



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

**CITLIVOSTNÍ ANALÝZA STABILITNÍCH PROBLÉMŮ
OCELOVÝCH KONSTRUKCÍ**

SENSITIVITY ANALYSIS OF STABILITY PROBLEMS OF STEEL STRUCTURES

DISERTAČNÍ PRÁCE

DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Ing. Jan Valeš

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. ZDENĚK KALA, Ph.D.

BRNO 2018

ABSTRAKT

Dizertační práce se zaměřuje na zpracování globální citlivostní analýzy únosnosti ocelových válcovaných nosníků namáhaných na klopení, vzpěr kolmo na měkčí i tužší osu průřezu. Za účelem výpočtu únosností byly v programu Ansys vyvinuty podrobné geometricky a materiálově nelineární modely za použití prostorových konečných prvků. Tyto modely umožnily modelovat náhodné imperfekce, jakými byly počáteční geometrické zakřivení osy, rozměrové odchylky průřezu a materiálové vlastnosti oceli. Citlivostní analýzou se kvantifikoval jejich vliv na únosnost. Náhodné realizace imperfekcí byly pro zvolenou sérii poměrných štíhlostí generovány metodou Latin Hypercube Sampling. Jelikož by bylo pro vyhodnocení citlivostní analýzy únosnosti všech konečně-prvkových modelů potřeba extrémně vysoké množství výpočetního času, cílila práce na vyvinutí meta-modelu založeného na aproximaci konečně-prvkového modelu. Aproximační polynom pak umožnil vyhodnotit citlivostní indexy s použitím vysokého počtu simulací. V závěru práce jsou vykresleny citlivostní indexy ve vztahu k poměrným štíhlostem a stanoveny vstupní náhodné veličiny, které se svou variabilitou nejvíce podílejí na proměnlivosti únosnosti.

KLÍČOVÁ SLOVA

Citlivostní analýza, vzpěr, klopení, počáteční imperfekce, vlastní pnutí, I-profil, polynomičká aproximace, konečně-prvkový model

ABSTRACT

The doctoral thesis is focused on evaluation of global sensitivity analysis of load-carrying capacity of steel hot-rolled beams. These beams are subjected to lateral-torsional buckling, weak axis buckling and strong axis buckling. Very comprehensive computational models which were both geometrically and materially nonlinear were created in Ansys software using solid finite elements to calculate the load-carrying capacity. The computational models allowed modelling of random initial imperfections such as initial curvature, deviations of cross-section dimensions and steel properties. Sensitivity analysis quantified their influence on the load-carrying capacity. Simulation runs of random imperfections were generated using the Latin Hypercube Sampling method. Since the evaluation of sensitivity analysis of load-carrying capacity of all finite element models would cost an extreme amount of computer time, the thesis aimed at developing a meta-model (also known as surrogate model) based on approximation of FEM model. The approximation polynomial then facilitated the evaluation of sensitivity indices using a high number of simulation runs. At the end, the relationships between the slenderness and the first and second-order sensitivity indices are plotted in graphs. Those random input imperfections that influence the variability of load-carrying capacity the most are pointed out.

KEYWORDS

Sensitivity analysis, lateral buckling, lateral-torsional buckling, initial imperfection, residual stress, I-section beam, polynomial approximation, FE model

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE VŠKP

Ing. Jan Valeš *Citlivostní analýza stabilitních problémů ocelových konstrukcí*. Brno, 2017. 164 s. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce prof. Ing. Zdeněk Kala, Ph.D.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne

.....

podpis autora

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych chtěl poděkovat svému školiteli prof. Ing. Zdeňku Kalovi, Ph.D. za jeho odborné vedení, trpělivost, vědeckou i morální podporu. Dále děkuji svým dvěma kolegům a kamarádům Ing. Josefu Martináskovi, Ph.D. (dále jen „Pepa“) a Ing. Jakubu Sobkovi, Ph.D. (dále jen „Kuba“). Pepovi patří dík za jeho pomoc s tvorbou výpočetních modelů v Ansysu a také za všechny odpuštěné pětistovky, které si za pomoc řekl. Kubovi děkuji za to, že se svým jedinečným humorem celá ta dlouhá léta staral o mé duševní zdraví. Děkuji také sekretariátu Ústavu stavební mechaniky ve složení Dana Halíková a Martina Trýsková za jejich obětavou pomoc při orientaci v byrokratické mašinérii Fakulty stavební. Děkuji profesoru Jeppe Jönssonovi z Technical University of Denmark, u kterého jsem byl tři měsíce na doktorské pracovní stáži. (If you are reading this Jeppe, thank you.) Děkuji své drahé kamarádce Dorce Svobodové, která mi byla velkou morální oporou během mého Erasmus pobytu v Dánsku. Závěrem děkuji své mámě Haně Valešové za její celoživotní podporu a všechny ty věci, které jsou pro mámy typické.

Dále předkládaná práce vznikala v rámci řešení projektů Grantové agentury ČR GAČR 14-17997S a GAČR 17-01589S a za finanční podpory Vysokého učení technického v Brně prostřednictvím projektů specifického vysokoškolského výzkumu: FAST-J-13-1904, FAST-S-13-1899, FAST-S-14-2356, FAST-J-14-2387 a *AdMaS* projektu No. LO1408 “AdMAs UP”.

OBSAH

1	ÚVOD	- 11 -
2	TEORIE VZPĚRU A KLOPENÍ	- 14 -
2.1	Osově zatížené pruty	- 14 -
2.2	Pruty zatížené ohybem	- 18 -
2.2.1	Rovnice rovnováhy přímého prutu	- 19 -
2.2.2	Zahnutí vlivu imperfekcí	- 22 -
2.3	Návrh podle Eurocode.....	- 25 -
2.3.1	Tlačené pruty stálého průřezu.....	- 25 -
2.3.2	Ohýbané pruty stálého průřezu	- 29 -
3	VÝPOČTOVÝ MODEL	- 34 -
3.1	Průřez	- 34 -
3.2	Síť konečných prvků	- 35 -
3.3	Okrajové podmínky.....	- 37 -
3.3.1	Úloha klopení.....	- 38 -
3.3.2	Úloha vzpěru kolmo na měkčí osu průřezu	- 39 -
3.3.3	Úloha vzpěru kolmo na tužší osu průřezu.....	- 40 -
3.4	Zatížení.....	- 40 -
3.4.1	Úloha klopení.....	- 40 -
3.4.2	Úloha vzpěru kolmo na měkčí osu průřezu	- 43 -
3.4.3	Úloha vzpěru kolmo na tužší osu průřezu.....	- 46 -
3.5	Počáteční geometrická imperfekce.....	- 47 -
3.5.1	Úloha klopení.....	- 47 -
3.5.2	Úloha vzpěru kolmo na měkčí osu průřezu	- 49 -
3.5.3	Úloha vzpěru kolmo na tužší osu průřezu.....	- 51 -
3.6	Materiálový model	- 53 -
3.7	Vlastní pnutí	- 54 -
3.8	Ověření modelu	- 58 -
3.8.1	Srovnání s normou Eurocode 3.....	- 59 -
3.8.2	Napětí při dosažení únosnosti	- 62 -

4	STATISTICKÁ A CITLIVOSTNÍ ANALÝZA	- 66 -
4.1	Numerické simulační metody	- 68 -
4.1.1	Metoda Latin Hypercube Sampling	- 68 -
4.2	Metoda dílčích součinitelů spolehlivosti	- 69 -
4.2.1	Návrhové podmínky spolehlivosti.....	- 71 -
4.3	Citlivostní analýza	- 74 -
4.3.1	Tradiční metody citlivostní analýzy	- 75 -
4.3.2	Sobolův dekompoziční teorém	- 77 -
4.3.2.1	Sobolovy citlivostní koeficienty	- 78 -
5	NÁHODNÉ VSTUPNÍ VELIČINY	- 80 -
5.1	Polynomická aproximace únosnosti	- 87 -
5.2	Citlivostní analýza únosnosti	- 89 -
6	VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ	- 91 -
6.1	Citlivostní analýza únosnosti.....	- 94 -
6.1.1	Úloha vzpěru	- 94 -
6.1.1.1	Sobolova citlivostní analýza úlohy vzpěru.....	- 103 -
6.1.2	Úloha klopení	- 110 -
6.1.2.1	Sobolova citlivostní analýza úlohy klopení.....	- 116 -
6.1.2.2	Srovnání Sobolovy citlivostní analýzy všech úloh.....	- 126 -
6.2	Vliv vlastního pnutí	- 127 -
7	ZÁVĚR	- 132 -
	SEZNAM LITERATURY	- 134 -
	SEZNAM PUBLIKOVANÝCH PRACÍ AUTORA	- 144 -
	SEZNAM POUŽITÝH SYMBOLŮ.....	- 148 -
	SEZNAM OBRÁZKŮ.....	- 155 -
	SEZNAM TABULEK.....	- 162 -
	CURRICULUM VITAE.....	- 163 -

1 ÚVOD

Ve stavební praxi se často používají prutové konstrukce sestavené z ocelových válcovaných nosníků. Protože ocel má vysokou pevnost, často jde o štíhlé tenkostěnné prvky. Tato charakteristická vlastnost plyne ze snahy profilovat průřez prutu tak, aby měl velký moment setrvačnosti při stejné ploše. Výhoda toho je zřejmá, např. při ohybu prutu, kroucení prutu uzavřeného průřezu apod. [12]. Štíhlost a tenkostěnnost má však své meze a své nevýhody, se kterými je třeba počítat, má-li být konstrukce bezpečná. Výzkum v oblasti tenkostěnných konstrukcí se vyvíjel cestou z klasické Vlasovovy teorie [99] přes její aplikace a rozšíření [36] až po nelineární modely konečných prvků [79,88].

Z hlediska bezpečnosti a spolehlivosti štíhlých ocelových konstrukcí je nejdůležitější veličinou únosnost, kterou lze studovat metodami statistické [66, 79], pravděpodobnostní [44,56] a citlivostní analýzy [52,102]. Účelem statistické analýzy je získat odhady statistických parametrů charakterizujících náhodné jevy sledované na konstrukci. Účelem pravděpodobnostní analýzy je výpočet teoretické pravděpodobnosti poruchy a získání odhadu spolehlivosti konstrukce. Účelem citlivostní analýzy je kvantifikovat, jak proměnlivost výstupních náhodných veličin ovlivňuje proměnlivost vstupních náhodných veličin. Znamená to, že citlivostní analýzou lze stanovit, jak je výsledná únosnost ovlivněna počátečními imperfekcemi. To je důležité mimo jiné proto, že vysoká citlivost únosnosti na stochastickou variabilitu počátečních imperfekcí zvyšuje pravděpodobnost poruchy konstrukce.

Rozmanitost problémů, které jsou řešeny prostřednictvím matematického modelování, vedla v posledních letech k rozvoji několika velmi úspěšných metod analýzy citlivosti [9,23,90 100]. Pokročilé metody stochastické globální citlivostní analýzy bývají obvykle vysoce numericky náročné zejména v těch případech, kdy je třeba pro vyhodnocení citlivostních indexů použít numerické simulační metody typu Monte Carlo. Čím je výpočtový model složitější, tím více počítačového času je zapotřebí pro výpočet jedné realizace (jednoho běhu) výstupní náhodné veličiny. A čím je citlivostní analýza komplexnější, tím více realizací (numerických simulací) je zapotřebí k získání statisticky korektního výstupu.

V inženýrských oborech se snažíme udržet kontakt se soudobými trendy moderního výzkumu zaměřeného na globální citlivostní analýzu modelových výstupů [73]. Globální citlivostní analýza je potřebná všude tam, kde nejsou dostupné předchozí informace o povaze modelu, nebo se připouští, že je model neaditivní [72]. Na rozdíl od toho klade lokální

citlivostní analýza důraz na lokální vliv vstupních faktorů na modelový výstup [100]. Lokální citlivostní analýza patří do kategorie tzv. *one-factor-at-a-time* metod, tj. metod, kdy se zaráz testuje pouze jeden faktor místo více faktorů současně. Jasně výhody lokální citlivostní analýzy jsou uvedeny v [90]. Ve srovnání s globální citlivostní analýzou je lokální analýza přímočará, což ji dělá jednoduše aplikovatelnou a interpretovatelnou. Je-li model lineární, derivace prvního řádu poskytují všechny potřebné informace pro analýzu [4]. Je-li model nelineární, ale aditivní, tj. mezi faktory nejsou vzájemné interakce, budou derivace vyššího řádu pro pochopení modelu dostatečné [4].

Lokální citlivostní analýza však nedokáže popsat interakce vyšších řádů mezi vstupními faktory. Za tímto účelem mohou být výstupy nelineárních nemonotónních výpočtových modelů, jako jsou modely pro výpočet celkové únosnosti, studovány pomocí globální citlivostní analýzy. Jednou z nejdokonalejších metod stochastické globální citlivostní analýzy je Sobolova citlivostní analýza [82,84], která je založena na totální dekompozici rozptylu výstupní proměnné do tvaru s rostoucí dimenzí vstupních náhodných proměnných. V této dizertační práci je Sobolova citlivostní analýza použita pro mapování vlivu vstupních náhodných imperfekcí na celkovou únosnost ocelových válcovaných nosníků dvojité symetrického profilu I200 namáhaného na vzpěr a klopení.

Experimentální výzkum poskytuje důležité informace o náhodných proměnlivostech počátečních imperfekcích ocelových nosníků, jako jsou meze kluzu [59,60,71], geometrické odchylky rozměrů průřezu [48,59], vlastní pnutí [64,78], počáteční prutové zakřivení [103] a další. Ve stochastických modelech mohou být náhodné realizace vstupních počátečních imperfekcí simulovány metodou Monte Carlo, nebo nějakou stratifikovanou simulační metodou, např. Latin Hypercube Sampling [34,57] a poté jsou počítány realizace výstupních únosností jako běhů nelineárního konečně-prvkového modelu [47,94]. Nevýhodou nelineárních konečně-prvkových modelů je vysoká výpočetní náročnost každého běhu, což je významné omezení zejména v pravděpodobnostních a globálních citlivostních analýzách. Proto je zde Sobolova citlivostní analýza vyhodnocena přístupem, který závislost mezi počátečními imperfekcemi a únosností aproximuje polynomem nahrazujícím výpočetně nákladné vyhodnocení celého modelu založeného na konečně-prvkové analýze a současně zachovává všechny jeho nelineární a interakční jevy. Tento přístup umožňuje použít vysoké počty vzorků metody LHS a opakovat citlivostní analýzu krok za krokem v parametrických studiích pro řadu štíhlostí (délek) nosníků.

S výše naznačenou motivací lze **cíle práce dizertační práce** definovat takto:

- Vytvořit komplexní modely pro úlohy klopení a vzpěru pomocí prostorových konečných prvků v programu Ansys.
- Vypočítat hodnoty únosností série náhodných realizací prutů pro definovaný interval poměrných štíhlostí.
- Vyhodnotit Sobolovu citlivostní analýzu únosnosti pomocí polynomické aproximace.
- U řešených úloh určit, které vstupní náhodné veličiny se svou variabilitou nejvíce podílejí na proměnlivosti únosnosti.
- Vymezit, které vstupní materiálové a geometrické charakteristiky je třeba při výrobě sledovat se zvýšenou pozorností.

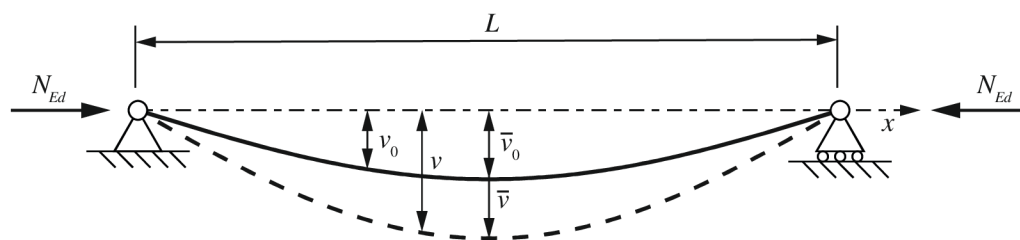
2 TEORIE VZPĚRU A KLOPENÍ

Tato práce se zaměřuje na analýzu dvou typů stabilitních úloh – vzpěru a klopení. V následující kapitole je vysvětlen jejich základní koncept a jsou odvozeny rovnice pro elastické kritické zatížení osovou silou a ohybovým momentem s uvažováním teorie 2. řádu. Dále jsou zde popsány návrhové rovnice podle normy Eurocode 3 a vysvětleny nejdůležitější aspekty s nimi související teorie.

2.1 Osově zatížené pruty

V této podkapitole je popsáno matematické odvození elastického kritického zatížení prutu náchylného k příčným deformacím. Únosnost osově zatíženého tlakového prutu závisí na několika faktorech, mezi které patří odolnost proti příčným deformacím. Jedná se o tzv. vzpěr. Jde o stabilitní problém, který lze popsat jako náhlou ztrátu stability ideálně přímého prutu vlivem příčných deformací, ke které dojde vlivem tlakového zatížení. Tento jev je velice důležitý při navrhování sloupů, neboť kritické zatížení bývá v mnoha případech mnohem nižší než únosnost v prostém tlaku.

Uvažujme prostě uložený prismatický prut zatížený tlakovou silou N_{Ed} podle Obr. 2.1. U prutu je zavedena malá počáteční geometrická imperfekce (počáteční příčná deformace) v_0 . Aplikací síly N_{Ed} dojde k nárůstu příčné deformace, kde výsledný průhyb označme v a maximální průhyb uprostřed rozpětí \bar{v} .



Obr. 2.1: Schéma osově zatíženého prutu s počáteční imperfekcí v_0 a deformací v od působení síly N_{Ed}

Prosté uložení prutu umožňuje, aby se jeho konce volně pootáčely a zároveň zamezují příčnému posunu. Pokud předpokládáme, že počáteční osově zakřivení má tvar jedné půlvlny funkce sinus, tak následná příčná deformace je vůči němu afinní [7], kde \bar{v}_0 a \bar{v} jsou amplitudy uprostřed rozpětí. Ve vztahu k ose x prutu platí

$$v_0(x) = \bar{v}_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad (2.1)$$

$$v(x) = \bar{v} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right). \quad (2.2)$$

Pro ohybovou čáru platí diferenciální rovnice

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{M}{EI}, \quad (2.3)$$

kde E je modul pružnosti v tahu a tlaku, I je moment setrvačnosti průřezu k příslušné ose a M je ohybový moment, který je podle teorie 2. řádu a Obr. 2.1

$$M = N_{Ed} v. \quad (2.4)$$

Potom lze rovnici (2.3) přepsat

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{N_{Ed}}{EI} v. \quad (2.5)$$

Zavedeme-li substituci

$$\alpha^2 = \frac{N_{Ed}}{EI}, \quad (2.6)$$

dostáváme homogenní diferenciální rovnici 2. řádu s konstantními koeficienty

$$v'' + \alpha^2 v = 0. \quad (2.7)$$

Výsledné řešení rovnice (2.7) můžeme zapsat ve tvaru

$$v = C_1 \sin(\alpha x) + C_2 \cos(\alpha x), \quad (2.8)$$

kde C_1 a C_2 jsou integrační konstanty. Při zápisu okrajových podmínek zanedbáme zmenšení délek koncových bodů prutu ΔL a budeme psát

$$v(0) = 0, \quad v(L) = 0. \quad (2.9)$$

Odtud podle (2.7) plynou dvě lineární homogenní rovnice

$$\begin{aligned} C_1 \cdot 0 + C_2 \cdot 1 &= 0 \\ C_1 \sin(\alpha L) + C_2 \cos(\alpha L) &= 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Rovnice (2.7) je odvozena pro situaci, kdy se prut ohnul a osový tlak N_{Ed} je dostatečně velký, aby prut udržel v ohnutém tvaru s velmi malými průhyby, tj. právě překračuje kritickou hodnotu N_{cr} . Hledáme proto netriviální řešení, pro jehož existenci je podmínkou, aby determinant soustavy rovnic byl roven nule

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ \sin(\alpha L) & \cos(\alpha L) \end{vmatrix} = -\sin(\alpha L) = 0. \quad (2.11)$$

Tento vztah současně stanovuje dolní mez pro existenci vlastních tvarů vybočení (trvalých nenulových rovnovážných průhybů) při osovém tlaku $N_{Ed} > N_{cr}$ a nazývá se *podmínka stability* [77]. Ze vztahu (2.11) plynou takové hodnoty parametru α , pro které jsou okrajové podmínky (2.9) splněny, aniž by obě integrační konstanty byly současně nulové. První z rovnic (2.10) dává $C_2 = 0$, a z druhé plyne

$$C_1 \sin(\alpha x) = 0. \quad (2.12)$$

Z toho je zřejmé, že na vybočeném prutu musí být $C_1 \neq 0$. Tato integrační konstanta však zůstává neurčena. Dosazením do (2.8) $C_2 = 0$ a za α některou z hodnot plynoucích z (2.11) je zřejmé, že této rovnici vyhovuje nekonečně mnoho argumentů sinu

$$\alpha L = n \pi, \quad (2.13)$$

kde n je libovolné přirozené číslo větší než nula. Podle (2.6) je pak

$$\alpha = \sqrt{\frac{N_{Ed}}{EI}} = \frac{n \pi}{L}. \quad (2.14)$$

Ohybová čára vybočeného prutu je dána podle upravené rovnice (2.8) výrazem

$$v = C_1 \sin \frac{n \pi}{L} x. \quad (2.15)$$

Ze vztahu (2.14) plynou odpovídající hodnoty osového tlaku

$$N_{Ed} = EI n^2 \frac{\pi^2}{L^2}. \quad (2.16)$$

Praktický význam má řešení pouze pro $n = 1$

$$N_{cr} = EI \frac{\pi^2}{L^2}. \quad (2.17)$$

Síla N_{cr} je Eulerovým kritickým břemenem (elastickým kritickým zatížením). Dosazením (2.1) a (2.2) do (2.5) obdržíme výraz pro maximální deformaci uprostřed rozpětí pro $N_{Ed} < N_{cr}$

$$\bar{v} = \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \bar{v}_0. \quad (2.18)$$

Z něho je patrné, že maximální deformace závisí na osovém tlakovém zatížení skrze součinitel K

$$K = \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} = \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N_{Ed}}. \quad (2.19)$$

Faktor K hraje klíčovou roli v teorii 2. řádu při posuzování tlačných prutů s počátečními imperfekcemi. Lze poznamenat, že faktor K lze použít také pro zvětšování momentů vypočtených podle teorie 1. řádu u rámových konstrukcí od posuvu styčniců v případě, že $N_{Ed} / N_{cr} < 0,25$. Na rozdíl od prvního řádu postihuje faktor K geometricky nelineární vliv, což znamená, že se jeho efekt bude zvyšovat s rostoucím zatížením. Zvyšováním osově síly bude narůstat i přidaný vliv ohybového momentu. Maximální napětí uprostřed rozpětí bude v pružném stavu

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{N_{Ed} |\bar{v}|}{W_{el}}, \quad (2.20)$$

kde A je plocha průřezu a W_{el} je elastický průřezový modul k příslušné ose. Kombinací (2.20) a (2.18) můžeme psát počáteční podmínku plasticity

$$\frac{N_{Ed}}{A} + \frac{N_{Ed} |\bar{v}_0|}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}\right) W_{el}} \leq f_y, \quad (2.21)$$

podle které dojde k poruše, jakmile bude na nejvíce namáhaných vláknech prvku dosaženo meze kluzu. Zahrnutím účinků 2. řádu skrze faktor K bude celková únosnost prutu s počáteční imperfekcí [7]

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + K \frac{N_{Ed} |\bar{v}_0|}{M_{Rd}} \leq 1,0, \quad (2.22)$$

kde M_{Rd} je elastická únosnost při ohybu. Bude-li rovnice (2.22) větší než jedna, dojde k poruše při uvažování elastických materiálových vlastností. V opačném případě prut vyhoví.

Zavedeme-li výraz pro tlakové napětí: $\sigma = N/A$ a pro kritické napětí

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A}, \quad (2.23)$$

můžeme počáteční podmínku plasticity zapsat [55]

$$(f_y - \sigma)(\sigma_{cr} - \sigma) = \sigma_{cr} \sigma \eta. \quad (2.24)$$

Tento výraz se nazývá *Ayrton-Perryho vzorec*, kde f_y je mez kluzu oceli a η je počáteční geometrická imperfekce daná vztahem

$$\eta = \frac{A|\bar{v}_0|}{W_{el}}. \quad (2.25)$$

2.2 Pruty zatížené ohybem

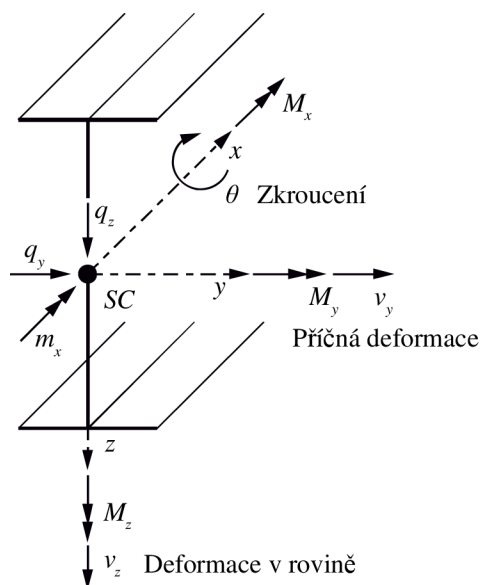
Tato podkapitola je zaměřena na vysvětlení konceptu klopení a kroků potřebných pro odvození hodnoty elastického kritického momentu M_{cr} . Při odvozování analytických vztahů bude uvažován vliv 2. řádu, aby se zahrnulo chování prutu během jeho zatěžování. Celkový princip teorie 2. řádu je založen na tom, že se do analýzy zahrne vliv deformací, ke kterým dojde vlivem zatížení.

Klopení je jev ztráty stability při ohybu, při které dojde k vybočení prutu z roviny jeho prvotního ohybu. Tlaková síla vyvolaná ohybovým momentem v jedné z pásnic způsobí, že pásnice vybočí z roviny, ale tahová síla ve druhé pásnici potlačí vybočení a způsobí zkroucení prutu.

V následujících odstavcích bude popsáno odvození soustavy rovnic pro popis elastického chování prutu o jednom poli s vidlicovitým podepřením na koncích. Nejprve budou odvozeny rovnice pro dokonale přímý prut a poté rovnice se zahrnutím geometrických imperfekcí. Pro odvození bude použito Euler-Bernoulliho prutové teorie, která předpokládá malé deformace a zachování rovinnosti průřezů. Budou tak zanedbány smykové deformace, což je však k vysokému modulu pružnosti oceli ve smyku přípustné. Dále se omezíme pouze na případ prutu s dvojitě symetrickým průřezem, který je zatížený prostým ohybem, a má tedy konstantní průběh ohybových momentů. V takovém případě bude možné chování prutu popsat pomocí

dvou rovnic: pro příčnou deformaci v_y a zkroucení θ . Třetí rovnice rovinné deformace v_z není pro úlohy klopení důležitá a lze ji proto zanedbat [38].

Během odvozování analytických vztahů bude použit souřadný systém na Obr. 2.2. Ohyb kolmo k tužší ose vyvolává rovinný posun v_z ve směru osy z . Ohyb kolmo k měkčí ose vyvolává příčnou deformaci v_y ve směru osy y . Kroučící moment M_x vyvolává torzní přetvoření (zkroucení) θ . Současně se předpokládá, že vnější složky sil působí ve středu smyku S_C .

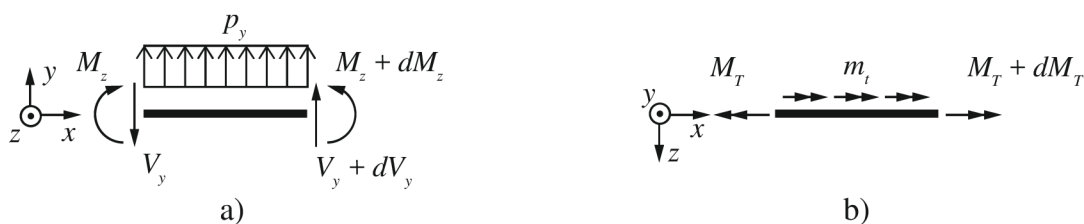


Obr. 2.2: Veličiny zvoleného souřadného systému

2.2.1 Rovnice rovnováhy přímého prutu

Při studiu klopení je běžné rozdělit deformace do tří částí: i) deformace v rovině, ii) příčné deformace, a iii) zkroucení. Jak však bylo řečeno v kapitole 2.2, je vlivem zatížení a použitého průřezu možné deformace i) zanedbat.

Uvažujme přímý prut zatížený spojitým zatížením p_y a spojitým kroučícím momentem m_t , na kterém vyneseme element délky dx dvěma myšlenými rovnoběžnými řezy, viz Obr. 2.3. Veškeré zatížení působící na element tvoří rovnovážnou soustavu sil a pro element platí dvě diferenciální podmínky rovnováhy [55].



Obr. 2.3: Element nosníku: a) spojitě zatížení v příčném směru, b) spojitý kroučící moment

První diferenciální rovnici rovnováhy můžeme podle Obr. 2.3 a) napsat

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dV_y}{dx} = -p_y \\ \frac{dM_z}{dx} = -V_y \end{array} \right\} \frac{d^2 M_z}{dx^2} = p_y, \quad (2.26)$$

$$M_z = EI_z \frac{d^2 v_y}{dx^2}, \quad (2.27)$$

kde V je posouvající síla, M ohybový moment, EI ohybová tuhost a p liniové spojité zatížení působící ve středu smyku. Kombinací rovnic (2.26) a (2.27) získáme první diferenciální rovnici pro popis klopení podle teorie 1. řádu

$$EI_z \frac{d^4 v_y}{dx^4} = p_y. \quad (2.28)$$

Druhou diferenciální rovnici můžeme odvodit vyšetřováním elementu prutu zatíženého spojitým kroutícím momentem podle Obr. 2.3 b) následovně

$$\frac{dM_T}{dx} = -m_t. \quad (2.29)$$

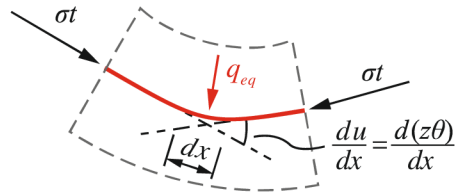
$$M_t = M_{St.V} + B = GI_t \theta' - EI_\omega \theta''', \quad (2.30)$$

kde m_t je spojitý kroutící moment, $M_{St.V}$ je prosté kroucení, B je bimoment, I_t moment tuhosti v kroucení, I_ω výsečový moment setrvačnosti a θ relativní úhel zkroucení prutu. Kombinací rovnic (2.29) a (2.30) získáme druhou diferenciální rovnici pro popis klopení podle teorie 1. řádu

$$EI_\omega \frac{d^4 \theta}{dx^4} - GI_t \frac{d^2 \theta}{dx^2} = m_t. \quad (2.31)$$

Aby se zahrnul vliv 2. řádu, je použit princip přidavného ekvivalentního zatížení. Jeho efekt získáme z globálních deformací, které přispívají ke vzniku vybočeného tvaru prutu, kdy vnitřní napětí vytvářejí smykové síly a soustava tak zůstává v rovnováze. Tyto smykové síly jsou považovány za ekvivalentní zatížení $p_{y,eq}$. V případě, kdy uvažujeme pouze příčné deformace, budou torzní deformace θ průřezu vytvářet ekvivalentní zatížení $p_{y,eq}$ deformací horní a dolní

pásnice. Jak je vidět na Obr. 2.4, vede napětí σ podél vlákna tloušťky t ve zdeformovaném stavu ke vzniku ekvivalentního zatížení (v tomto případě ve směru y).



Obr. 2.4: Ekvivalentní zatížení na vlákně prutu vyvolané jeho deformací a osovým tlakem σ

Pokud budeme uvažovat pro malé rotace $u = z\theta$, můžeme ekvivalentní zatížení vyjádřit

$$\frac{d(z\theta)}{dx}(\sigma t + d\sigma t) - \frac{d(z\theta)}{dx}\sigma t + q_{eq} dx = 0, \quad (2.32)$$

$$q_{eq} = -\frac{d(z\theta)}{dx} d\sigma t \frac{1}{dx} = -\frac{d^2\sigma t(z\theta)}{dx^2}. \quad (2.33)$$

Vnější zatížení M_y vyvodí normálové napětí po výšce průřezu. Na horní pásnici, která je více deformována než ta spodní vlivem kombinace příčné deformace a zkroucení, bude záporné napětí (tlak). Budeme-li uvažovat, že je normálové napětí konstantní po délce prutu, získáme integrací q_{eq} po průřezu výraz pro ekvivalentní napětí

$$p_{y,eq} = \int_{CS} q_{eq} ds = \int_{CS} -\sigma t z \theta'' ds. \quad (2.34)$$

Dosažením rozložení napětí M_y/I_y po výšce průřezu z a definice momentu setrvačnosti $I_y = \int z^2 dA$ dostaneme ekvivalentní zatížení výrazem

$$p_{y,eq} = \int_{CS} -\frac{M_y}{I_y} t z^2 \theta'' ds = -M_y \theta''. \quad (2.35)$$

S využitím vztahu (2.3) můžeme konečnou rovnici rovnováhy sil působících ve směru y psát [38]

$$EI_z y'''' + M_y \theta'' = p_y. \quad (2.36)$$

Analogicky lze určit ekvivalentní zatížení vlivem torzní deformace. Normálové napětí od momentu M_y vyvodí příčné zatížení $q_{y,eq}$ ve vláknech nosníku při jeho deformaci. Jelikož jsou tato napětí záporná na horní pásnici a kladná na spodní pásnici, budou veškerá $q_{y,eq}$ podél výšky

nosníku přispívat jako torzní zatížení. Moment M_z se neuvažuje, protože se prut nedeformuje ve směru z . Ekvivalentní kroučící moment lze pak nalézt integrací ekvivalentního zatížení po průřezu

$$m_{t,eq} = \int_{CS} -\frac{M_y}{I_y} z^2 t v'' ds = -M_y v'' . \quad (2.37)$$

Konečnou rovnici rovnováhy pro vliv kroucení lze psát [38]

$$EI_\omega \theta'''' - GI_t \theta'' + M_y v'' = m_t . \quad (2.38)$$

Jelikož se zanedbává deformace v rovině, měly by být rovnice (2.36) a (2.38) dostatečné pro popis chování ohýbaného prutu dvojitě symetrického I-průřezu bez osové síly. V maticové formě mají tyto rovnice tvar

$$\begin{bmatrix} EI_z v'''' & M_y \theta'' \\ M_y v'' & EI_\omega \theta'''' - GI_t \theta'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_y \\ m_t \end{bmatrix} . \quad (2.39)$$

2.2.2 Zahrnutí vlivu imperfekcí

Aby bylo možné vyřešit diferenciální rovnice, předpokládá se, že jak počáteční imperfekce, tak deformace prutu budou ve tvaru půlvlny funkce sinus. Stejně jako v kapitole 2.1 se jedná o platný předpoklad, neboť vidlicovité podepření zabraňuje příčné deformaci obou konců, ale zároveň umožňuje jejich volné pootočení. S tímto předpokladem lze deformace a jejich derivace psát

$$v = \bar{v} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad v'' = -\bar{v} \frac{\pi^2}{L^2} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad v'''' = \bar{v} \frac{\pi^4}{L^4} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad (2.40)$$

$$\theta = \bar{\theta} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad \theta'' = -\bar{\theta} \frac{\pi^2}{L^2} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad \theta'''' = \bar{\theta} \frac{\pi^4}{L^4} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right). \quad (2.41)$$

Torzní zatížení m_t se pro zjednodušení zanedbává. Dosazením zderivovaných výrazů do maticové formy (2.39) obdržíme po úpravě

$$\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \begin{bmatrix} EI_z \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 & -M_y \\ -M_y & EI_\omega \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 - GI_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{v} \\ \bar{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_y \\ 0 \end{bmatrix} . \quad (2.42)$$

Dále se pro jednoduchost uvažuje, že je konstantní ohybový moment 1. řádu roven liniovému spojitému zatížení sinového tvaru

$$\frac{p_y L^2}{\pi^2} \approx -M_z. \quad (2.43)$$

Začleněním tohoto výrazu do rovnice (2.42) dostáváme

$$\begin{bmatrix} EI_z \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 & -M_y \\ -M_y & EI_\omega \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 - GI_t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{v} \\ \bar{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_z \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.44)$$

Matematicky lze stabilitní jev, jakým je právě klopení, definovat jako stav, kdy se matice tuhosti stane singulární, tj. její determinant je nulový [27]. V takovém případě i malá síla na pravé straně rovnice může vyvodit velkou deformaci na levé straně rovnice. Elastické kritické zatížení je pak možné vypočítat, položíme-li determinant matice tuhosti \mathbf{K} roven nule

$$\det(\mathbf{K}) = \det \begin{bmatrix} EI_z \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 & -M_y \\ -M_y & EI_\omega \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 - GI_t \end{bmatrix} = 0 \quad (2.45)$$

nebo

$$\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 EI_z \left[\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 EI_\omega + GI_t \right] - M_y^2 = 0. \quad (2.46)$$

Z rovnice (2.46) můžeme po úpravě elastický kritický moment při klopení vyjádřit [7,74]

$$M_{cr} = \pi \sqrt{\frac{EI_z GI_t}{L}} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L^2 GI_t}}. \quad (2.47)$$

Jak je řečeno výše, jsou počáteční imperfekce uvažovány jako sinové funkce, viz Obr. 2.5 a), a analogicky ke vztahům (2.40) a (2.41) platí

$$v_0 = a_{v0} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad (2.48)$$

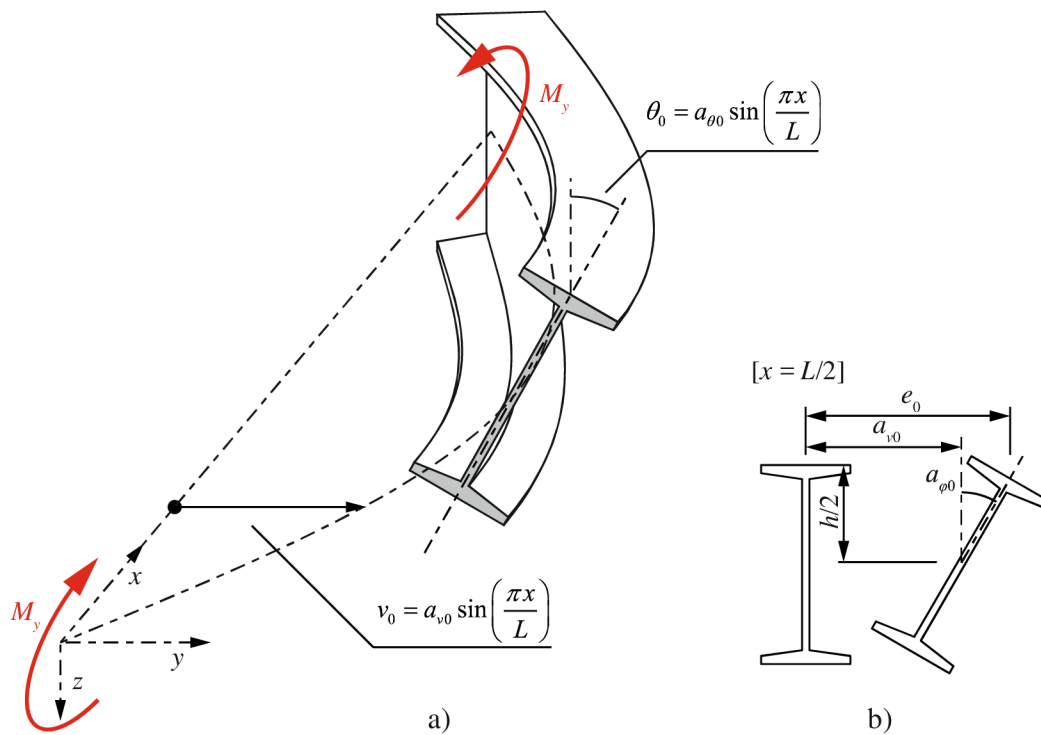
$$\theta_0 = a_{\theta 0} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad (2.49)$$

kde a_{v0} a $a_{\theta 0}$ je označení pro amplitudy uprostřed rozpětí [42], viz Obr. 2.5 b). Toleranční norma [17] uvádí imperfekci e_0 vztáženou ke středu horní hrany pásnice. Ve vztahu k e_0 lze pro amplitudy a_{v0} a $a_{\theta 0}$ psát

$$e_0 = a_{v0} + \frac{h}{2} a_{\theta 0}, \quad (2.50)$$

$$a_{v0} = \frac{e_0}{1 + \frac{h \pi^2 EI_z}{2 M_{cr} L^2}}, \quad (2.51)$$

$$a_{\theta 0} = a_{v0} \frac{\pi^2 EI_z}{M_{cr} L^2}. \quad (2.52)$$



Obr. 2.5: Počáteční imperfekce ohýbaného nosníku: a) funkce imperfekcí, b) amplitudy uprostřed rozpětí

Maximální napětí uprostřed rozpětí bude v pružném stavu

$$\sigma_{\max} = \frac{M_y}{W_{el,y}} + |a_{v0}| \frac{N_{cr,z}}{W_{el,z}} \left(1 + \frac{N_{cr,z}}{M_{cr}} \frac{h}{2}\right) \frac{M_y}{M_{cr} - M_y}, \quad (2.53)$$

kde $N_{cr,z}$ je podle (2.17) pružná kritická síla pro vzpěr kolmo k ose z.

2.3 Návrh podle Eurocode

V této části budou představeny principy návrhových metod tlačných a ohýbaných prutů stálého průřezu podle normy Eurocode 3: část 1-1 [20]. Bude popsána teorie křivek vzpěrné pevnosti a křivek klopení a to, jakým způsobem jsou v nich zahrnuty imperfekce z výrobních procesů

2.3.1 Tlačené pruty stálého průřezu

Eurocode pro redukci únosnosti používá součinitel vzpěrnosti χ . Pro jeho výpočet používá několika křivek vzpěrné pevnosti, aby postihl účinek množství imperfekcí přítomných z výroby. Jedná se např. o počáteční geometrickou imperfekci (odchylku od přímosti) či vlastní pnutí. Tento účinek se různí společně s počtem parametrů, které se vztahují ke geometrii průřezu (rozměry průřezu, poměr výšky a šířky h/b). Nejdůležitější vliv na stabilitní úlohy vzpěru má však délka prutu. Za účelem vytvoření návrhové křivky, která je založena na teoreticky odvozené osově únosnosti prutu s počátečními imperfekcemi, je vhodné zavést pojem štíhlost vztahem

$$\lambda = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{cr}}} . \quad (2.54)$$

Kombinací (2.17), (2.23) a vztahu pro výpočet poloměru setrvačnosti

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (2.55)$$

dostaneme

$$\lambda = \frac{L}{i} . \quad (2.56)$$

Štíhlost odpovídající dosažení kritického napětí rovného právě mezi kluzu určité oceli se označuje λ_1 a je rovna

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \varepsilon , \quad (2.57)$$

kde

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}. \quad (2.58)$$

Tato štiřlost se používá k tomu, aby se všechny druhy ocelí převedly na jednu srovnávací základnu. Zavedeme-li poměrnou štiřlost

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}, \quad (2.59)$$

bude kombinací (2.54) a (2.57) platit

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}}. \quad (2.60)$$

Vztah mezi délkou prutu L a poměrnou štiřlostí $\bar{\lambda}$ je dán

$$L = 93,9\varepsilon\bar{\lambda}\sqrt{\frac{I}{A}}. \quad (2.61)$$

Z rovnice (2.22) je celková únosnost prutu s počáteční imperfekcí

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \frac{N_{Ed}}{M_{Rd}} |\bar{v}_0| \leq 1,0. \quad (2.62)$$

V okamřiku poruchy bude síla N_{Ed} rovna $N_{b,Rd} = \chi N_{Rd}$. Hodnota $N_{b,Rd}$ se nazývá návrhová vzpěrná únosnost tlačeného prutu a norma ji uvádí vztahem

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}. \quad (2.63)$$

χ je součinitel vzpěrnosti a γ_{M1} je dílčí součinitel únosnosti průřezu při posuzování stability prutu uvažovaný hodnotou $\gamma_{M1} = 1,00$. Rovnici (2.62) lze přepsat

$$\chi + \frac{1}{1 - \chi \frac{N_{Rd}}{N_{cr}}} \frac{\chi N_{Rd}}{M_{Rd}} |\bar{v}_0| \leq 1,0. \quad (2.64)$$

Dosažením poměrné štiřlosti (2.61) do (2.64) a upravením do Ayrton-Perryho formátu [7] obdrříme

$$(1 - \chi)(1 - \chi \bar{\lambda}^2) - \eta \chi \leq 0, \quad (2.65)$$

kde η je počáteční geometrická imperfekce podle (2.25). Tento výraz však uvažuje pouze počáteční geometrickou imperfekci, kterou je odchylka od přímosti. Z toho důvodu je nutné zavést obecnější výraz, který bude zahrnovat i další imperfekce jako vlastní pnutí či excentrické zatížení [7]. Eurocode proto používá zobecněnou imperfekci

$$\eta = \alpha(\bar{\lambda} - 0,2), \quad (2.66)$$

kde α je součinitel imperfekce a hodnota 0,2 představuje délku plata v $\bar{\lambda} - \chi$ diagramu a zavádí se, aby se zahrnulo materiálové zpevnění krátkých prutů.

Vyřešením rovnice (2.65) obdržíme součinitel vzpěrnosti

$$\chi = \frac{1 + \eta + \bar{\lambda}^2 - \sqrt{(1 + \eta + \bar{\lambda}^2)^2 - 4\bar{\lambda}^2}}{2\bar{\lambda}^2}, \quad (2.67)$$

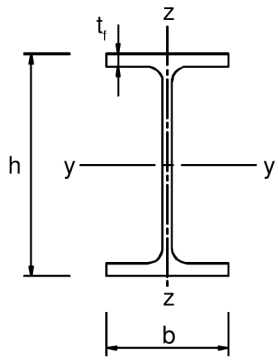
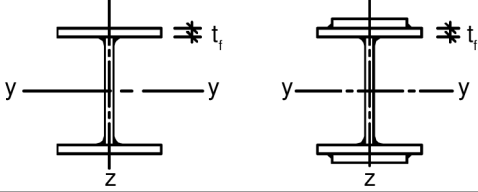
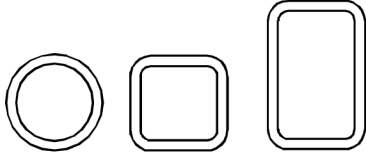
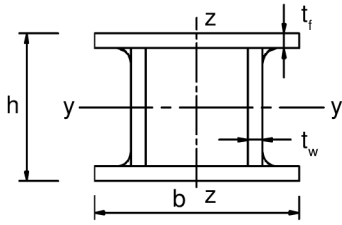
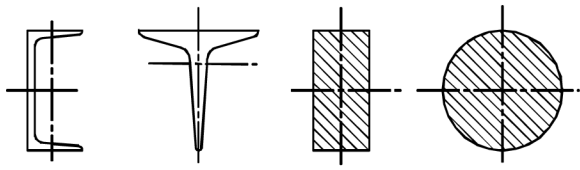
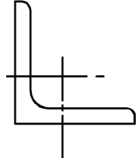
jehož konečnou podobu lze podle Eurocodu [20] psát

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}, \quad (2.68)$$

kde

$$\phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]. \quad (2.69)$$

Při použití tohoto návrhového vztahu se musí nejprve určit křivka vzpěrné pevnosti podle Obr. 2.6. Eurocode používá pět křivek vzpěrné pevnosti v závislosti na typu průřezu, tloušťce materiálu, ose vybočení, typu oceli a poměru výšky a šířky průřezu h/b . Typem křivky je určen součinitel imperfekce α . Jeho hodnoty byly získány z velkého množství experimenty verifikovaných numerických analýz prutů s maximální počáteční geometrickou imperfekcí o velikosti $L/1000$ a rozlišnou třídou oceli, tvarem průřezu a tloušťkou materiálu [55]. Hodnoty součinitele α jsou uvedeny v Tab. 2.1.

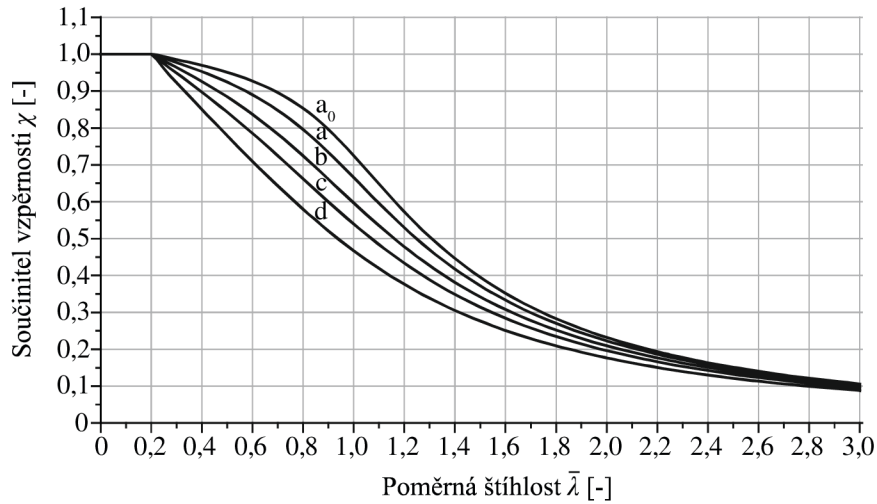
Průřez	Meze	Vybočení kolmo k ose	Křivka vzpěrné pevnosti		
			S235 S275 S355 S420	S460	
Válcované průřezy 	$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	a b	a ₀ a ₀
		$40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	a a
	$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	a a
		$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y z-z	d d	c c
Svařované průřezy 	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	b c	
	$t_f > 40 \text{ mm}$	y-y z-z	c d	c d	
Duté průřezy 	válcované za tepla	všechny	a	a ₀	
	tvarované za studena	všechny	c	c	
Svařované duté průřezy 	všechny průřezy kromě níže uvedených výjimek	všechny	b	b	
	tlusté svary: $a > 0,5 t_f$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	všechny	c	c	
U, T a plné průřezy 	všechny	c	c		
Úhelníky 	všechny	b	b		

Obr. 2.6: Přiřazení křivek vzpěrné pevnosti k průřezům

Tab. 2.1: Součinitel imperfekce pro křivky vzpěrné pevnosti

Křivka vzpěrné pevnosti	a ₀	a	b	c	d
Součinitel imperfekce α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Pětice křivek vzpěrné pevnosti pro určení součinitele vzpěrnosti χ je znázorněna na Obr. 2.7.



Obr. 2.7: Křivky vzpěrné pevnosti

2.3.2 Ohýbané pruty stálého průřezu

Elastické chování prutu o jednom poli s vidlicovitým podepřením na koncích, který je zatížen prostým ohybem $M_{y,Ed}$, lze popsat soustavou tří diferenciálních rovnic [38,68]. Uvažujeme-li počáteční zakřivení podle (2.1), bude mezní stav dvojité symetrického I-profilu definován počáteční podmínkou plasticity

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + \frac{1}{\left(1 - \frac{M_{y,Ed}^2}{M_{cr}^2}\right)} \left| \bar{v}_0 \right| \left(\frac{N_{cr,z}}{M_{z,Rd}} \frac{M_{y,Ed}^2}{M_{cr}^2} + \frac{N_{cr,z}^2}{M_{z,Rd}} \frac{h}{2} \frac{M_{y,Ed}}{M_{cr}^2} \right) \leq 1,0, \quad (2.70)$$

kde $M_{y,Rd}$ a $M_{z,Rd}$ jsou elastické únosnosti. Rovnice (2.70) je teoretickým vztahem pro klopení elastického prutu s konstantním průběhem ohybových momentů. Ayrton-Perryho formát rovnice (2.70) by bylo žádoucí dostat v podobě návrhové rovnice. To je ale těžko proveditelné z důvodu druhých mocnin členů $M_{y,Ed}$ a $M_{cr,y}$. Namísto toho může být vzorec nadále zjednodušen tak, abychom dostali výraz pro ekvivalentní imperfekci, kterou použijeme pro kalibraci návrhové křivky vzpěrné pevnosti pro získání křivky klopení [7].

Na základě návrhového momentu únosnosti při klopení $M_{b,Rd} = \chi_{LT} M_{y,Rd}$, kde χ_{LT} je součinitel klopení, může být mezní stav vyjádřen

$$\frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rd}} \leq 1,0. \quad (2.71)$$

Návrhový moment $M_{b,Rd}$ norma uvádí jako

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}}, \quad (2.72)$$

kde W_y je průřezový modul, který se blíže určí podle třídy průřezu. S použitím definice pro štíhlost

$$\bar{\lambda}_{LT}^2 = \frac{M_{y,Rd}}{M_{cr}} \quad (2.73)$$

lze vztah pro ekvivalentní příčnou imperfekci \bar{v}_0 psát

$$\bar{v}_0 = \frac{W_z}{A} \left(\frac{1}{\chi_{LT}} - 1 \right) \left(1 - \chi_{LT}^2 \bar{\lambda}_{LT}^4 \right) \frac{\bar{\lambda}_z^2}{\bar{\lambda}_{LT}^4} \frac{1}{\chi_{LT} + \frac{A}{W_y} \frac{h}{2} \frac{1}{\bar{\lambda}_z^2}}. \quad (2.74)$$

Tento vztah se používá v Eurocodu ke kalibraci teorie druhého řádu pro součinitel klopení χ_{LT} [7]. Ekvivalentní imperfekce je analogická k té podle (2.65) pro případ vzpěru.

Eurocode rozděluje výpočet součinitele klopení na dva případy: i) obecný případ, který lze použít pro všechny typy průřezů, a ii) případ válcovaných nebo ekvivalentních svařovaných průřezů, který je dále v textu označován jako *specifický případ*.

V obecném případě jsou definovány čtyři křivky klopení, ve specifickém pouze tři. Volba dané křivky a součinitele imperfekce při klopení α_{LT} závisí na typu průřezu a poměru výšky a šířky h/b a je uvedena v Tab. 2.2 a Tab. 2.3.

Tab. 2.2: Doporučené přiřazení křivek klopení k průřezům

Průřez	Meze	Křivka klopení	
		Obecný případ	Specifický případ
Válcované I-průřezy	$h/b \leq 2$	a	b
	$h/b > 2$	b	c
Svařované I-průřezy	$h/b \leq 2$	c	c
	$h/b > 2$	d	d
Jiné průřezy	-	d	-

Tab. 2.3: Doporučené hodnoty součinitelů imperfekce pro křivky klopení

Křivka klopení	a	b	c	d
Součinitel imperfekce při klopení α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Pro obecný případ se součinitel klopení vypočítá

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{ale} \quad \chi_{LT} \leq 1,0, \quad (2.75)$$

kde

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]. \quad (2.76)$$

Poměrná štíhlost při klopení je

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}. \quad (2.77)$$

Vztah mezi délkou prutu L a poměrnou štíhlostí při klopení $\bar{\lambda}_{LT}$ je kombinací (2.47) a (2.77)

dán

$$L = \frac{\bar{\lambda}_{LT} I_z^{0,25} \pi \sqrt{2EI_\omega}}{\sqrt{\sqrt{\bar{\lambda}_{LT}^4 I_z G^2 I_t^2 + 4 f_y^2 W_y^2 I_\omega} - \bar{\lambda}_{LT}^2 I_z^{0,5} G I_t}}. \quad (2.78)$$

Pro specifický případ se součinitel klopení vypočítá

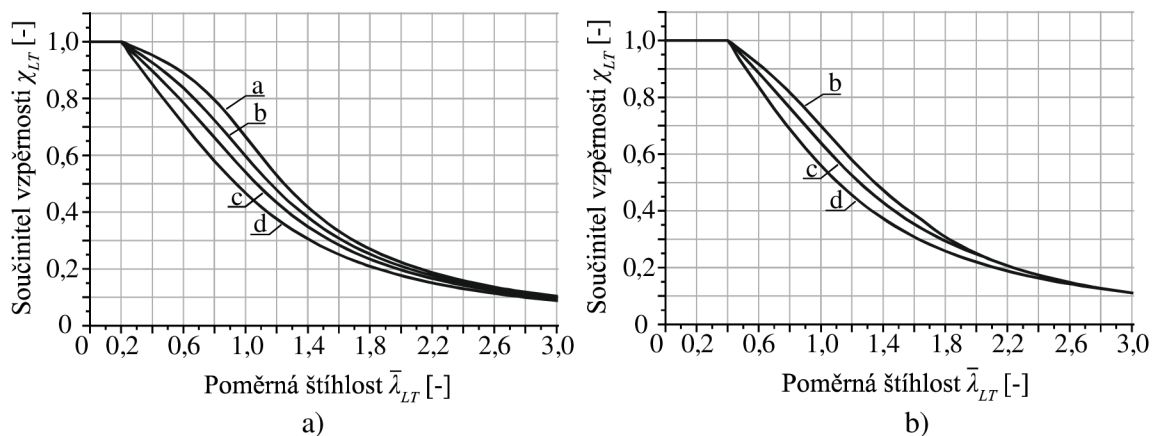
$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{ale} \quad \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq 1 / \bar{\lambda}_{LT}^2 \end{cases}, \quad (2.79)$$

kde

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]. \quad (2.80)$$

Hodnota $\bar{\lambda}_{LT,0}$ je délka vodorovné části křivky klopení (plata) válcovaných průřezů uvažovaná jako $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$ a β je opravný součinitel pro křivky klopení válcovaných průřezů doporučený hodnotou $\beta = 0,75$.

Křivky klopení pro obecný i specifický případ jsou zobrazeny na Obr. 2.8. Z něho je patrné, že obecný případ udává nižší hodnoty součinitele klopení χ_{LT} než případ specifický.



Obr. 2.8: Křivky klopení: a) obecný případ, b) specifický případ

Aby byl rozdíl mezi křivkou klopení pro obecný a specifický případ vidět názorněji, lze křivky vykreslit ve vztahu k ekvivalentní imperfekci \bar{v}_0 . Tu lze přepsat s použitím součinitele imperfekce α_{LT} pro křivky klopení obecného či specifického případu formou

$$\eta = \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,4) = \frac{\bar{v}_0}{W/A}. \quad (2.81)$$

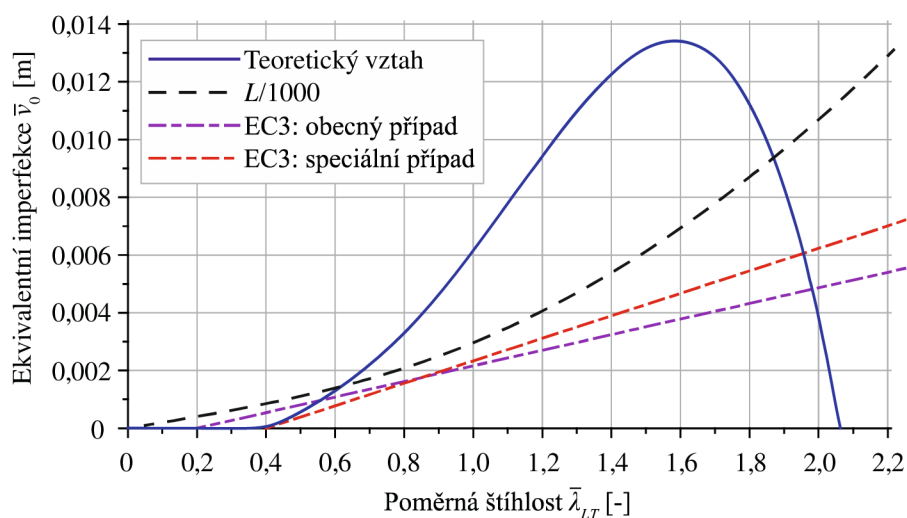
Z něho vyjádříme ekvivalentní imperfekci jako

$$\bar{v}_0 = \frac{W_{el,z}}{A} \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,4). \quad (2.82)$$

Pro obecný případ bude vztah (2.82) mírně pozměněn a délka plata bude 0,2 místo 0,4. Obr. 2.9 znázorňuje rozdílnou velikost ekvivalentní imperfekce pro oba dva případy společně s teoretickým vztahem podle (2.74), kde byl součinitel klopení χ_{LT} vypočítán podle (2.79), a hodnotou $L/1000$, která je často používána pro modelování geometrických imperfkcí. Hodnoty v grafu se vztahují k profilu I200, kterého je použito k tvorbě výpočetních modelů v kapitole 3. Pro tento profil je podle Tab. 2.2 použito pro obecný případ křivky *b* a pro specifický případ křivky *c*.

Na Obr. 2.9 jsou jasně vidět hodnoty štíhlostí 0,2 a 0,4, do kterých je ekvivalentní imperfekce nulová. Obecný případ uvažuje mírnější nárůst \bar{v}_0 než případ specifický, tudíž bude vztah pro obecný případ udávat konzervativnější výsledky než speciální případ pro válcované

a ekvivalentní svařované průřezy. Teoretický vztah protíná křivku $L/1000$ v poměrných štíhlostech přibližně 0,6 a 1,9, jinak s ní však nevykazuje žádnou shodu. Poznamenejme, že strmost teoretické křivky podle (2.74) je výrazně ovlivněna hodnotou součinitele imperfekce α_{LT} a čím nižší je použita křivka, tím strmější křivka bude. Její následný pokles a nabytí záporných hodnot je způsoben čtvrtou mocninou poměrné štíhlosti při klopení $1/\bar{\lambda}_{LT}^4$ ve jmenovateli vztahu (2.74). Z takového chování by bylo možné usuzovat, že křivky klopení podle Eurocodu jsou nesprávně kalibrované [22,29,66,88].



Obr. 2.9: Velikost ekvivalentní imperfekce pro průřez I200

3 VÝPOČTOVÝ MODEL

Pro účely této práce byly v programu Ansys vyvinuty komplexní konečně-prvkové modely, jejichž účelem je geometricky a fyzikálně nelineární analýza ocelových prutů s počátečními imperfekcemi včetně vlastních pnutí (GMNIAr). Následující kapitola detailně popisuje tvorbu těchto modelů pro úlohy klopení, vzpěru kolmo na měkčí osu průřezu a vzpěru kolmo na tužší osu průřezu. Jsou zde popsány veškerá nastavení a předpoklady pro vytvoření dostatečně přesných modelů a způsoby vyhodnocení jejich únosnosti.

GMNIA je sofistikovaný a velice ucelený typ numerické analýzy konstrukcí zahrnující počáteční geometrickou imperfekci a plastifikaci. Tento termín může i nemusí zahrnovat modelování vlastního pnutí, které je v ocelových prvcích přítomné z výrobních procesů. Zkratka GMNIAr se odlišuje od zkratky GMNIA tím, že analýza nezahrnuje vlivy vlastního pnutí. Další často používanou analýzou je Geometricky Nelineární Analýza s Imperfekcemi (GNIA), která na rozdíl od GMNIA nezahrnuje vliv plastifikace materiálu. Znamená to, že vyšetřované pruty nemají žádnou plastickou rezervu a k poruše dochází při dosažení meze kluzu, tedy při dosažení počáteční podmínky plasticity.

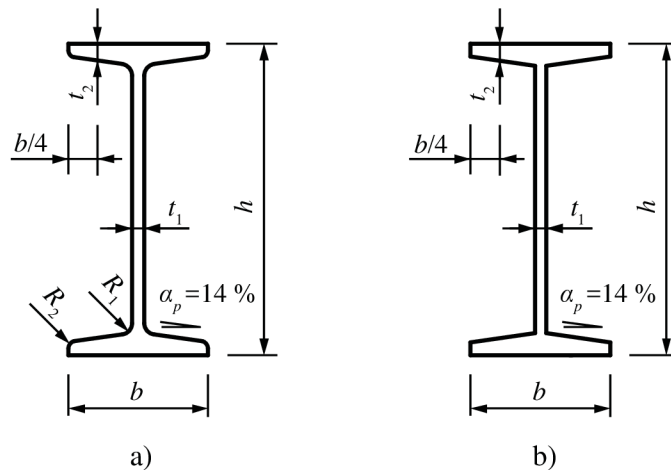
3.1 Průřez

Ve všech třech typech úloh byl uvažován dvojité symetrický ocelový válcovaný profil I200. Kvůli možným problémům, které by mohly nastat při generování sítě konečných prvků, byla použita idealizovaná geometrie profilu tak, že nebyla uvažována zaoblení ve styku pásnic se stojinou R_1 a zaoblení vnitřních hran pásnic R_2 , jejichž vliv na únosnost lze zanedbat [38]. Geometrii průřezu tak definovala pouze výška profilu h , šířka pásnice b , tloušťka stojiny t_1 , tloušťka pásnice v jedné čtvrtině její šířky t_2 a sklon přírub α_p . Původní a zjednodušený průřez je zobrazen na Obr. 3.1 a) a b). Nominální rozměry jsou uvedeny v Tab. 3.1. Tab. 3.2 uvádí srovnání vybraných průřezových charakteristik skutečného a idealizovaného průřezu I200.

Tab. 3.1: Nominální rozměry průřezu

Rozměr	Ozn.	Jednotka	Hodnota
Výška průřezu	h	mm	200
Šířka pásnice	b	mm	90
Tloušťka stojiny	t_1	mm	7,5

Rozměr	Ozn.	Jednotka	Hodnota
Tloušťka pásnice v 1/4 její šířky	t_2	mm	11,3
Zaoblení ve styku pásnic se stojinou	R_1	mm	7,5
Zaoblení vnitřních hran pásnic	R_2	mm	4,5
Sklon přírub	α_p	%	14



Obr. 3.1: Schéma profilu I200: a) původní, b) zjednodušený

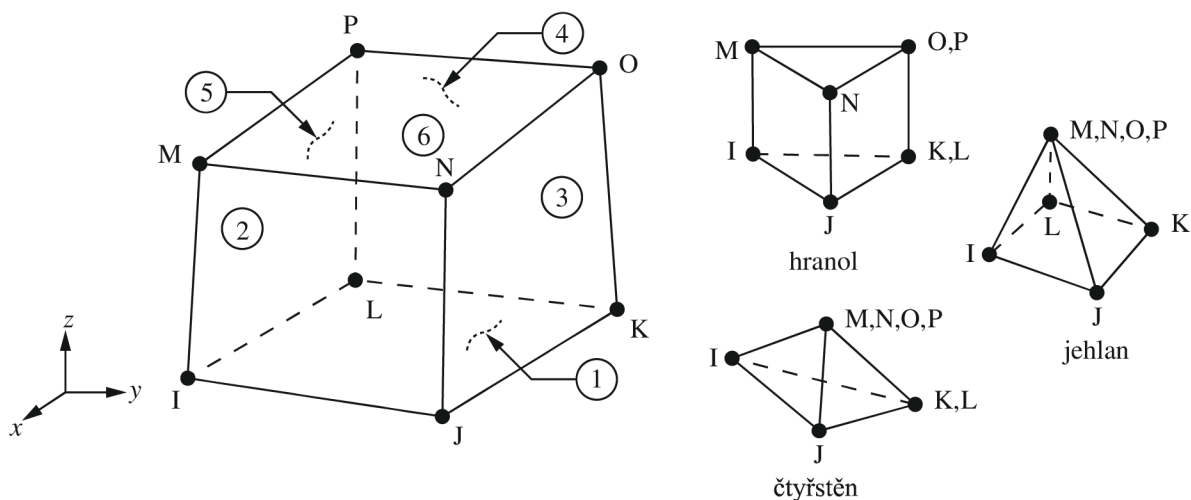
Tab. 3.2: Srovnání průřezových charakteristik nominálního průřezu I200

Průřezová veličina	Ozn.	Jednotka	Původní profil	Zjednodušený profil
Moment setrvačnosti k ose y	I_y	m^4	$2,14 \cdot 10^{-5}$	$2,12 \cdot 10^{-5}$
Moment setrvačnosti k ose z	I_z	m^4	$1,16 \cdot 10^{-6}$	$1,19 \cdot 10^{-6}$
Moment tuhosti v kroucení	I_t	m^4	$1,36 \cdot 10^{-6}$	$1,19 \cdot 10^{-7}$
Výsečový moment setrvačnosti	I_o	m^6	$9,98 \cdot 10^{-9}$	$10,17 \cdot 10^{-9}$
Plocha průřezu	A	m^2	$3,34 \cdot 10^{-3}$	$3,32 \cdot 10^{-3}$
Elast. průřezový modul k ose y	$W_{el,y}$	m^3	$2,14 \cdot 10^{-4}$	$2,12 \cdot 10^{-4}$
Plast. průřezový modul k ose y	$W_{pl,y}$	m^3	$2,50 \cdot 10^{-4}$	$2,47 \cdot 10^{-4}$
Elast. průřezový modul k ose z	$W_{el,z}$	m^3	$2,59 \cdot 10^{-5}$	$2,64 \cdot 10^{-5}$

3.2 Síť konečných prvků

Výpočtové modely byly vytvořeny v softwaru Ansys APDL (verze 13) za použití prvku SOLID185. Jedná se o 8-uzlový objemový prvek se třemi stupni volnosti v každém uzlu: posuny ve směru osy x , y a z . SOLID185 umožňuje počítat s plasticitou, hyper-elasticitou, velkými deformacemi i velkými poměrnými přetvořeními, „stress stiffeningem“ a „creepem“.

Pro prvek byla nastavena „enhanced strain formulation“, která zabraňuje, aby docházelo k „shear locking¹“ v úlohách, ve kterých je dominantní ohyb (prvek zavádí devět vnitřních stupňů volnosti), a „volumetric locking²“ v úlohách s téměř nestlačitelnými materiály (prvek zavádí čtyři vnitřní stupně volnosti). SOLID185 také umožňuje vytvářet hranoly, čtyřstěny a jehlany v oblastech, které nejsou pravidelné. [5] Nosníky modelované v této práci jsou však tvořeny pouze základním případem šestistěnu, viz Obr. 3.2.



Obr. 3.2: Geometrie prvku SOLID185

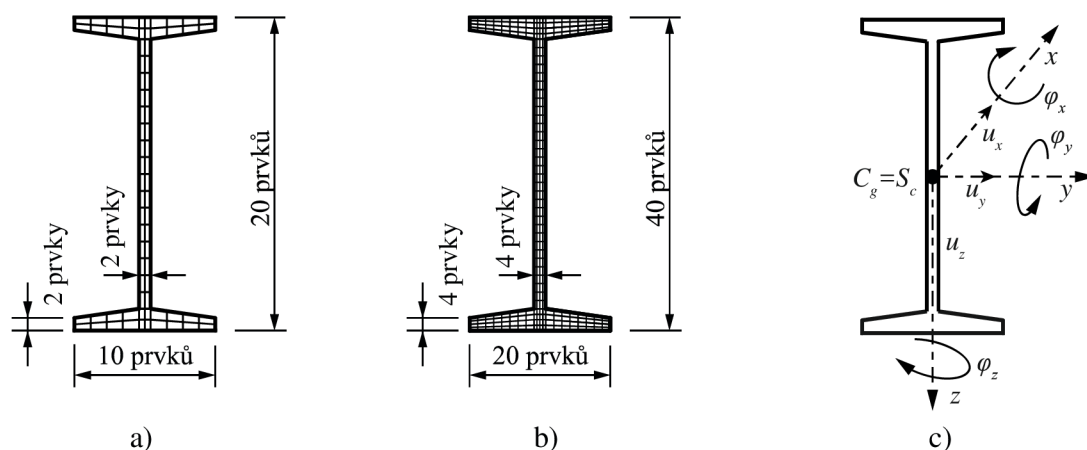
Přestože je běžné modelovat úlohy vzpěru a klopení s použitím skořepinových prvků místo objemových, dochází u skořepinových prvků k jistým nežádoucím efektům, jako je např. malé materiálové překrytí ve styku stojiny a pásnice. Nosník se tak chová více tuze a vykazuje proto vyšší únosnost [8, 37]. Další nevýhodou je problematické modelování měnicích se tloušťek částí průřezu (v tomto případě pásnic). Tyto problémy jsou odstraněny s použitím objemových prvků, avšak za cenu zvýšení výpočetního času.

Aby bylo možné řádně simulovat skutečné chování nosníků, je nezbytné, aby byl konečně-prvkový model dostatečně výstižný a přesný. Obecně platí, že čím je síť konečných prvků jemnější, tím jsou přesnější dosažené výsledky. Zjemňování sítě však vede ke zvýšení výpočetního času. Je proto nutné hledat kompromis mezi požadovanou přesností a výpočetním časem. Jako kompromis mezi přijatelnou přesností a dobou výpočtu byl zvolen takovýto počet

¹ Shear locking je jev, ke kterému dochází u lineárních objemových i skořepinových prvků, kdy se prvek vlivem ohybového zatížení chová nadměru tuze vlivem toho, že energie prvek smýká místo toho, aby jej ohýbala. To může vést k chybnému výpočtu posunů, napětí i vlastních frekvencí.

² Volumetric locking je jev, který se projevuje u materiálů s Poissonovým číslem blízkým 0,5, což vede k nadměrně tuhé odezvě.

prvků po průřezu: 10 prvků na celou šířku pásnice, 20 prvků na výšku stojiny a 2 prvky na tloušťku stojiny i pásnice, viz Obr. 3.3 a).



Obr. 3.3: a) hrubá síť, b) jemná síť, c) souřadnicový systém průřezu

Byla řešena otázka, zda je použití dvou prvků na tloušťku dostatečné. Z tohoto důvodu byla testována i jemnější síť podle Obr. 3.3 b). Ta vedla pro malé hodnoty relativních štíhlostí ($\bar{\lambda} < 1,0$) k nepatrně přesnějším výsledkům (řádově několik desetin procent). Pro vyšší relativní štíhlosti ($\bar{\lambda} > 1,0$) byly výsledky z obou typů sítí prakticky identické. Srovnávací studie byla publikována v [95]. Výsledky z hrubé sítě lze považovat za dostatečně přesné, a proto byly všechny modely generovány s touto sítí.

Počet prvků na délku nosníku byl zvolen tak, aby byl maximální poměr nejdelší a nejkratší strany prvku roven 8 (pro velmi krátké nosníky, kde by byl počet prvků na délku malý, byl poměr volen 4 nebo 5). Poznamenejme, že podle [5] by poměr stran neměl překročit hodnotu 20. Počet prvků na délku nosníku tak nebyl konstantní, ale přímo úměrný délce nosníku.

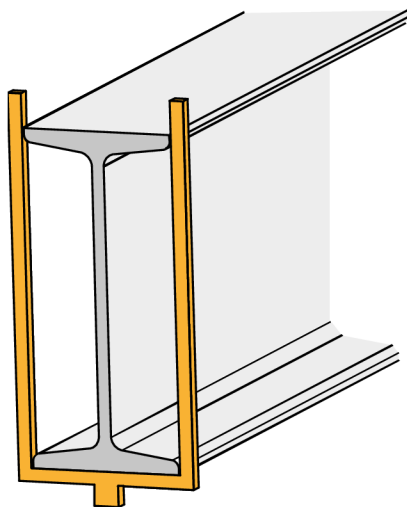
Modely jsou vytvořeny tak, že globální osa x leží ve směru délky nosníku a osy y a z leží v rovině průřezu, viz Obr. 3.3 c). Počátek souřadnicového systému je vztažen k těžišti jednoho z koncových průřezů C_g . Vlivem dvojitě symetrie průřezu je tento bod totožný se středem smyku S_c . Posuny u_x , u_y , u_z a pootočení φ_x , φ_y , φ_z se vztahují ke globálnímu souřadnicovému systému.

3.3 Okrajové podmínky

Uložení nosníku bylo uvažováno jako oboustranně kloubové v ohybu i kroucení. Podle typu úlohy se však liší způsob podepření koncových průřezů.

3.3.1 Úloha klopení

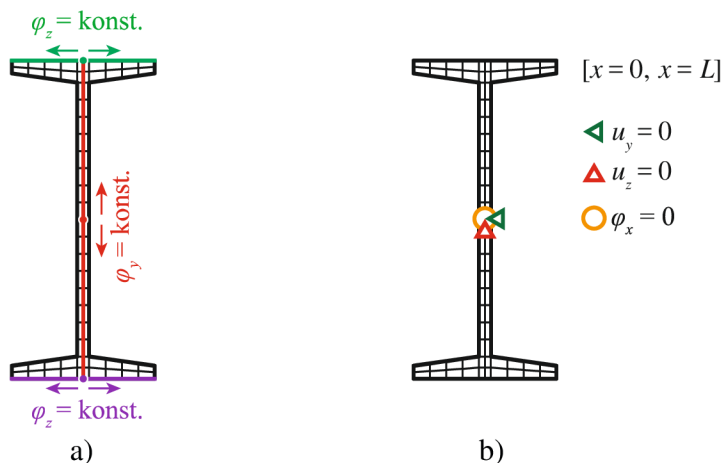
Základní případ podepření v úlohách klopení je tzv. vidlicové uložení, které umožňuje rozvoj deplanace a zamezuje volnému příčnému posunu průřezu v uložení. Nosník se přitom může pootáčet kolem osy y i z . Vidlicové podepření je často používané v literatuře [26,92]. Je ale nutné poznamenat, v reálných případech jsou okrajové podmínky složitější, jelikož rotace koncových průřezů kolem osy y nebo z bývá obvykle konstrukčně omezena. Obr. 3.4 znázorňuje idealizovaný koncept vidlicového uložení konce nosníku.



Obr. 3.4: Idealizovaný koncept vidlicového uložení konce nosníku

Z praktických důvodů je žádoucí modelovat okrajové podmínky za použití „kinematic coupling constraints“ [37]. Tyto vazby vážou daný stupeň volnosti vybraných uzlů k posunu hlavního uzlu. Jejich výhodou je, že snižují riziko vzniku lokálních extrémů napětí v průběhu zatěžování a umožňují, aby rozložení napětí po výšce stojiny mělo pružné, částečně plastické či plně plastické rozložení. Na obou koncových průřezech byly vytvořeny tři kinematic coupling constraints: dvě pro hrany pásnic a jedna pro osu stojiny, viz Obr. 3.5 a). Pootočení φ_z a φ_y pro vybrané uzly stojiny a pásnice zůstávají v průběhu zatěžování konstantní. Tento způsob podepření byl převzat z modelu uvedeného v [37] a jejich zavedení je klíčové při modelování nosníků prvky SOLID nebo SHELL. Pokud bychom nepoužili kinematic coupling constraints, bylo by možné v oblasti koncových průřezů modelovat materiálové zóny s postupně se zvyšující hodnotou kinematického zpevnění směrem k okrajům [93]. Tento postup však není tak efektivní.

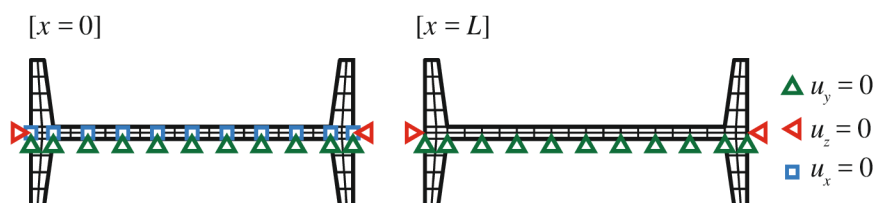
Kvůli symetrii podle středu nosníku je posunu ve směru osy x zabráněno v uzlu, nacházejícího se v těžišti průřezu C_g uprostřed rozpětí nosníku. Okrajové podmínky na obou koncích nosníku zamezující posunu ve směru osy y a z a pootočení kolem osy x ($u_y = u_z = \varphi_x = 0$) jsou rovněž zavedeny do těžiště, viz Obr. 3.5 b).



Obr. 3.5: Okrajové podmínky ohýbaného nosníku: a) kinematic coupling constraints, b) okrajové podmínky v těžištích

3.3.2 Úloha vzpěru kolmo na měkkí osu průřezu

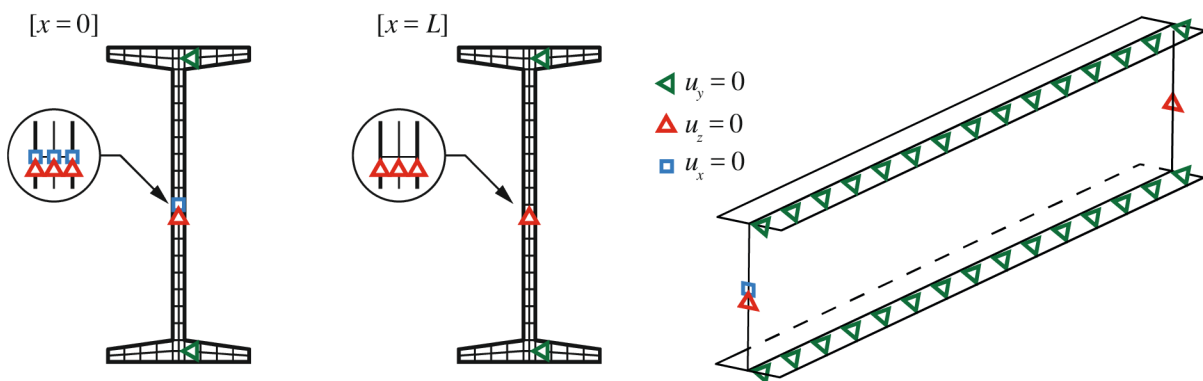
V případě vzpěru kolmo na měkkí osu průřezu (osa z), kdy je nosníku přisouzena počáteční geometrická imperfekce ve směru druhé osy (osa y), je zřejmé, že se nosník při zatěžování bude deformovat právě ve směru osy y a deformace ve směru osy z bude nulová. Tato skutečnost umožňuje aplikovat okrajové podmínky na uzly, které leží přímo na lokálních z -ových osách obou koncových průřezů, tj. jejich z -ová souřadnice je nulová, viz Obr. 3.6. Na jednom konci ($x = 0$) je zabráněno posunům všech uzlů ležících přímo na ose z ve směru os x a y ($u_x = u_y = 0$) a obou krajních uzlů ve směru osy z ($u_z = 0$). Na druhém konci ($x = L$) jsou okrajové podmínky podobné. Jelikož je zde do uzlů ležících na ose z aplikováno zatížení ve směru osy x , musí být průřezu umožněn posun ve směru této osy. Proto zde vazba ve směru x není.



Obr. 3.6: Okrajové podmínky pro vzpěr kolmo na měkkí osu průřezu

3.3.3 Úloha vzpěru kolmo na tužší osu průřezu

V případě vzpěru kolmo na tužší osu průřezu (osa y) je nosníku přisouzena počáteční geometrická imperfekce ve směru druhé osy (osa z). Pokud by byly okrajové podmínky aplikovány pouze na koncové průřezy, došlo by z důvodu nižší tuhosti průřezu v příčném směru k deformaci nosníku i ve směru osy y . Jelikož je tato deformace nežádoucí, bylo všem uzlům ve styku os stojiny a pásnic po celé délce nosníku zamezeno posunu ve směru osy y ($u_y = 0$), viz Obr. 3.7.



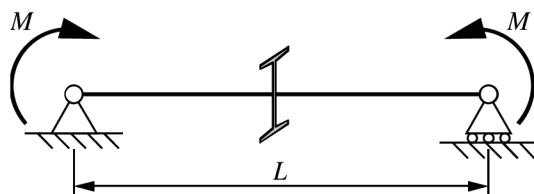
Obr. 3.7: Okrajové podmínky pro vzpěr kolmo na tužší osu průřezu

Dále je na jednom konci nosníku ($x = 0$) zabráněno posunům všech uzlů ležících přímo na ose y ve směru os x a z ($u_x = u_z = 0$). Na druhém konci ($x = L$) je zamezeno posunům pouze ve směru osy z , jelikož je zde aplikováno zatížení ve směru osy x .

3.4 Zatížení

3.4.1 Úloha klopení

Nosník je zatížen prostým ohybem kolem tužší osy, kdy jsou na oba konce aplikovány ohybové momenty M . Zatěžovací schéma je znázorněno na Obr. 3.8.

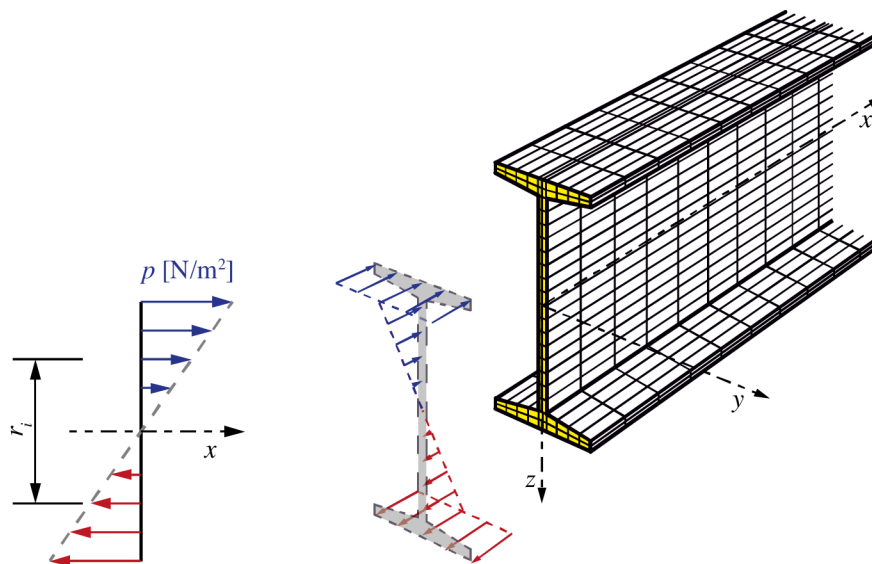


Obr. 3.8: Zatěžovací schéma ohýbaného nosníku

Jelikož je pro model použit prvek se třemi stupni volnosti v každém uzlu, které odpovídají pouze posunům ve směru jednotlivých os (kapitola 3.2), není možné zatížit uzly koncových průřezů ohybovým momentem přímo. Ohybový moment je proto aplikován jako plošné zatížení ve formě tlaku p . Tlak je definován gradientem, který závisí na zatížení na jednotku délky a pořadnici z , která nabývá od těžiště průřezu v kladném směru osy z kladných hodnot a proti kladnému směru záporných hodnot [49]. Zatížení na jednotku délky je dáno jako poměr momentu M a momentu setrvačnosti I_y . Velikost tlaku p_i , působícího na element, lze pak vypočítat vztahem

$$p_i = \frac{M}{I_y} z. \quad (3.1)$$

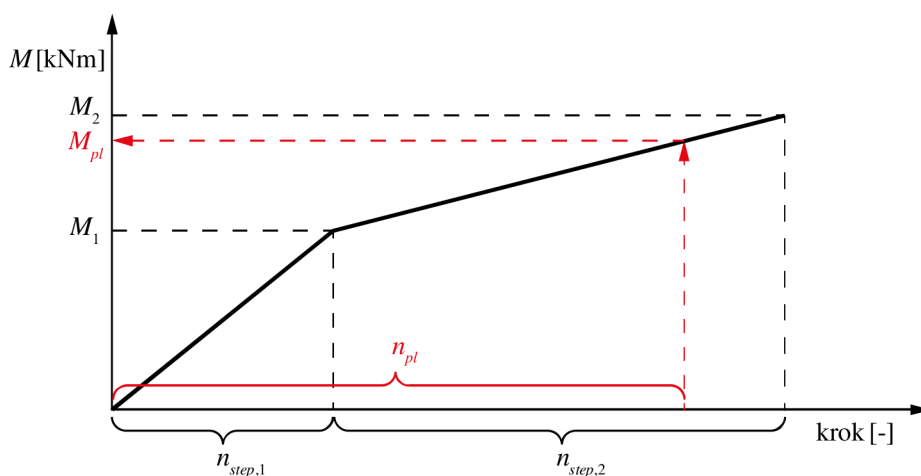
Rozložení tlaku na jednom konci nosníku je schematicky znázorněno na Obr. 3.9. Aby bylo možné tlakové zatížení zavést, byly konce nosníků pokryty prvky SURF154. Tyto prvky slouží v programu Ansys k různým aplikacím zatížení na povrchy prostorových konstrukcí [5]. Bylo nastaveno, aby se zatížení na povrchy elementů vztahovalo k jejich lokální souřadné soustavě. Tím je zajištěno, že rameno dvojice sil r_i zůstane při natočení koncových průřezů v průběhu zatěžování konstantní.



Obr. 3.9: Schéma rozložení tlaku simulující ohybový moment

Nosník je zatěžován přírůstkově ve dvou krocích. Nejprve je zatížen ohybovým momentem M_1 s počtem přírůstků $n_{step,1}$ a poté ohybovým momentem M_2 s počtem přírůstků $n_{step,2}$. Moment M_1 je volen tak, aby jeho vlivem nebylo napětí kdekoli na nosníku větší než mez kluzu oceli f_y a nezačalo tak docházet k plastickému přetváření.

Během prvního kroku je přírůstek $M_1/n_{step,1}$ nastaven hrubě pro úsporu výpočetního času, tzn. $n_{step,1}$ je malé číslo (zpravidla $n_{step,1} = 50$). Moment M_2 je naopak volen tak, aby byl větší než celková únosnost M_{pl} a výpočet skončil dříve, než bude M_2 dosaženo. M_{pl} je teoreticky určen maximální hodnotou momentu M , pro který je determinant matice tečné tuhosti roven nule. Numericky je M_{pl} dán hodnotou momentu v posledním zatěžovacím kroku n_{pl} , pro který je determinant matice tuhosti velmi blízký nule a výpočet ještě konverguje. Pro co největší přesnost je přírůstek $(M_2 - M_1)/n_{step,2}$ nastaven jemně ($n_{step,2} = 100$ až 200). Bylo otestováno, že výsledná únosnost je spočítána s přesností přibližně 0,3 %. Schéma zatěžovacích kroků je znázorněno na Obr. 3.10.



Obr. 3.10: Schéma zatěžovacích kroků

Při znalosti kroku n_{pl} , ve kterém výpočet skončí, je možné vypočítat celkovou únosnost M_{pl} pomocí lineární interpolace podle vztahu

$$M_{pl} = M_1 + \frac{M_2 - M_1}{n_{step,2}} (n_{pl} - n_{step,1}). \quad (3.2)$$

Hodnoty momentů M_1 a M_2 jsou určeny jako násobky elastické hodnoty únosnosti při ohybu M_{Rd} . Dosazením meze kluzu do vztahu (2.53) obdržíme

$$\frac{M_{Rd}}{W_{el,y}} + |a_{v0}| \frac{N_{cr,z}}{W_{el,z}} \left(1 + \frac{N_{cr,z}}{M_{cr}} \frac{h}{2} \right) \frac{M_{Rd}}{M_{cr} - M_{Rd}} = f_y. \quad (3.3)$$

Z ní lze poté podle [42] vyjádřit M_{Rd} jako

$$M_{Rd} = \frac{2Q_1 + Q_4 + 2M_{cr}Q_2}{4M_{cr}W_{el,z}} - \frac{\sqrt{4Q_1^2 + 4Q_1(Q_4 - 2M_{cr}Q_3) + Q_4^2 + 4M_{cr}Q_4Q_2 + 4M_{cr}^2Q_2^2}}{4M_{cr}W_{el,z}}, \quad (3.4)$$

kde

$$Q_1 = f_y M_{cr} W_{el,y} W_{el,z},$$

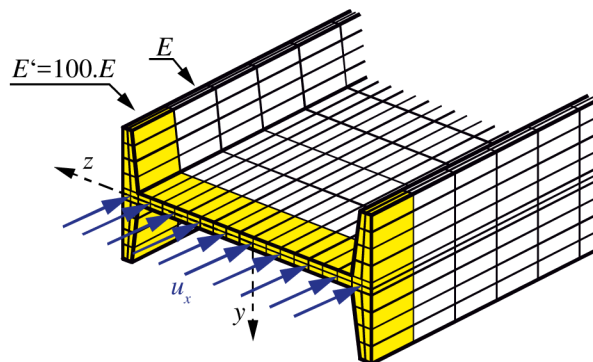
$$Q_2 = M_{cr} W_{el,z} + N_{cr,z} |a_{v0}| W_{el,y},$$

$$Q_3 = M_{cr} W_{el,z} - N_{cr,z} |a_{v0}| W_{el,y}.$$

V naprosté většině případů je nastaveno, že $M_1 = 0,8M_{Rd}$ a $M_2 = 1,2M_{Rd}$ (pro vyšší hodnoty poměrných štíhlostí bývá $M_2 = 1,05M_{Rd} \div 1,1M_{Rd}$). To se může na první pohled jevit jako zbytečně velký rozptyl. Je však nutné si však uvědomit, že nosníky jsou zatíženy i vlastním pnutím, se kterým analytický vzorec pro elastickou únosnost M_{Rd} nepočítá.

3.4.2 Úloha vzpěru kolmo na měkký osu průřezu

Nosník je zatížen posunem u_x ve směru osy x na uzlech v ose stojiny koncového průřezu ($x = L$), viz Obr. 3.11. Aby nedošlo k „protlačení“ nosníku na obou koncích vlivem koncentrace napětí, je první sérii prvků za koncovými průřezů přidělen materiál se stonásobně vyšším modulem pružnosti, než má materiál navazující.

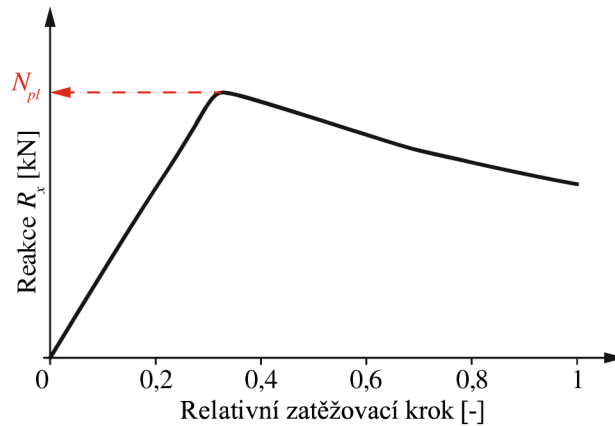


Obr. 3.11: Zatížení uzlů v ose stojiny posunem u_x

V průběhu zatěžování nosníku posunem ve směru jeho podélné osy je ve vazbách na druhém čele (v $x = 0$) odečítána silová reakce R_x . Celková únosnost N_{pl} je definována jako vrchol křivky, kterou obdržíme z průběhu zatěžování, viz Obr. 3.12.

Zatěžování deformací bylo zvoleno z důvodu, že při zatěžování silou bylo mnohdy dosaženo nesprávných výsledků, neboť výpočet zdivergoval dříve, než by měl. To bylo způsobeno nízkou

tečnou tuhostí, která se v diagramu deformace-síla projevila jako křivka s velmi nízkým sklonem. Jelikož je k výpočtu použito Newton-Raphsonovy metody, byl tak výsledek silně ovlivněn velikostí kroku v přírůstcích zatížení. Numerickými studiemi bylo ověřeno, že zatěžování deformací je stabilnější a k tomuto nežádoucímu jevu nedochází.



Obr. 3.12: Definování únosnosti N_{pl} z grafu silové reakce

Zatěžování proběhlo v jednom kroku s počtem přírůstků zatížení n_{step} (zpravidla $n_{step} = 100$). Důležité bylo vhodně nastavit hodnotu posunu u_x tak, aby vznikl vrchol křivky silové reakce (platí pro nižší a střední hodnoty relativních štíhlostí) či výpočet přestal konvergovat (platí pro vysoké relativní štíhlosti, kdy je dříve dosaženo Eulerovy kritické síly). Posun u_x nesmí být zároveň příliš velký, aby byl výsledek dostatečně přesný v rámci daných přírůstků zatížení. Hodnota u_x je určena pomocí Maxwell-Mohrova vztahu [53], kde se uvažuje pouze normálový a momentový člen

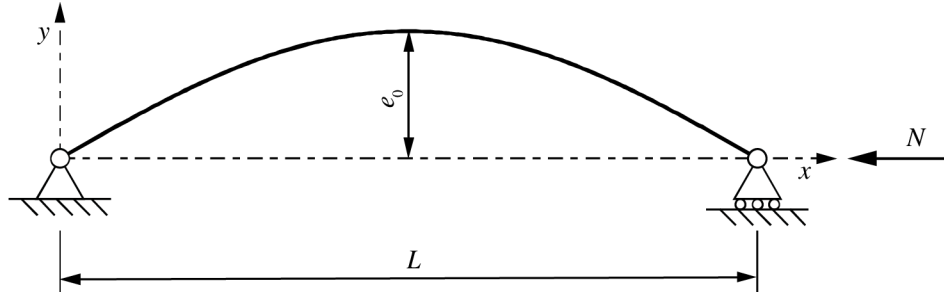
$$u_x = \int_0^L \frac{N \bar{N}}{EA} dx + \int_0^L \frac{M \bar{M}}{EI} dx, \quad (3.5)$$

kde I je moment setrvačnosti průřezu, zde platí $I = I_z$. N a M jsou výslednice vnitřních sil od skutečného zatížení. \bar{N} a \bar{M} jsou virtuální vnitřní síly od virtuálního zatížení. Pokud budeme uvažovat nosník, který má počáteční imperfekci ve tvaru jedné půlvlny funkce sinus s amplitudou e_0 a je zatížen silou N podle Obr. 3.13, budou funkce průběhů N a \bar{N} přibližně konstantní (kvůli malé hodnotě e_0 lze průběh takto aproximovat) a funkce průběhů M a \bar{M} budou ve tvaru

$$M = M_M \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad \bar{M} = M_{\bar{M}} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad (3.6)$$

kde M_M je amplituda od působení síly N a $M_{\bar{M}}$ je amplituda od působení virtuální síly

$$M_M = N e_0, M_{\bar{M}} = e_0. \quad (3.7)$$



Obr. 3.13: Amplituda zakřivení

Dosazením do vztahu (3.5) a integrací obou členů obdržíme

$$u_x \approx \frac{NL}{EA} + \frac{NL}{2EI} e_0^2. \quad (3.8)$$

Zbývá pouze vhodně zvolit velikost síly N . Podobně jako v kapitole 3.4.1 byla velikost síly N zvolena jako násobek elastické únosnosti při vzpěru kolmo na měkčí osu průřezu $N_{Rd,z}$. Jejím dosazením do (2.21) obdržíme

$$\frac{N_{Rd,z}}{A} + \frac{N_{Rd,z} |e_0|}{\left(1 - \frac{N_{Rd,z}}{N_{cr,z}}\right) W_{el,z}} = f_y. \quad (3.9)$$

Z ní lze poté podle [40] vyjádřit $N_{Rd,z}$ jako

$$N_{Rd,z} = \frac{AQ_z + N_{cr,z} W_{el,z} - \sqrt{A^2 Q_z^2 + 2AN_{cr,z} W_{el,z} (|e_0| N_{cr,z} - f_y W_{el,z}) + N_{cr,z}^2 W_{el,z}^2}}{2W_{el,z}}, \quad (3.10)$$

kde

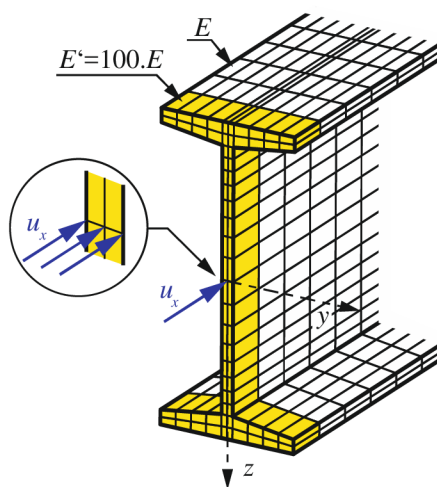
$$Q_z = |e_0| N_{cr,z} + f_y W_{el,z}.$$

Hodnota N byla poté v závislosti na štíhlosti volena v rozmezí $N = 1,1N_{Rd,z} \div 1,6N_{Rd,z}$. Přestože je Maxwell-Mohrův vztah pro výpočet přetvoření použitelný pouze v lineárních úlohách, poskytuje zde alespoň přibližný (řádový) odhad u_x . Vzhledem k tomu, že se jedná o geometricky nelineární úlohu, bude skutečný vliv momentového členu větší, neboť se uplatní teorie 2. řádu a bude záležet na velikosti e_0 . Celková únosnost N_{pl} bude dále ovlivňovat vlastní

pnutí a rozvoj plastických oblastí na prvku. Hodnotu síly N respektive posunu u_x , při kterých by mělo být dosaženo vrcholu křivky podle Obr. 3.12, není možné stanovit přesně, ale pouze numericky, a je proto nutné volit výše uvedený násobek elastické síly $N_{Rd,z}$.

3.4.3 Úloha vzpěru kolmo na tužší osu průřezu

V této úloze platí zcela analogický postup jako v úloze vzpěru kolmo na měkčí osu (kapitola 3.4.2). Nosník je zatížen posunem u_x ve směru osy x na uzlech koncového průřezu ($x = L$) s nulovou y -ovou pořadnicí, viz Obr. 3.14. I zde je první sérii prvků za koncovými průřezy přidělen materiál se stonásobně vyšším modulem pružnosti, než má materiál navazující.



Obr. 3.14: Zatížení uzlů s nulovou y -ovou pořadnicí posunem u_x

Posun u_x je stanoven podle rovnice (3.8) s tím, že $I = I_y$. Síla N je zvolena jako násobek elastické únosnosti při vzpěru kolmo na tužší osu $N_{Rd,y}$. Analogicky k rovnici (3.10) dostaneme

$$N_{Rd,y} = \frac{AQ_y + N_{cr,y}W_{el,y} - \sqrt{A^2Q_y^2 + 2AN_{cr,y}W_{el,y}(|e_0|N_{cr,y} - f_yW_{el,y}) + N_{cr,y}^2W_{el,y}^2}}{2W_{el,y}}, \quad (3.11)$$

kde

$$Q_y = |e_0|N_{cr,y} + f_yW_{el,z}.$$

Hodnota N byla poté v závislosti na štíhlosti volena v rozmezí $N = 1,1N_{Rd,y} \div 2N_{Rd,y}$.

3.5 Počáteční geometrická imperfekce

Eurocode uvádí, že počáteční geometrická imperfekce nosníku, který je vyšetřován konečně-prvkovou analýzou, může být založena na vlastních tvarech vybočení [21]. V nelineárních analýzách, jako je tato, je většinou postup takový, že se nejdříve vypočítá úloha lineární stability dokonale přímého prutu zatíženého tlakovou silou (pro vzpěr) či ohybovým momentem (pro klopení). Z ní se extrahuje první vlastní tvar, jehož velikost se upraví v závislosti na e_0 . Takto vytvořený model poté slouží k následnému geometricky a materiálově nelineárnímu výpočtu. Obvykle platí, že vlastní tvar, který odpovídá nejnižšímu vlastnímu číslu, je tím tvarem, pro jehož vznik je potřeba nejmenší energie. Platí to typicky pro globální tvary štíhlých nosníků. Vlivem geometrie a délky nosníku však může dojít k lokálním deformacím stojiny či pásnic. Výsledný tvar poté neodpovídá tomu, jak ho popisují rovnice prutové teorie [92] (2.1), respektive (2.48) a (2.49). Aby byl zajištěn požadovaný tvar počáteční geometrické imperfekce, je úloha lineární stability vynechána a modely jsou vytvořeny přímo definováním imperfektní geometrie.

3.5.1 Úloha klopení

Uvažujme počáteční zakřivení v_0 podle (2.48) s amplitudou a_{v0} a počáteční pootočení θ_0 podle (2.49) s amplitudou $a_{\theta 0}$. Pro jakýkoli bod nosníku je možné odvodit jeho souřadnice na základě vzdálenosti těžiště průřezu ve směru osy x od počátku souřadného systému (x_1), rozměrů průřezu a amplitud a_{v0} a $a_{\theta 0}$, viz Obr. 3.15. Souřadnice lze pak napsat ve tvaru:

$$x = x_1 - (y_0 \cos \gamma + z_0 \sin \gamma) \sin \varphi, \quad (3.12)$$

$$y = a_{v0} \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right) + (y_0 \cos \gamma + z_0 \sin \gamma) \cos \varphi, \quad (3.13)$$

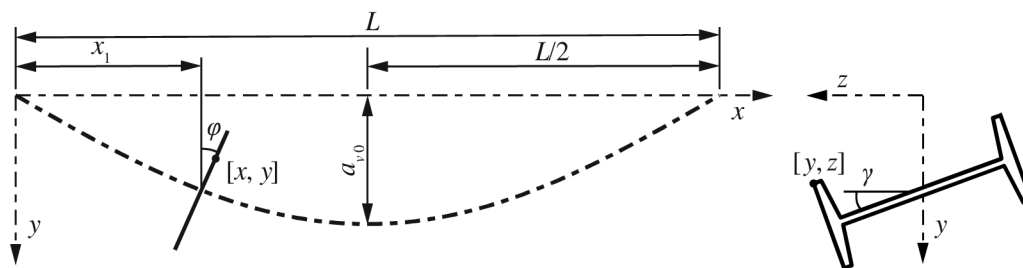
$$z = -y_0 \sin \gamma + z_0 \cos \gamma, \quad (3.14)$$

kde φ je úhel pootočení průřezu kolem osy z

$$\varphi = \arctan\left[a_{v0} \frac{\pi}{L} \cos\left(\frac{\pi x_1}{L}\right)\right], \quad \varphi \in \left\langle -\arctan\left(a_{v0} \frac{\pi}{L}\right); \arctan\left(a_{v0} \frac{\pi}{L}\right) \right\rangle \quad (3.15)$$

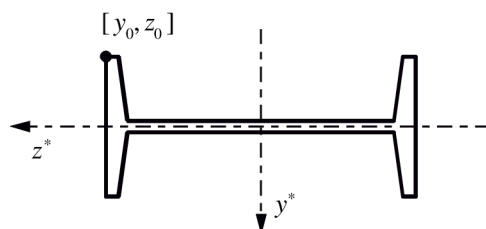
a γ je úhel natočení průřezu v jeho rovině

$$\gamma = a_{\theta 0} \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right). \quad (3.16)$$

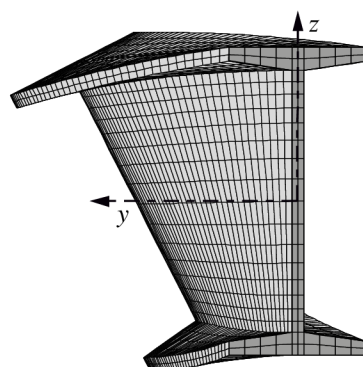


Obr. 3.15: Popis souřadnic libovolného bodu průřezu v úloze klopení

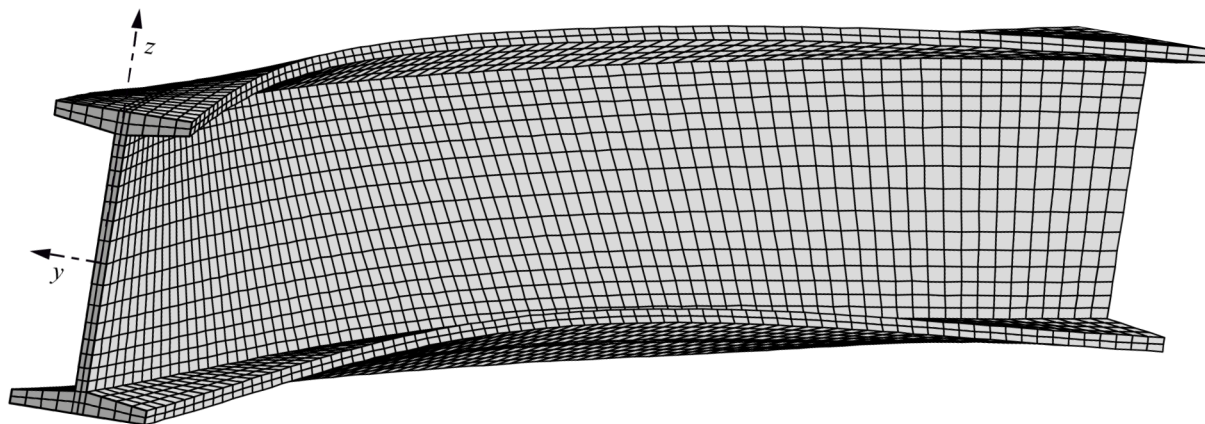
Souřadnice y_0 a z_0 jsou souřadnice libovolného bodu průřezu podle schématu na Obr. 3.16, vztažené k lokálnímu souřadnému systému průřezu y^*-z^* , který má počátek v těžišti průřezu. Ukázkový model z programu Ansys je zobrazen na Obr. 3.17–3.19. Počáteční geometrická imperfekce je pro názornost ve zvětšeném měřítku.



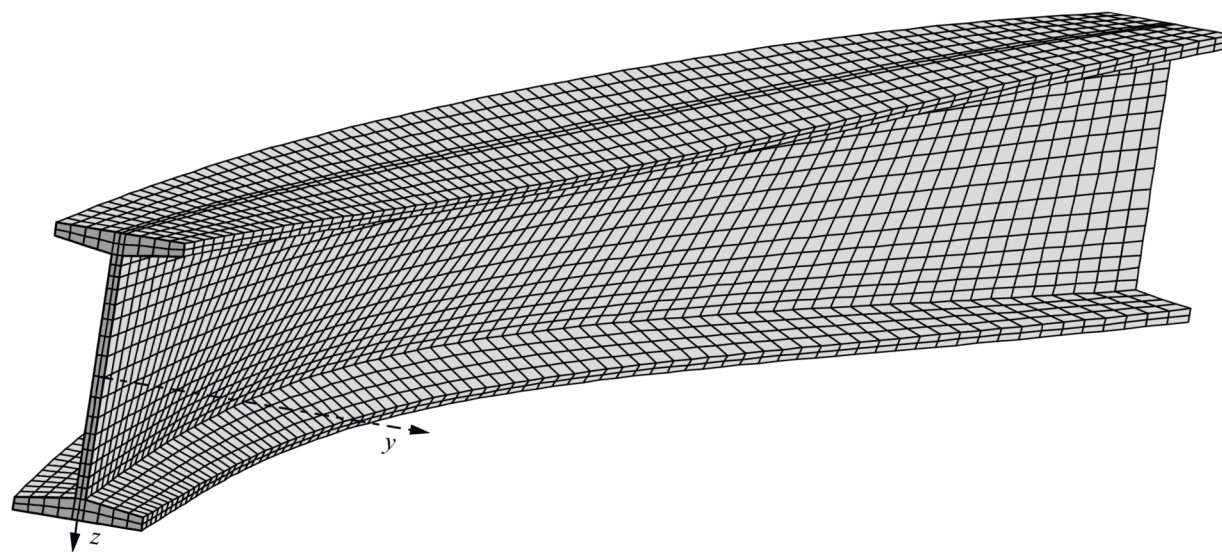
Obr. 3.16: Lokální souřadný systém průřezu v úloze klopení



Obr. 3.17: Model z programu Ansys pro úlohu klopení – pohled v rovině y-z



Obr. 3.18: Model z programu Ansys pro úlohu klopení – axonometrie 1



Obr. 3.19: Model z programu Ansys pro úlohu klopení – axonometrie 2

3.5.2 *Úloha vzpěru kolmo na měkčí osu průřezu*

Počáteční zakřivení v_0 je uvažováno podle (2.1) s amplitudou e_0 (kvůli dodržení značení na Obr. 2.1 je použito označení amplitudy \bar{v}_0 , platí však $\bar{v}_0 \equiv e_0$). Podobně jako v podkapitole 3.5.1 jsou souřadnice libovolného bodu odvozeny následovně:

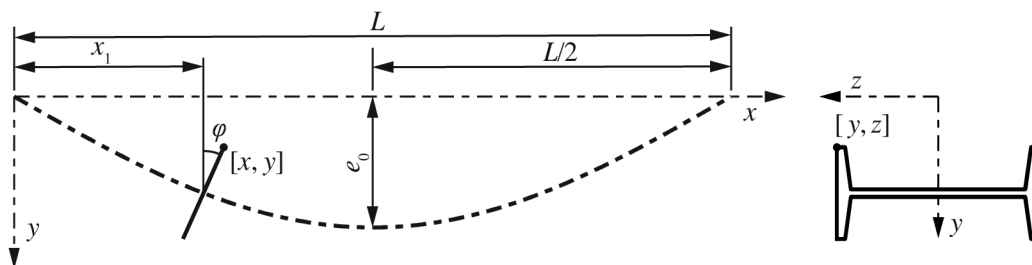
$$x = x_1 - y_0 \sin \varphi, \quad (3.17)$$

$$y = e_0 \sin \left(\frac{\pi x_1}{L} \right) + y_0 \cos \varphi, \quad (3.18)$$

$$z = z_0. \quad (3.19)$$

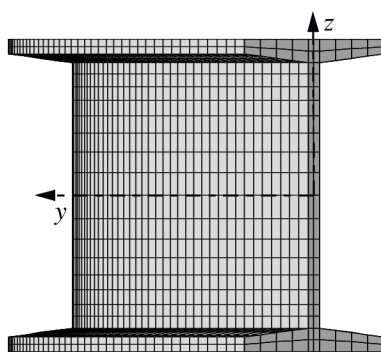
Úhel φ je roven

$$\varphi = \arctan \left[e_0 \frac{\pi}{L} \cos \left(\frac{\pi x_1}{L} \right) \right], \quad \varphi \in \left\langle -\arctan \left(e_0 \frac{\pi}{L} \right); \arctan \left(e_0 \frac{\pi}{L} \right) \right\rangle \quad (3.20)$$

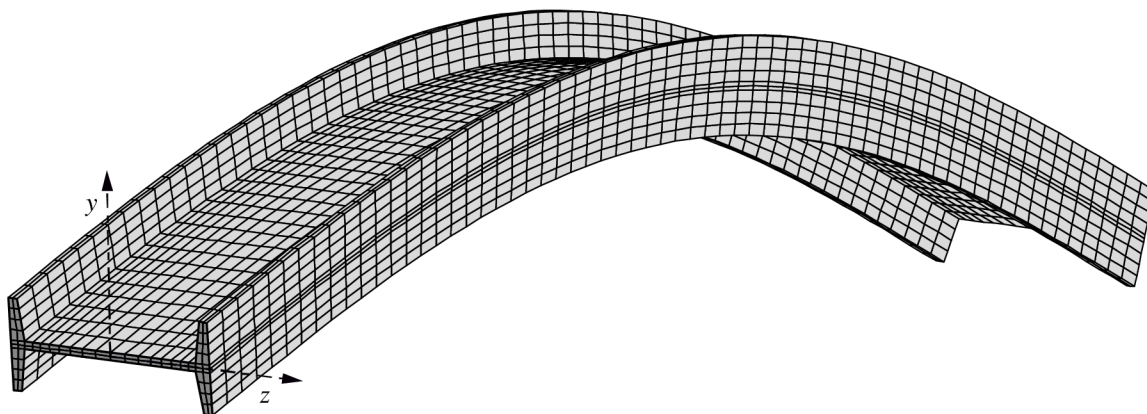


Obr. 3.20: Popis souřadnic libovolného bodu průřezu v úloze vzpěru kolmo na měkkí osu

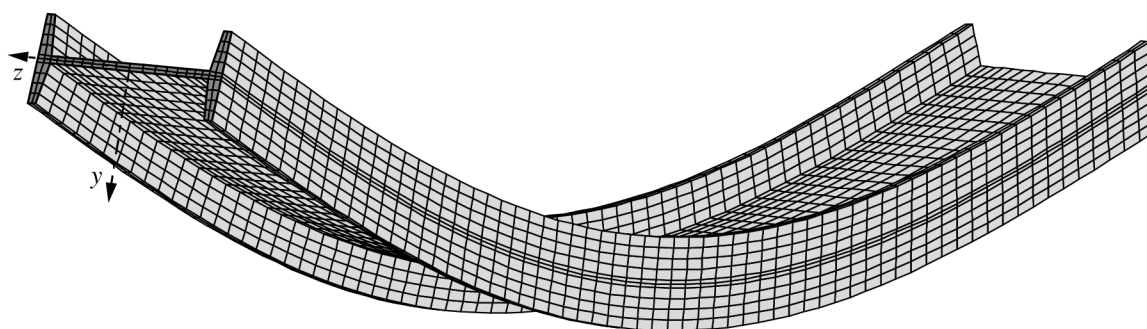
Souřadnice y_0 , z_0 libovolného bodu průřezu jsou stejné jako v úloze klopení a jsou znázorněny na Obr. 3.16. Ukázkový model z programu Ansys je zobrazen na Obr. 3.21–3.23. Počáteční geometrická imperfekce je pro názornost ve zvětšeném měřítku.



Obr. 3.21: Model z programu Ansys pro úlohu vzpěru kolmo na měkkí osu – pohled v rovině y-z



Obr. 3.22: Model z programu Ansys pro úlohu vzpěru kolmo na měkčí osu – axonometrie 1



Obr. 3.23: Model z programu Ansys pro úlohu vzpěru kolmo na měkčí osu – axonometrie 2

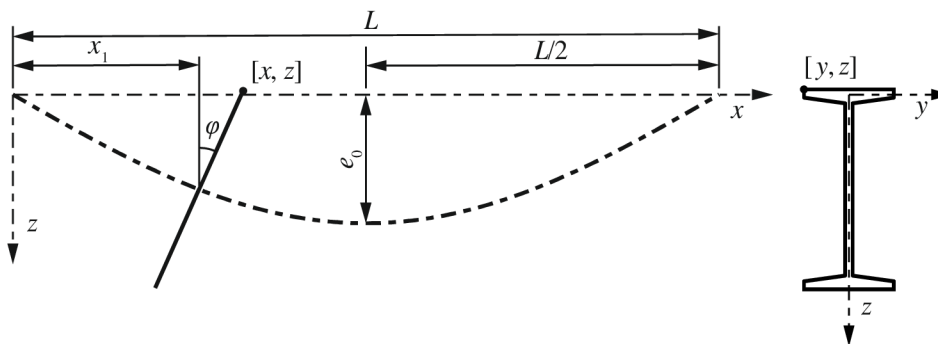
3.5.3 Úloha vzpěru kolmo na tužší osu průřezu

Počáteční zakřivení v_0 je uvažováno podle (2.1) s amplitudou e_0 . Souřadnice libovolného bodu odvozeny následovně:

$$x = x_1 - z_0 \sin \varphi, \quad (3.21)$$

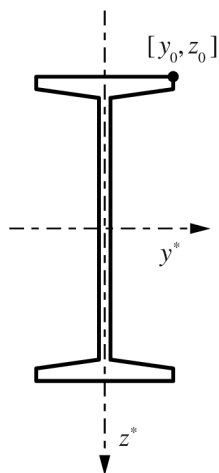
$$y = y_0, \quad (3.22)$$

$$z = e_0 \sin \left(\frac{\pi x_1}{L} \right) + z_0 \cos \varphi. \quad (3.23)$$

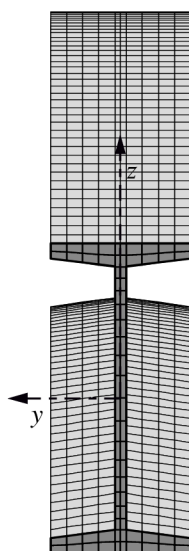


Obr. 3.24: Popis souřadnic libovolného bodu průřezu v úloze vzpěru kolmo na tužší osu

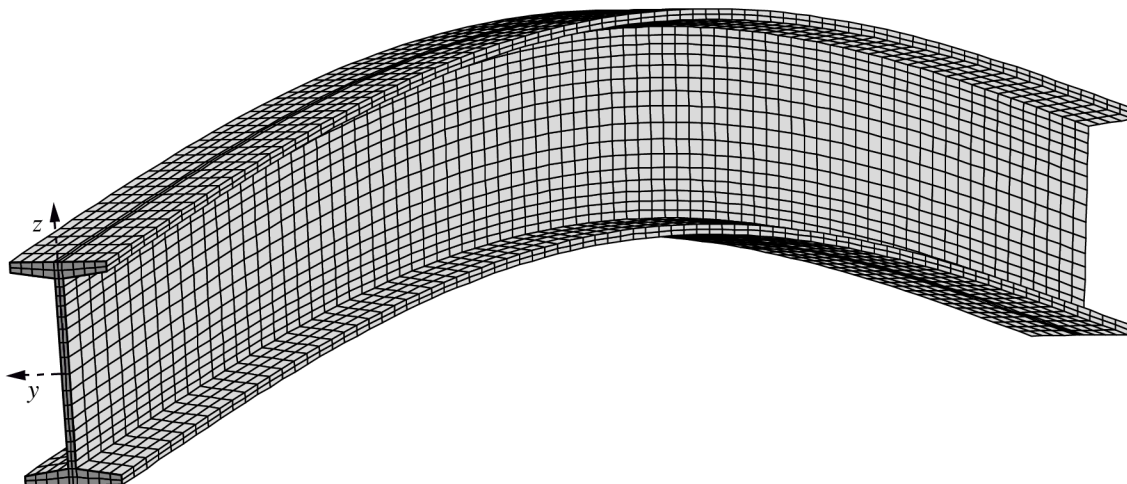
Souřadnice y_0, z_0 libovolného bodu průřezu jsou znázorněny na Obr. 3.25. Ukázkový model z programu Ansys je zobrazen na Obr. 3.26–3.28. Počáteční geometrická imperfekce je pro názornost ve zvětšeném měřítku.



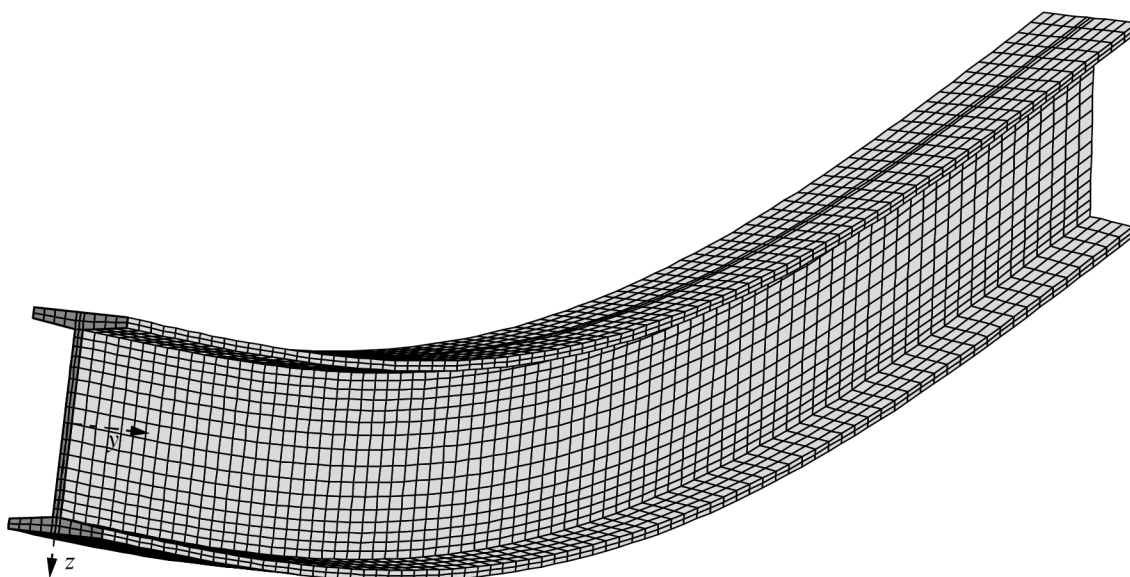
Obr. 3.25: Lokální souřadný systém průřezu v úloze vzpěru kolmo na tužší osu



Obr. 3.26: Model z programu Ansys pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu – pohled v rovině y - z



Obr. 3.27: Model z programu Ansys pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu – axonometrie 1



Obr. 3.28: Model z programu Ansys pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu – axonometrie 2

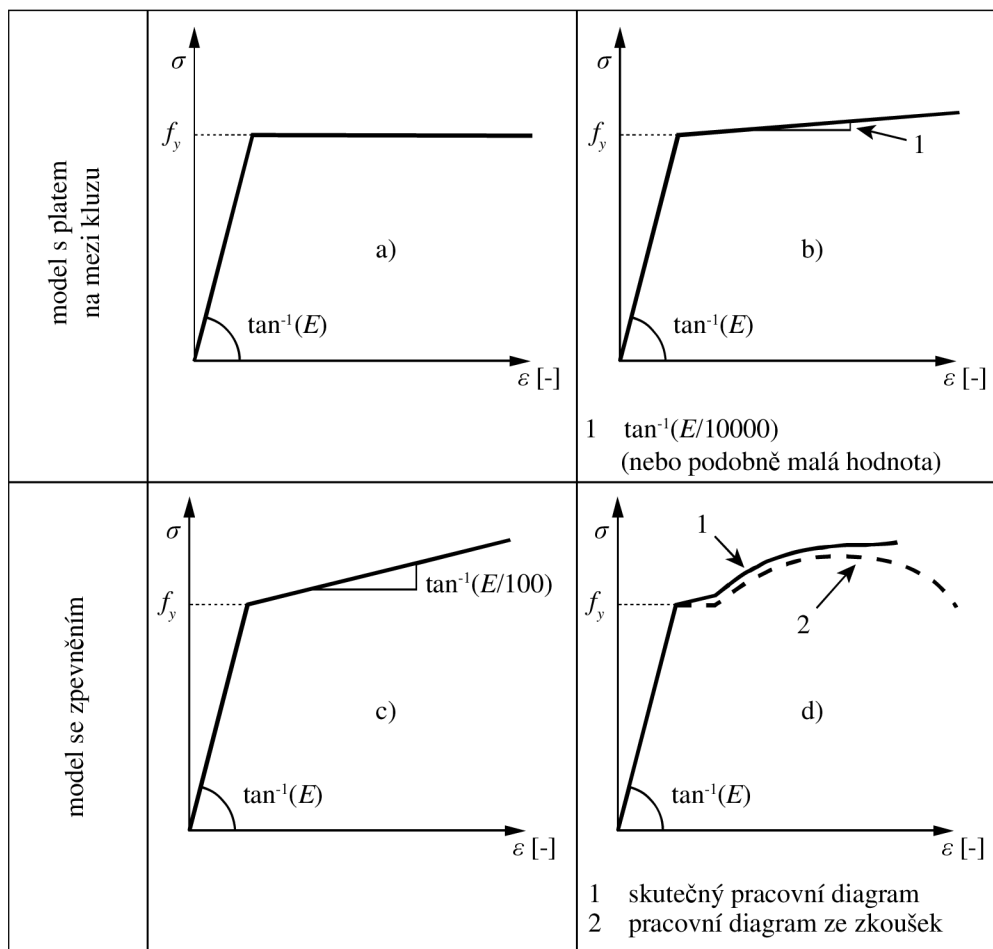
3.6 Materiálový model

Pro numerickou analýzu byly použity oceli třídy S235 a S355. Příloha C normy Eurocode [21] doporučuje pro konečně-prvkovou analýzu tyto čtyři materiálové modely:

- a) pružno-plastický bez zpevnění,
- b) pružno-plastický s jmenovitým sklonem plata,
- c) pružno-plastický s lineárním zpevněním,
- d) skutečný pracovní diagram, modifikovaný z výsledků zkoušek následovně:

$$\sigma_{true} = \sigma(1 + \varepsilon),$$

$$\varepsilon_{true} = \ln(1 + \varepsilon).$$



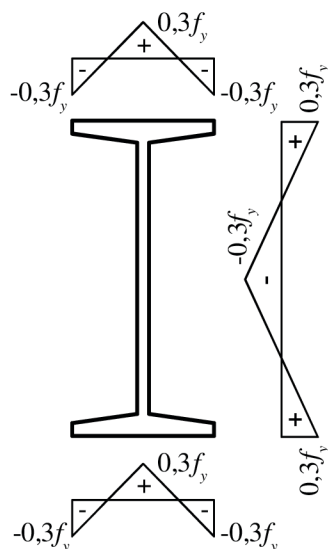
Obr. 3.29: Modelování chování materiálu

Pro účely této práce byl zvolen materiál b) se sklonem $E/10000$. Rozsáhlá studie vlivu různých materiálových modelů je uvedena např. v [37]. Vyplývá z ní, že zpevnění materiálu má zanedbatelný vliv na vzpěr či klopení. U dlouhých (štíhlých) nosníků je to způsobeno tím, že ztráta stability je především pružný jev ve smyslu, že pružné vlastnosti materiálu převládají a předurčují, jak se bude prvek chovat. Efekt materiálového zpevnění je očekáván až u krátkých nosníků s nízkou hodnotou relativní štíhlosti tam, kde se začne uplatňovat vliv plastického přetváření. Studiemi bylo ověřeno, že využití materiálu s nenulovým sklonem druhé větve namísto materiálu bez zpevnění a) vede ke snížení numerické nestability během výpočtu.

3.7 Vlastní pnutí

Napětí od vlastního pnutí může významně ovlivňovat únosnost konstrukčních prvků. Jedná se o velmi variabilní jev, který silně závisí na výrobních procesech [2,78]. Eurocode [21] uvádí, že vlastní pnutí má být zavedeno obrazcem napětí odpovídajícím výrobě s amplitudami

rovnajícimi se středním (očekávaným) hodnotám. Velikost a průběh napětí od vlastního pnutí závisí na geometrii a typu průřezu, teplotě při válcování, podmínkách chladnutí a procesech rovnání [26]. Přehled přístupů k modelování vlastního pnutí lze nalézt např. v [1,8,37]. Pro válcované průřezy typu „I“ a „H“ je možné aplikovat parabolické nebo lineární rozložení vlastního pnutí na stojně i pásnicích [101]. Běžně používaným obrazcem je však ten s lineárním průběhem napětí [37], viz Obr. 3.30, proto je ho použito i v této práci.



Obr. 3.30: Lineární rozložení napětí od vlastního pnutí

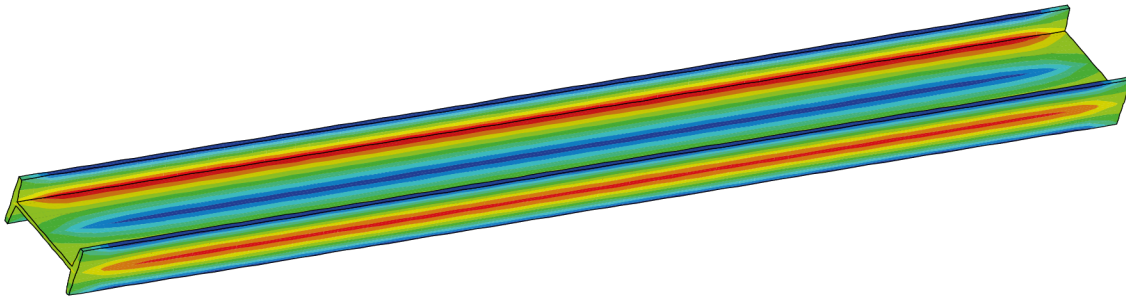
Pro poměr výšky a šířky průřezu $h/b > 1,2$, který odpovídá I profilům, může být střední hodnota vlastního pnutí uvažována jako 30 % meze kluzu f_y , pro poměr $h/b < 1,2$ (H profily) je to 50 % meze kluzu [37,88]. Výsledky numerických studií nalezené v [38,87] mají však tendenci vztahovat hodnoty vlastního pnutí k hodnotě meze kluzu oceli třídy S235. Stejně tak studie [66] uvádí hodnoty vlastního pnutí na okrajích pásnic profilů IPE jako $0,3 \times 235$ MPa bez souvislosti s mezemi kluzu ocelí S235, S355 a S460. Měření zbytkového napětí v přírubách podobných tvarů, vyrobené z různých tříd oceli ukazují, že distribuce a velikost zbytkového napětí jsou velmi podobné [26]. V této oblasti byl proveden rozsáhlý výzkum [37], který ukazuje, že velikost vlastního pnutí ve válcovaných profilech je nezávislá na mezi kluzu materiálu, ať už se jedná o oceli nižších či vysokých pevnostních tříd.

Vlastní pnutí σ_R je zavedeno ve formě samorovnovážného napětí od lineární změny teploty po prvku v prvním kroku výpočtu. Intenzita vlastního pnutí byla stanovena předepsáním teplot

v jednotlivých uzlech průřezu a je znázorněna na Obr. 3.31. Změna teploty ΔT v bodě průřezu je dána vztahem

$$\Delta T = -\frac{\sigma_R}{E\alpha_T}, \quad (3.24)$$

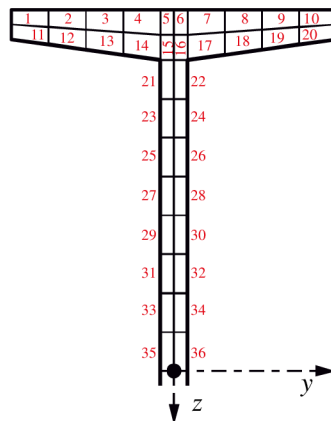
kde α_T je součinitel teplotní roztažnosti, uvažovaný hodnotou $\alpha_T = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.



Obr. 3.31: Intenzita vlastního pnutí po prutu

U samorovnovážného napětí musí platit, že součet sil působících na jednotlivé elementy poloviny průřezu je nulový, viz Obr. 3.32. Velikost síly F_i je dána součinem plochy prvku A_i v rovině y - z a napětí σ_{x_i} působícího na prvek

$$\sum_{i=0}^n F_i = \sum_{i=0}^n A_i \sigma_{x_i} = 0. \quad (3.25)$$



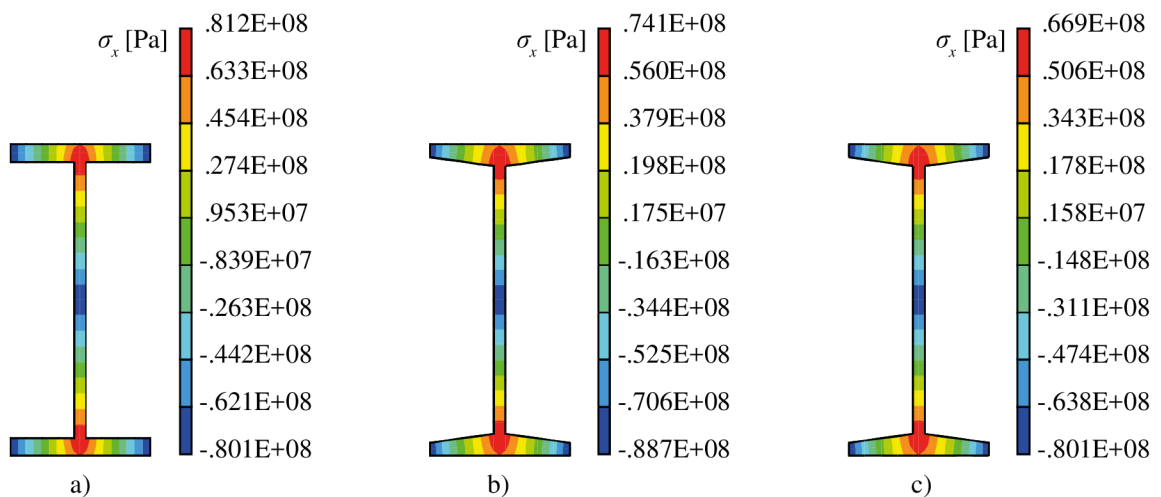
Obr. 3.32: Elementy poloviny průřezu

Program Ansys umožňuje vyčíslit součet sil (3.25) integrací napětí a bylo ověřeno, že je skutečně nulový.

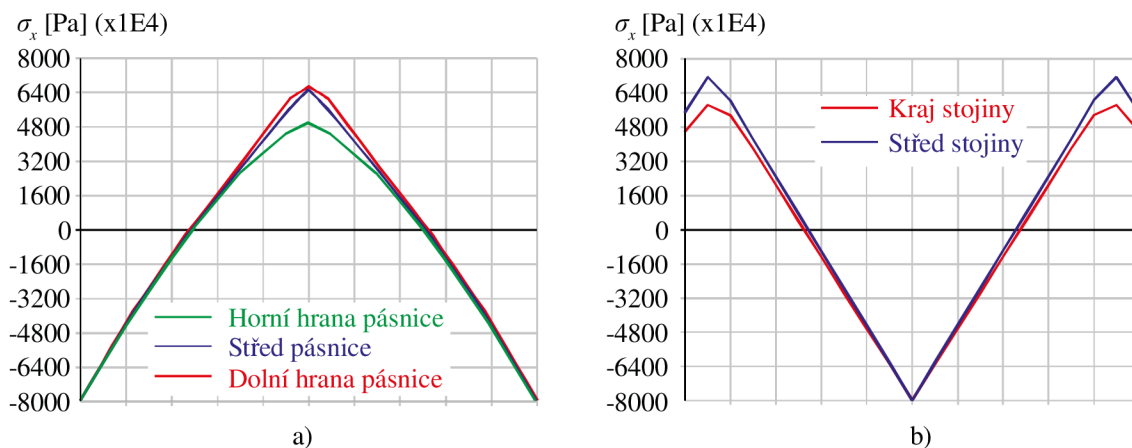
Vzhledem k tomu, že mají pásnice proměnlivou tloušťku, neplatí vztah (3.24) zcela přesně. Požadovanou hodnotu σ_R obdržíme novým nastavením hodnoty ΔT , kterou vypočítáme tak, že

její původní hodnotu podle vztahu (3.24) vynásobíme podílem σ_R a hodnoty napětí σ_x na konci pásnice, kterou obdržíme z konečně-prvkového modelu. Touto korekcí získáme požadované napětí na koncích pásnic, ale ve styku stojiny s pásnicemi bude napětí přibližně rovné $0,8 \sigma_R$. Je to způsobeno větší tloušťkou pásnice v této části průřezu. U průřezů s konstantní tloušťkou všech částí průřezu (IPE, HEA, HEB) k tomuto jevu nedochází a napětí na koncích pásnic a ve styku stojiny s pásnicemi jsou co do absolutní velikosti přibližně stejná.

Pro demonstraci rozložení napětí od vlastního pnutí po průřezu byly vytvořeny dva nosníky s průřezy IPE200 a I200. Vlastní pnutí bylo zadáno hodnotou $\sigma_R = 80$ MPa. Výsledky jsou zobrazeny na Obr. 3.33. Z obrázku a) je patrné, že hodnoty napětí po profilu IPE200 jsou ve výše uvedených místech přibližně stejná (ve smyslu absolutní velikosti). Obrázek b) zobrazuje napětí po profilu I200, která obdržíme po aplikaci změny teploty ΔT podle vztahu (3.24), a obrázek c) zobrazuje napětí po korekci. Poznamenejme, že přesné hodnoty napětí jsou pouze v integračních bodech, a ne v uzlech, do kterých jsou hodnoty extrapolovány. Rozdíl je však malý a neovlivňuje škály napětí. Pro větší názornost průběhu napětí z obrázku c) zobrazuje Obr. 3.34 napětí v řezech pásnicí a stojinou.



Obr. 3.33: Průběhy napětí σ_x od vlivu vlastního pnutí: a) průřez IPE200, b) průřez I200 bez korekce, c) průřez I200 s korekcí



Obr. 3.34: Velikost vlastního pnutí: a) v řezech pásnicí, b) v řezech stojinou

3.8 Ověření modelu

Modely popsané v kapitole 3 byly testovány s cílem ověřit, že věrně modelují studované stabilitní jevy a poskytují správné a dostatečně přesné výsledky. V programu Ansys byla provedena úloha lineární stability série přímých nosníků s nominálním průřezem I200, jehož charakteristiky jsou uvedeny v Tab. 3.2. Z ní byla získána vlastní čísla odpovídající hodnotám kritického zatížení. Výsledky jsou uvedeny v Tab. 3.3.

Tab. 3.3: Hodnoty kritického zatížení prutů nominálního průřezu I200

Délka L [m]	Vzpěr kolmo na měkčí osu průřezu		Vzpěr kolmo na tužší osu průřezu		Klopení	
	Ansys $N_{cr,z}$ [kN]	Analyticky $N_{cr,z}$ [kN]	Ansys $N_{cr,y}$ [kN]	Analyticky $N_{cr,y}$ [kN]	Ansys M_{cr} [kNm]	Analyticky M_{cr} [kNm]
2	10 314,839	11 002,953	653,417	615,376	89,549	95,576
3	4 756,556	4 890,201	292,385	273,500	54,328	57,088
4	2 712,297	2 750,738	165,007	153,844	39,413	40,934
5	1 747,199	1 760,473	105,807	98,460	31,092	32,026
10	440,629	440,118	26,460	24,615	15,372	15,519
15	196,160	195,608	11,760	20,343	10,247	10,284
20	110,404	110,030	6,615	6,154	7,696	7,697
25	70,679	70,419	4,233	3,938	6,165	6,151
30	49,095	48,902	2,943	2,735	5,137	5,123
40	27,621	27,507	1,656	1,538	3,869	3,840

Z tabulky je patrná dobrá shoda mezi analytickými a softwarovými hodnotami u dlouhých nosníků. U krátkých nosníků dochází k porušení předpokladu prutové teorie [91] a rozdíly se pohybují v řádech procent (5–6 %).

V dalších srovnávacích studiích byly validovány elastické odolnosti M_{Rd} , $N_{Rd,y}$ a $N_{Rd,z}$ pomocí analytických řešení dle vztahů (3.4), (3.10) a (3.11). Řešení byla vypočtena bez uvažování vlivu vlastního pnutí. Analytické únosnosti byly porovnány s hodnotami zatížení, při nichž maximální hodnota von Misesova napětí odpovídala mezi kluzu oceli (analýza GNIA). Mezi oběma sériemi výsledků došlo ve všech modelech k perfektní shodě [94].

Výše popsaný model pro úlohu klopení byl validován s pomocí modelu vyvinutém na Technical University of Denmark [98]. Tento model byl vytvořen v programu Abaqus za použití skořepinového prvku S4 [3]. Výpočet únosnosti byl založen na přírůstkové iterační Newton-Raphsonově metodě a Riksově metodě délky oblouku [69]. Oba konečně-prvkové modely používaly stejný materiálový model, rozložení vlastních pnutí a počáteční geometrickou imperfekci. Okrajové podmínky a způsob zatížení byly uzpůsobeny použitým objemovým a skořepinovým prvkům. Validace únosnosti byla provedena se sérií nosníků průřezu IPE200 třech poměrných štíhlostí při klopení $\bar{\lambda}_{LT} \in (0,3; 0,6; 1,2)$. Bylo vytvořeno 10 náhodných realizací pro 7 náhodných vstupních veličin (materiálové a geometrické charakteristiky). Zatímco směrodatná odchylka únosností z obou modelů byla přibližně stejná, střední hodnota modelů z Ansysu byla o 2–6 % nižší než u modelů z Abaqusu. Rozdíl 6 % se týkal štíhlosti 0,3 a mohl být vyvolán plastickým chováním v kombinaci s materiálovým překrytím ve styku stojiny a pásnice [37]. Stěžejním faktem však byla korelace mezi výsledky z obou modelů, která byla téměř 1,0 pro každou štíhlost. Podrobný popis srovnávací studie a obdržených výsledků byl publikován v [98].

3.8.1 *Srovnání s normou Eurocode 3*

Pro další validaci numerického modelu bylo provedeno srovnání křivek klopení a křivek vzpěrné pevnosti podle Eurocodu 3 [20] s hodnotami vypočtenými z Ansysu. Byly provedeny dvě analýzy: GMNIA (bez vlastního pnutí) a GMNIAR (s vlivem vlastního pnutí), pro nosníky s nominálním průřezem I200, ocelí třídy S355 ($f_y = 355$ MPa), modulem pružnosti v tahu a tlaku $E = 210$ GPa, vlastním pnutím $\sigma_r = 106,5$ MPa ($0,3f_y$) a amplitudou počátečního zakřivení $e_0 = L/1000$. Výsledky jsou zobrazeny v grafech na Obr. 3.35–3.37, přičemž hodnoty

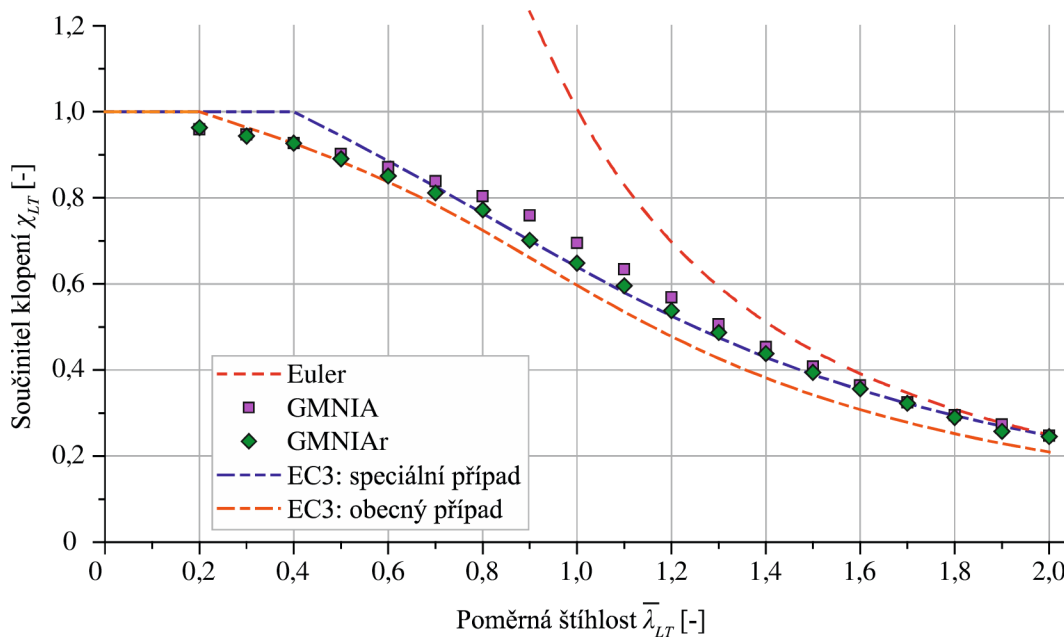
v nich jsou vyneseny ve vztahu poměrná štíhlost ku součinitel klopení, respektive součinitel vzpěrnosti. Hodnoty absolutních únosností jsou podle vztahů (2.63) a (2.72) upraveny následovně

$$\chi_{LT} = \frac{M_{pl}}{W_{pl,y} f_y}, \quad (3.26)$$

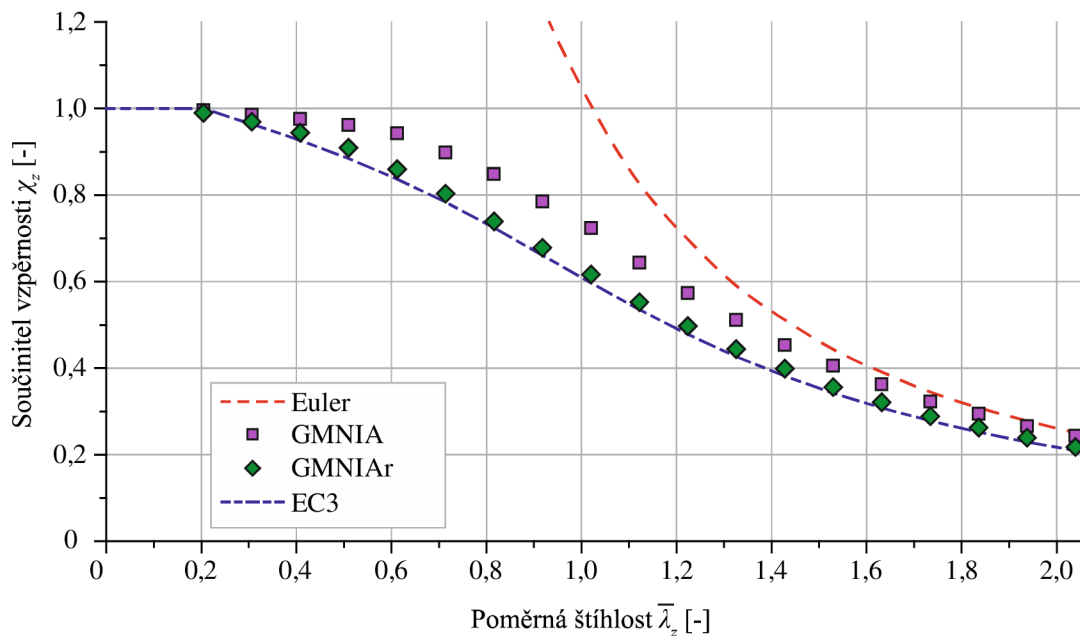
$$\chi_y = \frac{N_{pl}}{A f_y}, \quad (3.27)$$

$$\chi_z = \frac{N_{pl}}{A f_y}. \quad (3.28)$$

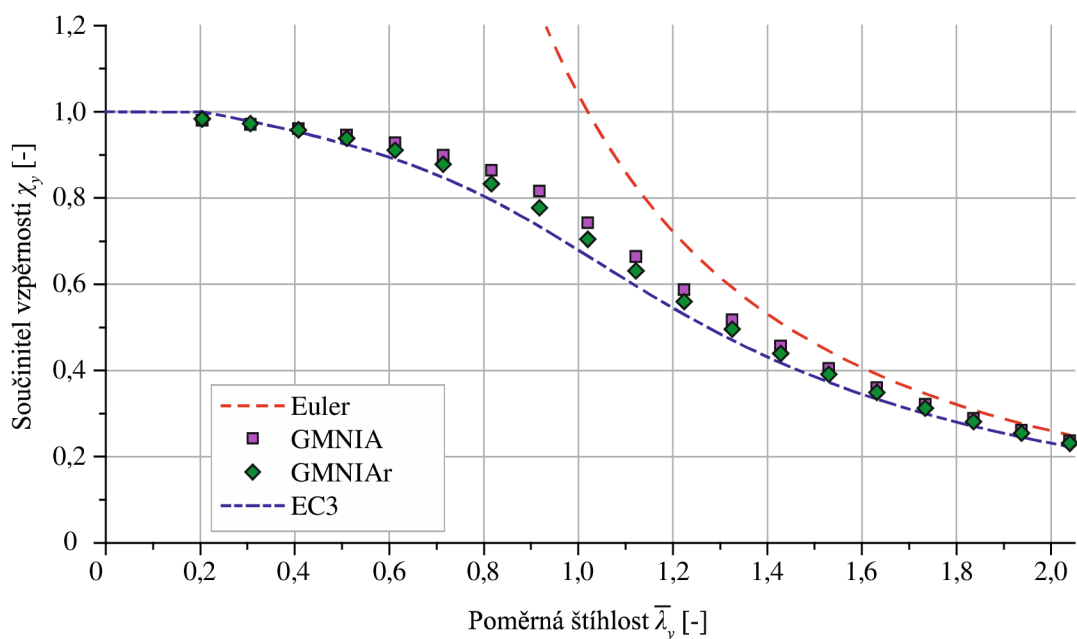
Modely z GMNIAr analýzy by měly být nejbližší realitě a sledovat křivky z Eurocodu 3. Je očekáváno, že povedou k nejnižším hodnotám χ_{LT} respektive χ_y a χ_z .



Obr. 3.35: Součinitel klopení χ_{LT} ve vztahu k poměrné štíhlosti $\bar{\lambda}_{LT}$



Obr. 3.36: Součinitel vzpěrnosti χ_z ve vztahu k poměrné štíhlosti $\bar{\lambda}_z$



Obr. 3.37: Součinitel vzpěrnosti χ_y ve vztahu k poměrné štíhlosti $\bar{\lambda}_y$

Z Obr. 3.35–3.37 je patrné, že hodnoty GMNIAr analýzy jsou nižší než z GMNIA, ve které se neuvažuje vliv vlastního pnutí. Ve všech třech úlohách dochází ve shodě v tom, že vlastní pnutí nejvíce ovlivňuje únosnost pro štíhlosti přibližně v intervalu $\langle 0,6; 1,1 \rangle$.

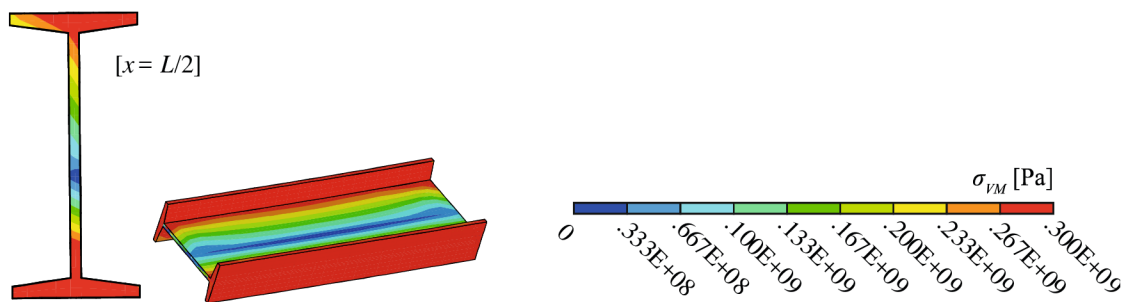
V úlohách vzpěru hodnoty GMNIAr dobře aproximují křivky vzpěrnosti (v případě vzpěru kolmo k tužší ose průřezu y se jedná o křivku a , v případě vzpěru kolmo k měkčí ose průřezu z

se jedná o křivku b). V úloze klopení je dobře aproximována křivka klopení c od štíhlosti 0,8 podle specifického případu normy [20]. Křivka b podle obecného případu normy udává hodnoty konzervativnější a vypočtené součinitele se jí blíží až pro malé hodnoty štíhlostí. Pro nízké štíhlosti by se zdálo, že výsledky budou více odpovídat nižším normovým křivkám. Podobné výsledky byly publikovány v [22,29,66,88] s komentářem, že nesoulad vypočtených součinitelů s normou lze jednoduše přisoudit tomu, že jsou křivky klopení nepřesné. Podle specifického případu normy udává křivka nejvíce nekonzervativní hodnoty v oblasti nízkých štíhlostí a plato do štíhlosti 0,4 nekoreluje s obdrženými výsledky. V obecném případě, kde je plato pouze do štíhlosti 0,2, udává normová křivka konzervativní hodnoty jak pro vysoké, tak nízké štíhlosti. Avšak pro ty nejnižší štíhlosti je mírně na straně nebezpečné.

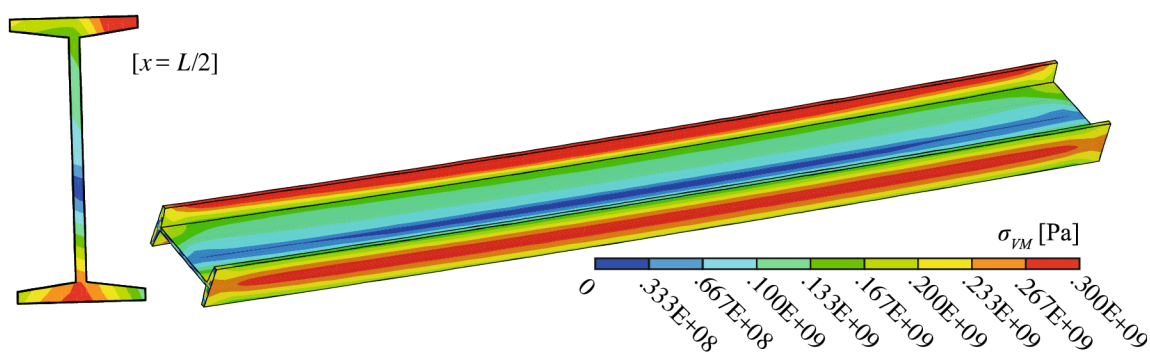
Na základě obdržených výsledků lze tvrdit, že v úlohách vzpěru došlo k dobré shodě s normovými křivkami a nastavení GMNIAR analýzy je provedeno správně a modely jsou použitelné k následným výpočtům s dostatečnou mírou přesnosti. V úloze klopení neodpovídají výsledky těm normovým zcela přesně, ale jedná se o známý problém křivek klopení [29,66,88]. S ohledem k tomu i k publikované literatuře lze tvrdit, že jsou i tyto konečně-prvkové modely vytvořeny správně a lze jich použít pro účely této práce.

3.8.2 *Napětí při dosažení únosnosti*

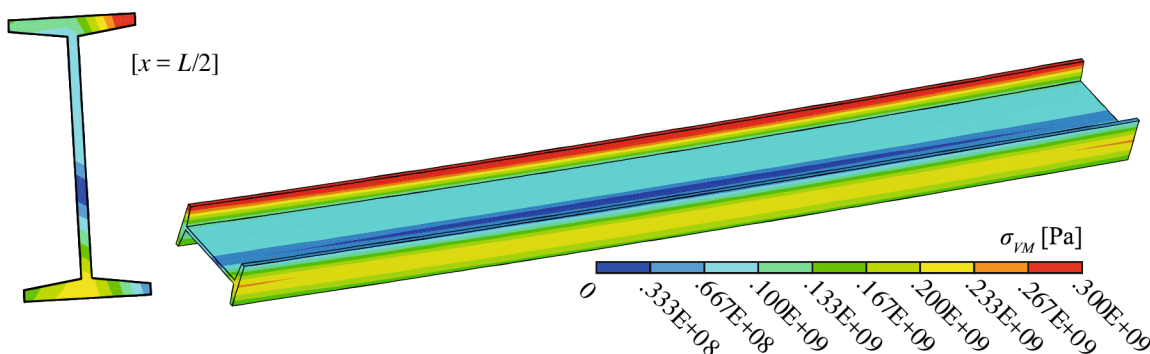
Pro demonstraci rozložení von Misesova napětí na nosnících při dosažení jejich celkové únosnosti M_{pl} (úloha klopení), respektive N_{pl} (úlohy vzpěru), byly pro každou úlohu vybrány 4 poměrné štíhlosti – 0,3; 0,8; 1,1; 1,6. Mez kluzu oceli byla zvolena jako $f_y = 300$ MPa, modul pružnosti v tahu a tlaku $E = 210$ GPa, vlastní pnutí $\sigma_R = 90$ MPa ($0,3f_y$) a amplituda počátečního zakřivení $e_0 = L/1000$. Průběhy napětí na nosnících a průřezech uprostřed rozpětí jsou zobrazeny na Obr. 3.38–3.49. Zatímco u nosníků malých štíhlostí dochází k výrazné plastifikaci průřezů – Obr. 3.38, Obr. 3.42 a Obr. 3.46, u štíhlých nosníků jsou plastické oblasti nepatrné. Je to způsobeno tím, že se únosnost blíží Eulerově hyperbole a úloha se stává stabilitním problémem, kde se vliv meze kluzu projeví minimálně.



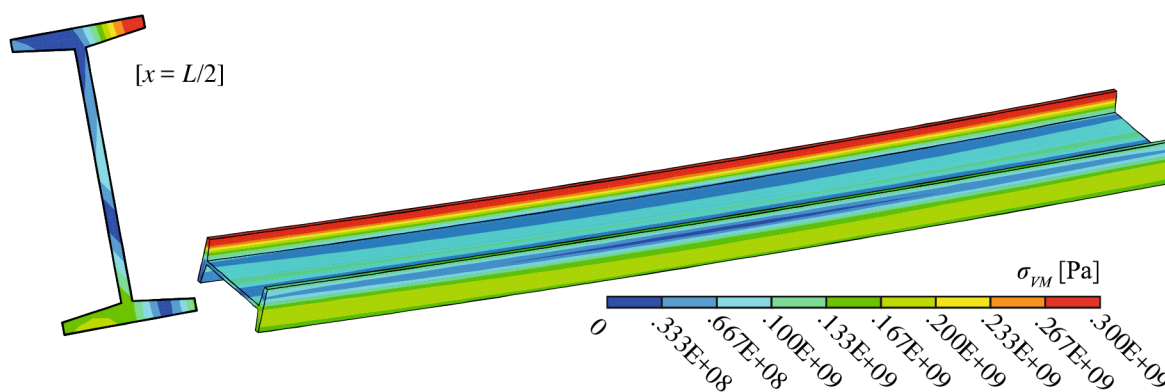
Obr. 3.38: Von Misesovo napětí: úloha klopení, štíhlost 0,3



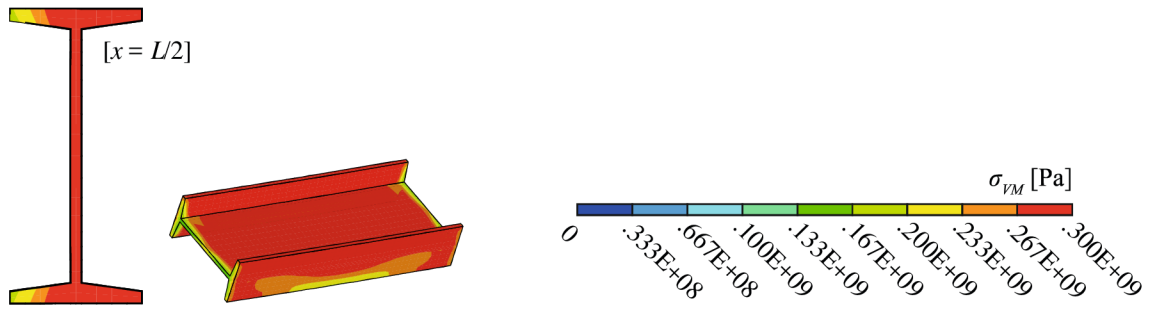
Obr. 3.39: Von Misesovo napětí: úloha klopení, štíhlost 0,8



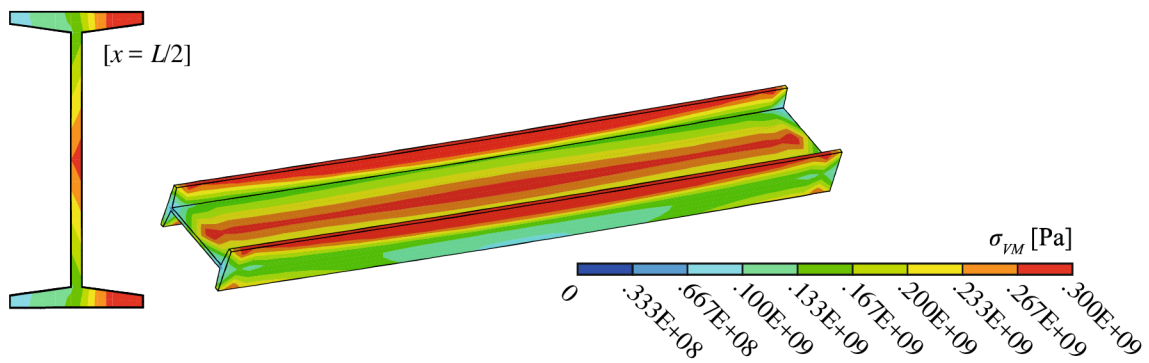
Obr. 3.40: Von Misesovo napětí: úloha klopení, štíhlost 1,1 (oblast délky 2 m kolem středu nosníku)



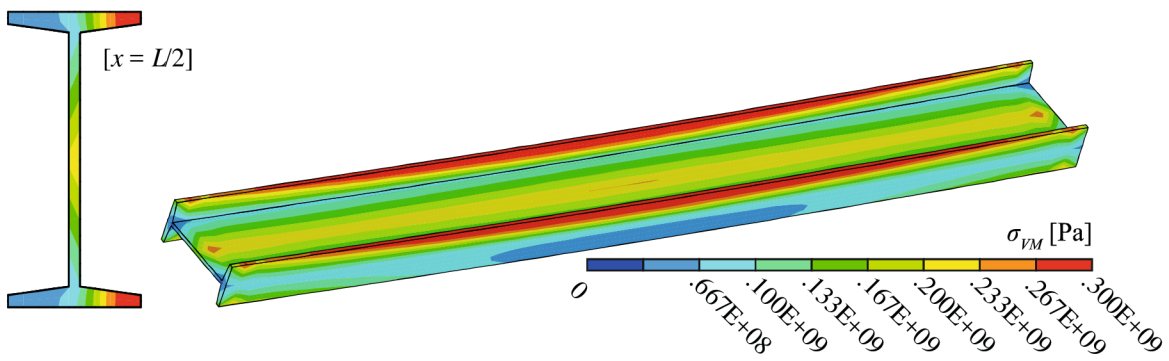
Obr. 3.41: Von Misesovo napětí: úloha klopení, štíhlost 1,6 (oblast délky 2 m kolem středu nosníku)



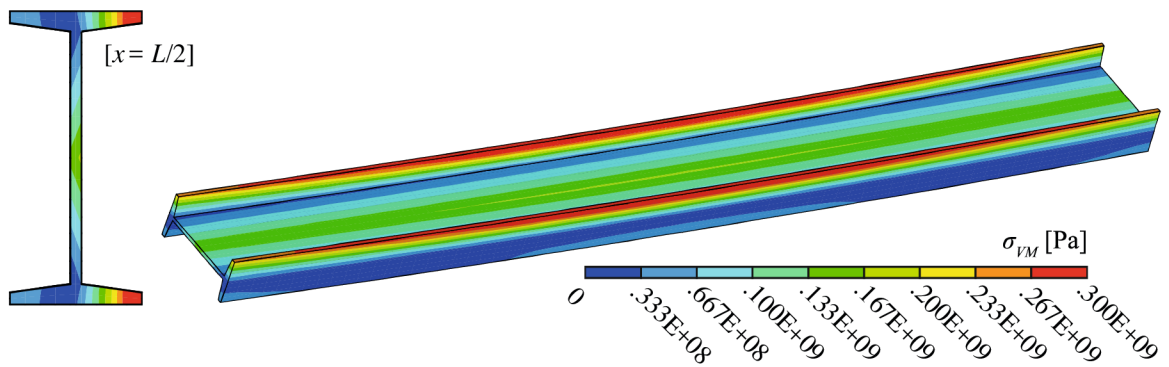
Obr. 3.42: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na měkčí osu, štíhlost 0,3



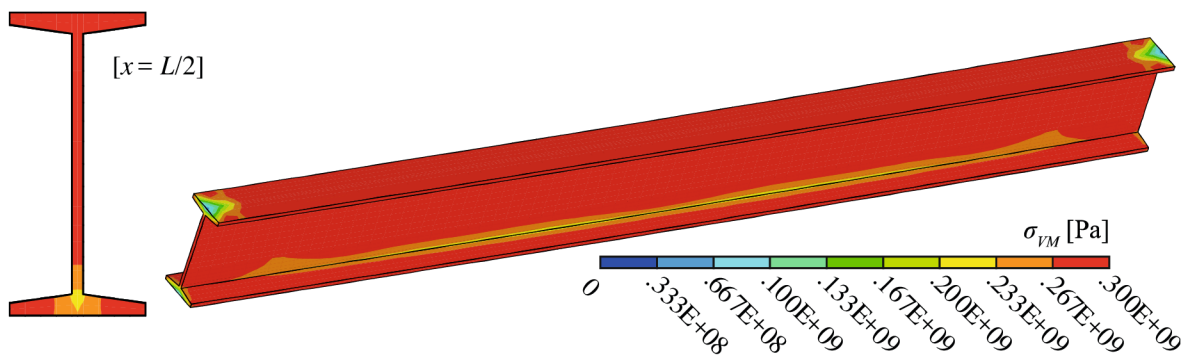
Obr. 3.43: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na měkčí osu, štíhlost 0,8



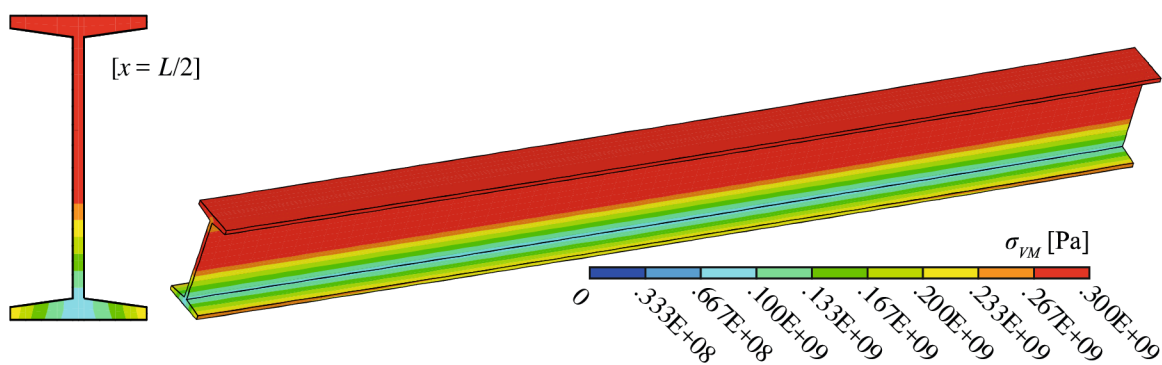
Obr. 3.44: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na měkčí osu, štíhlost 1,1



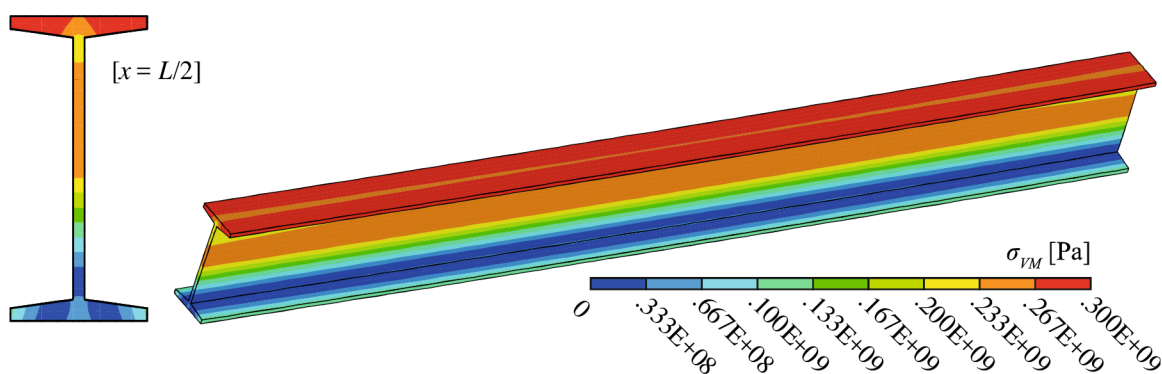
Obr. 3.45: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na měkčí osu, štíhlost 1,6 (oblast délky 2 m)



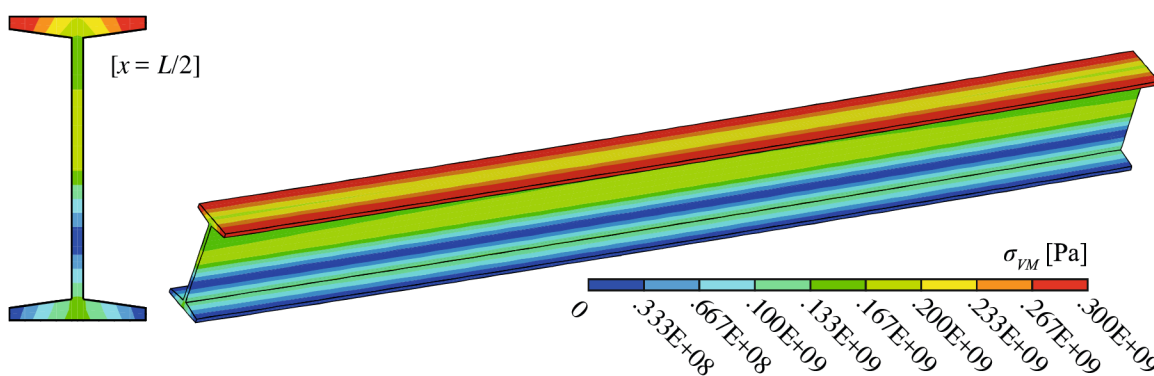
Obr. 3.46: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na tužší osu, štíhlost 0,3



Obr. 3.47: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na tužší osu, štíhlost 0,8 (oblast délky 2 m)



Obr. 3.48: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na tužší osu, štíhlost 1,1 (oblast délky 2 m)



Obr. 3.49: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na tužší osu, štíhlost 1,6 (oblast délky 2 m)

4 STATISTICKÁ A CITLIVOSTNÍ ANALÝZA

Významnou součástí návrhu konstrukčních systémů jsou postupy a metody zabezpečující spolehlivost nezbytných dimenzí nosných prvků ve vztahu k účinkům působícího zatížení. Návrhové postupy používané při dimenzování konstrukcí jsou v současné době založeny na metodice mezních stavů [19].

Pod pojmem mezní stav rozumíme takový stav, při jehož překročení přestává konstrukce plnit návrhové požadavky na užitné vlastnosti. U ocelových konstrukcí se mezní stavy dělí do dvou základních skupin: mezní stavy únosnosti a mezní stavy použitelnosti.

Mezní stavy únosnosti souvisejí se zřícením a podobnými poruchami, jakými může být ztráta únosnosti konstrukce nebo její části jako tuhého tělesa, transformace v mechanismus či porucha nadměrným přetvořením, ztráta stability podpor a základů, porucha způsobená únavou nebo jiným časově závislým účinkem.

Mezní stavy použitelnosti souvisejí se splněním provozních požadavků a jsou charakterizovány deformacemi, posuny, kmitáním a takovými jevy, které mohou nepříznivě ovlivnit vzhled, trvanlivost nebo funkci konstrukce.

Obecně lze spolehlivost konstrukce či konstrukčních prvků definovat jako schopnost plnit požadavky, které jsou na ni kladeny v daném časovém období a v daných provozních podmínkách [89]. Konstrukce či prvek jsou spolehlivé, je-li splněna základní podmínka spolehlivosti ve tvaru

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_M) \geq 0, \quad (4.1)$$

kde X_1, X_2, \dots, X_M jsou veličiny pro její výpočet, jež zpravidla představují geometrické a materiálové charakteristiky, zatížení, případně další vlivy. U mezních stavů únosnosti popisují obvykle odpory konstrukce a účinky zatížení, a to po dobu životnosti konstrukce.

Budeme-li chtít zohlednit vliv náhodné proměnlivosti vstupních veličin, bude dosažení mezního stavu náhodným jevem, který se v teorii spolehlivosti zkoumá pomocí teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky. Výpočtový model, který zohledňuje tuto náhodnost, se nazývá stochastickým. Stochastický model obsahuje příslušný výpočtový model a využívá numerické simulační metody, kterými lze postihnout a vyšetřit vliv nejistot plynoucích z náhodného charakteru vstupních veličin. Stochastický model je možné využít ve třech základních oblastech analýzy konstrukcí, kterými jsou

- a) statistická analýza,
- b) citlivostní analýza,
- c) pravděpodobnostní analýza.

Tyto tři typy tvoří dohromady spolehlivostní analýzu konstrukce.

Účelem statistické analýzy je získání odhadů statistických parametrů charakterizujících náhodné jevy sledované na konstrukci. Jako příklad je možné uvést odhad charakteristické hodnoty meze kluzu jako 5% kvantilu nebo odhad návrhové hodnoty únosnosti jako 0,1% kvantilu.

Účelem citlivostní analýzy je kvantifikovat, jak proměnlivost výstupních náhodných veličin ovlivňuje proměnlivost vstupních náhodných veličin. V souvislosti s mezními stavy se často jako výstupní veličina uvažuje únosnost, respektive průhyb konstrukce. Citlivostní analýze se bude podrobněji věnovat podkapitola 4.3.

Účelem pravděpodobnostní analýzy je výpočet teoretické pravděpodobnosti poruchy a získání odhadu spolehlivosti konstrukce. Metoda navrhování konstrukcí podle mezních stavů vychází z pravděpodobnostního přístupu k podmínce spolehlivosti (4.1). Klasickou teorií spolehlivosti lze uvést ve formě dvou náhodných veličin [24]

$$G = R - S \leq 0, \quad (4.2)$$

kde R je odolnost konstrukce a S je vliv zatížení. Veličinou, která jednoznačně kvantifikuje spolehlivost, nebo nespolehlivost, je pravděpodobnost, že nerovnost (4.2) nebude splněna. Jelikož není možné dosažení mezního stavu (poruchy) absolutně vyloučit, je snaha minimalizovat pravděpodobnost vzniku poruchy P_f . Ta je nejdůležitějším ukazatelem spolehlivosti a je obvykle vztažena k jisté referenční době, tj. k časovému úseku, ve kterém má být daná míra spolehlivosti zachována. Konstrukce je považována za spolehlivou, pokud platí

$$P_f \leq P_{f,t}, \quad (4.3)$$

kde $P_{f,t}$ je směrná hodnota pravděpodobnosti poruchy. Její normové hodnoty se uvádějí v závislosti na skupině mezních stavů a významu konstrukce [19].

Analytické řešení pravděpodobnosti, že nerovnost (4.2) nebude splněna, je spíše výjimečné. V analýze spolehlivosti konstrukce se proto často používá numerických simulačních metod.

4.1 Numerické simulační metody

Pravděpodobnost porušení podmínky spolehlivosti je mnohdy založena na simulaci Monte Carlo [18]. Postup metody spočívá v numerické simulaci řešeného problému, konkrétně pak v opakovaném řešení funkce poruchy vždy s jiným náhodně vygenerovaným vektorem vstupních náhodných veličin \mathbf{X} . Metoda Monte Carlo je snadno aplikovatelná a má široké využití od simulace náhodných experimentů přes numerickou integraci určitých integrálů po numerické řešení diferenciálních rovnic. Chyba metody je dána výrazem

$$err = \sqrt{\frac{D}{N}}, \quad (4.4)$$

kde D je konstanta vyjadřující povahu konkrétního případu a N je počet náhodných simulací. V praxi se většinou realizuje velké množství simulací (řádově tisíce až miliony).

V pravděpodobnostní analýze se často používají též nepřímé aproximační metody FORM (First Order Reliability Method) [10,14,61], metoda plochy odezvy (Response surface) [28,67] a metoda LHS s následnou aproximací rezervy spolehlivosti [28,54].

4.1.1 Metoda Latin Hypercube Sampling

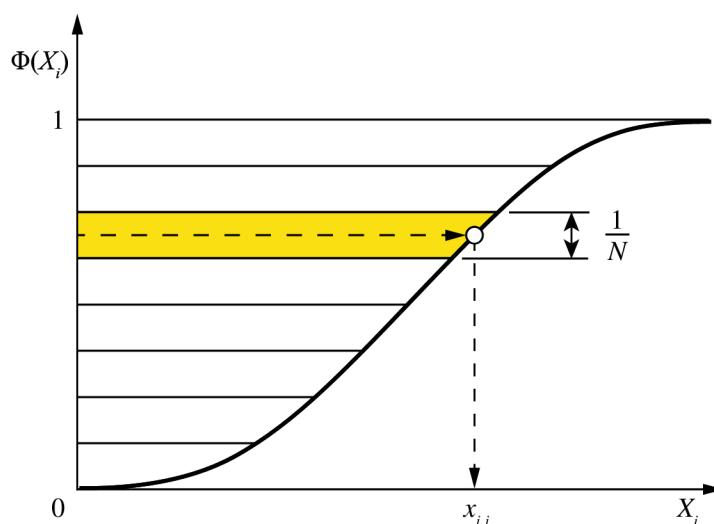
Klasická simulační technika Monte Carlo se často potýká s problémem malé efektivity u složitějších spolehlivostních úloh, které vyžadují provedení vysokého počtu simulací, a zároveň každá jedna simulace vyžaduje vysokou spotřebu strojového času na počítači. Tato nevýhoda zřetelně omezuje uplatnění velkého množství simulací k odhadu pravděpodobnosti poruchy P_f , která je obvykle u řešených úloh velmi malá. Východiskem jsou zdokonalené simulační metody, které umožňují odhadnout pravděpodobnost poruchy s menším počtem simulací.

Použijeme-li stejný počet simulací, tak Metoda Latin Hypercube Sampling (LHS) poskytuje ve srovnání s klasickou metodou Monte Carlo velmi dobré odhady střední hodnoty, rozptylu, šikmosti, špičatosti a distribuční funkce [34,57]. Využitím této metody lze dělat statistické závěry i na základě relativně malého počtu simulací. Výpočet realizace vektoru vstupních veličin $\{x\}_j, j = 1, 2, \dots, N$ metodou LHS funguje následovně. Mějme realizaci vektoru náhodných vstupních veličin $\{X\} = \{X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_M\}^T$, kde M je počet vstupních veličin. Hodnotu výstupu $\{Y\}$ lze zapsat ve tvaru

$$\{Y\} = f(\{X\}), \quad (4.5)$$

příčemž $f()$ je operátor představující příslušný deterministický výpočtový model ve tvaru matematicky uzavřených vztahů, případně ve tvaru počítačového algoritmu.

Definiční obor distribuční funkce $\Phi(X_i)$ libovolné vstupní náhodné veličiny X_i je rozdělen na N intervalů o stejné pravdivosti $1/N$, viz Obr. 4.1. Reprezentativní hodnoty dané veličiny jsou při simulaci vybírány na základě náhodných permutací celých čísel $j = 1, 2, \dots, N$. Při výpočtu je provedeno právě N simulací, během nichž je každý z intervalů vybrán pouze jednou. Z každého intervalu je vybrána buď jeho střední hodnota, hodnota odpovídající mediánu nebo náhodně zvolená hodnota, ze které se na základě inverzní distribuční funkce $\Phi^{-1}(X_i)$ určí odpovídající reprezentativní hodnota $x_{i,j}$ náhodné veličiny X_i . Tímto způsobem lze zajistit, že se při simulacích rovnoměrně pokryje celý rozsah distribuční funkce náhodné veličiny.



Obr. 4.1: Schéma metody Latin Hypercube Sampling

Opakovaným řešením (4.5) dostaneme výstupní statistický soubor konkrétních realizací výstupní náhodné veličiny Y . Vhodnou aproximační funkcí rozdělení pravděpodobnosti veličiny Y lze zvolit např. s využitím Pearsonova testu dobré shody [65]. Výhoda postupu metody LHS spočívá především v nízkém počtu simulací N (řádově desítky až stovky).

4.2 Metoda dílčích součinitelů spolehlivosti

Metoda dílčích součinitelů spolehlivosti zůstává základní metodou pro ověřování mezních stavů v normách Eurocode. Navrhování konstrukcí podle mezních stavů tak vychází z pravděpodobnostního přístupu k podmínce spolehlivosti (4.2), která je obecně vytvořena nejnepříznivějším vztahem mezi únosností a zatížením. Metoda dílčích součinitelů je semi-pravděpodobnostní přístup, kde jsou výpočty prováděny deterministicky a statistický rozptyl

vstupních parametrů je do procesu vnášen prostřednictvím dílčích součinitelů. Z tohoto důvodu je důležité zavedení pojmů charakteristická hodnota X_k , návrhová hodnota X_d a dílčí součinitel spolehlivosti γ .

Charakteristická hodnota X_k je definována jako 5% kvantil statistického rozdělení. U meze kluzu se deklaruje jmenovitá hodnota X_n , která by měla být s charakteristickou hodnotou shodná. Obvykle se jí ale rovná pouze přibližně.

Návrhová hodnota X_d odpovídá přibližně 0,1% kvantilu příslušného statistického rozdělení.

Součinitel spolehlivosti materiálu γ_m je poměr jmenovité a návrhové hodnoty.

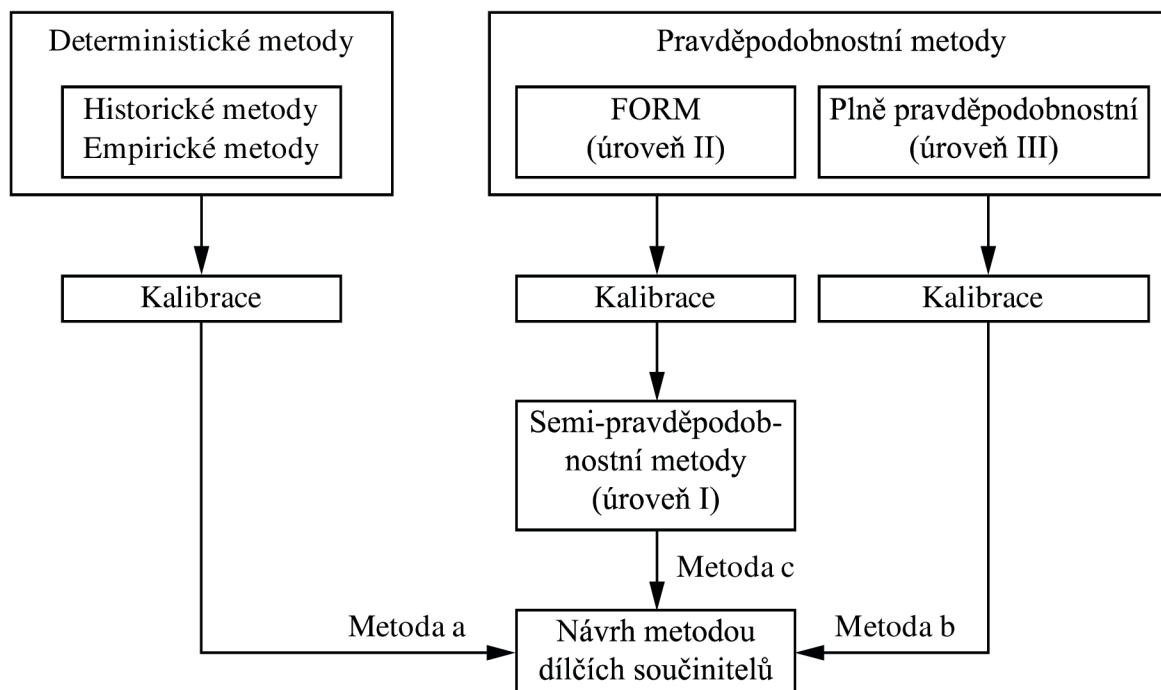
Návrhová hodnota odolnosti X_d se vypočítá jako podíl jmenovité hodnoty X_n a dílčího součinitele spolehlivosti:

$$X_d = \frac{X_n}{\gamma}. \quad (4.6)$$

Návrhová hodnota X_d účinků zatížení se stanoví jako součin charakteristické hodnoty X_k a dílčího součinitele spolehlivosti:

$$X_d = X_k \gamma. \quad (4.7)$$

Existují tři základní úrovně pravděpodobnostních postupů, které se používají při kalibraci normových postupů [76]. Znázorněny jsou na Obr. 4.2.



Obr. 4.2: Přehled spolehlivostních metod

U metod I. úrovně vstupuje každá základní veličina X_i do výpočtu jedinou (návrhovou) hodnotou. Při navrhování jsou jedinými ukazateli spolehlivosti základních veličin charakteristické hodnoty a dílčí součinitele spolehlivosti. Metoda dílčích součinitelů spolehlivosti je tedy metodou I. úrovně. Po provedení posouzení zůstane míra spolehlivosti neznámá. Výstupem je pouze informace typu vyhoví – nevyhoví.

V metodách II. úrovně je každá základní veličina X_i popsána dvěma statistickými parametry, zpravidla střední hodnotou a směrodatnou odchylkou. Ke spolehlivostním metodám této úrovně patří např. metoda FORM. Vedle teoretické pravděpodobnosti poruchy se v postupech II. úrovně používá jako ukazatel spolehlivosti index spolehlivosti podle Cornella β [14,51], pro který platí

$$P_f \approx \Phi_N(-\beta) = 1 - \Phi_N(\beta), \quad (4.8)$$

kde Φ_N je distribuční funkce normovaného normálního rozdělení.

U metod III. úrovně jsou při analýze náhodného účinku zatížení a únosnosti popsány všechny základní veličiny X_i vhodným teoretickým modelem rozdělení pravděpodobnosti. Tyto plně pravděpodobnostní metody poskytují v zásadě správné řešení daného problému spolehlivosti. Metody III. úrovně se však pro kalibraci návrhových předpisů běžně nepoužívají, protože je obvykle nedostatek statistických údajů. Normy Eurocode vycházejí zejména z metody „a“, viz Obr. 4.2.

4.2.1 *Návrhové podmínky spolehlivosti*

Pro spolehlivostní analýzu je v této práci využito semi-pravděpodobnostního přístupu, který spadá pod kategorii FORM metody. Aby bylo možné analýzu použít, musí být splněny dva předpoklady:

- i) odolnost R a zatížení S jsou vzájemně statisticky nezávislé,
- ii) R i S jsou normálně rozdělené veličiny.

Střední hodnotu m_G , směrodatnou odchylku S_G a šikmost a_G je pak možné vyjádřit výrazy

$$m_G = m_R - m_S, \quad (4.9)$$

$$S_G = \sqrt{S_R^2 + S_S^2}, \quad (4.10)$$

$$a_G = \frac{S_R^3 a_R - S_S^3 a_S}{S_G^3}. \quad (4.11)$$

Transformací G na normované normální rozdělení se střední hodnotou $m_U = 0$ a směrodatnou odchylkou $S_U = 1$ dostaneme

$$U = \frac{G - m_G}{S_G}. \quad (4.12)$$

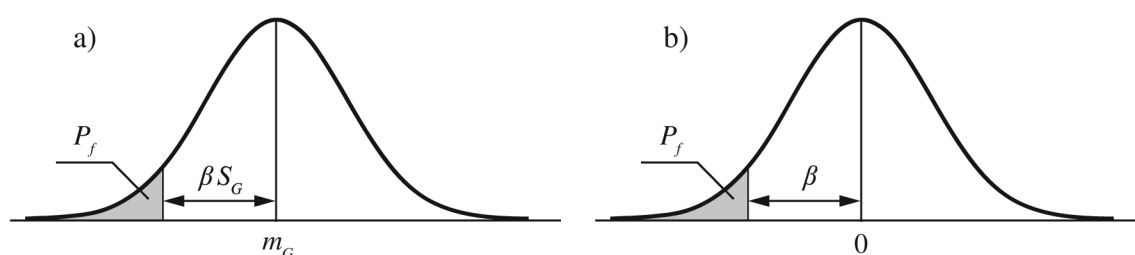
Pravděpodobnost poruchy vyjádříme vztahem

$$P_f = P(G < 0) = P\left(U < -\frac{m_G}{S_G}\right) = P(U < -\beta) = \Phi_N(-\beta), \quad (4.13)$$

kde β je index spolehlivosti, který byl již uveden v kapitole 4.2, a je definován vztahem

$$\beta = \frac{m_G}{S_G}, \quad (4.14)$$

tedy jako převrácená hodnota variačního koeficientu rezervy spolehlivosti. Index spolehlivosti tedy říká, kolikrát je možné umístit směrodatnou odchylku rezervy spolehlivosti mezi nulu a střední hodnotu, viz Obr. 4.3.



Obr. 4.3: Index spolehlivosti: a) rezerva nenormovaná, b) rezerva normovaná

Spolehlivost je možné ověřit porovnáním dosaženého indexu spolehlivosti β s hodnotou návrhového indexu spolehlivosti β_d podle normy

$$\beta \geq \beta_d. \quad (4.15)$$

Směrné hodnoty indexu spolehlivosti a jim odpovídající pravděpodobnosti poruchy [19] jsou uvedeny v Tab. 4.1.

Tab. 4.1: Směrné hodnoty indexu spolehlivosti

Mezní stav	Referenční doba 1 rok		Referenční doba 50 let	
	β	P_f	β	P_f
Únosnost	4,7	$13 \cdot 10^{-5}$	3,8	$7,2 \cdot 10^{-5}$

Mezní stav	Referenční doba 1 rok		Referenční doba 50 let	
	β	P_f	β	P_f
Únava	-	-	1,5 – 3,8	$6,7 \cdot 10^{-2} - 7,2 \cdot 10^{-5}$
Použitelnost (nevratný)	2,9	$1,9 \cdot 10^{-3}$	1,5	$6,7 \cdot 10^{-2}$

Kombinací vztahů (4.9), (4.10), (4.14) a (4.15) dostáváme

$$\beta = \frac{m_G}{S_G} = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{S_R^2 + S_S^2}} \geq \beta_d. \quad (4.16)$$

Algebraickou úpravou (4.10) dostaneme směrodatnou odchylku ve tvaru

$$S_G = \alpha_R S_R + \alpha_S S_S, \quad (4.17)$$

kde α_R a α_S jsou hodnoty součinitelů citlivosti podle metody FORM a platí pro ně

$$\alpha_R = \frac{S_S}{\sqrt{S_R^2 + S_S^2}}, \quad (4.18)$$

$$\alpha_S = \frac{S_R}{\sqrt{S_R^2 + S_S^2}}. \quad (4.19)$$

Návrhovou podmínku spolehlivosti lze potom zapsat jako

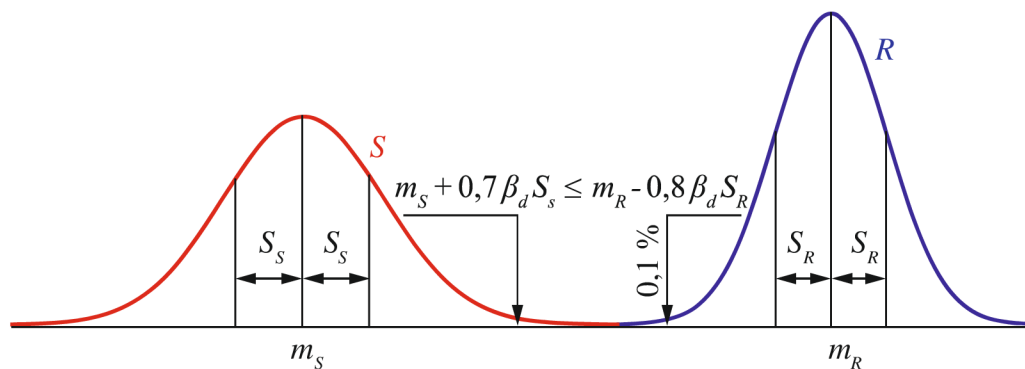
$$\beta = \frac{m_G}{S_G} = \frac{m_R - m_S}{\alpha_R S_R + \alpha_S S_S} \geq \beta_d. \quad (4.20)$$

Úpravou (4.20) můžeme separovat náhodné proměnné

$$m_S + \alpha_S \beta_d S_S \leq m_R - \alpha_R \beta_d S_R. \quad (4.21)$$

Podle [19] lze předpokládat, že $\alpha_R = 0,8$ a $\alpha_S = 0,7$. Návrhová podmínka spolehlivosti má potom tvar

$$m_S + 0,7 \beta_d S_S \leq m_R - 0,8 \beta_d S_R. \quad (4.22)$$



Obr. 4.4: Ilustrace návrhové podmínky spolehlivosti

Pravděpodobnost, že únosnost R bude menší než návrhová hodnota R_d , lze zapsat

$$P(R \leq R_d) = \Phi\left(\frac{m_R - \alpha_R \beta_d S_R - m_R}{S_R}\right) = \Phi(-\alpha_R \beta_d). \quad (4.23)$$

Budeme-li uvažovat pro mezní stav únosnosti index spolehlivosti $\beta_d = 3,8$, dosazením do (4.23) obdržíme

$$\Phi(-0,8 \cdot 3,8) = 0,001183. \quad (4.24)$$

Návrhové hodnotě únosnosti pro index spolehlivosti $\beta_d = 3,8$ tedy přibližně vyhovuje 0,1% kvantil [19]. Návrhovou únosnost tak lze ze statistického souboru dat vyhodnotit jako 0,1% kvantil příslušného typu rozdělení a srovnat ji s návrhovou únosností dle Eurocode 3.

V [19] je možné stanovit návrhové hodnoty kromě normálního rozdělení i z dvouparametrického lognormálního či Gumbelova rozdělení. To se často předpokládá pro zohlednění vlivu účinků nahodilého zatížení. U stálého zatížení se uvažuje normální rozdělení [30,31]. Únosnost bývá aproximována normálním, případně i lognormálním rozdělením [35]. V mnoha případech lze velmi dobré odhady návrhových hodnot kvantilů získat s pomocí Hermitova rozdělení pravděpodobnosti [85] nebo [45]. Jedná se o čtyřparametrické rozdělení, jehož výhoda spočívá v tom, že respektuje i šikmost a špičatost náhodné únosnosti.

4.3 Citlivostní analýza

Citlivostní analýza je vhodným doplňkem spolehlivosti a odpovídá na otázku, jakým způsobem ovlivňují vstupní parametry výsledek. Citlivostní analýza studuje neurčitost výstupu modelu, která je způsobena různými příčinami neurčitostí modelových vstupů [73]. Metody citlivostní analýzy se nejčastěji dělí na deterministické a stochastické.

Deterministickou metodou je např. parametrická studie, která je organizována jako posloupnost výpočtů nějakého výpočtovém modelu, přičemž v každém výpočtovém kroku j měníme hodnotu určitého vstupního parametru X_i . Srovnáním výsledků je potom možné vysledovat vliv parametru X_i na odezvu Y_j . Z deterministické analýzy však nezískáme kvantifikovaný údaj o citlivosti.

Stochastickou citlivostní analýzou se posuzuje relativní citlivost náhodné proměnlivosti sledovaného jevu k náhodné proměnlivosti jednotlivých vstupních veličin. Vstupní parametry se uvažují jako náhodné veličiny, které jsou popsány pravděpodobnostním rozdělením s danými statistickými parametry, tj. střední hodnotou, směrodatnou odchylkou, případně šikmostí a špičatostí. Postup stanovení citlivosti při využití stochastické analýzy je částečně podobný té deterministické. I zde se provádí změna parametru X_i a sleduje se, jak se tato změna projeví na výstupní veličině. Změna vstupní veličiny X_i však probíhá v rámci použité simulační techniky a respektuje její rozdělení.

Díky citlivostní analýze je možné určit, které veličiny jsou dominantní, a je proto nutné jim věnovat zvýšenou pozornost jak při přípravě vstupních hodnot, tak při rozhodování o zlepšení technologických postupů a organizaci kontrolních činností [39]. Na druhé straně je možné určit ty veličiny, které mají malý vliv, a v dalších analýzách je uvažovat pouze deterministicky. To vede ke snížení počtu náhodných vstupních veličin, což zpravidla zjednodušuje či dokonce urychluje výpočty.

4.3.1 *Tradiční metody citlivostní analýzy*

Uvažujme výpočtový model se vstupními veličinami nenulových rozptylů (X_1, X_2, \dots, X_M) a sledujme jejich vliv na výstupní veličinu Y prostřednictvím funkce odezvy f :

$$Y(X) = f(X_1, X_1, \dots, X_i, \dots, X_M). \quad (4.25)$$

Jednou z tradičních metod citlivostní analýzy, která umožňuje sledovat vliv změny vstupní veličiny X_i na změnu výstupní veličiny Y , je parciální derivace Y podle X_i , tj. $\partial Y / \partial X_i$. Její omezení spočívá v tom, že nezohledňuje reálný rozptyl vstupní veličiny. Proto se používá normalizovaný vztah

$$S_\theta = \frac{\sigma_{X_i} \partial Y}{\sigma_Y \partial X_i}, \quad (4.26)$$

kde σ_{X_i} je směrodatná odchylka vstupní veličiny X_i a σ_Y je směrodatná odchylka výstupní veličiny Y .

Další tradiční metodou je sledování korelace mezi vstupem a výstupem za použití např. Spearmanova koeficientu pořadové korelace r_i [86]

$$r_i = 1 - \frac{6 \sum_j (p_{ji} - n_j)^2}{N(N^2 - 1)}, \quad (4.27)$$

kde p_{ji} je číslo vrstvy v j -té simulaci pro i -tou vstupní veličinu, n_j je pořadí hodnot výstupu y v uspořádaném souboru $y_1 < y_2 < \dots < y_N$ a N je počet korelačních dvojic. Citlivostní analýza je založena na předpokladu, že veličiny, k nimž je výstup citlivější, budou mít stupeň korelace s výstupem vyšší. Pokud je hodnota Spearmanova korelačního koeficientu kladná, tak s rostoucí hodnotou vstupní veličiny X_i roste i hodnota výstupní veličiny Y (mezi veličinami je přímá úměrnost). V opačném případě s rostoucí hodnotou vstupní veličiny X_i klesá hodnota výstupní veličiny Y (mezi veličinami je nepřímá úměrnost). Poznamenejme, že pojmy závislost a korelace si nejsou ekvivalentní. Korelace poukazuje na závislost, ne naopak [72]. Výhodou (4.27) je, že lze použít u všech simulačních metod typu Monte Carlo [63]. Podmínkou je, aby výstupní veličina byla monotónně závislá na každé vstupní veličině, jinak není korelace r_i vhodným indikátorem citlivosti.

Jiný postup je založen na porovnání součinitelů citlivosti k_i , které jsou definovány vztahem

$$k_i = 100 \frac{v_{yj}^2}{v_y^2} [\%], \quad (4.28)$$

kde v_{yj} je variační koeficient výstupní veličiny za předpokladu, že všechny vstupní veličiny s výjimkou j -té jsou považovány za deterministické (ponechány střední hodnotě), a v_y je variační koeficient výstupní veličiny za předpokladu, že všechny vstupní veličiny jsou náhodné.

Metody (4.26), (4.27), (4.28) neumí postihnout vlivy dvojic, trojic atd. na sledovaný výstup. To umožnili až metody založené na analýze rozptylu [15]. Robert I. Cukier z Michigan State University si byl se svými kolegy vědom vlivu nejen jedné vstupní náhodné veličiny, ale rovněž vlivu dvojic, trojic atd. (vlivu vyšších řádů) [16]. Jejich metoda, známá jako FAST (Fourier Amplitude Sensitivity Test), však neumožňovala vyhodnocení vlivu interakce dvou či více veličin na sledovaný výstup. Později byl představen koncept „důležitosti neurčitosti“ („uncertainty importance“) vstupního faktoru X_i , který je definován jako očekávané snížení

rozptylu výstupní veličiny Y , čehož se dosáhne zafixováním X_i danou hodnotou v rozsahu neurčitosti [32]. Další důležitou publikací navrhuující nové statistické podklady je [33].

V praktických aplikacích se často používají citlivostní koeficienty ruského matematika Ilije M. Sobola [81,83]. Sobol zpracoval ucelenou koncepci citlivostní analýzy, která umožňuje analyzovat vliv libovolné podskupiny vstupních faktorů na sledovaný výstup.

4.3.2 Sobolův dekompoziční teorém

Mějme funkci odezvy podle (4.25), která je integrovatelná na svém funkčním oboru Ω^M

$$\Omega^M = (X \mid 0 \leq x_i \leq 1; i = 1, \dots, M). \quad (4.29)$$

Zabývejme se případem vzájemné statistické nezávislosti vstupních náhodných veličin. Sobolův teorém je založen na hierarchické dekompozici funkce odezvy (4.25) do tvaru s rostoucí dimenzí

$$f = f_0 + \sum_i f_i + \sum_i \sum_{j>i} f_{ij} + \dots + f_{12\dots M}. \quad (4.30)$$

Každý člen je funkcí jen vstupních veličin daných indexy $f_i = f_i(X_i)$, $f_{ij} = f_{ij}(X_i, X_j)$, $f_{12\dots M} = f_{12\dots M}(X_1, X_2, \dots, X_M)$. Každý člen rozkladu funkce f musí být taktéž integrovatelný na svém funkčním podoboru. Počet prvků jednotlivých členů dekompozice (4.30) lze určit jako kombinaci k -té třídy z M prvků, přičemž k je počet indexů: $k \in \langle 0, 1, 2, \dots, M \rangle$. Pro f_0 dostáváme jediný člen, neboť $C(M, 0) = 1$, pro f_i je počet členů $C(M, 1) = M$, pro f_{ij} je to $C(M, 2)$ atd. Dekompozice (4.30) má celkově 2^M členů. Každá vstupní veličina má hustotu pravděpodobnosti $p_i(x_i) \geq 0$ definovanou na intervalu $\langle 0; 1 \rangle$, jinak platí $p_i(x_i) = 0$. Sdružená hustota pravděpodobnosti $p_i(x_i, \dots, x_M)$ se pro případ spojitých náhodných vstupních veličin rovná součinu marginálních hustot $p_i(x_i) = 0; i = 1, \dots, M$. Pokud má každý člen dekompozice (kromě konstanty f_0) nulovou střední hodnotu

$$E(f(x_i)) = \int_0^1 p_i(x_i) \cdot f(x_i) dx_i = 0, \quad (4.31)$$

potom jsou všechny členy dekompozice v ortogonálních párech

$$E(f(x_i) \cdot f(x_j)) = \int_0^1 \int_0^1 p_i(x_i) \cdot p_j(x_j) \cdot f(x_i) \cdot f(x_j) dx_i dx_j = 0; i \neq j. \quad (4.32)$$

Proto lze členy dekompozice (4.30) zapsat s pomocí podmíněných realizací funkce odezvy

$$f_0 = E(Y), \quad (4.33)$$

$$f_i = E(Y | X_i) - E(Y), \quad (4.34)$$

$$f_{ij} = E(Y | X_i, X_j) - f_i - f_j - E(Y). \quad (4.35)$$

V rámci funkce odezvy (4.25) je možné provést transformaci každé vstupní veličiny na jiný vhodný typ rozdělení. Je praktické hustotu $p_i(X_i)$ uvažovat na intervalu $\langle 0;1 \rangle$ v co nejjednodušším tvaru s rovnoměrným rozdělením.

Dekompozice (4.30) je zpracována pomocí analýzy změn výstupu Y , které jsou způsobeny kvantifikovanými změnami vstupních veličin danými funkcemi $p_i(x_i)$. Při změně funkce $p_i(x_i)$ v rámci dekompozice se změní i člen f_0 a všechny členy s indexem i (f_i, f_{ij}, \dots). To znamená, že dekompozici (4.25) do tvaru (4.30) je možné provést i s neznámým algoritmem, kdy známe pouze vstupy a výstupy, a citlivostní analýzu lze vyhodnotit kvantifikováním vlivu změny vstupní veličiny na změnu výstupní veličiny.

4.3.2.1 Sobolovy citlivostní koeficienty

Změna výstupní veličiny Y je popsána směrodatnou odchylkou σ_Y nebo rozptylem $V(Y) = \sigma_Y^2$. Všechny členy dekompozice (4.30) jsou statisticky nezávislé náhodné veličiny, neboť platí (4.31) a (4.32). Rozptyl $V(Y)$ se proto rovná součtu rozptylů jednotlivých členů dekompozice

$$V(Y) = \sum_i V(f_i(X_i)) + \sum_i \sum_{j>i} V(f_{ij}(X_i, X_j)) + \dots + V(f_{12..M}(X_1, X_2, \dots, X_M)), \quad (4.36)$$

kde $V(f_i(X_i)) = V(E(Y | X_i))$ atd. Pokud zapíšeme podíl jednotlivých členů rozkladu (4.36) na celkovém rozptylu, dostaneme Sobolův citlivostní koeficient prvního řádu

$$S_i = \frac{V(E(Y|X_i))}{V(Y)}. \quad (4.37)$$

Analogicky podle (4.37) lze další člen zapsat ve tvaru

$$S_{ij} = \frac{V(E(Y|X_i, X_j))}{V(Y)} - S_i - S_j. \quad (4.38)$$

Citlivostní koeficient S_{ij} vyjadřuje vliv dvojic (X_i, X_j) na sledovaný výstup. Obdobným způsobem lze zapsat i Sobolovy koeficienty vyšších řádů

$$\sum_i S_i + \sum_i \sum_{j>i} S_{ij} + \sum_i \sum_{j>i} \sum_{k>j} S_{ijk} + \dots + S_{123\dots M} = 1. \quad (4.39)$$

Počet všech členů v (4.39) je $2^M - 1$. Z důvodu vysoké numerické náročnosti se většinou neuvádějí citlivostní koeficienty všech řádů, ale pouze M prvních (4.37) a tzv. úplný vliv vstupní veličiny na sledovaný výstup včetně vyšších pořadových interakcí mezi vstupními veličinami a sledovaným výstupem. Úplný vliv S_{Ti} se vypočítá jako

$$S_{Ti} = 1 - \frac{V(E(Y|X_{-i}))}{V(Y)} = \frac{E(V(Y|X_{-i}))}{V(Y)}, \quad (4.40)$$

kde $V(Y|X_{-i})$ je podmíněný rozptyl výstupní náhodné veličiny, který je vypočítán pro vstupní náhodnou veličinu X_i a fixované veličiny $(X_1, X_2, \dots, X_{i-1}, X_{i+1}, \dots, X_M)$, a $E(V(Y|X_{-i}))$ je aritmetický průměr tohoto rozptylu, který je vypočítán pro nefixované vstupní náhodné veličiny $(X_1, X_2, \dots, X_{i-1}, X_{i+1}, \dots, X_M)$.

5 NÁHODNÉ VSTUPNÍ VELIČINY

Na rozdíl od ideálního prutu vykazuje rozbor reálného konstrukčního elementu řadu počátečních imperfekcí, které ovlivňují jeho únosnost. Únosnost R je tak obecně náhodná veličina, která je funkcí náhodných geometrických a materiálových charakteristik [59]. V obecném třídění počátečních imperfekcí, jsou uvažovány tyto tři kategorie [58]:

1. Geometrické imperfekce: odchylky od nominálních rozměrů průřezů (tolerance rozměrů), nedodržení tvaru příčného řezu, počáteční zakřivení osy prutu, excentricky působící zatížení apod.

2. Strukturální imperfekce: rozptyl mechanických vlastností materiálů (modulu pružnosti, meze kluzu, meze pevnosti apod.), vlastní pnutí vzniklé z výrobních procesů.

3. Konstrukční imperfekce: nedokonalosti v provedení konstrukčních detailů, přípojů, styků a uložení.

Imperfekce 1. a 2. kategorie jsou svou podstatou náhodné veličiny, které vykazují menší či větší proměnlivost. Jejich vliv na odezvu konstrukce lze studovat s využitím simulačních metod typu Monte Carlo a numerických výpočtových modelů.

Výsledky globální citlivostní analýzy [43] ukázaly, že elastická únosnost (analýza GNIA) je nejvíce citlivá na variabilitu čtyř základních charakteristik: meze kluzu oceli f_y (pruty malých štíhlostí), Youngova modulu pružnosti E (pruty vyšších štíhlostí), tloušťky pásnice t_2 a počátečního zakřivení osy prutu e_0 . Tento závěr byl však učiněn na základě analytického vztahu pro elastickou únosnost, ve kterém není uvažován vliv vlastního pnutí. Vzhledem k tomu, že může být vlastní pnutí významnou imperfekcí ovlivňující celkovou únosnost (analýza GMNIA_r), je zavedeno jako pátá náhodná charakteristika.

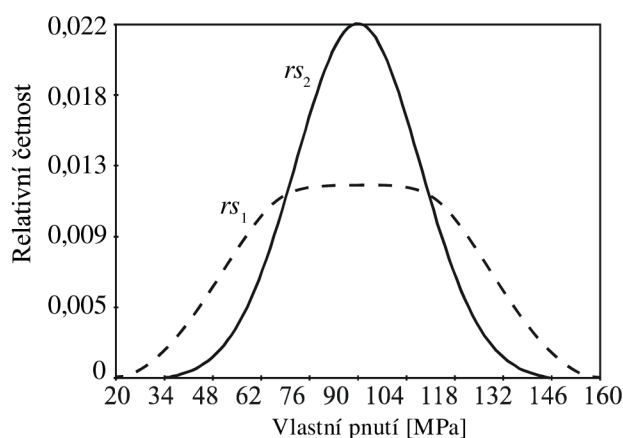
Statistika vlastního pnutí je uvedena např. v [25,78,104]. V [78] byly definovány tři modely pravděpodobnostního rozdělení vlastního pnutí, které byly vyhodnoceny ze 103 měření získaných z rozsáhlého průzkumu literatury. S odkazem na [78] byly uvažovány dvě varianty náhodné variability vlastního pnutí, které bylo svou hodnotou definováno na kraji pásnice (viz kapitola 3.7) jako náhodná veličina rs . V prvním případě bylo použito čtyřparametrické Hermitovo rozdělení [45] se střední hodnotou $\mu_{rs1} = 90$ MPa, směrodatnou odchylkou $\sigma_{rs1} = 27$ MPa (variační koeficient je 0,3), šikmostí 0 a špičatostí 2,26. Tato varianta byla označena jako rs_1 . Při vygenerování 100 000 simulací metodou LHS se hodnoty vlastního pnutí pohybují v intervalu od 19,5 MPa do 160,4 MPa,

Ve druhém případě bylo použito Gaussovo pravděpodobnostní rozdělení se střední hodnotou $\mu_{rs_2} = 90$ MPa a směrodatnou odchylkou $\sigma_{rs_2} = 18$ MPa (variační koeficient je 0,2). Při vygenerování 100 000 simulací metodou LHS se hodnoty vlastního pnutí pohybují v intervalu od 10,5 MPa do 169,5 MPa, tzn. že interval je širší než ve variantě rs_1 navzdory nižší směrodatné odchylce.

Tab. 5.1 uvádí srovnání statistických charakteristik variant rs_1 a rs_2 , které byly vypočteny pro 100 000 simulací metodou LHS. Obě pravděpodobnostní rozdělení jsou znázorněna na Obr. 5.1.

Tab. 5.1: Popisné statistiky vlastního pnutí

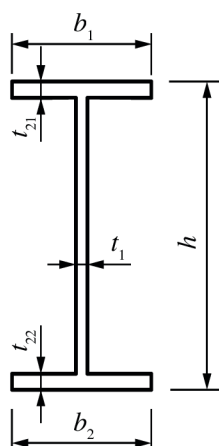
Veličina	rs_1	rs_2
Počet pozorování	100 000	100 000
Minimum	19,546	10,483
Maximum	160,450	169,520
Variační rozpětí	140,910	159,030
Medián	90,000	90,000
Aritmetický průměr	90,000	90,000
Geometrický průměr	85,452	88,094
Směrodatná odchylka	27,259	18,000
Variační koeficient	0,3029	0,2000
Šikmost	$-0,53 \cdot 10^{-8}$	$-0,12 \cdot 10^{-12}$
Špičatost	2,2565	2,9995



Obr. 5.1: Pravděpodobnostní rozdělení vlastního pnutí

Statistické charakteristiky oceli třídy S235 byly uvažovány podle [59], kde byly publikovány výsledky tahových zkoušek vzorků profilů 160 až IPE 220, které se odebíraly ze třetiny pásnice. Rozdělení hodnot mezí kluzu ocelí S235 vykazuje malou a prakticky zanedbatelnou šikmost, takže může být s výhodou nahrazeno Gaussovým rozdělením. Charakteristiky oceli třídy S355 byly uvažovány podle [71]. Statistické charakteristiky Youngova modulu pružnosti E byly uvažovány podle [80].

Z experimentů na profilech IPE160 až IPE240 [48] byly statisticky vyhodnoceny geometrické veličiny h , b_1 , b_2 , t_1 , t_{21} , t_{22} , viz Obr. 5.2. Z měření vyplynula silná korelace mezi náhodnými veličinami horní a dolní pásnice. Proto lze uvažovat jednotnou šířku i tloušťku obou pásnic, čímž bude zachována dvojitá symetrie profilu. Statistické charakteristiky tloušťky pásnice t_2 byly převzaty z [48].



Obr. 5.2: Rozměry profilu IPE

Pro amplitudu počáteční geometrické imperfekce e_0 bylo uvažováno Gaussovo rozdělení se střední hodnotou $\mu_{e_0} = 0$, což odpovídá dokonale přímému prutu. Tento návrh je převzat z JCSS Probabilistic Model Code [35, 75], který předpokládá, že je pravděpodobnostní rozdělení symetrické okolo nuly a že je výskyt malých excentricit pravděpodobnější jak těch velkých. Směrodatná odchylka σ_{e_0} je odvozena z předpokladu, že 95 % skutečných odchylek leží v tolerančních mezích [43]. Toleranční mez byla uvažována jako $L/1000$. Jedná se o hodnotu plynoucí z dlouhodobých zkušeností [6,62,87], která je v souladu s návrhovými postupy. Interval spolehlivosti lze potom zapsat jako

$$0,95 = P\left(\mu_{e_0} - \frac{L}{1000} \leq e_0 \leq \mu_{e_0} + \frac{L}{1000}\right). \quad (5.1)$$

Při výpočtu směrodatné odchylky vycházejme z distribuční funkce normovaného normálního rozdělení $N(0;1)$

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \Leftrightarrow F(\sigma u + \mu) = \Phi(u). \quad (5.2)$$

Pro interval $\langle a; b \rangle$ bude platit

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right). \quad (5.3)$$

Hodnoty a a b v (5.3) odpovídají mezím intervalu spolehlivosti podle (5.1). Kombinací těchto vztahů můžeme psát

$$\Phi\left(\frac{\mu_{e_0} + \frac{L}{1000} - \mu_{e_0}}{\sigma_{e_0}}\right) - \Phi\left(\frac{\mu_{e_0} - \frac{L}{1000} - \mu_{e_0}}{\sigma_{e_0}}\right) = 0,95, \quad (5.4)$$

$$\Phi\left(\frac{\frac{L}{1000}}{\sigma_{e_0}}\right) - \Phi\left(-\frac{\frac{L}{1000}}{\sigma_{e_0}}\right) = 0,95, \quad (5.5)$$

$$2 \cdot \Phi\left(\frac{\frac{L}{1000}}{\sigma_{e_0}}\right) - 1 = 0,95, \quad (5.6)$$

$$\Phi\left(\frac{\frac{L}{1000}}{\sigma_{e_0}}\right) = 0,975, \quad (5.7)$$

$$\frac{\frac{L}{1000}}{\sigma_{e_0}} = 1,960, \quad (5.8)$$

$$\sigma_{e_0} = \frac{L}{1960}. \quad (5.9)$$

Amplitudy realizací prutů daných štíhlostí (délek) obdržíme ze vztahu

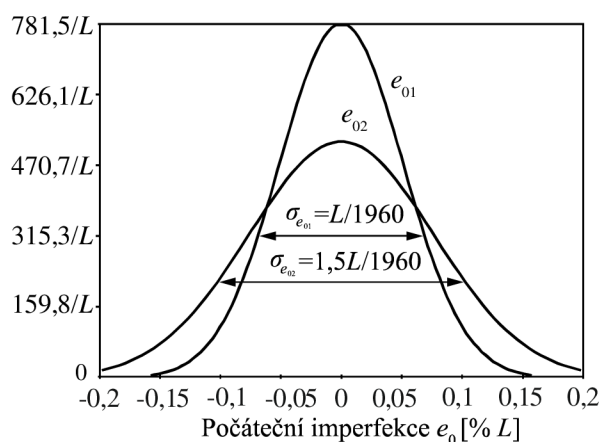
$$e_0 = e_{0,N(0;1)} \cdot \frac{L}{1960}, \quad (5.10)$$

kde $e_{0,N(0;1)}$ je hodnota náhodné realizace z rozdělení $N(0;1)$.

Přímost prutů však musí vyhovovat také požadavkům evropské normy EN 10034:1993, která dělí odchylku od přímosti q ve vztahu k délce prutu L do tří skupin v závislosti na výšce průřezu h [mm] pro průřezy „I“ a „H“:

- a) $80 < h < 180$: $q = 0,30 \% L$,
- b) $180 < h < 360$: $q = 0,15 \% L$,
- c) $h > 360$: $q = 0,10 \% L$.

Průřez I200 spadá do skupiny b). Byly proto uvažovány dvě varianty mezních hodnot počátečního zakřivení: $0,1 \% L$ a $0,15 \% L$. Směrodatná odchylka tak nabývala v první variantě hodnotu $\sigma_{e_{01}} = L/1960$ ($0,1 \% L$) [43,44] a ve druhé hodnotou $\sigma_{e_{02}} = 1,5L/1960$ ($0,15 \% L$) [42], viz Obr. 5.3.



Obr. 5.3: Pravděpodobnostní rozdělení amplitudy počátečního zakřivení e_0

Poznamenejme, že Gaussovo rozdělení není jedinou možnou variantou pro e_0 . Např. [70] uvádí možnost použít lognormální rozdělení s charakteristikami $\mu_{e_0} = L/3000$, $\sigma_{e_0} = L/2551$ nebo $\mu_{e_0} = L/2000$, $\sigma_{e_0} = L/3785$.

Všechny náhodné geometrické a materiálové charakteristiky jsou vzájemně statisticky nezávislé a uvedeny jsou v Tab. 5.2. Ostatní geometrické a materiálové veličiny, tj. výška průřezu h , šířka pásnice b , tloušťka stojiny t_1 , sklon pásnice α a Poissonovo číslo ν jsou vzaty svými nominálními hodnotami. Podle GNIA analýzy v [43] výrazně neovlivňují elastickou únosnost a mohou tak být uvažovány deterministicky. Uvedeny jsou v Tab. 5.3. Pro smykový modul pružnosti je použito vztahu $G = E / (2(1 + \nu))$.

Tab. 5.2: Náhodné vstupní veličiny

Symbol	Charakteristika	Rozdělení	Střední hodnota	Směrodatná odchylka	Varianta
t_2	tloušťka pásnice	Gaussovo	11,3 mm	0,518 mm	t_2
f_y	mez kluzu	Gaussovo	297,3 MPa	16,8 MPa	$f_{y,S235}$
		Gaussovo	393,8 MPa	22,0 MPa	$f_{y,S355}$
E	modul pružnosti	Gaussovo	210 GPa	10 GPa	E
e_0	počáteční imperfekce	Gaussovo	0	$L/1960$	e_{01}
		Gaussovo	0	$1,5L/1960$	e_{02}
r_s	vlastní pnutí	Hermitovo	90 MPa	27 MPa	r_{s1}
		Gaussovo	90 MPa	18 MPa	r_{s2}

Tab. 5.3: Nominální geometrické a materiálové charakteristiky

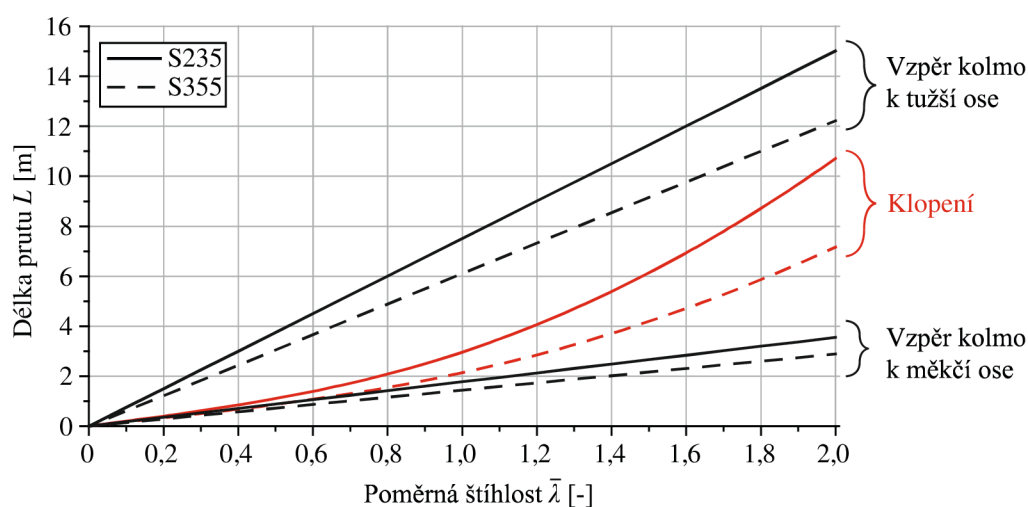
Symbol	Charakteristika	Hodnota
h	výška průřezu	200 mm
b	šířka pásnice	90 mm
t_1	tloušťka stojiny	7,5 mm
α	sklon pásnice	14 %
ν	Poissonova číslo	0,3

Délka prutů L byla pro danou štíhlost rovněž konstantní a byla vypočtena dosazením nominálních charakteristik do vztahu (2.61), respektive (2.78). Hodnoty mezí kluzů ocelí S235 a S355 byly do těchto vztahů dosazeny svými charakteristickými hodnotami, tj. $f_{y,S235} = 235$ MPa a $f_{y,S355} = 355$ MPa. Tab. 5.4 uvádí délky prutů pro jednotlivé štíhlosti všech tří typů úloh. Pro každou úlohu se pracovalo se stejným intervalem poměrných štíhlostí 0,2–2,0 s krokem 0,1. Závislost délky a poměrné štíhlosti je znázorněn na Obr. 5.4.

Pro vyhodnocení citlivostní analýzy bylo však nutné vypočítat výsledky i pro štíhlost 0. Jelikož byla délka prutů měněna čistě hodnotou poměrné štíhlosti, nebylo možné pro štíhlost 0 použít vztahy (2.61) a (2.78). Postupovalo se tedy tak, že byly modelovány pruty s malou štíhlostí, jejichž amplitudy počáteční imperfekce byly podle (5.10) $e_0 = 0$. Poté se vazbami ve směru osy y a z zabránilo po délce prutu možnému vybočení v průběhu zatěžování.

Tab. 5.4: Délky prutů pro jednotlivé poměrné štíhlosti

Poměrná štíhlost [-]	Délka prutu – Klopení [m]		Délka prutu – Vzpěr kolmo na měkčí osu [m]		Délka prutu – Vzpěr kolmo na tužší osu [m]	
	S235	S355	S235	S355	S235	S355
0,2	0,40	0,33	0,36	0,29	1,50	1,22
0,3	0,62	0,50	0,53	0,43	2,25	1,83
0,4	0,85	0,68	0,71	0,58	3,00	2,44
0,5	1,11	0,87	0,89	0,72	3,75	3,05
0,6	1,39	1,08	1,07	0,87	4,51	3,67
0,7	1,72	1,30	1,24	1,01	5,26	4,28
0,8	2,08	1,55	1,42	1,16	6,01	4,89
0,9	2,50	1,83	1,60	1,30	6,76	5,50
1	2,96	2,14	1,78	1,44	7,51	6,11
1,1	3,49	2,48	1,95	1,59	8,26	6,72
1,2	4,06	2,85	2,13	1,73	9,01	7,33
1,3	4,70	3,26	2,31	1,88	9,76	7,94
1,4	5,39	3,71	2,49	2,02	10,51	8,55
1,5	6,14	4,19	2,66	2,17	11,26	9,16
1,6	6,94	4,71	2,84	2,31	12,01	9,77
1,7	7,80	5,27	3,02	2,46	12,76	10,39
1,8	8,72	5,87	3,20	2,60	13,52	11,00
1,9	9,69	6,50	3,37	2,74	14,27	11,61
2	10,71	7,17	3,55	2,89	15,02	12,22



Obr. 5.4: Vztah délky prutu k poměrné štíhlosti

Jelikož je další používání vztahů (2.61) a (2.78) mezi délkou prutu L a poměrnou štíhlostí $\bar{\lambda}$ poněkud těžkopádné, je vhodné je zjednodušit takovým způsobem, aby v nich vystupovaly pouze tyto dvě veličiny. Pro úlohu klopení lze rovnici (2.78) nahradit polynomickou aproximací, kdy pro ocel S235 bude platit vztah

$$L \approx 2,04\bar{\lambda}_{LT} - 0,40\bar{\lambda}_{LT}^2 + 1,63\bar{\lambda}_{LT}^3 - 0,30\bar{\lambda}_{LT}^4, \quad (5.11)$$

pro ocel S355

$$L \approx 1,70\bar{\lambda}_{LT} - 0,36\bar{\lambda}_{LT}^2 + 0,95\bar{\lambda}_{LT}^3 - 0,15\bar{\lambda}_{LT}^4. \quad (5.12)$$

V úlohách vzpěru je závislost mezi délkou a poměrnou štíhlostí lineární. Pro vzpěr kolmo k tužší ose a ocel S235 platí vztah (5.13), pro ocel S355 vztah (5.14)

$$L = 7,51\bar{\lambda}_y, \quad (5.13)$$

$$L = 6,11\bar{\lambda}_y. \quad (5.14)$$

Pro vzpěr kolmo k měkčí ose a ocel S235 platí vztah (5.15), pro ocel S355 vztah (5.16)

$$L = 1,78\bar{\lambda}_z, \quad (5.15)$$

$$L = 1,44\bar{\lambda}_z. \quad (5.16)$$

5.1 Polynomická aproximace únosnosti

Ve srovnání s jinými metodami globální citlivostní analýzy [90] je Sobolova metoda mnohem výpočetně náročnější. Je to z důvodu, že rozvoj řady podle (4.39) má $2^M - 1$ členů. Jednou z možností, jak vyhodnotit všech $2^5 - 1 = 31$ Sobolových indexů, je aproximovat modelový výstup polynomem, který aproximuje všechny nelineární a interakční efekty konečně-prvkového modelu. Citlivostní indexy se pak počítají s pomocí polynomu (5.17).

$$Y = \sum_{a=0}^2 \sum_{b=0}^2 \sum_{c=0}^2 \sum_{d=0}^2 \sum_{e=0}^2 c_{\alpha} X_1^a X_2^b X_3^c X_4^d X_5^e. \quad (5.17)$$

Tento polynom aproximuje únosnost z programu Ansys s pomocí relativně malé série pilotních bodů, které jsou generovány metodou LHS. Vyhodnocení citlivostních indexů z polynomu (5.17) se pak počítá rovněž s pomocí metody LHS, ale s tou výhodou, že polynom

má velmi rychlou odezvu, a tudíž lze použít podstatně vyšší počet numerických simulací, než kdybychom aproximaci neprovedli a přímo volali program Ansys.

Členy polynomu obsahují součiny tvořené všemi kombinacemi nulté až páté třídy z desetiprvkové množiny obsahující proměnné X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 a jejich druhé mocniny tak, aby mocnina každé proměnné byla nejvýše dva. Použití polynomů vyšších řádů nevedlo ke zlepšení přesnosti. Naopak při nich došlo k ostrým oscilacím a zvedly se požadavky na počet pilotních bodů. Poznamenejme, že podobné numerické zkušenosti jsou popsány v [13] ve spojení s metodami typu Response surface.

Aproximační metody spolu s metodami citlivostní analýzy nejsou novinkou a byly popsány např. pro nahrazení funkce mezního stavu technikami Response surface, které jsou přijatelným kompromisem, pokud jde o přesnost a výpočetní úsilí aproximovat povrch mezního stavu [11]. Polynomy vhodné pro aproximaci povrchu mezního stavu mohou mít nelineární členy, většinou ale nezachovávají interakční efekty všech vyšších řádů. Globální citlivostní analýza a Sobolova citlivostní analýza obecně vyžadují použít polynomy s mnohem více členy než při aproximacích typu Response surface.

Polynom (5.17) zahrnuje 5 vstupních veličin a má $3^5 = 243$ členů s konstantami c_α , kde $\alpha = 81a + 27b + 9c + 3d + e$. Obdobně by mohl být zapsán polynom s $6^5 = 729$ členy pro 6 vstupních veličin, nebo polynom s $7^5 = 2187$ členy pro 7 vstupních veličin atd. Aproximace modelového výstupu polynomem typu (5.17) je výhodná zejména pro vyhodnocení vysokého počtu realizací Monte Carlo (LHS), zejména pro výpočtové modely s malým počtem vstupních náhodných veličin a velkým výpočetním úsilím pro vyhodnocení jedné simulace.

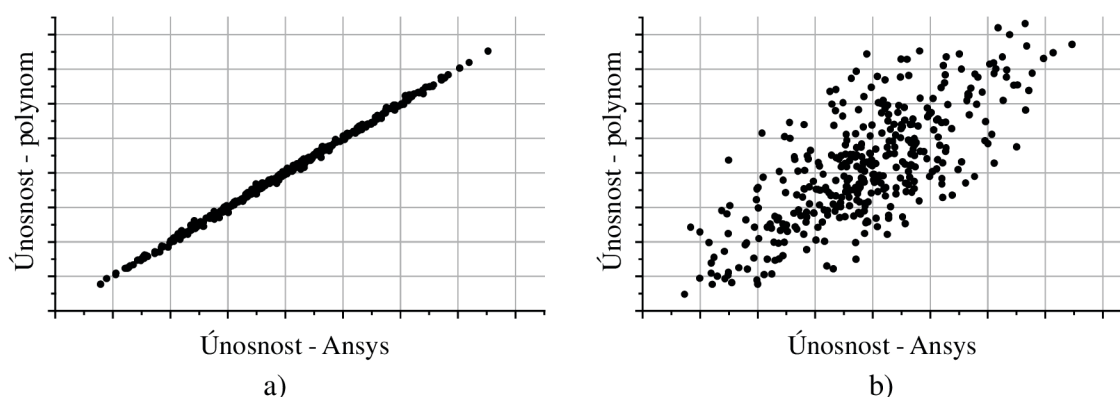
Všech 243 konstant c_α bylo vypočteno metodou nejmenších čtverců tak, že metodou LHS bylo realizováno 400 simulací náhodných veličin X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 . Pro prvních 300 realizací byla uvažována rovnoměrná rozdělení podle Tab. 5.5, která zajišťují dostatečně široký interval pro aproximaci (široký definiční obor). Pro zbylých 100 realizací bylo použito Gaussovo rozdělení podle Tab. 5.2, aby se zvýšila důležitost pilotních bodů (bodů pro aproximaci) kolem středních hodnot vstupních veličin. Pro těchto 300+100 realizací bylo vypočteno 300+100 únosností. Rozptyly náhodných veličin v Tab. 5.5 jsou vyšší než rozptyly náhodných veličin v Tab. 5.2, což umožňuje aproximaci (5.17) vycházející z Tab. 5.5 používat vysoké počty LHS simulací náhodných veličin z Tab. 5.2. Definiční obor aproximace je definován minimálními a maximálními hodnotami rovnoměrného pravděpodobnostního rozdělení v Tab. 5.5, které byly získány jako minimální a maximální hodnoty z 500 tisíc LHS simulací náhodných imperfekcí

z Tab. 5.2. To znamená, že polynom (5.17) může být vyhodnocen až pro 500 tisíc LHS simulací počátečních imperfekcí z Tab. 5.2.

Tab. 5.5: Umělé náhodné veličiny pro aproximaci

Symbol	Charakteristika	Rozdělení	Minimum	Maximum
X_1	tloušťka pásnice	rovnoměrné	8,83 mm	13,77 mm
X_2	mez kluzu	rovnoměrné	217,43 MPa	377,17 MPa
X_3	modul pružnosti	rovnoměrné	162,46 GPa	257,54 GPa
X_4	počáteční imperfekce	rovnoměrné	-4,76 L/1960	4,76 L/1960
X_5	vlastní pnutí	rovnoměrné	4 MPa	176 MPa

Při vynesení vypočtených a aproximovaných únosností do grafu, by měly body v ideálním případě ležet na přímce. Pokud body vykazují značnou rozptýlenost, může to signalizovat, že množství únosností bylo vypočteno chybně, což se může stát např. nevhodným nastavením parametrů nelineárního výpočtu únosnosti v programu Ansys, a je proto potřeba vypočítat je znovu, viz Obr. 5.5. K nežádoucímu rozptylu zobrazenému na Obr. 5.5. b) může typicky dojít nastavením příliš hrubého zatěžovacího kroku nebo načtením „nezkonvergovaného“ řešení.



Obr. 5.5: Graf únosností Ansys vs. polynom: a) hodnoty s malou chybou (přijatelné), b) s množstvím chybně vypočtených únosností

5.2 Citlivostní analýza únosnosti

Cílem Sobolovy citlivostní analýzy je studovat vliv proměnlivosti počátečních imperfekcí z Tab. 5.2 na celkovou únosnost. Rozptyl z průměrů $V(E(Y|X_i))$, který je dán v čitateli (4.37),

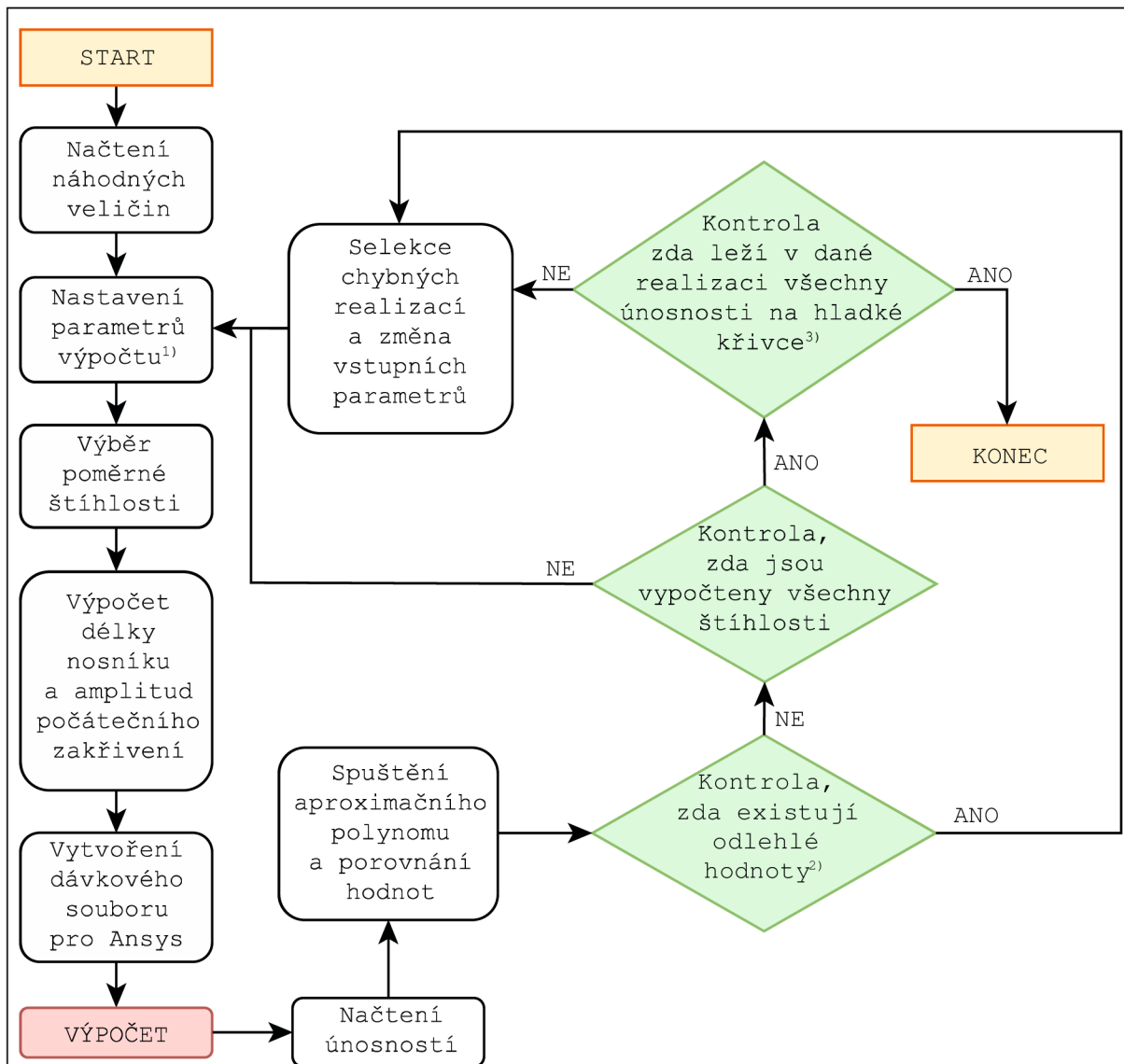
byl vyhodnocen s pomocí deseti tisíc realizací $E(Y|X_i)$. Konkrétně se postupovalo tak, že byly vygenerovány dvě sady pětice náhodných vstupních veličin z Tab. 5.2 metodou LHS po deseti tisíci realizacích. Z první sady se zafixovala první náhodná realizace první náhodné veličiny, ke které se postupně přiřadilo všech deset tisíc hodnot zbývajících čtveřic náhodných vstupních veličin z druhé sady. Z každého desetitisíce byla vypočtena únosnost Y pomocí polynomu (5.17) a z nich následně průměrná hodnota $E(Y|X_i)$. Poté se zafixovala druhá náhodná realizace první náhodné veličiny a celý postup se opakoval. Takto se postupovalo pro všech deset tisíc náhodných realizací první veličiny, díky čemuž bylo získáno deset tisíc průměrných hodnot $E(Y|X_i)$, ze kterých se vypočítal rozptyl $V(E(Y|X_i))$. Celkový rozptyl $V(Y)$ byl vyhodnocen užitím (5.17) a 500 tisíc realizací, které se simulovaly z Tab. 5.2 metodou LHS. 500 tisíc realizací bylo použito proto, aby se nevybočilo z definičního oboru. Obdobně byly vyhodnoceny všechny další Sobolovy indexy prvního řádu. U výpočtu indexů vyšších řádů se výpočet lišil pouze v tom, že se fixovaly všechny možné dvojice až čtveřice vstupních náhodných veličin v závislosti na řádu, tj. druhém až čtvrtém (4.39). Celkově bylo vyhodnoceno všech 31 Sobolových indexů.

6 VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

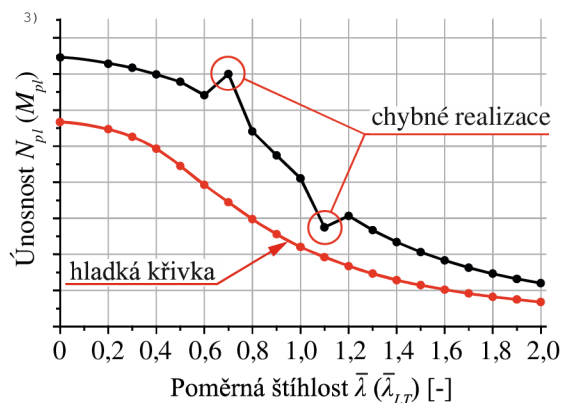
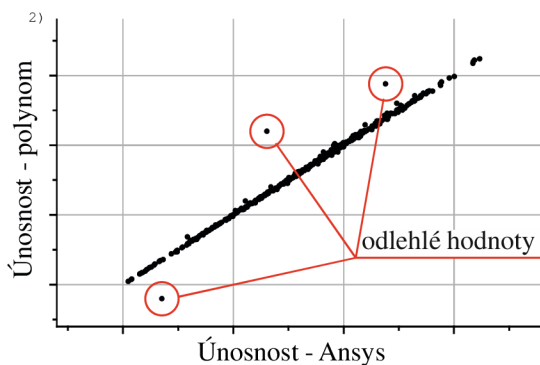
Pro sestavení polynomu popsaného v kapitole 5.1, vyhodnocení únosnosti a následně vyhodnocení citlivostních indexů bylo nejprve nutné vypočítat únosnosti modelů nosníků z kapitoly 3. Pro každou ze tří modelovaných úloh bylo uvažováno 20 poměrných štíhlostí (0,2–2,0 s krokem 0,1 a štíhlost 0) a pro každou štíhlost 400 náhodných realizací. To je v součtu 8 000 výpočtů. Všechny úlohy byly navíc počítány ve dvou variantách třídy oceli – S235 a S355. Dohromady tak bylo provedeno 48 000 výpočtů, které byly spuštěny na počítačích s procesorem Intel XEON X5650 (2,67 GHz), pamětí 48 GB RAM a výsledky ukládány na 2TB disk Seagate o 7200 otáčkách. Doba jednoho výpočtu byla závislá na délce nosníku, neboť s jeho délkou úměrně vzrůstal počet stupňů volnosti modelu, jak je uvedeno v kapitole 3.2, a pohybovala se od 3 do 35 minut.

Pro takto velké množství výpočtů bylo nezbytné zautomatizovat výpočetní proces, počínaje načtením náhodných veličin, přes tvorbu modelu, až po vyhodnocení únosností. Za tímto účelem bylo s pomocí programovacího jazyka Visual Basic for Applications (VBA) vytvořeno v programu MS Excel několik modulů, které zpracovávaly vstupní data a ukládaly dávkové soubory pro program Ansys a poté z něj uložených výstupů vyhodnocovaly únosnosti. Schéma algoritmu výpočtu je znázorněno na Obr. 6.1. Jakmile byly vypočteny výsledky jedné štíhlosti, byly tyto hodnoty aproximovány polynomem (5.17) a společně zaneseny do grafu, viz Obr. 5.5. Aproximace únosností byla provedena s pomocí polynomu, viz kapitola 5.1. Pokud se v grafech vyskytly body, které byly značně odlehle od ideální přímky, viz Obr. 5.5 b), byly jim příslušící realizace vypočítány znovu s novým nastavením, tj. upravil se počet zatěžovacích kroků či byla změněna konvergenční kritéria. Poté, co byly vypočteny hodnoty všech devatenácti štíhlostí, se pro všech 400 realizací ověřovalo, zda hodnoty v grafu poměrná štíhlost – únosnost leží na „hladké“ křivce, tj. na křivce, kde nedochází ke skokovým poklesům či nárůstům. Pokud byly nalezeny „skokové“ hodnoty, jednalo se opět o chybná řešení a dané realizace byly vypočítány znovu.

Celý tento proces vyžadoval spoustu manuálních zásahů, které zahrnovaly především nastavování vstupních parametrů výpočtů, přenos dat či selekci chybně vypočtených realizací. Nemohl proto být plně automatický, ale zautomatizovaly se pouze nejdůležitější úkony nezávislé na uživateli.



¹) Nastavení typu úlohy, počtu zatěžovacích kroků, hodnot zatížení, počtu prvků, způsobu zatěžování (silou, deformací), konvergenčních kritérií.



Obr. 6.1: Algoritmus výpočtu

V úvodu kapitoly 5 je uvedeno, že je ve dvou variantách uvažováno jak vlastní pnutí – rs_1 a rs_2 , tak amplituda počáteční imperfekce – e_{01} a e_{02} . Je nutno uvést, že výpočet v programu Ansys proběhl vždy pouze pro kombinaci rs_2-e_{02} . Náhodné LHS realizace všech zbývajících kombinací (rs_1-e_{01} , rs_1-e_{02} , rs_2-e_{01}) mohou být polynomem (5.17) vyhodnoceny, protože se nacházejí uvnitř jeho definičního oboru, který je dán intervalem rovnoměrných rozdělení v Tab. 5.5. Tudíž např. každá e_0 z 400 LHS realizací je v intervalu $\langle -4,76L/1960; 4,76L/1960 \rangle$. Máme-li tedy polynom s tímto definičním oborem pro e_0 , tak pro něj stejně jako pro ostatní veličiny platí, že dává stejný výstup jako Ansys. Pokud chceme polynom použít tak, že jej budeme opakovaně volat v LHS simulacích (s větším počtem simulací, s jinými typy pravděpodobnostních rozdělení), budeme simulovat realizace e_0 a kontrolovat, zda minimum a maximum leží uvnitř definičního oboru. Prakticky se postupuje tak, že pro e_0 zvolíme Gaussovo rozdělení pravděpodobnosti se střední hodnotou $\mu_{e_0} = 0$ a zvolenou směrodatnou odchylkou σ_{e_0} a zvoleným počtem N realizací LHS pro volání polynomu. Pokud je minimum a maximum každé LHS e_0 realizace uvnitř intervalu $\langle -4,76L/1960; 4,76L/1960 \rangle$, je to v pořádku. V opačném případě je nutné snížit σ_{e_0} nebo snížit počet N LHS simulací. Varianty rs_1-e_{01} , rs_1-e_{02} a rs_2-e_{01} jsou tedy korektní podmnožinou řešení, neboť jsou v mezích definičního oboru. Pro citlivostní analýzu únosnosti, popsanou v kapitole 5.2, bylo tyto tři kombinace využity v úloze klopení. Tab. 6.1 udává přehled všech variant úloh, pro které se vyhodnocovala citlivostní analýza.

Tab. 6.1: Přehled vypočítaných úloh

Úloha	Ocel	Varianta e_0	Varianta rs	Ozn. úlohy
Klopení	S235	e_{01}	rs_1	1
			rs_2	2
		e_{02}	rs_1	3
			rs_2	4
	S355	e_{01}	rs_2	5
Vzpěr kolmo n měkčí ose	S235	e_{01}	rs_2	6
	S355	e_{01}	rs_2	7
Vzpěr kolmo k tužší ose	S235	e_{01}	rs_2	8
	S355	e_{01}	rs_2	9

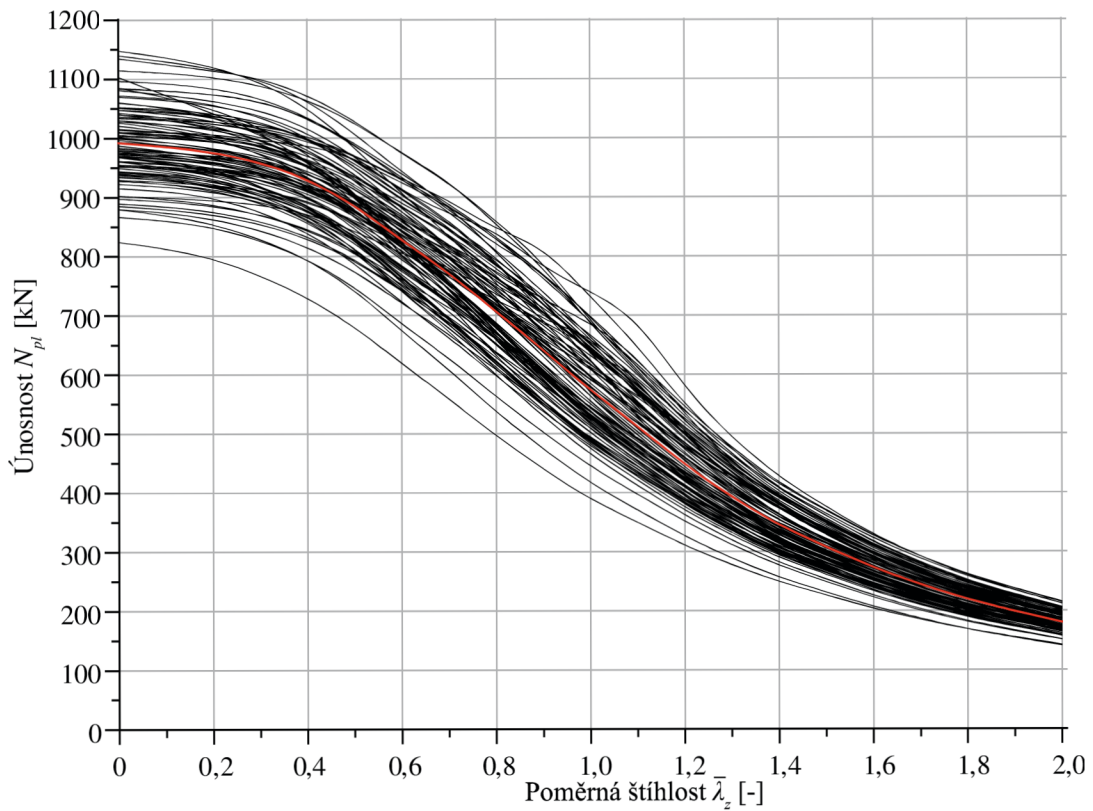
6.1 Citlivostní analýza únosnosti

Úvodní odstavce následujících dvou podkapitol se nejprve věnují výsledkům obdržených přímým výpočtem z Ansysu a jejich statistickému vyhodnocení. Na ně navazuje část s vyhodnocením citlivostní analýzy v podobě Sobolových indexů. Ty jsou pro vybrané štíhlosti vykresleny v koláčových grafech a poté pro celý interval uvažovaných štíhlostí vykresleny v křivkových grafech. Proto, aby se obdržely spojité křivky, jsou Sobolovy indexy pro $\bar{\lambda}_y$, $\bar{\lambda}_z$ i $\bar{\lambda}_{LT}$ vypočítány s krokem 0,01. Jelikož bylo v programu Ansys počítáno jen 20 štíhlostí $\langle 0; 0,2; 0,3; 0,4; \dots; 2,0 \rangle$ bylo nejprve nutné získat 400 hodnot únosností pro každou mezilehlou štíhlost (např. 0,21; 0,22 apod.), které se poté použily pro sestavení polynomu (5.17). Hodnoty únosností těchto mezilehlých štíhlostí byly vypočítány lineární interpolací mezi únosnostmi obdrženými z Ansysu. S krokem 0,01 tak byly na uvažovaném intervalu $\langle 0; 2,0 \rangle$ vypočítány rozptyly z průměrů $V(E(Y|X_i))$ s pomocí deseti tisíc realizací $E(Y|X_i)$ pro 201 hodnot poměrných štíhlostí.

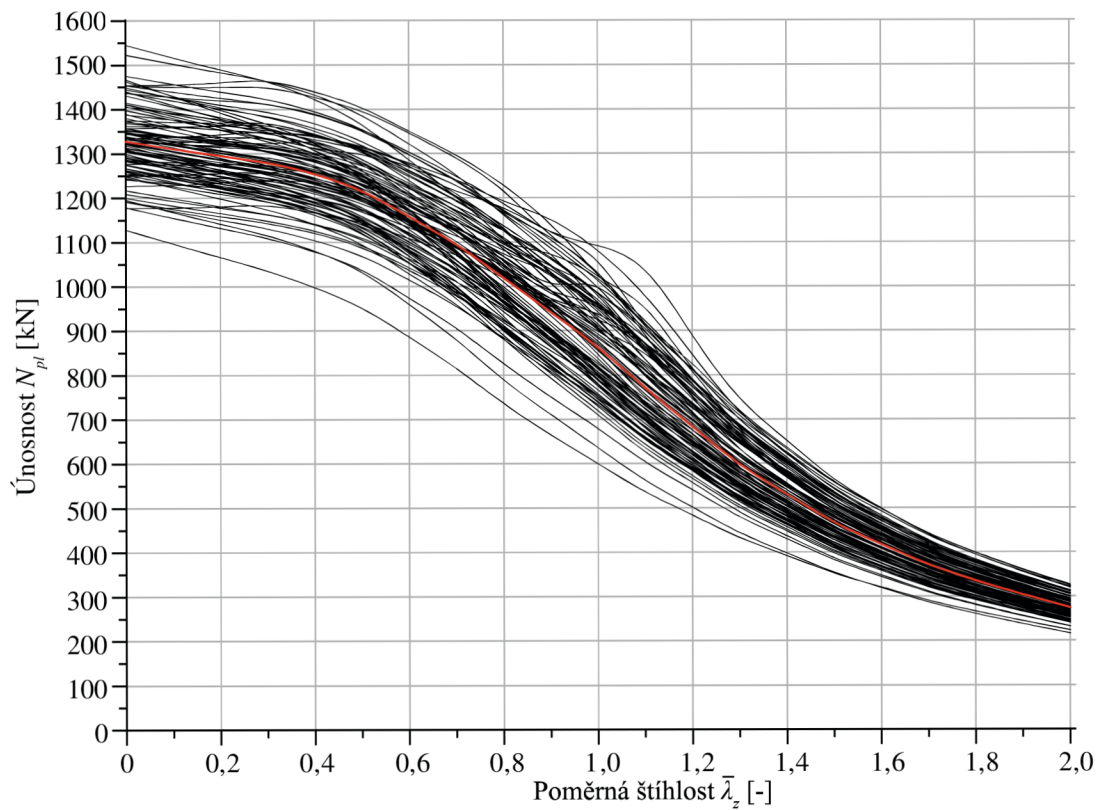
6.1.1 Úloha vzpěru

Grafy na Obr. 6.2–6.14 se přímo týkají hodnot únosností, obdržených z Ansysu. Jedná se tedy o variantu vlastního pnutí rs_2 a amplitudu počáteční imperfekce e_{02} . Obr. 6.2–6.5 znázorňují hodnoty únosností pro posledních 100 realizací (realizace 301–400). Pro tyto realizace bylo použito Gaussovo rozdělení podle Tab. 5.2, tudíž odpovídají reálným vstupům. Červená křivka představuje průměrnou hodnotu únosnosti. Z grafů je jednak patrné, že se vzrůstající štíhlostí klesá rozptyl únosností, a také, že křivky únosností pro ocel S355 klesají strměji než křivky pro ocel S235. Je to způsobeno tím, že únosnost pro malé hodnoty štíhlostí závisí především na mezi kluzu f_y . Až se vzrůstající štíhlostí přechází pevnostní řešení na stabilitní a únosnosti jsou tak více závislé na modulu pružnosti E a momentu setrvačnosti I , které jsou v obou variantách použité oceli stejné.

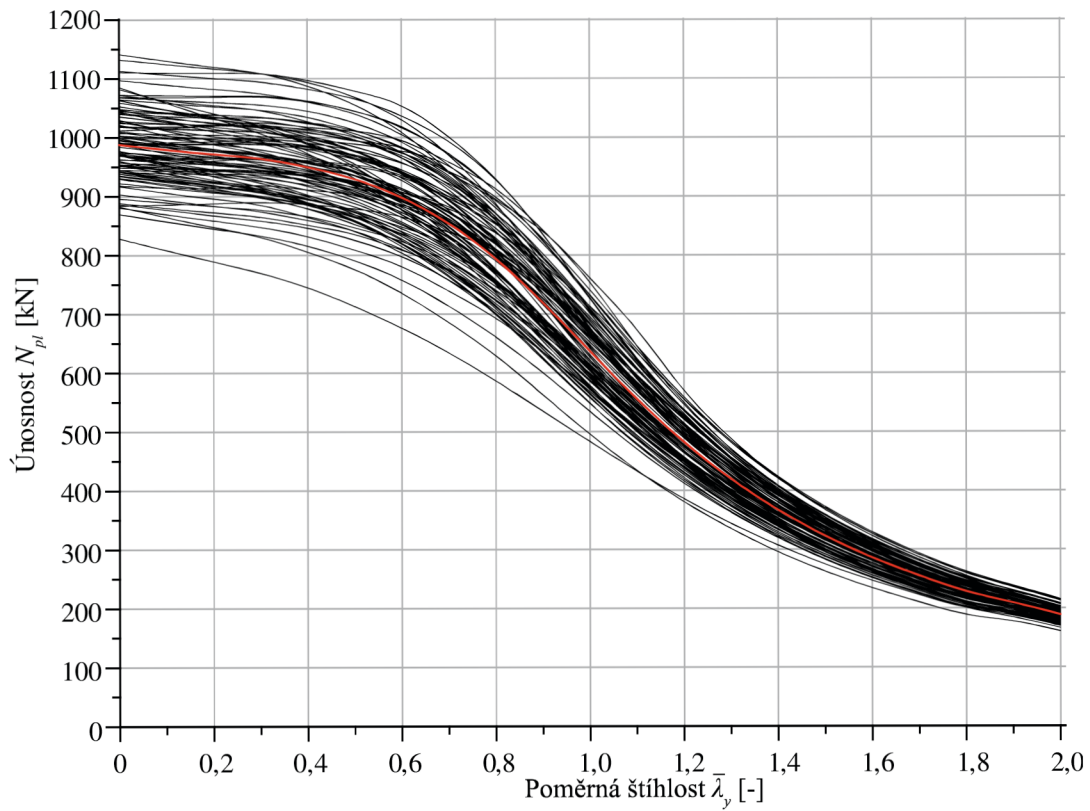
Grafy na Obr. 6.2–6.14 přibližují chování prutů, které byly počítány v softwaru Ansys, a zobrazují, jak mohou některé náhodné veličiny ovlivnit únosnost (křivky únosností). Rozsáhlejší statistická analýza, která detailněji analyzuje střední hodnoty, směrodatné odchylky a návrhové kvantily únosnosti byla publikována v [50], nicméně není zahrnuta do této práce, která se primárně týká citlivostní analýzy.



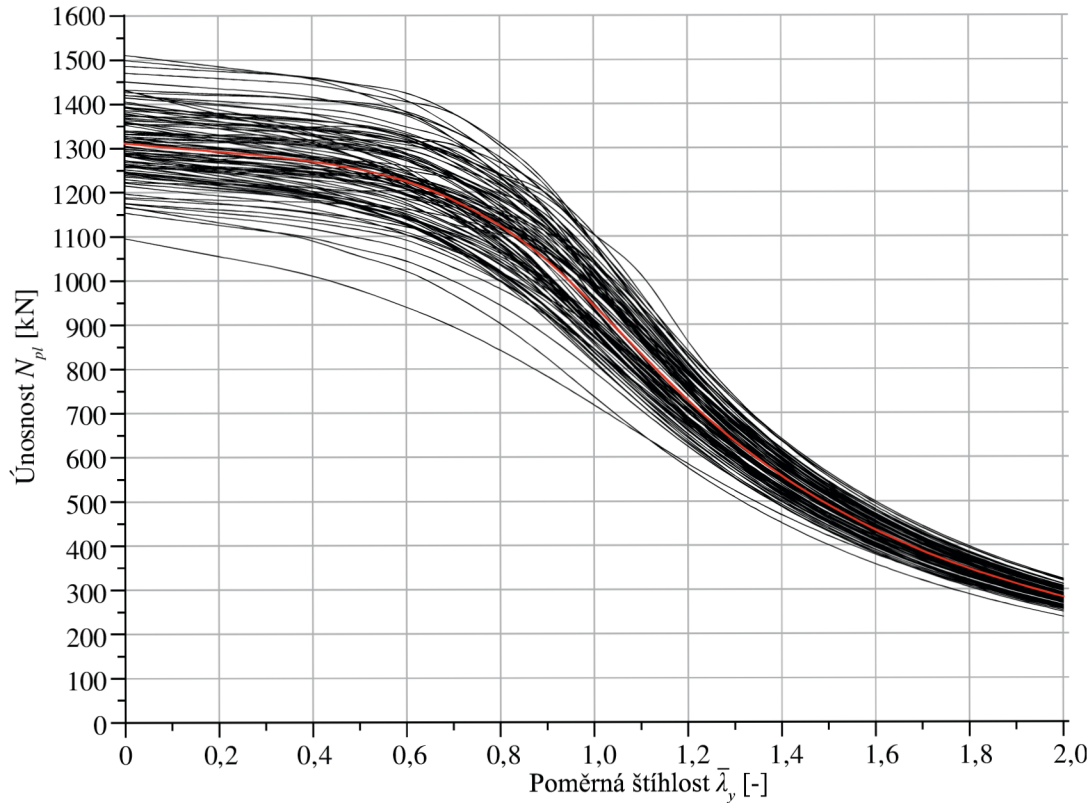
Obr. 6.2: Křivky posledních 100 únosností pro úlohu vzpěru kolmo na měkčí osu pro ocel S235



Obr. 6.3: Křivky posledních 100 únosností pro úlohu vzpěru kolmo na měkčí osu pro ocel S355



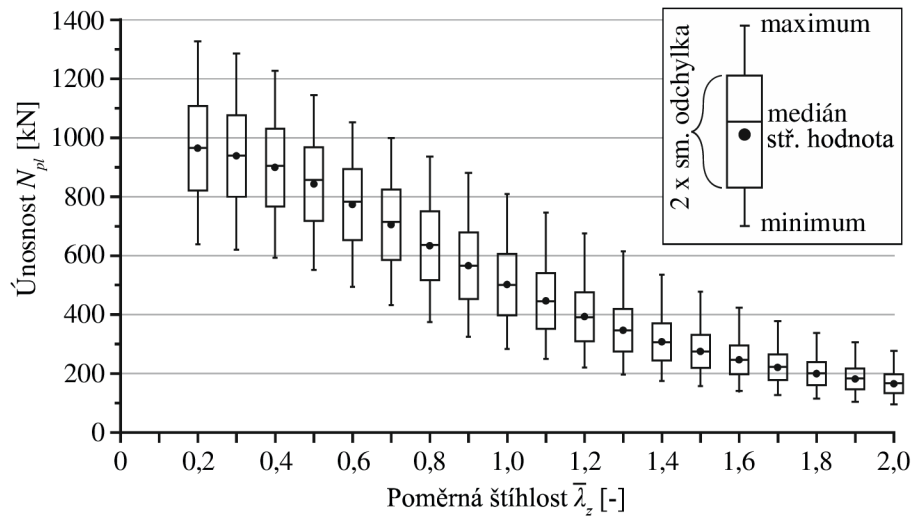
Obr. 6.4: Křivky posledních 100 únosností pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu pro ocel S235



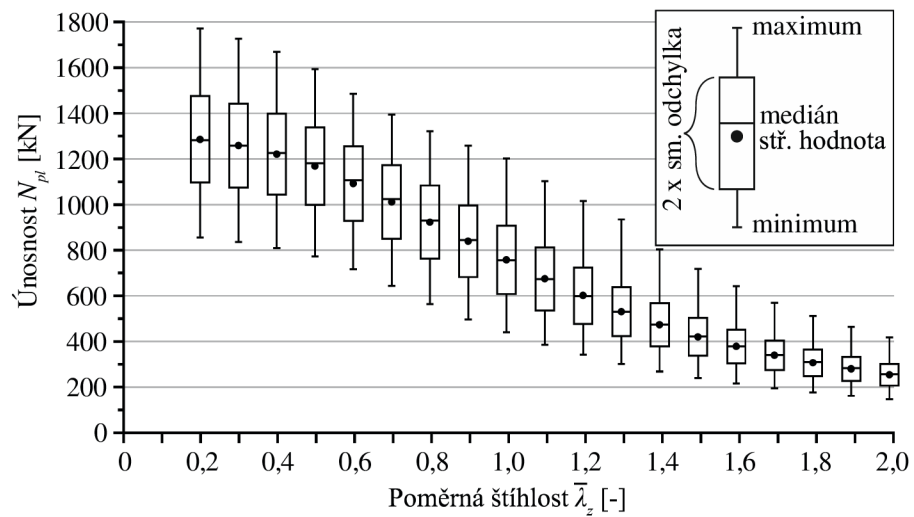
Obr. 6.5: Křivky posledních 100 únosností pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu pro ocel S355

Krabicové grafy na Obr. 6.6–6.9 znázorňují statistiku pro všech 400 realizací. Podávají tedy informace o únosnostech, které byly realizovány simulacemi LHS v definičním oboru aproximačního polynomu (5.17). Stejně jako u grafů na Obr. 6.2–6.5 je i zde patrný klesající rozptyl (směrodatná odchylka) se vzrůstající štíhlostí stejně jako strměji klesající střední hodnoty únosností v případě použití oceli S355. Pro názornost jsou střední hodnoty a směrodatné odchylky zobrazeny společně pro všechny realizované varianty na Obr. 6.10 a Obr. 6.11. Označení „KnM“ je pro úlohu vzpěru kolmo na měkčí osu, označení „KnT“ pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu. Z Obr. 6.10 je patrné, že největší rozdíl středních hodnot únosností vzpěru kolmo na měkčí a tužší osu nastává v oblasti středních štíhlostí, tj. cca $\bar{\lambda} = 0,8 - 1,0$, přičemž únosnosti u vzpěru kolmo na tužší osu jsou vyšší. Směrodatné odchylky jsou pro vzpěr kolmo k měkčí ose pro štíhlosti $\bar{\lambda} > 0,8$ vyšší než pro vzpěr k měkčí ose. Obr. 6.12 zobrazuje variační koeficient únosnosti, tj. kolik procent průměru představuje směrodatná odchylka. Do štíhlosti $\bar{\lambda} \approx 0,5$ jsou variační koeficienty přibližně stejné. Poté u vzpěru kolmém na měkčí osu variační koeficienty výrazně narůstají až do štíhlosti $\bar{\lambda} \approx 1,1$, odkud opět klesají. U vzpěru kolmém na tužší osu není nárůst variačních koeficientů tak výrazný. Nejvyšších hodnot je dosaženo u štíhlosti $\bar{\lambda} \approx 1,0$. Pro oba typy úloh platí, že vyšší variační koeficient únosnosti je u oceli S235.

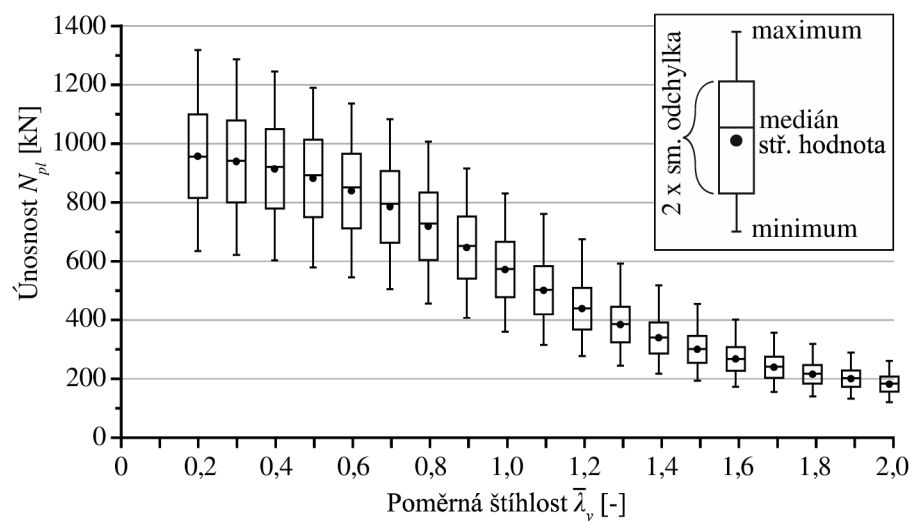
Obr. 6.13 a Obr. 6.14 zobrazují výsledky pro osm vybraných realizací. Grafy v levé části znázorňují absolutní hodnoty únosností a grafy v pravé části odpovídající součinitele vzpěrnosti. Součinitele vzpěrnosti byly vyčísleny z absolutních hodnot únosností podle vztahů (3.26) a (3.27). Stejně jako na Obr. 6.10 je i zde dobře vidět, že únosnosti pro vzpěr kolmo na tužší osu jsou vyšší než únosnosti pro vzpěr kolmo na měkčí osu, kdy největší rozdíl je v oblasti středních štíhlostí. Zajímavou skutečností je, že některé křivky v oblasti nízkých štíhlostí vytváří téměř plato a teprve od středních štíhlostí začnou výrazněji klesat (Obr. 6.14 g, h)). To je způsobeno malou hodnotou e_0 . Naopak křivky s velkou hodnotou e_0 klesají pozvolně v celém intervalu štíhlostí (Obr. 6.13 a) a Obr. 6.14 f)). Velikost poklesu křivky, tj. absolutní rozdíl mezi únosností pro štíhlost 0 a 2,0, je ovlivněn především hodnotou meze kluzu f_y .



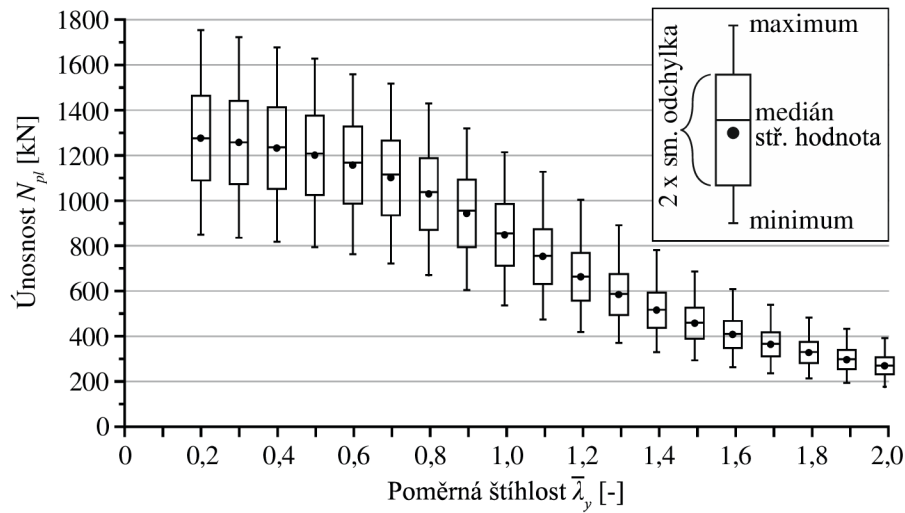
Obr. 6.6: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu vzpěru kolmo na měkčí osu – ocel S235



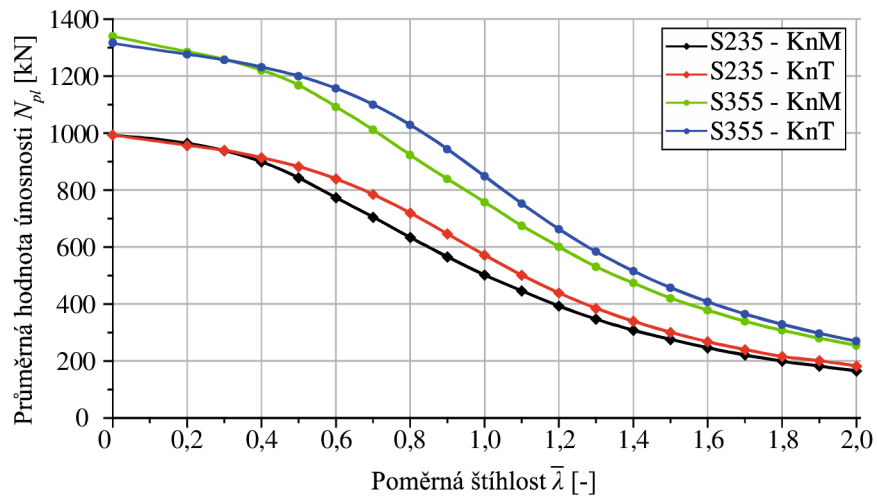
Obr. 6.7: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu vzpěru kolmo na měkčí osu – ocel S355



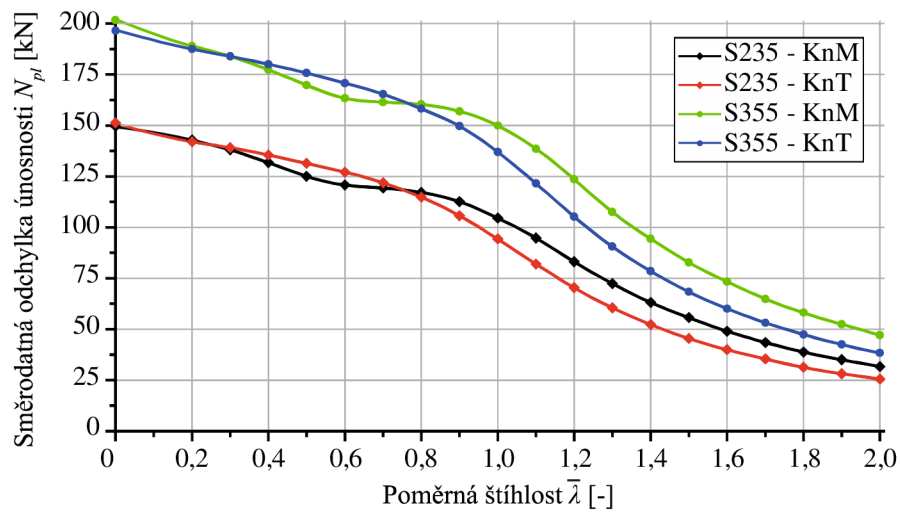
Obr. 6.8: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu – ocel S235



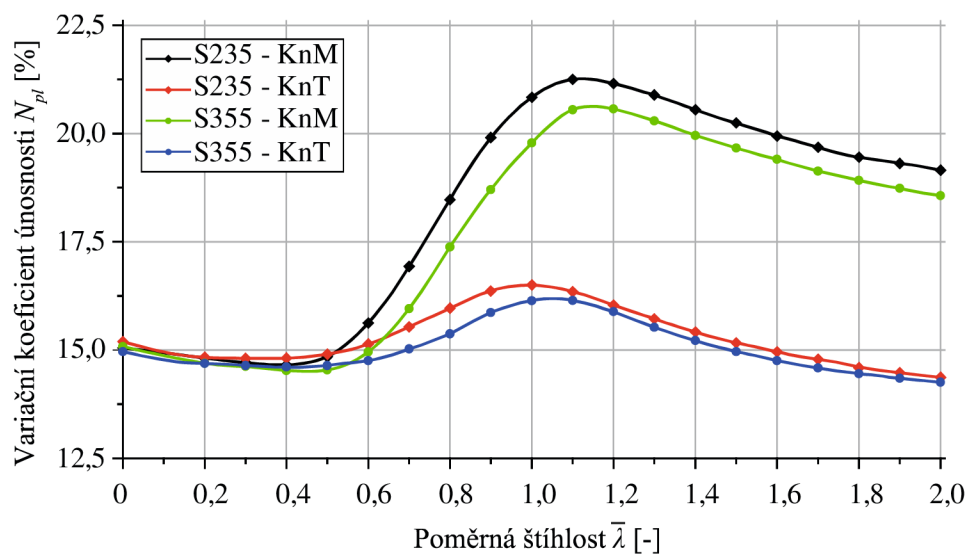
Obr. 6.9: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu – ocel S355



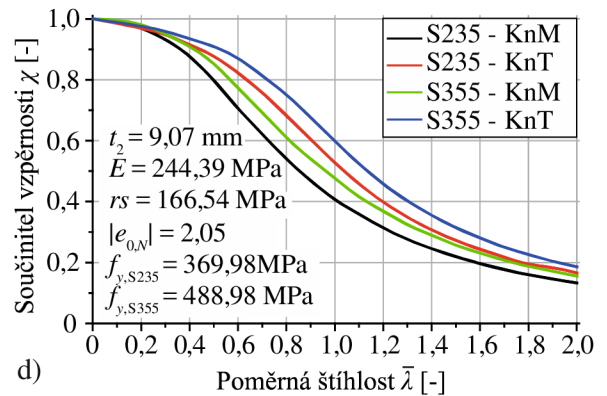
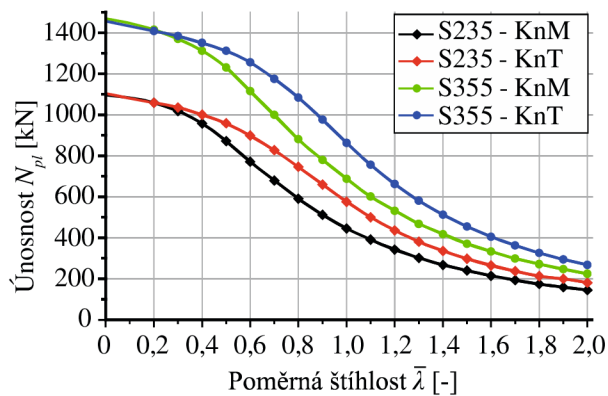
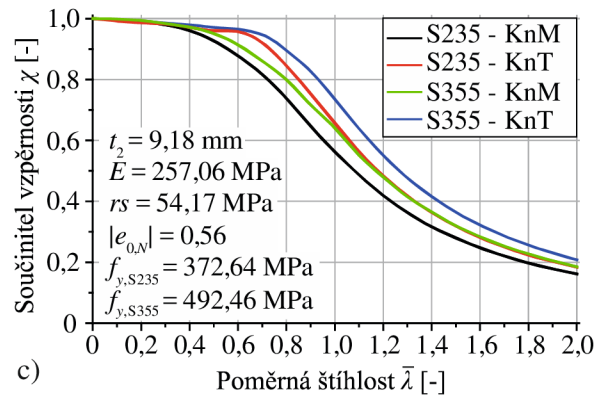
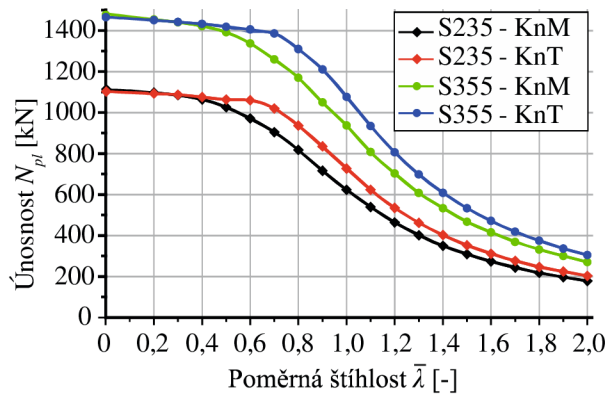
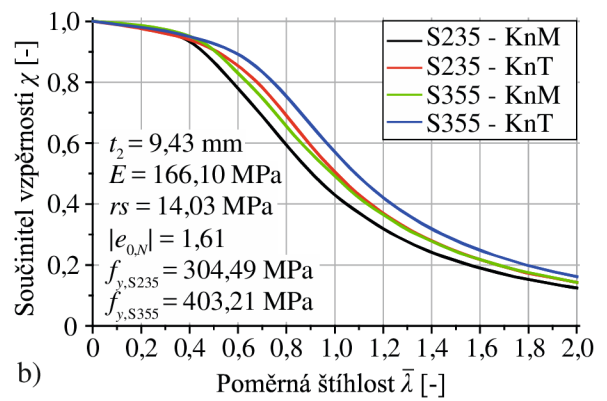
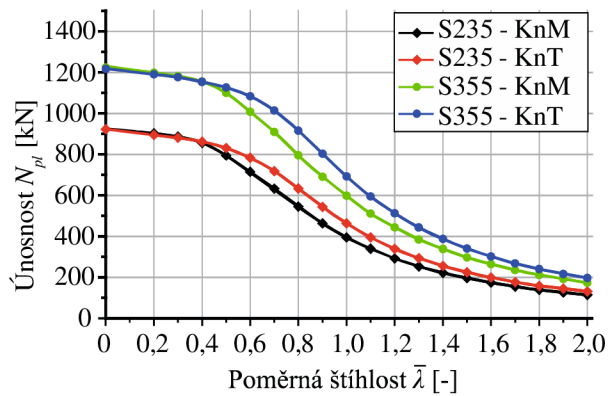
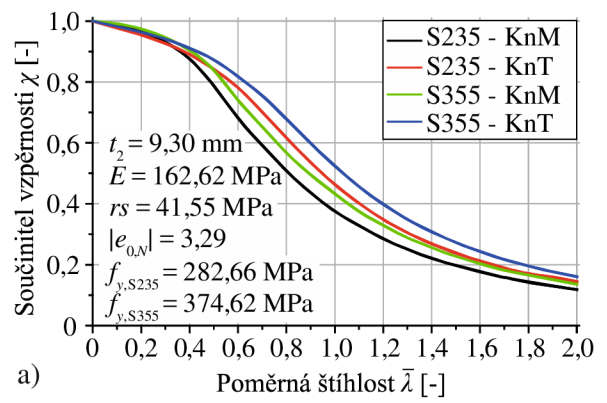
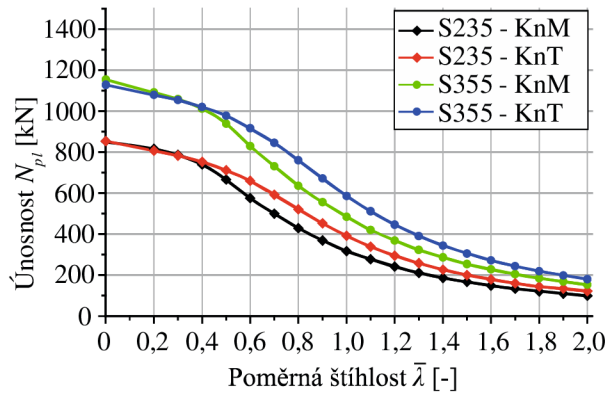
Obr. 6.10: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohy vzpěru – porovnání středních hodnot



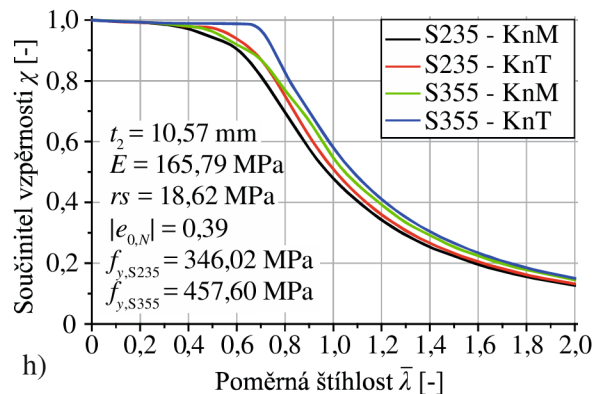
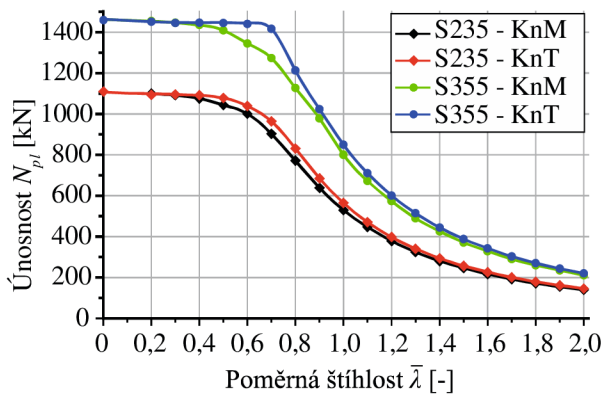
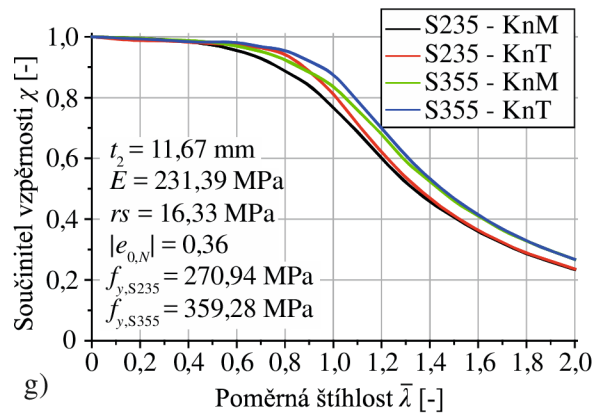
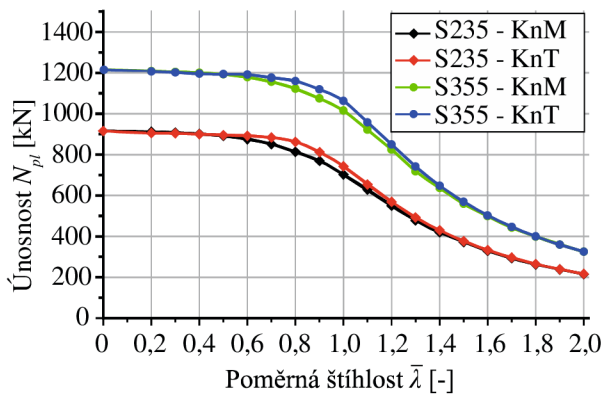
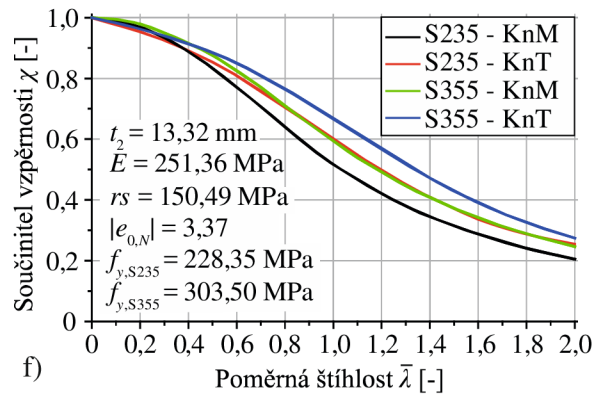
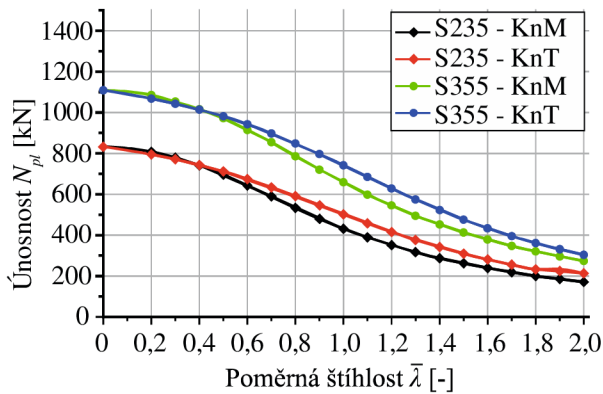
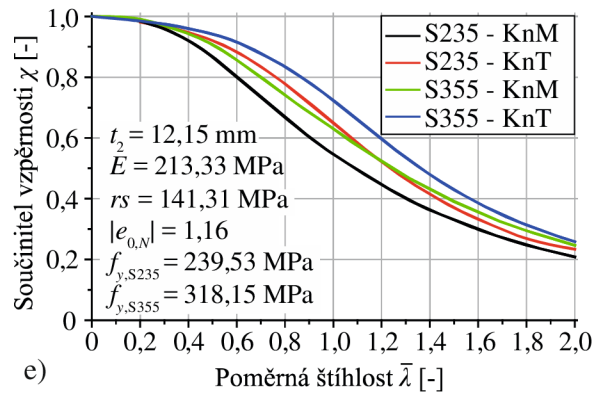
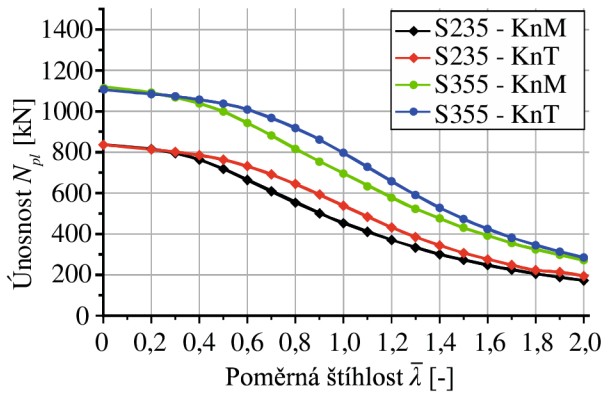
Obr. 6.11: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohy vzpěru – porovnání sm. odchylek



Obr. 6.12: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohy vzpěru – porovnání variačních koeficientů



Obr. 6.13: Hodnoty únosností a součinitelů vzpěrnosti pro realizace číslo: a) 12, b) 32, c) 67, d) 223



Obr. 6.14: Hodnoty únosností a součinitelů vzpěrnosti pro realizace číslo: e) 24, f) 254, g) 36, h) 144

6.1.1.1 Sobolova citlivostní analýza úlohy vzpěru

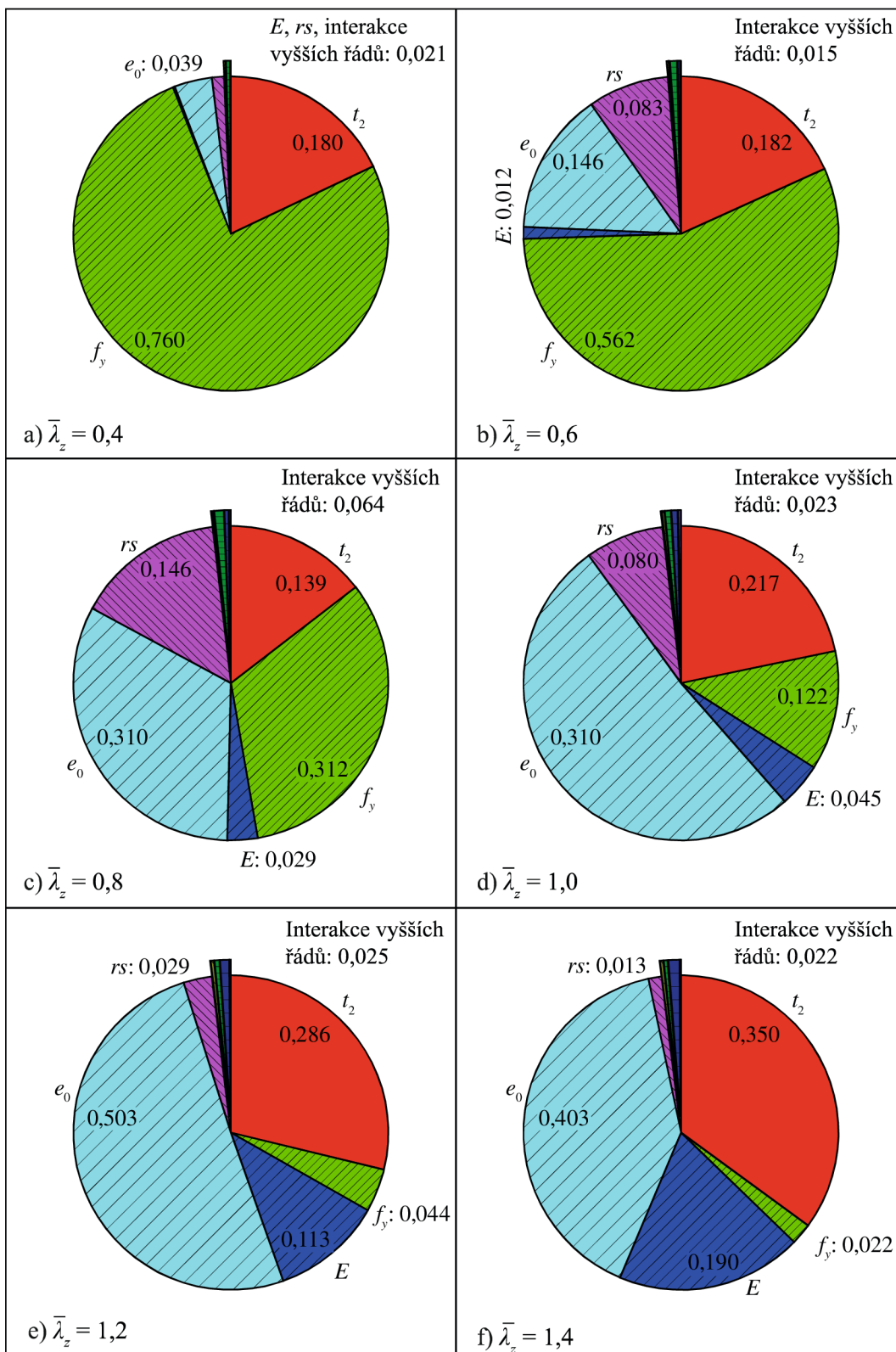
Všech 31 Sobolových citlivostních indexů pro vzpěr jak kolmo k měkčí ose, tak kolmo k tužší ose (úlohy číslo 6–9 dle Tab. 6.1) je zobrazeno v koláčových grafech na Obr. 6.14–6.18. Je na nich jasně patrný rozdílný vliv počátečních imperfekcí na celkovou únosnost pro 6 vybraných poměrných štíhlostí $\bar{\lambda}$. Platí, že čím je Sobolův index vyšší, tím je vyšší vliv proměnlivosti počáteční imperfekce na únosnosti.

Sobolovy indexy prvního řádu S_i jsou v grafech na Obr. 6.19 pro vzpěr kolmo na měkčí osu a Obr. 6.21 pro vzpěr kolmo na tužší osu. Nejvýznamnější indexy druhého řádu S_{ij} jsou na Obr. 6.20 a Obr. 6.22. Citlivostní indexy třetího a vyšších řádů jsou velice malé a nemá význam je proto vykreslovat. Připomeňme, že vliv náhodných proměnlivostí veličin h , b , t_1 , v (viz Tab. 5.3) není v grafech zobrazen, neboť byly uvažovány deterministicky. Jejich velice malý vliv na elastickou i celkovou únosnost byl dokázán v [40,43,46, 93].

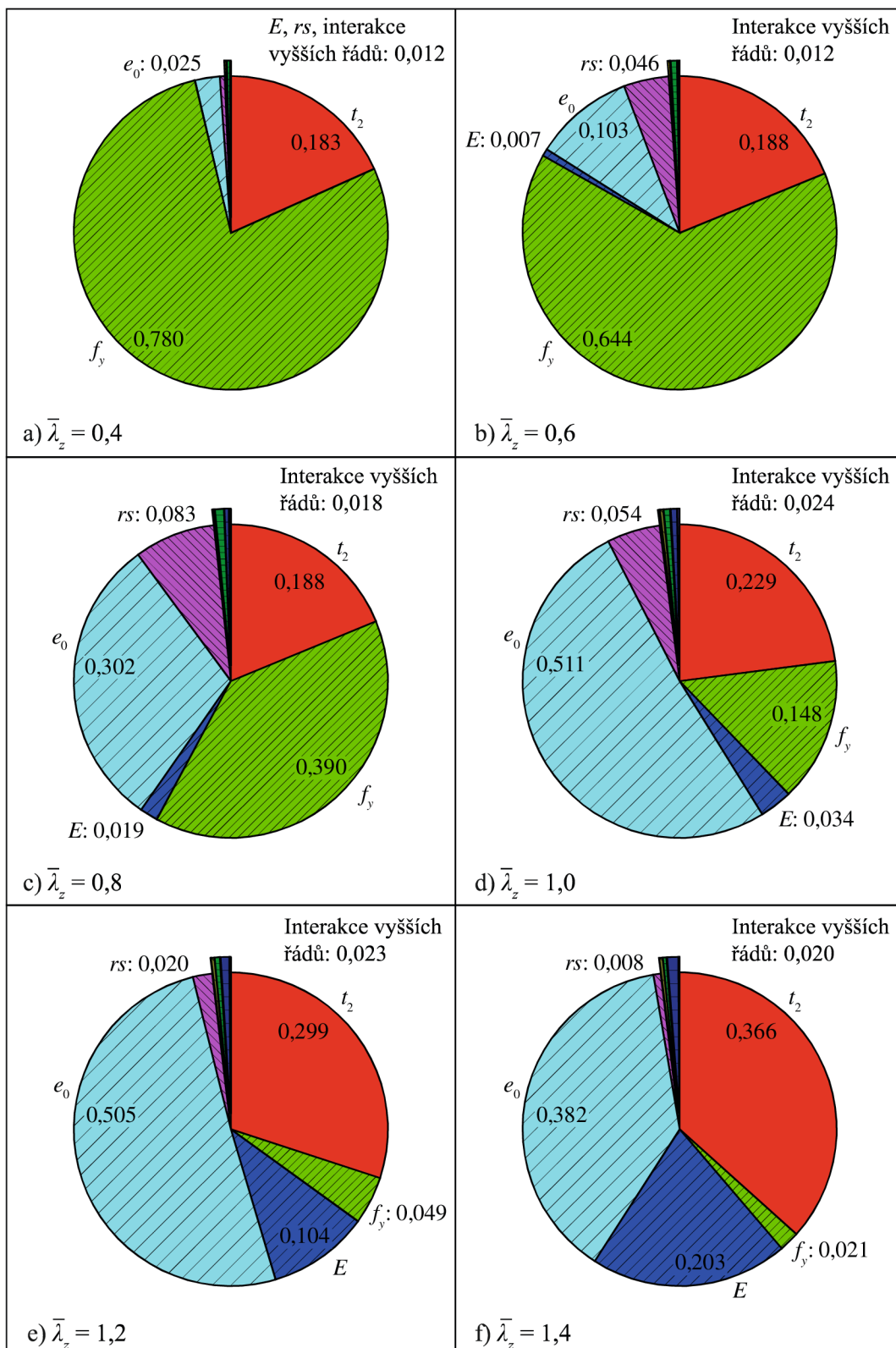
Z Obr. 6.19 a Obr. 6.21 je vidět, že jsou si výsledky citlivostní analýzy pro ocel S235 a S355 podobné s výjimkou vlivu vlastního prnutí, který je výraznější u oceli S235, a vlivu meze kluzu, který je výraznější u oceli S355. Na Obr. 6.19 je vyšší citlivost na e_0 , r_s , t_2 a naopak nižší jsou citlivosti na E a f_y . Indexy S_i jsou stejné, pokud $\bar{\lambda} = 0$. Zajímavé je, že (i) červená křivka S_{f_y} na Obr. 6.19 (ocel S355, vzpěr kolmo k měkčí ose) je stejná jako (ii) černá křivka S_{f_y} na Obr. 6.21 (ocel S235, vzpěr kolmo k tužší ose). Překrytí S_{f_y} (i) a (ii) neznamena totéž pro S_i ostatních imperfekcí, kde pro $\bar{\lambda} < 0,9$ lze pozorovat vyšší hodnoty S_{r_2} a S_{r_s} a nižší hodnoty S_{e_0} pro S355 na Obr. 6.19 (červené křivky) v porovnání s S_{r_2} , S_{r_s} a S_{e_0} zobrazených pro S235 na Obr. 6.21 (černé křivky).

Z Obr. 6.20 a Obr. 6.22, zobrazujících citlivostní indexy druhého řádu, je vidět, že rozhodující interakce mají dvojice $E-e_0$ a f_y-e_0 . Ve všech případech zde řešených štíhlostí je f_y zahrnuta ve vyšších pořadových interakcích a mimo jiné dokládá přítomnost trvalých deformací u prutů v mezním stavu i s vyšší štíhlostí.

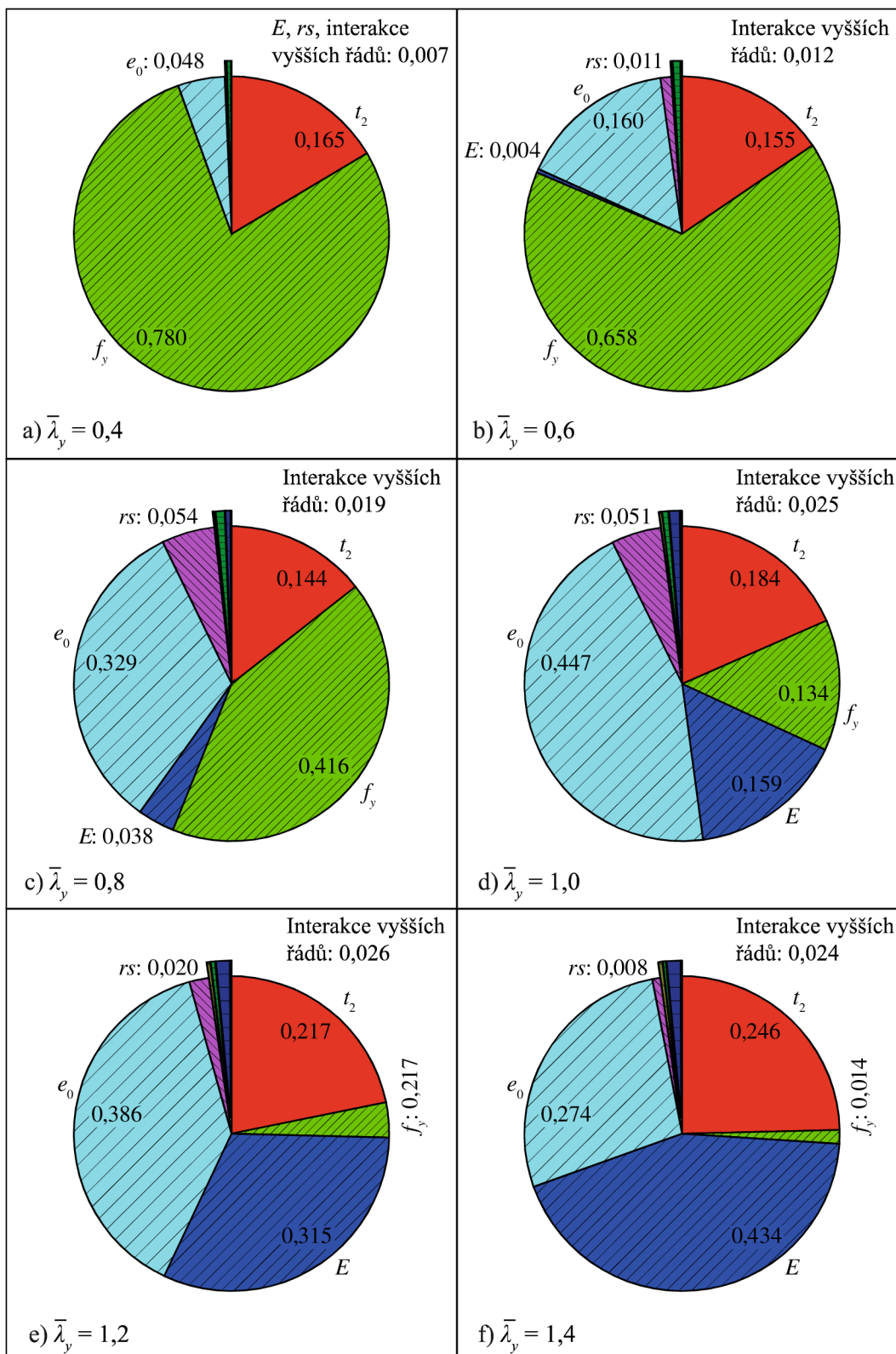
Obr. 6.19–6.22 ukazují, že výsledky Sobolovy citlivostní analýzy obdržené pro oceli tříd S235 a S355 jsou velmi podobné, tudíž $\bar{\lambda}$ je dobrá společná platforma pro analýzu celkové únosnosti, a z toho vycházející návrh, tlačných sloupů.



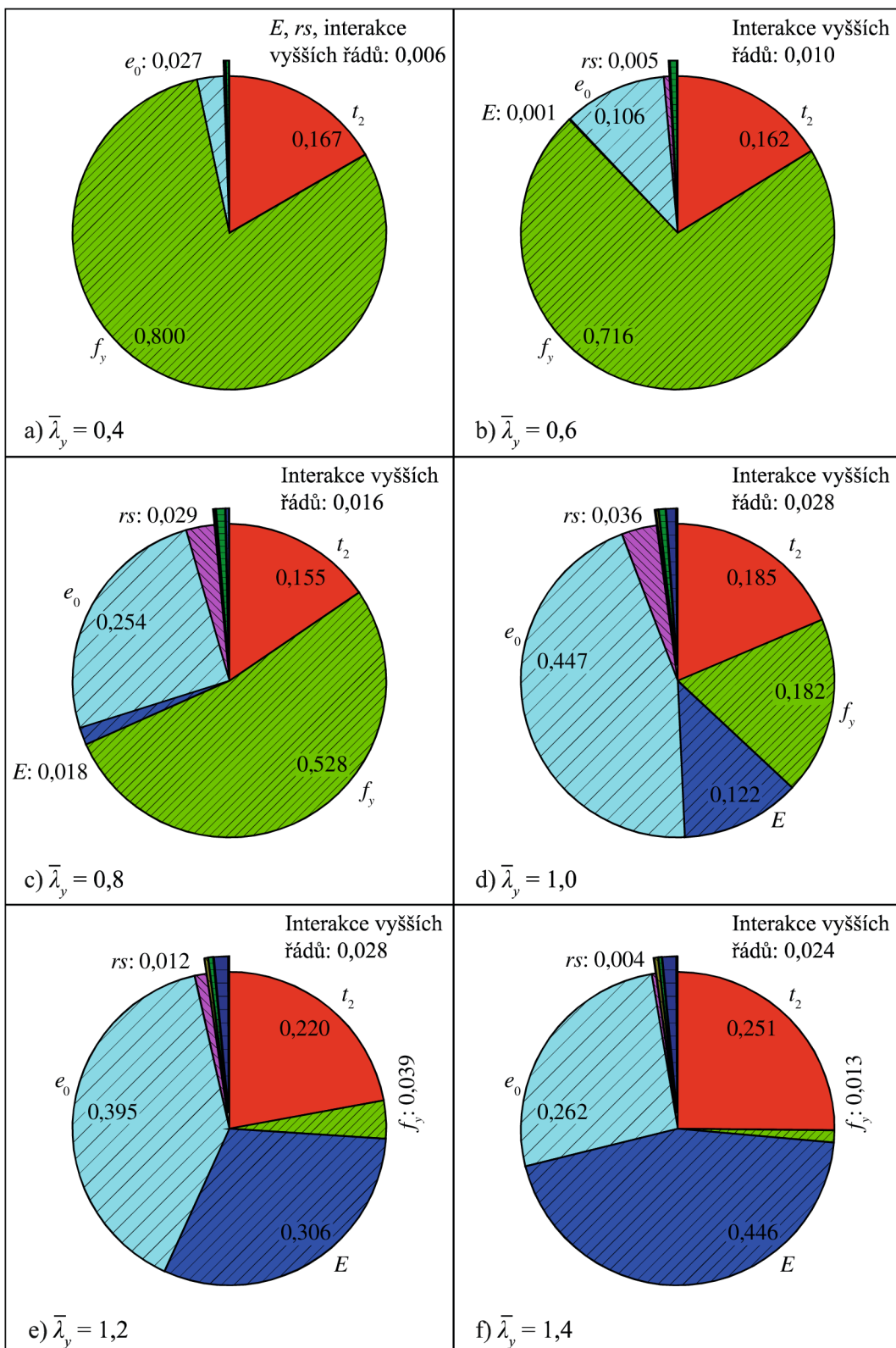
Obr. 6.15: Citlivostní analýza únosnosti pro vzpěr kolmo na měkčí osu: ocel S235, rs_2 , e_{01}



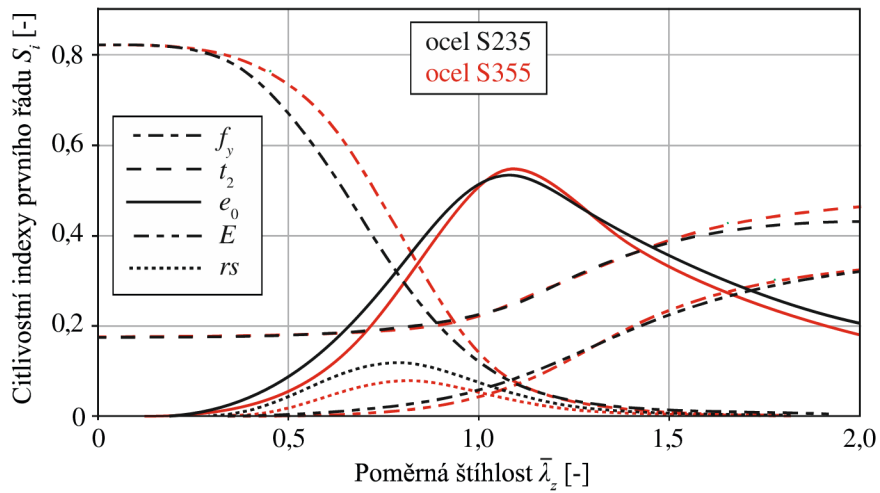
Obr. 6.16: Citlivostní analýza únosnosti pro vzpěr kolmo na měkký osu: ocel S355, rs_2 , e_{01}



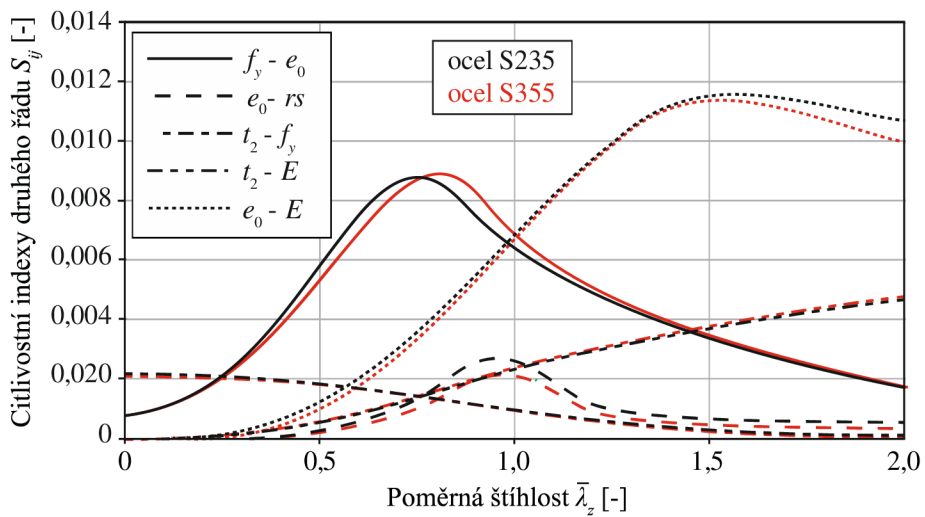
Obr. 6.17: Citlivostní analýza únosnosti pro vzpěr kolmo na tužší osu: ocel S235, rs_2 , e_{01}



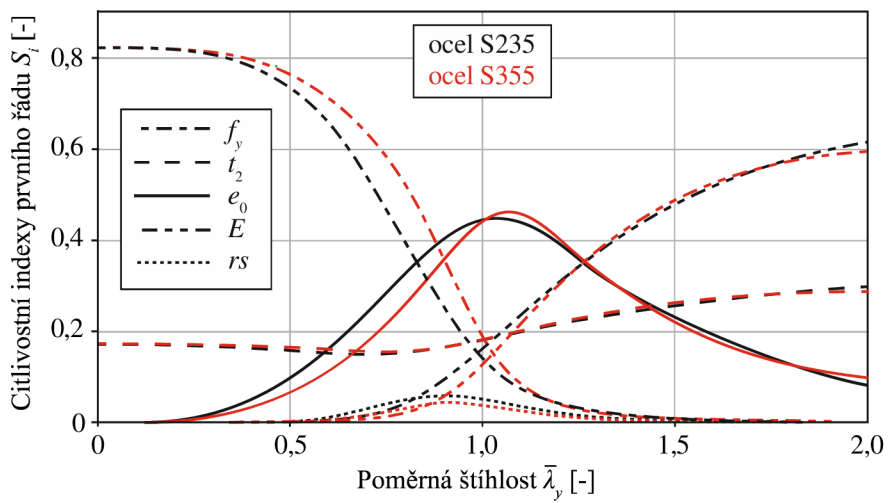
Obr. 6.18: Citlivostní analýza únosnosti pro vzpěr kolmo na tužší osu: ocel S355, rs_2 , e_{01}



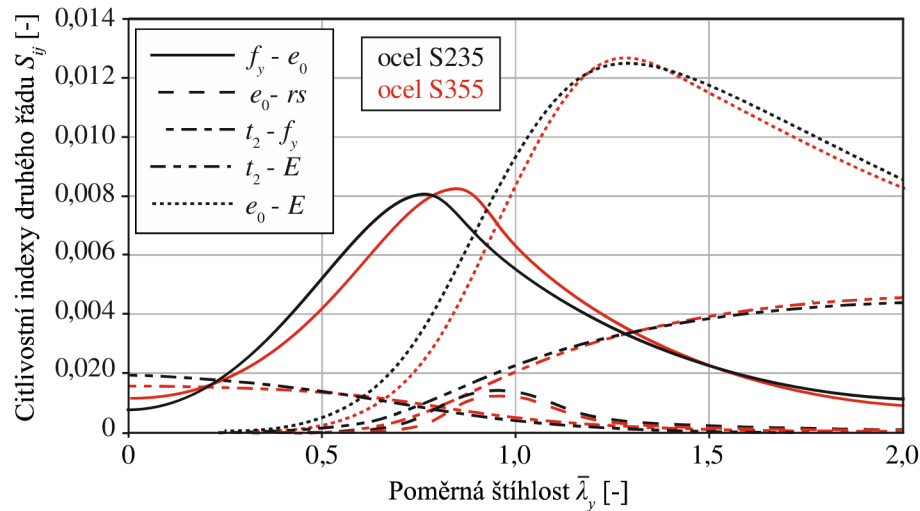
Obr. 6.19: Citlivostní indexy 1. řádu pro vzpěr kolmo na měkkí osu: rs_2, e_{01}



Obr. 6.20: Citlivostní indexy 2. řádu pro vzpěr kolmo na měkkí osu: rs_2, e_{01}



Obr. 6.21: Citlivostní indexy 1. řádu pro vzpěr kolmo na tužší osu: rs_2, e_{01}



Obr. 6.22: Citlivostní indexy 2. řádu pro vzpěr kolmo na tužší osu: rs_2 , e_{01}

Závěry citlivostní analýzy celkové únosnosti jsou učiněny na základě Obr. 6.19–6.22. Sobolova citlivostní analýza únosnosti sloupů z ocelí S235 a S355 přinesla podobné výsledky v případě vzpěru kolmém k měkčí i tužší ose. Tento závěr se týká jak citlivostních indexů prvního, tak druhého řádu. To mimo jiné potvrzuje správnost koncepce Eurocode 3, ve které je poměrná štíhlost $\bar{\lambda}$ zavedena jako společná platforma pro výpočet návrhové únosnosti.

Z porovnání citlivostní analýzy únosnosti patřící (i) vzpěru kolmém na osu z se (ii) vzpěrem kolmém na osu y lze učinit tyto závěry:

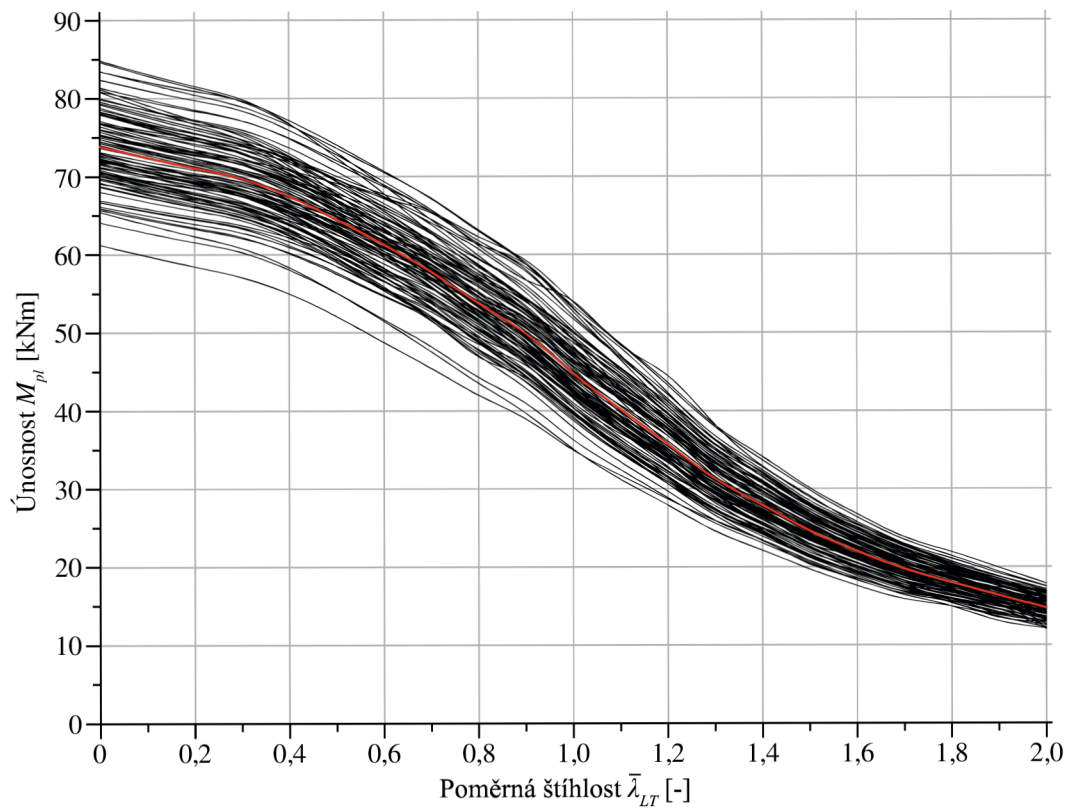
- Vliv vlastního pnutí rs na celkovou únosnost je relativně malý a křivky citlivostních indexů S_{rs} dosahují maxima přibližně pro $\bar{\lambda} = 0,8$.
- Citlivostní index S_{f_y} meze kluzu má plato v blízkosti $\bar{\lambda} = 0$ a pak klesá s rostoucí štíhlostí.
- Vliv imperfekce e_0 na únosnost je relativně malý. Křivky citlivostních indexů S_{e_0} dosahují maxima přibližně pro $\bar{\lambda} = 1,0$. Citlivostní indexy S_{e_0} jsou zřetelně vyšší než indexy S_{rs} .
- Citlivostní index S_{t_2} tloušťky pásnice je pro nejnižší štíhlosti takřka konstantní a významnější nárůst nastává až od štíhlosti $\bar{\lambda} > 1,0$, přičemž je výraznější u vzpěru kolmém na měkčí osu.
- Citlivostní index S_E modulu pružnosti roste s rostoucí štíhlostí. U vzpěru kolmém na tužší osu se stává dominantní veličinou přibližně pro $\bar{\lambda} > 1,3$. To je jeden

z nejvýznamnějších rozdílů oproti vzpěru kolmém na měkčí osu, kde stále dominuje tloušťka pásnice t_2 .

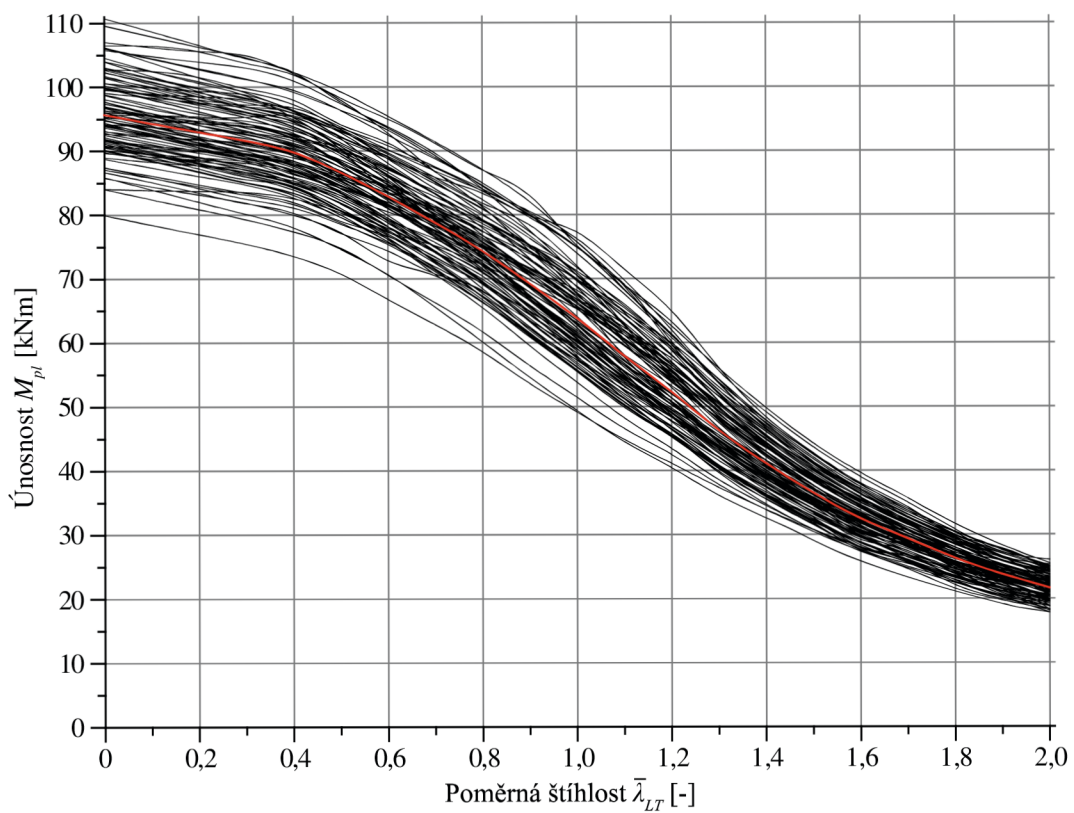
- (i) je více než (ii) citlivá na imperfekci e_0 , tloušťku pásnice t_2 a vlastní pnutí r_s .
- (ii) je více než (i) citlivá na modul pružnosti E a mez kluzu f_y .
- (i) má maximum S_{r_s} , když $\bar{\lambda}_z = 0,8$, zatímco (ii) má maximum S_{r_s} , když $\bar{\lambda}_y = 0,9$.
- Obě (i) a (ii) mají maximum S_{e_0} , když $\bar{\lambda} \approx 1,05$.
- (i) má stejnou křivku S_{f_y} patřící S355 jako (ii) S_{f_y} patřící S235.
- Obě (i) a (ii) mají stejné S_i , když $\bar{\lambda} = 0$.
- Obě (i) a (ii) mají zjištěné interakce dvojic $E-e_0$ a f_y-e_0 dominantní mezi všemi ostatními dvojicemi, viz Obr. 6.20 a Obr. 6.22. Zapojení f_y ve vyšších pořadových interakcích indikuje plastické přetváření u všech řešených štíhlostí $\bar{\lambda} \in \langle 0; 2 \rangle$ a je přítomno i u sloupů s $\bar{\lambda} > 2,0$.

6.1.2 Úloha klopení

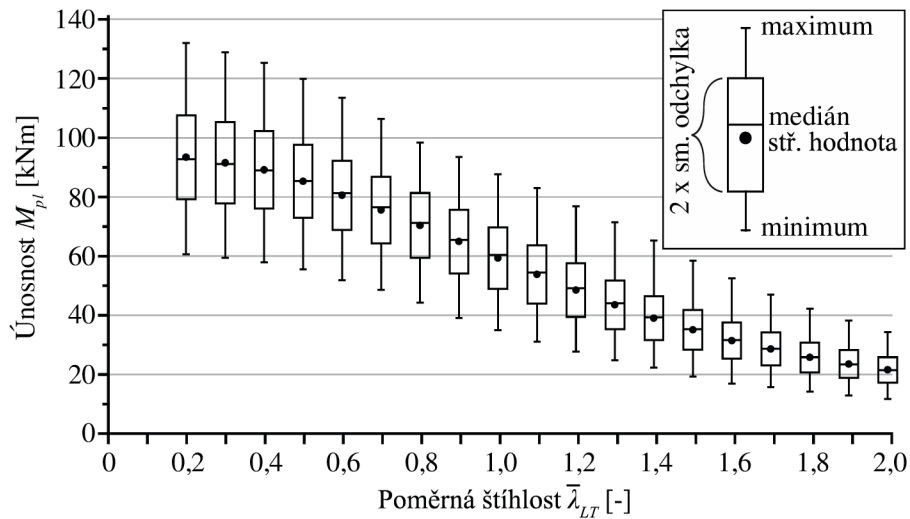
Stejně jako v kapitole 6.1.1 se grafy na Obr. 6.23–6.31 přímo týkají hodnot únosností, obdržných z Ansysu, tj. ve variantě vlastního pnutí r_{s2} a amplitudy počáteční imperfekce e_{02} . Obr. 6.23–6.24 zobrazují hodnoty únosností pro posledních 100 realizací (realizace 301–400), krabicové grafy na Obr. 6.25 a 6.26 znázorňují statistiku pro všech 400 realizací, Obr. 6.27–6.29 zobrazují střední hodnoty, směrodatné odchylky a variační koeficienty únosností při klopení a Obr. 6.30 a Obr. 6.31 zobrazují výsledky pro osm vybraných realizací, kde se grafy v levé části týkají absolutních hodnot únosností a grafy v pravé části odpovídajících součinitelů klopení, které byly vyčísleny z absolutních hodnot únosností podle vztahu (3.25). Pro průběh výsledků na všech těchto grafech lze učinit stejné závěry jako v případě vzpěru v kapitole 6.1.1.



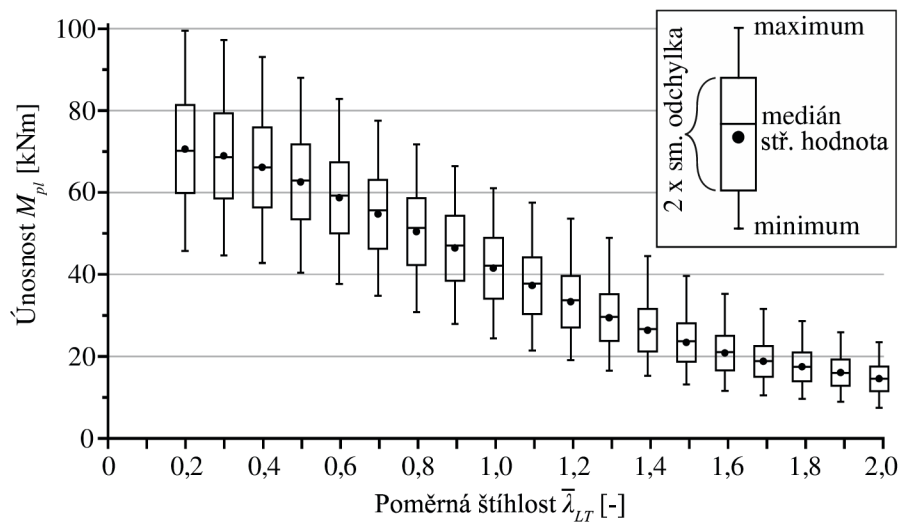
Obr. 6.23: Křivky posledních 100 únosností pro úlohu klopení pro ocel S235



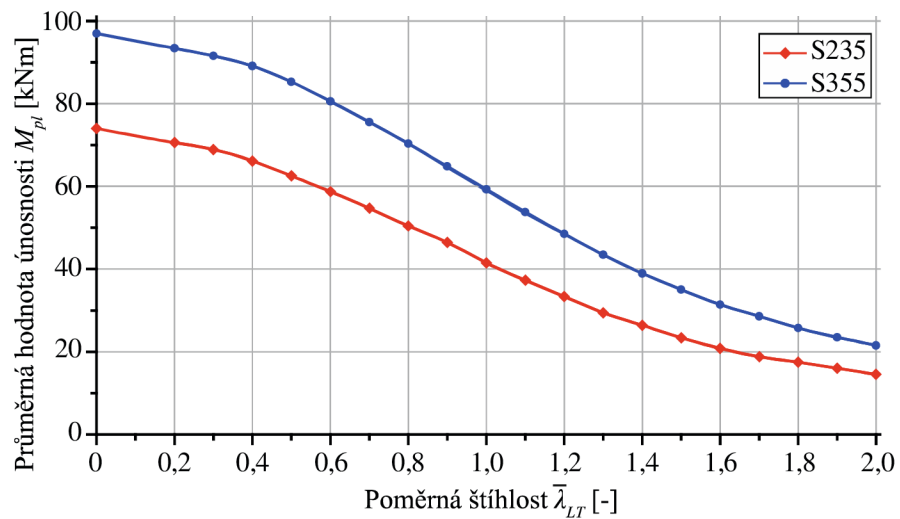
Obr. 6.24: Křivky posledních 100 únosností pro úlohu klopení pro ocel S355



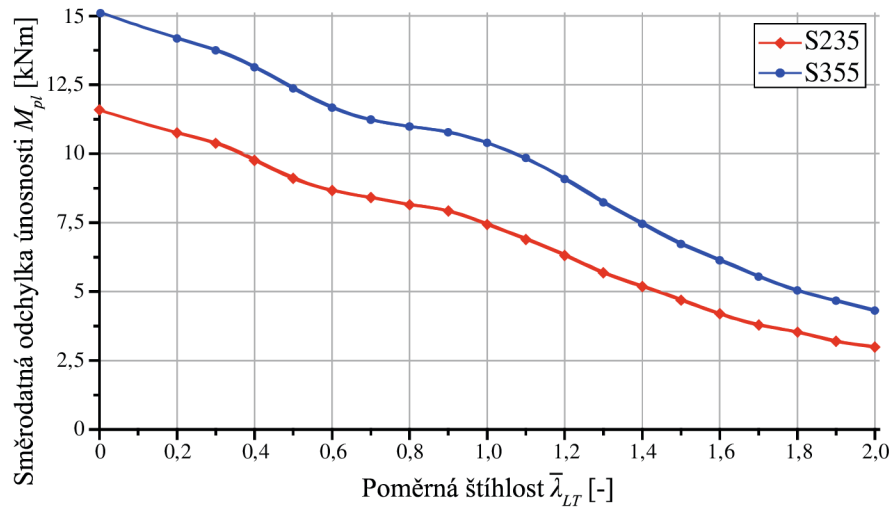
Obr. 6.25: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu klopení – ocel S235



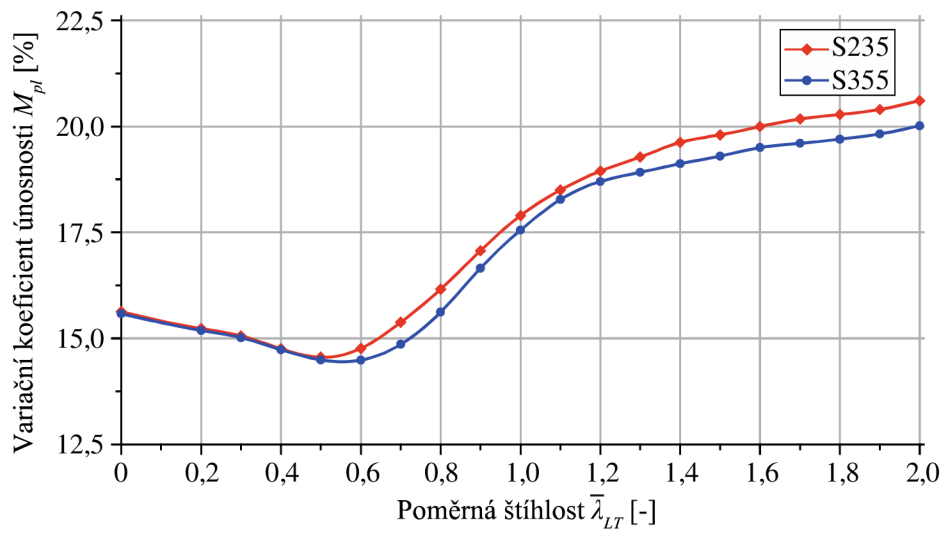
Obr. 6.26: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu klopení – ocel S355



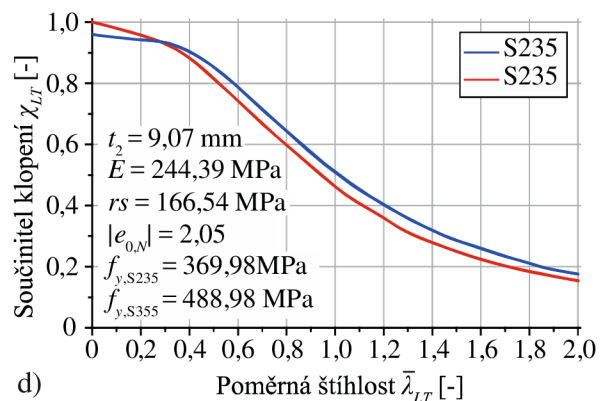
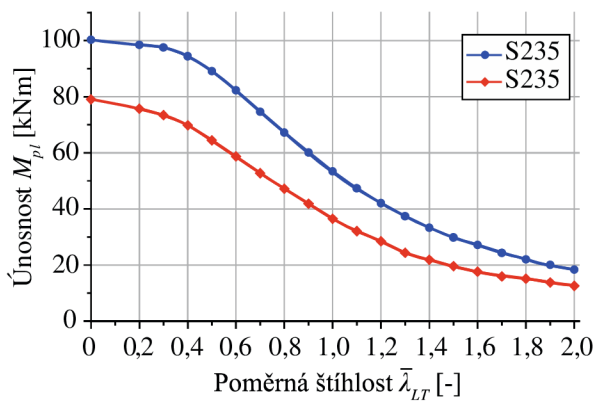
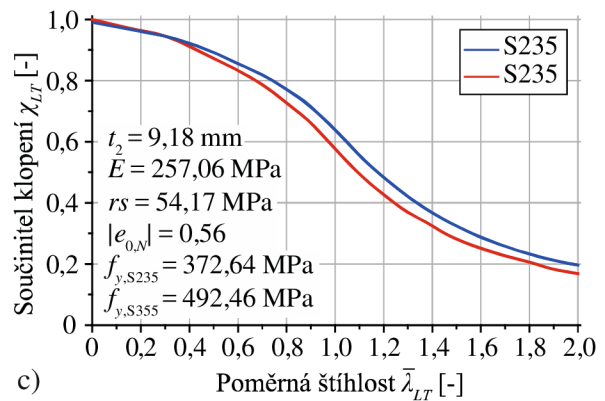
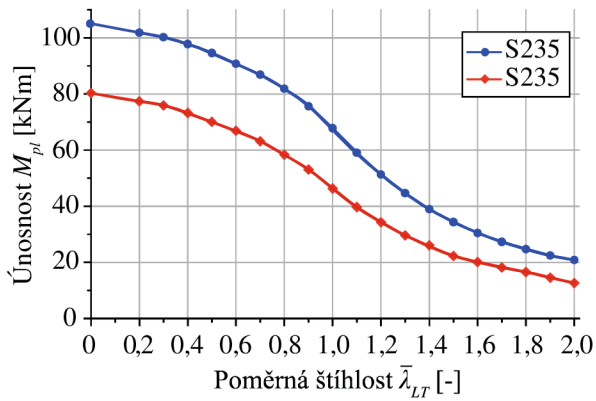
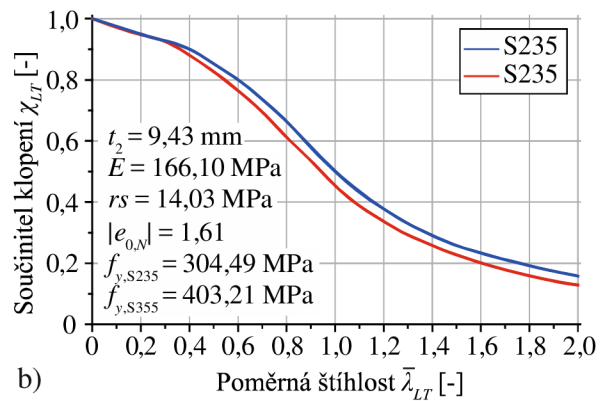
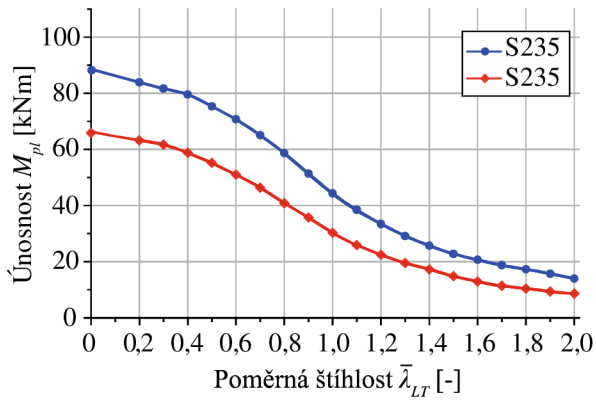
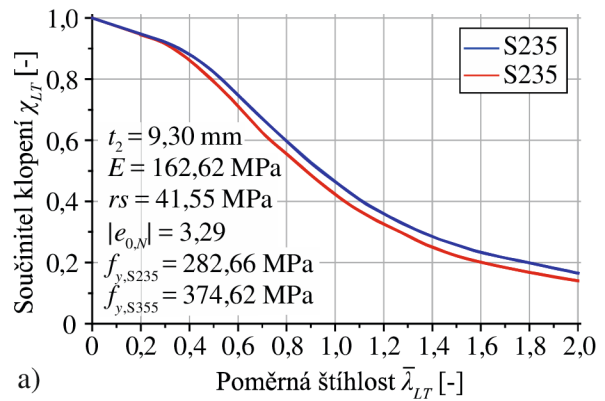
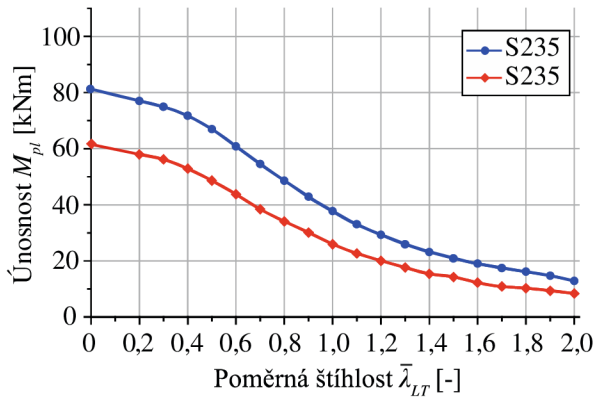
Obr. 6.27: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu klopení – porovnání středních hodnot



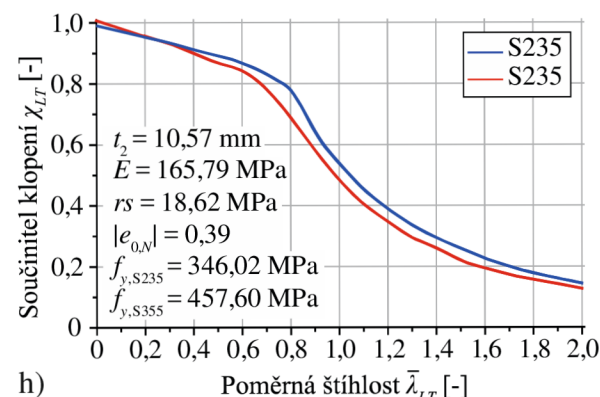
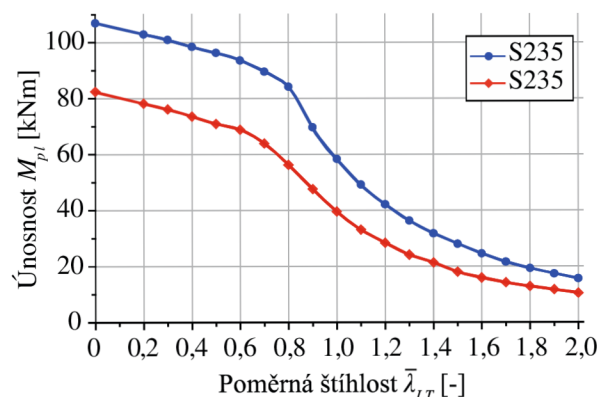
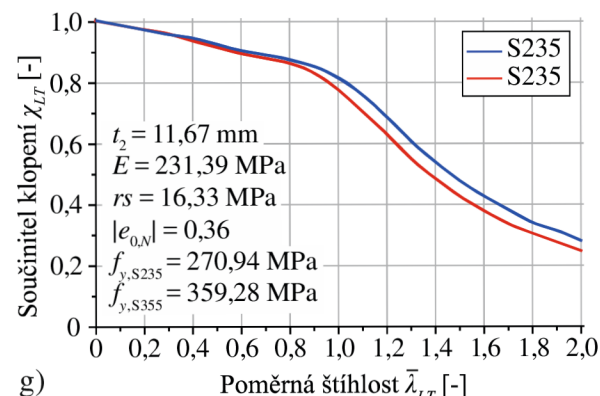
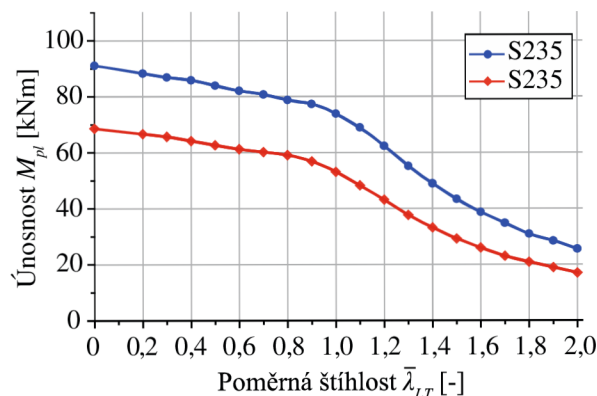
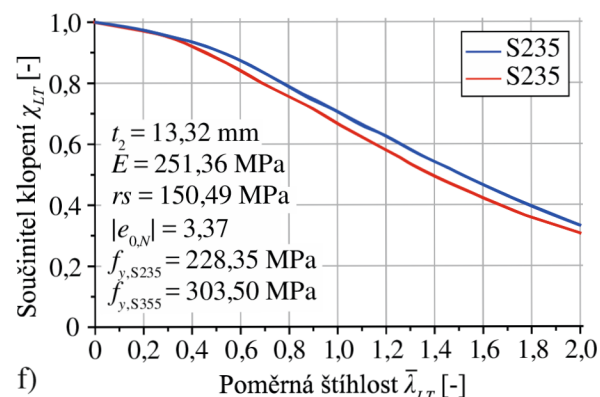
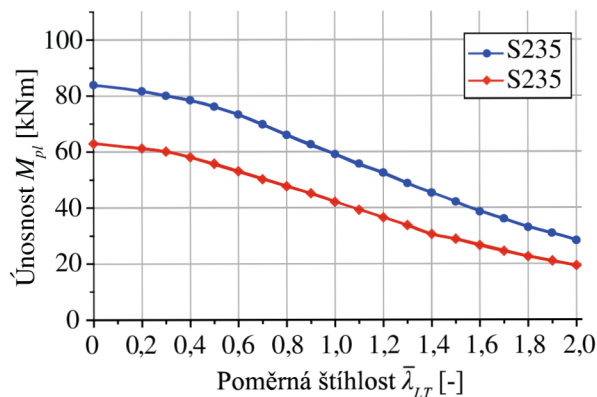
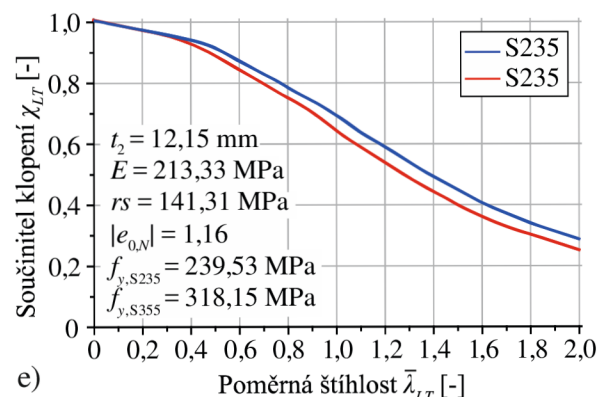
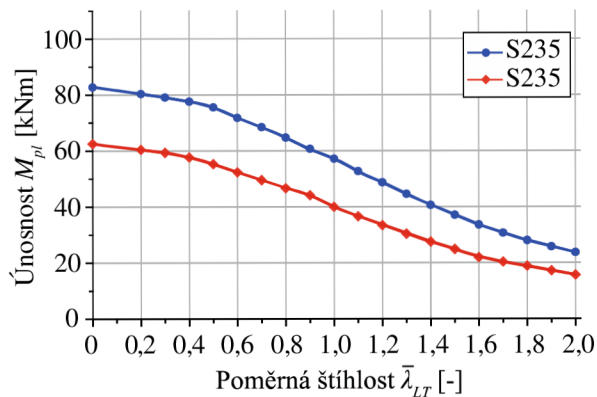
Obr. 6.28: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu klopení – porovnání směrodatných odchylek



Obr. 6.29: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu klopení – porovnání variačních koeficientů



Obr. 6.30: Hodnoty únosností a součinitelů klopení pro realizace číslo: a) 12, b) 32, c) 67, d) 223



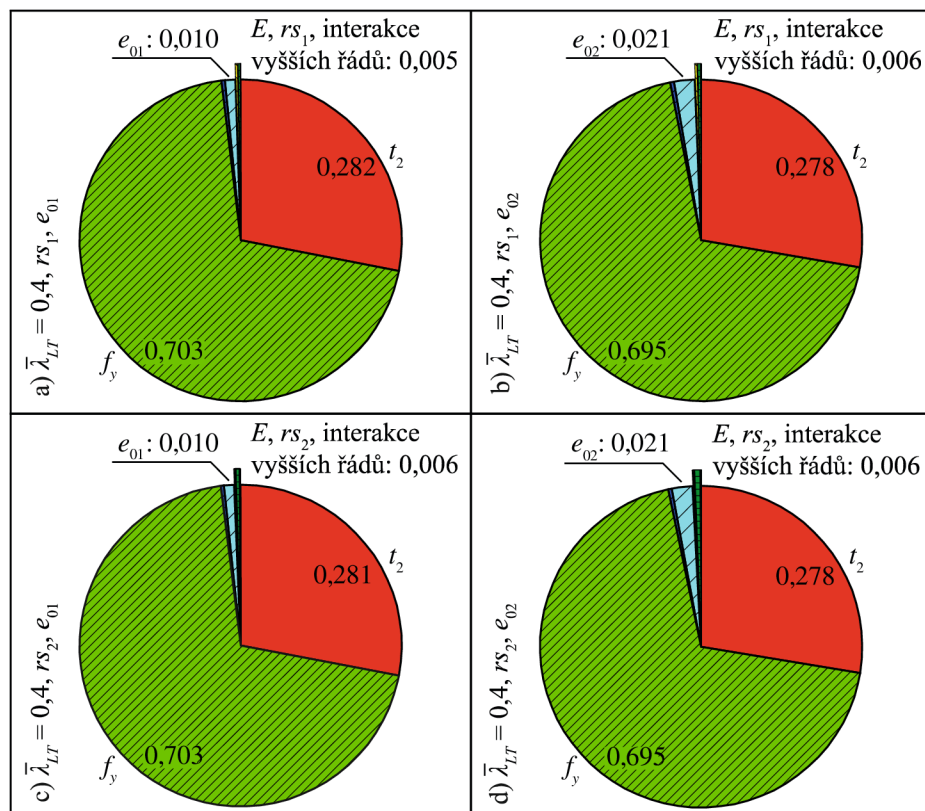
Obr. 6.31: Hodnoty únosností a součinitelů klopení pro realizace číslo: e) 24, f) 254, g) 36, h) 144

6.1.2.1 Sobolova citlivostní analýza úlohy klopení

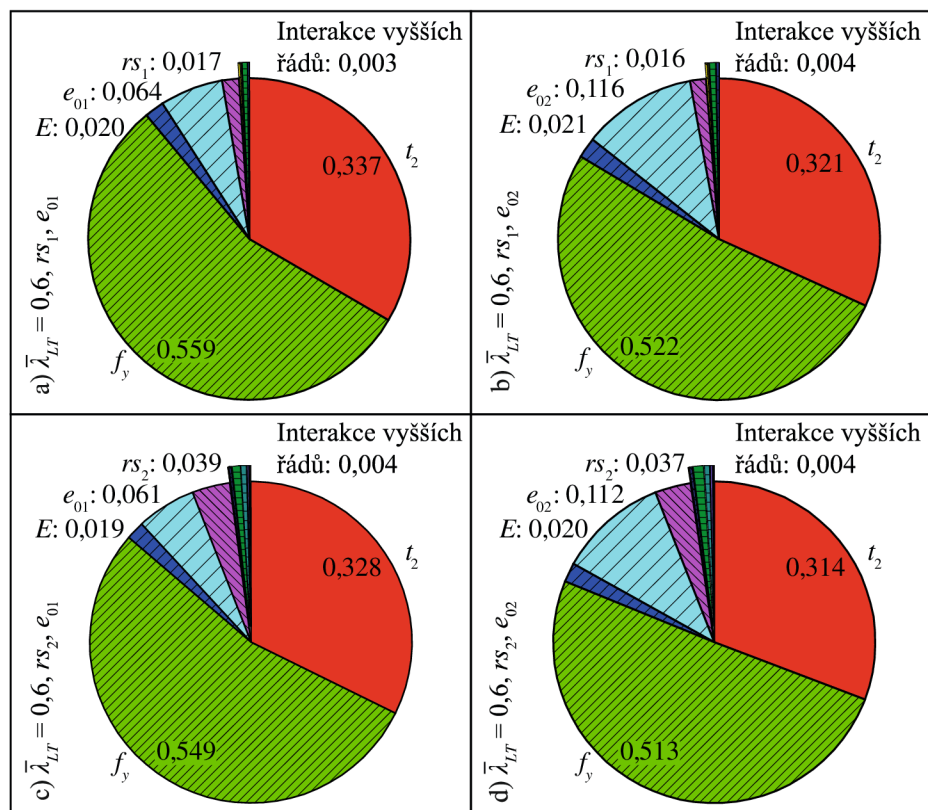
Sobolovy citlivostní indexy pro klopení (úlohy číslo 1–5 dle Tab. 6.1) jsou zobrazeny obdobně jako v podkapitole 6.1.1.1 v koláčových grafech na Obr. 6.32–6.38. Vzhledem k tomu, že se u oceli S235 uvažovaly 4 možné kombinace vlastního pnutí r_s a počáteční imperfekce e_0 , jsou koláčové grafy pro šest vybraných štíhlostí uspořádány právě podle hodnoty štíhlosti, aby byl patrnější rozdíl mezi danými variantami r_s a e_0 . Sobolovy indexy prvního a druhého řádu jsou spojitě vykresleny na Obr. 6.39–6.48. I v úloze klopení jsou citlivostní indexy třetího a vyšších řádů velice malé, a proto nejsou zaneseny do grafů. Zelené křivky na Obr. 6.47 a Obr. 6.48 představují citlivostní indexy S_i pro elastickou únosnost M_{Rd} , která je vyjádřena v uzavřeném tvaru v [43]. Poznamenejme, že správnost analýzy M_{Rd} byla ověřena za použití geometricky nelineárního konečně-prvkového modelu [97]. Analytické řešení M_{Rd} však nezahrnuje vliv vlastního pnutí. Vstupní veličiny jsou jinak stejné, viz Tab. 5.2.

Z Obr. 6.43 je vidět, že jsou si výsledky citlivostní analýzy pro ocel S235 a S355 rámcově podobné. U oceli S355 je však výraznější vliv meze kluzu f_y v intervalu $\bar{\lambda}_{LT} \in \langle 0,4; 1,1 \rangle$ a počáteční geometrické imperfekce e_{01} v intervalu $\bar{\lambda}_{LT} \in \langle 0,8; 1,4 \rangle$. Na úkor těchto dvou veličin je u oceli S355 nižší citlivost na t_2 a E v intervalu $\bar{\lambda}_{LT} \in \langle 0,5; 1,2 \rangle$. Citlivostní indexy S_i jsou stejné, pokud $\bar{\lambda}_{LT} = 0$.

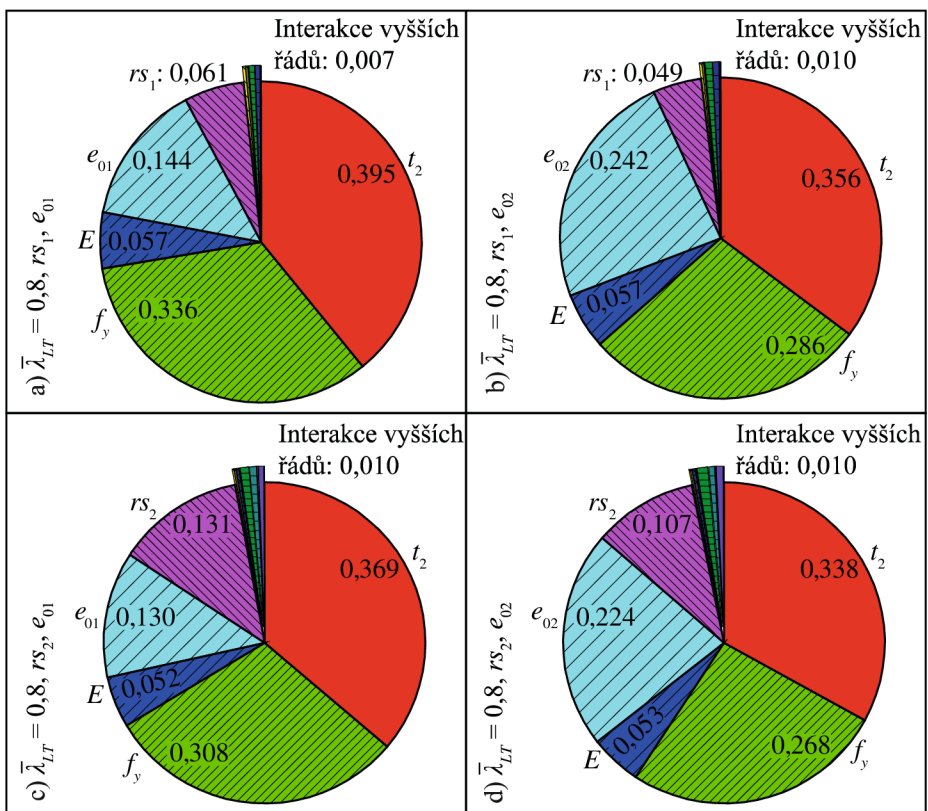
Co se týče vlastního pnutí, tak zavedení vysoké hodnoty směrodatné odchylky $\sigma_{rs1} = 27$ MPa nevedlo k vysoké hodnotě citlivostního indexu S_{rs1} , viz Obr. 6.39 a Obr. 6.41. Citlivost celkové únosnosti na rs_1 je relativně malá. Tomuto pozorování je ale nutné správně rozumět. Sobolova citlivostní analýza vyhodnocuje vliv imperfekce, zatímco se mění všechny ostatní imperfekce. S_{rs1} vyjadřuje, jak moc se v průměru může snížit rozptyl únosnosti, je-li rs_1 náhodně fixována (u metody LHS fixována na náhodné realizaci, zatímco ostatní imperfekce jsou náhodně proměnné). Vliv vlastního pnutí by ve vztahu k ostatním imperfekcím mohl být obecně jiný, pokud by ostatní imperfekce byly nastaveny jinými hodnotami. Dvouhodnotová změna jiné imperfekce (např. e_0 jako 0 a $L/1000$) může mít na únosnost mnohem větší dopad než dvouhodnotová změna vlastního pnutí. Náhodná změna pouze některých imperfekcí a nenáhodná fixace (ne změna) jiných imperfekcí může vést k nedorozumění při interpretaci jejich společného vlivu. Výše prezentovaná Sobolova citlivostní analýza poskytuje podstatně více informací, protože kvantifikuje celkový průměrný příspěvek každé náhodné vstupní imperfekce na proměnlivosti únosnosti.



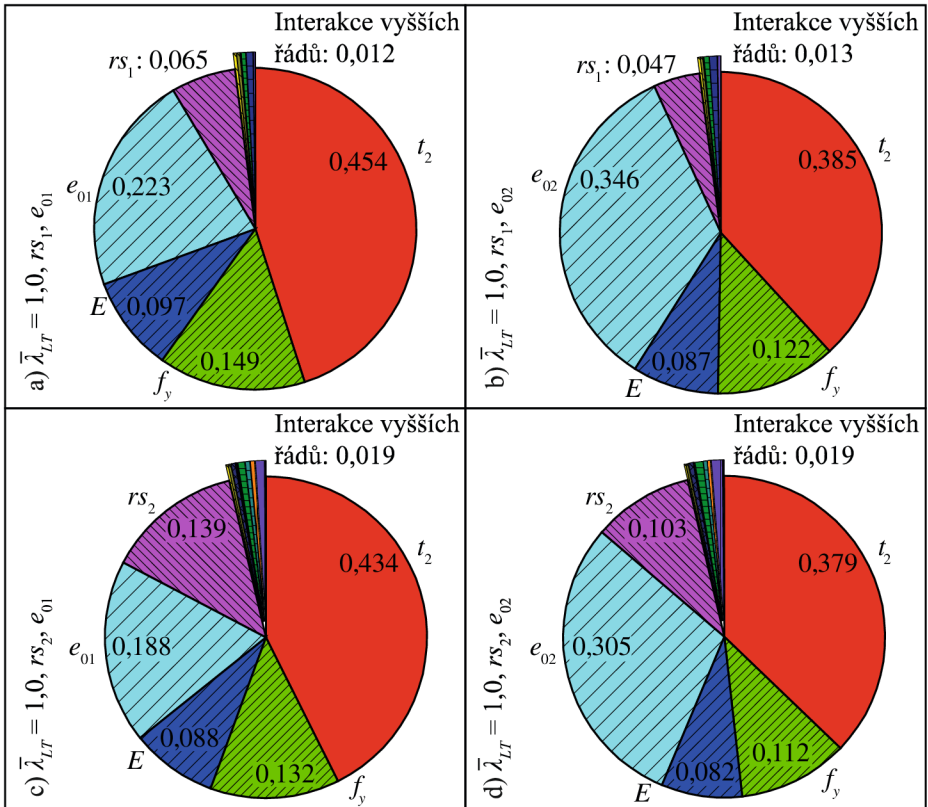
Obr. 6.32: Citlivostní analýza únosnosti pro klopení: ocel S235 a $\bar{\lambda}_{LT} = 0,4$



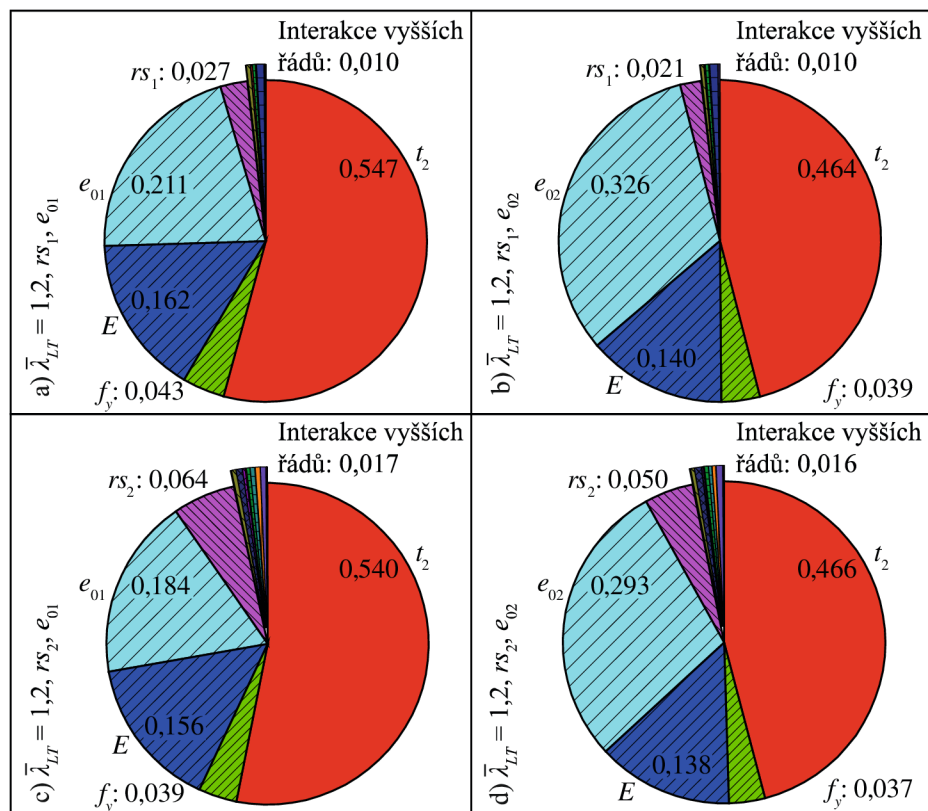
Obr. 6.33: Citlivostní analýza únosnosti pro klopení: ocel S235 a $\bar{\lambda}_{LT} = 0,6$



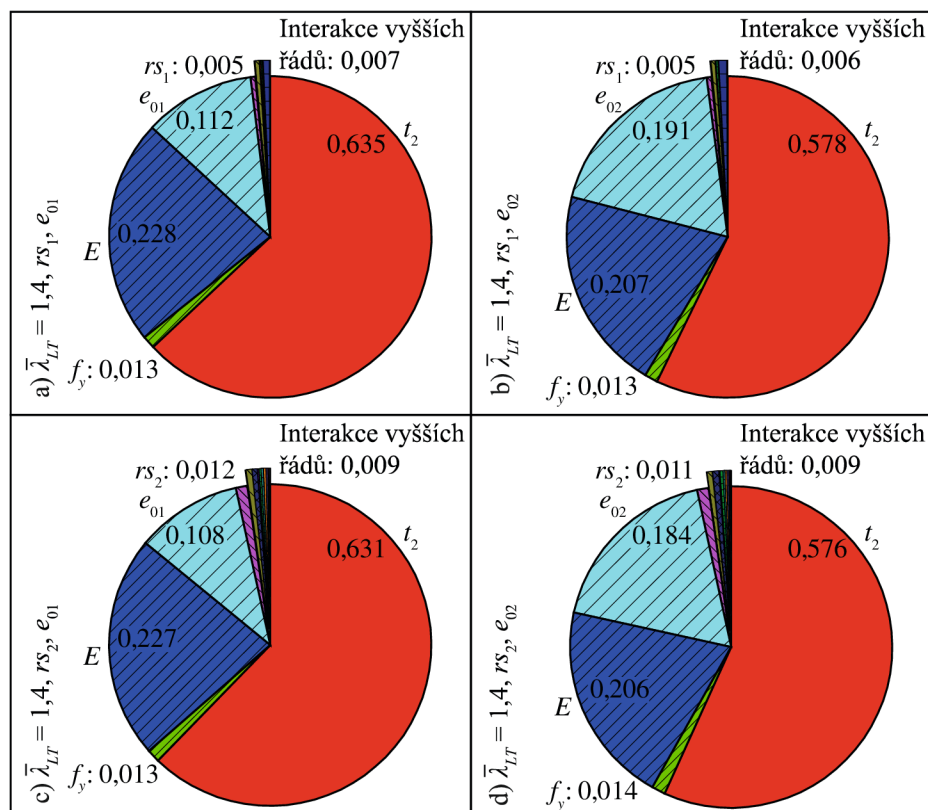
Obr. 6.34: Citlivostní analýza únosnosti pro klopení: ocel S235 a $\bar{\lambda}_{LT} = 0,8$



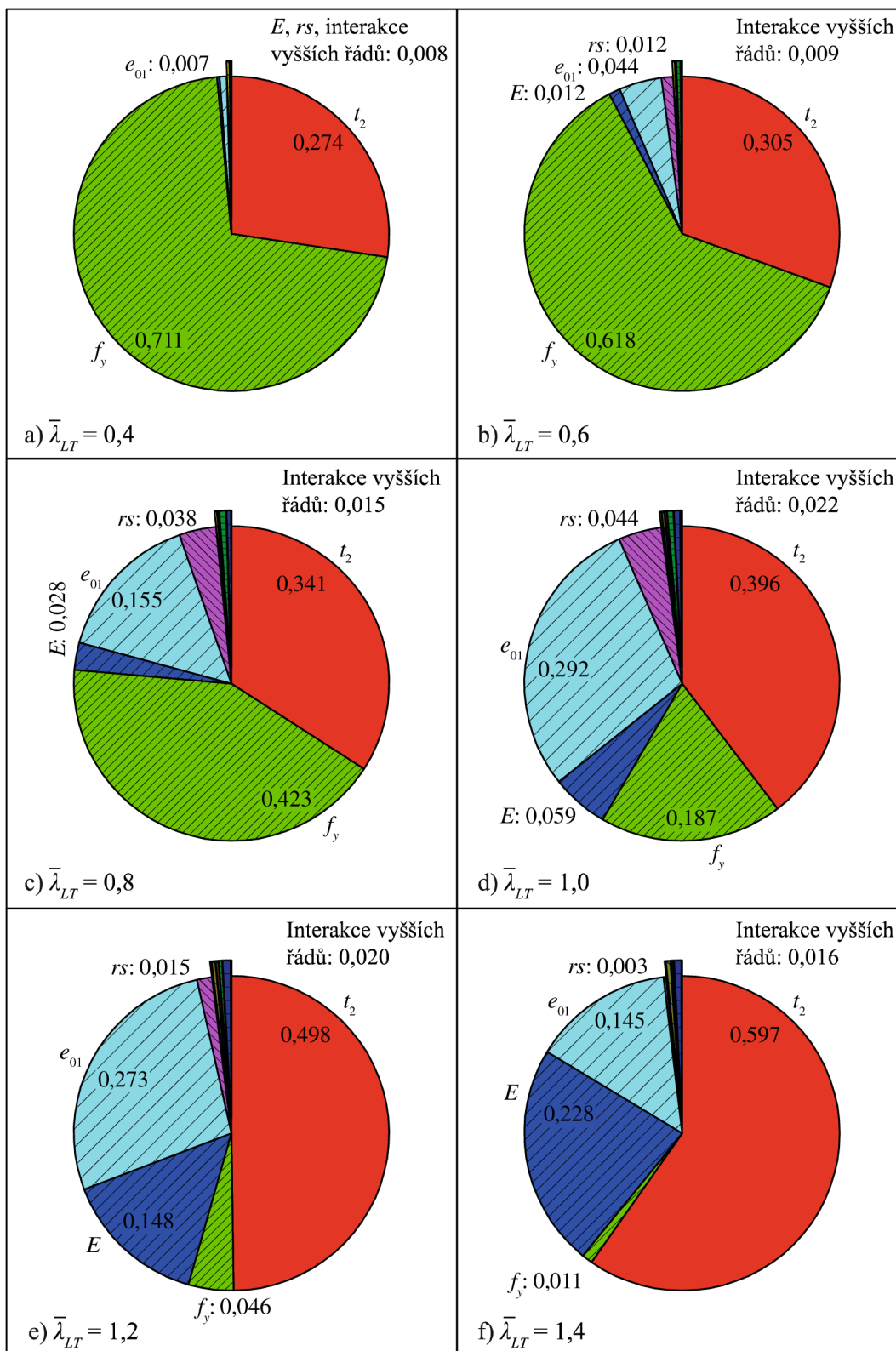
Obr. 6.35: Citlivostní analýza únosnosti pro klopení: ocel S235 a $\bar{\lambda}_{LT} = 1,0$



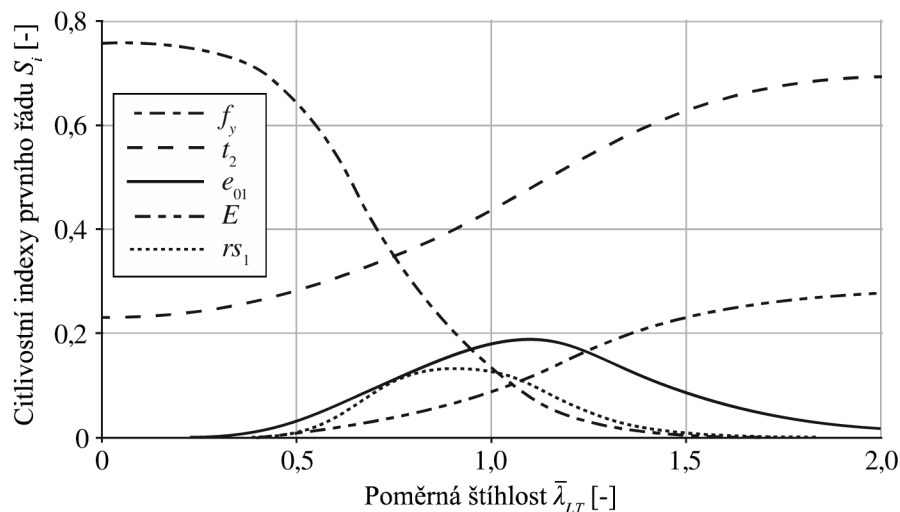
Obr. 6.36: Citlivostní analýza únosnosti pro klopení: ocel S235 a $\bar{\lambda}_{LT} = 1,2$



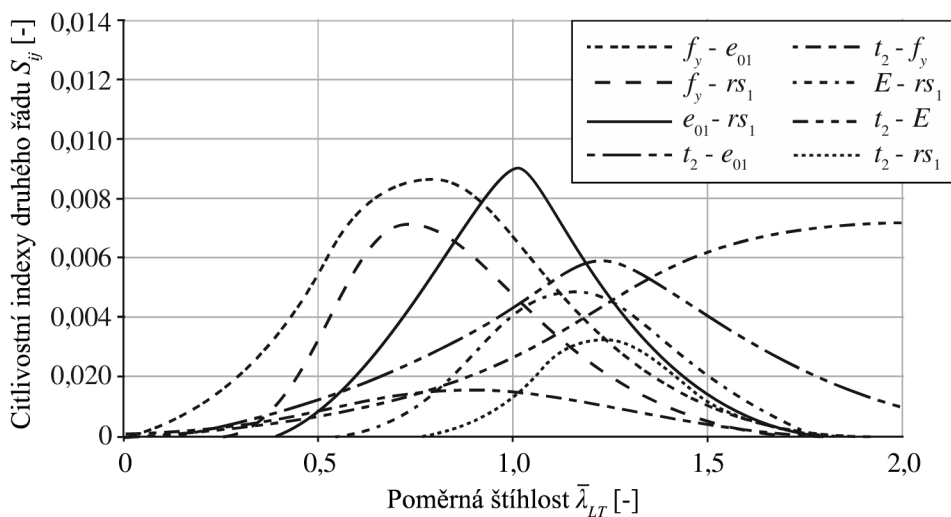
Obr. 6.37: Citlivostní analýza únosnosti pro klopení: ocel S235 a $\bar{\lambda}_{LT} = 1,4$



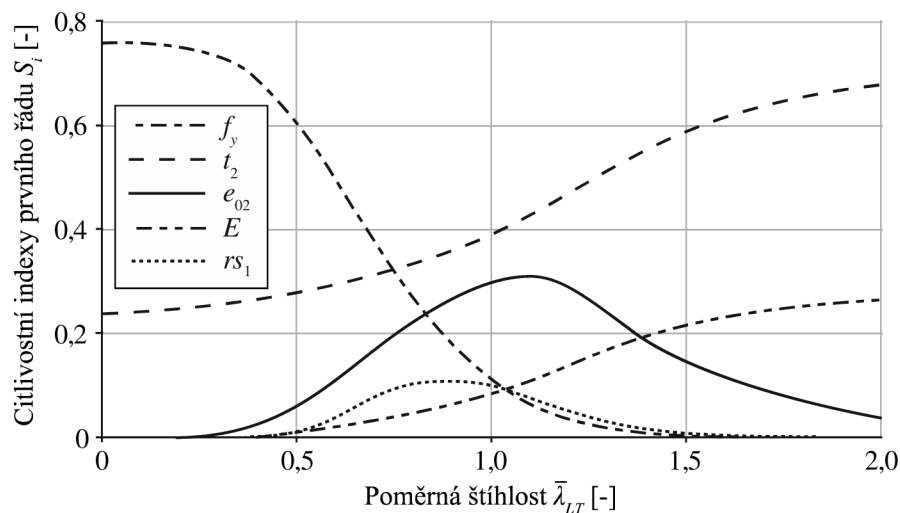
Obr. 6.38: Citlivostní analýza únosnosti pro klopení: ocel S355, rs_2, e_{01}



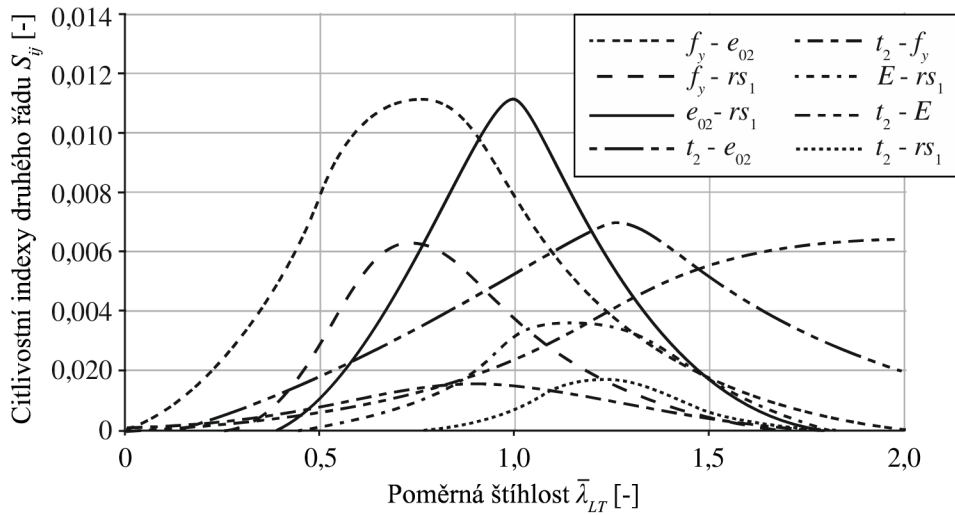
Obr. 6.39: Citlivostní indexy 1. řádu pro klopení: ocel S235, rs_1 , e_{01}



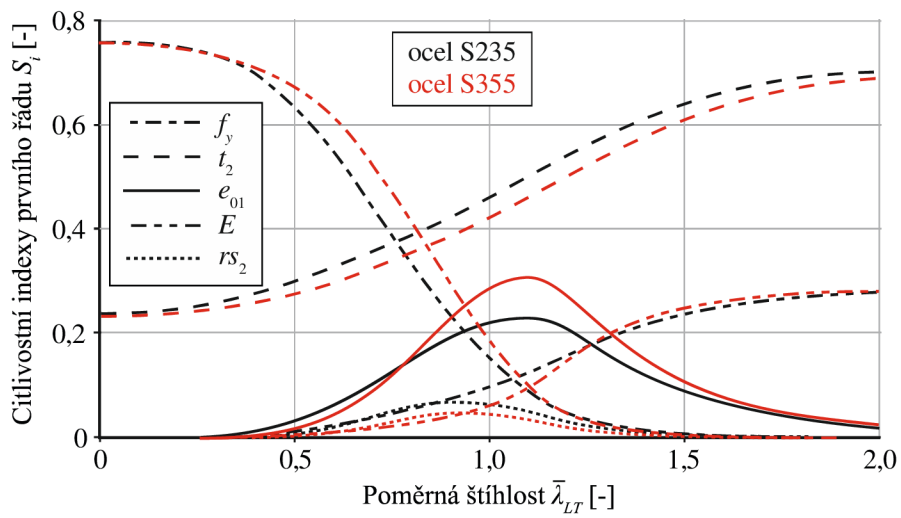
Obr. 6.40: Citlivostní indexy 2. řádu pro klopení: ocel S235, rs_1 , e_{01}



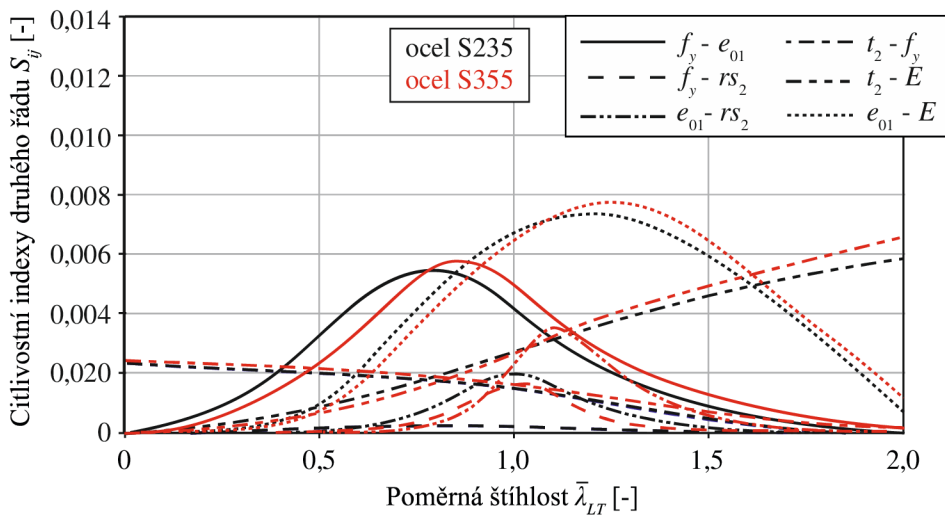
Obr. 6.41: Citlivostní indexy 1. řádu pro klopení: ocel S235, rs_1 , e_{02}



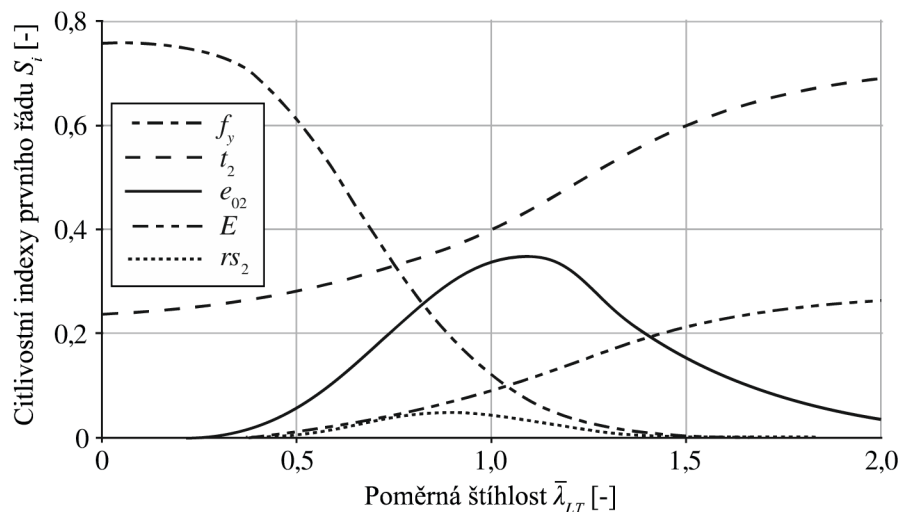
Obr. 6.42: Citlivostní indexy 2. řádu pro klopení: ocel S235, rs_1 , e_{02}



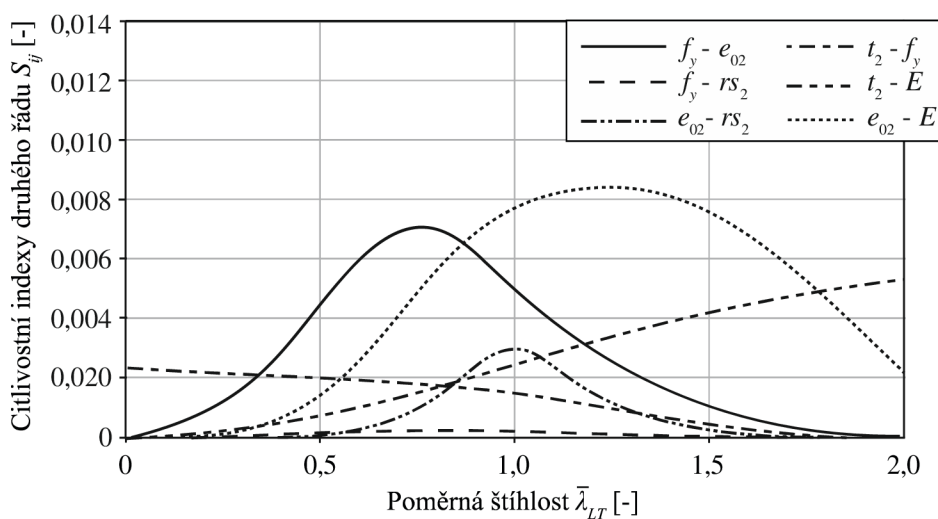
Obr. 6.43: Citlivostní indexy 1. řádu pro klopení: rs_2 , e_{01}



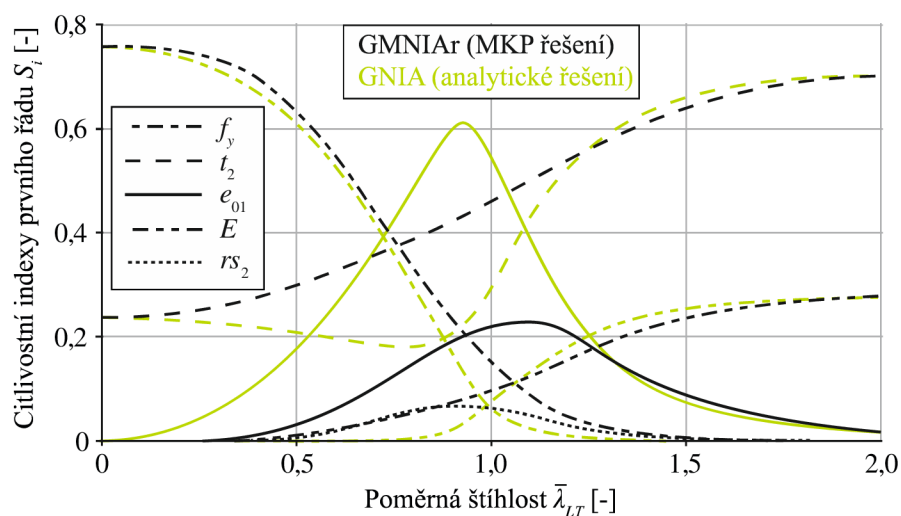
Obr. 6.44: Citlivostní indexy 2. řádu pro klopení: rs_2 , e_{01}



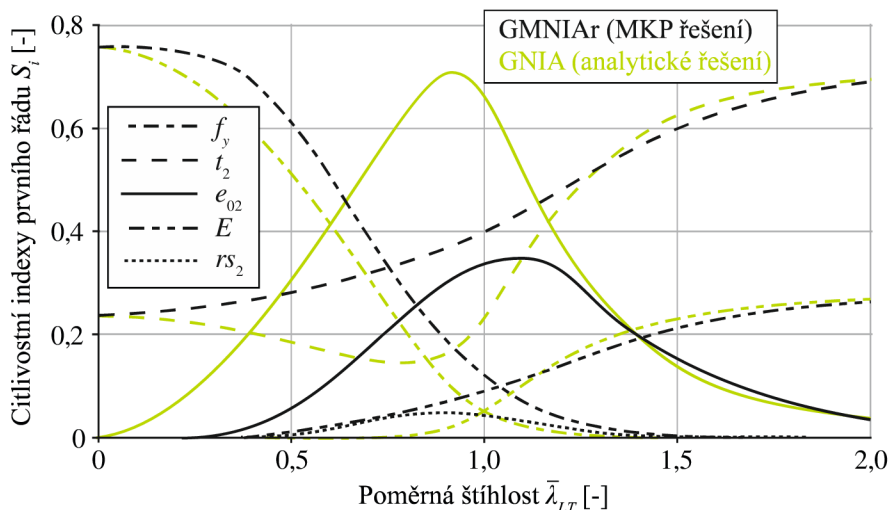
Obr. 6.45: Citlivostní indexy 1. řádu pro klopení: rs_2 , e_{02}



Obr. 6.46: Citlivostní indexy 2. řádu pro klopení: rs_2 , e_{02}



Obr. 6.47: Citlivostní indexy 1. řádu pro klopení – srovnání: ocel S235, rs_2 , e_{01}



Obr. 6.48: Citlivostní indexy 1. řádu pro klopení – srovnání: ocel S235, rs_2 , e_{02}

Závěry citlivostní analýzy celkové únosnosti se týkají všech variant řešení, viz Obr. 6.39 – Obr. 6.48.

- Vliv vlastního pnutí rs_1 na celkovou únosnost je relativně malý, přestože byla náhodná veličina rs_1 zavedena s velkým rozptylem. Stejný závěr platí pro náhodnou veličinu rs_2 , která má nižší (ale také poměrně velký) rozptyl. Křivky citlivostních indexů S_{rs1} a S_{rs2} dosahují maxima přibližně pro $\bar{\lambda}_{LT} = 0,9$.
- Citlivostní index S_{f_y} meze kluzu má plato v blízkosti $\bar{\lambda}_{LT} = 0$ a pak klesá s rostoucí štíhlostí $\bar{\lambda}_{LT}$. Přibližně pro $\bar{\lambda}_{LT} > 1,7$ je $S_{f_y} = 0$, což znamená, že rozptyl meze kluzu může být fixován na jakékoliv hodnotě z definičního oboru, aniž by to ovlivnilo rozptyl únosnosti.
- Vliv imperfekce e_0 na únosnost je relativně malý, a to i ve variantě e_{02} , která má o 50 % vyšší směrodatnou odchylku než varianta e_{01} . Křivky citlivostních indexů S_{e01} and S_{e02} dosahují maxima přibližně pro $\bar{\lambda}_{LT} = 1,1$. Citlivostní indexy S_{e01} a S_{e02} jsou zřetelně vyšší než indexy S_{rs1} a S_{rs2} .
- Citlivostní index S_{t_2} tloušťky pásnice roste s rostoucí štíhlostí. Pro $\bar{\lambda}_{LT} > 0,75$ je t_2 absolutně dominantní imperfekcí. To znamená, že snížení rozptylu t_2 má relativně velmi významný vliv na snížení rozptylu únosnosti. Snížení rozptylu t_2 může být dosaženo zlepšením výrobních procesů v hutní výrobě.
- Citlivostní index S_E modulu pružnosti roste s rostoucí štíhlostí. Na rozdíl od t_2 , rozptyl E není možné příliš ovlivnit technologickými procesy v hutní výrobě.

Citlivostní indexy druhého řádu S_{ij} udávají příspěvek interakce druhého řádu mezi X_i a X_j na rozptylu únosnosti. Hodnoty S_{ij} zobrazené na Obr. 6.40, Obr. 6.42, Obr. 6.44 a Obr. 6.46 jsou malé, poskytují však zajímavé informace o nelineárním odezvě imperfektního prutu v mezním stavu. Citlivost na mez kluzu f_y a zapojení f_y v interakcích mimo jiné určuje citlivost na plastické přetváření. Plastické přetváření nenastává, když S_{f_y} a dalších patnáct indexů vyššího řádu zapojených v interakcích s f_y jsou rovny nule. To je přibližně splněno pro $\bar{\lambda}_{LT} > 2,0$, jinak má nenulovou hodnotu vždy alespoň jeden z indexů $S_{f_y}, S_{t_2, f_y}, S_{f_y, e_0}, S_{f_y, r_s}$. To je zásadní rozdíl oproti tlačným prvkům řešeným s vlivem vzpěru, u kterých je plastické přetváření přítomno i u $\bar{\lambda}_{LT} > 2,0$.

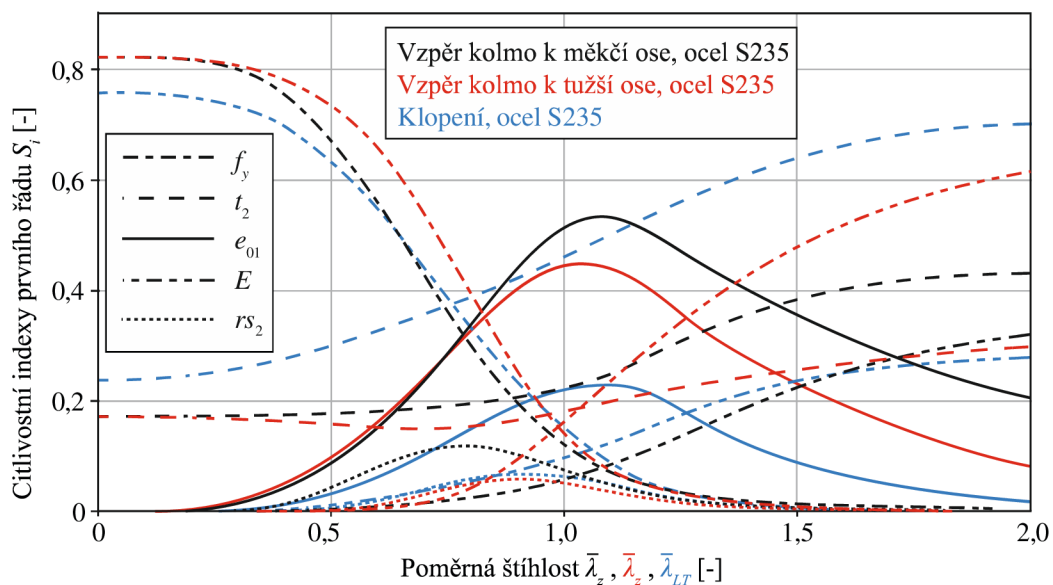
Relativně malé hodnoty všech 26 citlivostních indexů vyššího řádu dokládají, že nelineární model lze uvažovat přibližně jako aditivní. To je příznivá informace pro volbu aproximačních strategií, které používají polynomy druhého řádu ignorující interakční efekty. Tento závěr se týká samostatného prutu. Pruty začleněné do konstrukčního systému mohou být ovlivněny interakcemi s okolní konstrukcí [41].

Zelené křivky (Obr. 6.47 a Obr. 6.48), zobrazující výsledky Sobolovy citlivostní analýzy pro elastickou únosnost M_{Rd} , byly vypočteny s pomocí elastického analytického řešení v uzavřeném tvaru. Zelené křivky jsou velmi odlišné v porovnání s černými křivkami (celková únosnost). Analytické elastické řešení velmi přeceňuje význam počáteční imperfekce e_0 a naopak nedoceňuje význam t_2 pro střední štíhlosti. Tuto odlišnost lze vysvětlit rozdílným zapojením pásnic v elastickém a neelastickém řešení únosnosti v ohybu. Zelené a černé křivky se shodují pro $\bar{\lambda}_{LT} = 0$ a $\bar{\lambda}_{LT} = 2,0$. Zelené křivky S_{e01} a S_{e02} dosahují maxima pro $\bar{\lambda}_{LT} = 0,93$, které se velmi dobře shoduje s maximem S_{r_s1} a S_{r_s2} , které nastává v $\bar{\lambda}_{LT} = 0,9$. Zelené křivky S_{e01} a S_{e02} jsou také tvarově velmi podobné černým křivkám S_{r_s1} a S_{r_s2} . To je v souladu s často uplatňovanými předpoklady, že celková únosnost zahrnující vliv vlastního pnutí může být přibližně vypočtena jako elastická únosnost prutu se zvýšenou amplitudou počáteční imperfekce e_0 , která se někdy nazývá ekvivalentní geometrická imperfekce. V souvislosti s aplikací analytických vzorců v návrhových případech může být diskutováno, že maximální citlivost na e_0 u konečně-prvkových modelů nastává pro vyšší $\bar{\lambda}_{LT}$ ($\bar{\lambda}_{LT} \approx 1,1$) než u modelů analytických ($\bar{\lambda}_{LT} \approx 0,9$).

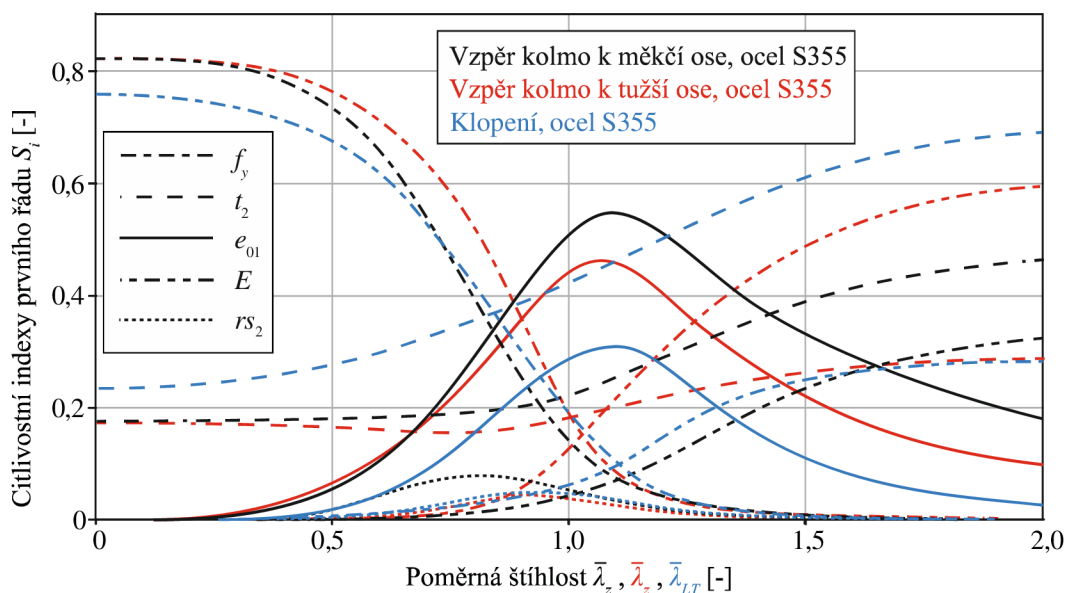
6.1.2.2 Srovnání Sobolovy citlivostní analýzy všech úloh

Sobolovy citlivostní indexy prvního řádu S_i jsou pro vzpěr kolmo k měkkí i tužší ose a pro klopení vykresleny pro obě třídy oceli na Obr. 6.49 a Obr. 6.50. Křivky na obou obrázcích jsou si vzájemně velmi podobné, proto lze pro obě třídy oceli učinit jednotný závěr:

- Mez kluzu f_y je ve všech úlohách dominantní veličinou přibližně do štíhlosti $\bar{\lambda}_{LT} \approx 0,8$. Se vzrůstající štíhlostí její vliv klesá, neboť úlohy přechází z pevnostního problému na stabilitní, kde se uplatňuje vliv jiných veličin. Citlivost na f_y je u klopení pro štíhlosti blízké nule menší než u vzpěru.
- Vliv tloušťky pásnice t_2 roste s rostoucí štíhlostí, přičemž u klopení je mnohem výraznější než u vzpěru a stává se dominantní imperfekcí pro přibližně $\bar{\lambda}_{LT} > 0,75$. Ze všech uvažovaných úloh má nejmenší vliv u vzpěru kolmém na tužší osu.
- Počáteční geometrická imperfekce e_{01} má dle očekávání nejvyšší vliv na únosnost pro štíhlosti blízké 1. Zajímavou skutečností je, že největší hodnota citlivostního indexu $S_{e_{01}}$ u vzpěru je výrazně vyšší oproti nejvyšší hodnotě $S_{e_{01}}$ u klopení (u oceli S235 dokonce více než dvojnásobně). Na e_{01} je nejcitlivější vzpěr kolmo na měkkí osu.
- Citlivostní indexy modulu pružnosti S_E rostou se vzrůstající štíhlostí. Zatímco u vzpěru kolmém na měkkí osu a u klopení jsou si křivky citlivostních indexů S_E velmi podobné, u vzpěru kolmém na tužší osu nabývá S_E pro štíhlosti přibližně $\bar{\lambda}_{LT} > 1,3$ více než dvojnásobných hodnot. Od této štíhlosti se zároveň pro vzpěr kolmém na tužší osu stává dominantní veličinou.
- Vliv vlastního pnutí r_{s1} na celkovou únosnost je relativně malý a maximální hodnoty dosahuje mezi štíhlostmi $\bar{\lambda} \in \langle 0,8; 0,9 \rangle$.



Obr. 6.49: Srovnání citlivostních indexů 1. řádu: ocel S235, rs_2 , e_{01}



Obr. 6.50: Srovnání citlivostních indexů 1. řádu: ocel S355, rs_2 , e_{01}

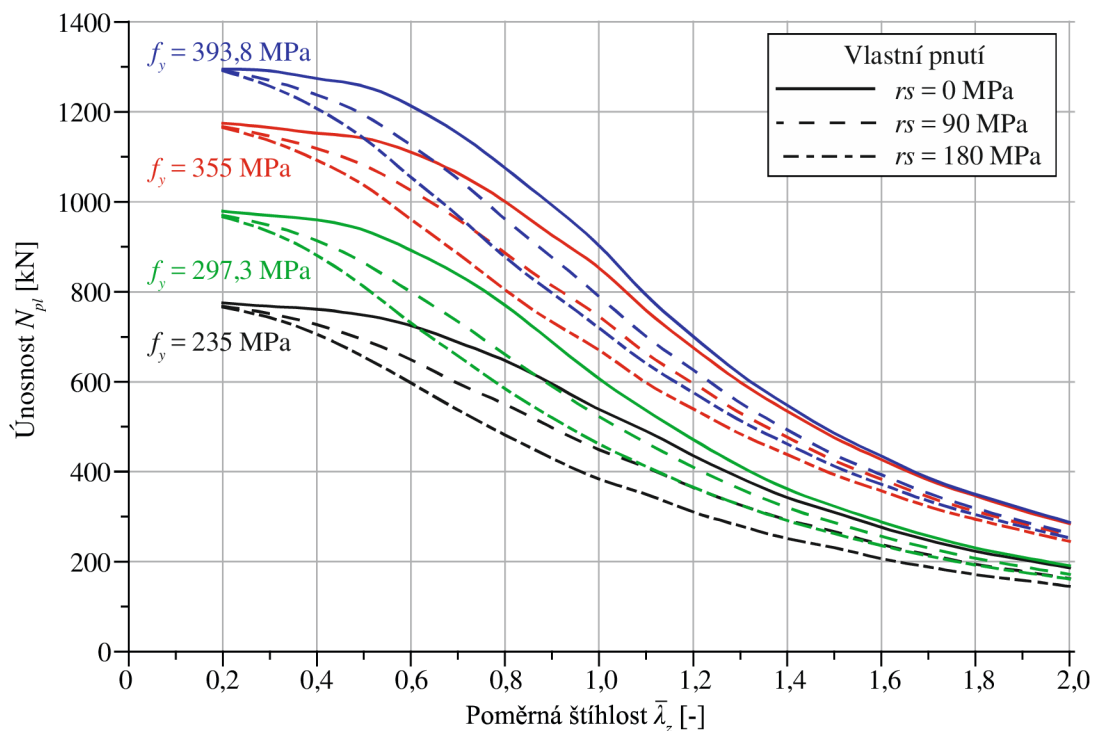
6.2 Vliv vlastního pnutí

Abychom upřesnili vliv vlastního pnutí rs plynoucí z Obr. 6.49 a Obr. 6.50 byla vytvořena doplňující studie, která se týká toho, jak vlastní pnutí ovlivňuje únosnost při různých hodnotách meze kluzu oceli f_y . Za těmito účely byly uvažovány 4 hodnoty f_y : 235 MPa, 297,3 MPa, 355 MPa a 393,8 MPa. Pro každou z těchto mezí kluzu byly pro pruty nominálního rozměru průřezu I200 s imperfekcí $e_0 = L/1000$ vypočítány únosnosti bez vlastního pnutí ($rs = 0$ MPa) a ve dvou variantách vlastního pnutí 90 MPa a 180 MPa. Výsledky jsou zobrazeny v grafech na

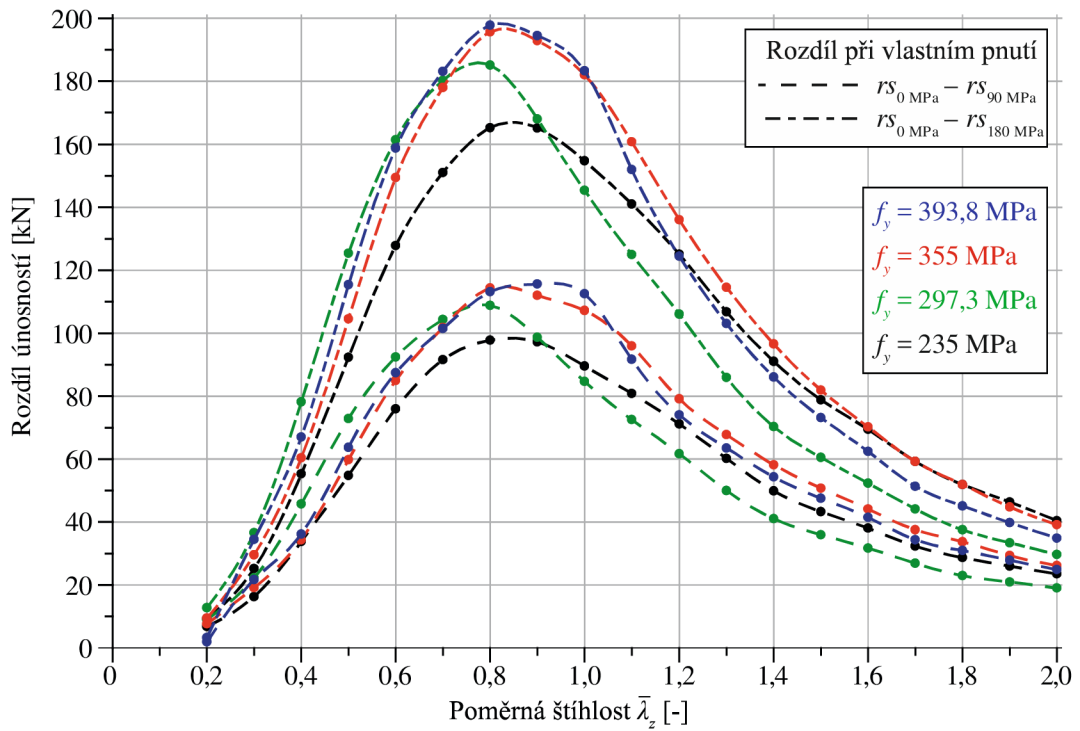
Obr. 6.51–6.56. Aby byl jasně demonstrován vliv vlastního pnutí na celkovou únosnost, jsou na Obr. 6.52, Obr. 6.54 a Obr. 6.56 vykresleny rozdíly mezi únosnostmi při neuvažování a uvažování vlastního pnutí.

Stejně jako v úvodní studii v kapitole 3.8.1, se i zde potvrzuje, že vlastní pnutí nejvíce ovlivňuje únosnost pro štíhlosti přibližně v intervalu $\bar{\lambda} \in (0,6; 1,1)$. Z grafů s rozdíly únosností je vidět, že mez kluzu nemá v této studii příliš velký vliv. Přesto si lze všimnout, že vliv vlastního pnutí mírně stoupá se stoupající hodnotou meze kluzu.

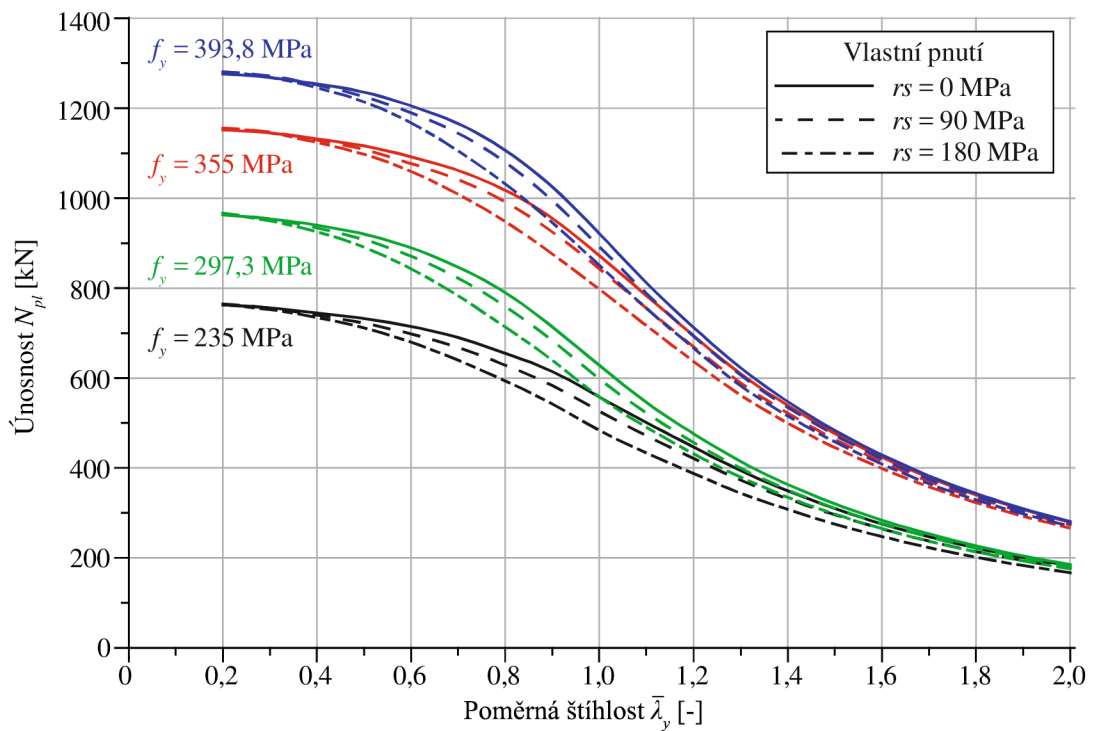
Ze všech úloh má vlastní pnutí nejvyšší vliv na únosnost u vzpěru kolmém na měkčí osu, viz Obr. 6.52. U vzpěru kolmém na tužší osu je tento vliv násobně menší, nikoli však zanedbatelný. U klopení je naprosto minimální a pohybuje se v řádech jednotek kNm.



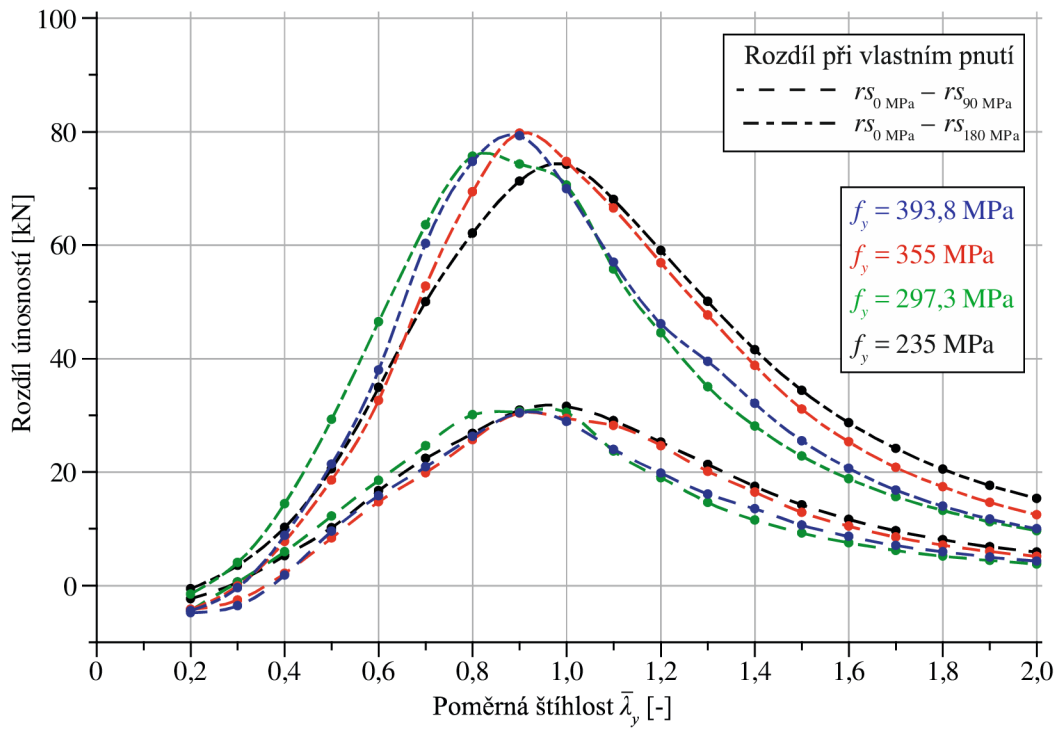
Obr. 6.51: Únosnosti pro různé hodnoty meze kluzu – vzpěr kolmo k měkčí ose



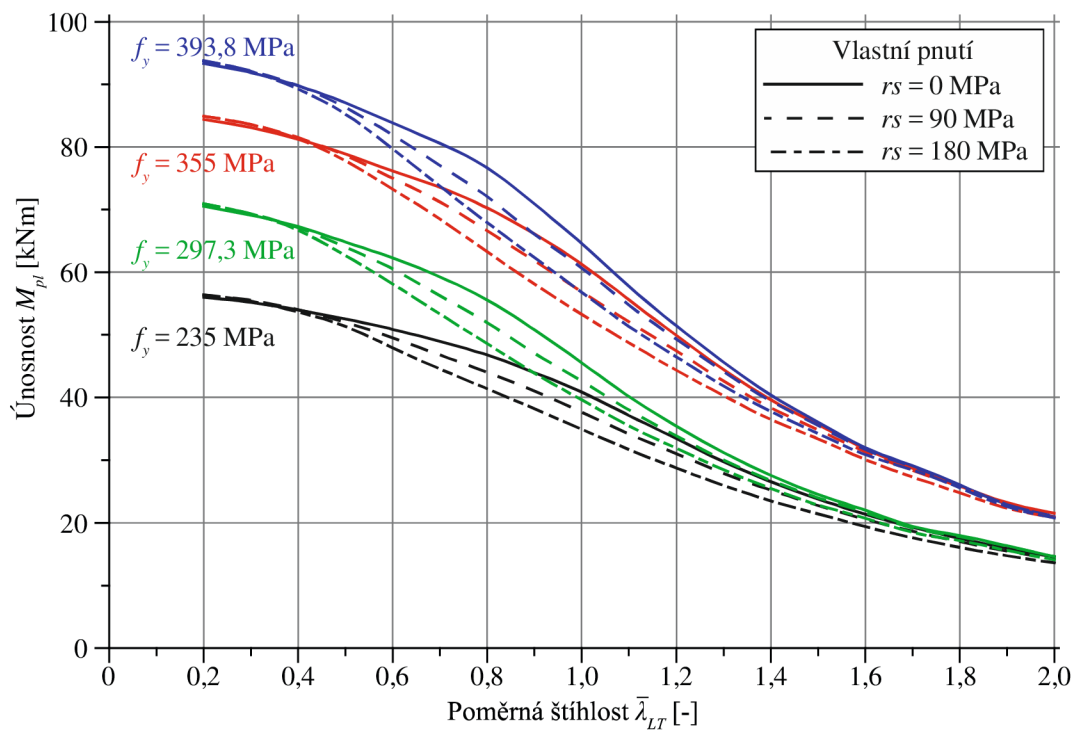
Obr. 6.52: Rozdíly únosností pro různé hodnoty meze kluzu – vzpěr kolmo k měkčí ose



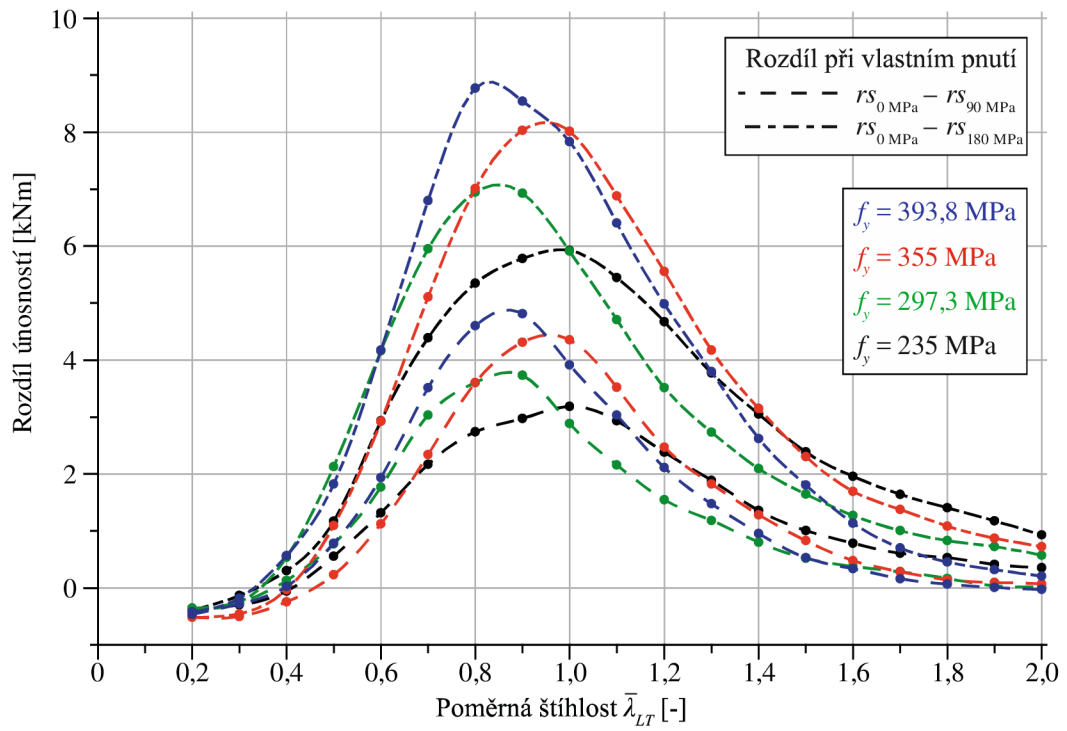
Obr. 6.53: Únosnosti pro různé hodnoty meze kluzu – vzpěr kolmo k tužší ose



Obr. 6.54: Rozdíly únosností pro různé hodnoty meze kluzu – vzpěr kolmo k tužší ose



Obr. 6.55: Únosnosti pro různé hodnoty meze kluzu – klopení



Obr. 6.56: Rozdíly únosností pro různé hodnoty meze kluzu – klopení

7 ZÁVĚR

Disertační práce představila výsledky globální Sobolovy citlivostní analýzy únosnosti ocelových válcovaných nosníků průřezu I200 namáhaných na vzpěr a klopení. Geometricky a materiálově nelineární analýza modelů byla provedena v programu Ansys s použitím prostorových konečných prvků. Jejich přínosem bylo ve srovnání se skořepinovými prvky snazší modelování měnící se tloušťky pásnice a eliminování nežádoucího efektu materiálového překrytí ve styku stojiny a pásnice. Výsledky Sobolovy citlivostní analýzy celkové únosnosti byly obdrženy polynomickou aproximací konečně-prvkového modelu, což je velice efektivní přístup zejména u numericky náročných modelů s malým počtem vstupních náhodných proměnných. Tento přístup umožnil zvládnout detailní numerická pozorování vlivů imperfekcí na celkovou únosnost, kterých by jinak nebylo dosaženo.

Sobolova citlivostní analýza ukázala, že náhodná proměnlivost vlastního pnutí má menší vliv na únosnost než tloušťka pásnice t_2 , počáteční osově zakřivení e_0 a mez kluzu f_y . Statistické charakteristiky vlastního pnutí nemusí být tudíž zjišťovány s takovou přesností jako t_2 , e_0 a f_y . Jedná se o pozitivní zjištění, neboť jak víme, experimentální výzkum vlastního pnutí je velice náročná úloha s omezenou přesností [2]. Z doplňující studie vlivu vlastního pnutí na únosnost nosníků vyplývá, že vlastní pnutí nejvíce ovlivňuje únosnost pro štíhlosti přibližně v intervalu $\bar{\lambda} \in \langle 0,6; 1,1 \rangle$ a nejvyšší vliv má u vzpěru kolmém na měkkí osu.

Počáteční geometrická imperfekce e_0 má dle očekávání nejvyšší vliv na únosnost pro štíhlosti blízké 1. Zajímavou skutečností je, že největší hodnota citlivostního indexu u vzpěru je výrazně vyšší oproti nejvyšší hodnotě citlivostního indexu u klopení; u oceli S235 dokonce více než dvojnásobně. Na e_0 je nejcitlivější vzpěr kolmo na měkkí osu. Podle Sobolovy citlivostní analýzy má náhodná proměnlivost e_0 v některých případech druhý nejvýznamnější efekt na únosnost. Statistické charakteristiky a pravděpodobnostní rozdělení e_0 musí být určeny s velkou přesností, jinak mohou být výsledky spolehlivostní analýzy zatíženy velkou chybou.

Citlivost únosnosti na mez kluzu, měřená s pomocí citlivostního indexu prvního řádu, se blíží k nule se zvyšující se štíhlostí. Hodnoty citlivostních koeficientů druhého a vyšších řádů nicméně poskytují další zajímavé informace o nelineárním odezvě imperfektního prutu v mezním stavu. Citlivost na mez kluzu v interakcích s dalšími imperfekcemi mimo jiné určuje citlivost na plastické tečení, které souvisí s trvalými deformacemi. Plastické tečení nenastává, je-li roven nule jak citlivostní koeficient meze kluzu, tak i všech dalších patnáct citlivostních

koeficientů vyšších řádů zapojených v interakcích s mezí kluzu. To je u klopení přibližně splněno pro $\bar{\lambda}_{LT} > 2,0$, jinak má nenulovou hodnotu vždy alespoň jeden z indexů S_{fy} , $S_{t2,fy}$, $S_{fy,e0}$, $S_{fy,rs}$. Tento závěr nelze zobecnit pro úlohy vzpěru a je otázkou, od jaké hodnoty $\bar{\lambda}$ zaniknou vyšší pořadové interakce mezi f_y a ostatními imperfekcemi.

Analytické elastické řešení únosnosti prutů [92] řešených s náhodným vlivem klopení [42,43] velmi přeceňuje význam počáteční imperfekce e_0 , a naopak nedoceňuje význam t_2 pro střední štíhlosti. Pro některé poměrné štíhlosti $\bar{\lambda}_{LT}$ je citlivost elastické únosnosti na e_0 více než dvojnásobně vyšší než citlivost celkové únosnosti na e_0 . Srovnání výsledků citlivostních analýz elastické a celkové únosnosti může být užitečné pro pravděpodobností ověření návrhových stabilitních kritérií ocelových konstrukcí.

Pro vzpěr má Eurocode kolmo k ose z (i) zavedenu konzervativnější křivku vzpěrné pevnosti (vyšší součinitel imperfekce α) než pro vzpěr kolmo k ose y (ii). S přihlédnutím k výsledkům Sobolovy citlivostní analýzy lze dát do souvislosti, že vyšší citlivost na e_0 , t_2 a σ_R zjištěná u (i) je v Eurocode 3 zohledněna vyšší hodnotou součinitele imperfekce α . Lze poznamenat, že Eurocode 3 vztahuje součinitel imperfekce pouze k tvaru průřezu a ose ohybu. Zde zjištěné rozdíly mezi (i) a (ii) indikují další důležité souvislosti, které se mohou týkat návrhových kritérií spolehlivosti Eurocode 3.

Spolehlivost ohýbaných prutů středních a vyšších štíhlostí lze ekonomicky zajistit zejména snížením náhodné variability t_2 při výrobě. Naproti tomu pro tlačené sloupy by bylo nejefektivnější snížit náhodnou variabilitu e_0 , což je technicky a ekonomicky náročnější.

Závěrem je třeba poznamenat, že Sobolova citlivostní analýza byla aplikována na pruty specifického průřezu, kterým byl I200. Citlivostní analýza jasně ukázala vliv počátečních imperfekcí nosníků takových válcovaných I průřezů, jejichž hlavní momenty setrvačnosti jsou velmi odlišné. Podle nedávných numerických studií kolektivu autora lze zjištění popsání v této práci přibližně zobecnit na jiné I (IPN) a IPE průřezy, které jsou blízké zkoumanému I200. Podobnosti v citlivostní analýze byly rovněž nalezeny u vzpěru sloupů středních štíhlostí H průřezů kolmo k ose y . U vzpěru kolmém k ose z byl zjištěn vyšší vliv σ_R a nižší e_0 . Tento závěr je však nutné ověřit dalšími studiemi.

S ohledem k cílům disertační práce vytyčeným v úvodu lze konstatovat, že se cíle podařilo úspěšně naplnit.

SEZNAM LITERATURY

- [1] ABAMBRES, M., ARRUDA, M.R. Finite element analysis of steel structures – a review of useful guidelines, *International Journal of Structural Integrity*, 7(4), 2016, pp. 490–515.
- [2] ABAMBRES, M., QUACH, W.M. Residual stresses in steel members: A review of available analytical expressions, *International Journal of Structural Integrity*, 7(1), 2016, pp. 70–94.
- [3] ABAQUS CAE, v6.13-4, Simulia, 2014.
- [4] ANNONI, P., BRUGGEMANN, R., SALTELLI, A. Random and quasi-random designs in variance-based sensitivity analysis for partially ordered sets, *Reliability Engineering & System Safety*, (107), 2012, pp. 184–189.
- [5] ANSYS Element Reference, Release 12.1, ANSYS, Inc. 2009.
- [6] ARISTIZABAL-OCHOA J. DARIO. Stability of multi-column systems with initial imperfections and non-linear connections, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 57, 2013, pp. 75–89.
- [7] BOISSONNADE, N., GREINER, R., JASPART, J. P., LINDNER, J. Rules for Member Stability in EN 1993-1-1: Background documentation and design guidelines, ECCS 2006, ISBN 92-9147-000-84.
- [8] BOISSONNADE, N., SOMJA, H. Influence of imperfections in FEM modeling of lateral torsional buckling, *Proceedings of the Structural Stability Research Council Annual Stability Conference 2012*, Elsevier 2012, pp. 399–413.
- [9] BORGONOVO, E., PLISCHKE, E. Sensitivity analysis: A review of recent advances, *European Journal of Operational Research*, 248(3), 2016, pp. 869–887.
- [10] BREITUNG, K. 40 years FORM: Some new aspects?, *Probabilistic Engineering Mechanics*, (42), 2015, pp. 71–77.
- [11] BRENNER, CH. E., BUCHER CH. A contribution to the SFE-based reliability assessment of nonlinear structures under dynamic loading, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 10(4), 1995, pp. 265–273.

- [12] BŘEZINA, V. Vzpěrná únosnost kovových prutů a nosníků, Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1962.
- [13] BUCHER, G. A comparison of approximate response functions in structural reliability analysis, *Probabilistic Engineering Mechanics*, (23), 2008, pp. 154–163.
- [14] CORNELL, C. A. A probability-based structural code, *Journal of the American Concrete Institute*, 66(12), 1969, pp. 974–985.
- [15] CUKIER, R., FORTUIN, C., SCHULER, K., PETSCHKE, A., SCHAIBLY, J. Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients I: Theory, *Journal of Chemical Physics*, 59(8), 1973, pp. 3873–3878.
- [16] CUKIER, R., LEVINE, H., SCHULER, K. Nonlinear sensitivity analysis of multi-parameter model systems, *Journal of Computation Physics*, 26(1), 1978, pp. 1–42.
- [17] ČSN EN 10034: Tyče průřezu I a H z konstrukčních ocelí – Mezní úchytky rozměrů a tolerance tvaru, září 1995.
- [18] DITLEVSEN, O., MADSEN, H., O. Structural Reliability Methods, John Wiley & Sons Ltd, 1996, ISBN 0-471-96086-1.
- [19] EN 1990 Eurocode: Basis of Structural Design, 2002.
- [20] EN 1993-1-1: 2005, Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1–1: General rules and rules for buildings, Brussels (Belgium), 2005.
- [21] EN 1993-1-5: 2006, Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1–5: plated structural elements, CEN - European committee for Standardization, Brussels (Belgium), 2006.
- [22] European Convention for Constructional Steelwork – Technical Committee 8, Interaction formulae for EC 3, no. March, pp. 1–10, 2000.
- [23] FERRETTI, F., SALTELLI, A., TARANTOLA, S. Trends in sensitivity analysis practice in the last decade, *Science of The Total Environment*, (568), 2016, pp. 666–670.
- [24] FREUDHENTAL, A. M. Safety and the probability of structural failure, *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 121(1), 1956, pp.1327–1397.
- [25] FUKUMOTO, Y., ITOH, Y., KUBO, M. Strength variation of laterally unsupported beams, *Journal of the Structural Division*, 106(1), 1980, pp. 165–181.

- [26] GALAMBOS, T. V. Guide to stability design criteria for metal structures, *Structural Stability Research Council*, John Wiley & Sons Ltd, 1998.
- [27] GAVIN, H. Mathematical properties of stiffness matrices, *Matrix Structural Analysis*, 2(3), 2006, pp. 1–6.
- [28] GONG, Q., ZHANG, J., TAN, C., WANG, C. Neural networks combined with importance sampling techniques for reliability evaluation of explosive initiating device. *Chinese Journal of Aeronautics*, 25(2), 2012, pp. 208–215.
- [29] GREINER, R., OFNER, R., SALZGEBER, G. ECCS TC8 – Review of rules for members in bending and axial compression, Report Nr. 3, ECCS, Brussels, 1998.
- [30] HOLICKÝ, M., MARKOVÁ, J. Zásady navrhování podle nových evropských předpisů – alternativní postupy v EN 1990, *Sborník referátů z konference Betonářské dny 2001*, sekce Spolehlivost a simulace – 2. část, 2001, pp. 324–329. ISBN 80-238-7595-7.
- [31] HOLICKÝ, M. a MARKOVÁ, J. Vliv alternativních postupů v EN 1990 na spolehlivost konstrukcí, *Stavební obzor*, Praha: ČVUT, 2002, 2, pp. 33–36, ISSN 1210–4027.
- [32] HORRA, S., IMAN, R. A Comparison of Maxima / Bounding and Bayesian / Monte Carlo for fault tree uncertainty analysis, Technical Report: SAND–85–2839, Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM, 1986.
- [33] IMAN, R., HORA, S. A robust measure of uncertainty importance for use in fault tree system analysis, *Risk Analysis* 1990, 10(3), 1990, pp. 401–406.
- [34] IMAN, R.C., CONOVER, W.J. Small sample sensitivity analysis techniques for computer models with an application to risk assessment, *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 9(17), 1980, pp. 1749–1842.
- [35] JCSS Probabilistic Model Code, Part 3, Resistance Models, Static Properties of Structural Steel (Rolled Sections), JCSS Zurich, 2001. Available from: <<http://www.jcss.ethz.ch>>.
- [36] JÖNSSON, J. Distortional warping functions and shear distributions in thin-walled beams, *Thin-Walled Structures*, 33(4), 1999, pp. 245–268.
- [37] JÖNSSON, J., STAN, T-C. European column buckling curves and finite element modelling, *Journal of Constructional Steel Research*, (128), 2017, pp. 136–151.

- [38] KAIM, P. Spatial buckling behaviour of steel members under bending and axial compression. Ph.D. thesis, Technischen Universität Graz, 2004, pp.1–257.
- [39] KALA, Z., Sensitivity analysis of the stability problems of thin-walled structures, *Journal of Constructional Steel Research*, (61), 2005, pp. 415–422.
- [40] KALA, Z., Sensitivity assessment of steel members under compression, *Engineering Structures*, 31(6), 2009, pp. 1344–1348.
- [41] KALA, Z., Sensitivity analysis of steel plane frames with initial imperfections, *Engineering Structures*, 33(8), 2011, pp. 2342–2349.
- [42] KALA, Z., Elastic lateral-torsional buckling of simply supported hot-rolled steel I-beams with random imperfections, *Procedia Engineering*, (57), 2013, pp. 504–514.
- [43] KALA, Z., Sensitivity and reliability analyses of lateral-torsional buckling resistance of steel beams, *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 15(4), 2015, pp. 1098–1107.
- [44] KALA, Z., Reliability analysis of the lateral torsional buckling resistance and the ultimate limit state of steel beams with random imperfections, *Journal of Civil Engineering and Management*, 21(7), 2015, pp. 902–911.
- [45] KALA, Z., Global interval sensitivity analysis of Hermite probability density function percentiles, *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences* 2016, 10, pp. 373–380, ISSN: 1998–0140.
- [46] KALA, Z., KALA, J. Sensitivity analysis of lateral buckling stability problems of hot-rolled steel beams, *Slovak Journal of Civil Engineering*, (2), 2009, pp. 9–14.
- [47] KALA, Z., KALA, J., OMISHORE, A. Probabilistic buckling analysis of thin-walled steel columns using shell finite elements, *International Journal of Mechanics*, (10), 2016, pp. 213–218.
- [48] KALA, Z., MELCHER, J., PUKLICKÝ, L., Material and geometrical characteristics of structural steels based on statistical analysis of metallurgical products, *Journal of Civil Engineering and Management*, 15(3), 2009, pp. 299–307.
- [49] KALA, Z., VALEŠ, J. Global Sensitivity Analysis of Lateral-torsional Buckling Resistance Based on Finite Element Simulations, *Engineering Structures*, (134), 2017, pp. 37–47, ISSN 0141-0296.

- [50] KALA, Z., VALEŠ, J. Sensitivity Assessment and Lateral-torsional Buckling Design of I-beams using Solid Finite Elements, *Journal of Constructional Steel Research*, (139), 2017, pp. 110–122, ISSN 0143-974X.
- [51] KMEŤ, S. Hodnoty návrhovej pravdepodobnosti P_{fd} , Sborník z VI konferencie Spolehlivosť konštrukcií – téma Od deterministického k pravdepodobnostnému pojetí inženýrského posudku spoľehlivosti konštrukcií, Ostrava, 2005, pp. 109–118, ISBN 80–02–01708–0.
- [52] KOTELKO, M., LIS, P., MACDONALD, M. Load capacity probabilistic sensitivity analysis of thin-walled beams, *Thin-Walled Structures*, (115), 2017, pp. 142–153.
- [53] KYTÝR, J., KADLČÁK, J. Statika stavebních konštrukcií 1, Nakladateľství Vutium, Brno 2011, ISBN 978-80-2143-419-6.
- [54] LI, L., LU, Z. Interval optimization based line sampling method for fuzzy and random reliability analysis, *Applied Mathematical Modelling*, 38(13), 2014, pp. 3124–3135.
- [55] MAQUOI, R., RONDAL, J. Mise en equation des nouvelles courbes Européennes de flambement, *Construction Métallique*, (1), 1978, pp. 17–29.
- [56] MAREK, P., BROZZETTI, J., GUSTAV, M., TIKALSKY, P. Probabilistic assessment of structures using Monte Carlo simulation, TeReCo, Prague, 2003, ISBN 80-86-24619-1.
- [57] McKEY, M.D., CONOVER, W.J., BECKMAN, R.J. A comparison of the three methods of selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code, *Technometrics*, 21 (2), 1979, pp. 239–245.
- [58] MELCHER, J., CHALUPA, A. Problém imperfekcií a diferenciace křivek vzpěrné pevnosti tlačných ocelových prutů, *Stavebnický časopis*, 23(11), 1975, pp. 817–833.
- [59] MELCHER, J., KALA, Z., HOLICKÝ, M., FAJKUS, M., ROZLÍVKA, L. Design characteristics of structural steels based on statistical analysis of metallurgical products, *Journal of Constructional Steel Research*, 60(3–5), 2004, pp. 795–808.
- [60] MELCHER, J., KALA, Z., KARMAZÍNOVÁ, M., FAJKUS, M., HOLICKÝ, M., ROZLÍVKA, L., PUKLICKÝ, L. Statistical evaluation of material characteristics and

their influence on design strength of structural steel of S355, *Proceedings Of International Conference Eurosteel*, 2008, pp. 809–814.

- [61] MELCHERS, R. Structural reliability analysis and prediction, 2nd ed. New York: John Wiley & Sons Ltd, 1999, ISBN 978-0-471-98771-0.
- [62] NGUYEN, T., CHAN, T., MOTTRAM, J. Influence of boundary conditions and geometric imperfections on lateral–torsional buckling resistance of a pultruded FRP I-beam by FEA, *Composite Structures*, (100), 2013, pp. 233–242.
- [63] NOVÁK, D., TEPLÝ, B., SHIRAIISHI, N. Sensitivity analysis of structures: A review, *Proceedings of 5th International Conference on Civil and Structural Engineering Computing*, Edinburgh, 1993, pp. 201–207.
- [64] PASTERNAK, H., KUBIENIEC, G. Implementation of longitudinal welding stresses into structural calculation of steel structures, *Journal of Civil Engineering and Management*, 22(1), 2016, pp. 47–55.
- [65] PEARSON, K. On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling, *Philosophical Magazine Series 5*, 50(302), 1900, pp. 157–175.
- [66] REBELO, C., LOPES, N., SIMÕES da SILVA, L., NETHERCOT, D. PMM Vila Real, Statistical evaluation of the lateral-torsional buckling resistance of steel I-beams, Part 1: Variability of the Eurocode 3 resistance model, *Journal of Constructional Steel Research*, (65), 2009, pp. 818–831.
- [67] REN, Y., XIANG, J. Crashworthiness uncertainty analysis of typical civil aircraft based on Box-Behnken method, *Chinese Journal of Aeronautics*, 27(3), 2014, pp. 550–557.
- [68] Research project ECSC 7210-PR-183; Lateral torsional buckling of steel and composite beams, ENV 1993-1-1, 1993.
- [69] RIKS, E., An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems, *International Journal of Solid Structures*, (15), 1979, pp. 524–551.

- [70] SADOVSKÝ, Z., NÁDASKÝ, P. Column strength curves in view of higher level reliability approach, *Proceedings of the Conference Eurosteel'99*, ČVUT Praha 1999, pp. 125–128.
- [71] SADOWSKI, A. J., ROTTER, J. M., REINKE, T., UMMENHOFER, T. Statistical analysis of the material properties of selected structural carbon steels. *Structural Safety*, (53), 2015pp. 26–35.
- [72] SALTELLI, A., RATTO, M., ANDRESS, T., CAMPOLONGO, F., CARIBONI, J., GATELLI, D., SAISANA, M., TARANTOLA, S. Global sensitivity analysis, John Wiley & Sons Ltd, 2007, ISBN 978-0-470-05997-5.
- [73] SALTELLI, A., TARANTOLA, S., CAMPOLONGO, F., RATTO, M. Sensitivity analysis in practise: A guide to assessing scientific models, John Wiley & Sons Ltd, 2004, ISBN 978-0-470-87093-8.
- [74] SALZGEBER, G. Lateral Torsional Buckling of Beam-Columns under $N+M_y+M_z$. Derivation of elastic 2nd order solution with mode-related imperfections, *Technology*, no. March, 2000.
- [75] SEDLACEK, G., MÜLLER, C. Zur Vereinheitlichung der Stabilitätsregeln im Eurocode 3 [Unified stability rules in Eurocode 3], *Stahlbau*, 73(9), 2004, pp. 733–744.
- [76] SEDLACEK, G., MÜLLER, C. The European standard family and its basis, *Journal of Constructional Steel Research*, (62), 2016, pp. 1047–1059.
- [77] SERVÍT, R., DOLEŽALOVÁ, E., CRHA, M. Teorie pružnosti a plasticity 1, SNTL – Nakladatelství technické literatury, Praha 1981.
- [78] SHAYAN, S., RASMUSSEN, K. J. R., ZHANG, H. Probabilistic modelling of residual stress in advanced analysis of steel structures, *Journal of Constructional Steel Research*, (101), 2014, pp. 407–414.
- [79] SCHILLINGER, D., PAPADOPOULOS, V., BISCHOFF, M., PAPADRAKAKIS, M. Buckling analysis of imperfect I-section beam-columns with stochastic shell finite elements, *Computational Mechanics*, 46 (3), 2010, pp. 495–510.
- [80] SOARES, G. C. Uncertainty modelling in plate buckling, *Structural Safety*, 5(1), 1988, pp. 17–34.

- [81] SOBOL', I. Multidimensional quadrature formulas and Haar functions, Nauka, Moscow, 1969, (rusky).
- [82] SOBOL', I. Sensitivity estimates for non-linear mathematical models, *Mathematical Modelling and Computational Experiment*, 1(4), 1993, pp. 407–414.
- [83] SOBOL', I. Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models, *Matematicheskoe Modelirovanie 2 1990*, pp. 112–118, (v ruštině).
- [84] SOBOL', I. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates, *Mathematics and Computers in Simulation*, 55(1–3), 2001, pp. 271–280.
- [85] Statrel 3.1 – users manual, RCP Consulting software, © 1996.
- [86] ŠKRÁŠEK, J., TICHÝ, Z. Základy aplikované matematiky III, Praha: SNTL 1990, ISBN 80-03-00111-0.
- [87] TARAS, A, GREINER, R. Torsional and flexural torsional buckling – A study on laterally restrained I-sections, *Journal of Constructional Steel Research*, 64(7-8), 2008, pp. 725–731.
- [88] TARAS, A., GREINER, R. New design curves for lateral-torsional buckling – Proposal based on a consistent derivation, *Journal of Constructional Steel Research*, 66(5), 2010, pp. 648–663.
- [89] TEPLÝ, B. Mezní stavy včera, dnes a zítra, *Stavební Obzor*, 2005, pp. 193–196, ISSN 1210-4027.
- [90] TIAN, W. A review of sensitivity analysis methods in building energy analysis, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, (20), 2013, pp. 411–419.
- [91] TIMOSHENKO, S.P., GERE, J.M. Theory of elastic stability, 2nd edition McGraw-Hill, New York, 1961.
- [92] TRAHAIR, N. S. The behaviour and design of steel structures, John Wiley & Sons Ltd, 1977, ISBN 978-0412149009.
- [93] VALEŠ, J. Sensitivity Analysis of Static Resistance of Slender Beam under Bending, AIP Conference Proceedings 2016, (1738), 2016, 380008-1-38008-4.

- [94] VALEŠ, J., KALA, Z., Weak Axis Buckling - Elastic Resistance of a Column, *In Proc. of 23rd International Conference on Engineering Mechanics*, 2017, pp. 1014–1017, ISSN 1805-8248, ISBN 978-80-214-5497-2.
- [95] VALEŠ, J., KALA, Z., Mesh Convergence Study of Solid FE model for Buckling Analysis, *In CD Proc. of 15th Int. Conf. of Numerical Analysis and Applied Mathematics 2017, ICNAAM 2017*, Rhodes (Greece), 2017, ISSN 0094-243X, in print.
- [96] VALEŠ, J., KALA, Z., MARTINÁSEK, J. Inelastic finite element analysis of lateral buckling for beam structures, *Procedia Engineering*, (172), 2017, pp. 481–488.
- [97] VALEŠ, J., KALA, Z., MARTINÁSEK, J., OMISHORE, A. FE nonlinear analysis of lateral-torsional buckling resistance, *International Journal of Mechanics*, (10), 2016, pp. 235–241.
- [98] VALEŠ, J., STAN, T.C. FEM Modelling of Lateral-Torsional Buckling using Shell and Solid Elements, *Structural and Physical Aspects of Construction Engineering*, 2016, ISBN 978-80-553-2643-6.
- [99] VLASOV, V. Z. Thin-walled elastic beams, Gosudarstvenoe izdatelstvo fiziko-matematicheskoi literaturi, (v ruštině), Moscow, 1959.
- [100] WEI, P., LU, Z., SONG, J. Variable importance analysis: A comprehensive review, *Reliability Engineering & System Safety*, (142), 2015, pp. 399–432.
- [101] YOUNG, B. W. Residual stresses in hot rolled members, (23), IABSE reports of the working commissions, 1975, pp. 25–38.
- [102] ZAGARI, G., ZUCCO, G., MADEO, A., UNGUREANU, V., ZINNO, R., DUBINA, D. Evaluation of the erosion of critical buckling load of cold-formed steel members in compression based on Koiter asymptotic analysis, *Thin-Walled Structures*, (108), 2016, pp. 193–204.
- [103] ZEINODDINI, M., SCHAFER, B.W. Simulation of geometric imperfections in cold-formed steel members using spectral representation approach, *Thin-Walled Structures*, (60), 2012, pp. 105–117.

- [104] ZHANG, H., SHAYAN, S., RASMUSSEN, K. J. R., ELLINGWOOD, B. R. System-based design of planar steel frames, I: Reliability framework, *Journal of Constructional Steel Research*, (123), 2016, pp. 135–143.

SEZNAM PUBLIKOVANÝCH PRACÍ AUTORA

1. KALA, Z., VALEŠ, J. Modelling and Statistical Approaches to Lateral-Torsional Buckling, *Structural and Physical Aspects of Civil Engineering*, Technical University of Košice, Faculty of Civil Engineering, Slovak Society for Mechanics, SAS, November 27, 2013, ISBN 978-80-553-1488-4.
2. KALA, Z., VALEŠ, J. Fuzzy Analysis of Serviceability Limit State of Slender Steel Beam under Bending, *12th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics 2014: ICNAAM 2014*, Theodore Simos, George Psihoyios and Ch. Tsitouras, ISBN 978-0-7354-1287-3, DOI 10.1063/1.4913120.
3. KALA, Z., VALEŠ, J. Lateral-torsional buckling of I-section beams with initial random imperfections, *20th International Conference of Engineering Mechanics 2014*, Brno University of Technology, Institute of Solid Mechanics, Mechatronics and Biomechanics, Svratka, květen 2014, ISBN 978-80-214-4871-1.
4. KALA, Z., VALEŠ, J. Modelling and Statistical Approaches to Lateral-Torsional Buckling, *Advanced Materials Research Journal*, (969), Trans Tech Publications, Switzerland, June 2014, pp. 259–264, ISSN 1022-6680, ISBN 978-3-03835-147-4, DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.969.259.
5. KALA, Z., VALEŠ, J. Fuzzy Logic for Design Verification of Steel Beams in Serviceability Limit State, *21st International Conference on Soft Computing – MENDEL 2015*, Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, červen 23, 2015, pp. 91–96, ISSN 1803-3814.
6. KALA, Z., VALEŠ, J. Stochastic Analysis of the Lateral Beam Buckling of Beams with initial imperfections, *Safety and Reliability of Complex Engineered Systems: ESREL 2015*, Zürich Switzerland, 2015, pp. 2547–2552, ISBN 978-1-138-02879-1.
7. KALA, Z., VALEŠ, J. Global Sensitivity Analysis of Lateral-torsional Buckling Resistance Based on Finite Element Simulations, *Engineering Structures*, (134), 2017, pp. 37–47, ISSN 0141-0296, <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.12.032>.
8. KALA, Z., VALEŠ, J., JÖNSSON, J. Random Fields of Initial Out of Straightness Leading to Column Buckling, *Journal of Civil Engineering and Management*, 23(7), 2017, pp. 902–913, ISSN 1392-3730, E-ISSN 1822-3605, <https://doi.org/10.3846/13923730.2017.1341957>.

9. KALA, Z., VALEŠ, J. Sensitivity Assessment and Lateral-torsional Buckling Design of I-beams using Solid Finite Elements, *Journal of Constructional Steel Research*, (139), 2017, pp. 110–122, ISSN 0143-974X, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcsr.2017.09.014>.
10. VALEŠ, J. The Influence of Random Initial Axis Curvature of Compression Steel Slender Member on its Load Carrying Capacity, *MENDEL 2012, 18th International Conference on Soft Computing*, Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, červen 27–29, 2012, pp. 387–392, ISSN 1803-3814, ISBN 978-80-214-4540-6.
11. VALEŠ, J. Analysis of load carrying capacity of thin-walled closed beams with different slenderness, *Structural and Physical Aspects of Civil Engineering*, Technical University of Košice, Faculty of Civil Engineering, Slovak Society for Mechanics, SAS, listopad 27, 2013, ISBN 978-80-553-1488-4.
12. VALEŠ, J. Analýza únosnosti náhodně zakřiveného tlačného tenkostěnného prutu, *Sborník příspěvků vědecké konference Modelování v mechanice 2013*, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, květen 22, 2013, ISBN 978-80-248-2985-2.
13. VALEŠ, J. Effect of random axial curvature of a thin-walled beam on its load-carrying capacity, *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava, řada stavební*, 2013, roč. XIII, čís. 2, ISSN 1213-1962, DOI 10.2478/tvsb-2013-0024.
14. VALEŠ, J. Effect of random axial curvature on the performance of open and closed section steel columns, *11th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics 2013: ICNAAM 2013*, Theodore Simos, George Psihoyios and Ch. Tsitouras, říjen 17, 2013, ISSN 0094-243X, ISBN 978-0-7354-1184-5.
15. VALEŠ, J. Vliv počátečního osového zakřivení tlačného štíhlého prutu na jeho únosnost, *JUNIORSTAV 2013, 15. odborná konference doktorského studia*, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, únor 7, 2013, pp. 284, ISBN 978-80-214-4669-4.
16. VALEŠ, J. Analysis of load carrying capacity of thin-walled closed beams with different slenderness, *Advanced Materials Research Journal*, (969), Trans Tech Publications, Switzerland, červen 2014, pp. 39–44, ISSN 1022-6680, ISBN 978-3-03835-147-4, DOI 10.4028/www.scientific.net/AMR.969.39.
17. VALEŠ, J. Klopení nosníku s počátečními imperfekcemi, *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava, řada stavební*, 2014, roč. XIV, čís. 1, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, září 2014, pp. 165-172, ISSN 1213-1962.

18. VALEŠ, J. Klopení nosníku s počátečními imperfekcemi, *Sborník příspěvků vědecké konference Modelování v mechanice 2014*, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 5. únor, 2014, pp. 63–64 + CD (8 str.), ISBN 978-80-248-3320-0.
19. VALEŠ, J. The Influence of Correlation between Initial Axis Curvature and Cross-Section Rotation on the Beam Static Resistance, *12th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics 2014: ICNAAM 2014*, Theodore Simos, George Psihoyios and Ch. Tsitouras, ISBN 978-0-7354-1287-3, DOI 10.1063/1.4913121.
20. VALEŠ, J., KALA, Z., MELCHER, J. Application of fuzzy set theory to serviceability limit state of steel beam under bending, *12th International Conference on New Trends in Statics and Dynamics of Buildings*, Slovak University of Technology in Bratislava, říjen 2014, ISBN 978-80-227-4259-7.
21. VALEŠ, J. Modeling and Simulation of Random Fields in Stability Problems of Compressed Members, *21st International Conference on Soft Computing – MENDEL 2015*, Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, červen 23, 2015, pp. 217–222, ISSN 1803-3814.
22. VALEŠ, J. Sensitivity Analysis of Static Resistance of Slender Beam under Bending, *13th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics 2015: ICNAAM 2015*, Theodore Simos, George Psihoyios and Ch. Tsitouras, ISSN 0094-243X, ISBN 978-0-7354-1392-4, 2015.
23. VALEŠ, J. Zautomatizování tvorby výpočetních modelů s využitím jazyku Visual basic, *Sborník příspěvků vědecké konference Modelování v mechanice 2015*, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 28. květen, 2015, pp. 141–142 + CD (8 str.), ISBN 978-80-248-3756-7.
24. VALEŠ, J., KALA, Z., MELCHER, J. Application of fuzzy set theory to the serviceability limit state of a steel beam under bending, *Applied Mechanics and Materials*, (769), Switzerland, 2015, DOI 10.4028/www.scientific.net/AMM.769.91.
25. VALEŠ, J. Fuzzy analysis of serviceability limit states of slender beams, *AIP Conference Proceedings*, (1648), 2016, pp. 253–258, ISSN 1991-8747, <https://doi.org/10.1063/1.4913120>.
26. VALEŠ, J., KALA, Z. Stability Analysis of a Geometrically Imperfect Structure using a Random Field Model, *International Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, (1), 2016, pp. 259–263, ISSN 2367-8992.

27. VALEŠ, J., KALA, Z., MARTINÁSEK, J. Solving Lateral Beam Buckling Problems by Means of Solid Finite Elements and Nonlinear Computational Methods, *International Journal of Mathematical and Computational Methods*, (1), 2016, pp. 103–108, ISSN 2367-895X.
28. VALEŠ, J., KALA, Z., MARTINÁSEK, J., OMISHORE, A. FE Nonlinear Analysis of Lateral-torsional Buckling Resistance, *International Journal of Mechanics*, (10), 2016, pp. 235–241, ISSN 1998-4448.
29. VALEŠ, J., STAN, T.C. FEM Modelling of Lateral-Torsional Buckling using Shell and Solid Elements, *Structural and Physical Aspects of Construction Engineering*, Technical University of Košice, Faculty of Civil Engineering, Slovak Society for Mechanics, SAS, listopad 9, 2016, ISBN 978-80-553-2643-6.
30. VALEŠ, J., KALA, Z. Mesh Convergence Study of Solid FE model for Buckling Analysis, *In CD Proc. of 15th Int. Conf. of Numerical Analysis and Applied Mathematics 2017, ICNAAM 2017*, Rhodes (Greece), 2017, ISSN 0094-243X, in print.
31. VALEŠ, J., KALA, Z. Weak Axis Buckling – Elastic Resistance of a Column, *In Proc. of 23rd International Conference on Engineering Mechanics*, 2017, pp. 1014–1017, ISSN 1805-8248, ISBN 978-80-214-5497-2.
32. VALEŠ, J., KALA, Z., MARTINÁSEK, J. Inelastic finite element analysis of lateral buckling for beam structures, *Procedia Engineering*, (172), 2017, pp. 481–488.

SEZNAM POUŽITÝH SYMBOLŮ

Kapitola 2:

A	plocha průřezu [m^2]
B	bimoment [Nm^2]
C_1	integrační konstanta
C_2	integrační konstanta
E	modul pružnosti v tahu a tlaku [Pa]
G	modul pružnosti ve smyku [GPa]
I	moment setrvačnosti průřezu [m^4]
I_t	moment tuhosti v kroucení [m^4]
I_y	moment setrvačnosti k ose y [m^4]
I_z	moment setrvačnosti k ose z [m^4]
I_ω	výsečový moment setrvačnosti [m^6]
K	součinitel zvětšení
L	délka nosníku [m]
M	ohybový moment [Nm]
$M_{b,Rd}$	návrhový moment únosnosti při klopení [Nm]
M_{cr}	elastický kritický moment při klopení [Nm]
M_{Rd}	elastická hodnota únosnosti při ohybu [Nm]
$M_{St.V}$	prosté kroucení [Nm]
M_t	kroučící moment [Nm]
M_x	ohybový moment kolem osy x [Nm]
M_y	ohybový moment kolem osy y [Nm]
$M_{y,Ed}$	návrhová hodnota ohybového momentu kolem osy y [Nm]
$M_{y,Rd}$	elastická únosnost pro ohyb kolem osy y [Nm]
$M_{z,Rd}$	elastická únosnost pro ohyb kolem osy z [Nm]
M_z	ohybový moment kolem osy z [Nm]
N	normálová síla [N]
N_{cr}	pružná kritická síla [N]
$N_{cr,y}$	pružná kritická síla pro vzpěr kolmo k ose y [N]
$N_{cr,z}$	pružná kritická síla pro vzpěr kolmo k ose z [N]

N_{Ed}	tlaková síla v ose nosníku [N]
N_{Rd}	elastická hodnota únosnosti při vzpěru [N]
$N_{Rd,y}$	elastická hodnota únosnosti při vzpěru kolmo na tužší osu průřezu [N]
$N_{Rd,z}$	elastická hodnota únosnosti při vzpěru kolmo na měkčí osu průřezu [N]
S_c	střed smyku
V_y	posouvající síla ve směru osy y [N]
W_{el}	elastický průřezový modul
$W_{el,y}$	elastický průřezový modul k ose y [m ³]
$W_{el,z}$	elastický průřezový modul k ose z [m ³]
W_y	průřezový modul k ose y [m ³]
W_z	průřezový modul k ose z [m ³]
K	matice tuhosti
a_{v0}	amplituda počáteční příčné deformace [m]
$a_{\theta 0}$	amplituda počátečního zkroucení [rad]
b	šířka pásnice [m]
e_0	amplituda počáteční imperfekce [m]
f_y	mez kluzu oceli [Pa]
h	výška průřezu [m]
i	poloměr setrvačnosti [m]
m_t	spojitý kroutící moment [Nm/m]
$m_{t,eq}$	ekvivalentní spojitý kroutící moment [Nm/m]
p_y	spojité zatížení ve směru osy y [N/m]
$p_{y,eq}$	ekvivalentní zatížení po délce nosníku [N/m]
q_{eq}	ekvivalentní zatížení [N/m ²]
$q_{y,eq}$	ekvivalentní zatížení ve směru y [N/m ²]
t	tloušťka průřezu [m]
v	průhyb [m]
v_0	počáteční příčná deformace [m]
\bar{v}	průhyb uprostřed rozpětí [m]
\bar{v}_0	počáteční deformace uprostřed rozpětí [m]
v_y	příčná deformace [m]
v_z	rovinná deformace [m]

x	souřadnice ve směru osy x
y	souřadnice ve směru osy y
z	souřadnice ve směru osy z
α	součinitel imperfekce při vzpěru
α_{LT}	součinitel imperfekce při klopení
β	opravný součinitel pro křivky klopení válcovaných průřezů
γ_{M1}	dílčí součinitel únosnosti průřezu při posuzování stability prutu
ε	poměrné přetvoření
θ	relativní úhel zkroucení prutu
η	počáteční geometrická imperfekce
χ	součinitel vzpěrnosti
χ_{LT}	součinitel klopení
χ_z	součinitel vzpěrnosti kolmo pro vybočení k ose z
χ_y	součinitel vzpěrnosti kolmo pro vybočení k ose y
λ	štíhlost
λ_1	hodnota štíhlosti pro výpočet poměrné štíhlosti
$\bar{\lambda}_{LT}$	poměrná štíhlost při klopení
$\bar{\lambda}_{LT,0}$	délka vodorovné části křivky klopení válcovaných průřezů
$\bar{\lambda}$	poměrná štíhlost při vzpěru
$\bar{\lambda}_z$	poměrná štíhlost při vzpěru k ose z
$\bar{\lambda}_y$	poměrná štíhlost při vzpěru k ose y
σ	napětí [Pa]
σ_{cr}	kritické napětí [Pa]
σ_{\max}	maximální napětí [Pa]
ΔL	změna délky [m]

Kapitola 3:

M_1	ohybový moment v prvním přírůstku zatěžování [Nm]
M_2	ohybový moment ve druhém přírůstku zatěžování [Nm]
M_M	amplituda momentové funkce od působení síly [Nm]
$M_{\bar{M}}$	amplituda momentové funkce od působení virtuální síly [m]

M_{pl}	celková únosnost v prostém ohybu [Nm]
\bar{M}	virtuální ohybový moment od virtuálního zatížení
N_{pl}	celková únosnost v tlaku [N]
\bar{N}	virtuální normálová síla od virtuálního zatížení
R_1	zaoblení ve styku pásnic se stojinou [m]
R_2	zaoblení vnitřních hran pásnic [m]
R_x	silová reakce při zatěžování posunem [N]
V	posouvající síla [N]
V_z	posouvající síla ve směru osy z [N]
$W_{pl,y}$	plastický průřezový modul k ose y [m ³]
$W_{pl,z}$	plastický průřezový modul k ose z [m ³]
n_{pl}	poslední zatěžovací krok, ve kterém výpočet konverguje
n_{step}	počet přírůstků zatížení
$n_{step,1}$	počet přírůstků zatížení v prvním zatěžovacím kroku
$n_{step,2}$	počet přírůstků zatížení ve druhém zatěžovacím kroku
p	tlak [N/m ²]
p_i	tlak na jeden element [N/m ²]
r_i	rameno dvojice sil při zatěžování ohybem [m]
t_1	tloušťka stojiny [m]
t_2	tloušťka pásnice v jedné čtvrtině její šířky [m]
u_x	posun ve směru osy x [m]
u_y	posun ve směru osy y [m]
u_z	posun ve směru osy z [m]
α_p	sklon přírub [deg / °]
γ	úhel natočení průřezu v jeho rovině [rad]
\mathcal{E}_{true}	skutečné poměrné přetvoření
σ_{true}	skutečné napětí [Pa]
σ_x	normálové napětí ve směru x [Pa]
φ	úhel pootočení průřezu kolem osy z [rad]
φ_x	pootočení kolem osy x [rad]
φ_y	pootočení kolem osy y [rad]
φ_z	pootočení kolem osy z [rad]

ΔT změna teploty v bodě [K]

Kapitola 4:

D	konstanta ve výpočtu chyby metodou Monte Carlo
G	funkce mezního stavu
N	počet náhodných simulací
P_f	pravděpodobnost poruchy
$P_{f,t}$	směrná hodnota pravděpodobnosti poruchy
R	odolnost konstrukce
R_d	návrhová hodnota únosnosti
S	vliv zatížení
S_G	směrodatná odchylka mezního stavu
S_i	Sobolův citlivostní koeficient prvního řádu
S_{ij}	Sobolův citlivostní koeficient druhého řádu
S_{Ti}	Sobolův citlivostní koeficient pro úplný vliv
S_R	směrodatná odchylka odolnosti
S_S	směrodatná odchylka zatížení
S_U	směrodatná odchylka normovaného normálního rozdělení
$V(Y)$	rozptyl výstupní veličiny
\mathbf{X}	vektor vstupních náhodných veličin
X_d	návrhová hodnota
X_i	vstupní náhodná veličina
X_k	charakteristická hodnota
X_n	jmenovitá hodnota
Y_j	odezva konstrukce
a_G	šikmost mezního stavu
a_R	šikmost odolnosti
a_S	šikmost zatížení
err	chyba metody Monte Carlo
$f()$	operátor
f	funkce odezvy
f_0	konstantní člen Sobolovy dekompozice

$g(\mathbf{X})$	funkce poruchy
k_i	součinitel citlivosti
m_G	střední hodnota mezního stavu
m_R	střední hodnota odolnosti
m_S	střední hodnota zatížení
m_U	střední hodnota normovaného normálního rozdělení
p_{ji}	číslo vrstvy v j -té simulaci pro i -tou vstupní veličinu při výpočtu Spearmanova koeficientu pořadové korelace
q	odchylka od přímosti prutu [m]
r_i	Spearmanův koeficient pořadové korelace
r_S	náhodná variabilita vlastního pnutí
r_{S1}	náhodná variabilita vlastního pnutí s Hermitovým pravděpodobnostním rozdělením
r_{S2}	náhodná variabilita vlastního pnutí s Gaussovým pravděpodobnostním rozdělením
$u(\alpha)$	100 α procentní kvantil $N(0;1)$
v_y	variační koeficient výstupní veličiny za předpokladu, že všechny vstupní veličiny jsou náhodné
v_{yj}	variační koeficient výstupní veličiny za předpokladu, že všechny vstupní veličiny s výjimkou j -té jsou považovány za deterministické
α_R	součinitel citlivosti pro odolnost podle metody FORM
α_S	součinitel citlivosti pro zatížení podle metody FORM
β	index spolehlivosti
β_d	návrhový index spolehlivosti
γ	dílčí součinitel spolehlivosti
$\mu_{r_{S1}}$	střední hodnota vlastního pnutí s Hermitovým pravděpodobnostním rozdělením
$\mu_{r_{S2}}$	střední hodnota vlastního pnutí s Gaussovým pravděpodobnostním rozdělením
μ_{θ_0}	střední hodnota amplitudy počátečního zakřivení
σ_{x_i}	směrodatná odchylka vstupní veličiny X_i
$\sigma_{r_{S1}}$	směrodatná odchylka vlastního pnutí s Hermitovým pravděpodobnostním rozdělením
$\sigma_{r_{S2}}$	směrodatná odchylka vlastního pnutí s Gaussovým pravděpodobnostním

rozdělením

σ_{ϵ_0}	směrodatná odchylka amplitudy počátečního zakřivení
$\Phi(X_i)$	distribuční funkce
Φ_N	distribuční funkce normovaného normálního rozdělení
$\Phi^{-1}(X_i)$	inverzní distribuční funkce
Ω^M	funkční obor funkce odezvy

Kapitola 5:

b_1	šířka horní pásnice [m]
b_2	šířka horní pásnice [m]
e_{01}	první varianta amplitudy počáteční imperfekce [m]
e_{02}	druhá varianta amplitudy počáteční imperfekce [m]
$e_{0,N(0;1)}$	hodnota náhodné realizace z rozdělení $N(0;1)$
t_{21}	tloušťka horní pásnice [m]
t_{22}	tloušťka dolní pásnice [m]
$\mu_{e_{01}}$	střední hodnota první varianty amplitudy počátečního zakřivení
$\mu_{e_{02}}$	střední hodnota druhé varianty amplitudy počátečního zakřivení
$\sigma_{e_{01}}$	směrodatná odchylka první varianty amplitudy počátečního zakřivení
$\sigma_{e_{02}}$	směrodatná odchylka druhé varianty amplitudy počátečního zakřivení

Kapitola 6:

S_{e01}	citlivostní index počátečního zakřivení ve variantě e_{01}
S_{e02}	citlivostní index počátečního zakřivení ve variantě e_{02}
S_{rs1}	citlivostní index vlastního pnutí ve variantě rs_1
S_{rs2}	citlivostní index vlastního pnutí ve variantě rs_2
S_{fy}	citlivostní index meze kluzu
S_E	citlivostní index modulu pružnosti
S_{t2}	citlivostní index tloušťky pásnice
μ_{ϵ_0}	střední hodnota amplitudy počátečního zakřivení
σ_{ϵ_0}	směrodatná odchylka první varianty amplitudy počátečního zakřivení

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 2.1: Schéma osově zatíženého prutu s počáteční imperfekcí v_0 a deformací v od působení síly N_{Ed}	- 14 -
Obr. 2.2: Veličiny zvoleného souřadného systému	- 19 -
Obr. 2.3: Element nosníku: a) spojité zatížení v příčném směru, b) spojité kroučící moment.....	- 19 -
Obr. 2.4: Ekvivalentní zatížení na vlákně prutu vyvolané jeho deformací a osovým tlakem σ_t	- 21 -
Obr. 2.5: Počáteční imperfekce ohýbaného nosníku: a) funkce imperfekcí, b) amplitudy uprostřed rozpětí.....	- 24 -
Obr. 2.6: Přiřazení křivek vzpěrné pevnosti k průřezům.....	- 28 -
Obr. 2.7: Křivky vzpěrné pevnosti	- 29 -
Obr. 2.8: Křivky klopení: a) obecný případ, b) specifický případ.....	- 32 -
Obr. 2.9: Velikost ekvivalentní imperfekce pro průřez I200.....	- 33 -
Obr. 3.1: Schéma profilu I200: a) původní, b) zjednodušený	- 35 -
Obr. 3.2: Geometrie prvku SOLID185	- 36 -
Obr. 3.3: a) hrubá síť, b) jemná síť, c) souřadnicový systém průřezu.....	- 37 -
Obr. 3.4: Idealizovaný koncept vidlicového uložení konce nosníku.....	- 38 -
Obr. 3.5: Okrajové podmínky ohýbaného nosníku: a) kinematic coupling constraints, b) okrajové podmínky v těžištích.....	- 39 -
Obr. 3.6: Okrajové podmínky pro vzpěr kolmo na měkčí osu průřezu	- 39 -
Obr. 3.7: Okrajové podmínky pro vzpěr kolmo na tužší osu průřezu	- 40 -
Obr. 3.8: Zatěžovací schéma ohýbaného nosníku	- 40 -
Obr. 3.9: Schéma rozložení tlaku simulující ohybový moment	- 41 -
Obr. 3.10: Schéma zatěžovacích kroků	- 42 -
Obr. 3.11: Zatížení uzlů v ose stojiny posunem u_x	- 43 -

Obr. 3.12: Definování únosnosti N_{pl} z grafu silové reakce	44 -
Obr. 3.13: Amplituda zakřivení	45 -
Obr. 3.14: Zatížení uzlů s nulovou y-ovou pořadnicí posunem u_x	46 -
Obr. 3.15: Popis souřadnic libovolného bodu průřezu v úloze klopení.....	48 -
Obr. 3.16: Lokální souřadný systém průřezu v úloze klopení	48 -
Obr. 3.17: Model z programu Ansys pro úlohu klopení – pohled v rovině y-z	48 -
Obr. 3.18: Model z programu Ansys pro úlohu klopení – axonometrie 1	49 -
Obr. 3.19: Model z programu Ansys pro úlohu klopení – axonometrie 2	49 -
Obr. 3.20: Popis souřadnic libovolného bodu průřezu v úloze vzpěru kolmo na měkčí osu.....	
.....	50 -
Obr. 3.21: Model z programu Ansys pro úlohu vzpěru kolmo na měkčí osu – pohled v rovině y-z.....	50 -
Obr. 3.22: Model z programu Ansys pro úlohu vzpěru kolmo na měkčí osu – axonometrie 1....	
.....	51 -
Obr. 3.23: Model z programu Ansys pro úlohu vzpěru kolmo na měkčí osu – axonometrie 2....	
.....	51 -
Obr. 3.24: Popis souřadnic libovolného bodu průřezu v úloze vzpěru kolmo na tužší osu.-	51 -
Obr. 3.25: Lokální souřadný systém průřezu v úloze vzpěru kolmo na tužší osu	52 -
Obr. 3.26: Model z programu Ansys pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu – pohled v rovině y- z.....	52 -
Obr. 3.27: Model z programu Ansys pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu – axonometrie 1.....	
.....	53 -
Obr. 3.28: Model z programu Ansys pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu – axonometrie 2	
.....	53 -
Obr. 3.29: Modelování chování materiálu	54 -
Obr. 3.30: Lineární rozložení napětí od vlastního pnutí	55 -
Obr. 3.31: Intenzita vlastního pnutí po prutu	56 -

Obr. 3.32: Elementy poloviny průřezu	- 56 -
Obr. 3.33: Průběhy napětí σ_x od vlivu vlastního pnutí: a) průřez IPE200, b) průřez I200 bez korekce, c) průřez I200 s korekcí	- 57 -
Obr. 3.34: Velikost vlastního pnutí: a) v řezech pásnicí, b) v řezech stojinou.....	- 58 -
Obr. 3.35: Součinitel klopení χ_{LT} ve vztahu k poměrné štíhlosti $\bar{\lambda}_{LT}$	- 60 -
Obr. 3.36: Součinitel vzpěrnosti χ_z ve vztahu k poměrné štíhlosti $\bar{\lambda}_z$	- 61 -
Obr. 3.37: Součinitel vzpěrnosti χ_y ve vztahu k poměrné štíhlosti $\bar{\lambda}_y$	- 61 -
Obr. 3.38: Von Misesovo napětí: úloha klopení, štíhlost 0,3	- 63 -
Obr. 3.39: Von Misesovo napětí: úloha klopení, štíhlost 0,8	- 63 -
Obr. 3.40: Von Misesovo napětí: úloha klopení, štíhlost 1,1 (oblast délky 2 m kolem středu nosníku)	- 63 -
Obr. 3.41: Von Misesovo napětí: úloha klopení, štíhlost 1,6 (oblast délky 2 m kolem středu nosníku)	- 63 -
Obr. 3.42: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na měkčí osu, štíhlost 0,3	- 64 -
Obr. 3.43: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na měkčí osu, štíhlost 0,8	- 64 -
Obr. 3.44: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na měkčí osu, štíhlost 1,1	- 64 -
Obr. 3.45: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na měkčí osu, štíhlost 1,6 (oblast délky 2 m).....	- 64 -
Obr. 3.46: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na tužší osu, štíhlost 0,3	- 65 -
Obr. 3.47: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na tužší osu, štíhlost 0,8 (oblast délky 2 m).....	- 65 -
Obr. 3.48: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na tužší osu, štíhlost 1,1 (oblast délky 2 m).....	- 65 -
Obr. 3.49: Von Misesovo napětí: úloha vzpěru kolmo na tužší osu, štíhlost 1,6 (oblast délky 2 m).....	- 65 -
Obr. 4.1: Schéma metody Latin Hypercube Sampling.....	- 69 -

Obr. 4.2: Přehled spolehlivostních metod.....	- 70 -
Obr. 4.3: Index spolehlivosti: a) rezerva nenormovaná, b) rezerva normovaná.....	- 72 -
Obr. 4.4: Ilustrace návrhové podmínky spolehlivosti.....	- 74 -
Obr. 5.1: Pravděpodobnostní rozdělení vlastního pnutí.....	- 81 -
Obr. 5.2: Rozměry profilu IPE.....	- 82 -
Obr. 5.3: Pravděpodobnostní rozdělení amplitudy počátečního zakřivení e_0	- 84 -
Obr. 5.4: Vztah délky prutu k poměrné štíhlosti.....	- 86 -
Obr. 5.5: Graf únosností Ansys vs. polynom: a) hodnoty s malou chybou (přijatelné), b) s množstvím chybně vypočtených únosností.....	- 89 -
Obr. 6.1: Algoritmus výpočtu.....	- 92 -
Obr. 6.2: Křivky posledních 100 únosností pro úlohu vzpěru kolmo na měkčí osu pro ocel S235.....	- 95 -
Obr. 6.3: Křivky posledních 100 únosností pro úlohu vzpěru kolmo na měkčí osu pro ocel S355.....	- 95 -
Obr. 6.4: Křivky posledních 100 únosností pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu pro ocel S235.....	- 96 -
Obr. 6.5: Křivky posledních 100 únosností pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu pro ocel S355.....	- 96 -
Obr. 6.6: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu vzpěru kolmo na měkčí osu – ocel S235.....	- 98 -
Obr. 6.7: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu vzpěru kolmo na měkčí osu – ocel S355.....	- 98 -
Obr. 6.8: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu – ocel S235.....	- 98 -
Obr. 6.9: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu vzpěru kolmo na tužší osu – ocel S355.....	- 99 -

Obr. 6.10: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohy vzpěru – porovnání středních hodnot.....	- 99 -
Obr. 6.11: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohy vzpěru – porovnání sm. odchylek	- 99 -
Obr. 6.12: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohy vzpěru – porovnání variačních koeficientů	- 100 -
Obr. 6.13: Hodnoty únosností a součinitelů vzpěrnosti pro realizace číslo: a) 12, b) 32, c) 67, d) 223.....	- 101 -
Obr. 6.14: Hodnoty únosností a součinitelů vzpěrnosti pro realizace číslo: e) 24, f) 254, g) 36, h) 144.....	- 102 -
Obr. 6.15: Citlivostní analýza únosnosti pro vzpěr kolmo na měkčí osu: ocel S235, r_{S2} , e_{01}	- 104 -
Obr. 6.16: Citlivostní analýza únosnosti pro vzpěr kolmo na měkčí osu: ocel S355, r_{S2} , e_{01}	- 105 -
Obr. 6.17: Citlivostní analýza únosnosti pro vzpěr kolmo na tužší osu: ocel S235, r_{S2} , e_{01}	- 106 -
Obr. 6.18: Citlivostní analýza únosnosti pro vzpěr kolmo na tužší osu: ocel S355, r_{S2} , e_{01}	- 107 -
Obr. 6.19: Citlivostní indexy 1. řádu pro vzpěr kolmo na měkčí osu: r_{S2} , e_{01}	- 108 -
Obr. 6.20: Citlivostní indexy 2. řádu pro vzpěr kolmo na měkčí osu: r_{S2} , e_{01}	- 108 -
Obr. 6.21: Citlivostní indexy 1. řádu pro vzpěr kolmo na tužší osu: r_{S2} , e_{01}	- 108 -
Obr. 6.22: Citlivostní indexy 2. řádu pro vzpěr kolmo na tužší osu: r_{S2} , e_{01}	- 109 -
Obr. 6.23: Křivky posledních 100 únosností pro úlohu klopení pro ocel S235	- 111 -
Obr. 6.24: Křivky posledních 100 únosností pro úlohu klopení pro ocel S355	- 111 -
Obr. 6.25: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu klopení – ocel S235.....	- 112 -
Obr. 6.26: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu klopení – ocel S355.....	- 112 -

Obr. 6.27: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu klopení – porovnání středních hodnot.....	112 -
Obr. 6.28: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu klopení – porovnání směrodatných odchylek.....	113 -
Obr. 6.29: Statistika únosností všech 400 realizací pro úlohu klopení – porovnání variačních koeficientů.....	113 -
Obr. 6.30: Hodnoty únosností a součinitelů klopení pro realizace číslo: a) 12, b) 32, c) 67, d) 223.....	114 -
Obr. 6.31: Hodnoty únosností a součinitelů klopení pro realizace číslo: e) 24, f) 254, g) 36, h) 144	115 -
Obr. 6.32: Citlivostní analýza únosnosti pro klopení: ocel S235 a $\bar{\lambda}_{LT} = 0,4$	117 -
Obr. 6.33: Citlivostní analýza únosnosti pro klopení: ocel S235 a $\bar{\lambda}_{LT} = 0,6$	117 -
Obr. 6.34: Citlivostní analýza únosnosti pro klopení: ocel S235 a $\bar{\lambda}_{LT} = 0,8$	118 -
Obr. 6.35: Citlivostní analýza únosnosti pro klopení: ocel S235 a $\bar{\lambda}_{LT} = 1,0$	118 -
Obr. 6.36: Citlivostní analýza únosnosti pro klopení: ocel S235 a $\bar{\lambda}_{LT} = 1,2$	119 -
Obr. 6.37: Citlivostní analýza únosnosti pro klopení: ocel S235 a $\bar{\lambda}_{LT} = 1,4$	119 -
Obr. 6.38: Citlivostní analýza únosnosti pro klopení: ocel S355, r_{S2} , e_{01}	120 -
Obr. 6.39: Citlivostní indexy 1. řádu pro klopení: ocel S235, r_{S1} , e_{01}	121 -
Obr. 6.40: Citlivostní indexy 2. řádu pro klopení: ocel S235, r_{S1} , e_{01}	121 -
Obr. 6.41: Citlivostní indexy 1. řádu pro klopení: ocel S235, r_{S1} , e_{02}	121 -
Obr. 6.42: Citlivostní indexy 2. řádu pro klopení: ocel S235, r_{S1} , e_{02}	122 -
Obr. 6.43: Citlivostní indexy 1. řádu pro klopení: r_{S2} , e_{01}	122 -
Obr. 6.44: Citlivostní indexy 2. řádu pro klopení: r_{S2} , e_{01}	122 -
Obr. 6.45: Citlivostní indexy 1. řádu pro klopení: r_{S2} , e_{02}	123 -
Obr. 6.46: Citlivostní indexy 2. řádu pro klopení: r_{S2} , e_{02}	123 -

Obr. 6.47: Citlivostní indexy 1. řádu pro klopení – srovnání: ocel S235, r_{S2} , e_{01}	- 123 -
Obr. 6.48: Citlivostní indexy 1. řádu pro klopení – srovnání: ocel S235, r_{S2} , e_{02}	- 124 -
Obr. 6.49: Srovnání citlivostních indexů 1. řádu: ocel S235, r_{S2} , e_{01}	- 127 -
Obr. 6.50: Srovnání citlivostních indexů 1. řádu: ocel S355, r_{S2} , e_{01}	- 127 -
Obr. 6.51: Únosnosti pro různé hodnoty meze kluzu – vzpěr kolmo k měkčí ose	- 128 -
Obr. 6.52: Rozdíly únosností pro různé hodnoty meze kluzu – vzpěr kolmo k měkčí ose-	129 -
Obr. 6.53: Únosnosti pro různé hodnoty meze kluzu – vzpěr kolmo k tužší ose	- 129 -
Obr. 6.54: Rozdíly únosností pro různé hodnoty meze kluzu – vzpěr kolmo k tužší ose .	- 130 -
Obr. 6.55: Únosnosti pro různé hodnoty meze kluzu – klopení	- 130 -
Obr. 6.56: Rozdíly únosností pro různé hodnoty meze kluzu – klopení	- 131 -

SEZNAM TABULEK

Tab. 2.2: Doporučené přiřazení křivek klopení k průřezům	- 30 -
Tab. 2.3: Doporučené hodnoty součinitelů imperfekce pro křivky klopení	- 31 -
Tab. 3.1: Nominální rozměry průřezu.....	- 34 -
Tab. 3.2: Srovnání průřezových charakteristik nominálního průřezu I200	- 35 -
Tab. 3.3: Hodnoty kritického zatížení prutů nominálního průřezu I200	- 58 -
Tab. 4.1: Směrné hodnoty indexu spolehlivosti.....	- 72 -
Tab. 5.1: Popisné statistiky vlastního pnutí	- 81 -
Tab. 5.2: Náhodné vstupní veličiny	- 85 -
Tab. 5.3: Nominální geometrické a materiálové charakteristiky	- 85 -
Tab. 5.4: Délky prutů pro jednotlivé poměrné štíhlosti	- 86 -
Tab. 5.5: Umělé náhodné veličiny pro aproximaci.....	- 89 -
Tab. 6.1: Přehled vypočítaných úloh	- 93 -

CURRICULUM VITAE

Narozen 1. května 1987 ve Dvoře Králové nad Labem, české národnosti.



Vzdělání

- 2002–2006 Střední průmyslová škola Hradec Králové, obor Stavebnictví – zaměření: Pozemní stavby.
- 2006–2010 bakalářské studium na Fakultě stavební VUT v Brně, obor Pozemní stavby – Konstrukce a statika staveb, bakalářská práce *Statické řešení zděných konstrukcí* řešena na Ústavu stavební mechaniky (oceněna Uznáním děkana Fakulty stavební za vzorné vypracování diplomové práce a její obhajobu při SZZ).
- 2010–2012 magisterské studium na Fakultě stavební VUT v Brně, obor Pozemní stavby – Konstrukce a statika staveb, diplomová práce *Počítačová simulace kolapsu budovy zplastizovaným kloubů* řešena na Ústavu stavební mechaniky (navržena na cenu ČKAIT).
- od 2012 prezenční doktorské studium na Fakultě stavební VUT v Brně, obor Konstrukce a dopravní stavby, Ústav stavební mechaniky (školitel prof. Ing. Zdeněk Kala, Ph.D.).

Výuka

Vedení v kurzech BD03 – Statika I a BD04 – Statika II.

Odborná specializace

Postgraduální studium a výzkumná činnost je zaměřena na obor matematického modelování ocelových konstrukcí s imperfekcemi. Zapojení do vědeckých projektů a grantů: FAST-J-13-1904, FAST-S-13-1899, FAST-S-14-2356, FAST-J-14-2387, GAČR 14-17997S, GAČR 17-01589S, No. LO1408 “AdMAs UP”.

Studijní pobyty v zahraničí

- 1. 2. 2016 – 30. 4. 2016: Technical University of Denmark – DTU, Dánsko. Program Erasmus +. Výzkumná činnost: výzkum v oblasti stabilitních úloh ocelových konstrukcí. Pedagogická činnost: spoluvedení magisterských studentů v oblasti pravděpodobnostní analýzy, která byla součástí jejich diplomové práce.
- 4. 9. 2017 – 8. 9. 2017: Universiteit Gent, Belgie. Program Erasmus +. Činnost: návštěva testovacích laboratoří a účast na destruktivních zkouškách modelů mostů. Diskuze nad stabilitními problémy ocelových konstrukcí a výpočetními postupy při tvorbě topologie konstrukcí.