	tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

- [1] ZELENKA, J.: Piezoelectic resonators and their applications. Academia Praha - Elsevier Amsterdam, 1986.
- [2] GAGNEPAIN, J. J.: Nonlinear constants and their signifikance, Proc. 41st Ann. Freq. Control Symposium, 1987, pp. 266-276.
- [3] NOSEK, J.: Drive level dependence of the resonant frequency in BAW quartz resonators and its modeling, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 46, 4, (July 1999), pp. 823-829, ISSN 0885-3010.
- [4] NOSEK, J., PUSTKA, M.: Determination of the Electromechanical Coupling Factor of Gallium Orthophosphate (GaPO4) and its Influence on Resonance-Frequency Temperature Dependencies, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 53, 1, (2006), pp. 10-14, ISSN 0885-3010.

Vedoucí diplomové práce:

Konzultant diplomové práce:

prof. Ing. Jaroslav Nosek, CSc.
Ústav mechatroniky a technické informatiky
Ing. Josef Novák, Ph.D.
Ústav nových technologií a aplikované informatiky

Datum zadání diplomové práce: Termín odevzdání diplomové práce:

10. října 2014 15. května 2015

prof. Ing. Václav Kopecký, CSc. děkan

V Liberci dne 10. října 2014



Kob:-

doc. Ing. Milan Kolář, CSc. vedoucí ústavu

Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Současně čestně prohlašuji, že tištěná verze práce se shoduje s elektronickou verzí, vloženou do IS STAG.

Datum: 15. 5. 2015

Podpis: Siela Lynik

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu diplomové práce prof. Ing. Jaroslavovi Noskovi, CSc. za metodické a cíleně orientované vedení při plnění úkolů a za veškerou pomoc při řešení a vypracování diplomové práce. Rovněž bych chtěl poděkovat konzultantovi Ing. Josefovi Novákovi, Ph.D. za poskytování praktických zkušeností a odborných rad při řešení daného problému.

Poděkování patří také rodičům za veškerou podporu po celou dobu studia, bez které by tato práce nemohla vzniknout.

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá problematikou rozložení teplotního pole v piezoelektrickém rezonátoru v důsledku vnějších teplotních fluktuací, šířících se držákem rezonátoru.

V rešeršní části autor seznamuje s problematikou teplotní závislosti rezonančního kmitočtu piezoelektrického rezonátoru, zhotoveného ze syntetického křemene, případně z monokrystalu GaPO₄. Hlavní důraz je kladen na křemenný piezoelektrický rezonátor Y-řezu typu AT, který kmitá tloušťkově střižně.

Nejvýraznějším faktorem ovlivňujícím rezonanční kmitočet piezoelektrického rezonátoru je vliv teploty. Práce se zaměřuje na problém šíření teplotních fluktuací vedením kovovými částmi držáku, což vede na nehomogenní rozložení teplotního pole v rezonátoru, a ve svém důsledku na změnu teplotních koeficientů účinných elastických modulů použitého materiálu (křemene) a ke změně rezonančního kmitočtu vysoce stabilního rezonátoru.

Pro modelování teplotního pole bylo použito vývojové prostředí ANSYS Multiphysics, které k řešení využívá metodu konečných prvků. V tomto vývojovém prostředí byl vytvořen model teplotního pole v těle planparalelního rezonátoru. Teplotní pole ukazuje, že určité části výbrusu jsou vlivem fluktuací termostatu zahřívány nebo ochlazovány více než ostatní části výbrusu. V místech s různou teplotou lze očekávat různě velké teplotní koeficienty elastických modulů, což bude mít vliv na požadovanou vysokou stabilitu kmitočtových normálů.

Klíčová slova

ANSYS, piezoelektrický rezonátor, rezonanční frekvence, teplota, teplotní koeficient

Abstract

This diploma thesis deals with the issue of the temperature field distribution in the piezoelectric resonator due to external temperature fluctuations which transfers heat by resonator holder.

In the research part author makes familiar with the issue of the temperature dependence of the resonant frequency in the piezoelectric resonator, constructed of synthetic quartz or single crystal GaPO₄. This thesis emphasizes quartz piezoelectric resonator Y-cut type AT which vibrating thickness shear mode.

The most significant factor influencing the resonant frequency of the piezoelectric resonator is the influence of temperature. This thesis is focused on thermal fluctuation which transfers by conduction metal parts of the holder which leads to the inhomogeneous distribution of temperature field in the resonator and in its consequence to change the temperature coefficient of effective elastic modulus of the material (quartz) and to change the resonant frequency of a highly stable resonator.

ANSYS Multiphysics development environment is used for modeling the temperature field which is used to solve the finite element method. Model of the temperature field inside the plane-parallel resonator was created in this development environment. Temperature field indicates that some parts of blank are due to fluctuations in a thermostat heated or cooled more than the other parts of blank. It can be expected different values of temperature coefficients of elastic modulus in parts with different temperatures which will influence the required high stability frequency standard.

Key words

ANSYS, piezoelectric resonator, resonant frequency, temperature, temperature coefficient

OBSAH

S	EZNAM	POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ	10
Ú	VOD		12
1	TEPI	LOTNÍ ZÁVISLOST REZONANČNÍHO KMITOČTU	
P	IEZOEL	EKTRICKÉHO REZONÁTORU TYPU AT	14
	1.1 Ов	ECNÉ VLASTNOSTI PIEZOELEKTRICKÝCH LÁTEK	14
	1.2 ZÁ	KLADNÍ TECHNOLOGIE KŘEMENNÝCH KRYSTALOVÝCH REZONÁTORŮ	15
	1.3 Ty	PY KMITŮ	16
	1.3.1	Kmity krystalového rezonátoru	16
	1.3.2	Základní a harmonické režimy	17
	1.4 Vy	TVOŘENÍ A MONTÁŽ ELEKTROD, ZAPOUZDŘENÍ A NASTAVENÍ PARAMETRŮ	18
	1.5 Po	PIS VLASTNOSTÍ PIEZOELEKTRICKÝCH MATERIÁLŮ	19
	1.5.1	Dielektrické a piezoelektrické vlastnosti krystalů	19
	1.5.2	Elastické vlastnosti krystalických látek	20
	1.6 Ty	PY PIEZOELEKTRICKÝCH KŘEMENNÝCH REZONÁTORŮ	24
	1.6.1	Rezonátor typu AT	24
	1.6.2	Rezonátor typu BT	26
	1.6.3	Rezonátor typu SC	27
	1.7 TE	PLOTNÍ A ČASOVÁ STABILITA REZONANČNÍHO KMITOČTU REZONÁTORU	27
	1.8 Po	OTOČENÝ Y-ŘEZ REZONÁTORU Z GAPO4	30
2	PRO	STŘEDÍ SOFTWAROVÉHO NÁSTROJE ANSYS	32
	2.1 So	FTWARE ANSYS	32
	2.2 Po	PIS PROSTŘEDÍ ANSYS MULTIPHYSICS	32
	2.2.1	Preferences	34
	2.2.2	Preprocessor	34
	2.2.3	Solution	35
	2.2.4	General Postprocessor	35
	2.3 Tr	ANSIENTNÍ ANALÝZA	36
	2.4 Me	TODA KONEČNÝCH PRVKŮ	36
3	MOL	DELOVÁNÍ TEPLOTNÍHO POLE REZONÁTORU	38
	3.1 Re	zonátor v H držáku	38

3.2 PLANPARALELNÍ REZONÁTOR PRO VYTVOŘENÍ MODELU	
3.3 MODELOVÁNÍ V PROSTŘEDÍ ANSYS	
3.3.1 Příkazy programu vytvořeného modelu	
4 TEPLOTNÍ POLE REZONÁTORU A JEHO VLIV NA REZONAL	NČNÍ
KMITOČET	46
4.1 ROZLOŽENÍ TEPLOTNÍHO POLE V REZONÁTORU	
4.2 VLIV NA REZONANČNÍ KMITOČET	
4.3 TEPLOTNÍ KOEFICIENTY REZONÁTORU	
ZÁVĚR	
ZÁVĚR SEZNAM LITERATURY	56 57
ZÁVĚR SEZNAM LITERATURY SEZNAM OBRÁZKŮ	56 57 59
ZÁVĚR SEZNAM LITERATURY SEZNAM OBRÁZKŮ SEZNAM TABULEK	
ZÁVĚR SEZNAM LITERATURY SEZNAM OBRÁZKŮ SEZNAM TABULEK SEZNAM PŘÍLOH	
ZÁVĚR SEZNAM LITERATURY SEZNAM OBRÁZKŮ SEZNAM TABULEK SEZNAM PŘÍLOH PŘÍLOHA A – OBSAH PŘILOŽENÉHO CD	

Seznam použitých zkratek a symbolů

Zkratky:

OCXO	Oven-controlled crystal oscillator
ТСХО	Temperature-compensated crystal oscillator
VCXO	Voltage-controlled crystal oscillator

Symboly:

$C_{ijkl}, C_{\lambda\mu}$	složky tenzoru elastických modulů
c_m^*	účinný elastický modul
C_0	statická kapacita náhradního obvodu rezonátoru
C_1	pohybová kapacita náhradního obvodu rezonátoru
$d_{ijk}, d_{i\lambda}$	složky tenzoru piezoelektrického koeficientu
D	vektor elektrického posunutí
D_i	složky elektrického posunutí
$e_{ijk}, e_{i\lambda}$	složky tenzoru piezoelektrického modulu
Ε	vektor intenzity elektrického pole
E_i	složky intenzity elektrického pole
f_h	rezonanční kmitočet rezonátoru při teplotě Θ
f_{h0}	rezonanční kmitočet rezonátoru při teplotě Θ_0
Bijk, Biλ	piezoelektrický koeficient
h	řád kmitů
$h_{ijk},\ h_{i\lambda}$	piezoelektrický modul
k	elektromechanický koeficient vazby
K_{fh}	frekvenční konstanta
Р	vektor polarizace
Pi	složky vektoru polarizace
Q	činitel jakosti
r	kapacitní poměr
$S_{ijkl}, S_{\lambda\mu}$	složky tenzoru elastických koeficientů
S_{ij} , S_λ	složky tenzoru deformace
ⁱ T	vektor elastického napětí působící ve směru osy X_i
T_{ij}, T_{λ}	složky tenzoru napětí

$Tf_h^{(n)}$	teplotní činitel rezonanční frekvence n-tého řádu		
$Tc_m^{*(n)}$	teplotní koeficient elastického modulu n-tého řádu		
Γ_{ij}	Christoffelovy elastické moduly při konstantním elektrickém poli		
Δ^c	determinant elastických modulů		
Δ^s	determinant elastických koeficientů		
Δ^{c}_{ijkl}	doplněk elastického modulu c_{ijkl} v determinantu elast. modulů		
$\Delta^s_{ m ijkl}$	doplněk elastického koeficientu s _{ijkl} v determinantu elast. koef.		
\mathcal{E}_0	permitivita vakua		
E _{ij}	složky tenzoru permitivity		
\mathcal{E}_{S}	permitivita výbrusu působící ve směru elektrického pole		
	při konstantní deformaci výbrusu		
Θ	teplota		
Θ_m	teplota bodu obratu (teplota, při které dosahuje teplotní závislost		
	rezonančního kmitočtu piezoelektrického rezonátoru extrémní		
	hodnoty)		
$artheta_0$	referenční teplota (nejčastěji 20°C)		
ρ	hustota		
Σ_i	účinné piezoelektrické moduly		
arphi	úhel vyjadřující natočení rezonátoru vůči základnímu		
	ortogonálnímu systému os		
Xij	složky tenzoru susceptibility		
ω_{el}	úhlový kmitočet elektrický		
ω_{mech}	úhlový kmitočet mechanický		

Úvod

Piezoelektrický rezonátor má obvykle tvar tyčinky, destičky nebo disku, vybroušeného z piezoelektrického materiálu (krystalu bez středu souměrnosti, polarizované piezoelektrické keramiky) a opatřeného na vhodných stranách zpravidla dvěma elektrodami. Na elektrody je přivedeno budicí harmonické napětí, v jehož rytmu tento rezonátor kmitá poblíž svého mechanického rezonančního kmitočtu jistého módu kmitů. Na počátku 20. století bylo ukázáno, že piezoelektrický rezonátor lze využít pro frekvenčně stabilní oscilátor. Vzhledem ke skutečnosti, že krátkodobou i dlouhodobou stabilitu vybuzených kmitů ovlivňuje řada fyzikálních vlivů, otevřela se velká oblast studia takových vlivů. Nejvýraznější je vliv teploty, jež ovlivňuje právě rezonanční kmitočet rezonátoru tím, že se v důsledku změny teploty mění, prostřednictvím příslušných teplotních koeficientů, všechny parametry, které kmitočet ovlivňují (rozměry rezonátoru, materiálové konstanty). Důležitá je proto znalost rozložení teplotního pole v tělese rezonátoru. V dosavadní praxi se předpokládalo, že rozložení teplotního pole je homogenní. Takový předpoklad ovšem nevyhovuje pro extrémně stabilní rezonátory současných telekomunikačních aplikací, jež jsou ovlivňovány teplotními fluktuacemi z okolí. Proto byla práce zaměřena jednak na problém šíření teplotních fluktuací vedením kovovými částmi držáku, což vede na nehomogenní rozložení teplotního pole v rezonátoru, jednak na problém teplotních koeficientů účinného elastického modulu, jenž ovlivní rovněž rezonanční kmitočet.

První kapitola pojednává o teplotní závislosti rezonančního kmitočtu piezoelektrického rezonátoru s hlavním zaměřením na nejrozšířenější křemenný rezonátor, kmitající tloušťkově střižnými kmity, jenž je označován jako typ AT. Dále popisuje dielektrické, piezoelektrické a elastické vlastnosti vybraných krystalických látek. Jsou zde popsány rezonátory, vyrobené jednak z křemene modifikace α , jednak z moderního krystalu stejné krystalografické struktury – GaPO₄. Hlavní zaměření je na rezonátory s držákem tvaru H.

Druhá kapitola je zaměřena na softwarový nástroj vhodný pro modelování teplotního pole v těle rezonátoru, kterým byl zvolen software ANSYS. Konkrétně se jedná o prostředí ANSYS Multiphysics, popis jeho uživatelského rozhraní a typ analýzy použité pro výpočet modelu.

V pořadí třetí kapitola popisuje křemenný rezonátor umístěný v držáku tvaru H. Jedná se o planparalelní rezonátor kmitající tloušťkově střižnými kmity na kmitočtu 5 MHz. Dále jsou zde uvedeny rozměry, materiálové vlastnosti a postup vytvoření teplotního modelu rezonátoru v prostředí ANSYS Multiphysics.

Poslední kapitola pojednává o výsledcích modelování, konkrétně o rozložení teplotního pole v těle rezonátoru v různých časech simulace. Uvedené grafy zobrazují, jak se mění teplota uvnitř rezonátoru. Je zde uveden rovněž vztah pro teplotní koeficient účinného elastického modulu, který závisí na dalších teplotních vlivech. Dalším důležitým bodem této práce je diskuze vlivu právě těchto teplotních koeficientů na rezonanční kmitočet samotného rezonátoru.

Cílem diplomové práce je zpřesnit dosavadní pojetí teplotních vlivů na rezonanční kmitočet piezoelektrického rezonátoru tím, že metodou konečných prvků bude modelováno rozložení teplotního pole v tělese rezonátoru a uvažován i teplotní koeficient účinného elastického modulu. Studovány jsou piezoelektrické rezonátory s orientací AT Y-řezů křemene a GaPO₄.

1 Teplotní závislost rezonančního kmitočtu piezoelektrického rezonátoru typu AT

Piezoelektrické rezonátory mají široký rozsah použití např. v telekomunikačních zařízeních (TV, radiopřijímače, mobilní telefony), navigačních přístrojích, počítačích, hodinkách, a také v astronomii, geodesii a automobilovém průmyslu.

1.1 Obecné vlastnosti piezoelektrických látek

Pokud dojde k polarizaci tělesa, dojde i k jeho deformaci. Tento jev je nazýván elektrostrikce a je obecnou vlastností látek, která není podmíněna žádnou zvláštní strukturou dielektrika. Deformace při elektrostrikci je přímo úměrná čtvrté mocnině intenzity elektrického pole a při otočení směru elektrického pole nedojde ke změně směru deformace. Často je jev elektrostrikce chybně zaměňován za nepřímý piezoelektrický jev. Elektrostrikce vzniká ve všech dielektrických materiálech, ale piezoelektrický jev se objevuje pouze v piezoelektrických materiálech. Na obr. 1 je vynesena závislost deformace S na intenzitě elektrického pole E při elektrostrikci a piezoelektrickým jevu.



Zdroj: [12]

Obr. 1. Závislost deformace na intenzitě elektrického pole

Na obr. 1 je vidět, že u piezoelektrického jevu je závislost deformace úměrná intenzitě elektrického pole (platí jen pro slabá elektrická pole nebo působící malé mechanické předpětí). Piezoelektrický jev se vyskytuje pouze u krystalů, které nemají střed symetrie.

Krystalické látky patří do skupiny látek anizotropních, což znamená, že vlastnosti jsou v různých směrech různé. Piezoelektrickou polarizaci u těchto látek lze podnítit deformací jen ve vhodném směru.

Odlišné vlastnosti anizotropních látek v různých směrech mají za důsledek to, že tyto látky nelze popisovat jednou hodnotou určité fyzikální veličiny, ale celým souborem jednotlivých veličin. Z tohoto důvodu se pro matematický popis vlastností anizotropních látek využívají tenzory.

1.2 Základní technologie křemenných krystalových rezonátorů

Křemenné krystalové rezonátory jsou nejrozšířenější pro jejich nepřekonatelnou kombinaci vysokého činitele jakosti, vysoké stability, malé velikosti a relativně nízkým nákladům na jejich zhotovení. V současné době lze zaznamenat výrobu rezonátorů ze syntetického křemene v řádu milionů jednotek ročně. Mnoho různých látek bylo zkoumáno jako možné alternativy, nicméně po mnoho let zůstávají křemenné rezonátory nejrozšířenějšími jednotkami pro stabilní oscilátory s přesným kmitočtem. Ve srovnání s jinými rezonančními obvody, např. LC obvody, či mechanickými rezonátory (jako jsou ladičky a piezoelektrické keramické rezonátory nebo další monokrystalické materiály), má křemenný rezonátor jedinečnou kombinaci vlastností [5].

Za prvé, materiálové vlastnosti monokrystalu křemene jsou velmi stabilní s časem, teplotou a dalšími změnami okolního prostředí, jakožto i vysokou opakovatelností od jednoho vzorku ke druhému. Akustické ztráty nebo vnitřní tření křemene je velmi nízké, což vede přímo k jedné z hlavních vlastností křemenného rezonátoru a tou je extrémně vysoký Q faktor. Vnitřní Q křemene je přibližně 107 na 1 MHz. Závěsné rezonátory obvykle mají Q faktor v rozmezí od desítek tisíc až několik set tisíc, což je o několik řádů lepší než nejlepší LC obvody. [5]

Druhá klíčová vlastnost křemenného rezonátoru je jeho stabilita ve vztahu ke změně teploty. V závislosti na tvaru a orientaci výřezu krystalu, může být použito mnoho různých druhů módů vibrací, a vhodnou volbou lze modifikovat frekvenčně teplotní charakteristiku křemenného rezonátoru v úzkých mezích. Takový rezonátor je zpravidla umístěn v termostatu a pracuje na teplotě bodu obratu kubické závislosti kmitočtu na teplotě. Nejvíce používaným typem rezonátoru je AT řez, kde výřez křemene má tvar tenké destičky s úhlem řezu 35°15′ k optické ose krystalu. [5]

15

Třetí podstatnou charakteristikou křemenného rezonátoru je otázka související se stabilitou jejich mechanických vlastností. Krátkodobá a dlouhodobá stabilita u snadno dostupných komerčních rezonátorů se projevuje ve frekvenčních driftech pouze několika ppm za rok. Precizní krystalové jednotky vyráběné za přísně kontrolovaných podmínek jsou na druhém místě hned za atomovými hodinami ve frekvenční stabilitě a dosažené přesnosti. [5]

1.3 Typy kmitů

V této části je uveden základní popis kmitů piezoelektrických výbrusů a dále také popis základních a vyšších harmonických režimů rezonátoru.

1.3.1 Kmity krystalového rezonátoru

Jak bylo již uvedeno, výbrus z monokrystalu křemene má obvykle tvar tyčinky, destičky nebo disku dané geometrie. Orientace výbrusu je volena k jeho krystalografickým osám tak, aby byly využity možnosti vybuzení vhodného módu kmitů rezonátoru a jeho teplotní závislost. Křemenný rezonátor může kmitat na některé ze svých mechanických rezonancí jednoduchými nebo vázanými kmity. Pokud chceme rozkmitat rezonátor, vybudíme jej harmonickým elektrickým polem, vytvořeným mezi elektrodami rezonátoru. Pokud zvolíme budící úhlový kmitočet $\omega_{el} = \omega_{mech}$, potom budou mít mechanické kmity maximální amplitudu. Rezonátor má několik vlastních rezonancí, ze kterých většinou využíváme jen hlavní rezonanci. Krystalové rezonátory mají tyto základní typy objemových kmitů, které jsou znázorněny na obr. 2: *podélné, tloušťkově střižné, ohybové, plošně střižné a kmity ladičky* [14].





Obr. 2. Typy kmitů a) podélné, b) tloušťkově střižné, c) ohybové, d) plošně střižné, e) ladička

Obecně lze vytvořit také piezoelektrické struktury s povrchovými akustickými vlnami (SAW), nebo rezonátory s objemovými akustickými vlnami (BAW) pro velmi vysoké kmitočty (rezonátory typu FBAR).

Křemenné výřezy nazývané také *blanky* se vyrábějí v přesné orientaci s ohledem na krystalografické osy materiálu křemene. Orientace řezu určuje frekvenčně teplotní charakteristiky a další důležité vlastnosti rezonátoru. Na obr. 3 je uveden schematický diagram křemenného krystalu, kde jádro krystalu je orientováno v ose y a vyrábějí se z nich hlavně AT a BT typy rezonátorů z Y-řezů. Jádro krystalu stanoví počáteční orientaci krystalu a podporuje růst ve směru osy y na úkor osy z. Jádra krystalů se pečlivě vybírají, aby se zabránilo vadám, které by se mohly šířit s růstem krystalu. Šikmá úsečka vlevo od osy x naznačuje pozici řezu AT, naopak úsečka vpravo od osy x naznačuje pozici řezu BT. V praxi jsou tyto úhly velmi kritické a jsou přesně stanoveny za použití Braggovy rentgenové difrakce. [5]



Zdroj: [5] Obr. 3. Schematický diagram křemenného krystalu

1.3.2 Základní a harmonické režimy

Rezonátory přirozeně kmitají v několika současných rezonančních režimech nazývaných buď základní, nebo harmonické kmity. Obvykle je jeden z těchto režimů navržen tak, aby byl dominantní na požadované pracovní frekvenci. Základní frekvence kmitů je funkcí fyzického rozměru, hustoty a úhlu řezu rezonátoru, jenž ovlivní účinný elastický modul. Vyšší harmonické kmity se vyskytují v lichých násobcích základního režimu (obr. 4) a to jsou 3., 5., 7., 9., a 11. harmonické. Lze vybudit i takové kmity, které nejsou celistvým násobkem základního rezonančního kmitočtu, ale násobek je kořenem tzv. kmitočtové rovnice. U reálných rezonátorů klesá amplituda kmitů

pro vyšší harmonické frekvence. Tato vlastnost je důvodem, proč se v praktických aplikacích využívá asi jen do sedmé harmonické. [5, 16]

Maximální šířka pásma dosažitelná pro filtr a maximální ladící rozsah oscilátoru jsou nepřímo úměrné kapacitnímu poměru $r = C_0/C_1$, a velikost r se zvyšuje s druhou mocninou harmonické. Z toho vyplívá, že v základním režimu lze dosáhnout větší šířky pásma nebo většího ladícího rozsahu, než ve třetím nebo vyšším harmonickém režimu. Pro většinu filtrů, teplotně kompenzované oscilátory (TCXO) a napětím řízené oscilátory (VCXO) se používá základní mód rezonátoru. Základní režimy se používají v mnoha jednoduchých oscilátorech, jako jsou hodinové oscilátory na frekvencích až do 35 MHz. Pro tyto aplikace je mnohem výhodnější využít rezonátory pracující na vyšší harmonické. Obvykle je nastavena nejvyšší základní frekvence tak, aby jí mohlo být spolehlivě dosaženo a to je frekvence kolem 45 MHz. Na této frekvenci má destička AT řezu křemene tloušťku menší než 0,037 mm. [5]



Zdroj: [15] Obr. 4. Základní a harmonické režimy

1.4 Vytvoření a montáž elektrod, zapouzdření a nastavení parametrů

Pokud máme vyříznutou danou destičku, je k ní potřeba připevnit elektrodový systém. Nejpoužívanějším způsobem vytváření elektrod na výbrusu je vakuové napaření kovových vrstev. V napařovacím přístroji jsou situovány výbrusy, a pokud se dosáhne vakua, odpaří se zlato, stříbro, hliník nebo jiné ušlechtilé kovy. Záleží na použitém kovu, podle něj se temperuje při teplotách mezi 200°C až 350°C. Současně s tímto procesem se vypálí vodivý tmel, jenž vodivě propojí vývody do držáku. [14]

Dalšími kroky jsou měření a nastavení rezonančního kmitočtu. Pokud se jedná o nízkofrekvenční rezonátor, pak se broušením nebo úpravou elektrody nastavují parametry kmitočtu a indukčnosti, ale u vysokofrekvenčních tloušťkově střižně kmitajících rezonátorů, se změnou hmotnosti elektrody upravuje rezonanční frekvence. Způsob pouzdření může ovlivnit rezonanční frekvenci rezonátoru. Vnitřek pouzdra rezonátoru může být vakuován. Pouzdro může být, buď kovové, nebo skleněné. Typ použitého pouzdra může také ovlivnit stabilitu kmitočtu rezonátoru [14].

1.5 Popis vlastností piezoelektrických materiálů

V této části jsou popsány základní fyzikální vlastnosti piezoelektrických látek, mezi které patří dielektrické, piezoelektrické a elastické vlastnosti.

1.5.1 Dielektrické a piezoelektrické vlastnosti krystalů

K polarizaci dielektrika dojde, pokud na něj bude působit elektrické pole. Z makroskopického hlediska platí mezi intenzitou elektrického pole E, elektrickým posunutím D a polarizací P vztah

$$\boldsymbol{D} = \mathcal{E}_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} \quad . \tag{1}$$

Jestliže vyjádříme vztah mezi elektrickým posunutím a intenzitou elektrického pole ve složkovém tvaru

$$D_i = \varepsilon_{ij} E_j \tag{2}$$

potom můžeme složky polarizace vyjádřit následujícími vztahy

$$P_i = \chi_{ij} \varepsilon_0 E \quad , \tag{3}$$

kde

$$\varepsilon_{ij} = \left(1 + \chi_{ij}\right) \varepsilon_0. \tag{4}$$

Z předchozího vztahu symbol ε_{ij} označuje složky tenzoru permitivity (ε_{ij} je dáno součinem relativní permitivity $\varepsilon_{ij}^{(r)}$ a permitivity vakua ε_0), symbol χ_{ij} označuje složky tenzoru susceptibility a ε_0 vyjadřuje permitivitu vakua $\left(\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} F/m\right)$.

Elektrickou polarizaci u piezoelektrických látek lze vyvolat, kromě přiložení elektrického pole, také účinky elastického napětí nebo v důsledku deformace

piezoelektrické látky. Tento jev byl nazván jako přímý piezoelektrický jev. Elastické napětí T je tenzorem druhého řádu a polarizace P je vektorem. Dohromady tyto dvě veličiny určí vlastnosti výsledného piezoelektrického efektu, který je popsán tenzorem třetího řádu a nazýváme ho piezoelektrickým koeficientem d_{ijk} . Následující vztah určuje závislost koeficientu d_{ijk} a jeho složek elastického napětí a polarizace.

$$P_i = \varepsilon_0 d_{ijk} T_{jk} \quad pro \quad i, j, k = 1, 2, 3$$
(5)

Předchozí vztah můžeme vyjádřit pomocí tenzoru deformace *S*, který je tenzorem druhého řádu stejně jako tenzor napětí *T* a získáme vztah

$$P_i = \varepsilon_0 e_{ijk} S_{jk}$$
 pro *i*, *j*, *k* = 1, 2, 3. (6)

Závislost složek vektoru polarizace P_i a tenzoru deformace S_{jk} určují velikost piezoelektrického modulu označeného symbolem e_{ijk} .

Mimo složek tenzorů třetího řádu d_{ijk} a e_{ijk} existují ještě další piezoelektrické konstanty také tenzory třetího řádu, a to piezoelektrický koeficient g_{ijk} a piezoelektrický modul e_{ijk} . Pokud budeme uvažovat symetrii piezoelektrických koeficientů a modulů v indexech *j* a *k*, můžeme např. tenzor piezoelektrických modulů e_{ijk} zapsat ve zkráceném indexovém označení ve tvaru

Závislost mezi elastickými a elektrickými veličinami vyjadřují následující čtyři piezoelektrické konstanty [17]

$$d_{i\lambda} = \frac{\partial D_i}{\partial T_{\lambda}} = \frac{\partial S_{\lambda}}{\partial E_i}; \quad g_{i\lambda} = -\frac{\partial E_i}{\partial T_{\lambda}} = \frac{\partial S_{\lambda}}{\partial D_i};$$
$$h_{i\lambda} = -\frac{\partial E_i}{\partial S_{\lambda}} = -\frac{\partial T_{\lambda}}{\partial D_i}; \quad e_{i\lambda} = \frac{\partial D_i}{\partial S_{\lambda}} = -\frac{\partial T_{\lambda}}{\partial E_i}.$$
(7)

1.5.2 Elastické vlastnosti krystalických látek

Obecně na každou elementární část uvnitř deformovaného tělesa můžou působit dva druhy sil, síly objemové a síly plošné. Síly objemové jsou úměrné hmotě elementu a jako působiště lze zvolit libovolný bod elementu. Síly plošné působí na povrch elementu a jsou úměrné ploše, na kterou působí. Elastickým napětím nazveme plošné síly, které působí na jednotkovou plochu povrchu elementu. Elastické napětí budeme vyjadřovat pomocí vektoru, který označíme symbolem T. Mohou nastat dva případy průmětu vektoru napětí T k ploše elementu, buď normálové, nebo tečné napětí.

Pro úplné určení stavu napětí v okolí libovolně zvoleného bodu tělesa stačí znát ve třech vzájemně kolmých rovinách procházejících zvoleným bodem vektory elastických napětí. Tyto roviny se nejčastěji volí shodně s ortogonálním systémem os X_i (i = 1, 2, 3). Tímto způsobem získané vektory elastických napětí označíme $\stackrel{i}{\mathbf{T}}$. Každý z těchto vektorů je dán třemi složkami (obr. 5)

$$\mathbf{\hat{T}} = T_{i1}\mathbf{n}_1 + T_{i2}\mathbf{n}_2 + T_{i3}\mathbf{n}_3, \qquad (8)$$

kde n_j jsou jednotkové vektory rovnoběžné s osami X_j . Hodnota *i* může nabývat hodnot i = 1, 2, 3. Jak vyplívá z rovnice (8), napjatost tělesa v okolí zvoleného bodu je popsána devíti složkami T_{ij} , což jsou složky tenzoru napětí.



Zdroj: [17] Obr. 5. Elementární krychle a složky elastických napětí

Pro nepolární prostředí je tento tenzor napětí tenzorem druhého řádu, je symetrický a platí

$$T_{ij} = T_{ji} \,. \tag{9}$$

Z předchozího vztahu vyplívá, že v okolí zvoleného bodu tělesa je napjatost dána šesti nezávislými složkami T_{11} , T_{12} , T_{13} , T_{22} , T_{23} , T_{33} .

Elastické napětí působící na těleso vyvolá jeho deformaci, při níž dochází k přesunu elementárních částí tělesa. V lineární teorii piezoelektřiny budeme uvažovat dostatečně malé gradienty posunutí, deformaci nahradíme prostým prodloužením S_{ij} a opomeneme-li rozdíl mezi materiálovými a prostorovými souřadnicemi, poté můžeme formulovat vztah

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$
(10)

Tenzor deformace má stejně jako tenzor napětí šest nezávislých složek S_{11} , S_{12} , S_{13} , S_{22} , S_{23} , S_{33} . Při deformaci také dojde k pootočení spojnice sledovaných elementárních částí tělesa. Každou složku tenzoru napětí lze formulovat pomocí lineární funkce tenzoru deformace

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} \,. \tag{11}$$

Tuto rovnici (11) označujeme jako zobecněný Hookův zákon. Veličiny c_{ijkl} (*i*, *j*, *k*, *l* = 1, 2, 3) nazýváme elastickými moduly, jež jsou tenzory čtvrtého řádu. Z vlastnosti symetrie tenzoru elastického napětí a tenzoru deformace vyplívá symetrie tenzoru elastických modulů v indexech *i* a *j*, a také v indexech *k* a *l* a platí

$$c_{ijkl} = c_{ijlk} = c_{jikl} = c_{jilk} . (12)$$

Také platí rovnost elastických modulů při záměně první dvojice indexů za druhou dvojici

$$c_{ijkl} = c_{klij} \,. \tag{13}$$

Pro krystal s nejmenší symetrií (trojklonná soustava) je počet nezávislých složek tenzoru elastických modulů snížen na 21. Pro krystaly s vyšší symetrií se počet těchto nezávislých složek snižuje. Nezávislé složky tenzoru elastických modulů lze zaznamenat ve tvaru poloviny symetrické matice

Závislost elastického napětí a deformace lze vyjádřit následovně

$$S_{kl} = S_{klij}T_{ij} \qquad (i, j, k, l = 1, 2, 3), \tag{14}$$

kde *s_{klij}* reprezentují složky tenzoru elastických koeficientů, které jsou tenzory čtvrtého řádu a platí pro ně stejná symetrie jako pro tenzor elastických modulů.

Vztah mezi tenzory elastických modulů a koeficientů je následující

$$s_{ijkl} = \frac{\Delta_{ijkl}^c}{\Delta^c}, \quad c_{ijkl} = \frac{\Delta_{ijkl}^s}{\Delta^s}, \quad (15)$$

kde Δ^c a Δ^s jsou determinanty elastických modulů a koeficientů a Δ^c_{ijkl} a Δ^s_{ijkl} jsou doplňky v příslušných determinantech.

Pro vyšší přehlednost se v praxi užívá zkrácené indexové označení elastických napětí, deformací, elastických modulů a koeficientů. Vzhledem k symetrii uvedených veličin se využívá sdružení dvojice indexů a její nahrazení jedním indexem

pro
$$i = j$$
 je $\lambda = i = j$,
pro $i \neq j$ je $\lambda = 9 - i - j$, (16)

kde nové indexy nabývají hodnot od 1 do 6.

Pro vzájemně odpovídající si složky pro tenzor napětí a tenzor elastických modulů platí jednoduché pravidlo

$$T_{ij} = T_{\lambda} \quad \text{a} \quad c_{ijkl} = c_{\lambda\mu} \,. \tag{17}$$

Poněkud složitější je metoda přiřazování odpovídajících si složek tenzoru deformace a elastických koeficientů. Pro tyto veličiny definujeme zkrácené indexové označení následovně:

Pro složky tenzoru deformace

$$S_{\lambda} = S_{ij} \text{ pro } i = j; \quad \lambda = 1, 2, 3 , \qquad (18)$$
$$S_{\lambda} = 2S_{ii} \text{ pro } i \neq j; \quad \lambda = 4, 5, 6 .$$

Pro složky tenzoru elastických koeficientů

$$s_{\lambda\mu} = s_{ijkl}$$
 pro $i = j$ a $k = l$,

$$s_{\lambda\mu} = 2s_{ijkl} \text{ pro } i \neq j \text{ nebo } k \neq l,$$

$$s_{\lambda\mu} = 4s_{ijkl} \text{ pro } i \neq j \text{ a } k \neq l.$$
(19)

V důsledku zjednodušení indexování (18) se upravuje vztah pro deformace pomocí posunutí následovně

$$S_{1} = \frac{\partial u_{1}}{\partial x_{1}}, \quad S_{2} = \frac{\partial u_{2}}{\partial x_{2}}, \quad S_{3} = \frac{\partial u_{3}}{\partial x_{3}},$$
$$S_{4} = \frac{\partial u_{2}}{\partial x_{3}} + \frac{\partial u_{3}}{\partial x_{2}}, \quad S_{5} = \frac{\partial u_{3}}{\partial x_{1}} + \frac{\partial u_{1}}{\partial x_{3}}, \quad S_{6} = \frac{\partial u_{1}}{\partial x_{2}} + \frac{\partial u_{2}}{\partial x_{1}}.$$
(20)

Ve zkráceném indexovém označení lze pak psát zobecněný Hookův zákon následovně

$$T_{\lambda} = c_{\lambda\mu} S_{\mu} \quad \text{pro} \quad \lambda, \mu = 1 \text{ až } 6 \tag{21}$$

$$S_{\mu} = s_{\mu\lambda}T_{\lambda}$$
 pro $\lambda, \mu = 1$ až 6 (22)

a vztah mezi složkami elastických modulů a koeficientů je následovný

$$s_{\lambda\tau}c_{\mu\tau} = \delta_{\lambda\mu}$$
 pro $\lambda, \mu = 1$ až 6, (23)

kde $\delta_{\lambda\mu}$ vyjadřuje Kroneckerův symbol.

1.6 Typy piezoelektrických křemenných rezonátorů

Jsou zde popsány jen některé typy křemenných rezonátorů kmitajících tloušťkově střižnými kmity, hlavně typy AT, BT a SC. Mimo tyto popsané existují ještě typy IT, FC, AK a LC.

1.6.1 Rezonátor typu AT

Rezonátorem typu AT je myšlen křemenný rezonátor, který kmitá tloušťkově střižně s orientací YXt_{φ} , kde úhel φ je v mezích 35°15′ ± 20′. Tento typ rezonátoru je nejpoužívanější, protože má velmi malou závislost rezonančního kmitočtu na teplotě. Frekvenčně teplotní závislost má tvar kubické křivky (obr. 6), která má inflexní bod okolo teploty 25°C. Specifický tvar křivky lze ve velkých mezích upravit různou orientací destičky. Lze tvar této křivky ovlivnit právě rozměry rezonátoru (tloušťkou destičky k průměru nebo velikosti její hrany), nebo také velikostí, tloušťkou a materiálem elektrod. Dále záleží na dané harmonické, na které je rezonátor provozován. Při návrhu rezonátoru různých provedení, právě tyto vlivy označujeme jako změnu úhlu řezu destičky φ . To se projeví na tvaru křivky, která se liší od křivky označené číslem 0 na obr. 6, což označuje hodnotu úhlu $\Delta \varphi = 0$. [17]

Frekvenční konstanta K_{fh} je 1,66 MHz·mm a je obecně limitována na zhruba 40 MHz pro základní mód kruhových destiček s malým průměrem. Jsou výhodné pro vysokofrekvenčně řízené oscilátory TCXO, VCXO a OCXO oscilátory. Tloušťkově střižné krystaly typicky pracují v základním módu na 1-30 MHz, na třetí harmonické 30-90 MHz a na páté harmonické 90-150 MHz. [4, 10]



Zdroj: [5]

Obr. 6. Změna úhlu řezu destičky φ na teplotní závislost rezonančního kmitočtu

Nejčastější v hromadné výrobě oscilátorů jsou krystaly pro AT řez, jejich tvar a rozměry jsou optimalizovány pro vysoký výtěžek požadovaných destiček. Vysoce čisté krystaly křemene jsou pěstovány s obzvláště nízkým obsahem hliníku, alkalických kovů a dalších nečistot a minimálními vadami. Nízké množství alkalických kovů poskytuje zvýšenou odolnost vůči ionizujícímu záření. Jako krystaly pro náramkové hodinky se používají krystaly tvaru ladičky na frekvenci 32768 Hz. Na obr. 7a můžeme vidět krystalový rezonátor v kovovém plochém držáku s drátovými vývody (HC-49U). Pohled pod kovové pouzdro nám ukáže vnitřní uspořádání rezonátoru (obr. 7b).



Zdroj: [vlastní]

Obr. 7. Křemenný krystalový rezonátor: a) kovové pouzdro HC-49U b) pohled pod kryt Typy rezonátorů:

- Planparalelní kruhová destička
- Plankonvexní kruhová destička
- Rezonátor ve tvaru čočky
- Čtvercový rezonátor
- Tyčinka

1.6.2 Rezonátor typu BT

Rezonátorem typu BT je myšlen křemenný rezonátor, který kmitá tloušťkově střižně s orientací YXt_{φ} , kde úhel φ je v mezích 48°50′ ± 50′. Závislost rezonančního kmitočtu na teplotě je ve tvaru dolů otočené paraboly a změnou orientace výbrusu lze ve velkých mezích měnit teplotu odpovídající jejímu nulovému teplotnímu činiteli kmitočtu. Podobně jako je tomu u AT rezonátorů, i u BT rezonátorů poměr rozměrů, velikost a uspořádání elektrod ovlivňuje teplotní závislost rezonančního kmitočtu. Oproti AT rezonátorům se vyrábějí hlavně ve tvaru kruhových výřezů a jejich použití je méně časté. Frekvenční konstanta K_{fh} u BT rezonátorů pracujících v základním módu je 2,536 MHz·mm. Vzhledem k přibližně 2krát vyšší frekvenční konstantě je lze použít pro vyšší frekvence, pak pro stejnou rezonanční frekvenci bude BT rezonátor tlustší než AT. Na vysokých frekvencích, kde by AT rezonátory byly velmi tenké, se právě použijí BT. BT rezonátory mají vyšší činitel jakosti Q než AT. Tyto rezonátory se provozují na základní a třetí harmonické, ale na páté harmonické tloušťkově střižných kmitů se BT rezonátor nepodařilo vybudit. [10, 17]

1.6.3 Rezonátor typu SC

Zkratka pochází z anglického názvu "Stress Compensated". Je to řez podobný AT řezu, ale je dvojnásobně pootočený (úhly řezu $35^{\circ}15'$ a $21^{\circ}54'$). Používají se jako OCXO s nízkým fázovým šumem a dobrými vlastnostmi stárnutí. Jsou méně citlivé na mechanické namáhání. Frekvenční konstanta K_{fh} je 1,797 MHz·mm a pracuje na stejných frekvencích jako AT rezonátor. Frekvenčně teplotní závislost má tvar kubické křivky, která má inflexní bod při teplotě 95°C a mnohem nižší teplotní citlivost než AT řez. Nepracuje dobře při teplotě okolí, a proto vyžaduje pec, jinak frekvence rychle klesá při nižší teplotě. [10]

1.7 Teplotní a časová stabilita rezonančního kmitočtu rezonátoru

Rezonanční kmitočet piezoelektrického rezonátoru a jeho závislost na teplotě nejčastěji vyjadřujeme prvními členy mocninné řady

$$\frac{f_h - f_{h0}}{f_{h0}} = \frac{\Delta f_h}{f_{h0}} = \sum_{n=1}^3 T f_h^{(n)} (\Theta - \Theta_0)^n$$
(24)

kde $Tf_h^{(n)}$ je teplotní činitel kmitočtu *n*-tého řádu

$$Tf_{h}^{(n)} = \frac{1}{n! f_{h0}} \left(\frac{\partial^{n} f_{h}}{\partial \Theta^{n}} \right)_{\Theta = \Theta_{0}},$$
(25)

 f_h je rezonanční kmitočet rezonátoru při teplotě Θ a f_{h0} je rezonanční kmitočet rezonátoru při teplotě Θ_0 , v tomto okolí aproximujeme teplotní závislost rezonančního kmitočtu, a také se k této teplotě vztahují koeficienty $Tf_h^{(n)}$.

Reálné rezonátory jsou většinou navrhovány tak, aby měly při určité teplotě $\Theta = \Theta_m$ nulový teplotní činitel kmitočtu, na které platí $\left(\frac{\partial f_h}{\partial \Theta}\right)_{\Theta=\Theta_m} = 0$ a znamená to, že v blízkém okolí teploty Θ_m se rezonanční kmitočet nemění. Bod, kdy se mění znaménko směrnice tečny ke křivce vyjadřující teplotní závislost rezonančního kmitočtu, nazýváme bodem obratu a nastává právě při teplotě Θ_m .



Zdroj: [17] Obr. 8. Závislost rezonančního kmitočtu na teplotě

Na obr. 8 je znázorněna teplotní závislost rezonančního kmitočtu křemenného rezonátoru typu AT (parabola třetího stupně), který kmitá na třetí harmonické (h = 3). Křivka byla vypočtena pro konkrétní teplotní činitele $Tf^{(1)}$, $Tf(^{2)}$ a $Tf^{(3)}$. Body v grafu reprezentují hodnoty naměřené u AT rezonátoru tvaru kruhové destičky s průměrem 11 mm, tloušťkou 0,16 mm a orientací XYl_{35°10′}.

Rezonanční kmitočet f_h lze vyjádřit jako funkci mnoha různých veličin, např. rozměrů, hustoty, elastického modulu atd.. Obecně ho lze zapsat jako funkci veličin označených x_i [17]

$$f_h = f(x_1, x_2, ..., x_j)$$
(26)

potom

$$\frac{\partial f_h}{\partial \Theta} = \sum_{i=1}^{j} \frac{\partial f(x_1, x_2, ..., x_j)}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial \Theta}$$
(27)

$$\frac{\partial^{2} f_{h}}{\partial \Theta^{2}} = \sum_{1}^{j} \left[\frac{\frac{\partial^{2} f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}^{2}} \left(\frac{\partial x_{i}}{\partial \Theta} \right)^{2} + \frac{\partial^{2} f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i} \partial x_{i+1}} \frac{\partial x_{i}}{\partial \Theta} \frac{\partial x_{i+1}}{\partial \Theta} + \frac{\partial^{2} f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial \Theta} \frac{\partial x_{i}}{\partial \Theta} \frac{\partial x_{i+2}}{\partial \Theta} + ... + \frac{\partial^{2} f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i} \partial x_{i+1}} \frac{\partial^{2} x_{i}}{\partial \Theta^{2}} \right]$$

$$\frac{\partial^{3} f_{h}}{\partial \Theta^{3}} = \sum_{1}^{j} \left[\frac{\frac{\partial^{3} f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}^{3}} \left(\frac{\partial x_{i}}{\partial \Theta} \right)^{3} + \frac{\partial^{3} f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i} \partial x_{i+1} \partial x_{i+2}} \frac{\partial x_{i}}{\partial \Theta} \frac{\partial x_{i+1}}{\partial \Theta} \frac{\partial x_{i+2}}{\partial \Theta} + ... + 3 \frac{\partial^{2} f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial \Theta} \frac{\partial x_{i}}{\partial \Theta} \frac{\partial^{2} x_{i}}{\partial \Theta^{2}} + \frac{\partial^{3} f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i} \partial x_{i+2} \partial x_{i+3}} \frac{\partial x_{i+2}}{\partial \Theta} \frac{\partial x_{i+2}}{\partial \Theta} + ... + 3 \frac{\partial^{2} f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}^{2}} \frac{\partial x_{i}}{\partial \Theta} \frac{\partial^{2} x_{i}}{\partial \Theta^{2}} + \frac{\partial^{3} f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i} \partial \Theta} \frac{\partial x_{i+2}}{\partial \Theta} \frac{\partial x_{i+2}}{\partial \Theta} + ... + 3 \frac{\partial^{2} f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}^{2}} \frac{\partial x_{i}}{\partial \Theta} \frac{\partial^{2} x_{i}}{\partial \Theta^{2}} + \frac{\partial^{3} f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i} \partial \Theta} \frac{\partial x_{i+2}}{\partial \Theta^{2}} + ... + \frac{\partial f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}} \frac{\partial^{3} x_{i}}{\partial \Theta^{3}} + ... + \frac{\partial f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}} \frac{\partial^{3} x_{i}}{\partial \Theta^{3}} + ... + \frac{\partial f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}} \frac{\partial^{3} x_{i}}{\partial \Theta^{3}} + ... + \frac{\partial f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}} \frac{\partial^{3} x_{i}}{\partial \Theta^{3}} + ... + \frac{\partial f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}} \frac{\partial^{3} x_{i}}{\partial \Theta^{3}} + ... + \frac{\partial f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}} \frac{\partial^{3} x_{i}}{\partial \Theta^{3}} + ... + \frac{\partial f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}} \frac{\partial^{3} x_{i}}{\partial \Theta^{3}} + ... + \frac{\partial f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}} \frac{\partial^{3} x_{i}}{\partial \Theta^{3}} + ... + \frac{\partial f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}} \frac{\partial^{3} x_{i}}{\partial \Theta^{3}} + ... + \frac{\partial f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}} \frac{\partial^{3} x_{i}}{\partial \Theta^{3}} + ... + \frac{\partial f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}} \frac{\partial^{3} x_{i}}{\partial \Theta^{3}} + ... + \frac{\partial^{3} f(x_{1}, x_{2}, ..., x_{j})}{\partial x_{i}}$$

Pokud označíme podobně jako ve vztahu (2)

$$Tx_{i}^{(n)} = \frac{1}{n!x_{i}} \left(\frac{\partial^{n} x_{i}}{\partial \Theta^{n}}\right)_{\Theta = \Theta_{0}}$$
(30)

kde $Tx_i^{(n)}$ je teplotní činitel *n*-tého řádu veličiny x_i .

Důsledkem časového působení fyzikálních změn uvnitř a na povrchu výbrusu rezonátoru dochází ke změně velikosti rezonančního kmitočtu, která je trvalá a nevratná. Stabilita rezonančního kmitočtu rezonátoru je poměr změny rezonančního kmitočtu v určitém časovém úseku. Rozlišujeme dva typy stability, krátkodobou a dlouhodobou. Krátkodobou stabilitou se rozumí časové úseky řádově v sekundách nebo minutách. Naopak dlouhodobá stabilita v rozmezí dne, týdne, měsíce nebo roku. Často se také označuje výrazem stárnutí a je závislá na vlastnostech piezoelektrického výbrusu, jeho orientaci, rozměrech, opracování, typu kmitů i celkovém provedení rezonátoru. [17]

Pokud máme piezoelektrický krystalový rezonátor, který je uzavřený ve vzduchotěsném pouzdře, v průběhu času dochází ke zvyšování rezonančního kmitočtu. Sledování změny rezonančního kmitočtu můžeme rozdělit na dvě období. První období můžeme počítat až do několika měsíců a křivku časové závislosti rezonančního kmitočtu charakterizujeme monotónně vzrůstající funkcí s monotónně klesající derivací limitující k nule. V druhém období se může zlehka měnit střední hodnota rezonančního kmitočtu a kolem této hodnoty pravidelně kolísá rezonanční kmitočet.

Důvodem stárnutí piezoelektrických rezonátorů v prvním období může být například odlétání mikroskopických kousků výbrusu nebo elektrod během kmitání, změny elastických vlastností vlivem času nebo difuzní procesy probíhající v elektrodách a na povrchu rezonátoru narušeného opracováním. Difuzními procesy se většinou zmenšuje vnitřní napětí v elektrodách a povrchových vrstvách výbrusu vyvolané předchozím tepelným opracováním a hmota se přenáší do méně intenzivně kmitajících míst. Vliv tepelného opracování elektrod má velký význam, a to takový, že může mít za následek opačný charakter stárnutí, to znamená snížení hodnoty rezonančního kmitočtu s postupem času. Typ kmitů, konstrukce rezonátoru a zvolené technologické opracování výbrusu má do jisté míry vliv na průběh stárnutí. Pro křemenné rezonátory s tloušťkově střižnými kmity typu AT, které jsou přesné a vysoce stabilní, popíšeme časovou závislost rezonančního kmitočtu v prvním období následujícím vztahem

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (f - f_{\infty}) = -K (f - f_{\infty}) \tag{31}$$

kde f je rezonanční kmitočet v čase τ , f_{∞} konečná ustálená hodnota rezonančního kmitočtu a K je konstanta stárnutí. [17]

Rezonanční kmitočet f_{τ} právě v čase τ můžeme vyjádřit vztahem

$$f_{\tau} = f_{\infty} \pm \left[\left| f_0 - f_{\infty} \right| \right] \cdot e^{-K\tau}$$
(32)

kde f_0 je kmitočet na začátku stárnutí.

1.8 Pootočený Y-řez rezonátoru z GaPO₄

Gallium ortofosfát je piezoelektrický křemenný homeotyp krystalu, který má mnohem větší koeficient elektromechanické vazby než křemen a velkou tepelnou stabilitu jeho vlastností. Piezoelektrický krystal GaPO₄ patří do stejné skupiny jako křemen (32 nebo D₃) a má podobné fyzikální vlastnosti. Provedené experimenty a výpočty ukázaly, že pootočený kompenzovaný Y-řez (ekvivalent AT řezu křemene) se nachází v blízkosti Y-15°45' a Y-84°. Kvůli chybějícímu α - β fázovému přechodu je většina materiálových vlastností stabilní až do 970°C, pak nastane fázový přechod (α modifikace -> struktura jako kristobalit). [6, 9, 11]

Nejdůležitější vlastností materiálů pro aplikace rezonátorů je koeficient vazby, teplotní závislost a útlum. Na obr. 9 je vynesen očekávaný teoretický koeficient vazby

a vypočtená odchylka teplotní závislosti na rezonanční frekvenci, obě křivky pro pokojovou teplotu 25°C.



Zdroj: [9] Obr. 9. Teplotní koeficient a koeficient vazby pootočeného Y řezu GaPO4 rezonátoru

Úhlem Θ (osa x) se rozumí míra otočení kolem osy x výřezu Y řezu z GaPO₄. Koeficient vazby *k* velmi silně závisí na Θ a zmizí na Θ =90° (z řez). Jsou zde dva zajímavé body, ve kterých teplotní koeficient zmizí (je nulový). Jsou pojmenovány Hi-Q a Hi-k. Hi-k řez blízko úhlu Y-16,5° má vazbu 2krát větší než AT řez křemene, ale Hi-Q řez GaPO₄ vykazuje pouze velmi malou vazbu. Nejdůležitější vlastnosti pro aplikace rezonátorů z křemene a GaPO₄ jsou uvedeny v tabulce 1.

Materiál	Křemen	GaPO ₄
Bodová skupina	32	32
Fázový přechod [°C]	573	970
Piezoelektrická konstanta d ₁₁ [pC/N]	2,3	4,5
Hlavní teplotně kompenzovaný řez	AT	Hi-k, Y-16,5°
Druhý teplotně kompenzovaný řez	BT	Hi-Q, Y-78,5°
Koeficient vazby AT a Hi-k [%]	8,8	16
Frekvenční konstanta AT a Hi-k [MHz mm]	1,66	1,27
Zdroj: [9]	-	-

2 Prostředí softwarového nástroje ANSYS

Softwarové prostředí ANSYS je vyvíjeno od sedmdesátých let dvacátého století, kdy byla založena společnost Swanson Anslysis System Inc. (SASI). Tato společnost měla jako prvotní cíl vytvořit program, který bude používat metodu konečných prvků pro simulace statických a dynamických jevů v mechanice a pro simulaci výměny tepla. Po období růstu byla nakonec společnost SASI prodána a pojmenována podle svého vlajkového produktu na Ansys Inc.

2.1 Software ANSYS

ANSYS je obecně nelineární multifyzikální software, který nabízí strukturální a termodynamickou analýzu, analýzu proudění kontinua, analýzu elektrostatických a elektromagnetických polí a akustické analýzy. Tyto všechny analýzy mohou být provedeny jednotlivě, ale díky multifyzikálnímu přístupu software ANSYS mohou být provedeny v jedné společné analýze. ANSYS dovoluje provádět nejenom kontrolní výpočty, ale díky parametrizovaným výpočtovým modelům i citlivostní a optimalizační analýzy a také analýzu spolehlivosti.

Ve svých výpočtech ANSYS využívá metodu konečných prvků (FEM – Finite Element Method). ANSYS se používá hlavně v oborech, jako jsou strojírenství, automobilový průmysl, energetika, stavebnictví, ale také např. mikroelektronika nebo biomechanika.

Mezi hlavní software od firmy ANSYS patří tyto produkty: ANSYS Structural Mechanics, ANSYS Explicit, ANSYS CFD, ANYS Electromagnetics, ANSYS Geom&Mesh, ANSYS Offshore a další. Každý tento balík ANSYS obsahuje ještě další podmnožinu produktů. Balík ANSYS Structural Mechanics obsahuje produkty Multiphysics, Mechanical, Structural, Professional a několik dalších. [2]

2.2 Popis prostředí ANSYS Multiphysics

Pro vytvoření tohoto modelu byl použit produkt ANSYS Multiphysics, který je podskupinou ANSYS Structural Mechanics. Tento produkt umožňuje tvorbu, optimalizaci a ověřování funkčnosti virtuálních modelů a také bere zřetel na reálné podmínky. Dále umožňuje modelovat vzájemné mechanické, elektromagnetické, akustické i teplotní interakce těles a tekutin.

ANSYS poskytuje širokou knihovnu matematických materiálových modelů, které pomáhají při modelování různých druhů materiálů, jako např. pružnost nebo anizotropie. Má také k dispozici objemnou knihovnu elementů a kontaktních rozhraní. Všechny veličiny, které jsou v daném programu použity, se zadávají bez jednotek, proto je výhodnější a přehlednější používat základní jednotky soustavy SI.

Příkazy lze zadávat buď pomocí grafického prostředí (GUI - Graphical User Interface), nebo pomocí příkazové řádky. Software využívá vlastní programovací jazyk (APDL - ANSYS Parametric Design Language). Grafické uživatelské prostředí ANSYS Multiphysics GUI je vyobrazené na obr. 10. V levé části najdeme rozbalovací menu, pomocí kterého se pracuje s programem. V horní části okna je také příkazový řádek, do kterého lze zadávat příkazy. Všechny provedené příkazy se ukládají do souboru s příponou "log". Horní lišta nabídek umožňuje běžnou práci se souborem a dále práci s vytvořeným objektem, jako je např. zobrazení seznamu jednotlivých částí, ze kterých se model skládá, nebo vykreslení a číslování bodů, křivek, ploch nebo objemů a mnoho dalších nastavení. Také zde najdeme záložku s nápovědou, ve které jsou tutoriály a vysvětlené jednotlivé APDL příkazy. V pravé části nalezneme tlačítka pro práci s vytvořeným objektem, různé zobrazení objektu, funkce přibližování, oddalování, posouvání objektu a otáčení kolem jednotlivých os souřadného systému. Uprostřed se zobrazuje vytvořený objekt v kartézské soustavě souřadnic.



Zdroj: [vlastní] **Obr. 10. Okno prostředí ANSYS Multiphysic**

V následujících čtyřech podkapitolách jsou popsané nejpoužívanější menu při vytváření modelu.

2.2.1 Preferences

Umožňuje přednastavení upřednostňovaných oborů pro zobrazení v GUI. Je možnost volby oboru mezi strukturálním, tepelným, tekutinami nebo jakákoli jejich kombinace.

2.2.2 Preprocessor

V této části uživatelského rozhraní dochází k vytvoření samotného modelu. Základem je kartézská soustava souřadnic, ve které se vytváří daný model rezonátoru. V tomto odstavci jsou popsány jen nejpoužívanější menu.

Element type

Zde se přidávají, upravují nebo odebírají základní stavební typy elementů. Model může být sestaven z libovolného počtu elementárních typů. Při výběru záleží na daném modelu, zda je dvourozměrný nebo třírozměrný. Dále se vybírá podle typu elementu a podle počtů uzlů na element. Vlastnosti jednotlivých elementárních typů lze dohledat v nápovědě software ANSYS.

Material Props

Lze vytvořit libovolný počet materiálů označených čísly. Jako tepelné vlastnosti materiálů můžeme zadat součinitel tepelné vodivosti, měrnou tepelnou kapacitu, hustotu, emisivitu a další. Kromě tepelných vlastností jsou na výběr strukturální, elektromagnetické, akustické, piezoelektrické a další.

Modeling

Tato část rozhraní umožňuje vytvoření samotného modelu. Můžeme vytvořit různé body, křivky, plochy a objemy. Dále pomocí různých operací, např. sčítání, odčítání, překrývání, rozdělení nebo slepení lze vytvořit jakýkoliv libovolný tvar objektu. Také lze jednotlivé části objektu přesouvat, modifikovat, kopírovat nebo mazat.

Meshing

Ve výchozích vlastnostech síťování se nastavuje typ elementu a číslo zvoleného materiálu, který bude následně síťován. U operace síťování si můžeme zvolit, jak jemně budou jednotlivé části síťované. Lze nastavit, např. na kolik částí bude vybraná křivka rozdělena.

Loads

Nejprve je zvolen typ analýzy, buď Steady-State, transientní nebo substrukturní. Dále je možné aplikovat tepelné zatížení na jednotlivé body, křivky nebo plochy objektu v podobě teploty, tepelného toku, konvekce nebo záření. Nastavují se zde také počáteční podmínky. Ještě se zde nastavuje doba trvání analýzy, velikost kroku, typ kroku atd.

Path Operations

Lze definovat dráhu skrz uzly, pracovní rovinu nebo pozici a následně podél ní vykreslit graf.

2.2.3 Solution

Toto menu se zabývá samotným řešením modelu a jsou zde popsány dvě hlavní části.

Analysis Type

Může se zde ještě upřesnit nastavení použitého typu analýzy a její vlastnosti.

Solve

Pomocí tohoto příkazu se vyřeší předem zdané hodnoty zatížení vymodelovaného objektu.

2.2.4 General Postprocessor

Pomocí tohoto menu se pracuje s vyřešenými daty, které lze načítat a zobrazovat. Lze nastavit, jaký krok řešení se bude zobrazovat, buď výsledky modelu v ustáleném čase, nebo v přesně definovaném čase. Nejčastěji se používá zobrazení obrysu řešení pomocí uzlů. Dále lze zobrazit vektorové řešení nebo také graf vedoucí přes definovanou dráhu.

2.3 Transientní analýza

Pro modelování byla použita tepelná analýza typu "transient analysis", což v překladu znamená analýza přechodového děje. Transientní tepelná analýza určuje teploty a další tepelné veličiny, které se mění v průběhu času. Běžně se používají teploty vypočtené transientní tepelnou analýzou jako vstupní informace do strukturální analýzy pro vyhodnocení tepelného namáhání. [1]

Transientní tepelná analýza v podstatě dodržuje stejný postup jako "steady-state thermal analysis" (tepelná analýza v ustáleném stavu). Hlavním rozdílem je, že většina působících zátěží transientní analýzy jsou funkce času. Chceme-li určit časovou závislost zatížení, můžeme buď použít funkci nástroje, kde se definuje rovnice nebo funkce popisující křivku a pak použít funkci jako okrajové podmínky, nebo můžeme rozdělit časovou křivku zatížení do jednotlivých stupňů zatížení.

2.4 Metoda konečných prvků

Pokud se řeší fyzikální situace, např. zjištění tepelného pole v daném objektu nebo prostoru s určitými okrajovými podmínkami, může se v podstatě řešit dvěma způsoby:

- experiment
- teoretický výpočet (počítačový model s využitím numerické metody).

Využití metody s počítačovým modelem má mnoho výhod, např. nízká cena, rychlost, úplné a detailní informace, možnost simulací skutečných podmínek atd. Také má však i své nevýhody, kterými jsou problémy spojené s nestabilitou a divergencí numerických řešení komplikovanějších fyzikálních situací. Výhody této metody přesahují její nevýhody, a proto je tato metoda nepostradatelná při počítačovém modelování. Přestože jsou principy této metody známy již delší dobu, k jejímu hromadnému využití došlo teprve až s nástupem moderní výpočetní techniky. Metoda je často využívána především pro kontrolu již navržených zařízení, nebo také pro stanovení nejvíce namáhaného místa objektu.

Metoda konečných prvků, zkratka MKP ("Finite Elements Method", zkratka FEM) je v současnosti nejrozšířenější numerickou metodou využívanou při řešení vědeckých a praktických úloh mechaniky kontinua, které vedou na řešení parciálních diferenciálních rovnic. Tato metoda se užívá pro výpočty deformací a vnitřních silových

účinků, výpočty vlastních frekvencí, výpočty vedení tepla, proudění tekutin, v teorii elektrického a magnetického pole a mnoha dalších.



Zdroj: [2]

Obr. 11. Příklady některých elementárních prvků: a) dvourozměrných b) třírozměrných

Základní myšlenkou této metody je rozložení objektu na konečný počet elementů (elementárních prvků). Tyto elementární prvky rozlišujeme na jednorozměrné, dvourozměrné a třírozměrné. Jednotlivé elementy jsou definovány pomocí uzlů, jenž mohou mít nerovnoměrné rozložení v kontinuu. Příklady některých dvourozměrných a třírozměrných prvků jsou zobrazeny na obr. 11. Každý elementární prvek má přesně daný počet uzlů a žádný uzel nesmí být vynechán při jejich přidělování.

3 Modelování teplotního pole rezonátoru

Tato část práce popisuje rezonátor umístěný v držáku tvaru H a postup vytvoření teplotního modelu v těle rezonátoru v softwarovém prostředí ANSYS Multiphysic.

3.1 Rezonátor v H držáku

Na obr. 12 vlevo je znázorněno dvoubodové uchycení rezonátoru nebo také někdy nazývané jako H držák. Tento typ uchycení je běžně používaný držák pro rezonátory s frekvencí vyšší než 1 MHz. V základně celého rezonátoru jsou připevněné jeho vývody, vyrobené většinou z mědi. Tyto vývody jsou uvnitř pouzdra zakončeny bronzovými nebo ocelovými montážními svorkami, na které je v bodech upevnění přichycen výbrus křemene opatřený kovovými elektrodami. Elektrody jsou kruhového tvaru, stejně jako výřez křemene, většinou vyrobené ze zlata nebo stříbra. Rezonátor je uložen ve vzduchotěsném pouzdře, ve kterém může být vakuum nebo určitý plyn. Na obr. 12 vpravo je reálná fotografie tohoto typu (cínem poškozeného) rezonátoru. [8]



Zdroj: [vlastní] **Obr. 12. Dvoubodové uchycení rezonátoru**

Kruhový výřez rezonátoru opatřený kruhovými elektrodami je znázorněn na obr. 13 (vlevo nahoře pohled zepředu a vpravo nahoře pohled ze shora). V ideálním rezonátoru je maximální amplituda vibrací ve středu elektrod a mimo elektrody klesá exponenciálně, jak je znázorněno v pravé dolní části obr. 13. Ve správně navrženém rezonátoru se zanedbatelné množství energie ztrácí na montážní a spojovací struktuře, to znamená, že okraje rezonátoru musí být neaktivní. Posunutí bodu na povrchu rezonátoru je úměrné velikosti buzení. Pro typické hodnoty buzení (např. 10 MHz) v tloušťkově střižném rezonátoru je maximální posunutí v řádu několika atomových vzdáleností. Maximální zrychlení bodu na elektrodách je řádově 1 milion g. [8]



Zdroj: [8]

Obr. 13. Amplituda vibrací kruhového rezonátoru s kruhovými elektrodami

Pro potřebu vytvoření modelu jsou v tabulce 2 uvedeny vlastnosti materiálu křemene SiO₂, zlata Au, mědi Cu a oceli.

Materiál	Hustota ρ [kg/m³]	Součinitel tepelné vodivosti λ [W·m⁻¹·K⁻¹]	Měrná tepelná kapacita c [J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹]
Křemen	2648	9	754
Zlato	19290	318	129
Měď	8930	386	381
Ocel	7850	50	469

Tab. 2: Materiálové vlastnosti

Zdroj: [13]

3.2 Planparalelní rezonátor pro vytvoření modelu

Pro sestrojení modelu byly využity parametry konkrétního rezonátoru uvedené v tabulce 3. Jedná se o planparalelní rezonátor typu AT, který kmitá tloušťkově střižnými kmity na 5. harmonické. Materiál destičky rezonátoru je α-modifikace křemene SiO₂. Materiál elektrod napařených na výbrus křemene je zlato Au.

Tab. 3: Parametry rezonátoru pro model

Typ rezonátoru	planparalelní AT-řez
Průměr rezonátoru ${oldsymbol{arPhi}}$	17 mm
Tloušťka rezonátoru <i>t</i>	1,696 mm
Průměr zlaté elektrody ${\pmb \Phi}_{el}$	5 mm
Úhlový rezonanční kmitočet ω	$2\pi \cdot 5 \cdot 10^6 $ 1/s

Zdroj: [vlastní]

Jak již bylo uvedeno v předchozím odstavci, dvoubodové uchycení rezonátoru kmitajícího tloušťkově střižnými kmity můžeme vidět na obr. 12 vpravo a také na obr. 14. Na poslední jmenované fotografii (obr. 14) lze vidět uspořádání uvnitř krystalového rezonátoru po odstranění pouzdra. Toto uchycení pomocí ocelových pružinek se používá právě pro rezonátory kmitající tloušťkově střižnými kmity.



Zdroj: [3] **Obr. 14. Dvoubodové uchycení rezonátoru**

Dvoubodové uchycení rezonátoru můžeme z hlediska přenosu tepla rozdělit na následující části:

- 1. přívodní piny (kolíky) rezonátoru
 - utěsněné v základně rezonátoru
 - materiál měď
 - průměr 1,25 mm
 - délka části vyčnívající z pouzdra 6 mm

- 2. montážní svorky
 - přivařeny na přívodní piny držáku
 - opačný konec má tvar spirály, do které se zasune výbrus křemene
 - materiál ocel
 - průměr 0,35 mm
- 3. vodivý tmel
 - zajišťuje vodivé spojení montážních svorek a zlatých elektrod rezonátoru
 - tento tmel se vytvrzuje při zvýšené teplotě
- 4. zlaté elektrody
 - průměr 5 mm
 - výška elektrody spojující střed a okraj rezonátoru 1,6 mm
 - tloušťka vrstvy 1 μm
- 5. výbrus křemene rezonátoru
 - materiál α-modifikace křemene
 - průměr 17 mm
 - tloušťka 1,696 mm
- 6. pouzdro rezonátoru
 - materiál železo
- 7. atmosféra v pouzdru
 - odčerpaný vzduch vakuum 1 až 10 Pa

Při modelování výše uvedeného rezonátoru, počítalo s určitými se zjednodušeními. Tato práce se zabývá případem, kde je rezonátor umístěný v termostatované komoře. Vychází se ze stanoviska, že daný termostat v komoře nebude přesně držet nastavenou hodnotu teploty, ale bude fluktuovat o hodnotu $\Delta \Theta_t = 0.2^{\circ}$ C. Termostat bude nastaven na hodnotu $\Theta_t = 55^{\circ}$ C. Z křivky teplotní závislosti rezonančního kmitočtu (viz obr. 8) již víme, že právě tato hodnota teploty Θ_t je bodem obratu křivky. V blízkém okolí tohoto bodu bereme v úvahu nulový teplotní činitel kmitočtu Tf⁽ⁿ⁾. Piny, montážní svorky, vodivý tmel a zlaté elektrody mají oproti křemenu vysoký součinitel tepelné vodivosti λ , a proto budeme počítat s tím, že změna teploty se projeví okamžitě a bude se modelovat šíření tepla ze zlatých elektrod do výbrusu křemene rezonátoru. Uvnitř pouzdra rezonátoru se nachází vakuum, v němž se tepelná energie vedením a prouděním nešíří.

3.3 Modelování v prostředí ANSYS

Je známo, že křemen je anizotropní látka, což znamená, že má různé vlastnosti v různých směrech, ale tato vlastnost neplatí pro šíření tepla. Kdyby tato vlastnost platila, musel by se souřadný systém os daného modelu AT rezonátoru natočit o přesnou hodnotu tohoto řezu.

3.3.1 Příkazy programu vytvořeného modelu

V nastavení možností (Preferences) byla vybrána položka tepelné volby, kterou bude program ANSYS upřednostňovat. Typ prvku (Element Type) pro destičku rezonátoru byl zvolen SOLID70 (obr. 15), který má trojrozměrnou schopnost vedení tepla. Element má 8 uzlů s jedním stupněm volnosti, a to teplotou, v každém uzlu. Element podporuje tři typy tvarů – kvádr, tříboký hranol (Prism) a tříboký jehlan (Tetrahedron). Je-li použit jiný tvar než kvádr, jsou některé uzly společné.



Zdroj: [7] **Obr. 15. Schéma elementu SOLID70**

Jako materiálové vlastnosti modelu byly zadány hustota (DENS), měrná tepelná kapacita (C) a součinitel tepelné vodivosti (KXX), které jsou uvedeny v tabulce 2.

Destička rezonátoru

Kruhová destička rezonátoru byla vytvořena z pěti částí (obr. 16). První částí je část vytvořená pod střední kruhovou elektrodou (část V1), která se skládá z válce o průměru 5 mm a tloušť ce 1,696 mm a na níž jsou napojeny dvě části o stejné tloušť ce (části V6, V7), které vedou od kraje rezonátoru s poloměrem 8,5 mm až ke střední kruhové elektrodě. Zbytek destičky křemenného rezonátoru je doplněn na válec o průměru 17 mm a tloušť ce 1,696 mm (části V8, V9). Těchto pět částí bylo spojeno pomocí příkazu Glue, při němž se společné plochy, křivky a body sjednotily. Toto rozdělení rezonátoru na pět částí bylo vytvořeno pro lepší podmínky následujícího příkazu síťování (Mesh).

Zlaté elektrody

Zlaté elektrody nebyly modelovány jako objem, ale pouze jako plocha umístěná na destičce rezonátoru. Důvodem tohoto rozhodnutí je fakt, že tyto elektrody mají tloušťku přibližně 1 µm a tloušťka rezonátoru je 1,696 mm, což je oproti tloušťce elektrody nízká hodnota a při následném síťování elektrod by se vyskytly problémy. Proto je lepší tyto elektrody modelovat jen jako plochy. Průměr střední kruhové elektrody je 5 mm a výška elektrody spojující střed a okraj rezonátoru 1,6 mm.





Na obr. 17 je zobrazen vytvořený model, jenž se skládá z 5 objemů a ty jsou pomocí příkazu síťování rozděleny na základní elementy kvůli pozdějšímu řešení metodou konečných prvků. Pro operaci síťování nebyl nastaven konkrétní tvar elementu, ale bylo programově nastaveno vybrání nejvhodnějšího tvaru pro danou oblast. Pod zlatými elektrodami (části V1, V6, V7) byla vytvořena hustější síť, než na okrajích rezonátoru, protože se předpokládá největší oteplení právě pod elektrodami a v jejich blízkém okolí. Celkem bylo vytvořeno 25094 základních elementů s počtem uzlů 5442.

Po operaci síťování je vhodné použít příkaz Merge, který sloučí shodné nebo ekvivalentně definované položky, jako jsou např. uzly, elementy nebo body. Pokud by tento příkaz nebyl použit, mohly by být jednotlivé části modelu od sebe fyzicky oddělené a při následném řešení teplotního zatížení by se vyskytly chyby.



Zdroj: [vlastní] Obr. 17. Model rezonátoru – síťování (Mesh)

Po rozdělení modelovaného objektu na jednotlivé části sítě, lze zadat zatěžovací podmínky. Pro řešení daného modelu byla použita transientní analýza (více kap. 2.3) a následující nastavení jejich ovládacích prvků. Doba zatížení byla nastavena na t = 12 s a velikost kroku 0,01 s. Všechny dílčí kroky byly zapisovány do souboru výsledků. Načítání zatížení bylo nastaveno na skokové načítání, což znamená, že jakékoliv definované zatížení bylo nastaveno skokově na začátku daného časového úseku, v tomto případě čas t = 0 s.

Počáteční podmínky byly definovány na všech 5442 uzlech sítě a na nich nastavena počáteční teplota 55°C. Na zlatých elektrodách byla definována Dirichletova okrajová podmínka, kterou byla teplota 55,2°C na ploše elektrod. V čase t = 6 s byla změněna hodnota teploty na plochách zlatých elektrod na 54,8°C. Na ploše destičky křemene kromě elektrod je definována homogenní Neumannova okrajová podmínka, jelikož je uvnitř pouzdra rezonátoru vakuum, kde je tok tepla ideálně nulový.

Rozložení teplot v rezonátoru na počátku modelování v čase t = 0 s je vyobrazeno na obr. 18 a ve spodní části najdeme barevnou škálu teplot. Můžeme zde vidět, že teplota elektrod je zmíněných 55,2°C (červená barva) a výřez křemene rezonátoru má teplotu 55°C (modrá barva).



Zdroj: [vlastní] **Obr. 18. Model rezonátoru – čas t = 0 s**

Zdrojový kód modelu rezonátoru z programu ANSYS Multiphysic je umístěn v příloze B.

4 Teplotní pole rezonátoru a jeho vliv na rezonanční kmitočet

V této kapitole je uvedeno rozložení teplotního pole v modelu rezonátoru v různých časových okamžicích, a dále rozložení teploty v rezonátoru podle definované křivky.

4.1 Rozložení teplotního pole v rezonátoru

Teplotní pole rezonátoru bylo namodelováno podle výše uvedeného postupu (kap. 3.3) a zobrazování výsledných teplot probíhalo v rámci uzlů jednotlivých elementů. Rozložení teplotního pole rezonátoru je znázorněno na obr. 19, jedná se o výsledky v čase t = 0,01 s. Destička rezonátoru má teplotu 55°C a od elektrod s teplotou 55,2°C se začíná ohřívat.



Zdroj: [vlastní] Obr. 19. Teplotní model rezonátoru - čas t = 0,01 s

Křivka pojmenovaná Pth01 byla definovaná přes tloušťku rezonátoru 1,696 mm vedoucí středem elektrody na opačnou stranu také do středu elektrody. Na základě této křivky byl vytvořen graf (obr. 20), který znázorňuje rozložení teploty uvnitř rezonátoru v čase t = 0,01 s. Rozložení teploty podél této křivky lineárně klesá z 55,2°C na 55,011°C a v polovině tloušťky rezonátoru teplota začíná růst na hodnotu 55,2°C.



Zdroj: [vlastní] Obr. 20. Teplota uvnitř rezonátoru podél křivky Pth01 - čas t = 0,01 s

Další rozložení teplotního pole rezonátoru je znázorněno na obr. 21, jedná se o výsledky v čase t = 0,1 s. Destička rezonátoru měla počáteční teplotu 55°C a jak můžeme vidět, od elektrod s teplotou 55,2°C prostupuje destičkou teplo ze zadní strany na přední.



Zdroj: [vlastní] **Obr. 21. Teplotní model rezonátoru - čas t = 0,1 s**

Vytvořený graf (obr. 22) znázorňuje rozložení teploty uvnitř rezonátoru v čase t = 0,1 s. Rozložení teploty podél křivky Pth01 lineárně klesá z 55,2°C na 55,134°C a v polovině tloušťky rezonátoru teplota začíná růst na hodnotu 55,2°C.



Zdroj: [vlastní] Obr. 22. Teplota uvnitř rezonátoru podél křivky Pth01 - čas t = 0,1 s

Teplotního pole uvnitř rezonátoru v čase t = 1 s je znázorněno na obr. 23. Podle barevného rozlišení teplot můžeme vidět, jak se destička rezonátoru postupně ohřívá a jak se šíří teplo destičkou. Nejchladnější místa rezonátoru s teplotou 55,0092°C jsou spodní a horní části destičky.



Zdroj: [vlastní] **Obr. 23. Teplotní model rezonátoru - čas t = 1 s**

Vytvořený graf (obr. 24) znázorňuje rozložení teploty uvnitř rezonátoru v čase t = 1 s. V polovině křivky Pth01 byla zaznamenána teplota pouze o 0,002°C nižší než teplota elektrod.



Zdroj: [vlastní]

Obr. 24. Teplota uvnitř rezonátoru podél křivky Pth01 - čas t = 1 s

Teplotní pole uvnitř rezonátoru v čase t = 6 s je znázorněno na obr. 25. Nejchladnějším místem rezonátoru je jeho spodní a horní okraj, který má teplotu 55,132°C a teplota podél definované křivky Pth01 je konstantní s hodnotou 55°C.



Zdroj: [vlastní] **Obr. 25. Teplotní model rezonátoru - čas t = 6 s**

Právě v čase t = 6 s došlo ke změně hodnoty teploty udržované termostatem z předchozí hodnoty 55,2°C na hodnotu 54,8°C a počítá se s již dříve uvedeným zjednodušením, že teplota udržovaná termostatem se okamžitě přenese na zlaté elektrody rezonátoru. Rezonátor se od elektrod začne ochlazovat, což je znázorněno na obr. 26 v čase simulace t = 6,2 s.

Teplotní pole uvnitř rezonátoru v čase t = 8 s je znázorněno na obr. 27, kde je vidět jak se rezonátor postupně ochlazuje od elektrod s teplotou 54,8°C.



Zdroj: [vlastní]

Obr. 26. Teplotní model rezonátoru - čas t = 6,2 s



Zdroj: [vlastní]

Obr. 27. Teplotní model rezonátoru - čas t = 8 s

4.2 Vliv na rezonanční kmitočet

Právě pro použití piezoelektrických rezonátorů jako frekvenčních normálů je velmi důležité, aby jejich frekvence závisela na teplotě minimálně a to i v takových případech, kdy je rezonátor umístěn v termostatované komoře. V první řadě se závislost na teplotě eliminuje již při výrobě, kde díky anizotropnímu charakteru piezoelektrických materiálů a vhodně zvolených úhlů řezů lze dosáhnout téměř nulové závislosti na teplotě.

Obecně je vlastní rezonanční frekvence piezoelektrického rezonátoru funkcí rozměrů destičky, hustoty materiálu a elastických konstant piezoelektrické látky. Každá z těchto veličin je ovšem závislá na vnějších vlivech, kterými jsou teplota, budicí napětí, materiál elektrod, jejich tloušťka atd.

Na rezonanční frekvenci má největší vliv závislost na teplotě. Tato závislost je dána součtem vlivů teploty na elastické moduly, elastické koeficienty a další materiálové vlastnosti rezonátoru. Tyto jednotlivé teplotní závislosti se projeví v celkové teplotní závislosti rezonanční frekvence. Tato závislost je charakterizována nejčastěji teplotním činitelem frekvence *n*-tého řádu $Tf_h^{(n)}$ a je definován vztahem (25). Je zřejmé, že takto definovaný teplotní činitel je funkcí teploty $Tf_h^{(n)} = f(\Theta)$.

Při řezání piezoelektrické destičky klademe důraz na velmi malý nebo ideálně nulový teplotní koeficient a všechny jednotlivé jevy se podílejí na jeho výsledné velikosti. Tyto jevy mohou mít různý smysl působení, a proto se jejich účinky mohou vzájemně vyrušit. Rezonanční frekvenci nejvíce ovlivňuje teplotní závislost elastických vlastností piezoelektrického materiálu. Křemen vyhovuje té podmínce, že elastické koeficienty $s_{\lambda\mu}$ resp. elastické moduly $c_{\lambda\mu}$ mají kladnou i zápornou teplotní závislost. V tabulce 4 jsou uvedeny známé teplotní koeficienty elastických modulů 1. a 2. řádu α -modifikace křemene.

λμ	$Tc_{\lambda\mu}^{(1)} 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$Tc_{\lambda\mu}^{(2)} 10^{-9} \text{ K}^{-2}$
11	-44,3	-107
12	-2690,0	-3050
13	-550,0	-1150
14	117,0	-48
33	-160,0	-275
44	-175,4	-216
66	187,6	118
71 . [10]		

Tab. 4: Teplotní koeficienty elastických modulů α-modifikace křemene (25°C)

Zdroj: [13]

Teplotní koeficient rezonanční frekvence piezoelektrického výbrusu $Tf_h^{(n)}$ je nulový, jen při jedné hodnotě teploty. Závislost vlastní rezonanční frekvence na teplotě je obecně funkcí třetího řádu a je definována vztahem (24).

Pro teplotní koeficient elastického modulu $Tc_{\lambda\mu}$ se předpokládá homogenní rozložení v celém objemu destičky rezonátoru. Teplotní pole uvedené v kapitole 4.1 ukazují rozložení teploty v destičce rezonátoru, kde vlivem fluktuací termostatu dochází k zahřátí či ochlazení určité části výbrusu. Bylo zjištěno, že pod elektrodami dochází k největším změnám teploty výbrusu, což může způsobit, že teplotní koeficienty budou různě velké v různých místech destičky rezonátoru. Následkem tohoto rozložení teplotních koeficientů bude nepatrná, ale však znatelná změna rezonanční frekvence.

Teplotně kompenzované oscilátory TCXO dosahují teplotní stability cca 2 ppm a mají přesnost 10^{-6} a teplotně stabilizované oscilátory OCXO dosahují vyšší stability, a to až 0,1 ppm a mají přesnost $2 \cdot 10^{-8}$.

4.3 Teplotní koeficienty rezonátoru

U plankonvexních rezonátorů se při malém poloměru zakřivení a velkém průměru rezonátoru kmitání soustřeďuje spíše doprostřed výbrusu pod elektrody a obvod výbrusu se kmitání prakticky nezúčastní. Podobně tomu je i u planparalelních rezonátorů, jen s tím rozdílem, že obvod výbrusu se kmitání zúčastňuje více.

Pro nekonečnou rovinnou desku, na kterou nepůsobí žádné elastické napětí se rezonanční kmitočty f_h tloušťkových kmitů vypočítají ze vztahu

$$f_h = \frac{h}{2t} \sqrt{\left(\frac{c_m^*}{\rho}\right)}$$
(33)

kde *t* je tloušťka desky, *h* je řád kmitů, ρ je hustota výbrusu a c_m^* je účinný elastický modul daného typu kmitů. [18]

Pokud bereme v úvahu desku z piezoelektrického materiálu a kmity jsou buzeny elektrickým polem, které působí ve směru tloušťky výbrusu, potom vlastnosti piezoelektrika působí na velikost účinného elastického modulu c_m^* a způsobí na povrchu výbrusu elastické napětí. Poté lze určit rezonanční kmitočty tloušťkových kmitů piezoelektrické nekonečné desky ze vztahu

$$f_h = \frac{h}{2t} \sqrt{\left(\frac{c_m^*}{\rho}\right)} \left(1 - \frac{4\Sigma_m^2}{h^2 \pi^2 \varepsilon_s c_m^*} \cdot \frac{t}{t_0}\right),\tag{34}$$

kde ε_s je permitivita destičky, která působí ve směru elektrického pole při konstantní deformaci výbrusu, t_0 je vzdálenost elektrod a c_m^* je účinný elastický modul daného typu kmitů při konstantním elektrickém posunutí, který je určen tzv. sekulární rovnicí

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} - c^* & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} & \Sigma_1 \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} - c^* & \Gamma_{23} & \Sigma_2 \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} - c^* & \Sigma_3 \\ \Sigma_1 & \Sigma_2 & \Sigma_3 & -\varepsilon_s \end{bmatrix} = 0.$$
(35)

 Γ_{ij} jsou Christoffelovy elastické moduly při konstantním elektrickém poli a Σ_i jsou účinné piezoelektrické moduly.

Následující odstavce se budou zabývat právě rezonátory kmitající tloušťkově střižně s orientací YXt_{φ} a budou uvažovány tloušťkově střižné kmity, které pronikají ve směru tloušťky výbrusu a amplituda kmitů je ve směru délky výbrusu. Tento typ kmitů byl pro AT rezonátor nazván, jako tloušťkový kmit typu C. Pro tuto orientaci výbrusu křemene píšeme $\Gamma_{12} = \Gamma_{13} = 0$ a $\Sigma_2 = \Sigma_3 = 0$ a tzv. sekulární rovnici (35) lze upravit na tvar

$$\left[\left(\Gamma_{22} - c_m^* \right) \left(\Gamma_{33} - c_m^* \right) - \Gamma_{23}^2 \right] \left[\varepsilon_s \left(\Gamma_{11} - c_m^* \right) + \Sigma_1^2 \right] = 0.$$
(36)

Z této rovnice vyplívá následující vztah pro účinný elastický modul pro tloušťkově střižný kmit

$$c_m^* = \Gamma_{11} + \frac{\Sigma_1^2}{\varepsilon_s} \,. \tag{37}$$

Hodnoty uvedené ve vztahu (37) lze vypočítat z následujících tří vztahů:

$$\Gamma_{11} = c_{66} \cos \varphi + c_{44} \sin^2 \varphi + 2c_{14} \sin \varphi \cos \varphi ,$$

$$\Sigma_1 = -e_{11} \cos^2 \varphi - e_{14} \sin \varphi \cos \varphi ,$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{11} \cos^2 \varphi + \varepsilon_{33} \sin^2 \varphi .$$
(38)

Můžeme definovat vztah pro frekvenční konstantu K_{fh} následně

$$K_{fh} = f_h \cdot \frac{t}{h} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{c_m^*}{\rho}\right)} \left(1 - \frac{4\Sigma_m^2}{h^2 \pi^2 \varepsilon_s c_m^*} \cdot \frac{t}{t_0}\right).$$
(39)

Pro výpočet frekvenční konstanty K_{fh} bychom ve vztahu (34) zvolili $\Sigma_m = \Sigma_1$ pro výše uvedený typ kmitů.

Teplotní koeficienty rezonanční frekvence *n*-tého řádu $Tf_h^{(n)}$, jsou uvedené v kapitole 1.7 a právě z nich odvodíme vztahy

$$Tf_{h}^{(1)} = -\alpha_{t}^{(1)} + \frac{1}{2} \left(Tc_{m}^{*(1)} - \alpha_{\rho}^{(1)} \right) - \gamma_{h} \alpha_{\gamma h}^{(1)}$$
(40)

$$Tf_{h}^{(2)} = \left(\alpha_{t}^{(1)}\right)^{2} - \frac{1}{8} \left[\left(Tc_{m}^{*(1)}\right)^{2} - 3\left(\alpha_{\rho}^{(1)}\right)^{2} \right] - \alpha_{t}^{(2)} + \frac{1}{2} \left(Tc_{m}^{*(2)} - \alpha_{\rho}^{(2)}\right)$$
(41)

$$Tf_{h}^{(3)} = -(\alpha_{t}^{(1)})^{3} + \frac{1}{16} \left[\left(Tc_{m}^{*(1)} \right)^{3} - 5(\alpha_{\rho}^{(1)})^{3} \right] + 2\alpha_{t}^{(1)}\alpha_{t}^{(2)} - \frac{1}{4} \left[Tc_{m}^{*(1)}Tc_{m}^{*(2)} - 3\alpha_{\rho}^{(1)}\alpha_{\rho}^{(2)} \right] - \alpha_{t}^{(3)} + \frac{1}{2} \left[Tc_{m}^{*(3)} - \alpha_{\rho}^{(3)} \right]$$

$$(42)$$

kde $\alpha_t^{(n)}$ jsou teplotní koeficienty roztažnosti ve směru tloušťky výbrusu, $Tc_m^{*(n)}$ teplotní koeficienty elastického modul, $\alpha_{\rho}^{(n)}$ teplotní koeficienty hustoty, γ_h korekční člen, $\alpha_{\gamma h}^{(n)}$ teplotní koeficient korekčního členu.

A právě teplotní koeficienty elastického modulu *n*-tého řádu $Tc_m^{*(n)}$ lze vypočítat z následujícího vztahu

$$Tc_{m}^{*(1)} = \frac{1}{c_{m}^{*}} \left[\Gamma_{11} \alpha_{\Gamma_{11}}^{(1)} + \frac{\Sigma_{1}^{2}}{\varepsilon_{s}} \left(2\alpha_{\Sigma_{1}}^{(1)} - \alpha_{\varepsilon_{s}}^{(1)} \right) \right].$$
(43)

ve kterém se vyskytují teplotní koeficienty $\alpha_{\Gamma_{11}}^{(n)}$, $\alpha_{\Sigma_1}^{(n)}$ a $\alpha_{\varepsilon_2}^{(n)}$, jejichž velikost je závislá na teplotě výbrusu rezonátoru.

Závěr

V první části práce autor seznamuje s piezoelektrickými křemennými rezonátory orientace AT a pootočeným Y-řezem rezonátoru vyrobeného z materiálu GaPO₄. Rezonátor z materiálu GaPO₄, kmitající tloušťkově střižnými kmity, má shodnou symetrii jako křemenný rezonátor. Materiál GaPO₄ je novější materiál než křemen a má vyšší koeficient elektromechanické vazby. Dále byl sestaven model rozložení teplotního pole v tělese rezonátoru umístěném v H držáku, kde byl uvažován planparalelní piezoelektrický rezonátor kmitající tloušťkově střižnými kmity.

Významným přínosem této práce je získaná časová simulace teplotního pole planparalelního AT rezonátoru, která byla vytvořena v prostředí ANSYS Multiphysics. Toto teplotní pole ukazuje, že určité části výbrusu jsou vlivem fluktuací termostatu zahřívány nebo ochlazovány více než ostatní části výbrusu. Z tohoto faktu lze vyvodit důsledek, že v různých místech výbrusu budou různě velké teplotní koeficienty. Následkem tohoto rozložení teplotních koeficientů bude nepatrná, ale však znatelná změna rezonanční frekvence. Ta má vliv na extrémně vysoké stability kmitočtových normálů.

V práci by se nechalo pokračovat a dalšími kroky by mohla být úprava modelu, kde by se počítalo s vedením tepla ke zlatým elektrodám přes nožičky rezonátoru a ocelové pérko a s přenosem tepla skrz pouzdro a jeho atmosférou, kterou není ideální vakuum. Při dalších úpravách modelu by se mohl místo planparalelního vytvořit model plankonvexního rezonátoru.

Seznam literatury

- [1] ANSYS, Inc. *Thermal analysis guide*. 12. vyd. 2009, 88 s. Dostupné z: http://orange.engr.ucdavis.edu/Documentation12.0/120/ans_the.pdf.
- [2] Ansys: Simulation Driven Product Development [online]. 2015 [cit. 2015-03-19]. Dostupné z: http://www.ansys.com/.
- [3] Creative Materials Introduces Adhesives for Crystal Oscillator Circuits. *Membrane Switch News* [online]. 2011 [cit. 2015-04-06]. Dostupné z: http://www.membraneswitchnews.com/3882/creative-materials-introducesadhesives-for-crystal-oscillator-circuits/.
- [4] Crystal and frequency control glossary. *International Crystal Manufacturing* [online]. 2006 [cit. 2014-11-02]. Dostupné z: http://www.icmfg.com/glossary.html.
- [5] Crystal Technology. *4timing* [online]. 2014 [cit. 2014-11-14]. Dostupné z: http://www.4timing.com/techcrystal.htm.
- [6] DETAINT, J., B. CAPELLE, O. CAMBON a E. PHILIPPOT. Properties of AT cut gallium phosphate resonators. In: *Proceedings of the 2000 IEEE/EIA International Frequency Control Symposium and Exhibition (Cat. No.00CH37052)* [online]. IEEE, 2000, s. 145-157 [cit. 2015-02-01]. DOI: 10.1109/FREQ.2000.887344.
- [7] Element Characteristics. ANSYS Alternate Online Manual Set Welcome Page
 [online]. 2014 [cit. 2015-04-20]. Dostupné z: http://mostreal.sk/html/elem_55/chapter3/ES3-1.htm#T3.1-2.
- [8] Introduction to quartz frequency standards: Quartz and the quartz crystal unit. VIG, John R. Oscilent Corporation [online]. 1992 [cit. 2015-02-19]. Dostupné z: http://www.oscilent.com/esupport/TechSupport/ReviewPapers/IntroQuartz/vigqr tz.htm.

- [9] KRISPEL, F., C. REITER, J. NEUBIG, F. LENZENHUBER, P.W. KREMPL,
 W. WALLNOFER a P.M. WORSCH. Properties and applications of singly rotated GaPO/sub 4/ resonators. In: *IEEE International Frequency Control Sympposium and PDA Exhibition Jointly with the 17th European Frequency and Time Forum, 2003. Proceedings of the 2003* [online]. IEEE, 2003, s. 668-673
 [cit. 2015-02-01]. DOI: 10.1109/FREQ.2003.1275172.
- [10] LICHTER, Jerry A. Crystals and Oscillators. [online]. 2001 [cit. 2015-04-13].
 Dostupné z: http://www.nelfc.com/pdf/pdfapp/9113.pdf.
- [11] NOSEK, J. a M. PUSTKA. 2006. Determination of the electromechanical coupling factor of gallium orthophosphate (GaPO4) and its influence on resonance-frequency temperature dependencies. In: *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* [online]. s. 10-14 [cit. 2015-02-01]. DOI: 10.1109/TUFFC.2006.1588385.
- [12] PI Piezo Tutorial: Electrostrictive Actuators. *Physik Instrumente* [online]. 2014
 [cit. 2015-12-07]. Dostupné z: http://www.pi-usa.us/tutorial/4_45.html.
- [13] RAŽNJEVIĆ, Kuzman. Termodynamické tabulky. Bratislava: Alfa, 1984.
- [14] RYŠAVÝ, Lukáš. Odhad parametrů prvků v náhradním elektrickém obvodě piezoelektrického rezonátoru [online]. Brno, 2011 [cit. 2015-03-21]. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=42356. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně.
- [15] TXC Corporation [online]. 2015 [cit. 2015-03-02]. Dostupné z: http://www.txccorp.com/en/.
- [16] VOMOČIL, Vojtěch. Měření náhradního obvodu piezoelektrického rezonátoru.
 Brno, 2010. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=26457.
 Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně.
- [17] ZELENKA, Jiří. *Piezoelektrické rezonátory a jejich použití*. Praha: Academia, 1983.
- [18] ZELENKA, Jiří. Vysoce přesné piezoelektrické křemenné rezonátory. Praha: Academia, 1970.

Seznam obrázků

Obrázek 1	Závislost deformace na intenzitě elektrického pole	
Obrázek 2	Typy kmitů a) podélné, b) tloušťkově střižné, c) ohybové, d) plošně střižné, e) ladička	
Obrázek 3	Schematický diagram křemenného krystalu	
Obrázek 4	Základní a harmonické režimy	
Obrázek 5	Elementární krychle a složky elastických napětí	
Obrázek 6	Změna úhlu řezu destičky φ na teplotní závislost rezonančního kmitočtu	
Obrázek 7	Křemenný krystalový rezonátor: a) kovové pouzdro HC-49U b) pohled pod kryt	
Obrázek 8	Závislost rezonančního kmitočtu na teplotě	
Obrázek 9	Teplotní koeficient a koeficient vazby pootočeného Y řezu GaPO ₄ rezonátoru	
Obrázek 10	Okno prostředí ANSYS Multiphysic	
Obrázek 11	Příklady některých elementárních prvků: a) dvourozměrných b) třírozměrných	
Obrázek 12	Dvoubodové uchycení rezonátoru	
Obrázek 13	Amplituda vibrací kruhového rezonátoru s kruhovými elektrodami	
Obrázek 14	Dvoubodové uchycení rezonátoru	
Obrázek 15	Schéma elementu SOLID70	
Obrázek 16	Model planparalelního rezonátoru	
Obrázek 17	Model rezonátoru – síťování (Mesh)	
Obrázek 18	Model rezonátoru – čas $t = 0$ s	
Obrázek 19	Teplotní model rezonátoru - čas t = 0,01 s	
Obrázek 20	Teplota uvnitř rezonátoru podél křivky Pth01 - čas $t = 0.01$ s	

Obrázek 21	Teplotní model rezonátoru - čas t = $0,1$ s
Obrázek 22	Teplota uvnitř rezonátoru podél křivky Pth01 - čas t = 0,1 s
Obrázek 23	Teplotní model rezonátoru - čas $t = 1$ s
Obrázek 24	Teplota uvnitř rezonátoru podél křivky Pth01 - čas t = 1 s
Obrázek 25	Teplotní model rezonátoru - čas $t = 6 s$
Obrázek 26	Teplotní model rezonátoru - čas t = 6,2 s
Obrázek 27	Teplotní model rezonátoru - čas t = 8 s

Seznam tabulek

Tabulka 1	Vlastnosti materiálu křemene a GaPO ₄
Tabulka 2	Materiálové vlastnosti
Tabulka 3	Parametry rezonátoru pro model
Tabulka 4	Teplotní koeficienty elastických modulů α -modifikace křemene (25°C)

Seznam příloh

Příloha A	Obsah přiloženého CD
Příloha B	Zdrojový kód modelu rezonátoru

Příloha A – Obsah přiloženého CD

Text diplomové práce

- Zbynek_Sixta_Diplomova_prace_2015.pdf
- Zbynek_Sixta_Diplomova_prace_2015.doc
- kopie_zadani_DP_Zbynek_Sixta_2015.pdf

Zdrojový kód programu

• pro model rezonátoru (v programovacím jazyce APDL)

Video

• simulace_teplotniho_pole_rezonatoru.avi

Příloha B – Zdrojový kód modelu rezonátoru

KEYW, PR_SET, 1 KEYW, PR_STRUC, 0 KEYW, PR_THERM, 1 KEYW, PR_FLUID, 0 KEYW, PR_ELMAG, 0 KEYW, MAGNOD, 0 KEYW, MAGEDG, 0 KEYW, MAGHFE, 0 KEYW, MAGELC, 0 KEYW, PR MULTI, 0 ET,1,SOLID70 MPTEMP,,,,,,,, MPTEMP, 1, 0 MPDATA, KXX, 1,, 9 MPTEMP,,,,,,,, MPTEMP, 1, 0 MPDATA, C, 1,, 754 MPTEMP,,,,,,,, MPTEMP, 1, 0 MPDATA, DENS, 1,, 2648 FLST, 2, 2, 8 FITEM, 2, 0, 0, 0 FITEM, 2, 0, 0.25E-02, 0 CIRCLE, P51X FLST, 2, 2, 8 FITEM, 2, 0, 0, 0 FITEM, 2, 0, 0.85E-02, 0 CIRCLE, P51X LSTR,1,3 KL,7,0.94, , KL,8,0.06, , KL,5,0.94, , KL,6,0.06, , LSTR, 11, 10 LSTR, 12, 9 к,13,0,0,0, LARC,9,10,13,0.0085, LARC, 12, 11, 13, 0.0085, FLST, 2, 4, 4 střední elektrodu FITEM, 2, 1 FITEM, 2, 2 FITEM, 2, 3 FITEM, 2, 4 AL, P51X FLST, 2, 4, 4 krajní elektrody FITEM, 2, 12 FITEM, 2, 13 FITEM, 2, 10 FITEM, 2, 11 AL, P51X ASBA, 2, 1 LARC, 2, 16, 14

/elementární typ /křemen: součinitel tepelné vodivosti /křemen: měrná tepelná kapacita /křemen: hustota /poloměr elektrody /poloměr rezonátoru /křivka pro vytvoření středu a bodu na okraji rezonátoru - DELETE /čtyři body na okraji rezonátoru (K9-K12) /jen křivky spojující body /K13 ve středu os /oblouky na krajích rezonátoru /vybrat 4 křivky a vytvořit plochu, /vybrat 4 křivky a vytvořit plochu, /operace subtract area, odečte ty dvě plochy a vzniknou krajní části elektrod /vytvoří oblouk, skoro celou kružnici s

poloměrem 2,5 mm

/vytvořeni plochy, střední elektroda, FLST,2,2,4 LINE1 a LINE18 FITEM, 2, 1 FITEM, 2, 18 AL,P51X /vytvoření plochy ze 4 křivek, čísla L5, FLST, 2, 4, 4 L6, L7, L8 FITEM,2,5 FITEM, 2, 8 FITEM, 2, 6 FITEM, 2, 7 AL, P51X FLST, 3, 3, 5, ORDE, 3 /subtract celého rezonátoru mínus levá, střední a pravá elektroda FITEM, 3, 1 FITEM, 3, 3 FITEM, 3, -4ASBA, 2,P51X /křivka vlevo, okraj levé elektrody LINE1 LARC,11,12,13,0.0085, LARC, 10, 9, 13, 0.0085, /křivka vpravo, okraj pravé elektrody LINE5 /křivka vpravo na střední elektrodě LARC,14,15,13,0.0025, /křivka vlevo na střední elektrodě LARC, 16, 17, 13, 0.0025, FLST, 2, 4, 4 /vytvořeni plochy z křivek L1, L7, L20, L21 FITEM, 2, 1 FITEM, 2, 7 FITEM, 2, 20 FITEM, 2, 21 AL,P51X FLST, 2, 4, 4 /vytvoření plochy z křivek 5,6,16,17 FITEM, 2, 5 FITEM, 2, 6 FITEM, 2, 16 FITEM, 2, 17 AL,P51X FLST, 2, 4, 4 /vytvoření plochy z křivek 6,7,4,11 FITEM, 2, 6 FITEM, 2, 7 FITEM, 2, 4 FITEM, 2, 11 AL, P51X /extrude plocha 3 (do kladných hodnot) /extrude plocha 2 (do kladných hodnot) /extrude plocha 1 (do záporných hodnot) /extrude plocha 6 (do záporných hodnot) /extrude plocha 5 (do záporných hodnot) /vybráno 5 objemů (číslo 6 má význam VOFFST,3,0.001696,, VOFFST,2,0.001696,, VOFFST,1,-0.001696,, VOFFST, 6, -0.001696,, VOFFST, 5, -0.001696,, FLST, 2, 5, 6, ORDE, 2 objemu), kvůli spojení pomocí příkazu GLUE FITEM, 2, 1 FITEM, 2, -5VGLUE, P51X /_____ /manuální nastaveni velikosti křivek pro MESH FLST, 5, 4, 4, ORDE, 4 (FLST, NFIELD, NARG, TYPE, Otype, LENG) /->(NARG=počet položek, TYPE 4 = line, FITEM, 5, 4 LENG=kolik jich bylo vybráno) FITEM, 5, 11 FITEM, 5, -12 FITEM, 5, 14

CM, Y,LINE LSEL, , , , P51X CM, Y1,LINE CMSEL,,_Y LESIZE,_Y1, , ,10, , , , ,1 /rozdělit na 10 částí FLST, 5, 4, 4, ORDE, 3 /manuální nastaveni velikosti křivek pro MESH FITEM, 5, 6 FITEM, 5, -8FITEM, 5, 13 CM, Y,LINE LSEL, , , , P51X CM,_Y1,LINE CMSEL,,_Y LESIZE,_Y1, , ,5, , , , ,1 /rozdělit na 5 částí FLST, 5, 8, 4, ORDE, 6 /manuální nastaveni velikosti křivek pro MESH FITEM, 5, 16 FITEM, 5, -17 FITEM, 5, 20 FITEM, 5, -21 FITEM, 5, 59 FITEM, 5, -62 CM,_Y,LINE LSEL, , , , P51X CM, Y1,LINE CMSEL,,_Y LESIZE, Y1, , ,15, , , ,1 /rozdělit na 15 částí FLST, 5, 4, 4, ORDE, 4 /manuální nastaveni velikosti křivek pro MESH FITEM, 5, 1 FITEM, 5, 5 FITEM, 5, 23 FITEM, 5, 31 CM,_Y,LINE LSEL, , , , P51X CM, Y1,LINE CMSEL,, Y LESIZE, Y1, , ,5, , , , ,1 /rozdělit na 5 částí FLST, 5, 8, 4, ORDE, 6 /manuální nastaveni velikosti křivek pro MESH FITEM, 5, 2 FITEM, 5, -3FITEM, 5, 9 FITEM, 5, -10 FITEM, 5, 63 FITEM, 5, -66 CM, Y,LINE LSEL, , , , P51X CM, Y1,LINE CMSEL,, Y LESIZE, Y1, , ,25, , , , ,1 /rozdělit na 25 částí /Preprocessor - Numbering Ctrls - MERGE NUMMRG, ALL, , , , LOW Items /typ analýzy 4= transientní ANTYPE,4 TRNOPT, FULL /FULL transient

LUMPM,0 DELTIM, 0.1, 0, 0 OUTRES, ERASE OUTRES, ALL, ALL TIME,10 /čas analýzy FLST,2,4,5,ORDE,3 /okrajová podmínka, teplota na elektrodách A2,A3,A4,A33 je 55.2°C FITEM, 2, 2 FITEM, 2, -4FITEM, 2, 33 DA, P51X, TEMP, 55.2 /počáteční podmínka, na všech uzlech FLST,2,5442,1,ORDE,2 teplota 55°C FITEM, 2, 1 FITEM, 2, -5442 IC, P51X, TEMP, 55, SOLVE /vyřešení modelu za daných podmínek

65