



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV AUTOMATIZACE A INFORMATIKY**

INSTITUTE OF AUTOMATION AND COMPUTER SCIENCE

**NÁVRH REGULÁTORŮ PRO REGULOVANÉ  
SOUSTAVY S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM**

CONTROLLERS DESIGN FOR PLANTS WITH DEAD TIME

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Miroslav Matyáš**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**Ing. Olga Davidová, Ph.D.**

**BRNO 2019**



## Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav automatizace a informatiky  
Student: **Miroslav Matyáš**  
Studijní program: Strojírenství  
Studijní obor: Aplikovaná informatika a řízení  
Vedoucí práce: **Ing. Olga Davidová, Ph.D.**  
Akademický rok: 2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### Návrh regulátorů pro regulované soustavy s dopravním zpožděním

#### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Parametry spojitých i číslicových regulátorů lze navrhnout řadou metod. Pouze některé je možné použít, je-li v regulačním obvodu řízena regulovaná soustava s dopravním zpožděním. Tyto metody budou aplikovány na návrh spojitých a číslicových regulátorů.

#### Cíle bakalářské práce:

1. Vyberte vhodné metody pro určení parametrů spojitých a číslicových regulátorů, pokud je řízena regulovaná soustava s dopravním zpožděním.
2. Popište tyto metody.
3. Metody aplikujte na návrh parametrů spojitých a číslicových regulátorů.
4. V Simulinku namodelujte regulační průběhy.
5. Vyhodnoťte regulaci s ohledem na její přesnost a kvalitu.

#### Seznam doporučené literatury:

BALÁTĚ, Jaroslav. Automatické řízení. Praha: BEN – technická literatura, 2003. ISBN 80-7300-020-2.

ŠULC, Bohumil a Miluše VÍTEČKOVÁ. Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01-03007-5.

ŠVARC, Ivan, Radomil MATOUŠEK, a Miloš ŠEDA a Miluše VÍTEČKOVÁ. Automatické řízení. Brno: CERM - Akademické nakladatelství, 2011. ISBN 978-80-214-4398-3.

VÍTEČKOVÁ, Miluše a Antonín VÍTEČEK. Základy automatické regulace. Ostrava: VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2006. ISBN 80-248-1068.

VÍTEČKOVÁ, Miluše a Antonín VÍTEČEK. Vybrané metody seřizování regulátorů. Ostrava:  
VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2011. ISBN 978-80-248-2503-8.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19.

V Brně, dne 26. 10. 2018

L. S.

---

doc. Ing. Radomil Matoušek, Ph.D.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem regulátorů regulovaných soustav s dopravním zpožděním. V teoretické části jsou pro tyto soustavy popsány vhodné metody pro určení parametrů spojitéch a číslicových regulátorů. Konkrétně se jedná o Metodu požadovaného modelu, Metodu násobného dominantního pólu, „Univerzální“ experimentální metodu a Metodu SIMC (SIMple Control).

V praktické části jsou metody aplikovány na návrh parametrů regulátorů a v programu MATLAB/Simulink namodelovány regulační průběhy. V závěru bakalářské práce je vyhodnocena regulace s ohledem na její přesnost a kvalitu.

## **ABSTRACT**

This bachelor's thesis covers the subject of a design of controllers for regulated systems with time delays. The theoretical part of the thesis describes suitable methods for the determination of parameters of continuous-action and digital controllers for those systems. Specifically, they are the Desired model method, the Multiple dominant pole method, the "Universal" experimental method, and the SIMC (SIMple Control) method.

In the practical part of the thesis, the methods are applied to the controller parameters' design, and regulation courses are modelled in MATLAB/Simulink software. At the bachelor thesis conclusion, the regulation is evaluated with regard to its accuracy and quality.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Regulovaná soustava, regulátor, dopravní zpoždění, Metoda požadovaného modelu, Metoda násobného dominantního pólu, „Univerzální“ experimentální metoda, Metoda SIMC.

## **KEYWORDS**

Regulated system, controller, time delays, Desired model method, Multiple dominant pole method, "Universal" experimental method, SIMC method.



## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

MATYÁŠ, Miroslav. *Návrh regulátorů pro regulované soustavy s dopravním zpožděním*. Brno, 2019. 61 s. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automatizace a informatiky. Vedoucí práce Olga Davidová.





## **PODĚKOVÁNÍ**

Tímto bych rád poděkoval vedoucí své bakalářské práce paní Ing. Olze Davidové, Ph.D. za vedení a cenné připomínky při tvorbě této práce.



## **ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením Ing. Olgy Davidové Ph.D. a s použitím literatury uvedené v seznamu literatury.

V Brně dne 24. 5. 2019

.....

Miroslav Matyáš



# OBSAH

<b>1</b>	<b>ÚVOD.....</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>ZÁKLADNÍ POJMY REGULACE.....</b>	<b>17</b>
2.1	Řízení.....	17
2.1.1	Spojité řízení.....	17
2.1.2	Diskrétní řízení.....	18
2.2	Regulované soustavy.....	19
2.3	Přibližná metoda syntézy.....	20
2.4	Kvalita regulace.....	20
2.5	Přesnost regulace.....	21
<b>3</b>	<b>PŘEHLED METOD.....</b>	<b>23</b>
3.1	Metoda požadovaného modelu.....	23
3.2	Metoda násobného dominantního pólu.....	26
3.3	Metoda SIMC.....	31
3.4	„Univerzální“ experimentální metoda.....	34
<b>4</b>	<b>APLIKACE NA PŘÍKLADECH.....</b>	<b>37</b>
4.1	Porovnání metod.....	37
4.2	Pomůcka pro výpočet.....	38
4.3	Výpočet MPM.....	39
4.4	Výpočet MNDP.....	40
4.5	Výpočet metodou SIMC.....	41
4.6	Výpočet UEM.....	42
<b>5</b>	<b>VYHODNOCENÍ.....</b>	<b>45</b>
5.1	Model v Matlab/Simulink.....	45
5.2	Spojité regulátory.....	46
5.3	Číslicové regulátory.....	49
5.4	Porovnání číslicových a spojitých regulátorů.....	52
<b>6</b>	<b>ZÁVĚR.....</b>	<b>55</b>
<b>7</b>	<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....</b>	<b>57</b>
<b>8</b>	<b>SEZNAM ZKRATEK A ZNAČENÍ.....</b>	<b>59</b>
<b>9</b>	<b>SEZNAM PŘÍLOH.....</b>	<b>61</b>



# 1 ÚVOD

V dnešní době téměř každý technologický celek potřebuje ke své správné činnosti kvalitní regulaci. Tyto celky reprezentované regulovanou soustavou můžou obsahovat dopravní zpoždění. To vzniká jako důsledek dopravy určitou rychlostí po určité dráze a může mít negativní vliv na kvalitu řízení. Příkladem regulované soustavy s dopravním zpožděním může být transport materiálu po pásovém dopravníku nebo příprava roztoku dávkováním chemikálií. Dopravní zpoždění se zde projeví jako opožděná reakce výstupní veličiny na změnu vstupní veličiny. Návrh regulátorů pro takové soustavy je možné provést pouze některými metodami. Cílem této práce je výběr vhodných metod pro návrh parametrů spojitých a číslicových regulátorů, jejich aplikace na konkrétní regulované soustavy a vyhodnocení regulace s ohledem na její kvalitu a přesnost.

Teoretická část této práce se skládá ze tří kapitol. Po úvodní kapitole následuje popis nezbytných základních pojmů automatické regulace. Popis spojitého a diskrétního řízení včetně rozdělení a popisu typů regulovaných soustav. Následuje popis přibližné metody syntézy, která je v práci použita u návrhu číslicových regulátorů metodami, které nejsou pro číslicové regulátory určeny přímo. Dále je popsána kvalita a přesnost regulace, která slouží k vyhodnocení v praktické části. V závěru teoretické části jsou popsány vybrané metody pro návrh stavitelných parametrů spojitých a číslicových regulátorů včetně postupu seřízení. Konkrétně se jedná o Metodu požadovaného modelu, Metodu násobného dominantního pólu, Metodu SIMC a „Univerzální“ experimentální metodu.

V praktické části je pro každou metodu uveden postup výpočtu na konkrétní regulované soustavě pro spojitý i číslicový regulátor PI. Výpočty jsou provedeny celkem pro pět regulovaných soustav, z toho jsou pro čtyři regulované soustavy výsledky výpočtů získané pomocí vytvořeného skriptu VBA v prostředí programu Excel. Z vytvořených modelů regulovaných soustav v programu Matlab/Simulink jsou získány přechodové charakteristiky, které jsou popsány pro všechny metody návrhu. Následuje porovnání přechodových charakteristik pro jednotlivé metody číslicového a spojitého regulátoru PI. Celkové zhodnocení výsledků je podrobně popsáno v závěru této práce.





## 2 ZÁKLADNÍ POJMY REGULACE

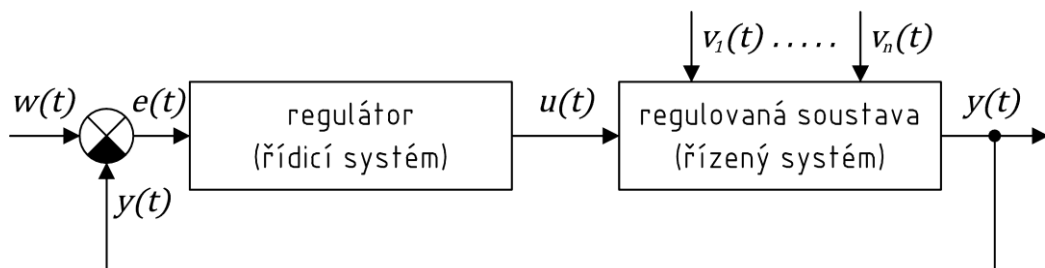
V této kapitole jsou popsány základní pojmy regulace, které se týkají zadaného úkolu. Je zde uveden popis spojitého a diskrétního řízení, popis regulovaných soustav včetně soustav s dopravním zpožděním a metoda pro přibližnou syntézu. V závěru kapitoly je popsána kvalita a přesnost regulace.

### 2.1 Řízení

Ovládáme-li technické systémy prostřednictvím regulačních prvků, jedná se o systém řízení s otevřenou strukturou. Doplněním řízení o zpětnou vazbu získáme regulaci, která se uskutečňuje v regulačním obvodu. Podle působení akční veličiny v čase dělíme řízení systémů na spojitě a diskrétní. [2, 3]

#### 2.1.1 Spojité řízení

Blokové schéma základního regulačního obvodu je na obrázku (Obr. 2.1). Skládá se z regulátoru a regulované soustavy tvořící zpětnovazební obvod. Všechny prvky regulačního obvodu mají v čase  $t$  spojitý průběh veličin. Do regulačního obvodu vstupuje žádaná veličina  $w(t)$  a poruchové veličiny  $v_1(t), \dots, v_n(t)$ . Výstupem regulačního obvodu je regulovaná veličina  $y(t)$ . [1]



Obr. 2.1: Blokové schéma základního regulačního obvodu

Hlavním úkolem regulátoru je nastavení a udržení fyzikálních veličin na požadovaných hodnotách bez ohledu na možné působení poruch.

Cílem přenosu řízení  $G_w(s) = y(s)/w(s)$  je dosáhnout  $G_w \approx 1$  tj.  $y(t) \approx w(t)$  a cílem přenosu poruchy  $G_v(s) = y(s)/v(s)$  je dosáhnout  $G_v \approx 0$  tj. nezávislost  $y(t)$  na  $v(t)$ . [6]

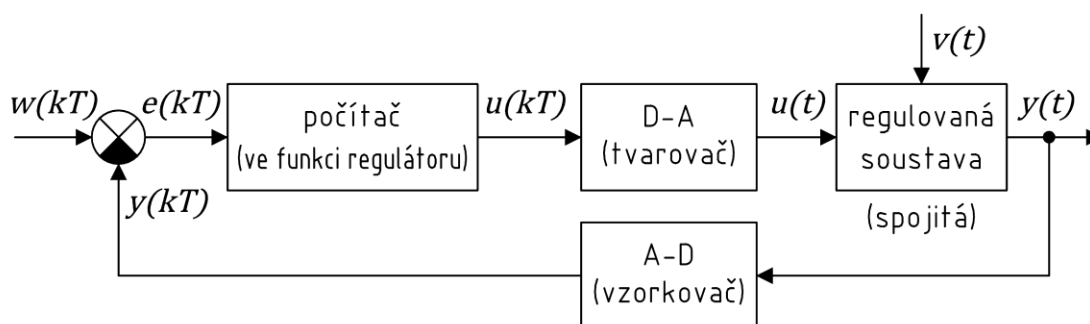
Žádaná veličina  $w(t)$  s regulovanou veličinou  $y(t)$  vstupuje do rozdílového členu, který vytváří regulační odchylku  $e(t)$  danou vztahem

$$e(t) = w(t) - y(t). \quad (2.1)$$

Nenulová regulační odchylka vyvolá vytvoření akční veličiny. Akční veličina  $u(t)$  působí na regulovanou soustavu tak, aby byla regulační odchylka  $e(t)$  odstraněna. Regulátor působící na regulovanou soustavu má schopnost udržet rovnovážný stav. [1]

### 2.1.2 Diskrétní řízení

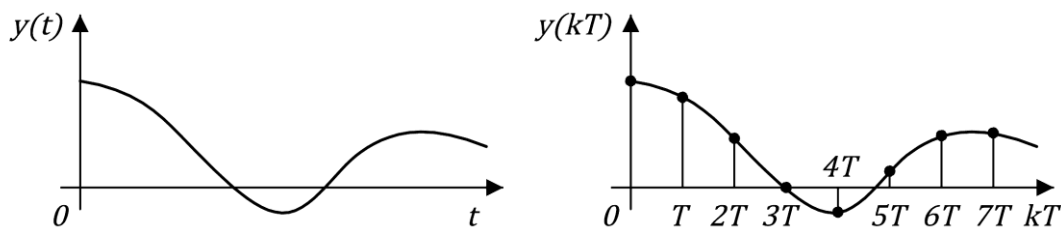
U diskretních systémů má alespoň jeden člen regulačního obvodu číslicový, nespojitý charakter a je obvykle realizován pomocí mikroprocesoru nebo jiné číslicové techniky. Blokové schéma diskretního regulačního obvodu je na obrázku (Obr. 2.2). Funkčně se v podstatě neliší od spojitého regulačního obvodu. Cíle regulace jsou stejné jako u spojitého řízení (kapitola 2.1.1). Hlavní rozdíl je v průběhu veličin. Příklad průběhu spojitě a diskretní veličiny v čase  $t$  je znázorněn na obrázku (Obr. 2.3).



Obr. 2.2: Blokové schéma diskretního regulačního obvodu [1]

Regulační obvod se skládá z číslicového regulátoru a spojitě regulované soustavy. Regulovaná veličina  $y(t)$  je v pravidelných intervalech s periodou  $T$  převáděna na číselné hodnoty diskretní funkce  $y(kT)$  pomocí analogově-digitálního převodníku. Regulátor z žádané hodnoty  $w(kT)$  a regulované veličiny  $y(kT)$  vypočítá regulační odchylku  $e(kT)$ . Následně řídicí algoritmus vytvoří akční veličinu  $u(kT)$  v číselné podobě, která je převedena pomocí digitálně-analogového převodníku na analogovou hodnotu  $u(t)$ . Stejně jako u spojitého řízení působí akční veličina  $u(kT)$  tak, aby regulační odchylku  $e(kT)$  odstranila.

U diskretního řízení je velmi důležitá správná volba vzorkovací periody  $T$ . S nesprávně zvolenou vzorkovací periodou je obvod nestabilní. Vzorkovací periodu volíme na základě časových konstant regulované soustavy. Čím větší jsou časové konstanty, tím delší můžeme zvolit vzorkovací periodu a naopak. [1, 2]



Obr. 2.3: Příklad průběhu spojitě a diskretní veličiny

Vzorkovací perioda u soustav s dopravním zpožděním se může určit podle vztahu [5]

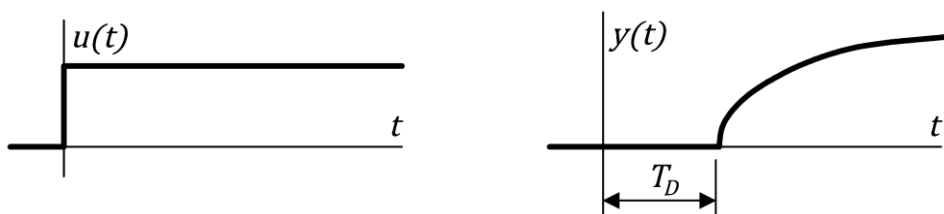
$$T \cong \left( \frac{1}{4} \div \frac{1}{8} \right) T_D. \quad (2.2)$$

## 2.2 Regulované soustavy

Regulátorem řízený proces probíhá v regulované soustavě, která je jedním z prvků regulačního obvodu. Podle ustálení přechodové charakteristiky  $h(t)$  na určité hodnotě pro čas  $t \rightarrow \infty$  dělíme regulované soustavy na proporcionální (P), derivační (D) a integrační (I). Každá regulovaná soustava může mít dopravní zpoždění.

### Dopravní zpoždění

Charakteristickou vlastností regulovaných soustav s dopravním zpožděním je opožděná reakce výstupní regulované veličiny  $y(t)$  na změnu akční veličiny  $u(t)$ . To znamená, že ke změně regulované veličiny dojde s určitým zpožděním. Tento časový úsek značíme  $T_D$  (z angličtiny Time Delay). Přechodová charakteristika pro soustavu s dopravním zpožděním je uvedena na obrázku (Obr. 2.4).



Obr. 2.4: Přechodová charakteristika regulované soustavy s dopravním zpožděním [1]

Dopravní zpoždění je jevem u regulovaných soustav, kde se vyskytuje doprava určitou rychlostí po určité dráze. Například se může jednat o dopravu paliva po pásovém dopravníku do spalovací pece. Dopravní zpoždění negativně ovlivňuje ustálení regulačního pochodu, má nepříznivý vliv na stabilitu. Přenosy regulovaných soustav s dopravním zpožděním jsou uvedeny v tabulce (Tab. 2.1).

Tab. 2.1: Tabulka přenosů regulovaných soustav (RS) s dopravním zpožděním [1, 3]

RS	PŘENOS $G(s)$ SE SETRVAČNOSTÍ		
	1. řádu	2. řádu	n-tého řádu
P	$\frac{k}{Ts + 1} e^{-T_D s}$	$\frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_D s}$	$\frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} e^{-T_D s}$
D	$\frac{ks}{Ts + 1} e^{-T_D s}$	$\frac{ks}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_D s}$	$\frac{s^r (b_m s^{m-r} + \dots + b_r)}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} e^{-T_D s}$
I	$\frac{k}{s(Ts + 1)} e^{-T_D s}$	$\frac{k}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_D s}$	$\frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{s^q (a_n s^{n-q} + \dots + a_q)} e^{-T_D s}$

Z podmínky fyzikální realizovatelnosti systému musí platit nerovnost  $m \leq n$ . [1, 3]

### 2.3 Přibližná metoda syntézy

Některé metody návrhu stavitelných parametrů jsou navrženy pouze pro analogové regulátory. Pro návrh číslicového regulátoru je nutné vztahy pro výpočet vhodně upravit. V této práci je použita metoda přibližné syntézy popsaná v [4]. Ta je založena na úvaze, že diskretní regulační obvod je stejný jako obvod s analogovým regulátorem doplněným o dopravní zpoždění velikosti

$$T_D = \frac{T}{2} \quad (2.3)$$

za předpokladu malé vzorkovací periody  $T$ , s uvažováním vlastností vzorkovače a tvarovače nultého řádu.

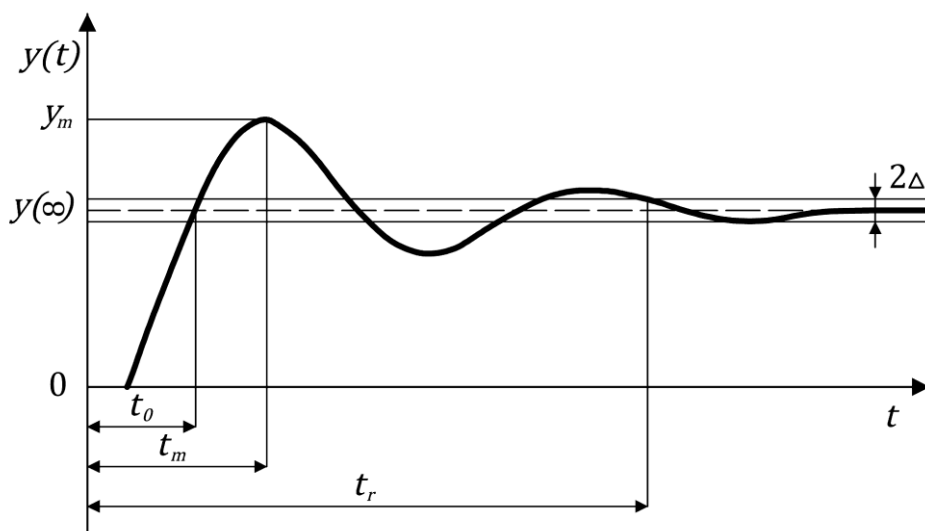
Vztahy pro návrh analogových regulátorů s dopravním zpožděním se pro číslicové regulátory upraví následujícím způsobem

$$T_D = \left( T_{D_P} + \frac{T}{2} \right), \quad (2.4)$$

kde  $T_{D_P}$  je původní hodnota dopravního zpoždění  $T_D$ . Podle [4] je tímto způsobem syntézy většinou dosaženo dobrých výsledků pro dostatečně malou vzorkovací periodu.

### 2.4 Kvalita regulace

Posouzení kvality regulace je nejjednodušší na základě průběhu odezvy regulačního obvodu na skokové změny z přechodové charakteristiky. [4, 7] Na obrázku (Obr. 2.5) je přechodová charakteristika odezvy regulačního obvodu na skokovou změnu žádané veličiny  $w(t)$ , kde jsou znázorněny hlavní ukazatele kvality.



Obr. 2.5: Přechodová charakteristika regulačního obvodu s ukazateli kvality [4]

Za nejdůležitější ukazatele kvality se považuje relativní překmit  $\kappa$  a doba regulace  $t_r$ .

$$\kappa = \frac{y_m - y(\infty)}{y(\infty)} \cdot 100 \text{ [%]}, \quad y_m = y(t_m) \quad (2.5)$$

Kde  $y_m$  je maximální hodnota regulované veličiny  $y(t)$  při překmitu  $\kappa$ ,  $t_m$  je doba dosažení maximální hodnoty  $y_m$  a  $y(\infty)$  je ustálená hodnota regulované veličiny.

Doba regulace  $t_r$  je určena časem, kdy regulovaná veličina vejde do pásma  $2\Delta$ , tj.  $y(\infty) \pm \Delta$ , kde tolerance regulace je dána vztahem [4, 7]

$$\Delta = \delta y(\infty), \quad \delta = 0,01 \div 0,05 \quad (1 \div 5) \% \quad (2.6)$$

Relativní tolerance regulace  $\delta$  nejčastěji dosahuje hodnot 0,05 nebo 0,02. Relativní hodnoty pro vztahy (2.5) a (2.6) se uvádějí také v procentech. Doba regulace  $t_r$  souvisí s relativní tolerancí regulace  $\delta$ . V této práci se uvažuje relativní tolerance regulace  $\delta = 0,02$  (2 %).

## 2.5 Přesnost regulace

Přesnost regulace popsanou v [4] je možné vyhodnotit pouze u stabilního obvodu. Zjišťuje se v ustáleném stavu po odeznění přechodových dějů pro čas  $t \rightarrow \infty$  v regulačním obvodu a často se označuje jako přesnost statická [1]. Požadavek na přesnost vychází z cílů regulace uvedených v kapitole 2.1.1 a lze je popsat:

- pro případ změny žádané veličiny, kdy se má přizpůsobit regulovaná veličina nové hodnotě tak, aby  $y(\infty) = w(\infty)$  a regulační odchylka  $e_w(\infty) = 0$
- pro případ změny regulované veličiny vlivem poruchy, kdy má být změna vykompenzována tak, aby  $y(\infty) = w(\infty)$  a regulační odchylka  $e_v(\infty) = 0$

V této práci je přesnost regulace vyhodnocena z hlediska přizpůsobení regulované veličiny  $y(t)$  nové hodnotě žádané veličiny  $w(t)$ .



### 3 PŘEHLED METOD

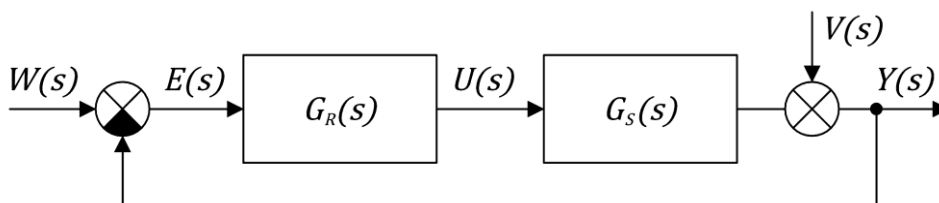
Pro návrh parametrů regulátorů existuje spousta metod. V odborné literatuře je například popsána Ziegler-Nicholsova metoda a její modifikace, metoda kritických parametrů, metoda optimálního modulu, metoda relativního tlumení atd. [2] Ale jen některé metody jsou vhodné pro určení stavitelných parametrů regulátorů pro regulované soustavy s dopravním zpožděním.

V této kapitole jsou pro tyto regulované soustavy popsány vhodné metody pro analogové i pro číslicové regulátory. Tato práce se zabývá čtyřmi, v literatuře nejčastěji zmiňovanými metodami.

#### 3.1 Metoda požadovaného modelu

Metoda požadovaného modelu popsána v [2, 4] (nazývána také metodou inverze dynamiky) je velice efektivní a jednoduchá. Jde o analyticko-experimentální metodu vhodnou pro seřízení standardních analogových i číslicových regulátorů rozpracovanou na fakultě strojní VŠB v Ostravě. Je vhodná pro regulované soustavy s dominantním dopravním zpožděním.

Metoda vychází z principů inverze dynamiky. Omezuje se na nalezení regulátoru s přenosem  $G_R(s)$  nebo  $G_R(z)$  ve tvaru uvedeném v tabulce (Tab. 3.1). Tvar přenosu zajistí na základě vztahu (3.1) odvozeného z blokového schématu na obrázku (Obr. 3.1) požadovaný model uzavřeného regulačního obvodu s požadovaným přenosem řízení  $G_w$ .



Obr. 3.1: Požadovaný model uzavřeného regulačního obvodu

Tab. 3.1: Přenosy regulátorů pro metodu požadovaného modelu [1]

Typ regulátoru	Analogový regulátor	Číslicový regulátor
P	$r_0$	$r_0$
PI (PS)	$r_0 \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$	$r_0 \left(1 + \frac{T}{T_i} \frac{z}{z-1}\right)$
PD	$r_0(1 + T_d s)$	$r_0 \left(1 + \frac{T_d}{T} \frac{z-1}{z}\right)$
PID (PSD)	$r_0 \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$	$r_0 \left(1 + \frac{T}{T_i} \frac{z}{z-1} + \frac{T_d}{T} \frac{z-1}{z}\right)$

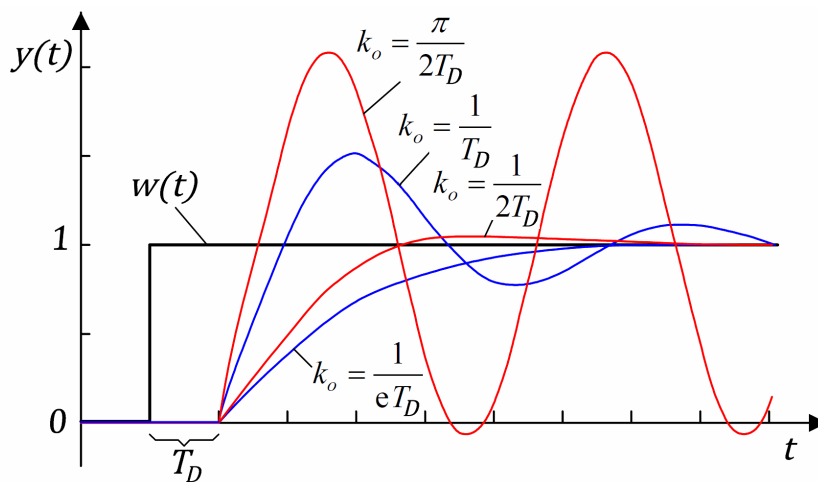
Požadovaný matematický model uzavřeného regulačního obvodu má pro spojité řízení přenos  $G_w(s)$  ve tvaru (3.2) a pro diskrétní řízení přenos  $G_w(z)$  ve tvaru (3.3) s dopravním zpožděním, tedy pro  $T_D > 0$ , kde  $k_0$  je zesílení otevřeného regulačního obvodu,  $T_D$  je dopravní zpoždění (stejně jako u regulované soustavy) a  $T$  je vzorkovací perioda. Pro určení vzorkovací periody je doporučen vztah  $T < 0,32T_D$ . Předpokládá se, že dopravní zpoždění  $T_D$  je celočíselným násobkem vzorkovací periody  $T$ .

$$G_R = \frac{1}{G_s} \frac{G_w}{1 - G_w} \quad (3.1)$$

$$G_w(s) = \frac{k_0}{s + k_0 e^{-T_D s}} e^{-T_D s} \quad (3.2)$$

$$G_w(z) = \frac{k_0 T}{z - 1 + k_0 T z^{-\frac{T_D}{T}}} z^{-\frac{T_D}{T}} \quad (3.3)$$

Metoda zajišťuje nulovou trvalou regulační odchylku způsobenou skokovými změnami polohy žádané veličiny  $w$  a poruchové veličiny  $v$  působící na výstupu regulované soustavy. Patřičnou volbou zesílení  $k_0$  umožňuje dosáhnout relativního překmitu  $\kappa$  v mezích od 0 do 0,5 (tj. od 0 % do 50 %). Vliv zesílení  $k_0$  otevřeného regulačního obvodu na průběh relativního překmitu  $\kappa$  je názorně uveden na obrázku (Obr. 3.2). Odvození kmitavé meze stability (tj. kritického zesílení) a mezního nekmitavého průběhu je uvedeno v [4].



Obr. 3.2: Vliv zesílení  $k_0$  na průběh relativního překmitu  $\kappa$

Závislost velikosti zesílení  $k_0$  na požadovaném překmitu  $\kappa$  přechodové charakteristiky je pro spojité řízení dána vztahem (3.4) a pro diskrétní řízení vztahem (3.5).

$$k_0 = \frac{1}{\beta T_D} \quad (3.4)$$

$$k_0 = \frac{1}{\alpha T + \beta T_D} \quad (3.5)$$



Hodnoty koeficientů  $\alpha$  a  $\beta$  v závislosti na relativním překmitu jsou uvedeny v tabulce (Tab. 3.2). [1, 2, 7]

Tab. 3.2: Hodnoty koeficientů  $\alpha$  a  $\beta$  v závislosti na relativním překmitu  $\kappa$  [1, 2, 7]

$\kappa$	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\alpha$	1,282	0,984	0,884	0,832	0,763	0,697	0,669	0,640	0,618	0,599	0,577
$\beta$	2,718	1,944	1,720	1,561	1,437	1,337	1,248	1,172	1,104	1,045	0,992

Ze vztahu (3.1) při uvažovaných požadovaných přenosech (3.2) a (3.3) vyplývají přenosy doporučených typů regulátorů uvedených v tabulce (Tab. 3.3) pro základní přenosy regulovaných soustav. V tabulce jsou dále uvedeny vztahy pro určení stavitelných parametrů regulátorů. Tyto vztahy jsou zde pro analogové ( $T = 0$ ) i pro číslicové ( $T > 0$ ) regulátory. Tabulka je upravená pro regulované soustavy s dopravním zpožděním, v úplné podobě je v [1, 2, 4, 7].

Tab. 3.3: Doporučené typy regulátorů a hodnoty jejich stavitelných parametrů

REGULOVANÁ SOUSTAVA	REGULÁTOR <		ANALOGOVÝ	$T = 0$
	TYP	$r_0$	$T_i$	$T_d$
		$T_D > 0$		$T > 0$
$\frac{k}{s} e^{-T_D s}$	P	$\frac{k_0}{k}$	–	–
$\frac{k}{T_1 s + 1} e^{-T_D s}$	PI (PS)	$\frac{k_0 T_i}{k}$	$T_1 - \frac{T}{2}$	–
$\frac{k}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_D s}$	PD	$\frac{k_0}{k}$	–	$T_1 - \frac{T}{2}$
$\frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_D s}$ $T_1 \geq T_2$	PID (PSD)	$\frac{k_0 T_i}{k}$	$T_1 + T_2 - T$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} - \frac{T}{4}$
$\frac{k}{T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1} e^{-T_D s}$ $0,5 < \xi_0 \leq 1$	PID (PSD)	$\frac{k_0 T_i}{k}$	$2\xi_0 T_0 - T$	$\frac{T_0}{2\xi_0} - \frac{T}{4}$

#### Postup seřízení:

- 1) Pokud není přenos regulované soustavy  $G_s(s)$  ve tvaru uvedeném v tabulce (Tab. 3.3), převede se do tohoto tvaru některou aproximační metodou. Vhodné metody jsou uvedené např. v [2, 3, 5].
- 2) Pro analogový regulátor se zvolí vzorkovací perioda  $T = 0$ . U číslicového regulátoru se hodnota určí podle doporučeného vztahu  $T < 0,32T_D$ .

- 3) Na základě zvoleného relativního překmitu  $\kappa$  se z tabulky (Tab. 3.2) určí hodnoty koeficientů  $\alpha$  a  $\beta$  a podle vztahu (3.4) nebo (3.5) se vypočte velikost zesílení  $k_0$  otevřeného regulačního obvodu.
- 4) Z tabulky (Tab. 3.3) pro doporučené typy regulátorů se vypočtou stavitelné parametry pro analogový nebo číslicový regulátor.

### 3.2 Metoda násobného dominantního pólu

Metoda násobného dominantního pólu popsána v [2, 4, 8] je analytická metoda vhodná pro proporcionální nekmitavé regulované soustavy s dopravním zpožděním s nekmitavým regulačním pochodem. Pro její použití se předpokládá standardní složení regulačního obvodu dle obrázku (Obr. 3.1) s přenosem regulátoru  $G_R$  a přenosem regulované soustavy  $G_S$ .

Pro regulované soustavy s dopravním zpožděním jsou uvažovány pouze takové kombinace regulátoru a regulované soustavy, které při skokové změně žádané veličiny  $w$  nebo poruchové veličiny  $v$  působící na výstupu regulované soustavy zajistí nulovou trvalou regulační odchylku.

Metoda je vhodná pro standardní regulátory s integrační složkou (I, PI, PID) s přenosem regulované soustavy ve tvaru

$$G_s(s) = \frac{k}{T_1 s + 1} e^{-T_D s} \quad (3.6)$$

a regulátory bez integrační složky (P, PD) s přenosem regulované soustavy

$$G_s(s) = \frac{k}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_D s}. \quad (3.7)$$

Metoda je vhodná také pro regulované soustavy s přenosem

$$G_s(s) = \frac{k}{(T_j s + 1)^j} e^{-T_D j s}. \quad (3.8)$$

Metoda násobného dominantního pólu je založena na předpokladu, že dominantní pól regulačního obvodu je násobný reálný a zajišťuje stabilní nekmitavý regulační pochod blízký k mezímu nekmitavému regulačnímu procesu. Zároveň lze předpokládat, že je možné zanedbat vliv nul a nedominantních pólů. Násobnost dominantního pólu pro konkrétní typ regulátoru určuje počet stavitelných parametrů zvýšených o jedničku.

K odvození výsledných vztahů pro určení parametrů číslicových regulátorů je použita D-transformace, která je vhodná k analýze a syntéze diskretních dynamických systémů. Výhoda je především v jednoduchém převodu do Z-transformace, pro vzorkovací periodu  $T \rightarrow 0$  i do L-transformace. Nejdůležitější vlastnosti a definiční vztahy D-transformace jsou podrobně popsány v [4].

Pro základní typy regulátorů jsou L a D-transformace přenosů uvedeny v tabulce (Tab. 3.4). Transformace přenosů regulovaných soustav (3.6) a (3.7) jsou uvedeny v tabulce (Tab. 3.5).

Tab. 3.4: *L a D-transformace přenosů regulátorů [4]*

Typ	$G_R(s)$	$G_R(\gamma)$
I	$\frac{1}{T_i s}$	$\frac{\gamma T + 1}{T_i \gamma}$
PI	$r_0 \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$	$r_0 \left(1 + \frac{\gamma T + 1}{T_i \gamma}\right)$
PID	$r_0 \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$	$r_0 \left(1 + \frac{\gamma T + 1}{T_i \gamma} + \frac{T_d \gamma}{\gamma T + 1}\right)$
P	$r_0$	$r_0$
PD	$r_0(1 + T_d s)$	$r_0 \left(1 + \frac{T_d \gamma}{\gamma T + 1}\right)$

Tab. 3.5: *L a D-transformace přenosů regulovaných soustav (3.6) a (3.7) [4]*

$G_S(s)$	$G_S(\gamma)$
$\frac{1}{T_1 s + 1} e^{-T_D s}$	$\frac{a}{T \gamma + a} (T \gamma + 1)^{-D}$
$\frac{1}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_D s}$	$\frac{(T - T_1 a) \gamma + a}{(T \gamma + a) \gamma} (T \gamma + 1)^{-D}$

$$D = \frac{T_D}{T}, \quad a = 1 - e^{-T/T_1}$$

Vztahy pro výpočet stavitelných parametrů regulátorů jsou získány řešením soustavy rovnic, které vychází z přenosu otevřeného regulačního obvodu (Obr. 3.1). Přenos otevřeného regulačního obvodu  $G_o(\gamma)$  je dán vztahem

$$G_o(\gamma) = G_R(\gamma) G_S(\gamma) = \frac{M_o(\gamma)}{N_o(\gamma)} \quad (3.9)$$

a pro charakteristický mnohočlen  $N(\gamma)$  platí

$$N(\gamma) = N_o(\gamma) + M_o(\gamma). \quad (3.10)$$

Po dosazení D-transformace přenosu regulované soustavy z tabulky (Tab. 3.5) a D-transformace přenosu konkrétního typu regulátoru z tabulky (Tab. 3.4) do vztahů (3.9) a (3.10) se pro číslicový regulátor získá soustava rovnic

$$\frac{d^i N(\gamma)}{d\gamma^i} = 0, \quad i = 0, 1, \dots, m. \quad (3.11)$$

Kde  $N$  je charakteristický kvazipolynom<sup>1</sup> regulačního obvodu a  $m$  je počet stavitelných parametrů. [2]

<sup>1</sup> V podstatě se nejedná o polynom, protože obsahuje exponenciální funkci (dopravní zpoždění) a má obecně nekonečně mnoho pólů.

Řešením soustavy rovnic (3.11) jsou získány výsledné vztahy pro výpočet stavitelných parametrů regulátoru a násobného dominantního pólu  $\gamma_{m+1}$ . Pro analogové regulátory jsou vztahy odvozeny limitním přechodem pro  $T \rightarrow 0$ . Pokud se předpokládá pouze analogový regulátor, pracuje se s L-transformací a řeší se soustava rovnic (3.12)

$$\frac{d^i N(s)}{ds^i} = 0, i = 0, 1, \dots, m. \quad (3.12)$$

### Analogový regulátor I

Pro regulovanou soustavu s přenosem (3.6), dvojnásobný dominantní pól.

$$s_2 = -\frac{1}{T_D} - \frac{1}{2T_1} + \sqrt{\frac{1}{T_D^2} + \frac{1}{4T_1^2}} < 0 \quad (3.13)$$

$$T_i = -\frac{k}{(T_1 s_2 + 1) s_2 e^{T_D s_2}} \quad (3.14)$$

### Číslicový regulátor I

$$\gamma_2 = -\frac{aD + 2}{2(D + 1)T} + \sqrt{\frac{a^2 D^2 - 4a + 4}{4(D + 1)^2 T^2}} < 0 \quad (3.15)$$

$$T_i = -\frac{ak}{\gamma_2(\gamma_2 T + a)(\gamma_2 T + 1)^{D-1}} \quad (3.16)$$

### Analogový regulátor PI

Pro regulovanou soustavu s přenosem (3.6), trojnásobný dominantní pól.

$$s_3 = -\frac{2}{T_D} - \frac{1}{2T_1} + \sqrt{\frac{2}{T_D^2} + \frac{1}{4T_1^2}} < 0 \quad (3.17)$$

$$r_0 = -\frac{1}{k} [T_D T_1 s_3^2 + (2T_1 + T_D) s_3 + 1] e^{T_D s_3} \quad (3.18)$$

$$T_i = -\frac{T_D T_1 s_3^2 + (2T_1 + T_D) s_3 + 1}{(T_D T_1 s_3 + T_1 + T_D) s_3^2} \quad (3.19)$$

### Číslicový regulátor PI

$$\gamma_3 = -\frac{aD + 4}{2(D + 2)T} + \sqrt{\frac{(a^2 D^2 + a^2 D - 8a + 8)D}{4(D + 1)(D + 2)^2 T^2}} < 0 \quad (3.20)$$

$$r_0 = -\frac{1}{ak} [T^2(D + 1)\gamma_3^2 + T(aD + 2)\gamma_3 + a](\gamma_3 T + 1)^D \quad (3.21)$$

$$T_i = -\frac{[T^2(D + 1)\gamma_3^2 + T(aD + 2)\gamma_3 + a](\gamma_3 T + 1)}{\gamma_3^2 T [T(D + 1)\gamma_3 + aD + 1]} \quad (3.22)$$

**Analogový regulátor PID**

Pro regulovanou soustavu s přenosem (3.6), čtyřnásobný dominantní pól.

$$s_4 = -\frac{3}{T_D} - \frac{1}{2T_1} + \sqrt{\frac{3}{T_D^2} + \frac{1}{4T_1^2}} < 0 \quad (3.23)$$

$$r_0 = \frac{1}{k} [T_D^2 T_1 s_4^3 + (3T_D T_1 + T_D^2) s_4^2 + T_D s_4 - 1] e^{T_D s_4} \quad (3.24)$$

$$T_i = -2 \frac{T_D^2 T_1 s_4^3 + (3T_D T_1 + T_D^2) s_4^2 + T_D s_4 - 1}{(T_D^2 T_1 s_4 + 2T_D T_1 + T_D^2) s_4^3} \quad (3.25)$$

$$T_d = -\frac{1}{2} \frac{T_D^2 T_1 s_4^2 + (4T_D T_1 + T_D^2) s_4 + 2T_1 + 2T_D}{T_D^2 T_1 s_4^3 + (3T_D T_1 + T_D^2) s_4^2 + T_D s_4 - 1} \quad (3.26)$$

**Číslicový regulátor PID**

$$\gamma_4 = -\frac{aD + 6}{2(D + 3)T} + \sqrt{\frac{a^2 D^3 + 2a^2 D^2 + 12(1 - a)D}{4(D + 2)(D + 3)^2 T^2}} < 0 \quad (3.27)$$

$$r_0 = \frac{1}{ak} \left\{ \begin{array}{l} T^4 \gamma_4^4 (D + 1)(D + 2) + \\ T^3 \gamma_4^3 [(a + 1)D^2 + (a + 6)D + 5] + \\ T^2 \gamma_4^2 [aD^2 + (2a + 3)D + 3] + \\ aT \gamma_4 (D - 1) - a \end{array} \right\} (\gamma_4 T + 1)^{D-1} \quad (3.28)$$

$$T_i = -2 \left\{ \begin{array}{l} T^4 \gamma_4^4 (D + 1)(D + 2) + \\ T^3 \gamma_4^3 [(a + 1)D^2 + (a + 6)D + 5] + \\ T^2 \gamma_4^2 [aD^2 + (2a + 3)D + 3] + \\ aT \gamma_4 (D - 1) - a \end{array} \right\} / \quad (3.29)$$

$$/ \{ T^2 \gamma_4^3 (D + 1) [T(D + 2) \gamma_4 + aD + 2] \}$$

$$T_d = -\frac{T}{2} \left\{ \begin{array}{l} T^4 \gamma_4^4 (D + 1)(D + 2) + \\ T^3 \gamma_4^3 [(a + 2)D^2 + (a + 10)D + 8] + \\ T^2 \gamma_4^2 [(2a + 1)D^2 + (4a + 11)D + 12] + \\ T \gamma_4 [aD^2 + (5a + 4)D + 8] + 2(aD + 1) \end{array} \right\} / \quad (3.30)$$

$$/ \left\{ \begin{array}{l} T^4 \gamma_4^4 (D + 1)(D + 2) + T^3 \gamma_4^3 [(a + 1)D^2 + (a + 6)D + 5] + \\ T^2 \gamma_4^2 [aD^2 + (2a + 3)D + 3] + aT \gamma_4 (D - 1) - a \end{array} \right\}$$

**Analogový regulátor PD**

Pro regulovanou soustavu s přenosem (3.7), trojnásobný dominantní pól.

$$s_3 = -\frac{2}{T_D} - \frac{1}{2T_1} + \sqrt{\frac{2}{T_D^2} + \frac{1}{4T_1^2}} < 0 \quad (3.31)$$

$$r_0 = \frac{1}{k} (T_D T_1 s_3 + T_1 + T_D) s_3^2 e^{T_D s_3} \quad (3.32)$$

$$T_d = -\frac{T_D T_1 s_3^2 + (2T_1 + T_D) s_3 + 1}{(T_D T_1 s_3 + T_1 + T_D) s_3^2} \quad (3.33)$$

**Analogový regulátor P**

Pro regulovanou soustavu s přenosem (3.7), dvojnásobný dominantní pól.

$$s_2 = -\frac{1}{T_D} - \frac{1}{2T_1} + \sqrt{\frac{1}{T_D^2} + \frac{1}{4T_1^2}} < 0 \quad (3.34)$$

$$r_0 = -\frac{1}{k} (T_1 s_2 + 1) s_2 e^{T_D s_2} \quad (3.35)$$

Protože pro násobné póly platí nerovnost  $s_4 < s_3 < s_2 < 0$ , je patrné, že rychlost regulačního procesu závisí na použitém regulátoru. Vícesložkový regulátor zaručí rychlejší regulační pochod.

U regulátoru PI s přenosem (3.6) a regulátoru PD s přenosem (3.7) pro  $T_D \geq T_1$  se průběh výstupní veličiny blíží meznímu nekmitavému regulačnímu procesu. Pozitivní vliv na rychlost průběhu má stabilní nula v čitateli přenosu řízení. Pro  $T_D \leq T_1$  má tato stabilní nula negativní vliv, protože způsobuje překmit regulované veličiny. V případě vzniku překmitu je možné ponechat vypočtené zesílení regulátoru, pokud se pro integrační časovou konstantu regulátoru použije vztah  $T_i = T_1$  a pro derivační časovou konstantu vztah  $T_d = T_1$ . Za těchto podmínek nepřesáhne překmit 2 %. Vzniku nežádoucího překmitu lze také zabránit zvýšením hodnoty časové konstanty regulátoru  $T_i$  (případně  $T_d$ ), ale v žádném případě není možné snížit hodnotu zesílení regulátoru  $r_0$ . Při snížení hodnoty zesílení regulátoru  $r_0$  by byla odezva příliš pomalá.

U regulátoru PID pro  $T_D \geq 2T_1$  se překmit neobjevuje. Překmit je malý do 2 % pro  $T_D \geq 1,4T_1$ . V případě vzniku nežádoucího překmitu, je možné pro časovou integrační konstantu použít vztah  $T_i = 1,2T_1$  a vypočtené zesílení ponechat. Překmit pak nepřesáhne 2 %.

Podrobné odvození vztahů pro výpočet stavitelných parametrů regulátorů je uvedeno v [4].

**Postup seřízení:**

- 1) Pokud není přenos  $G_S(s)$  pro proporcionální nekmitavé regulované soustavy ve tvaru (3.6) nebo integrační nekmitavé regulované soustavy ve tvaru (3.7), převede se do tohoto tvaru některou aproximační metodou. Vhodné metody jsou uvedené např. v [2, 3, 5].
- 2) Z doporučených typů regulátorů se zvolí pro regulované soustavy s přenosem (3.6) některý z regulátorů I, PI a PID. Pro regulovanou soustavu s přenosem (3.7) se zvolí P nebo PD.
- 3) Na základě uvedených vztahů se pro zvolený typ regulátoru vypočtou jeho stavitelné parametry.
- 4) V případě vzniku nežádoucího překmitu se postupuje podle uvedených doporučených způsobů pro zvolený typ regulátoru. [2]

**3.3 Metoda SIMC**

Metoda SIMC popsaná v [4, 5] je jednoduchá metoda pro seřizování standardních regulátorů pro regulované soustavy s dopravním zpožděním, ale i bez něj. Je navržena pro analogové regulátory, ale po vhodné úpravě přenosu pomocí syntézy lze použít i pro regulátory číslicové. Velmi dobrých výsledků je dosaženo i při hrubé aproximaci přenosů regulovaných soustav. Zkratka SIMC je autorem (Skogestad S.) upravený název metody a má se interpretovat jako „SIMple Control“.

Vychází z regulace s vnitřním modelem IMC<sup>2</sup> (v podstatě vychází z velmi obecné metody inverze dynamiky). Pro návrh regulátoru lze použít vztah pro přímou syntézu

$$G_R(s) = \frac{1}{G_S(s)} \frac{G_{wy}(s)}{1 - G_{wy}(s)}, \quad (3.36)$$

$$G_S(s) = G_P(s)e^{-T_D s}, \quad (3.37)$$

$$G_{wy}(s) = \frac{1}{T_w s + 1} e^{-T_D s}, \quad (3.38)$$

kde  $G_R(s)$  je přenos regulátoru,  $G_S(s)$  je přenos regulované soustavy,  $G_{wy}(s)$  je požadovaný přenos řízení regulačního obvodu a  $T_w$  je časová konstanta uzavřeného regulačního obvodu.

Vazba mezi metodami přímé syntézy a vnitřním modelem je podrobně vysvětlena v [4].

Po dosazení vztahů (3.37) a (3.38) do (3.36) se získá přenos navrhovaného analogového regulátoru

$$G_R(s) = \frac{1}{G_P(s)} \frac{1}{T_w s + 1 - e^{-T_D s}}. \quad (3.39)$$

<sup>2</sup> Zkratka IMC z angličtiny **I**nternal **M**odel **C**ontrol.

Pomocí aproximace

$$e^{-T_D s} \approx 1 - T_D s \quad (3.40)$$

a dosazení do (3.39) se získá vztah

$$G_R(s) = \frac{1}{G_P(s)} \frac{1}{(T_w + T_D)s}. \quad (3.41)$$

Při návrhu regulátoru se do vztahu (3.41) dosadí za  $G_P(s)$  část přenosu regulované soustavy bez dopravního zpoždění. Na příklad pro odvození třetího řádku v tabulce (Tab. 3.6) pro přenos soustavy

$$G_S(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_D s}, \quad T_1 \geq T_2 \quad (3.42)$$

je část přenosu bez dopravního zpoždění

$$G_P(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}. \quad (3.43)$$

Po dosazení (3.43) do (3.41) se získá L-přenos

$$G_R(s) = \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{k(T_w + T_D)s} = r_0 \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) (T_d s + 1), \quad (3.44)$$

ze kterého vyplývá, že se jedná o ideální analogový regulátor PID se sériovou strukturou, označován  $PID_i^3$ , kde

$$r_0 = \frac{T_1}{k(T_w + T_D)}, \quad T_i = T_1, \quad T_d = T_2. \quad (3.45)$$

Časová konstanta  $T_w$  určuje rychlost odezvy zároveň s nároky na akční veličinu. Seřízení podle (3.45) dává z hlediska odezvy na změnu žádané veličiny  $w(t)$  dobré výsledky, ale pro  $T_1 \gg T_D$  je odezva na změnu poruchové veličiny  $v(t)$  působící na vstupu regulované soustavy velmi pomalá. Zlepšení odezvy na poruchovou veličinu lze docílit Skogestadem modifikovaným vztahem pro integrační časovou konstantu  $T_i$

$$T_i = \min[T_1, 4(T_w + T_D)]. \quad (3.46)$$

Další modifikace Skogestada spočívá v doporučení volit

$$T_w = T_D. \quad (3.47)$$

Po dosazení (3.47) do (3.45) pro  $r_0$  a (3.47) do (3.46) pro  $T_i$  získáme vztah

$$r_0 = \frac{T_1}{2kT_D}, \quad T_i = \min[T_1, 8T_D]. \quad (3.48)$$

Tímto způsobem odvozené vztahy pro výpočet stavitelných parametrů regulátorů jsou uvedeny v tabulce (Tab. 3.6). Podrobné odvození vztahů pro ostatní uvažované regulované soustavy jsou uvedeny v [4].

<sup>3</sup> Proporcionálně Integračně Derivační regulátor s interakcí (sériový) [4]



Protože je metoda SIMC určena pro výpočet stavitelných parametrů analogových regulátorů, je nutné pro číslicové regulátory vztahy upravit metodou přibližné syntézy (blíže popsáno v kapitole 2.3).

Tab. 3.6: Vztahy pro výpočet hodnot stavitelných parametrů regulátorů pro metodu SIMC

Regulovaná soustava		Regulátor			
		Typ	$r_0$	$T_i$	$T_d$
1	$ke^{-T_D s}$	I	–	$2kT_D$	–
2	$\frac{k}{T_1 s + 1} e^{-T_D s}$	PI	$\frac{T_1}{2kT_D}$	$\min[T_1, 8T_D]$	–
3	$\frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_D s}$ $T_1 \geq T_2$	PID <sub>i</sub>	$\frac{T_1}{2kT_D}$	$\min[T_1, 8T_D]$	$T_2$
4		PID	$\frac{T_1 + T_2}{2kT_D}$	$T_1 + T_2$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$
5			$\frac{T_1(T_2 + 8T_D)}{16kT_D^2}$	$T_2 + 8T_D$	$\frac{8T_2 T_D}{T_2 + 8T_D}$
6	$\frac{k}{s} e^{-T_D s}$	PI	$\frac{1}{2kT_D}$	$8T_D$	–
7	$\frac{k}{s(T_2 s + 1)} e^{-T_D s}$	PID <sub>i</sub>	$\frac{1}{2kT_D}$	$8T_D$	$T_2$
8		PID	$\frac{T_2 + 8T_D}{16kT_D^2}$	$T_2 + 8T_D$	$\frac{8T_2 T_D}{T_2 + 8T_D}$
9	$\frac{k}{s^2} e^{-T_D s}$	PID <sub>i</sub>	$\frac{1}{16kT_D^2}$	$8T_D$	$8T_D$
10		PID	$\frac{1}{8kT_D^2}$	$16T_D$	$4T_D$

Řádek 4 platí pro  $T_1 \leq 8T_D$ , řádek 5 pro  $T_1 \geq 8T_D$ .

#### Postup seřízení:

- 1) Pokud není přenos regulované soustavy  $G_s(s)$  ve tvaru uvedeném v tabulce (Tab. 3.6), převede se do tohoto tvaru některou aproximační metodou. Vhodné metody jsou uvedené např. v [2, 3, 5].
- 2) Podle tabulky (Tab. 3.6) se určí doporučený regulátor. V případě použití číslicového regulátoru je nutné vztahy upravit metodou přibližné syntézy (blíže popsáno v kapitole 2.3).
- 3) Pro analogový regulátor se vypočtou hodnoty stavitelných parametrů regulátoru podle vztahů v tabulce (Tab. 3.6). Pro číslicový regulátor se použijí vztahy upravené metodou přibližné syntézy. [1, 4]

### 3.4 „Univerzální“ experimentální metoda

Tato metoda popsaná v [4, 5, 7] byla rozpracována v bývalém SSSR a je vhodná pro regulované soustavy s přenosy (3.49) a (3.50). Metoda umožňuje seřízení standardních regulátorů z hlediska žádané veličiny  $w$  i z hlediska poruchové veličiny  $v$ , působící na vstupu regulované soustavy podle požadavků na regulaci uvedenou v kapitole 2.1.1. Metoda je dost podobná Chienově-Hronesově-Reswickově metodě. [7]

$$G_s(s) = \frac{k}{T_1 s + 1} e^{-T_D s} \quad (3.49)$$

$$G_s(s) = \frac{k}{s} e^{-T_D s} \quad (3.50)$$

Jako měřítko kvality regulace může být nejrychlejší odezva bez překmitu, kdy se za nekmitavý regulační pochod považuje maximální relativní překmit od 0,02 (2 %) do 0,05 (5 %); nejrychlejší odezva s překmitem  $\kappa = 0,2$  (20 %) a minimální kvadratická regulační plocha ISE (integrální kritérium, blíže vysvětleno v [5]).

Vzhledem k tomu, že je metoda původně určena pro návrh analogových regulátorů, je nutné pro číslicové regulátory vztahy upravit metodou přibližné syntézy (blíže popsáno v kapitole 2.3). Pro přenos regulované soustavy (3.49) jsou vztahy uvedené v tabulce (Tab. 3.7) a pro přenos (3.50) v tabulce (Tab. 3.8).

Tab. 3.7: Vztahy pro výpočet stavitelných parametrů regulátorů přenos (3.49) [4, 5, 7]

$\frac{k}{T_1 s + 1} e^{-T_D s}$		Regulační pochod				
		Nejrychlejší odezva bez překmitu		Nejrychlejší odezva s překmitem 20 %		Minimální kvadratická regulační plocha ISE
Regulátor typ		Seřízení z hlediska				
		žádané veličiny $w$	poruchové veličiny $v$	žádané veličiny $w$	poruchové veličiny $v$	poruchové veličiny $v$
P	$r_0$	$0,3 \frac{T_1}{kT_D}$	$0,3 \frac{T_1}{kT_D}$	$0,7 \frac{T_1}{kT_D}$	$0,7 \frac{T_1}{kT_D}$	–
PI	$r_0$	$0,35 \frac{T_1}{kT_D}$	$0,6 \frac{T_1}{kT_D}$	$0,6 \frac{T_1}{kT_D}$	$0,7 \frac{T_1}{kT_D}$	$\frac{T_1}{kT_D}$
	$T_i$	$1,17T_1$	$0,8T_D + 0,5T_1$	$T_1$	$T_D + 0,3T_1$	$T_D + 0,35T_1$
PID	$r_0$	$0,6 \frac{T_1}{kT_D}$	$0,95 \frac{T_1}{kT_D}$	$0,95 \frac{T_1}{kT_D}$	$1,2 \frac{T_1}{kT_D}$	$1,4 \frac{T_1}{kT_D}$
	$T_i$	$T_1$	$2,4T_D$	$1,36T_1$	$2T_D$	$1,3T_D$
	$T_d$	$0,5T_D$	$0,4T_D$	$0,64T_D$	$0,4T_D$	$0,5T_D$

Tab. 3.8: Vztahy pro výpočet stavitelných parametrů regulátorů přenos (3.50) [4, 5, 7]

$\frac{k}{s} e^{-T_D s}$		Regulační pochod				
		Nejrychlejší odezva bez překmitu		Nejrychlejší odezva s překmitem 20 %		Minimální kvadratická regulační plocha ISE
Regulátor typ		Seřízení z hlediska				
		žádané veličiny $w$	poruchové veličiny $v$	žádané veličiny $w$	poruchové veličiny $v$	poruchové veličiny $v$
P	$r_0$	$0,37 \frac{1}{kT_D}$	$0,37 \frac{1}{kT_D}$	$0,7 \frac{1}{kT_D}$	$0,7 \frac{1}{kT_D}$	–
PI	$r_0$	$0,37 \frac{1}{kT_D}$	$0,46 \frac{1}{kT_D}$	$0,7 \frac{1}{kT_D}$	$0,7 \frac{1}{kT_D}$	$\frac{1}{kT_D}$
	$T_i$	$\infty$	$5,75T_D$	$\infty$	$3T_D$	$4,3T_D$
PID	$r_0$	$0,65 \frac{1}{kT_D}$	$0,65 \frac{1}{kT_D}$	$1,1 \frac{1}{kT_D}$	$1,1 \frac{1}{kT_D}$	$1,36 \frac{1}{kT_D}$
	$T_i$	$\infty$	$5T_D$	$\infty$	$2T_D$	$1,6T_D$
	$T_d$	$0,4T_D$	$0,23T_D$	$0,53T_D$	$0,37T_D$	$0,5T_D$

**Postup seřízení:**

- 1) Pokud není přenos regulované soustavy  $G_s(s)$  ve tvaru (3.49) nebo (3.50), převede se do tohoto tvaru některou aproximační metodou. Vhodné metody jsou uvedené např. v [2, 3, 5].
- 2) Podle požadované kvality regulace se zvolí typ regulátoru (P, PI, PID), druh regulačního pochodu (bez překmitu, s relativním překmitem  $\kappa = 0,2$  (20 %) nebo s minimální kvadratickou regulační plochou ISE) a pro daný záměr (seřízení z hlediska žádané veličiny  $w$  nebo poruchové veličiny  $v$  působící na vstupu regulované soustavy) se na základě tabulky (Tab. 3.7) pro přenos (3.49) nebo na základě tabulky (Tab. 3.8) pro přenos (3.50) zvolí příslušné vztahy pro výpočet stavitelných parametrů.
- 3) Pro analogový regulátor se provede výpočet jeho stavitelných parametrů. V případě použití číslicového regulátoru je nutné vztahy upravit metodou přibližné syntézy (blíže popsáno v kapitole 2.3). [4, 5, 7]



## 4 APLIKACE NA PŘÍKLADECH

V této kapitole jsou uvedeny praktické výpočty stavitelných parametrů regulátorů PI pro proporcionální regulované soustavy 1. řádu včetně zdůvodnění použité regulované soustavy a regulátoru. Pro zjednodušení výpočtů je zde popsána pomůcka vytvořená v prostředí programu Microsoft Excel.

### 4.1 Porovnání metod

Metody pro návrh stavitelných parametrů regulátorů jsou vhodné vždy pro určité regulované soustavy, pro které je navržen příslušný regulátor. Přehled metod je uveden v tabulce (Tab. 4.1). Pro metodu požadovaného modelu (MPM), metodu násobného dominantního pólu (MNDP), metodu SIMC a „univerzální“ experimentální metodu (UEM) je zde uvedena regulovaná soustava a doporučený typ regulátoru.

Tab. 4.1: Přehledová tabulka metod

METODA	Regulovaná soustava			
	$\frac{k}{s}e^{-T_Ds}$	$\frac{k}{T_1s+1}e^{-T_Ds}$	$\frac{k}{s(T_1s+1)}e^{-T_Ds}$	$\frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)}e^{-T_Ds}$
MPM	P	PI (PS)	PD	PID (PSD)
MNDP	PI PID	I PI PID	P PD	–
SIMC	PI	PI	PID	PID
UEM	P PI PID	P PI PID	–	–

Z tabulky (Tab. 4.1) je zřejmé, že nejvhodnější bude porovnávat metody pro proporcionální regulovanou soustavu 1. řádu s proporcionálně integračním regulátorem PI. Pro uvedené metody je dále vždy popsán vzorový příklad výpočtu pro spojitý a číslicový regulátor pro regulovanou soustavu s přenosem

$$G_s(s) = \frac{1}{7s+1}e^{-6s}, \quad (4.1)$$

kde lze psát  $k = 1$ ;  $T_1 = 7$ ;  $T_D = 6$ . Pro analogový regulátor má vzorkovací perioda nulovou hodnotu  $T = 0$ , pro číslicový regulátor je zvolena vzorkovací perioda  $T = 1$ .

Kromě výpočtu pro regulovanou soustavu s přenosem (4.1) jsou provedeny i další výpočty pro různé hodnoty dopravního zpoždění  $T_D$ , setrvačné časové konstanty  $T_1$  a zesílení  $k$  (hodnoty vzorkovací periody, setrvačné časové konstanty a dopravního zpoždění jsou v sekundách).

Vypočítané stavitelné parametry regulátorů pro regulovanou soustavu s přenosem (4.1) jsou uvedeny v tabulkách (Tab. 4.2 až Tab. 4.5) včetně ostatních hodnot, které jsou vypočteny pomocí programu popsaneho v kapitole 4.2.

Do tabulek (Tab. 4.2 až Tab. 4.5) jsou také doplněny odečtené hodnoty doby regulace  $t_r$  a relativního překmitu  $\kappa$  získané z přechodových charakteristik uvedených v následující kapitole této práce.

Relativní překmit  $\kappa$  je vyhodnocen na základě vztahu (2.5), doba regulace  $t_r$  je odečtena pro relativní toleranci regulace  $\delta = 0,02$  (2 %). Tzn. pro hodnotu žádané veličiny  $w(t) = 1$  (zadáno v modelu Simulink) je to okamžik, kdy regulovaná veličina  $y(t)$  vejde do pásma o šířce  $y(t) = 1 \pm 0,02$ .

## 4.2 Pomůcka pro výpočet

Při výpočtu stavitelných parametrů regulátoru jsou použity vztahy příslušné k dané metodě. Z důvodu eliminace výpočetní chyby a rutinně se opakujících výpočtů byl vytvořen skript v programovacím jazyku Visual Basic for Applications (VBA) v programu Microsoft Excel. Prostředí programu je znázorněno na obrázku (Obr. 4.1).

$\frac{k}{T_1s+1}e^{-T_Ds}$												
Proporcionální regulovaná soustava 1. řádu - regulátor PI												VÝPOČET
Zadané hodnoty					MPM		MNDP		SIMC		UEM	
$\kappa$	$k$	$T_1$	$T_D$	$T$	$r_o$	$T_i$	$r_o$	$T_i$	$r_o$	$T_i$	$r_o$	$T_i$
0,05	1	7	6	0	0,6	7	0,431	6,996	0,583	7	0,408	8,19
0,05	2	4	5	0	0,206	4	0,149	4,007	0,2	4	0,14	4,68
0,05	1	2	8	0	0,129	2	0,154	2,797	0,125	2	0,088	2,34
0,05	3	8	12	0	0,114	8	0,085	8,082	0,111	8	0,078	9,36
0,05	2	10	11	0	0,234	10	0,167	10,001	0,227	10	0,159	11,7
0,05	1	7	6	1	0,514	6,5	0,369	6,511	0,538	7	0,377	8,19
0,05	2	4	5	1	0,163	3,5	0,12	3,54	0,182	4	0,127	4,68
0,05	1	2	8	1	0,091	1,5	0,127	2,431	0,118	2	0,082	2,34
0,05	3	8	12	1	0,103	7,5	0,077	7,62	0,107	8	0,075	9,36
0,05	2	10	11	1	0,212	9,5	0,153	9,512	0,217	10	0,152	11,7

**Zadané hodnoty regulované soustavy**

$\kappa$  relativní překmit - pro MPM jsou přípustné hodnoty: 0; 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5  
pro UEM jsou přípustné hodnoty: 0,05; 0,2

$k$  zesílení

$T_1$  setrvačná časová konstanta

$T_D$  dopravní zpoždění

$T$  vzorkovací frekvence

**Vypočtené stavitelné parametry regulátoru**

$r_o$  zesílení regulátoru

$T_i$  integrační časová konstanta

Obr. 4.1: Prostředí programu pro výpočet v programu Microsoft Excel

Pomocí tohoto skriptu jsou na základě zadaných hodnot regulované soustavy vypočteny stavitelné parametry PI regulátorů pro výše uvedené metody. Skript je spuštěn pomocí tlačítka „VÝPOČET“ v záhlaví tabulky. Ze zadaných hodnot  $\kappa, k, T_1, T_D$  a  $T$  jsou vypočteny stavitelné parametry regulátorů  $r_0$  a  $T_i$ . Jako relativní překmit  $\kappa$  je ve výpočtu přípustná hodnota 0,05 nebo 0,2 z důvodu UEM, která jiné hodnoty překmitu neuvažuje. Hodnota překmitu je zohledněna rovněž u MPM. Při zadané nenulové vzorkovací frekvenci  $T$  je proveden výpočet pro číslicový regulátor, při nulové hodnotě pro regulátor spojitý.

### 4.3 Výpočet MPM

#### Analogový regulátor PI

Na základě vztahu (3.4) určíme velikost zesílení  $k_0$  s hodnotou koeficientu  $\beta = 1,944$  pro relativní překmit  $\kappa = 0,05$  zjištěného z tabulky (Tab. 3.2).

$$k_0 = \frac{1}{\beta T_D} = \frac{1}{1,944 \cdot 6} \doteq 0,0857 \quad (4.2)$$

Z tabulky (Tab. 3.3) určíme vztah (4.3) pro výpočet integrační časové konstanty  $T_i$  a vztah (4.4) pro výpočet zesílení regulátoru  $r_0$ .

$$T_i = T_1 - \frac{T}{2} = 7 - \frac{0}{2} = 7 \quad (4.3)$$

$$r_0 = \frac{k_0 T_i}{k} = \frac{0,0857 \cdot 7}{1} \doteq 0,6 \quad (4.4)$$

#### Číslicový regulátor PI

Na základě vztahu (3.5) určíme velikost zesílení  $k_0$  s hodnotou koeficientů  $\alpha = 0,984$ ;  $\beta = 1,944$  pro relativní překmit  $\kappa = 0,05$  zjištěného z tabulky (Tab. 3.2).

$$k_0 = \frac{1}{\alpha T + \beta T_D} = \frac{1}{0,984 \cdot 1 + 1,944 \cdot 6} \doteq 0,0791 \quad (4.5)$$

Po dosazení do vztahů (4.6) a (4.7) vypočteme integrační časovou konstantu  $T_i$  a zesílení regulátoru  $r_0$ .

$$T_i = T_1 - \frac{T}{2} = 7 - \frac{1}{2} = 6,5 \quad (4.6)$$

$$r_0 = \frac{k_0 T_i}{k} = \frac{0,0791 \cdot 6,5}{1} \doteq 0,514 \quad (4.7)$$

Vypočítané stavitelné parametry regulátorů pro regulovanou soustavu s přenosem (4.1) jsou uvedeny v tabulce (Tab. 4.2) včetně hodnot pro ostatní regulované soustavy.

Tab. 4.2: Vypočítané hodnoty stavitelných parametrů regulátorů pomocí MPM

METODA POŽADOVANÉHO MODELU								
Zadané hodnoty					Vypočtené hodnoty		Kvalita	
$\kappa$	$k$	$T_1$	$T_D$	$T$	$r_0$	$T_i$	$\kappa$	$t_r$
0,05	1	7	6	0	0,6	7	5	36,4
0,05	2	4	5	0	0,206	4	5,1	30,5
0,05	1	2	8	0	0,129	2	5,1	49
0,05	3	8	12	0	0,114	8	5	72,9
0,05	2	10	11	0	0,234	10	5,1	66,9
0,05	1	7	6	1	0,514	6,5	4,1	41,6
0,05	2	4	5	1	0,163	3,5	4,5	35,5
0,05	1	2	8	1	0,091	1,5	5	52,6
0,05	3	8	12	1	0,103	7,5	4,8	77,8
0,05	2	10	11	1	0,212	9,5	4,6	72,1

#### 4.4 Výpočet MNDP

##### Analogový regulátor PI

Po dosazení do vztahu (3.17) vypočteme kořen mnohočlenu  $s_3$ . Na základě vztahu (3.18) vypočteme zesílení regulátoru  $r_0$  a podle vztahu (3.19) integrační časovou konstantu  $T_i$ .

$$s_3 = -0,019; \quad r_0 = 0,431; \quad T_i = 6,996 \quad (4.8)$$

##### Číslicový regulátor PI

Na základě vztahu (4.9) vypočteme hodnotu relativního diskrétního zpoždění  $D$  a pomocí vztahu (4.10) koeficient  $a$ . Po dosazení do vztahu (3.20) vypočteme komplexní proměnnou D-transformace  $\gamma_3$ . Pomocí vztahu (3.21) vypočteme zesílení regulátoru  $r_0$  a podle vztahu (3.22) integrační časovou konstantu  $T_i$ .

$$D = \frac{T_D}{T} = \frac{6}{1} = 6 \quad (4.9)$$

$$a = 1 - e^{-\frac{T}{T_1}} = 1 - e^{-\frac{1}{7}} = 0,133 \quad (4.10)$$

$$\gamma_3 = -0,139; \quad r_0 = 0,369; \quad T_i = 6,512 \quad (4.11)$$

Vypočítané stavitelné parametry regulátorů pro regulovanou soustavu s přenosem (4.1) jsou uvedeny v tabulce (Tab. 4.3) včetně hodnot pro ostatní regulované soustavy.



Tab. 4.3: Vypočítané hodnoty stavitelných parametrů regulátorů pomocí MNDP

METODA NÁSOBNÉHO DOMINANTNÍHO PÓLU							
Zadané hodnoty				Vypočtené hodnoty		Kvalita	
$k$	$T_1$	$T_D$	$T$	$r_0$	$T_i$	$\kappa$	$t_r$
1	7	6	0	0,431	6,996	0	38,9
2	4	5	0	0,149	4,007	0	32
1	2	8	0	0,154	2,797	0	40,4
3	8	12	0	0,085	8,082	0	75,1
2	10	11	0	0,167	10,001	0	71,5
1	7	6	1	0,369	6,511	0,1	42,4
2	4	5	1	0,12	3,54	0	34,7
1	2	8	1	0,127	2,431	0,1	42,5
3	8	12	1	0,077	7,62	0	77,3
2	10	11	1	0,153	9,512	0	74,4

#### 4.5 Výpočet metodou SIMC

##### Analogový regulátor PI

Z tabulky (Tab. 3.6) určíme vztah (4.12) pro výpočet zesílení regulátoru  $r_0$  a vztah (4.13) pro výpočet integrační časové konstanty  $T_i$ .

$$r_0 = \frac{T_1}{2kT_D} = \frac{7}{2 \cdot 1 \cdot 6} \doteq 0,583 \quad (4.12)$$

$$T_1 < 8T_D \rightarrow T_i = 7 \quad (4.13)$$

##### Číslicový regulátor PI

Pro výpočet zesílení regulátoru  $r_0$  platí vztah (4.12), který je nutné upravit metodou přibližné syntézy (popsáno v kapitole 2.3). Na základě upraveného vztahu (4.14) je proveden výpočet. Integrační časová konstanta  $T_i$  je stejná jako u analogového regulátoru (ve vztahu není zastoupeno dopravní zpoždění  $T_D$ ).

$$r_0 = \frac{T_1}{2k \left( T_D + \frac{T}{2} \right)} = \frac{7}{2 \cdot 1 \cdot \left( 6 + \frac{1}{2} \right)} \doteq 0,538 \quad (4.14)$$

$$T_i = 7 \quad (4.15)$$

Vypočítané stavitelné parametry regulátorů pro regulovanou soustavu s přenosem (4.1) jsou uvedeny v tabulce (Tab. 4.4) včetně hodnot pro ostatní regulované soustavy.

Tab. 4.4: Vypočítané hodnoty stavitelných parametrů regulátorů pomocí metody SIMC

METODA SIMC							
Zadané hodnoty				Vypočtené hodnoty		Kvalita	
$k$	$T_1$	$T_D$	$T$	$r_0$	$T_i$	$\kappa$	$t_r$
1	7	6	0	0,583	7	4,1	36,4
2	4	5	0	0,2	4	4,2	30,6
1	2	8	0	0,125	2	4,2	48,8
3	8	12	0	0,111	8	4,1	72,7
2	10	11	0	0,227	10	4,1	67
1	7	6	1	0,538	7	1,9	24,5
2	4	5	1	0,182	4	1,7	20,9
1	2	8	1	0,118	2	2,4	46,8
3	8	12	1	0,107	8	2,9	71,5
2	10	11	1	0,217	10	2,8	65,5

## 4.6 Výpočet UEM

### Analogový regulátor PI

Výpočet je proveden pro nejrychlejší odezvu bez překmitu, seřízení z hlediska žádané veličiny  $w$ . Z tabulky (Tab. 3.7) určíme vztah (4.16) pro výpočet zesílení regulátoru  $r_0$  a vztah (4.17) pro výpočet integrační časové konstanty  $T_i$ .

$$r_0 = 0,35 \frac{T_1}{kT_D} = 0,35 \frac{7}{1 \cdot 6} \doteq 0,408 \quad (4.16)$$

$$T_i = 1,17T_1 = 1,17 \cdot 7 = 8,19 \quad (4.17)$$

### Číslicový regulátor PI

Pro výpočet zesílení regulátoru  $r_0$  platí vztah (4.16), který je nutné upravit metodou přibližné syntézy (popsáno v kapitole 2.3). Na základě upraveného vztahu (4.18) je proveden výpočet. Integrační časová konstanta  $T_i$  je stejná jako u analogového regulátoru (ve vztahu není zastoupeno dopravní zpoždění  $T_D$ ).

$$r_0 = 0,35 \frac{T_1}{k \left( T_D + \frac{T}{2} \right)} = 0,35 \frac{7}{1 \cdot \left( 6 + \frac{1}{2} \right)} \doteq 0,377 \quad (4.18)$$

$$T_i = 8,19 \quad (4.19)$$

Vypočítané stavitelné parametry regulátorů pro regulovanou soustavu s přenosem (4.1) jsou uvedeny v tabulce (Tab. 4.5) včetně hodnot pro ostatní regulované soustavy.

Tab. 4.5: *Vypočítané hodnoty stavitelných parametrů regulátorů pomocí UEM*

„UNIVERZÁLNÍ“ EXPERIMENTÁLNÍ METODA								
Zadané hodnoty					Vypočtené hodnoty		Kvalita	
$\kappa$	$k$	$T_1$	$T_D$	$T$	$r_0$	$T_i$	$\kappa$	$t_r$
0,05	1	7	6	0	0,408	8,19	0	63,7
0,05	2	4	5	0	0,14	4,68	0	51
0,05	1	2	8	0	0,088	2,34	0	77
0,05	3	8	12	0	0,078	9,36	0	120,8
0,05	2	10	11	0	0,159	11,7	0	113,7
0,05	1	7	6	1	0,377	8,19	0	70,3
0,05	2	4	5	1	0,127	4,68	0	57,7
0,05	1	2	8	1	0,082	2,34	0	84
0,05	3	8	12	1	0,075	9,36	0	127,6
0,05	2	10	11	1	0,152	11,7	0	120,3

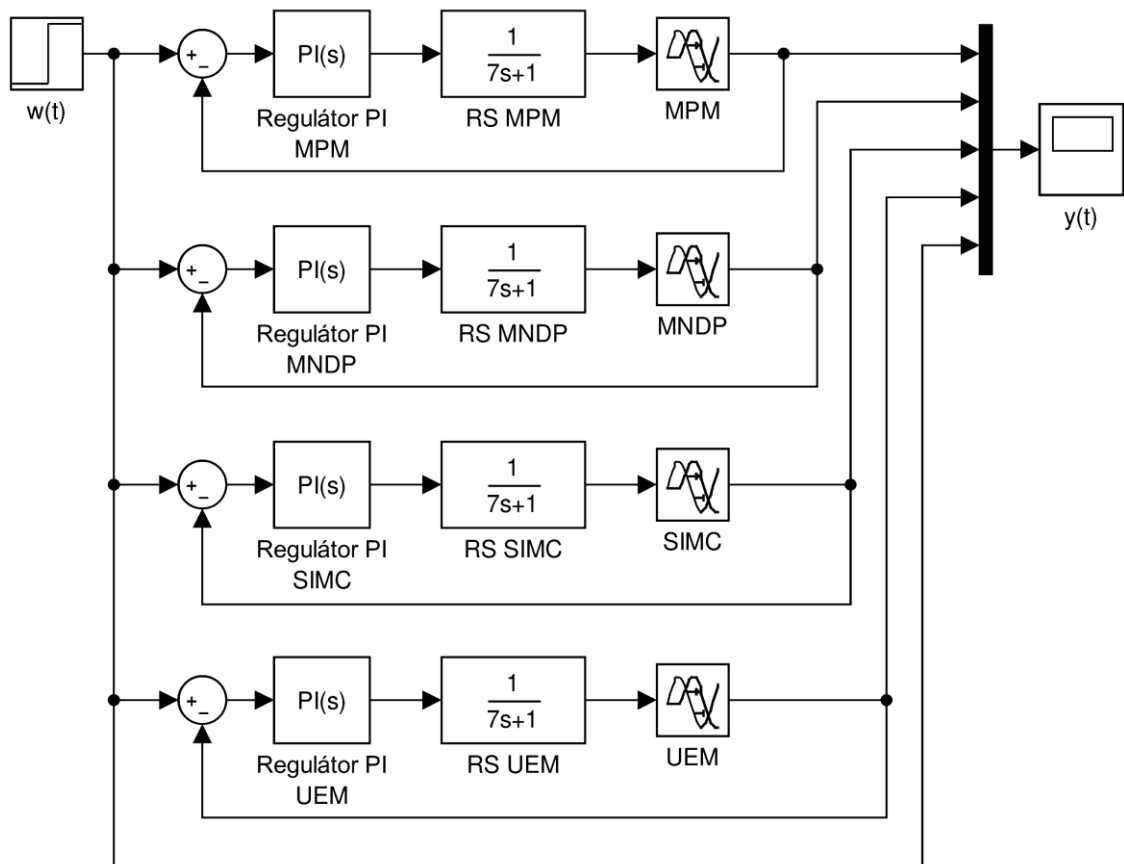


## 5 VYHODNOCENÍ

V této kapitole je uvedeno vyhodnocení vypočtených stavitelných parametrů regulátorů jednotlivými metodami. V první části je popsán vytvořený model v programu Matlab/Simulink. V další části kapitoly jsou vyhodnoceny přechodové charakteristiky pro spojité i pro číslicové regulátory. V závěru kapitoly je provedeno porovnání spojitých a číslicových regulátorů pro každou metodu výpočtu.

### 5.1 Model v Matlab/Simulink

V programové nadstavbě Simulink programu Matlab [9] je vytvořen model pro vyhodnocení vypočtených stavitelných parametrů regulátorů. Na základě tohoto modelu jsou vykresleny přechodové charakteristiky, pomocí kterých je provedeno grafické vyhodnocení včetně číselného odečtu doby regulace  $t_r$  a relativního překmitu  $\kappa$ . Na obrázku (Obr. 5.1) je znázorněné schéma z nadstavby Simulink. Skládá se ze čtyř základních regulačních obvodů pro každou metodu výpočtu. Jednotlivé regulační obvody jsou tvořeny rozdílovým blokem, PI regulátorem, regulovanou soustavou a blokem dopravního zpoždění s individuálně zadanými parametry. Schéma je v souladu se zapojením základního regulačního obvodu na obrázku (Obr. 2.1).



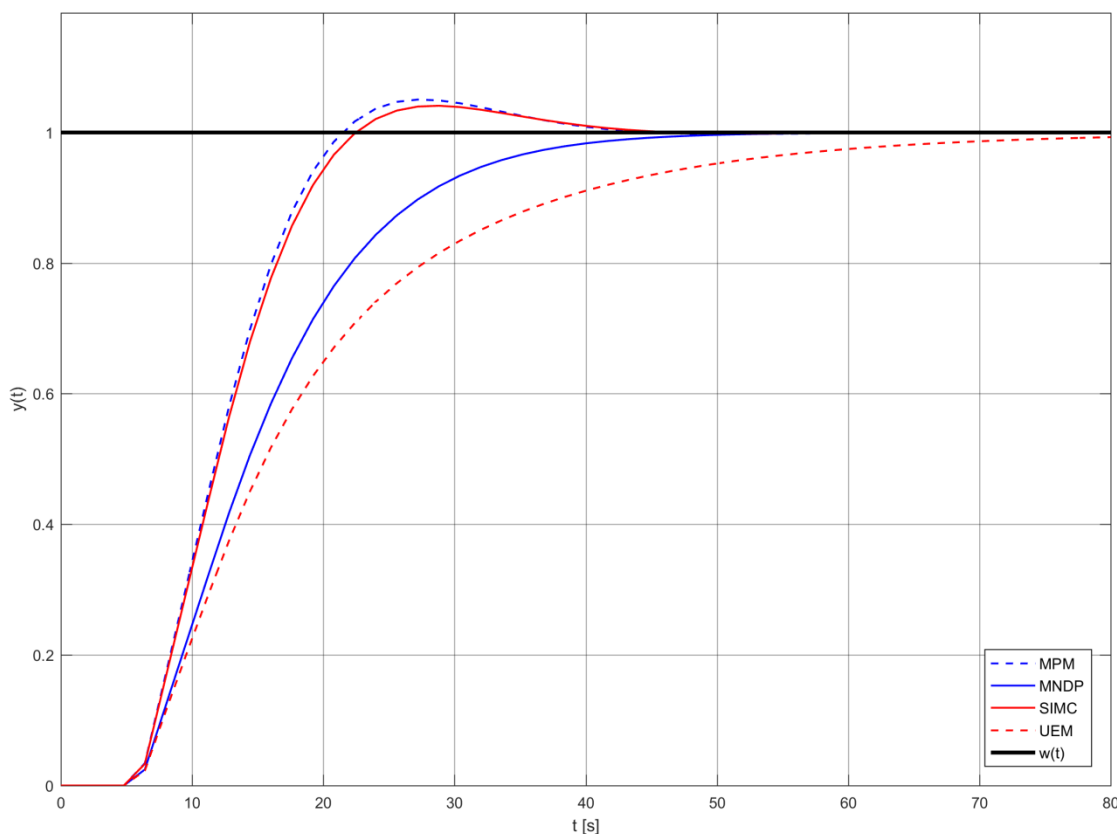
Obr. 5.1: Model pro porovnání metod v programu Matlab/Simulink

## 5.2 Spojité regulátory

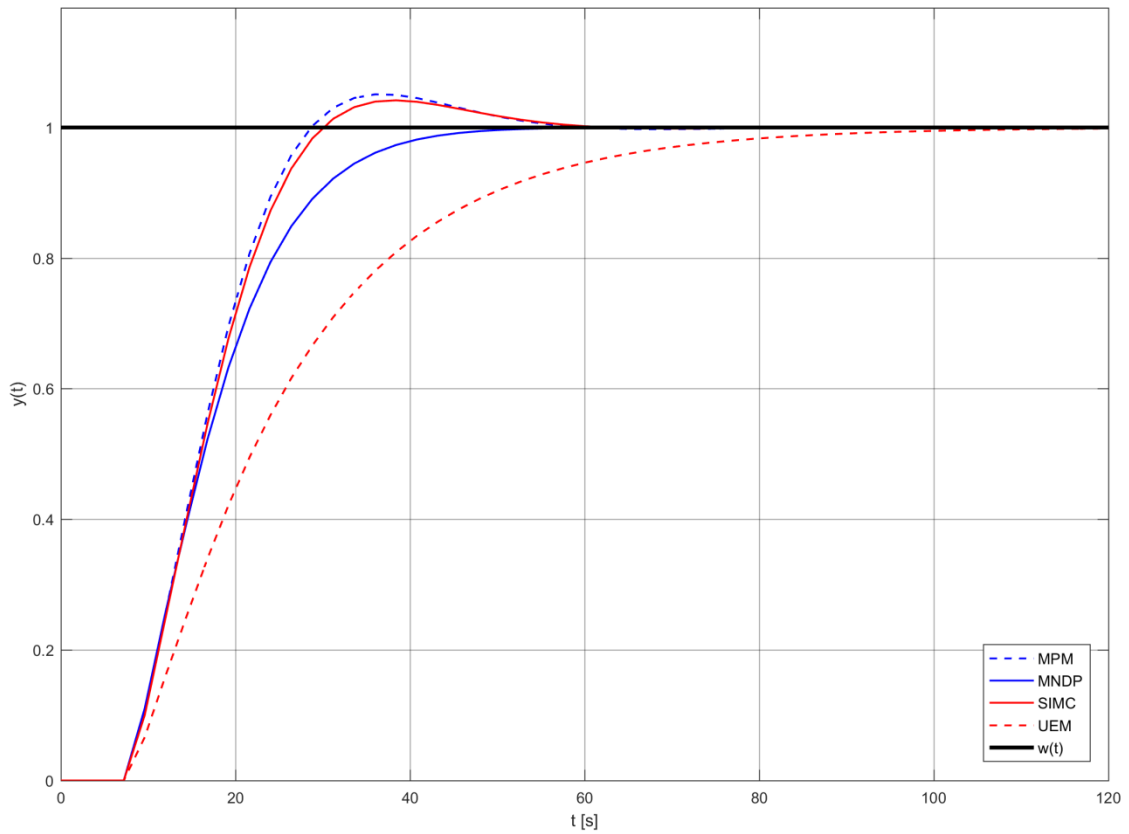
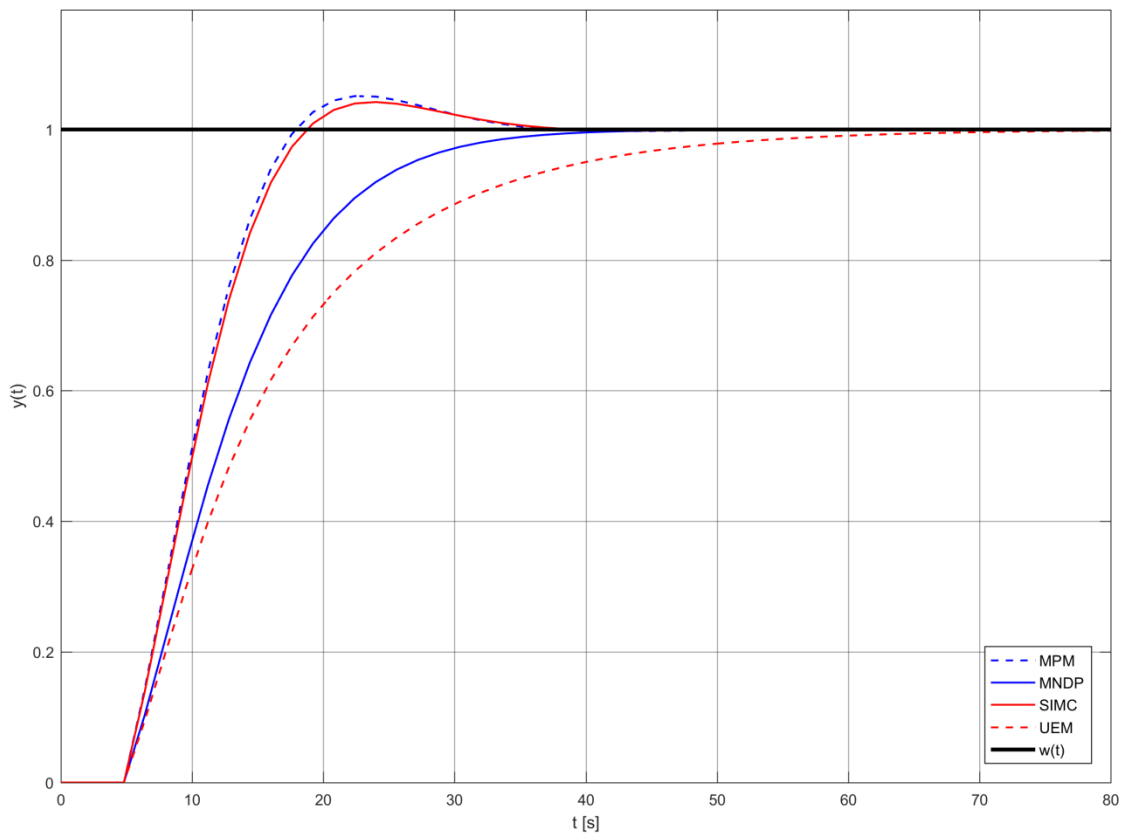
Na obrázcích (Obr. 5.2 až Obr. 5.5) jsou průběhy přechodových charakteristik spojitých regulátorů se zadanými vypočtenými parametry pro jednotlivé metody pro pět různých RS. Z průběhů přechodových charakteristik je patrné, že nulový relativní překmit  $\kappa$  je vždy u UEM a MNDP. UEM má však oproti MNDP téměř dvojnásobný čas regulace  $t_r$ . U metody SIMC a MPM nepřesáhne relativní překmit  $\kappa$  5 % a doba regulace  $t_r$  je prakticky totožná s rozdílem desetín procent. Nejkratší doby regulace  $t_r$  bez překmitu je dosaženo ve všech případech MNDP, s relativním překmitem  $\kappa \cong 4\%$  následuje metoda SIMC, dále s velmi podobnými výsledky jako metoda SIMC MPM s relativním překmitem  $\kappa \cong 5\%$  a s nejdelším časem regulace  $t_r$  s nulovým překmitem  $\kappa$  UEM. Výsledky ukazatelů kvality jsou uvedeny v tabulce (Tab. 5.1).

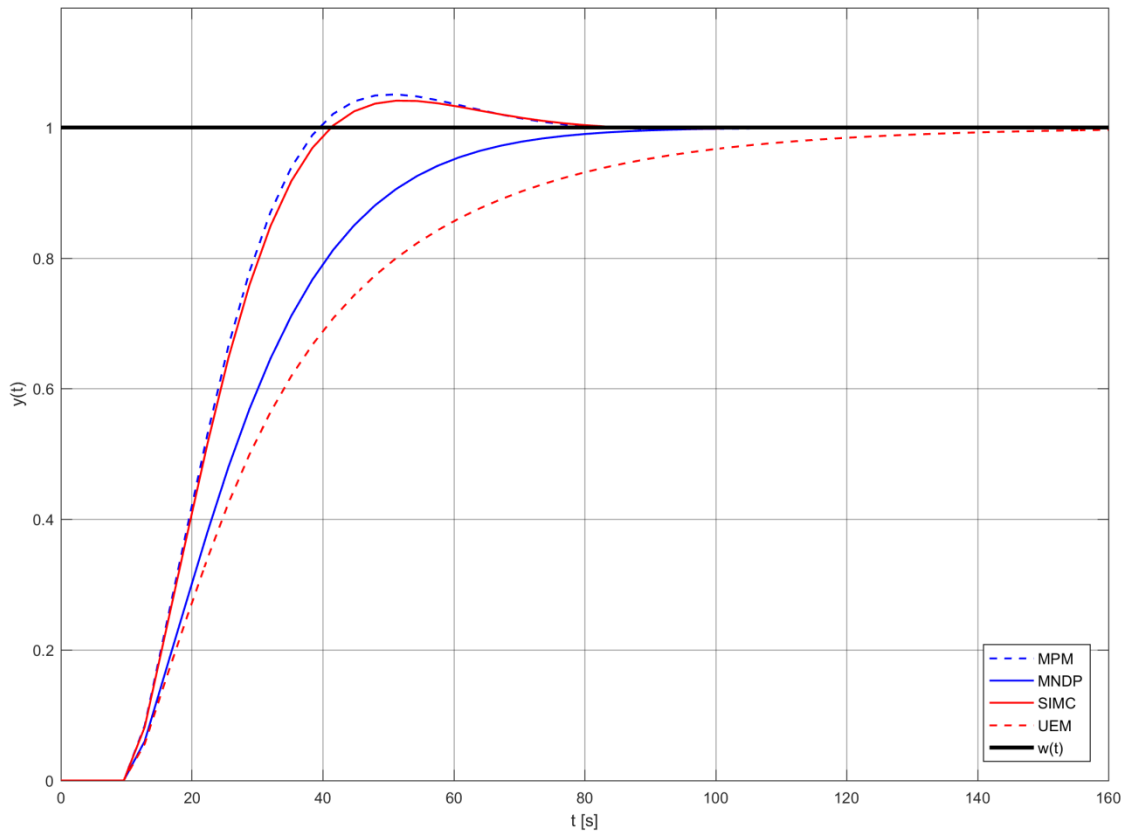
Tab. 5.1: Přehledová tabulka ukazatelů kvality spojitých regulátorů

Metoda	RS-1		RS-2		RS-3		RS-4		RS-5	
	$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$
MPM	5	36,4	5,1	49	5,1	30,5	5,1	66,9	5	72,9
MNDP	0	38,9	0	40,4	0	32	0	71,5	0	75,1
SIMC	4,1	36,4	4,2	48,8	4,2	30,6	4,1	67	4,1	72,7
UEM	0	63,7	0	77	0	51	0	113,7	0	120,8

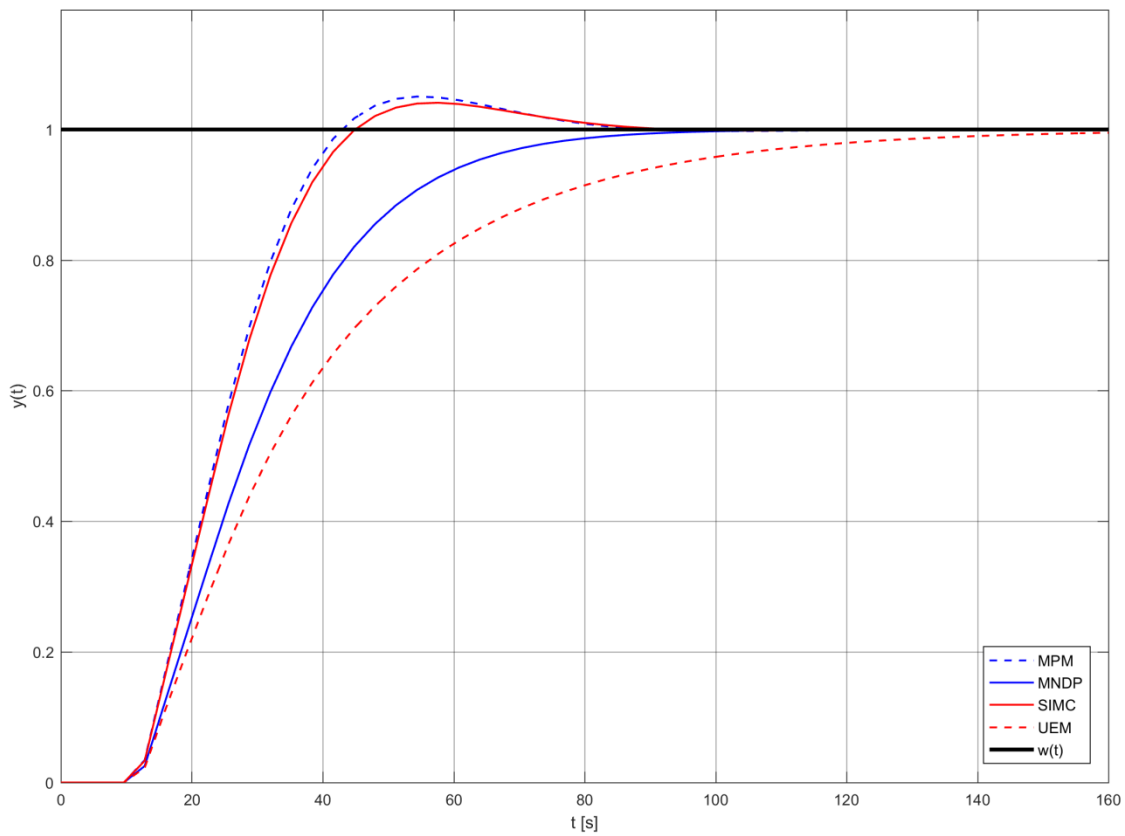


Obr. 5.2: RS-1:  $k = 1$ ;  $T_1 = 7$ ;  $T_D = 6$ ; spojitá regulace s regulátorem PI

Obr. 5.3: RS-2:  $k = 1$ ;  $T_1 = 2$ ;  $T_D = 8$ ; spojitá regulace s regulátorem PIObr. 5.4: RS-3:  $k = 2$ ;  $T_1 = 4$ ;  $T_D = 5$ ; spojitá regulace s regulátorem PI



Obr. 5.5: RS-4:  $k = 2$ ;  $T_1 = 10$ ;  $T_D = 11$ ; spojitá regulace s regulátorem PI



Obr. 5.6: RS-5:  $k = 3$ ;  $T_1 = 8$ ;  $T_D = 12$ ; spojitá regulace s regulátorem PI

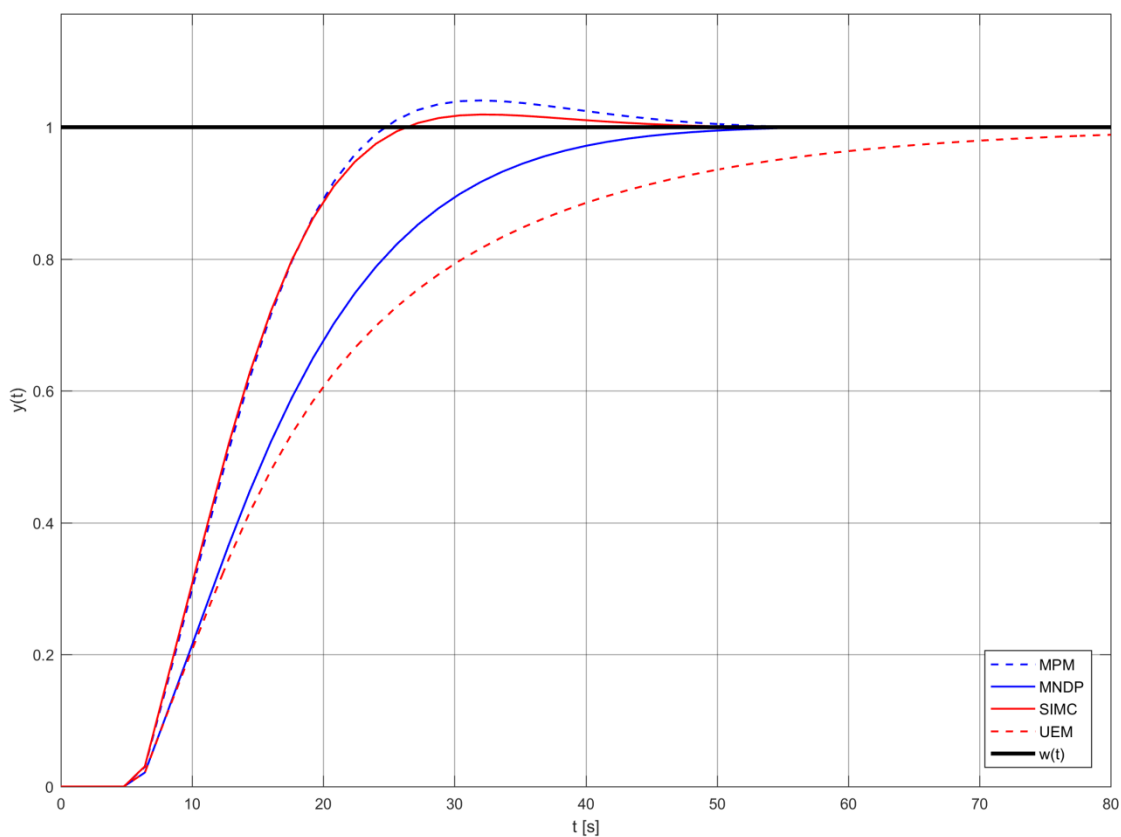


### 5.3 Číslicové regulátory

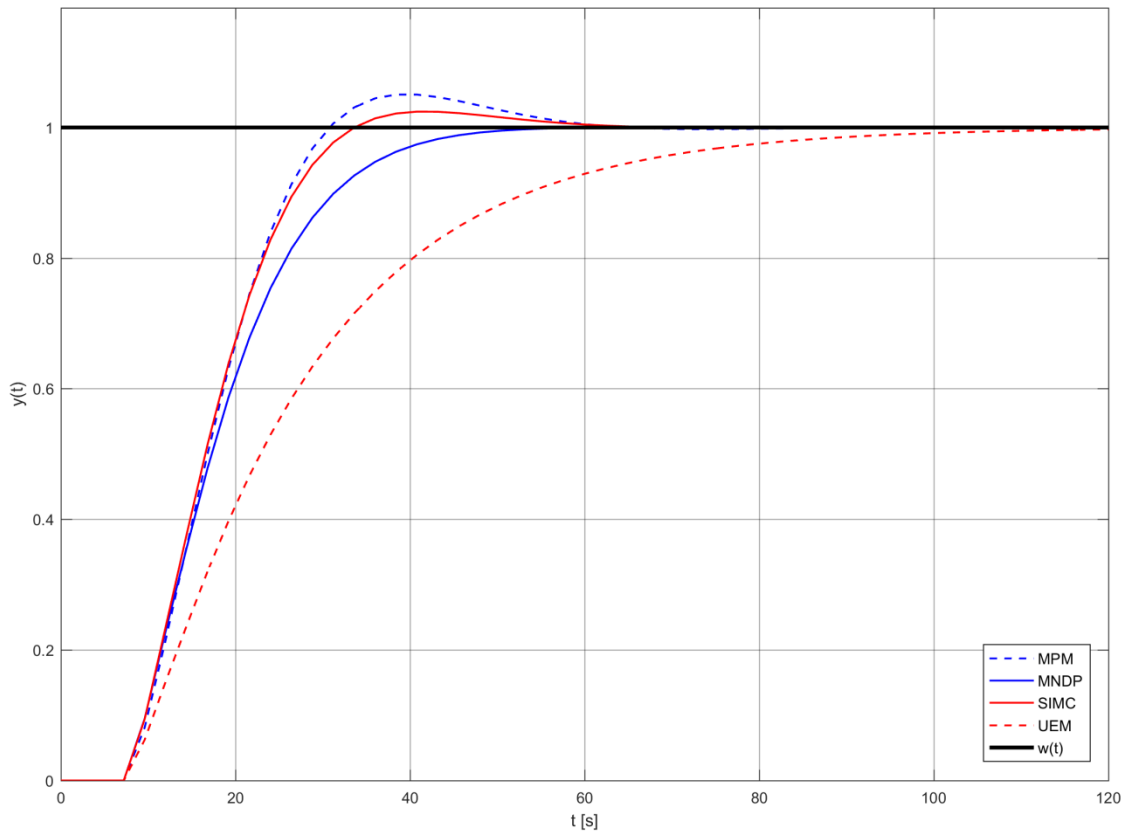
Na obrázcích (Obr. 5.7 až Obr. 5.11) jsou průběhy přechodových charakteristik číslicových regulátorů se zadanými vypočtenými parametry pro jednotlivé metody pro pět různých RS. Z průběhů přechodových charakteristik je patrné, že nulový relativní překmit  $\kappa$  je téměř vždy u UEM a MNDP (ve dvou případech je relativní překmit  $\kappa = 0,1\%$ ). U metody SIMC se relativní překmit  $\kappa$  pohybuje v rozmezí 1,7 až 2,9 %. Největší relativní překmit je u MPM, hodnota je v rozmezí 4,1 až 5 %. Doba regulace  $t_r$  je nejkratší u metody SIMC kromě RS-2, kde je nejkratší doba regulace  $t_r$  u MNDP. Za metodou SIMC následuje MPM a MNDP, nejděších časů regulace  $t_r$  dosahuje UEM. Výsledky ukazatelů kvality jsou uvedeny v tabulce (Tab. 5.2).

Tab. 5.2: Přehledová tabulka ukazatelů kvality číslicových regulátorů

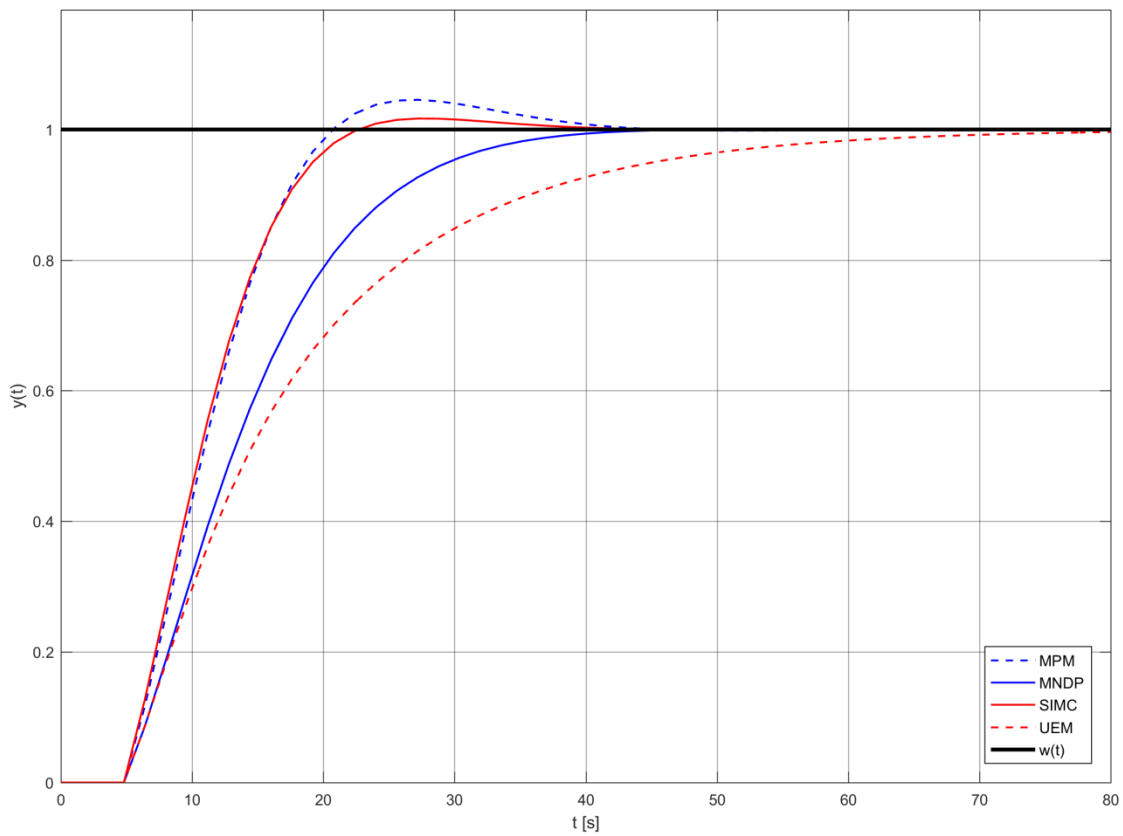
Metoda	RS-1		RS-2		RS-3		RS-4		RS-5	
	$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$
MPM	4,1	41,6	5	52,6	4,5	35,5	4,6	72,1	4,8	77,8
MNDP	0,1	42,4	0,1	42,5	0	34,7	0	74,4	0	77,3
SIMC	1,9	24,5	2,4	46,8	1,7	20,9	2,8	65,5	2,9	71,5
UEM	0	70,3	0	84	0	57,7	0	120,3	0	127,6



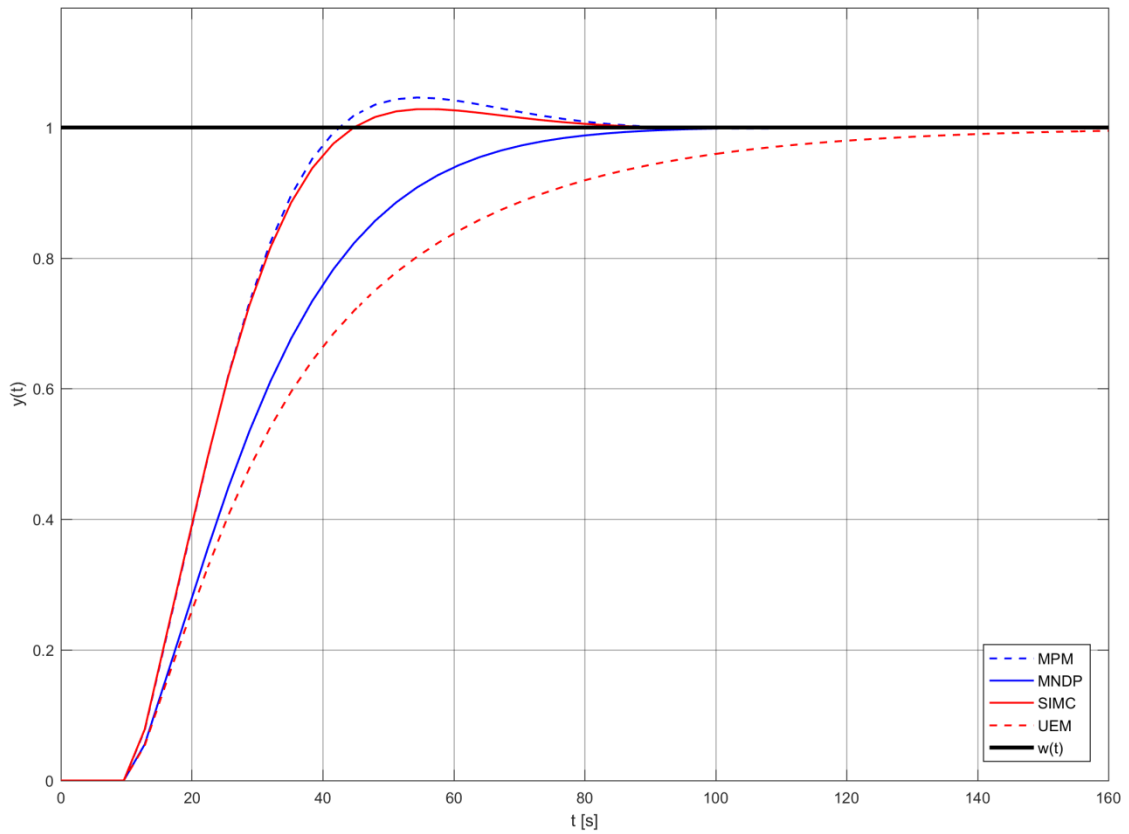
Obr. 5.7: RS-1:  $k = 1$ ;  $T_1 = 7$ ;  $T_D = 6$ ; číslicová regulace s regulátorem PI



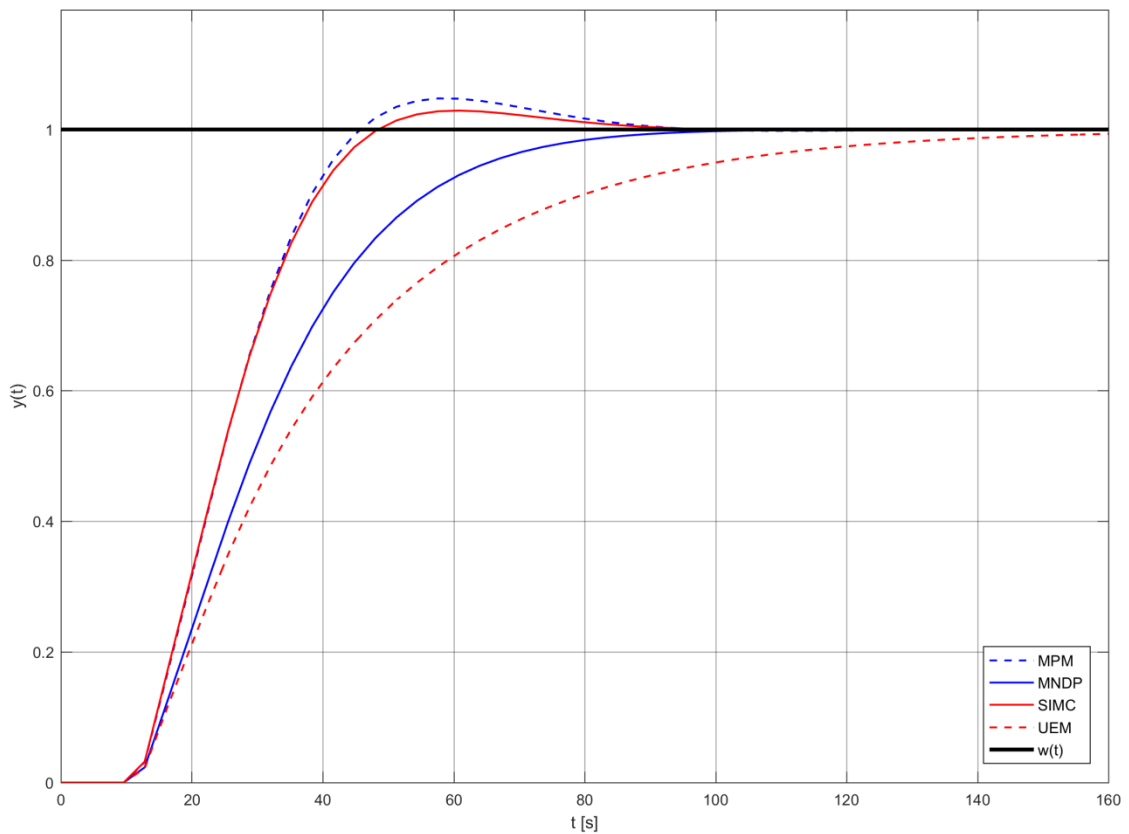
Obr. 5.8: RS-2:  $k = 1$ ;  $T_1 = 2$ ;  $T_D = 8$ ; číslicová regulace s regulátorem PI



Obr. 5.9: RS-3:  $k = 2$ ;  $T_1 = 4$ ;  $T_D = 5$ ; číslicová regulace s regulátorem PI



Obr. 5.10: RS-4:  $k = 2$ ;  $T_1 = 10$ ;  $T_D = 11$ ; číslicová regulace s regulátorem PI



Obr. 5.11: RS-5:  $k = 3$ ;  $T_1 = 8$ ;  $T_D = 12$ ; číslicová regulace s regulátorem PI

## 5.4 Porovnání číslicových a spojitých regulátorů

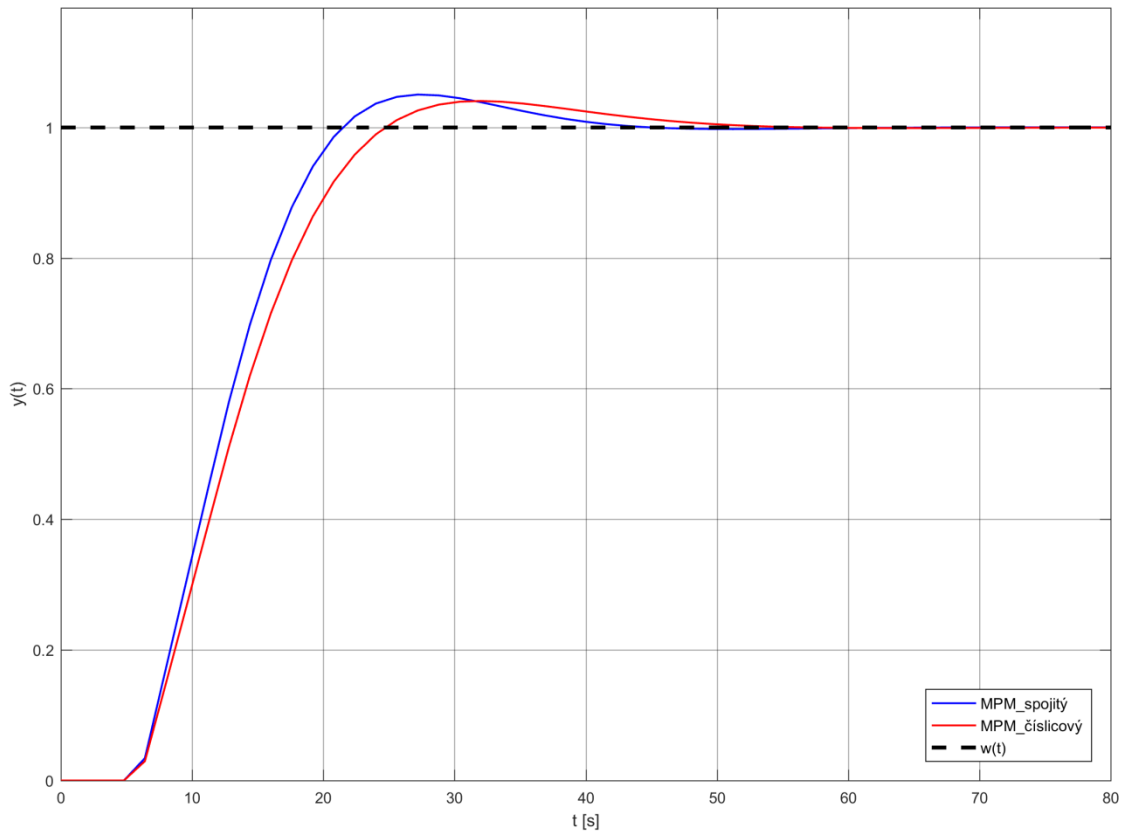
Na obrázcích (Obr. 5.12 až Obr. 5.15) jsou průběhy přechodových charakteristik spojitého a číslicového regulátoru se zadanými vypočtenými parametry pro jednotlivé metody pro regulovanou soustavu (4.1).

Z průběhu přechodových charakteristik je patrné, že číslicový regulátor dosahuje oproti spojitému regulátoru delších časů regulace  $t_r$ . Pouze metoda SIMC má u číslicového regulátoru kratší čas regulace  $t_r$ . Je to způsobené vlivem nižšího relativního překmitu  $\kappa$ , kdy regulovaná veličina  $y(t)$  vejde do pásma o šířce  $y(t) = 1 \pm 0,02$  dříve než u regulátoru spojitého.

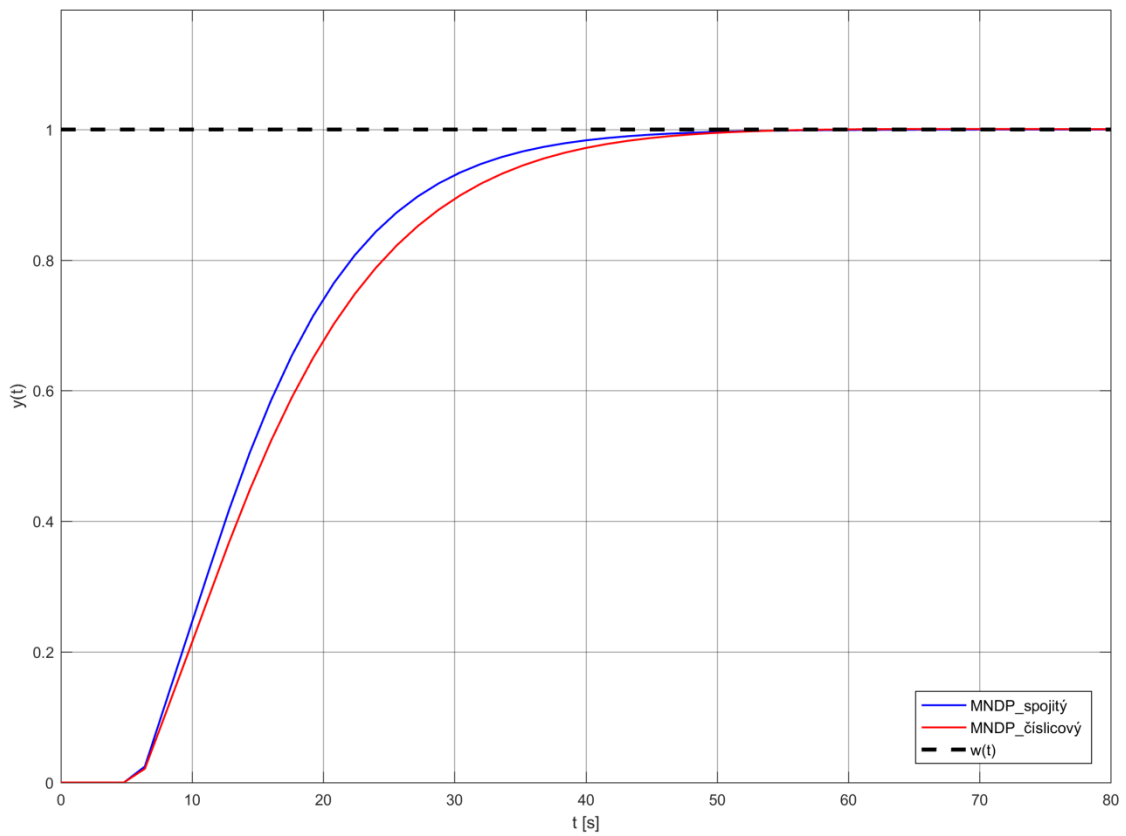
Nejkratší doby regulace  $t_r$  s nulovým relativním překmitem  $\kappa$  je dosaženo metodou MNDP při použití spojitého regulátoru. Následuje metoda SIMC s relativním překmitem  $\kappa = 1,9\%$  při použití číslicového regulátoru a metoda MPM s relativním překmitem  $\kappa = 5\%$  při použití regulátoru spojitého. UEM dosahuje při nulovém relativním překmitu  $\kappa$  nejdelších časů regulace  $t_r$  při použití spojitého i číslicového regulátoru. Výsledky ukazatelů kvality jsou uvedeny v tabulce (Tab. 5.3).

Tab. 5.3: Přehledová tabulka ukazatelů kvality spojitých a číslicových regulátorů

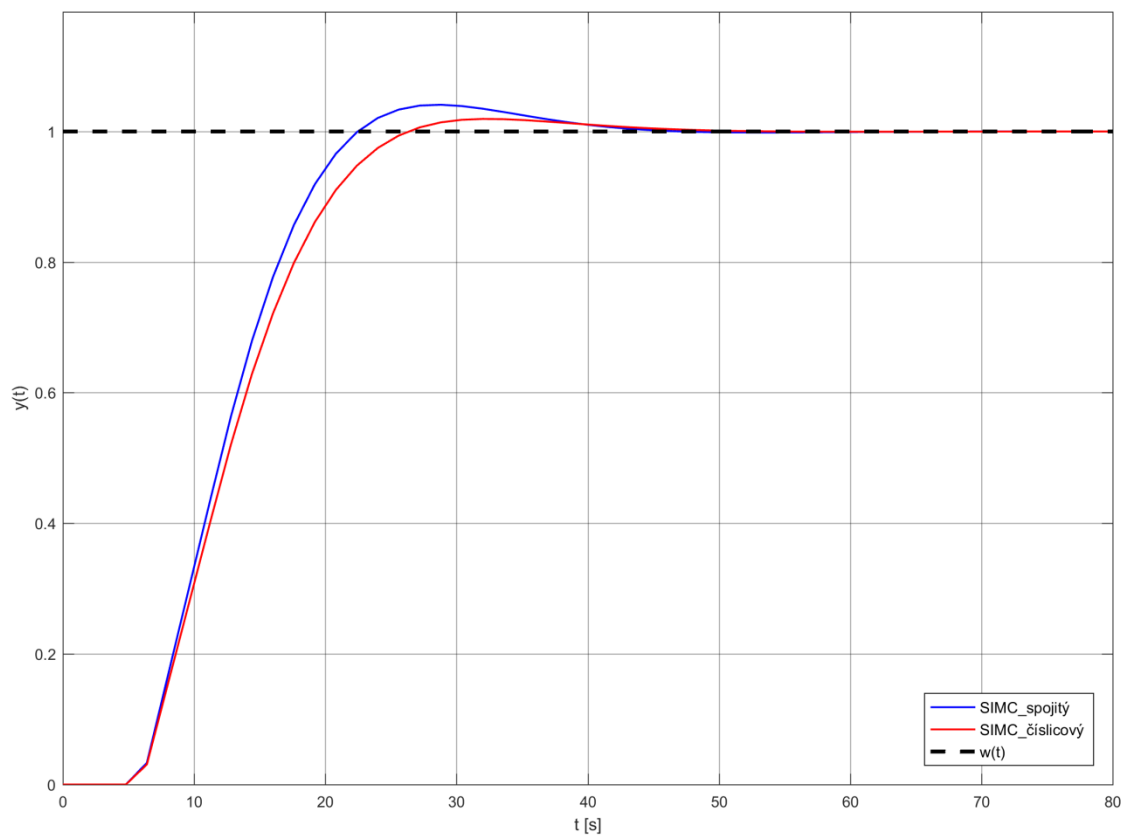
MPM				MNDP				SIMC				UEM			
spojitý		číslicový		spojitý		číslicový		spojitý		číslicový		spojitý		číslicový	
$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$	$\kappa$	$t_r$
5	36,4	4,1	41,6	0	38,9	0,1	42,4	4,1	36,4	1,9	24,5	0	63,7	0	70,3



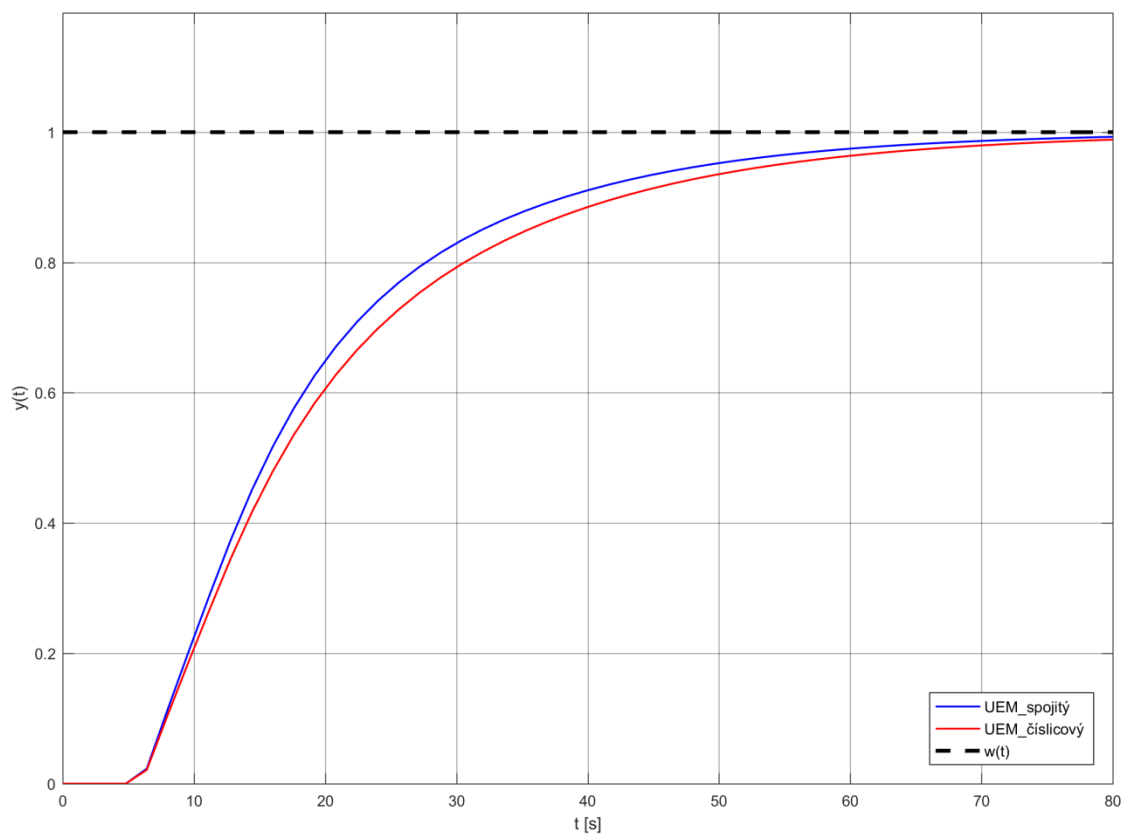
Obr. 5.12:  $RS: k = 1; T_1 = 7; T_D = 6$ ; spojitá a číslicová regulace PI, MPM.



Obr. 5.13:  $RS: k = 1; T_1 = 7; T_D = 6$ ; spojitá a číslicová regulace PI, MNDP.



Obr. 5.14: RS:  $k = 1$ ;  $T_1 = 7$ ;  $T_D = 6$ ; *spojitá a číslicová regulace PI, metoda SIMC.*



Obr. 5.15: RS:  $k = 1$ ;  $T_1 = 7$ ;  $T_D = 6$ ; *spojitá a číslicová regulace PI, UEM.*

## 6 ZÁVĚR

Bakalářská práce se zabývá návrhem spojitých a číslicových regulátorů pro regulované soustavy s dopravním zpožděním, výběrem vhodných metod pro výpočet stavitelných parametrů regulátorů a jejich ověření.

V teoretické části jsou popsány základní pojmy z oblasti regulace. Jedná se o popis spojitého a diskrétního řízení, popis typů regulovaných soustav a vysvětlení pojmu dopravního zpoždění. Dále je popsána přibližná metoda syntézy a hodnocení regulačního pochodu s ohledem na jeho kvalitu a přesnost. V závěru teoretické části jsou popsány vybrané metody pro návrh stavitelných parametrů regulátorů včetně postupu seřízení. Jako vhodné byly vybrány MPM, MNDP, Metoda SIMC a UEM.

Praktická část práce je věnována ověření metod na konkrétních regulovaných soustavách. Pro porovnání metod byl vybrán regulátor PI v kombinaci s proporcionální regulovanou soustavou 1. řádu. Výpočet stavitelných parametrů spojitých i číslicových regulátorů byl proveden pro pět různých regulovaných soustav. Z důvodu usnadnění výpočtů byl vytvořen skript v programovacím jazyku VBA v programu Microsoft Excel. V programu Matlab v modelovacím prostředí Simulink byly namodelovány regulované soustavy na základě kterých byly vytvořeny přechodové charakteristiky. Z přechodových charakteristik byly vyhodnoceny spojitě i číslicové regulátory z hlediska kvalitativních ukazatelů. Jedná se o relativní překmit  $\kappa$  a dobu regulace  $t_r$ , která byla odečtena pro relativní toleranci regulace  $\delta = 0,02$  (2 %). Přesnost regulace byla vyhodnocena z hlediska přizpůsobení regulované veličiny  $y(t)$  nové hodnotě žádané veličiny  $w(t)$ . Část vyhodnocení obsahuje i porovnání spojitých a číslicových regulátorů mezi sebou.

Všemi metodami bylo dosaženo uspokojivých výsledků, tzn. dosažení nekmitavého regulačního pochodu. Z hlediska přesnosti se regulační pochod pro všechny metody ustálil na žádané veličině  $w(t)$ . Z pohledu kvalitativních ukazatelů relativního překmitu  $\kappa$  a doby regulace  $t_r$  je nejlepší použití MNDP. Následuje metoda SIMC a MPM s téměř totožnými výsledky. Velmi spolehlivá a jednoduchá na výpočet je UEM s nulovým relativním překmitem. Ta ale dosahuje nejdelších časů regulace  $t_r$ . Při porovnání spojitých a číslicových regulátorů je z průběhu přechodových charakteristik patrné, že číslicový regulátor dosahuje oproti spojitému regulátoru delších časů regulace  $t_r$ . Pouze metoda SIMC má u číslicového regulátoru kratší dobu regulace  $t_r$ . To je způsobené vlivem nižšího relativního překmitu  $\kappa$ , kdy regulovaná veličina  $y(t)$  vejde do pásma o šířce  $y(t) = 1 \pm 0,02$  dříve než u regulátoru spojitého.





## 7 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] ŠVARC, Ivan a MATOUŠEK Radomil, a ŠEDA Miloš a VÍTEČKOVÁ Miluše. *Automatické řízení*. Brno: CERM – Akademické nakladatelství, 2011. ISBN 978-80-214-4398-3.
- [2] ŠULC, Bohumil a VÍTEČKOVÁ, Miluše. *Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01-03007-5.
- [3] BALÁTĚ, Jaroslav. *Automatické řízení*. Praha: BEN – technická literatura, 2003. ISBN 80-7300-020-2.
- [4] VÍTEČKOVÁ, Miluše a Antonín VÍTEČEK. *Vybrané metody seřizování regulátorů*. Ostrava: VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2011. ISBN 978-80-248-2503-8.
- [5] VÍTEČKOVÁ, Miluše a Antonín VÍTEČEK. *Základy automatické regulace*. Ostrava: VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2006. ISBN 80-248-1068.
- [6] NĚMEC, Zdeněk. *Regulace a automatizace energetických zařízení*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automatizace a informatiky, 2016.
- [7] VÍTEČKOVÁ, Miluše a Antonín VÍTEČEK. *Zpětnovazební řízení mechatronických systémů*. Ostrava: VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2013. ISBN 978-80-248-3232-6.
- [8] SPURNÝ, Miloslav. *Metoda násobného dominantního pólu*. Ostrava: katedra ATR-352 VŠB-TU, 2009. 72 s. Diplomová práce, vedoucí: Prof. Ing. Miluše Vitečková, CSc.
- [9] MATLAB/SIMULINK [online]. The MathWorks, Inc. United States, © 1994-2019. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/>



## 8 SEZNAM ZKRATEK A ZNAČENÍ

$a_0, a_1, a_n$	konstanty, koeficienty mnohočlenu ve jmenovateli přenosu
$b_0, b_1, b_m$	konstanty, koeficienty mnohočlenu v čitateli přenosu
$e$	regulační odchylka, základ přirozených logaritmů
$e_v(\infty)$	ustálená regulační odchylka způsobená poruchovou veličinou
$e_w(\infty)$	ustálená regulační odchylka způsobená žádanou veličinou
$h(t)$	přechodová charakteristika
$k$	zesílení, koeficient přenosu (zisk)
$kT$	diskrétní čas
$m$	stupeň mnohočlenu v čitateli přenosu, počet stavitelných parametrů
$n, q$	stupeň mnohočlenu ve jmenovateli přenosu
$r$	stupeň mnohočlenu v čitateli přenosu
$r_0$	proporcionální konstanta (váha proporcionální složky, zesílení regulátoru)
$s$	komplexní proměnná u L-transformace
$s_j$	kořeny mnohočlenu s komplexní proměnnou $s$
$t$	(spojitý) čas
$t_0$	doba odezvy
$t_m$	doba dosažení maximální hodnoty regulované veličiny
$t_r$	doba regulace
$u$	akční veličina
$v, v_1, v_n$	poruchová veličina
$w(\infty)$	ustálená hodnota žádané veličiny
$w$	žádaná veličina
$y(\infty)$	ustálená hodnota regulované veličiny
$y_m$	maximální hodnota regulované veličiny
$y$	regulovaná veličina
$z$	komplexní proměnná u Z-transformace
$D$	relativní diskrétní dopravní zpoždění
$E$	obraz regulační odchylky
$G(\gamma)$	D-přenos
$G_o$	přenos otevřeného regulačního obvodu
$G_p$	část přenosu regulované soustavy, bez dopravního zpoždění
$G_R$	přenos regulátoru
$G_S$	přenos regulované soustavy
$G(s)$	(obrazový) L-přenos (Laplaceův přenos)
$G_v$	přenos poruchy
$G_w, G_{wy}$	požadovaný přenos řízení regulačního obvodu
$G(z)$	diskrétní (obrazový) Z-přenos

$M$	mnohočlen v čitateli přenosu (kořeny=nuly)
$N$	mnohočlen ve jmenovateli přenosu (kořeny=póly)
$T$	vzorkovací perioda
$T_j$	setrvačná časová konstanta ( $j = 0, 1, 2, \dots$ )
$T_d$	derivační časová konstanta
$T_D$	dopravní zpoždění
$T_{DP}$	původní hodnota dopravního zpoždění
$T_i$	integrační časová konstanta
$T_w$	časová konstanta uzavřeného regulačního obvodu
$U$	obraz akční veličiny
$V$	obraz poruchové veličiny
$W$	obraz žádané veličiny
$Y$	obraz regulované veličiny
$\alpha$	koeficient u metody požadovaného modelu
$\beta$	koeficient u metody požadovaného modelu
$\delta$	relativní tolerance regulačního pochodu
$\Delta$	přírůstek, tolerance regulačního pochodu
$\gamma$	komplexní proměnná u D-transformace
$\gamma_j$	kořeny mnohočlenu s komplexní proměnnou $\gamma$
$\kappa$	relativní překmit
$\xi_0$	koeficient relativního poměrného tlumení
$k_0$	zesílení otevřeného regulačního obvodu
SIMC	SIMple Control
A-D	analogově-digitální převodník
D	derivační složka regulátoru
D-A	digitálně-analogový převodník
I	integrační složka regulátoru, integrační regulátor
IMC	Internal Model Control
ISE	Integral of Squared Error (kvadratická regulační plocha)
MNDP	Metoda násobného dominantního pólu
MPM	Metoda požadovaného modelu
P	proporcionální složka regulátoru, proporcionální regulátor
PD	proporcionálně derivační regulátor
PI	proporcionálně integrační regulátor
PID	proporcionálně integračně derivační regulátor
PID <sub>i</sub>	proporcionálně integračně derivační regulátor s interakcí (sériový)
PS	proporcionálně sumační číslicový regulátor
PSD	proporcionálně sumačně diferenční číslicový regulátor
RS	regulovaná soustava
UEM	„Univerzální“ experimentální metoda

## 9 SEZNAM PŘÍLOH

Součástí této práce je CD s následujícím obsahem:

- bakalářská práce ve formátu Adobe Acrobat (PDF)
- programová pomůcka pro výpočet stavitelných parametrů PI regulátorů pro proporcionální regulované soustavy 1. řádu MPM, MNDP, metodou SIMC a UEM ve formátu Microsoft Excel s podporou maker (XLSM)
- modely regulovaných soustav ve formátu Matlab/Simulink (SLX)