



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

## ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

## VÝPOČET OPTIMÁLNÍHO MAGNETICKÉHO TOKU ASYNCHRONNÍHO MOTORU PRO MINIMALIZACI ZTRÁT SE ZOHLEDNĚNÍM TEPLOTNÍCH VLIVŮ

CALCULATION OF OPTIMUM MAGNETIC FLUX OF INDUCTION MOTOR

TO MINIMIZE LOSSES WITH CONSIDERATION OF TEMPERATURE INFLUENCES

## DISERTAČNÍ PRÁCE

DOCTORAL THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

**Ing. Marek Toman**

### ŠKOLITEL

SUPERVISOR

**doc. Ing. Pavel Vorel. Ph.D.**

**BRNO 2022**

## **Abstrakt**

Tato práce se zabývá výpočtem optimálního magnetického toku asynchronního motoru za účelem minimalizace ztrát v libovolně zvoleném pracovním bodě v širokém rozsahu otáček a momentu. V práci je provedena přesná identifikace parametrů náhradního zapojení. U parametrů náhradního zapojení je uvažováno, že nejsou konstantní, ale závislé na vybraných veličinách. V práci je dále vytvořen tepelný model stroje, díky kterému je možné při veškerých výpočtech zajistit znalost příslušných správných hodnot odporu statorového vinutí a odporu rotorové klece. S využitím přesného náhradního zapojení a tepelného modelu je následně vytvořen vázaný model asynchronního motoru. Jedná se o velmi přesný model stroje, který zohledňuje vzájemnou interakci elektromagnetických a tepelných dějů ve stroji. Vytvořený vázaný model pak tvoří základ algoritmu pro hledání optimálních hodnot spřaženého magnetického toku. Hodnoty vypočteného optimálního toku jsou experimentálně ověřeny a je dosaženo velmi dobrých shod teoretických výpočtů s experimentálními měřeními.

## **Abstract**

This thesis deals with a calculation of optimum stator flux linkage of an induction motor in order to minimize losses at an arbitrarily chosen operating point over a wide range of speed and torque. An accurate identification of the parameters of the equivalent circuit is carried out in this work. The parameters of the equivalent circuit are considered to be not constant but dependent on the selected quantities. A thermal model of the machine is also created in the thesis which makes it possible to find out correct values of the stator winding resistance and rotor cage resistance in all calculations. A coupled model of the induction motor is subsequently developed using the improved equivalent circuit and the thermal model. This is a very accurate model of the machine that takes into account the interaction of electromagnetic and thermal processes in the machine. The coupled model forms then the basis of an algorithm for finding the optimum values of flux linkage. The values of the calculated optimal flux linkages are experimentally verified and a very good agreement between the theoretical calculations and experimental measurements is achieved.

## **Klíčová slova**

Asynchronní motor; maximální účinnost; minimalizace ztrát; optimální spřažený magnetický tok; tepelný model; vázaný model.

## **Keywords**

Induction motor; maximum efficiency; loss minimization; optimum flux linkage; thermal model; coupled model.

## Bibliografická citace

TOMAN, Marek. Výpočet optimálního magnetického toku asynchronního motoru pro minimalizaci ztrát se zohledněním teplotních vlivů. Brno, 2022.

Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/143130>. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky. Vedoucí práce Pavel Vorel.

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji disertační práci na téma „Výpočet optimálního magnetického toku asynchronního motoru pro minimalizaci ztrát se zohledněním teplotních vlivů“ vypracoval samostatně pod vedením vedoucího disertační práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené disertační práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této disertační práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4. Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne:

Podpis:

## Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval svému školiteli doc. Ing. Pavlu Vorlovi, Ph.D. za cenné rady a připomínky při vypracování mé disertační práce. Zvláštní poděkování patří doc. Ing. Radoslavu Cipínovi, Ph.D., kterého jsem během celého doktorského studia považoval za svého druhého školitele. Jeho odborné znalosti a vstřícný přístup významným způsobem ovlivnily úspěšné dokončení této disertační práce. Poděkovat bych chtěl také Ing. Petru Procházkovi, Ph.D. za mnoho cenných rad a podporu během studia. Poděkování patří také mé rodině za její podporu a trpělivost během studia.

V Brně dne:

Podpis:

# Obsah

Seznam obrázků . . . . .	vi
Seznam tabulek . . . . .	vii
Seznam symbolů . . . . .	viii
Seznam zkratk . . . . .	xii
Úvod . . . . .	1
<b>1 Současný stav problematiky . . . . .</b>	<b>2</b>
<b>1.1 Matematické modely ASM . . . . .</b>	<b>2</b>
1.1.1 Přehled náhradních zapojení ASM v ustáleném stavu . . . . .	3
1.1.2 Transformace náhradních zapojení . . . . .	4
1.1.3 Srovnání náhradních zapojení . . . . .	8
<b>1.2 Identifikace parametrů náhradních zapojení . . . . .</b>	<b>9</b>
<b>1.3 Minimalizace ztrát v ASM provozovaném v širokém rozsahu otáček a momentu . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>2 Cíle práce . . . . .</b>	<b>13</b>
<b>3 Základní vztahy spojené s modelováním ASM . . . . .</b>	<b>14</b>
<b>3.1 Matematická analýza náhradního zapojení ASM ve tvaru <math>\Gamma</math>-článku . . . . .</b>	<b>14</b>
3.1.1 Definice jednotlivých kmitočtů použitých při výpočtech a výpočet otáček . . . . .	15
3.1.2 Výpočet důležitých napětí, proudů a impedancí v náhradním zapojení . . . . .	15
3.1.3 Využití náhradního zapojení pro výpočet výkonu, dílčích ztrát a účinnosti stroje . . . . .	18
<b>3.2 Modelování dílčích ztrát v ASM . . . . .</b>	<b>21</b>
3.2.1 Jouleovy ztráty . . . . .	21
3.2.2 Závislost odporu na teplotě . . . . .	22
3.2.3 Ztráty v železe . . . . .	23
3.2.4 Separace ztrát v železe na ztráty hysterezní a ztráty vířivými proudy . . . . .	23
3.2.5 Závislost ztrát v železe na kmitočtu a spřaženém magnetickém toku . . . . .	25
3.2.6 Teoretická závislost odporu reprezentujícího ztráty v železe na kmitočtu a spřaženém magnetickém toku . . . . .	25
3.2.7 Mechanické ztráty . . . . .	27
<b>4 Identifikace parametrů náhradního zapojení ASM . . . . .</b>	<b>28</b>
<b>4.1 Přesné náhradní zapojení ASM zohledňující změnu jednotlivých parametrů v závislosti na vybraných veličinách . . . . .</b>	<b>28</b>
<b>4.2 Parametry analyzovaných strojů . . . . .</b>	<b>29</b>
<b>4.3 Měření odporu statorového vinutí . . . . .</b>	<b>29</b>
<b>4.4 Zkouška naprázdno . . . . .</b>	<b>30</b>
4.4.1 Popis laboratorního pracoviště a provedení experimentu . . . . .	30
4.4.2 Separace ztrát v železe a ztrát mechanických a identifikace odporu reprezentujícího ztráty v železe . . . . .	35
4.4.3 Identifikace magnetizační indukčnosti . . . . .	41



<b>4.5 Zkouška při zatížení</b>	<b>44</b>
4.5.1 Odvození vztahů pro identifikaci rotorového odporu a rozptylové indukčnosti ze zkoušky při zatížení	44
4.5.2 Popis laboratorního pracoviště	45
4.5.3 Identifikace rotorového odporu	45
4.5.4 Identifikace rozptylové indukčnosti	49
<b>5 Tepelný model ASM</b>	<b>51</b>
<b>5.1 Mechanismy přenosu tepla</b>	<b>51</b>
5.1.1 Přenos tepla vedením	51
5.1.2 Přenos tepla konvekcí	54
5.1.3 Výpočet součinitele přestupu tepla ve vzduchové mezeře	54
5.1.4 Přenos tepla zářením	56
<b>5.2 Metoda tepelných sítí</b>	<b>57</b>
5.2.1 Tyč s vnitřním generováním ztrát chlazená na koncových plochách	57
5.2.2 Válec s vnitřním generováním ztrát chlazený na vnitřním a vnějším poloměru	62
5.2.3 Válcová tyč s vnitřním generováním ztrát	63
5.2.4 Válec s vnitřním generováním ztrát a kombinovaným vedením tepla v radiálním a axiálním směru	65
5.2.5 Stykový tepelný odpor	66
<b>5.3 Tepelná síť rotoru</b>	<b>67</b>
5.3.1 Popis tepelné sítě	67
5.3.2 Ověření funkčnosti tepelné sítě konečnoprvkovým modelem	69
<b>5.4 Kompletní tepelná síť ASM</b>	<b>71</b>
<b>5.5 Příprava motorů na měření oteplovacích charakteristik</b>	<b>74</b>
5.5.1 Měření teploty statorového vinutí	74
5.5.2 Měření teploty na rotoru	75
5.5.3 Dodatečné zpracování měřených rotorových teplot	77
5.5.4 Měření teploty kostry a ložiskového štítu	77
<b>5.6 Měření oteplovacích charakteristik</b>	<b>78</b>
<b>5.7 Identifikace parametrů tepelného modelu na základě experimentálních měření</b>	<b>80</b>
5.7.1 Algoritmus identifikace parametrů tepelného modelu	80
5.7.2 Závěrečné zhodnocení funkčnosti vytvořených tepelných modelů jednotlivých strojů	81
<b>6 Výpočet optimálního magnetického toku ASM pro minimalizaci ztrát</b>	<b>83</b>
<b>6.1 Vázaný model ASM</b>	<b>83</b>
<b>6.2 Algoritmus výpočtu optimálního magnetického toku ASM pro minimalizaci ztrát</b>	<b>85</b>
<b>6.3 Výsledky provedených výpočtů</b>	<b>87</b>
6.3.1 Výpočty se zohledněním teplotních vlivů	87
6.3.2 Výsledky výpočtů při konstantních teplotách	92
<b>6.4 Citlivostní analýza vypočteného optimálního toku</b>	<b>96</b>
<b>6.5 Experimentální ověření výpočtů</b>	<b>99</b>
6.5.1 Měření na motoru M1	99
6.5.2 Měření na motoru M2	101
<b>Závěr</b>	<b>103</b>
<b>Literatura</b>	<b>105</b>
<b>Seznam autorových publikací</b>	<b>112</b>

---

<b>Curriculum Vitae</b> . . . . .	<b>116</b>
<b>A Výpočet vlastností vzduchu v závislosti na teplotě a tlaku</b> . . . . .	<b>118</b>
<b>A.1 Hustota</b> . . . . .	119
<b>A.2 Viskozita</b> . . . . .	119
<b>A.3 Měrná tepelná vodivost</b> . . . . .	120
<b>A.4 Měrná tepelná kapacita</b> . . . . .	120
<b>B Dodatečné výsledky výpočtů</b> . . . . .	<b>124</b>

# Seznam obrázků

1.1	Přehled náhradních zapojení asynchronního motoru v ustáleném stavu. . . . .	3
1.2	Srovnání výsledných momentových charakteristik při převodu náhradního zapojení ve tvaru klasického T-článku na $\Gamma$ -článek s využitím uvedených transformačních vztahů. . . . .	9
1.3	Základní způsob separace mechanických ztrát a ztrát v železe ze zkoušky naprázdno. . . . .	10
1.4	Závislost příkonu ASM na spřaženém magnetickém toku. . . . .	11
3.1	Náhradní zapojení ASM ve tvaru $\Gamma$ -článku. . . . .	14
3.2	Schematické znázornění toku činného výkonu v ASM. . . . .	19
3.3	Typické rozdělení ztrát v asynchronních motorech do výkonu 100 kW. . . . .	21
3.4	Typické závislosti odporu reprezentujícího hysterezní ztráty a odporu reprezentujícího celkové ztráty v železe na kmitočtu, spřaženém magnetickém toku a koeficientu $n_h$ . . . . .	26
4.1	Přesné náhradní zapojení ASM zohledňující změnu jednotlivých parametrů v závislosti na vybraných veličinách. . . . .	28
4.2	Vinutí zapojené do hvězdy. . . . .	30
4.3	Schematické uspořádání laboratorního pracoviště při zkoušce naprázdno. . . . .	31
4.4	Měřená data ze zkoušky naprázdno pro motor M1. . . . .	33
4.5	Měřená data ze zkoušky naprázdno pro motor M2. . . . .	34
4.6	Srovnání měřených hodnot součtu mechanických ztrát a ztrát v železe ze zkoušky naprázdno s jejich výslednou aproximací. . . . .	37
4.7	Výsledné identifikované závislosti ztrát v železe a odporu reprezentujícího ztráty v železe na spřaženém toku a statorovém kmitočtu. . . . .	38
4.8	Srovnání separace ztrát v železe a ztrát mechanických různými metodami. . . . .	40
4.9	Náhradní zapojení ASM ve tvaru $\Gamma$ -článku při stavu naprázdno. . . . .	41
4.10	Výsledné průběhy závislosti magnetizační indukčnosti na spřaženém toku získané experimentální identifikací ze zkoušky naprázdno. . . . .	42
4.11	Schematické uspořádání laboratorního pracoviště při zkoušce při zatížení. . . . .	45
4.12	Výsledky identifikace rotorového odporu a průběh měřené teploty klece rotoru ze zkoušky při zatížení pro motor M1. Hodnoty při jmenovitém zatížení. . . . .	46
4.13	Výsledky identifikace rotorového odporu a průběh měřené teploty klece rotoru ze zkoušky při zatížení pro motor M1. Průběhy pro různá zatížení. . . . .	47
4.14	Výsledky identifikace rotorového odporu a teploty klece rotoru ze zkoušky při zatížení pro motor M2. Průběhy pro různá zatížení. . . . .	48
4.15	Identifikace rozptylové indukčnosti ze zkoušky při zatížení. . . . .	50
5.1	Jednorozměrné vedení tepla rovinnou stěnou bez vnitřního generování ztrát. . . . .	53
5.2	Závislost součinitele přestupu tepla ve vzduchové mezeře na otáčkách. . . . .	56
5.3	Tyč s vnitřním generováním ztrát chlazená na koncových plochách. . . . .	58

5.4	Teplotní průběh a tepelná síť tyče s vnitřním generováním ztrát při zvláštním případě symetrického chlazení obou konců tyče. . . . .	61
5.5	Válec s vnitřním generováním ztrát chlazený na vnitřním a vnějším poloměru. . . . .	62
5.6	Válcová tyč s vnitřním generováním ztrát. . . . .	64
5.7	Válec s kombinovaným vedením tepla v radiálním a axiálním směru. . . . .	65
5.8	Styčné plochy na rozhraní dvou součástí. . . . .	67
5.9	Výsledná tepelná síť rotoru ASM. . . . .	68
5.10	Model rotoru motoru M1 vytvořený v programu Ansys. . . . .	69
5.11	Rozmístění jednotlivých uzlů tepelné sítě ve stroji. . . . .	71
5.12	Vytvořená kompletní tepelná síť ASM. . . . .	72
5.13	Vyznačení délky čela a délky železného svazku na cívce statorového vinutí. . . . .	73
5.14	Detail umístění teplotních čidel na statoru motoru M1. . . . .	74
5.15	Srovnání teplot měřených jednotlivými čidly na vinutí se střední teplotou vypočtenou z odporu vinutí. . . . .	75
5.16	Úprava motoru M1 pro měření rotorových teplot. . . . .	76
5.17	Dodatečné zpracování měřených rotorových teplot. . . . .	77
5.18	Motory připravené na měření oteplovacích charakteristik. . . . .	78
5.19	Průběh měřených teplot z oteplovacích charakteristik. . . . .	79
5.20	Algoritmus identifikace parametrů tepelného modelu na základě experimentálních měření. . . . .	80
5.21	Srovnání teplot vypočtených pomocí tepelného modelu s teplotami měřenými. . . . .	82
6.1	Algoritmus vázaného modelu ASM. . . . .	84
6.2	Algoritmus výpočtu optimálního magnetického toku ASM za účelem minimalizace ztrát. . . . .	86
6.3	Vypočtené průběhy optimálních toků, účinností stroje a příslušného statorového napájecího napětí při různých hodnotách zatížení a jejich srovnání s hodnotami při jmenovitém toku. . . . .	89
6.4	Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Motor M1, otáčky $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ . . . . .	90
6.5	Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Motor M1, otáčky $n = 3600 \text{ min}^{-1}$ . . . . .	91
6.6	Vypočtené průběhy optimálních toků, účinností stroje a příslušného statorového napájecího napětí při různých hodnotách zatížení a jejich srovnání s hodnotami při jmenovitém toku. . . . .	93
6.7	Vypočtené dílčí ztráty ve stroji při optimálním a jmenovitém toku. . . . .	94
6.8	Vypočtený podíl jednotlivých ztrát ve stroji při optimálním a jmenovitém toku. . . . .	95
6.9	Citlivostní analýza vypočteného optimálního toku na hodnoty jednotlivých parametrů náhradního schématu stroje. . . . .	97
6.10	Citlivostní analýza vypočteného optimálního toku na hodnoty jednotlivých parametrů náhradního schématu stroje. . . . .	98
6.11	Srovnání výsledků vypočtených účinností s laboratorními měřeními při optimálním a jmenovitém toku v oblasti malých momentů pro motor M1. . . . .	99
6.12	Srovnání výsledků vypočtených účinností s laboratorními měřeními při optimálním a jmenovitém toku v oblasti velkých momentů pro motor M1. . . . .	100
6.13	Srovnání vypočtené závislosti účinnosti na spráženém toku s laboratorními měřeními. . . . .	101
6.14	Srovnání výsledků vypočtených účinností s laboratorními měřeními při optimálním a jmenovitém toku v oblasti malých momentů pro motor M2. . . . .	102

A.1	Porovnání vypočtené hustoty vzduchu v závislosti na teplotě s tabulkovými hodnotami z různých zdrojů. . . . .	122
A.2	Porovnání vypočtené dynamické viskozity vzduchu v závislosti na teplotě s tabulkovými hodnotami z různých zdrojů. . . . .	122
A.3	Porovnání vypočtené měrné tepelné vodivosti vzduchu v závislosti na teplotě s tabulkovými hodnotami z různých zdrojů. . . . .	123
A.4	Porovnání vypočtené měrné tepelné kapacity vzduchu za konstantního tlaku v závislosti na teplotě s tabulkovými hodnotami z různých zdrojů. . . . .	123
B.1	Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Motor M1, otáčky $n = 2000 \text{ min}^{-1}$ . . . . .	125
B.2	Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Motor M1, otáčky $n = 3000 \text{ min}^{-1}$ . . . . .	126
B.3	Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Motor M2, otáčky $n = 700 \text{ min}^{-1}$ . . . . .	127
B.4	Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Motor M2, otáčky $n = 1100 \text{ min}^{-1}$ . . . . .	128
B.5	Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Motor M2, otáčky $n = 1500 \text{ min}^{-1}$ . . . . .	129
B.6	Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Motor M2, otáčky $n = 2000 \text{ min}^{-1}$ . . . . .	130
B.7	Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Motor M2, otáčky $n = 2500 \text{ min}^{-1}$ . . . . .	131

# Seznam tabulek

1.1	Hodnoty původních a přepočtených parametrů pro náhradní zapojení ve tvaru T-článku a $\Gamma$ -článku. . . . .	8
3.1	Relativní změna odporu u měděných a hliníkových vodičů v závislosti na oteplení. . . . .	23
4.1	Jmenovité parametry analyzovaných motorů. . . . .	29
4.2	Odpory vinutí jedné fáze statoru při teplotě 20 °C. . . . .	30
4.3	Výsledné hodnoty koeficientů ztrát v železe a ztrát mechanických získaných experimentální identifikací ze zkoušky naprázdno. . . . .	36
4.4	Výsledné koeficienty polynomu pro výpočet závislosti magnetizační indukčnosti na spřaženém toku. . . . .	43
4.5	Identifikované hodnoty odporů klece rotoru při teplotě 20 °C. . . . .	49
4.6	Identifikované hodnoty rozptylových indukčností. . . . .	49
5.1	Okrajové podmínky použité při ověření funkčnosti tepelné sítě rotoru. . . . .	70
5.2	Srovnání rotorových teplot vypočtených pomocí tepelné sítě se simulačními výsledky z programu Ansys. . . . .	71
6.1	Hodnoty jmenovitých spřažených magnetických toků analyzovaných motorů. . . . .	87

# Seznam symbolů

Symbol	Popis	Jednotka
$\alpha$	Součinitel přestupu tepla	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
$\alpha_{\delta}$	Součinitel přestupu tepla ve vzduchové mezeře	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
$\alpha_{\text{styk}}$	Součinitel přestupu tepla u stykového odporu	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
$\alpha_{\vartheta_0}$	Teplotní součinitel odporu vztažený k teplotě $\vartheta_0$	$K^{-1}$
$\alpha_{Al, \vartheta_0}$	Teplotní součinitel odporu hliníku vztažený k teplotě $\vartheta_0$	$K^{-1}$
$\alpha_{Cu, \vartheta_0}$	Teplotní součinitel odporu mědi vztažený k teplotě $\vartheta_0$	$K^{-1}$
$B$	Magnetická indukce (amplituda)	T
$c$	Měrná tepelná kapacita	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
$C_{\text{klec}}$	Tepelná kapacita klece rotoru	$J \cdot K^{-1}$
$\cos \varphi$	Účinník	–
$c_p$	Měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
$c_v$	Měrná tepelná kapacita za konstantního objemu	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
$\delta$	Tloušťka vzduchové mezery	m
$\delta_{\text{rel}}$	Relativní chyba	%
$\Delta \vartheta$	Teplotní rozdíl, oteplení	K
$\Delta P$	Celkové ztráty	W
$\Delta P_f$	Třecí ztráty	W
$\Delta P_{Fe}$	Ztráty v železe	W
$\Delta P_h$	Hysterezní ztráty	W
$\Delta P_{j1}$	Jouleovy ztráty ve statoru	W
$\Delta P_{j2}$	Jouleovy ztráty v rotoru	W
$\Delta P_{\text{mech}}$	Mechanické ztráty	W
$\Delta P_v$	Ztráty vířivými proudy	W
$\Delta P_w$	Ventilační ztráty	W
$d_{ro}$	Vnější průměr rotoru	m
$\epsilon$	Emisivita povrchu	–
$E_{\text{rot}}$	Energie přeměněná na teplo v kleci rotoru během rozběhu	J
$\eta$	Účinnost	%
$f$	Frekvence	Hz
$f_1$	Frekvence statoru	Hz
$f_2$	Frekvence rotoru	Hz

Symbol	Popis	Jednotka
$F_g$	Korekční činitel zakřivení vzduchové mezery	–
$I_1$	Efektivní hodnota statorového proudu	A
$I_2$	Efektivní hodnota rotorového proudu (přepočtená na stator)	A
$I_{Fe}$	Efektivní hodnota proudu tekoucího odporem reprezentující ztráty v železe	A
$I_\mu$	Efektivní hodnota magnetizačního proudu	A
$\text{Im}\{\cdot\}$	Imaginární část komplexního čísla	–
$j$	Imaginární jednotka, $j = \sqrt{-1}$	–
$J_{\text{celk}}$	Celkový moment setrvačnosti	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$
$k_f$	Koeficient třecích ztrát	$\text{W}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$
$k_h$	Koeficient hysterezních ztrát	$\text{W}\cdot\text{s}\cdot\text{T}^{-n_h}$
$k_v$	Koeficient vířivých ztrát	$\text{W}\cdot\text{s}^2\cdot\text{T}^{-2}$
$k_w$	Koeficient ventilačních ztrát	$\text{W}\cdot\text{s}^3\cdot\text{rad}^{-3}$
$L$	Délka	m
$\lambda$	Měrná tepelná vodivost	$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
$L_c$	Střední délka čela vinutí	m
$L_{Fe}$	Délka železného svazku	m
$L_\mu$	Magnetizační indukčnost	H
$L_{\mu,\Gamma}$	Magnetizační indukčnost v náhradním zapojení ve tvaru $\Gamma$ -článku	H
$L_{\mu,T}$	Magnetizační indukčnost v náhradním zapojení ve tvaru T-článku	H
$L_{\mu,\text{max}}$	Maximální hodnota magnetizační indukčnosti	H
$L_{\mu,T}$	Magnetizační indukčnost v náhradním zapojení ve tvaru T-článku	H
$L_\sigma$	Rozptylová indukčnost (přepočtená na stator)	H
$L_{\sigma_1,T}$	Statorová rozptylová indukčnost v náhradním zapojení ve tvaru T-článku	H
$L_{\sigma_2,T}$	Rotorová rozptylová indukčnost v náhradním zapojení ve tvaru T-článku (přepočtená na stator)	H
$L_{\sigma,\Gamma}$	Rozptylová indukčnost v náhradním zapojení ve tvaru $\Gamma$ -článku (přepočtená na stator)	H
$L_{\sigma,T}$	Rozptylová indukčnost v náhradním zapojení ve tvaru T-článku	H
$M$	Moment na hřídeli	$\text{N}\cdot\text{m}$
$m_1$	Počet fází statoru	–
$M_i$	Vnitřní moment	$\text{N}\cdot\text{m}$
$\mu$	Dynamická viskozita	$\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$
$n$	Otáčky	$\text{min}^{-1}$
$n_h$	Exponent závislosti hysterezních ztrát na spřaženém magnetickém toku (nebo na magnetické indukci)	–
$n_s$	Synchronní otáčky	$\text{min}^{-1}$
$Nu$	Nusseltovo číslo	–
$\nu$	Kinematická viskozita	$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$



Symbol	Popis	Jednotka
$\omega$	Mechanická úhlová rychlost rotoru	$\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
$\omega_1$	Statorový úhlový kmitočet	$\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
$\omega_s$	Synchronní mechanická úhlová rychlost	$\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
$P$	Mechanický výkon	W
$P$	Tepelný tok	W
$p$	Počet pólových dvojic	–
$P_1$	Činný příkon	W
$P_\delta$	Výkon prostupující vzduchovou mezerou	W
$P_{\text{gen}}$	Generované ztráty	W
$p_{\text{gen}}$	Generované ztráty vztažené na jednotku objemu	$\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$
$P_i$	Vnitřní mechanický výkon	W
$\Psi$	Spřažený magnetický tok (amplituda)	V·s
$\Psi_{L_\mu, \text{max}}$	Hodnota spřaženého magnetického toku, při které je hodnota magnetizační indukčnosti maximální	V·s
$\Psi_{\text{m, max}}$	Maximální hodnota spřaženého magnetického toku, při které jsou provedena laboratorní měření	V·s
$\Psi_n$	Jmenovitá hodnota spřaženého magnetického toku	V·s
$\Psi_{\text{opt}}$	Optimální hodnota spřaženého magnetického toku	V·s
$Q_1$	Jalový příkon	var
$R$	Elektrický odpor	$\Omega$
$R$	Tepelný odpor	$\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$
$R_1$	Odpor fáze statoru	$\Omega$
$R_{1,20}$	Odpor fáze statoru při teplotě 20 °C	$\Omega$
$R_2$	Odpor fáze rotoru přepočtený na stator	$\Omega$
$R_{2,20}$	Odpor fáze rotoru přepočtený na stator při teplotě 20 °C	$\Omega$
$R_{2,\Gamma}$	Odpor fáze rotoru přepočtený na stator v náhradním zapojení ve tvaru $\Gamma$ -článku	$\Omega$
$R_{2,\text{T}}$	Odpor fáze rotoru přepočtený na stator v náhradním zapojení ve tvaru T-článku	$\Omega$
$R_{2,\text{T}}$	Odpor fáze rotoru přepočtený na stator v náhradním zapojení ve tvaru T-článku	$\Omega$
$r_{\delta, \text{m}}$	Střední poloměr vzduchové mezery	m
$\text{Re}\{\cdot\}$	Reálná část komplexního čísla	–
$R_{\text{Fe}}$	Odpor reprezentující ztráty v železe	$\Omega$
$R_{\text{Fe,h}}$	Odpor reprezentující hysterezní ztráty	$\Omega$
$R_{\text{Fe,v}}$	Odpor reprezentující ztráty vířivými proudy	$\Omega$
$\rho$	Hustota	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
$\rho$	Měrný elektrický odpor	$\Omega\cdot\text{m}$
$R_m$	Univerzální (molární) plynová konstanta, $R_m = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$	$\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
$r$	Měrná plynová konstanta	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
$r$	Poloměr	m
$S$	Průřez, plocha	$\text{m}^2$
$s$	Skluz	–

Symbol	Popis	Jednotka
$S_1$	Zdánlivý příkon	V·A
$\sigma$	Stefanova-Boltzmannova konstanta, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
$T$	Termodynamická (absolutní) teplota	K
$t$	Čas	s
$Ta$	Taylorovo číslo	–
$Ta_m$	Modifikované Taylorovo číslo	–
$\vartheta$	Teplota	°C
$\vartheta_0$	Referenční teplota	°C
$\vartheta_\infty$	Teplota okolí	°C
$\vartheta_{\text{klec,stř}}$	Střední teplota klece rotoru	°C
$\vartheta_{\text{max}}$	Maximální teplota	°C
$\vartheta_p$	Povrchová teplota	°C
$\vartheta_{\text{stř}}$	Střední teplota	°C
$\vartheta_{\text{vin,stř}}$	Střední teplota vinutí statoru	°C
$U_0$	Efektivní hodnota napětí v příčné větvi	V
$U_1$	Efektivní hodnota statorového napětí	V
$V$	Objem	$\text{m}^3$
$v$	Rychlost	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
$V_{\text{vin,lc}}$	Celkový objem vinutí v jednom čele	$\text{m}^3$
$V_{\text{vin,d}}$	Celkový objem vinutí v drážkách	$\text{m}^3$
$x$	Poloha	m
$X_\mu$	Magnetizační reaktance	$\Omega$
$X_{\mu,\Gamma}$	Magnetizační reaktance v náhradním zapojení ve tvaru $\Gamma$ -článku	$\Omega$
$X_{\mu,T}$	Magnetizační reaktance v náhradním zapojení ve tvaru T-článku	$\Omega$
$X_\sigma$	Rozptylová reaktance (přepočtená na stator)	$\Omega$
$X_{\sigma_1,T}$	Statorová rozptylová reaktance v náhradním zapojení ve tvaru T-článku	$\Omega$
$X_{\sigma_2,T}$	Rotorová rozptylová reaktance v náhradním zapojení ve tvaru T-článku (přepočtená na stator)	$\Omega$
$X_{\sigma,\Gamma}$	Rozptylová reaktance v náhradním zapojení ve tvaru $\Gamma$ -článku (přepočtená na stator)	$\Omega$
$\hat{Z}_1$	Vstupní impedance	$\Omega$
$Z_1$	Modul vstupní impedance	$\Omega$
$Z_{1,\text{im}}$	Imaginární část vstupní impedance	$\Omega$
$Z_{1,\text{re}}$	Reálná část vstupní impedance	$\Omega$

# Seznam zkratek

Zkratka	Popis
ASM	Asynchronní motor
M1	Motor 1
M2	Motor 2
PWM	Pulzní šířková modulace (Pulse Width Modulation)
THD	Celkové harmonické zkreslení (total harmonic distortion)

# Úvod

V posledních deseti letech jsme svědky prudkého rozmachu elektromobilismu. Zvýšení dojezdu a s tím souvisejícího zlepšení užitečných vlastností je dosahováno díky výraznému pokroku na poli elektrických akumulátorů (akumulátory Li-Ion, Li-Fe-PO<sub>4</sub>, atd.). Jako trakční elektromotory se v moderních regulovaných elektrických pohonech s výhodou používají bezkartáčové elektrické stroje – nejčastěji asynchronní stroj s kotvou nakrátko nebo synchronní stroj s permanentními magnety. Výhodou asynchronního stroje je jeho jednoduchost, robustnost, snadná odbuditelnost a nízká cena.

S nástupem frekvenčních měničů byl vyřešen dlouhodobý problém řízení otáček asynchronního stroje. Pro účely trakčního pohonu elektromobilu je však nezbytné použití takového řídicího algoritmu pro frekvenční měnič, který umožňuje dosažení maximální účinnosti soustavy měnič + stroj v širokém rozsahu momentu a otáček. Tento specifický požadavek na řízení trakčních pohonů představuje odlišnost od standardního průmyslového regulovaného pohonu, kde rozsah pracovních otáček resp. momentu nebývá zpravidla tak široký a na účinnost není kladen takový důraz. U vozidla nezávislé trakce je účinnost pohonu důležitá neboť přímo souvisí s dojezdem.

Z principu funkce asynchronního motoru (ASM) vyplývá, že jedné konkrétní kombinace otáček a momentu lze dosáhnout nekonečně mnoha kombinacemi sycení a skluzové frekvence. Pouze jedna kombinace je však optimální z hlediska maximální účinnosti. Tato optimální kombinace je však závislá na aktuálním momentu a otáčkách. Naším úkolem bude nalezení těchto kombinací v libovolně zvolených pracovních bodech, a to matematicky i experimentálně. Pro teoretické výpočty bude třeba sestavit zpřesněné náhradní schéma asynchronního stroje dokumentující věrohodné chování jednotlivých typů ztrát stroje se zachycením všech podstatných fyzikálních souvislostí a parazitních jevů v reálném stroji.

# 1 | Současný stav problematiky

S ohledem na téma disertační práce je nutné sledovat současný stav problematiky v následujících oblastech: 1. matematické modely asynchronních motorů – zvláštní důraz je potřeba klást především na přehled náhradních zapojení ASM, 2. identifikace parametrů náhradních zapojení ASM, 3. minimalizace ztrát v ASM provozovaném v širokém rozsahu otáček a momentu.

## 1.1 Matematické modely ASM

Pod pojmem model, resp. matematický model je obvykle chápán soubor rovnic, který slouží k popisu určitého fyzikálního systému. V limitním případě může být matematický model tvořen pouze jednou rovnicí. Množství a také složitost použitých rovnic může mít zásadní vliv na přesnost modelu, na jeho schopnost modelování více fyzikálních veličin, ale stejně tak i na náročnost jeho výpočtu. Model může být založen například na použití diferenciálních rovnic, algebraických rovnic nebo přenosových funkcí, přičemž každý z uvedeného přístupu může být výhodný pouze pro určitý problém. Například pokud má model zajišťovat výpočet efektivní hodnoty proudu v ustáleném stavu, bylo by neefektivní a zbytečné použití modelu pracujícího v časové oblasti. Proto je vždy nutné volit kompromis mezi složitostí, přesností a vhodností modelu pro danou situaci [1].

Z hlediska řešení zkoumaných veličin v přechodných nebo ustálených stavech je možné, podle [1], matematické modely asynchronních strojů rozdělit do dvou kategorií:

- (i) Dynamické modely – tyto modely popisují dané veličiny v okamžitých stavech.
- (ii) Statické modely – tyto modely popisují dané veličiny v ustálených stavech.

Různými strukturami dynamických modelů asynchronního motoru se zabývá například literatura [1–10]. Jelikož je cílem této disertační práce minimalizace ztrát v ustáleném stavu stroje, nebude tomuto typu modelů dále věnována pozornost. Naopak modely statické jsou podrobněji rozebrány dále v práci.

Podle [1] je možné matematické modely asynchronních strojů dále rozdělit podle komplexnosti použitých rovnic a principů použitých při jejich odvození na:

- (i) Modely striktně vycházející ze základních rovnic elektromagnetismu – tyto modely jsou založeny na řešení Maxwellových rovnic a rovnic doplňkových. Jedná se o výpočetně náročné modely a jejich analytické řešení je možné jen ve velmi omezených případech. Zpravidla jsou tyto úlohy řešeny numericky, např. metodou konečných prvků.
- (ii) Modely vycházející z obvodových vlastností stroje – tyto modely jsou založeny na možnosti separovat odpory a indukčnosti jednotlivých vinutí, což umožňuje snadnější sestavení napěťových, případně proudových rovnic a k celkovému zjednodušení modelu.

Modely založené na využití metody konečných prvků je možné nalézt např. v [11–16]. Některé vědecké práce využívají přístupu, kdy je konečnoprvkový model použit pro určení parametrů obvodových modelů, jejichž následný výpočet je v porovnání s konečnoprvkovými modely výrazně méně časově náročný, viz např. [17–20]. Toto řešení může být výhodné v případech, kdy není analyzovaný stroj fyzicky k dispozici například z důvodu jeho vývoje a není tak možné určit parametry obvodového modelu měřeními.

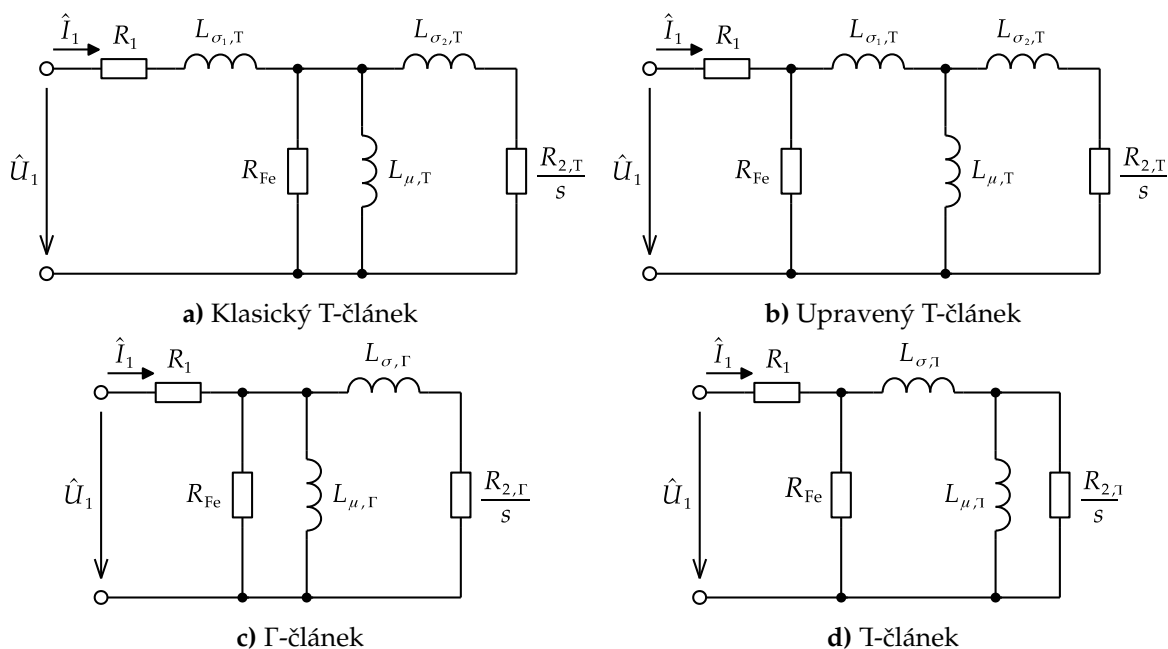
### 1.1.1 Přehled náhradních zapojení ASM v ustáleném stavu

V následující části práce jsou uvedena nejčastěji používaná náhradní zapojení asynchronního motoru v ustáleném stavu. Z hlediska rozdělení uvedeného v předchozí části, je možné náhradní zapojení v ustáleném stavu chápat jako kombinaci statického modelu a modelu vycházejícího z obvodových vlastností stroje.

Na Obr. 1.1 jsou uvedena celkem čtyři různá náhradní zapojení asynchronního motoru v ustáleném stavu. V literatuře je možné se nejčastěji setkat se třemi z nich:

- (i) Náhradní zapojení ve tvaru klasického T-článku, viz Obr. 1.1 a).
- (ii) Náhradní zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku, viz Obr. 1.1 c).
- (iii) Náhradní zapojení ve tvaru T-článku, viz Obr. 1.1 d).

Zapojení podle Obr. 1.1 b) označené jako upravený T-článek vznikne úpravou klasického T-článku přesunutím odporu  $R_{Fe}$  za satorový odpor  $R_1$ . Při zavedení této úpravy je pak možné jednotlivá náhradní zapojení vzájemně transformovat [1]. Tyto transformace jsou dále popsány v kapitole 1.1.2.



**Obr. 1.1:** Přehled náhradních zapojení asynchronního motoru v ustáleném stavu.

Význam jednotlivých parametrů u klasického i upraveného T-článku je následující:  $R_1$  je odpor fáze satoru,  $R_{Fe}$  je odpor reprezentující ztráty v železe,  $L_{\mu, T}$  je magnetizační indukčnost,  $L_{\sigma_1, T}$  rozptylová indukčnost satorového vinutí,  $L_{\sigma_2, T}$  je rozptylová indukčnost rotorového vinutí.

vého vinutí přepočtená na stranu statoru,  $R_{2,T}$  je rotorový odpor přepočtený na stranu statoru<sup>1</sup> a  $s$  je skluz. U zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku i T-článku mají  $R_1$  i  $R_{Fe}$  stejné číselné hodnoty jako u zapojení ve tvaru T-článku. Liší se číselné hodnoty u zbylých parametrů, kde  $L_{\mu,\Gamma}$  je magnetizační indukčnost v  $\Gamma$ -článku,  $L_{\mu,T}$  je magnetizační indukčnost v T-článku. V náhradním zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku a T-článku je celkový rozptyl modelován jedinou rozptylovou indukčností. V případě  $\Gamma$ -článku je umístěna na sekundární straně domnělého transformátoru, tj. v rotoru, ovšem ve schématu je přepočtena na stranu primární, tj. na stator ( $L_{\sigma,\Gamma}$ ). V případě náhradního zapojení ve tvaru T-článku je jediná rozptylová indukčnost umístěna na primární straně domnělého transformátoru, tj. ve statoru ( $L_{\sigma,T}$ ). Odpory  $R_{2,\Gamma}$  a  $R_{2,T}$  jsou příslušné rotorové odpory přepočtené na stranu statoru.

Zapojení ve tvaru klasického T-článku, viz Obr. 1.1 a), se vyskytuje zpravidla v literatuře zabývající se stavbou a návrhem asynchronních strojů, viz např. [21–23]. Naopak zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku, viz Obr. 1.1 c), nebo ve tvaru T-článku, viz Obr. 1.1 d), jsou velmi často využívána v řídicích strukturách asynchronních strojů, viz např. [3, 9]. Důvodem je absence jedné rozptylové indukčnosti, což významně redukuje náročnost výpočtů.

Z důvodu absence jedné rozptylové indukčnosti jsou zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku a T-článku někdy neprávem označovány jako zjednodušená nebo neúplná v porovnání se zapojením ve tvaru T-článku, které obsahuje rozptylové indukčnosti dvě. Lze však dokázat, že modely na Obr. 1.1 b), c), d) jsou z hlediska napěťových a impedančních poměrů naprosto rovnocenné [24]. V následující části práce jsou popsány transformace, pomocí kterých je možné převádět náhradní zapojení ve tvaru upraveného T-článku na zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku nebo T-článku, případně naopak, čímž je možné eliminovat jednu z rozptylových indukčností za použití matematicky korektních úprav. To má za následek nejen zjednodušení většiny příslušných rovnic, ale především umožnění přesné experimentální identifikace jednotlivých parametrů náhradního zapojení, jelikož je identifikován o jeden parametr méně [1, 24]. Tato skutečnost má zásadní vliv na finální výběr náhradního zapojení, které bude v práci pro modelování stroje použito. Z hlediska přesné identifikace parametrů se jako nejlepší volba jeví náhradní zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku.

### 1.1.2 Transformace náhradních zapojení

Transformačními vztahy je myšlen soubor rovnic, do kterých jsou dosazovány číselné hodnoty jednotlivých parametrů určitého náhradního zapojení (např. T-článku) a výsledkem výpočtu jsou hodnoty jednotlivých parametrů jiného náhradního zapojení (např.  $\Gamma$ -článku).

Aby bylo možné provést matematicky korektní úpravy, je nutné vycházet pouze z upraveného T-článku podle Obr. 1.1 b). Přesný převod z klasického T-článku podle Obr. 1.1 a) na  $\Gamma$ -článek, případně T-článek principiálně není možný. Důkaz je možné nalézt v [1]. Jediným zdrojem případné chyby je tedy převod klasického T-článku na upravený T-článek přesunutím odporu  $R_{Fe}$  za statorový odpor  $R_1$ , který je proveden při zachování číselných hodnot všech parametrů původního schématu. Bylo ověřeno, že chyba, která touto úpravou vznikne, je velmi malá, viz kapitola 1.1.3.

<sup>1</sup>Je vhodné poznamenat, že rotorové parametry náhradního zapojení, které jsou přepočteny na stranu statoru jsou v literatuře obvykle doplněny symbolem apostrofu. Toto značení je pro jednoduchost v celé této práci vynecháno. Přitom je vždy myšleno, že se jedná o rotorové parametry přepočtené na stranu statoru.

K samotnému odvození transformačních vztahů je možné dospět dvěma odlišnými postupy. Oba musí dát stejné výsledky. První způsob vychází z rovností přenosů jednotlivých zapojení, tento způsob je použit např. v [1, 24, 25]. Druhý způsob je založen na rovnostech vstupních impedancí jednotlivých zapojení při stavu naprázdno, tj. při  $s \rightarrow 0$  a při stavu nakrátko, tj. při  $s \rightarrow 1$ , viz např. [26]. Tento přístup je použit při následujícím popisu.

Na obrázcích Obr. 1.1 b)–d) je možné vidět, že všechna tři zapojení, která mají být navzájem transformována, obsahují na vstupu stejnou kombinaci odporů  $R_1$  a  $R_{Fe}$  (tyto odpory mají pro všechna zapojení stejné hodnoty). Proto jsou tyto odpory při transformaci ignorovány a jsou analyzovány vstupní impedance  $\hat{Z}_1$  pouze zbylých částí obvodů tvořených magnetizačními indukčnostmi, rozptylovými indukčnostmi a rotorovými odpory. Odtud plyne, že pouze tyto parametry jsou v rámci transformace přepočítávány. V následující části jsou nejprve uvedeny příslušné vstupní impedance. Výsledné transformační vztahy jsou pak získány porovnáním reálných a imaginárních složek těchto impedancí.

### 1.1.2.1 Vstupní impedance pro náhradní zapojení ve tvaru T-článku

Pro vstupní impedance příslušné části náhradního zapojení ve tvaru upraveného T-článku na Obr. 1.1 b) platí při stavu naprázdno

$$\hat{Z}_{1,T,0} = j\omega_1 L_{\sigma_1,T} + j\omega_1 L_{\mu,T}, \quad (1.1)$$

kde  $\omega_1 = 2\pi f_1$  je úhlová frekvence statoru a  $f_1$  je frekvence statoru. Při stavu nakrátko platí

$$\hat{Z}_{1,T,k} = j\omega_1 L_{\sigma_1,T} + \frac{j\omega_1 L_{\mu,T} (j\omega_1 L_{\sigma_2,T} + R_{2,T})}{j\omega_1 L_{\mu,T} + j\omega_1 L_{\sigma_2,T} + R_{2,T}}. \quad (1.2)$$

Rovnice (1.1) obsahuje pouze imaginární složku a není nutné ji dále upravovat. Rovnici (1.2) je možné rozdělit na reálnou a imaginární část

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \{ \hat{Z}_{1,T,k} \} &= \frac{\omega_1^2 L_{\mu,T}^2 R_{2,T}}{\omega_1^2 (L_{\mu,T} + L_{\sigma_2,T})^2 + R_{2,T}^2}, \\ \operatorname{Im} \{ \hat{Z}_{1,T,k} \} &= \frac{\omega_1 (L_{\mu,T} + L_{\sigma_1,T}) R_{2,T}^2 + \omega_1^3 (L_{\mu,T} + L_{\sigma_2,T}) (L_{\mu,T} L_{\sigma_1,T} + L_{\mu,T} L_{\sigma_2,T} + L_{\sigma_1,T} L_{\sigma_2,T})}{\omega_1^2 (L_{\mu,T} + L_{\sigma_2,T})^2 + R_{2,T}^2}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

### 1.1.2.2 Vstupní impedance pro náhradní zapojení ve tvaru $\Gamma$ -článku

Pro vstupní impedance příslušné části náhradního zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku na Obr. 1.1 c) platí při stavu naprázdno

$$\hat{Z}_{1,\Gamma,0} = j\omega_1 L_{\mu,\Gamma} \quad (1.4)$$

a při stavu nakrátko

$$\hat{Z}_{1,\Gamma,k} = \frac{j\omega_1 L_{\mu,\Gamma} (j\omega_1 L_{\sigma,\Gamma} + R_{2,\Gamma})}{j\omega_1 L_{\mu,\Gamma} + j\omega_1 L_{\sigma,\Gamma} + R_{2,\Gamma}}. \quad (1.5)$$



Rovnice (1.4) opět obsahuje pouze imaginární složku a není nutné ji dále upravovat. Rovnici (1.5) je možné rozdělit na reálnou a imaginární část

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \{ \hat{Z}_{1,\Gamma,k} \} &= \frac{\omega_1^2 L_{\mu,\Gamma}^2 R_{2,\Gamma}}{\omega_1^2 (L_{\mu,\Gamma} + L_{\sigma,\Gamma})^2 + R_{2,\Gamma}^2}, \\ \operatorname{Im} \{ \hat{Z}_{1,\Gamma,k} \} &= \frac{\omega_1 L_{\mu,\Gamma} \left[ \omega_1^2 L_{\sigma,\Gamma} (L_{\mu,\Gamma} + L_{\sigma,\Gamma}) + R_{2,\Gamma}^2 \right]}{\omega_1^2 (L_{\mu,\Gamma} + L_{\sigma,\Gamma})^2 + R_{2,\Gamma}^2}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

### 1.1.2.3 Vstupní impedance pro náhradní zapojení ve tvaru T-článku

Pro vstupní impedanci příslušné části náhradního zapojení ve tvaru T-článku na Obr. 1.1 d) platí při stavu naprázdno

$$\hat{Z}_{1,\Gamma,0} = j\omega_1 L_{\sigma,\Gamma} + j\omega_1 L_{\mu,\Gamma} \quad (1.7)$$

a při stavu nakrátko

$$\hat{Z}_{1,\Gamma,k} = j\omega_1 L_{\sigma,\Gamma} + \frac{j\omega_1 L_{\mu,\Gamma} R_{2,\Gamma}}{j\omega_1 L_{\mu,\Gamma} + R_{2,\Gamma}}. \quad (1.8)$$

Rovnice (1.7) opět obsahuje pouze imaginární složku a není nutné ji dále upravovat. Rovnici (1.8) je možné rozdělit na reálnou a imaginární část

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \{ \hat{Z}_{1,\Gamma,k} \} &= \frac{\omega_1^2 L_{\mu,\Gamma}^2 R_{2,\Gamma}}{\omega_1^2 L_{\mu,\Gamma}^2 + R_{2,\Gamma}^2}, \\ \operatorname{Im} \{ \hat{Z}_{1,\Gamma,k} \} &= \omega_1 L_{\sigma,\Gamma} + \frac{\omega_1 L_{\mu,\Gamma} R_{2,\Gamma}^2}{\omega_1^2 L_{\mu,\Gamma}^2 + R_{2,\Gamma}^2}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

### 1.1.2.4 Výsledné vztahy pro přepočítání T-článku na $\Gamma$ -článek a naopak

Transformační vztahy pro přepočítání T-článku na  $\Gamma$ -článek se obdrží řešením soustavy tří rovnic

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{1,\Gamma,0} &= \hat{Z}_{1,\Gamma,0}, \\ \operatorname{Re} \{ \hat{Z}_{1,\Gamma,k} \} &= \operatorname{Re} \{ \hat{Z}_{1,\Gamma,k} \}, \\ \operatorname{Im} \{ \hat{Z}_{1,\Gamma,k} \} &= \operatorname{Im} \{ \hat{Z}_{1,\Gamma,k} \}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Výsledné transformační vztahy pro přepočítání T-článku na  $\Gamma$ -článek mají tvar

$$\begin{aligned} L_{\sigma,\Gamma} &= \frac{(L_{\mu,\Gamma} + L_{\sigma_1,\Gamma}) (L_{\mu,\Gamma} L_{\sigma_1,\Gamma} + L_{\mu,\Gamma} L_{\sigma_2,\Gamma} + L_{\sigma_1,\Gamma} L_{\sigma_2,\Gamma})}{L_{\mu,\Gamma}^2}, \\ L_{\mu,\Gamma} &= L_{\sigma_1,\Gamma} + L_{\mu,\Gamma}, \\ R_{2,\Gamma} &= \frac{(L_{\mu,\Gamma} + L_{\sigma_1,\Gamma})^2 R_{2,\Gamma}}{L_{\mu,\Gamma}^2}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Při zpětném přepočítání z  $\Gamma$ -článku na T-článek jsou hledány čtyři parametry. Soustavu rovnic (1.10) je tedy nutné doplnit o čtvrtou rovnici, jinak by měla úloha nekonečně mnoho řešení.

Jednou z možností je zavedení předpokladu  $L_{\sigma_1, \Gamma} = L_{\sigma_2, \Gamma}$ . Transformační vztahy se pak obdrží řešením soustavy rovnic

$$\begin{aligned}\hat{Z}_{1, \Gamma, 0} &= \hat{Z}_{1, \Gamma, 0}, \\ \operatorname{Re} \{ \hat{Z}_{1, \Gamma, k} \} &= \operatorname{Re} \{ \hat{Z}_{1, \Gamma, k} \}, \\ \operatorname{Im} \{ \hat{Z}_{1, \Gamma, k} \} &= \operatorname{Im} \{ \hat{Z}_{1, \Gamma, k} \}. \\ L_{\sigma_1, \Gamma} &= L_{\sigma_2, \Gamma}.\end{aligned}\tag{1.12}$$

Výsledné transformační vztahy pro přepočítání  $\Gamma$ -článku na  $\Gamma$ -článek mají tvar

$$\begin{aligned}L_{\sigma_1, \Gamma} &= L_{\sigma_2, \Gamma} = L_{\mu, \Gamma} - \frac{L_{\mu, \Gamma}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{L_{\mu, \Gamma} + L_{\sigma, \Gamma}}}, \\ L_{\mu, \Gamma} &= \frac{L_{\mu, \Gamma}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{L_{\mu, \Gamma} + L_{\sigma, \Gamma}}}, \\ R_{2, \Gamma} &= \frac{L_{\mu, \Gamma} R_{2, \Gamma}}{L_{\mu, \Gamma} + L_{\sigma, \Gamma}}.\end{aligned}\tag{1.13}$$

### 1.1.2.5 Výsledné vztahy pro přepočítání $\Gamma$ -článku na $\Gamma$ -článek a naopak

Transformační vztahy pro přepočítání  $\Gamma$ -článku na  $\Gamma$ -článek se obdrží řešením soustavy tří rovnic

$$\begin{aligned}\hat{Z}_{1, \Gamma, 0} &= \hat{Z}_{1, \Gamma, 0}, \\ \operatorname{Re} \{ \hat{Z}_{1, \Gamma, k} \} &= \operatorname{Re} \{ \hat{Z}_{1, \Gamma, k} \}, \\ \operatorname{Im} \{ \hat{Z}_{1, \Gamma, k} \} &= \operatorname{Im} \{ \hat{Z}_{1, \Gamma, k} \}.\end{aligned}\tag{1.14}$$

Výsledné transformační vztahy pro přepočítání  $\Gamma$ -článku na  $\Gamma$ -článek mají tvar

$$\begin{aligned}L_{\sigma, \Gamma} &= L_{\sigma_1, \Gamma} + \frac{L_{\mu, \Gamma} L_{\sigma_2, \Gamma}}{L_{\mu, \Gamma} + L_{\sigma_2, \Gamma}}, \\ L_{\mu, \Gamma} &= \frac{L_{\mu, \Gamma}^2}{L_{\mu, \Gamma} + L_{\sigma_2, \Gamma}}, \\ R_{2, \Gamma} &= \frac{L_{\mu, \Gamma}^2 R_{2, \Gamma}}{(L_{\mu, \Gamma} + L_{\sigma_2, \Gamma})^2}.\end{aligned}\tag{1.15}$$

Při zpětném přepočítání z  $\Gamma$ -článku na  $\Gamma$ -článek jsou hledány čtyři parametry. Soustavu rovnic (1.14) je tedy nutné doplnit o čtvrtou rovnici, jinak by měla úloha nekonečně mnoho řešení. Jednou z možností je zavedení předpokladu  $L_{\sigma_1, \Gamma} = L_{\sigma_2, \Gamma}$ . Transformační vztahy se pak obdrží řešením soustavy rovnic

$$\begin{aligned}\hat{Z}_{1, \Gamma, 0} &= \hat{Z}_{1, \Gamma, 0}, \\ \operatorname{Re} \{ \hat{Z}_{1, \Gamma, k} \} &= \operatorname{Re} \{ \hat{Z}_{1, \Gamma, k} \}, \\ \operatorname{Im} \{ \hat{Z}_{1, \Gamma, k} \} &= \operatorname{Im} \{ \hat{Z}_{1, \Gamma, k} \}. \\ L_{\sigma_1, \Gamma} &= L_{\sigma_2, \Gamma}.\end{aligned}\tag{1.16}$$

Výsledné transformační vztahy pro přepočítání  $\Gamma$ -článku na  $\Gamma$ -článek mají tvar

$$\begin{aligned}L_{\sigma_1, \Gamma} &= L_{\sigma_2, \Gamma} = L_{\mu, \Gamma} + L_{\sigma, \Gamma} - \sqrt{L_{\mu, \Gamma}} \sqrt{L_{\mu, \Gamma} + L_{\sigma, \Gamma}}, \\ L_{\mu, \Gamma} &= \sqrt{L_{\mu, \Gamma}} \sqrt{L_{\mu, \Gamma} + L_{\sigma, \Gamma}}, \\ R_{2, \Gamma} &= \frac{R_{2, \Gamma} (L_{\mu, \Gamma} + L_{\sigma, \Gamma})}{L_{\mu, \Gamma}}.\end{aligned}\tag{1.17}$$

### 1.1.3 Srovnání náhradních zapojení

V této části je provedeno srovnání náhradních zapojení ve tvaru klasického T-článku a  $\Gamma$ -článku. Cílem je analyzovat případnou chybu, která jak již bylo uvedeno, může vzniknout přesunem odporu  $R_{Fe}$  za odpor  $R_1$  při převodu klasického T-článku na upravený T-článek. Následným převodem upraveného T-článku na zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku, případně T-článku s použitím uvedených transformačních vztahů již principiálně žádná chyba nemůže vzniknout, protože se jedná o rovnocenná zapojení, jak již bylo zmíněno. Srovnání bude provedeno porovnáním momentových charakteristik.

Pro náhradní zapojení ve tvaru klasického T-článku podle Obr. 1.1 a) je možné odvodit vztah pro momentovou charakteristiku, tj. závislost momentu na skluzu, ve tvaru

$$M_i = \frac{m_1 p U_1^2}{\omega_1} \frac{a_1 s}{a_2 + a_3 s + a_4 s^2}, \quad (1.18)$$

kde  $M_i$  je vnitřní moment stroje,  $m_1$  je počet fází statoru,  $p$  je počet pólových dvojic,  $U_1$  je efektivní hodnota fázového statorového napětí a  $a_1$ – $a_4$  jsou pomocné proměnné

$$\begin{aligned} a_1 &= R_{2,T} R_{Fe}^2 X_{\mu,T}^2, \\ a_2 &= R_{2,T}^2 \left[ R_1^2 \left( R_{Fe}^2 + X_{\mu,T}^2 \right) + 2R_1 R_{Fe} X_{\mu,T}^2 + R_{Fe}^2 \left( X_{\mu,T} + X_{\sigma_1,T} \right)^2 + X_{\mu,T}^2 X_{\sigma_1,T}^2 \right], \\ a_3 &= 2R_{2,T} R_{Fe} X_{\mu,T}^2 \left( R_1^2 + R_1 R_{Fe} + X_{\sigma_1,T}^2 \right), \\ a_4 &= R_1^2 \left[ R_{Fe}^2 \left( X_{\mu,T} + X_{\sigma_2,T} \right)^2 + X_{\mu,T}^2 X_{\sigma_2,T}^2 \right] \\ &\quad + R_{Fe}^2 \left( X_{\mu,T} X_{\sigma_1,T} + X_{\mu,T} X_{\sigma_2,T} + X_{\sigma_1,T} X_{\sigma_2,T} \right)^2 \\ &\quad + X_{\mu,T}^2 X_{\sigma_2,T}^2 \left( 2R_1 R_{Fe} + X_{\sigma_1,T}^2 \right). \end{aligned} \quad (1.19)$$

Postup odvození uvedených vztahů je možné nalézt v [1] a je ukázán také v kapitole 3.1.3.3.

Pro náhradní zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku podle Obr. 1.1 c) je možné opět určit momentovou charakteristiku podle rovnice (1.18), kde pro jednotlivé pomocné proměnné platí

$$\begin{aligned} a_1 &= R_{2,\Gamma} R_{Fe}^2 X_{\mu,\Gamma}^2, \\ a_2 &= R_1^2 R_{2,\Gamma}^2 R_{Fe}^2 + R_{2,\Gamma}^2 X_{\mu,\Gamma}^2 \left( R_1 + R_{Fe} \right)^2, \\ a_3 &= 2R_1 R_{2,\Gamma} R_{Fe} X_{\mu,\Gamma}^2 \left( R_1 + R_{Fe} \right), \\ a_4 &= R_1^2 R_{Fe}^2 \left( X_{\mu,\Gamma} + X_{\sigma,\Gamma} \right)^2 + X_{\mu,\Gamma}^2 X_{\sigma,\Gamma}^2 \left( R_1 + R_{Fe} \right)^2. \end{aligned} \quad (1.20)$$

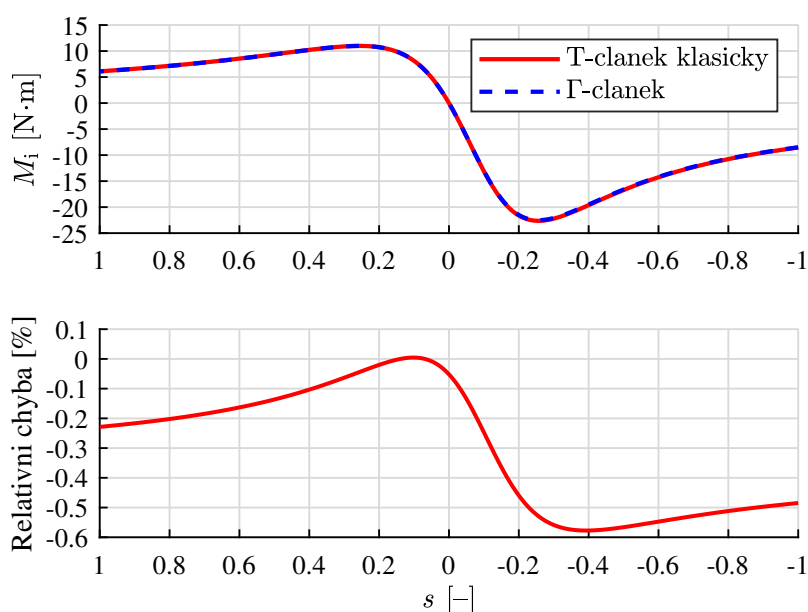
Předpokládejme nyní, že jsou známy parametry náhradního zapojení ve tvaru T-článku, viz levý sloupec v Tab. 1.1. Hodnoty těchto parametrů přibližně odpovídají jednomu z motorů, které jsou dále v práci analyzovány (motor M1, viz kapitola 4.2).

**Tab. 1.1:** Hodnoty původních a přepočtených parametrů pro náhradní zapojení ve tvaru T-článku a  $\Gamma$ -článku.

Původní parametry	Přepočtené parametry
$R_1 = 11,74 \Omega$	$R_1 = 11,74 \Omega$ (nepřepočítává se)
$R_{Fe} = 4300 \Omega$	$R_{Fe} = 4300 \Omega$ (nepřepočítává se)
$R_{2,T} = 7,85 \Omega$	$R_{2,\Gamma} = 8,7 \Omega$
$L_{\mu,T} = 0,88 \text{ H}$	$L_{\mu,\Gamma} = 0,93 \text{ H}$
$L_{\sigma_1,T} = 46,3 \text{ mH}$	$L_{\sigma,\Gamma} = 100 \text{ mH}$
$L_{\sigma_2,T} = 46,3 \text{ mH}$	

S použitím transformačních vztahů podle (1.11) je možné původní parametry přepočítat na parametry náhradního zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku. Výsledné hodnoty jsou uvedeny v pravém sloupci tabulky. Dosazením uvedených parametrů do příslušných pomocných proměnných podle (1.19) a (1.20) a následným použitím rovnice (1.18) je možné získat momentové charakteristiky pro náhradní zapojení ve tvaru klasického T-článku a  $\Gamma$ -článku. Tyto charakteristiky jsou vykresleny na Obr. 1.2. Na obrázku je uveden také relativní rozdíl výsledných vypočtených charakteristik. Připomeňme, že tento rozdíl vzniká pouze přesunutím odporu  $R_{Fe}$  za odpor  $R_1$  při převodu klasického T-článku na upravený T-článek, viz Obr. 1.1. Je možné vidět, že obě momentové charakteristiky jsou téměř totožné. Relativní chyba je velmi malá a dosahuje hodnoty menší než 1 %. Odtud plyne, že případná chyba převodem klasického T-článku na upravený T-článek je zanedbatelná.

Pak se jako ideální varianta náhradního zapojení, které má být dále v práci využito jako základ přesného matematického modelu stroje, jeví náhradní zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku. Důvodem<sup>2</sup> je především možnost jeho přesné experimentální identifikace parametrů, kdy je možné z tohoto náhradního zapojení odvodit všechny vztahy potřebné k experimentální identifikaci jednotlivých parametrů bez nutnosti zavádění dodatečných předpokladů, které není možné experimentálně ověřit [1, 24]. To u náhradního zapojení ve tvaru T-článku neplatí a je zde například nutné zavádět předpoklad vzájemného poměru rozptylových indukčností, viz [27, 28].



**Obr. 1.2:** Srovnání výsledných momentových charakteristik při převodu náhradního zapojení ve tvaru klasického T-článku na  $\Gamma$ -článek s využitím uvedených transformačních vztahů.

## 1.2 Identifikace parametrů náhradních zapojení

Klasický postup identifikace parametrů náhradního zapojení ASM vychází ze zkoušky naprázdno a ze zkoušky nakrátko (při zabrzděném rotoru). Postup jednotlivých zkoušek včetně

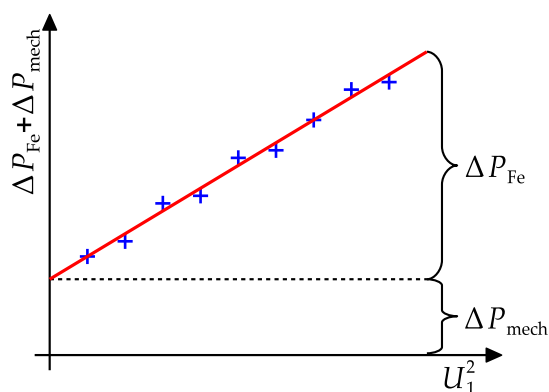
<sup>2</sup>Dalším důvodem může být také zjednodušení veškerých rovnic z důvodu menšího celkového počtu parametrů náhradního zapojení.

definice potřebných vztahů je možné nalézt například v normě IEEE 112-2017 [27] nebo v normě ČSN EN 60034-2-1 [28]. Postupy v obou citovaných zdrojích jsou prakticky totožné. Oba zdroje předpokládají použití náhradního zapojení ve tvaru klasického T-článku.

Jak již bylo dříve uvedeno, snahou této práce je použití náhradního zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku z důvodu, že zde není nutné zavádět žádné zjednodušující předpoklady pro odvození všech potřebných vztahů pro identifikaci jednotlivých parametrů obvodu. Postupem identifikace parametrů pro náhradní zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku se zabývají například práce [25, 29]. V práci [29] je navíc pro identifikaci použit genetický algoritmus pro získání závislosti rotorového odporu a rozptylové indukčnosti na skluzu stroje. V článku [30] je popsán postup identifikace magnetizační indukčnosti v závislosti na sycení stroje<sup>3</sup>.

Ucelený přehled identifikace parametrů náhradního zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku je možné nalézt v práci [1], kde je teoreticky představena tzv. zkouška při zatížení. Jedná se o náhradu zkoušky při zabrzděném rotoru. Z této zkoušky jsou tedy obdrženy hodnoty rozptylové indukčnosti a rotorového odporu. Výhodou zkoušky při zatížení je, že identifikované parametry blíže odpovídají skutečným jmenovitým parametrům stroje, neboť může být identifikace provedena přímo při jmenovitém zatížení, případně v blízkosti jmenovitého zatížení. Tento postup identifikace bude použit i v této disertační práci.

S identifikací parametrů náhradních zapojení úzce souvisí i identifikace mechanických ztrát motoru. Ty je možné určit ze zkoušky naprázdno. Dále uvedený základní postup čerpá z norm [27, 28]. Postup identifikace vychází z Obr. 1.3. Při experimentu se provede měření příkonu stroje při různých hodnotách napájecího napětí<sup>4</sup>. Od měřeného příkonu jsou následně odečteny Jouleovy ztráty ve vinutí statoru, čímž se získá součet ztrát mechanických a ztrát v železe  $\Delta P_{\text{Fe}} + \Delta P_{\text{mech}}$ . Tyto hodnoty se vynesou v závislosti na druhé mocnině napájecího napětí. Jelikož jsou ztráty v železe úměrné právě přibližně druhé mocnině napětí, kopírují vynesené body lineární závislost. Tyto body se následně proloží přímkou tak, aby byla minimalizována suma kvadratických odchylek mezi přímkou a jednotlivými měřenými body. Velikost mechanických ztrát se pak odečte v místě průniku výsledné přímky s osou  $y$ , viz Obr. 1.3. Uvedeným způsobem se získají mechanické ztráty pro jednu hodnotu statorového kmitočtu, tj. pro jednu hodnotu otáček.



**Obr. 1.3:** Základní způsob separace mechanických ztrát a ztrát v železe ze zkoušky naprázdno.

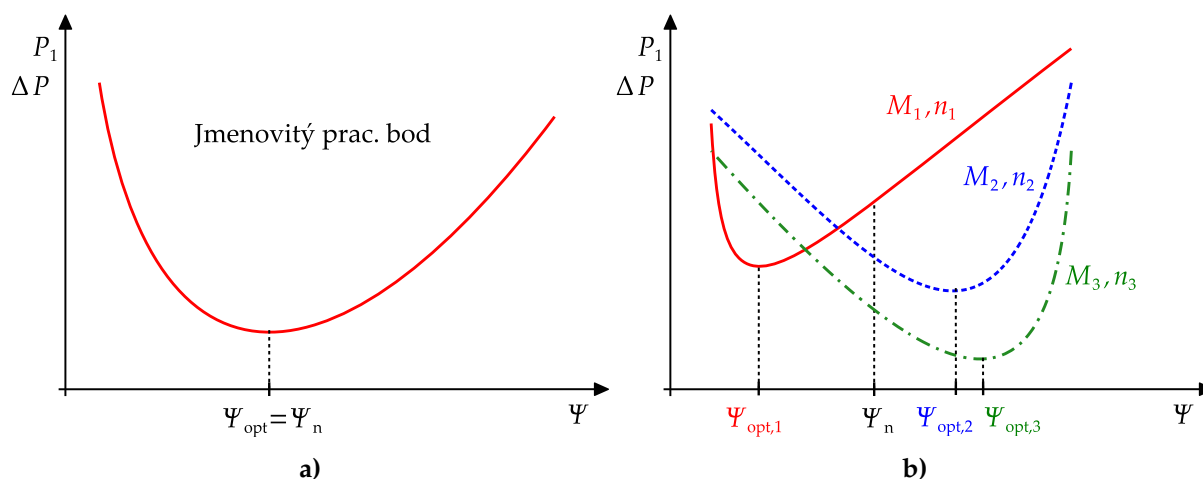
<sup>3</sup>Tuto závislost je nutné zohlednit v modelu stroje pro přesné modelování ztrát v širokém rozsahu otáček, neboť tato závislost významně ovlivňuje velikost magnetizačního proudu a tím velikost Jouleových ztrát ve vinutí statoru, viz [30].

<sup>4</sup>Doporučený rozsah hodnot napájecích napětí je možné nalézt v [27, 28].

### 1.3 Minimalizace ztrát v ASM provozovaném v širokém rozsahu otáček a momentu

Z principu funkce asynchronního motoru plyne, že určitého pracovního bodu, tj. určité kombinace otáček  $n$  a momentu  $M$  je možné dosáhnout nekonečně mnoha kombinacemi napájecího napětí  $U_1$  a napájecího kmitočtu  $f_1$ , pro které motor odebírá z napájecího zdroje rozdílné hodnoty příkonu  $P_1$ . Přitom existuje jedna kombinace, při které je příkon motoru a tedy i jeho celkové ztráty minimální.

Uvedená skutečnost plyne z Obr. 1.4, který zachycuje závislost příkonu (a také celkových ztrát  $\Delta P$ ) na spřaženém magnetickém toku  $\Psi$ . Jednotlivé průběhy odpovídají různým kombinacím otáček a momentu. Velikost spřaženého toku je úměrná poměru napájecího napětí a kmitočtu<sup>5</sup>  $\Psi \sim U_1 / f_1$ . Snížení toku je tedy docíleno snížením napájecího napětí a zvýšením napájecího kmitočtu, zvýšení toku je naopak docíleno zvýšením napájecího napětí a snížením napájecího kmitočtu. Na Obr. 1.4 je možné vidět, že při dosažení optimální hodnoty toku  $\Psi_{\text{opt}}$  dochází k minimalizaci ztrát pro danou kombinaci otáček a momentu.



Obr. 1.4: Závislost příkonu ASM na spřaženém magnetickém toku.

Asynchronní motory jsou obvykle navrhovány tak, že jmenovité napájení (napětí a frekvence) vytváří takový jmenovitý tok  $\Psi_n$ , který právě odpovídá optimálnímu toku  $\Psi_{\text{opt}}$  pro jmenovitý moment a otáčky. Respektive jmenovitý moment a otáčky jsou stanoveny tak, aby jmenovité sycení opravdu odpovídalo optimu z hlediska minimalizace ztrát, viz Obr. 1.4 a).

Pokud se však pracovní bod stroje liší od jmenovitého pracovního bodu, liší se hodnoty optimálního a jmenovitého toku. Tato situace je zachycena na Obr. 1.4 b) pro různé kombinace otáček a momentu, které jsou odlišné od jmenovitého pracovního bodu. V těchto případech již není při řízení stroje výhodné udržovat hodnotu toku na jmenovité hodnotě, ale je naopak vhodné upravit hodnoty napájecího napětí a kmitočtu tak, aby byl pracovní bod dosažen při optimálním toku a motor tak pracoval v daném pracovním bodě s maximální možnou účinností.

Z literárního průzkumu plyne, že problematika optimálního provozu ASM v širokém rozsahu otáček a momentu je řešena více než třicet let, viz např. [31]. Jedná se však o problematiku

<sup>5</sup>Při výpočtu skutečné hodnoty spřaženého toku je nutné zohlednit úbytek napětí na statorovém odporu, viz rovnice (3.22).

stále velmi aktuální, viz [32–34]. Přehled metod zajišťujících minimalizaci ztrát v ASM v širokém rozsahu otáček a momentu je možné nalézt např. v článku [35]. V zásadě je možné tyto metody rozdělit do dvou kategorií.

V prvním případě se jedná o online metody, kdy je měřen příkon do motoru a pomocí adaptivního regulátoru jsou měněny napájecí hodnoty tak, aby měl stroj nejnižší příkon při daném momentu a otáčkách. Toto řešení je možné nalézt např. v [31,36,37]. Nevýhodou těchto metod může být pomalá odezva. Výhodou je naopak možnost nalezení přesného minima příkonu stroje.

Druhou kategorií jsou metody, které vychází z modelu ztrát v ustáleném stavu stroje. Výhodou těchto metod je, že výsledná závislost optimálního toku na otáčkách a momentu stroje může být implementována do řídicích, obvykle vektorově orientovaných, struktur měniče. Výsledné pohony tak dosahují dobré dynamiky. Nevýhodou může být, že model motoru musí být co nejpřesnější, aby bylo možné přesně predikovat jeho ztráty v širokém rozsahu otáček a momentu. Tento přístup je možné nalézt např. v [32, 33, 38–40]. V článku [39] jsou kromě ztrát ve stroji do výpočtů zahrnuty také ztráty v měniči a je zde tedy hledáno minimum ztrát celkové soustavy měnič-motor. Z článku nicméně vyplývá, že zahrnutí ztrát v měniči nepřináší významné rozdíly ve výsledném minimálním příkonu stroje. Jinými slovy, při zahrnutí ztrát v měniči do výpočtů se hodnoty vypočteného optimálního toku téměř nemění oproti modelu bez ztrát v měniči.

Uvedené publikace založené na použití modelu ztrát stroje mají několik společných rysů, především se z velké části detailně věnují implementaci uvedených metod do výsledných řídicích struktur pohonu, obvykle založených na vektorově orientovaném řízení, avšak často na úkor popisu metodiky experimentální identifikace parametrů náhradních zapojení nebo postupu výpočtu samotného optimálního toku. Dále je v uvedených pracích velmi často zanedbán nebo velmi okrajově zohledněn vliv teplot na výsledné chování stroje.

Autor práce se domnívá, že právě na tyto často podceňované oblasti, tj. na přesnou identifikaci parametrů náhradního zapojení pro modelování stroje v širokém rozsahu otáček a momentu a na zohlednění tepelných jevů ve stroji, je nutné se zaměřit. Tato disertační práce se tedy bude zabývat především touto problematikou a jejím následným využitím při výpočtu optimálního toku s ohledem na dosažení maximální účinnosti ASM provozovaného v širokém rozsahu otáček a momentu. Jelikož je tato problematika natolik obsáhlá, především pak zahrnutí vlivu tepelných jevů na výsledné chování stroje, nebude věnována pozornost samotným strukturám řízení pohonu s ASM.

## 2 | Cíle práce

1. Sestavení přesného náhradního zapojení asynchronního motoru s kotvou nakrátko ve tvaru  $\Gamma$ -článku – se zohledněním chování jednotlivých ztrát stroje v širokém rozsahu momentu a otáček stroje.
  - teoretický rozbor závislosti jednotlivých prvků náhradního zapojení na sycení, na statorovém kmitočtu atd.
  - matematická analýza
2. Identifikace parametrů náhradního zapojení z měření, experimentální ověření teoretických závislostí jednotlivých prvků schématu predikovaných v předchozím bodu.
  - navržení metodiky měření umožňujícího přesnou identifikaci parametrů
3. Sestavení tepelného modelu stroje v ustáleném tepelném stavu – za účelem predikce změn statorového a rotorového odporu v náhradním schématu vlivem oteplení vinutí statoru a klece rotoru.
  - doplnění teplotní závislosti statorového a rotorového odporu v náhradním schématu odstraní nedostatky následujících optimalizačních výpočtů spočívající ve velké citlivosti výsledků na hodnotu těchto odporů
4. Formulace a řešení optimalizační úlohy – hlavní cíl práce – hledání optimálního spřaženého toku, při zvoleném momentu a otáčkách (nastavitelné v širokém rozsahu) a při daných parametrech náhradního schématu se zahrnutím vlivů řešených v bodech uvedených výše. Je-li nalezen optimální tok, pak mu při zadaném momentu odpovídá určitá hodnota skluzového (rotorového) kmitočtu a jelikož jsou známy i otáčky, vyplývá ze znalosti rotorového kmitočtu i znalost potřebného statorového kmitočtu. Ze znalosti statorového spřaženého toku a statorového kmitočtu pak vychází potřebná hodnota napětí na magnetizační indukčnosti, potažmo i svorkového statorového napětí.
  - sestavení soustavy nelineárních rovnic popisujících problém
  - numerické řešení v prostředí MATLAB-SIMULINK
5. Experimentální ověření nalezeného optimálního nastavení v širokém rozsahu momentu a otáček – měřením na stroji napájeném z frekvenčního měniče.
  - verifikace výsledků teoretických výpočtů
  - posouzení úspory energie při činnosti v širokém rozsahu momentu a otáček při použití navrženého optimálního řízení ve srovnání s použitím spřaženého magnetického toku (respektive rotorového kmitočtu) vyplývajícího ze štítkových údajů stroje



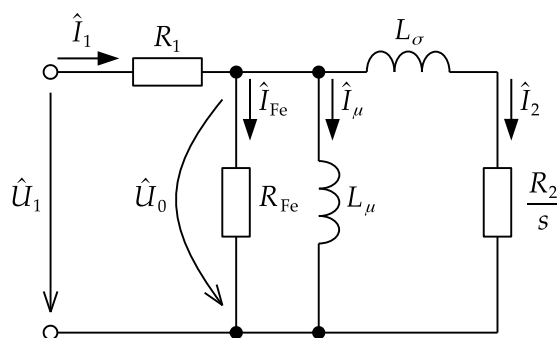
## 3 | Základní vztahy spojené s modelováním ASM

V této kapitole je uveden přehled důležitých vztahů souvisejících s modelováním ASM. Kapitola je rozdělena na dvě hlavní části. V první části je provedena matematická analýza náhradního zapojení ASM. Druhá část kapitoly se věnuje modelování dílčích ztrát v ASM. Zde je kladen důraz na fyzikální podstatu vzniku jednotlivých ztrát a možnost jejich přesného modelování v motoru provozovaném v širokém rozsahu otáček a momentu.

Veškeré vztahy, které jsou v kapitole uvedeny, tvoří nezbytný teoretický základ pro kapitoly navazující. Především pro následnou experimentální identifikaci parametrů náhradního zapojení ASM, ale také pro vytvoření výsledného přesného modelu stroje zajišťujícího výpočet optimálního toku s ohledem na minimalizaci ztrát.

### 3.1 Matematická analýza náhradního zapojení ASM ve tvaru $\Gamma$ -článku

V kapitole 1.1.1 byl uveden přehled náhradních zapojení ASM včetně vztahů pro jejich vzájemnou transformaci. Ze všech čtyř náhradních zapojení, která byla v dané kapitole uvedena, viz Obr. 1.1, bylo nutné zvolit jedno konkrétní, které má dále v práci tvořit základ výsledného matematického modelu stroje. Bylo zvoleno náhradní zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku, jehož použití je výhodné především s ohledem na možnost přesné experimentální identifikace jeho jednotlivých parametrů. Toto tvrzení je možné nalézt také například v [1,24]. Na Obr. 3.1 je toto zapojení uvedeno včetně vyznačení důležitých veličin, které budou odvozeny v následující části kapitoly.



Obr. 3.1: Náhradní zapojení ASM ve tvaru  $\Gamma$ -článku.

Význam jednotlivých parametrů náhradního zapojení je stejný jako na Obr. 1.1 c), pouze bylo vynecháno značení symbolem  $\Gamma$ . Obdobné značení jako na Obr. 3.1 již bude použito v celé zbylé části práce.

### 3.1.1 Definice jednotlivých kmitočtů použitých při výpočtech a výpočet otáček

Při výpočtech asynchronního motoru se pracuje s rozdílnými kmitočty a je tedy vhodné hned v úvodu uvést přehled jejich definic a značení.

Pro výpočet úhlové frekvence statoru platí vztah

$$\omega_1 = 2\pi f_1, \quad (3.1)$$

kde  $f_1$  je frekvence statoru a  $\omega_1$  je úhlová frekvence statoru.

Ve vzduchové mezeře působí točivé magnetické pole, které se otáčí mechanickou synchronní úhlovou rychlostí statoru

$$\omega_s = \frac{\omega_1}{p}, \quad (3.2)$$

kde  $\omega_s$  je mechanická synchronní úhlová rychlost magnetického pole statoru a  $p$  je počet pólových dvojic.

Kmitočtu  $\omega_s$  odpovídají synchronní otáčky rotoru, pro které platí

$$n_s = \frac{f_1 60}{p}, \quad (3.3)$$

kde  $n_s$  jsou synchronní otáčky rotoru.

Na základě známých otáček je možné následně určit skluz

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}, \quad (3.4)$$

kde  $n$  jsou otáčky a  $s$  je skluz.

Skluz je možné definovat také pomocí úhlových rychlostí podle vztahu

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s}, \quad (3.5)$$

kde  $\omega$  je mechanická úhlová rychlost rotoru.

V obvodu rotoru se indukují napětí o kmitočtu

$$f_2 = f_1 s, \quad (3.6)$$

kde  $f_2$  je rotorový (elektrický) kmitočet.

### 3.1.2 Výpočet důležitých napětí, proudů a impedancí v náhradním zapojení

Před samotným odvozením jednotlivých vztahů vycházejících z náhradního zapojení je vhodné připomenout, že náhradní zapojení platí pro jednu fázi statoru. To je nutné zohlednit například při výpočtu jednotlivých ztrát ve stroji, výkonu apod.

### 3.1.2.1 Celková vstupní impedance

Pro náhradní zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku podle Obr. 3.1 platí pro celkovou vstupní impedanci v komplexním tvaru

$$\hat{Z}_1 = R_1 + jX_\mu \parallel R_{Fe} \parallel \left( jX_\sigma + \frac{R_2}{s} \right), \quad (3.7)$$

kde  $R_1$  je odpor fáze statoru,  $R_{Fe}$  je odpor reprezentující ztráty v železe,  $X_\mu$  je magnetizační reaktance,  $X_\sigma$  je rozptylová reaktance a  $R_2$  je rotorový odpor. Poznamenejme, že parametry  $X_\sigma$  a  $R_2$  jsou vztaheny ke statorovým veličinám. Pro uvedené reaktance  $X_\mu$  a  $X_\sigma$  platí rovnice

$$X_\mu = 2\pi f_1 L_\mu = \omega_1 L_\mu, \quad (3.8)$$

$$X_\sigma = 2\pi f_1 L_\sigma = \omega_1 L_\sigma, \quad (3.9)$$

kde  $L_\mu$  je magnetizační indukčnost a  $L_\sigma$  je rozptylová indukčnost, která je opět přepočtena na stranu statoru.

Úpravou rovnice (3.7) je možné získat výsledný vztah v poměrně složitě tvaru. V práci [1] je použit přístup, kdy jsou výsledné vztahy zapsány s využitím pomocných proměnných, což vede ke zlepšení přehlednosti výsledných vztahů. S využitím tohoto přístupu je možné rovnici (3.7) zapsat ve tvaru

$$\hat{Z}_1 = \frac{a_1 + ja_2}{a_3 + ja_4}, \quad (3.10)$$

kde pro vzniklé pomocné proměnné  $a_1$ – $a_4$  platí

$$\begin{aligned} a_1 &= R_1 R_2 R_{Fe} - s X_\mu X_\sigma (R_1 + R_{Fe}), \\ a_2 &= s R_1 R_{Fe} X_\sigma + X_\mu (R_1 R_2 + s R_1 R_{Fe} + R_2 R_{Fe}), \\ a_3 &= R_2 R_{Fe} - s X_\mu X_\sigma, \\ a_4 &= s R_{Fe} X_\sigma + X_\mu (s R_{Fe} + R_2). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Pro modul vstupní impedance platí

$$Z_1 = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2}{a_3^2 + a_4^2}}. \quad (3.12)$$

### 3.1.2.2 Statorový proud

Rovnice pro výpočet statorového proudu v komplexním tvaru má tvar

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{U}_1}{\hat{Z}_1}. \quad (3.13)$$

Dosazením rovnice (3.10) do (3.13) se obdrží

$$\hat{I}_1 = \hat{U}_1 \frac{a_3 + ja_4}{a_1 + ja_2}. \quad (3.14)$$

Pro absolutní hodnotu statorového proudu pak platí

$$I_1 = U_1 \sqrt{\frac{a_3^2 + a_4^2}{a_1^2 + a_2^2}}. \quad (3.15)$$

Jednotlivé pomocné proměnné v rovnicích (3.14) a (3.15) se opět určí podle (3.11).

Po úpravách rovnice (3.15) je možné získat proudovou charakteristiku, tj. závislost statorového proudu na skluzu, ve tvaru [1]

$$I_1 = U_1 \sqrt{\frac{b_1 + b_2s + b_3s^2}{b_4 + b_5s + b_6s^2}}, \quad (3.16)$$

kde jednotlivé nové pomocné proměnné jsou

$$\begin{aligned} b_1 &= R_2^2 (R_{Fe}^2 + X_\mu^2), \\ b_2 &= 2R_2R_{Fe}X_\mu^2, \\ b_3 &= R_{Fe}^2 (X_\mu + X_\sigma)^2 + X_\mu^2X_\sigma^2, \\ b_4 &= R_2^2 [R_1^2R_{Fe}^2 + X_\mu^2 (R_1 + R_{Fe})^2], \\ b_5 &= 2R_1R_2R_{Fe}X_\mu^2 (R_1 + R_{Fe}), \\ b_6 &= R_1^2 [R_{Fe}^2 (X_\mu + X_\sigma)^2 + X_\mu^2X_\sigma^2] + 2R_1R_{Fe}X_\mu^2X_\sigma^2 + R_{Fe}^2X_\mu^2X_\sigma^2. \end{aligned} \quad (3.17)$$

### 3.1.2.3 Napětí v příčné větvi

Podle schématu na Obr. 3.1 je možné odvodit rovnici

$$\hat{U}_0 = \hat{U}_1 \frac{R_{Fe} \|jX_\mu\| \left(jX_\sigma + \frac{R_2}{s}\right)}{R_1 + R_{Fe} \|jX_\mu\| \left(jX_\sigma + \frac{R_2}{s}\right)}, \quad (3.18)$$

kterou je možné dále upravit do tvaru

$$\hat{U}_0 = \hat{U}_1 \frac{c_1 + jc_2}{c_3 + jc_4}, \quad (3.19)$$

kde jednotlivé pomocné proměnné jsou

$$\begin{aligned} c_1 &= -sR_{Fe}X_\mu X_\sigma, \\ c_2 &= R_2R_{Fe}X_\mu^2, \\ c_3 &= R_1R_2R_{Fe} - sX_\mu X_\sigma (R_1 + R_{Fe}), \\ c_4 &= sR_1R_{Fe}X_\sigma + X_\mu (R_1R_2 + sR_1R_{Fe} + R_2R_{Fe}). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Pro absolutní hodnotu napětí v příčné větvi platí

$$U_0 = U_1 \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2}{c_3^2 + c_4^2}}. \quad (3.21)$$

S využitím napětí v příčné větvi je možné určit vztah pro výpočet amplitudy<sup>1</sup> spráženého magnetického toku

$$\Psi = \frac{\sqrt{2}U_0}{2\pi f_1} = \frac{\sqrt{2}U_0}{\omega_1}. \quad (3.22)$$

<sup>1</sup>Poznamenejme, že u spráženého magnetického toku je v práci pojem amplituda často vynecháván, je však vždy myšleno, že se jedná o amplitudu.

### 3.1.2.4 Proud v příčné větvi

Podle schématu na Obr. 3.1 je možné dále odvodit vztahy pro výpočet jednotlivých proudů v příčné větvi

$$\hat{I}_{\text{Fe}} = \frac{\hat{U}_0}{R_{\text{Fe}}}, \quad (3.23)$$

$$I_{\text{Fe}} = \frac{U_0}{R_{\text{Fe}}}, \quad (3.24)$$

$$\hat{I}_\mu = \frac{\hat{U}_0}{jX_\mu}, \quad (3.25)$$

$$I_\mu = \frac{U_0}{X_\mu}, \quad (3.26)$$

kde  $\hat{I}_{\text{Fe}}$  je proud tekoucí odporem reprezentující ztráty v železe vyjádřený v komplexním tvaru,  $I_{\text{Fe}}$  je jeho absolutní hodnota,  $\hat{I}_\mu$  je magnetizační proud vyjádřený v komplexním tvaru a  $I_\mu$  je opět jeho absolutní hodnota. Poznamenejme, že se jedná o efektivní hodnoty.

### 3.1.2.5 Rotorový proud

Pro rotorový proud<sup>2</sup> v komplexním tvaru je možné s využitím schématu na Obr. 3.1 odvodit rovnici

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{U}_0}{\frac{R_2}{s} + jX_\sigma}. \quad (3.27)$$

Pro jeho absolutní hodnotu pak platí

$$I_2 = \frac{U_0}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_\sigma^2}}. \quad (3.28)$$

## 3.1.3 Využití náhradního zapojení pro výpočet výkonu, dílčích ztrát a účinnosti stroje

S využitím vztahů uvedených v předchozí části je dále možné na základě náhradního zapojení odvodit vztahy pro výpočet jednotlivých ztrát, výkonu a účinnosti stroje.

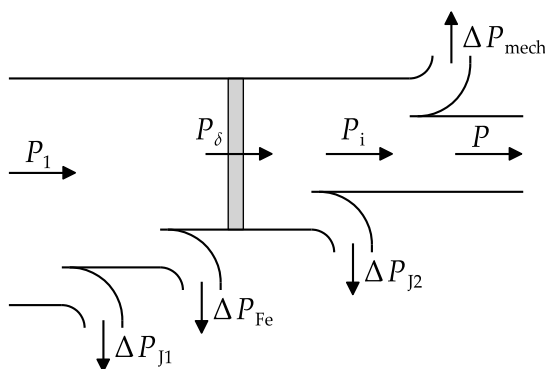
### 3.1.3.1 Tok výkonu ve stroji

Na Obr. 3.2 je schematicky vyobrazeno, jakým způsobem je v této práci uvažován tok (činného) výkonu ve stroji. Je možné vidět, že příkon motoru  $P_1$  je na statorové straně snížen o Jouleovy ztráty ve vinutí statoru  $\Delta P_{j1}$  a ztráty v železe  $\Delta P_{\text{Fe}}$ . Zbývá část výkonu odpovídá výkonu přenášenému vzduchovou mezerou  $P_\delta$ . Ten je v rotoru dále snížen o Jouleovy ztráty v rotoru  $\Delta P_{j2}$ , čímž se obdrží vnitřní mechanický výkon stroje  $P_i$ . Ten pak v sobě zahrnuje mechanické ztráty  $\Delta P_{\text{mech}}$  a výsledný mechanický výkon na hřídeli stroje  $P$ .

Je možné si všimnout, že v uvedeném schématu nejsou oproti klasické literatuře, viz např. [22, 23], uvažovány ztráty v železe rotoru a ztráty dodatečné. Důvodem je obtížná separace

<sup>2</sup>Nejedná se o skutečnou hodnotu rotorového proudu, ale opět o přepočtenou hodnotu vztaženou ke statorovým veličinám. Stejně jako například rotorový odpor  $R_2$ .

těchto ztrát z experimentálních měření. Dodatečné ztráty jsou navíc často do výpočtů zaváděny z důvodu nesrovnalostí výpočtů s měřeními a to například ve formě konstantního procentuálního podílu z příkonu stroje, viz např. [21]. Tento přístup však nemusí být v širokém rozsahu otáček a momentu platný. Tato práce si tedy klade za cíl docílit přesných shod výpočtů s měřeními především na základě přesné a pečlivé experimentální identifikace parametrů náhradního zapojení a vytvořením přesného modelu stroje vystihujícího jeho chování v širokém rozsahu otáček a momentu.



Obr. 3.2: Schematické znázornění toku činného výkonu v ASM.

### 3.1.3.2 Příkon stroje

Jelikož se při výpočtech vychází z teorie střídavých obvodů, je nutné rozlišovat pojmy činný<sup>3</sup> příkon  $P_1$ , jalový příkon  $Q_1$  a zdánlivý příkon  $S_1$ , pro které platí vztahy

$$P_1 = m_1 U_1 I_1 \cos \varphi, \quad (3.29)$$

$$Q_1 = m_1 U_1 I_1 \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}, \quad (3.30)$$

$$S_1 = m_1 U_1 I_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2}, \quad (3.31)$$

kde  $m_1$  je počet fází statoru a  $\cos \varphi$  je účinník.

### 3.1.3.3 Výkon a moment stroje

Výkon na odporu  $\frac{R_2}{s}$  odpovídá výkonu přenášenému vzduchovou mezerou

$$P_\delta = m_1 \frac{R_2}{s} I_2^2. \quad (3.32)$$

Jak již bylo dříve zmíněno, tento výkon v sobě zahrnuje součet Jouleových ztrát v rotoru  $\Delta P_{J2}$  a celkový mechanický výkon generovaný strojem  $P_i$ . Proto i uvedený odpor  $\frac{R_2}{s}$  je dán součtem dvou dílčích odporů

$$\frac{R_2}{s} = R_2 + R_2 \frac{1-s}{s}, \quad (3.33)$$

kde výkon na prvním odporu  $R_2$  odpovídá Jouleovým ztrátám v rotoru a výkon na druhém odporu  $R_2 \frac{1-s}{s}$  odpovídá vnitřnímu mechanickému výkonu stroje

$$P_i = m_1 R_2 \frac{1-s}{s} I_2^2. \quad (3.34)$$

<sup>3</sup>Je vhodné poznamenat, že úplný název *činný příkon* bude dále v práci často zkracován na *příkon*.

S využitím (3.34) je možné odvodit vztah pro vnitřní moment stroje

$$M_i = \frac{P_i}{\omega}, \quad (3.35)$$

kde  $\omega$  je mechanická úhlová rychlost rotoru. S využitím vztahů (3.28), (3.34), (3.35) a (3.2) je možné po úpravách získat momentovou charakteristiku, tj. závislost momentu na skluzu, pro vnitřní moment ve tvaru [1]

$$M_i = \frac{m_1 p U_1^2}{\omega_1} \frac{a_1 s}{a_2 + a_3 s + a_4 s^2}, \quad (3.36)$$

kde jednotlivé pomocné proměnné jsou

$$\begin{aligned} a_1 &= R_2 R_{Fe}^2 X_\mu^2, \\ a_2 &= R_1^2 R_2^2 R_{Fe}^2 + R_2^2 X_\mu^2 (R_1 + R_{Fe})^2, \\ a_3 &= 2R_1 R_2 R_{Fe} X_\mu^2 (R_1 + R_{Fe}), \\ a_4 &= R_1^2 R_{Fe}^2 (X_\mu + X_\sigma)^2 + X_\mu^2 X_\sigma^2 (R_1 + R_{Fe})^2. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Pro užitný výkon na hřídeli stroje platí

$$P = P_i - \Delta P_{\text{mech}}. \quad (3.38)$$

S využitím (3.38) pak platí pro zatěžovací moment na hřídeli vztah

$$M = \frac{P}{\omega}. \quad (3.39)$$

### 3.1.3.4 Výpočet jednotlivých ztrát

Poznamenejme, že na základě náhradního zapojení je možné odvodit pouze vztahy pro výpočet ztrát elektromagnetického původu, tj. pouze Jouleovy ztráty ve statoru, Jouleovy ztráty v rotoru a ztráty v železe, pro které platí

$$\Delta P_{j1} = m_1 R_1 I_1^2, \quad (3.40)$$

$$\Delta P_{j2} = m_1 R_2 I_2^2, \quad (3.41)$$

$$\Delta P_{Fe} = m_1 \frac{U_0^2}{R_{Fe}}. \quad (3.42)$$

Ztráty mechanické je nutné chápat pouze jako dodatečné zatížení snižující využitelný výkon stroje.

### 3.1.3.5 Účinnost stroje

Na základě dříve uvedených vztahů je možné určit účinnost stroje jako poměr výkonu a příkonu

$$\eta = \frac{P}{P_1} \cdot 100 = \frac{P}{P + \Delta P} \cdot 100 \quad [\%], \quad (3.43)$$

kde

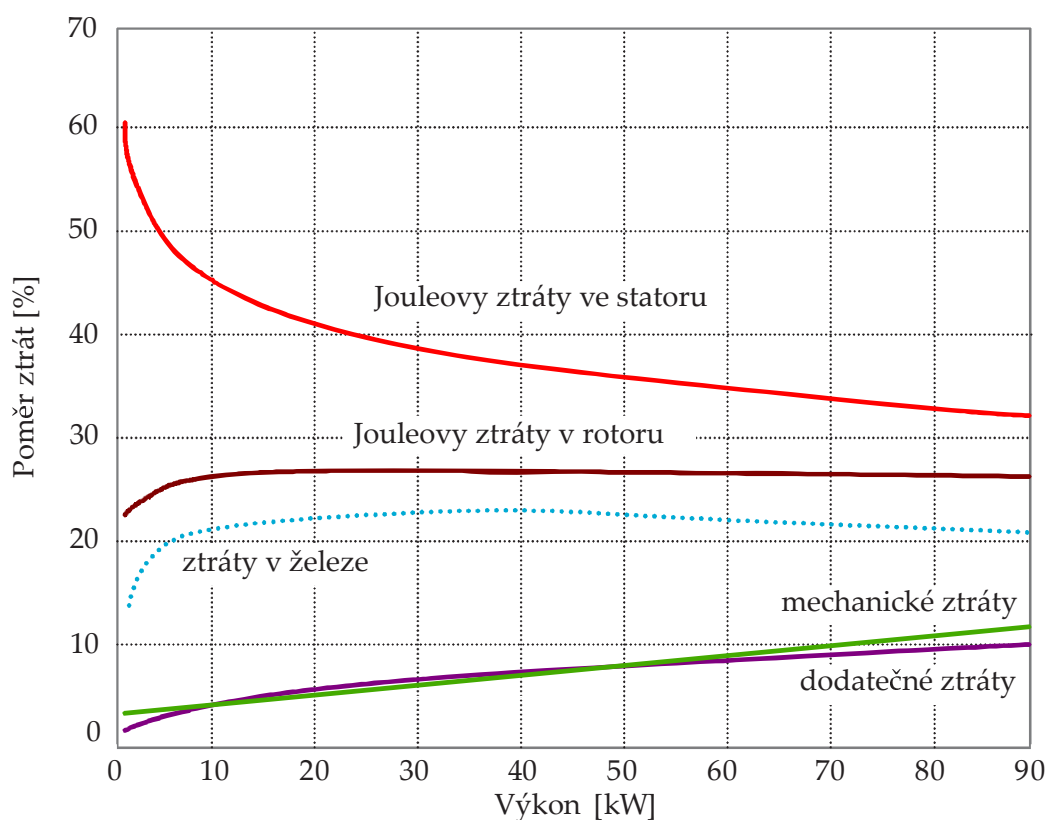
$$\Delta P = \Delta P_{j1} + \Delta P_{j2} + \Delta P_{Fe} + \Delta P_{\text{mech}} \quad (3.44)$$

jsou celkové ztráty ve stroji.

## 3.2 Modelování dílčích ztrát v ASM

V předchozí části kapitoly byly uvedeny vztahy pro výpočet jednotlivých ztrát ve stroji odvozené na základě náhradního zapojení. V této části bude věnována pozornost fyzikální podstatě vzniku jednotlivých ztrát a sledování jejich závislostí na vybraných veličinách, aby bylo možné tyto ztráty následně přesně predikovat v širokém rozsahu otáček a momentu stroje.

Na Obr. 3.3 je uvedeno typické rozdělení ztrát v ASM do výkonu 100 kW, viz [21]. Je možné vidět, že největší procentuální podíl ztrát připadá na Jouleovy ztráty ve vinutí statoru, poté následují Jouleovy ztráty v kleci rotoru a následně ztráty v železe. Odtud plyne, že pro vytvoření přesného modelu stroje by měla být věnována pozornost právě těmto významným ztrátám. Dále následují ztráty mechanické, kterým je v této kapitole také věnována pozornost a ztráty dodatečné, které jak již bylo dříve zmíněno, v této práci nebudou uvažovány.



Obr. 3.3: Typické rozdělení ztrát v asynchronních motorech do výkonu 100 kW. Upraveno z [21].

### 3.2.1 Jouleovy ztráty

Pro výpočet Jouleových ztrát ve vodiči platí obecná rovnice [41]

$$\Delta P_j = R_\theta I_{ef}^2, \quad (3.45)$$

kde  $\Delta P_j$  jsou Jouleovy ztráty,  $R_\theta$  je odpor vodiče, který je závislý na jeho okamžité střední teplotě a  $I_{ef}$  je efektivní hodnota proudu tekoucího vodičem. Z rovnice (3.45) je zřejmé, že správný výpočet Jouleových ztrát je podmíněn v první řadě znalostí přesné teploty daného vodiče. To znamená, že při výpočtu Jouleových ztrát ve vinutí statoru a v kleci rotoru podle rovnic (3.40) a (3.41) je nutné znát co nejlépe jejich příslušné teploty.



Dále je nutné poznamenat, že okamžitá hodnota odporu se u střídavých obvodů může měnit také v důsledku povrchového jevu (skinefekt), kdy je proud vytlačován k povrchu vodiče a narůstá jeho střídavý odpor, viz např. [1,21,42]. Tento jev může nastávat v rotorových tyčích při vyšších rotorových kmitočtech. Při řešení této práce bylo nejprve snahou tento jev do výpočtů zahrnout. Článek [43] se zabývá identifikací rotorových parametrů s uvážením jejich změny při změně skluzu, což odpovídá změně rotorového kmitočtu. Nicméně, při použití uvedené identifikace na stroje, které jsou dále v této práci analyzovány, nebylo možné tyto závislosti nijak významně sledovat. Proto vliv skinefektu není v této práci uvažován. Odpor může být dále teoreticky ovlivněn také jevem blízkosti (proximity efekt), viz např. [21]. Ani tento jev není v této práci uvažován.

### 3.2.2 Závislost odporu na teplotě

Okamžitá hodnota elektrického odporu vodiče závisí na jeho okamžité střední teplotě podle vztahu

$$R_{\vartheta} = R_{\vartheta_0} [1 + \alpha_{\vartheta_0} (\vartheta - \vartheta_0)] = R_{\vartheta_0} (1 + \alpha_{\vartheta_0} \Delta\vartheta), \quad (3.46)$$

kde  $R_{\vartheta}$  je hodnota odporu při hledané teplotě  $\vartheta$ ,  $R_{\vartheta_0}$  je hodnota odporu při referenční teplotě  $\vartheta_0$  (obvykle  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  nebo  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), teplotní rozdíl  $\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0$  je oteplení vodiče vůči referenční teplotě  $\vartheta_0$  a  $\alpha_{\vartheta_0}$  je materiálová konstanta nazývaná teplotní součinitel odporu, která udává relativní změnu odporu při změně teploty o jeden Kelvin. Uvedením symbolu  $\vartheta_0$  v dolním indexu je záměrně zdůrazněno, že hodnota tohoto součinitele je závislá (ač mírně) na dané referenční teplotě. Teplotní součinitel odporu se pro měděné a hliníkové vodiče určí podle rovnic (3.47), resp. (3.48).

Lineární závislost popsaná rovnicí (3.46) je u materiálů běžně používaných pro výrobu asynchronních strojů platná v dostatečně velkém rozsahu teplot. Pro měď je tento rozsah  $-200$  až  $+600\text{ }^{\circ}\text{C}$  a pro hliník  $-200$  až  $+300\text{ }^{\circ}\text{C}$ , viz [44].

#### 3.2.2.1 Teplotní součinitel odporu

Pro měděné a hliníkové vodiče se teplotní součinitel odporu určí podle následujících rovnic<sup>4</sup> [44]

$$\alpha_{\text{Cu},\vartheta_0} = \frac{1}{235 + \vartheta_0} [\text{K}^{-1}], \quad (3.47)$$

$$\alpha_{\text{Al},\vartheta_0} = \frac{1}{245 + \vartheta_0} [\text{K}^{-1}]. \quad (3.48)$$

Při uvažování referenční teploty  $\vartheta_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$  vychází, že u měděných vodičů se jejich odpor změní o  $0,426\%$  při změně teploty o jeden Kelvin, u hliníkových vodičů je tato změna  $0,408\%$ . Pokud je uvažována referenční teplota  $\vartheta_0 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , pak je tato změna  $0,392\%$  u měděných vodičů a  $0,377\%$  u hliníkových vodičů. V Tab. 3.1 jsou uvedeny změny odporu měděných a hliníkových vodičů v závislosti na oteplení v rozsahu 1 až 50 K. Je možné vidět, že při oteplení o 25 K dochází u obou typů vodičů ke změně odporu o přibližně  $10\%$ . S každým dalším nárůstem teploty o 25 K se tato hodnota logicky zdvojnásobuje.

<sup>4</sup>Teplotní součinitel odporu je možné určit experimentálně a to tak, že se u daného vodiče provede měření odporu při dvou rozdílných teplotách  $\vartheta_a$  a  $\vartheta_b$ , při kterých se obdrží dvě rozdílné hodnoty odporu  $R_a$  a  $R_b$ . Tyto hodnoty se pak dosadí do rovnice  $\alpha_{\vartheta_0} = \frac{1}{\frac{\vartheta_a R_b - \vartheta_b R_a}{R_a - R_b} + \vartheta_0}$ . Pokud je měření provedeno správně, měl by člen  $\frac{\vartheta_a R_b - \vartheta_b R_a}{R_a - R_b}$  dávat konstantu 235 pro měděné vodiče a 245 pro vodiče hliníkové. Jedna z daných teplot může být, ale není to podmínkou, referenční teplota  $\vartheta_0$ .

**Tab. 3.1:** Relativní změna odporu (v procentech) u měděných a hliníkových vodičů v závislosti na oteplení.

Oteplení [K]	Změna odporu Cu [%]		Změna odporu Al [%]	
	$\vartheta_0 = 0^\circ\text{C}$	$\vartheta_0 = 20^\circ\text{C}$	$\vartheta_0 = 0^\circ\text{C}$	$\vartheta_0 = 20^\circ\text{C}$
	1	0,426	0,392	0,408
5	2,1	2,0	2,0	1,9
10	4,3	3,9	4,1	3,8
15	6,4	5,9	6,1	5,7
20	8,5	7,8	8,2	7,5
25	10,6	9,8	10,2	9,4
30	12,8	11,8	12,2	11,3
35	14,9	13,7	14,3	13,2
40	17,0	15,7	16,3	15,1
45	19,1	17,6	18,4	17,0
50	21,3	19,6	20,4	18,9

### 3.2.3 Ztráty v železe

Podle Obr. 3.3 tvoří ztráty v železe typicky přibližně 20–25 % z celkových ztrát ASM. To je stále poměrně vysoká hodnota a je tedy snahou modelovat tyto ztráty co nejpřesněji. Modelování ztrát v železe není jednoduchou záležitostí, neboť jsou tyto ztráty závislé jak na kmitočtu, tak na sycení v daném magnetickém obvodu. Situaci neulehčuje ani skutečnost, že pro modelování ztrát v železe se v literatuře vyskytuje poměrně velké množství matematických modelů. Ty se odlišují zejména rozdělením celkových ztrát v železe na několik dílčích složek, které se liší rozdílnou závislostí na kmitočtu a sycení, viz např. [45]. V této práci je použito rozdělení ztrát v železe na dvě složky a to na ztráty hysterezní a ztráty vířivými proudy

$$\Delta P_{\text{Fe}} = \Delta P_{\text{h}} + \Delta P_{\text{v}}, \quad (3.49)$$

kde  $\Delta P_{\text{Fe}}$  jsou celkové ztráty v železe,  $\Delta P_{\text{h}}$  jsou ztráty hysterezní a  $\Delta P_{\text{v}}$  jsou ztráty vířivými proudy.

### 3.2.4 Separace ztrát v železe na ztráty hysterezní a ztráty vířivými proudy

#### 3.2.4.1 Hysterezní ztráty

Hysterezní ztráty vznikají při opakované magnetizaci a demagnetizaci železa magnetického obvodu stroje. Výpočet těchto ztrát vychází v první řadě z velikosti plochy statické hysterezní smyčky, která má význam energie ztracené (přeměněné na teplo) během jedné periody v materiálu o objemu  $1 \text{ m}^3$  (její rozměr je tedy  $[\text{J}/\text{m}^3]$ ). Vynásobením této plochy kmitočtem a celkovým objemem železa se získají hysterezní ztráty [21, 46]

$$\Delta P_{\text{h}} = fVC_{\text{h}}B^{n_{\text{h}}}, \quad (3.50)$$

kde  $V$  je objem,  $C_{\text{h}}$  a  $n_{\text{h}}$  jsou materiálové konstanty daných plechů magnetického obvodu,  $f$  je kmitočet a  $B$  je amplituda magnetické indukce.

Zavedením substituce  $K_h = VC_h$  je možné rovnici (3.50) upravit do známého tvaru

$$\Delta P_h = K_h f B^{n_h}. \quad (3.51)$$

Koeficient  $n_h$  se obvykle pohybuje v rozsahu hodnot<sup>5</sup>  $1,5 > n_h > 2,5$  [21]. Často je ale také uvažováno  $n_h = 2$ , viz např. [24]. V tomto případě se uvažuje, že při zvýšení rozkmitu syčení (výšky hysterezní smyčky) se ve stejném poměru zvýší i její šířka (v ose intenzity magnetického pole). Pak je tedy plocha smyčky úměrná kvadrátu lineárního rozměru (šířky nebo výšky smyčky).

### 3.2.4.2 Ztráty vířivými proudy

Vlivem časové změny magnetického toku dochází v elektricky vodivých částech magnetického obvodu k indukování napětí podle Faradayova indukčního zákona, viz např. [21,24]. Toto napětí pak vyvolává vznik vířivých proudů, které způsobují výkonové ztráty na konečně velkém elektrickém odporu materiálu. Ztráty vířivými proudy je možné určit podle rovnice [21,24]

$$\Delta P_v = \frac{V \pi^2 d^2 f^2 B^2}{6\rho}, \quad (3.52)$$

kde  $V$  je objem jednoho plechu,  $d$  je tloušťka plechu a  $\rho$  je měrný elektrický odpor materiálu plechu.

Zavedením substituce  $K_v = \frac{V \pi^2 d^2}{6\rho}$  je možné rovnici (3.52) opět dále upravit do tvaru

$$\Delta P_v = K_v f^2 B^2. \quad (3.53)$$

Dosazením rovnic (3.51) a (3.53) do rovnice (3.49) je nyní možné získat výslednou závislost celkových ztrát v železe na frekvenci a magnetické indukci

$$\Delta P_{Fe} = K_h f B^{n_h} + K_v f^2 B^2. \quad (3.54)$$

Je vhodné poznamenat, že převážná část ztrát v železe asynchronního motoru je soustředěna v železe statoru. Ztráty v železe rotoru jsou zanedbatelné z důvodu malého rotorového kmitočtu  $f_2 = f_1 s$ , což plyne přímo ze vztahu (3.54). Proto již bude dále v práci uvažována závislost celkových ztrát v železe výhradně na statorovém kmitočtu  $f_1$ , tento přístup je použit také např. v [32,47].

<sup>5</sup>Některé zdroje, viz např. [45], uvažují koeficient  $n_h$  nikoli jako konstantu, ale jako funkci závislou na amplitudě magnetické indukce,  $n_h = f(B)$ . V uvedeném článku je tato závislost modelována lineární funkcí  $n_h = a + bB$  a funkcí parabolickou  $n_h = a + bB + cB^2$ . Nicméně tento přístup výrazně zvyšuje náročnost matematického modelu ztrát v železe i náročnost na samotnou identifikaci jednotlivých konstant polynomu, bez výrazného zvýšení v přesnosti modelu. V autorových článcích [A4] a [A7] je možné nalézt oba přístupy, tj.  $n_h$  jako konstantu a nebo jako kvadratickou závislost na  $B$ , avšak bez zjevného rozdílu v přesnosti obou modelů ztrát v železe. Proto je dále v této práci uvažován pouze přístup, kdy  $n_h$  je konstanta.

### 3.2.5 Závislost ztrát v železe na kmitočtu a spřaženém magnetickém toku

Doposud byly ztráty v železe uvažovány výhradně v závislosti na frekvenci a magnetické indukci, což plyne z povahy jejich vzniku. Rovnici (3.54) je možné dále upravit tak, aby vznikla závislost nikoli na magnetické indukci  $B$ , ale na spřaženém magnetickém toku  $\Psi$ , jehož hodnotu je možné jednoduše určit pomocí vztahu (3.22), viz [21, 32].

Mezi magnetickou indukcí a spřaženým magnetickým tokem platí závislost [21, 24]

$$B = \frac{\Psi}{NS_{\text{Fe}}}, \quad (3.55)$$

kde  $N$  je počet závitů a  $S_{\text{Fe}}$  je průřez cesty magnetických siločár.

Dosazením (3.55) do (3.54) a zavedením  $f \equiv f_1$  se obdrží

$$\Delta P_{\text{Fe}} = K_h f_1 \left( \frac{\Psi}{NS_{\text{Fe}}} \right)^{n_h} + K_v f_1^2 \left( \frac{\Psi}{NS_{\text{Fe}}} \right)^2. \quad (3.56)$$

Nyní je možné zavést substituce

$$k_h = \frac{K_h}{N^{n_h} S_{\text{Fe}}^{n_h}}, \quad (3.57)$$

$$k_v = \frac{K_v}{N^2 S_{\text{Fe}}^2}. \quad (3.58)$$

S jejich využitím je možné rovnici (3.56) převést do výsledného tvaru

$$\Delta P_{\text{Fe}} = k_h f_1 \Psi^{n_h} + k_v f_1^2 \Psi^2. \quad (3.59)$$

Jedná se o výslednou rovnici, kterou je možné použít jako výsledný model ztrát v železe ASM, kde koeficienty  $k_h$ ,  $k_v$  mohou být pro konkrétní stroj určeny experimentálními měřeními.

### 3.2.6 Teoretická závislost odporu reprezentujícího ztráty v železe na kmitočtu a spřaženém magnetickém toku

V náhradním zapojení ASM jsou ztráty v železe reprezentovány odporem  $R_{\text{Fe}}$ , viz Obr. 3.1. Za předpokladu, že se celkové ztráty v železe dělí na ztráty hysterezní a ztráty vířivými proudy, pak i odpor reprezentující celkové ztráty v železe je možné rozložit na dva dílčí odpory zapojené paralelně, přičemž jeden reprezentuje ztráty hysterezní a druhý ztráty vířivými proudy, viz např. [30]. V následující části je analyzována závislost těchto odporů na kmitočtu a spřaženém magnetickém toku.

Porovnáním vztahů (3.42) a (3.59) je možné odvodit

$$R_{\text{Fe}} = \frac{m_1 U_0^2}{k_h f_1 \Psi^{n_h} + k_v f_1^2 \Psi^2}. \quad (3.60)$$

Vztah mezi napětím  $U_0$  na odporu  $R_{\text{Fe}}$ , viz Obr. 3.1, a spřaženým tokem udává rovnice (3.22). S jejím využitím je možné získat výslednou závislost odporu reprezentující ztráty v železe na kmitočtu a spřaženém magnetickém toku

$$R_{\text{Fe}} = \frac{2m_1 \pi^2}{k_h f_1^{-1} \Psi^{(n_h-2)} + k_v}. \quad (3.61)$$

Jak již bylo zmíněno, tento celkový odpor je možné rozdělit na dva paralelní odpory, z nichž jeden reprezentuje ztráty hysterese a druhý ztráty vířivými proudy. Po jednoduchých úpravách lze získat výsledné vztahy

$$R_{Fe,h} = \frac{2m_1\pi^2}{k_h} f_1 \Psi^{(2-n_h)}, \quad (3.62)$$

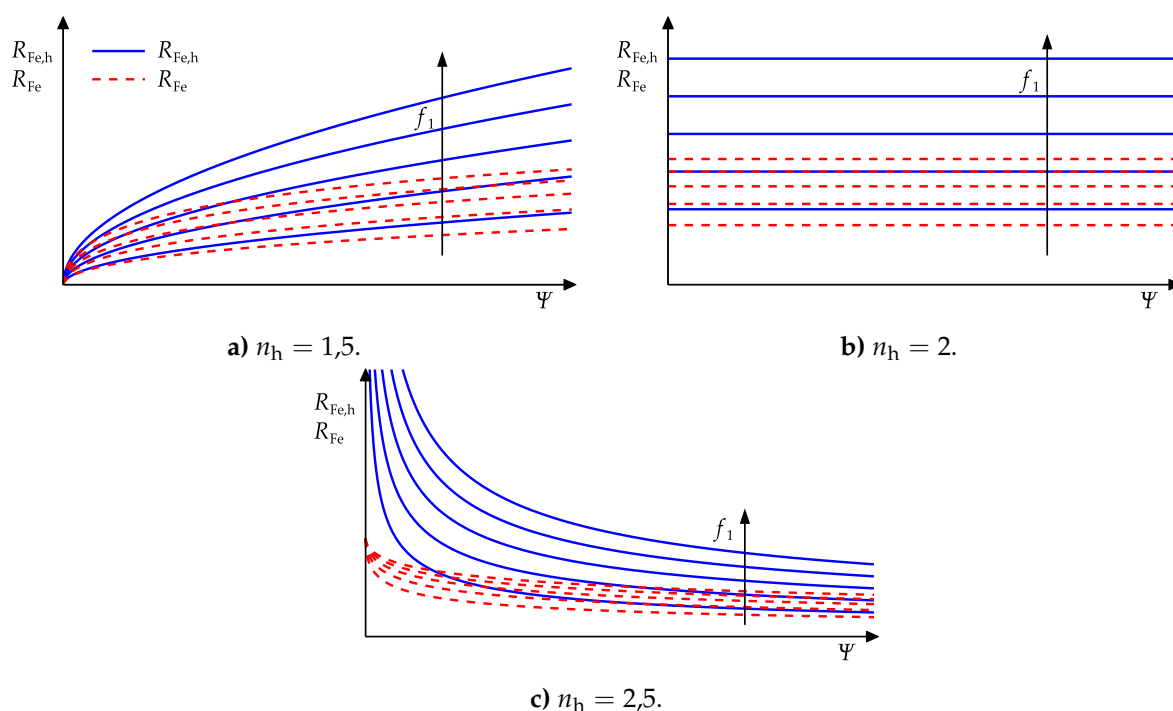
$$R_{Fe,v} = \frac{2m_1\pi^2}{k_v}, \quad (3.63)$$

kde  $R_{Fe,h}$  je odpor reprezentující hysterese ztráty a  $R_{Fe,v}$  je odpor reprezentující ztráty vířivými proudy.

Je zřejmé, že odpor reprezentující ztráty vířivými proudy je zcela nezávislý na kmitočtu i spřaženém magnetickém toku, tj. je konstantní. Jedná se o správný výsledek, viz např. [30]. Odpor reprezentující hysterese ztráty roste lineárně s kmitočtem. Dále je tento odpor závislý na spřaženém magnetickém toku. Zajímavostí je, že tato závislost je odlišná pro různé hodnoty koeficientu  $n_h$ . V zásadě mohou nastat tři případy:

- (i)  $n_h < 2$  – odpor  $R_{Fe,h}$  roste s rostoucí hodnotou spřaženého toku,
- (ii)  $n_h = 2$  – odpor  $R_{Fe,h}$  je nezávislý na spřaženém toku,
- (iii)  $n_h > 2$  – odpor  $R_{Fe,h}$  klesá s rostoucí hodnotou spřaženého toku.

Na Obr. 3.4 a)–c) jsou zachyceny typické průběhy odporu reprezentujícího hysterese ztráty a celkového odporu reprezentujícího ztráty v železe v závislosti na spřaženém toku pro různé hodnoty koeficientu  $n_h$  a pro různé hodnoty kmitočtů. Jedná se o grafickou interpretaci vztahů (3.61) a (3.62). Odpor reprezentující ztráty vířivými proudy v grafech vyneseno není, jelikož se jedná o konstantu. Modré spojité průběhy odpovídají hysterese ztrátě, červené čárkované průběhy odpovídají odporu celkovému, jehož hodnota je nižší, jelikož se jedná o výslednou paralelní kombinaci dvou odporů. Jednotlivé průběhy odpovídají rozdílným kmitočtům, přičemž platí, že s rostoucím kmitočtem rostou hodnoty jednotlivých odporů, viz rovnice (3.61).



**Obr. 3.4:** Typické závislosti odporu reprezentujícího hysterese ztráty a odporu reprezentujícího celkové ztráty v železe na kmitočtu, spřaženém magnetickém toku a koeficientu  $n_h$ .

### 3.2.7 Mechanické ztráty

Tak jako byly celkové ztráty v železe rozděleny na ztráty hysterezní a ztráty vířivými proudy, je možné také celkové mechanické ztráty rozdělit na dvě základní složky, které se opět liší povahou jejich vzniku. Pro celkové mechanické ztráty je možné psát

$$\Delta P_{\text{mech}} = \Delta P_f + \Delta P_w, \quad (3.64)$$

kde  $\Delta P_{\text{mech}}$  jsou mechanické ztráty,  $\Delta P_f$  jsou ztráty třecí a  $\Delta P_w$  jsou ztráty ventilační.

Teoretickému popisu vzniku jednotlivých složek mechanických ztrát nebude věnována tak velká pozornost, jako byla věnována principu vzniku jednotlivých složek ztrát v železe. Výpočet mechanických ztrát z rozměrů rotoru a zátěžných sil působících na ložiska je možné nalézt např. v [21]. Dále se problematikou mechanických ztrát zabývá například literatura [48–51].

#### 3.2.7.1 Třecí ztráty

Třecí ztráty jsou lineárně závislé na rychlosti otáčení rotoru a jejich převážnou část je možné přisuzovat ztrátám v ložiskách [21]. Uvedenou závislost popisuje rovnice

$$\Delta P_f = k_f \omega, \quad (3.65)$$

kde  $\omega$  je mechanická úhlová rychlost rotoru a  $k_f$  je koeficient třecích ztrát. Konstanta  $k_f$  v sobě zahrnuje, mimo jiné, součet dílčích statických momentů<sup>6</sup> různého původu, které v ložiskách působí. Jedná se například o moment valivého tření, moment smykového tření aj., viz [21, 52].

#### 3.2.7.2 Ventilační ztráty

Ventilační ztráty jsou ztráty aerodynamického původu, které jsou úměrné třetí mocnině rychlosti [21]. Závislost těchto ztrát na rychlosti otáčení rotoru je tedy dána rovnicí

$$\Delta P_w = k_w \omega^3, \quad (3.66)$$

kde  $k_w$  je koeficient ventilačních ztrát. V konstantě  $k_w$  jsou zohledněny geometrické rozměry rotoru. Hodnota koeficientu však může být ovlivněna také například přítomností chladicích žeborů na kruzích rotoru, radiálním ventilátorem na hřídeli rotoru atd.

Dosazením (3.65) a (3.66) do (3.64) je možné získat výslednou rovnici ve tvaru

$$\Delta P_{\text{mech}} = k_f \omega + k_w \omega^3, \quad (3.67)$$

kteřou je možné použít pro modelování mechanických ztrát stroje v závislosti na mechanické úhlové rychlosti rotoru, respektive otáčkách, kde jednotlivé koeficienty  $k_f$  a  $k_w$  je možné získat na základě experimentálních měření. Závislost popsaná rovnicí (3.67) je použita pro experimentální identifikaci mechanických ztrát například v [53].

---

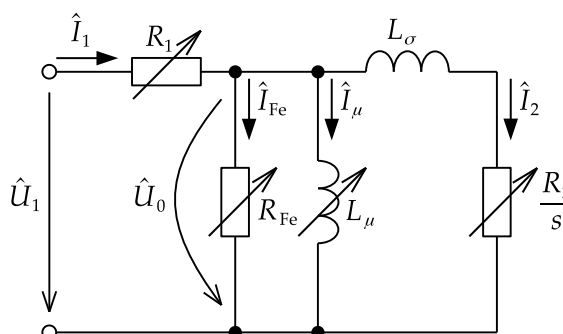
<sup>6</sup>nezávislých na rychlosti

## 4 | Identifikace parametrů náhradního zapojení ASM

### 4.1 Přesné náhradní zapojení ASM zohledňující změnu jednotlivých parametrů v závislosti na vybraných veličinách

V předchozích kapitolách byly analyzovány závislosti různých parametrů stroje na vybraných veličinách. Jednalo se například o závislost odporu reprezentujícího ztráty v železe na kmitočtu a spřaženém magnetickém toku nebo například o závislost odporu statorového vinutí a rotorové klece na jejich středních teplotách atd.

Tyto závislosti lze do výpočtů začlenit tak, že jsou hodnoty jednotlivých parametrů náhradního zapojení uvažovány nikoli jako konstanty, ale jako proměnné parametry závislé na příslušných veličinách. Takto upravené náhradní zapojení je možné vidět na Obr. 4.1.



**Obr. 4.1:** Přesné náhradní zapojení ASM zohledňující změnu jednotlivých parametrů v závislosti na vybraných veličinách.

U jednotlivých parametrů náhradního zapojení budou v celé zbývající části práce uvažovány následující závislosti:

- (i) Závislost statorového odporu na střední teplotě statorového vinutí, tj.  $R_1 = R_1(\vartheta_{\text{vin, stř}})$ .
- (ii) Závislost odporu reprezentujícího ztráty v železe na statorovém kmitočtu a spřaženém magnetickém toku, tj.  $R_{\text{Fe}} = R_{\text{Fe}}(f_1, \Psi)$ .
- (iii) Závislost magnetizační indukčnosti na spřaženém magnetickém toku, tj.  $L_\mu = L_\mu(\Psi)$ .
- (iv) Závislost rotorového odporu na střední teplotě rotorové klece, tj.  $R_2 = R_2(\vartheta_{\text{klec, stř}})$ .

Pouze u rozptylové indukčnosti nebude uvažována závislost na žádné veličině, tj.  $L_\sigma = \text{konst.}$

## 4.2 Parametry analyzovaných strojů

Veškeré postupy experimentálního charakteru, které jsou v této práci prezentovány, byly provedeny na dvou trojfázových asynchronních motorech s kotvou nakrátko s odlišnými parametry. V prvním případě se jedná o dvoupólový motor o výkonu 600 W s označením T22VT512 od výrobce ATAS Elektromotory Náchod a.s., viz [54]. Tento motor je dále v práci označován jako motor M1. Ve druhém případě se jedná o čtyřpólový motor o výkonu 1500 W s označením TM3 – 90 – 4L od výrobce EMP s.r.o. Slavkov u Brna, viz [55]. Tento motor je v práci označován jako motor M2. Stroje s odlišnými parametry byly vybrány z důvodu vyloučení případné nejistoty funkčnosti prezentovaných postupů pouze pro určitý typ stroje. Jmenovité parametry obou motorů jsou uvedeny v Tab. 4.1.

**Tab. 4.1:** Jmenovité parametry analyzovaných motorů.

Parametr	Motor M1	Motor M2
Výkon $P$	600 W	1500 W
Napětí $U_1$	230 V	230 V
Frekvence $f_1$	50 Hz	50 Hz
Proud $I_1$	1,4 A	3,15 A
Otáčky $n$	2850 min <sup>-1</sup>	1445 min <sup>-1</sup>
Moment $M$	2 N·m	9,9 N·m
Účinnost $\eta$	78,9 %	85,3 %

## 4.3 Měření odporu statorového vinutí

Měření odporu vinutí je základním krokem experimentální identifikace parametrů náhradního zapojení. Statorový odpor  $R_1$  v náhradním zapojení reprezentuje odpor jedné fáze statorového vinutí. Pokud je vinutí stroje zapojeno do hvězdy, jak je naznačeno na Obr. 4.2, pak je při měření odporu<sup>1</sup> mezi jednotlivými fázovými vodiči měřen odpor dvou fází zapojených v sérii. Jednotlivé fázové odpory je pak možné určit s využitím rovnic

$$\begin{aligned}
 R_a &= \frac{1}{2} (R_{ab} + R_{ac} - R_{bc}), \\
 R_b &= \frac{1}{2} (R_{ab} + R_{bc} - R_{ac}), \\
 R_c &= \frac{1}{2} (R_{ac} + R_{bc} - R_{ab}),
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

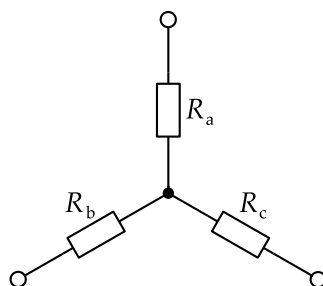
kde  $R_a, R_b, R_c$  jsou výsledné odpory jednotlivých fází a  $R_{ab}, R_{bc}$  a  $R_{ac}$  jsou měřené odpory mezi jednotlivými fázovými vodiči.

V náhradním zapojení je obvykle využívána průměrná hodnota odporů jednotlivých fází

$$R_1 = \frac{R_a + R_b + R_c}{3}.
 \tag{4.2}$$

<sup>1</sup>Poznamenejme, že se jedná o měření stejnosměrného odporu.





**Obr. 4.2:** Vinutí zapojené do hvězdy.

Výslednou hodnotu odporu je vhodné dále přepočítat na referenční teplotu s využitím rovnice (3.46). V Tab. 4.2 jsou uvedeny výsledné odpory jedné fáze statoru při teplotě 20 °C pro oba analyzované motory.

**Tab. 4.2:** Odporů vinutí jedné fáze statoru při teplotě 20 °C.

	Motor M1	Motor M2
Odpor fáze statoru při 20 °C	$R_{1,20} = 11,744 \Omega$	$R_{1,20} = 3,082 \Omega$

## 4.4 Zkouška naprázdno

Při identifikaci parametrů zpřesněného náhradního zapojení ASM podle Obr. 4.1 je při zkoušce naprázdno získávána závislost odporu reprezentujícího ztráty v železe na statorovém kmitočtu a spřaženém toku  $R_{Fe} = R_{Fe}(f_1, \Psi)$ , závislost magnetizační indukčnosti na spřaženém toku  $L_\mu = L_\mu(\Psi)$  a závislost mechanických ztrát na otáčkách, respektive na úhlové rychlosti rotoru  $\Delta P_{mech} = \Delta P_{mech}(\omega)$ .

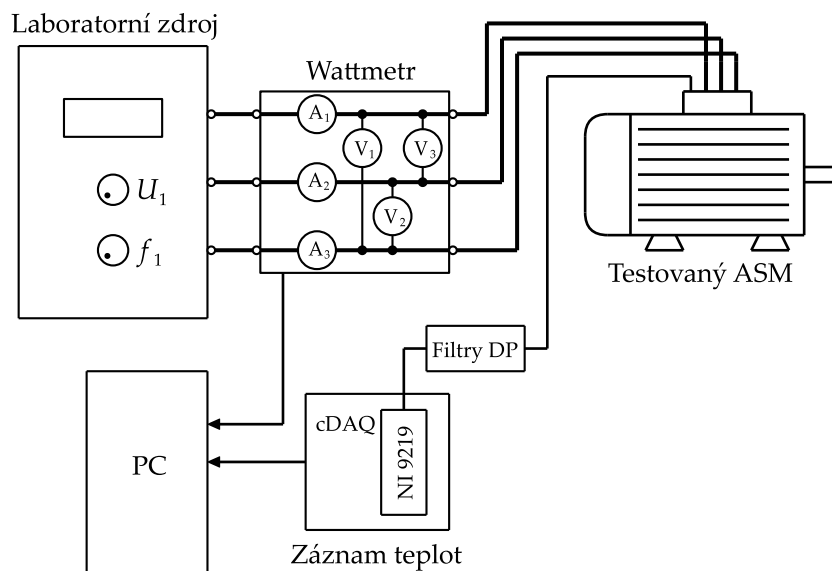
Aby bylo možné uvedené závislosti získat, je nutné provést měření v mnoha bodech s různými kombinacemi statorového kmitočtu a spřaženého toku. Poznamenejme, že se změnou statorového kmitočtu se mění také otáčky stroje, čímž je zajištěna možnost identifikovat požadovanou závislost mechanických ztrát na otáčkách.

### 4.4.1 Popis laboratorního pracoviště a provedení experimentu

Schematické uspořádání laboratorního pracoviště, které bylo použito při zkoušce naprázdno v rámci řešení této disertační práce je uvedeno na Obr. 4.3. Pro získání měřených dat s různými kombinacemi kmitočtu a spřaženého toku je nutné použít napájecí zdroj s možností nezávislé regulace výstupního napětí a kmitočtu. K tomu byl použit sinusový<sup>2</sup> laboratorní zdroj California Instruments 5001iX, který disponuje velmi malou hodnotou zkreslení výstupního signálu (THD < 0,1 %). Pro měření potřebných elektrických veličin, tj. statorového napětí  $U_1$ , statorového kmitočtu  $f_1$ , příkonu  $P_1$  a účinníku  $\cos \varphi$  byl použit přesný digitální wattmetr Yokogawa WT3000E. Pro zajištění co nejpřesnější znalosti odporu statorového vinutí byla měřena také teplota statorového vinutí, díky které bylo možné pro všechna měření dopočítat přesnou hodnotu statorového odporu. Teploty na několika místech vinutí, ze kterých byla následně určena

<sup>2</sup>Identifikace všech parametrů náhradního zapojení je provedena při sinusovém napájení a to jak identifikace ze ze zkoušky naprázdno, tak i identifikace z dále popsané zkoušky při zatížení.

střední teplota vinutí, byly měřeny pomocí odporových teplotních čidel typu PT100, viz [56] a zaznamenávány pomocí softwarového vybavení LabVIEW s použitím měřicích karet NI9219, které jsou určeny právě ke snímání signálů z teplotních čidel<sup>3</sup>. Všechny měřené veličiny byly společně ukládány do počítače.



**Obr. 4.3:** Schematické uspořádání laboratorního pracoviště při zkoušce naprázdno.

Výsledná měřená data ze zkoušky naprázdno pro motor M1 je možné vidět na Obr. 4.4. Na Obr. 4.5 jsou pak uvedena měřená data pro motor M2. Data jsou vynesena v závislosti na spřaženém toku, kdy jednotlivé hodnoty byly určeny s využitím rovnice (3.22), do které byly dosazovány vypočtené hodnoty napětí příčné větve  $U_0$  určené podle (4.13). Na obrázcích jsou vyneseny měřené hodnoty statorového napětí  $U_1$ , statorového proudu  $I_1$ , příkonu  $P_1$ , účinníku  $\cos \varphi$ , teploty statorového vinutí  $\vartheta_{\text{vin, stř}}$  a hodnoty statorového odporu  $R_1$ , které byly dopočteny na základě měřených teplot. Uvedené hodnoty teplot odpovídají okamžitým středním teplotám vinutí pro daná měření. Jednotlivé vynesené křivky odpovídají rozdílným statorovým kmitočtům.

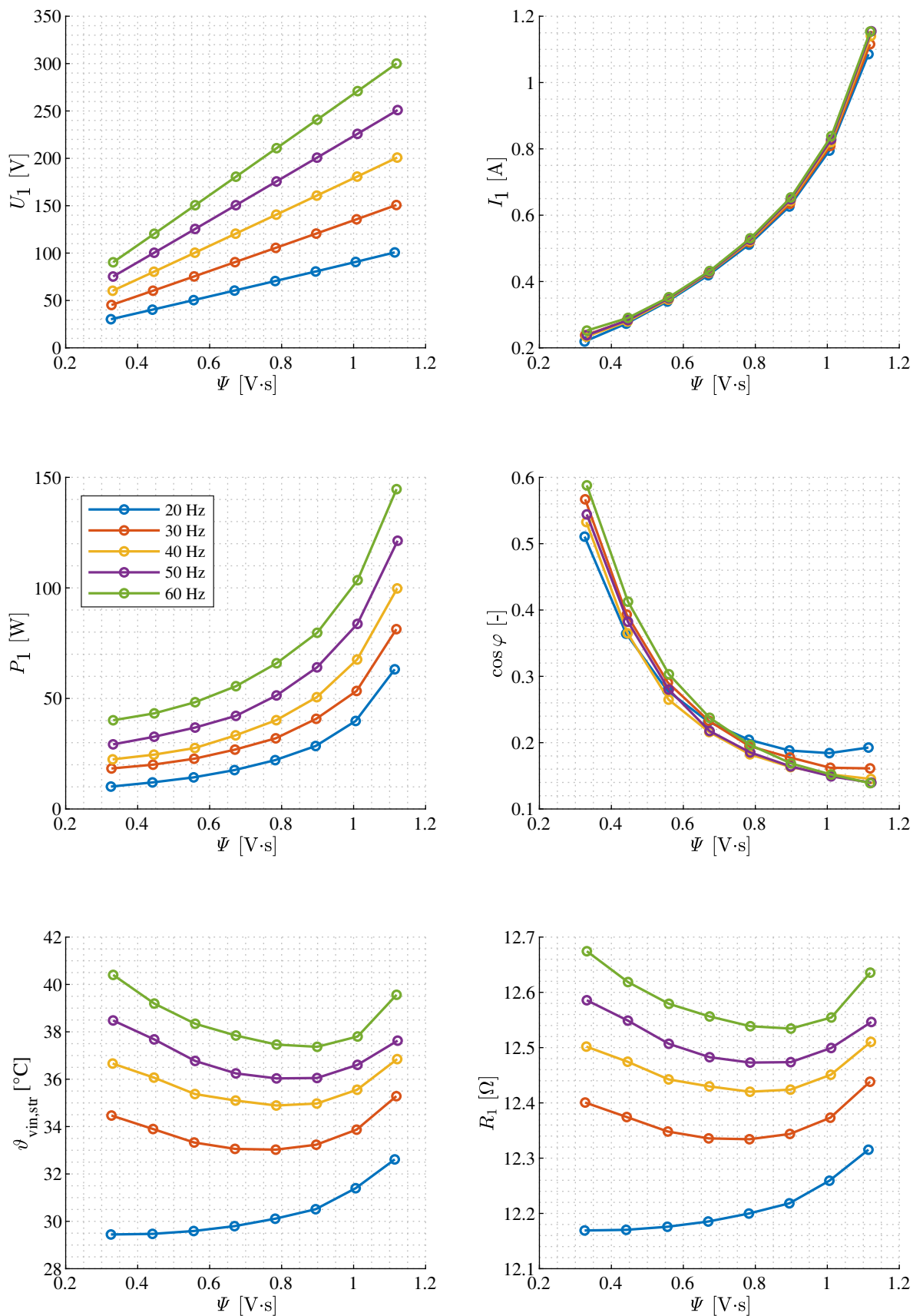
U obou strojů začínalo měření na kmitočtu 20 Hz, který byl postupně navyšován s krokem 10 Hz. U motoru M1 byl horní limit stanoven na 60 Hz. Jedná se o dvoupólový stroj, takže tomuto kmitočtu odpovídají synchronní otáčky  $3600 \text{ min}^{-1}$ . Teoreticky by bylo možné jít i na vyšší hodnoty, horní hranice otáček je omezena především mechanickou pevností rotoru. Na daném motoru však byly provedeny konstrukční úpravy s cílem měření teplot na rotoru. Motor byl doplněn sběrným ústrojím<sup>4</sup> tvořeným bronzovými kroužky, ze kterých byl snímán signál pomocí sběrných kartáčů. Horní hranice otáček tedy byla zvolena s ohledem na bezpečnost tohoto sběrného ústrojí. U čtyřpólového motoru M2 byla zvolena horní hranice až na dvojnásobku jmenovitého kmitočtu. Tím je u tohoto stroje zajištěna dobrá znalost chování ztrát v železe a ztrát mechanických i mimo rozsah jmenovitých otáček.

<sup>3</sup>Bližší popis měření teplot a také umístění jednotlivých teplotních čidel na vinutí je uveden v kapitole 5.5.

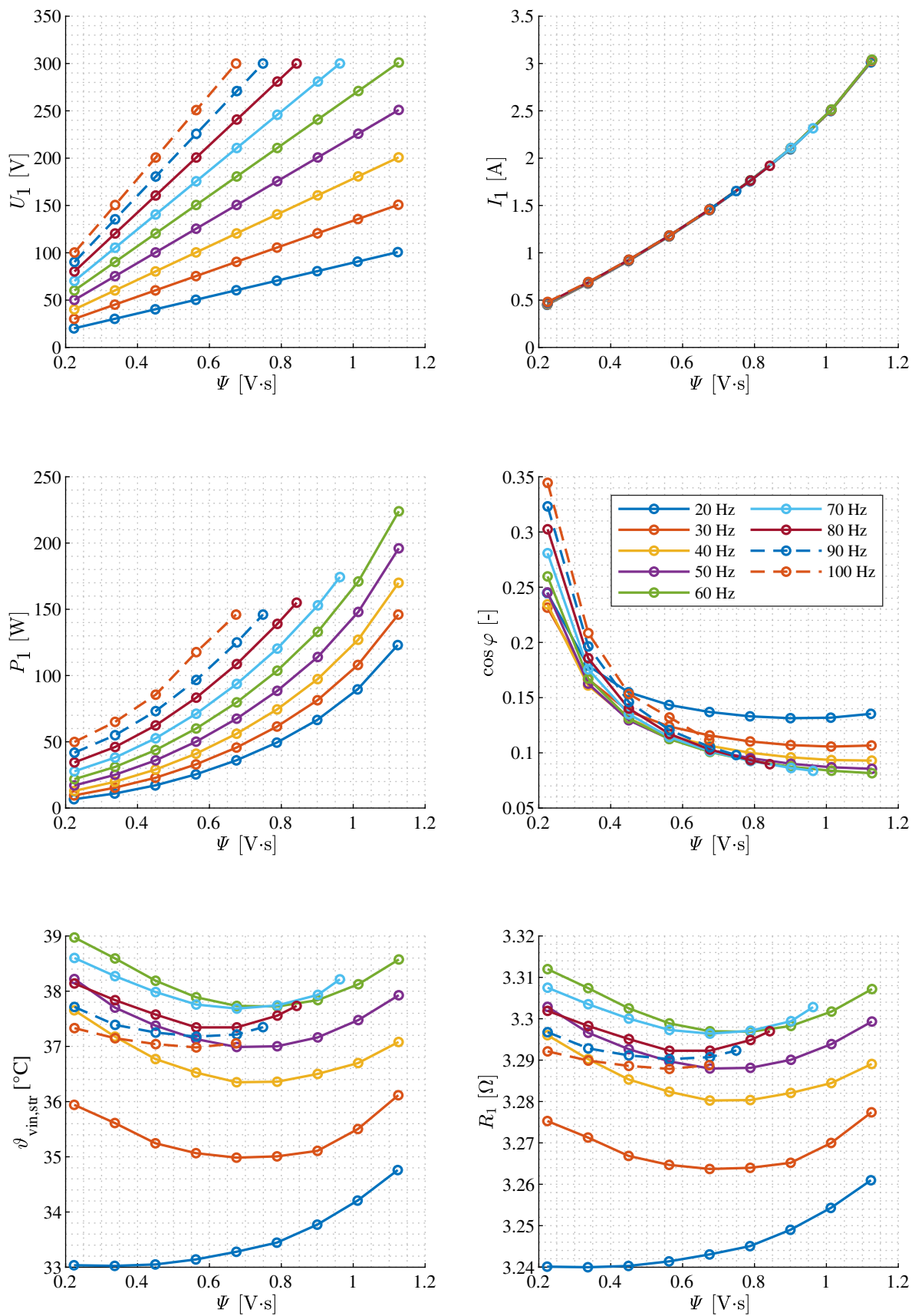
<sup>4</sup>Toto sběrné ústrojí pro měření teplot na rotoru bude blíže popsáno v kapitole 5.5.

Jednotlivé nastavované hodnoty výstupního napětí laboratorního zdroje byly voleny tak, aby byl zajištěn poměr statorového napětí a kmitočtu  $\frac{U_1}{f_1}$  v rozsahu od 1,5 do  $5 \text{ V} \cdot \text{Hz}^{-1}$  pro motor M1 a v rozsahu od 1 do  $5 \text{ V} \cdot \text{Hz}^{-1}$  pro motor M2. Hodnoty byly postupně navyšovány s krokem  $0,5 \text{ V} \cdot \text{Hz}^{-1}$ . Jmenovitý poměr  $\frac{U_1}{f_1}$  je pro oba motory  $\frac{230 \text{ V}}{50 \text{ Hz}} = 4,6 \text{ V} \cdot \text{Hz}^{-1}$ . U motoru M2 bylo možné použít nižší dolní limit tohoto poměru, jelikož daný motor disponuje poměrně velkým momentem i při nízkých hodnotách sycení a nedocházelo zde tedy k výraznému poklesu otáček vlivem brzdného momentu způsobeného mechanickými ztrátami.

Využití a zpracování měřených dat ze zkoušky naprázdno bude uvedeno v následujících částech kapitoly.



Obr. 4.4: Měřená data ze zkoušky naprázdno pro motor M1.



Obr. 4.5: Měřená data ze zkoušky naprázdno pro motor M2.

#### 4.4.2 Separace ztrát v železe a ztrát mechanických a identifikace odporu reprezentujícího ztráty v železe

Při zkoušce naprázdno je od hřídele motoru odpojena veškerá zátěž, takže se rotor může volně otáčet<sup>5</sup>. V tomto případě není z hřídele motoru odebrán žádný výkon a příkon motoru je využíván pouze na hrazení jednotlivých ztrát. Pro příkon motoru v tomto případě platí

$$P_1 = \Delta P_{j1} + \Delta P_{Fe} + \Delta P_{mech}, \quad (4.3)$$

kde  $\Delta P_{j1}$  jsou Jouleovy ztráty ve vinutí statoru,  $\Delta P_{Fe}$  jsou ztráty v železe a  $\Delta P_{mech}$  jsou ztráty mechanické. Příkon i Jouleovy ztráty v uvedené rovnici představují známé veličiny, neboť samotný příkon je měřen a Jouleovy ztráty je možné dopočítat z měřeného proudu a z odporu, který je navíc korigován s ohledem na aktuální teplotu vinutí. Rovnici (4.3) je možné přepsat do tvaru

$$P_1 - \Delta P_{j1} = \Delta P_{Fe} + \Delta P_{mech}, \quad (4.4)$$

kde levá strana rovnice obsahuje známé veličiny a pravá strana rovnice obsahuje neznámé veličiny, respektive neznámý podíl ztrát v železe a ztrát mechanických. Do (4.4) je možné za Jouleovy ztráty ve vinutí statoru dosadit vztah (3.40), za ztráty v železe vztah (3.59) a za mechanické ztráty vztah (3.67), čímž se obdrží

$$P_1 - m_1 R_1 I_1^2 = \Delta P_{Fe} + \Delta P_{mech} = k_h f_1 \Psi^{n_h} + k_v f_1^2 \Psi^2 + k_f \omega + k_w \omega^3. \quad (4.5)$$

Ve stavu naprázdno je možné skluz považovat téměř za nulový  $s \rightarrow 0$ , potom platí mezi mechanickou úhlovou rychlostí rotoru a statorovým kmitočtem vztah

$$\omega = \frac{2\pi f_1}{p}. \quad (4.6)$$

Dosazením (4.6) do (4.5) se obdrží výsledná rovnice ve tvaru

$$P_1 - m_1 R_1 I_1^2 = \Delta P_{Fe} + \Delta P_{mech} = k_h f_1 \Psi^{n_h} + k_v f_1^2 \Psi^2 + k_f \frac{2\pi}{p} f_1 + k_w \frac{8\pi^3}{p^3} f_1^3, \quad (4.7)$$

kteřou je možné použít pro separaci ztrát v železe a ztrát mechanických, respektive k identifikaci jednotlivých koeficientů  $k_h$ ,  $n_h$ ,  $k_v$ ,  $k_f$  a  $k_w$  na základě měřených dat s různými kombinacemi statorového kmitočtu a spřaženého toku. Řešení v této podobě nebylo v žádné literatuře nalezeno. Klasický postup separace ztrát v železe a ztrát mechanických, byl popsán v kapitole 1.2.

Při modelování stroje v širokém rozsahu otáček a momentu bývají mechanické ztráty často zanedbány, respektive zahrnuty do ztrát v železe, viz např. [32, 57]. Toto řešení by však pro tuto disertační práci nebylo vhodné, neboť je v další kapitole vytvořen tepelný model stroje, u kterého je potřeba znát nejen přesnou velikost jednotlivých ztrát ve stroji, ale také jejich přesnou lokalizaci v prostoru stroje.

<sup>5</sup>Poznamenejme, že zkoušku naprázdno by teoreticky bylo možné provést i při pohánění měřeného stroje jiným externím strojem, který by zajišťoval provoz na synchronních otáčkách. V tomto případě by byly mechanické ztráty měřeného stroje hrazeny poháněcím strojem. Lze dokázat, že při synchronních otáčkách je identifikace odporu reprezentujícího ztráty v železe extrémně citlivá na změnu otáček, respektive na odchýlení otáček od otáček synchronních. Proto tato metoda není dle autora práce vhodná. Další nevýhodou je, že by poháněcí stroj hradil i mechanické ztráty měřeného stroje a ty by pak bylo nutné dodatečně určit jiným způsobem. Autor práce tedy preferuje provedení zkoušky naprázdno tak, jak je popsáno v této práci.

Pro identifikaci jednotlivých koeficientů v rovnici (4.7) byla použita funkce `lsqnonlin()` v programu Matlab. Tato funkce zajišťuje hledání hodnot koeficientů uživatelem definované aproximační funkce (4.7) tak, aby tato aproximační funkce co nejlépe odpovídala měřeným datům. Hledání optimálních hodnot jednotlivých koeficientů je založeno na použití metody nelineárních nejmenších čtverců, kdy je minimalizována suma kvadratických odchylek mezi měřenými daty a výsledným průběhem aproximační funkce.

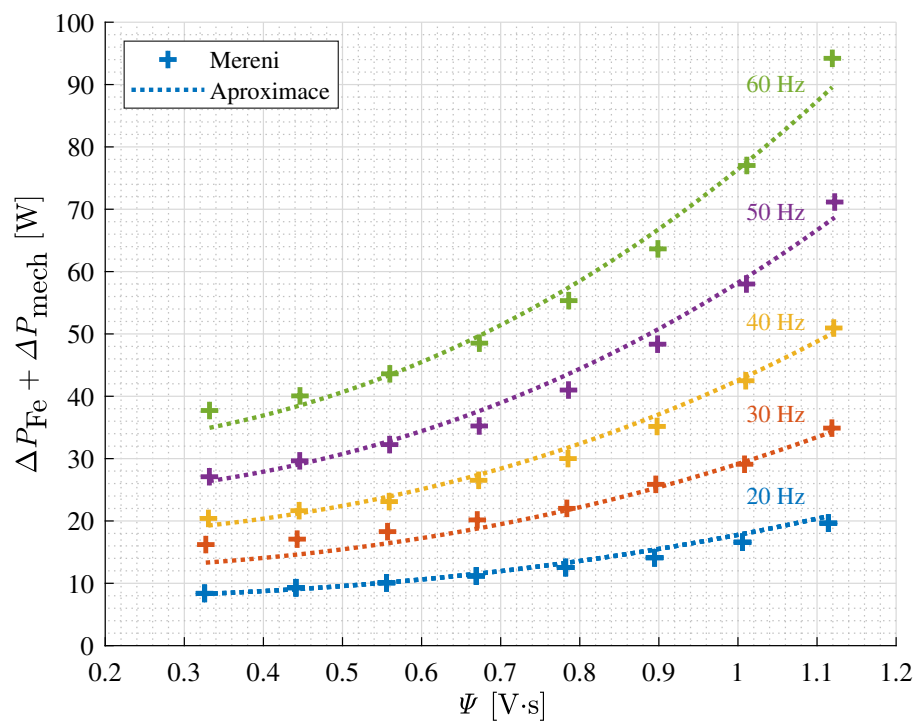
Výsledné hodnoty identifikovaných koeficientů pro oba analyzované motory jsou uvedeny v Tab. 4.3.

**Tab. 4.3:** Výsledné hodnoty koeficientů ztrát v železe a ztrát mechanických získaných experimentální identifikací ze zkoušky naprázdno.

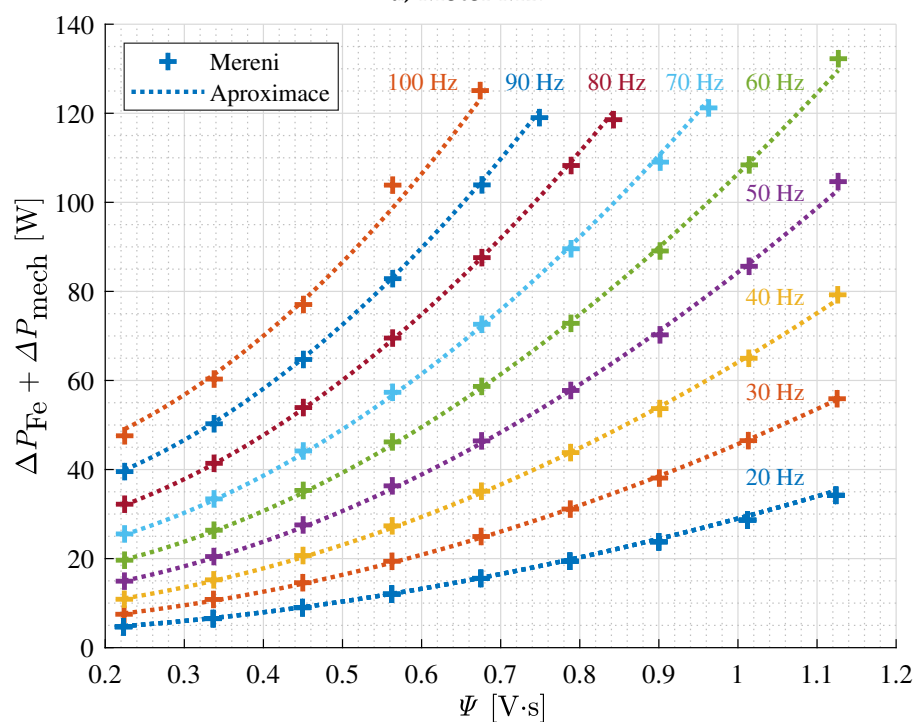
Parametr	Motor M1	Motor M2
Koeficient hysterezních ztrát $k_h$	$0,3865 \text{ W}\cdot\text{s}\cdot\text{T}^{-n_h}$	$1,164 \text{ W}\cdot\text{s}\cdot\text{T}^{-n_h}$
Exponent hysterezních ztrát $n_h$	2,5	1,84
Koeficient vířivých ztrát $k_v$	$6,17 \cdot 10^{-3} \text{ W}\cdot\text{s}\cdot\text{T}^{-2}$	$6,23 \cdot 10^{-3} \text{ W}\cdot\text{s}\cdot\text{T}^{-2}$
Koeficient třecích ztrát $k_f$	$5,75 \cdot 10^{-2} \text{ W}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$	$4,85 \cdot 10^{-2} \text{ W}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$
Koeficient ventilačních ztrát $k_w$	$1,742 \cdot 10^{-7} \text{ W}\cdot\text{s}^3\cdot\text{rad}^{-3}$	$7,496 \cdot 10^{-7} \text{ W}\cdot\text{s}^3\cdot\text{rad}^{-3}$

Na Obr. 4.6 a) je možné vidět srovnání měřených dat s výslednými aproximačními průběhy pro motor M1. Na Obr. 4.6 b) je toto srovnání uvedeno pro motor M2. Je možné vidět, že u obou motorů dosahují aproximační průběhy velmi dobrých shod s měřenými hodnotami.

Na základě identifikovaných koeficientů ztrát v železe je možné vykreslit výslednou závislost ztrát v železe na statorovém kmitočtu a spřaženém toku s využitím rovnice (3.59). Dále je možné vykreslit závislost odporu reprezentujícího ztráty v železe na statorovém kmitočtu a spřaženém toku s využitím rovnice (3.61). Tyto závislosti jsou vyneseny na Obr. 4.7 a) pro motor M1 a na Obr. 4.7 b) pro motor M2.



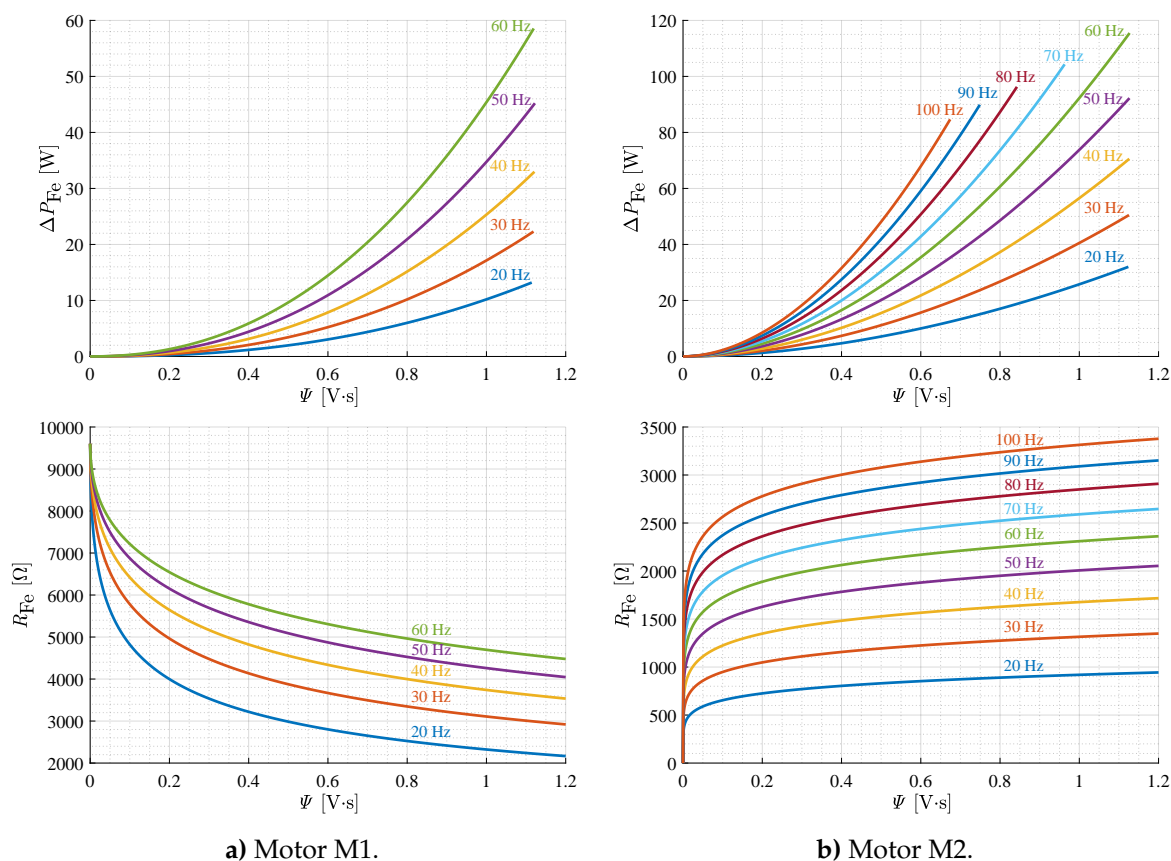
a) Motor M1.



b) Motor M2.

**Obr. 4.6:** Srovnání měřených hodnot součtu mechanických ztrát a ztrát v železe ze zkoušky naprázdno s jejich výslednou aproximací.





**Obr. 4.7:** Výsledné identifikované závislosti ztrát v železe a odporu reprezentujícího ztráty v železe na spráženém toku a satorovém kmitočtu.

#### 4.4.2.1 Ověření správnosti provedené separace ztrát

Jelikož použití rovnice (4.7) představuje netradiční způsob identifikace ztrát v železe a ztrát mechanických, respektive netradiční způsob jejich separace, bylo provedeno dodatečné ověření provedené separace ztrát v železe a ztrát mechanických dvěma odlišnými metodami.

V prvním případě se jedná o klasickou metodu separace ztrát v železe a ztrát mechanických popsanou v kapitole 1.2. Principem této metody je vynesení součtu měřených hodnot ztrát v železe a ztrát mechanických  $\Delta P_{Fe} + \Delta P_{mech}$  v závislosti na druhé mocnině měřeného satorového napětí, viz [27, 28]. Tyto závislosti je možné vidět na Obr. 4.8 a) pro motor M1 a na Obr. 4.8 b) pro motor M2. Jelikož takto vynesená data vykazují lineární závislost, aproximují se vynesené hodnoty přímkami. Hodnoty mechanických ztrát pro jednotlivé kmitočty (které odpovídají rozdílným otáčkám) se poté odečtou v místě průniku jednotlivých přímk s osou  $y$ .

Tímto způsobem se získají závislosti mechanických ztrát na otáčkách v tolika bodech, pro kolik satorových kmitočtů jsou k dispozici měřená data. Výsledné hodnoty mechanických ztrát získané popsanou metodou jsou vyneseny v závislosti na otáčkách ve formě jednotlivých bodů na Obr. 4.8 e) pro motor M1 a na Obr. 4.8 f) pro motor M2. Uvedené metodě odpovídají body vykreslené červenou barvou.

Jestliže je k dispozici dostatečně velké množství těchto bodů, je možné tyto body aproximovat rovnicí (3.67), která popisuje závislost mechanických ztrát na otáčkách. Aproximace může být provedena s využitím metody lineárních nejmenších čtverců. Cílem je opět získat hodnoty

koeficientů  $k_f$  a  $k_w$ . K tomu je možné využít soustavu lineárních rovnic ve tvaru

$$\mathbf{y} = \mathbf{Z}\mathbf{c}, \quad \text{kde } \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \Delta P_{\text{mech},1} \\ \Delta P_{\text{mech},2} \\ \Delta P_{\text{mech},3} \\ \vdots \\ \Delta P_{\text{mech},n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_1^3 \\ \omega_2 & \omega_2^3 \\ \omega_3 & \omega_3^3 \\ \vdots & \vdots \\ \omega_n & \omega_n^3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} k_f \\ k_w \end{bmatrix}, \quad (4.8)$$

kde  $\mathbf{y}$  je vektor známých hodnot, který obsahuje hodnoty jednotlivých mechanických ztrát,  $\mathbf{Z}$  je matice soustavy, která obsahuje hodnoty jednotlivých otáček<sup>6</sup>, ke kterým jsou vztaženy jednotlivé hodnoty mechanických ztrát a  $\mathbf{c}$  je vektor neznámých hodnot, který obsahuje hledané koeficienty  $k_f$  a  $k_w$ . Vektor neznámých hodnot je možné získat metodou nejmenších čtverců řešením rovnice

$$\mathbf{c} = (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{y}. \quad (4.9)$$

S využitím uvedeného postupu byly získány výsledné průběhy vynesené červenými přerušovanými křivkami na Obr. 4.8 e) a Obr. 4.8 f), jedná se o aproximaci příslušných hodnot mechanických ztrát vynesených jednotlivými body. Modré spojité křivky odpovídají dříve získaným závislostem mechanických ztrát na otáčkách, které je možné spočítat s využitím koeficientů uvedených v Tab. 4.3. Je možné vidět, že průběhy získané oběma metodami dosahují velmi dobrých shod a je možné předpokládat, že dříve provedená separace ztrát v železe a ztrát mechanických je tedy správná.

Pro zajímavost bylo provedeno ověření separace ztrát také metodou, kdy jsou ztráty v železe modelovány s využitím tzv. Steinmetzovy rovnice [58]

$$\Delta P_{\text{Fe}} = k_s f^\alpha \Psi^\beta, \quad (4.10)$$

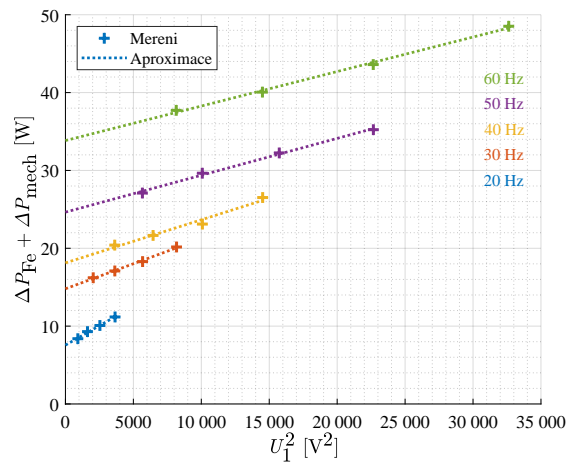
kde  $k_s$ ,  $\alpha$  a  $\beta$  jsou koeficienty ztrát v železe platné pro daný stroj. Pak je možné jednotlivé měřené body na Obr. 4.8 c) a Obr. 4.8 d) aproximovat rovnicí

$$P_1 - m_1 R_1 I_1^2 = \Delta P_{\text{Fe}} + \Delta P_{\text{mech}} = k_s f^\alpha \Psi^\beta + \Delta P_{\text{mech}}. \quad (4.11)$$

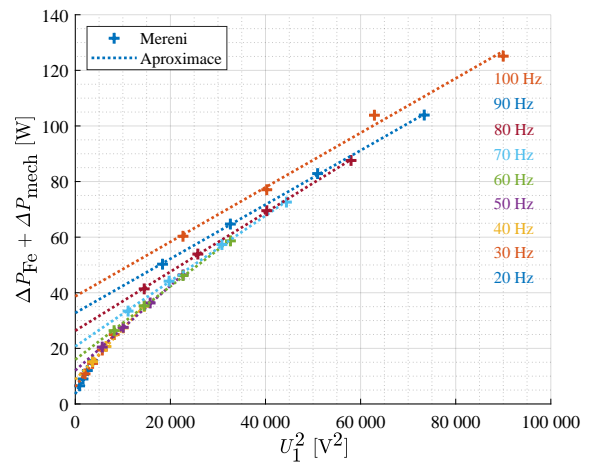
Uvedenou metodou jsou tedy pro každý kmitočet identifikovány celkem 3 parametry (poznamenejme, že pro jednu hodnotu kmitočtu koeficient  $\alpha$  identifikován není), přičemž jeden z těchto parametrů odpovídá hledaným mechanickým ztrátám. Na Obr. 4.8 e) a Obr. 4.8 f) jsou zelenými body vyneseny získané hodnoty mechanických ztrát pro jednotlivé kmitočty (otáčky). Tyto body byly následně aproximovány s využitím metody nelineárních nejmenších čtverců. Výsledná aproximace těchto bodů je na Obr. 4.8 e) a Obr. 4.8 f) vykreslena zelenými přerušovanými křivkami. Je možné vidět, že tyto závislosti opět dosahují velmi dobré shody s dříve popsány metodami.

Dále v práci budou pro modelování mechanických ztrát použity koeficienty získané prvním uvedeným postupem, kdy je identifikace mechanických ztrát provedena společně s identifikací ztrát v železe. Příslušné koeficienty jsou uvedeny v Tab. 4.3.

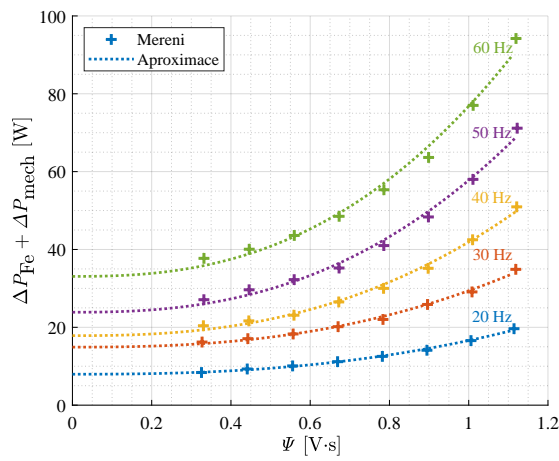
<sup>6</sup>Poznamenejme, že i když jsou v grafech mechanické ztráty vyneseny v závislosti na otáčkách  $n$ , při výpočtech se pracuje s mechanickou úhlovou rychlostí  $\omega$ .



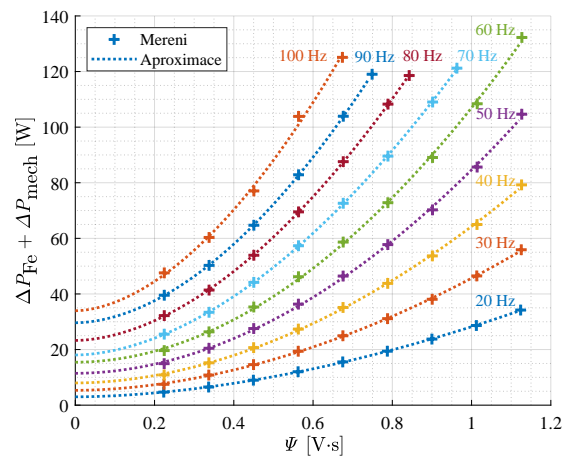
a)



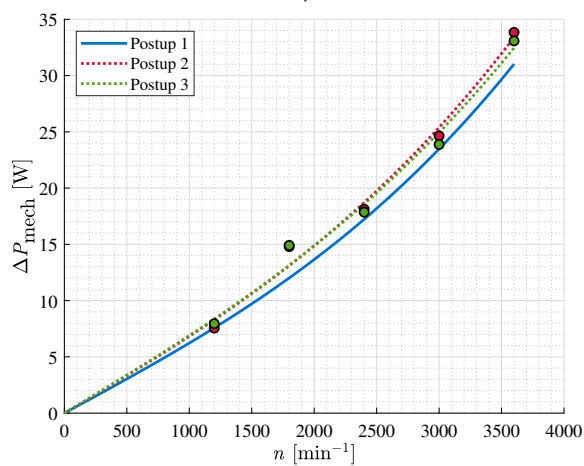
b)



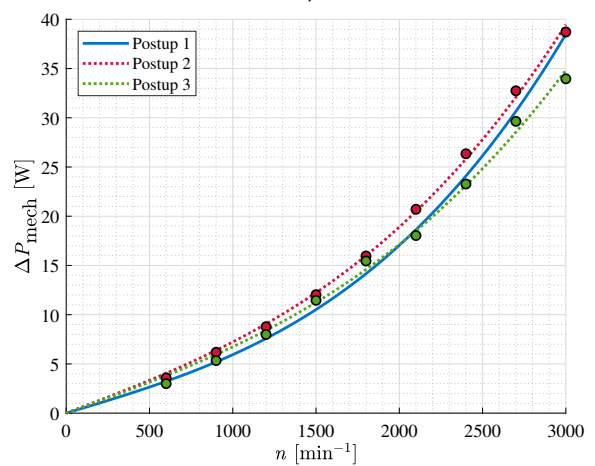
c)



d)



e)



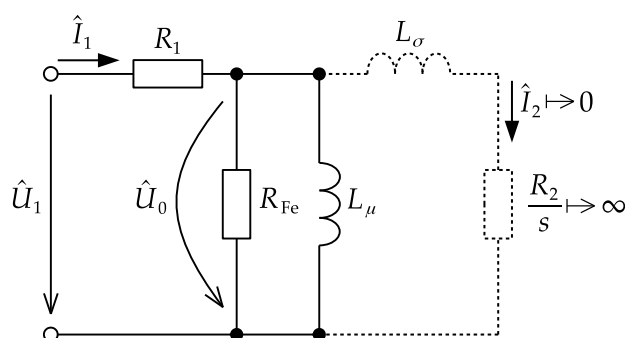
f)

**Obr. 4.8:** Srovnání separace ztrát v železe a ztrát mechanických různými metodami.

### 4.4.3 Identifikace magnetizační indukčnosti

Pro identifikaci závislosti magnetizační indukčnosti na spráženém toku jsou využívána stejná experimentální data jako pro identifikaci odporu reprezentujícího ztráty v železe v závislosti na statorovém kmitočtu a spráženém toku. Teoreticky by nebylo nutné používat měřená data pro různé hodnoty statorového kmitočtu, jelikož se nepředpokládá závislost magnetizační indukčnosti na této veličině. Pokud se však tato data použijí, je alespoň na základě získaných výsledků možné tuto nezávislost potvrdit.

V následující části bude nejprve ukázán postup odvození vztahu pro experimentální identifikaci magnetizační indukčnosti. Při odvození se vychází ze zjednodušeného náhradního zapojení uvedeného na Obr. 4.9, které platí ve stavu naprázdno. Vidíme, že je možné zanedbat rotorovou větev, jelikož ve stavu naprázdno platí pro skluz  $s \rightarrow 0$  a tedy  $\frac{R_2}{s} \rightarrow \infty$ ,  $I_2 \rightarrow 0$ .



Obr. 4.9: Náhradní zapojení ASM ve tvaru  $\Gamma$ -článku při stavu naprázdno.

Vztah pro výpočet magnetizační indukčnosti je možné odvodit z jalového příkonu. Pro jalový příkon platí dříve uvedená rovnice (3.30)

$$Q_1 = m_1 U_1 I_1 \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}. \quad (3.30)$$

Jelikož náhradní zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku ve stavu naprázdno obsahuje pouze jednu indukčnost, kterou je indukčnost magnetizační, pak je celý jalový výkon soustředěn na této indukčnosti a je možné psát

$$Q_1 = \frac{m_1 U_0^2}{2\pi f_1 L_\mu}. \quad (4.12)$$

Na základě náhradního zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku je možné pro napětí  $U_0$  odvodit vztah

$$U_0 = \sqrt{\left(R_1 I_1 \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}\right)^2 + \left(U_1 - R_1 I_1 \cos \varphi\right)^2}, \quad (4.13)$$

s jehož využitím je možné určit hodnotu tohoto napětí na základě měřených dat. Poznamenejme, že rovnice (4.13) není omezena pouze pro stav naprázdno, ale platí v libovolném stavu stroje.

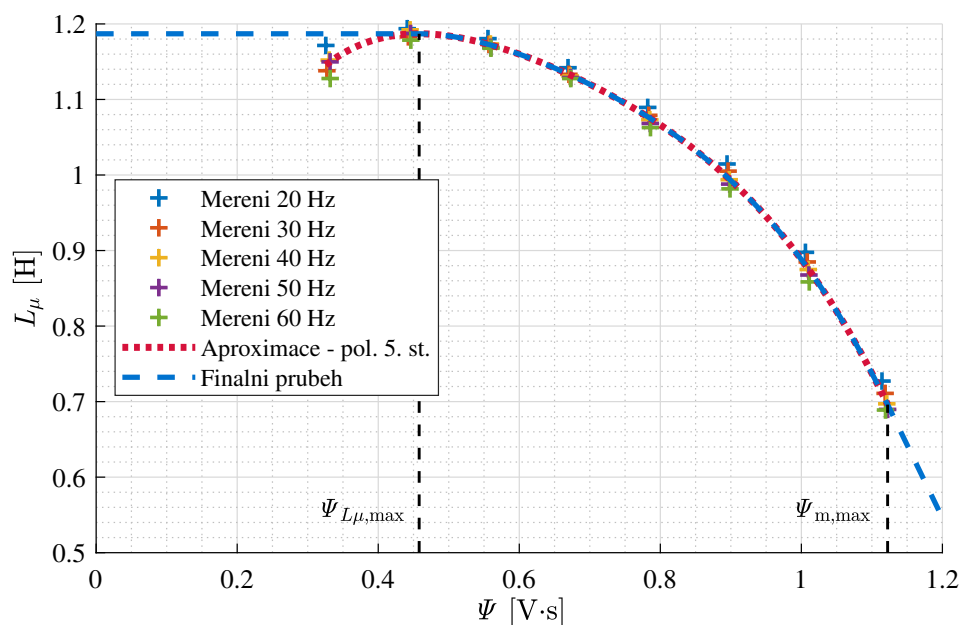
Dosazením (4.13) do (4.12) a následným porovnáním (4.12) s (3.30) je možné odvodit výsledný vztah pro experimentální identifikaci magnetizační indukčnosti ve tvaru

$$L_\mu = \frac{U_1^2 + R_1^2 I_1^2 - 2R_1 U_1 I_1 \cos \varphi}{2\pi f_1 U_1 I_1 \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}. \quad (4.14)$$

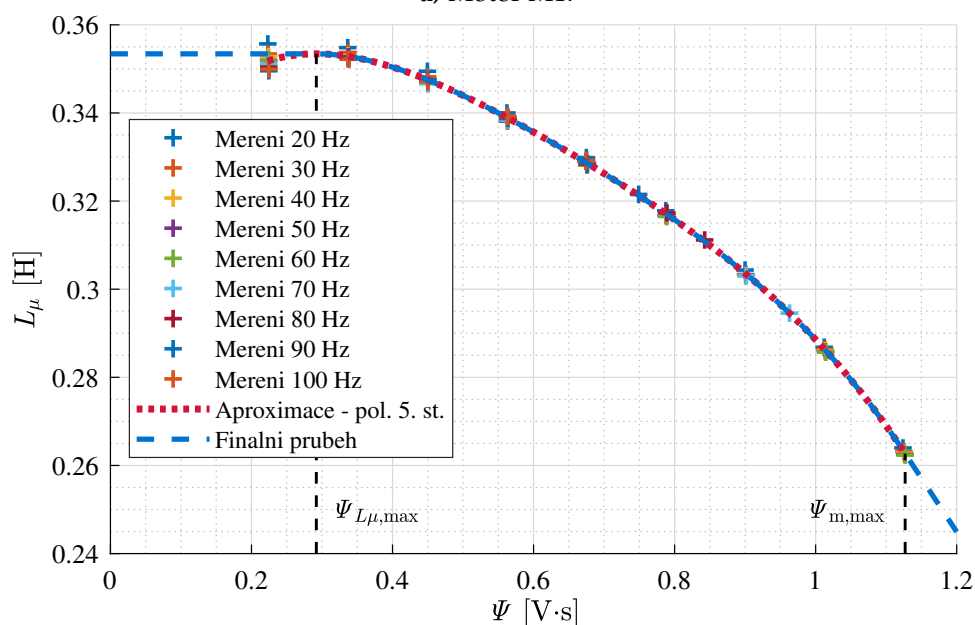
Z výše uvedeného postupu je zcela zřejmá výhoda použití náhradního zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku, kdy je možné odvodit exaktní rovnici pro identifikaci magnetizační indukčnosti. To

u náhradního zapojení ve tvaru T-článku není možné a identifikace musí probíhat iterativně, viz [27,28], pokud nejsou zavedeny jiné zjednodušující předpoklady.

S využitím rovnice (4.14) se pro jednu sadu měřených hodnot  $U_1$ ,  $I_1$ ,  $P_1$  a  $\cos \varphi$  získá jedna hodnota magnetizační indukčnosti. Při provedení měření při různých kombinacích spřaženého toku je možné obdržet požadovanou závislost magnetizační indukčnosti na spřaženém toku. Tyto závislosti je možné pro oba analyzované motory vidět na Obr. 4.10.



a) Motor M1.



b) Motor M2.

**Obr. 4.10:** Výsledné průběhy závislosti magnetizační indukčnosti na spřaženém toku získané experimentální identifikací ze zkoušky naprázdno.

Na Obr. 4.10 jsou jednotlivými body vyneseny výsledné vypočtené hodnoty magnetizačních indukčností pro jednotlivá provedená měření. Byla použita měřená data popsaná v kapitole

4.4.1. Je možné vidět zcela zřejmou závislost dat na spřaženém toku a naopak nezávislost na statorovém kmitočtu.

Jednotlivé body bylo opět nutné vhodným způsobem aproximovat. K tomu je nejprve využita polynomická funkce pátého řádu

$$L_{\mu} = \sum_{i=0}^5 a_i \Psi^i. \quad (4.15)$$

Hodnoty příslušných koeficientů  $a_0$ – $a_5$  pro oba analyzované motory jsou uvedeny v Tab. 4.4

**Tab. 4.4:** Výsledné koeficienty polynomu pro výpočet závislosti magnetizační indukčnosti na spřaženém toku.

Koeficient	Motor M1	Motor M2
$a_0$ [H]	0,1728	0,3115
$a_1$ [H·V <sup>-1</sup> ·s <sup>-1</sup> ]	6,526	0,3529
$a_2$ [H·V <sup>-2</sup> ·s <sup>-2</sup> ]	-15,67	-0,9841
$a_3$ [H·V <sup>-3</sup> ·s <sup>-3</sup> ]	17,71	1,06
$a_4$ [H·V <sup>-4</sup> ·s <sup>-4</sup> ]	-9,696	-0,5249
$a_5$ [H·V <sup>-5</sup> ·s <sup>-5</sup> ]	1,841	0,0728

S využitím polynomické funkce (4.15) byly aproximovány jednotlivé hodnoty vypočtených magnetizačních indukčností vykreslených ve formě bodů na Obr. 4.10. Výsledné aproximované průběhy jsou na obrázku vykresleny červenými přerušovanými čarami.

Modelování magnetizační indukčnosti s využitím uvedené polynomické funkce však není výhodné v širokém rozsahu spřažených toků. Za prvé je možné si všimnout, že pro nižší hodnoty toku dochází k poklesu magnetizační indukčnosti. Tento pokles je způsoben chybou měření, jelikož při takto nízkých hodnotách toku již není splněna podmínka  $s \rightarrow 0$  a přestává zde být splněna platnost použití zjednodušeného náhradního zapojení podle Obr. 4.9. Druhá nevýhoda je dána možností vzniku nežádoucích oscilací výsledné vypočtené hodnoty magnetizační indukčnosti, jelikož je použit polynom vyššího řádu. Tyto oscilace by mohly vzniknout mimo rozsah toků, při kterých byla provedena identifikace.

Bylo tedy navrženo řešení, kdy je výpočet výsledného průběhu magnetizační indukčnosti v závislosti na spřaženém toku rozdělen na tři dílčí intervaly. První interval je ohraničen mezemi  $\Psi \in \langle 0; \Psi_{L_{\mu}, \max} \rangle$ , kde  $\Psi_{L_{\mu}, \max}$  je hodnota toku, při které je hodnota magnetizační indukčnosti maximální. V celém tomto intervalu je uvažována konstantní hodnota magnetizační indukčnosti, která je rovna její maximální hodnotě  $L_{\mu, \max}$ . Druhý interval je ohraničen mezemi  $\Psi \in \langle \Psi_{L_{\mu}, \max}; \Psi_{m, \max} \rangle$ , kde  $\Psi_{m, \max}$  je maximální hodnota spřaženého toku, při které jsou provedena laboratorní měření. V tomto intervalu je hodnota magnetizační indukčnosti počítána s využitím uvedené polynomické funkce (4.15). Ve třetím intervalu  $\Psi \in (\Psi_{m, \max}; \infty)$  klesá hodnota magnetizační indukčnosti s konstantní strmostí, kterou je možné určit derivací dané polynomické funkce v bodě  $\Psi_{m, \max}$ .

Výsledné průběhy závislosti magnetizačních indukčností na spřaženém toku, které byly získány s uvážením rozdělení na jednotlivé popsané intervaly jsou na Obr. 4.10 vykresleny modrými přerušovanými čarami. Tímto způsobem bude modelována závislost magnetizační indukčnosti na spřaženém toku v celé zbylé části práce.

## 4.5 Zkouška při zatížení

Cílem zkoušky při zatížení je identifikovat hodnotu rotorového odporu  $R_2$  a rozptylové indukčnosti  $L_\sigma$ . Jak již bylo dříve uvedeno, zkouška při zatížení je alternativní metodou k běžně užívané zkoušce nakrátko (zkouška při zabrzděném rotoru). Výhodou této metody je, že jsou parametry identifikovány za chodu stroje, obvykle při jeho jmenovitém zatížení nebo v blízkosti jmenovitého zatížení a proto by měly takto získané parametry blíže odpovídat skutečným hodnotám. Další výhodou je, že je možné tuto metodu využít k estimaci teploty rotorové klece.

### 4.5.1 Odvození vztahů pro identifikaci rotorového odporu a rozptylové indukčnosti ze zkoušky při zatížení

Následující postup odvození vztahů pro identifikaci rotorového odporu a rozptylové indukčnosti čerpá z [1]. Na základě náhradního zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku, viz Obr. 3.1, platí pro celkovou vstupní impedanci jedné fáze

$$\hat{Z}_1 = R_1 + \frac{R_{Fe} X_\mu^2 (R_2^2 + R_2 R_{Fe} s + s^2 X_\sigma)}{2R_2 R_{Fe} X_\mu^2 s + R_2^2 (R_{Fe}^2 + X_\mu^2) + [X_\mu^2 X_\sigma^2 + R_{Fe}^2 (X_\mu + X_\sigma)^2] s^2} + j \frac{R_{Fe}^2 X_\mu [R_2^2 + s^2 X_\sigma (X_\mu + X_\sigma)]}{2R_2 R_{Fe} X_\mu^2 s + R_2^2 (R_{Fe}^2 + X_\mu^2) + [X_\mu^2 X_\sigma^2 + R_{Fe}^2 (X_\mu + X_\sigma)^2] s^2}. \quad (4.16)$$

Vstupní impedanci je možné určit také na základě měřených veličin

$$\hat{Z}_1 = \underbrace{\frac{U_1}{I_1} \cos \varphi}_{Z_{1,re}} + j \underbrace{\frac{U_1}{I_1} \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}_{Z_{1,im}}. \quad (4.17)$$

Porovnáním vztahů (4.16) a (4.17) je možné získat požadované vztahy pro identifikaci rotorového odporu a rozptylové reaktance

$$R_2 = \frac{- [Z_{1,im}^2 + (Z_{1,re} - R_1)(Z_{1,re} - R_1 - R_{Fe})] R_{Fe} s X_\mu^2}{[Z_{1,im}^2 + (Z_{1,re} - R_1)^2] R_{Fe}^2 - 2Z_{1,im} R_{Fe}^2 X_\mu + [Z_{1,im}^2 + (Z_{1,re} - R_1 - R_{Fe})^2] X_\mu^2}, \quad (4.18)$$

$$X_\sigma = \frac{R_{Fe}^2 X_\mu [Z_{1,im}(X_\mu - Z_{1,im}) - (Z_{1,re} - R_1)^2]}{[Z_{1,im}^2 + (Z_{1,re} - R_1)^2] R_{Fe}^2 - 2Z_{1,im} R_{Fe}^2 X_\mu + [Z_{1,im}^2 + (Z_{1,re} - R_1 - R_{Fe})^2] X_\mu^2}. \quad (4.19)$$

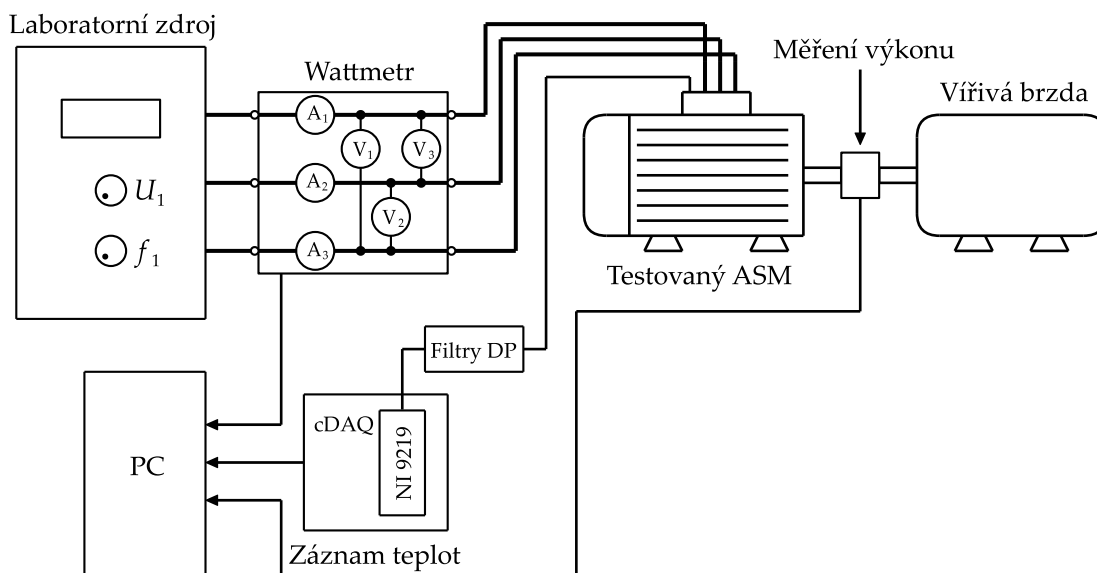
Výsledná hodnota rozptylové indukčnosti se poté určí podle

$$L_\sigma = \frac{X_\sigma}{2\pi f_1}. \quad (4.20)$$

Je zřejmé, že při identifikaci rotorového odporu a rozptylové indukčnosti jsou využívány dříve identifikované parametry stroje ze zkoušky naprázdno. Metoda také vyžaduje měření otáček, neboť výsledné vztahy jsou závislé na skluzu. Se závislostí na skluzu také souvisí skutečnost, že tyto parametry není možné při nízkých hodnotách skluzu identifikovat, viz [1].

### 4.5.2 Popis laboratorního pracoviště

Schematické uspořádání měřicího pracoviště pro provedení zkoušky při zatížení je naznačeno na Obr. 4.11. Měřicí pracoviště se z velké části shoduje s pracovištěm pro zkoušku naprázdno, viz Obr. 4.3. Rozdíl je především v přítomnosti vířivé brzdy, která zajišťuje zatěžování testovaného ASM. S tím souvisí také doplnění měření výkonu na hřídeli stroje. Byla použita vířivá brzda Magtrol 2WB65-HS a snímač točivého momentu a otáček Magtrol TMHS 307.



Obr. 4.11: Schematické uspořádání laboratorního pracoviště při zkoušce při zatížení.

### 4.5.3 Identifikace rotorového odporu

S využitím výsledného vztahu (4.18) je možné získat jednu hodnotu rotorového odporu pro jednu sadu měřených dat  $U_1$ ,  $I_1$ ,  $P_1$  a  $\cos \varphi$ . Byl tedy navržen postup provést měření oteplovacích charakteristik stroje se spojitým záznamem jak elektrických veličin, tak teplot. Z měřených dat je následně možné určit průběh rotorového odporu během oteplovací charakteristiky. Záznam měřených elektrických veličin společně s teplotami<sup>7</sup> měřenými na různých částech stroje byl proveden automatizovaně s krokem přibližně jedna sekunda.

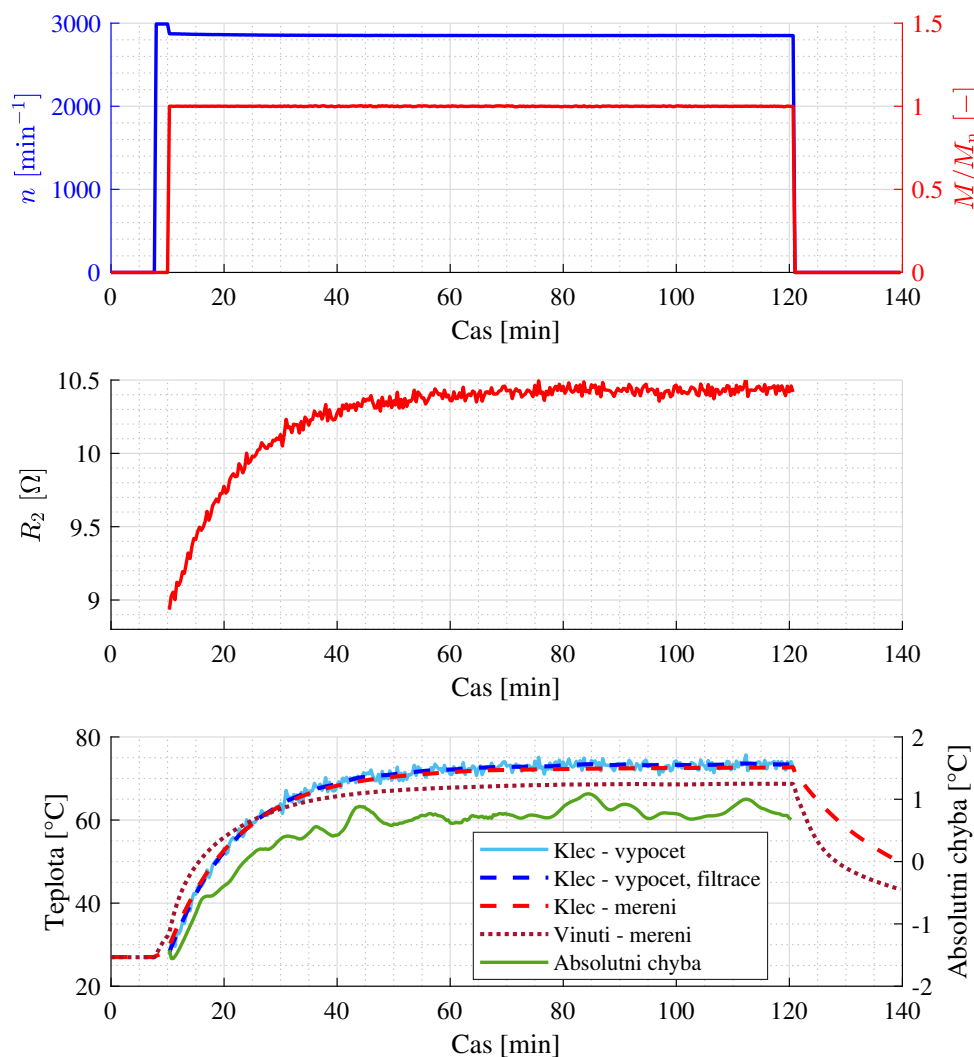
Na Obr. 4.12 jsou zachyceny veškeré důležité průběhy z oteplovací charakteristiky motoru M1 při jeho jmenovitém zatížení. V horní části obrázku je uveden průběh otáček a momentu během měření. Moment je vynesena jako poměrná hodnota vzhledem k momentu jmenovitému<sup>8</sup>. Ve střední části obrázku je možné vidět výsledný průběh rotorového odporu během oteplovací charakteristiky vypočtený s využitím rovnice (4.18). Na daném motoru byly provedeny konstrukční úpravy pro měření teplot na rotoru, viz kapitola 5.5. Jelikož tedy byla k dispozici měřená teplota rotorové klece během oteplovací charakteristiky a příslušný vypočtený průběh rotorového odporu během oteplovací charakteristiky, bylo možné určit hodnotu rotorového odporu při referenční teplotě  $20\text{ }^\circ\text{C}$   $R_{2,20}$  s využitím lineární závislosti mezi odporem a teplotou, která je dána vztahem (3.46). Výsledná hodnota rotorového odporu při referenční teplotě je uvedena v Tab. 4.5. V dolní části obrázku je pak uvedeno srovnání měřené teploty rotorové

<sup>7</sup>Popis jednotlivých měřených teplot je blíže uveden v kapitole 5.5.

<sup>8</sup>Hodnota jmenovitého momentu je uvedena v Tab. 4.1.

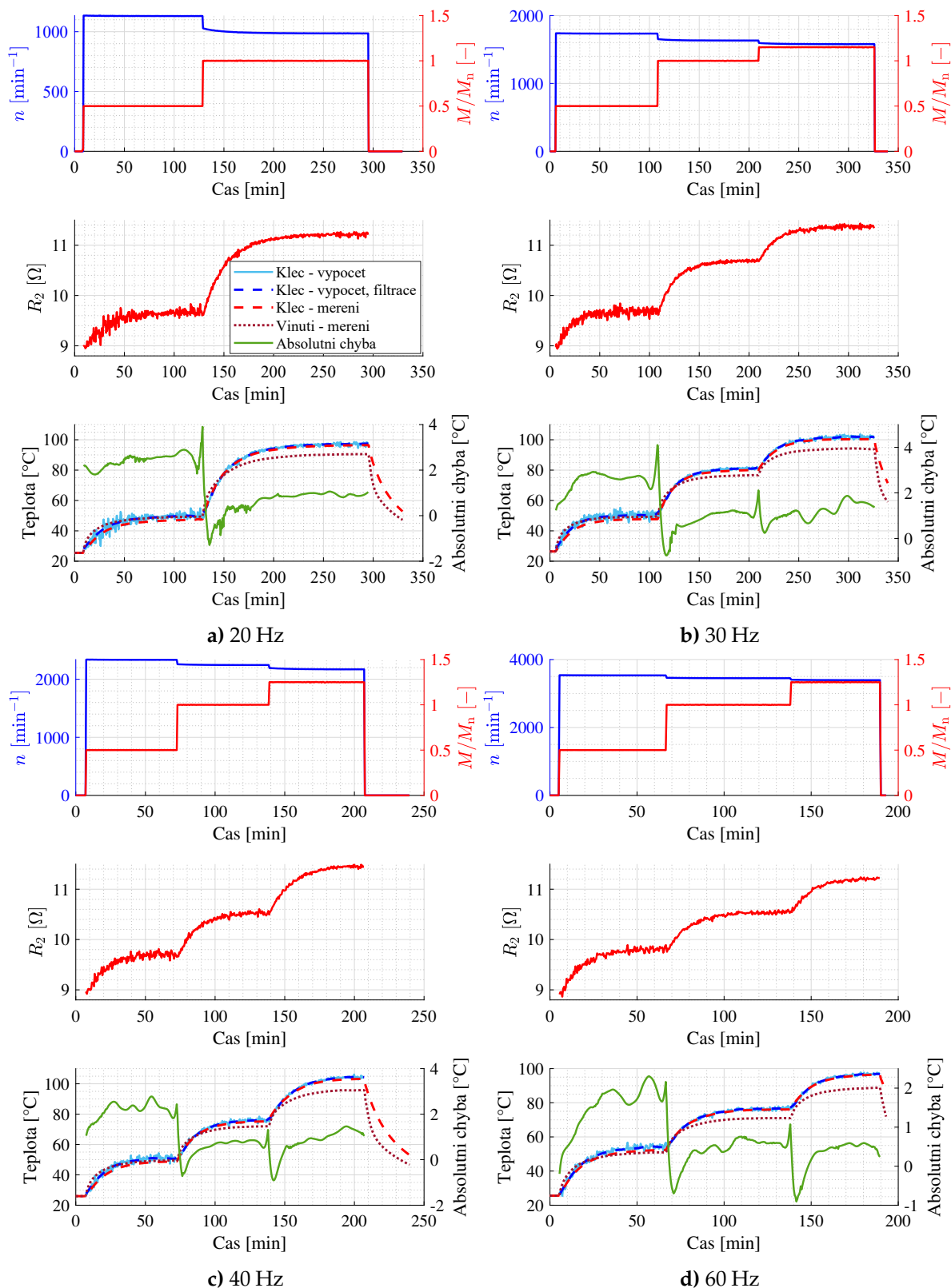


klece s teplotou dopočtenou na základě rotorového odporu. Pro srovnání je v grafu vynesena také střední teplota statorového vinutí.

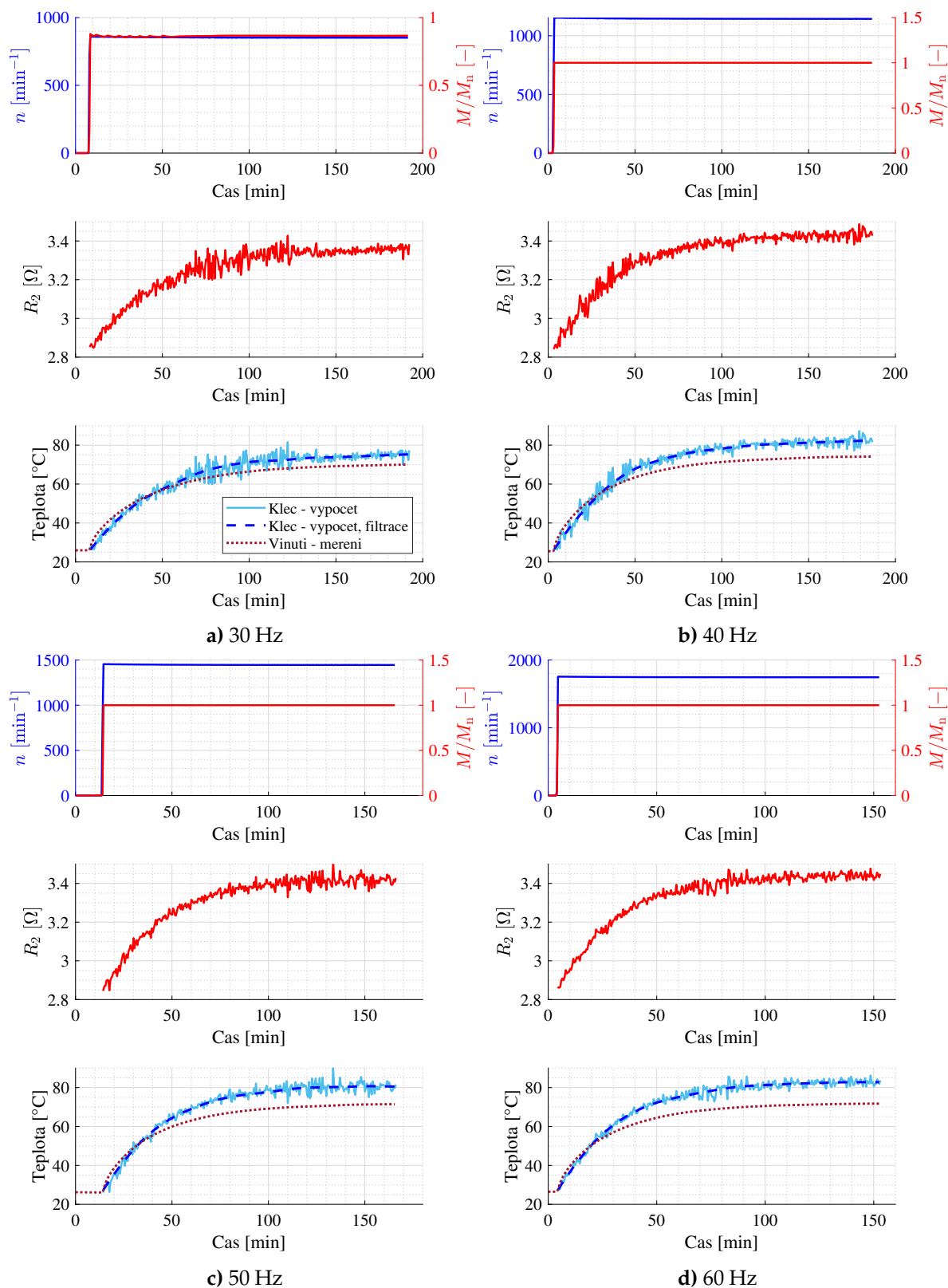


**Obr. 4.12:** Výsledky identifikace rotorového odporu a průběh měřené teploty klece rotoru ze zkoušky při zatížení pro motor M1. Hodnoty při jmenovitém zatížení.

Na Obr. 4.13 jsou vyneseny obdobné průběhy pro další změřené oteplovací charakteristiky při různých kombinacích otáček a momentu pro motor M1. Jednotlivá zatížení ve většině případů odpovídají 50 %, 100 % nebo 125 % jmenovitého momentu. Různých otáček bylo docíleno změnou statorového kmitočtu, kdy byly použity hodnoty 20 Hz, 30 Hz, 40 Hz a 60 Hz. Měření byla provedena mimo jiné také proto, aby bylo možné experimentálně naladit některé parametry tepelného modelu stroje, který bude popsán v následující kapitole. Při výpočtu teplot klece rotoru z rotorového odporu byla ve všech případech použita obdobná hodnota rotorového odporu při referenční teplotě jako v předchozím případě. Je možné vidět, že největší odchylky mezi měřenými teplotami rotorové klece a teplotami vypočtenými z rotorového odporu nastávají při malých hodnotách zátěžného momentu, čemuž odpovídají malé hodnoty skluzu.



**Obr. 4.13:** Výsledky identifikace rotorového odporu a průběh měření teploty klece rotoru ze zkoušky při zatížení pro motor M1. Průběhy pro různá zatížení.



**Obr. 4.14:** Výsledky identifikace rotorového odporu a teploty klece rotoru ze zkoušky při zatížení pro motor M2. Průběhy pro různá zatížení.

Na Obr. 4.14 je možné vidět výsledky identifikace rotorového odporu a rotorové teploty z měřených dat oteplovacích charakteristik pro motor M2. Jelikož tento motor neumožňoval měření teplot na rotoru, bylo nutné použít odlišný způsob pro získání hodnoty rotorového

odporu při referenční teplotě  $R_{2,20}$ . Při měření oteplovacích charakteristik začínala všechna měření při studeném stroji s homogenní teplotou v rámci celého stroje. Pak je možné počáteční vypočtené hodnotě rotorového odporu přiřadit teplotu odpovídající počáteční teplotě stroje. Pro získání přesnějších výsledků je možné zohlednit ohřev rotorové klece během rozběhu rotoru.

Během rozběhu se v kleci rotoru přemění na teplo energie, která je rovna kinetické energii všech rotujících hmot

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} J_{\text{celk}} \omega^2, \quad (4.21)$$

kde  $E_{\text{rot}}$  je energie přeměněná na teplo v kleci rotoru během rozběhu,  $J_{\text{celk}}$  je celkový moment setrvačnosti rotujících hmot a  $\omega$  je úhlová rychlost rotoru po rozběhu.

Za předpokladu adiabatického ohřevu rotorové klece během rozběhu dojde k oteplení

$$\Delta\theta = \frac{E_{\text{rot}}}{C_{\text{klec}}}, \quad (4.22)$$

kde  $\Delta\theta$  je oteplení rotorové klece během rozběhu a  $C_{\text{klec}}$  je tepelná kapacita klece.

Výsledné identifikované hodnoty odporů rotorové klece přepočtené na stator při referenční teplotě 20 °C jsou pro oba motory uvedeny v Tab. 4.5.

**Tab. 4.5:** Identifikované hodnoty odporů klece rotoru při teplotě 20 °C.

	Motor M1	Motor M2
Odpor fáze rotoru přepočtený na stator při 20 °C	$R_{2,20} = 8,69 \Omega$	$R_{2,20} = 2,78 \Omega$

#### 4.5.4 Identifikace rozptylové indukčnosti

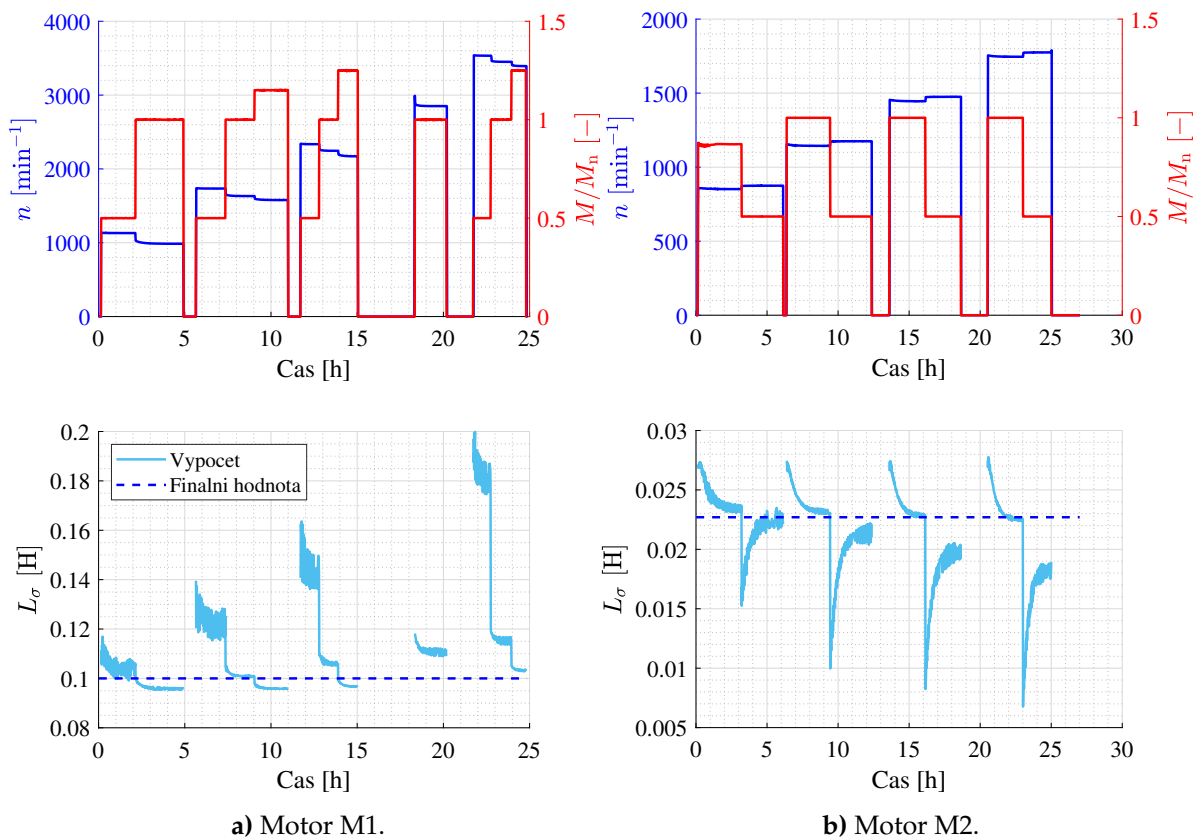
Pro identifikace hodnot rozptylových indukčností jednotlivých strojů byla opět použita data z měření oteplovacích charakteristik. Při identifikaci se nejdříve určí hodnota rozptylové reaktance s využitím (4.19). Rozptylová indukčnost se poté jednoduše určí s využitím (4.20).

Na Obr. 4.15 jsou vyneseny průběhy vypočtených rozptylových indukčností pro všechna provedená měření při zatížení. V levém sloupci jsou uvedena data pro motor M1, v pravém sloupci pak data pro motor M2. Je možné vidět, že vypočtené hodnoty, které jsou vykresleny světle modrou barvou dosahují značného rozptylu. K největšímu rozptylu hodnot dochází při malých hodnotách zatížení, kterým odpovídají malé hodnoty skluzu a jedná se tedy o data zatížená chybou. Již dříve bylo zmíněno, že parametry ze zkoušky při zatížení není možné určit při malých hodnotách skluzu. Pro hodnoty získané v blízkosti jmenovitého zatížení už není rozptyl výsledných hodnot příliš velký, ačkoliv zde stále drobné odchylky jsou. Výsledné hodnoty rozptylových indukčností pro jednotlivé stroje byly určeny jako konstanty, které se co nejvíce blíží jednotlivým vypočteným hodnotám v blízkosti jmenovitých zatížení. Tyto konstanty jsou v grafech vykresleny modrými přerušovanými čarami. Hodnoty jsou uvedeny v Tab. 4.6.

**Tab. 4.6:** Identifikované hodnoty rozptylových indukčností.

	Motor M1	Motor M2
Rozptylová indukčnost	$L_{\sigma} = 0,1 \text{ H}$	$L_{\sigma} = 0,0227 \text{ H}$

Bylo ověřeno, že hodnoty optimálních toků pro dosažení maximální účinnosti stroje v širokém rozsahu otáček a momentu, které jsou dále v práci počítány, jsou velmi málo citlivé na hodnoty rozptylových indukčností, viz citlivostní analýza provedená v kapitole 6.4.



**Obr. 4.15:** Identifikace rozptylové indukčnosti ze zkoušky při zatížení.

## 5 | Tepelný model ASM

Jak již bylo uvedeno v dřívějších kapitolách, odpory vinutí statoru a klece rotoru jsou silně ovlivňovány jejich okamžitými teplotami. Nejistoty v těchto teplotách jsou pak velmi často přisuzovány rozdílům mezi teoretickými výpočty a měřeními na reálných strojích. Aby bylo možné tyto případné neshody eliminovat a zároveň sledovat teploty statorového vinutí a rotorové klece v různých provozních stavech ASM, byl v rámci řešení disertační práce vytvořen jeho tepelný model. Tento model je založen na použití tzv. metody tepelných sítí, což je analytická metoda vycházející z analogie mezi elektrickými a tepelnými obvody [21, 59].

Tvorba tepelného modelu stroje je poměrně náročná a komplexní problematika, to dokazuje také skutečnost, že tyto modely tvoří velmi často samotnou náplň disertačních prací, viz např. [60–68]. Situace je navíc o to náročnější, jelikož model musí zajišťovat správnou predikci teplot v širokém rozsahu otáček a momentu, kdy se výrazně mění jednotlivé ztráty ve stroji a také podmínky chlazení.

Aby bylo možné vytvořit tepelný model stroje, bylo nutné podrobně nastudovat jak základní vztahy přenosu tepla, tak metodiku tepelných sítí a s tím související výpočet tepelných odporů jednotlivých částí elektrického stroje. Poté byly po částech sestaveny a metodou konečných prvků ověřeny tepelné modely dílčích částí stroje jako je stator nebo rotor. Teprve po ověření funkčnosti těchto dílčích modelů bylo přistoupeno k tvorbě celkového modelu stroje.

### 5.1 Mechanismy přenosu tepla

Teplu se šíří celkem třemi fyzikálními mechanismy a to vedením, konvekcí a radiací [69].

#### 5.1.1 Přenos tepla vedením

První ze tří způsobů šíření tepla je vedení, často označované také jako kondukce, které probíhá v pevných látkách, kapalinách a plynech. Materiálová charakteristika, která udává jak dobře daná látka vede teplo se nazývá měrná tepelná vodivost  $\lambda$ , neboli součinitel tepelné vodivosti<sup>1</sup>.

K vedení tepla dochází za předpokladu, že v látce existuje teplotní gradient, který může být vyvolán vnějšími okrajovými podmínkami nebo například v důsledku vnitřního vývinu ztrát [71]. Výsledkem analýzy vedení tepla je obvykle určení teplotního pole v dané látce, které může být buďto stacionární  $\vartheta = \vartheta(x, y, z)$  nebo nestacionární, tj. proměnné v čase  $\vartheta = \vartheta(x, y, z, t)$ .

<sup>1</sup>Měrné tepelné vodivosti různých látek je možné najít například v [69, 70]. Pro materiály používané v elektrických strojích je pak možné najít důležitá data v [21, 48].

Ze znalosti teplotního pole je pak možné získat velikost a směr šíření tepelného toku pomocí Fourierova zákona, který je možné zapsat ve tvaru [69–71]

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla \vartheta, \quad (5.1)$$

kde  $\mathbf{q}$  je vektor hustoty tepelného toku a  $\nabla \vartheta = \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x}, \frac{\partial \vartheta}{\partial y}, \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right)$  je gradient teploty.

Teplotní pole se získá řešením diferenciální rovnice popisující daný problém při daných okrajových podmínkách. Obecná diferenciální rovnice nestacionárního vedení tepla v kartézském souřadnicovém systému má tvar [69]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right) + p_{\text{gen}} = \rho c \frac{\partial \vartheta}{\partial t}, \quad (5.2)$$

kde  $\vartheta$  je teplota,  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$ ,  $\lambda_z$  jsou měrné tepelné vodivosti látky v příslušných směrech souřadnicového systému,  $p_{\text{gen}}$  jsou vnitřní ztráty generované v látce vztažené na jednotku objemu,  $\rho$  je hustota,  $c$  je měrná tepelná kapacita a  $t$  je čas. Je zřejmé, že rovnici (5.2) je nutné ve většině případů řešit numericky z důvodu jejího obtížného analytického řešení. Zavedením různých zjednodušujících předpokladů je však možné tuto rovnici výrazně zjednodušit. Pokud se materiál chová izotropně ( $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda$ ) přejde (5.2) do tvaru

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} + \frac{p_{\text{gen}}}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \vartheta}{\partial t}, \quad (5.3)$$

kde  $\alpha = \lambda / (\rho c)$  je součinitel teplotní vodivosti neboli difuzivita. Pro řešení stacionárního stavu je možné rovnici (5.3) dále zjednodušit do tvaru [69]

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} + \frac{p_{\text{gen}}}{\lambda} = 0. \quad (5.4)$$

Pro stacionární, jednorozměrné vedení tepla bez vývinu vnitřních ztrát v analyzovaném tělese pak platí

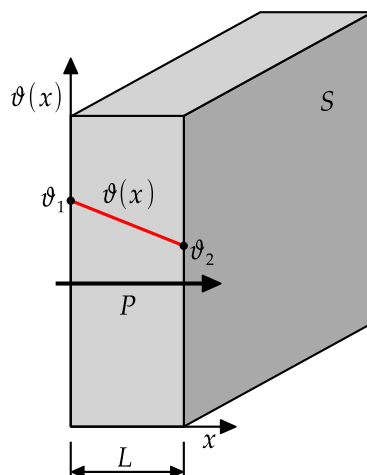
$$\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} = 0. \quad (5.5)$$

### 5.1.1.1 Jednorozměrné vedení tepla v rovinně stěně bez vnitřního generování ztrát

Přenos tepla vedením a jeho matematickou analýzu je možné nejjednodušeji demonstrovat na příkladu jednoduché rovinné stěny uvedené na Obr. 5.1. Zároveň je na tomto příkladu možné ukázat základní princip analogie mezi elektrickými a tepelnými obvody.

Stěna má tloušťku  $L$ , průřez  $S$  a je tvořena materiálem o měrné tepelné vodivosti  $\lambda$ . Zbylé rozměry stěny jsou oproti  $L$  mnohonásobně větší, čímž je zajištěn předpoklad jednorozměrného vedení tepla (teplo se šíří pouze ve směru  $x$ ). Povrchové teploty stěny jsou udržovány na teplotách  $\vartheta_1$  a  $\vartheta_2$ , přičemž platí  $\vartheta_1 > \vartheta_2$ . V důsledku existence tohoto teplotního spádu stěnou protéká tepelný tok<sup>2</sup>  $P$ . Vedení tepla je jednorozměrné, stacionární a bez vnitřního generování

<sup>2</sup>Tyto souvislosti mohou být interpretovány i obráceně, tj., že teplotní spád vzniká v důsledku tepelného toku.



**Obr. 5.1:** Jednorozměrné vedení tepla rovinnou stěnou bez vnitřního generování ztrát.

ztrát a je tedy možné použít diferenciální rovnici (5.5). Dvojitou integrací této rovnice se získá obecné řešení rovnice teplotního průběhu ve stěně

$$\vartheta(x) = C_1x + C_2, \quad (5.6)$$

kde  $C_1$  a  $C_2$  jsou konstanty, které se určí z okrajových podmínek

$$\begin{aligned} \vartheta(0) &= \vartheta_1, \\ \vartheta(L) &= \vartheta_2. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Po úpravách je možné získat výslednou rovnici teplotního průběhu

$$\vartheta(x) = \vartheta_1 + \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{L}x. \quad (5.8)$$

Velikost a směr šíření tepelného toku stěnou udává Fourierův zákon [69]

$$P = -\lambda S \frac{d\vartheta}{dx}, \quad (5.9)$$

kde  $P$  je celkový tepelný tok procházející stěnou. Záporné znaménko udává, že tepelný tok se šíří vždy ve směru klesající teploty. Dosazením (5.8) do (5.9) platí pro tok stěnou

$$P = \frac{\lambda S}{L}(\vartheta_1 - \vartheta_2) = \frac{\lambda S}{L}\Delta\vartheta = \frac{\Delta\vartheta}{R}, \quad (5.10)$$

kde  $\Delta\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2$  je teplotní rozdíl povrchů stěny a  $R$  je tepelný odpor stěny

$$R = \frac{L}{\lambda S}. \quad (5.11)$$

Na rovnici (5.10) je možné demonstrovat analogii mezi elektrickými a tepelnými obvody, kdy tepelnému toku odpovídá v elektrotepelné analogii proud, rozdíl teplot odpovídá rozdíl potenciálů (napětí) a tepelnému odporu odpovídá odpor elektrický, viz např. [21, 41].

V rámci tepelného modelu asynchronního stroje je možné rovnici (5.11) využít při výpočtu tepelného odporu různých izolačních stěn nebo přepážek, například při výpočtu tepelného odporu drážkové izolace oddělující vinutí od železného svazku. Výpočet tepelných odporů vedením v dalších důležitých částech asynchronního motoru bude dále probrán v části 5.2.



### 5.1.2 Přenos tepla konvekcí

K přenosu tepla konvekcí neboli prouděním dochází mezi povrchem pevné látky a okolní tekutinou<sup>3</sup> opět za předpokladu, že mezi nimi existuje teplotní spád. Teplo přitom opět proudí z místa s vyšší teplotou do místa s nižší teplotou. To zda je daný povrch tekutinou ochlazován nebo ohříván tedy závisí na aktuálních teplotách ofukovaného povrchu tělesa a okolní tekutiny. Množství převedeného tepla udává takzvaný Newtonův ochlazovací zákon [69–71]

$$P = \alpha S (\vartheta_p - \vartheta_\infty), \quad (5.12)$$

kde  $P$  je tepelný tok mezi povrchem tělesa a tekutinou,  $S$  je teplosměnná plocha,  $\vartheta_p$  je teplota povrchu tělesa,  $\vartheta_\infty$  je teplota tekutiny (teplota okolí)  $\alpha$  je součinitel přestupu tepla. Tato veličina udává intenzitu chlazení a závisí na mnoha faktorech jako jsou rychlost proudění, geometrie obtékaného povrchu nebo vlastnosti dané tekutiny. Z toho plyne, že přesné určení součinitele přestupu tepla je poměrně náročné a je často nutné jej určit experimentálně [72,73].

Zavedením teplotního rozdílu  $\Delta\vartheta = (\vartheta_p - \vartheta_\infty)$  je možné s využitím elektrotepelné analogie určit z rovnice (5.12) tepelný odpor konvekcí

$$R = \frac{1}{\alpha S}. \quad (5.13)$$

Přenos tepla konvekcí je možné rozdělit na konvekci přirozenou, kdy dochází k pohybu tekutiny samovolně vlivem změny hustoty v důsledku jejího ohřevu/ochlazování a na konvekci umělou neboli nucenou, kdy je pohyb vyvolán vnějším zdrojem, např. ventilátorem [69–71]. Obě zmíněné rovnice (5.12) a (5.13) jsou platné pro oba tyto režimy. Liší se pouze postup výpočtu součinitele přestupu tepla.

V následující části kapitoly bude ukázán postup výpočtu součinitele přestupu tepla ve vzduchové mezeře ASM, který je dále použit ve výsledném vytvořeném tepelném modelu stroje. Pro experimentální určení součinitele přestupu je možné vyjít z rovnice [74–76]

$$\alpha = k_1 (1 + k_2 v^{k_3}), \quad (5.14)$$

kde  $v$  je rychlost tekutiny a  $k_1, k_2, k_3$  jsou konstanty, které je nutné určit experimentálně. Rovnice (5.14) kombinuje jak přirozenou konvekci (při  $v = 0$ ), tak konvekci nucenou.

Za předpokladu lineární závislosti mezi otáčkami a rychlostí proudění, viz [51], je možné rovnici (5.14) přepsat do tvaru

$$\alpha = k_1 (1 + k_2 n^{k_3}), \quad (5.15)$$

kde konstanta  $k_2$  bude oproti této konstantě v rovnici (5.14) nabývat jiné hodnoty.

### 5.1.3 Výpočet součinitele přestupu tepla ve vzduchové mezeře

Součinitel přestupu tepla ve vzduchové mezeře  $\alpha_\delta$  je důležitým parametrem, který významně ovlivňuje výslednou teplotu rotoru. V následujícím textu je uveden postup jeho výpočtu, který čerpá z [21].

Výpočet vychází z teorie proudění mezi dvěma soustřednými otáčejícími se válci, které je většinou nazýváno jako Taylor–Cueottovo proudění nebo Taylorovo vírové proudění. Od

<sup>3</sup>Tekutinou je myšlen společný název jak pro kapaliny tak pro plyny. Teoreticky může docházet k přenosu tepla konvekcí například také mezi povrchem kapaliny a okolním plynným prostředím.

proudění mezi dvěma paralelními (rovnými), vzájemně se pohybujícími stěnami, viz např. [51,69], se liší přítomností toroidních vírů, které významně ovlivňují přenos tepla ve vzduchové mezeře. Vliv těchto vírů na výslednou hodnotu součinitele přestupu tepla zohledňuje Taylorovo číslo  $Ta$ , které vychází z poměru viskózních a odstředivých sil a určí se podle rovnice

$$Ta = \frac{\rho^2 \omega^2 r_{\delta,m} \delta^3}{\mu^2}, \quad (5.16)$$

kde  $\omega$  je úhlová rychlost rotoru,  $\rho$  je hustota vzduchu<sup>4</sup> v mezeře,  $\mu$  je dynamická viskozita vzduchu v mezeře,  $r_{\delta,m}$  je střední poloměr vzduchové mezery a  $\delta$  je tloušťka vzduchové mezery.

Z Taylorova čísla se následně určí modifikované Taylorovo číslo

$$Ta_m = \frac{Ta}{F_g}, \quad (5.17)$$

kde  $F_g$  je korekční faktor zakřivení vzduchové mezery, který zohledňuje vzájemný poměr tloušťky vzduchové mezery  $\delta$  a středního poloměru vzduchové mezery  $r_{\delta,m}$  a je dán rovnicí

$$F_g = \frac{\pi^4 \left[ \frac{2r_{\delta,m} - 2,304\delta}{2r_{\delta,m} - \delta} \right]}{1697 \left[ 0,0056 + 0,0571 \left( \frac{2r_{\delta,m} - 2,304\delta}{2r_{\delta,m} - \delta} \right)^2 \right] \left[ 1 - \frac{\delta}{2r_{\delta,m}} \right]^2}. \quad (5.18)$$

V praxi je většinou tloušťka vzduchové mezery malá vůči jejímu střednímu poloměru, potom  $F_g \rightarrow 1$  a  $Ta_m \approx Ta$ .

Následně se určí Nusseltovo číslo  $Nu$ , které udává zvýšení intenzity přenosu tepla prouděním proti prostému vedení

$$\begin{aligned} Nu &= 2 && \text{pro } Ta_m < 1700 \quad (\text{laminární proudění}), \\ Nu &= 0,128 Ta_m^{0,367} && \text{pro } 1700 < Ta_m < 10^4, \\ Nu &= 0,402 Ta_m^{0,241} && \text{pro } 10^4 < Ta_m < 10^7. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Limitní případ  $Nu = 2$  nastává při nízkých otáčkách (přesněji při nízkých obvodových rychlostech rotoru), kdy je teplo přes vzduchovou mezeru odváděno pouze mechanismem vedení a vzduchová mezera má v tomto případě nejvyšší možný tepelný odpor.

Výsledná hodnota součinitele přestupu tepla ve vzduchové mezeře se určí podle rovnice

$$\alpha_\delta = \frac{Nu\lambda}{\delta}, \quad (5.20)$$

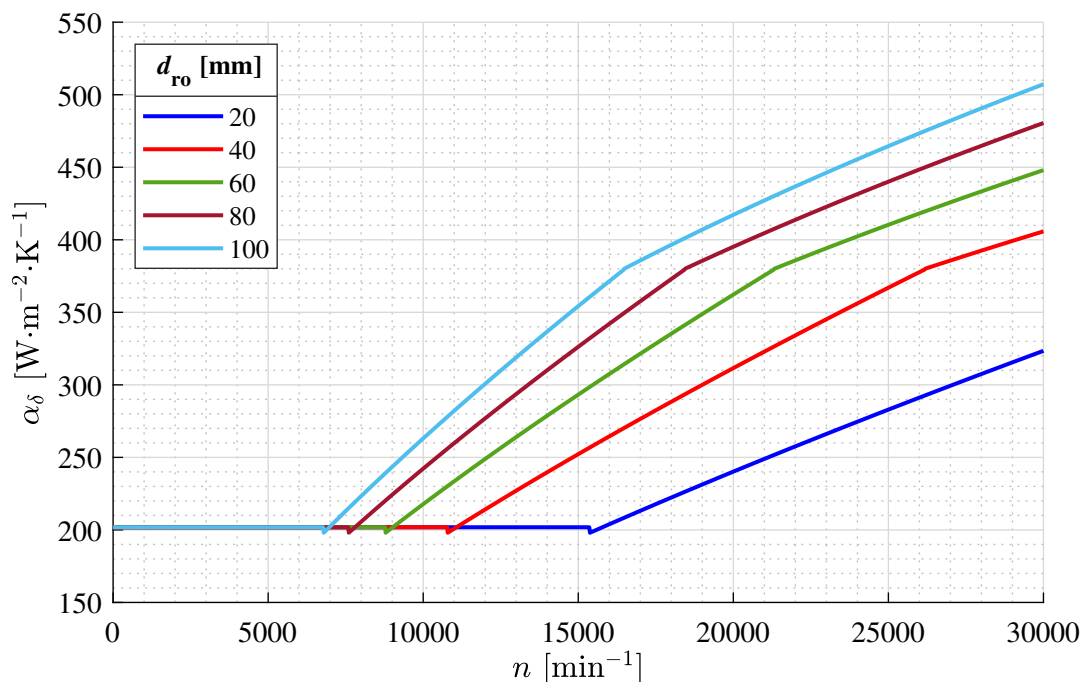
kde  $\lambda$  je měrná tepelná vodivost vzduchu ve vzduchové mezeře. Rovnice (5.20) slouží pro výpočet součinitele přestupu tepla z jednoho povrchu do vzduchové mezery, např. z vnitřního povrchu statoru do mezery nebo vnějšího povrchu rotoru do mezery.

Jak plyne z rovnic (5.16) a (5.20), při výpočtech je nutné znát fyzikální vlastnosti vzduchu, které mohou být obecně závislé na teplotě (v tomto případě se jedná o střední teplotu vzduchové mezery). Hustota vzduchu navíc závisí také na tlaku. Lze předpokládat, že při malých výkyvech hodnot těchto parametrů nebude změna součinitele přestupu tepla nijak výrazná. I přesto byla věnována pozornost výpočtu vlastností vzduchu v závislosti na teplotě a tlaku, aby bylo možné veškeré výpočty automatizovat. Tato problematika je popsána v dodatku A.

<sup>4</sup>Nemusí se vždy jednat o vzduch. Mezera může být obecně vyplněna jakoukoliv tekutinou.

Na Obr. 5.2 je možné vidět vypočtenou závislost součinitele přestupu tepla ve vzduchové mezeře na otáčkách při různých hodnotách vnějšího průměru rotoru  $d_{ro}$ , tím je dosaženo různých hodnot obvodové rychlosti rotoru při stejných otáčkách. Výpočet byl proveden pro tloušťku vzduchové mezery  $\delta = 0,3 \text{ mm}$  a vlastnosti vzduchu při teplotě  $80 \text{ }^\circ\text{C}$  a tlaku  $1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa}$ . Z obrázku plyne zajímavé zjištění, že nárůst součinitele přestupu tepla v závislosti na otáčkách nastává až při poměrně velkých hodnotách otáček (obvodových rychlostí rotoru), do tohoto limitního stavu je součinitel přestupu tepla konstantní. U obou motorů, které jsou v této práci analyzovány tedy teoreticky nedochází ke změně součinitele přestupu tepla ve vzduchové mezeře v závislosti na otáčkách, protože jejich provozní obvodové rychlosti rotoru se pohybují pod danými limitními hodnotami. Součinitel přestupu tepla se bude teoreticky měnit pouze v závislosti na fyzikálních vlastnostech vzduchu ve vzduchové mezeře.

Je nutné dodat, že skutečná hodnota součinitele přestupu tepla může být oproti výpočtu mírně vyšší v důsledku drážkování a drsnosti povrchů, což samotný výpočet nezohledňuje. Podle [21] může být toto navýšení 40 % – 70 %. Nicméně, uvedený postup byl použit ve výsledném vytvořeném tepelném modelu stroje a bylo dosaženo dobrých shod vypočtených a měřených teplot rotoru.



Obr. 5.2: Závislost součinitele přestupu tepla ve vzduchové mezeře na otáčkách.

#### 5.1.4 Přenos tepla zářením

Přenos tepla zářením neboli radiací na rozdíl od přenosu tepla vedením nebo konvekcí nevyžaduje pro své šíření přítomnost hmotného prostředí. U záření se teplo šíří prostřednictvím elektromagnetických vln. Je nutné dodat, že v řadě případů je možné záření u tepelného výpočtu zanedbat, neboť tepelný tok přenášený tímto mechanismem bývá v porovnání se zbylými dvěma, především pak s konvekcí, výrazně menší. Toto tvrzení však přestává platit u nižších rychlostí proudění chladicího média. To může nastat například u motorů s vlastním ventiláto-

rem umístěným na hřídeli, pokud je motor napájen z frekvenčního měniče a provozován při nízkých otáčkách, viz [77].

Pro tepelný tok odvedený z povrchu radiací platí rovnice [21]

$$P = S_r \epsilon \sigma (T_p^4 - T_{\infty,r}^4), \quad (5.21)$$

kde  $S_r$  je celková radiální plocha, která může být odlišná od teplosměnné plochy pro přenos tepla konvekcí [41],  $\epsilon$  je emisivita povrchu, která se pohybuje v intervalu hodnot 0 až 1 [69],  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$  je Stefanova-Boltzmannova konstanta,  $T_p = \vartheta_p + 273,15 \text{ K}$  je absolutní teplota povrchu tělesa a  $T_{\infty,r} = \vartheta_{\infty,r} + 273,15 \text{ K}$  je absolutní teplota okolních stěn, do kterých je odváděn tepelný tok radiací a která může být odlišná od teploty okolí uplatňující se při přenosu tepla konvekcí.

Z poměru rozdílu teplot a tepelného toku je možné odvodit rovnici pro výpočet tepelného odporu radiací

$$R = \frac{T_p - T_{\infty,r}}{S_r \epsilon \sigma (T_p^4 - T_{\infty,r}^4)} = \frac{1}{\alpha_r S_r}, \quad (5.22)$$

ze které je možné dále určit ekvivalentní součinitel přestupu tepla způsobený radiací

$$\alpha_r = \epsilon \sigma \frac{T_p^4 - T_{\infty,r}^4}{T_p - T_{\infty,r}}. \quad (5.23)$$

Z rovnic (5.21)–(5.23) plyne, že začleněním záření do tepelného modelu se výpočty stanou nelineárními a je nutné použít iterační řešení.

## 5.2 Metoda tepelných sítí

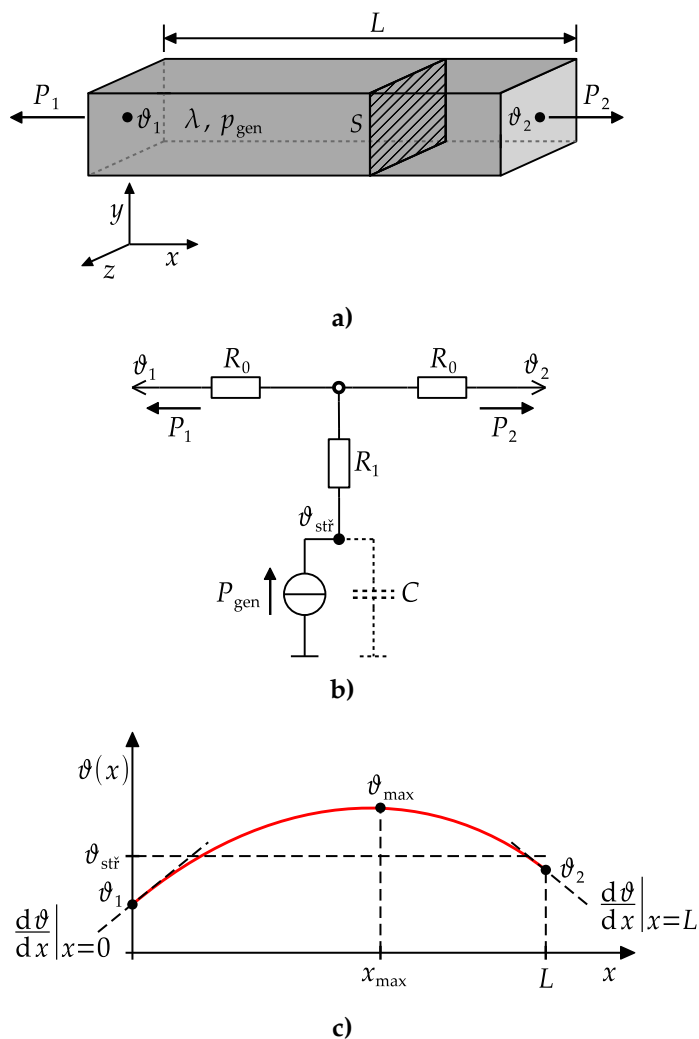
Metoda tepelných sítí je analytická metoda, která využívá analogie mezi elektrickými a tepelnými obvody. První zmínka této metody je často přisuzována článku [78]. Principem metody je využití elektrotepelné analogie k sestavení takzvané tepelné sítě, pomocí které jsou počítány teploty ve vybraných částech (objemech) elektrického stroje. Obvykle se jedná o střední teploty, dodatečně je ale možné dopočítat i teploty maximální nebo je dokonce možné i přibližně určit teplotní pole v daných částech stroje. Zároveň je potřeba zmínit, že je možné provádět analýzu jak ustálených, tak i tranzientních stavů.

Při tvorbě tepelné sítě je stroj pomyslně rozdělen na základní geometrická tělesa jako jsou tyče, válce a podobně, pro která je možné odvodit příslušné tepelné odpory tak, aby byly obdrženy střední teploty těchto dílčích těles. Pokud lze u některých větších celků stroje předpokládat homogenní teplotu, není nutné je dále rozdělovat.

V následujících podkapitolách je uveden výpočet tepelných odporů u již zmíněných základních geometrických těles jako jsou tyč, válec a podobně, na základě kterých je pak možné sestavit kompletní tepelnou síť ASM. Jelikož jsou ve většině částí ASM generovány ztráty, je nutné je dále zohlednit, čímž se výpočty stávají mírně komplikovanějšími oproti dříve uvedené analýze vedení tepla ve stěně bez vnitřního generování ztrát, viz kapitola 5.1.1.1.

### 5.2.1 Tyč s vnitřním generováním ztrát chlazená na koncových plochách

První modelové těleso, které je nezbytné pro sestavení kompletní tepelné sítě ASM je uvedeno na Obr. 5.3 a). Jedná se o tyč s vnitřním generováním ztrát, která je chlazená na koncových



**Obr. 5.3:** Tyč s vnitřním generováním ztrát chlazená na koncových plochách. **a)** Vyznačení důležitých parametrů. **b)** Tepelná síť. **c)** Teplotní průběh.

plochách. Na tomto tělese budou vysvětleny všechny důležité souvislosti týkající se například výpočtu střední teploty tělesa, výpočtu příslušných tepelných odporů tepelné sítě atp. Analýza bude provedena pro ustálený tepelný stav. Řešení tranzientního stavu se liší pouze zohledněním tepelné kapacity tělesa, která je připojena k uzlu reprezentujícímu střední teplotu.

Tepelnou síť, která reprezentuje jednorozměrné vedení tepla v tyči s vnitřním generováním ztrát je možné vidět Obr. 5.3 b). Krajní teploty tyče  $\vartheta_1$  a  $\vartheta_2$  jsou při následující analýze považovány za známé. Poté v síti zbývají dva uzly s neznámými teplotami. Jeden z těchto uzlů reprezentuje hledanou střední teplotu tyče  $\vartheta_{\text{stř}}$ . Do tohoto uzlu vstupují celkové ztráty generované v tyči  $P_{\text{gen}}$ . Druhý uzel, který spojuje jednotlivé odpory rovněž představuje neznámou teplotu, kterou je nutné v rámci řešení počítat, ale nemá žádný fyzikální význam. Nutnost výpočtu této teploty, respektive přítomnost daného uzlu, vychází z principu metody. Uzel s touto teplotou je dále v práci často nazýván jako doplňkový uzel.

Fyzikální a geometrické parametry tyče jsou definovány měrnou tepelnou vodivostí materiálu tyče  $\lambda$ , délkou tyče  $L$  a průřezem  $S$ , který je po celé délce konstantní. V tyči jsou generovány měrné objemové ztráty  $p_{\text{gen}}$ , které jsou rovnoměrně rozprostřeny v celém objemu a nezávislé

na teplotě<sup>5</sup>.

Z povahy daného chlazení, kdy je tepelný tok z tyče odváděn pouze na koncových plochách, plyne, že v tyči vzniká jednorozměrné vedení tepla, které se šíří pouze ve směru  $x$ . Teplotní průběh v tyči je naznačen na Obr. 5.3 c). Konkrétní rovnici teplotního průběhu je možné určit řešením příslušné diferenciální rovnice, která má za výše uvedených předpokladů tvar [69]

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} + \frac{p_{\text{gen}}}{\lambda} = 0. \quad (5.24)$$

Diferenciální rovnici (5.24) je možné řešit separací proměnných [69]. Dvojitou integrací se získá obecné řešení

$$\vartheta(x) = -\frac{p_{\text{gen}}}{2\lambda}x^2 + C_1x + C_2, \quad (5.25)$$

kde  $C_1$  a  $C_2$  jsou konstanty, které je možné určit na základě okrajových podmínek

$$\begin{aligned} \vartheta(0) &= \vartheta_1, \\ \vartheta(L) &= \vartheta_2. \end{aligned} \quad (5.26)$$

Po úpravách je možné získat výslednou rovnici teplotního průběhu v tyči

$$\vartheta(x) = \vartheta_1 + \frac{2\lambda(\vartheta_2 - \vartheta_1) + p_{\text{gen}}L^2}{2\lambda L}x - \frac{p_{\text{gen}}}{2\lambda}x^2. \quad (5.27)$$

Vidíme, že se jedná o rovnici paraboly, jejíž obecný průběh je naznačen na obrázku 5.3 c).

Mezi měrnými objemovými ztrátami  $p_{\text{gen}}$  a celkovými ztrátami vygenerovanými v tyči  $P_{\text{gen}}$  platí rovnice

$$P_{\text{gen}} = p_{\text{gen}}LS, \quad (5.28)$$

s jejím využitím je možné rovnici teplotního průběhu vyjádřit ve tvaru

$$\vartheta(x) = \vartheta_1 + \frac{2\lambda S(\vartheta_2 - \vartheta_1) + P_{\text{gen}}L}{2\lambda LS}x - \frac{P_{\text{gen}}}{2\lambda LS}x^2. \quad (5.29)$$

### 5.2.1.1 Výpočet střední teploty

Střední teplotu  $\vartheta_{\text{stř}}$  je možné odvodit s využitím rovnice<sup>6</sup>

$$\vartheta_{\text{stř}} = \frac{1}{L} \int_0^L \vartheta(x) dx, \quad (5.30)$$

která vychází z obecné definice střední hodnoty funkce. Dosazením rovnice teplotního průběhu (5.27) nebo (5.29) do (5.30) se po úpravách získá vztah pro výpočet střední teploty tyče

$$\vartheta_{\text{stř}} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} + \frac{p_{\text{gen}}L^2}{12\lambda} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} + \frac{P_{\text{gen}}L}{12\lambda S}. \quad (5.31)$$

<sup>5</sup>Řešením složitějších případů, kdy je například uvažována závislost ztrát na teplotě, se zabývá například literatura [79, 80], případně autorova publikace [A8].

<sup>6</sup>Rovnici (5.30) je možné použít v případě, kdy se průřez nemění se závislou proměnnou (v tomto případě  $x$ ). Tato podmínka není splněna například u rotačních těles (válec, plná válcová tyč) při výpočtu střední teploty v radiálním směru a je nutné rovnici příslušně upravit.

### 5.2.1.2 Výpočet maximální teploty

Maximální teplotu  $\vartheta_{\max}$  je možné určit hledáním extrému funkce, tj. položením derivace funkce rovnu nule

$$\frac{d\vartheta}{dx} = 0. \quad (5.32)$$

Dosazením (5.27) nebo (5.29) do (5.32) se nejprve odvodí pozice maximální teploty

$$x_{\max} = \frac{L}{2} + \frac{\lambda(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{p_{\text{gen}}L} = \frac{L}{2} + \frac{\lambda S(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{P_{\text{gen}}}, \quad (5.33)$$

jejím zpětným dosazením do (5.27) nebo (5.29) se získá výsledný vztah pro výpočet maximální teploty tyče

$$\begin{aligned} \vartheta_{\max} &= \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} + \frac{\lambda(\vartheta_1 - \vartheta_2)^2}{2p_{\text{gen}}L^2} + \frac{p_{\text{gen}}L^2}{8\lambda} = \\ &= \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} + \frac{\lambda S(\vartheta_1 - \vartheta_2)^2}{2P_{\text{gen}}L} + \frac{P_{\text{gen}}L}{8\lambda S}. \end{aligned} \quad (5.34)$$

### 5.2.1.3 Odvození tepelných odporů tepelné sítě

Dále je ukázán postup odvození vztahů pro výpočet tepelných odporů  $R_0$  a  $R_1$ , které se vyskytují v tepelné síti na obrázku 5.3 b). Nejprve se s využitím Fourierova zákona určí vztahy pro výpočet tepelných toků  $P_1$  a  $P_2$ , které prochází koncovými průřezy tyče. Tyto vztahy mají tvar

$$P_1 = - \left( -\lambda S \frac{d\vartheta}{dx} \Big|_{x=0} \right) = \frac{\lambda S(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{L} + \frac{p_{\text{gen}}LS}{2} = \frac{\lambda S(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{L} + \frac{P_{\text{gen}}}{2}, \quad (5.35)$$

$$P_2 = -\lambda S \frac{d\vartheta}{dx} \Big|_{x=L} = \frac{\lambda S(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{L} + \frac{p_{\text{gen}}LS}{2} = \frac{\lambda S(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{L} + \frac{P_{\text{gen}}}{2}. \quad (5.36)$$

Kladné směry tepelných toků, viz Obr. 5.3 b), jsou voleny tak, aby odpovídaly jejich skutečnému směru (oba toky vytékají z tyče ven). Z tohoto důvodu bylo nutné v rovnici (5.35) doplnit záporné znaménko, protože zvolený kladný směr tepelného toku  $P_1$  neodpovídá kladnému směru osy  $x$ .

Podle tepelné sítě na Obr. 5.3 b) platí pro toky  $P_1$  a  $P_2$  následující rovnice

$$P_1 = \frac{\vartheta_{\text{stř}} - P_{\text{gen}}R_1 - \vartheta_1}{R_0}, \quad (5.37)$$

$$P_2 = \frac{\vartheta_{\text{stř}} - P_{\text{gen}}R_1 - \vartheta_2}{R_0}. \quad (5.38)$$

Pomocí (5.31) a (5.35)–(5.38) je možné sestavit soustavu dvou rovnic o dvou neznámých  $R_0$  a  $R_1$ , jejímž řešením se získají výsledné rovnice pro výpočet tepelných odporů

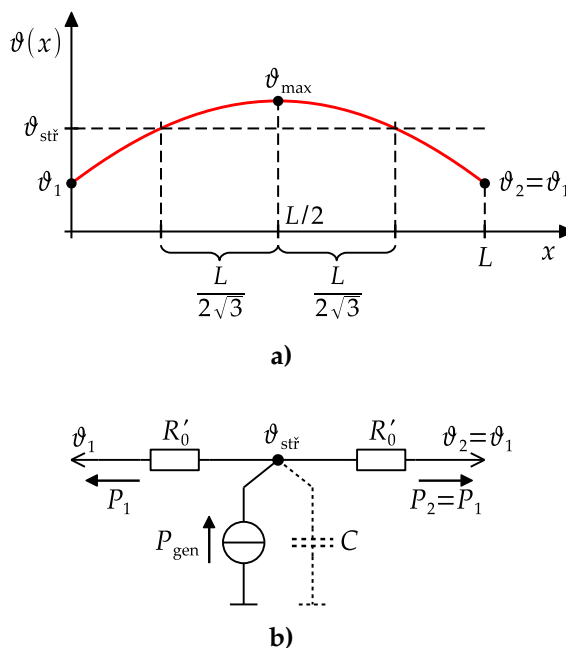
$$R_0 = \frac{L}{2\lambda S} = \frac{R}{2}, \quad (5.39)$$

$$R_1 = -\frac{L}{6\lambda S} = -\frac{R}{6}, \quad (5.40)$$

kde  $R = \frac{L}{\lambda S}$ . Výsledné vztahy (5.39) a (5.40) je možné běžně nalézt v literatuře, viz například [21, 72], avšak obvykle bez uvedeného postupu jejich odvození.

### 5.2.1.4 Zvláštní případ symetrického chlazení

Pokud je na obou koncích tyče odváděn stejný tepelný tok ( $P_1 = P_2$ ), jedná se o zvláštní případ symetrického chlazení. V tomto případě je teplotní průběh symetrický ( $\vartheta_1 = \vartheta_2$ ) vzhledem ke středu tyče a maximální teplota  $\vartheta_{\max}$  se nachází uprostřed tyče ( $x_{\max} = L/2$ ), jak je možné vidět na Obr. 5.4 a). Dále je možné odvodit, že pozice střední teploty se nachází ve vzdálenosti  $L/(2\sqrt{3})$  od středu tyče<sup>7</sup>.



**Obr. 5.4:** Teplotní průběh a tepelná síť tyče s vnitřním generováním ztrát při zvláštním případě symetrického chlazení obou konců tyče.

Při symetrickém chlazení je možné původní tepelnou síť podle Obr. 5.3 b) upravit do tvaru uvedeného na Obr. 5.4 b), kdy tato nová síť obsahuje pouze jeden uzel s neznámou teplotou a tou je střední teplota tyče  $\vartheta_{\text{stř}}$ . Přitom se jedná o matematicky korektní úpravu a zjednodušení sítě nezavádí do výpočtů žádnou chybu. Hodnota odporu  $R'_0$  se určí podle rovnice

$$R'_0 = \frac{L}{6\lambda S}. \quad (5.41)$$

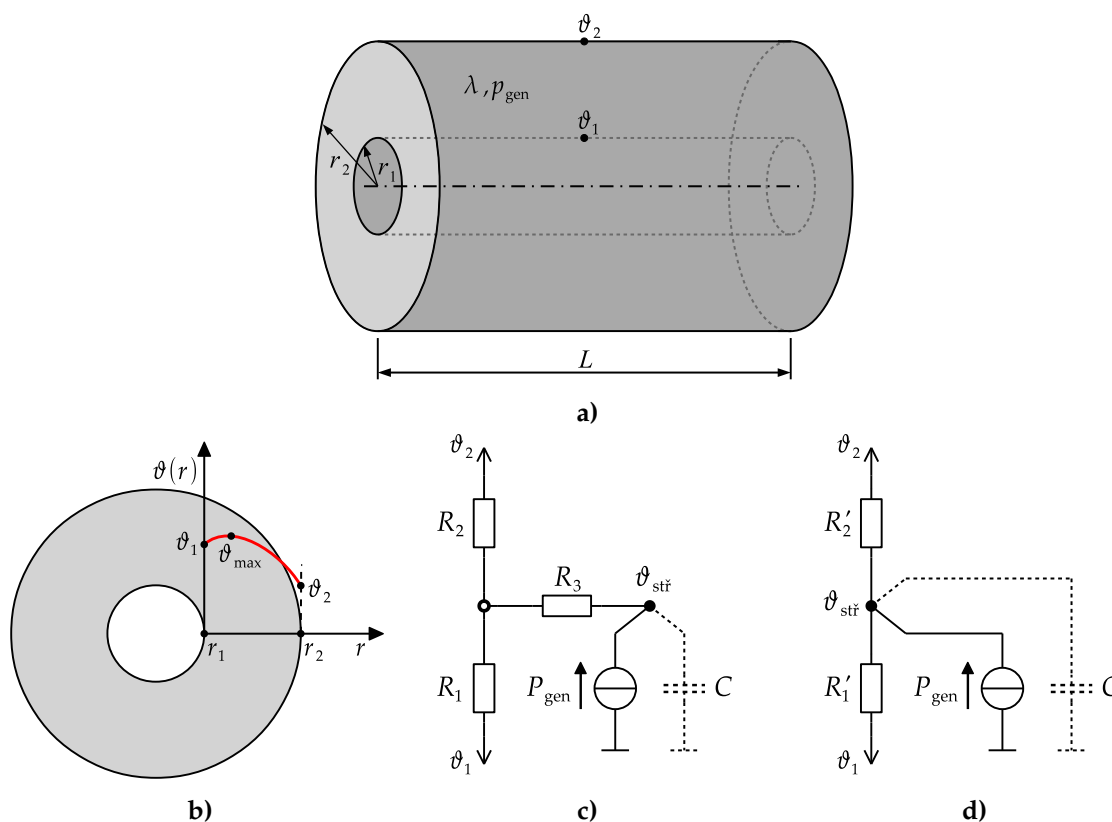
Je zřejmé, že oba odpory v síti na Obr. 5.4 b) tvoří paralelní kombinaci a bylo by možné je dále nahradit jedním výsledným ekvivalentním odporem. Nicméně uvedené uspořádání tvoří základ určitého zjednodušujícího řešení. Toto zjednodušující řešení spočívá v použití zjednodušené sítě podle Obr. 5.4 b) i pro případy s nesymetrickým chlazením ( $P_1 \neq P_2$ ), ( $\vartheta_1 \neq \vartheta_2$ ) za předpokladu, že tato nesymetrie není příliš velká. Je tedy nutné rozlišovat, že při splnění podmínek symetrického chlazení dává síť podle Obr. 5.4 b) matematicky korektní řešení, při nesplnění těchto podmínek se obdrží řešení přibližné, avšak často stále velmi přesné. Použití uvedeného zjednodušujícího přístupu je možné nalézt například v [81] a bude použito také u některých částí stroje v kompletní tepelné síti ASM uvedené dále v této práci.

<sup>7</sup>Tato informace může být návodem k umístění teplotního čidla v rámci délky tyče. Při umístění teplotního čidla do této pozice bude měřená teplota odpovídat střední teplotě tyče.



## 5.2.2 Válec s vnitřním generováním ztrát chlazený na vnitřním a vnějším poloměru

Dalším základním modelovým tělesem je válec s vnitřním generováním ztrát chlazený na vnitřním a vnějším poloměru, viz Obr. 5.5 a). Z uvedených podmínek chlazení plyne, že v tělese vzniká jednorozměrné vedení tepla, které se šíří v radiálním směru. Na Obr. 5.5 a) jsou vyznačeny všechny důležité geometrické rozměry. Jedná se o vnitřní poloměr  $r_1$ , vnější poloměr  $r_2$  a délku  $L$ . Válec je tvořen materiálem o měrné tepelné vodivosti  $\lambda$  a jsou v něm generovány měrné objemové ztráty  $p_{\text{gen}}$ , u kterých se předpokládá jejich rovnoměrné rozložení v celém objemu a nezávislost na teplotě. Na Obr. 5.5 b) je naznačen teplotní průběh v závislosti na poloměru, kdy teplota na vnitřním poloměru nabývá hodnoty  $\vartheta_1$  a teplota na vnějším poloměru nabývá hodnoty  $\vartheta_2$ . Příslušná tepelná síť je uvedena na Obr. 5.5 c). Obr. 5.5 d) pak zachycuje síť zjednodušenou, která vznikne použitím dále uvedených zjednodušujících předpokladů.



**Obr. 5.5:** Válec s vnitřním generováním ztrát chlazený na vnitřním a vnějším poloměru. **a)** Vyznačení důležitých parametrů. **b)** Teplotní průběh v závislosti na poloměru. **c)** Tepelná síť. **d)** Zjednodušená tepelná síť.

Je zřejmé, že celá analýza musí být obdobná jako u analýzy vedení tepla v tyči s vnitřním generováním ztrát, která byla podrobně provedena v předchozí části kapitoly. Proto budou dále uvedeny pouze důležité výsledné vztahy bez příslušných postupů odvození.

Pro válcové těleso s vnitřními ztrátami nezávislými na teplotě a poloze platí diferenciální rovnice [69]

$$\frac{d^2\vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\vartheta}{dr} + \frac{p_{\text{gen}}}{\lambda} = 0. \quad (5.42)$$

Při použití okrajových podmínek  $\vartheta(r_1) = \vartheta_1$ ,  $\vartheta(r_2) = \vartheta_2$  je možné odvodit rovnici teplotního průběhu ve tvaru

$$\vartheta(r) = \vartheta_2 + \frac{p_{\text{gen}} r_2^2}{4\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{r_2^2}\right) - \left[ \vartheta_2 - \vartheta_1 + \frac{p_{\text{gen}} r_2^2}{4\lambda} \left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) \right] \frac{\ln(r_2/r)}{\ln(r_2/r_1)}. \quad (5.43)$$

Pro jednotlivé tepelné odpory  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  v síti na Obr. 5.5 c) platí [72]

$$R_1 = \frac{1}{4\pi\lambda L} \left[ \frac{2r_2^2 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(r_2^2 - r_1^2)} - 1 \right], \quad (5.44)$$

$$R_2 = \frac{1}{4\pi\lambda L} \left[ 1 - \frac{2r_1^2 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(r_2^2 - r_1^2)} \right], \quad (5.45)$$

$$R_3 = -\frac{1}{8\pi(r_2^2 - r_1^2)\lambda L} \left[ r_1^2 + r_2^2 - \frac{4r_1^2 r_2^2 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(r_2^2 - r_1^2)} \right]. \quad (5.46)$$

Při použití tepelné sítě podle Obr. 5.5 c) s příslušnými odpory vypočtenými podle (5.44)–(5.46) se obdrží střední teplota válce odpovídající přesnému analytickému řešení. V následující části je popsáno zjednodušující řešení, které opět spočívá v eliminaci jednoho uzlu tepelné sítě.

### 5.2.2.1 Zjednodušené řešení

V článku [73] je možné nalézt zjednodušenou tepelnou síť válcového tělesa s vnitřním generováním ztrát, která je uvedena na Obr. 5.5 d). Základní myšlenka daného zjednodušení spočívá v pomyslném rozdělení válce na jeho středním poloměru  $r_{\text{stř}}$ , který se určí podle rovnice

$$r_{\text{stř}} = \frac{r_1 + r_2}{2}. \quad (5.47)$$

Tímto rozdělením vzniknou dva samostatné válce, pro které se použijí zjednodušené vztahy platné pro výpočet tepelného odporu válcové stěny bez vnitřního generování ztrát, viz např. [69–71]. Výsledné vztahy pro výpočet tepelných odporů  $R'_1$  a  $R'_2$  ve zjednodušené síti podle Obr. 5.5 d) mají tvar [73]

$$R'_1 = \frac{\ln\left(\frac{r_{\text{stř}}}{r_1}\right)}{2\pi\lambda L}, \quad (5.48)$$

$$R'_2 = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_{\text{stř}}}\right)}{2\pi\lambda L}. \quad (5.49)$$

### 5.2.3 Válcová tyč s vnitřním generováním ztrát

Zvláštním případem válcového tělesa s vnitřním generováním ztrát je plná válcová tyč, kterou je možné vidět na Obr. 5.6. Toto modelové těleso slouží například k výpočtu tepelného odporu toroidní části čel vinutí [72].

Veškeré důležité parametry včetně rozměrů, tepelné sítě a teplotního průběhu v závislosti na poloměru je možné vidět na Obr. 5.6 a)–c). Na Obr. 5.6 b) je možné vidět, že tepelná síť

obsahuje pouze jeden uzel s neznámou teplotou, která odpovídá střední teplotě tyče  $\vartheta_{\text{stř}}$ . Mezi touto a povrchovou teplotou tyče  $\vartheta_2$  se nachází vnitřní tepelný odpor vedením  $R$ , který je možné odvodit z původní tepelné sítě válcového tělesa na Obr. 5.5 c). Je zřejmé, že v limitním případě  $r_1 \rightarrow 0$  se v síti na Obr. 5.5 c) neuplatňuje odpor  $R_1$ , neboť ve středu tyče neexistuje žádný odváděný tepelný tok. Celkový odpor mezi střední teplotou  $\vartheta_{\text{stř}}$  a povrchovou teplotou  $\vartheta_2$  je pak dán součtem odporů  $R_2$  a  $R_3$  daných rovnicemi (5.45) a (5.46), do kterých je nutné dosadit  $r_1 = 0$ . Tím se obdrží požadovaná rovnice pro výpočet vnitřního tepelného odporu ve tvaru

$$R = \frac{1}{8\pi\lambda L}. \quad (5.50)$$

Je zajímavé, že výsledná hodnota odporu je nezávislá na průměru tyče, ale pouze na její délce.

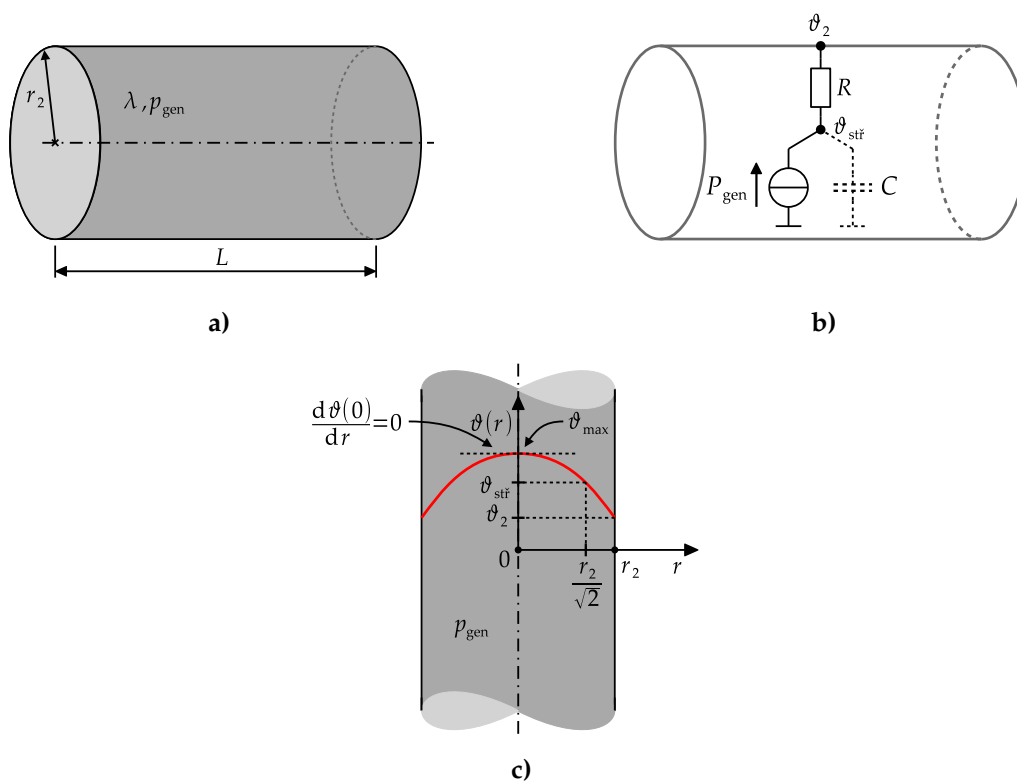
Pro odvození rovnice teplotního průběhu je možné opět vycházet z diferenciální rovnice (5.42). Nyní však musí být použity okrajové podmínky  $d\vartheta(0)/dr = 0$  a  $\vartheta(r_2) = \vartheta_2$ . Pak je možné odvodit rovnici popisující závislost teploty na poloměru ve tvaru

$$\vartheta(r) = \vartheta_2 + \frac{p_{\text{gen}}}{4\lambda} (r_2^2 - r^2). \quad (5.51)$$

Pokud se do uvedené rovnice dosadí  $r = 0$ , získá se maximální teplota [69]

$$\vartheta_{\text{max}} = \vartheta_2 + \frac{p_{\text{gen}} r_2^2}{4\lambda}. \quad (5.52)$$

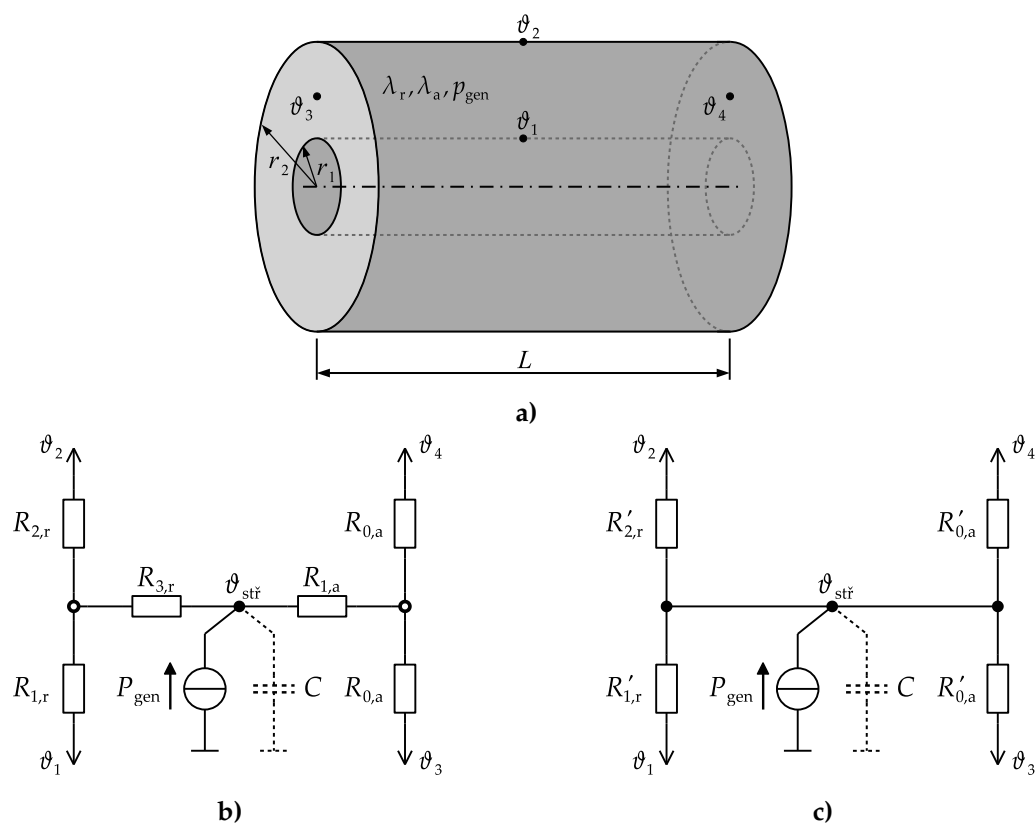
Dále je možné odvodit, že teplota v místě  $r = r_2/\sqrt{2} \doteq 0,7r_2$  se shoduje se střední teplotou tyče, jak je naznačeno na Obr. 5.6 c).



**Obr. 5.6:** Válcová tyč s vnitřním generováním ztrát. a) Vyznačení důležitých parametrů. b) Tepelná síť. c) Průběh teploty v závislosti na poloměru.

### 5.2.4 Válec s vnitřním generováním ztrát a kombinovaným vedením tepla v radiálním a axiálním směru

Doposud bylo uvažováno, že v analyzovaných tělesech vzniká jednorozměrné vedení tepla. Za těchto předpokladů bylo možné ve všech zkoumaných případech poměrně jednoduše odvodit přesné analytické řešení vedení tepla a následně určit hodnoty tepelných odporů příslušných tepelných sítí jednotlivých těles. Reálně však dochází u většiny částí elektrických strojů k vícerozměrnému vedení tepla, kdy se teplo šíří více směry současně. Pro tyto případy už bývá analytické řešení značně komplikované a není možné jej jednoduše využít u metody tepelných sítí, viz např. [48,78]. Vícerozměrné vedení tepla je tedy u tepelných sítí řešeno způsobem, kdy jsou nejprve vytvořeny dílčí tepelné sítě pro šíření tepla v jednotlivých směrech, které jsou následně spojeny uzlem střední teploty. Jedná se tedy o řešení přibližné, které neodpovídá přesnému analytickému řešení vícerozměrného vedení tepla. I přesto jsou takto obdržené výsledky ve většině případů velmi přesné, což je možné ověřit například přesnými simulačními modely založenými na použití metody konečných prvků.



**Obr. 5.7:** Válec s kombinovaným vedením tepla v radiálním a axiálním směru. **a)** Vyznačení důležitých parametrů. **b)** Tepelná síť. **c)** Zjednodušená tepelná síť.

Problematiku řešení vícerozměrného vedení tepla pomocí tepelné sítě je možné blíže vysvětlit na příkladu válcového tělesa s vnitřním generováním ztrát a kombinovaným odvodem tepla v radiálním a axiálním směru, které je možné vidět na Obr. 5.7 a). Může se jednat například o jeho statoru, které je tvořeno jednotlivými plechy. Pak se výrazně liší součinitele tepelné vodivosti v jednotlivých směrech, kdy součinitel tepelné vodivosti v radiálním směru  $\lambda_r$  má výrazně vyšší hodnotu oproti hodnotě součinitele tepelné vodivosti v axiálním směru  $\lambda_a$ , která je snížena kvůli vzájemnému odizolování jednotlivých plechů. Tyto rozdílné hodnoty tepelných

vodivostí je možné zohlednit při výpočtu tepelných odporů pro jednotlivé směry šíření tepla. Jelikož v tělese vzniká nehomogenní teplotní pole, nemusí být homogenní ani teploty jednotlivých povrchů  $\vartheta_1$  až  $\vartheta_4$  na Obr. 5.7 a) a uvedenými teplotami jsou myšleny střední teploty těchto povrchů.

Tepelná síť válcového tělesa s kombinovaným vedením tepla v radiálním a axiálním směru je uvedena na Obr. 5.7 b). Při výpočtu tepelných odporů pro šíření tepla v axiálním směru se vyjde z rovnic (5.39) a (5.40), při výpočtech pro radiální směr pak z rovnic (5.44)–(5.46). Výsledné rovnice mají tvar

$$R_{1,r} = \frac{1}{4\pi\lambda_r L} \left[ \frac{2r_2^2 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(r_2^2 - r_1^2)} - 1 \right], \quad (5.53)$$

$$R_{2,r} = \frac{1}{4\pi\lambda_r L} \left[ 1 - \frac{2r_1^2 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(r_2^2 - r_1^2)} \right], \quad (5.54)$$

$$R_{3,r} = -\frac{1}{8\pi(r_2^2 - r_1^2)\lambda_r L} \left[ r_1^2 + r_2^2 - \frac{4r_1^2 r_2^2 \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(r_2^2 - r_1^2)} \right], \quad (5.55)$$

$$R_{0,a} = \frac{L}{2\lambda_a \pi (r_2^2 - r_1^2)}, \quad (5.56)$$

$$R_{1,a} = -\frac{L}{6\lambda_a \pi (r_2^2 - r_1^2)}. \quad (5.57)$$

Pokud se použijí zjednodušení popsaná v částech 5.2.1.4 a 5.2.2.1, je možné výslednou tepelnou síť podle Obr. 5.7 b) výrazně zjednodušit do tvaru uvedeného na Obr. 5.7 c), kde pro jednotlivé tepelné odpory platí výsledné rovnice

$$R'_{1,r} = \frac{\ln\left(\frac{r_{stř}}{r_1}\right)}{2\pi\lambda_r L}, \quad (5.58)$$

$$R'_{2,r} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_{stř}}\right)}{2\pi\lambda_r L}, \quad (5.59)$$

$$R'_{0,a} = \frac{L}{6\lambda_a \pi (r_2^2 - r_1^2)}. \quad (5.60)$$

## 5.2.5 Stykový tepelný odpor

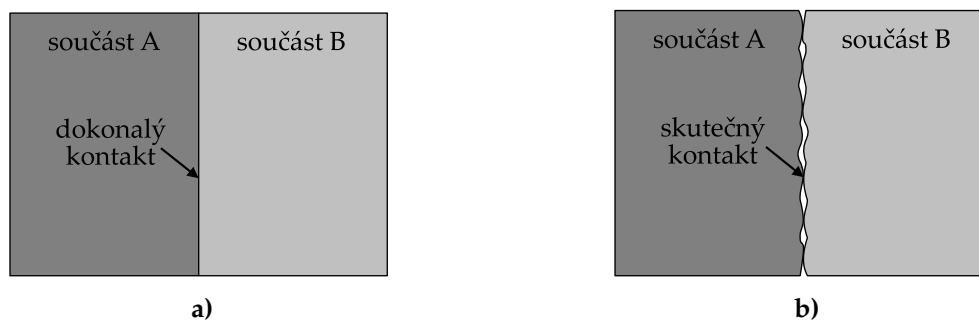
Jedním z významných tepelných odporů v elektrických strojích je také stykový tepelný odpor, který vzniká na rozhraní spojení dvou součástí vlivem nedokonalého kontaktu styčných ploch. Situace je naznačena na Obr. 5.8. Na Obr. 5.8 a) je naznačena idealizovaná situace, kdy jsou styčné plochy obou součástí v dokonalém kontaktu. Na Obr. 5.8 b) je naznačen skutečný kontakt, kdy vlivem nerovnosti povrchů dochází ke snížení celkové styčné plochy, což se projevuje existencí stykového tepelného odporu [69]. Tento odpor je možné určit podle rovnice

$$R = \frac{1}{\alpha_{styk} S'}, \quad (5.61)$$

kde  $R$  je stykový tepelný odpor,  $\alpha_{styk}$  je součinitel přestupu tepla stykového odporu a  $S$  je plocha<sup>8</sup>. Hodnota součinitele přestupu tepla stykového odporu závisí na mnoha faktorech

<sup>8</sup>Poznamenejme, že se jedná o plochu odpovídající dokonalému kontaktu.

jako jsou materiálové vlastnosti obou součástí, drsnosti povrchů nebo například tlak. Základní přehled hodnot tohoto koeficientu pro vybrané situace je možné nalézt v [21,69]. V elektrických strojích tvoří stykový odpor významný tepelný odpor například na rozhraní statorového svazku a kostry. Zde se hodnota součinitele přestupu tepla stykového odporu pohybuje přibližně v rozmezí  $650\text{--}870\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$  pro hliníkovou kostru, viz [21]. Přesnou hodnotu je zpravidla možné určit pouze experimentálně, viz např. [72,73]. Tento přístup je použit také v této práci.



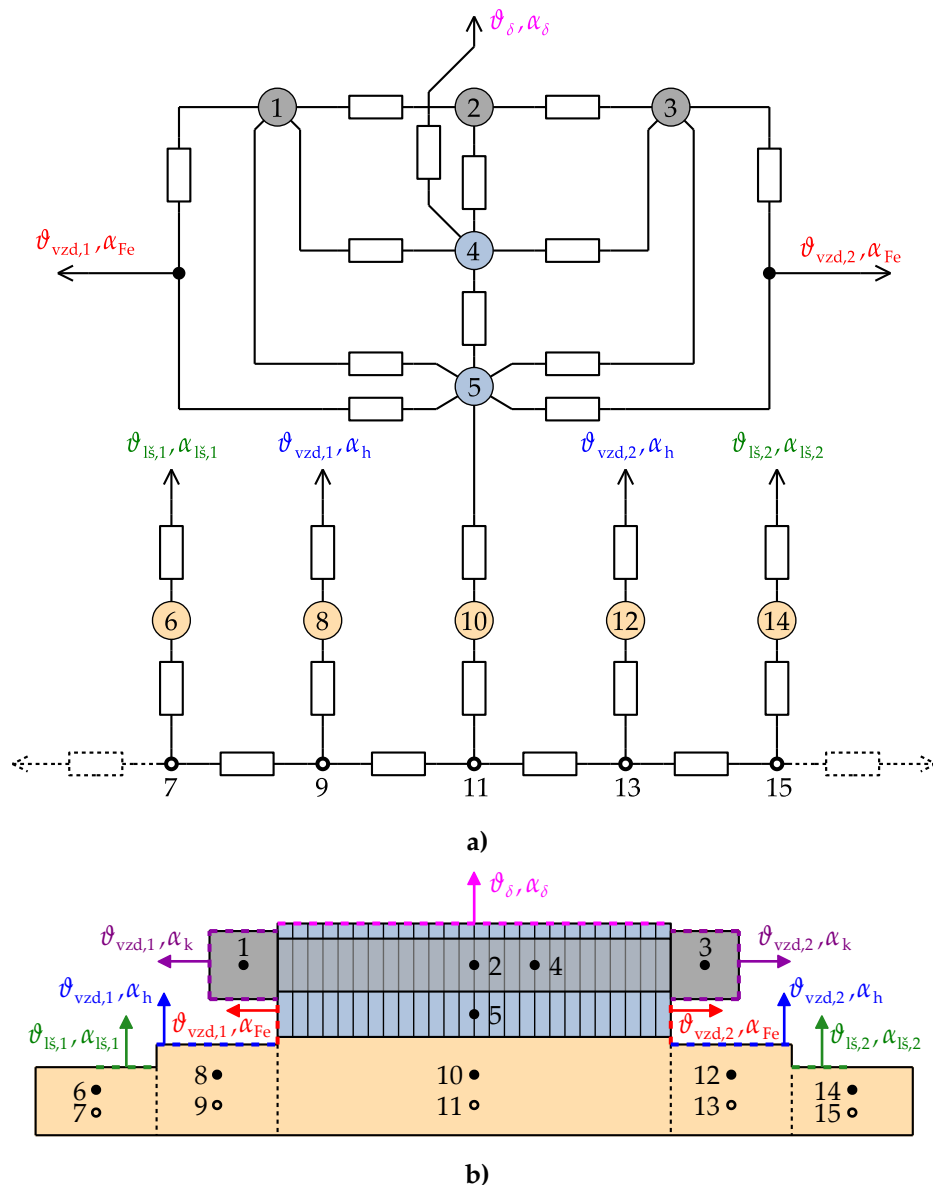
Obr. 5.8: Styčné plochy na rozhraní dvou součástí. a) Dokonalý kontakt. b) Skutečný kontakt.

### 5.3 Tepelná síť rotoru

Jak již bylo zmíněno v úvodu této kapitoly, před samotným vytvořením kompletní tepelné sítě ASM byly nejprve vytvořeny tepelné sítě dílčích částí stroje, jejichž funkčnost byla ověřena pomocí konečnoprvkových modelů. V následující části kapitoly je popsána vytvořená tepelná síť rotoru ASM a je zde provedeno ověření její funkčnosti pomocí modelu rotoru vytvořeném v programu Ansys.

#### 5.3.1 Popis tepelné sítě

Výsledná tepelná síť rotoru je uvedena na Obr. 5.9 a). Tato síť obsahuje celkem 15 uzlů a byla sestavena s využitím modelových těles popsaných v předchozí části kapitoly. Kleci rotoru odpovídají uzly 1–3, kdy uzly 1 a 3 představují kruhy nakrátko a uzel 2 reprezentuje teplotu rotorových tyčí. Magnetický obvod železa rotoru je rozdělen na zuby, jejichž teplota je dána uzlem 4 a jho, kterému odpovídá uzel 5. Hřídel je rozdělena na celkem 5 úseků. První úsek, který je tvořen uzly 6 a 7 odpovídá části hřídele pod ložiskem na levé straně stroje. Tato strana stroje je dále v práci označována jako strana hřídele. Pravá strana stroje je pak označována jako strana ventilátoru. Následující úsek tvořený uzly 8 a 9 představuje část hřídele, která je chlazená do vnitřního vzduchu na levé straně stroje. Dále následuje úsek hřídele v oblasti železného svazku, který je tvořený uzly 10 a 11. Uzly 12 a 13 odpovídají části hřídele chlazené do vnitřního vzduchu na pravé straně stroje a uzly 14 a 15 pak odpovídají části hřídele pod ložiskem na pravé straně stroje. Detailní rozmístění jednotlivých uzlů v rámci rotoru by mělo být blíže zřejmé z Obr. 5.9 b).

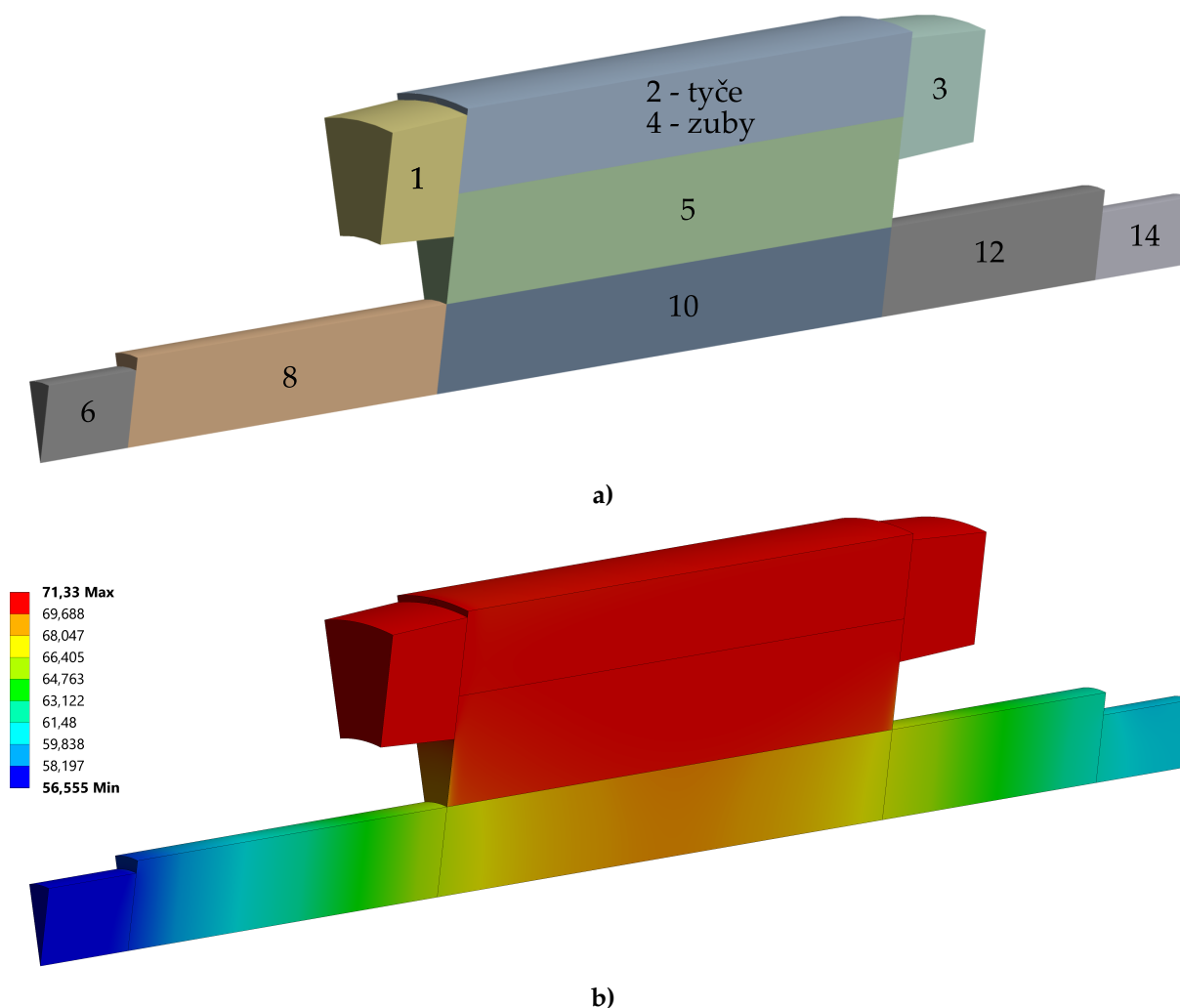


**Obr. 5.9:** Výsledná tepelná síť rotoru ASM. **a)** Tepelná síť. **b)** Rozmístění jednotlivých uzlů v rámci rotoru a vyznačení okrajových podmínek použitých při ověření funkčnosti tepelné sítě.

Při tvorbě výsledné konfigurace tepelné sítě byla čerpána inspirace především z tepelných sítí uvedených v [21, 81, 82]. Bylo snahou, aby výsledná tepelná síť zajišťovala co nejpřesnější výpočet teplot v jednotlivých částech rotoru při co nejmenším počtu uzlů. Tohoto požadavku bylo dosaženo právě s výslednou konfigurací tepelné sítě, kdy je u klece rotoru a u železného svazku využito dříve popsaných zjednodušujících předpokladů, čímž byly eliminovány takzvané doplňkové uzly. Výpočet šíření tepla v axiálním směru každého úseku hřídele zajišťuje modelové těleso popsané v kapitole 5.2.1. Střední teploty jednotlivých úseků hřídele jsou obdrženy pomocí uzlů 6, 8, 10, 12 a 14. Uzly 7, 9, 11, 13 a 15 jsou uzly doplňkové. Výsledná tepelná síť tedy umožňuje modelovat střední teploty v celkem deseti různých částech rotoru.

### 5.3.2 Ověření funkčnosti tepelné sítě konečnoprvkovým modelem

Pro ověření správné funkčnosti výsledné tepelné sítě rotoru byl vytvořen model rotoru v programu Ansys. Tento model je zachycen na Obr. 5.10 a). Jedná se o rotor motoru M1. Z důvodu rotační symetrie rozložení teplotního pole byl modelován pouze výsek rotoru odpovídající úhlu  $360^\circ / Q_2$ , kde  $Q_2$  je počet drážek rotoru<sup>9</sup>. Na obrázku je možné vidět, že vytvořená geometrie je rozdělena na deset dílčích oblastí. Jedná se o rozdělení na stejné oblasti, jaké jsou uvažovány ve výsledné tepelné síti rotoru, což umožňuje následné jednoduché srovnání středních teplot vypočtených oběma metodami. Čísla uvedená u jednotlivých částí odpovídají příslušným uzlům v tepelné síti. Na Obr. 5.10 b) je zachyceno vypočtené teplotní pole v rotoru motoru M1, které přibližně odpovídá podmínkám při jmenovitém zatížení. Tento obrázek bude podrobněji okomentován dále.



Obr. 5.10: Model rotoru motoru M1 vytvořený v programu Ansys.

Ověření funkčnosti tepelné sítě bylo provedeno srovnáním teplot v jednotlivých částech rotoru vypočtených pomocí tepelné sítě a pomocí konečnoprvkového modelu. Výsledky konečnoprvkového modelu jsou brány jako přesné, referenční řešení. V Tab. 5.1 je uveden příklad čtyř sad okrajových podmínek, při kterých bylo provedeno srovnání výsledků získaných oběma metodami.

<sup>9</sup>Poznamenejme, že teoreticky by bylo možné tento výsek dále rozdělit na polovinu.



**Tab. 5.1:** Okrajové podmínky použité při ověření funkčnosti tepelné sítě rotoru.

Parametr <sup>10</sup>	Jednotka	Okr. podm. 1	Okr. podm. 2	Okr. podm. 3	Okr. podm. 4
$\vartheta_{\delta}$	°C	70	80	50	63,8
$\vartheta_{\text{vzd},1}$	°C	60	70	45	57,1
$\vartheta_{\text{vzd},2}$	°C	60	85	55	59,0
$\vartheta_{\text{ls},1}$	°C	40	50	40	41,7
$\vartheta_{\text{ls},2}$	°C	40	65	50	48,2
$\alpha_{\delta}$	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$	200	220	190	199,4
$\alpha_{\text{k}}$	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$	70	50	40	74,2
$\alpha_{\text{Fe}}$	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$	70	50	0	74,2
$\alpha_{\text{h}}$	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$	30	20	0	31,9
$\alpha_{\text{ls},1}$	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$	500	400	800	412
$\alpha_{\text{ls},2}$	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$	500	400	800	529
$\Delta P_{\text{J}2}$	W	35	45	15	32,4

Jedná se o různé kombinace teplot a součinitelů přestupu tepla na jednotlivých plochách rotoru, viz Obr. 5.9. Hodnoty jednotlivých teplot a součinitelů přestupu tepla byly voleny tak, aby přibližně odpovídaly reálným hodnotám ve stroji, ale zároveň, aby bylo možné sledovat vypočtené teploty při různých, a to i atypických, podmínkách chlazení nebo při různých tepelných ztrátách. U jednotlivých kombinací okrajových podmínek byly například voleny různé hodnoty součinitelů přestupu tepla, jelikož tyto změny mohou reálně nastat v motoru v důsledku změny otáček atd. Sada okrajových podmínek 3 uvažuje, že hřídel a plechy rotoru jsou naopak tepelně izolovány od okolního vzduchu. Dále byly voleny různé kombinace okolních teplot, aby bylo možné například sledovat funkčnost sítě při odlišných teplotách na jednotlivých stranách rotoru. Zvláštní případ tvoří sada okrajových podmínek 4, kdy jsou hodnoty jednotlivých veličin voleny tak, aby přibližně odpovídaly reálným hodnotám v motoru M1 při jmenovitém zatížení. Těmto okrajovým podmínkám pak odpovídá i vypočtené teplotní pole rotoru uvedené na Obr. 5.10 b), na kterém je možné vidět, že teploty klece i plechů magnetického obvodu jsou téměř shodné. Odtud plyne, že při experimentálních měřeních je možné teplotu rotoru v celé aktivní části (kombinace plechů a klece) s dobrou přesností považovat za homogenní. To dokazují i výsledné vypočtené teploty v Tab. 5.2, kde je možné vidět, že teploty uzlů 1–5 jsou téměř totožné.

Kromě okrajových podmínek uvedených v Tab. 5.1 bylo nutné při výpočtech použít i další parametry, jako jsou například materiálové vlastnosti jednotlivých částí rotoru nebo hodnoty součinitelů přestupu tepla u stykových odporů. Tyto parametry však byly u všech čtyř analyzovaných případů shodné a proto nemá význam je zde uvádět.

Srovnání výsledných teplot vypočtených pomocí tepelné sítě a pomocí konečnoprvkového modelu je uvedeno v Tab. 5.2. Jedná se o střední teploty příslušných částí rotoru. Je možné vidět, že výsledky dosahují velmi dobrých shod. Rozdíly se pohybují v řádu desetin stupňů Celsia. Je tedy možné konstatovat, že vytvořená tepelná síť rotoru funguje velmi dobře.

<sup>10</sup>Význam jednotlivých parametrů:  $\vartheta_{\delta}$  – teplota ve vzduchové mezeře,  $\vartheta_{\text{vzd},1}$  – teplota vzduchu na levé straně,  $\vartheta_{\text{vzd},2}$  – teplota vzduchu na pravé straně,  $\vartheta_{\text{ls},1}$  – teplota ložiskového štítu na levé straně,  $\vartheta_{\text{ls},2}$  – teplota ložiskového štítu na pravé straně,  $\alpha_{\delta}$  – součinitel přestupu tepla ve vzduchové mezeře,  $\alpha_{\text{k}}$  – součinitel přestupu tepla z kruhů do vzduchu,  $\alpha_{\text{Fe}}$  – součinitel přestupu tepla z železného svazku do vzduchu,  $\alpha_{\text{h}}$  – součinitel přestupu tepla z hřídele do vzduchu,  $\alpha_{\text{ls},1}$  – ekvivalentní součinitel přestupu tepla z hřídele do levého ložiskového štítu,  $\alpha_{\text{ls},2}$  – ekvivalentní součinitel přestupu tepla z hřídele do pravého ložiskového štítu.

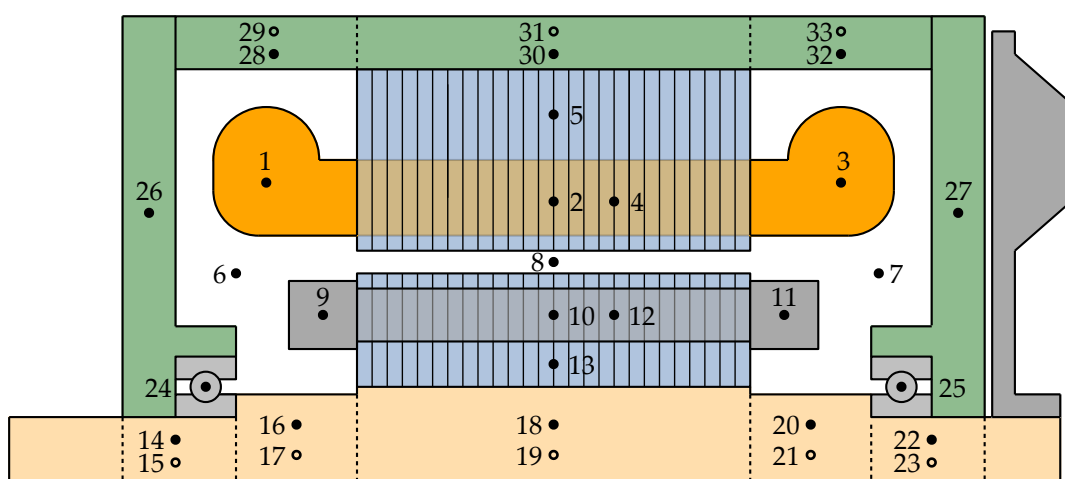
**Tab. 5.2:** Srovnání rotorových teplot vypočtených pomocí tepelné sítě se simulačními výsledky z programu Ansys. Pozn.:  $\vartheta_{sít}$  [°C],  $\vartheta_{Ans}$  [°C],  $\Delta\vartheta = |\vartheta_{sít} - \vartheta_{Ans}|$ .

Uzel	Okr. podm. 1			Okr. podm. 2			Okr. podm. 3			Okr. podm. 4		
	$\vartheta_{sít}$	$\vartheta_{Ans}$	$\Delta\vartheta$	$\vartheta_{sít}$	$\vartheta_{Ans}$	$\Delta\vartheta$	$\vartheta_{sít}$	$\vartheta_{Ans}$	$\Delta\vartheta$	$\vartheta_{sít}$	$\vartheta_{Ans}$	$\Delta\vartheta$
1	76,95	76,56	<b>0,39</b>	93,02	92,41	<b>0,61</b>	55,13	54,90	<b>0,23</b>	71,50	71,13	<b>0,37</b>
2	76,85	76,55	<b>0,30</b>	92,72	92,54	<b>0,18</b>	55,04	55,01	<b>0,03</b>	71,39	71,16	<b>0,23</b>
3	76,95	76,55	<b>0,40</b>	93,36	93,43	<b>0,07</b>	55,32	55,44	<b>0,12</b>	71,56	71,32	<b>0,24</b>
4	76,18	75,92	<b>0,26</b>	91,64	91,51	<b>0,13</b>	54,67	54,65	<b>0,02</b>	70,74	70,54	<b>0,20</b>
5	75,89	75,75	<b>0,14</b>	91,42	91,54	<b>0,12</b>	54,59	54,67	<b>0,08</b>	70,54	70,47	<b>0,07</b>
6	57,43	57,60	<b>0,17</b>	71,88	72,45	<b>0,57</b>	45,48	45,71	<b>0,23</b>	56,78	57,00	<b>0,22</b>
8	64,41	64,38	<b>0,03</b>	78,97	79,49	<b>0,52</b>	48,88	49,17	<b>0,29</b>	61,84	61,94	<b>0,10</b>
10	72,94	72,69	<b>0,25</b>	88,97	88,96	<b>0,01</b>	53,68	53,70	<b>0,02</b>	68,46	68,31	<b>0,15</b>
12	65,97	66,11	<b>0,14</b>	85,72	85,68	<b>0,04</b>	53,32	53,17	<b>0,15</b>	64,13	64,17	<b>0,04</b>
14	60,19	60,35	<b>0,16</b>	81,90	81,90	<b>0,00</b>	52,30	52,20	<b>0,10</b>	60,41	60,47	<b>0,06</b>

Obdobné srovnání tepelných sítí s konečnoprvkovými modely bylo provedeno i u ostatních větších celků stroje jako je stator apod., kde bylo opět dosaženo velmi dobrých shod. Není však možné zde všechna tato srovnání uvádět z důvodu jejich rozsáhlého obsahu. V následující části kapitoly je tedy již uvedena výsledná kompletní tepelná síť asynchronního motoru.

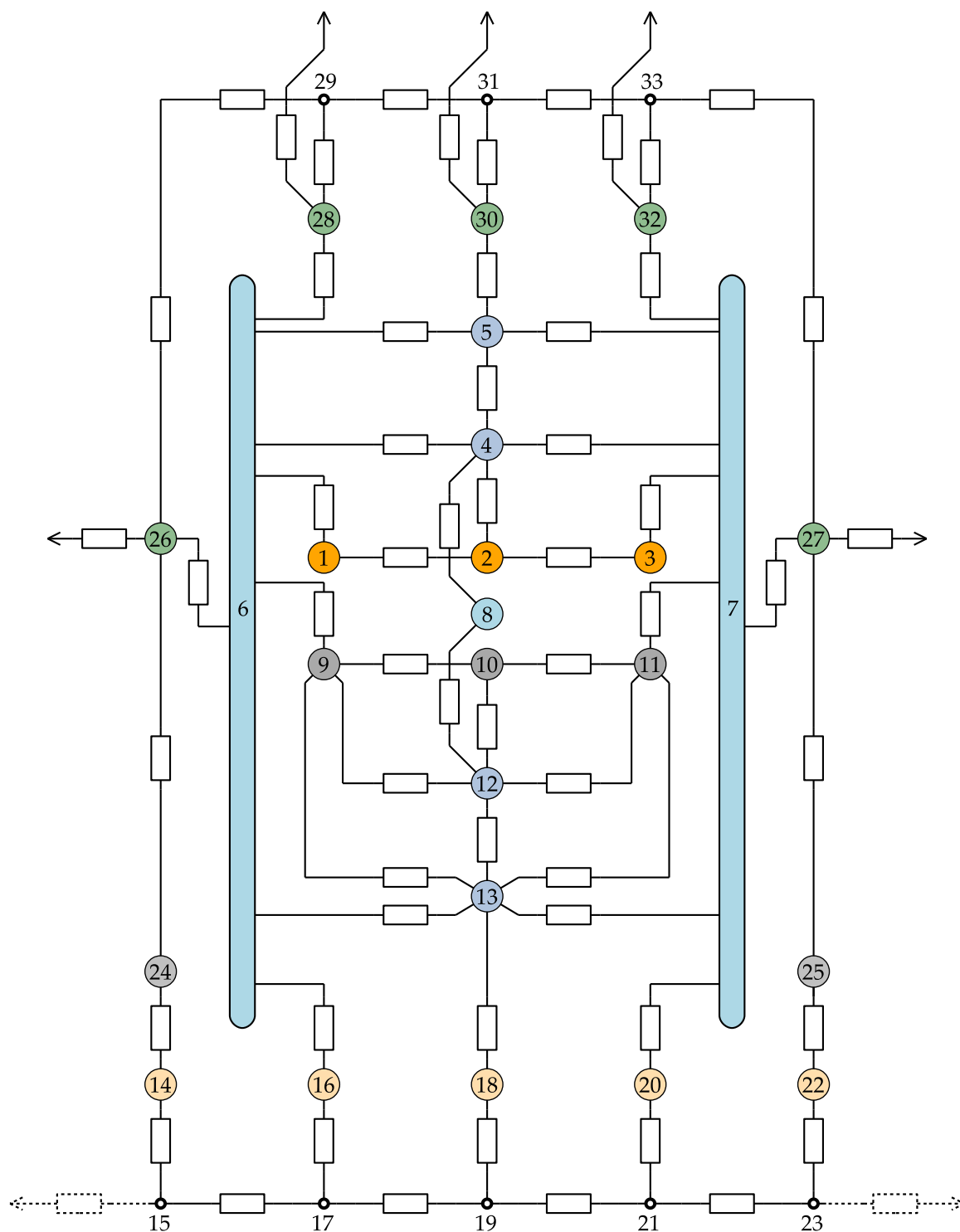
## 5.4 Kompletní tepelná síť ASM

Výsledná tepelná síť asynchronního motoru, která je v práci použita obsahuje celkem 33 uzlů. Rozmístění jednotlivých uzlů sítě ve stroji je přehledně vyznačeno na Obr. 5.11.



**Obr. 5.11:** Rozmístění jednotlivých uzlů tepelné sítě ve stroji.

Kompletní tepelnou síť je pak možné vidět na Obr. 5.12.



**Obr. 5.12:** Vytvořená kompletní tepelná síť ASM.

Pro účely této disertační práce mají největší význam výsledné střední teploty vinutí statoru a klece rotoru. Vinutí statoru je tvořeno uzly 1–3, přičemž uzly 1 a 3 představují čela vinutí a uzel 2 reprezentuje vinutí v drážkách. Výsledná střední teplota vinutí se určí váženým průměrem zmíněných uzlových teplot, kdy je ve výpočtu zohledněna poměrná část objemu dané části

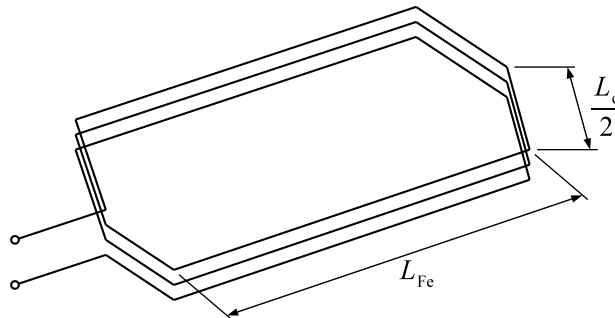
vinutí vzhledem k celkovému objemu vinutí. Tento postup by měl být blíže zřejmý ze vztahu

$$\vartheta_{\text{vin,stř}} = \frac{\vartheta_1 V_{\text{vin,1c}} + \vartheta_2 V_{\text{vin,d}} + \vartheta_3 V_{\text{vin,1c}}}{2V_{\text{vin,1c}} + V_{\text{vin,d}}}, \quad (5.62)$$

kde  $\vartheta_1$ – $\vartheta_3$  jsou příslušné uzlové teploty,  $\vartheta_{\text{vin,stř}}$  je výsledná střední teplota vinutí,  $V_{\text{vin,1c}}$  je objem vinutí připadající na jedno čelo a  $V_{\text{vin,d}}$  je objem vinutí v drážkách. Rovnice (5.62) může být dále upravena do tvaru

$$\vartheta_{\text{vin,stř}} = \frac{\vartheta_1 \frac{L_c}{2} + \vartheta_2 L_{\text{Fe}} + \vartheta_3 \frac{L_c}{2}}{L_c + L_{\text{Fe}}}, \quad (5.63)$$

kde  $L_c$  je celková střední délka čela vinutí na jedné straně stroje a  $L_{\text{Fe}}$  je délka železného svazku. Tyto délky jsou vyznačeny na Obr. 5.13.



**Obr. 5.13:** Vyznačení délky čela a délky železného svazku na cívce statorového vinutí.

Obdobným způsobem je možné určit také výslednou střední teplotu rotorové klece, která je tvořena uzly 9–11 nebo výslednou střední teplotu kostry, kdy střední teploty jednotlivých úseků kostry jsou reprezentovány uzly 28, 30 a 32.

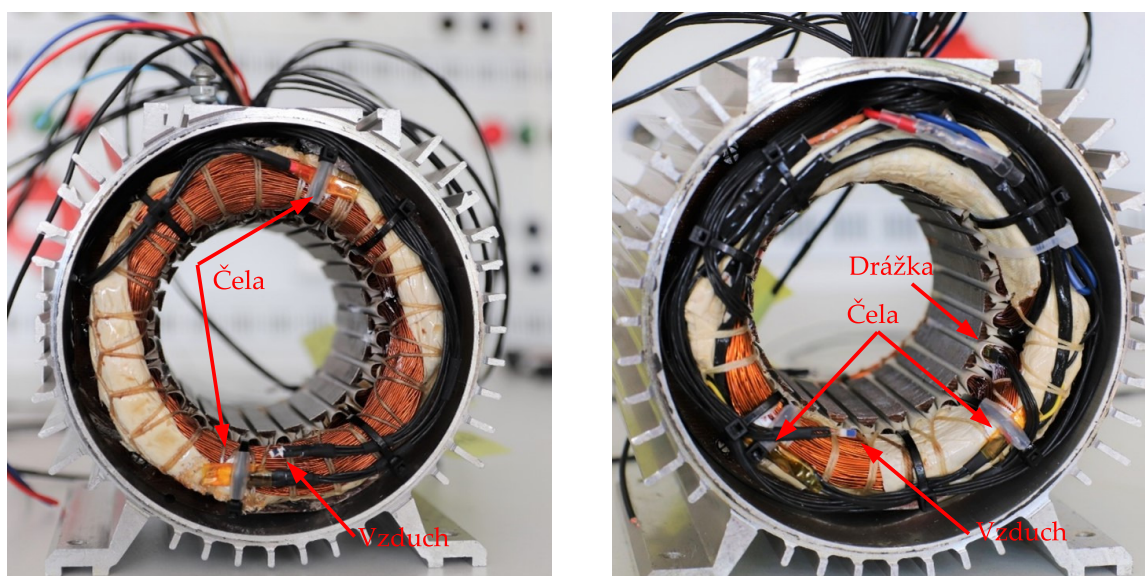
Výpočet jednotlivých odporů výsledné tepelné sítě ASM uvedené na Obr. 5.12 vychází opět z obecných vztahů uvedených v kapitolách 5.1 a 5.2. Je zřejmé, že pro výpočet většiny tepelných odporů je nutné znát poměrně detailní geometrické rozměry jednotlivých částí stroje. K oběma motorům, které jsou v práci analyzovány byla dostupná jejich podrobná výrobní dokumentace poskytnutá od jejich výrobců.

I přes dobrou znalost geometrických rozměrů stroje často není možné předem přesně určit hodnoty všech odporů tepelné sítě. Jedná se například o odpory zajišťující odvod tepla do okolí. U těch musí být navíc uvažována závislost na otáčkách z důvodu závislosti součinitelů přestupu tepla na rychlosti proudění chladicího vzduchu, respektive na otáčkách, viz rovnice (5.14) a (5.15). Problematický může být také výpočet součinitelů přestupu tepla u stykových tepelných odporů, například mezi kostrou a železným svazkem nebo výpočet tepelných odporů ložisek. Tyto parametry musí být zpravidla určeny experimentálními měřeními na konkrétních strojích [72, 73]. Tento přístup bylo nutné aplikovat také v této práci a experimentální vyhodnocení některých parametrů výsledného tepelného modelu stroje je popsáno v části 5.7.

## 5.5 Příprava motorů na měření oteplovacích charakteristik

### 5.5.1 Měření teploty satorového vinutí

V následující části je uveden popis dodatečného osazení motoru M1 teplotními čidly, neboť tento motor nebyl z výroby vybaven žádnými teplotními čidly a nebylo tedy možné u něj měřit teplotu v žádné jeho části. Byla zvolena odporová teplotní čidla typu PT100, která disponují dobrou přesností [56]. Detail umístění čidel na satorovém vinutí motoru M1 je možné vidět na Obr. 5.14. Několik čidel bylo umístěno na čelech vinutí na obou stranách stroje, další pak ve satorové drážce a byla také měřena teplota vnitřního vzduchu ve stroji. Celkem byl motor M1 osazen 16 teplotními čidly, která zajišťovala také měření teploty na rotoru, na kostře a na ložiskovém štítu.



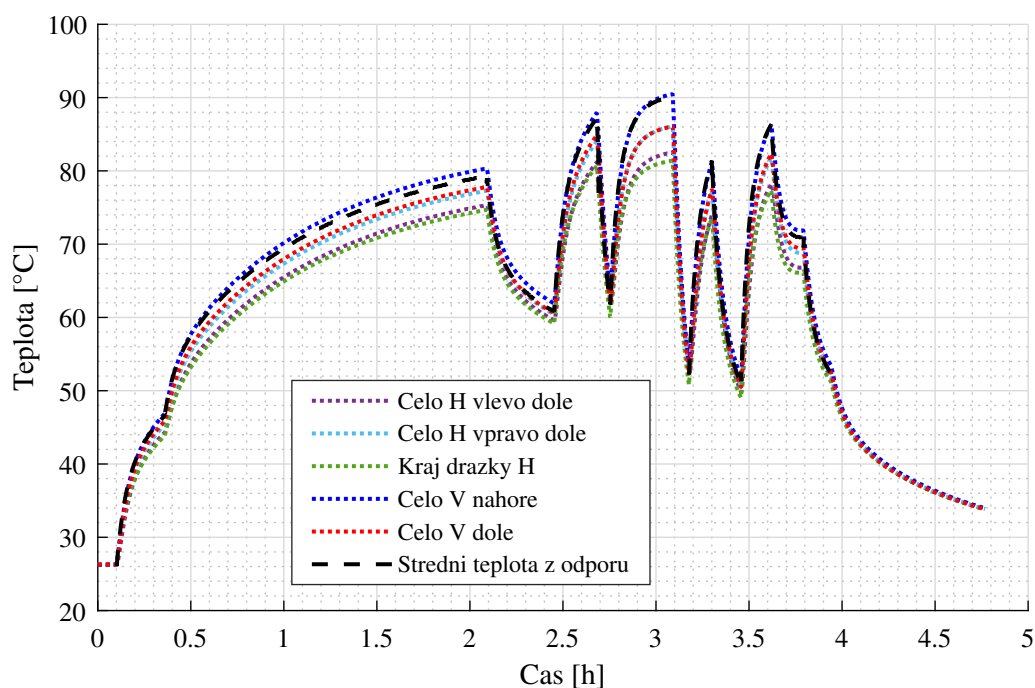
a) Strana u ventilátoru.

b) Strana u hřídele.

**Obr. 5.14:** Detail umístění teplotních čidel na satoru motoru M1.

Po osazení stroje jednotlivými čidly a jeho zpětném smontování bylo provedeno několik laboratorních měření u kterých bylo zjištěno, že jednotlivé měřené teploty na vinutí dosahují výrazných vzájemných odchylek a bylo problematické vyhodnotit, jak se tyto teploty liší od střední teploty vinutí. Bylo tedy navrženo provést experiment, kdy je vinutí napájeno stejnosměrným proudem. Z měřených hodnot napětí a proudu je možné určit výkon odpovídající ztrátám ve vinutí, ale také elektrický odpor vinutí, který je úměrný jeho střední teplotě. Z odporu je pak následně možné určit okamžitou střední teplotu vinutí pomocí rovnice (3.46).

Na Obr. 5.15 je možné vidět srovnání měřených teplot pomocí jednotlivých čidel na vinutí s výslednou střední teplotou vypočtenou z odporu vinutí. Ta je v grafu vynesena černou přerušovanou čarou. Během testu byly záměrně měněny ztráty, aby bylo možné sledovat změny teplot při dynamických dějích. Se změnou velikosti ztrát také dochází k nárůstu odchylek teplot měřených jednotlivými čidly, neboť čím jsou ztráty větší, tím méně je teplotní pole ve vinutí homogenní. Z grafu je možné vidět, že odchylky teplot měřených různými čidly dosahují v některých případech téměř deseti stupňů Celsia. Zároveň je však možné vidět, že jedna z měřených teplot (modrý průběh) velmi dobře kopíruje střední teplotu vinutí vypočtenou z odporu vinutí.



**Obr. 5.15:** Srovnání teplot měřených jednotlivými čidly na vinutí se střední teplotou vypočtenou z odporu vinutí.

Proto byla u všech následujících měření teplota měřená tímto teplotním čidlem považována za střední teplotu vinutí.

Obdobný test byl proveden také u motoru M2. Zde však nebylo nutné provádět žádné dodatečné osazení vinutí teplotními čidly, jelikož motor M2 již od výroby disponoval teplotními čidly umístěnými přímo ve vinutí. Pro laboratorní měření byla dodatečně přidána pouze teplotní čidla pro měření teploty kostry a ložiskového štítu. Celkem bylo na motoru M2 měřeno 12 teplot.

### 5.5.2 Měření teploty na rotoru

Na motoru M1 byly provedeny také výrazné konstrukční úpravy s cílem měřit teploty na rotoru. Rotor byl osazen celkem třemi odporovými teplotními čidly typu PT1000 [83]. Tato čidla byla zvolena z důvodu, že jejich výstupní odpor je oproti čidlům typu PT100 při stejné teplotě znatelně větší<sup>11</sup>. Jelikož jsou signály z rotoru přenášeny přes vyrobené sběrné ústrojí s bronzovými kroužky a sběrnými kartáči, viz Obr. 5.16 c), mohl by při použití čidel PT100 hrát významnou roli přechodový odpor mezi kroužky a kartáči. Při použití čidel typu PT1000 je možné vliv tohoto přechodového odporu s dobrou přesností zanedbat<sup>12</sup>.

Detail umístění všech tří teplotních čidel na rotoru je možné vidět na Obr. 5.16. Obr. 5.16 a) zachycuje detail umístění teplotních čidel na kruhu rotoru. Kruh byl osazen celkem dvěma čidly a to z důvodu potlačení nejistoty měřené teploty. Pokud by byl kruh osazen pouze jedním čidlem, nebylo by možné zhodnotit, zda není měřená teplota chybná například z důvodu špatného dotyku čidla s kruhem nebo například při jeho úplném odlepení od kruhu. Při použití

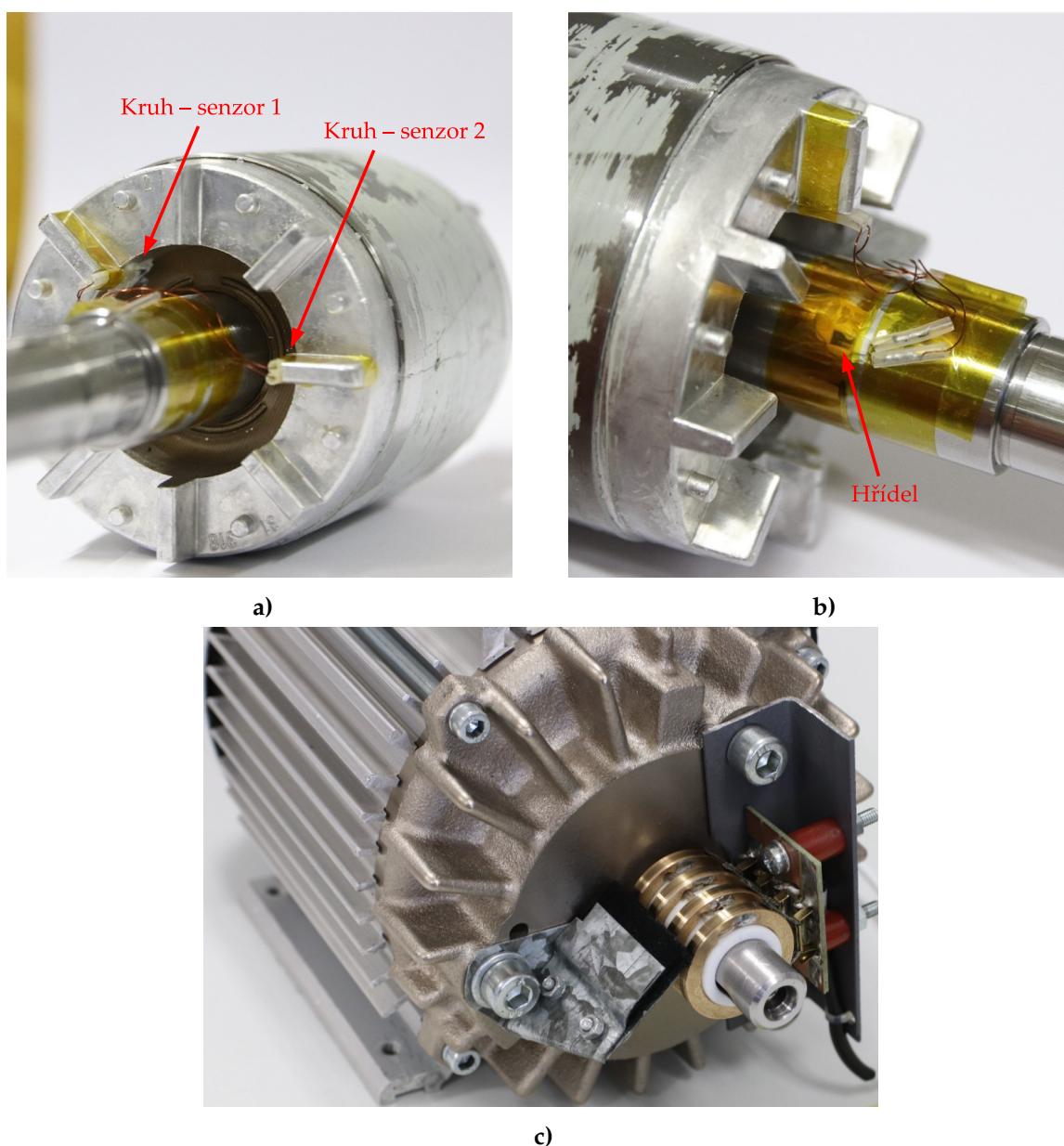
<sup>11</sup>Výstupní odpor čidla PT100 je  $100 \Omega$  při  $0^\circ\text{C}$ . U čidla PT1000 je výstupní odpor  $1000 \Omega$  při  $0^\circ\text{C}$ .

<sup>12</sup>Z převodní charakteristiky čidla PT1000 plyne, že zanesení dodatečného odporu  $4 \Omega$  by způsobilo chybu v teplotě přibližně  $1^\circ\text{C}$ , viz [83].



dvou čidel roste pravděpodobnost, že budou měřené teploty správné, pokud budou obě čidla udávat srovnatelné teploty. Na Obr. 5.16 b) je detail umístění třetího čidla na rotoru, které zajišťuje měření teploty hřídele. Všechna čidla byla k rotoru přilepena teplovodivým lepidlem. Pro přivedení vodičů k jednotlivým čidlům bylo nutné do hřídele vybrousit tenkou drážku, kterou jsou vodiče vedeny pod ložiskem. Bylo snahou, aby tato drážka byla co nejmenší, aby nebylo narušeno dynamické vyvážení rotoru.

Na Obr. 5.16 c) je zachycen pohled na vyrobené sběrné ústrojí, které se skládá ze čtyř bronzových kroužků a sběrných kartáčů. Při dvou vodičovým zapojení teplotních čidel by bylo teoreticky potřeba celkem šesti sběrných kroužků, pro které však na hřídeli nebyl dostatek místa. Proto byla navržena varianta zapojení, kdy je jeden z kroužků společný pro všechna tři čidla. Díky tomu bylo možné použít pouze čtyři kroužky, což přispělo k výraznému zmenšení výsledného sběrného ústrojí.

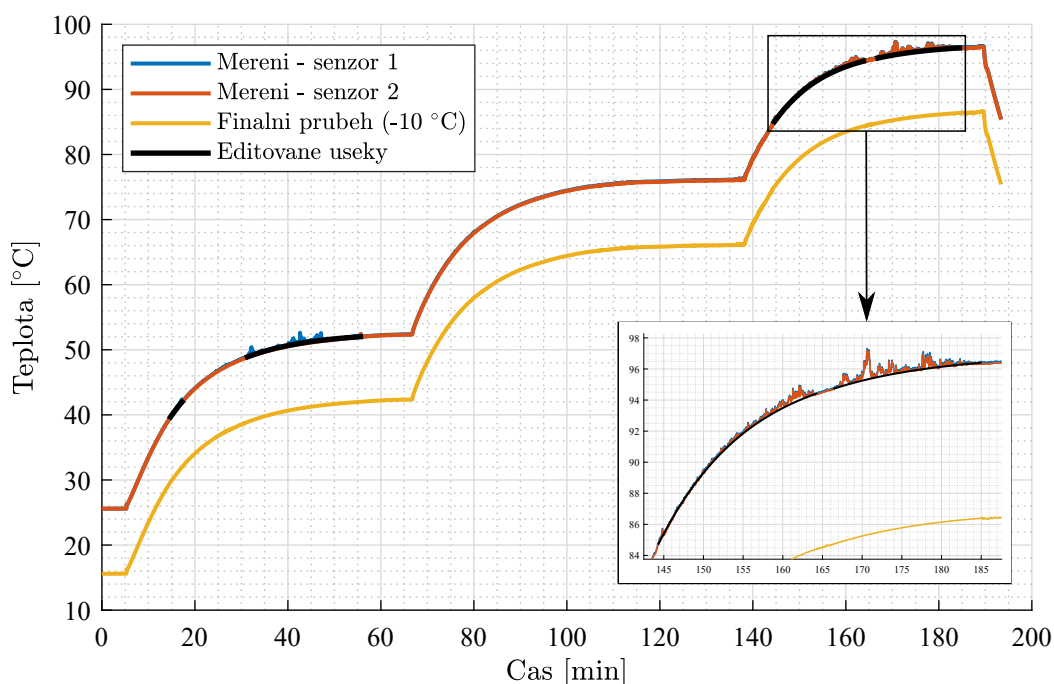


Obr. 5.16: Úprava motoru M1 pro měření rotorových teplot.

### 5.5.3 Dodatečné zpracování měřených rotorových teplot

Na Obr. 5.17 je zachycena ukázka dodatečného zpracování měřených rotorových teplot. Na tomto obrázku jsou modrou a oranžovou barvou vyneseny měřené teploty z obou teplotních senzorů umístěných na kruhu rotoru. Je možné vidět, že oba tyto průběhy se velmi dobře shodují, čímž je vyloučeno, že některé z čidel by měřilo nesprávně například z důvodu špatného kontaktu apod. Dále je možné vidět, že v určitých časech dochází ke zkreslení signálů měřených teplot, což mohlo být způsobeno vlivem nečistot na sběrných kartáčích nebo kroužcích. V těchto problematických intervalech byly měřené průběhy proloženy exponenciálními funkcemi. Nahrazené úseky jsou v grafu vyneseny černou barvou. Výsledná teplota kruhu rotoru, která vznikla zprůměrováním měřených teplot z obou senzorů na kruhu rotoru po proložení problematických úseků exponenciálními funkcemi, je v grafu vynesena žlutou barvou. Tento průběh je v uvedeném grafu snížen o teplotu 10 °C, aby bylo možné jej odlišit od původních průběhů. Obdobné zpracování bylo provedeno i pro třetí teplotní senzor, který měří teplotu hřídele.

Je zřejmé, že i přes dodatečnou avšak poměrně jednoduchou úpravu měřených signálů je navržené a realizované měření rotorových teplot velmi přesné. Pro celkové zpracování disertační práce byla tato úprava stroje, s cílem měřit rotorové teploty, velmi přínosná.

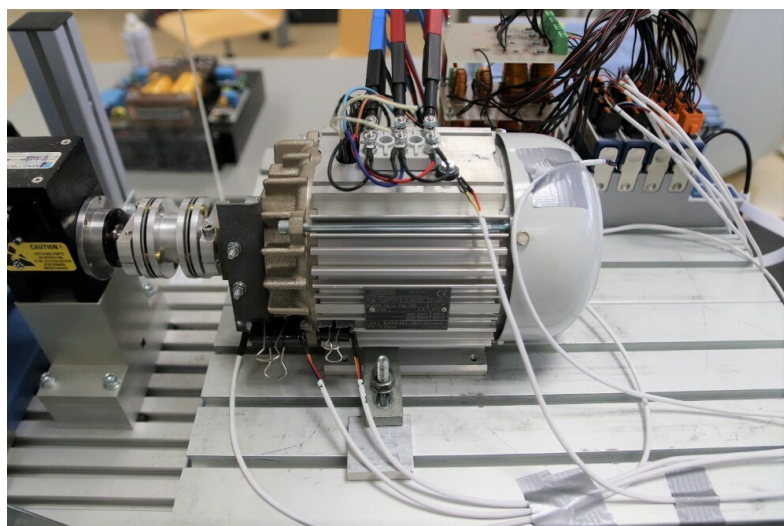


**Obr. 5.17:** Dodatečné zpracování měřených rotorových teplot.

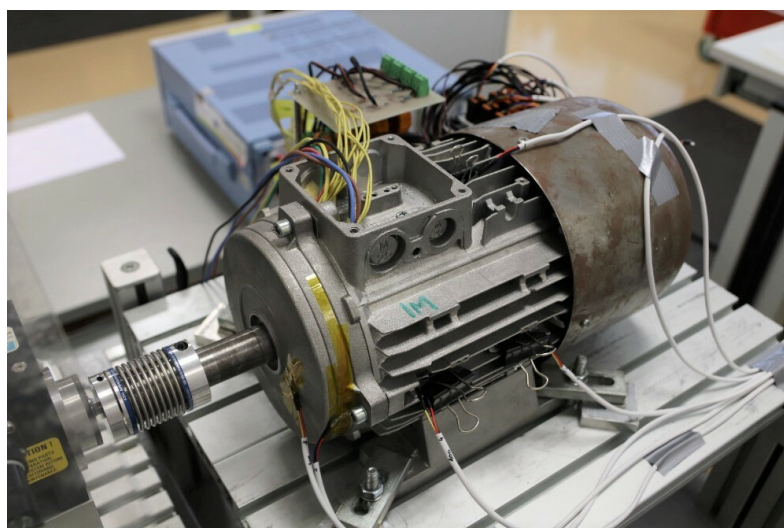
### 5.5.4 Měření teploty kostry a ložiskového štítu

Finální příprava motorů před měřením oteplovacích charakteristik spočívala v doplnění teplotních čidel pro měření teploty kostry a ložiskového štítu (na straně hřídele). Detail umístění těchto čidel na obou strojích je možné vidět na Obr. 5.18.





a) Motor M1.



b) Motor M2.

Obr. 5.18: Motory připravené na měření oteplovacích charakteristik.

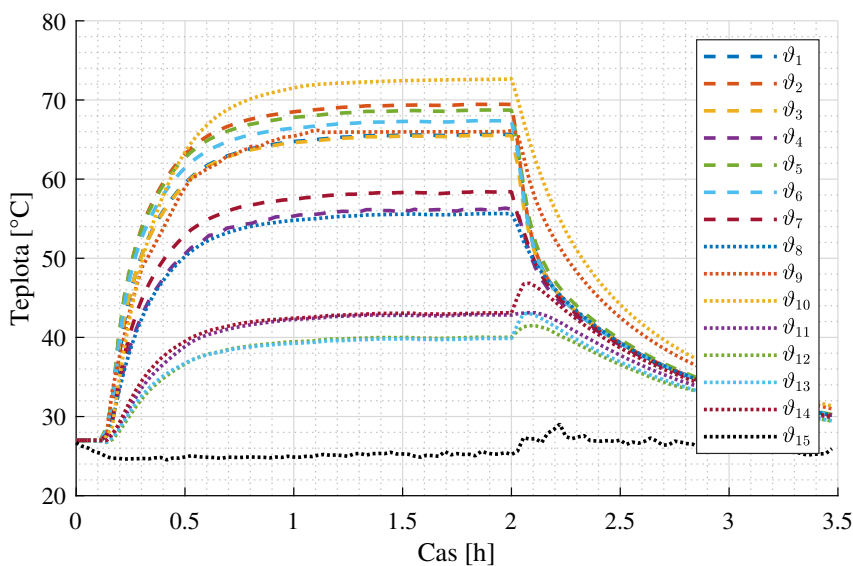
## 5.6 Měření oteplovacích charakteristik

U obou analyzovaných motorů byla provedena série několika měření oteplovacích charakteristik při různých kombinacích otáček a momentu. Některá měřená data již byla použita v kapitole 4.5, která se zabývala identifikací parametrů náhradního zapojení ze zkoušky při zatížení. V dané kapitole bylo také uvedeno uspořádání příslušného měřicího pracoviště, viz Obr. 4.11.

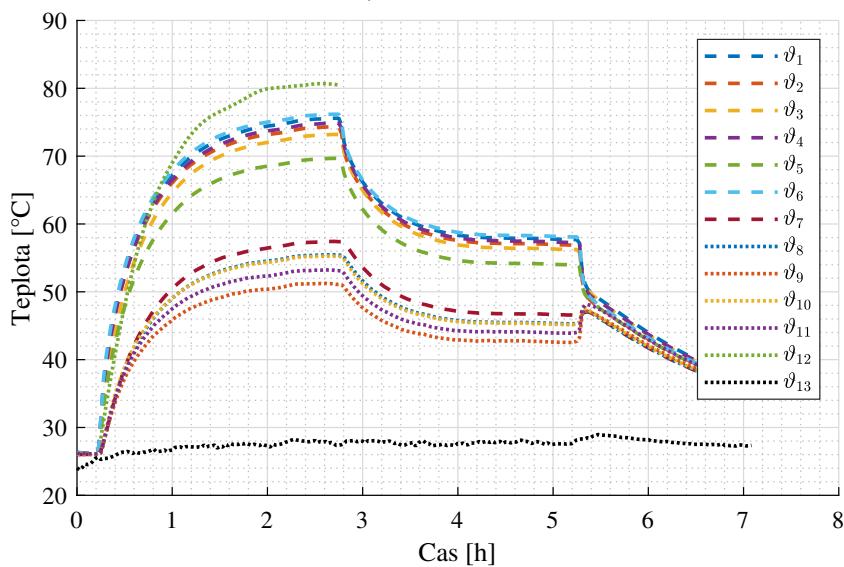
Bylo provedeno poměrně velké množství měření oteplovacích charakteristik na obou strojích. Není však možné zde uvést výsledné průběhy ze všech těchto měření z důvodu jejich obsáhlosti. Pro ukázkou jsou tedy dále uvedeny průběhy měřených teplot na obou strojích při jejich jmenovitých zatíženích.

Na Obr. 5.18 a) jsou zachyceny průběhy měřených teplot z oteplovací charakteristiky motoru M1. Při daném měření byl motor napájen jmenovitými hodnotami napětí a kmitočtu a zatěžován jmenovitým momentem. Obrázek zachycuje také průběh měřených teplot při ochlazování zastaveného stroje po skončení testu.

Na Obr. 5.18 b) jsou pak uvedeny průběhy měřených teplot na motoru M2. V průběhu celého měření byl motor napájen jmenovitými hodnotami napětí a kmitočtu. První část testu odpovídá zatížení jmenovitým momentem. V druhé části testu byl zatěžovací moment snížen na polovinu jmenovité hodnoty. Poslední část zaznamenaných průběhů teplot zachycuje ochlazování zastaveného stroje. Popis jednotlivých měřených teplot u obou strojů je uveden v poznámce pod čarou.<sup>13</sup>



a) Motor M1.



b) Motor M2.

Obr. 5.19: Průběh měřených teplot z oteplovacích charakteristik.

<sup>13</sup>Popis měřených teplot na motoru M1:  $\vartheta_1$  – čelo vinutí, vlevo dole, H (strana u hřídele);  $\vartheta_2$  – čelo vinutí, vpravo dole, H;  $\vartheta_3$  – vinutí na kraji drážky, H;  $\vartheta_4$  – vnitřní vzduch, H;  $\vartheta_5$  – čelo vinutí, horní část, V (strana u ventilátoru);  $\vartheta_6$  – čelo vinutí, dolní část, V;  $\vartheta_7$  – vnitřní vzduch, V;  $\vartheta_8$  – drážka pod drážkovou izolací (vzduchová mezera);  $\vartheta_9$  – hřídel;  $\vartheta_{10}$  – kruh rotoru (výsledný upravený průběh);  $\vartheta_{11}$  – ložiskový štít, u ložiska, H;  $\vartheta_{12}$  – ložiskový štít, na žeburu, H;  $\vartheta_{13}$  – kostra, střední část, u ložiskového štítu;  $\vartheta_{14}$  – kostra, horní část, střed motoru;  $\vartheta_{15}$  – teplota okolí. Popis měřených teplot na motoru M2:  $\vartheta_1$  – čelo vinutí, V;  $\vartheta_2$  – čelo vinutí, H;  $\vartheta_3$  – fáze U;  $\vartheta_4$  – fáze V(1);  $\vartheta_5$  – fáze W;  $\vartheta_6$  – fáze V(2);  $\vartheta_7$  – ložiskový štít, střední obvod, H;  $\vartheta_8$  – ložiskový štít, vnější obvod;  $\vartheta_9$  – kostra, střed, V;  $\vartheta_{10}$  – kostra, střed, H;  $\vartheta_{11}$  – kostra, horní část, střed motoru;  $\vartheta_{12}$  – klec rotoru (dopočteno z odporu);  $\vartheta_{13}$  – okolní vzduch.

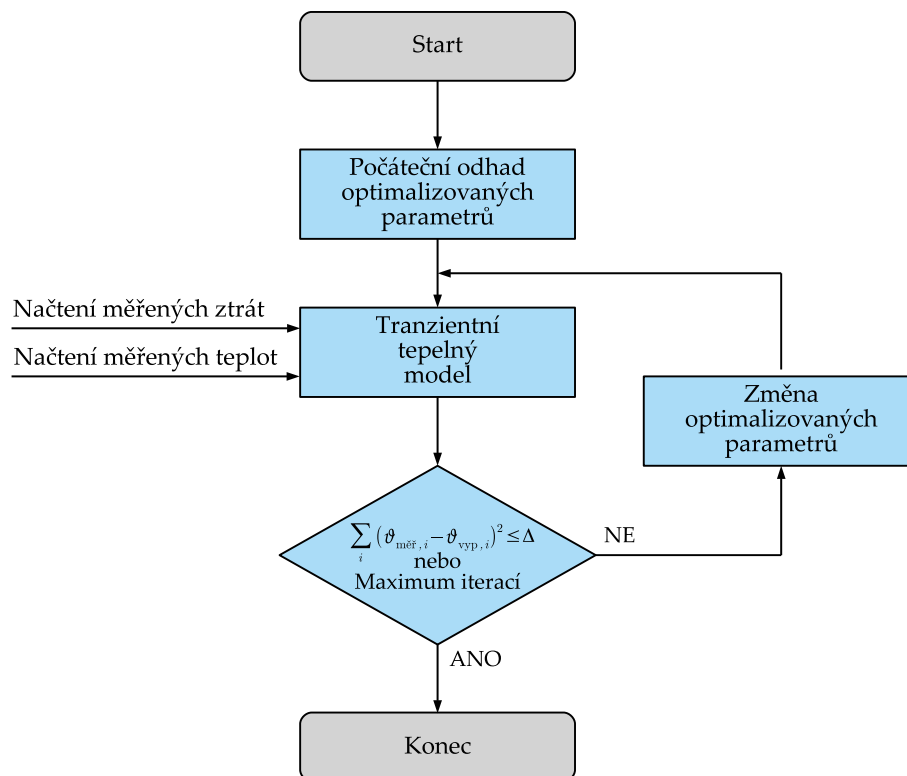
## 5.7 Identifikace parametrů tepelného modelu na základě experimentálních měření

Závěrečná fáze realizace tepelných modelů obou strojů spočívala v identifikaci vybraných parametrů těchto modelů na základě experimentálních měření. K tomu byla použita data ze změřených oteplovacích charakteristik při různých kombinacích otáček a momentu. Aby bylo možné provádět srovnání měřených a simulovaných teplot z oteplovacích charakteristik, bylo nutné použít tranzientní tepelné modely. Pro tyto účely tedy byla tepelná síť uvedená na Obr. 5.12 doplněna příslušnými tepelnými kapacitami.

Při identifikaci parametrů je stěžejním krokem samotná volba jednotlivých parametrů, které budou identifikovány. S rostoucím počtem identifikovaných parametrů totiž výrazně narůstá výpočetní náročnost úlohy a je tedy vhodné identifikovat pouze ty parametry, které není možné určit jinak než na základě experimentálních měření. Typicky se jedná například o koeficienty v rovnicích vyjadřujících závislost součinitelů přestupu tepla na otáčkách, případně na rychlosti proudícího vzduchu, viz rovnice (5.14) a (5.15). U obou motorů byl identifikován rozdílný počet parametrů. U motoru M1 to bylo 11 parametrů. U motoru M2 pak bylo identifikováno pouze 7 parametrů, neboť některé parametry byly použity z identifikace prvního motoru.

### 5.7.1 Algoritmus identifikace parametrů tepelného modelu

Algoritmus identifikace parametrů tepelného modelu na základě experimentálních měření je naznačen na Obr. 5.20.



**Obr. 5.20:** Algoritmus identifikace parametrů tepelného modelu na základě experimentálních měření.

V počáteční fázi je nutné provést přibližný odhad jednotlivých identifikovaných parametrů. Tyto parametry jsou pak použity při výpočtu teplot pomocí tepelného modelu, kdy jsou při výpočtech použity ztráty z měření. Dále je z vypočtených a měřených průběhů teplot vyhodnocena suma kvadratických odchylek. Pokud je tato suma větší než nastavená mez, je nutné změnit hodnoty identifikovaných parametrů. Tyto změny probíhají tak dlouho, dokud suma kvadratických odchylek není nižší než zvolená mez nebo při překročení maximálního zvoleného počtu iterací. Podle uvedeného algoritmu probíhá výpočet pomocí funkce `lsqnonlin()` v programu Matlab, která byla pro identifikaci parametrů použita.

## 5.7.2 Závěrečné zhodnocení funkčnosti vytvořených tepelných modelů jednotlivých strojů

Na Obr. 5.21 je možné vidět srovnání teplot vypočtených pomocí vytvořených tepelných modelů jednotlivých strojů<sup>14</sup> s teplotami měřenými. V modelech byly použity parametry určené na základě experimentální identifikace. Levý sloupec obsahuje data pro motor M1, pravý sloupec pak data pro motor M2. Srovnání je provedeno pro všechny průběhy oteplovacích charakteristik, které byly pro oba motory změřeny. V horní části jsou vykresleny příslušné průběhy otáček a momentů. Data jsou seřazena od nižších otáček po otáčky vyšší. Velikosti zátěžných momentů jsou vyneseny jako poměrné hodnoty vůči jmenovitým momentům jednotlivých strojů. Většinou se jedná o 50 %, 100 % nebo 125 % jmenovitého momentu.

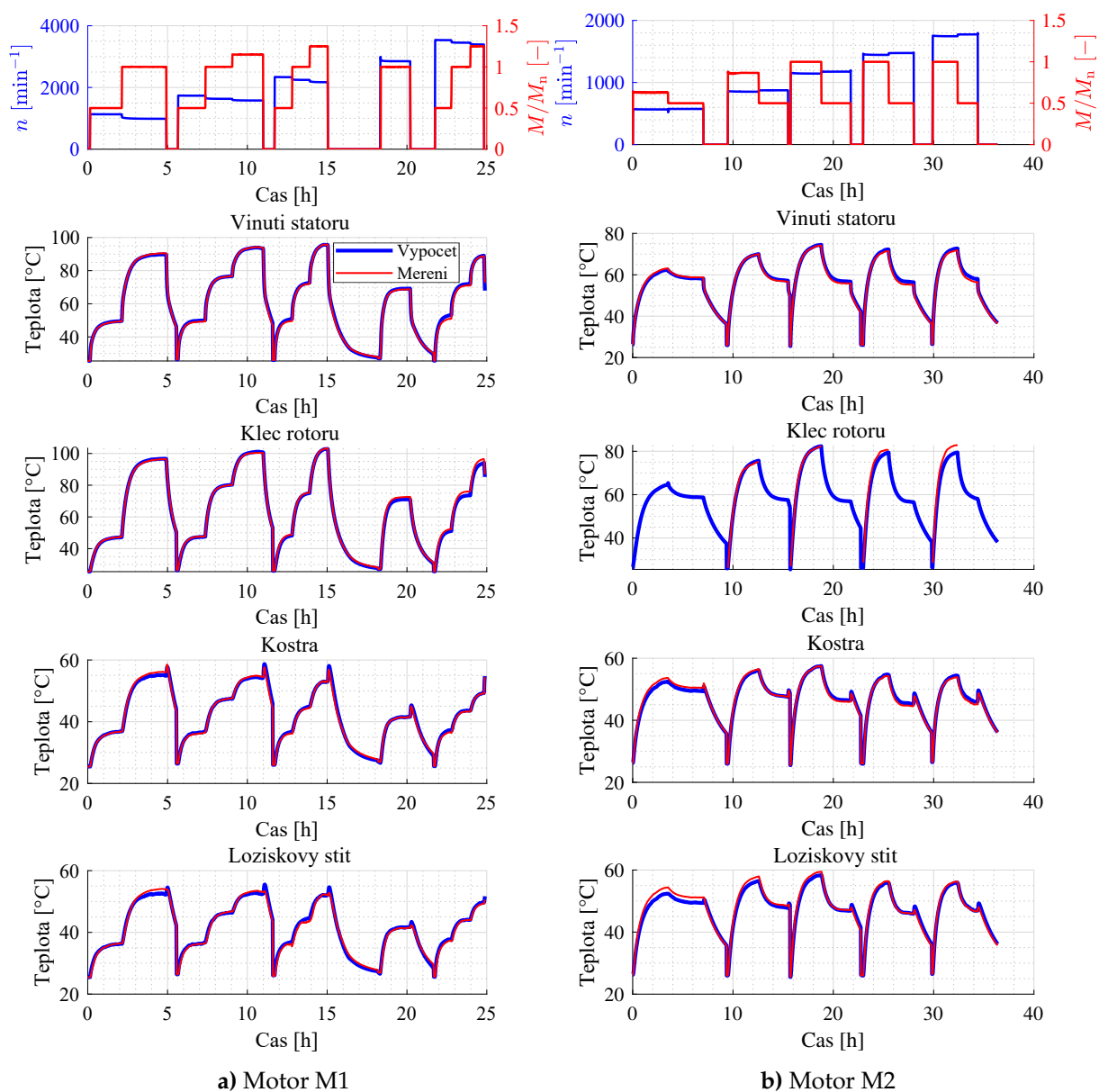
Srovnání měřených a vypočtených teplot je provedeno pro teplotu statorového vinutí, teplotu rotorové klece<sup>15</sup>, teplotu kostry a teplotu ložiskového štítu na straně hřídele. Grafy s těmito teplotami různých částí stroje jsou na obrázku postupně seřazeny shora dolů. Vypočtené průběhy teplot jsou vyneseny silnými čarami, modrou barvou. Teploty měřené jsou pak vyneseny slabými čarami, červenou barvou.

Je možné vidět, že vypočtené a měřené průběhy dosahují velmi dobrých shod u všech sledovaných částí strojů a také u všech kombinací otáček a momentů. Je tedy možné konstatovat, že vytvořené tepelné modely obou strojů vykazují velmi dobrou přesnost.

Ačkoliv bylo nutné pro experimentální identifikaci parametrů vytvořit tranzientní tepelné modely, budou v následující části práce využity pouze modely pro ustálený tepelný stav, ve kterých nebudou uvažovány tepelné kapacity. Hodnoty všech ostatních parametrů modelu zůstávají totožné.

<sup>14</sup>Je nutné dodat, že tepelné modely obou strojů jsou totožné. Liší se pouze hodnoty vstupních parametrů.

<sup>15</sup>U motoru M1 se jedná o teploty měřené, u motoru M2 se jedná o dopočtené teploty na základě identifikace rotorového odporu.



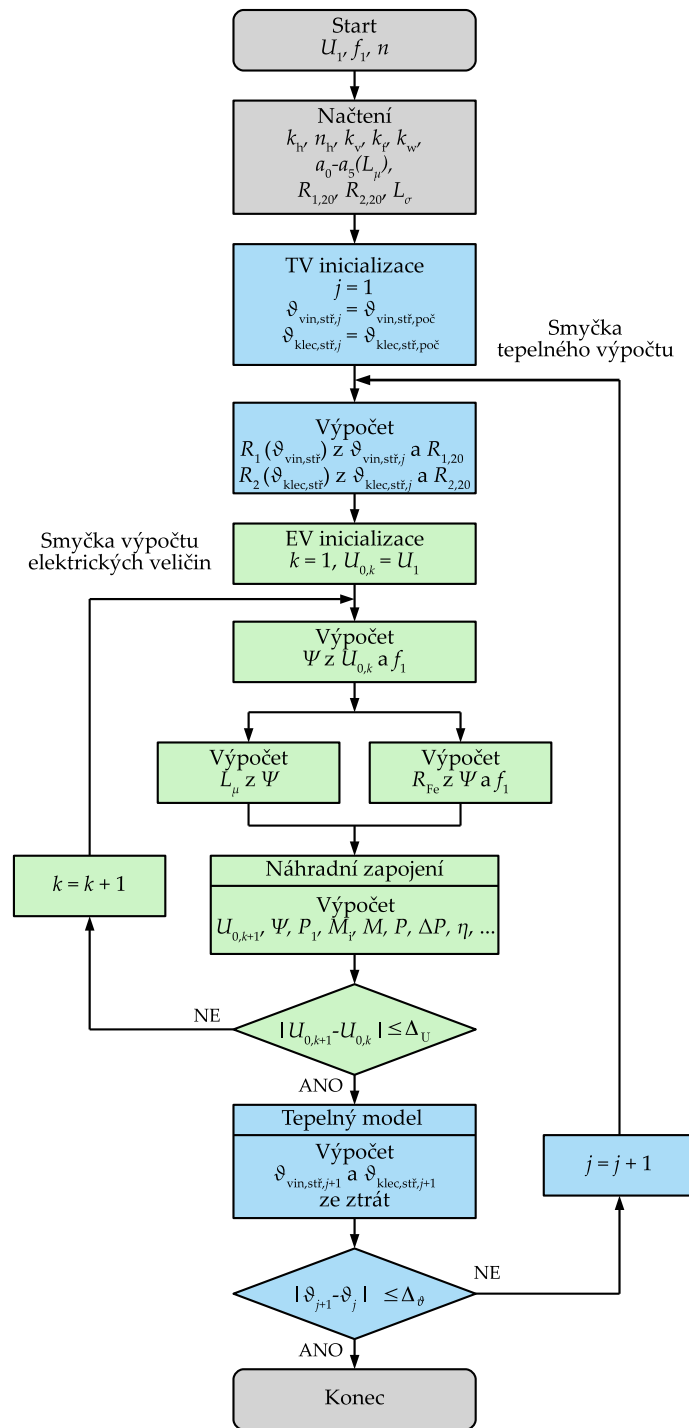
**Obr. 5.21:** Srovnání teplot vypočtených pomocí tepelného modelu s teplotami měřeními.

## 6 | Výpočet optimálního magnetického toku ASM pro minimalizaci ztrát

Tato kapitola se již zabývá výpočtem optimálního magnetického toku ASM s ohledem na minimalizaci ztrát ve zvoleném pracovním bodě, tj. pro zvolenou kombinaci otáček a momentu. Hodnoty optimálních toků jsou počítány s využitím takzvaného vázaného modelu ASM, viz např. [84]. Vázaný model je možné chápat jako velmi přesný model stroje, který zohledňuje vzájemné interakce elektromagnetických a tepelných dějů ve stroji. Tento model využívá zpřesněné náhradní zapojení ASM zohledňující změnu hodnot jeho jednotlivých parametrů, které bylo představeno v kapitole 4. Dále je v modelu zahrnut tepelný model stroje, který zajišťuje znalost teploty statorového vinutí a rotorové klece, díky čemuž je možné určit přesné hodnoty odporu statorového vinutí a odporu rotorové klece v daném pracovním bodě a při daných chladicích podmínkách.

### 6.1 Vázaný model ASM

Algoritmus vázaného modelu ASM, který zajišťuje modelování stroje v ustáleném tepelném i elektromagnetickém stavu, je naznačen na Obr. 6.1. Z obrázku je zřejmé, že všechny výpočty probíhají iteračně. Algoritmus je rozdělen na dvě základní části, které jsou na obrázku barevně odlišeny. Vnější část, neboli vnější smyčka algoritmu, označená modrou barvou využívá tepelný model stroje a zajišťuje tedy výpočet teplot, které jsou následně využity pro výpočet odporu statorového vinutí a rotorové klece. Vnitřní část, neboli vnitřní smyčka, označená zelenou barvou slouží k výpočtu elektrických veličin a k následnému výpočtu ztrát ve stroji. Základem této části a také úplným základem samotného vázaného modelu je blok soustředěný ve střední části, který je označen popisem *Náhradní zapojení*. Tento blok zajišťuje výpočet všech elektrických veličin a ztrát s využitím vztahů odvozených na základě náhradního zapojení, které byly uvedeny v kapitole 3.1.



Obr. 6.1: Algoritmus vázaného modelu ASM.

Dále je uveden postup výpočtu pomocí uvedeného algoritmu. Jako hlavní vstupy do výpočtu je nutné chápat statorové napětí  $U_1$ , statorový kmitočet  $f_1$  a otáčky  $n$ . Proto jsou tyto veličiny uvedeny hned v počátečním bloku. Jedná se o nezbytné vstupní parametry do vztahů odvozených s využitím náhradního zapojení. Dalšími důležitými vstupními veličinami jsou parametry stroje určené experimentální identifikací ze zkoušky naprázdno a ze zkoušky při zatížení, které jsou uvedeny ve druhém bloku shora. Do výpočtů je samozřejmě načítáno mnoho dalších vstupních parametrů, které není možné na uvedeném obrázku zachytit. Jedná se například o veškeré vstupní parametry do tepelného modelu stroje.

Jako výstupní parametry je pak možné chápat všechny proměnné, které je možné spočítat s využitím náhradního zapojení. Jedná se především o příkon stroje  $P_1$ , o moment  $M$ , na základě kterého je možné s využitím otáček následně určit mechanický výkon na hřídeli  $P$ , dále pak o jednotlivé ztráty ve stroji včetně celkových ztrát  $\Delta P$ , účinnost  $\eta$ , spřažený tok  $\Psi$  atd. Mezi výstupní parametry patří také teploty v jednotlivých částech stroje určené s využitím tepelného modelu. Důležitá je pak především teplota statorového vinutí  $\vartheta_{\text{vin, stř.}}$  a rotorové klece  $\vartheta_{\text{klec, stř.}}$ . Poznamenejme, že na základě náhradního zapojení je nejprve vypočten vnitřní moment stroje  $M_i$ . Užitečný moment na hřídeli  $M$  je poté získán zohledněním mechanických ztrát.

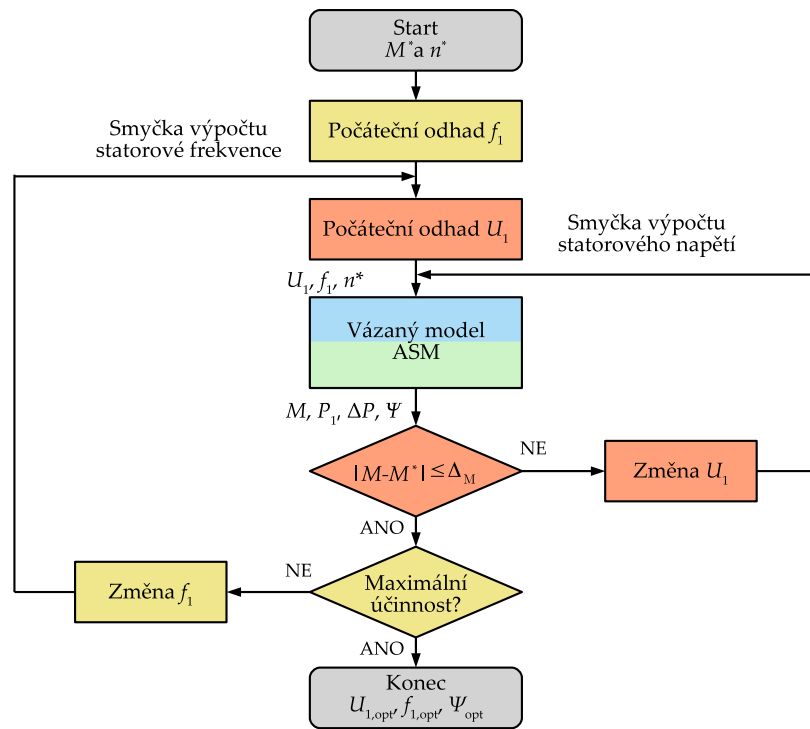
V úvodní části smyčky tepelného výpočtu je možné vidět, že je nutné specifikovat počáteční hodnoty střední teploty vinutí a střední teploty rotorové klece. Poznamenejme, že celý výpočet může být proveden i bez iterování smyčky tepelného výpočtu. Pak jsou při všech výpočtech použity tyto počáteční hodnoty teplot. Na základě příslušných teplot jsou dále počítány hodnoty odporu statorového vinutí a odporu rotorové klece, které jsou dále předávány do části modelu zajišťujícího výpočet elektrických veličin.

Ve smyčce zajišťující výpočet elektrických veličin je na počátku nutné specifikovat počáteční hodnotu napětí v příčné větvi  $U_0$ . Na základě tohoto napětí je následně spočtena hodnota spřaženého toku, která je dále použita pro výpočet aktuální hodnoty magnetizační indukčnosti  $L_\mu(\Psi)$  a odporu reprezentujícího ztráty v železe  $R_{\text{Fe}}(f_1, \Psi)$ . Počáteční hodnotu napětí příčné větve je možné zvolit rovnu statorovému napětí  $U_1$ . Po provedení první iterace smyčky výpočtu elektrických veličin je obdržena nová hodnota napětí příčné větve, která se opět použije pro výpočet nové hodnoty spřaženého toku a ten je následně opět použit pro výpočet aktuální hodnoty magnetizační indukčnosti a odporu reprezentujícího ztráty v železe. Iterační výpočet smyčky elektrických veličin probíhá tak dlouho, dokud rozdíl vypočtených hodnot napětí příčné větve ve dvou po sobě jdoucích krocích není nižší nebo roven zvolené mezi  $\Delta U$ . Také iterace smyčky tepelného výpočtu probíhají tak dlouho, dokud rozdíl teplot ve dvou po sobě jdoucích krocích není menší nebo roven zvolené mezi  $\Delta \vartheta$ .

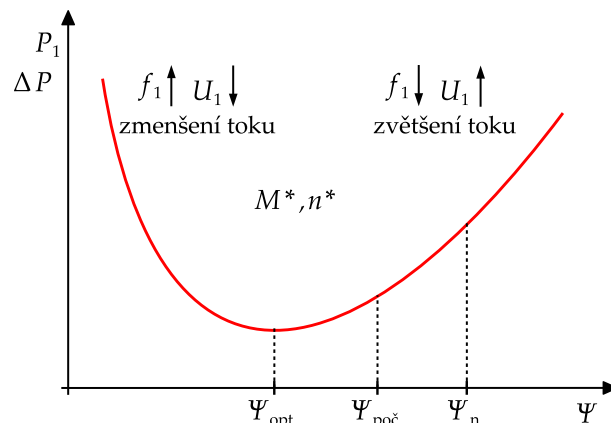
## 6.2 Algoritmus výpočtu optimálního magnetického toku ASM pro minimalizaci ztrát

Na Obr. 6.2 a) je uveden algoritmus, který byl v rámci řešení disertační práce navržen pro výpočet optimálního toku ASM za účelem minimalizace jeho ztrát. Pro pochopení funkce algoritmu je nutné vycházet také z Obr. 6.2 b), který zachycuje závislost příkonu, respektive celkových ztrát ASM na spřaženém toku pro jednu zvolenou kombinaci otáček a momentu. Základem algoritmu je vázaný model ASM, který byl popsán v předchozí části kapitoly. Bylo uvedeno, že jako hlavní vstupní parametry vázaného modelu je nutné chápat statorové napětí, statorový kmitočet a otáčky. Nicméně, vstupy do výsledného algoritmu pro výpočet optimálního toku jsou pouze žádaný moment  $M^*$  a žádané otáčky  $n^*$ . Z uvedeného algoritmu je zřejmé, že výpočet obsahuje dvě iterační smyčky. Ve vnější smyčce je iterována hodnota statorového kmitočtu, ve vnitřní smyčce je pak iterována hodnota statorového napětí. Hodnoty těchto veličin jsou iterovány tak dlouho, dokud není získána jejich optimální kombinace zajišťující minimalizaci ztrát stroje. Této kombinaci pak odpovídá i hledaná optimální hodnota spřaženého magnetického toku.





a)



b)

**Obr. 6.2:** Algoritmus výpočtu optimálního magnetického toku ASM za účelem minimalizace ztrát.

V počáteční fázi výpočtu je nejprve zvolena počáteční hodnota statorového kmitočtu. Pro tento odhad je možné využít rovnici  $f_1 = \frac{n^* p}{60(1-s_n)}$ , kde  $s_n$  je jmenovitý skluz. S touto hodnotou kmitočtu pak probíhá iterační výpočet vnitřní smyčky, ve které je iterováno statorové napětí, dokud vypočtený moment  $M$  není roven momentu žádanému  $M^*$  nebo není splněna podmínka jejich minimálního rozdílu  $\Delta_M$ . Je možné vidět, že v první iteraci vnitřní smyčky je nutné zvolit počáteční hodnotu statorového napětí. K tomu je možné využít rovnici  $U_1 = f_1 \frac{U_{1,n}}{f_{1,n}}$ , kde  $U_{1,n}$  je jmenovitá hodnota statorového napětí a  $f_{1,n}$  je jmenovitá hodnota statorového kmitočtu. Jakmile je dokončena první iterace vnější smyčky, získá se hodnota  $\Psi_{poč}$  na Obr. 6.2 b). Tato hodnota se pak porovná se jmenovitou hodnotou toku  $\Psi_n$ , viz Tab. 6.1. Pokud platí  $\Psi_n > \Psi_{poč}$ , jak je naznačeno na Obr.6.2 b), je potřeba postupně snižovat statorový kmitočet<sup>1</sup>, dokud vypočtený tok není roven jmenovitému toku. Pro  $\Psi_n < \Psi_{poč}$  je potřeba kmitočet zvyšovat. Jakmile je dosažen jmenovitý

<sup>1</sup>Snižováním statorového kmitočtu dochází ke zvyšování spráženého toku.

tok, uloží se do paměti hodnota účinnosti. Poté se provede výpočet s mírně nižší a s mírně vyšší hodnotou statorového kmitočtu a porovnájí se účinnosti pro tyto kmitočty s hodnotou účinnosti pro jmenovitý tok. Tím se zjistí, zda je potřeba tok oproti jmenovité hodnotě snižovat nebo zvyšovat. Poté probíhá iterační výpočet statorového kmitočtu tak dlouho, dokud není nalezeno lokální minimum příkonu v grafu na Obr. 6.2 b).

### 6.3 Výsledky provedených výpočtů

V této části jsou uvedeny výsledky provedených výpočtů optimálních toků s využitím navrženého algoritmu podle Obr. 6.2 a). Srovnání je provedeno porovnáním výsledné účinnosti stroje při jeho provozu s optimálním tokem  $\Psi_{\text{opt}}$  a se jmenovitým tokem  $\Psi_n$ . Hodnoty jmenovitých toků obou analyzovaných strojů jsou uvedeny v Tab. 6.1. Tyto hodnoty byly vypočteny na základě měřených elektrických veličin při jmenovitém napájení a jmenovitém zatížení obou strojů. Výpočet byl proveden s využitím vztahů (4.13) a (3.22).

**Tab. 6.1:** Hodnoty jmenovitých spřažených magnetických toků analyzovaných motorů.

	Motor M1	Motor M2
Jmenovitá hodnota spřaženého toku	$\Psi_n = 0,968 \text{ V}\cdot\text{s}$	$\Psi_n = 0,993 \text{ V}\cdot\text{s}$

#### 6.3.1 Výpočty se zohledněním teplotních vlivů

Na Obr. 6.3 jsou uvedeny výsledky výpočtů optimálních toků se zohledněním výpočtu teplot statorového vinutí a rotorové klece, které odpovídají ustáleným tepelným stavům při příslušných zatíženích. Hodnoty ustálených teplot jsou použity především z důvodu, aby bylo následně možné výsledné hodnoty optimálních toků verifikovat laboratorními měřeními v ustálených stavech.

V levém sloupci jsou uvedeny výsledky pro motor M1, pravý sloupec obsahuje výsledky pro motor M2. Pro motor M1 jsou v grafech vynesena data pro otáčky 1000, 2000, 3000 a 3600  $\text{min}^{-1}$ . Pro motor M2 jsou vynesena data pro otáčky 700, 1100, 1500, 2000 a 2500  $\text{min}^{-1}$ . Zátěžné momenty jsou uvažovány až do jeden a půl násobku jmenovitých hodnot. Nad tato zatížení již byly vypočtené teploty nad přijatelnými mezemi.

V horní části obrázku je uvedeno porovnání optimálních toků se jmenovitým tokem. Grafy uvedené ve střední části obrázku zachycují srovnání účinnosti stroje při provozu se jmenovitým a optimálním tokem. Přerušovanými čarami jsou vyneseny výsledky vztažené ke jmenovitému toku, plnými čarami jsou pak vyneseny výsledky při optimálním toku. Ve spodní části obrázku jsou uvedeny příslušné hodnoty statorového napětí při optimálním a jmenovitém toku. V tomto grafu je vyznačena také hranice fázové hodnoty statorového napětí  $U_1 = 230 \text{ V}$ , které odpovídá sdružená hodnota napětí 400 V. Jedná se o jmenovité hodnoty statorových napětí obou analyzovaných strojů. Také se jedná o běžnou limitní hodnotu výstupního napětí měniče kmitočtu při použití trojfázové sítě  $3 \times 400 \text{ V}$ . Je nutné upozornit, že pokud by bylo skutečně nutné tento napěťový limit uvažovat, nebylo by možné některých pracovních bodů dosáhnout s uvedenými vypočtenými hodnotami.

Z provedených výpočtů je zřejmé, že při malých hodnotách momentů je výhodné motor odbudit. Pro velké hodnoty momentů, tím jsou myšleny momenty větší než jmenovité, je naopak

výhodné motor přibudít. V grafech je také možné vidět, že při otáčkách a momentech odpovídajících přibližně jmenovitým hodnotám je optimální tok roven toku jmenovitému a není zde možná žádná úspora energie. Motory jsou totiž záměrně navrženy tak, aby zde měly nejvyšší možnou účinnost. Je však možné vidět, že při zvyšování momentu nad moment jmenovitý je možné opět s využitím optimálního toku dosáhnout úspory energie. Ačkoliv se nejedná o velké procentuální navýšení účinnosti, úspora energie ve (Wattech) je zde výrazná, jelikož se jedná o oblast s většími výkony.

Z porovnání vypočtených účinností při jmenovitém a optimálním toku je patrné, že nárůst účinnosti je významný. K nejvyššímu nárůstu dochází při malých hodnotách zátěžných momentů. U motoru M1 dochází k nejvyššímu nárůstu účinnosti o přibližně 25 %. U tohoto motoru je možné také zaznamenat strmý pokles účinnosti v závislosti na klesající hodnotě zátěžného momentu, což je způsobeno patrně velkými mechanickými ztrátami tohoto stroje.

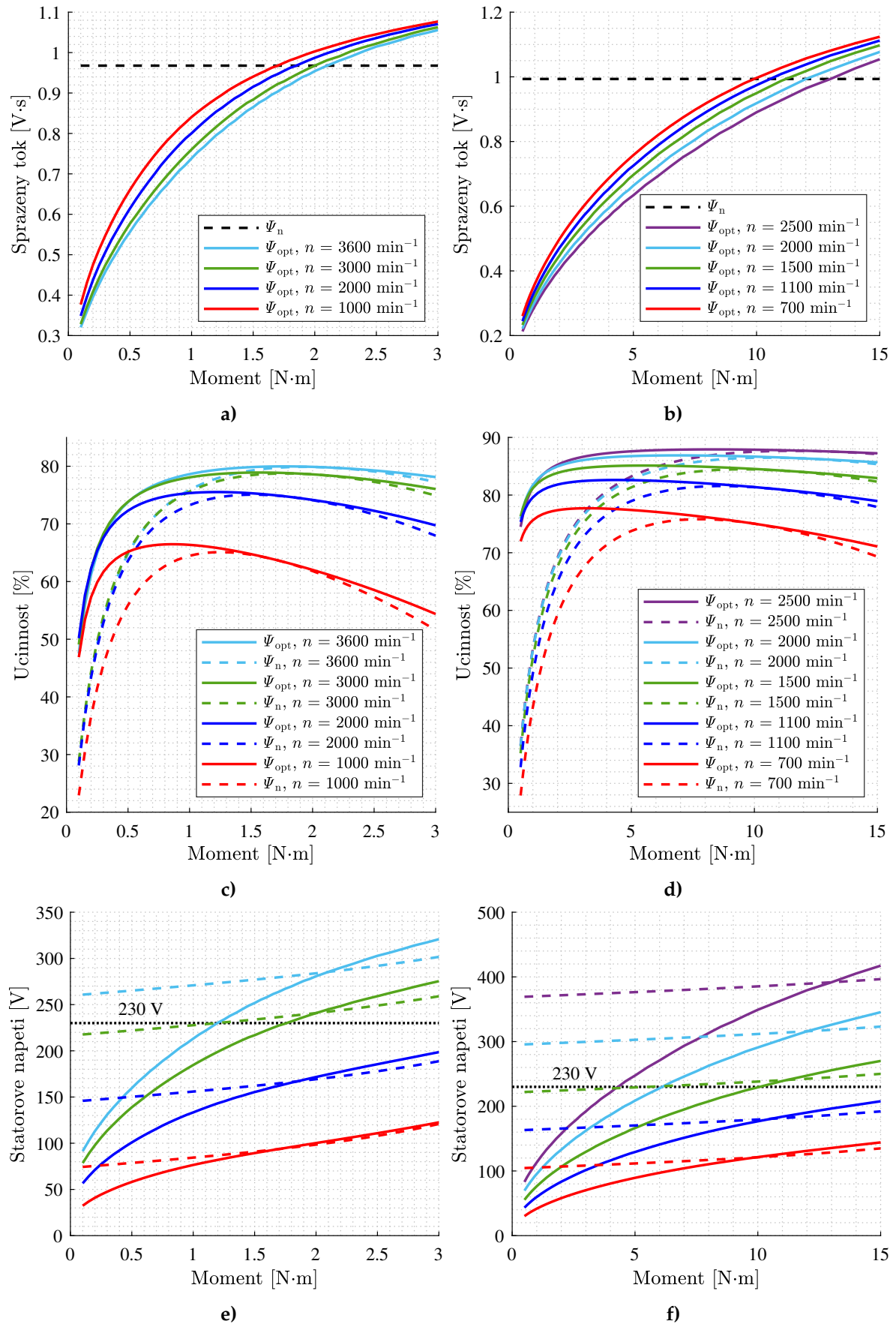
U motoru M2 je možné sledovat nárůst v účinnosti dokonce vyšší než u motoru M1, v některých případech se jedná o nárůst o více než 40 %.

Na Obr. 6.4 je uvedeno srovnání vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Jedná se o vypočtené parametry motoru M1 při malých otáčkách v porovnání s jeho otáčkami jmenovitými. Kromě veličin uvedených na Obr. 6.3 je zde možné sledovat navíc například vypočtené hodnoty proudu fáze statoru, dále pak hodnoty účinníku, statorového kmitočtu, teploty statorového vinutí a rotorové klece.

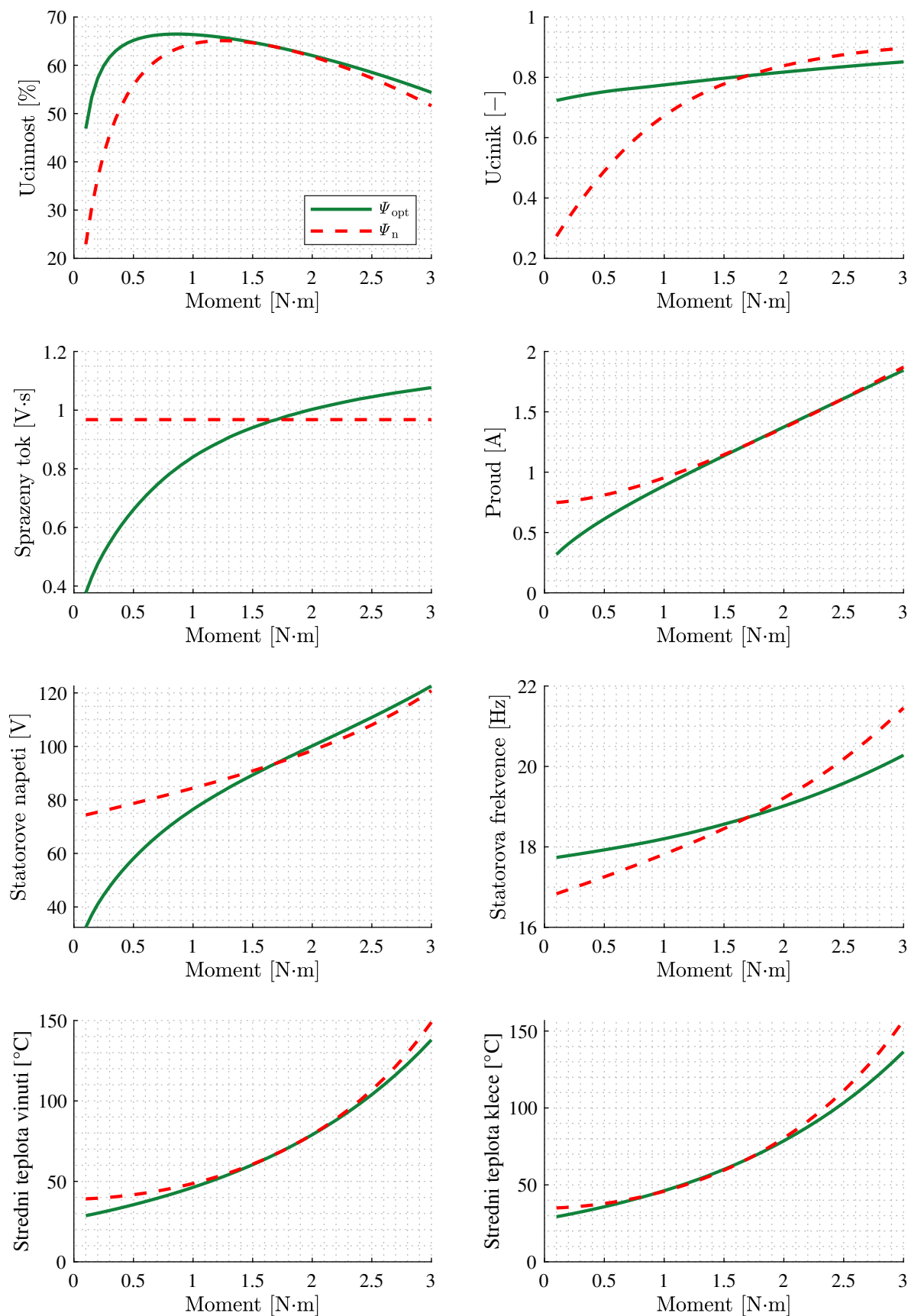
Na Obr. 6.5 jsou uvedeny obdobné průběhy opět pro motor M1, avšak při výrazně vyšších otáčkách. Jedná se o otáčky  $3600 \text{ min}^{-1}$ . U těchto výpočtů jsou v grafech pro srovnání uvedeny také vypočtené průběhy s uvažováním limitace statorového napětí na hodnotě  $U_1 = 230 \text{ V}$ . Je možné vidět, že pokud je toto napěťové omezení uvažováno, není možné dosáhnout tak velkých rozdílů pro data s optimálním a jmenovitým tokem. Pokud pak napájecí napětí pro optimální i jmenovitý tok dosáhnou tohoto napěťového limitu, začnou se vypočtené průběhy jednotlivých veličin pro optimální i jmenovitý tok shodovat.

V dodatku B je možné najít obdobné grafy s vypočtenými průběhy důležitých veličin pro otáčky  $2000$  a  $3000 \text{ min}^{-1}$  pro motor M1 a dále pro otáčky  $700$ ,  $1100$ ,  $1500$ ,  $2000$  a  $2500 \text{ min}^{-1}$  pro motor M2.

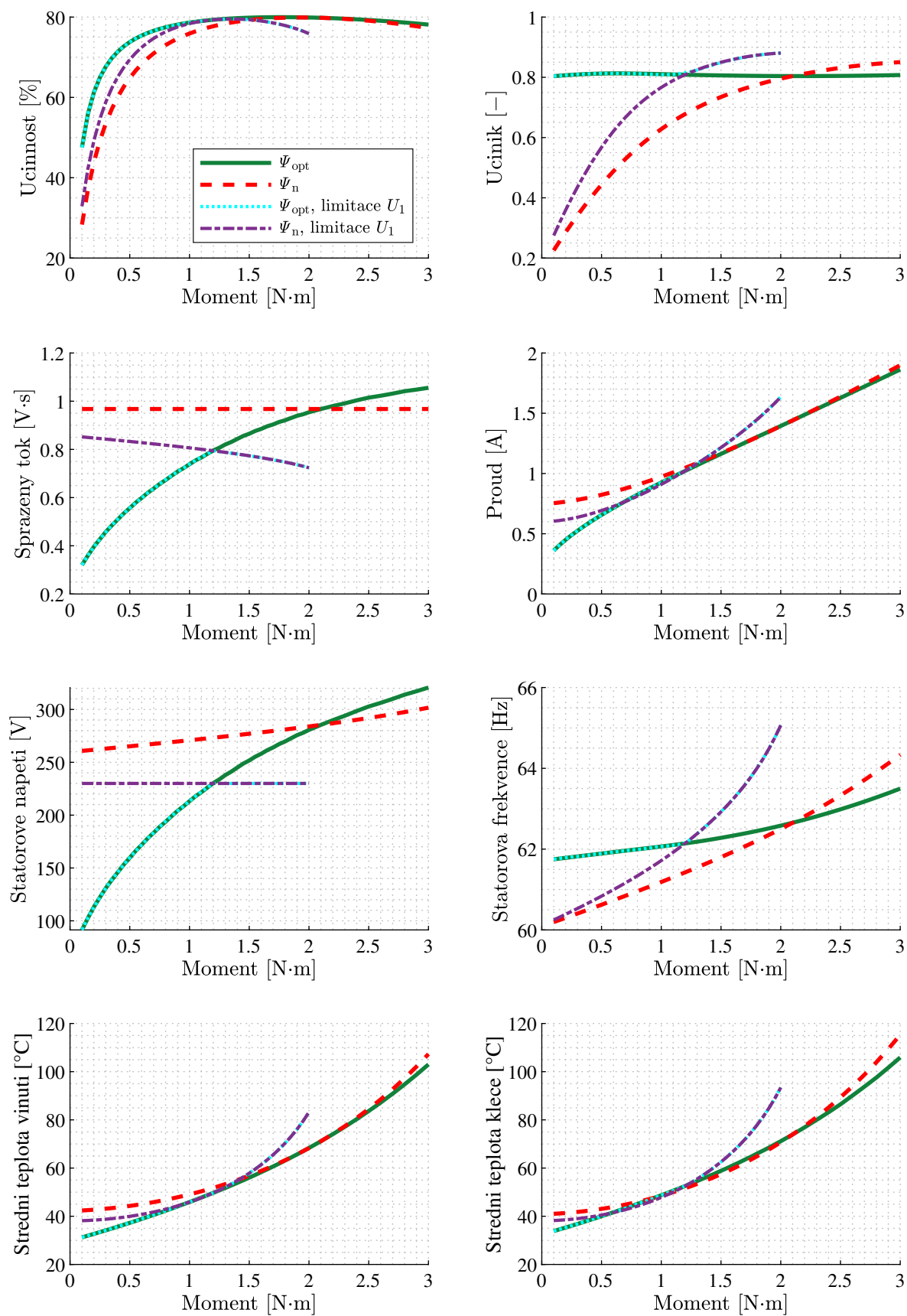
Poznamenejme, že ačkoliv jsou vypočtené hodnoty spřažených toků vztaženy k náhradnímu zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku, je do výsledného algoritmu možné zakomponovat transformační vztahy uvedené v kapitole 1.1.2 a je pak následně možné určit optimální hodnoty spřaženého magnetického toku i pro jiné náhradní zapojení.



**Obr. 6.3:** Vypočtené průběhy optimálních toků, účinností stroje a příslušného statorového napájecího napětí při různých hodnotách zatížení a jejich srovnání s hodnotami při jmenovitém toku. Hodnoty pro ustálený tepelný stav při daných zatíženích. Levý sloupec – motor M1, pravý sloupec – motor M2.



**Obr. 6.4:** Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Hodnoty odpovídají ustálenému tepelnému stavu při daných zatíženích. Motor M1, otáčky  $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ .



**Obr. 6.5:** Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Hodnoty odpovídají ustálenému tepelnému stavu při daných zatíženích. Motor M1, otáčky  $n = 3600 \text{ min}^{-1}$ .

### 6.3.2 Výsledky výpočtů při konstantních teplotách

V předchozí části kapitoly byly provedeny výpočty se zohledněním teploty statorového vinutí a rotorové klece v ustálených stavech pro daná zatížení. K tomu byl využit tepelný model stroje. Výpočty při ustálených teplotách byly provedeny především z důvodu, aby bylo dále možné výsledky výpočtů ověřit laboratorními měřeními právě v ustálených tepelných stavech.

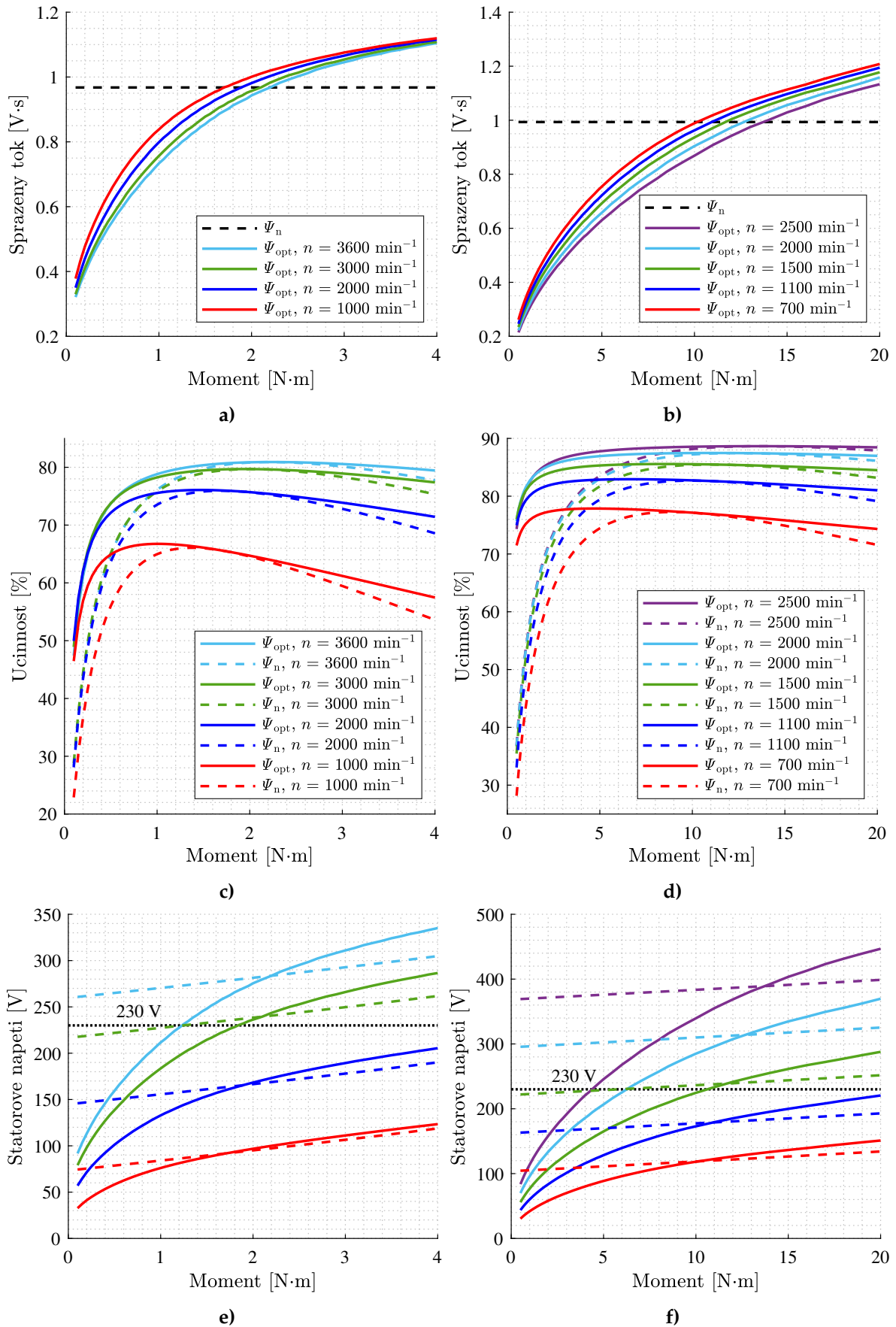
Při popisu vázaného modelu ASM v části 6.1 však bylo uvedeno, že výpočty mohou být provedeny také při zvolených teplotách statorového vinutí a rotorové klece, kdy není při výpočtech využíván tepelný model, respektive teploty nejsou iterovány.

Díky této vlastnosti modelu je pak například možné využít vytvořený algoritmus výpočtu optimálního toku ASM k určení závislosti optimálních hodnot spřaženého toku nikoli pouze na momentu a otáčkách, ale také na teplotě statorového vinutí a rotorové klece, tj.  $\Psi_{\text{opt}} = \Psi_{\text{opt}}(M, n, \vartheta_{\text{vin, stř}}, \vartheta_{\text{klec, stř}})$ . Takto získané výsledky je pak teoreticky možné implementovat do řídicích struktur pohonu s cílem optimálního řízení s ohledem na minimalizaci ztrát. To však není cílem této práce. Podobné řešení je možné nalézt např. v [32].

V následující části je uveden příklad provedených výpočtů při uvažování teploty statorového vinutí i rotorové klece 40 °C. Výsledky jsou uvedeny na Obr. 6.6. Na obrázku jsou uvedeny stejné veličiny, jaké byly uvedeny na Obr.6.3. Jelikož jsou v tomto případě uvažovány izolované teploty, bylo možné provést výpočty až do dvojnásobku jmenovitých momentů. Oproti výsledkům, které byly uvedeny na Obr. 6.3 je možné nyní zaznamenat vyšší hodnoty účinností, což je pravděpodobně způsobeno nižšími velikostmi Jouleových ztrát, jelikož jsou v důsledku nižších teplot nižší také hodnoty odporů.

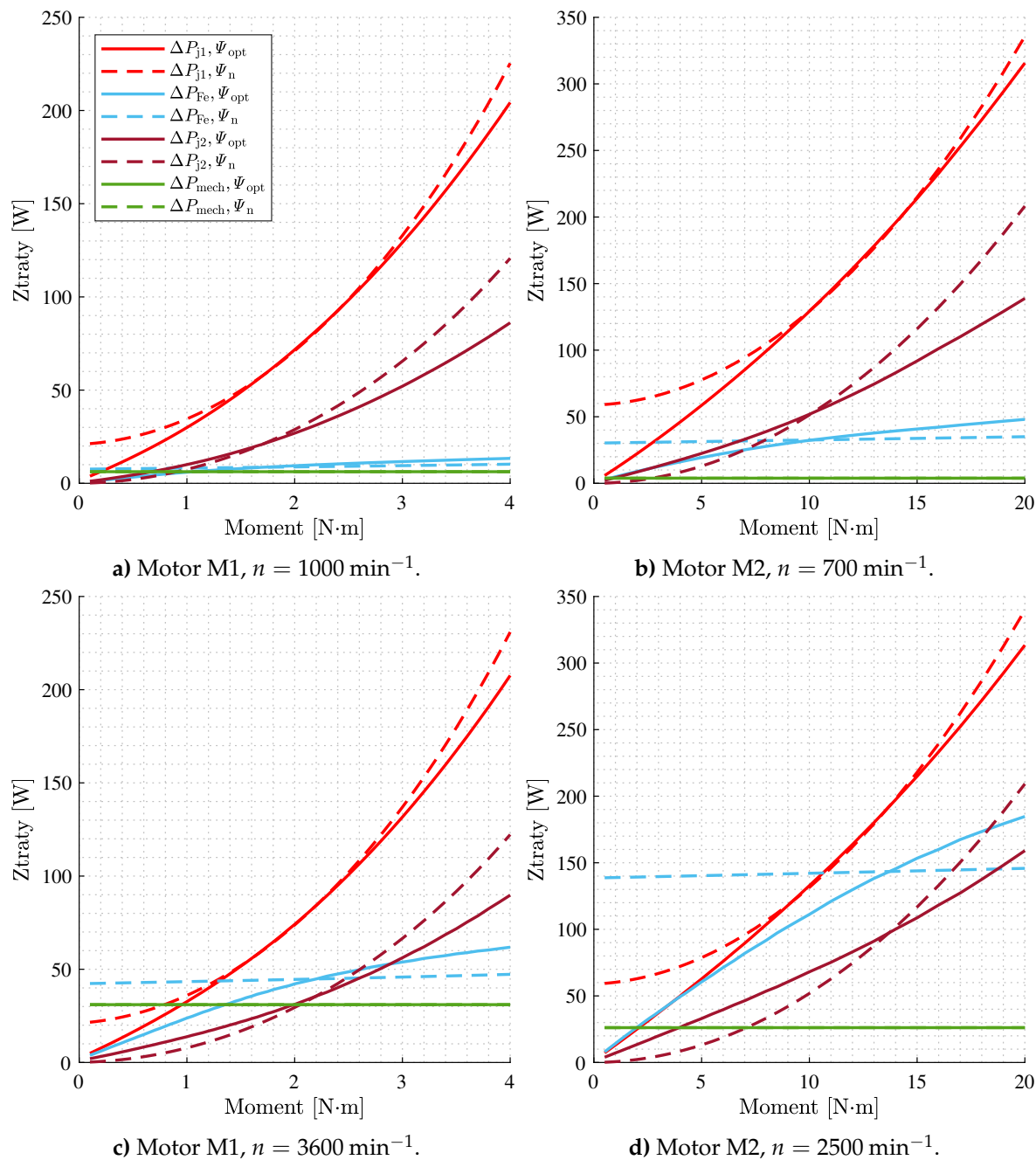
Pro zajímavost byly vypočteny také velikosti jednotlivých složek ztrát při optimálním a jmenovitém toku. Výpočty byly provedeny při konstantních teplotách, takže se nemění hodnoty odporů. Z výsledků je možné vidět, jak jsou jednotlivé ztráty redukovány při optimálním toku oproti toku jmenovitému. Výpočty byly provedeny pro oba analyzované stroje při malých a naopak při velkých otáčkách. U motoru M1 se jedná o otáčky 1000 a 3600 min<sup>-1</sup>, u motoru M2 se jedná o otáčky 700 a 2500 min<sup>-1</sup>. V obou případech v rozsahu momentu až do dvojnásobku jmenovitých hodnot.

Na Obr. 6.7 je možné vidět výsledné vypočtené velikosti jednotlivých ztrát (ve Watech). Na Obr. 6.8 jsou pak výsledky vyneseny jako procentuální podíl jednotlivých ztrát vzhledem k celkovým ztrátám. Jedná se o poměrně zajímavé výsledky. Na tomto obrázku je možné vidět, že při nízkých zatíženích tvoří dominantní zastoupení ztrát ztráty mechanické. Ty totiž není možné redukovat, jelikož je jejich hodnota přímo závislá na otáčkách, pro které je prováděn výpočet.

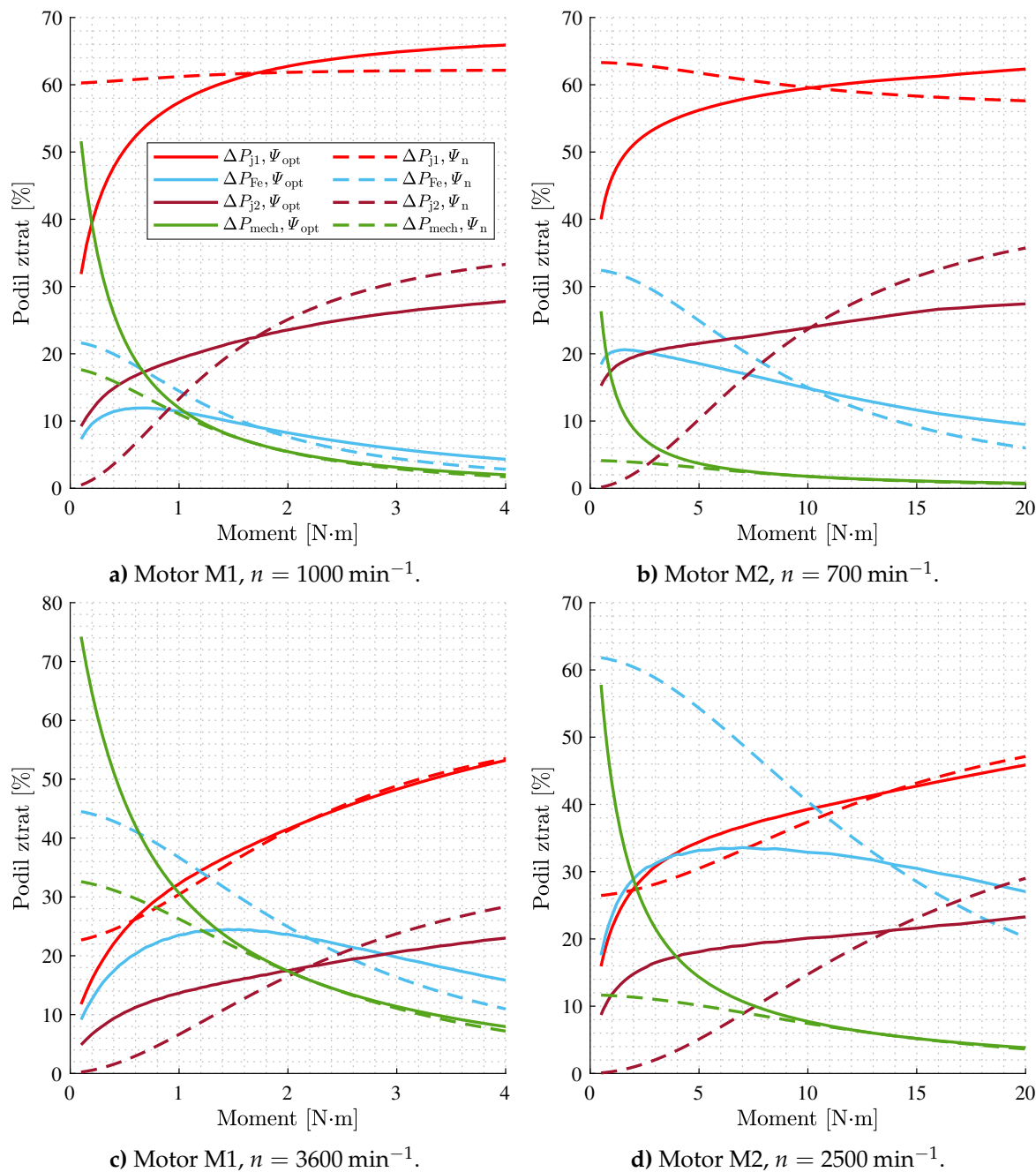


**Obr. 6.6:** Vypočtené průběhy optimálních toků, účinností stroje a příslušného statorového napájecího napětí při různých hodnotách zatížení a jejich srovnání s hodnotami při jmenovitém toku. Výpočty provedeny při konstantní teplotě statorového vinutí i rotorové klece 40 °C. Levý sloupec – motor M1, pravý sloupec – motor M2.





**Obr. 6.7:** Vypočtené dílčí ztráty ve stroji při optimálním a jmenovitém toku. Výpočty provedeny při konstantní teplotě statorového vinutí i rotorové klece  $40 \text{ }^\circ\text{C}$ .



**Obr. 6.8:** Vypočtený podíl jednotlivých ztrát ve stroji při optimálním a jmenovitém toku. Výpočty provedeny při konstantní teplotě statorového vinutí i rotorové klece  $40 \text{ }^\circ\text{C}$ .

## 6.4 Citlivostní analýza vypočteného optimálního toku

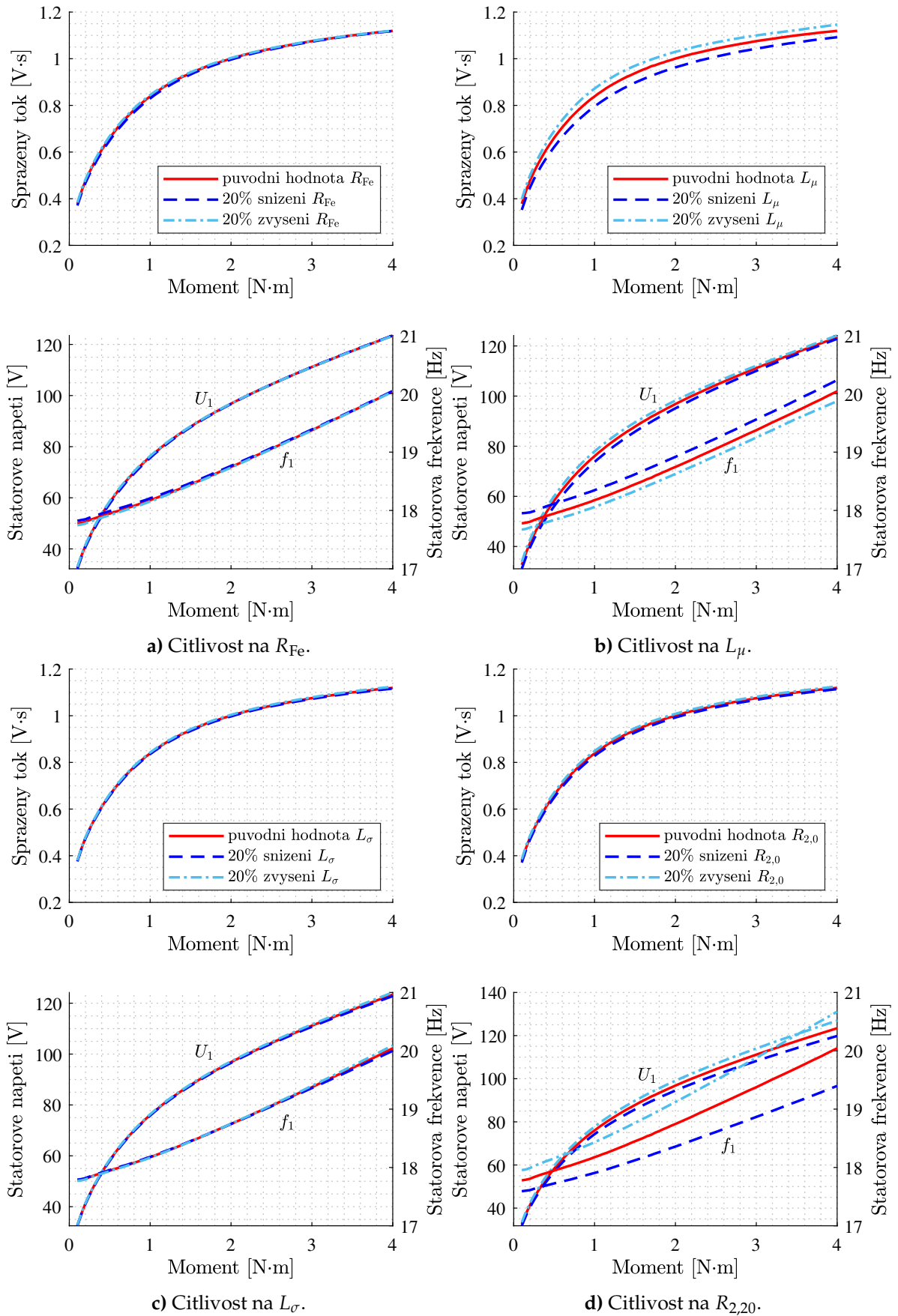
Aby bylo možné analyzovat případné nejistoty vypočtených optimálních toků, byla provedena citlivostní analýza vypočteného toku na změnu hodnot jednotlivých parametrů náhradního zapojení. Analýza byla provedena způsobem, kdy byly hodnoty jednotlivých parametrů buďto sníženy, nebo naopak zvýšeny o 20 % jejich původní hodnoty.

Citlivostní analýza byla provedena pro motor M1, nejprve pro malé otáčky s hodnotou  $1000 \text{ min}^{-1}$  a poté naopak pro vyšší otáčky s hodnotou  $3600 \text{ min}^{-1}$ . Moment byl uvažován opět v rozsahu až do dvojnásobku jmenovité hodnoty. Tím bylo zajištěno, že citlivostní analýza je provedena v širokém rozsahu otáček a momentu. V rámci citlivostní analýzy nebyla sledována pouze vypočtená hodnota optimálního toku, ale také vypočtené hodnoty statorového napětí a kmitočtu, které tento optimální tok při daném momentu a otáčkách zajišťují.

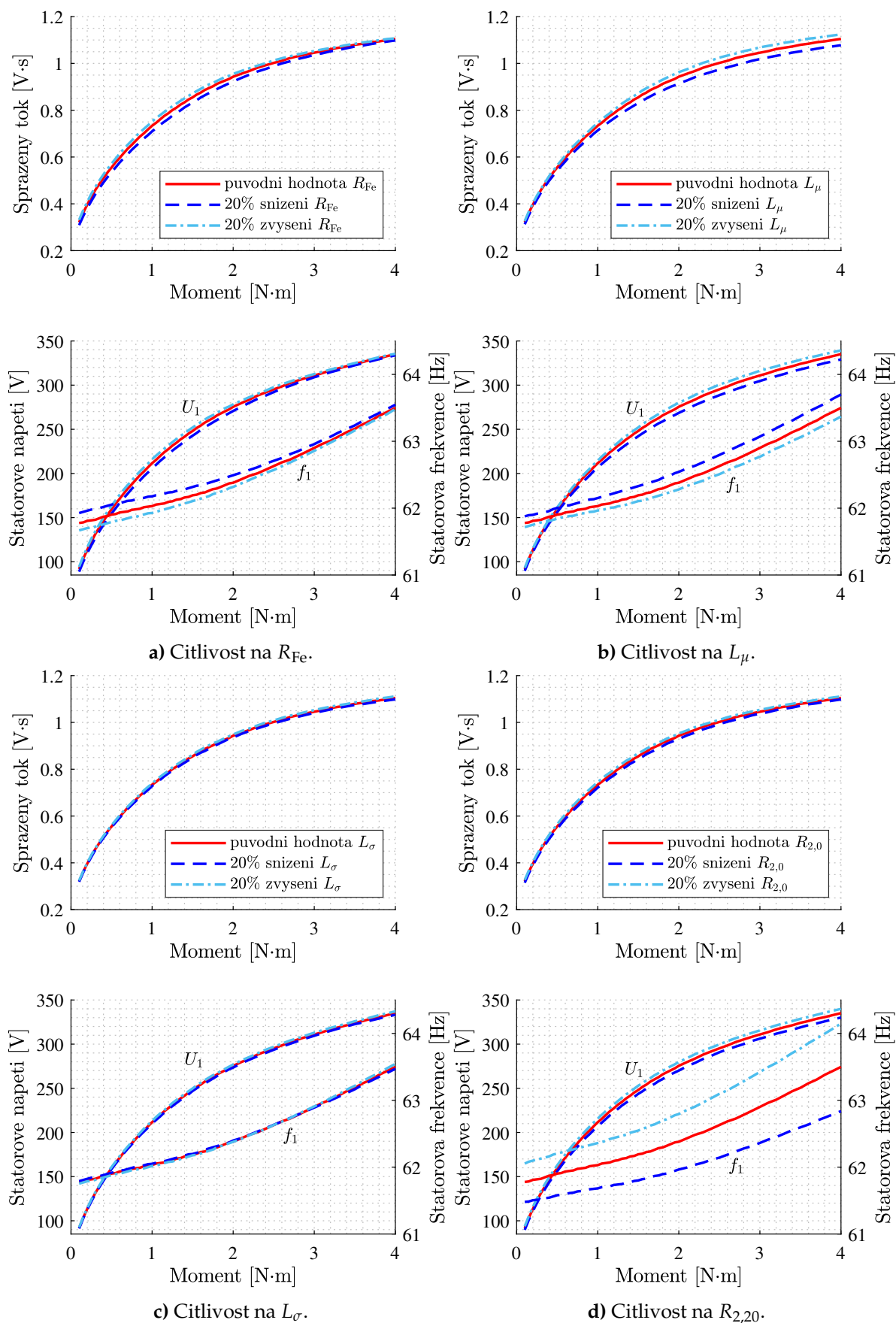
Na Obr. 6.10 jsou uvedeny výsledky pro  $1000 \text{ min}^{-1}$ . Na Obr. 6.10 jsou pak uvedeny výsledky pro  $3600 \text{ min}^{-1}$ . Z uvedené citlivostní analýzy vyplývá, že výpočty jsou nejméně citlivé na změnu hodnoty rozptylové indukčnosti, viz Obr. 6.9 c) a Obr. 6.10 c). Při otáčkách  $1000 \text{ min}^{-1}$  je možné zanedbat také citlivost na odporu reprezentujícím ztráty v železe, viz Obr. 6.9 a). Při vyšších otáčkách, tj. při vyšších hodnotách kmitočtů už se však začíná projevovat citlivost vypočtené hodnoty optimálního toku a také citlivost vypočtených hodnot statorového napětí a kmitočtu na odporu reprezentujícím ztráty v železe, viz Obr. 6.10 a).

Z výsledků dále plyne, že výpočty jsou dosti citlivé na změnu hodnoty magnetizační indukčnosti a to jak výpočet optimálního toku, tak výpočet statorového napětí a kmitočtu, viz Obr. 6.9 b) a Obr. 6.10 b).

Zajímavé výsledky vykazuje citlivostní analýza na změnu rotorového odporu, kdy jsou na tomto parametru necitlivé výpočty optimálního toku, avšak velmi citlivé vypočtené hodnoty statorového napětí a kmitočtu, viz Obr. 6.9 d) a Obr. 6.10 d).



**Obr. 6.9:** Citlivostní analýza vypočteného optimálního toku na hodnoty jednotlivých parametrů náhradního schématu stroje. Výpočty provedeny při konstantní teplotě statorového vinutí i rotorové klece  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ , motor M1, otáčky  $n = 1000\text{ min}^{-1}$ .



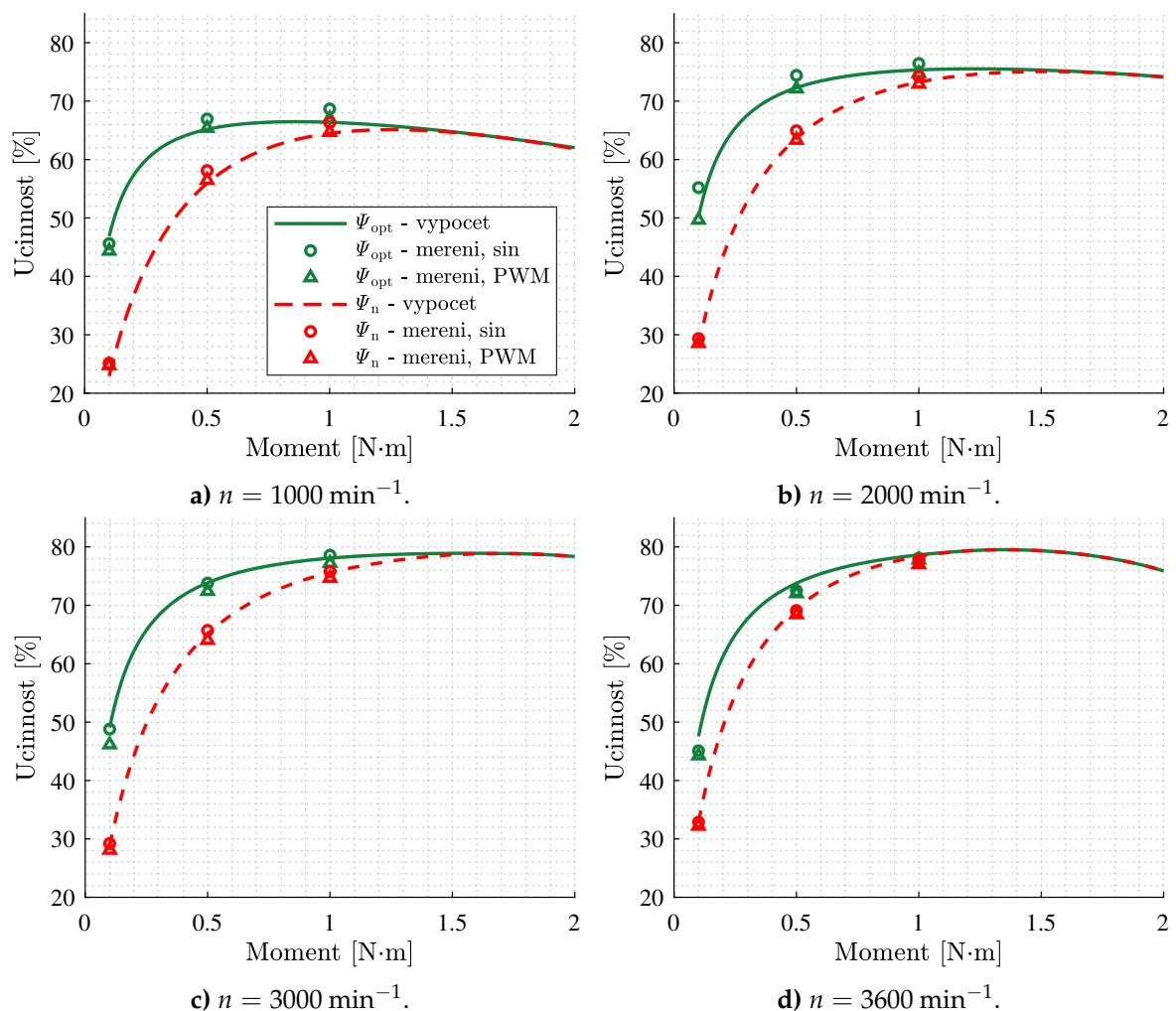
**Obr. 6.10:** Citlivostní analýza vypočteného optimálního toku na hodnoty jednotlivých parametrů náhradního schématu stroje. Výpočty provedeny při konstantní teplotě statorového vinutí i rotorové klece  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ , motor M1, otáčky  $n = 3600\text{ min}^{-1}$ .

## 6.5 Experimentální ověření výpočtů

V následující části je uveden popis experimentálního ověření provedených výpočtů optimálních toků. Cílem bylo ověřit jak nárůst v účinnosti při optimálním toku v porovnání se jmenovitým tokem, tak to, zda předpokládaná účinnost opravdu souhlasí s účinností měřenou. Laboratorní měření byla provedena při napájení strojů jak zdrojem se sinusovým výstupem, který byl dříve použit také pro veškerou identifikaci parametrů náhradních zapojení, tak s měničem kmitočtu se sinusovou PWM bez výstupního LC-filtru. Při PWM napájení byl použit modulační kmitočet 16 kHz.

### 6.5.1 Měření na motoru M1

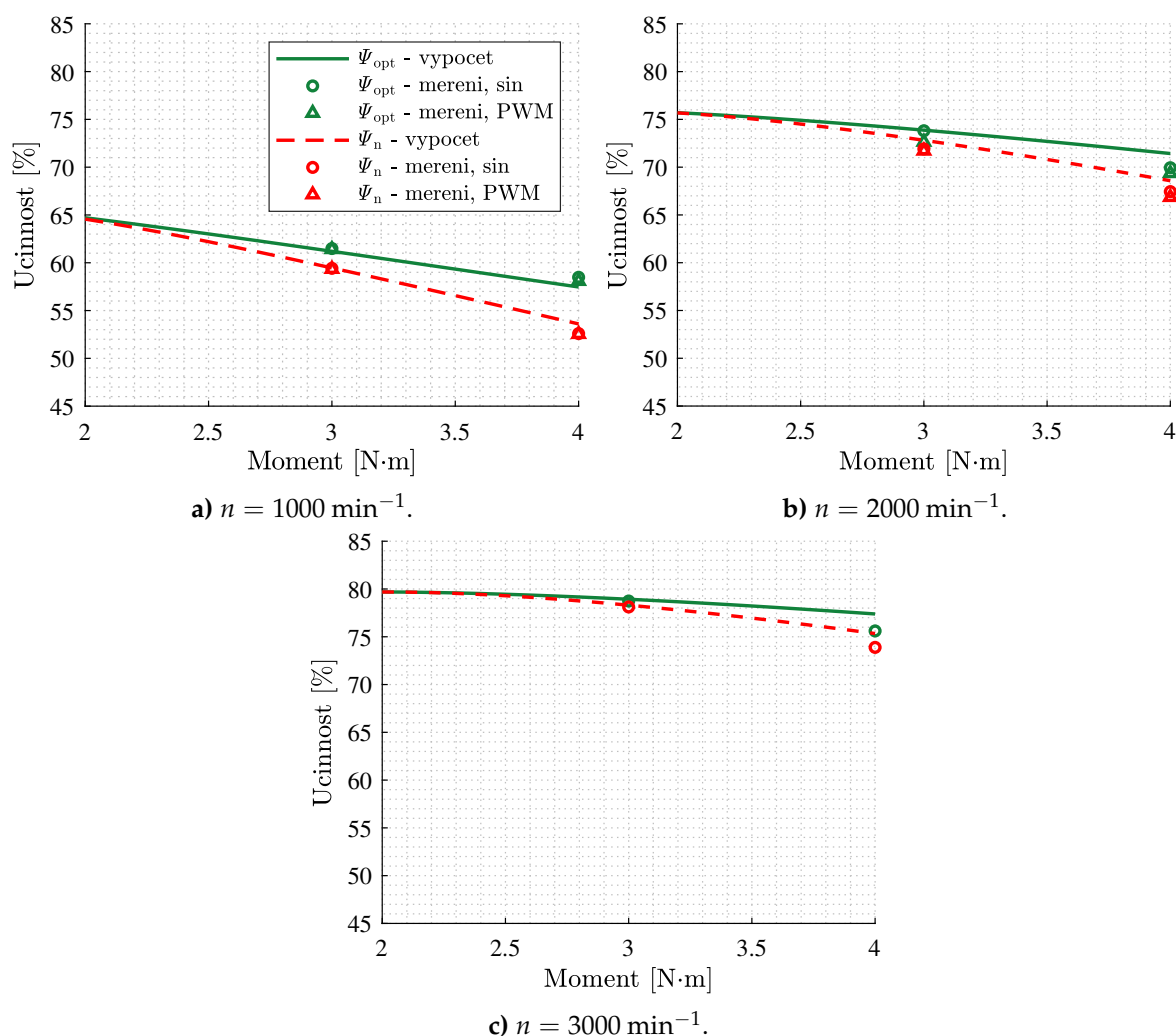
Na Obr. 6.11 je uvedeno výsledné srovnání vypočtených a měřených účinností při různých otáčkách a zátěžných momentech pro motor M1. Jednotlivé křivky v grafech představují výsledky teoretických výpočtů. Jednotlivými body jsou pak vyneseny výsledky laboratorních měření. Kulatým bodům odpovídá napájení laboratorním zdrojem se sinusovým výstupem. Bodům ve tvaru trojúhelníku pak odpovídají měření při napájení z měniče kmitočtu s PWM výstupem.



**Obr. 6.11:** Srovnání výsledků vypočtených účinností s laboratorními měřeními při optimálním a jmenovitém toku v oblasti malých momentů pro motor M1. Hodnoty pro ustálený tepelný stav.

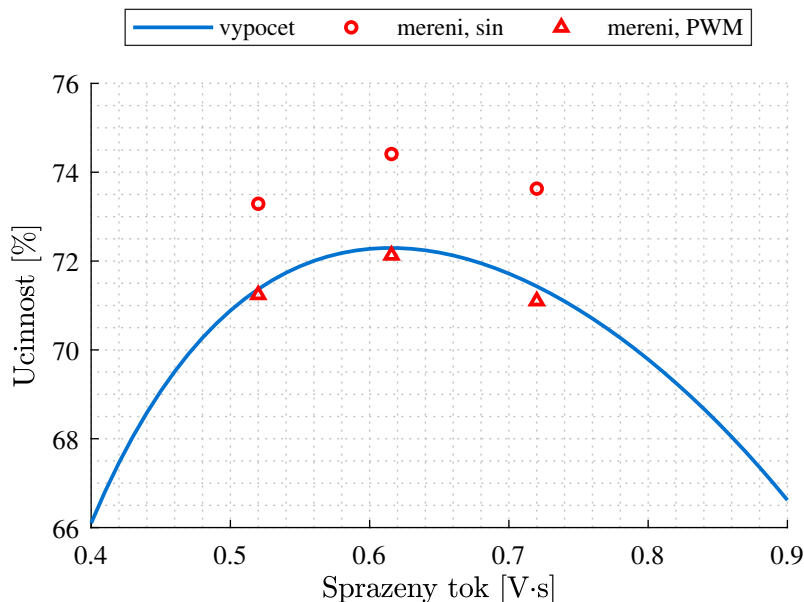
Obr. 6.11 zachycuje měření v oblasti malých momentů (pod jmenovitým momentem). Měření byla provedena v ustáleném tepelném stavu. Laboratorní pracoviště je obdobné jako při zkoušce při zatížení, viz Obr. 4.11. Při měření byly využity vypočtené hodnoty statorových napětí a kmitočtů, které byly nastavovány do laboratorního zdroje/měniče kmitočtu. Motor byl zatěžován vířivou brzdou v momentové vazbě. Je možné vidět, že výsledky teoretických výpočtů a měření dosahují velmi dobrých shod a to jak při sinusovém napájení, tak při PWM napájení.

Na Obr. 6.12 je uvedeno srovnání výsledných teoretických výpočtů s experimentálními měřeními v oblasti velkých momentů (nad jmenovitým momentem) pro motor M1. Měřené hodnoty odpovídají jeden a půl násobku a dvojnásobku jmenovitého momentu daného stroje. Jelikož se jedná o takto velké hodnoty momentu, nebylo měření provedeno v ustálených tepelných stavech, ale při teplotě statorového vinutí odpovídající teplotě přibližně 40 °C. Pro tuto teplotu byly provedeny i teoretické výpočty. Je možné vidět, že jednotlivé měřené body dosahují drobných odchylek od křivek teoretických výpočtů. Jedná se však o poměrně malé rozdíly. Zároveň však platí, že rozdíly mezi výslednými účinnostmi při jmenovitém a optimálním toku zůstávají zachovány.



**Obr. 6.12:** Srovnání výsledků vypočtených účinností s laboratorními měřeními při optimálním a jmenovitém toku v oblasti velkých momentů pro motor M1. Teplota statorového vinutí i rotorové klece 40 °C.

Na motoru M1 bylo provedeno také měření naznačené na Obr. 6.13. Jedná se o ověření závislosti účinnosti na spráženém toku. Je možné vidět, že jednotlivé měřené body velmi dobře kopírují tvar teoreticky vypočtené závislosti. Měřené maximum účinnosti odpovídá stejnému spráženému toku jako maximum účinnosti predikované teoretickým výpočtem, což potvrzuje dobrou funkčnost modelu stroje.

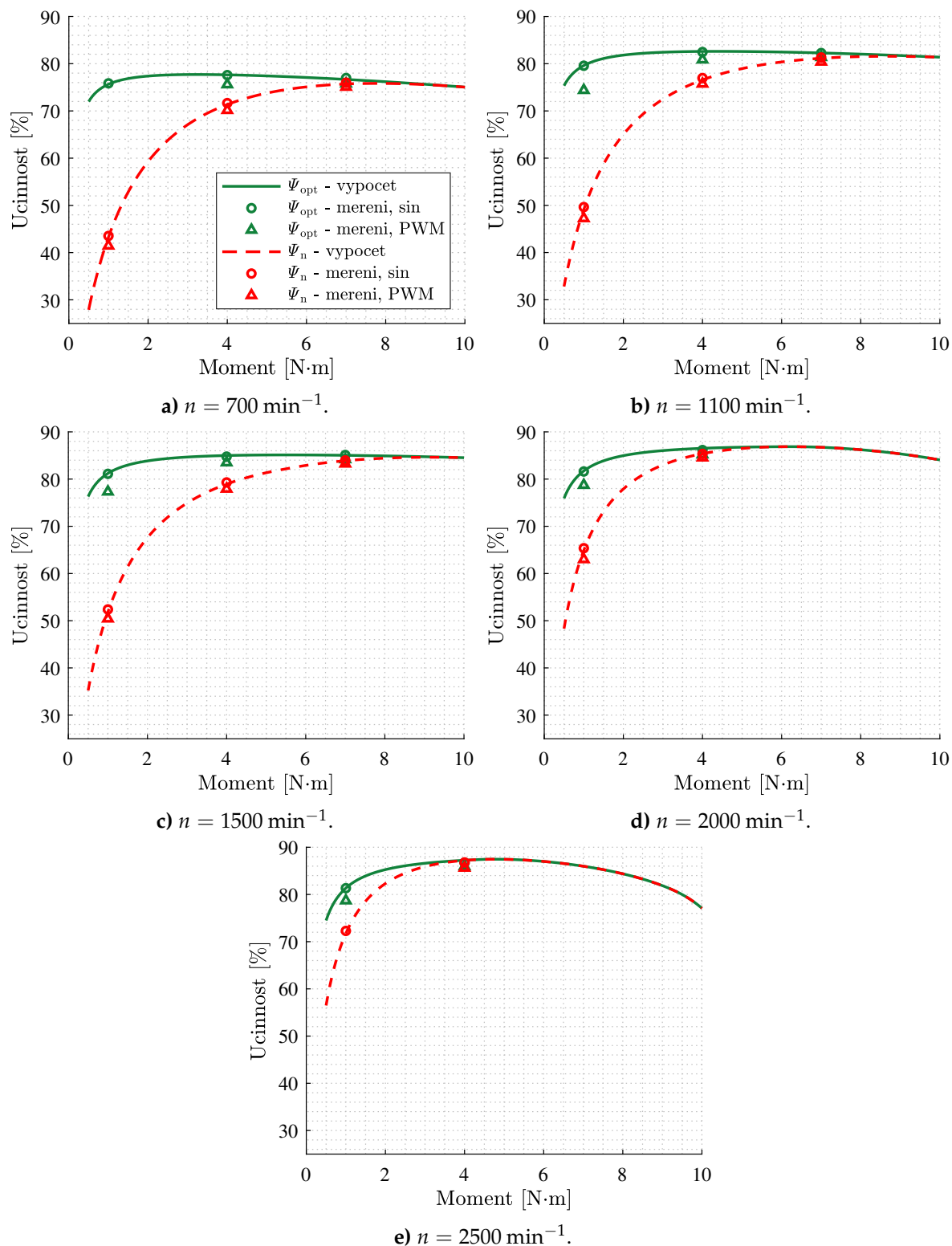


**Obr. 6.13:** Srovnání vypočtené závislosti účinnosti na spráženém toku s laboratorními měřeními. Motor M1, otáčky  $n = 2000 \text{ min}^{-1}$ , moment  $M = 0,5 \text{ N}\cdot\text{m}$ , hodnoty pro ustálený tepelný stav.

## 6.5.2 Měření na motoru M2

Na motoru M2 byla provedena měření v oblasti malých momentů (pod jmenovitým momentem) v ustálených tepelných stavech. Výsledné srovnání teoretických výpočtů s experimentálními měřeními je uvedeno na Obr. 6.14. Je možné vidět, že výsledky opět dosahují velmi dobrých shod. Vytvořené modely strojů a také samotný algoritmus výpočtu optimálního toku stroje pro minimalizaci ztrát je tedy možné považovat za funkční a zároveň velmi přesné.





**Obr. 6.14:** Srovnání výsledků vypočtených účinností s laboratorními měřeními při optimálním a jmenovitém toku v oblasti malých momentů pro motor M2. Hodnoty pro ustálený tepelný stav.

## Závěr

Tato práce se věnovala výpočtu optimálního statorového spřaženého magnetického toku asynchronního motoru zajišťujícího minimalizaci ztrát ve zvoleném pracovním bodě, tj. pro zvolenou kombinaci otáček a momentu. Jelikož je pro tento účel nutné sestavení přesného matematického modelu stroje pro modelování jeho ztrát, byla v počátečních fázích řešení práce věnována pozornost přehledu náhradních zapojení asynchronního motoru. Dále byly pro tato náhradní zapojení uvedeny vztahy pro jejich vzájemnou transformaci.

Jako základ výsledného modelu stroje bylo zvoleno náhradní zapojení ve tvaru  $\Gamma$ -článku z důvodu jeho možnosti přesné experimentální identifikace jednotlivých parametrů. Experimentální identifikace parametrů tvoří jednu ze stěžejních částí této práce, jelikož je klíčovým krokem k přesnému modelování stroje v širokém rozsahu otáček a momentu. Za tímto účelem je v práci použito zpřesněné náhradní zapojení zohledňující změnu hodnot jeho jednotlivých prvků v závislosti na vybraných veličinách. Jedná se například o závislost magnetizační indukčnosti na velikosti spřaženého magnetického toku, nebo odporu reprezentujícího ztráty v železe na statorovém kmitočtu a spřaženém magnetickém toku. Tyto závislosti vyplývají z fyzikální podstaty.

Namísto klasické zkoušky při zabrzděném rotoru je v práci použita méně rozšířená zkouška při zatížení, pomocí které je identifikována hodnota rotorového odporu a rozptylové indukčnosti. Výhodou této metody je, že jsou parametry identifikovány za chodu stroje a získané identifikované parametry by tedy měly blíže odpovídat skutečným parametrům stroje (tedy v podmínkách, kdy rotorový kmitočet odpovídá jeho jmenovité hodnotě, není tak velký jako při zabrzděném rotoru, kde by již výsledné rotorové parametry mohly být ovlivněny skinefekttem). Tato metoda je v práci využita také pro výpočet teploty rotorové klece. Veškeré postupy experimentálního charakteru, včetně identifikace parametrů náhradního zapojení, jsou v práci prezentovány na dvou asynchronních motorech s odlišnými parametry.

Byl vytvořen tepelný model asynchronního motoru za účelem eliminace případných neshod teoretických výpočtů s laboratorními měřeními z důvodu nejistoty skutečných teplot statorového vinutí a rotorové klece. Tyto teploty významně ovlivňují hodnoty odporu statorového vinutí a odporu rotorové klece a mají tedy významný dopad na výsledné parametry stroje. Začlenění teplotního modelu do výpočtů představuje moderní multidisciplinární způsob modelování v oblasti elektrických strojů. Vytvořený tepelný model je založen na použití metody tepelných sítí. Vytvoření tepelného modelu stroje tvoří rovněž významnou a přínosnou část této disertační práce. U výsledného modelu byly laděny některé jeho parametry na základě laboratorních měření oteplovacích charakteristik. Tím bylo možné docílit, že model vykazuje velmi dobrou přesnost a to i v širokém rozsahu otáček a momentu.

---

Dále byl vytvořen vázaný model asynchronního motoru. Jedná se o velmi přesný model stroje, který zohledňuje vzájemné interakce elektromagnetických a tepelných dějů ve stroji. S využitím tohoto modelu stroje bylo možné následně sestavit algoritmus pro hledání hodnot optimálních spřažených magnetických toků pro dosažení minimalizace ztrát při libovolně zvolené kombinaci momentu a otáček. Hodnoty nalezených optimálních hodnot byly experimentálně ověřeny. Z výsledků vyplývá, že vytvořené modely obou strojů dosahují velmi dobrých kvalit. Byla rovněž provedena citlivostní analýza vlivu případné nejistoty hodnot jednotlivých parametrů náhradního zapojení na vypočtené hodnoty optimálního toku a také na příslušné hodnoty statorového napětí a statorového kmitočtu.

Výsledky disertační práce mohou být v budoucnu využity k dalšímu posunu ve výzkumu. Pomocí vytvořeného algoritmu sloužícího k hledání optimálních hodnot spřažených magnetických toků je možné spočítat mapu optimálních toků (respektive statorových napětí a kmitočtů), v závislosti na momentu a otáčkách, která může být následně implementována do řídicích struktur pohonů s asynchronními motory. Výpočty mohou být provedeny pro různé kombinace teploty statorového vinutí a rotorové klece a v řídicím algoritmu je pak například možné použít tepelný model pro estimaci okamžitých hodnot těchto teplot.

Závěrem je možné konstatovat, že veškeré stanovené cíle disertační práce byly beze zbytku splněny.

# Literatura

- [1] Cipín, R.: *Modely asynchronních strojů*. Habilitační práce, Vysoké učení technické v Brně, Brno, 2017.
- [2] Pyrhönen, J.; Hrabovcová, V.; Semken, S.: *Electrical machine drives control: An introduction*. Chichester, West Sussex, United Kingdom: John Wiley & Sons, 2016, ISBN 9781119260455.
- [3] Quang, N. P.; Dittrich, J.-A.: *Vector control of three-phase AC machines: System development in the practice*. Springer, 2015, ISBN 978-3-540-79028-0.
- [4] Abu-Rub, H.; Iqbal, A.; Guzinsky, J.: *High performance control of AC drives with Matlab/Simulink models*. John Wiley & Sons, 2012, ISBN 9780470978290.
- [5] Doncker, R. D.; Pulle, D. W. J.; Veltman, A.: *Advanced electrical drives: Analysis, modeling, control*. Springer, 2011, ISBN 978-94-007-0179-3.
- [6] Veltman, A.; Pulle, D. W. J.; Doncker, R. D.: *Fundamentals of electrical drives*. Springer, 2007, ISBN 978-1-4020-5503-4.
- [7] Munoz, A.; Lipo, T.: Complex vector model of the squirrel-cage induction machine including instantaneous rotor bar currents. *IEEE Transactions on Industry Applications*, ročník 35, č. 6, 1999: s. 1332–1340, ISSN 00939994, doi:10.1109/28.806047.  
URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/806047/>
- [8] Ong, C.-M.: *Dynamic simulation of electric machinery*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall PTR, první vydání, 1998, ISBN 01-372-3785-5.
- [9] Novotny, D. W.; Lipo, T. A.: *Vector control and dynamics of AC drives*. New York: Oxford University Press, 1996, ISBN 01-985-6439-2.
- [10] Zorbas, N.; Neyland, B. A.: Derivation of Induction Motor Equivalent Circuit Using Space-Phasor Concepts. *IEEE Transactions on Education*, ročník E-30, č. 2, 1987: s. 90–97, ISSN 0018-9359, doi:10.1109/TE.1987.5570527.  
URL <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5570527>
- [11] Di Leonardo, L.; Popescu, M.; Tursini, M.; aj.: Finite Elements Model Co-Simulation of an Induction Motor Drive for Traction Application. In *IECON 2019 - 45th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, ročník 1, 2019, s. 1059–1065, doi:10.1109/IECON.2019.8926853.
- [12] Sadiku, M. N. O.: *Numerical techniques in electromagnetics with MATLAB*. Boca Raton, Fla.: CRC Press, třetí vydání, 2009, ISBN 14-200-6309-X.

- [13] Bianchi, N.: *Electrical machine analysis using finite elements*. Boca Raton, FL: Talor, 2005, ISBN 08-493-3399-7.
- [14] Bianchi, N.; Bolognani, S.; Comelato, G.: Finite element analysis of three-phase induction motors. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, ročník 14, č. 4, 1999: s. 1523–1528.  
URL <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=815100>
- [15] Dziwniel, P.; Piriou, F.; Ducreux, J.-P.; aj.: A time-stepped 2D-3D finite element method for induction motors with skewed slots modeling. *IEEE Transactions on Magnetics*, ročník 35, č. 3, 1999: s. 1262–1265, ISSN 00189464, doi:10.1109/20.767180.  
URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/767180/>
- [16] Salon, S.: *Finite element analysis of electrical machines*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1995, ISBN 07-923-9594-8.
- [17] Yamazaki, K.; Suzuki, A.; Ohto, M.; aj.: Equivalent Circuit Modeling of Induction Motors Considering Stray Load Loss and Harmonic Torques Using Finite Element Method. *IEEE Transactions on Magnetics*, ročník 47, č. 5, 2011: s. 986–989, doi:10.1109/TMAG.2010.2087375.
- [18] Raptis, D. S.; Kladas, A. G.; Tegopoulos, J. A.: Accurate Induction Motor Estimator Based on Magnetic Field Analysis. *IEEE Transactions on Magnetics*, ročník 44, č. 6, 2008: s. 1574–1577, doi:10.1109/TMAG.2007.915848.
- [19] Tatis, K.; Kladas, A.; Tegopoulos, J.: Harmonic iron loss determination in laminated iron cores by using a particular 3-D finite-element model. *IEEE Transactions on Magnetics*, ročník 40, č. 2, 2004: s. 860–863, doi:10.1109/TMAG.2004.825174.
- [20] Yahiaoui, A.; Bouillault, F.: 2D and 3D numerical computation of electrical parameters of an induction motor. *IEEE Transactions on Magnetics*, ročník 30, č. 5, 1994: s. 3690–3692, doi:10.1109/20.312742.
- [21] Pyrhonen, J.; Jokinen, T.; Hrabovcová, V.: *Design of rotating electrical machines*. John Wiley & Sons, druhé vydání, 2013, ISBN 978-1-118-58157-5.
- [22] Kopylov, I. P.: *Stavba elektrických strojů*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, první vydání, 1988.
- [23] Brázda, M.; Staňa, R.: *Výpočet asynchronního motoru*. Brno: VÚES, 1973.
- [24] Patočka, M.: *Magnetické jevy a obvody ve výkonové elektronice, měřicí technice a silnoproudé elektrotechnice*. Brno: VUTIUM, první vydání, 2011, ISBN 978-80-214-4003-6.
- [25] Běloušek, J.: *Trakční pohony s asynchronním motorem*. Disertační práce, Vysoké učení technické v Brně, Brno, 2013.
- [26] Lettl, J.; Fligl, S.; Bauer, J.; aj.: Comparison of Gamma and T Models for Converter Controlled Induction Machine Drives. In *Progress In Electromagnetics Research Symposium Proceedings*, 2012, ISBN 978-1-62748-164-9, ISSN 1559-9450, s. 925–928.
- [27] IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators. *IEEE Std 112-2017 (Revision of IEEE Std 112-2004)*, 2018: s. 1–115, doi:10.1109/IEEESTD.2018.8291810.
- [28] ČSN EN 60034-2-1 *Točivé elektrické stroje - Část 2-1: Standardní metody určování ztrát a účinnosti ze zkoušek (s výjimkou strojů pro trakční vozidla)*. Druhé vydání, 2015.

- [29] Cipín, R.: *Moderní matematické metody syntézy a analýzy vinutí střídacích strojů*. Disertační práce, Vysoké učení technické v Brně, Brno, 2012.
- [30] Vorel, P.; Huták, P.; Procházka, P.: Maximum efficiency of an induction machine operating in a wide range of speed and torque - part 1 (theoretical analysis). In *2010 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, 2010, ISSN 2163-5145, s. 1364–1371, doi:10.1109/ISIE.2010.5637184.
- [31] Kirschen, D. S.; Novotny, D. W.; Suwanwisoot, W.: Minimizing Induction Motor Losses by Excitation Control in Variable Frequency Drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*, ročník IA-20, č. 5, 1984: s. 1244–1250, doi:10.1109/TIA.1984.4504590.
- [32] Odhano, S. A.; Bojoi, R.; Boglietti, A.; aj.: Maximum Efficiency per Torque Direct Flux Vector Control of Induction Motor Drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*, ročník 51, č. 6, 2015: s. 4415–4424, ISSN 0093-9994, doi:10.1109/TIA.2015.2448682.  
URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/7131533/>
- [33] Tazerart, F.; Mokrani, Z.; Rekioua, D.; aj.: Direct torque control implementation with losses minimization of induction motor for electric vehicle applications with high operating life of the battery. *International Journal of Hydrogen Energy*, ročník 40, č. 39, 2015: s. 13827–13838, ISSN 03603199, doi:10.1016/j.ijhydene.2015.04.052.  
URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360319915009404>
- [34] Karlovský, P.; Lettl, J.; Bauer, J.: Optimum Flux Search Control on Induction Motor Drive with Predictive Torque Control. In *2020 21st International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE)*, 2020, s. 1–5, doi:10.1109/EPE51172.2020.9269212.
- [35] Bazzi, A. M.; Krein, P. T.: Review of Methods for Real-Time Loss Minimization in Induction Machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, ročník 46, č. 6, 2010: s. 2319–2328, ISSN 00939994, doi:10.1109/TIA.2010.2070475.  
URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/5559417/>
- [36] Kioskeridis, I.; Margaris, N.: Loss minimization in induction motor adjustable-speed drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, ročník 43, č. 1, 1996: s. 226–231, doi:10.1109/41.481429.
- [37] Kioskeridis, I.; Margaris, N.: Loss minimization in scalar-controlled induction motor drives with search controllers. *IEEE Transactions on Power Electronics*, ročník 11, č. 2, 1996: s. 213–220, doi:10.1109/63.486168.
- [38] Abrahamsen, F.; Blaabjerg, F.; Pedersen, J.; aj.: On the energy optimized control of standard and high-efficiency induction motors in CT and HVAC applications. *IEEE Transactions on Industry Applications*, ročník 34, č. 4, 1998: s. 822–831, doi:10.1109/28.703985.
- [39] Abrahamsen, F.; Blaabjerg, F.; Pedersen, J.; aj.: Efficiency-optimized control of medium-size induction motor drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*, ročník 37, č. 6, 2001: s. 1761–1767, doi:10.1109/28.968189.
- [40] Famouri, P.; Cathey, J.: Loss minimization control of an induction motor drive. *IEEE Transactions on Industry Applications*, ročník 27, č. 1, 1991: s. 32–37, doi:10.1109/28.67529.
- [41] Patočka, M.: *Vybrané statě z výkonové elektroniky: Svazek I - Tepelné jevy a činný výkon*. Brno: Novpress, Čtvrté vydání, 2010, ISBN 978-80-214-4176-0.

- [42] Bašta, J.; Mayer, I.; Chládek, J.: *Teorie elektrických strojů*. Praha: SNTL, první vydání, 1968.
- [43] Akbaba, M.; Taleb, M.; Rumeli, A.: Improved estimation of induction machine parameters. *Electric Power System Research*, ročník 34, č. 7, 1995: str. 9.
- [44] Košťál, J.: Teplotní závislost odporu kovových vodičů. *Elektro*, ročník 2007, č. 1, 2007: s. 22–23.  
URL <http://www.odbornecasopisy.cz/res/pdf/36489.pdf>
- [45] Yicheng Chen; Pillay, P.: An improved formula for lamination core loss calculations in machines operating with high frequency and high flux density excitation. In *Conference Record of the 2002 IEEE Industry Applications Conference. 37th IAS Annual Meeting (Cat. No.02CH37344)*, ročník 2, 2002, ISSN 0197-2618, s. 759–766 vol.2, doi:10.1109/IAS.2002.1042645.
- [46] Vítek, O.: *Vysokootáčkové elektrické motory*. Habilitační práce, Vysoké učení technické v Brně, Brno, 2016.
- [47] Patočka, M.: *Vybrané statě z výkonové elektroniky: Svazek II - Pulsní měniče bez transformátoru*. Brno, 2005.
- [48] Hak, J.; Ošlejšek, O.: *Výpočet chlazení elektrických strojů*. Brno: Výzkumný a vývojový ústav elektrických strojů točivých, první vydání, 1973.
- [49] Ondruška, E.; Maloušek, A.: *Ventilace a chlazení elektrických strojů točivých*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, první vydání, 1985.
- [50] Dabala, K.: Analysis of mechanical losses in three-phase squirrel-cage induction motors. In *ICEMS'2001. Proceedings of the Fifth International Conference on Electrical Machines and Systems (IEEE Cat. No.01EX501)*, Int. Acad. Publishers, 2001, ISBN 7-5062-5115-9, s. 39–42, doi:10.1109/ICEMS.2001.970604.  
URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/970604/>
- [51] Çengel, Y. A.; Cimbala, J. M.: *Fluid mechanics: fundamentals and applications*. New York: McGraw-Hill, třetí vydání, 2014, ISBN 978-0-07-338032-2.
- [52] Tření ložiska, ztrátový výkon a rozběhový moment.  
URL <https://www.skf.com/cz/products/bearings-units-housings/principles/bearing-selection-process/operating-temperature-and-speed/friction-powerloss-startingtorque/index.html>
- [53] Sirigu, A. S.; Gallizio, F.; Giorgi, G.; aj.: Numerical and Experimental Identification of the Aerodynamic Power Losses of the ISWEC. *Journal of Marine Science and Engineering*, ročník 8, č. 1, 2020, ISSN 2077-1312, doi:10.3390/jmse8010049.  
URL <https://www.mdpi.com/2077-1312/8/1/49>
- [54] ATAS Elektromotory Náchod a.s. [online]. [cit. 2021-12-28].  
URL <http://www.atas.cz/>
- [55] EMP s.r.o. Slavkov u Brna [online]. [cit. 2021-12-28].  
URL <http://www.emp-slavkov.cz/>
- [56] Datasheet k teplotnímu senzoru PT100 [online]. [cit. 2022-02-07].  
URL <https://www.gme.cz/data/attachments/dsh.530-109.1.pdf>

- [57] Extremiana, G.; Abad, G.; Arza, J.; aj.: Rotor flux oriented control of induction machine based drives with compensation for the variation of all machine parameters. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, ročník 61, č. No 2, 2013: s. 309–324, doi: 10.2478/bpasts-2013-0029.  
URL [http://journals.pan.pl/Content/83695/PDF/03\\_paper.pdf](http://journals.pan.pl/Content/83695/PDF/03_paper.pdf)
- [58] Rashid, M. H.: *Power electronics handbook*. Čtvrté vydání, 2018, ISBN 978-0-12-811407-0.
- [59] List, V.; Hak, J.; kolektiv: *Elektrotechnika II: Elektrické stroje – část 1*. Brno: SNTL, první vydání, 1969.
- [60] Veg, L.: *Vlivy konstrukčního provedení na oteplení vysokorychlostního stroje s permanentními magnety*. Disertační práce, Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň, 2021.
- [61] Nair, D. G.: *Inverse Thermal Analysis of Electrical Machines*. Disertační práce, Aalto University, Helsinki, Finland, 2019.
- [62] Marlow, R.: *Advanced thermal management for a switched reluctance machine*. Disertační práce, McMaster University, Hamilton, Canada, 2015.
- [63] Nategh, S.: *Thermal Analysis and Management of High-Performance Electrical Machines*. Disertační práce, KTH School of Electrical Engineering, Stockholm, Sweden, 2013.
- [64] Pechánek, R.: *Ventilační a tepelná analýza trakčního asynchronního motoru*. Disertační práce, Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň, 2011.
- [65] Špérová, A.: *Výpočet oteplení elektrických točivých strojů metodou tepelných sítí*. Disertační práce, Vysoké učení technické v Brně, Brno, 2009.
- [66] Micallef, C.: *End winding cooling in electric machines*. Disertační práce, University of Nottingham, Nottingham, 2006.
- [67] Saari, J.: *Thermal Analysis of High-speed Induction Machines*. Disertační práce, Helsinki University of Technology, Helsinki, Finland, 1998.
- [68] Bousbaine, A.: *An Investigation into the Thermal Modelling of Induction Motors*. Disertační práce, University of Sheffield, Sheffield, 1993.
- [69] Çengel, Y. A.; Ghajar, A. J.: *Heat and mass transfer: fundamentals and applications*. New York: McGraw-Hill Education, páté vydání, 2015, ISBN 978-0-07-339818-1.
- [70] Bergman, T. L.; Lavine, A. S.: *Fundamentals of heat and mass transfer*. Hoboken: Wiley, osmé vydání, 2017, ISBN 978-1-119-32042-5.
- [71] Jícha, M.: *Přenos tepla a látky*. Brno: CERM, 2001, ISBN 80-214-2029-4.
- [72] Mellor, P.; Roberts, D.; Turner, D.: Lumped parameter thermal model for electrical machines of TEFC design. In *IEE Proceedings B Electric Power Applications*, ročník 138, 1991, ISSN 01437038, doi:10.1049/ip-b.1991.0025.  
URL <http://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ip-b.1991.0025>
- [73] Boglietti, A.; Cavagnino, A.; Lazzari, M.; aj.: A simplified thermal model for variable-speed self-cooled industrial induction motor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, ročník 39, č. 4, 2003: s. 945–952, doi:10.1109/TIA.2003.814555.



- [74] Boglietti, A.; Cavagnino, A.: Analysis of the Endwinding Cooling Effects in TEFC Induction Motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, ročník 43, č. 5, 2007: s. 1214–1222, doi:10.1109/TIA.2007.904399.
- [75] Staton, D.; Cavagnino, A.: Convection Heat Transfer and Flow Calculations Suitable for Analytical Modelling of Electric Machines. In *IECON 2006 - 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*, 2006, s. 4841–4846, doi:10.1109/IECON.2006.348143.
- [76] Staton, D.; Boglietti, A.; Cavagnino, A.: Solving the more difficult aspects of electric motor thermal analysis in small and medium size industrial induction motors. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, ročník 20, č. 3, 2005: s. 620–628, doi:10.1109/TEC.2005.847979.
- [77] Boglietti, A.; Cavagnino, A.; Parvis, M.; aj.: Evaluation of radiation thermal resistances in industrial motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, ročník 42, č. 3, May 2006: s. 688–693, ISSN 1939-9367, doi:10.1109/TIA.2006.873655.
- [78] Soderberg, C. R.: Steady Flow of Heat in Large Turbine-Generators. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, ročník 50, č. 2, 1931: s. 782–798, doi:10.1109/T-AIEE.1931.5055870.
- [79] Hak, J.: *Proudění tepla v elektrických strojích: část 1 – problémy symetrické*. Brno: MEZ Brno, první vydání, 1951.
- [80] Hak, J.: *Proudění tepla v elektrických strojích: část 2 – problémy nesymetrické*. Brno: MEZ Brno, první vydání, 1952.
- [81] Hynšt, R.; Nečasová, D.; Pokora, L.; aj.: *Výpočet chlazení asynchronního motoru nakrátko, provedení IP 44, s žebrovanou kostrou, bez vnitř. oběhu vzduchu*. Brno: VÚES, 1969.
- [82] Boglietti, A.; Cavagnino, A.; Staton, D.; aj.: Evolution and Modern Approaches for Thermal Analysis of Electrical Machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, ročník 56, č. 3, 2009: s. 871–882, doi:10.1109/TIE.2008.2011622.
- [83] Datasheet k teplotnímu senzoru PT1000 [online]. [cit. 2022-02-07].  
URL <https://www.gme.cz/data/attachments/dsh.530-110.1.pdf>
- [84] Toman, M.: *Vázané modelování asynchronního motoru metodou fyzikálního modelování*. Diplomová práce, VUT v Brně, Brno, 2015.
- [85] U.S. Committee on Extension of the Standard Atmosphere: *U.S. Standard Atmosphere*. Washington, D.C.: Government Printing Office, 1976.
- [86] Air – Thermophysical Properties. Engineering ToolBox [online]. 2001 [cit. 2020-05-08].  
URL [https://www.engineeringtoolbox.com/air-properties-d\\_156.html](https://www.engineeringtoolbox.com/air-properties-d_156.html)
- [87] Dixon, J. C.: *The Shock Absorber Handbook*. Chichester, UK: John Wiley & Sons Ltd, druhé vydání, 2007, ISBN 978-0-470-51020-9.
- [88] Sutherland, W.: LII. The viscosity of gases and molecular force. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, ročník 36, č. 223, 1893: s. 507–531, doi:10.1080/14786449308620508, <https://doi.org/10.1080/14786449308620508>.  
URL <https://doi.org/10.1080/14786449308620508>

- [89] Sutherland's law. CFD Online [online]. 2008 [cit. 2020-05-09].  
URL [https://www.cfd-online.com/Wiki/Sutherland's\\_law](https://www.cfd-online.com/Wiki/Sutherland's_law)
- [90] Regan, F. J.; Anandakrishnan, S. M.: *Dynamics of Atmospheric Re-Entry*. Washington, D.C.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, první vydání, 1993, ISBN 1-56347-048-9.
- [91] Molekulová fyzika. Univerzita Karlova [online]. [cit. 2021-02-01].  
URL [https://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz\\_fyziky\\_pro\\_DS/display.php/molekul/all](https://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz_fyziky_pro_DS/display.php/molekul/all)

# Seznam autorových publikací

## K tématu disertační práce

- [A1] Toman, M.: Analysis of Equivalent Thermal Conductivity of Winding Using FEM-Based Model. In *Proceedings of the 22nd Conference STUDENT EEICT 2021*, 2021, ISBN 978-80-214-5942-7, s. 544–548.
- [A2] Vorel, P.; Toman, M.; Martiš, J.: Induction Motor Control with Respect to Maximum Efficiency in a Wide Range of Speed and Torque. In *2019 International Conference on Electrical Drives & Power Electronics (EDPE) Proceedings*, IEEE, 2019, ISBN 978-1-7281-0388-4, s. 248–254, DOI: 10.1109/EDPE.2019.8883917.
- [A3] Toman, M.; Vorel, P.; Cipín, R.; aj.: Identification of Induction Motor Parameters Considering Sensitivity Analysis of Measured Quantities. In *2019 International Conference on Electrical Drives & Power Electronics (EDPE) Proceedings*, IEEE, 2019, ISBN 978-1-7281-0388-4, s. 298–302, DOI: 10.1109/EDPE.2019.8883869.
- [A4] Toman, M.; Cipín, R.; Vorel, P.: Výpočet optimálního spřaženého toku pro dosažení maximální účinnosti asynchronního motoru provozovaného v širokém rozsahu otáček a momentu. In *XXXVI. Celostátní konference o elektrických pohonech*, Plzeň, 2019, ISBN 978-80-02-02860-4, s. 1–6.
- [A5] Cipín, R.; Toman, M.; Procházka, P.; aj.: Nonlinear Equivalent Circuit of Induction Machine. In *Proceedings of the 2018 18th International Conference on Mechatronics - Mechatronika (ME)*, IEEE, 2018, ISBN 978-80-214-5543-6, s. 149–153.
- [A6] Mach, M.; Cipín, R.; Toman, M.; aj.: Impact of Number of Rotor Slots on Performance of Three-Phase and Single-Phase Induction Machines. In *Conference Proceedings 2018 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2018 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)*, IEEE, 2018, ISBN 978-1-5386-5185-8, s. 835–840, DOI: 10.1109/EEEIC.2018.8494514.
- [A7] Toman, M.; Vorel, P.; Cipín, R.; aj.: Algorithm for IM Optimal Flux Determination Respecting Nonlinearities and Thermal Influences. In *Conference Proceedings 2018 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2018 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)*, IEEE, 2018, ISBN 978-1-5386-5185-8, s. 1046–1050, DOI: 10.1109/EEEIC.2018.8493953.
- [A8] Toman, M.; Vorel, P.; Cipín, R.: Thermal Networks Respecting Asymmetric Cooling of Electrical Machine Parts. In *Proceedings of the 2018 18th International Conference on Mechatronics - Mechatronika (ME)*, IEEE, 2018, ISBN 978-80-214-5543-6, s. 516–521.

- [A9] Toman, M.; Vorel, P.; Cipín, R.; aj.: Identification of Induction Machine Electromagnetic Parameters for a Wide Range of Frequency and Flux Density. In *Mechatronics 2017*, Springer International Publishing, 2017, ISBN 978-3-319-65959-6, s. 289–295, DOI: 10.1007/978-3-319-65960-2\_36.
- [A10] Mach, M.; Cipín, R.; Toman, M.; aj.: Impact of Manufacturing Proces on Optimal Shape of Induction Machine Slots. In *Conference Proceedings 2017 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2017 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)*, IEEE, 2017, ISBN 978-1-5386-3917-7, s. 1107–1111, DOI: 10.1109/EEEIC.2017.7977589.
- [A11] Toman, M.; Vorel, P.; Cipín, R.; aj.: Application of Acceleration Method for Evaluation of Induction Motor Torque-Speed Characteristics. In *Conference Proceedings 2017 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2017 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)*, IEEE, 2017, ISBN 978-1-5386-3917-7, s. 1085–1088, DOI: 10.1109/EEEIC.2017.7977585.
- [A12] Cipín, R.; Mach, M.; Toman, M.; aj.: Measurement and Evaluation of DC Motor Starting Torque. In *Conference Proceedings 2017 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2017 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)*, IEEE, 2017, ISBN 978-1-5386-3917-7, s. 481–485, DOI: 10.1109/EEEIC.2017.7977475.
- [A13] Toman, M.: Thermal Model of Induction Machine and its Practical Verification. In *Proceedings of the 22nd Conference STUDENT EEICT 2016*, 2016, ISBN 978-80-214-5350-0, s. 497–501.

## Mimo téma disertační práce

- [A14] Bárta, J.; Knebl, L.; Toman, M.; aj.: Design and Analysis of 1.5kW, 1500 rpm Line-Start Permanent Magnet Synchronous Machine. In *2020 19th International Conference on Mechatronics - Mechatronika (ME)*, 2020, s. 1–5, DOI: 10.1109/ME49197.2020.9286655.
- [A15] Toman, M.; Cipín, R.; Vorel, P.: Thermal Model of Small Li-ion Battery Pack with Case Made of Phase Change Material. *ECS Transactions*, ročník 99, č. 1, 2020: s. 365–371, ISSN 1938-5862, DOI: 10.1149/09901.0365ecst.
- [A16] Cipín, R.; Toman, M.; Procházka, P.; aj.: Approximation of Battery Transfer Function Using Neural Network. *ECS Transactions*, ročník 99, č. 1, 2020: s. 351–356, ISSN 1938-5862, DOI: 10.1149/09901.0351ecst.
- [A17] Toman, M.; Cipín, R.; Vorel, P.: Thermal Model of Li-ion Battery Pack in PCM Case. In *Advanced Batteries, Accumulators and Fuel Cells - ABAF 21st*, Brno: Brno University of Technology, 2020, ISBN 978-80-214-5889-5, s. 181–183.
- [A18] Cipín, R.; Toman, M.; Procházka, P.; aj.: Approximation of Alkaline Battery Transfer Function Using Neural Network. In *Advanced Batteries, Accumulators and Fuel Cells - ABAF 21st*, Brno: Brno University of Technology, 2020, ISBN 978-80-214-5889-5, s. 140–142.
- [A19] Vorel, P.; Martiš, J.; Toman, M.: Simple BMS Circuit and Charger for a Li-ion Battery Pack 12 V. In *Advanced Batteries, Accumulators and Fuel Cells - ABAF 20th*, Brno: Brno University of Technology, 2019, ISBN 978-80-214-5774-4, s. 221–223.

- [A20] Vorel, P.; Martiš, J.; Toman, M.: Spínaný zdroj HCLV 120 kW. In XXXVI. Celostátní konference o elektrických pohonech, Plzeň, 2019, ISBN 978-80-02-02860-4, s. 1–6.
- [A21] Toman, M.; Cipín, R.; Vorel, P.; aj.: Dynamic Thermal Model for Cylindrical Battery Cell Temperature Modeling. *ECS Transactions*, ročník 95, č. 1, 2019: s. 371–377, ISSN 1938-5862, DOI: 10.1149/09501.0371ecst.
- [A22] Toman, M.; Cipín, R.; Vorel, P.; aj.: Dynamic Thermal Model of a Cylindrical Battery Cell. In *Advanced Batteries, Accumulators and Fuel Cells - ABAF 20th*, Brno: Brno University of Technology, 2019, ISBN 978-80-214-5774-4, s. 218–220.
- [A23] Vorel, P.; Martiš, J.; Toman, M.: Simple BMS Circuit and Charger for a Li-Ion Battery Pack 12 V. *ECS Transactions*, ročník 95, č. 1, 2019: s. 319–325, ISSN 1938-5862, DOI: 10.1149/09501.0319ecst.
- [A24] Cipín, R.; Toman, M.; Procházka, P.; aj.: Methods of SOC Estimation of Li-ion Batteries. *ECS Transactions*, ročník 95, č. 1, 2019: s. 365–370, ISSN 1938-5862, DOI: 10.1149/09501.0365ecst.
- [A25] Cipín, R.; Toman, M.; Procházka, P.; aj.: Estimation of SOC of Li-ion Batteries. In *Advanced Batteries, Accumulators and Fuel Cells - ABAF 20th*, Brno: Brno University of Technology, 2019, ISBN 978-80-214-5774-4, s. 172–174.
- [A26] Cipín, R.; Toman, M.; Procházka, P.; aj.: Identification of Li-ion Battery Model Parameters. In *2019 International Conference on Electrical Drives & Power Electronics (EDPE) Proceedings*, IEEE, 2019, ISBN 978-1-7281-0388-4, s. 225–229, DOI: 10.1109/EDPE.2019.8883926.
- [A27] Vorel, P.; Červinka, D.; Toman, M.; aj.: Durability of a Li-ion Battery Pack. *ECS Transactions*, ročník 87, č. 1, 2018: s. 247–252, ISSN 1938-5862, DOI: 10.1149/08701.0247ecst.
- [A28] Vorel, P.; Červinka, D.; Toman, M.; aj.: Durability of a Li-ion Battery Pack. In *Advanced Batteries, Accumulators and Fuel Cells - ABAF 19th*, Brno: Brno University of Technology, 2018, ISBN 978-80-214-5651-8, s. 66–68.
- [A29] Toman, M.; Cipín, R.; Vorel, P.: Thermal Network for Battery Cell Temperature Modeling. *ECS Transactions*, ročník 87, č. 1, 2018: s. 285–290, ISSN 1938-5862, DOI: 10.1149/08701.0285ecst.
- [A30] Toman, M.; Cipín, R.; Vorel, P.: Thermal Model of Cylindrical Battery Cell. In *Advanced Batteries, Accumulators and Fuel Cells - ABAF 19th*, Brno: Brno University of Technology, 2018, ISBN 978-80-214-5651-8, s. 187–189.
- [A31] Cipín, R.; Toman, M.; Procházka, P.; aj.: High-Frequency Model of Battery in Form of Transfer Function. *ECS Transactions*, ročník 87, č. 1, 2018: s. 269–274, ISSN 1938-5862, DOI: 10.1149/08701.0269ecst.
- [A32] Cipín, R.; Toman, M.; Procházka, P.; aj.: High-Frequency Model of Alkaline Battery in Form of Transfer Function. In *Advanced Batteries, Accumulators and Fuel Cells - ABAF 19th*, Brno: Brno University of Technology, 2018, ISBN 978-80-214-5651-8, s. 153–155.
- [A33] Cipín, R.; Toman, M.; Knobloch, J.: Estimation of Primary Cell Parameters. In *Advanced Batteries, Accumulators and Fuel Cells - ABAF 18th*, Brno: Brno University of Technology, 2017, ISBN 978-80-214-5529-0, s. 176–178.
- [A34] Toman, M.; Vorel, P.; Cipín, R.: Thermal Calculation of Li-Ion Battery Pack. *ECS Transactions*, ročník 81, č. 1, 2017: s. 105–110, ISSN 1938-5862, DOI: 10.1149/08101.0105ecst.

- [A35] Toman, M.; Vorel, P.; Cipín, R.: Thermal Calculation of Li-Ion Battery Pack. In *Advanced Batteries, Accumulators and Fuel Cells - ABAF 18th*, Brno: Brno University of Technology, 2017, ISBN 978-80-214-5529-0, s. 173–175.
- [A36] Cipín, R.; Toman, M.; Knobloch, J.: Estimation of Alkaline Battery Parameters. *ECS Transactions*, ročník 81, č. 1, 2017: s. 163–168, ISSN 1938-5862, DOI: 10.1149/08101.0163ecst.
- [A37] Toman, M.; Vorel, P.; Cipín, R.; aj.: Li-ion Battery Charging Efficiency. *ECS Transactions*, ročník 74, č. 1, 2016: s. 37–43, ISSN 1938-5862, DOI: 10.1149/07401.0037ecst.
- [A38] Vorel, P.; Červinka, D.; Procházka, P.; aj.: High Efficiency Fast-Chargers for Lead-Acid Batteries. *ECS Transactions*, ročník 74, č. 1, 2016: s. 23–30, ISSN 1938-5862, DOI: 10.1149/07401.0023ecst.
- [A39] Martiš, J.; Vorel, P.; Cipín, R.; aj.: Compact High-efficiency Li-Ion Fast-charger. In *Advanced Batteries, Accumulators and Fuel Cells - ABAF 17th*, Brno: Brno University of Technology, 2016, ISBN 978-80-214-5384-5, s. 10–11.
- [A40] Cipín, R.; Procházka, P.; Toman, M.; aj.: Automatic Li-ion Battery Measuring Stand. In *Advanced Batteries, Accumulators and Fuel Cells - ABAF 17th*, Brno: Brno University of Technology, 2016, ISBN 978-80-214-5384-5, s. 19–22.
- [A41] Martiš, J.; Vorel, P.; Cipín, R.; aj.: Compact High-efficiency Li-Ion Fast-charger. *ECS Transactions*, ročník 74, č. 1, 2016: s. 17–22, ISSN 1938-5862, DOI: 10.1149/07401.0017ecst.
- [A42] Vorel, P.; Červinka, D.; Procházka, P.; aj.: High Efficiency Fast-Chargers for Lead-Acid Batteries. In *Advanced Batteries, Accumulators and Fuel Cells - ABAF 17th*, Brno: Brno University of Technology, 2016, ISBN 978-80-214-5384-5, s. 32–34.
- [A43] Cipín, R.; Procházka, P.; Toman, M.; aj.: Automatic Li-ion Accumulator Measuring Stand. *ECS Transactions*, ročník 74, č. 1, 2016: s. 77–83, ISSN 1938-5862, DOI: 10.1149/07401.0077ecst.
- [A44] Toman, M.; Vorel, P.; Cipín, R.; aj.: Li-ion Battery Charging Efficiency. In *Advanced Batteries, Accumulators and Fuel Cells - ABAF 17th*, Brno: Brno University of Technology, 2016, ISBN 978-80-214-5384-5, s. 28–31.

# Curriculum Vitae

**Jméno:** Marek Toman  
**Narozen:** 1990 v Kyjově  
**Kontakt:** marek.toman@vut.cz, marektoman01@gmail.com

## Vzdělání:

2015 – 2022	Doktorské studium, UVEE FEKT VUT v Brně Silnoproudá elektrotechnika a elektroenergetika
2013 – 2015	Magisterské studium, ÚMTMB FSI VUT v Brně Aplikované vědy v inženýrství: Mechatronika
2009 – 2013	Bakalářské studium, ÚMTMB FSI VUT v Brně Aplikované vědy v inženýrství: Mechatronika
2005 – 2009	ISŠ-COP Olomoucká 61, Brno Mechanik elektronik: zaměření na mechatroniku

## Pracovní zkušenosti:

2015 – současnost	Technicko-hospodářský pracovník UVEE FEKT VUT v Brně
-------------------	---

## Zahraniční pobyty a stáže:

září – listopad 2021	Johannes Kepler Universität Linz, Rakousko Tříměsíční pracovní stáž
----------------------	--

## Účast na řešení projektů:

2020 – současnost	FEKT-S-20-6379 – Moderní technologie v elektrických pohonech a přístrojích
2019 – současnost	TK02030119 – Technologie vysokootáčkových systémů pro využití v oblasti termonukleární fúze
2018 – 2019	TJ01000433 – Stroje s vysokou účinností spouštěné ze sítě

# **Dodatky**



# A | Výpočet vlastností vzduchu v závislosti na teplotě a tlaku

V tepelných výpočtech je často potřeba znát některé fyzikální vlastnosti vzduchu. Jedná se především o hustotu  $\rho$ , dynamickou viskozitu  $\mu$ , měrnou tepelnou vodivost  $\lambda$  a měrnou tepelnou kapacitu za konstantního tlaku  $c_p$ . Tyto veličiny jsou využívány například při výpočtu součinitelů přestupu tepla, viz kapitola 5.1.3, případně při výpočtu tepelné kapacity chladicího vzduchu.

Všechny zmíněné veličiny jsou za běžných podmínek závislé na teplotě a hustota také na tlaku [51, 85]. V literatuře je možné hodnoty uvedených veličin nalézt v závislosti na teplotě (hustotu také na tlaku) ve formě tabulkových hodnot, viz např. [69, 70, 86]. Jednotlivé hodnoty jsou však udávány pro omezené množství teplot a tlaků, takže je nutné tabulková data interpolovat nebo aproximovat polynomickými funkcemi, pokud je například potřeba znát hodnotu některé veličiny pro jinou teplotu, než takovou, jaká je uvedena v tabulce. Oba tyto přístupy, tj. interpolace tabulkových dat nebo jejich aproximace polynomy může mít řadu nevýhod.

V případě lineární interpolace tabulkových hodnot je například nutné zadávat velké množství dat do výpočetního programu. Při aproximaci dat polynomy pak může být nevýhodou, že výsledné vztahy nepopisují fyzikální podstatu příslušných závislostí.

Jednou z možností je tedy použití vztahů vycházejících ze samotné kinetické teorie plynů, díky kterým je možné přímo počítat vlastnosti vzduchu v závislosti na teplotě, případně tlaku. Tento přístup byl zvolen v této práci, jelikož se jedná o poměrně jednoduché, ale jak bude dále ukázáno, velmi přesné vztahy, ze kterých je navíc zřejmá fyzikální podstata daných závislostí.

Hledání příslušných vztahů vycházejících z kinetické teorie plynů byla věnována značná pozornost a jsou uvedeny v následujícím textu. U jednotlivých veličin je uvedeno grafické srovnání vypočtených hodnot s využitím příslušných vztahů s tabulkovými hodnotami běžně udávanými v literatuře. Všechny grafy jsou vykresleny v rozsahu od  $-200\text{ }^\circ\text{C}$  do  $1200\text{ }^\circ\text{C}$  (mimo tento rozsah se už data z jednotlivých literárních zdrojů začala výrazně odlišovat). Pro účely výpočtů v této práci je tento rozsah plně dostatečný. V grafech jsou uvedeny také relativní chyby vypočtených hodnot vzhledem k hodnotám tabulkovým. Ve všech případech byly relativní chyby určeny podle rovnice

$$\delta_{\text{rel}} = \frac{y_{\text{vyp}} - y_{\text{tab}}}{y_{\text{tab}}} \cdot 100 [\%], \quad (\text{A.1})$$

kde  $\delta_{\text{rel}}$  je relativní chyba,  $y_{\text{vyp}}$  je vypočtená hodnota a  $y_{\text{tab}}$  je tabulková hodnota.

Většina níže uvedených vztahů pracuje s absolutní teplotou, která se určí podle rovnice

$$T = \vartheta + 273,15, \quad (\text{A.2})$$

kde  $T$  je absolutní teplota v Kelvinech a  $\vartheta$  je teplota ve stupních Celsia.

## A.1 Hustota

Pro výpočet hustoty vzduchu je možné použít stavovou rovnici, kterou je možné vyjádřit ve tvaru

$$\rho = \frac{p}{rT}, \quad (\text{A.3})$$

kde  $p$  je tlak,  $T$  je absolutní teplota v Kelvinech, která se určí podle rovnice (A.2) a  $r$  je měrná plynová konstanta. Vidíme, že hustota vzduchu (obecně plynů) je závislá na teplotě i tlaku.

Pro vzduch je možné použít hodnotu<sup>1</sup>  $r = 287,05 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ , viz [86,87]. S touto hodnotou byl vypočten průběh vykreslený černou spojitou čarou na obrázku<sup>2</sup> A.1. Výpočet byl proveden pro atmosférický tlak  $1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa}$ , jelikož tomuto tlaku odpovídají i uvedené tabulkové hodnoty, které jsou v obrázku vykresleny ve formě bodů. Literární zdroje uvedených tabulkových hodnot a jejich přiřazení k legendě je uvedeno v popisu obrázku. Na pravé svislé ose je možné odečítat relativní chyby vypočtených hodnot vzhledem k tabulkovým hodnotám. Je možné vidět, že chyby vypočtených hodnot oproti tabulkovým hodnotám jsou velmi malé. Spíše je nutné dodat, že mezi tabulkovými hodnotami různých autorů jsou určité rozdíly. U ostatních veličin uvedených dále jsou tyto rozdíly ještě výraznější.

## A.2 Viskozita

Nejprve je potřeba zmínit, že je nutné rozlišovat mezi kinematickou viskozitou  $\nu$  a dynamickou viskozitou  $\mu$ . Pozornost bude věnována nejprve viskozitě dynamické. Ta, na rozdíl od hustoty, není za běžných podmínek závislá na tlaku, ale pouze na teplotě. Závislost dynamické viskozity na teplotě popsal již v roce 1893 australský fyzik William Sutherland [88] a proto bývá příslušná rovnice popisující tuto závislost často označována jako Sutherlandův vzorec (v angl. Sutherland's law). Sutherlandův vzorec je možné v literatuře najít ve dvou podobách, které se liší počtem koeficientů. Matematicky jsou obě tyto rovnice ekvivalentní. V prvním případě se jedná o tvar [88,89]

$$\mu = \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{1,5} \frac{T_0 + S}{T + S}, \quad (\text{A.4})$$

kde  $\mu_0$  je referenční hodnota dynamické viskozity při referenční teplotě  $T_0$  v Kelvinech a  $S$  je konstanta (často označovaná jako Sutherlandův koeficient), která má rozměr teploty v Kelvinech.

Mnohem častěji se Sutherlandův vzorec vyskytuje ve tvaru [51,89,90]

$$\mu = \frac{AT^{1,5}}{T + S} = \frac{A\sqrt{T}}{1 + S/T}, \quad (\text{A.5})$$

kde pro vzniklou konstantu  $A$  platí

$$A = \frac{\mu_0}{T_0^{1,5}} (T_0 + S). \quad (\text{A.6})$$

Pro vzduch jsou v literatuře nejčastěji udávány konstanty  $\mu_0 = 1,716 \cdot 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ ,  $T_0 = 273,15 \text{ K}$ ,  $A = 1,458 \cdot 10^{-6} \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{K}^{1/2})$  a  $S = 110,4 \text{ K}$  [51,85,89,90].

<sup>1</sup>S touto hodnotou bylo dosaženo nejlepší shody mezi vypočtenými a tabulkovými hodnotami. Mnoho zdrojů udává pro vzduch  $r = 287,0 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ , viz např. [51,85].

<sup>2</sup>Poznamenejme, že obrázek je pro přehlednost vykreslen v závislosti na teplotě ve stupních Celsia, ale do výpočtů je nutné dosazovat teplotu v Kelvinech. To stejné bude platit i v následujících případech.

Na obrázku A.2 je provedeno porovnání vypočtené závislosti  $\mu = \mu(\vartheta)$  s tabulkovými hodnotami z různých zdrojů. Výpočet byl proveden podle rovnice (A.5) s výše uvedenými koeficienty. Vypočtená závislost je v obrázku vykreslena černou spojitou čarou. Přerušovanými čarami jsou vykresleny relativní odchylky vypočtených hodnot od dat z jednotlivých citovaných zdrojů. Tyto chyby jsou opět velmi malé. V rozsahu od  $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ , což je pro nás dostatečně velký rozsah, je to u dat od dvou ze tří citovaných autorů méně než 1 %.

Na závěr dodejme, že kinematickou viskozitu  $\nu$  je možné určit s využitím vztahu [51, 85, 90]

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (\text{A.7})$$

### A.3 Měrná tepelná vodivost

Měrnou tepelnou vodivost vzduchu je možné za běžných podmínek opět považovat za nezávislou na tlaku, ale závislou pouze na teplotě. Tuto závislost je možné vyjádřit rovnicí [85, 90]

$$\lambda = \frac{2,64638 \cdot 10^{-3} \cdot T^{1,5}}{T + 245,4 \cdot 10^{-12/T}} [\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]. \quad (\text{A.8})$$

Jedná se o rovnici, která se velmi podobá Sutherlandově rovnici (A.5). Na obrázku A.3 je vykreslena závislost měrné tepelné vodivosti vzduchu na teplotě vypočtená podle (A.8) a její porovnání s tabulkovými hodnotami z různých zdrojů. V rozsahu teplot od  $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $200\text{ }^{\circ}\text{C}$  leží relativní chyby hodnot získaných výpočtem podle rovnice (A.8) pod 1 % v porovnání s tabulkovými hodnotami od dvou ze tří citovaných autorů.

### A.4 Měrná tepelná kapacita

U plynů je nutné rozlišovat měrnou tepelnou kapacitu při konstantním tlaku  $c_p$  a měrnou tepelnou kapacitu při konstantním objemu  $c_v$ . Jejich použití se liší tím, zda změna teploty plynu probíhá při konstantním tlaku nebo při konstantním objemu<sup>3</sup>.

Nejprve bude probrána měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku  $c_p$ , se kterou je možné se ve většině praktických případů setkat nejčastěji. Pro její popis se nepodařilo v literatuře najít analytickou rovnici, tak jako u předchozích veličin. Některé zdroje udávají pouze polynomické závislosti na teplotě, viz např. [87]. Uvedená závislost však vykazovala značnou chybu oproti použitým tabulkovým hodnotám. Proto byla vytvořena vlastní polynomická závislost 4. řádu na základě tabulkových hodnot z [69, 70, 86]. Odvozená závislost má tvar

$$c_p = 1003,635 + 2,044 \cdot 10^{-2} \cdot \vartheta + 5,534 \cdot 10^{-4} \cdot \vartheta^2 \dots - 5,723 \cdot 10^{-7} \cdot \vartheta^3 + 1,79 \cdot 10^{-10} \cdot \vartheta^4 [\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})], \quad (\text{A.9})$$

kde  $\vartheta$  je teplota ve stupních Celsia. Je zřejmé, že uvedená rovnice nemůže dokazovat, že měrná tepelná kapacita je nezávislá na tlaku, tak jako tomu bylo u předchozích rovnic. Podle [91] je však měrná tepelná kapacita skutečně závislá pouze na teplotě a nikoli na tlaku a je možné

<sup>3</sup>Rozdíl vychází z toho, že plyn při změně teploty nekoná při konstantním objemu práci, ale při konstantním tlaku ano. U pevných a kapalných látek je obvykle možné obě hodnoty považovat za stejně velké. Rozdíl mezi měrnou tepelnou kapacitou za konstantního tlaku a za konstantního objemu je u ideálních plynů dán tzv. Mayerovým vztahem, viz rovnice (A.10).

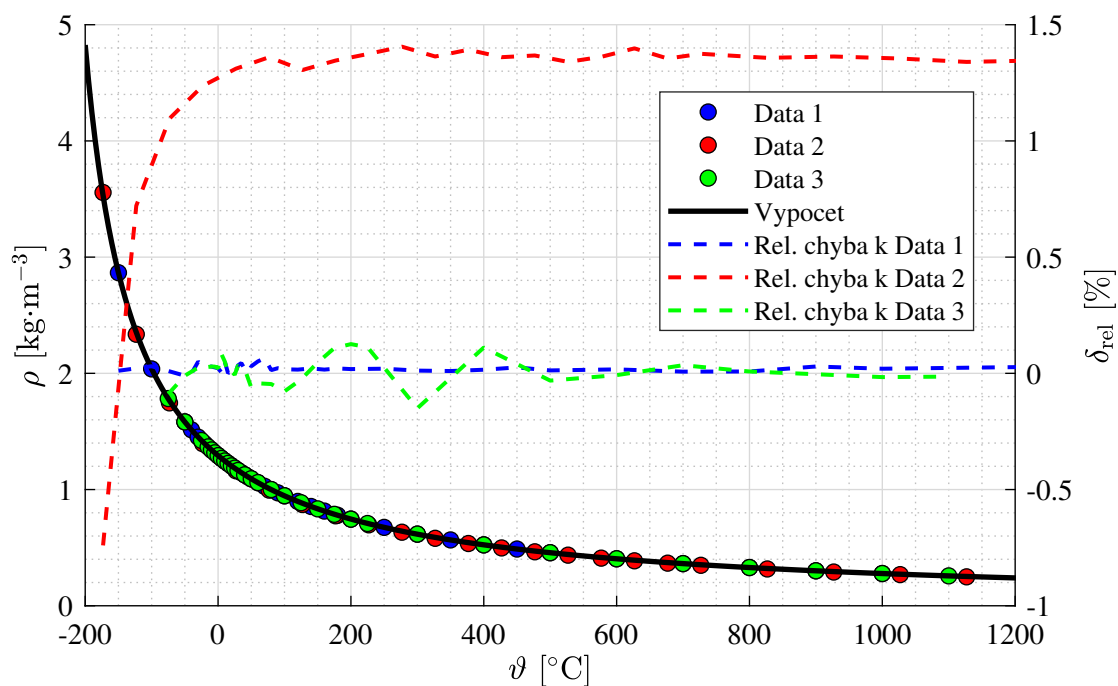
konstatovat, že rovnici (A.9) je možné použít za stejných podmínek, jako dříve uvedené rovnice pro výpočet vlastností vzduchu, tj. pokud vzduch splňuje vlastnosti ideálního plynu.

Na obrázku A.4 je uvedena závislost měrné tepelné kapacity vzduchu za konstantního tlaku na teplotě vypočtená podle rovnice (A.9) a její porovnání s tabulkovými hodnotami. Jelikož se jedná o proložení polynomem, jsou relativní odchylky vypočtených hodnot vzhledem k původním tabulkovým hodnotám velmi malé. Je také vhodné zmínit, že v rozsahu teplot od  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $150\text{ }^{\circ}\text{C}$ , což je dostatečný rozsah pro účely této práce, se měrná tepelná kapacita příliš nemění. Nedopustíme se tedy velké chyby, pokud v celém tomto rozsahu použijeme přibližnou hodnotu  $c_p = 1005\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ .

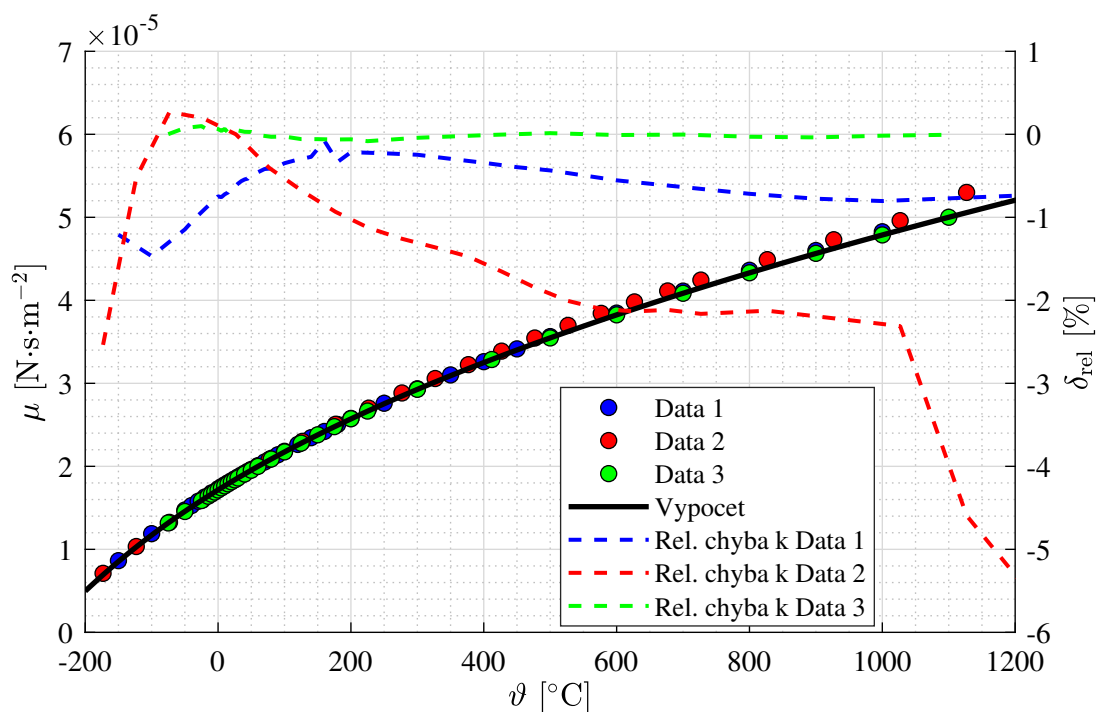
Na závěr uvedeme rovnici pro výpočet měrné tepelné kapacity za konstantního objemu  $c_v$ , kdy je možné použít tzv. Mayerův vztah platný pro ideální plyny [91]

$$c_v = c_p - r, \quad (\text{A.10})$$

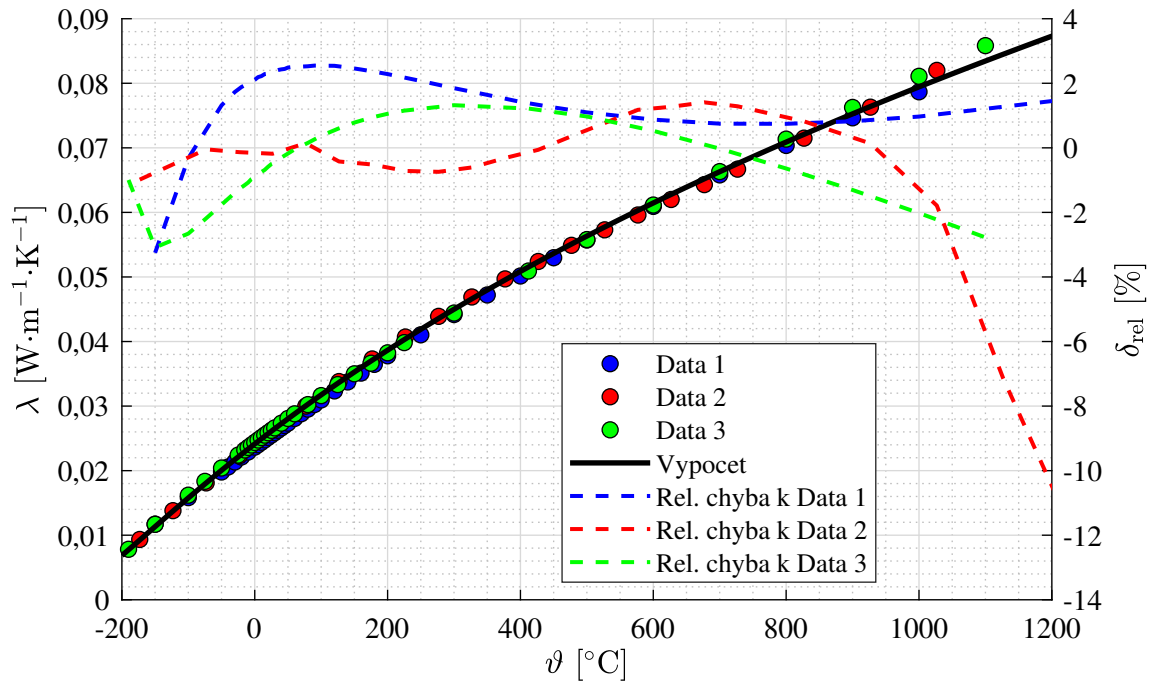
kde  $c_p$  je měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku určená rovnicí (A.9) a  $r$  je měrná plynová konstanta.



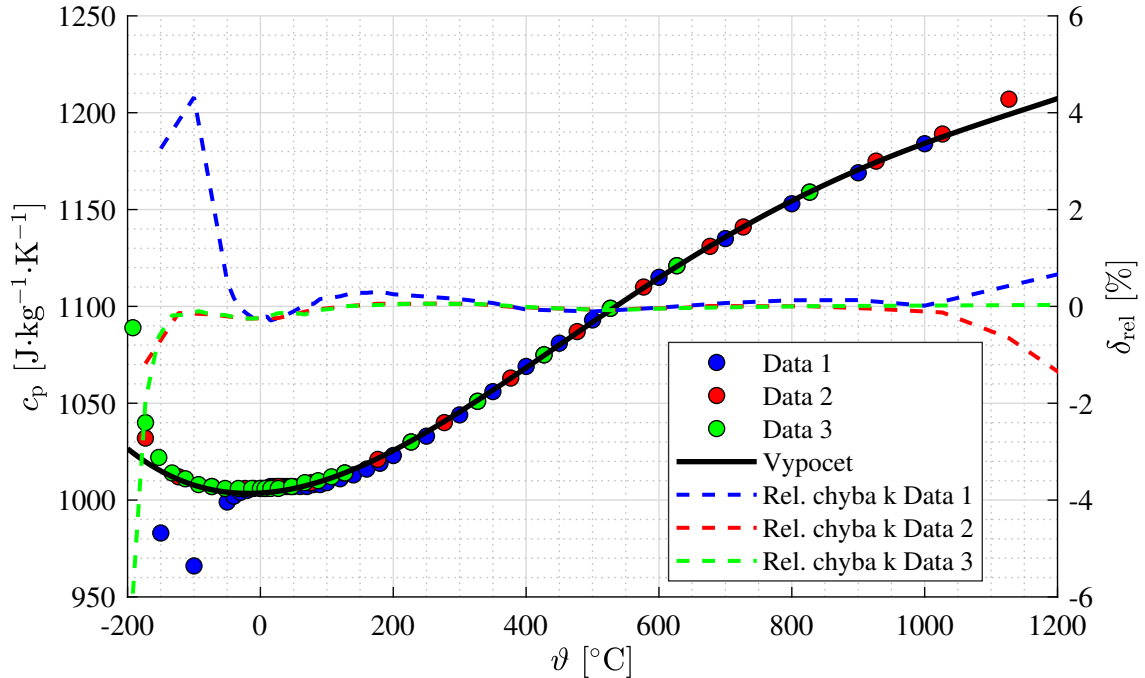
**Obr. A.1:** Porovnání vypočtené hustoty vzduchu v závislosti na teplotě s tabulkovými hodnotami z různých zdrojů. Výpočet proveden podle rovnice (A.3). Tabulkové hodnoty jsou použity ze zdrojů: Data 1 – [69], Data 2 – [70], Data 3 – [86]. Hodnoty odpovídají atmosférickému tlaku 1 atm = 101 325 Pa.



**Obr. A.2:** Porovnání vypočtené dynamické viskozity vzduchu v závislosti na teplotě s tabulkovými hodnotami z různých zdrojů. Výpočet proveden podle rovnice (A.5). Tabulkové hodnoty jsou použity ze zdrojů: Data 1 – [69], Data 2 – [70], Data 3 – [86].



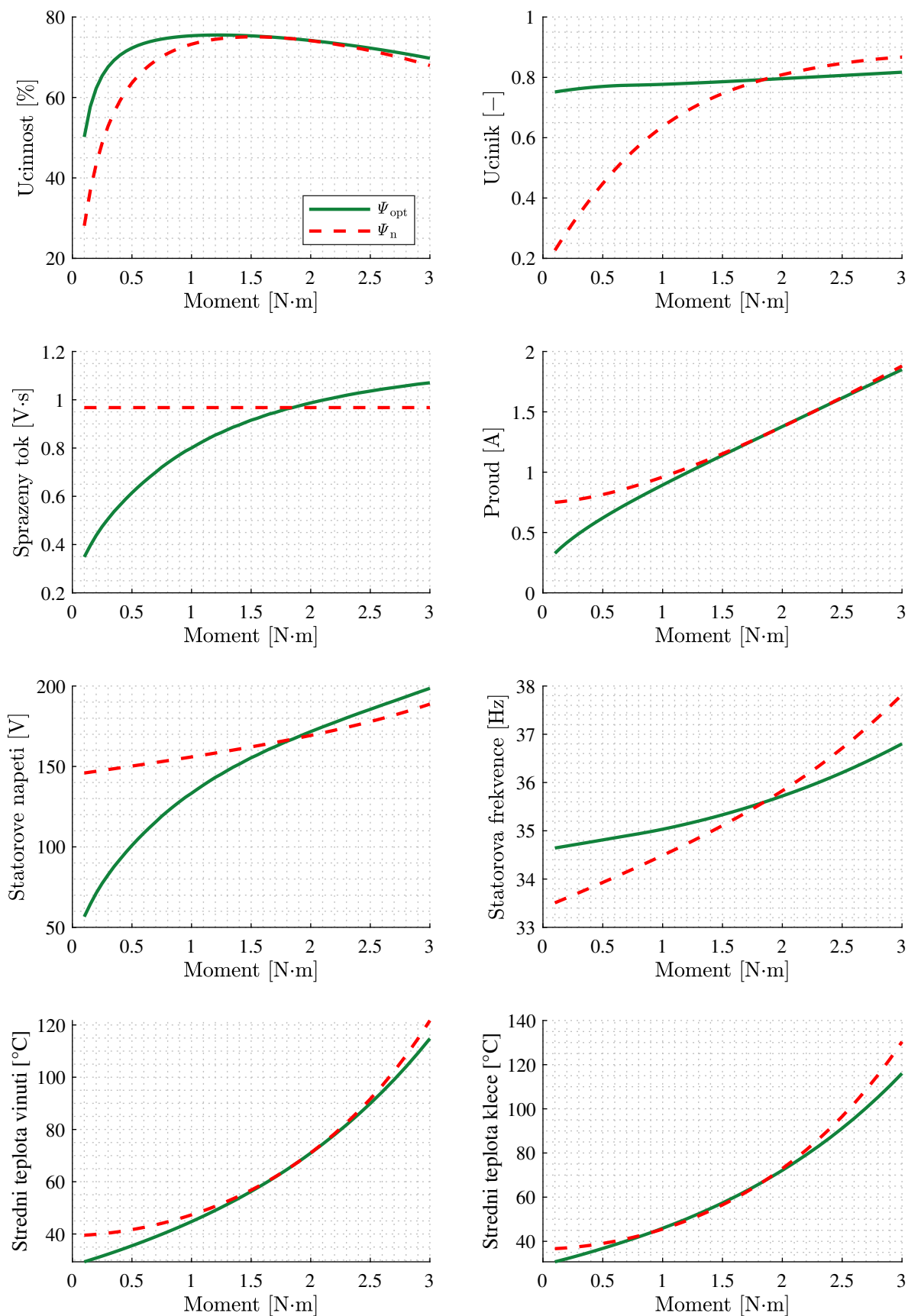
**Obr. A.3:** Porovnání vypočtené měrné tepelné vodivosti vzduchu v závislosti na teplotě s tabulkovými hodnotami z různých zdrojů. Výpočet proveden podle rovnice (A.8). Tabulkové hodnoty jsou použity ze zdrojů: Data 1 – [69], Data 2 – [70], Data 3 – [86].



**Obr. A.4:** Porovnání vypočtené měrné tepelné kapacity vzduchu za konstantního tlaku v závislosti na teplotě s tabulkovými hodnotami z různých zdrojů. Výpočet proveden podle rovnice (A.9). Tabulkové hodnoty jsou použity ze zdrojů: Data 1 – [69], Data 2 – [70], Data 3 – [86].

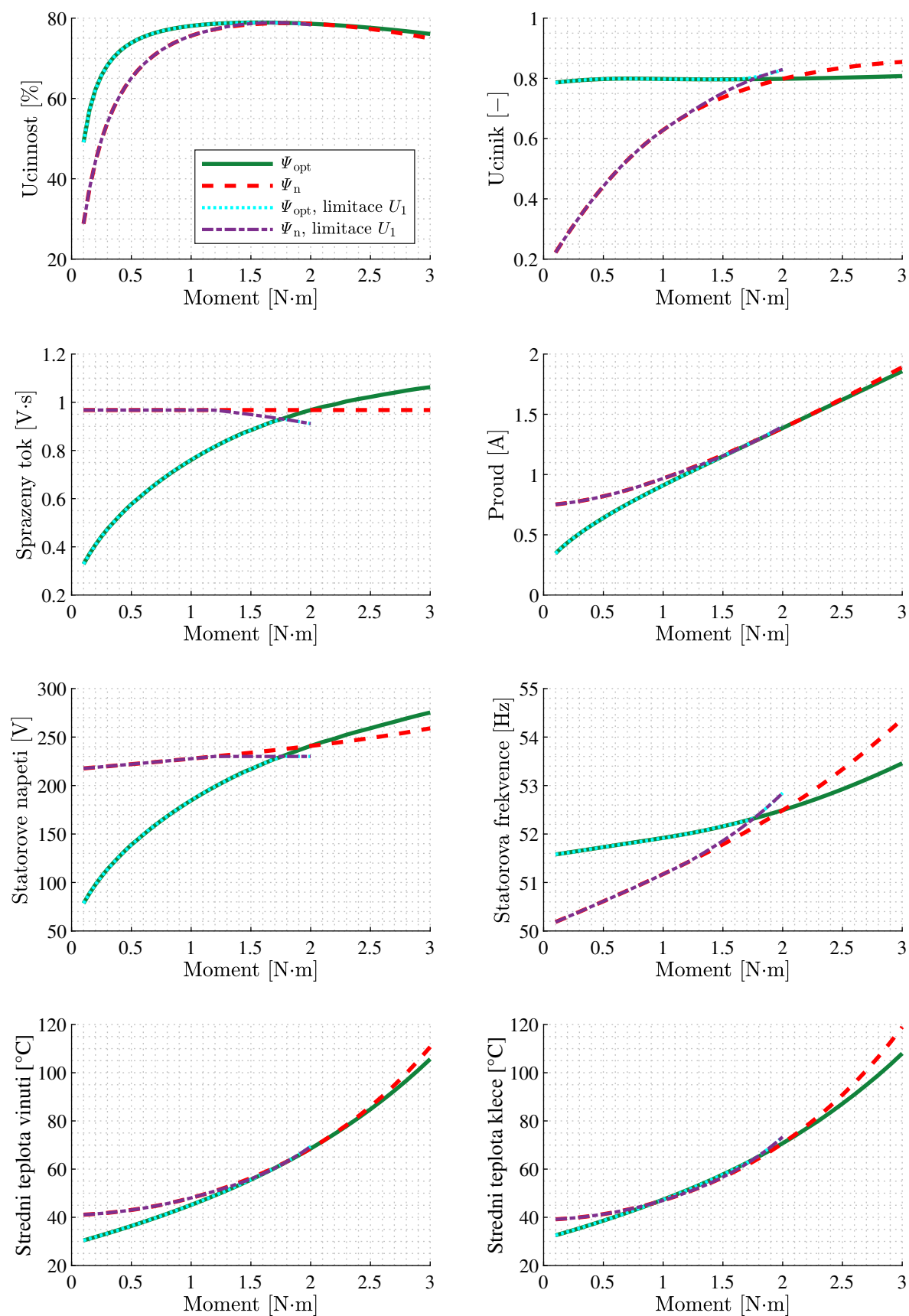
## B | **Dodatečné výsledky výpočtů**

V tomto dodatku jsou uvedeny dodatečné výsledky výpočtů ke kapitole 6.3. Jedná se o porovnání vybraných vypočtených veličin při optimálních a jmenovitých hodnotách spřažených toků. Na Obr. B.1 a Obr. B.2 jsou uvedeny výsledky pro motor M1. Na Obr. B.3–Obr. B.7 jsou uvedeny výsledky pro motor M2.

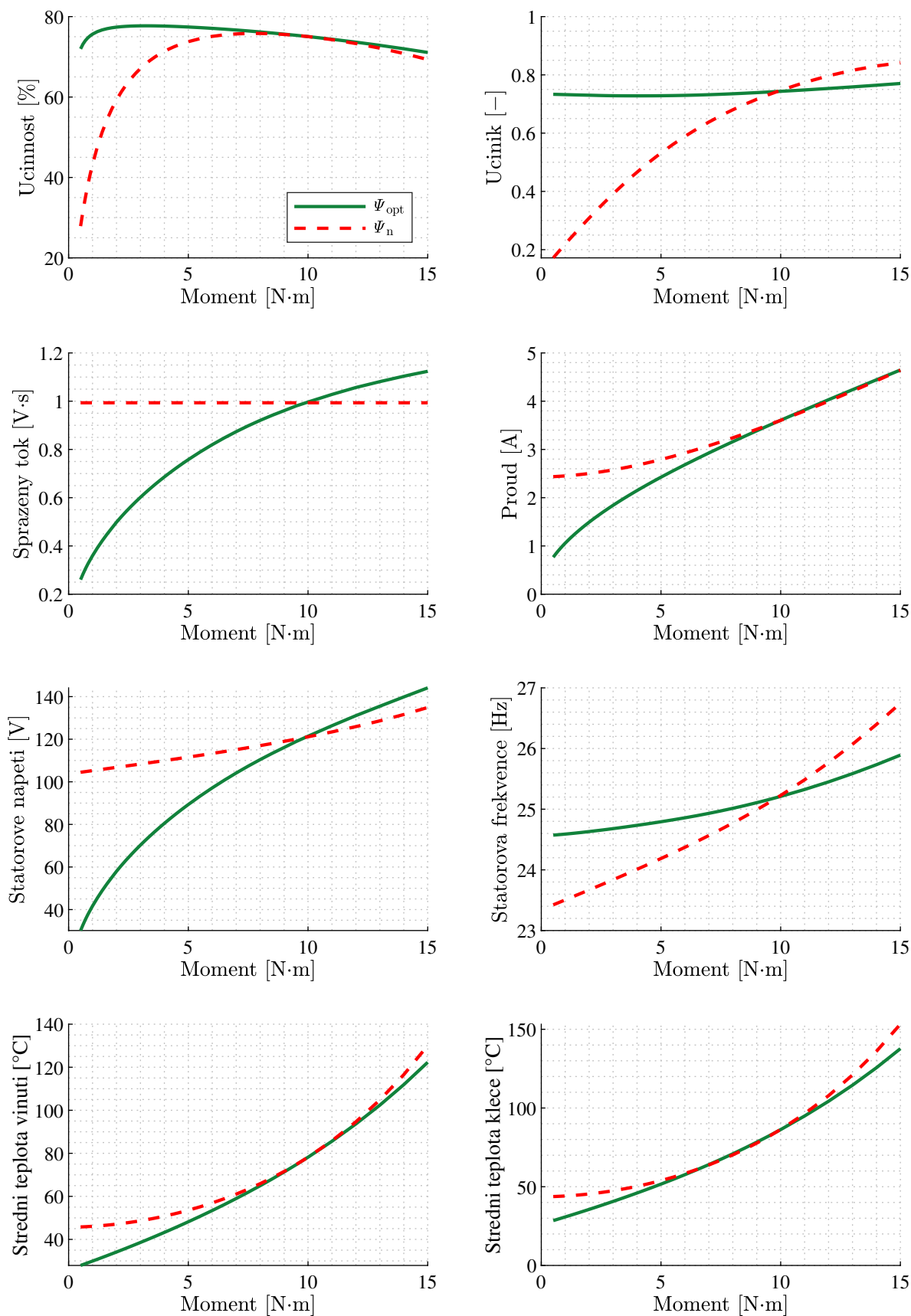


**Obr. B.1:** Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Hodnoty odpovídají ustálenému tepelnému stavu při daných zatíženích. Motor M1, otáčky  $n = 2000 \text{ min}^{-1}$ .

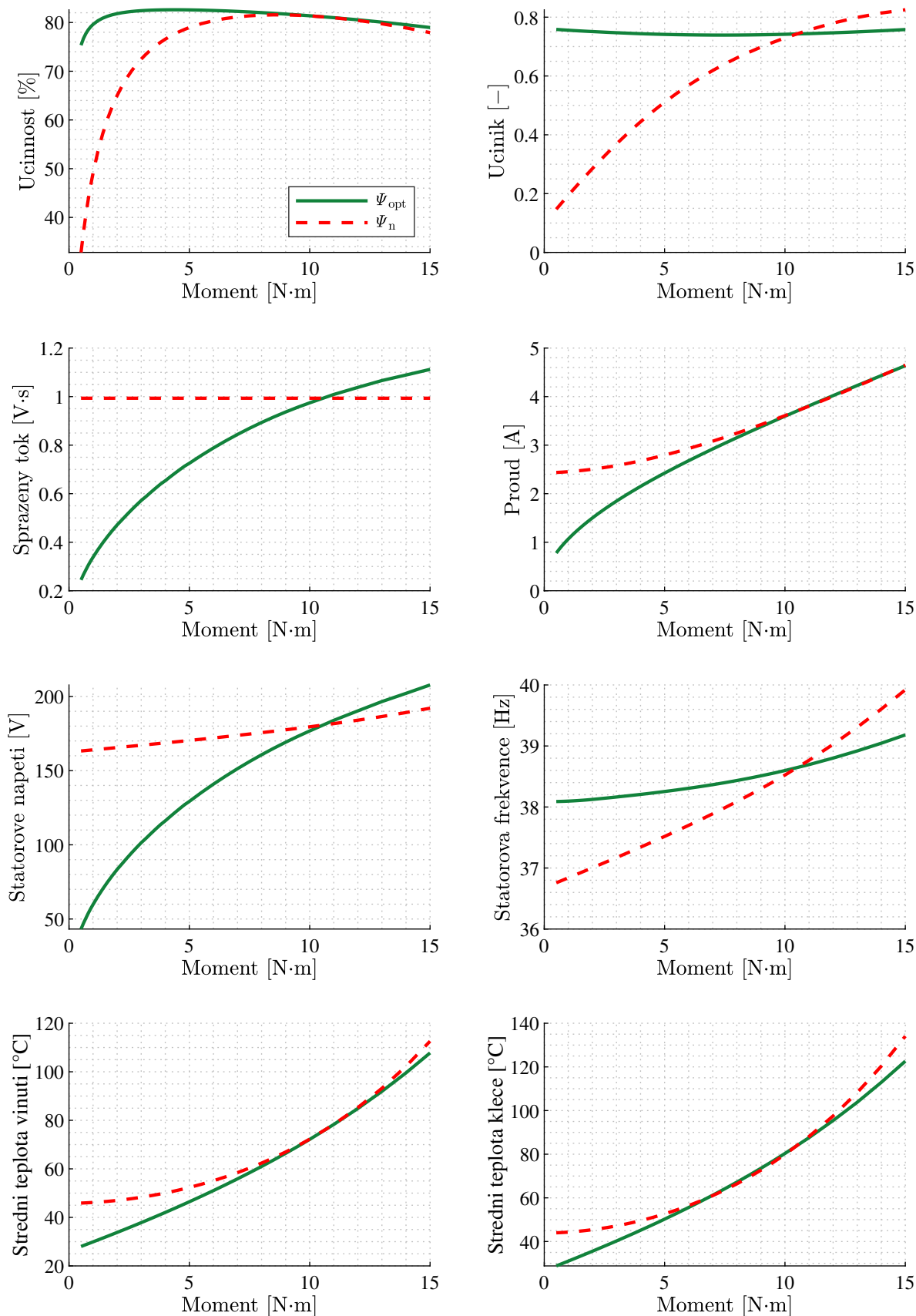




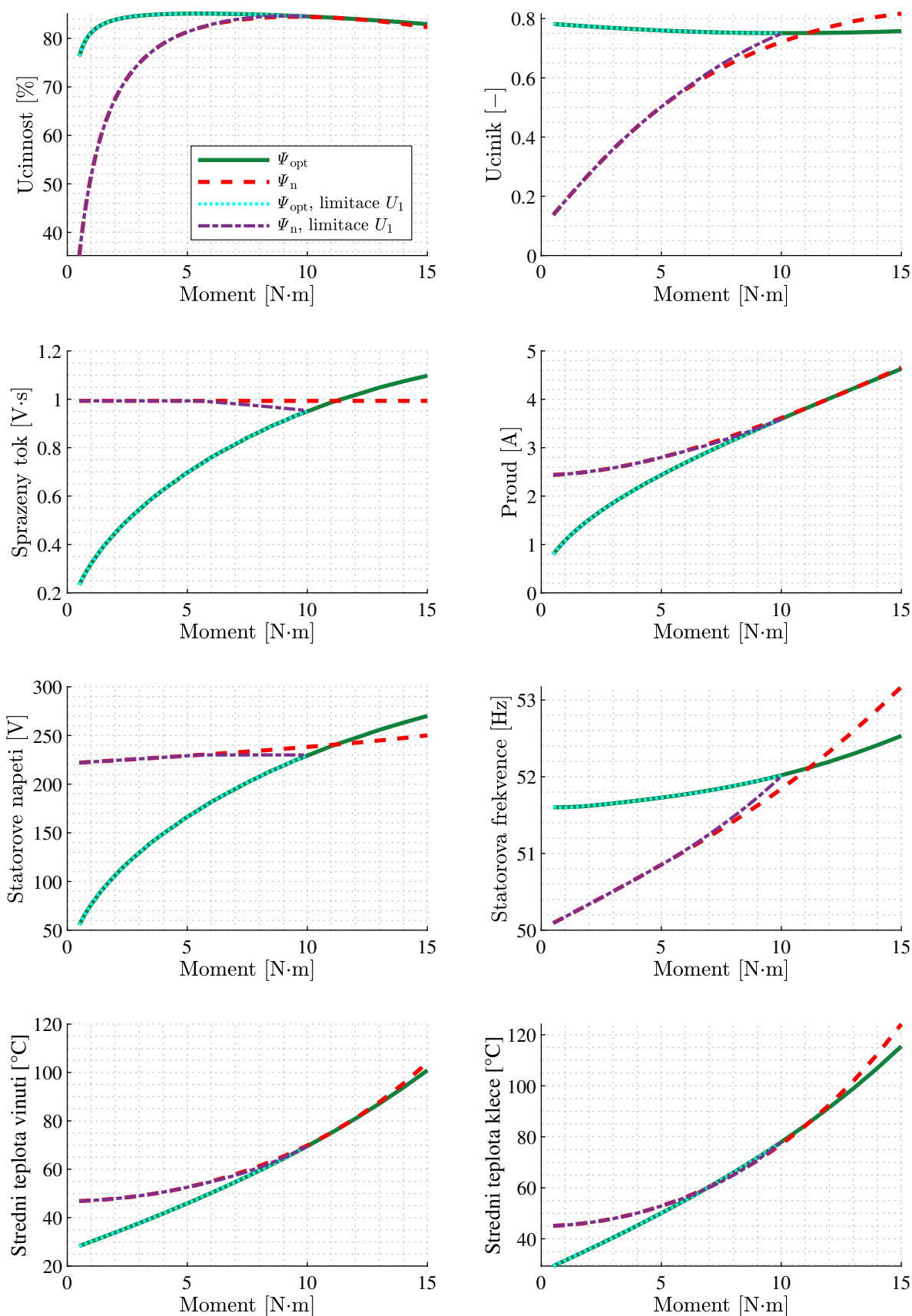
**Obr. B.2:** Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Hodnoty odpovídají ustálenému tepelnému stavu při daných zatíženích. Motor M1, otáčky  $n = 3000 \text{ min}^{-1}$ .



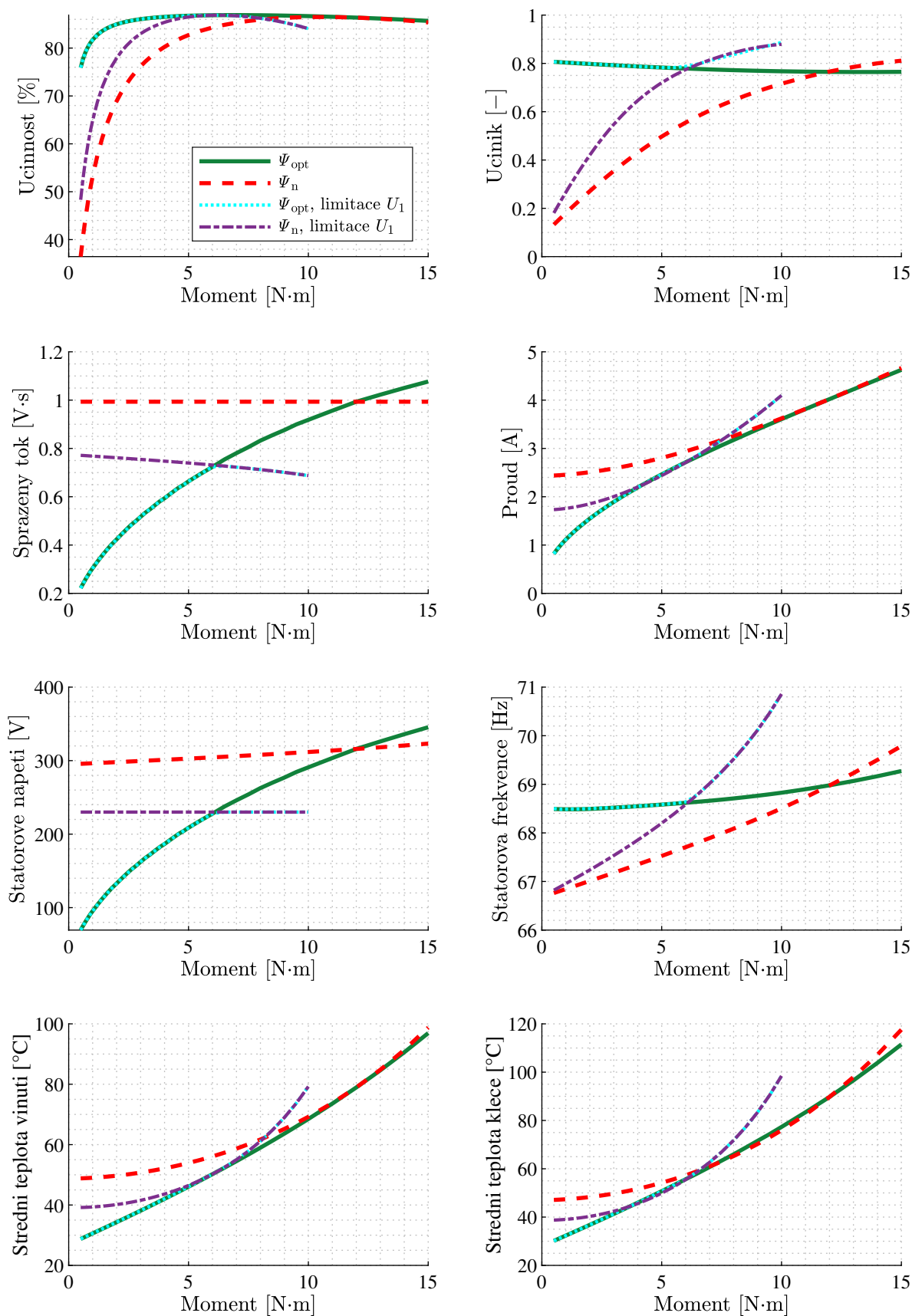
**Obr. B.3:** Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Hodnoty odpovídají ustálenému tepelnému stavu při daných zatíženích. Motor M2, otáčky  $n = 700 \text{ min}^{-1}$ .



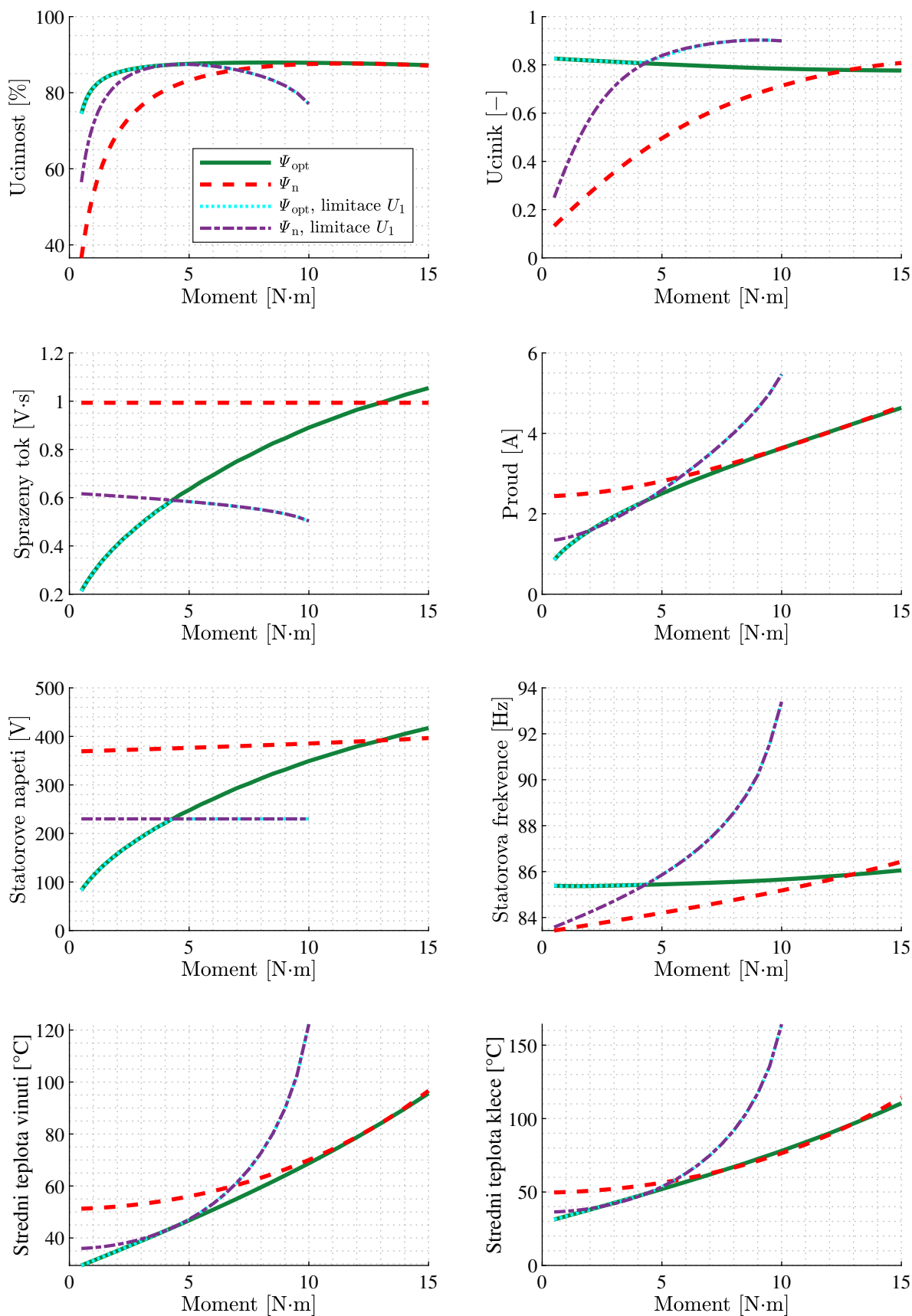
**Obr. B.4:** Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Hodnoty odpovídají ustálenému tepelnému stavu při daných zatíženích. Motor M2, otáčky  $n = 1100 \text{ min}^{-1}$ .



**Obr. B.5:** Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Hodnoty odpovídají ustálenému tepelnému stavu při daných zatíženích. Motor M2, otáčky  $n = 1500 \text{ min}^{-1}$ .



**Obr. B.6:** Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Hodnoty odpovídají ustálenému tepelnému stavu při daných zatíženích. Motor M2, otáčky  $n = 2000 \text{ min}^{-1}$ .



**Obr. B.7:** Vypočtené průběhy vybraných veličin při optimálním a jmenovitém toku. Hodnoty odpovídají ustálenému tepelnému stavu při daných zatíženích. Motor M2, otáčky  $n = 2500 \text{ min}^{-1}$ .