



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

NÁVRH STAVOVÉHO REGULÁTORU PRO STEJNOSMĚRNÝ MOTOR

DESIGN OF STATE SPACE CONTROLLER FOR DC MOTOR

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Michal Kuklík

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Jiří Kovář, Ph.D.

BRNO 2017

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Michal Kuklík**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Mechatronika
Vedoucí práce: **Ing. Jiří Kovář, Ph.D.**
Akademický rok: 2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Návrh stavového regulátoru pro stejnosměrný motor

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Bakalářská práce se bude zabývat návrhem a realizací stavového regulátoru pro DC motor.

Cíle bakalářské práce:

- 1) Rešerše dané problematiky
- 2) Volba a popis vhodné metody návrhu regulátoru
- 3) Návrh a realizace regulátoru pro daný DC motor

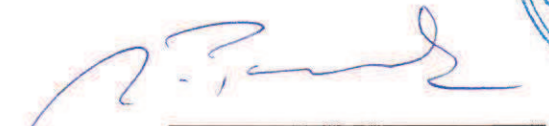
Seznam literatury:

Friedland, B.: Control System Design: An Introduction to State-Space Methods, 2005


Williams, R.L., Lawrence, D.A.: Linear State-Space Control Systems, 2007

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17.

V Brně, dne 4. 11. 2016



prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu



doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Tato práce se zabývá rozdělení stejnosměrných motorů a jejich možnosti regulace. Pro modelování byl vybrán stejnosměrný motor s cizím buzením MF 112 S od firmy EM Brno. V práci je popsán postupný návrh modelu motoru ve stavovém prostoru. Pro daný motor je v práci popsán postupný návrh stavového regulátoru. Návrh je proveden v programu Matlab/Simulink.

Abstract

This thesis deals with the distribution of DC motors and their possibilities of regulation. DC motor MF 112 S from company EM Brno was chosen for the modeling. The thesis describes design of the engine model in the state space. In this thesis is described design of state controller for DC motor. The design is done in Matlab / Simulink.

Klíčová slova

Stavový popis, zpětnovazební řízení, pozorovatel, regulátor, stejnosměrný motor.

Keywords

State space, feedback control, observer, controller, DC motor.

Bibliografická citace

KUKLÍK, M. *Návrh stavového regulátoru pro stejnosměrný motor*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. 50 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Jiří Kovář, Ph.D..

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci na téma „Návrh stavového regulátoru pro stejnosměrný motor“ vypracoval samostatně pod vedením Ing. Jiřího Kováře, Ph.D. s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu.

26. května 2017

.....
Michal Kuklík

Poděkování

Děkuji tímto panu Ing. Jiří Kovář, Ph.D. za odborné vedení a pomoc při tvorbě bakalářské práce.

Obsah

1	Úvod	9
2	Stavový popis systému	10
2.1	Nelineární systém.....	10
2.2	Lineární systém.....	11
2.3	Vlastnosti lineárních spojitých dynamických systémů	12
2.3.1	Řiditelnost stavu.....	13
2.3.2	Dosažitelnost stavu.....	13
2.3.3	Řiditelnost výstupu.....	13
2.3.4	Pozorovatelnost stavu.....	13
2.3.5	Rekonstruovatelnost stavu.....	14
2.3.6	Stabilizovatelnost systému	14
3	Stejnoseměrné motory	15
3.1	Složení stejnosměrného motoru.....	15
3.2	Rozdělení stejnosměrných motorů.....	16
3.2.1	Motor s cizím buzením.....	16
3.2.2	Motor se sériovým buzením.....	17
3.2.3	Motor s derivačním buzením.....	18
3.3	Matematický popis stejnosměrného motoru	19
3.3.1	Stejnoseměrný motor v ustáleném stavu.....	21
3.3.2	Stejnoseměrný motor při přechodovém ději	23
4	Parametry motoru	26
5	Návrh řízení ve stavovém prostoru	30
5.1	Spojité stavový popis stejnosměrného motoru.....	30
5.2	Postup návrhu řízení	31
5.3	Návrh zpětnovazebního regulátoru	33
5.4	Návrh stavového pozorovatele.....	34
5.5	Návrh stavového minimum-order pozorovatele v diskrétní oblasti.....	36
5.5.1	Návrh minimum-order pozorovatele v spojitě oblasti.....	40
	Závěr	42
	Literatura.....	43
	Seznam použitých zkratk a symbolů.....	45

1 Úvod

S regulací různých zařízení a systému se setkáváme každý den a je, kde se podíváme. Regulace může být od regulování otáček motoru, teploty ve vysoké peci až po polohování robotického ramene atd. Existuje mnoho možných metod a postupů, jak navrhnout regulátor. První regulátory se navrhovaly pokusně a v dnešní době se už regulátory navrhují matematickými (výpočetními) metodami. Matematické metody umožní vytvořit konkrétní regulátor pro danou soustavu, tak aby měla výsledné požadované vlastnosti.

Soustavu řídíme pomocí navrženého regulátoru, který řídí soustavu spojitým nebo diskrétním signálem. Pro běžné soustavy se využívají konvenční regulátory. Konvenční regulátory jsou označovány jako P (proporcionální), I (integrační), PI (proporcionálně-integrační), PD (proporcionálně-derivační) a PID (proporcionálně-integračně-derivační). Navrhování konvenčních regulátorů se provádí pomocí algebraických metod. Výhodou těchto regulátorů je nízká cena a jednoduché nastavování a seřizování.

U složitých soustav byly konvenční regulátory nahrazeny stavovým řízením. Důvod nahrazení konvenčních regulátorů stavovým řízením je, že konvenční regulátory nesplňují požadovanou přesnost regulace. Využití stavového řízení je spojena s rozvojem letectví a kosmonautiky, kde se dbá na přesnost a kvalitu regulace. Pro návrh stavového regulátoru je potřeba znát matematický popis soustavy. Při této metodě návrhu je možné získané parametry regulátoru simulačně ověřit modelem v různých simulačních programech. Výhodou této metody je, že lze regulovat i nestabilní soustavy.

Tato práce se v úvodu zabývá stavovým prostorem. Stavový prostor popisuje soustavu pomocí stavů a jejich změny v čase. Výstupem takového modelu jsou stavové matice, které udávají vzájemný vztah mezi jednotlivými veličinami popisujícími chování soustavy. Při tomto popisu je možné pozorovat stavy soustavy v čase, což někdy umožňuje odhad chování v dalším časovém kroku. Dále popisuje některé vlastnosti lineárního systému.

V úvodu této bakalářské práce se zabírám teorií o stavovém prostoru. Dále je zde popsána tvorba matematického modelu motoru a způsoby řízení jeho otáček. V závěrečné části práce je uvedena potřebná teorie a postupný návrh stavového regulátoru.

2 Stavový popis systému

Stavový popis systému nahrazuje konveční metody. Konveční metody se používají pouze pro lineární časově (neproměnné) invariantní systémy s jedním vstupem a jedním výstupem. Konveční metody řízení popisují systém na základě přenosové funkce. Konveční metody nelze použít pro návrh systému, které jsou nelineární nebo většinou časově proměnné.

Moderní řídicí systémy obsahují mnoho vstupů a výstupů, které mohou být vzájemně složitě propojeny. Pro tyto systémy s několika vstupy a výstupy je nejlepší použít stavový popis. Metody stavového popisu (State-space methods) popisují daný systém diferenciálními rovnicemi n -tého řádu. Stavový popis se používá tam, kde konveční metody nelze použít. Výhodou stavového popisu je, že lze zahrnout počáteční podmínky systému. Systémy mohou být jednorozměrové, mnohorozměrové, lineární, nelineární, časově proměnné a časově neproměnné [7].

2.1 Nelineární systém

Spojité nelineární mnohorozměrový systém je popsán stavovou rovnicí (1) a rovnicí výstupu (2), kde t je časově nezávislá proměnná. Tyto rovnice popisují spojitý nelineární t -variantní (časově proměnný) systém s počáteční podmínkou $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}[t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad (2)$$

Význam jednotlivých symbolů:

$\mathbf{x}^T = (x_1, x_2 \dots x_n)$ je vektor stavových veličin o dimenzi n

$\mathbf{u}^T = (u_1, u_2 \dots u_m)$ je vektor vstupních veličin o dimenzi m

$\mathbf{y}^T = (y_1, y_2 \dots y_r)$ je vektor výstupních veličin o dimenze r

$\mathbf{f}^T = (f_1, f_2 \dots f_n)$; $\mathbf{g}^T = (g_1, g_2 \dots g_r)$ jsou nelineární vektorové funkce

Pokud jsou funkce f a g explicitně nezávislé na čase t vznikne popis systému v t -invariantním tvaru (časově neproměnném). Rovnice lze zapsat ve tvaru.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad (3)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad (4)$$

Systém splňuje silnou podmínku fyzikální realizovatelnosti, je-li výstup \mathbf{y} závislý na momentálních hodnotách stavových veličin \mathbf{x} a vstupní veličiny \mathbf{u} nejsou obsaženy v argumentu funkce \mathbf{g} . Jestliže argument funkce \mathbf{g} obsahuje momentální hodnoty veličiny \mathbf{u} systém splňuje slabou podmínku fyzikální realizovatelnosti. Ve většině reálných systémů je splněna silná podmínka realizovatelnosti a výstupní veličiny jsou stejné s některými stavovými proměnnými. Navíc tento vztah mezi výstupními a stavovými veličinami je lineární. Systém je tedy popsán nelineární stavovou rovnicí a lineární rovnicí výstupu. Jelikož výstup \mathbf{y} závisí na momentálních hodnotách \mathbf{x} nemá rovnice výstupu vliv na dynamiku systému [7],[9].

2.2 Lineární systém

Spojité lineární mnohorozměrný systém je popsán stavovou rovnicí (5) a rovnicí výstupu (6), kde t je opět nezávislá časová proměnná. Počáteční podmínka je opět stejná jako u nelineárního systému $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t) \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t) \cdot \mathbf{u}(t) \quad (5)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t) \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t) \cdot \mathbf{u}(t) \quad (6)$$

Vektory \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{u} mají stejný význam i dimenzi jako v rovnicích (1) a (2). Veličiny \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} jsou matice a význam a rozměr jednotlivých matice je uveden níže.

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{bmatrix} \quad \text{je stavová matice o dimenzi } n \times n$$

$$\mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} b_{11}(t) & \dots & b_{1m}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ b_{n1}(t) & \dots & b_{nm}(t) \end{bmatrix} \quad \text{je vstupní matice o dimenzi } n \times m$$

$$\mathbf{C}(t) = \begin{bmatrix} c_{11}(t) & \dots & c_{1n}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ c_{r1}(t) & \dots & c_{rn}(t) \end{bmatrix} \quad \text{je výstupní matice o dimenzi } r \times n$$

$$\mathbf{D}(t) = \begin{bmatrix} d_{11}(t) & \dots & d_{1m}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ d_{r1}(t) & \dots & d_{rm}(t) \end{bmatrix} \quad \text{je matice převodu o dimenzi } r \times m$$

Jsou-li prvky matic \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} časově proměnné, tak rovnice (5) a (6) popisují lineární t -variantní systém. Jsou-li prvky matic \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} konstanty a časově neproměnné popisují t -invariantní systém. Rovnice stavového popisu lze pak napsat následovně, kde stavový popis skládá ze stavové diferenciální rovnice (7) a algebraické rovnice výstupu (8).

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (7)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (8)$$

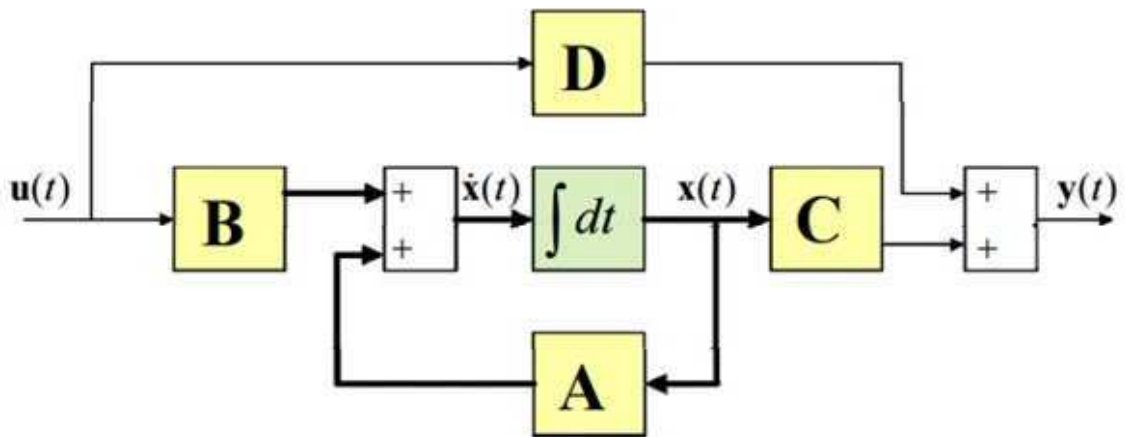
Lineární systém splňující silnou podmínku fyzikální realizovatelnosti bude opět takový, kde výstup $\mathbf{y}(t)$ závisí na stavových veličinách $\mathbf{x}(t)$ a rovnice výstupu neobsahuje vstupní veličiny. Po splnění této podmínky platí pro systémy, že matice převodu \mathbf{D} je nulová ($\mathbf{D} = 0$) [8].

Pro naše účely a další úvahy bude použit stavový popis systému v t -invariantním tvaru splňující silnou podmínku fyzikální realizovatelnosti. Tento systém můžeme tedy popsat následujícími rovnicemi, kde matice \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} jsou časově neproměnné a prvky matic jsou konstanty.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (9)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) \quad (10)$$

Názorné blokové schéma spojitého stavového lineárního časově neproměnného (t -invariantního) systému popsaného stavovými rovnicemi je zobrazeno na Obrázek 2-1.



Obrázek 2-1 Blokové schéma stavového lineárního časově neproměnného systému

2.3 Vlastnosti lineárních spojitéch dynamických systémů

V této kapitole jsou popsány některé vlastnosti lineárního spojitého systému v časově invariantním tvaru. Vlastnosti systému vychází ze stavové rovnice (9) a rovnice výstupu (10). Rozměry vektorů a matic jsou stejné jako v předešlých kapitolách (2.1) a (2.2).

Lineární matematické modely musí vyhovovat podmínce linearoty. Podmínka linearoty se skládá ze dvou dílčích vlastností aditivity a homogenity [8].

Aditivita

$$\begin{aligned} u_1(t) \rightarrow \text{systém} \rightarrow y_1(t) \\ u_2(t) \rightarrow \text{systém} \rightarrow y_2(t) \end{aligned} \Rightarrow u_1(t) + u_2(t) \rightarrow \text{systém} \rightarrow y_1(t) + y_2(t) \quad (11)$$

Homogenita

$$u(t) \rightarrow \text{systém} \rightarrow y(t) \Rightarrow a \cdot u(t) \rightarrow \text{systém} \rightarrow a \cdot y(t) \quad (12)$$

Tyto dvě jednotlivé vlastnosti mohou být sloučeny do jedné.

$$\begin{aligned} u_1(t) \rightarrow \text{systém} \rightarrow y_1(t) \\ u_2(t) \rightarrow \text{systém} \rightarrow y_2(t) \end{aligned} \Rightarrow a_1 u_1(t) + a_2 u_2(t) \rightarrow \text{systém} \rightarrow a_1 y_1(t) + a_2 y_2(t) \quad (13)$$

Linearita dynamických systémů je vlastnost, kdy váženému součtu vstupů odpovídá vážený součet výstupů, kde a , a_1 , a_2 jsou libovolné konstanty, $u(t)$, $u_1(t)$, $u_2(t)$ jsou vstupní veličiny a $y(t)$, $y_1(t)$, $y_2(t)$ jsou výstupní veličiny.

Důležitá vlastnost lineárních systémů je, že každá lokální vlastnost systému je současně i jejich globální vlastností.

2.3.1 Řiditelnost stavu

Řiditelnost systému je schopnost vstupů $u(t)$ ovlivnit stavové proměnné $x(t)$. Lineární spojité systém je říditelný, pokud vstupy $u(t)$ mohou změnit stavovou proměnnou $x(t)$ ze stavu $x(t_1)$ do libovolného stavu $x(t_2)$ a to v konečném čase t . Dále musím platit podmínka nutná a zároveň postačující, že matice říditelnosti M_c o rozměrech $n \times nm$ je n -tého řádu a hodnota matice je rovna n .

$$M_c = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (14)$$

2.3.2 Dosažitelnost stavu

Dosažitelnost stavu je vlastnost, kdy žádaný stav $x(t_1)$ lineárního spojitého systému se převede z libovolného počátečního stavu $x(t_0)$ a existuje takový vstup $u(t)$, který je schopen tento stav převést v konečném čase definovaném intervalem $t_1 - t_0$, ($t_0 < t_1$).

U spojitých časově neproměnných (t -invariantních) systémů je každý stav dosažitelný a rovněž říditelný, proto stačí u těchto systému posuzovat jen říditelnost systému.

2.3.3 Řiditelnost výstupu

Řiditelnost systému je vlastnost, kdy výstup $y(t_1)$ je říditelný a existuje takový vstup $u(t)$, který se systémem převede z počátečního výstupu $y(t_1)$ na koncový výstup $y(t_2)$ v konečném čase definovaného intervalem $t_2 - t_1$, ($t_2 > t_1$). Pro úplně říditelný systém platí, že matice říditelnosti výstupu M_v o rozměrech $r \times nm$ má hodnotu rovnou r .

$$M_v = [D \ CB \ CAB \ CA^2B \ \dots \ CA^{n-1}B] \quad (15)$$

Kontrola říditelnosti výstupu není potřebná pro spojitě lineární časově neproměnné (t -invariantních) systémy.

2.3.4 Pozorovatelnost stavu

Pozorovatelnost systému je vlastnost, kdy výstup $y(t)$ umožní určit úplné informace o stavu systému $x(t_0)$. Lineární spojité t -invariantních systém je pozorovatelný, pokud každý stav $x(t_0)$ může být určen z pozorování výstupního vektoru $y(t)$ v konečném čase definovaného $t_0 \leq t \leq t_1$. Dále musím platit podmínka nutná a zároveň postačující, že matice pozorovatelnosti M_o o rozměrech $nr \times n$ je n -tého řádu a hodnota matice je rovna n .

$$M_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

2.3.5 Rekonstruovatelnost stavu

Rekonstruovatelnost systému je vlastnost, kdy stav systému $\mathbf{x}(t)$ lze zrekonstruovat na základě předchozích hodnot výstupu $\mathbf{y}(t)$. Tohoto jevu se využívá v úlohách řízení, kdy jsou k dispozici jen minulého hodnoty výstupu.

Je-li spojitý časově neproměnný (t -invariantní) systém pozorovatelný, tak je i rekonstruovatelný.

2.3.6 Stabilizovatelnost systému

Stabilizovatelnost systému je vlastnost, kdy nestabilní systém popsany stavovou rovnicí (17) lze stabilizovat pomocí zpětné vazby. Ve stavové rovnici je matice \mathbf{A} nestabilní a zpětná vazba je definována vztahem (18).

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (17)$$

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(t) \quad (18)$$

Matice \mathbf{K} je taková matice o rozměrech $m \times n$, která vytvoří novou matici $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ a je stabilní. V rovnici vystupuje vstupní vektor $\mathbf{u}(t)$ a stavový vektor. Stavová rovnice po dosazení rovnice (18) a matematických úpravách získá následující tvar.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{K}) \cdot \mathbf{x}(t) \quad (19)$$

Pro vlastní čísla matice $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ platí, že se nachází v levé polorovině komplexního souřadného systému.

3 Stejnosměrné motory

Stejnosměrné motory jsou nejstarší typem motorů, který se začal vyrábět. Dřívějším úkonem stejnosměrných motorů byla pouze výroba elektrické energie. V tomto pracovním režimu se stejnosměrným motorům říká generátory nebo také dynamo. Dále se také motory používaly k pohánění různých zařízení. V dnešní době se stejnosměrné motory používají hlavně k regulaci. Důvodem jsou jejich dobré vlastnosti, které se dají využít k regulaci. Další jejich výhodou je poměr výkon/váha, který je větší než u střídavých motorů. Z toho vyplývá, že u stejně výkonného stejnosměrného a střídavého motoru je rozměr stejnosměrného motoru menší.

Velkou nevýhodou stejnosměrných motorů je jejich mechanické provedení. Především jde o část motoru nazývanou komutátor, kde se kartáče dotýkají komutátoru a dochází k mechanickému opotřebení. Také zde vzniká elektromagnetické rušení, způsobené jiskřením mezi komutátorem a uhlíkovými kartáči. Tyto nežádoucí vlastnosti mají vlivy na provoz a vedou k poruchám motoru.

Důvodem použití stejnosměrných motorů k regulaci jsou jejich lineární mechanické a regulační charakteristiky. Další předností je velmi jednoduché řízení otáček motoru. Otáčky lze měnit změnou kotevního napětí, případně změnou proudu budícího vinutí. S otáčkami motoru souvisí i směr otáčení, který lze měnit pouhou změnou polarit napětí kotvy nebo budícího proudu. Otáčky motoru se mohou pohybovat ve velkém rozmezí a nejsou závislé na kmitočtu sítě. Stejnosměrné motory disponují velkým točivým momentem a to i při nízkých otáčkách, což je jedna z mnoha výhod stejnosměrných motorů.

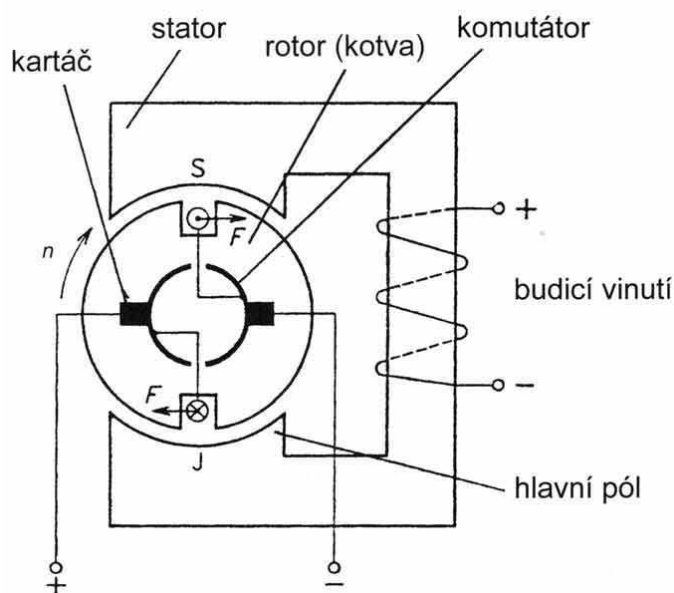
3.1 Složení stejnosměrného motoru

Složení stejnosměrného motoru je znázorněno na Obrázek 3-1. Stejnosměrný motor se skládá ze tří hlavních částí statoru, rotoru a komutátoru.

Stator je pevná nepohyblivá část motoru, kde je umístěn magnetický obvod. Magnetický obvod ve statoru je tvořen buď permanentními magnety nebo dynamoplechy. Na pólech statoru je navinuto budící vinutí, na které je přivedeno stejnosměrné napětí. Budícím vinutím na statoru protéká stejnosměrný proud, který vytváří magnetické pole.

Rotor je pohyblivá část motoru, která je vždy tvořena z cívek. Cívky jsou umístěny do drážek rotoru a jejich konce jsou připojeny na komutátor. Přivedením napětí na kotevní svorky vznikne magnetické pole v rotoru. Následným vzájemným působením magnetického pole ve statoru a rotoru se uvede rotor do pohybu.

Komutátor se skládá z několika vodivých lamel, které jsou od sebe vzájemně izolovány. Na lamely doléhají uhlíkové kartáče. Taková to konstrukce komutátoru zajistí přepínání směrů tekoucího proudu v rotoru a tím plynulé otáčení motoru.



Obrázek 3-1 Složení stejnosměrného motoru

3.2 Rozdělení stejnosměrných motorů

Stejnoseměrné motory rozdělujeme podle způsobu buzení magnetického pole ve statoru motoru, respektive podle připojení budícího vinutí statoru k vinutí rotoru. Hlavní dvě skupiny motorů jsou motory s cizím buzením nebo s vlastním buzením. Do skupiny motorů s vlastním buzením patří sériové, paralelní a kompaundní zapojení. Ve druhé skupině motorů s cizím buzením je buzení realizováno buď permanentními magnety, nebo cizím zdrojem stejnosměrného proudu.

3.2.1 Motor s cizím buzením

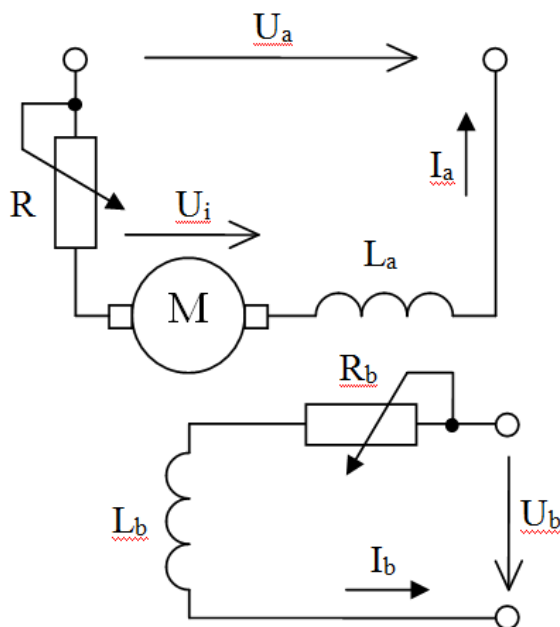
Budící obvod motoru a obvod kotvy nejsou elektricky propojeny. Jsou to dva samostatné obvody, které odebírají elektrickou energii z různých zdrojů. Samostatné zapojení budícího obvodu zaručí stále buzení a tím i stálou velikost elektromagnetického pole v prostorách rotoru. Druhá varianta k vytvoření buzení motoru je umístěním permanentních magnetů do statoru motoru.

Rotorové a statorové magnetické pole jsou vzájemně na sobě nezávislá. Jelikož rotorové magnetické pole je závislé pouze na budícím napětí U_b , lze tento typ motoru s cizím buzením nejsnáze regulovat.

Otáčky rotoru ω jsou závislé pouze napájecím napětí rotoru. Moment motoru je dán protékajícím proudem rotoru. Pro zvýšení otáček nad jmenovitou hodnotu se použije odpor R_b v obvodu budícího vinutí. Ke zvýšení otáček motoru se sníží hodnota proudu I_b a u motoru dojde k odbuzení. U velkých motorů je do obvodu kotvy připojen sériově elektrický odpor, který slouží k plynulému rozběhu motoru. Celkový odpor kotvy R je dán součtem odporu vinutí kotvy R_a a rozběhového odporu R_l . Náhradní schéma stejnosměrného motoru s cizím buzením je zobrazeno na Obrázek 3-2.

Změnu směru otáčení motoru realizujeme přepólováním statorového napětí U_a . Pouhým zaměněním přívodních kabelů se změní směr statorového magnetického toku a tím se změní i směr otáčení motoru.

Motory s cizím buzením vykazují tvrdou zatěžovací a otáčkovou charakteristiku. Tyto motory se využívají především, jako pohony strojů, kde se mění mechanické zatížení.



Obrázek 3-2 Schéma stejnosměrného motoru s cizím buzením

3.2.2 Motor se sériovým buzením

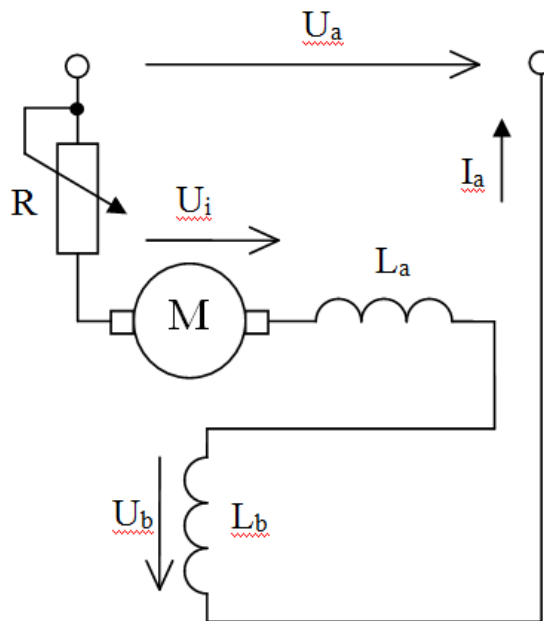
U stejnosměrného motoru se sériovým buzením je budicí obvod sériově připojen k obvodu kotvy. Zapojení stejnosměrného motoru se sériovým buzením je zobrazeno na Obrázek 3-3. Z náhradního schématu motoru se sériovým buzením je zřejmé, že statorové a rotorové vinutí je připojeno ke stejnému zdroji elektrické energie a jednotlivými vinutími teče stejně velký proud I_a . Velikost budícího magnetického toku Φ závisí na průběhu proudu I_a , protékajícího rotorem. Moment motoru také závisí na proudu I_a .

K rozběhu a k řízení otáček motoru slouží předřadný odpor R . Při rozběhu motoru bez zatížení obvodem motoru teče proud, který postupně klesá. Budicí magnetický tok slábne a motor se odbuzuje, což vede k zvýšením otáček motoru ω . Motor se sériovým buzením nesmí nikdy pracovat naprázdno bez zatěžovacího momentu na hřídeli. Při použití motoru na prázdno by se motor roztočil do vysokých otáček a došlo by k jeho poškození. Výhodu sériových motorů je jejich velký záběrný moment.

Motory se sériovým buzením vykazují měkkou momentovou charakteristiku. To znamená, že při poklesu otáček motoru narůstá točivý moment motoru. Otáčky motoru se sériovým buzením jsou závislé na zatížení.

Změnu směru otáčení motoru realizujeme stejně jako u motoru s cizím buzením a přepólováním statorového napětí U_a . Přepólováním se změní směr statorového magnetického toku a tím se změní směr otáčení motoru.

Z vlastností a momentové charakteristiky je motor se sériovým buzením předurčen pro pohony elektrických vozidel, jako jsou tramvaje, trolejbusy a lokomotivy. Sériovém zapojení motoru je často nazýváno jako trakční zapojení. Motory se sériovým buzením se používají v oblasti, kde je potřeba vyvinout velký moment za krátkou dobu. Například u startérů automobilů a letadel anebo u ovládání hydraulických ventilů.



Obrázek 3-3 Schéma stejnosměrného motoru se sériovým buzením

3.2.3 Motor s derivačním buzením

U motoru s derivačním buzením je budící vinutí paralelně připojeno k obvodu kotvy. Statorové a rotorové vinutí je stejně jako u motoru se sériovým buzením připojeno ke stejnému zdroji elektrické energie. Náhradní schéma motoru s derivačním buzením je zobrazeno na Obrázek 3-4.

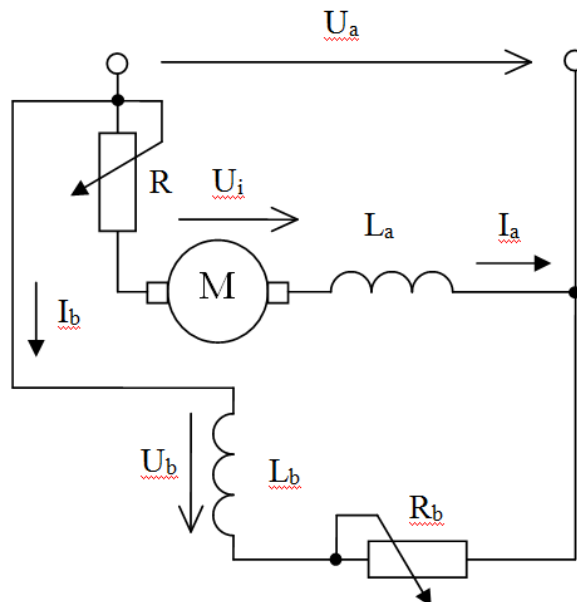
Rezistor R zapojený v obvodu kotvy slouží k omezení proudového rázu při připojení motoru na síť a k regulaci otáček motoru ω . Hodnota rezistoru R musí být tak velká, aby proud I_a tekoucí obvodem kotvy nepoškodil samotný motor. Po rozběhu motoru lze hodnotu odporu postupně snižovat. Pokud je motor napájen zdrojem proměnného napětí, lze rozběh motoru řídit postupným zvyšováním napětí. Rezistor R_b slouží k nastavení velikosti budícího proudu I_b a tím i nastavení velikosti magnetického toku Φ . Změnou hodnoty odporu rezistoru R_b lze také měnit otáčky motoru ω .

Moment motoru závisí na velikosti proudu I_a . Otáčky motoru ω závisí na velikosti napětí U_a a při zvyšování zátěže otáčky motoru ω klesají.

Nevýhodou derivačních motorů je, že nesmí být za chodu odpojena zátěž motoru a také nesmí nastat okamžité odpojení buzení. Při okamžitém odpojení buzení by došlo k odbuzení motoru a snížení magnetického toku Φ . Motor by se roztočil do obrovských otáček a hrozilo by jeho mechanické zničení.

Změnu směru otáčení motoru s derivačním buzením realizujeme záměnou přívodů budícího vinutí nebo vinutí kotvy.

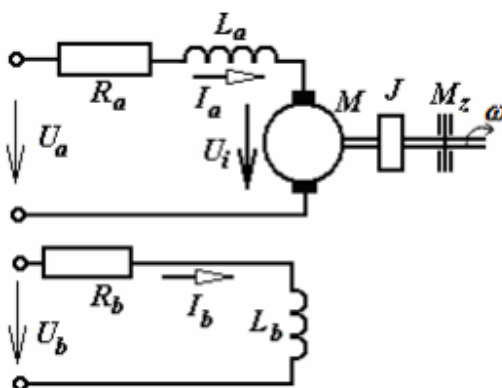
Motory s derivačním buzením mají podobné zatěžovací charakteristiky jako motory s cizím buzením. Při zatížení a při chodu naprázdno se derivační motor chová jako motor s cizím buzením. Derivační motory disponují velkým záběrovým momentem, a proto se používají k pohonům s velkou zátěží a u pohonů s častými rozběhy.



Obrázek 3-4 Schéma stejnosměrného motoru s derivačním buzením

3.3 Matematický popis stejnosměrného motoru

V této kapitole je popsán matematicky model stejnosměrného motoru s cizím buzením. Matematický popis stejnosměrného motoru se určí z náhradního schématu motoru (Obrázek 3-5). Z tohoto schématu lze odvodit soubor rovnic, které popisují daný motor. Stejnosměrný motor lze popsat ve dvou stavech. Jedna z možností, jak popsat stejnosměrný motor, je během ustáleného stavu. Druhá možnost, jak lze matematicky popsat stejnosměrný motor, je při přechodovém ději.



Obrázek 3-5 Náhradní schéma stejnosměrného motoru s cizím buzením

Popis symbolů na Obrázek 3-5 a následujících rovnicích je obsažen v kapitole *Seznam použitých zkratk a symbolů*.

Pro stejnosměrný motor lze vytvořit relativně jednoduchý matematický popis, pokud se zanedbají některé vlivy a vazby působící v motoru. Vytvořený matematický popis stejnosměrného motoru nedopovídá skutečnosti a považuje se pouze za přibližný popis motoru. Při zahrnutí všech vlivů a vazeb motoru by výsledné rovnice byly velmi složité. K získání jednoduché modelu stejnosměrného modelu se zanedbávají vliv, jako jsou reakce kotvy, rozptylový magnetický tok, vzájemný vliv jednotlivých vinutí, vliv vířivých proudů a vliv úbytku napětí na kartáčích motoru.

Úplný matematický motoru lze popsat třemi rovnicemi. První dvě rovnice se nazývají elektrické rovnice motoru. Tyto rovnice popisují elektrický obvod motoru pomocí 2. Kirchhoffonova zákona. Rovnice (20) popisuje obvod kotvy a rovnice (21) popisuje budící obvod motoru.

$$u_a(t) = R_a \cdot i_a(t) + L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + u_i(t) \quad (20)$$

$$u_b(t) = R_b \cdot i_b(t) + L_b \cdot \frac{di_b(t)}{dt} \quad (21)$$

Třetí rovnice popisující stejnosměrný motor se nazývá mechanická rovnice. Tuto rovnice lze odvodit z momentové rovnováhy na hřídeli motoru.

$$M = J \cdot \alpha(t) + B \cdot \omega(t) + M_0 \quad (22)$$

Pro vytvoření matematického modelu stejnosměrného motoru a následného modelu v programu Simulink se musí tyto rovnice upravit do následujícího tvaru. V rovnici (20) se vyjádří derivace proudu kotvy podle času a v rovnici (21) si se vyjádří derivaci budícího proudu podle času.

$$\frac{di_a(t)}{dt} = \frac{1}{L_a} [u_a(t) - R_a \cdot i_a(t) - C\phi \cdot \omega(t)] \quad (23)$$

$$\frac{di_b(t)}{dt} = \frac{1}{L_b} [u_b(t) - R_b \cdot i_b(t)] \quad (24)$$

Mechanickou rovnici (22) motoru doplníme o rovnici (25) vyjadřující vztah mezi úhlových zrychlením α a úhlovou rychlostí ω a o rovnici (26) vyjadřující momentem motoru.

$$\alpha(t) = \dot{\omega}(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (25)$$

$$M = C\phi \cdot i_a(t) \quad (26)$$

Po dosazení předešlých vztahů do mechanické rovnice motoru a vyjádření derivace úhlové rychlosti podle času získáme výsledný vztah.

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{J} [C\phi \cdot i_a(t) - B \cdot \omega(t) - M_0] \quad (27)$$

3.3.1 Stejnosemřný motor v ustáleném stavu

V ustálením stavu cizí buzení motor pracuje s konstantním magnetickým tokem a vlastnosti jsou úplně stejné jako u motoru buzeného permanentními magnety. Pro ustálený stav motoru platí soustava lineárních rovnic:

$$U_a = R_a \cdot I_a + U_i \quad (28)$$

$$U_b = R_b \cdot I_b \quad (29)$$

$$U_i = C\Phi \cdot \omega \quad (30)$$

$$M = C\Phi \cdot I_a \quad (31)$$

Popis použitých symbolů v rovnicích je obsažen v kapitole *Seznam použitých zkratk a symbolů*.

Lineární rovnici (28) lze získat aplikací 2. Kirchhoffova zákona na obvod kotvy motoru. Lineární rovnice (29) popisuje budící obvod stejnosměrné motoru s cizím buzením. Lineární rovnice (30) a (31) plynou z vlastností stejnosměrných motorů, kde konstanta $C\Phi$ je součinem konstrukční konstanty a hodnoty magnetického toku. Konstanta motoru $C\Phi$ udává přímý vztah mezi otáčkami motoru ω a indukovaným napětím U_i a také přímý vztah mezi proudem kotvou I_a a momentem motoru M .

Z předchozích rovnic a vhodným dosazením lze vyjádřit vztah pro statickou zatěžovací charakteristiku (32). Zatěžovací charakteristika vyjadřuje závislost mezi úhlovou rychlostí a zatěžovacím momentem.

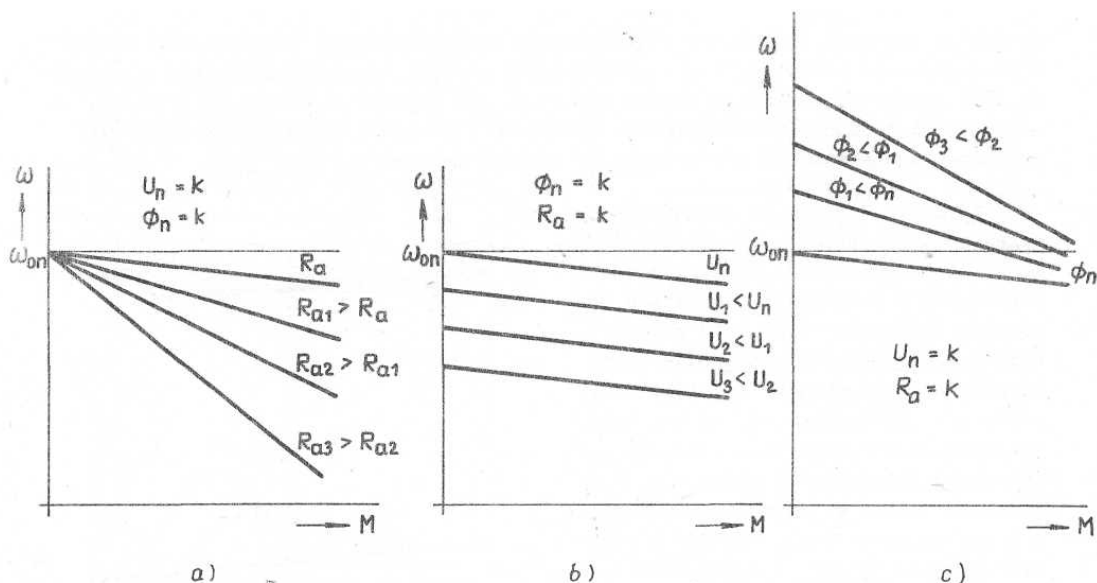
$$\omega = \frac{U_a}{C\Phi} - \frac{R_a \cdot I_a}{C\Phi} = \frac{U_a}{C\Phi} - \frac{R_a \cdot M}{(C\Phi)^2} = \omega_0 - k \cdot M = \omega_0 - \Delta\omega \quad (32)$$

Kde ω_0 je úhlová rychlost motoru naprázdno a její velikost určuje podíl napájecího napětí U_a a konstrukční konstanty $C\Phi$. Člen $k \cdot M$ ze vztahu (32) určuje tvrdost zatěžovací charakteristiky, tj. pokles otáček se zatížením. Konstanta k je rovna podílu odporu vinutí kotvy R_a a kvadrátu konstrukční konstanty motoru $C\Phi$. Konstanta k udává směrnici zatěžovací charakteristiky.

Otáčky motoru n určuje vztah (33) pro úhlovou rychlost ω . Základní jednotkou pro úhlovou rychlost je radián za sekundu.

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n \Rightarrow n = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \quad (33)$$

Po úpravě vztahu získáme otáčky motoru n za sekundu. Pokud vyžadujeme otáčky motoru za minutu, musíme tento vztah vynásobit 60. Na Obrázek 3-6 je zobrazena zatěžovací charakteristika stejnosměrného motoru s cizím buzením.



Obrázek 3-6 Zatěžovací charakteristika motoru s cizím buzením [3]

Z rovnice (33) popisující zatěžovací charakteristiku motoru lze vidět možnosti řízení stejnosměrného motoru, které jsou zobrazeny na obrázku nahoře. První možností, jak měnit otáčky motoru ω , je změnou hodnoty vstupního napětí U_a (napětí kotvy). Při řízení motoru změnou napájecího napětí U_a je velikost odporu vinutí R_a a magnetický tok Φ konstantní. Zatěžovací charakteristiky jsou rovnoběžné a jejich strmost se nemění. Mění se pouze hodnota otáček motoru na prázdko ω_0 . Tyto průběhy jsou na Chyba! Nenalezen zdroj odkazů., b).

Druhá možnost řízení otáček motoru ω je změnou magnetického toku Φ . Změna magnetického toku se realizuje změnou budícího napětí U_b . Při řízení otáček motoru pomocí změnou magnetického toku předpokládáme, že velikost napájecího napětí U_a a odporu vinutí kotvy R_a je konstantní. Odbudí-li se motor, sníží se magnetický tok Φ , tím se zvýší otáčky motoru naprázdko ω_0 a změní se strmost zatěžovací charakteristiky. Zatěžovací charakteristika při řízení otáček motoru pomocí magnetického toku je měkčí než u řízení otáček motoru napájecím napětím. Průběhy zatěžovací charakteristik jsou zobrazeny na Chyba! Nenalezen zdroj odkazů., c).

Třetí možností řízení otáček motoru ω je změnou velikosti odporu R_a . Z technických důvodů a z principu věci nelze hodnotu odporu vinutí kotvy R_a měnit, proto se k obvodu kotvy připojí vnější rezistor R . Při řízení otáček motoru změnou velikosti odporu R , uvažujeme, že se velikost magnetického toku Φ a napájecího napětí U_a je konstantní. Otáčky naprázdko ω_0 se nemění, mění se pouze strmost zatěžovací charakteristiky. Tento způsob řízení otáček motoru je velmi nevhodný. Jedná se o nevhodný způsob řízení otáček, protože se přebytečná elektrická energie mění na teplo v rezistoru R . Průběhy zatěžvacích charakteristik jsou zobrazeny na Obrázek 3-6, a).

3.3.2 Stejnosemřný motor při přechodovém ději

Stejnosemřný motor při přechodovém ději reprezentuje dynamický systém, který lze popsat diferenciálními rovnicemi. Diferenciální rovnice (20,21,22), popisující stejnosemřný motor s cizím buzením a jsou odvozeny v kapitole 3.3 Matematický popis stejnosemřného motoru. Pro připomenutí jsou zde znovu vypsány.

$$u_a(t) = R_a \cdot i_a(t) + L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + u_i(t) \quad (20)$$

$$u_b(t) = R_b \cdot i_b(t) + L_b \cdot \frac{di_b(t)}{dt} \quad (21)$$

$$M = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + B \cdot \omega(t) + M_0 \quad (22)$$

Pro získání přesnějšího matematického modelu stejnosemřného motoru s cizím buzením při přechodovém ději doplníme už známé rovnice o vztah vyjadřující magnetizační charakteristiku. Magnetizační charakteristika vyjadřuje nelineární závislost magnetického toku Φ na proudu budícího obvodu i_b .

$$\Phi = f(i_b) \quad (34)$$

Tato nelineární závislost se projeví ve vztahu (35) vyjadřující indukované napětí u_i v kotvě motoru a ve vztahu (36) vyjadřující moment motoru M . Matematický model stejnosemřného motoru je doplněn o následující rovnice.

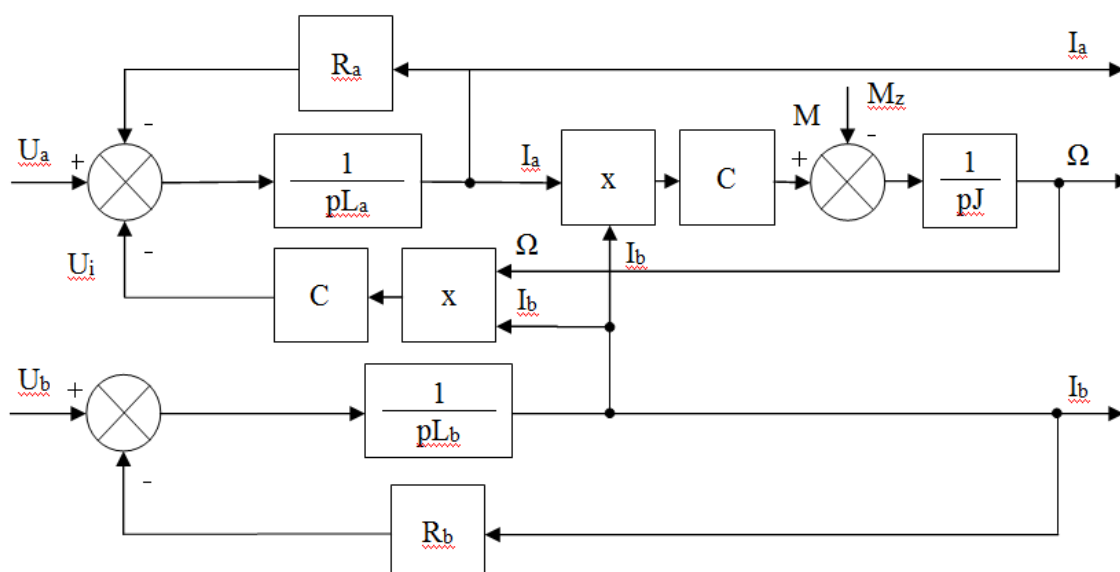
$$u_i(t) = C\phi \cdot \omega \quad \Rightarrow \quad u_i(t) = C \cdot f(i_b) \cdot \omega \quad (35)$$

$$M = C\phi \cdot i_a(t) \quad \Rightarrow \quad M = C \cdot f(i_b) \cdot i_a(t) \quad (36)$$

Kvůli nelinearitě magnetizační charakteristiky vznikne nelineární model nebo linearizovaný model v úzkém rozmezí zvoleného pracovního bodu. Nelineární závislost magnetizační charakteristiky lze nahradit konstantou Ψ . Po dosazení konstanty Ψ do vztahu (35) a (36) je indukované napětí kotvy u_i přímo úměrné rychlosti otáčení ω a točivý moment motoru M je přímo úměrný proudu protékajícího obvodem kotvy i_a .

$$\Psi = C \cdot f(i_b) \quad \Rightarrow \quad u_i(t) = \Psi \cdot \omega; \quad M = \Psi \cdot i_a(t) \quad (37)$$

Náhradnímu schématu stejnosemřného motoru s cizím buzením odpovídá blokové schéma Obrázek 3-7. Na tomto obrázku lze vidět jednotlivé vazby mezi obvodem kotvy a budícím obvodem motoru.



Obrázek 3-7 Blokové schéma stejnosměrného motoru s cizím buzením obrázek

Z náhradního a blokového schématu stejnosměrného motoru Obrázek 3-5 a Obrázek 3-7 je zřejmé, že vstupní veličiny jsou napájecí napětí kotvy u_a a napájecí napětí budícího obvodu u_b .

Regulace otáček motoru změnou budícího napětí u_b se často nepoužívá. V dnešní době jsou motory buzeny spíše permanentními magnety nežli elektromagnetem. U permanentních magnetů nelze měnit velikost magnetického toku, a proto možnost regulovat otáčky motoru změnou budícího napětí odpadá.

Regulace otáček motoru změnou napětí kotvy u_a je hlavní důvod využívání stejnosměrných motorů v regulaci. Při tomto typu řízení otáček lze zcela zanedbat vliv budícího obvodu, protože buzení motoru je v celém rozsahu otáček konstantní. V obvodu motoru se pouze uplatní odpor kotvy R_a , indukčnost vinutí kotvy L_a a indukované napětí v rotoru u_i .

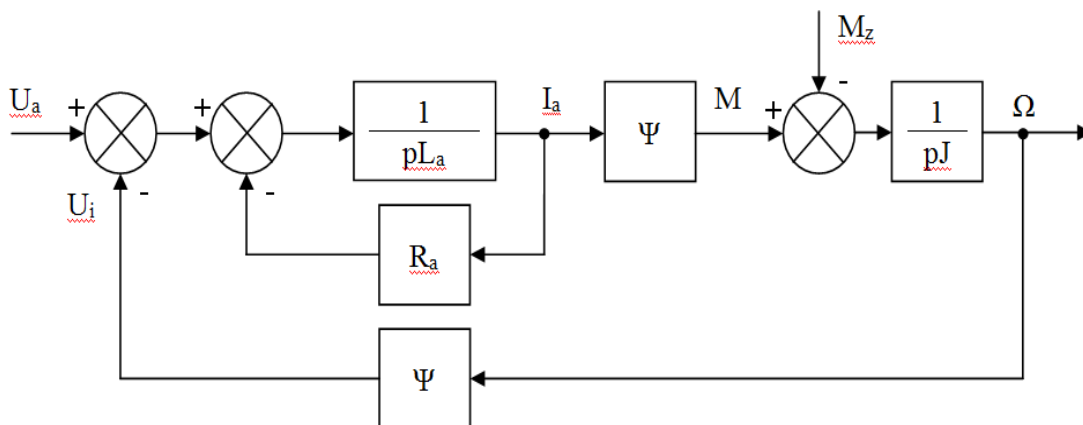
Použitím Laplaceovy transformace lze převést diferenciální rovnice na algebraické rovnice. Důvodem použití Laplaceovy transformace je, že algebraické rovnice lze řešit jednodušeji, nežli rovnice diferenciální. Po použití Laplaceovy transformace a dosazení matematických vztahů vzniknou rovnice v operátorovém tvaru. Rovnice obvodu kotvy v operátorovém tvaru má tvar.

$$U_a(p) = R_a \cdot I_a(p) + L_a \cdot pI_a(p) + \Psi \cdot \Omega(p) \quad (38)$$

Mechanická rovnice motoru v operátorovém tvaru má následující tvar.

$$J \cdot p\Omega(p) = \Psi \cdot I_a(p) - M_z \quad (39)$$

Z těchto vztahů lze nakreslit blokové schéma motoru (Obrázek 3-8). Při vytvoření blokového schématu se zanedbalo viskózní tření B . Další předpokladem pro vytvoření blokového schématu je, že stejnosměrný motor je řízen napětím kotvy.



Obrázek 3-8 Blokové schéma stejnosměrného motoru řízeného napětím kotvy

Nyní se model motoru převede do přenosového vyjádření pomocí předchozích rovnic. Z rovnice (38) se vyjádří proud kotvy $I_a(p)$, který se dosadí do rovnice (39) a provedou se potřebné úpravy, dostaneme vztah pro otáčky motoru $\Omega(p)$.

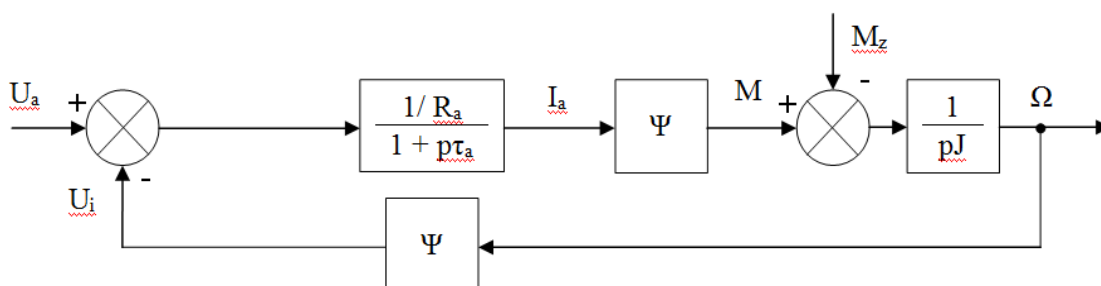
$$\Omega(p) = \frac{1}{\Psi} \cdot \frac{1}{\frac{L_a R_a J}{R_a \Psi^2} \cdot p^2 + \frac{R_a J}{\Psi^2} \cdot p + 1} \cdot U_a(p) - \frac{R_a}{\Psi^2} \cdot \frac{\frac{L_a}{R_a} \cdot p + 1}{\frac{L_a R_a J}{R_a \Psi^2} \cdot p^2 + \frac{R_a J}{\Psi^2} \cdot p + 1} \cdot M_z \quad (40)$$

Rovnici lze přepsat do jiného tvaru, kde τ_a je elektromagnetická časová konstanta a τ_m je elektromechanická časová konstanta. Tyto dvě časové konstanty popisují dynamické chování motoru. Elektromagnetická časová konstanta je definována poměrem indukčnosti vinutí kotvy motoru L_a a odporu vinutí rotoru R_a . Elektromechanická časová konstanta je definována vztahem.

$$\tau_m = \frac{R_a J}{\Psi^2} \quad (41)$$

Rovnici (42) lze rozdělit na dvě části. První část rovnice vyjadřuje přenos regulované soustavy a druhá část rovnice vyjadřuje přenos poruchové veličiny. Po matematické úpravě a použití algebry blokových schémat lze model stejnosměrného motoru ještě zjednodušit viz. Obrázek 3-9.

$$\Omega(p) = \frac{1}{\Psi} \cdot \frac{1}{\tau_a \cdot \tau_m \cdot p^2 + \tau_m \cdot p + 1} \cdot U_a(p) - \frac{R_a}{\Psi^2} \cdot \frac{\tau_a \cdot p + 1}{\tau_a \cdot \tau_m \cdot p^2 + \tau_m \cdot p + 1} \cdot M_z \quad (42)$$



Obrázek 3-9 Upravené blokové schéma stejnosměrného motoru řízeného napětím kotvy

4 Parametry motoru

V této práci je vybrán motor MF 112 S (Obrázek 4-4) od firmy EM Brno s.r.o. Jedná se o motor s cizím buzením. Základní parametry motoru jsou uvedeny na přístrojovém štítku viz. Příloha A. Pro přehlednost jsou tyto parametry vypsány do Tabulka 4-1.

Tabulka 4-1 Štítkové údaje stejnosměrného motoru

Název parametru	Zkratka	Hodnota	Jednotky
Výkon	P	4 000	W
Napětí kotvy	U_a	220	V
Maximální proud kotvou	I_a	22	A
Maximální otáčky	n	2500	ot/min
Napětí budícího vinutí	U_b	330	V
Maximální proud budícího vinutí	I_b	0,65	A

Pro porovnání matematického modelu a skutečného motoru byly naměřena závislost otáček motoru ω na napájecím napětí kotvy U_a . Tato závislost odpovídá regulaci otáček motoru ω změnou napětí kotvy U_a . Měření motoru bylo provedeno při konstantním buzení. Hodnota budícího napětí U_b byla nastavena na 270 V a proud protékající budícím obvodem I_b byl 0,61 A. Při prvním měření byl motor nezatížený. Motor tedy běžel beze změny zatížení, a proto naměřené hodnoty proudu protékajícího kotvou I_a jsou v celém měření stejné (Tabulka 4-2). Druhé měření se týkalo závislosti otáček motoru ω a proudu I_a na změně zatížení M_z (Tabulka 4-3).

Tabulka 4-2 Naměřené hodnoty stejnosměrného motoru

U_a [V]	I_a [A]	n [ot/s]	ω [rad/s]
40	1,6	7,1	44,61
80	1,6	14,8	92,99
120	1,6	22,7	142,63
161	1,6	31	194,78
180	1,6	34,8	218,65
201	1,6	39	245,04
220	1,6	42,7	268,29

Tabulka 4-3 Naměřené hodnoty stejnosměrného motoru při zatížení

U_a [V]	M_z [Nm]	I_a [A]	n [ot/s]	ω [rad/s]
217	2	3,2	41	257,61
217	4,6	6,6	40	251,33
217	6,2	8,4	39,5	248,19
217	7,8	10,6	39	245,04
217	10	13,6	38,5	241,90
217	11	14,4	38	238,76

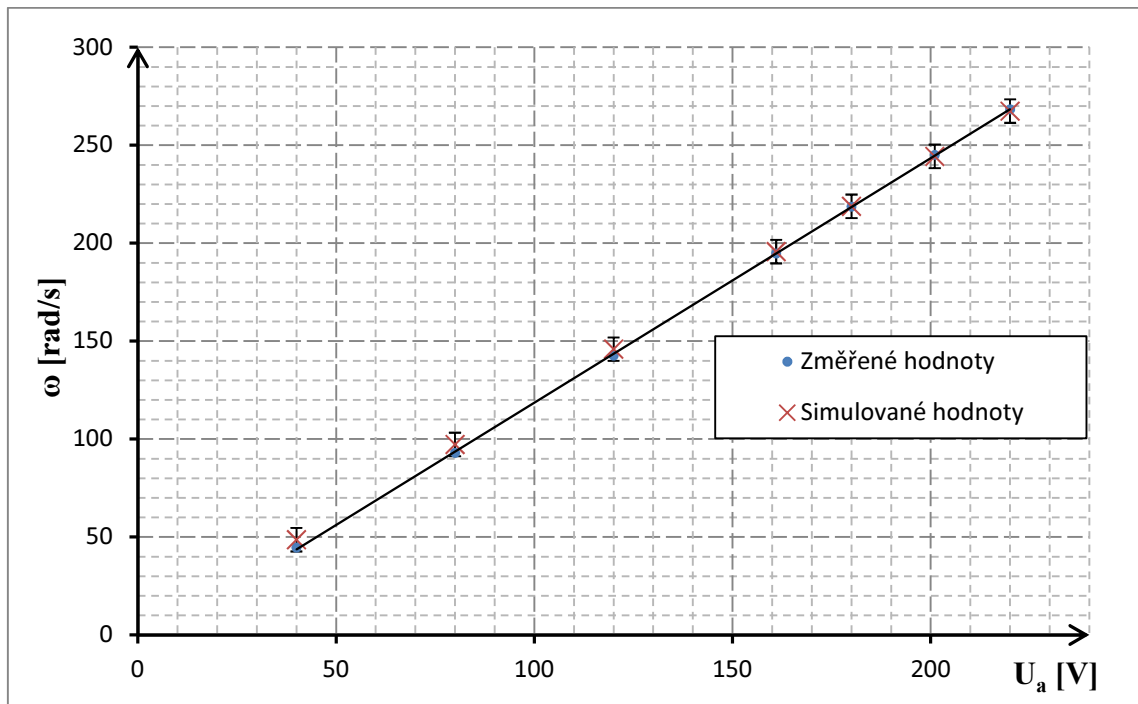
Parametry, které chybí na štítku motoru a nebyly ani obsaženy příslušným datasheetu, byly po žádosti na firmu EM Brno ochotně poslány na email. Jedná se o tyto parametry:

- Odpor obvodu kotvy $R_a = 0,625 \Omega$
- Indukčnost obvodu kotvy $L_a = 0,013 \text{ H}$
- Odpor budícího obvodu $R_b = 382 \Omega$
- Indukčnost budícího obvodu $L_b = 40 \text{ H}$

Poslední chybějící parametr motoru je konstantu motoru $C\Phi$. Tuto konstantu lze vypočítat z naměřených hodnot otáčkové charakteristiky a vhodným upravením rovnice (28) a dosazením rovnice (30) lze vyjádřit konstantu motoru $C\Phi$.

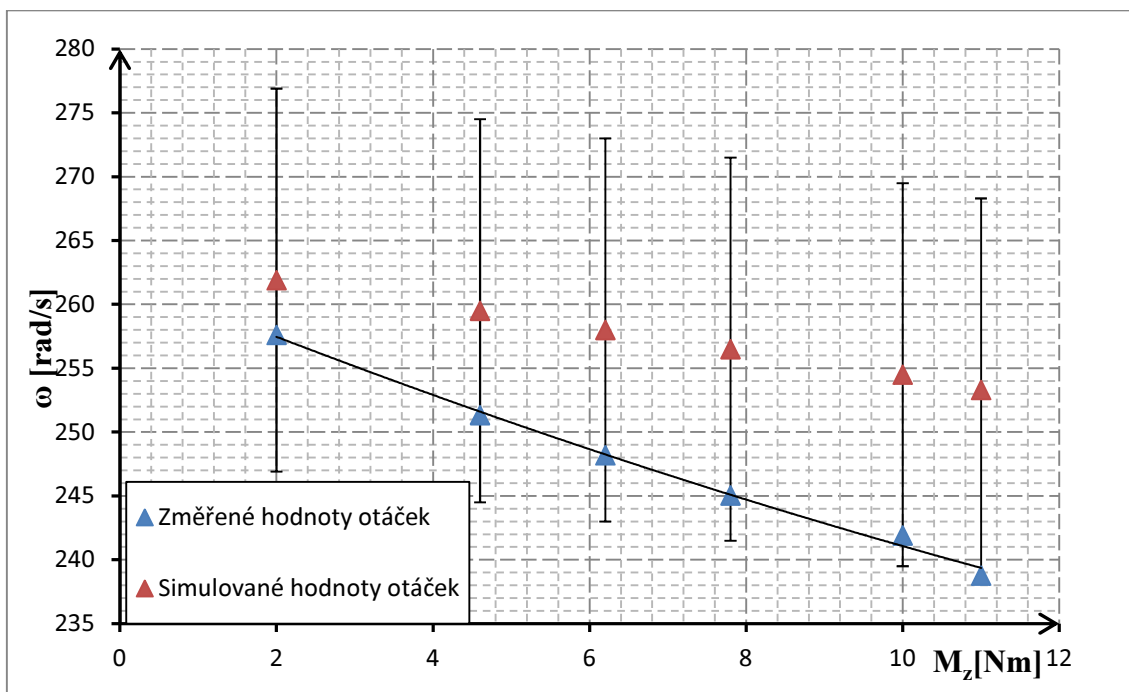
- Konstanta motoru $C\Phi = 0,8163 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{rad}$

Pro sestavení modelu motoru byly použity předchozí parametry a byla provedeno srovnání naměřených hodnot a hodnot získaných z matematického modelu. Srovnání závislosti otáček motoru ω na napětí kotvy U_a je zobrazeno na Obrázek 4-1.



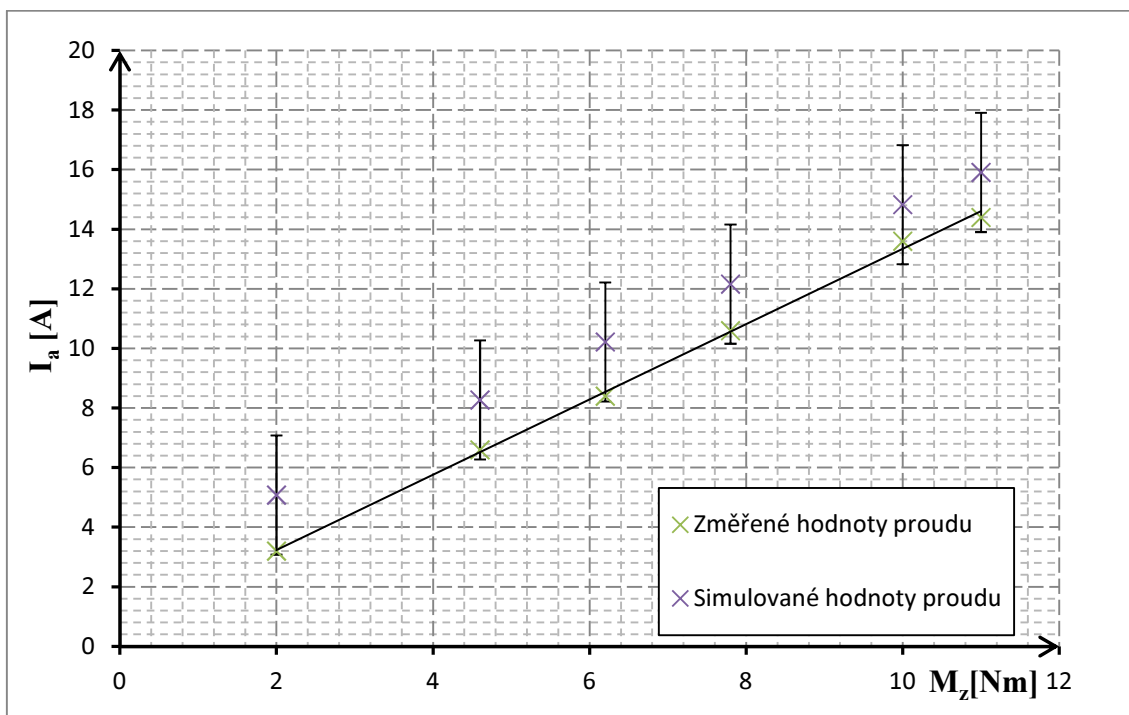
Obrázek 4-1 Graf zobrazující závislost otáček motoru ω na napětí kotvy U_a

Na Obrázek 4-2 je zobrazeno srovnání naměřených a simulovaných hodnot otáček ω a v závislosti na velikosti zatížení M_z .



Obrázek 4-2 Graf zobrazující závislost otáček ω na zatěžovacím momentu M_z

Na Obrázek 4-3 je zobrazeno srovnání naměřených a simulovaných hodnot proudu tekoucím motorem I_a v závislosti na velikosti zatížení M_z .



Obrázek 4-3 Graf zobrazující závislost proudu kotvy I_a na zatěžovacím momentu M_z

Naměřené hodnoty a hodnoty získané ze simulace se od sebe v některých částech grafů podstatě liší. To bylo způsobeno postupným měřením zatěžovací charakteristiky. Motorem při zvyšování zátěže tekla postupně větší proud, který měl za následek postupné ohřívání motoru. Postupné ohřívání má vliv na parametry motoru. Jedná se především o změnu hodnoty odpor vinutí kotvy R_a a to má dopad na změnu velikosti proudu tekoucím kotvou I_a a také na konstantu motoru CQ . Výrobce udává, že změna kotevního odporu při zahřátí může dosáhnout až 25 % nárůstu původní hodnoty. Dalším důvodem rozdílnosti hodnot je, že hodnota indukčnosti L_a se může pohybovat v rozmezí $\pm 30\%$. Důvodem takového rozmezí hodnot indukčnosti je způsobeno výběrem metody měření.



Obrázek 4-4 Stejnoseměrný motoru MF 112 S

5 Návrh řízení ve stavovém prostoru

Tato kapitola se zabývá popisem stejnoměrného motoru ve stavovém prostoru a následným návrhem zpětnovazebního regulátoru ve stavovém prostoru. Dále je zde popsáno návržení stavového pozorovatele ve spojité i diskrétní oblasti.

5.1 Spojitý stavový popis stejnoměrného motoru

Stavový popis stejnosměrného motoru vychází ze dvou diferenciálních rovnic (3.3 Matematický popis stejnosměrného motoru). Jedná se o diferenciální rovnici 1. řádu popisující elektrický obvod kotvy a o diferenciální rovnici 2. řádu popisující momentovou rovnováhu na hřídeli motoru. Tyto diferenciální rovnice upravíme do tvaru, který jsme použili pro modelování do programu Simulink.

$$\frac{di_a(t)}{dt} = \frac{1}{L_a} [u_a(t) - R_a \cdot i_a(t) - C\phi \cdot \omega(t)] \quad (43)$$

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{J} [C\phi \cdot i_a(t) - B \cdot \omega(t) - M_z] \quad (44)$$

Před sestavení matic A , B , C a D si zvolíme jednotlivé proměnné do vektoru vstupu \mathbf{u} , vektoru výstupu \mathbf{y} a vektoru stavových proměnných \mathbf{x} .

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_a \\ M_z \end{bmatrix} \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} \quad (45)$$

Po určení vstupního vektoru, výstupní vektoru a vektoru stavových proměnných lze přepsat rovnice (43 a 44) do rovnic (46 a 47) popisující stavový model lineárního dynamického systému.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (46)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (47)$$

Přepsáním diferenciálních rovnic do stavových rovnic vzniknou následující vztahy.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{C\phi}{L_a} \\ \frac{C\phi}{J} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_a \\ M_z \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$\begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_a \\ M_z \end{bmatrix} \quad (49)$$

Jednotlivé matice pak vypadají následovně.

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{C\phi}{L_a} \\ \frac{C\phi}{J} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad C = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = 0 \quad (50)$$

5.2 Postup návrhu řízení

1) Kontrola říditelnosti a pozorovatelnosti systému

Tuto kontrolu provedeme v programu Matlab, podle teorie uvedené v kapitole 2.3 Vlastnosti lineárních spojitých dynamických systémů, vytvořením matice říditelnosti M_c a matice pozorovatelnosti M_o . Matici říditelnosti vytvoříme příkazem *ctrb* a matici pozorovatelnosti vytvoříme příkazem *obsv*.

$$M_c = [B \ AB] \quad M_o = \begin{bmatrix} C \\ AC \end{bmatrix} \quad (51)$$

Jak matice říditelnosti M_c tak i matice pozorovatelnosti M_o mají hodnotu rovnou 2. Systém je 2. řádu z toho vyplývá, že systém je říditelný i pozorovatelný.

2) Určení stability systému a vlastních čísel matice A

Při návržení stavového regulátoru je potřeba ověřit stabilitu systému. Tu lze odpozorovat z umístění pólu systému v komplexní rovině. Mohou nastat tři možné stavy systému.

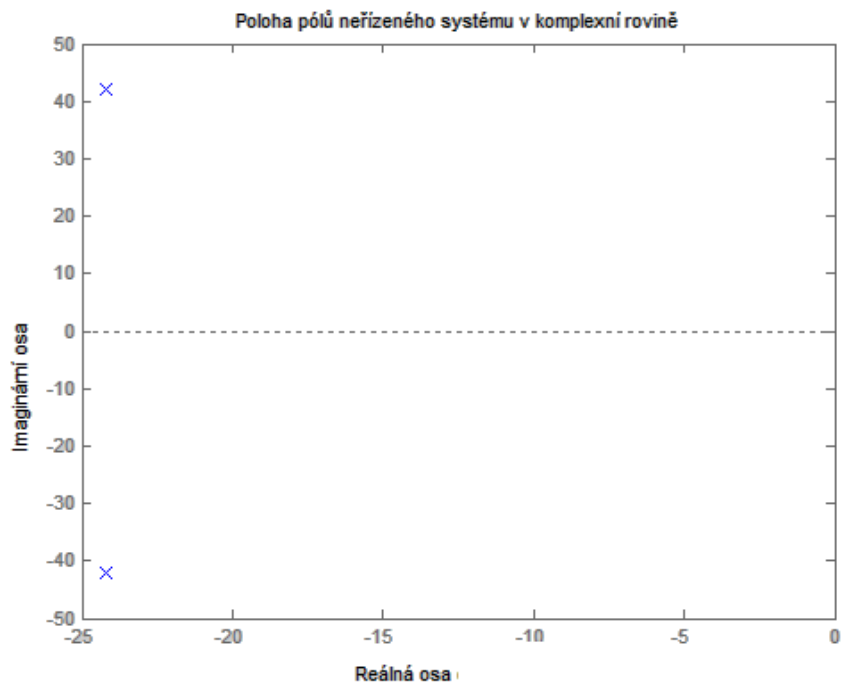
- Pól(y) systému leží na reálné ose v záporné části komplexní roviny. V tomto případě by byl systém **stabilní**.
- Pól(y) systému leží na reálné ose v záporné části komplexní roviny, ale mají i imaginární složku. V tomto případě je systém na **mezi stability**.
- Pól(y) systému leží na reálné ose v kladné části komplexní roviny. V tomto případě by byl systém **nestabilní**.

Jestliže je systém říditelný, lze určit vlastní čísla matice A , které určují dynamické vlastnosti systému a rozhodují o stabilitě systému. Charakteristický polynom systému se vypočítá podle vztahu (52).

$$\det(pI - A) = |pI - A| = 0 \quad (52)$$

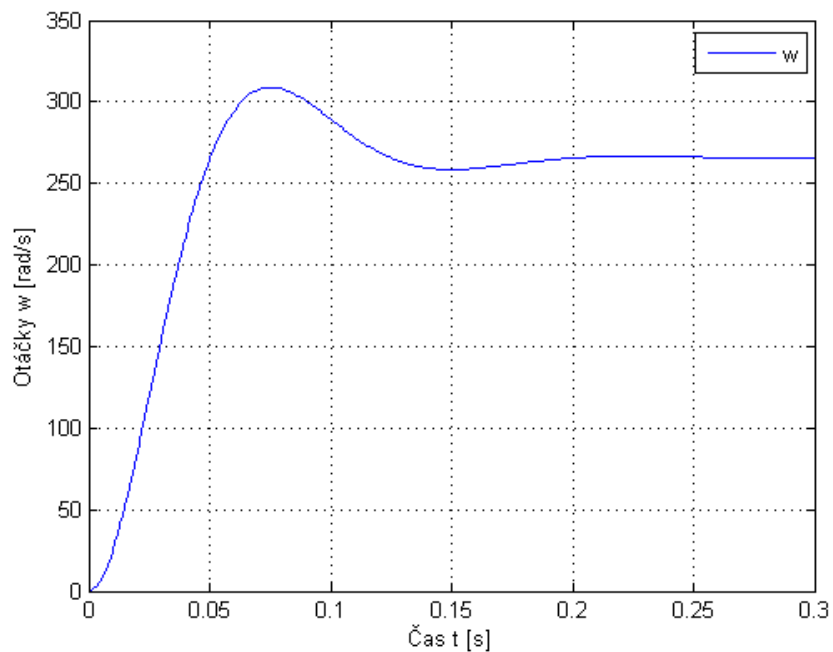
$$\begin{aligned} |pI - A| &= \left| p \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{C\phi}{L_a} \\ \frac{C\phi}{J} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \right| = \left| \begin{bmatrix} p + \frac{R_a}{L_a} & \frac{C\phi}{L_a} \\ -\frac{C\phi}{J} & p + \frac{B}{J} \end{bmatrix} \right| = \\ &= p^2 + p \cdot \left(\frac{R_a}{L_a} + \frac{B}{J} \right) + \frac{R_a \cdot B + C\phi^2}{L_a \cdot J} = 0 \end{aligned} \quad (53)$$

Motor má dva komplexně sdružené póly $p_1 = -24,23 + 41,96i$ a $p_2 = -24,23 - 41,96i$. Umístění polohy pólů neřízené soustavy v komplexní rovině je zobrazeno na Obrázek 5-1.



Obrázek 5-1 Umístění pólů neřízeného systému

Na Obrázek 5-2 je zobrazen průběh úhlové rychlosti ω neřízeného motoru při vstupním napájení $U_a = 220$ V a zátěžném momentu $M_z = 2$ Nm.



Obrázek 5-2 Úhlová rychlost neřízeného systému

5.3 Návrh zpětnovazebního regulátoru

Zpětnovazební regulátor je navržen pro lineární časově neproměnný systém. Při popisu stavového zpětnovazebního řízení uvažujeme, že systém je říditelný a pozorovatelný. Tato soustava bude popsána stavovou rovnicí (54) a rovnicí výstupu (55). Tyto rovnice reprezentují otevřenou smyčku systému, který má být řízen. Dynamické vlastnosti jsou dány vlastními čísly stavové matice A .

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (54)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) \quad (55)$$

Zavedením regulátoru se blokové schéma stavového popisu změní, jak je uvedeno na Obrázek 5-3. Regulátor K je zapojen do záporné zpětné vazby. Zavedením záporné zpětné vazby se změní vstupní vektor $\mathbf{u}(t)$.

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{w}(t) - \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(t) \quad (56)$$

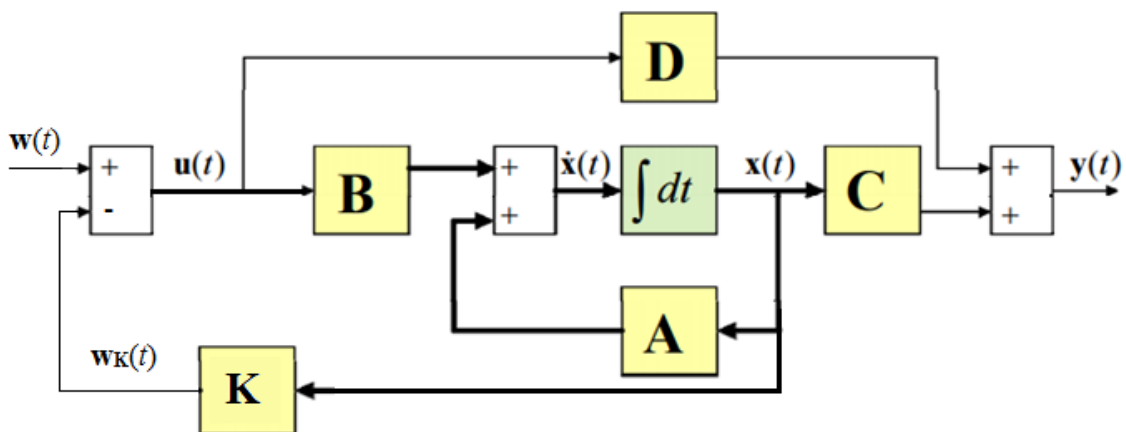
Vhodným navržením stavového zpětnovazebního regulátoru K změním polohu pólů uzavřené smyčky. Póly volíme, tak abychom dosáhli požadovaných dynamických vlastností systému. Dosazením vztahu (56) do stavové rovnice (54) a vhodné úpravě bude stavová rovnice mít následující tvar.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{BK}) \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{w}(t) \quad (57)$$

Nový vstupní vektor $\mathbf{w}(t)$ musí mít stejný rozměr jako vstupní vektor $\mathbf{u}(t)$ otevřené smyčky. Matice K má definovaný rozměr $r \times n$. Vznikne nová stavová matice $\mathbf{A} - \mathbf{BK}$ uzavřené soustavy se zpětnou vazbou. Rovnicí (58) určíme kořeny charakteristického polynomu uzavřeného systému.

$$\det(p\mathbf{I} - \mathbf{A}) = |p\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}| = 0 \quad (58)$$

Zvolíme vhodné kořeny p_1 a p_2 . Metodou porovnání koeficientů u polynomů vytvořených rovnicí (52) a (58) vypočítáme zesílení regulátoru K . Vypočet koeficientů regulátoru K v Matlabu provedeme příkazem *place*.

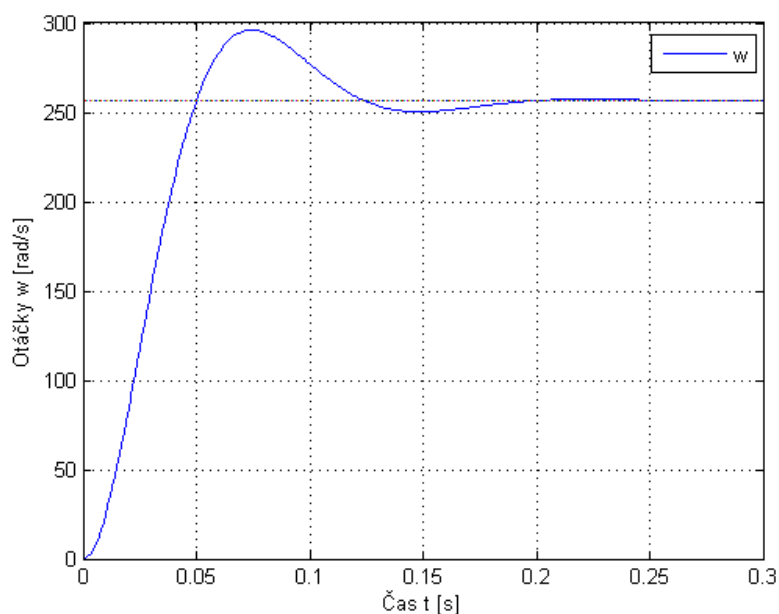


Obrázek 5-3 Blokové schéma stavového systému se zpětnovazebním regulátorem K

K regulaci motoru pomocí zpětnovazební smyčkou K byly zvoleny následující kořeny.

Komplexně sdružené kořeny $p_1 = -50 + 65i$ a $p_2 = -50 - 65i$

Na Obrázek 5-4 je zobrazen průběh úhlové rychlosti ω v zapojení motoru se zpětnou vazbou při vstupním napájení $U_a = 220$ V a zátěžném momentu $M_z = 2$ Nm.



Obrázek 5-4 Úhlová rychlost řízeného systému zpětnou vazbou K

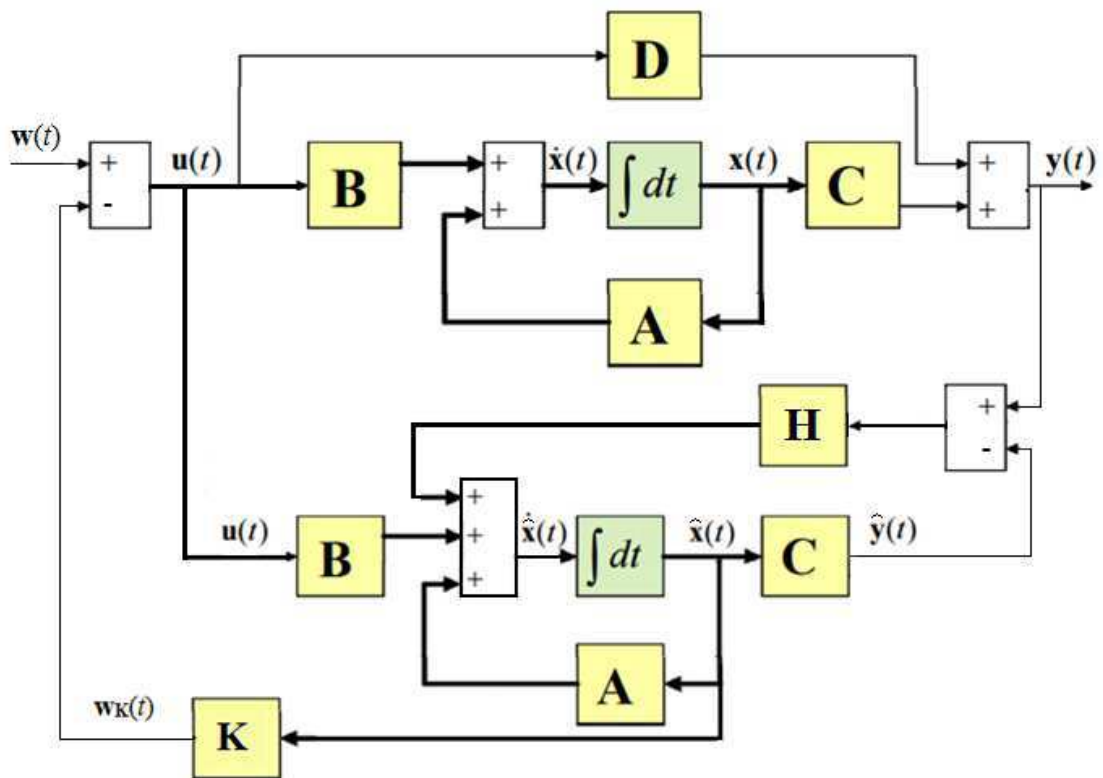
5.4 Návrh stavového pozorovatele

Existují dva typy stavových pozorovatelů full-order observer (plně pozorovatelný) anebo minimum-order observer (s minimálním počtem pozorovaných stavových proměnných). Pozorovatel se zavádí z důvodu, že některé výstupní veličiny nelze měřit. Následný návrh se bude zabývat pozorovatele plného řádu.

Model stavového pozorovatele se skládá ze stejných matic jako systém, jak je patrné z blokového schématu (Obrázek 5-5). Pozorovatel má také vlastní zpětnou vazbu. Zpětná vazba pozorovatele H porovnává odchylku mezi skutečnou a pozorovatelnou výstupní veličinou ($y(t) - \tilde{y}(t)$). Výstupem z pozorovatele jsou rekonstruované stavové proměnné $\tilde{x}(t)$. Tyto stavové proměnné se vypočítají na základě informací získaných ze vstupu $u(t)$ a výstupu $y(t)$. Označení „~“ v následujících rovnicích je pro stavový popis pozorovatele.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \tilde{x}(t) + \mathbf{B} \cdot u(t) + \mathbf{H} \cdot (y(t) - \tilde{y}(t)) \quad (59)$$

$$\tilde{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \tilde{x}(t) + \mathbf{D} \cdot u(t) \quad (60)$$



Obrázek 5-5 Blokové schéma stavového systému s pozorovatelem

Dosazením rovnice (60) do rovnice (59) a příslušných úpravách se změří stavová rovnice pozorovatele následovně.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - HC) \cdot \tilde{x}(t) + (B - HD) \cdot u(t) + H \cdot y(t) \quad (61)$$

Vhodným zvolením pólu pozorovatele dosáhneme požadovaného dynamického chování systému. Póly pozorovatele by měly být minimálně pět-krát větší než póly samotného systému. Vznikne nová stavová matice $A - HC$ uzavřené systému s pozorovatelem, která popisuje dynamické vlastnosti. Rovnicí (62) se určí kořeny charakteristického polynomu.

$$\det(pI - A + HC) = |pI - A + HC| = 0 \quad (62)$$

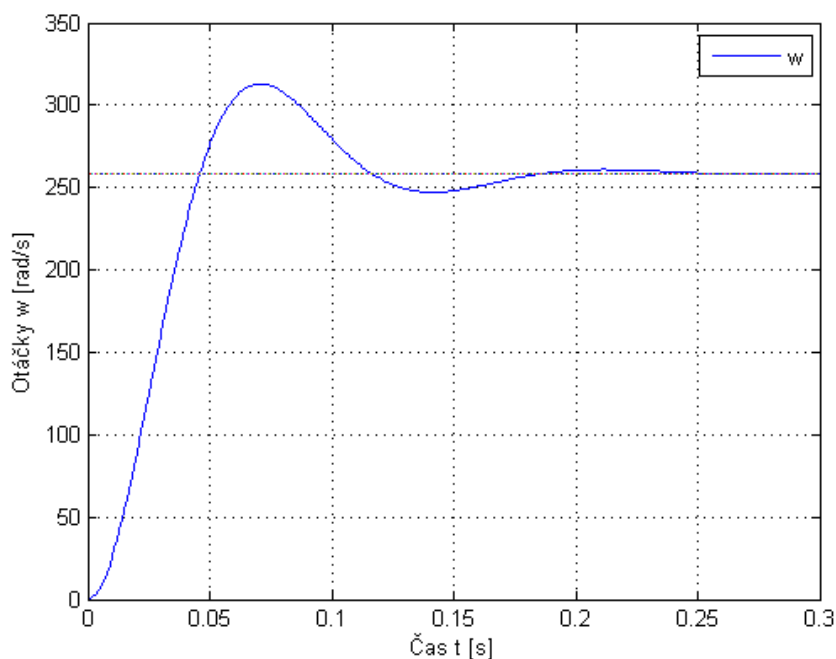
Zvolíme vhodné kořeny p_{1o} a p_{2o} . Metodou porovnání koeficientů u polynomů u rovnic (52) a (62) vypočítáme zpětnovazební matici pozorovatele H . Vypočet matice H v Matlabu provedeme příkazem `place`.

Kořeny pozorovatele byly zvoleny

Pro pozorovatele byly komplexně sdružené kořeny, ale s pětkrát větší reálnou složkou než u kořenů neřízeného motoru.

Komplexně sdružené kořeny pozorovatele $p_{1o} = -100 + 20i$ a $p_{2o} = -100 - 20i$. Na Obrázek 5-6 je zobrazen průběh úhlové rychlosti ω v zapojení motoru se zpětnou vazbou a pozorovatelem při vstupním napájení $U_a = 220$ V a zátěžném momentu $M_z = 2$ Nm

Kořeny ve zpětné vazbě jsou také komplexně sdružené a byly zvoleny následující hodnoty $p_1 = -40 + 70i$ a $p_2 = -40 - 70i$.



Obrázek 5-6 Úhlová rychlost systému s pozorovatelem

5.5 Návrh stavového minimum-order pozorovatele v diskrétní oblasti

Pozorovatel s minimálním počtem pozorovaných stavových proměnných (minimum-order observer) se používá tam, kde je zbytečné pozorovat všechny stavové proměnné. Tento typ pozorovatele pracuje pouze se stavovými proměnnými, které nejsou přímo měřitelné. Pozorovatel navrhujeme v diskrétní oblasti a lze popsat následnými rovnicemi. Původní systém (spojitý model DC motoru) musíme převést do diskrétní podoby, to provedeme v Matlabu příkazem *c2d*. Pro diskretizaci systému je potřeba určit vzorkovací perioda T . Hodnota vzorkovací periody se určuje z odezvy systému na jednotkový skok při hodnotě T_{95} . Hodnota vzorkovací periody se určí následujícím vztahem.

$$T = \left(\frac{1}{6} \div \frac{1}{15} \right) \cdot T_{95} \quad (63)$$

U lineárního časově neměnného systému po diskretizaci vypadá stavová rovnice a výstupní rovnice následovně.

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{G} \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{H} \cdot \mathbf{u}(k) \quad (64)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(k) \quad (65)$$

Stavový vektor $\mathbf{x}(k)$ je rozdělen na dvě části, kde $\mathbf{x}_a(k)$ je část stavového vektoru pro měřitelné veličiny o rozměru r a $\mathbf{x}_b(k)$ je část stavového vektoru pro neměřitelné veličiny o rozměru $(n-r)$.

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_a(k) \\ \dots \\ \mathbf{x}_b(k) \end{bmatrix} \quad (66)$$

Po dosazení vztahu (66) má stavová rovnice v diskrétní oblasti tvar (67) a rovnici výstupu (65) lze přepsat do následující rovnice (68).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_a(k+1) \\ \dots \\ \mathbf{x}_b(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{aa} & \vdots & \mathbf{G}_{ab} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{G}_{ba} & \vdots & \mathbf{G}_{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_a(k) \\ \dots \\ \mathbf{x}_b(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_a \\ \dots \\ \mathbf{H}_b \end{bmatrix} \cdot \mathbf{u}(k) \quad (67)$$

$$\mathbf{y}(k) = [\mathbf{I} \quad \vdots \quad \mathbf{0}] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_a(k) \\ \dots \\ \mathbf{x}_b(k) \end{bmatrix} \quad (68)$$

Rozměry jednotlivých maticí jsou závislé na jednotlivých vektorech stavového popisu [$\mathbf{x}(k)$ – n vektor, $\mathbf{y}(k)$ – r vektor, $\mathbf{u}(k)$ – m vektor].

$$\mathbf{G}_{aa} = r \times r; \quad \mathbf{G}_{ab} = r \times (n - r); \quad \mathbf{G}_{ba} = (n - r) \times r; \quad \mathbf{G}_{bb} = (n - r) \times r;$$

$$\mathbf{H}_a = r \times m; \quad \mathbf{H}_b = (n - r) \times m;$$

Po rozdělení rovnice (67) získáme dvě rovnice. První část rozdělené rovnice popisuje měřenou část stavové proměnné a druhá část rovnice popisuje neměřenou část stavové proměnné.

$$\mathbf{x}_a(k+1) = \mathbf{G}_{aa} \cdot \mathbf{x}_a(k) + \mathbf{G}_{ab} \cdot \mathbf{x}_b(k) + \mathbf{H}_a \cdot \mathbf{u}(k) \quad (69)$$

$$\mathbf{x}_b(k+1) = \mathbf{G}_{ba} \cdot \mathbf{x}_a(k) + \mathbf{G}_{bb} \cdot \mathbf{x}_b(k) + \mathbf{H}_b \cdot \mathbf{u}(k) \quad (70)$$

Rovnice (70) popisuje dynamiku neměřené části stavové proměnné. Rovnici (69) lze upravit tak, že levá strana rovnice je měřitelná a celá rovnice působí jako výstupní rovnice pozorovatele.

$$\mathbf{x}_a(k+1) - \mathbf{G}_{aa} \cdot \mathbf{x}_a(k) - \mathbf{H}_a \cdot \mathbf{u}(k) = \mathbf{G}_{ab} \cdot \mathbf{x}_b(k) \quad (71)$$

Návrh stavového pozorovatele (minimum-order) lze provést nahrazením dané podle Tabulka 5-1 do rovnice (61) pro plně pozorovatelného pozorovatele. Při nahrazení uvažujeme, že matice \mathbf{D} je nulová.

Tabulka 5-1 Porovnání minimum-order a full-order pozorovatele [7]

Full-order state observer	Minimum-order state observer
$\tilde{\mathbf{x}}(k)$	$\tilde{\mathbf{x}}_b(k)$
\mathbf{G}	\mathbf{G}_{bb}
$\mathbf{H}\mathbf{u}(k)$	$\mathbf{G}_{ba} \mathbf{x}_a(k) + \mathbf{H}_b \mathbf{u}(k)$
$\mathbf{y}(k)$	$\mathbf{x}_a(k+1) - \mathbf{G}_{aa} \mathbf{x}_a(k) - \mathbf{H}_a \mathbf{u}(k)$
\mathbf{C}	\mathbf{G}_{ab}
$\mathbf{K}_e, \quad n \times m$ matrix	$\mathbf{K}_e, \quad (n - m) \times m$ matrix

Po dosazení podle Tabulka 5-1 získáme rovnici definující stavového pozorovatele s minimální počtem pozorovaných stavových proměnných.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_b(k+1) = & (\mathbf{G}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}) \cdot \tilde{\mathbf{x}}_b(k) + \mathbf{G}_{ba} \cdot \mathbf{x}_a(k) + \mathbf{H}_b \cdot \mathbf{u}(k) + \\ & + \mathbf{K}_e \cdot [\mathbf{x}_a(k+1) - \mathbf{G}_{aa} \cdot \mathbf{x}_a(k) - \mathbf{H}_a \cdot \mathbf{u}(k)] \end{aligned} \quad (72)$$

Z rovnice (68) plyne následující vztah, který dosadíme do rovnice (72) a po matematických úpravách získáme rovnice popisující pozorovatele.

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{x}_a(k) \quad (73)$$

Rovnice popisující pozorovatele s minimální počtem pozorovaných stavových proměnných. Tyto rovnice popisují dynamické vlastnosti pozorovatele.

$$\tilde{\mathbf{x}}_b(k) - \mathbf{K}_e \cdot \mathbf{y}(k) = \tilde{\mathbf{x}}_b - \mathbf{K}_e \cdot \mathbf{x}_a(k) \quad (74)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\eta}}(k+1) = & (\mathbf{G}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{G}_{ab}) \cdot \tilde{\boldsymbol{\eta}}(k) + [(\mathbf{G}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{G}_{ab}) \cdot \mathbf{K}_e + \mathbf{G}_{ba} - \mathbf{K}_e \mathbf{G}_{aa}] \cdot \mathbf{y}(k) \\ & + (\mathbf{H}_b - \mathbf{K}_e \mathbf{H}_a) \cdot \mathbf{u}(k) \end{aligned} \quad (75)$$

Rovnici (75) upravíme do přehlednějšího tvaru (76) a tomu odpovídá blokové schéma na Obrázek 5-7. Po zpřehlednění mají pak jednotlivé matice následující tvar.

$$\tilde{\boldsymbol{\eta}}(k+1) = \hat{\mathbf{G}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\eta}}(k) + \hat{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{y}(k) + \hat{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{u}(k) \quad (76)$$

$$\hat{\mathbf{G}} = \mathbf{G}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{G}_{ab}; \quad \hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{G}} \mathbf{K}_e + \mathbf{G}_{ba} - \mathbf{K}_e \mathbf{G}_{aa}; \quad \hat{\mathbf{F}} = \mathbf{H}_b - \mathbf{K}_e \mathbf{H}_a$$

Z charakteristického polynomu pozorovatele dáno rovnicí (77) vypočteme kořeny tohoto polynomu.

$$\det(z\mathbf{I} - \mathbf{G}_{bb} + \mathbf{K}_e \mathbf{G}_{ab}) = |z\mathbf{I} - \mathbf{G}_{bb} + \mathbf{K}_e \mathbf{G}_{ab}| = 0 \quad (77)$$

Zvolíme vhodný kořen a metodou porovnání koeficientů vypočítáme zpětnovazební matici pozorovatele \mathbf{K}_e . Vypočet matice \mathbf{K}_e se provedeme v Matlabu příkazem *place*.

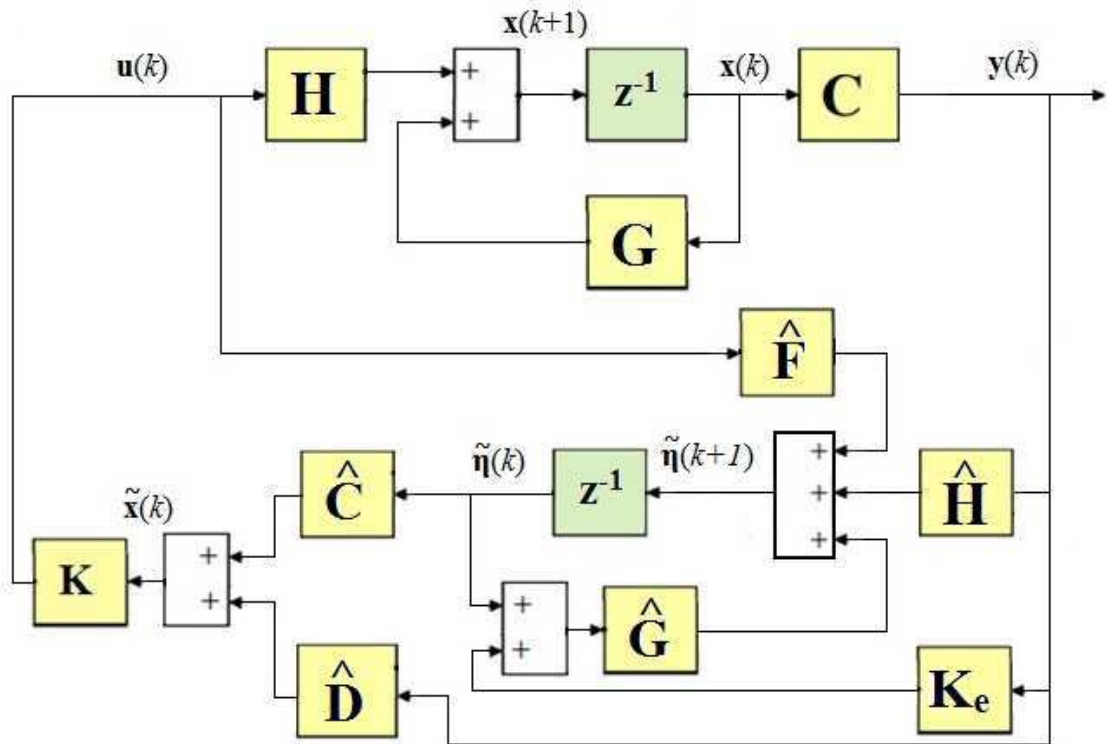
Charakteristická rovnice pro celý systém s pozorovatelem má tvar.

$$|z\mathbf{I} - \mathbf{G} + \mathbf{H}\mathbf{K}| |z\mathbf{I} - \mathbf{G}_{bb} + \mathbf{K}_e \mathbf{G}_{ab}| = 0 \quad (78)$$

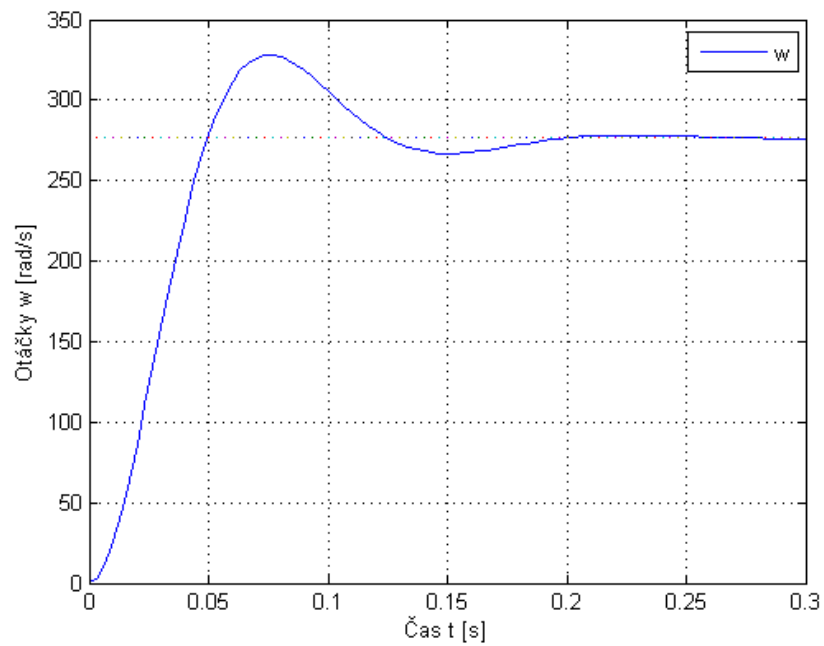
U minimum-order pozorovatele bylo vybráno, že hodnota proudu I_a je měřitelná a otáčky motoru ω budou neměřitelné. Po rozdělení rovnice na měřitelnou a neměřitelnou část, vyplývá, že pozorovatel bude mít pouze jeden kořen charakteristické rovnice. Jeho hodnota je pouze záporná reálná část $p_o = -100$. Opět je velikost zlovena přibližně pětkrát větší než u reálné části kořenů neřízeného motoru.

Kořeny ve zpětné vazbě byly zvoleny také jako komplexně sdružené a jejich hodnoty jsou $p_1 = -2 + 35i$ a $p_2 = -2 - 35i$. Kořeny pozorovatele i kořeny zpětnovazební smyčky se musím převést do diskretní oblasti. V matlabu je toto provedeno příkazem $\exp((p_1, p_2) \cdot T)$, kde p_1 a p_2 jsou zvolené kořeny a T je vzorkovací perioda, kterou se určí podle vztahu (63).

Na Obrázek 5-8 je zobrazen průběh úhlové rychlosti ω v zapojení motoru se zpětnou vazbou a pozorovatelem při vstupním napájení $U_a = 220$ V a zátěžném momentu $M_z = 2$ Nm



Obrázek 5-7 Blokové schéma systému s minimum-order observer



Obrázek 5-8 Úhlová rychlost systému s diskretním pozorovatelem

5.5.1 Návrh minimum-order pozorovatele v spojité oblasti

Tato kapitola se zabývá návrhem polohové řízení motoru s využitím minimum-order pozorovatele. Návrh je proveden ve spojité oblasti. Dříve navržený stavový popis motoru se rozšíří o jednu stavovou proměnou a tou bude úhlové natočení φ .

$$\dot{\varphi} = \omega \quad (79)$$

Popis motoru se skládá ze tří diferenciálních rovnic a to z rovnice (43) a rovnice (44) a nové rovnice (79), popisující vztah mezi úhlovým natočením φ a úhlovou rychlostí ω . Vektor stavovou proměnných $\mathbf{x}(t)$ a vektor výstupu $\mathbf{y}(t)$ lze definovat následovně.

$$\mathbf{y} = [\varphi] \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \omega \\ i_a \end{bmatrix} \quad (80)$$

Po určení podoby stavového vektoru a vektoru výstupu a dosažení diferenciálních rovnic do rovnic stavového popisu získají stavové rovnice následující podobu.

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\omega} \\ \dot{i}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{C\phi}{J} & -\frac{B}{J} \\ 0 & -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{C\phi}{L_a} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi \\ \omega \\ i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{1}{L_a} \end{bmatrix} \cdot [u] \quad (81)$$

$$[\varphi] = [1 \ 0 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} \varphi \\ \omega \\ i_a \end{bmatrix} + [0] \cdot [u] \quad (82)$$

Pro vytvoření minimum-order pozorovatele musím rozdělit stavové proměnné na měřitelné a neměřitelné. V tomto případě jsme zvolili jako měřitelnou veličinu úhlové natočení φ a úhlovou rychlost ω a proud kotvy i_a jsme zvolili jako neměřitelné veličiny. Zvolené neměřitelné veličiny pozorovatel bude počítat a nebude je sledovat. Stavovou matici \mathbf{A} rozdělíme na čtyři části a vstupní matice \mathbf{B} rozdělíme na dvě části podle rovnice (67).

$$\begin{aligned} A_{aa} &= 0 & A_{ab} &= [1 \ 0] \\ A_{ba} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & A_{bb} &= \begin{bmatrix} \frac{C\phi}{J} & -\frac{B}{J} \\ -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{C\phi}{L_a} \end{bmatrix} \\ B_a &= \frac{U_a}{L_a} & B_b &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (83)$$

Navrhujeme vhodné póly zpětnovazební smyčky \mathbf{K} , jelikož byl stavový popis rozšířen o novou stavovou proměnou φ , musíme rozšířit rozměr zpětnovazební matice \mathbf{K} . Vypočet zpětnovazební matice se v Matlabu vypočítá příkazem *place*.

Vstupní parametry pro výpočet matice \mathbf{K} jsou matice \mathbf{A} a \mathbf{B} . Jelikož stavový pozorovatel počítá pouze se dvěma neměřitelnými veličinami, musíme matici \mathbf{K} rozdělit na dvě části (\mathbf{K}_a a \mathbf{K}_b). Opět na část pro měřitelné veličiny a neměřitelné veličiny. Stejným způsobem se vypočítá i zpětnovazební matice pozorovatele \mathbf{K}_e . Avšak póly pozorovatele by měli být při návrhu alespoň 5krát větší než póly neřízeného systému. Vstupní parametry pro výpočet zpětné vazby pozorovatele \mathbf{K}_e jsou matice \mathbf{A}_{bb} a \mathbf{A}_{ab}

Vznikne nová stavová rovnice (84) a jednotlivé matice mají následující tvar.

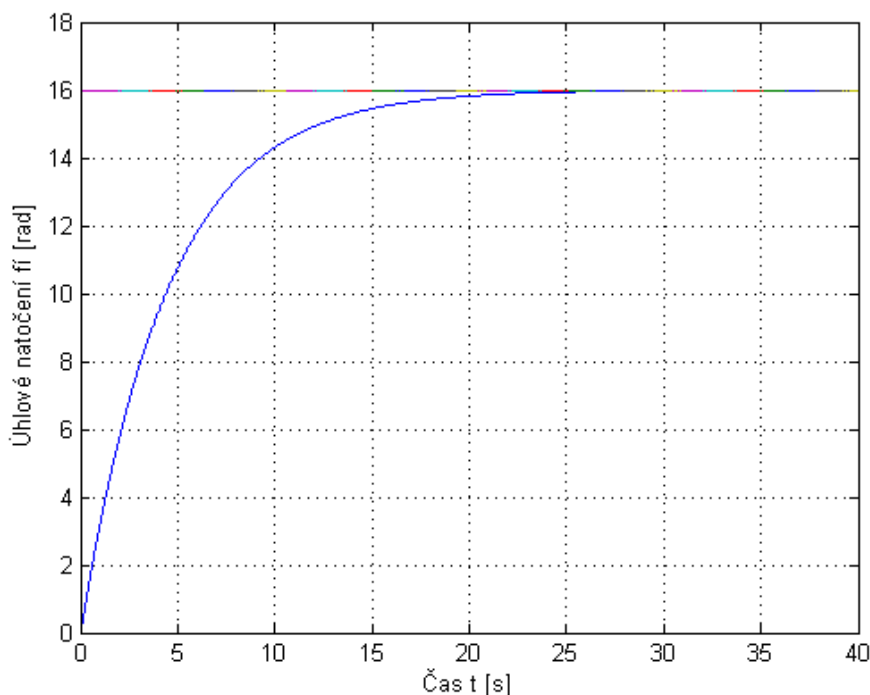
$$\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t) = \hat{\mathbf{A}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\eta}}(t) + \hat{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{y}(t) + \hat{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{u}(t) \quad (84)$$

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}; \quad \hat{\mathbf{B}} = \hat{\mathbf{A}} \mathbf{K}_e + \mathbf{A}_{ba} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{aa}; \quad \hat{\mathbf{F}} = \mathbf{B}_b - \mathbf{K}_e \mathbf{B}_a \quad (85)$$

Celý systém pak lze popsat následujícími maticemi.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}} &= \hat{\mathbf{A}} - \hat{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{K}_b; & \tilde{\mathbf{B}} &= \hat{\mathbf{B}} - \hat{\mathbf{F}} \cdot (\mathbf{K}_a + \mathbf{K}_b \cdot \mathbf{K}_e) \\ \tilde{\mathbf{C}} &= -\mathbf{K}_b; & \tilde{\mathbf{D}} &= -(\mathbf{K}_a + \mathbf{K}_b \mathbf{K}_e) \end{aligned} \quad (86)$$

Na Obrázek 5-9 Průběh úhlové natočení je zobrazen průběh úhlového natočení na požadovanou hodnotu na vstupu do systému.



Obrázek 5-9 Průběh úhlové natočení φ

Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo navrhnout a realizovat řízení stejnoměrného motoru s cizím buzením ve stavovém prostoru. V úvodu se bakalářská práce zabývá teorií a vlastnostmi systému popsaným stavovým popisem. Další část rešeršní práce se zaměřuje na strukturu stejnosměrných motorů jejich rozdělení podle způsobu buzení magnetického pole a podle způsobu řízení otáček. V této části je popsán způsob vytvoření rovnic popisující stejnosměrný motor a následné vytvoření matematického popisu pro zvolený typ motoru.

Pro vhodnou metodu návrh stavového regulátoru bylo zapotřebí nejprve určit matematický popis motoru. Ten byl určen na základě parametrů získaných od firmy EM Brno s.r.o. Jedná se o stejnoměrný motor s cizím buzením MF 112 S. Tyto parametry motoru byly simulačně ověřeny ve vytvořeném modelu motoru v programu Simulink a srovnány s naměřenými hodnotami.

V této práci jsou popsány dvě možnosti návrhu stavového regulátoru. Regulace pomocí zpětnovazební smyčky a stavového pozorovatele. Návrh a popis stavového pozorovatele je rozdělen do spojité nebo diskrétní oblasti. Dále lze pozorovatele rozdělit, jestli se jedná o plně pozorovatelného (full-order) nebo o pozorovatele s minimálním počtem pozorovaných stavových proměnných (minimum-order).

Návrh a realizace stavového regulátoru byla provedena simulačně v programu Simulink, kde je navrženo polohové řízení motoru. Pro řízení polohy byl vybrán stavový minimum-order pozorovatel. Řízení polohy je provedeno ve spojité oblasti.

Návrh a poznatky z diskrétního stavového pozorovatele by se daly implementovat pro vytvoření hardwaru v případné diplomové práci v magisterském studiu pro konkrétní fyzický motor

Literatura

- [1] SKALICKÝ, Jiří.: *Teorie řízení I.* 1. vyd. Brno: VUT FEKT, 2002. ISBN 80-214-2112-6.
- [2] ONDRŮŠEK, Čestmír.: *Skripta, Elektrické stroje* Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Vysoké učení technické v Brně, 2016.
- [3] *Stejnoseměrné stroje (Motory)* [online]. [cit. 2017-05-17]. Dostupné z: <http://fei1.vsb.cz/kat430/old/Studium/Materialy/VS/kap22.pdf>
- [4] *Stejnoseměrné motory* [online]. [cit. 2016-05-01]. Dostupné z: <http://www.fce.vutbr.cz/tst/rada.v/ELTECH/EL-MOTT-SS.DOC>
- [5] WILLIAMS, Robert L., LAWRENCE, Douglas A.: *Linear state-space control systems.* Hoboken, N.J.: John Wiley, c2007. ISBN 04-717-3555-8.
- [6] FRIEDLAND, Bernard.: *Control system design: an introduction to state-space methods.* Dover ed. Mineola, NY: Dover Publications, 2005. ISBN 0-486-44278-0.
- [7] OGATA, Katsuhiko.: *Discrete-time control systems.* 2nd ed. London: Prentice-Hall International, 1995. ISBN 0133286428.
- [8] VÍTEČKOVÁ, Miluše a Antonín VÍTEČEK.: *Stavové řízení.* 1. vyd. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2016, 101 s. ISBN 978-80-248-3900-4.
- [9] DOSTÁL, Petr a Radek MATUŠŮ. *Stavová a algebraická teorie řízení.* 1. vyd. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2010, 91 s. ISBN 978-80-7318-991-4.
- [10] *Laplaceova transformace* [online]. [cit. 2017-05-02]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Laplaceova_transformace
- [11] ERTL, Lukáš.: *Modelování a návrh řízení mechatronických soustav ve stavovém prostoru* [online]. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství, 2009 [cit. 2017-04-30]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/11012/8726>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Pavel Houška.

-
- [12] *MathWorks: State-Space Models* [online]. [cit. 2017-05-18]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/discovery/state-space.html>
- [13] *Stejnoseměrné motory s cizím buzením* [online]. [cit. 2017-05-18]. Dostupné z: <http://robotika.yweb.sk/skola/Krokove%20motory/elektricke%20pohony.pdf>
- [14] *Pole Placement Observer Design* [online]. [cit. 2017-05-19]. Dostupné z: <http://nptel.ac.in/courses/101108047/module9/Lecture%2022.pdf>
- [15] *Motory: STEJNOSMĚRNÉ MOTORY* [online]. [cit. 2017-05-21]. Dostupné z: http://www.myinfo.sk/download/SKOLA/002-Motory_TYPY_33str.pdf

Seznam použitých zkratk a symbolů

Zkratka nebo symbol	[Jednoty]	Název fyzikální veličiny nebo vysvětlení významu
U_a	[V]	Napětí kotvy motoru [Volt]
R_a	[Ω]	Odpor vinutí kotvy motoru [Ohm]
I_a	[A]	Proud kotvy motoru [Ampér]
L_a	[H]	Indukčnost vinutí kotvy motoru [Henry]
U_i	[V]	Indukované napětí v rotoru [Volt]
Ω, ω	[rad/s]	Úhlová rychlost [Radián/Sekunda]
$C\Phi$	[Nm/A, V·s/rad]	Konstanta motoru [Newton·Metr/Ampér, Volt·sekunda/radián]
M	[Nm]	Moment motoru [Newton·Metr]
J	[kg·m ²]	Moment setrvačnosti motoru [Kilogram·Metr ²]
α	[rad/s ²]	Úhlové zrychlení [Radián/Sekunda ²]
B	[-]	Koeficient viskózního tření
\mathbf{B}	-	Vstupní matice systému
M_0	[Nm]	Vnitřní moment motoru [Newton/Metr]
U_b	[V]	Napětí budicího vinutí [Volt]
R_b	[Ω]	Odpor budicího vinutí motoru [Ohm]
I_b	[A]	Proud budicího vinutí motoru [Ampér]
L_b	[H]	Indukčnost budicího vinutí motoru [Henry]
M_z	[Nm]	Zatěžovací moment motoru [Newton/Metr]
n	[ot/s]	Otáčky motoru [Otáčka/Sekunda]
τ_a	[s]	Elektromagnetická časová konstanta [Sekunda]
τ_m	[s]	Elektromechanická časová konstanta [Sekunda]

P	[W]	Výkon motoru [Watt]
DC	-	(Direct current) Stejnoseměrný proud
I	-	Jednotková matice
H	-	Ve spojitém řízení zpětnovazební matice pozorovatele
H	-	V diskrétní oblasti vstupní matice systému
p_{1p}, p_{2p}	-	Póly pozorovatele
p_1, p_2	-	Póly zpětnovazební smyčky

Seznam obrázků

Obrázek 2-1 Blokové schéma stavového lineárního časově neproměnného systému....	12
Obrázek 3-1 Složení stejnosměrného motoru	16
Obrázek 3-2 Schéma stejnosměrného motoru s cizím buzením	17
Obrázek 3-3 Schéma stejnosměrného motoru se sériovým buzením	18
Obrázek 3-4 Schéma stejnosměrného motoru s derivačním buzením	19
Obrázek 3-5 Náhradní schéma stejnosměrného motoru s cizím buzením.....	19
Obrázek 3-6 Zatěžovací charakteristika motoru s cizím buzením [3]	22
Obrázek 3-7 Blokové schéma stejnosměrného motoru s cizím buzením obrázek	24
Obrázek 3-8 Blokové schéma stejnosměrného motoru řízeného napětím kotvy.....	25
Obrázek 3-9 Upravené blokové schéma stejnosměrného motoru řízeného napětím kotvy.	25
Obrázek 4-1 Graf zobrazující závislost otáček motoru ω na napětí kotvy U_a	27
Obrázek 4-2 Graf zobrazující závislost otáček ω na zatěžovacím momentu M_z	28
Obrázek 4-3 Graf zobrazující závislost proudu kotvy I_a na zatěžovacím momentu M_z	28
Obrázek 4-4 Stejnosměrný motoru MF 112 S	29
Obrázek 5-1 Umístění pólů neřízeného systému	32
Obrázek 5-2 Úhlová rychlost neřízeného systému	32
Obrázek 5-3 Blokové schéma stavového systému se zpětnovazebním regulátorem K..	33
Obrázek 5-4 Úhlová rychlost řízeného systému zpětnou vazbou K.....	34
Obrázek 5-5 Blokové schéma stavového systému s pozorovatelem	35
Obrázek 5-6 Úhlová rychlost systému s pozorovatelem	36
Obrázek 5-7 Blokové schéma systému s minimum-order observer	39
Obrázek 5-8 Úhlová rychlost systému s diskrétním pozorovatelem	39
Obrázek 5-9 Úhlové natočení	41

Seznam tabulek

Tabulka 4-1 Štítkové údaje stejnosměrného motoru	26
Tabulka 4-2 Naměřené hodnoty stejnosměrného motoru	26
Tabulka 4-3 Naměřené hodnoty stejnosměrného motoru při zatížení	27
Tabulka 5-1 Porovnání minimum-order a full-order pozorovatele [7]	37

Seznam příloh na CD

Datasheet motoru MF 112 S
Bakalářská práce ve formátu pdf
Výpočty a modely v Matlabu/Simulinku
Soubor s obrázky použitých v této práci

Příloha A

Štítkové hodnoty stejnosměrného motoru MF 112 F



Štítkové hodnoty ventilačního motoru 2 ATM 08e2 obsahující motor

