



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO  
INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

## **KOGENERAČNÍ JEDNOTKA SE DVĚMA PLYNOVÝMI VIDLICOVÝMI ŠESTNÁCTIVÁLCI**

COMBINED HEAT AND POWER PACK WITH TWO GAS V-SIXTEEN ENGINES

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

MASTER'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Bc. JAN ŠVANCARA**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**prof. Ing. VÁCLAV PÍŠTĚK, DrSc.**

BRNO 2010

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav automobilního a dopravního inženýrství

Akademický rok: 2009/2010

## **ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE**

student(ka): Bc. Jan Švancara

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Automobilní a dopravní inženýrství (2301T038)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### **Kogenerační jednotka se dvěma plynovými vidlicovými šestnáctiválci**

v anglickém jazyce:

### **Combined heat and power pack with two gas V-sixteen engines**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Vypracovat dynamický model torzního systému kogenerační jednotky se dvěma vidlicovými plynovými šestnáctiválci.

Cíle diplomové práce:

Vypracovat 3D modely hlavních částí klikového mechanismu.

Stanovit parametry modelu torzního systému motoru.

Provést výpočet vlastních frekvencí a tvarů kmitání klikového ústrojí.

Navrhnout pružné spojky pro spojení obou motorů a připojený elektrický generátor.

Provést výpočet vlastních frekvencí a tvarů kmitání torzního systému kompletní kogenerační jednotky.

Stanovit rezonanční frekvence torzních kmitů a provést celkové vyhodnocení s návrhy případných úprav.



Seznam odborné literatury:

STONE , Richard. Introduction to Internal Combustion Engines. 3rd edition. Hampshire : Palgrave, 1999. 641 s. ISBN 0-333-74013-0.

Kraftfahrzeug - Kurbelwellen : Konstruktion, Berechnung, Herstellung. 2001. Auflage. Landsberg/Lech Verlag Moderne Industrie 2001. 70 s. ISBN 3-478-93243-2.

Hafner, K.E., Maass, H.: Kräfte, Momente und deren Ausgleich in der Verbrennungskraftmaschine, Springer-Verlag Wien-New York 1995

HEISLER, Heinz. Advanced Engine Technology. Oxford : Butterworth-Heinemann, 2002. 794 s. ISBN 1-56091-734-2.

Vedoucí diplomové práce: prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2009/2010.

V Brně, dne 4.11.2009

L.S.

---

prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.  
Ředitel ústavu

---

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.  
Děkan fakulty

## **Anotace**

Diplomová práce se zabývá výpočtem klikového hřídele kogenerační jednotky. Zabývá se výpočtem vlastního a vynuceného kmitání klikového hřídele. Pozornost je také věnována vlivu pružné spojky na tvar vlastního kmitání hřídele.

## **Abstract**

Thesis deals with the calculation of the crankshaft of the cogeneration unit. It deals with the calculation of equity and forced vibration of the crankshaft. Attention is also paid to the influence of elastic couplings on the shape of its own vibration shaft.

## **Klíčová slova**

Kogenerační jednotka, klikový hřídel, torzní kmitání, vlastní torzní kmitání, vynucené torzní kmitání.

## **Key words**

Cogeneration unit, a crankshaft, torsional vibration, own torsional vibration, forced torsional vibration.

## **Poděkování**

Za rady, pomoc a cenné připomínky při zpracování diplomové práce tímto děkuji vedoucímu diplomové práce panu prof. Ing. Václavu Píštěkovi, DrSc.. Dále chci poděkovat své rodině za trpělivost a podporu při studiu na vysoké škole.

## **Bibliografická citace VŠKP dle ČSN ISO 690**

ŠVANCARA, J. *Kogenerační jednotka se dvěma plynovými vidlicovými šestnáctiválci*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 52 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.

## **Prohlášení o původnosti práce**

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval zcela samostatně a že jsem uvedl veškerou použitou literaturu a jiné podklady.

V Brně 24. 5. 2010

.....  
podpis

Obsah

1 Úvod.....	8
2 Kogenerační jednotky.....	9
2.1 Kogenerační jednotka se spalovacím motorem.....	10
2.2 Trigenerace .....	11
2.3 Paliva kogeneračních jednotek.....	12
3 Jednotlivé části motorů kogenerační jednotky.....	13
3.1 Motor použitý v kogenerační jednotce.....	13
3.2 Měření klikové hřídele a ostatních komponent.....	14
3.3 Konstrukce jednotlivých částí motoru .....	15
3.3.1 Kliková hřídel.....	15
3.3.2 Píst.....	16
3.3.3 Ojnice .....	16
3.3.4 Setrvačnick .....	17
3.3.5 Tlumič torzních kmitů .....	18
3.4 Výstupy z modelování .....	18
4 Vlastní torzní kmitání.....	19
4.1 Druhy kmitání a působení torzního kmitání na klikové ústrojí.....	19
4.2 Náhradní soustava klikového ústrojí.....	20
4.3 Redukce ojnice.....	21
4.4 Redukce hmot klikového hřídele .....	23
4.5 Redukce délek klikového hřídele.....	25
4.6 Výpočet torzních tuhostí.....	26
4.7 Výsledná redukovaná soustava.....	27
4.8 Výpočet vlastního kmitání samostatného motoru .....	28
4.9 Výpočet kmitání kompletní kogenerační jednotky .....	34
4.10 Vliv tuhosti pryže spojky na vlastní frekvenci a tvar kmitání .....	35
4.10.1 Katalogové pryžové spojky.....	35
4.10.2 Časem degradující pryž .....	38
5 Vynucené torzní kmitání .....	40
5.1 Harmonická analýza budícího momentu .....	40
5.2 Kritické otáčky .....	41
5.3 Vydátnost rezonancí.....	43
5.4 Vliv natočení motorů vůči sobě na vydátnost rezonancí.....	45
5.5 Torzní výchylky v rezonanci .....	47
Závěr .....	50
Seznam použitých zkratk a symbolů .....	52

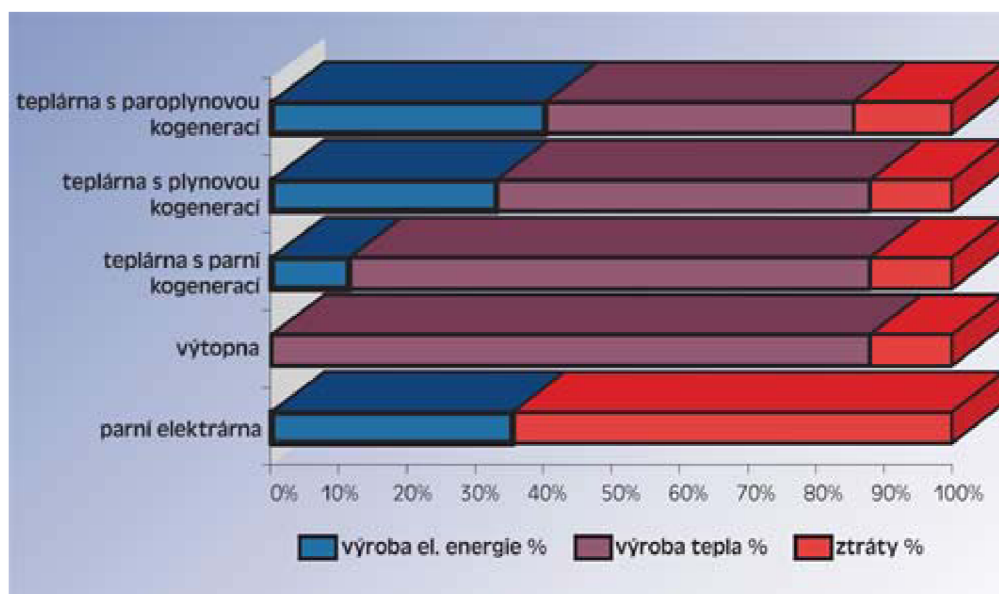
## 1 Úvod

Kogenerační jednotky na plynná paliva se s výhodou používají k výrobě elektrické energie a výrobě tepla. Pro svou vysokou efektivitu si nacházejí stále ve větší míře cestu k zákazníkům.

U kogenerační jednotky, jejíž klikový hřídel je řešen v této diplomové práci, došlo během provozu v upevňovací patce k trhlině. Cílem této diplomové práce tedy bude, pokusit se najít příčiny této nehody z hlediska torzního kmitání klikového hřídele.

## 2 Kogenerační jednotky

Kogenerační jednotky představují vysoce efektivní, ekologické a ekonomicky výhodné zařízení. Kogenerace z anglického "co-generation", což znamená kombinovanou výrobu elektrické energie a tepla. Principem kogeneračních jednotek je účelné využití "odpadního" tepla odcházejícího z výroby elektrické energie do ovzduší.



Obr. 1 Rozdělení tepla přivedeného v palivu (na výrobu elektřiny, tepla a tepelné ztráty) v jednotlivých typech kombinované výroby elektřiny a tepla a porovnání s oddělenou výrobou tepla [2]

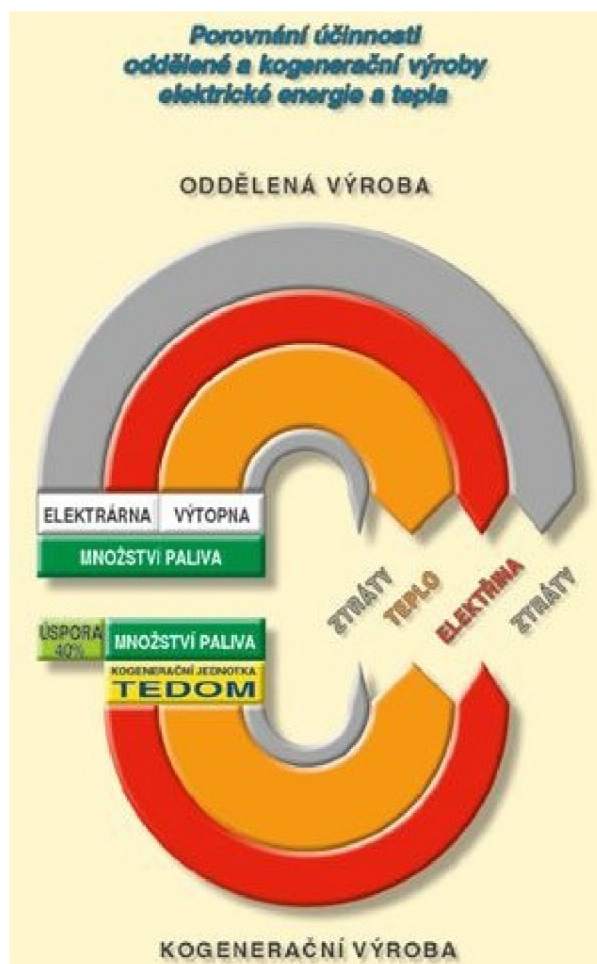
Tab. 1 Základní parametry jednotlivých typů kombinované (kogenerované) výroby elektřiny a tepla [2]

Typ teplárny	Podíl výroby elektřiny a tepla $Q_{EL}/Q_{TEP}$	Účinnost elektrická (%)	Účinnost tepelná (%)	Účinnost celková (%)	El. výkon teplárny (MW)
S parním strojem	0,16 - 0,25	8 - 12	60 - 67	68 - 87	0,1 - 2
S parními turbínami	0,24 - 0,34	12 - 15	6 - 8	72 - 80	0,15 - 100
Se spalovacími motory	0,7 - 1	32 - 41	44 - 53	82 - 90	0,1 - 10
Se spalovacími turbínami	0,5 - 0,8	23 - 38	36 - 50	68 - 85	2 - 100
Paro-plynové	0,5 - 1,5	35 - 44	32 - 50	78 - 87	5 - 200 a více

Jak je vidět na Obr. 1 a v Tab. 1 lze kogenerací výrazně zvýšit efektu využití paliva až někde k 80-90%. Z toho připadá cca 30-35% na výrobu elektrické energie



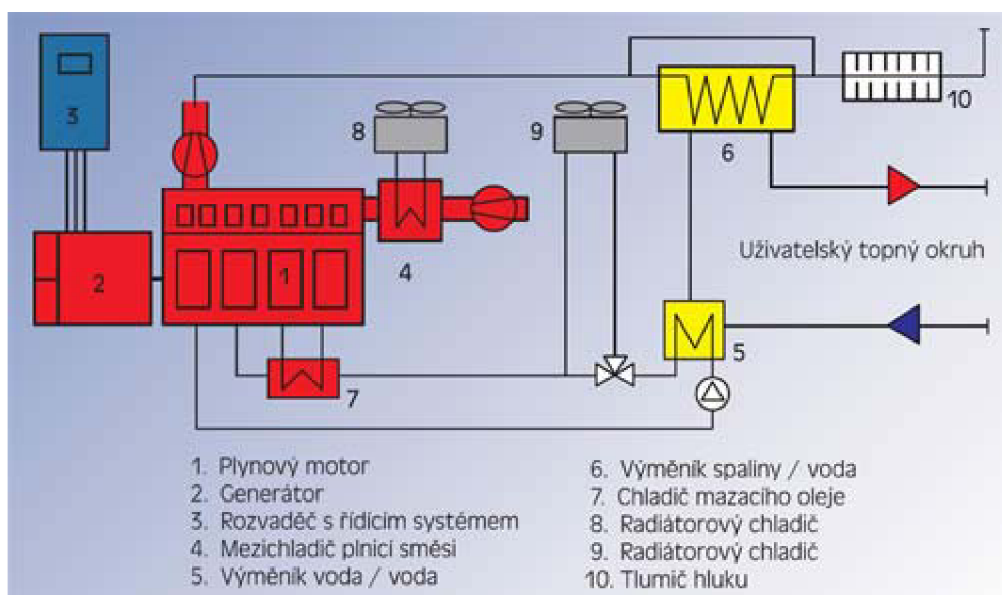
a 60-70% na teplo. Další výhodou kogenerace je nízká produkce emisí na množství vyrobené energie. Podstatnou výhodou je decentralizace výroby el. energie a tepla a tím i snížení ztrát způsobených dopravou energií. Na (Obr. 2) je vidět energetické srovnání oddělené výroby elektrické energie a tepla, a výroby energií pomocí kogenerace.



Obr. 2 Porovnání účinnosti oddělené a kogenerační výroby elektřiny a tepla [1]

## 2.1 Kogenerační jednotka se spalovacím motorem

Kogenerační jednotky s pístovým spalovacím motorem se používají pro mikrogeneraci (do asi 50kW elektrického výkonu) a pro malou a střední kogeneraci (asi 80kW – 10MW).



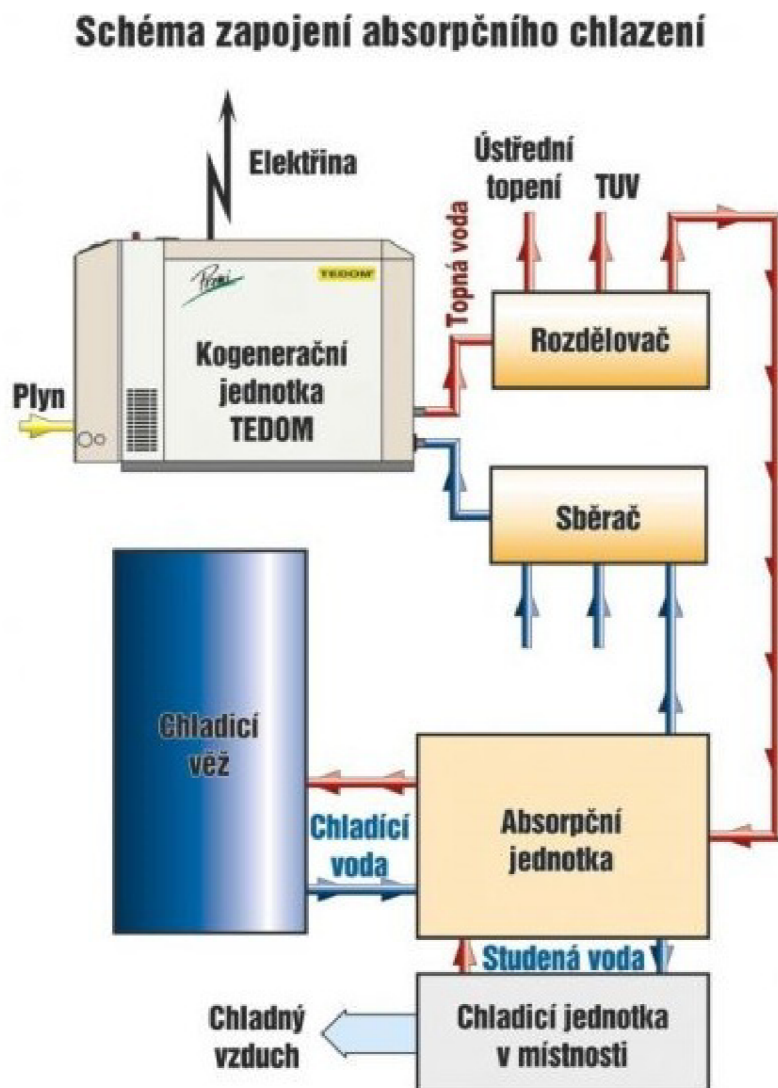
Obr. 3 Blokové schéma kogenerační jednotky [2]

Jak je vidět na (Obr.3), tak kogenerační jednotka se spalovacím motorem se skládá z motoru, který přímo pohání generátor a výměníků pro využití odpadního tepla motoru. Odpadní teplo z motoru je odváděno pomocí dvou výměníků na dvou teplotních úrovních. První výměník odvádí teplo z bloku motoru a z oleje na úrovni cca 80 - 90 °C. Druhý výměník odvádí teplo z odcházejících výfukových spalin o teplotě cca 400 - 500 °C. Výměníky jsou z hlediska průtoku teplotního média zapojeny do série. Využití kogenerace je vhodné zejména v těchto objektech:

- Komunální vytápění
- Obchodní domy
- Lázně, aquaparky, bazény
- Hotely, penziony
- Nemocnice
- Školy, internáty, koleje
- Sklárky odpadu, čistírny odpadních vod
- Velké zemědělské usedlosti
- Chovy zvířete

## 2.2 Trigenerace

Trigenerace znamená kombinovanou výrobu elektřiny, tepla a chladu. Technologicky se pak jedná o kogenerační jednotku spojenou s absorpční chladicí jednotkou jak je vidět na (Obr. 4). Toto je výhodné z důvodu možnosti celoročního provozu jednotky, kdy v letních měsících může být vyrobený chlad použit tam kde je potřeba klimatizovat veřejné prostory (nemocnice, banky apod.).



Obr. 4 Schéma zapojení absorpčního chlazení [2]

### 2.3 Paliva kogeneračních jednotek

Dominantním palivem pro pohon kogeneračních jednotek je zemní plyn. V posledních letech však prudce roste počet zařízení využívajících pro svůj provoz bioplyn, skládkový plyn, čistírenský plyn nebo jiná alternativní paliva, jako např. dříví plyn.

## 3 Jednotlivé části motorů kogenerační jednotky

### 3.1 Motor použitý v kogenerační jednotce

Jedná se o motor Caterpillar 3516, který v různých úpravách nalézá využití v mnoha směrech:

- Nákladní doprava
- Lodní doprava
- Železniční doprava
- Stavební technika
- Kogenerační / trigenerační jednotky



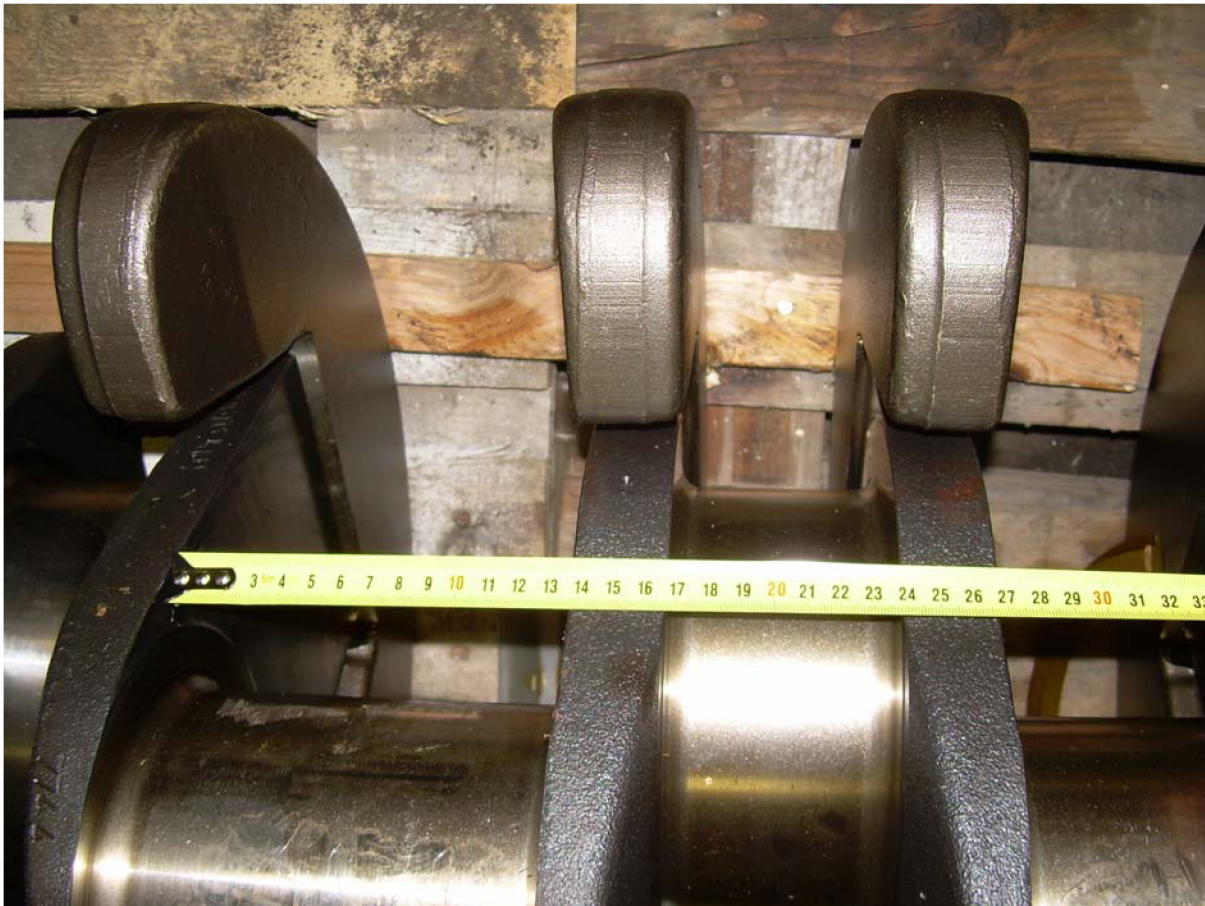
Obr. 5 Kogenerační jednotka s motorem Caterpillar 3516C [4]

Tab. 2 Základní parametry motoru Caterpillar 3516 [4]

Motor Caterpillar G3516		Jednotka
Počet válců	16	
Uspořádání válců	do V (65°)	
Vrtání x zdvih	170 x 190	mm
Zdvihový objem	69000	cm <sup>3</sup>
Stupeň komprese	12:1	
Pracovní otáčky	1.500	min <sup>-1</sup>
Spotřeba oleje normál/max.	0,3/0,5	g/kWh
Max. výkon motoru	1078	kW



V (Tab. 1) jsou uvedeny základní parametry zadaného motoru, avšak pro různé použití se jednotlivé hodnoty mohou měnit. V literatuře [4] lze najít různé hodnoty pro stupeň komprese a maximální výkon.



Obr. 6 Měření zalomení klikového hřídele

### 3.2 Měření klikové hřídele a ostatních komponent

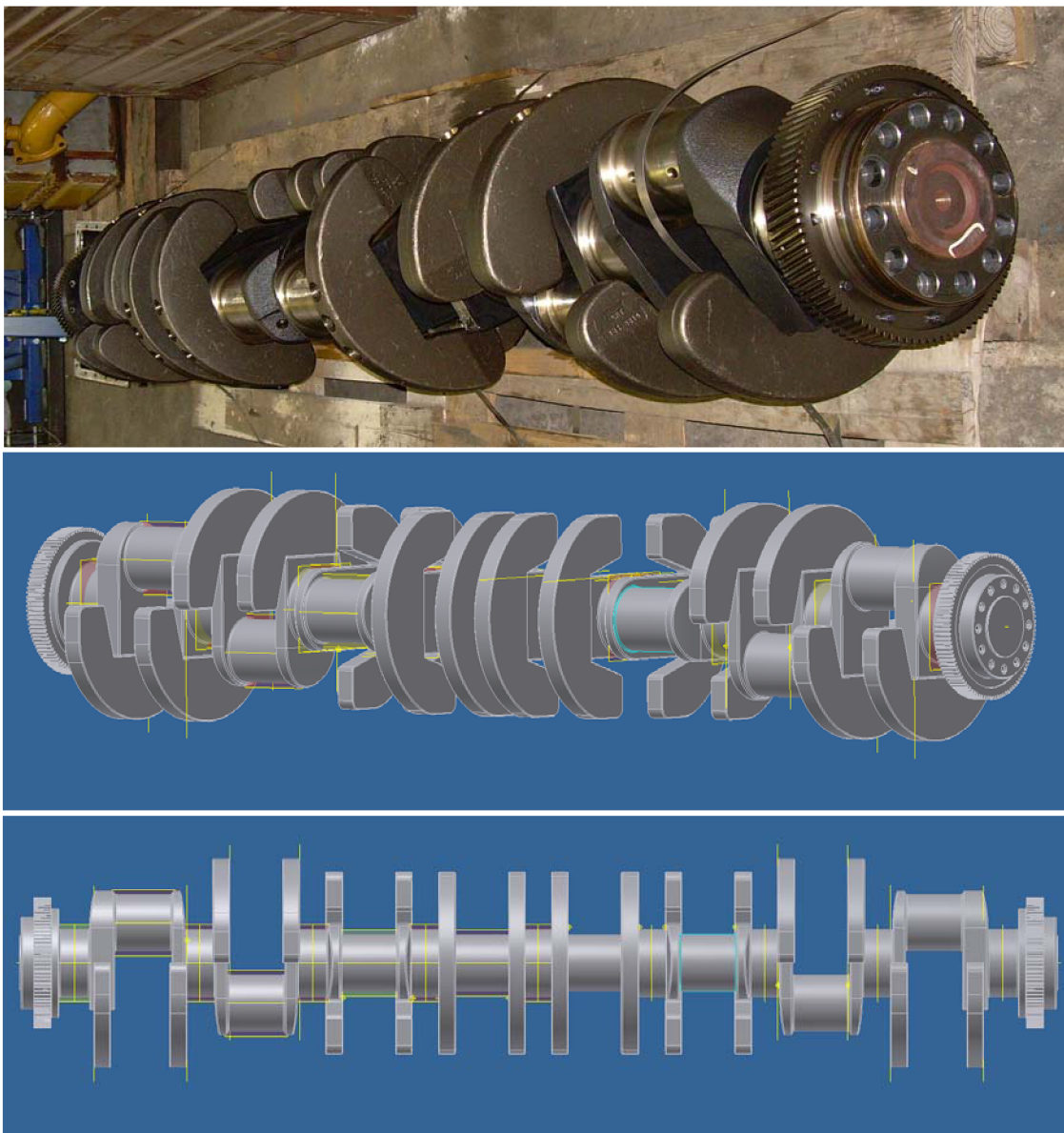
Měření klikové hřídele a ostatních komponent probíhalo v areálu firmy TEDOM s.r.o. ve Výčapech nedaleko Třebíče. K měření bylo použito velké posuvné měřidlo a svinovací metr. Lepší měřicí prostředky bohužel nebyly k dispozici, pro účely této diplomové práce je však měření dostatečně přesné. Důležité jsou zejména rozměry těchto součástí motoru:

- Kliková hřídel
- Píst
- Pístní čep
- Ojnice
- Setrvačnick
- Tlumič torzních kmitů
- Pryžová spojka

### 3.3 Konstrukce jednotlivých částí motoru

Vlastní konstrukce součástí motoru probíhala v studentské verzi CAD Inventor Professional. Díly byly modelovány tak, aby co nejvíce odpovídaly naměřeným hodnotám a získaným fotografiím, případně byla ověřena hmotnost součástí.

#### 3.3.1 Kliková hřídel



Obr. 6 Kliková hřídel

Na (Obr. 6) je vidět kliková hřídel motoru Caterpillar 3516 s osmi zalomeními. Jedná se o hřídel pro vidlicový 16-ti válec, který má společný ojnicí čep pro dva válce. Na začátku hřídele je vidět, že první i poslední rameno je zesíleno. Je taky zřetelná

symetrie klikové hřídele. Tím je myšleno, že první čtyři zalomení kliky jsou symetrické podle osy pátého hlavního čepu.

### 3.3.2 Píst



Obr. 7 Píst motoru Caterpillar 3516

Na (Obr. 7) je vyfocený a vymodelovaný píst počítaného motoru. Jsou vidět drážky pro jeden stírací a dva těsnící kroužky. Píst má průměr 170 mm a výšku 185 mm, hmotnost je 6,12 kg. Zajímavý je také masivní horní a první můstek.

### 3.3.3 Ojnice

Ojnice umožňuje přenos sil mezi pístem a klikovou hřídelí motoru. Jak je vidět na (Obr. 8), jedná se o ojnici s příčným profilem dřívku I, který se dnes používá nejčastěji, a lichoběžníkovým tvarem oka pro pístní čep. Toto řešení se používá u značně zatížených, většinou přeplňovaných motorů. Jak se uvádí v [5], výhodou tohoto řešení je, že velké tlaky vyvolané spálením směsi jsou přenášeny větší stykovou plochou pístního čepu a oka ojnice. Menším setrvačným silám zase odpovídá menší styková plocha pístního čepu a ojnice. Dělicí rovina spodního oka je kolmá na osu ojnice.





Obr. 8 Ojnice motoru Caterpillar 3516

### 3.3.4 Setrvačnick



Obr. 9 Setrvačnick motoru Caterpillar 3516

U motorů s menším počtem válců slouží setrvačnick k vyrovnání nerovnoměrného chodu způsobeného „mrtvými polohami“ klikového mechanismu. Při šesti a více válcích se již pracovní zdvihy dostatečně překrývají [5] a motor by teoreticky mohl pracovat bez setrvačnicku. Kinetická energie uložená v setrvačnicku u víceválcových však ulehčuje jejich spouštění a v mém případě umožňuje „jemnější“ připojení



generátoru. Na (Obr. 9) je setrvačnick zadaneho motoru. Na vnějším obvodu je ozubený věnec, přes který se motor startuje. Pod tímto věncem je vidět 12 děr se závity, přes tyto je přišroubována pružná spojka motoru. Na nejmenším roztečném průměru je dalších dvanáct děr, které slouží k upevnění setrvačnicku ke klikové hřídeli.

### 3.3.5 Tlumič torzních kmitů

Na (Obr. 10) je vyfocený a vymodelovaný tlumič torzních kmitů, který je na klikové hřídeli umístěn na jeho volném konci. Je složen ze tří částí:

- Pevného a tuhého středu s otvory pro připevnění ke klikovému hřídeli
- Hermeticky uzavřené skříňe vyplněné silikonovým olejem
- Setrvačné hmoty uzavřené uvnitř skříňe

Tlumení torzních kmitů a tlumiči samotnými se budu dále věnovat v dalších kapitolách mé diplomové práce.



Obr. 10 Tlumič torzních kmitů Motoru Caterpillar 3516

## 3.4 Výstupy z modelování

Hlavní výstupy z modelování částí motoru Caterpillar 3516 jsou:

- Hmotnosti
- Momenty setrvačnosti
- Znalost těžiště hmot

Z důvodu větší přehlednosti uvedu tyto údaje vždy v kapitole, ve které budou použity.

## 4 Vlastní torzní kmitání

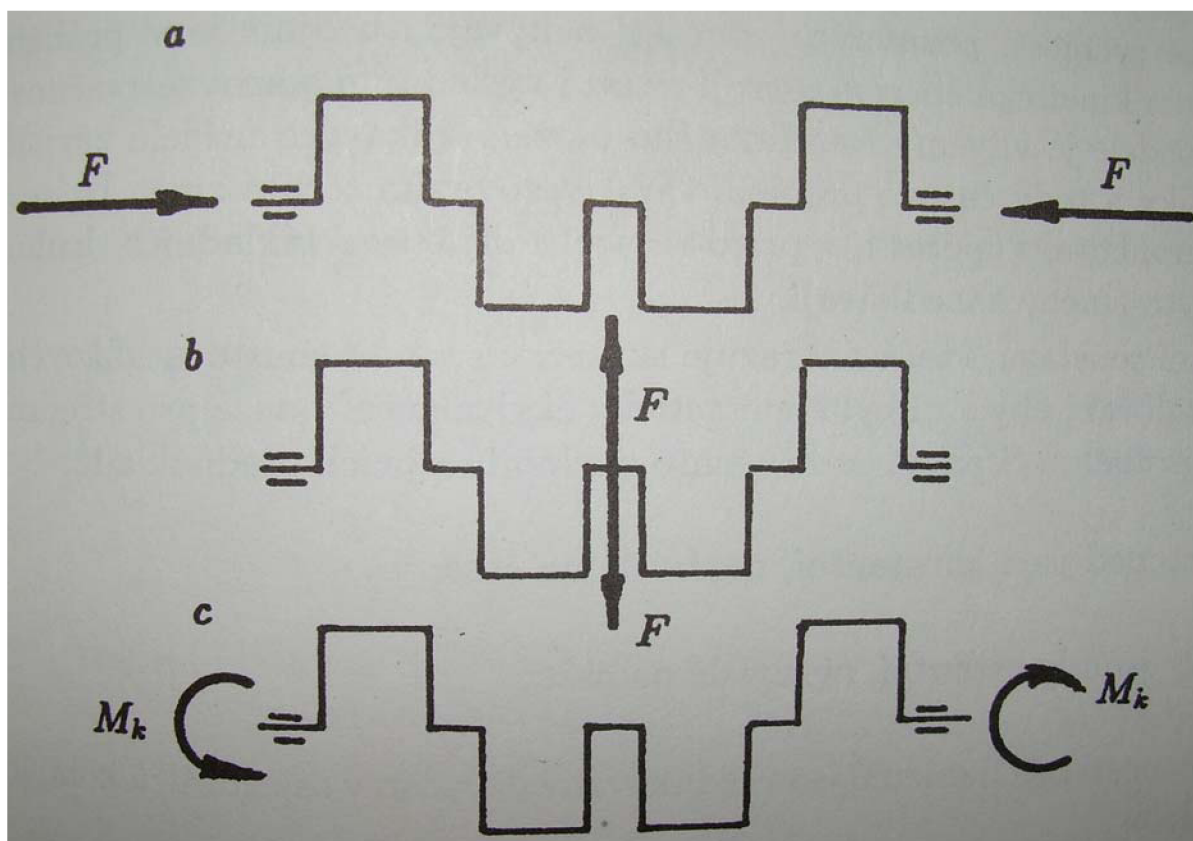
Torzní kmitání může být příčinou vážných poruch, často i destrukcí klikového hřídele a jeho soustrojí. Jestliže pružnou soustavu působením momentu vychýlíme z rovnovážné polohy a poté uvolníme, začne kmitat kolem své osy [6]. Tento harmonický pohyb by bez působení ztrát (způsobených vnějšími silami a odpory) trval neomezeně dlouho.

### 4.1 Druhy kmitání a působení torzního kmitání na klikové ústrojí

Na klikové ústrojí mohou působit tyto tři druhy kmitání:

- Kmitání podélné, hřídel se periodicky zkracuje a prodlužuje (Obr. 11a)
- Kmitání ohybové, kolmé na osu hřídele (Obr. 11b)
- Kmitání kroutivé (torzní) kolem osy hřídele (Obr. 11c)

Z těchto druhů kmitání se jako nejnebezpečnější pro klikový hřídel spalovacího motoru ukazuje kmitání torzní. Kmitání je vyvoláno a udržováno periodicky proměnlivými silami, které působí na soustavu hmotností s pružnou vazbou, tedy na sestavu schopnou kmitat [7].



Obr. 11 Druhy kmitání klikového hřídele [7]

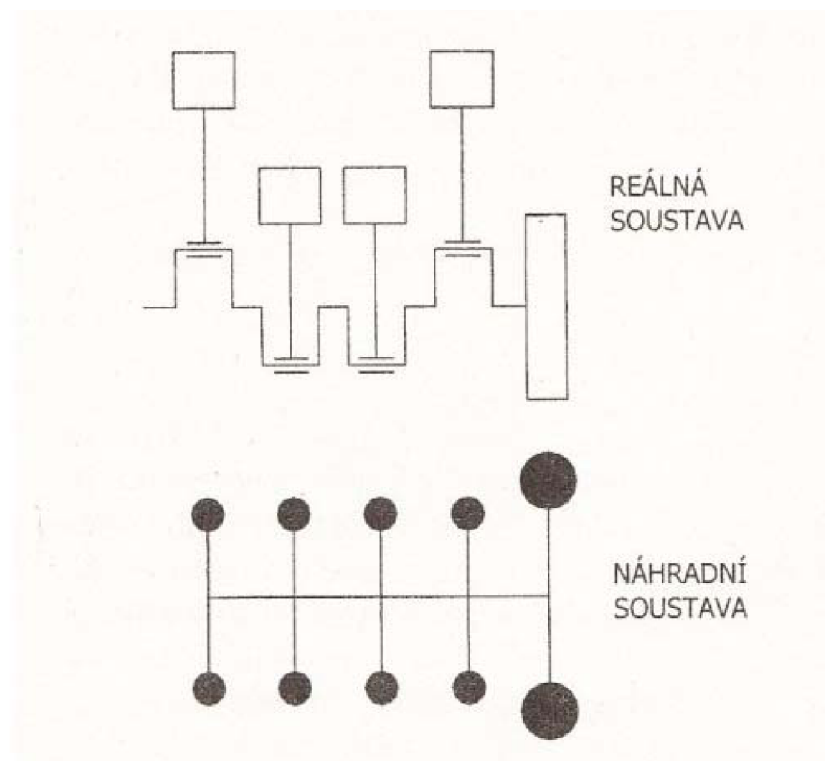
Torzní kmitání způsobí zkrucování klikového hřídele, to lze rozložit na nakroucení způsobené tangenciálními silami na klikách a na rotační kývání hřídele jako celku. Z tohoto důvodu je důležitá znalost vlastní frekvence hmotnostní soustavy, protože když je frekvence sil budících kmitání shodná s provozními otáčkami motoru dochází k rezonancím. Tyto se projevují zvýšeným hlukem a chvěním motoru. Dlouhodobé provozování při těchto otáčkách může vést až k lomu klikového hřídele, případně způsobí zvýšené opotřebování ložisek atd.. Proto se klikové hřídele většinou navrhují tak, aby měly vlastní frekvence nad, nebo pod provozním spektrem otáček motoru. U stacionárních motorů, které jsou provozovány při určitých konstantních otáčkách (např. 1500 [1/min] v mém případě), je možné připustit vlastní frekvenci hmotnostní soustavy pod těmito otáčkami, neboť tato frekvence se vyskytne pouze při startu na malou chvíli. Výpočty kmitání jsou přibližné, neboť dochází ke značným zjednodušením, například při tvorbě náhradní torzní soustavy. Přesto zkušenosti ukazují, že i takovýto výpočet je dostatečně přesný[7].

## 4.2 Náhradní soustava klikového ústrojí

Náhradní soustava, kterou nahrazujeme reálnou torzní sestavu, s ní musí být energeticky ekvivalentní [7], avšak pouze pro střední hodnotu uvažovaného časového průběhu. Je to z toho důvodu, že se kinetická energie posuvných částí v čase mění. Náhradní torzní soustavu zobrazujeme jako nehmotný hřídel (Obr. 12), na kterém jsou umístěny kmitající hmotnosti (jednotlivá zalomení).

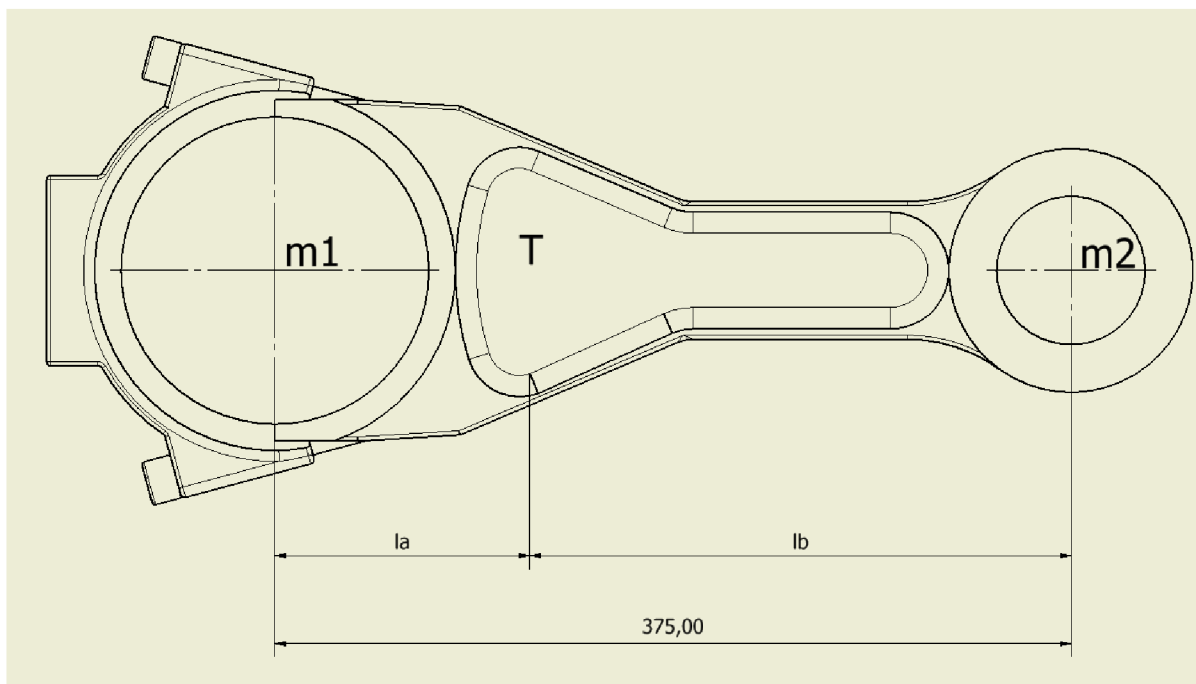
Náhrada se provádí za předpokladu, že [6]:

- Hmotnosti jsou konstantní, nezávislé na čase
- Délky jsou konstantní, nezávislé na čase
- Hmotnosti mechanismů jsou redukovány do rovin v osách válců kolmých na osu hřídele
- Redukovaný hřídel je nehmotný



Obr. 12 Schéma skutečné a náhradní torzní soustavy [8]

### 4.3 Redukce ojnice



Obr. 13 Schéma redukce ojnice

Pístní skupina tedy: píst s pístními kroužky, pístní čepy i s pojistkami konají posuvný vratný pohyb. Ojnice však koná složitý (kývavý) pohyb. Tento pohyb se dá rozložit tak, že pístní hlava vykonává pohyb přímočarý vratný a kliková hlava pohyb rotační.

Při redukci hmotnosti ojnice do dvou hmotných bodů se postupuje tak, že spojitá hmotnost ojnice se nahradí dvěma hmotnými body spojenými nehmotnou spojnici, které leží v osách pístního a klikového čepu. Staticky i dynamicky musí být tyto soustavy rovnocenné (ekvivalentní). Statické podmínky jsou následující:

- Součet hmotností bodů redukované soustavy se musí rovnat hmotnosti původní ojnice
- Redukovaná soustava hmotných bodů má stejné těžiště jako původní ojnice

Dynamickou podmínkou je, že soustava hmotných bodů musí mít k těžišti stejný moment setrvačnosti jako nahrazovaná ojnice. Podmínky, vyjádřeny matematicky jsou následující:

$$m_1 + m_2 = m_{oj} \quad (1)$$

$$m_1 \cdot l_a = m_2 \cdot l_b \quad (2)$$

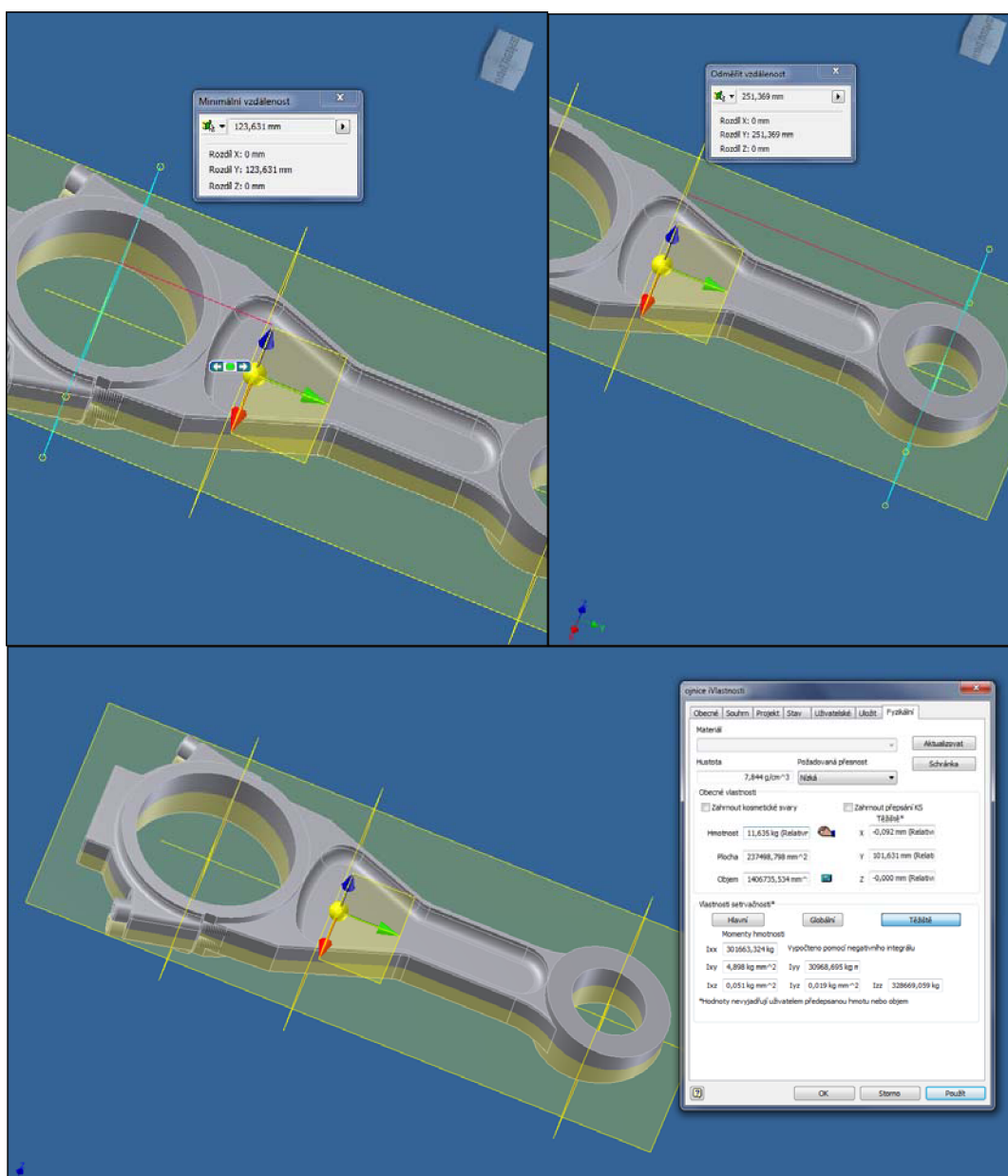
$$m_1 \cdot l_a^2 + m_2 \cdot l_b^2 = I_{oj} \quad (3)$$

Kde hodnoty  $m_{oj}$ ,  $l_a$ ,  $l_b$  a  $I_{oj}$  jsou určeny z programu Inventor a jsou uvedeny v tabulce 3.

Podle [6] se při redukci do dvou hmotných bodů podmínka (3) zanedbává.

Tab. 3 Redukce ojnice

Hmotnost ojnice	$m_{oj}$	11,6 kg
Vzdálenost klikového čepu od těžiště	$l_a$	123,6 mm
Vzdálenost pístního čepu od těžiště	$l_b$	251,4 mm
Moment setrvačnosti ojnice k těžišti	$I_{oj}$	328669,1 kg*mm <sup>2</sup>
<b>Vypočtené hodnoty:</b>		
Hmotnost redukovaného bodu v místě pístního čepu	$m_1$	3,67 kg
Hmotnost redukovaného bodu v místě klikového čepu	$m_2$	7,96 kg



Obr. 14 Určení momentu setrvačnosti (spodní obrázek) a vzdálenosti těžiště od ok ojnice

#### 4.4 Redukce hmot klikového hřídele

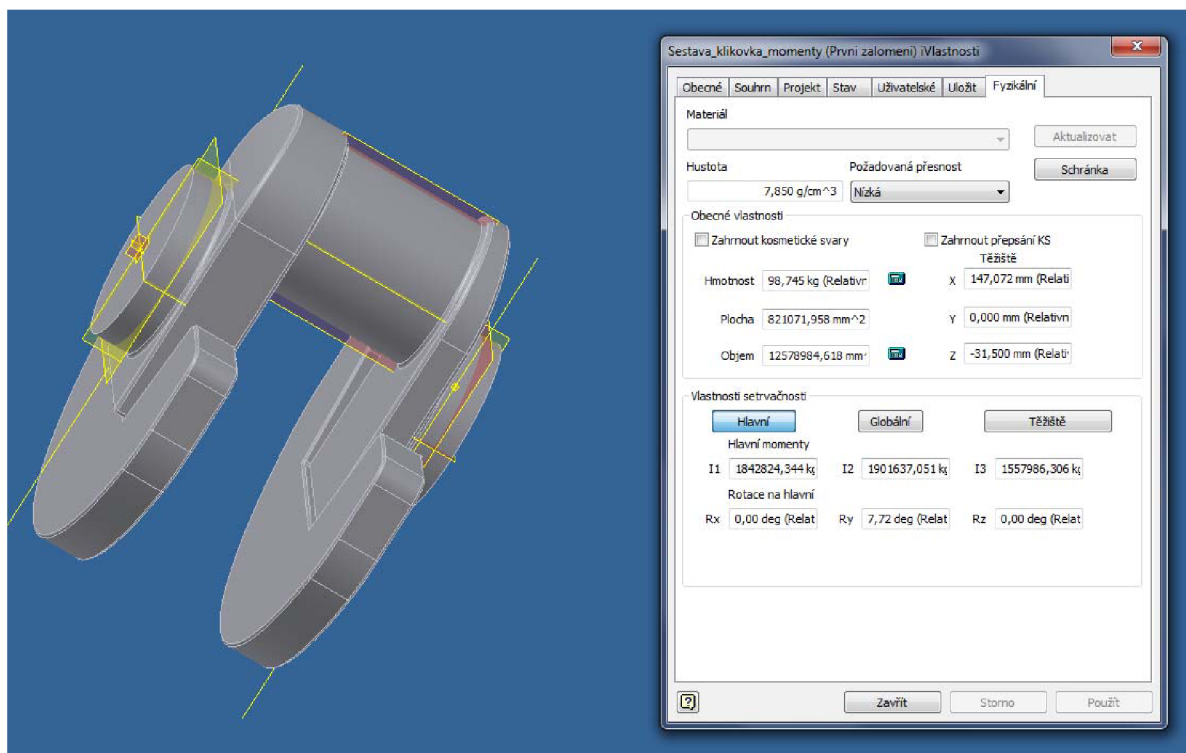
Redukce hmot se provádí tak, že se momenty setrvačnosti jednotlivých částí klikového hřídele (např. zalomení, přední a zadní konec hřídele) vztáhnou k ose otáčení klikového hřídele. Hmotnosti spojené s klikovým hřídelem, jako je pístní skupina a rotující část ojnice, se vztáhnou na poloměr kliky a přičtou se.

Momenty setrvačnosti jednotlivých částí klikového hřídele jsou uvedeny v (Tab. 4). Hodnoty byly určeny v programu Inventor (viz. Obr. 15).



Tab. 4 *Momenty setrvačnosti*

		J [kg*mm <sup>2</sup> ]
Moment setrvačnosti konců hřídele	$J_k$	387231.8
Moment setrvačnosti zesíleného zalomení	$J_{zz}$	1717524.3
Moment setrvačnosti zalomení klik. hřídele	$J_z$	1842824.3
Moment setrvačnosti skříně torzního tlumiče	$J_{skř}$	1484590.0
Moment setrvačnosti prstence torzního tlumiče	$J_{prs}$	2646582.8
Moment setrvačnosti setrvačnicku	$J_{setr}$	14093546.4



Obr. 15 *Zjištění momentu setrvačnosti zesíleného zalomení*

Tab. 5 *Redukované momenty setrvačnosti*

	J [kg*m <sup>2</sup> ]
redukovaný moment setrvačnosti rotujících částí ojnice	0.072
redukovaný moment setrvačnosti posuvných částí ojnice	0.153
moment setrvačnosti tlumiče a konce hřídele	3.195
redukovaný moment zesíleného zalomení	2.068
redukovaný moment zalomení	1.942
moment setrvačnosti generátoru	145

Redukovaný moment setrvačnosti rotujících částí ojnice byl vypočten následujícím způsobem:

$$J_{ojr} = m_2 \cdot r^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2] \quad (4)$$

Pro redukovaný moment setrvačnosti pístní skupiny  $J_{pshr}$  platí při rovnosti její střední hodnoty kinetické energie a kinetické energie redukovaného kotouče vztah:

$$J_{pshr} = [(2 \cdot m_1 + 2 \cdot m_p) \cdot \left(\frac{\lambda^2}{8} + \frac{1}{2}\right)] \cdot r^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2] \quad (5)$$

Kde  $m_1$  je hmotnost posuvných částí ojnice,  $m_p$  hmotnost pístní skupiny a  $\lambda$  je klikový poměr. Moment setrvačnosti konce hřídele ze strany tlumiče torzních kmitů byl stanoven následovně:

$$J_0 = J_{skr} + J_k + \frac{J_{prs}}{2} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2] \quad (6)$$

Zde vystupuje moment setrvačnosti skříně tlumiče, konce klikového hřídele a moment setrvačnosti prstence tlumiče torzních kmitů, který je podle literatury [6,7] přičten jen z jedné poloviny. Redukovaný moment zesíleného zalomení, které se nachází na obou koncích klikového hřídele, je vypočteno podle:

$$J_1 = J_{zz} + J_{ojr} + J_{pshr} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2] \quad (7)$$

Kde  $J_{zz}$  je moment setrvačnosti zesíleného zalomení.

## 4.5 Redukce délek klikového hřídele [7]

Při redukci délek je také nutno splnit podmínku ekvivalence, to znamená, že náhradní redukovaný hřídel musí mít stejnou pružnost, jako hřídel skutečný. Z toho vyplývá, že působením stejného krouticího momentu  $M_{kr}$  se musí oba hřídele natočit o stejný úhel  $\varphi$  [rad].

U hladkého válcového hřídele je redukovaná délka:

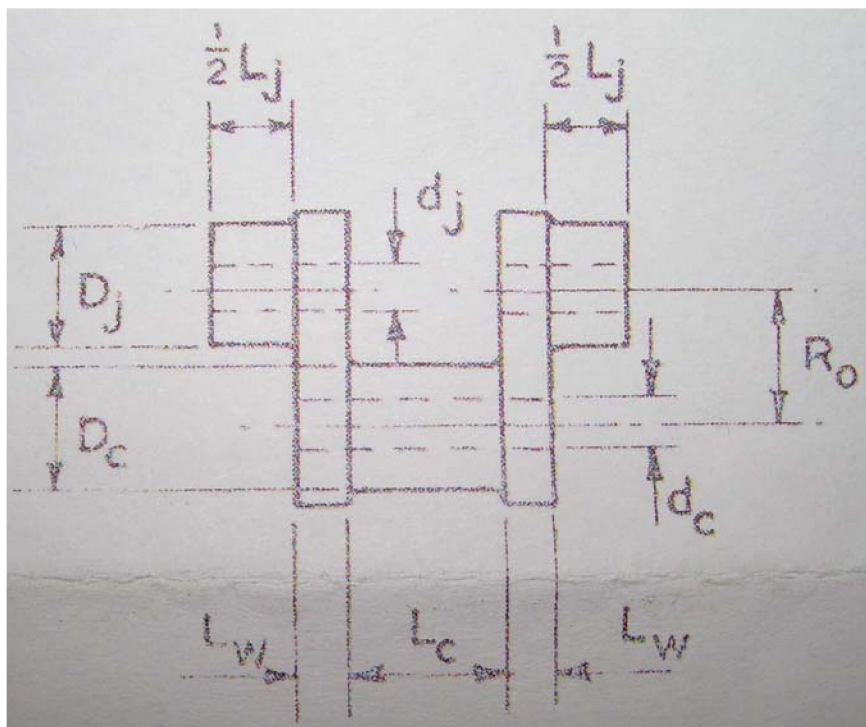
$$l_{red} = l \left(\frac{D_{red}}{D}\right)^4 \quad [\text{mm}] \quad (8)$$



Kde  $D_{red}$  je průměr na, který redukuje (v mém případě je to průměr hlavního čepu). U většiny používaných tvarů lze v literatuře [7] dohledat odvozené vztahy pro redukci délek klikových hřídelů. Všechny tyto vzorce jsou přibližné. Nejpřesnější je zjistit torzní tuhost klikové hřídele měřením zkrcováním známým krouticím momentem. Pro tvar (Obr. 6) zadané klikové hřídele lze dohledat:

$$L_e = D_j^4 \left[ \frac{[R_o - 0,2(D_j + D_c)]}{L_w \cdot B^3} + \frac{L_c + 0,4 \cdot D_c}{D_c^4 - d_c^4} + \frac{L_j + 0,4 \cdot D_j}{D_j^4 - d_j^4} \right] \text{ [mm]} \quad (9)$$

Význam jednotlivých konstant ze vztahu (9) je zřejmý z (Obr. 16).



Obr. 16 Redukce délek klikové hřídel

Hodnoty  $d_j$  a  $d_c$  jsou v mém případě nulové. Stejný vztah (9) je použit jak pro redukci zesílených zalomení, tak i pro redukci dalších zalomení při respektování rozdílných tloušťek  $L_w$ . Redukce setrvačníku, počátku kliky a skříňě tlumiče je provedena podle (8), při uvažování toku krouticího momentu, například přes roztečný průměr šroubů.

## 4.6 Výpočet torzních tuhostí

Je-li modul pružnosti ve smyku materiálu hřídele  $G$  a polární moment setrvačnosti  $I_p$ , lze pro natočení klikového hřídele o úhel  $\varphi$ , při známém krouticím momentu  $M_{kr}$  psát:

$$\varphi = \frac{M_{kr}}{GI_p} \text{ [rad]} \quad (10)$$

Torzni tuhost pak bude:

$$c = \frac{M_{kr}}{\varphi} = \frac{GI_p}{l_{red}} \text{ [N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}] \quad (11)$$

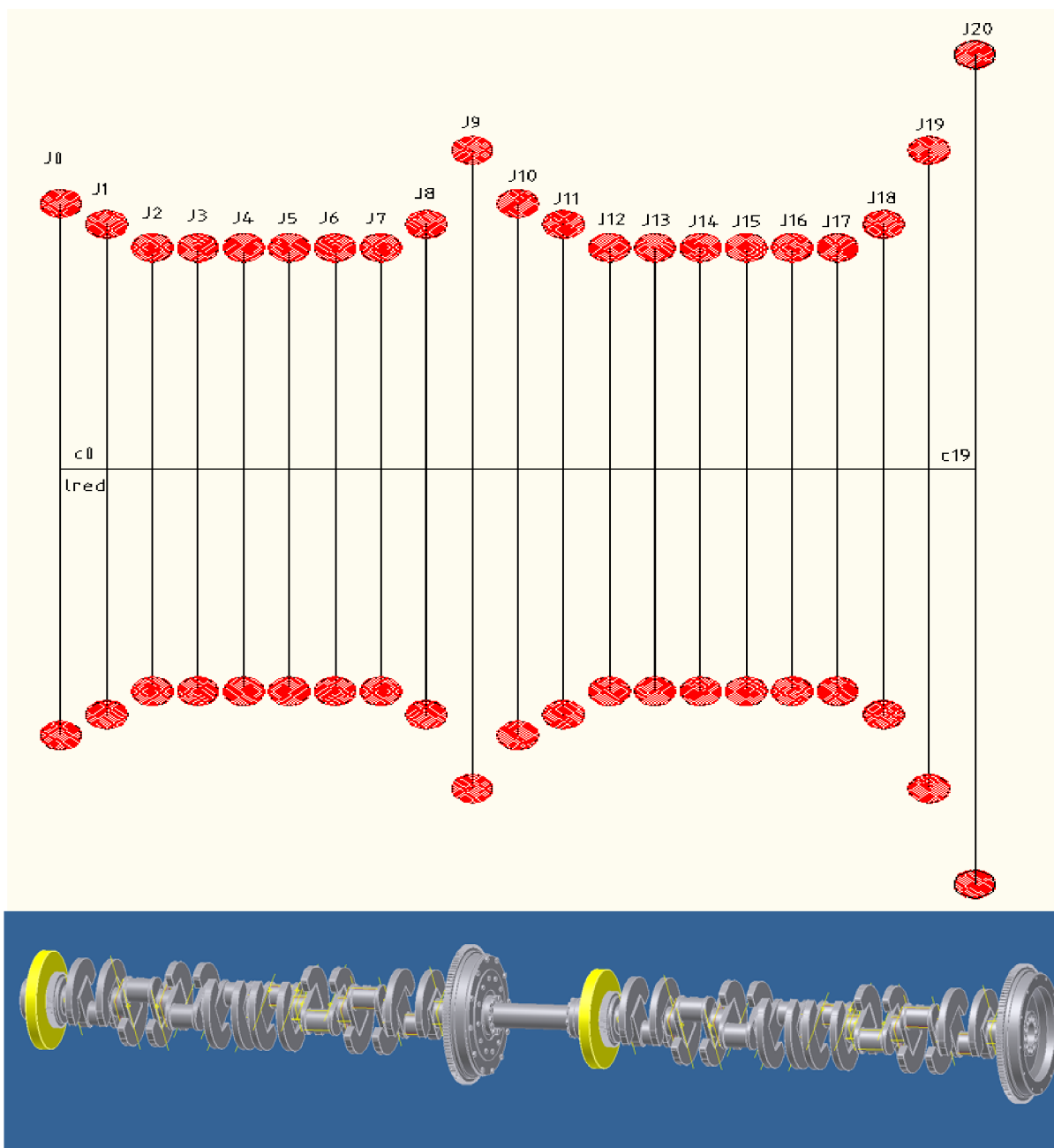
Ve vztahu (11) je  $l_{red}$  hodnota vypočtená v kapitole 4.3 a přiřazená příslušné části hřídele. Vypočtené hodnoty torzních tuhostí jsou v (Tab. 6).

Tab. 6 Torzní tuhosti klikového hřídele

	c [N*m*rad <sup>-1</sup> ]
tuhost konce klikového hřídele strany tlumiče	4.1*10 <sup>7</sup>
tuhost zalomení klikového hřídele	7.9*10 <sup>6</sup>
tuhost zesíleného zalomení	8.5*10 <sup>6</sup>
tuhost setrvačnicku	1.2*10 <sup>8</sup>
tuhost konce hřídele strany setrvačnicku	5.2*10 <sup>7</sup>

## 4.7 Výsledná redukováná soustava

Redukovaná sestava je na (Obr. 17). Momenty setrvačnosti a redukováné délky počátků hřídele byly přičteny k redukováným délkám a momentům setrvačnosti tlumiče a setrvačnicku. Dále bylo při náhradě použito zjednodušení sestavy o spojovací hřídel (má tvar trubky s přírubami) motorů, jehož moment setrvačnosti je velmi malý a tuhost vysoká. K druhému motoru je připojen generátor, který má velmi vysoký moment setrvačnosti, tato hodnota byla získána od firmy EXMONT. Ize očekávat, že generátory o stejném výkonu budou mít i přibližně stejný moment setrvačnosti.

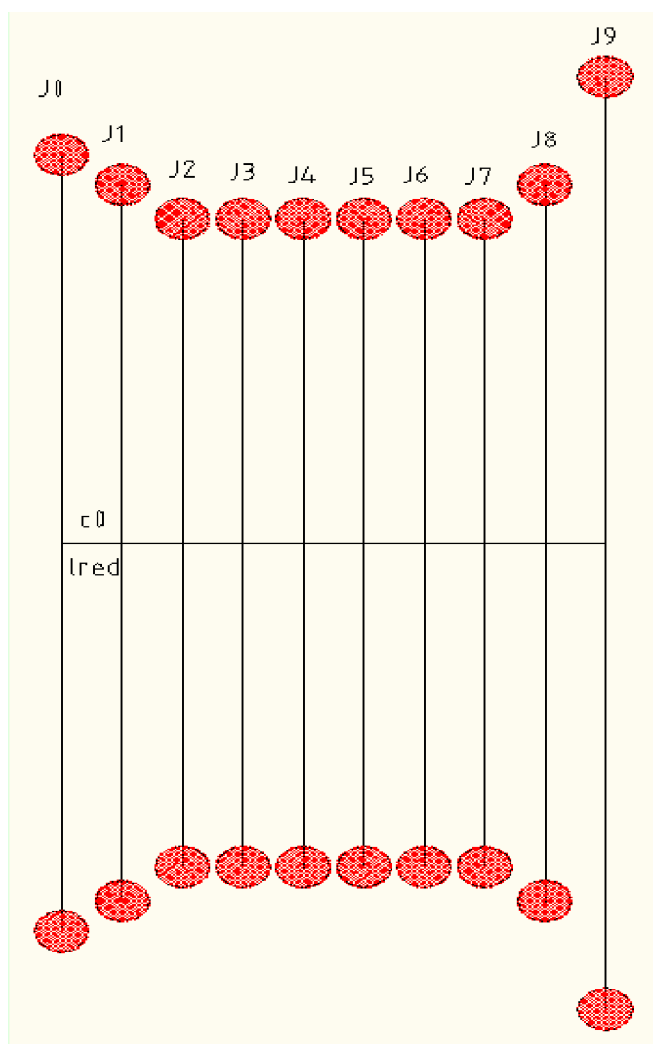


Obr. 17 Náhradní torzní soustava kogenerační jednotky (bez generátoru)

#### 4.8 Výpočet vlastního kmitání samostatného motoru

Výpočet samostatného motoru je proveden pro náhradní torzní soustavu na (Obr. 18). Velikosti jednotlivých momentů setrvačnosti a tuhostí jsou uvedeny v (Tab. 7 a 8). U vícehmotných sestav, které mají  $n$  hmotností, musí alespoň dvě hmotnosti kmitat proti sobě. Existuje-li  $i$  hmotností, má tedy sestava  $i-1$  pružných vazeb a  $i-1$  možných tvarů kmitů.

(pozn.: výpočty jsou uvedeny v příloze k diplomové práci, kapitola 4)



Obr. 18 Náhradní soustava jednoho motoru

Tab. 7 Velikost momentů setrvačnosti náhradní soustavy jednoho motoru

momenty setrvačností kotoučů [kg·m <sup>2</sup> ]									
J0	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9
3,195	2,178	2,052	2,052	2,052	2,052	2,052	2,052	2,178	14,481

Tab. 8 Velikost tuhostí náhradní soustavy jednoho motoru

tuhosti redukovanych částí [Nm·rad <sup>-1</sup> ·10 <sup>6</sup> ]								
c0	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8
41,05	8,513	7,872	7,872	7,872	7,872	7,872	7,872	52,03

Pohybová rovnice v maticovém tvaru je:

$$M \cdot \ddot{q} + C \cdot \dot{q} = 0 \quad (12)$$

Kde C je matice tuhosti:

$$C = \begin{pmatrix} c_n & -c_n & 0 & 0 \\ -c_n & c_n + c_{n+1} & -c_{n+1} & 0 \\ 0 & -c_{n+1} & c_{n+1} + c_{n+2} & -c_{n+2} \\ 0 & 0 & -c_{n+2} & c_{n+2} \end{pmatrix} \quad (13)$$

Kde  $n=0 \dots i-1$

Matice hmotnosti M:

$$I = \begin{pmatrix} I_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{n+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{n+2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_i \end{pmatrix} \quad (14)$$

A  $q$  je vektor zobecněných souřadnic mající předpokládaný tvar řešení:

$$q = w \cdot e^{i\psi t} \quad (15)$$

kde  $w$  je vektor vlastních tvarů a po derivaci a dosazení do pohybové rovnice (12) dostaneme tvar:

$$(C - \psi^2 M) \cdot w = 0 \quad (16)$$

Kde  $\psi$  je vlastní úhlová rychlost. Převedením na problém vlastních čísel dostaneme tvar:

$$(A - \chi I) \cdot w = 0 \quad (17)$$

A je modální matice:

$$A = M^{-1}C \quad (18)$$

A  $\chi$  je vlastním číslem:

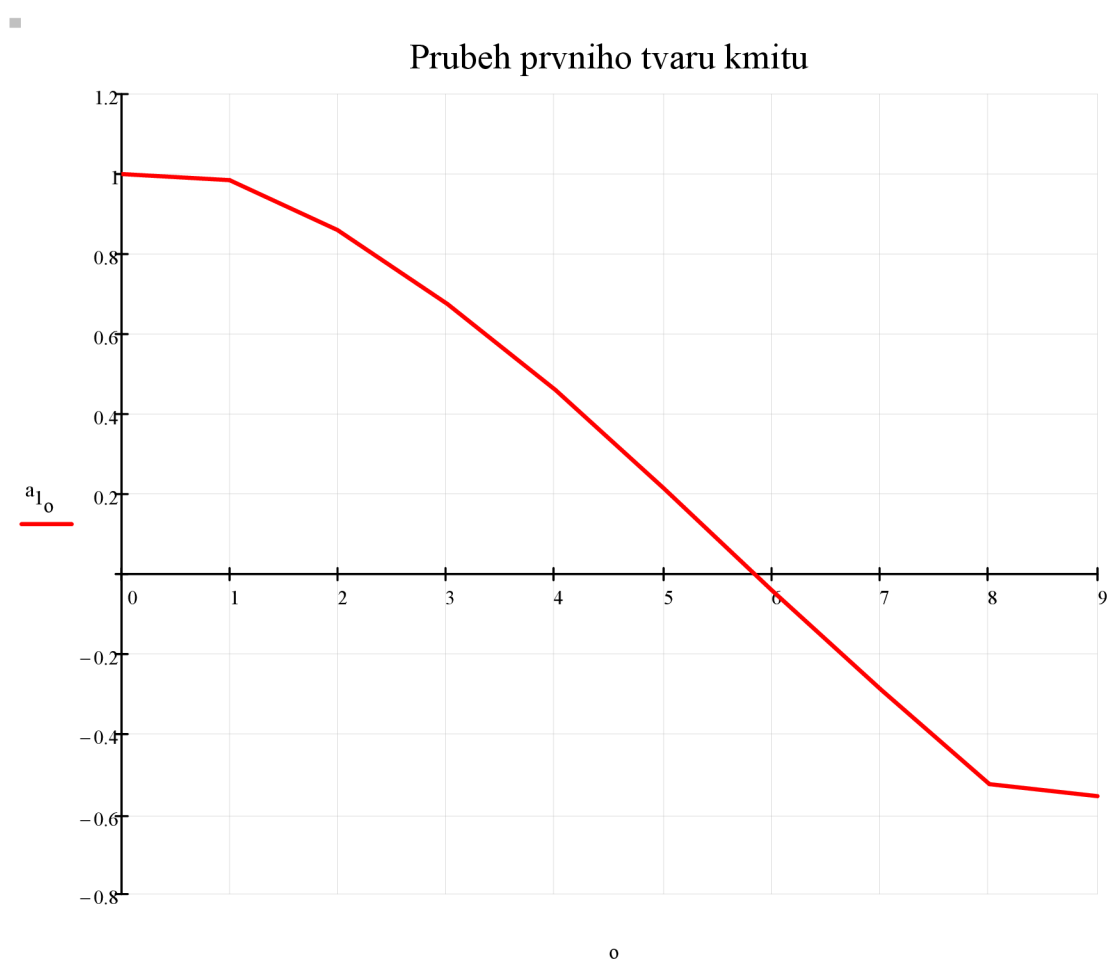
$$\chi = \psi^2 \quad (19)$$

Ve vztahu (17) je  $I$  jednotková čtvercová matice, která má na hlavní diagonále jedničky, zbytek jsou nuly.

Jako řešení dostaneme vektory vlastních tvarů a příslušné vlastní úhlové frekvence. První člen vlastního tvaru se volí jednotkový (je to poměrná veličina) a ostatní složky jsou jeho násobky.

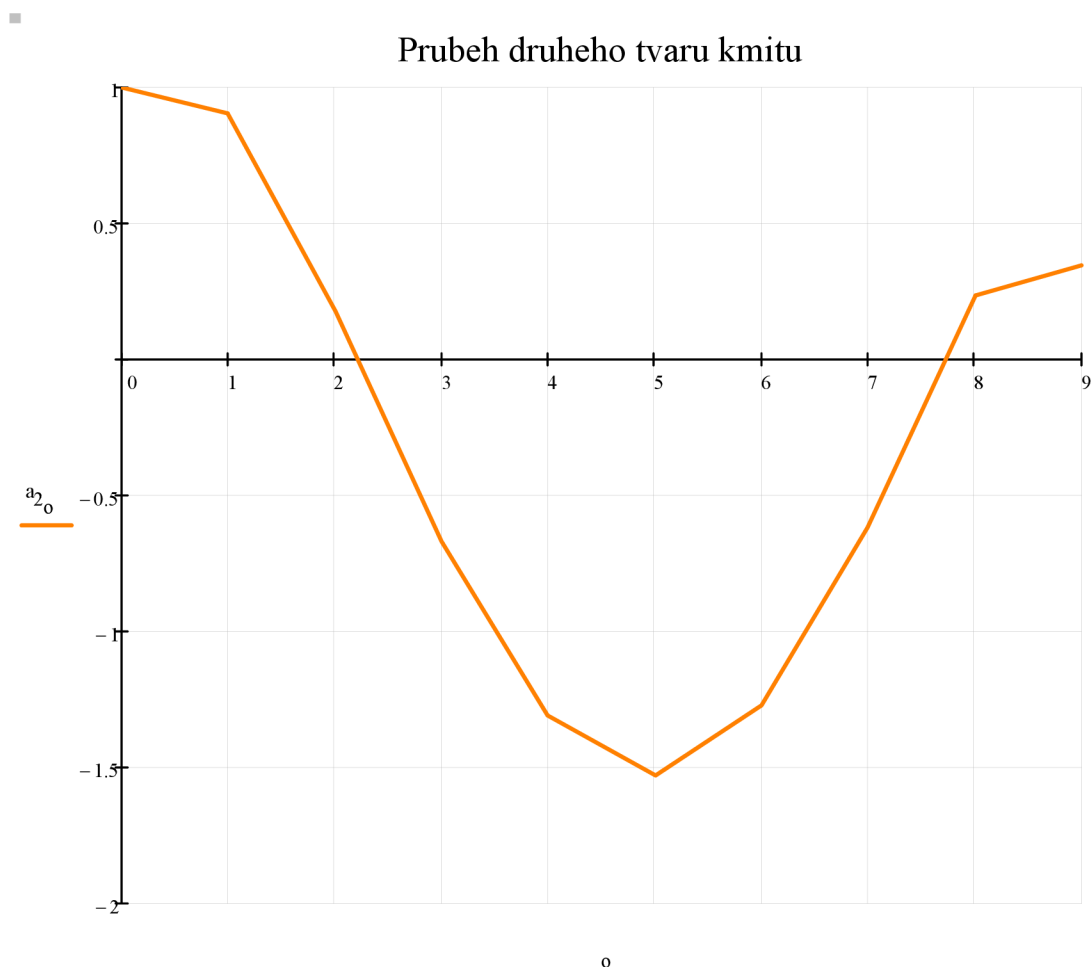
$$a_i = \frac{w_i}{w_0} \quad [-] \quad (20)$$

Na (Obr. 19) je vidět tzv. výkmitová čára (kmitna), jejíž tvar je dán průběhem torzních výchylek podél hřídele. Uzel kmitání leží pátou a šestou hmotností, zde je tedy nulová torzní výchylka. Zároveň lze konstatovat, že hmotnosti šest až devět kmitají proti hmotnostem nula až pět.



Obr. 19 Průběh prvního tvaru kmitu

Na (Obr. 20) je tvar kmitny pro druhý tvar kmitu s dvěma uzly- nulovými torzními výchylkami. Jak je vidět, hmotnosti nula až dva spolu s hmotnostmi osm a devět kmitají proti hmotnostem tři až sedm.



Obr. 20 Průběh druhého tvaru kmitu

Vlastní frekvenci otáček vypočtu z vlastní úhlové rychlosti z tohoto vztahu:

$$N = \frac{\psi}{2 \cdot \pi} \text{ [Hz]} \quad (21)$$

Pro jednouzlové a dvouuzlové kmitání jsou vypočtené hodnoty uvedeny v (Tab. 9).

Tab. 9 Vlastní frekvence otáček

Jednouzlové kmitání	Dvouuzlové kmitání
N <sub>1</sub> [Hz]	N <sub>2</sub> [Hz]
71,54	174,679

Výpočty jsem prováděl v matematickém softwaru a ověřoval pomocí programu, který pro výpočet vlastních frekvencí používá Holzerovu metodu. Tato metoda stanovuje úhlovou frekvenci vlastního kmitání postupnou aproximací. Výstup z tohoto programu

je na (Obr. 21) a postup výpočtu je nastíněn v (Tab. 10). Při výpočtu se vychází z odhadnuté hodnoty úhlové frekvence kmitání  $\omega_k$ . Jestliže tato hodnota není odhadnuta správně, dostaneme pro výraz:

$$\sum_{i=1}^n J_i \cdot a_i = \Delta \quad (22)$$

Kde J jsou momenty a  $a_i$  jsou poměrné výchylky, hodnotu  $\Delta$  (zbytkový moment). Výpočet je pak nutno opakovat s přesnější hodnotou  $\omega_k$  [6]. Obvykle stačí provést tři nebo čtyři aproximace [7].

```
>> NATURAL FREQUENCY CALCULATION <<
*****
Vlastní frekvence CATELPILLAR 3516 16-ti valec

MOMENTS of INERTIA [kg*m**2]
J1: 3.195000 J2: 2.178000 J3: 2.052000 J4: 2.052000
J5: 2.052000 J6: 2.052000 J7: 2.052000 J8: 2.052000
J9: 2.178000 J*: 14.481000 J

TORSIONAL STIFFNESSES [N*m/rad]
C1:41050000.0 C2: 8513000.0 C3: 7872000.0 C4: 7872000.0
C5: 7872000.0 C6: 7872000.0 C7: 7872000.0 C8: 8510000.0
C9:52030000.0 C

1. NATURAL FREQUENCY [rad/s]: 452.22 ( => N1 = 4318.4 1/min )

RELATIVE AMPLITUDES:
A1: 1.00000
A2: .98408
A3: .85584
A4: .67153
A5: .45143
A6: .20726
A7: -.04797
A8: -.30063
A9: -.51952
A*: -.55088

2. NATURAL FREQUENCY [rad/s]: 1107.34 ( => N2 = 10574.3 1/min )

RELATIVE AMPLITUDES:
A1: 1.00000
A2: .90456
A3: .16058
A4: -.69531
A5: -1.32895
A6: -1.53782
A7: -1.25514
A8: -.57128
A9: .23022
A*: .34950
```

Obr. 21 Ověření výpočtu Holzerovou metodou

Tab. 10 Holzerova tabulka

i	$J_i$	$J_i \omega_k^2$	$a_i$	$J_i \omega_k^2 \cdot a_i$	$c_i$	$(1/c_i) \sum J_i \omega_k^2 a_i$



## 4.9 Výpočet kmitání kompletní kogenerační jednotky

Výpočet byl proveden pro náhradní soustavu klikového ústrojí na (Obr. 17). Velikosti momentů setrvačnosti a tuhostí jsou uvedeny v následujících tabulkách (Tab. 11,12).

Tab. 11 *Momenty setrvačnosti*

momenty setrvačností kotoučů [ $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ]										
J <sub>0</sub>	J <sub>1</sub>	J <sub>2</sub>	J <sub>3</sub>	J <sub>4</sub>	J <sub>5</sub>	J <sub>6</sub>	J <sub>7</sub>	J <sub>8</sub>	J <sub>9</sub>	J <sub>10</sub>
3,195	2,178	2,052	2,052	2,052	2,052	2,052	2,052	2,178	14,481	3,195
J <sub>11</sub>	J <sub>12</sub>	J <sub>13</sub>	J <sub>14</sub>	J <sub>15</sub>	J <sub>16</sub>	J <sub>17</sub>	J <sub>18</sub>	J <sub>19</sub>	J <sub>20</sub>	
2,178	2,052	2,052	2,052	2,052	2,052	2,052	2,178	14,481	145	

Tab. 12 *Tuhosti*

tuhosti redukovaných hřídelů [ $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}\cdot 10^6$ ]									
c <sub>0</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	c <sub>5</sub>	c <sub>6</sub>	c <sub>7</sub>	c <sub>8</sub>	c <sub>9</sub>
41,05	8,513	7,872	7,872	7,872	7,872	7,872	7,872	52,03	0,335
c <sub>10</sub>	c <sub>11</sub>	c <sub>12</sub>	c <sub>13</sub>	c <sub>14</sub>	c <sub>15</sub>	c <sub>16</sub>	c <sub>17</sub>	c <sub>18</sub>	c <sub>19</sub>
41,05	8,513	7,872	7,872	7,872	7,872	7,872	8,513	52,03	0,335

Výpočet je podobný jako v kapitole 4.8, akorát se matice rozrostou o výše uvedené hodnoty. V (Tab. 11,12) je vidět velmi vysoký moment setrvačnosti generátoru a velmi nízká torzní tuhost pryže spojky. To se projeví i na tvaru kmiten, které jsou na (Obr. 22).

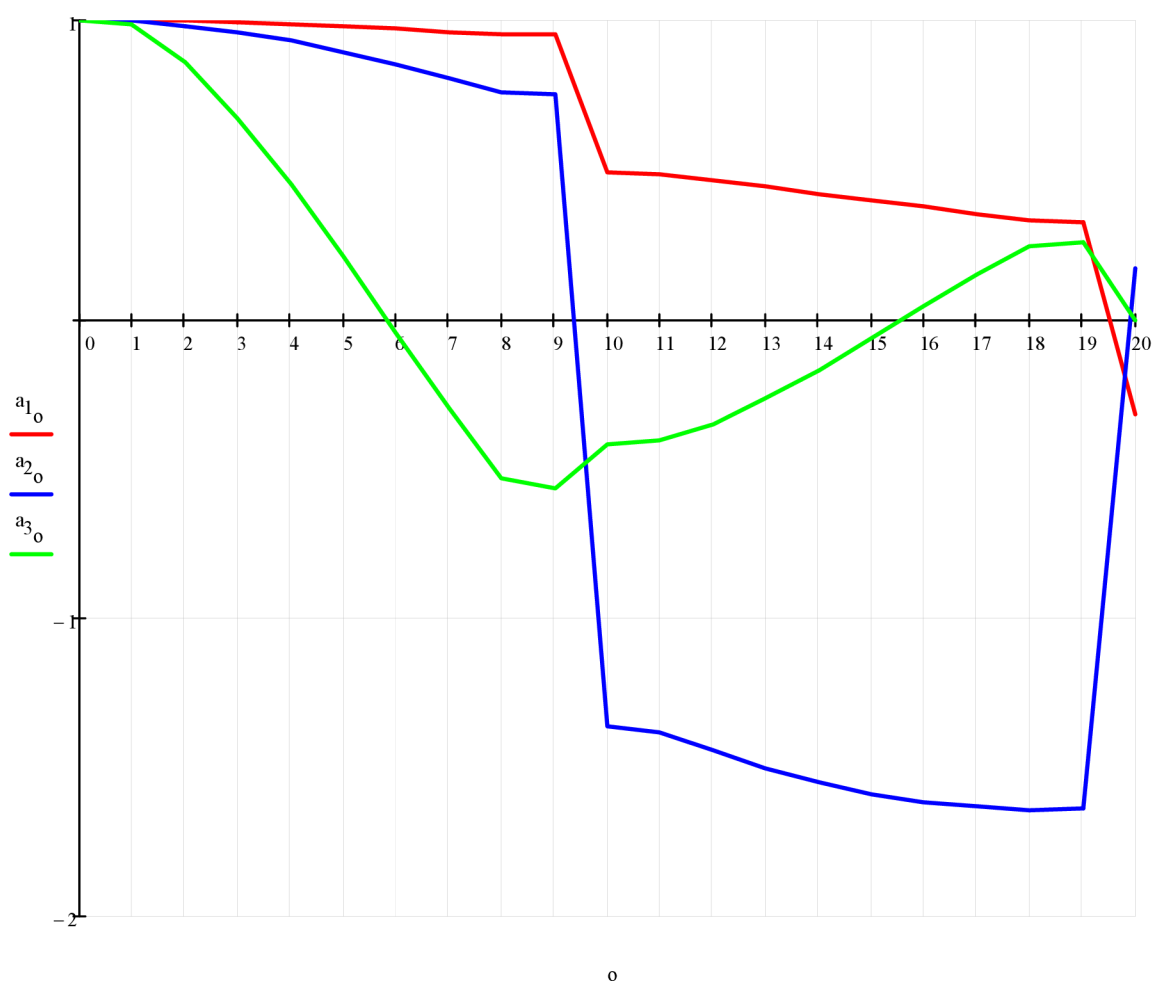
Pro první tvar (červená křivka) vznikne uzel kmitání před generátorem. Pro dvojuzlové kmitání (modrá křivka) vzniknou uzly opět v pryžových spojkách, kde hmotnosti generátoru a prvního motoru kmitají proti hmotnostem druhého motoru. Pro třetí tvar kmitání (je znázorněn zeleně) už je tvar kmitny složitější a uzly vzniknou zhruba uprostřed klikových hřídelů.

Tab. 13 *Vlastní frekvence soustavy*

Jednuuzlové kmitání	Dvouzuuzlové kmitání	Tříuzuuzlové kmitání
N1[Hz]	N2[Hz]	N3[Hz]
10,86	24,88	71,9

V (Tab. 13) jsou hodnoty vlastních frekvencí kmitání celé kogenerační jednotky. Druhá vlastní frekvence se blíží provozním otáčkám motoru, mohlo by tedy být buzeno periodicky proměnnými silami z tlakových změn ve válcích.

(pozn.: výpočty jsou uvedeny v příloze k diplomové práci, kapitola 5)



Obr. 22 Tvar kmiten pro kompletní kogenerační jednotku

## 4.10 Vliv tuhosti pryže spojky na vlastní frekvenci a tvar kmitání

V následujících kapitolách chci zjistit, jaký vliv má změna torzní tuhosti na vlastní frekvenci soustavy a tvaru kmiten.

### 4.10.1 Katalogové pryžové spojky

V této části diplomové práce jsem postupoval tak, že jsem z katalogů výrobců vyhledal pryžové spojky (a jejich vlastnosti) vyhovující mému zadání (jsou vhodné pro přenášení  $M_t$ ). Parametry zjištěné z katalogů výrobců jsou uvedeny v (Tab. 14).

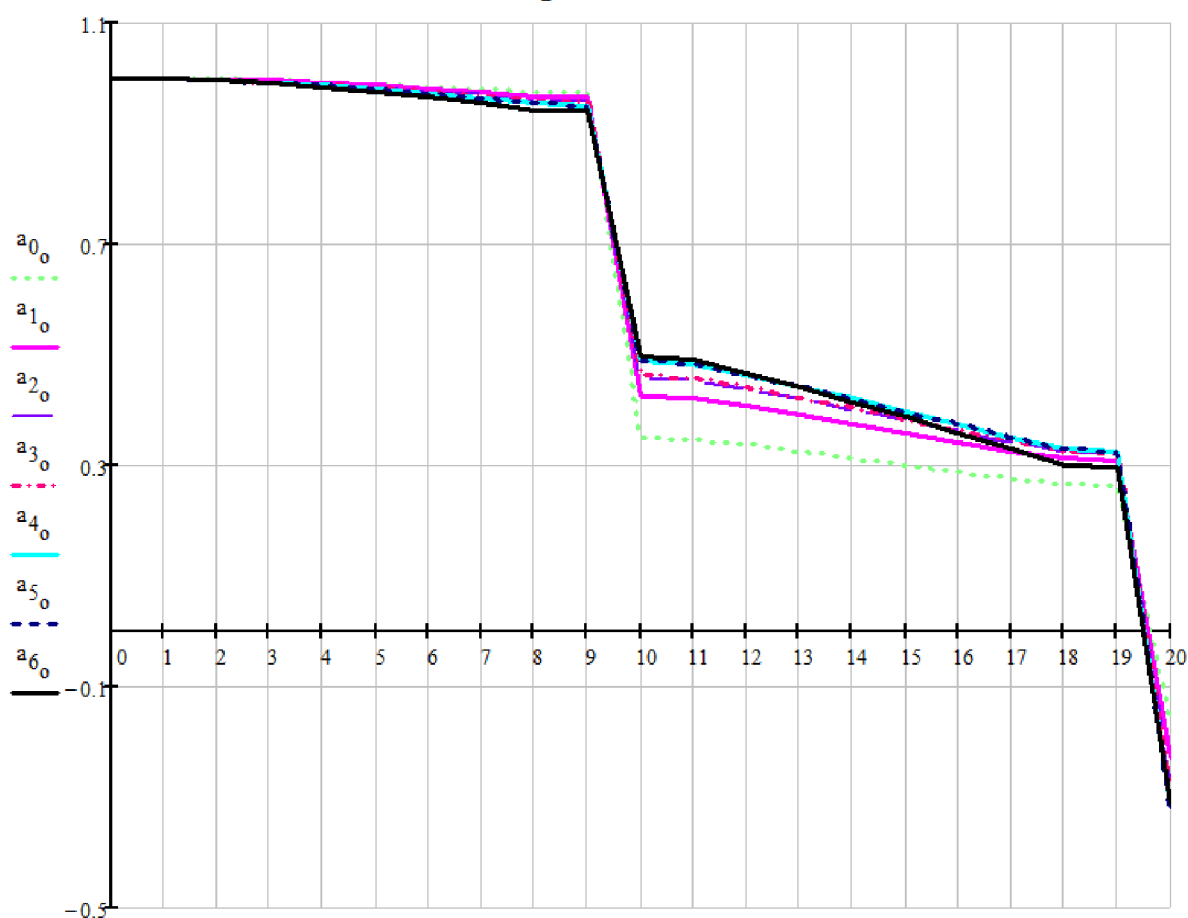
(pozn.: výpočty jsou uvedeny v příloze k diplomové práci, kapitola 6)

Tab. 14 Tuhosti spojek zjištěné z katalogů výrobců

Stromag/Periflex	Centa s [Nm/rad]	Vulastik
$a_0$ 134 800	$a_2$ 260 000	$a_5$ 335 000
$a_1$ 205 000	$a_3$ 265 000	
$a_4$ 327 500		
$a_6$ 428 500		

Jak je zřejmé z (Tab. 14) rozpětí torzní tuhosti je velmi široké. Vztahy pro výpočet jsou stejné jako v kapitole 4.8. Bohužel, při výpočtu v software Mathcad dochází k „divergenci“ při výpočtu kmiten a frekvence vlastního kmitání u prvního tvaru, při torzní tuhosti pryže jdoucí nad hranici zhruba 380 000 [Nm/rad]. Všechny tyto výpočty jsem ověřoval v programu Holzer, a protože se výsledky vždy téměř přesně shodovaly (viz. Obr. 21 a Tab. 9), opravil jsem výpočet na hodnoty získané z tohoto softwaru (Holzer). Výsledný průběh kmiten pro první tvar je na (Obr. 23), přiřazení označení jednotlivých tvarů  $a_0$ - $a_6$  je v (Tab.14).

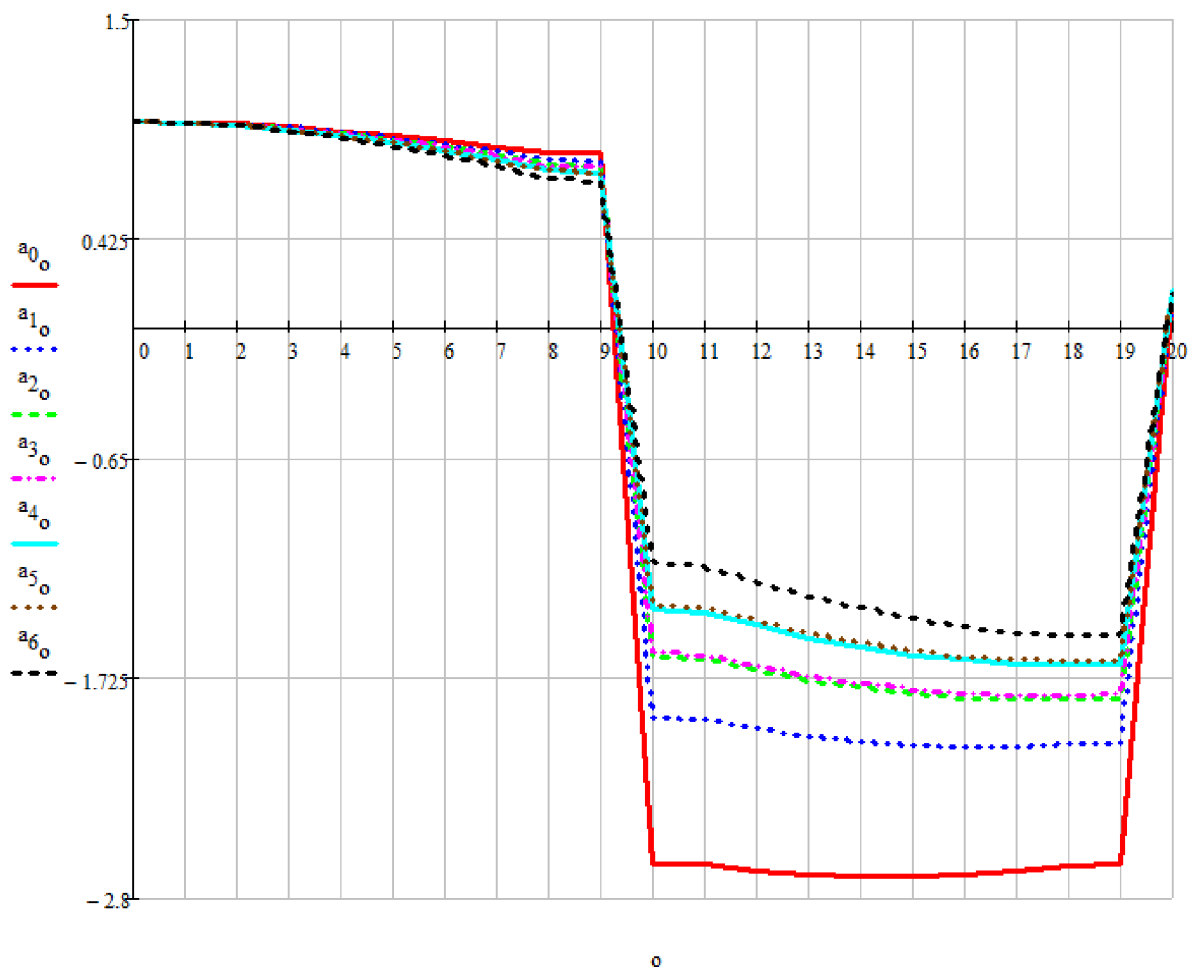
Prubeh prvního tvaru kmitu



Obr. 23 Průběh prvního tvaru kmitu pro různé tuhosti spojky

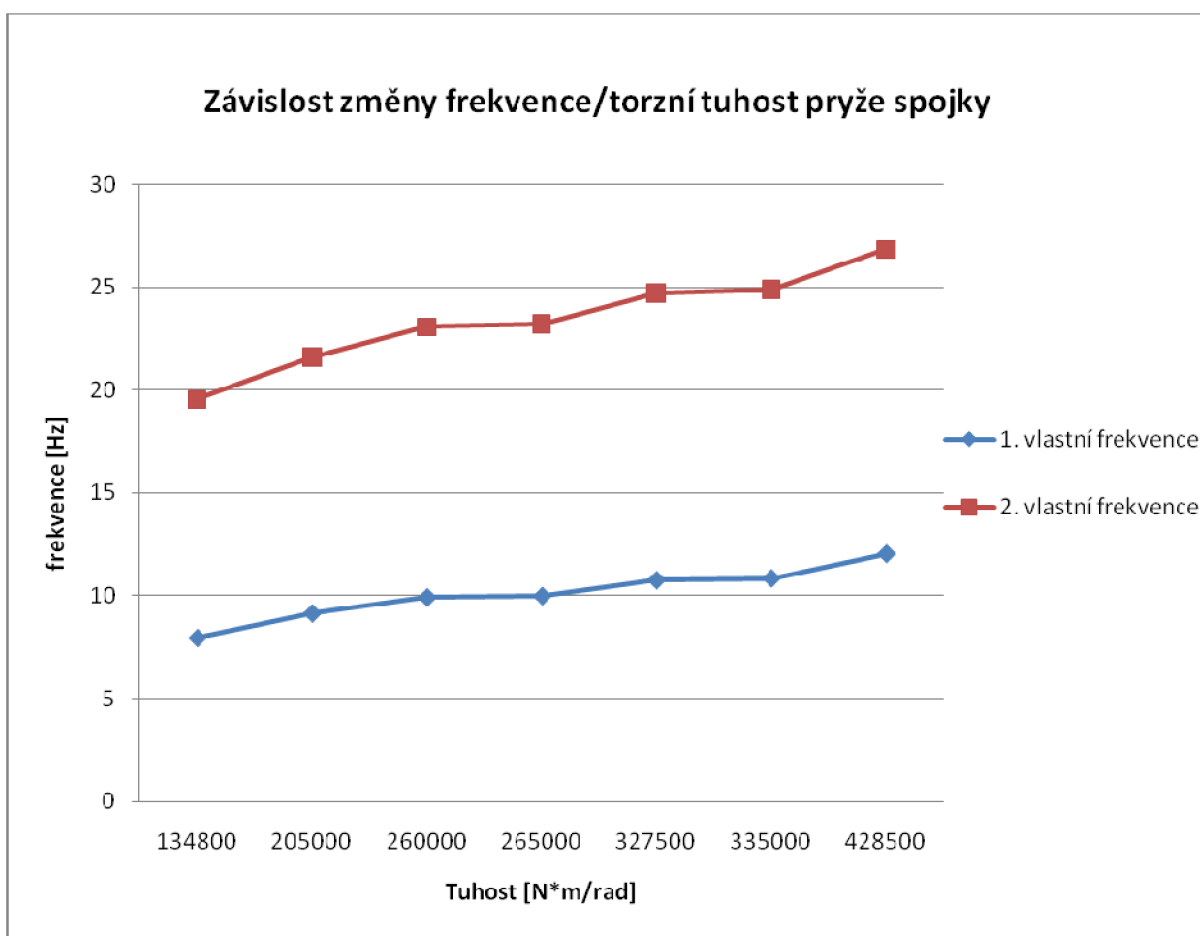
Na (Obr. 24) je průběh pro druhý tvar kmitu. Lze říci, že pro oba dva druhy kmitání se s vyšší tuhostí většinou zmenší výchylka, avšak uzly kmiten zůstávají stejné - v prvním případě kmitá první i druhý klikový hřídel proti hmotnosti generátoru s uzlem právě ve spojce mezi oběma motory, pro případ dvouuzlového kmitání jsou nulové torzní výchylky ve spojkách a kmitá tedy první motor s generátorem proti druhému motoru.

Průběh druhého tvaru kmitu



Obr. 24 Průběh druhého tvaru kmitu pro různé tuhosti spojky

Na (Obr. 25 a v Tab. 15) je vidět závislost změny torzní tuhosti pryže a vlastní frekvence kmitání soustavy. Čím vyšší je tuhost pryže spojky, tím vyšší je vlastní frekvence kmitání náhradní soustavy.



Obr. 25 Graf změny vlastních frekvencí se změnou tuhosti

Tab. 15 Vypočtené vlastní frekvence

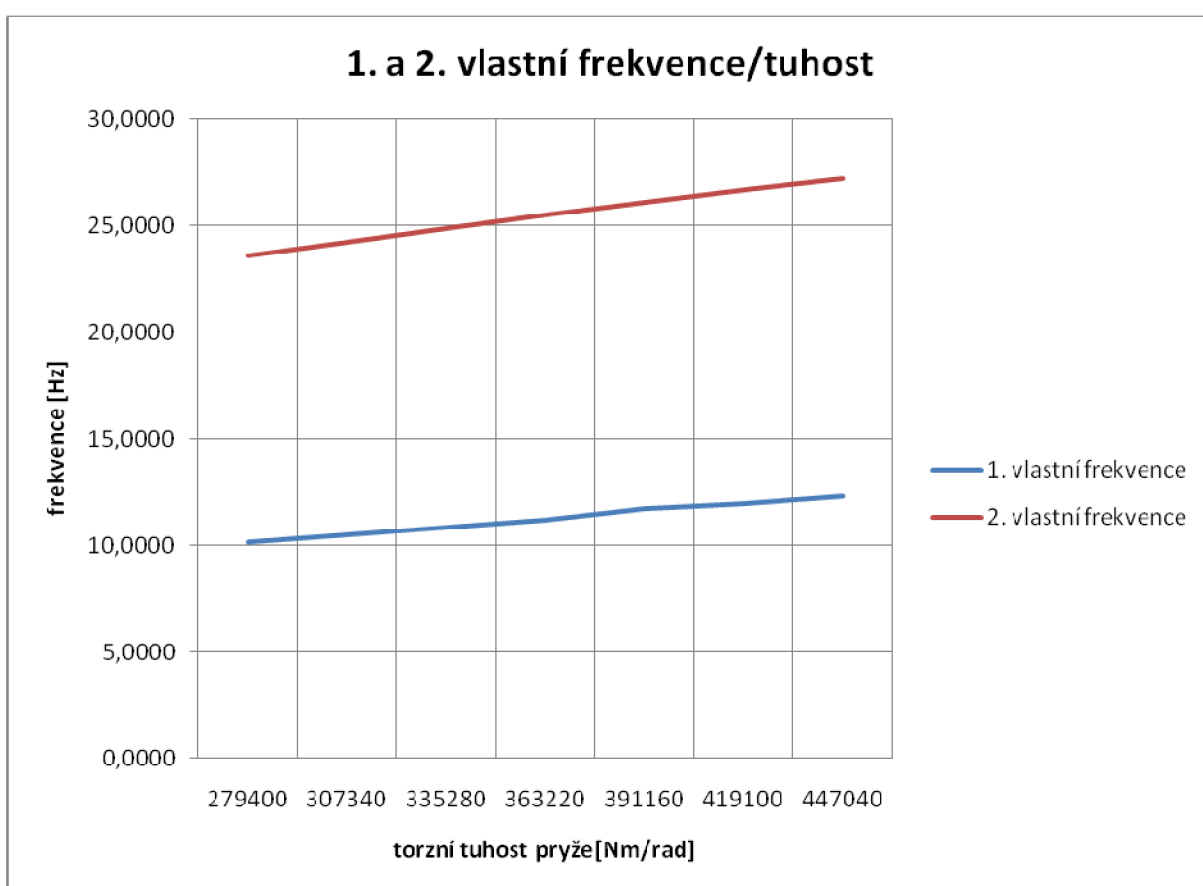
Torzni tuhost pryže [N*m/rad]	1. vlastní frekvence [Hz]	2. vlastní frekvence [Hz]
134800	7,946	19,544
205000	9,148	21,603
260000	9,925	23,071
265000	9,991	23,199
327500	10,769	24,704
335000	10,858	24,875
428500	12,056	26,846

#### 4.10.2 Časem degradující pryž

V této části diplomové práce chci "simulovat" situaci, kdy se vlastnosti pryže spojky lineárně mění postupem užívání. Jako výchozí hodnota je zvolen průměr tuhosti pryží z katalogů výrobců spojek (Tab. 14) a každá další hodnota je o 10% horší než předcházející (Tab. 16). Hodnoty vynesené do grafu jsou na (Obr. 26).

Tab. 16 *Vlastní frekvence*

Torzni tuhost pryže [N*m/rad]	1. vlastní frekvence [Hz]	2. vlastní frekvence [Hz]
279400,00	10,18	23,56
307340,00	10,53	24,23
335280,00	10,68	24,88
363220,00	11,18	25,50
391160,00	11,70	26,09
419100,00	11,95	26,66
447040,00	12,27	27,21



Obr. 26 *Graf změny vlastních frekvencí se změnou tuhosti*

Výsledek je podle očekávání: lineární nárůst tuhosti pryže generuje lineární nárůst hodnoty vlastních frekvencí.

Průběhy tvarů kmiten pro první a druhou vlastní frekvenci zde neuvádím, protože jsou podobné výsledkům z minulé kapitoly (Obr. 23, 24) a jsou uvedeny v příloze k diplomové práci, kapitola 6.8.

Nedá se říci, že by některá spojka byla vhodnější než jiná. Doporučuji tedy ponechat stávající.

## 5 Vynucené torzní kmitání

Vlastní kmitání je vlivem vnitřních odporů a tlumení časem potlačeno, takže samo o sobě nebezpečné není. Vynuceným torzním kmitáním se nazývá kmitání pružné torzní soustavy buzené periodicky proměnným momentem. Frekvence vynuceného kmitání je dána frekvencí budícího momentu[6].

### 5.1 Harmonická analýza budícího momentu

Budící točivý moment má periodický, avšak ne sinusový průběh, který se u čtyřdobých motorů opakuje vždy za dvě otáčky klikového hřídele. Rozkládáme ho tedy pomocí Furierovy řady na dílčí složky (momenty) se sinusovým průběhem:

$$h_k = \frac{2}{n_p} \sum_{j=0}^{n_p-1} (M_{to_j} e^{i \cdot (2 \cdot k \cdot \pi \cdot \frac{j}{n_p})}) \text{ [Nm]} \quad (23)$$

kde  $h_k$  je amplituda momentu příslušející harmonické složce  $k$ ,  $n$  je počet diskretních vzorků průběhu točivého momentu,  $M_{to}$  je diskretní hodnota točivého momentu vzorku  $j$ , a  $i$  je imaginární jednotka.

Každá z těchto harmonických složek vzbuzuje nezávisle na ostatních složkách vynucená kmitání klikového hřídele ve stejné frekvenci, jako má tato složka. Na rozdíl od nerovnoměrnosti chodu je vynucené kmitání hřídele způsobeno nejen hlavními harmonickými složkami, ale i vedlejšími složkami působením jejich různých účinků na jednotlivých klikách. Pouze u hvězdicových motorů s válci v jedné rovině je vynucené kmitání způsobeno pouze hlavními harmonickými složkami[9].

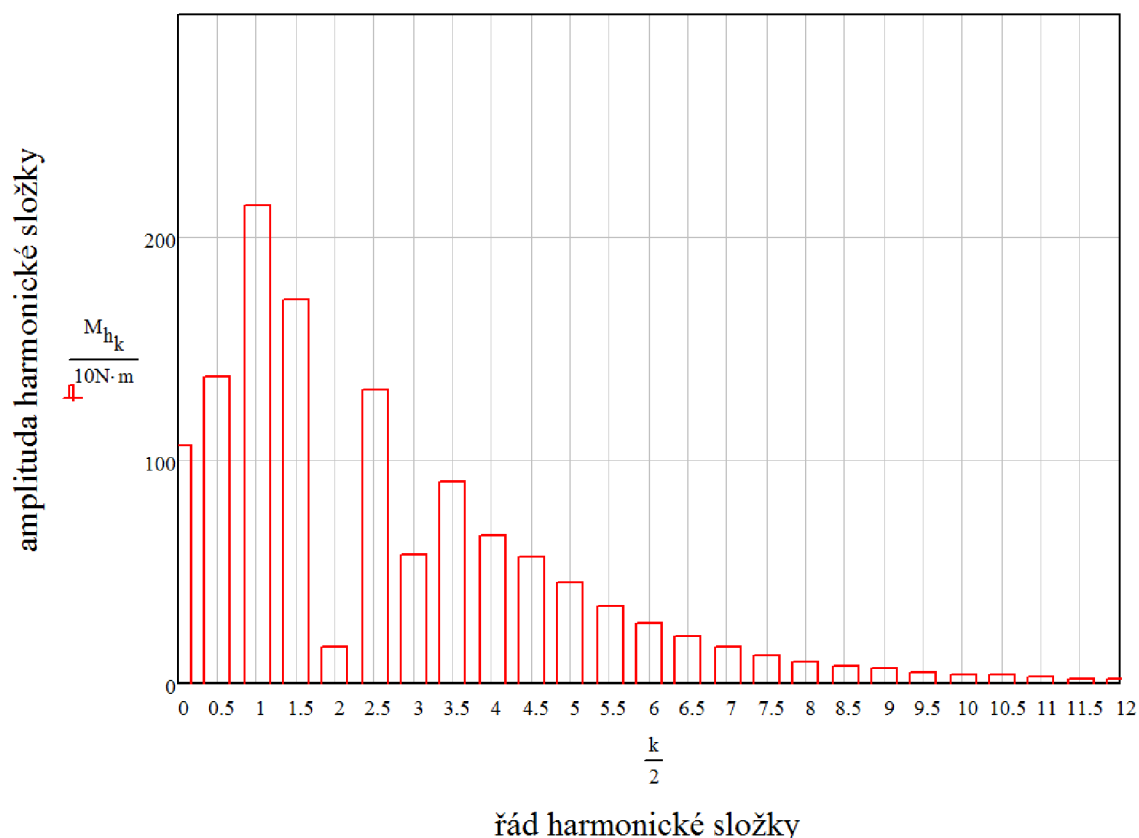
Podle toho, kolik má harmonická složka period za jednu otáčku, rozeznáváme její řád  $\kappa$ , který je u čtyřdobých motorů dán násobkem jedné poloviny:

$$\kappa = \frac{k}{2} \text{ [-]} \quad (24)$$

kde  $k$  jsou celá čísla  $k=1, 2, 3, \dots$ . U dvoudobých motorů by to bylo:

$$\kappa = k \text{ [-]} \quad (25)$$

(pozn.: výpočty jsou uvedeny v příloze k diplomové práci, kapitola 7)



Obr. 26 Harmonická analýza točivého momentu

## 5.2 Kritické otáčky

Jak jsem již uvedl, každá z harmonických složek řádu  $k$  budícího momentu vyvolává nezávisle na ostatních složkách vynucené torzní kmitání o frekvenci shodné s uvažovanou frekvencí dané harmonické složky. Při úhlové rychlosti otáčení klikového hřídele  $\omega$  má harmonická složka řádu  $k$  frekvenci  $k\omega$ . Jestliže nastane situace, že tato frekvence souhlasí s frekvencí vlastního kmitání soustavy, tak nastane rezonance. V tom případě torzní výkmity hřídele stoupají a může dojít až k lomu hřídele. Rezonanční otáčky hřídele vypočteme takto:

$$n_{rez} = \frac{N}{\kappa} \quad [\text{min}^{-1}] \quad (26)$$

O tom, jak jsou otáčky nebezpečné rozhoduje také tlumení, velikost amplitud budícího momentu a vzájemné působení budících momentů na jednotlivých zalomeních klikového hřídele.



Tab. 17 Rezonanční otáčky

řád harmonické složky	rezonanční otáčky jednozlového kmitání	rezonanční otáčky dvozzlového kmitání	rezonanční otáčky trozzlového kmitání
	$n_{1rez}$ [min <sup>-1</sup> ]	$n_{2rez}$ [min <sup>-1</sup> ]	$n_{3rez}$ [min <sup>-1</sup> ]
0,5	1302,9	2985,0	8628,2
1	651,5	1492,5	4314,1
1,5	434,3	995,0	2876,1
2	325,7	746,2	2157,1
2,5	260,6	597,0	1725,6
3	217,2	497,5	1438,0
3,5	186,1	426,4	1232,6
4	162,9	373,1	1078,5
4,5	144,8	331,7	958,7
5	130,3	298,5	862,8
5,5	118,4	271,4	784,4
6	108,6	248,7	719,0
6,5	100,2	229,6	663,7
7	93,1	213,2	616,3
7,5	86,9	199,0	575,2
8	81,4	186,6	539,3
8,5	76,6	175,6	507,5
9	72,4	165,8	479,3
9,5	68,6	157,1	454,1
10	65,1	149,2	431,4
10,5	62,0	142,1	410,9
11	59,2	135,7	392,2
11,5	56,6	129,8	375,1
12	54,3	124,4	359,5
12,5	52,1	119,4	345,1
13	50,1	114,8	331,9
13,5	48,3	110,6	319,6
14	46,5	106,6	308,2
14,5	44,9	102,9	297,5
15	43,4	99,5	287,6
15,5	42,0	96,3	278,3
16	40,7	93,3	269,6

V (Tab. 17) jsou vypočtené rezonanční otáčky pro jednotlivé druhy kmitání klikového hřídele. Řešený motor pracuje se stálými otáčkami 1500 [min<sup>-1</sup>]. Zvýrazněny jsou ty otáčky, které přichází v úvahu při provozu, ostatní jsou buď pod provozními otáčkami (takže dochází pouze k jejich „přejetí“ při startu motoru), nebo vysoko nad provozními

otáčkami motoru. Jako nejvíce nebezpečné se jeví trojuzlové kmitání. Důvodem je, že u dvojuzlového kmitání jsou uzly ve spojkách (kde je kmitání v pryži tlumeno, viz. Obr. 24), kdežto u trojuzlového kmitání jsou uzly na klikových hřídelích.

### 5.3 Vydátnost rezonancí

Při rezonančním kmitání se výkmitová čára blíží výkmitové čáře u vlastního torzního kmitání tím více, čím menší je tlumení v torzní soustavě. Jak se píše v [6], tak práce budících momentů určitého řádu  $\kappa$  působících na hmotnosti torzní soustavy je dána součtem jejich prací na jednotlivých klikách. Tyto harmonické složky momentů na jednotlivých válcích mají stejnou velikost budícího momentu, avšak různou fází, která je dána pořadím zapalování.

Aby se usnadnil výpočet součtu kmitových prací, tak se zaměňují složky momentů za složky poměrných amplitud. Můžeme pak obecně pro vydátnost  $\varepsilon_\kappa$ , která je vektorovým součtem poměrných amplitud, psát:

$$\varepsilon_\kappa = \sum a_i \quad [-] \quad (27)$$

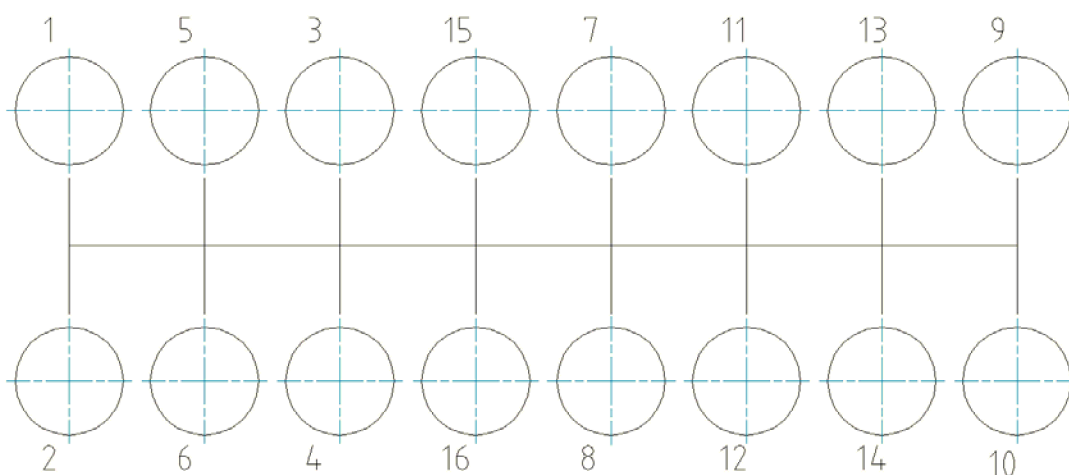
Pro můj případ to pak bude:

$$\varepsilon_\kappa = \sqrt{\left\{ \sum_i a_i \left[ \sin(\kappa_i \cdot \nu_{l_i}) + \sin(\kappa_i \cdot \nu_{p_i}) \right] \right\}^2 + \left\{ \sum_i a_i \left[ \cos(\kappa_i \cdot \nu_{l_i}) + \cos(\kappa_i \cdot \nu_{p_i}) \right] \right\}^2} \quad [-], \quad (28)$$

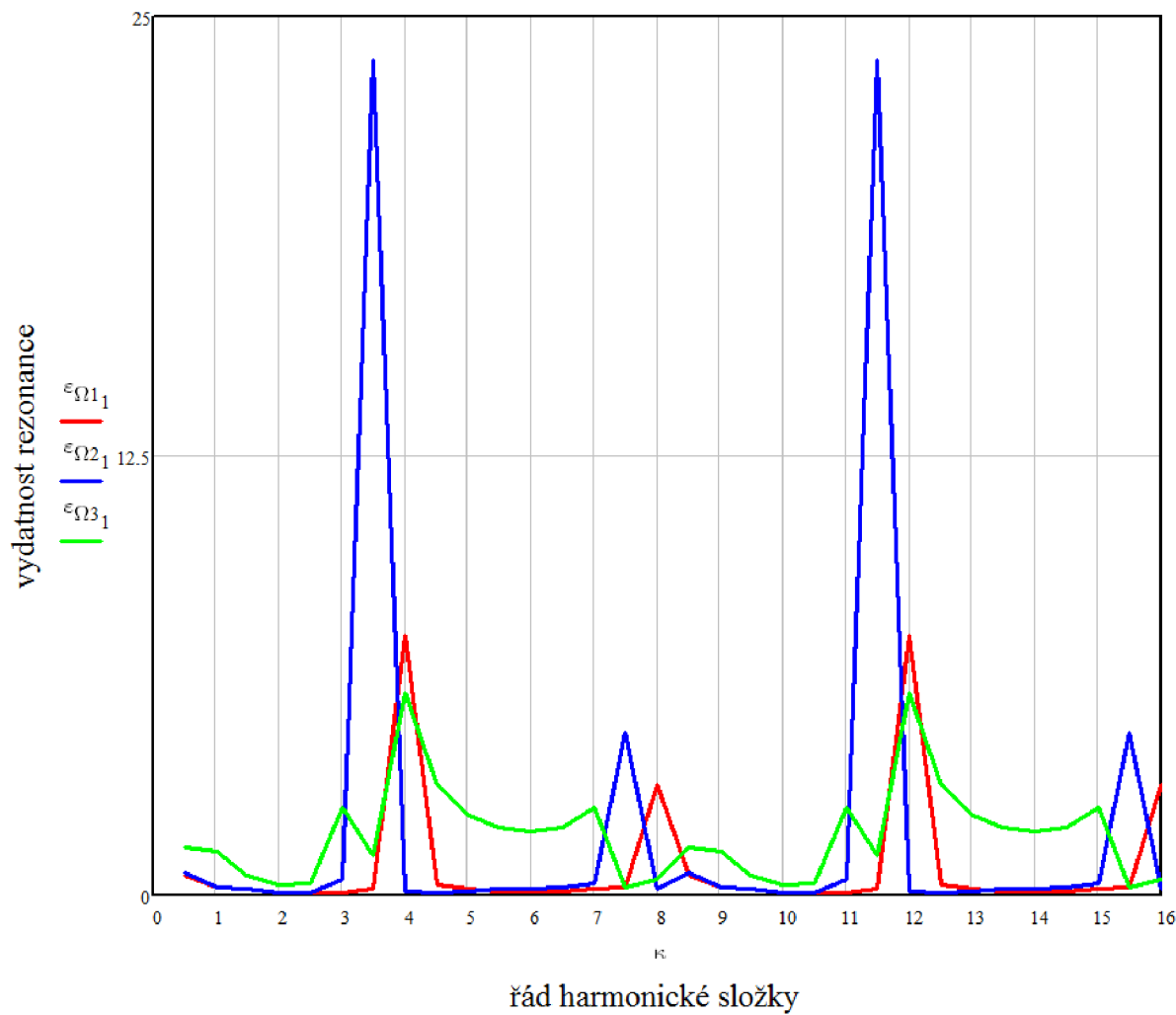
kde se ve složených závorkách jsou úhly pořadí zapalování. Vztažným válcem je první levý válec, další úhly jsou pak přírůstkem pootočení klikového hřídele k prvnímu válci.

Jak jsem již uvedl, záleží na pořadí zážehů, jejichž pořadí pro jeden motor je zobrazeno na (Obr. 27). Pro kompletní kogenerační jednotku je pořadí zážehů stejné, avšak když je první válec prvního motoru (vzdálenější od generátoru) v horní úvratí, tak první válec druhého motoru je 35° před horní úvratí.

Na (Obr. 28) je vydátnost rezonancí pro uvedené pořadí zážehů, s továrním nastavením natočení motorů vůči sobě (35°) pro první, druhý a třetí vlastní tvar kmitání. Vliv jiného natočení motorů vůči sobě na vydátnost rezonancí budu ověřovat v další kapitole.



Obr. 27 Pořadí zážehů



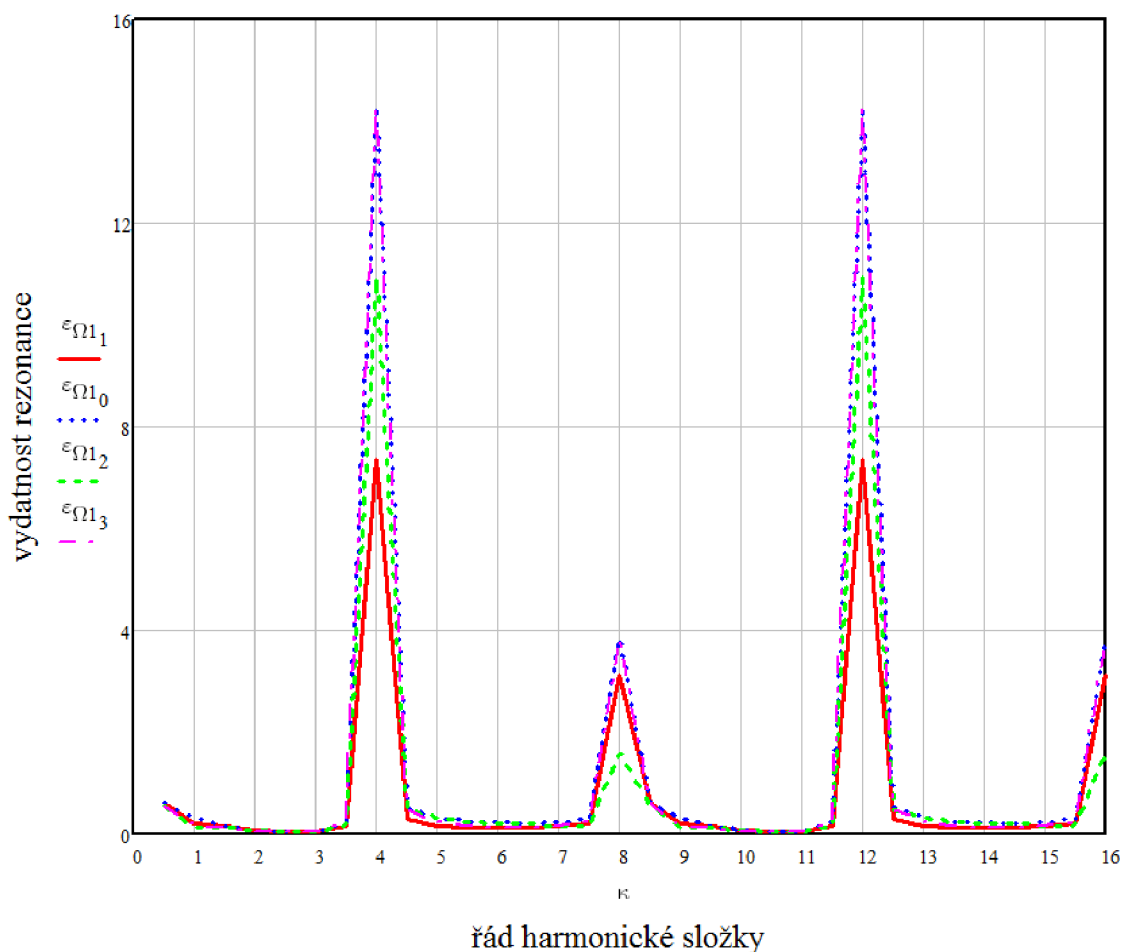
Obr. 28 Vydátlost rezonancí kogenerační jednotky

## 5.4 Vliv natočení motorů vůči sobě na vydatnost rezonancí

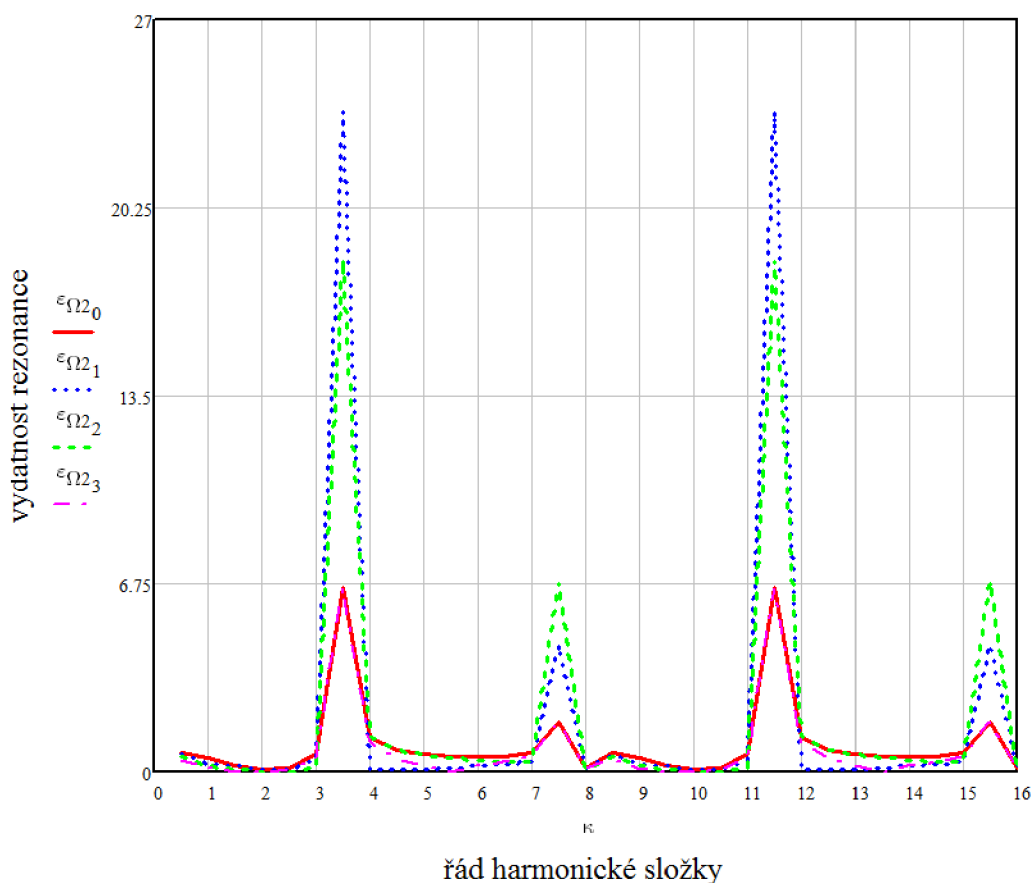
V této kapitole chci ověřit, jestli nedodržení montážních pokynů výrobce pro natočení klikových hřídelů motorů vůči sobě může mít vliv na vydatnost rezonancí. Ověřované možnosti natočení jsou v (Tab. 18). Jak již bylo uvedeno, tovární natočení klikových hřídelů je  $35^\circ$ , s touto hodnotou jsem také ostatní vydatnosti rezonancí porovnával.

Tab. 18 *Natočení klikových hřídelů motorů vůči sobě*

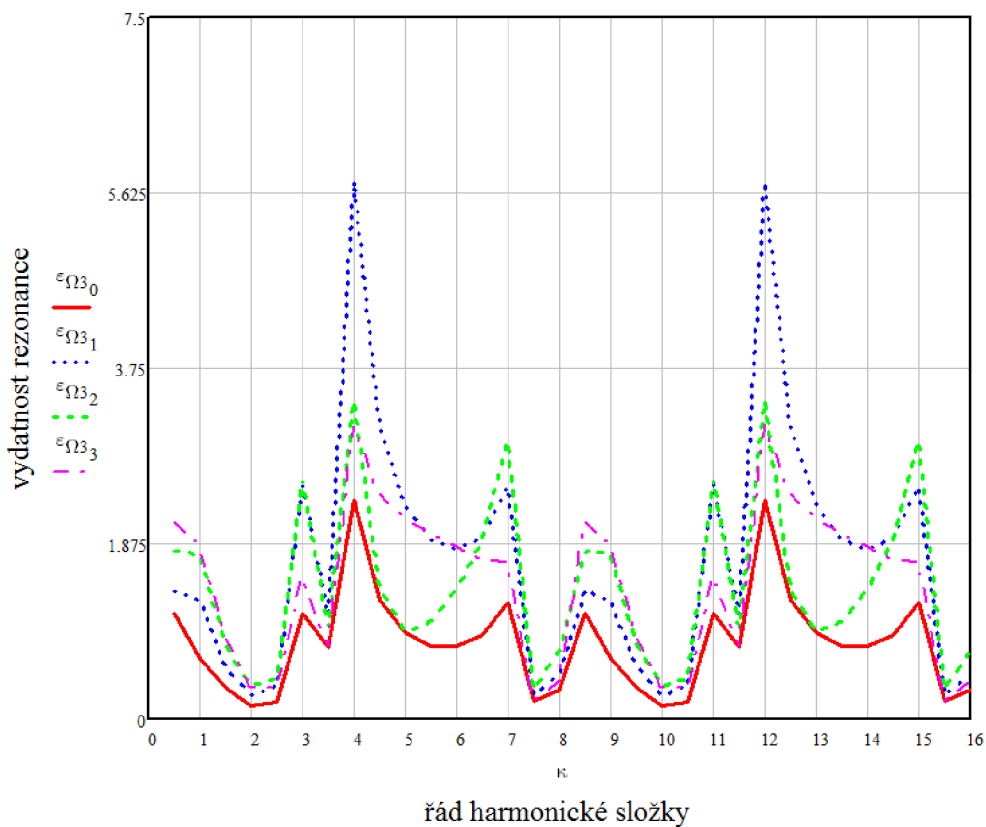
	Natočení motorů		Natočení motorů
0	$0^\circ$	8	$202.5^\circ$
1	$35^\circ$	9	$225^\circ$
2	$67.5^\circ$	10	$247.5^\circ$
3	$90^\circ$	11	$270^\circ$
4	$112.5^\circ$	12	$292.5^\circ$
5	$135^\circ$	13	$315^\circ$
6	$157.5^\circ$	14	$337.5^\circ$
7	$180^\circ$	15	$360^\circ$



Obr. 29 *Vydatnost rezonancí s prvním tvarem kmitu*



Obr. 30 Vydatnost rezonancí s druhým tvarem kmitu



Obr. 31 Vydatnost rezonancí se třetím tvarem kmitu

Hodnoty z (Tab. 18) korespondují s dolními indexy na ose y na (Obr. 29, 30, 31). Jak je vidět, nelze jednoznačně prohlásit, která hodnota natočení klikových hřídelů je vhodnější. Toto obecně platí pro všechny hodnoty z (Tab. 18). Další grafy jsem zde proto neuváděl, jsou v příloze k diplomové práci kapitola sedmá.

## 5.5 Torzní výchylky v rezonanci

Skutečná vydatnost rezonančních kmitů je ovlivněna velikostí amplitud budících momentů  $M$  a velikostí tlumících odporů, který charakterizuje součinitel tlumení  $\xi$ . Předpokládá, že tvar torzních výchylek v rezonanci je shodný s vlastními tvary torzního kmitání. Dále se uvažuje, že jsou tlumeny pouze hmoty klikového hřídele a ne hmoty k němu připojené. Můžu tedy psát pro výpočet torzní výchylky s první vlastní úhlovou frekvencí:

$$\Phi_{\Omega 1} = \frac{M_h \cdot \varepsilon_{\Omega 1}}{\psi_{19} \cdot \left\{ \left[ \xi \cdot \sum_0 (a_{1k_0})^2 \right] + \xi_{s1} \cdot (a_{1_9} - a_{1_{10}})^2 + \xi_{s1} \cdot (a_{1_{19}} - a_{1_{20}})^2 \right\}} \quad [\text{rad}] \quad (29)$$

Kde  $\xi_{s1}$  je ekvivalentní viskózní člen pryže spojky vypočtený podle:

$$\xi_{s1} = \frac{K \cdot c_s}{\psi_{19}} \quad \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}} \right] \quad (30)$$

Kde  $\kappa$  je ztrátový součinitel pryže spojky (v mém případě je roven 0,09),  $c_s$  je tuhost pryže spojky a  $\psi_{19}$  je první vlastní úhlová rychlost. Tímto členem zohledníme tlumení v pryžových spojkách.

Analogicky pak můžu psát pro druhou vlastní frekvenci:

$$\Phi_{\Omega 2} = \frac{M_h \cdot \varepsilon_{\Omega 2}}{\psi_{18} \cdot \left\{ \left[ \xi \cdot \sum_0 (a_{2k_0})^2 \right] + \xi_{s2} \cdot (a_{2_9} - a_{2_{10}})^2 + \xi_{s2} \cdot (a_{2_{19}} - a_{2_{20}})^2 \right\}} \quad [\text{rad}] \quad (31)$$

Pro třetí vlastní frekvenci již bude výpočet odlišný. Musíme zde uvažovat tlumení v tlumiči torzních kmitů:

$$\Phi_{\Omega 3} = \frac{M_h \cdot \varepsilon_{\Omega 3}}{\psi_{17} \cdot \left\{ \left[ \xi \cdot \sum_0 (a_{3k_0})^2 \right] + \psi_{17} \cdot \frac{\sqrt{1+\mu}}{2+\mu} \cdot J_{prs} \cdot \left[ 1 + (a_{3_{11}})^2 \right] + \xi_{s3} \cdot (a_{3_9} - a_{3_{10}})^2 + \xi_{s3} \cdot (a_{3_{19}} - a_{3_{20}})^2 \right\}} \quad (32)$$

Kde  $\mu$  je poměrný útlum tlumiče:

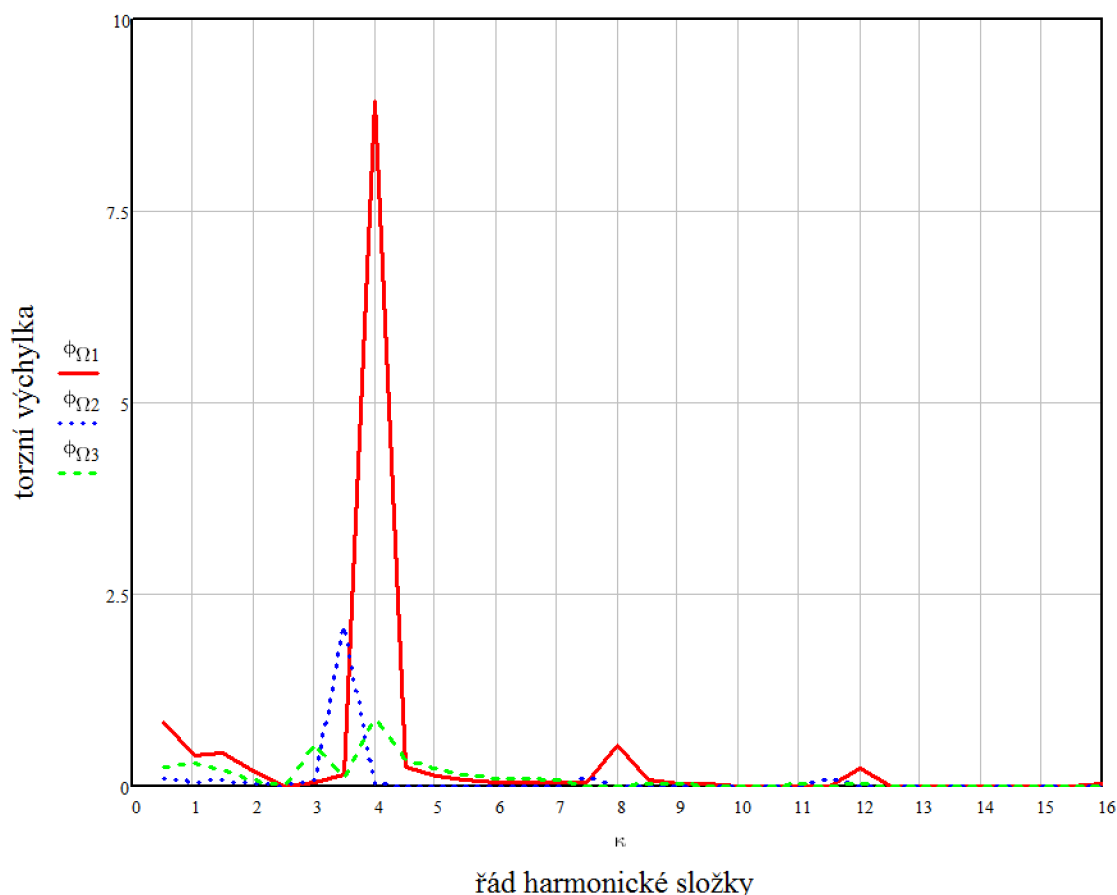
$$\mu = \frac{J_t}{J_{ef}} \quad [-] \quad (33)$$

Kde  $J_t$  je moment setrvačnosti tlumiče, a  $J_{ef}$  je efektivní moment tlumiče dynamického modelu bez tlumiče:

$$J_{ef} = \sum_0 \left[ J_{n_0} \cdot (a_{3_0})^2 \right] \quad [kg \cdot m^2] \quad (34)$$

Kde  $J_{n_0}$  jsou momenty setrvačnosti samostatného motoru bez tlumiče a  $a_3$  jsou torzní výchylky pro samostatný motor s třetí vlastní frekvencí (viz. kapitola 7.8 v příloze k diplomové práci).

Na (Obr. 32) jsou vidět torzní výchylky pro první, druhou a třetí vlastní frekvenci v [°]. V (Tab. 19) jsou torzní výchylky v závislosti na řádu harmonické složky.



Obr. 32 Torzní výchylky v závislosti na řádu harmonické složky



Tab. 19 *Torzní výchylky klikového hřídele v závislosti na řádu harmonické složky*

řád harmonické složky	výchylka jedouzlového kmitání	výchylka dvouzlového kmitání	výchylka trojzlového kmitání
[-]	[°]	[°]	[°]
0,5	0,8285	0,1014	0,2428
1	0,3901	0,0509	0,2909
1,5	0,4323	0,0631	0,2031
2	0,1946	0,0182	0,0757
2,5	0,0067	0,0018	0,0096
3	0,0577	0,0861	0,5555
3,5	0,1375	2,0717	0,1080
4	8,9312	0,0140	0,8695
4,5	0,2469	0,0057	0,3482
5	0,1272	0,0081	0,2160
5,5	0,0812	0,0097	0,1439
6	0,0587	0,0100	0,1051
6,5	0,0483	0,0102	0,0879
7	0,0424	0,0100	0,0868
7,5	0,0434	0,1126	0,0069
8	0,5327	0,0032	0,0100
8,5	0,0781	0,0096	0,0229
9	0,0226	0,0029	0,0168
9,5	0,0130	0,0019	0,0061
10	0,0058	0,0005	0,0023
10,5	0,0018	0,0005	0,0025
11	0,0015	0,0022	0,0144
11,5	0,0068	0,1028	0,0054
12	0,2288	0,0004	0,0223

Když porovnáme (Tab.17) a (Tab. 19) zjistíme, že všechny maximální výchylky odpovídají rezonancím hluboko pod nominálními (provozními) otáčkami kogenerační jednotky. Tyto výchylky by tedy neměly při provozu způsobit nějaká velká přídavná napětí.

## Závěr

Na motor kogenerační jednotky jsou kladeny vysoké požadavky na dlouhou provozuschopnost, bezporuchovost a podobně. Splnit všechny požadavky je vždy obtížné, protože jeden požadavek může limitovat nebo přímo vylučovat druhý.

Při výpočtu vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitání kogenerační jednotky bylo zjištěno, že nárůst tuhosti pryže spojky zvyšuje velikost vlastních frekvencí soustrojí. Nelze ovšem říci, že by existovala nějaká hranice, která by byla pro soustrojí nebezpečná. Mohlo by tedy být vhodné pozorování změny stavu pryže spojky v čase. Nedá se ovšem konstatovat, že by některá spojka byla vhodnější než jiná. Přesto, že do výpočtů vstupují chyby (např. při měření), tak výpočty dávají dobrou představu o chování motoru.

Při výpočtu torzních výchylek při rezonancích jsem zjistil, že nejvýraznější složky leží pod provozními otáčkami motoru. Zde se projevuje konstrukce motoru, kdy kmitavý pohyb tlumí tlumič torzních kmitů a také je částečně zachycován ve spojkách.

Tato diplomová práce vznikla pro ověření kogenerační jednotky, u které při provozu po generální opravě došlo k vytvoření trhliny na upevňovacích patkách. Přistoupilo se k vyměnění tlumiče a pryžových spojek a také k opravě trhliny. Od té doby kogenerační jednotka opět pracuje bez poruchy. S tím také korespondují výsledky mé diplomové práce. Lze se jen domnívat, že k trhlině došlo vlivem nepřesnosti montáže.

## Seznam použitých zdrojů

- [1] *Tedom* [online]. 2010 [cit. 2010-04-24]. Kogenerační jednotky Tedom. Dostupné z WWW: <<http://kogenerace.tedom.cz>>.
- [2] *Internetové energetické konzultační a informační středisko* [online]. 2010 [cit. 2010-03-12]. I-EKIS. Dostupné z WWW: <<http://www.i-ekis.cz/>>.
- [3] *Ministerstvo průmyslu a obchodu* [online]. 2010 [cit. 2010-03-05]. Energetika a suroviny. Dostupné z WWW: <<http://www.mpo.cz/cz/energetika-a-suroviny/>>.
- [4] *Caterpillar power generation* [online]. 2010 [cit. 2010-02-24]. Caterpillar. Dostupné z WWW: <<http://www.uk.cat.com>>.
- [5] RAUSCHER, J.: *Ročníkový projekt*. Brno: VUT FSI, 2005
- [6] BARTONÍČEK, Ladislav. *Konstrukce pístových spalovacích motorů*. 2. přepracované vydání. Liberec : Vysoká škola strojní a textilní, 1992. 195 s. ISBN 80-7083-094-8.
- [7] KOVAŘÍK, Ladislav; FERENCEY, Viktor; SKALSKÝ, Radomír; ČÁSTEK, Ladislav. *Konstrukce vozidlových spalovacích motorů*. 1992. Praha : NIGRA, 1992. 492 s. ISBN 80-206-0131-7.
- [8] Univerzita Pardubice. Podklady předmětu Spalovací motory
- [9] KOLEKTIV VÚNM a ČKD Praha. *Naftové motory čtyřdobé*. 1. díl. 2. vyd. 1962

## Seznam použitých zkratk a symbolů

a	[-]	vlastní torzní výchylka
B	[m]	šířka ramene kliky
c	[N*m*rad <sup>-1</sup> ]	torzní tuhost
D	[m]	průměr
J	[kg*m <sup>2</sup> ]	moment setrvačnosti
l	[m]	délka
m	[kg]	hmotnost
M	[Nm]	točivý moment
n	[min <sup>-1</sup> ]	otáčky
N	[Hz]	vlastní frekvence otáček
r	[m]	poloměr
φ	[rad]	natoční klikového hřídele
ψ	[rad/s]	vlastní úhlová rychlost
κ	[-]	řád harmonické složky
ε	[-]	vydatnost rezonancí
Φ	[rad]	torzní výchylky
ξ	[kg*m <sup>2</sup> *s <sup>-1</sup> ]	ekvivalentní viskózní člen

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

KOGENERAČNÍ JEDNOTKA SE DVĚMA PLYNOVÝMI VIDLICOVÝMI  
ŠESTNÁCTIVÁLCI

PŘÍLOHY K DIPLOMOVÉ PRÁCI  
DIPLOMA THESIS APPENDICES

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
DIPLOMA THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Bc. JAN ŠVANCARA

BRNO 2010

## Obsah

1 Stanovení parametrů motoru .....	1
1.1 Hlavní charakteristiky motoru.....	1
1.2 Parametry ojnice a hmotnosti posuvných částí .....	1
2 Kinematika klikového mechanismu.....	3
2.1 Definice kinematických veličin v závislosti na úhlu natočení klikového hřídele .....	3
2.2 Dráha pístu .....	3
2.3 Rychlost pístu .....	3
2.4 Zrychlení pístu .....	4
2.5 Grafy kinematických veličin.....	4
3 Diagramy p-v, p- $\alpha$ , střední indikovaný tlak, síly a momenty.....	7
3.1 p- $\alpha$ diagram .....	8
3.2 p-V diagram .....	9
3.3 Průběh sil přenášených ojnici, pístním čepem a boční síly na píst, momenty.....	10
3.3.1 Síly ve směru osy válce přenášené pístním čepem .....	10
3.3.2 Síly přenášené ojnici v její ose.....	11
3.3.3 Boční síla na píst.....	12
3.3.4 Síly v ojničném čepu .....	13
3.3.5 Točivý moment na jednom ojničném čepu .....	13
4 Vlastní kmitání klikového mechanismu samostatného motoru.....	14
4.1 Změřené parametry .....	14
4.2 Redukované délky .....	15
4.3 Momenty setrvačnosti .....	15
4.4 Redukované momenty setrvačnosti.....	16
4.5 Výpočet torzních tuhostí .....	16
4.6 Sestavení matic a vlastní výpočet .....	17
4.7 Tvary vlastních torzních výchylek.....	19
4.8 Vlastní frekvence .....	21
5 Vlastní kmitání soustavy dvou motorů a připojeného generátoru .....	22
5.1 Parametry sestavy - tuhosti .....	22
5.2 Parametry sestavy – momenty setrvačnosti.....	22
5.3 Sestavení matic a vlastní výpočet .....	24

5.4 Tvary vlastních torzních výchylek .....	27
5.5 Vlastní frekvence .....	29
6 Vliv tuhosti spojky na vlastní frekvenci a tvar kmitání tozního systému kompletní kogenerační jednotky.....	30
6.1 Parametry pryže .....	30
6.2 Definice matic.....	31
6.3 Tvary torzních výchylek .....	39
6.4 Vlastní frekvence .....	43
6.5 Závislost vlastních frekvencí na torzní tuhosti pryže.....	46
6.6 Parametry časem degradující pryže .....	47
6.7 Definice matic.....	48
6.8 Tvary torzních výchylek .....	56
6.9 Vlastní frekvence .....	61
6.10 Závislost vlastních frekvencí na torzní tuhosti pryže.....	64
7 Vynucené kmitání.....	65
7.1 Fourierova analýza točivého momentu v komplexním oboru .....	65
7.2 Rezonanční otáčky motoru .....	67
7.3 Vydutnost rezonancí pro první vlastní frekvenci samostatného motoru.....	69
7.4 Vydutnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci pro samostatný motor .....	74
7.5 Vydutnost rezonancí pro první vlastní frekvenci kompletní kogenerační jednotky.....	80
7.6 Vydutnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci kompletní kogenerační jednotky .....	91
7.7 Výpočet torzních výchylek volného konce kogenerační jednotky v rezonanci .....	102
7.8 Výpočet torzních výchylek volného konce kogenerační jednotky v rezonanci .....	113
7.8.1 Torzní výchylky s první vlastní úhlovou frekvencí .....	113
7.8.2 Torzní výchylky s druhou vlastní úhlovou frekvencí.....	117
7.8.3 Torzní výchylky s třetí vlastní úhlovou frekvencí .....	119



# 1 Stanovení parametrů motoru

## 1.1 Hlavní charakteristiky motoru

$P_e := 1078 \text{ kW}$		očekávaný efektivní výkon motoru
$n_v := 16$		počet válců
$n := 1500 \cdot \text{min}^{-1}$		jmenovité otáčky
$\tau := 0.5$		taktnost motoru
$\Delta := 65 \text{ deg}$		úhel rozevření řad válců
$D := 170 \text{ mm} = 0.17 \text{ m}$		vrtání válce
$Z := 190 \text{ mm} = 0.19 \text{ m}$		zdvih pístu
$V_Z := Z \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$	$V_Z = 4.3126 \cdot \text{L}$	zdvihový objem válce
$c_s := 2 \cdot Z \cdot n$	$c_s = 9.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	střední pístová rychlost
$p_e := \frac{P_e}{V_Z \cdot n_v \cdot n \cdot \tau}$	$p_e = 1.2498 \cdot \text{MPa}$	očekávaný střední efektivní tlak
$P_{em} := \frac{P_e}{n_v \cdot V_Z}$	$P_{em} = 15.6227 \cdot \text{kW} \cdot \text{L}^{-1}$	měrný výkon motoru
$\epsilon_k := 12$		stupeň komprese

## 1.2 Parametry ojnice a hmotnosti posuvných částí

$r := \frac{Z}{2} = 0.095 \text{ m}$	poloměr kliky
$l_{oj} := 375 \text{ mm}$	délka ojnice
$\lambda := \frac{r}{l_{oj}} = 0.2533$	klikový poměr

$$m_1 := 3.673\text{kg}$$

redukována hmotnost posuvných částí  
ojnice

$$m_2 := 7.957\text{kg}$$

redukována hmotnost rotačních částí  
ojnice

$$m_{\text{psk}} := 9.35\text{kg}$$

hmotnost pístní  
skupiny

$$m_p := m_{\text{psk}} + m_1 = 13.023\text{ kg}$$

hmotnost konající přímočarý vratný  
pohyb

## 2 Kinematika klikového mechanismu

### 2.1 Definice kinematických veličin v závislosti na úhlu natočení klikového hřídele

krok := 10deg

i := 0..36 =

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
...

$\alpha_i := i \cdot \text{krok}$

$\omega := 2 \cdot \pi \cdot n = 157.0796 \frac{1}{s}$

jmenovitá úhlová rychlost  
klikového hřídele

### 2.2 Dráha pístu s[mm]

$$s(\alpha) := r \cdot \left[ 1 - \cos(\alpha) + (1 - \cos(2 \cdot \alpha)) \cdot \frac{\lambda}{4} \right]$$

celková dráha pístu

$$s_1(\alpha) := r \cdot (1 - \cos(\alpha))$$

první harmonická složka dráhy pístu

$$s_2(\alpha) := r \cdot (1 - \cos(2 \cdot \alpha)) \cdot \frac{\lambda}{4}$$

druhá harmonická složka dráhy pístu

### 2.3 Rychlost pístu v[ms<sup>-1</sup>]

$$v(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \left( \sin(\alpha) + \sin(2 \cdot \alpha) \cdot \frac{\lambda}{2} \right)$$

celková rychlost pístu

$$v_1(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \sin(\alpha)$$

první harmonická složka rychlosti pístu

$$v_2(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \sin(2 \cdot \alpha) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

druhá harmonická složka rychlosti pístu

## 2.4 Zrychlení pístu $a[\text{ms}^{-2}]$

$$a(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha) + \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha))$$

celkové zrychlení pístu

$$a_1(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

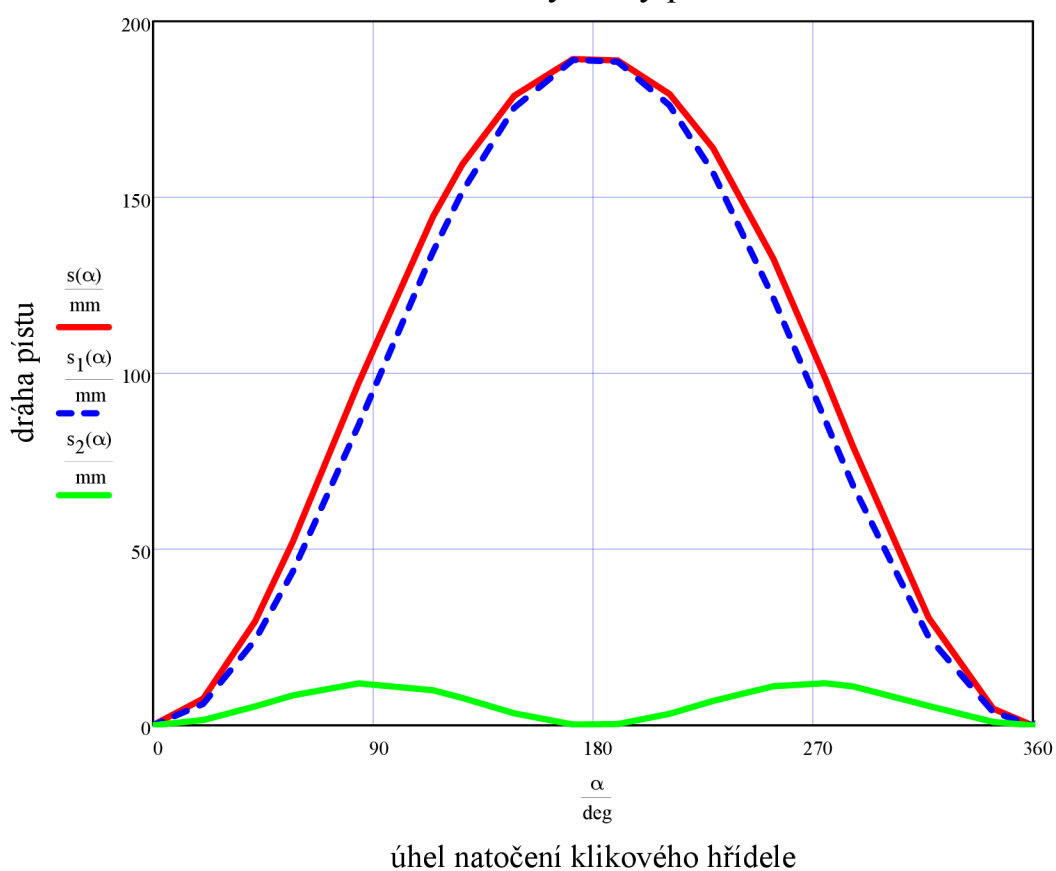
první harmonická složka zrychlení pístu

$$a_2(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha)$$

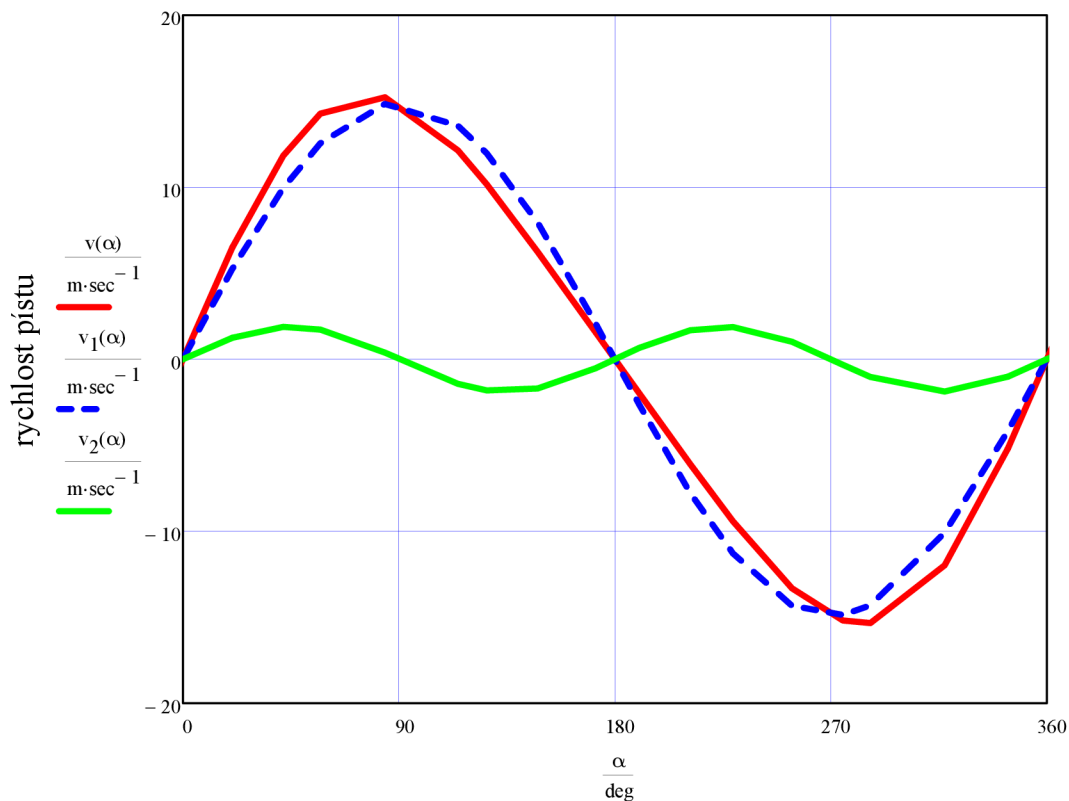
druhá harmonická složka zrychlení pístu

## 2.5 Grafy kinematických veličin

Průběhy dráhy pístu

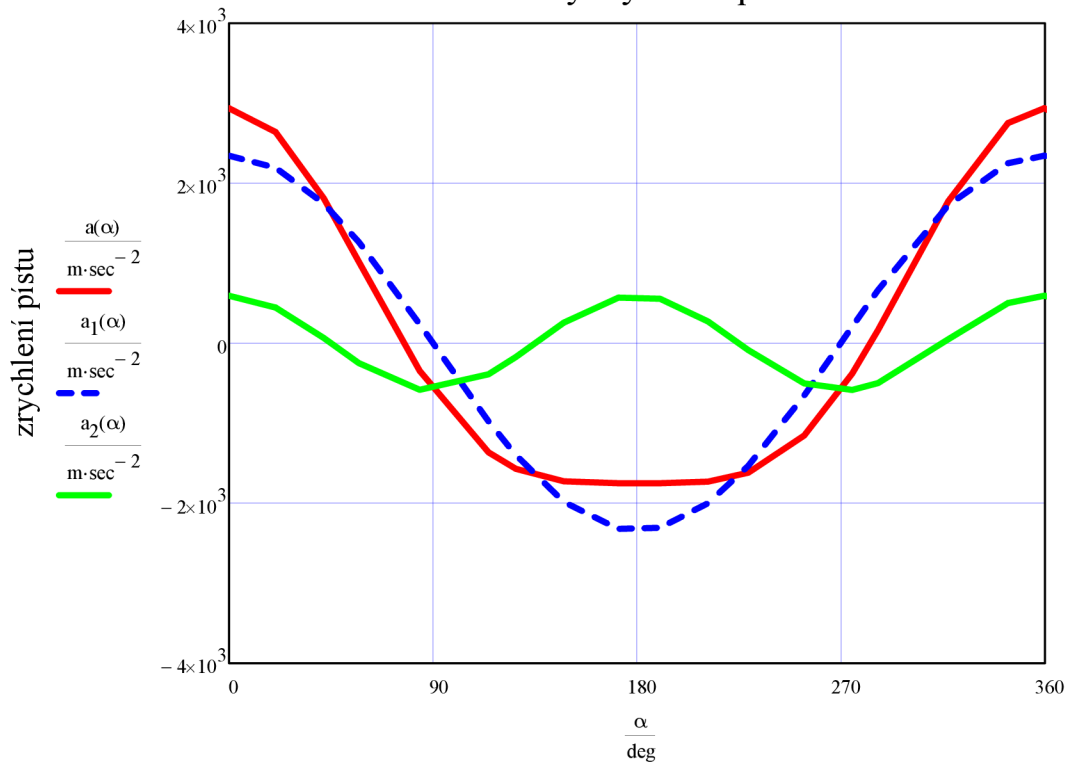


Průběhy rychlosti pístu

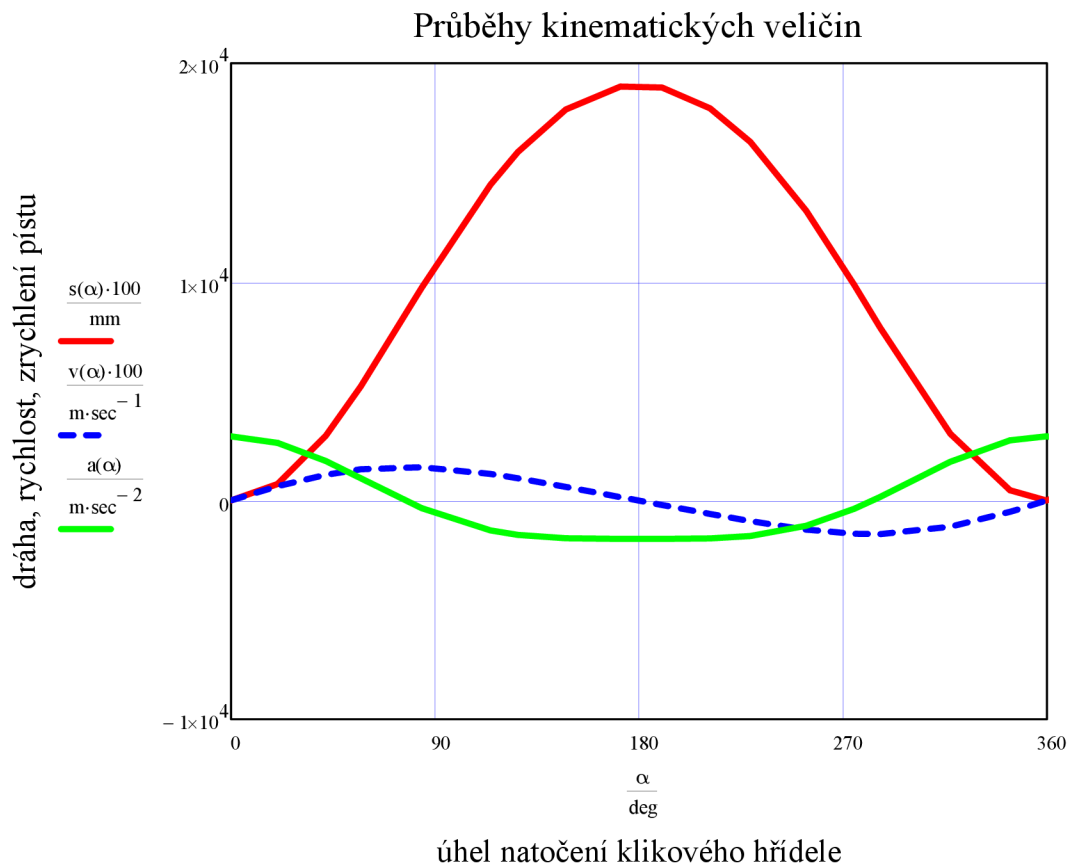


úhel natočení klikového hřídele

Průběhy zrychlení pístu



úhel natočení klikového hřídele



### 3 Diagramy p-v, p- $\alpha$ , práce cyklu, mech. účinnost, střední indikovaný tlak, síly a momenty

$$p_e = 1.2498 \cdot \text{MPa}$$

P :=

	0
0	2.732
1	2.674
2	2.614
3	2.553
4	2.494
5	...

načtených 720 hodnot p- $\alpha$   
diagramu, zadáno vedoucím  
diplomové práce

$$n_p := 720$$

počet hodnot v  
souboru

$$i := 1..n_p - 1$$

$$\alpha_i := i \cdot 1 \text{deg}$$

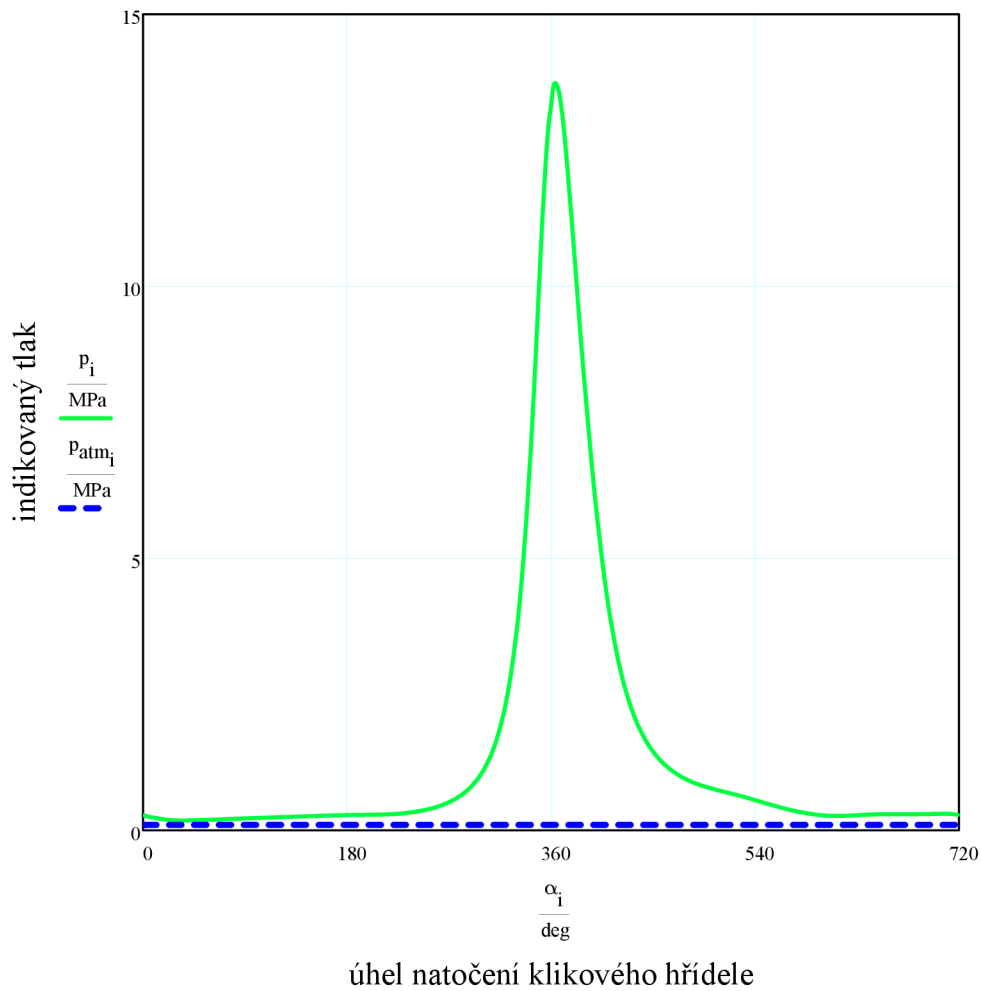
$$p_i := P_{i-1} \cdot 100 \text{kPa}$$

$$p_{\text{atm}_i} := 0.1 \text{MPa}$$

atmosférický  
tlak

### 3.1 p- $\alpha$ diagram

Průběh indikovaného tlaku ve válci



$$p_{imax} := \max(p)$$

$$p_{imax} = 13.738 \cdot \text{MPa}$$

maximální indikovaný tlak



### 3.2 p-V diagram

$$V_k := \frac{V_z}{\epsilon_k - 1}$$

$$V_k = 0.3921 \text{ L}$$

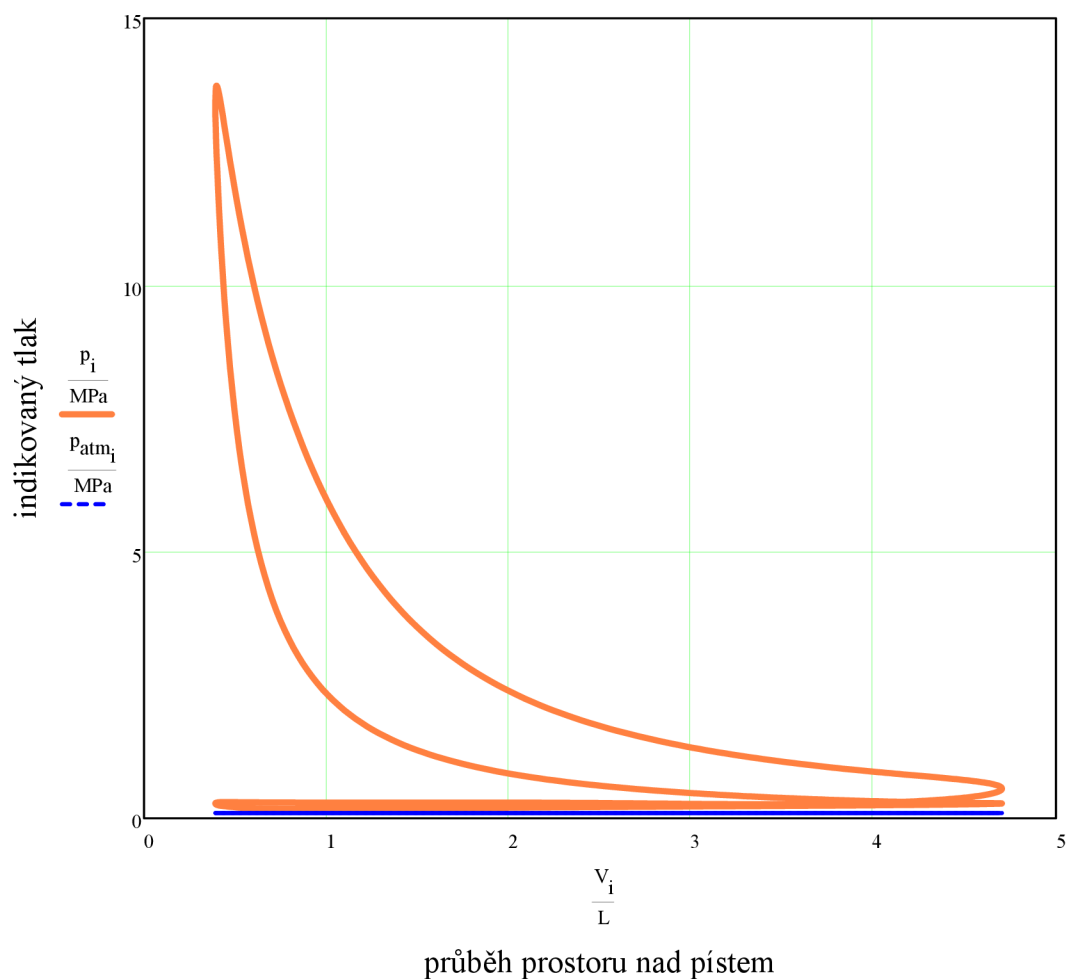
kompresní objem  
válce

$$V(\alpha) := V_k + \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot s(\alpha)$$

objem nad pístem v závislosti  
natočení klikové křídle

$$V_i := V_k + \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot s(\alpha_i)$$

Průběh indikovaného tlaku ve válci



### 3.3 Průběh sil přenášených ojnicí, pístním čepem a boční síly na píst, momenty

#### 3.3.1 Síly ve směru osy válce přenášené pístním čepem

$$S_p := \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 0.0227 \text{ m}^2$$

plocha dna pístu

$$F_p := (p - p_{\text{atm}}) \cdot S_p$$

síla od tlaků plynů působících na píst

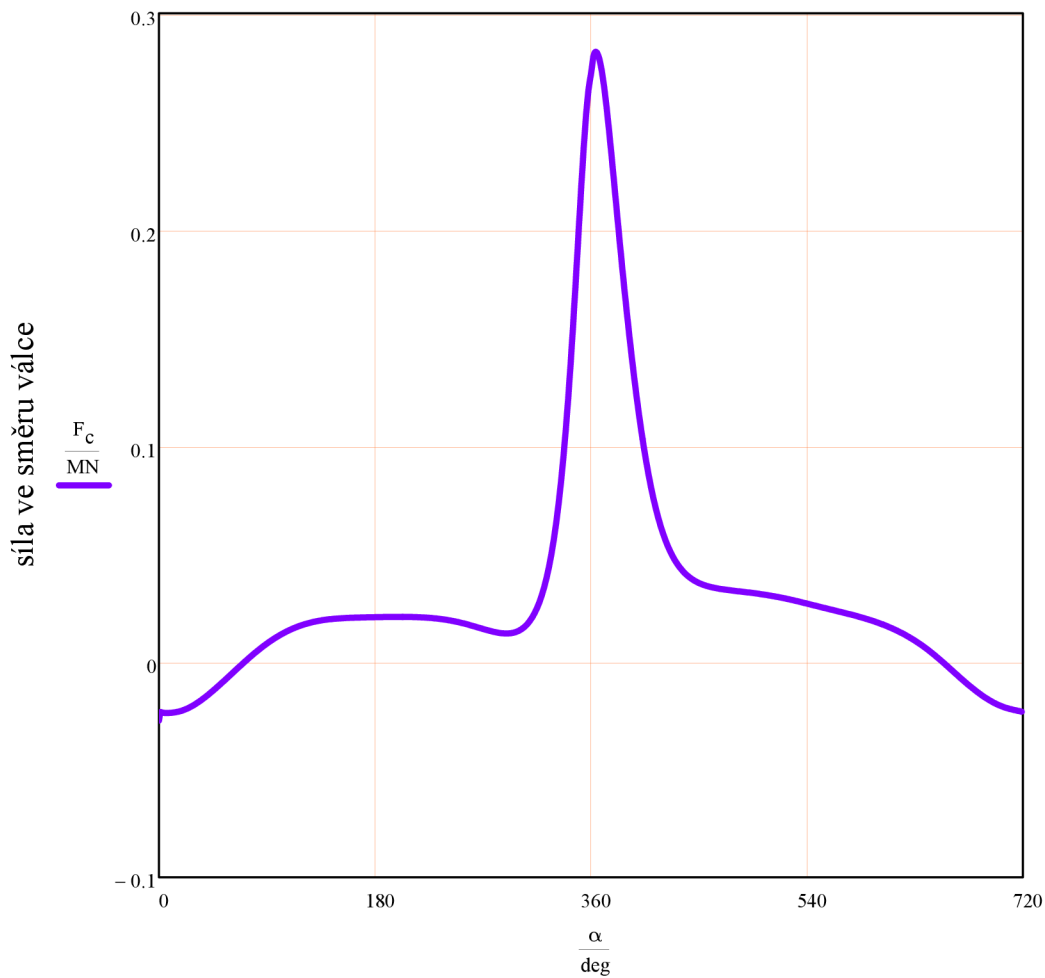
$$F_s := -m_{\text{psk}} \cdot a(\alpha)$$

setrvačné síly pístní skupiny

$$F_c := F_p + F_s$$

celkové síly působící ve směru válce na pístní oko ojnice

Síla ve směru válce přenášené pístním čepem



### 3.3.2 Síly přenášené ojnící v její ose

$$\beta_i := \text{asin}[(\sin(\alpha_i)) \cdot \lambda]$$

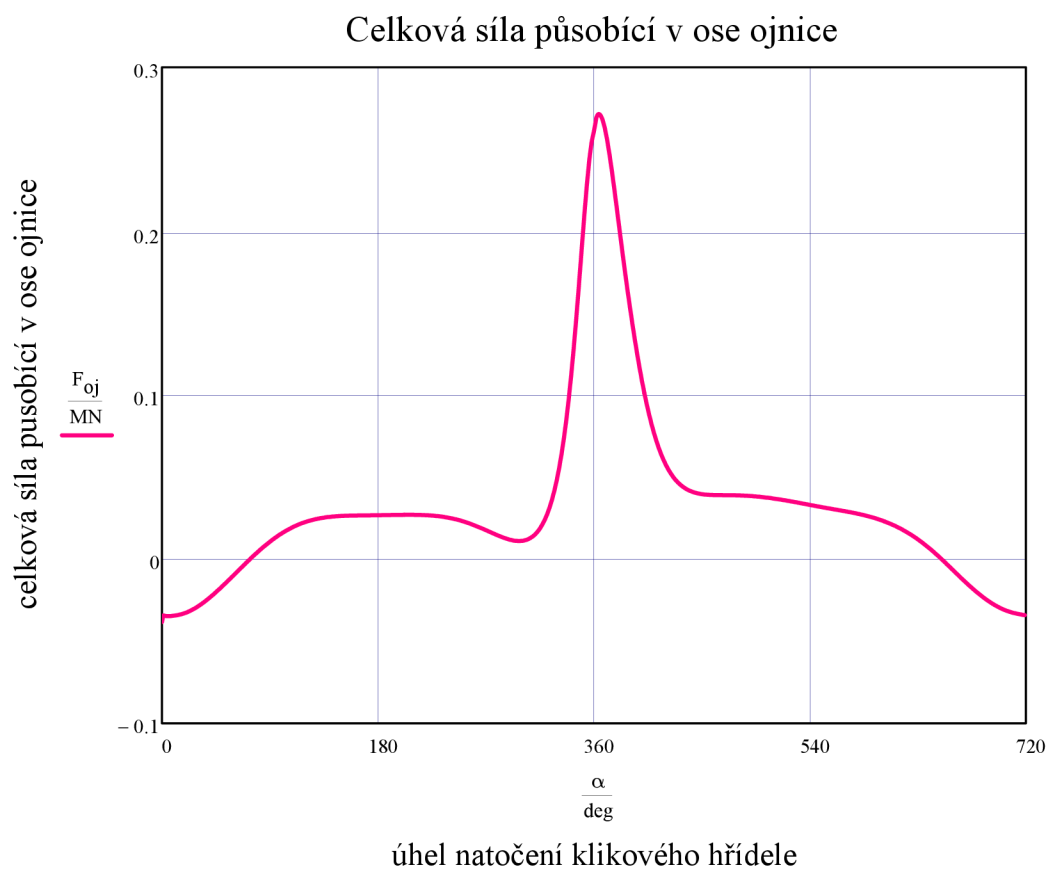
úhel odklonu ojnice

$$F_{cs} := -(m_{psk} + m_I) \cdot a(\alpha)$$

celková setrvačná síla posuvných hmot

$$F_{oj} := \frac{F_{cs} + F_p}{\cos(\beta)}$$

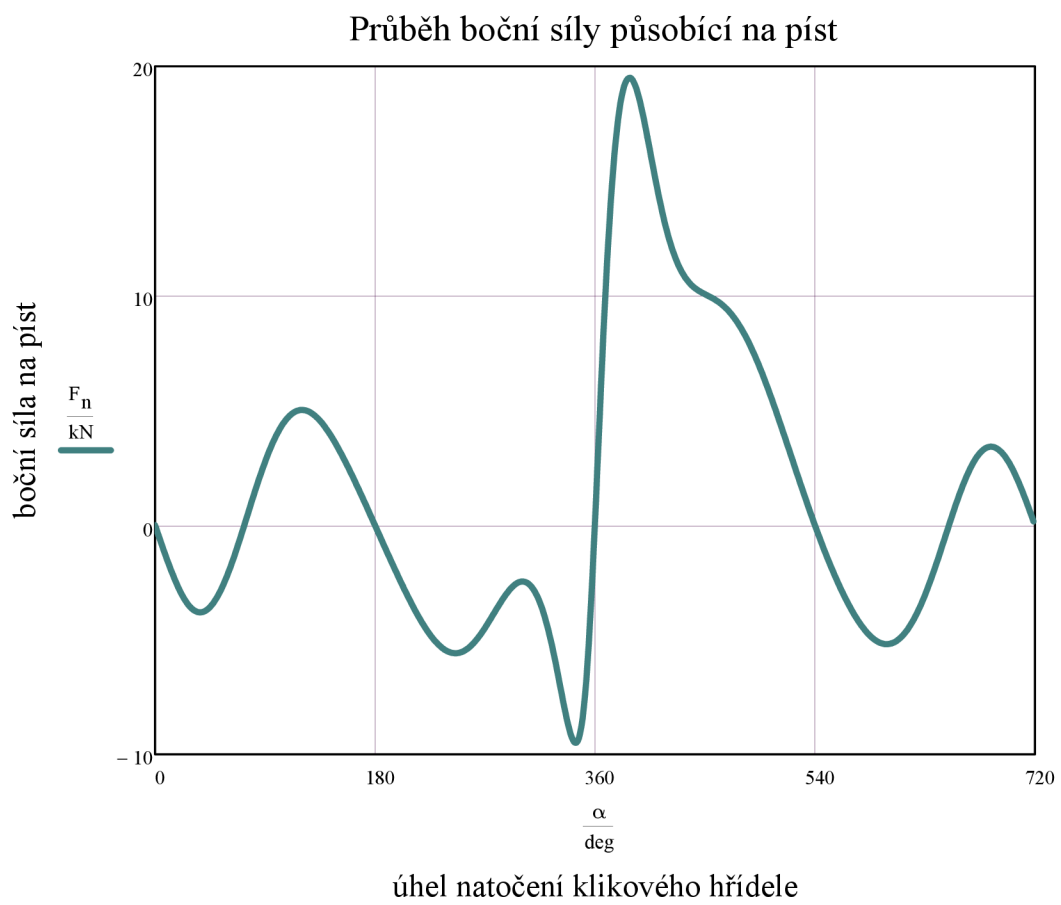
celková síla působící v ose ojnice



### 3.3.3 Boční síla na píst

$$F_{n_1} := F_{Oj_1} \cdot \sin(\beta_i)$$

celková boční síla na  
píst



### 3.3.4 Síly v ojničním čepu

$$F_{r_i} := (-F_{oj_i}) \cdot \cos(\alpha_i + \beta_i)$$

radiální složka celkové síly působící v ose ojnice

$$F_{od} := m_2 \cdot r \cdot \omega^2 = 18.6515 \cdot \text{kN}$$

odstředivá síla redukované rotační hmoty ojnice a ojničního ložiska

$$F_{rc_i} := F_{r_i} + F_{od}$$

celková radiální síla působící v ojničním čepu

$$F_{t_i} := F_{oj_i} \cdot \sin(\alpha_i + \beta_i)$$

tangenciální síla na ojničním čepu

$$F_{oc} := \sqrt{F_t^2 + F_{rc}^2}$$

celková síla působící v ojničním čepu

### 3.3.5 Točivý moment na jednom ojničním čepu

$$M_{to_i} := F_{t_i} \cdot r$$

točivý moment na jednom ojničním čepu



# 4 Vlastní kmitání klikového mechanismu samostatného motoru

## 4.1 Změřené parametry

$D_j := 160\text{mm}$	průměr hlavního čepu
$D_{\text{red}} := D_j$	
$D_c := 135\text{mm}$	průměr ojničního čepu
$L_j := 72\text{mm}$	délka hlavního čepu
$L_{j\text{pul}} := \frac{L_j}{2} = 36\text{mm}$	poloviční délka hlavního čepu
$d_j := 0\text{mm}$	
$R_o := 95\text{mm}$	poloviční zdvih
$d_c := 0\text{mm}$	
$L_c := 136\text{mm}$	délka ojničního čepu
$L_w := 30\text{mm}$	šířka ramene
$B := 174\text{mm}$	šířka ramene v rovině kolmé k ose rotace
$L_{w2} := 45\text{mm}$	šířka ramene na počátku
$L_{\text{set}} := 70\text{mm}$	šířka setvačnicku
$D_{\text{roz}} := 180\text{mm}$	roztečný průměr setvačnicku a počátku kliky
$l_a := 90\text{mm}$	redukovaná délka počátku kliky
$l_l := 140\text{mm}$	délka tlumiče
$D_{tl} := 190\text{mm}$	roztečný průměr šroubů tlumiče

## 4.2 Redukované délky

$$L_c := D_j^4 \cdot \left[ \frac{[R_o - 0.2 \cdot (D_j + D_c)]}{L_w \cdot B^3} + \frac{L_c + 0.4 \cdot D_c}{D_c^4 - d_c^4} + \frac{L_j + 0.4 \cdot D_j}{D_j^4 - d_j^4} \right] = 0.6602 \text{ m}$$

redukováno délka  
standartních zalomení

$$L_{e2} := D_j^4 \cdot \left[ \frac{[R_o - 0.2 \cdot (D_j + D_c)]}{L_{w2} \cdot B^3} + \frac{L_c + 0.4 \cdot D_c}{D_c^4 - d_c^4} + \frac{L_j + 0.4 \cdot D_j}{D_j^4 - d_j^4} \right] = 0.6104 \text{ m}$$

redukováno délka  
prvního zalomení  
kliky

$$L_{setr} := L_{set} \cdot \frac{D_j^4}{D_{roz}^4} = 0.0437 \text{ m}$$

redukováno  
délka  
setrvačníku

$$l_{red} := l_a \cdot \frac{D_j^4}{D_{roz}^4} = 0.0562 \text{ m}$$

redukováno délka  
počátku kliky

$$l_{redt} := \frac{(D_{red})^4 \cdot l_t}{D_{tl}^4} = 0.0704 \text{ m}$$

redukováno délka  
tlumiče

## 4.3 Momenty setrvačnosti

$$J_k := 387231.8 \cdot \text{kg} \cdot \text{mm}^2$$

moment setrvačnosti konců klikového hřídele

$$J_z := 1717524.3 \cdot \text{kg} \cdot \text{mm}^2$$

moment setrvačnosti zalomení klikového hřídele

$$J_{zz} := 1842824.3 \cdot \text{kg} \cdot \text{mm}^2$$

moment setrvačnosti zesíleného zalomení klikového hřídele

$$J_{skř} := 1484590.0 \cdot \text{kg} \cdot \text{mm}^2$$

moment setrvačnosti skříně torzního tlumiče

$$J_{prs} := 2646582.8 \cdot \text{kg} \cdot \text{mm}^2$$

moment setrvačnosti prstence torzního tlumiče

$$J_{ckh} := J_{skř} + J_k = 1.8718 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

moment setrvačnosti konce hřídele u tlumiče

$$J_{setr} := 14093546.4 \cdot \text{kg} \cdot \text{mm}^2$$

moment setrvačnosti setrvačníku

$$J_{ckh2} := J_{setr} + J_k = 14.4808 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

moment setrvačnosti konce hřídele u setrvačníku

#### 4.4 Redukované momenty setrvačnosti

$$J_{ojr} := m_2 \cdot r^2 = 0.0718 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \quad \text{redukovaný moment setrvačnosti rotujících částí ojnice}$$

$$J_{pshr} := \left[ 2 \cdot m_2 + 2 \cdot m_p \cdot \left( \frac{\lambda^2}{8} + \frac{1}{2} \right) \right] \cdot r^2$$

$$J_{pshr} = 0.263 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \quad \text{redukovaný moment setrvačnosti posuvných částí ojnice}$$

$$J_0 := J_{ckh} + \frac{J_{prs}}{2} = 3.1951 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \quad \text{moment setrvačnosti tlumiče a konce hřídele}$$

$$J_1 := J_{zz} + J_{ojr} + J_{pshr} = 2.1777 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \quad \text{redukovaný moment zesíleného zalomení}$$

$$J_2 := J_z + J_{ojr} + J_{pshr} = 2.0524 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \quad \text{redukovaný moment zalomení}$$

$$J_3 := J_2 = 2.0524 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$J_4 := J_2$$

$$J_5 := J_2$$

$$J_6 := J_2$$

$$J_7 := J_2$$

$$J_8 := J_1$$

$$J_9 := J_{ckh2}$$

#### 4.5 Výpočet torzních tuhostí

$$E := 2.1 \cdot 10^5 \cdot \text{MPa} \quad \text{modul pružnosti v tahu}$$

$$\mu := 0.3 \quad \text{Poissonova konstanta}$$

$$G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)} = 8.0769 \times 10^4 \cdot \text{MPa} \quad \text{modul pružnosti ve smyku}$$

$$I_p := \pi \cdot \frac{D_{red}^4}{32} = 6.434 \times 10^{-5} \text{ m}^4 \quad \text{polární moment setrvačnosti redukovaného hřídele}$$

$$c_0 := G \cdot \frac{I_p}{l_{red} + l_{redt}} = 4.1051 \times 10^7 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \quad \text{tuhost konce klikového hřídele strany tlumiče}$$



$$c_2 := G \cdot \frac{I_p}{L_e} = 7.8717 \times 10^6 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \quad \text{tuhost zalomení klikového hřídele}$$

$$c_1 := G \cdot \frac{I_p}{L_{e2}} = 8.5134 \times 10^6 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \quad \text{tuhost zesíleného zalomení}$$

$$c_s := 335 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} = 3.35 \times 10^5 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \quad \text{tuhost pryže spojky}$$

$$c_{\text{setr}} := G \cdot \frac{I_p}{L_{\text{setr}}} = 1.1892 \times 10^8 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \quad \text{tuhost setvačnicku}$$

$$c_k := G \cdot \frac{I_p}{l_{\text{red}} + L_{\text{setr}}} = 5.2025 \times 10^7 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \quad \text{tuhost konce hřídele strany setvačnicku}$$

$$c_3 := c_2 \quad c_6 := c_2$$

$$c_4 := c_2 \quad c_7 := c_2$$

$$c_5 := c_2 \quad c_8 := c_k$$

#### 4.6 Sestavení matic a vlastní výpočet

$$M := \begin{pmatrix} J_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_9 \end{pmatrix}$$

matice hmotnosti

$$C := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 \end{pmatrix} *$$

matice  
tuhosti

$$A := M^{-1} \cdot C$$

$$\chi := \text{eigenvals}(A)$$

$$\psi := \sqrt{\chi}$$

eigenvals je vektor obsahující  
vlastní čísla matice A

vektor vlastních  
frekvencí

$$\chi = \begin{array}{|c|c|} \hline & 0 \\ \hline 0 & 3.4546 \cdot 10^7 \\ \hline 1 & 3.1217 \cdot 10^7 \\ \hline 2 & 1.4562 \cdot 10^7 \\ \hline 3 & 1.2427 \cdot 10^7 \\ \hline 4 & 9.432 \cdot 10^6 \\ \hline 5 & 6.1803 \cdot 10^6 \\ \hline 6 & 3.2721 \cdot 10^6 \\ \hline 7 & 1.2046 \cdot 10^6 \\ \hline 8 & 2.0205 \cdot 10^5 \\ \hline 9 & -9.8094 \cdot 10^{-11} \\ \hline \end{array} \frac{1}{s^2}$$

$$\psi = \begin{array}{|c|c|} \hline & 0 \\ \hline 0 & 5.8776 \cdot 10^3 \\ \hline 1 & 5.5873 \cdot 10^3 \\ \hline 2 & 3.816 \cdot 10^3 \\ \hline 3 & 3.5252 \cdot 10^3 \\ \hline 4 & 3.0712 \cdot 10^3 \\ \hline 5 & 2.486 \cdot 10^3 \\ \hline 6 & 1.8089 \cdot 10^3 \\ \hline 7 & 1.0975 \cdot 10^3 \\ \hline 8 & 449.4987 \\ \hline 9 & 9.9042i \cdot 10^{-6} \\ \hline \end{array} \frac{1}{s}$$

$$w := \text{eigenvecs}(A)$$

$$o := 0..9$$

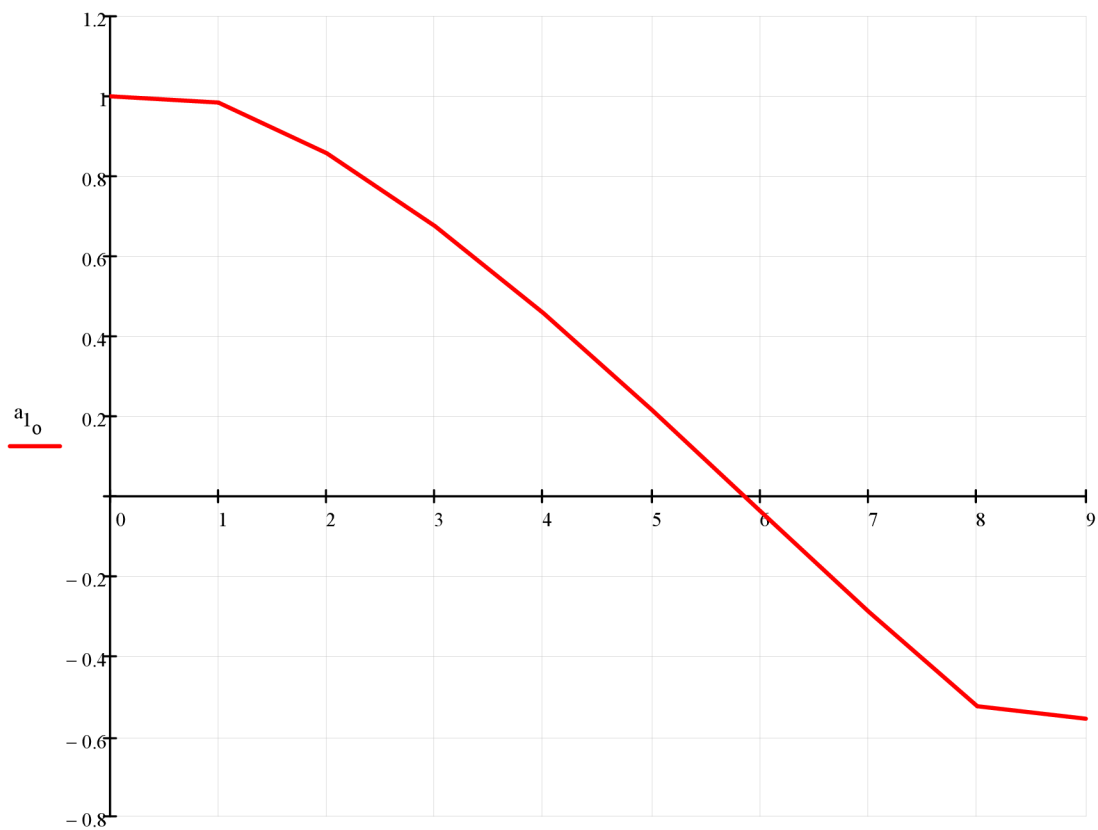
eigenvecs je normalizovaný  
vlastní vektor odpovídající  
vlastnímu číslu

### 4.7 Tvary vlastních torzních výchylek

$$a_{1_0} := \frac{w_{0,8}}{w_{0,8}} = \dots$$

	0
0	1
1	0.9843
2	0.8576
3	0.6754
4	0.4576
5	0.2157
6	-0.0376
7	-0.2888
8	-0.5249
9	-0.5562

Prubeh prvního tvaru kmitu

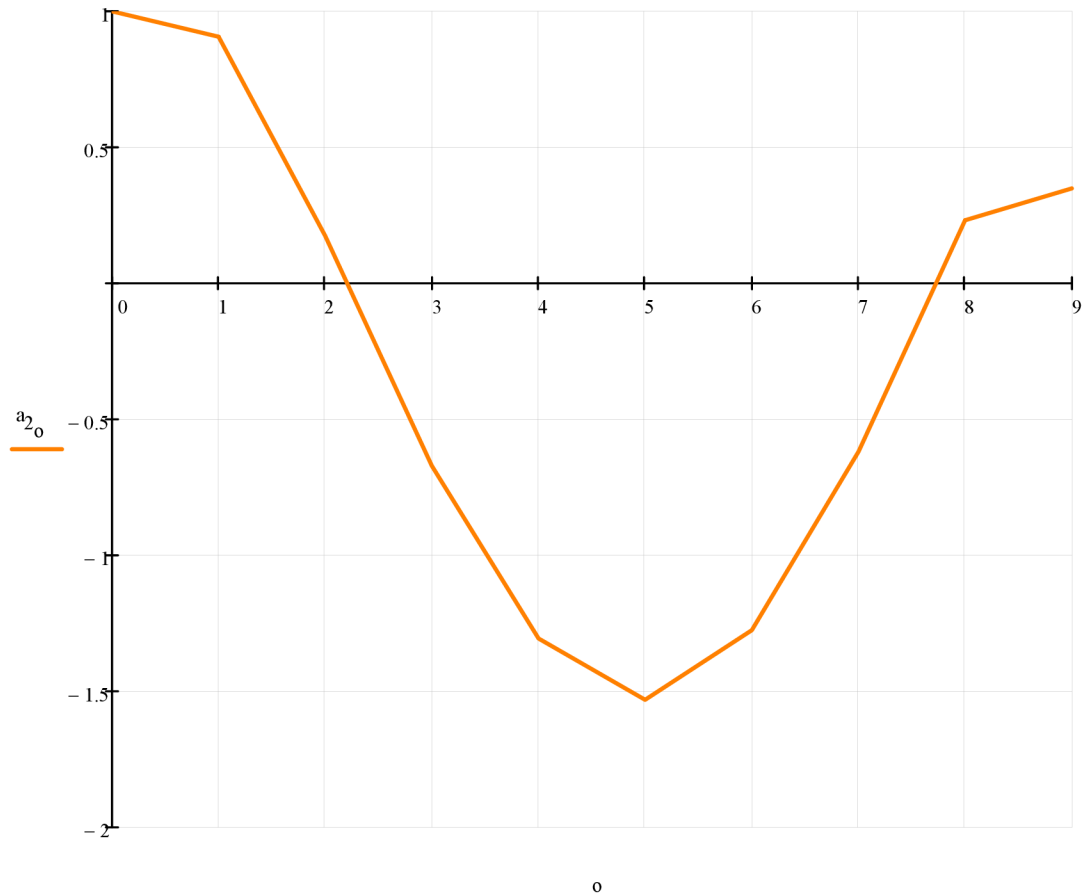


$$a_{2_0} := \frac{w_{0,7}}{w_{0,7}} = \dots$$

$a_2 =$

	0
0	1
1	0.9062
2	0.1749
3	-0.671
4	-1.3061
5	-1.5311
6	-1.2751
7	-0.6187
8	0.232
9	0.349

Prubeh druhého tvaru kmitu



## 4.8 Vlastní frekvence

$$\psi_8 = 449.4987 \frac{1}{s}$$

první vlastní úhlová rychlost

$$N_1 := \frac{\psi_8}{2 \cdot \pi}$$

$$N_1 = 71.5399 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence otáček

$$\psi_7 = 1.0975 \times 10^3 \frac{1}{s}$$

první vlastní úhlová rychlost

$$N_2 := \frac{\psi_7}{2 \cdot \pi}$$

$$N_2 = 174.679 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence otáček

# 5 Vlastní kmitání soustavy dvou motorů a připojeného generátoru

## 5.1 Parametry sestavy - tuhosti

$$c_0 := G \cdot \frac{I_p}{l_{red} + l_{redt}} = 4.1051 \times 10^7 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \quad \text{tuhost konce klikového hřídele strany tlumiče}$$

$$c_2 := G \cdot \frac{I_p}{L_e} = 7.8717 \times 10^6 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \quad \text{tuhost zalomení klikového hřídele}$$

$$c_1 := G \cdot \frac{I_p}{L_{e2}} = 8.5134 \times 10^6 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \quad \text{tuhost zesíleného zalomení}$$

$$c_s := 335 \text{kN} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} = 3.35 \times 10^5 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \quad \text{tuhost pryže spojky}$$

$$c_{set} := G \cdot \frac{I_p}{L_{setr}} = 1.1892 \times 10^8 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \quad \text{tuhost setrvačnicku}$$

$$c_k := G \cdot \frac{I_p}{l_{red} + L_{setr}} = 5.2025 \times 10^7 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \quad \text{tuhost konce hřídele strany setrvačnicku}$$

$$c_3 := c_2 \quad c_9 := c_s \quad c_{15} := c_2$$

$$c_4 := c_2 \quad c_{10} := c_0 \quad c_{16} := c_2$$

$$c_5 := c_2 \quad c_{11} := c_1 \quad c_{17} := c_1$$

$$c_6 := c_2 \quad c_{12} := c_2 \quad c_{18} := c_k$$

$$c_7 := c_2 \quad c_{13} := c_2 \quad c_{19} := c_s$$

$$c_8 := c_k \quad c_{14} := c_2$$

## 5.2 Parametry sestavy - momenty setrvačnosti

$$J_{ckh2} := J_{setr} + J_k = 14.4808 \text{m}^2 \cdot \text{kg} \quad \text{moment setrvačnosti setrvačnicku a konce hřídele}$$

$$J_0 := J_{ckh} + \frac{J_{prs}}{2} = 3.1951 \text{m}^2 \cdot \text{kg} \quad \text{moment setrvačnosti tlumiče a konce hřídele}$$

$$J_1 := J_{zz} + J_{ojr} + J_{pshr} = 2.1777 \text{m}^2 \cdot \text{kg} \quad \text{redukovaný moment zesíleného zalomení}$$

$$J_2 := J_z + J_{ojr} + J_{pshr} = 2.0524 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \quad \text{redukovaný moment zalomení}$$

$$J_3 := J_2 = 2.0524 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$J_4 := J_2$$

$$J_{10} := J_0$$

$$J_{16} := J_2$$

$$J_5 := J_2$$

$$J_{11} := J_1$$

$$J_{17} := J_2$$

$$J_6 := J_2$$

$$J_{12} := J_2$$

$$J_{18} := J_1$$

$$J_7 := J_2$$

$$J_{13} := J_2$$

$$J_{19} := J_{ckh2}$$

$$J_8 := J_1$$

$$J_{14} := J_2$$

$$J_{20} := 145 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

moment setrvačnosti  
generátoru

$$J_9 := J_{ckh2}$$

$$J_{15} := J_2$$





$$C = \begin{pmatrix}
 c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_9 & -c_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_9 & c_9 + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{19} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{19} & c_{19}
 \end{pmatrix}$$

matice tuhosti

$$A := M^{-1} \cdot C$$

$$\chi := \text{eigenvals}(A)$$

$$\psi := \sqrt{\chi}$$

eigenvals je vektor obsahující  
vlastní čísla matice A

vektor vlastních frekvencí

$$\chi =$$

	0
0	$3.4546 \cdot 10^7$
1	$3.4581 \cdot 10^7$
2	$3.122 \cdot 10^7$
3	$3.1576 \cdot 10^7$
4	$1.4562 \cdot 10^7$
5	$1.4572 \cdot 10^7$
6	$1.2427 \cdot 10^7$
7	$1.2462 \cdot 10^7$
8	$9.4322 \cdot 10^6$
9	$9.4961 \cdot 10^6$
10	$6.1806 \cdot 10^6$
11	$6.2567 \cdot 10^6$
12	$3.2728 \cdot 10^6$
13	$3.335 \cdot 10^6$
14	$1.2058 \cdot 10^6$
15	$1.2463 \cdot 10^6$
16	$2.4399 \cdot 10^5$
17	$2.041 \cdot 10^5$
18	$2.4428 \cdot 10^4$
19	$4.654 \cdot 10^3$
20	$7.3395 \cdot 10^{-11}$

$$\frac{1}{s^2}$$

$$\psi =$$

	0
0	$5.8776 \cdot 10^3$
1	$5.8806 \cdot 10^3$
2	$5.5875 \cdot 10^3$
3	$5.6192 \cdot 10^3$
4	$3.816 \cdot 10^3$
5	$3.8173 \cdot 10^3$
6	$3.5252 \cdot 10^3$
7	$3.5302 \cdot 10^3$
8	$3.0712 \cdot 10^3$
9	$3.0816 \cdot 10^3$
10	$2.4861 \cdot 10^3$
11	$2.5013 \cdot 10^3$
12	$1.8091 \cdot 10^3$
13	$1.8262 \cdot 10^3$
14	$1.0981 \cdot 10^3$
15	$1.1164 \cdot 10^3$
16	493.9552
17	451.7728
18	156.294
19	68.2199
20	$8.5671 \cdot 10^{-6}$

$$\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$w := \text{eigenvecs}(A)$$

$$o := 0..20$$

eigenvecs je normalizovaný  
vlastní vektor odpovídající  
vlastnímu číslu

## 5.4 Tvary vlastních torzních výchylek

$$a_{1_0} := \frac{w_{0,19}}{w_{0,19}} = \dots$$

$$a_1 =$$

	0
0	1
1	0.99964
2	0.9967
3	0.99232
4	0.98673
5	0.97994
6	0.97196
7	0.96281
8	0.95248
9	0.95074
10	0.48808
11	0.48412
12	0.46449
13	0.44269
14	0.42036
15	0.39751
16	0.37418
17	0.3504
18	0.32802
19	0.32429
20	-0.31969

$$a_{2_0} := \frac{w_{0,18}}{w_{0,18}} = \dots$$

$$a_2 =$$

	0
0	1
1	0.998099
2	0.982694
3	0.959775
4	0.930744
5	0.895784
6	0.855119
7	0.809008
8	0.757744
9	0.749213
10	-1.366803
11	-1.381472
12	-1.443574
13	-1.501544
14	-1.54995
15	-1.588485
16	-1.616903
17	-1.635023
18	-1.642149
19	-1.641636
20	0.171482

$$a_{3_0} := \frac{w_{0,17}}{w_{0,17}} = \dots$$

$$a_3 =$$

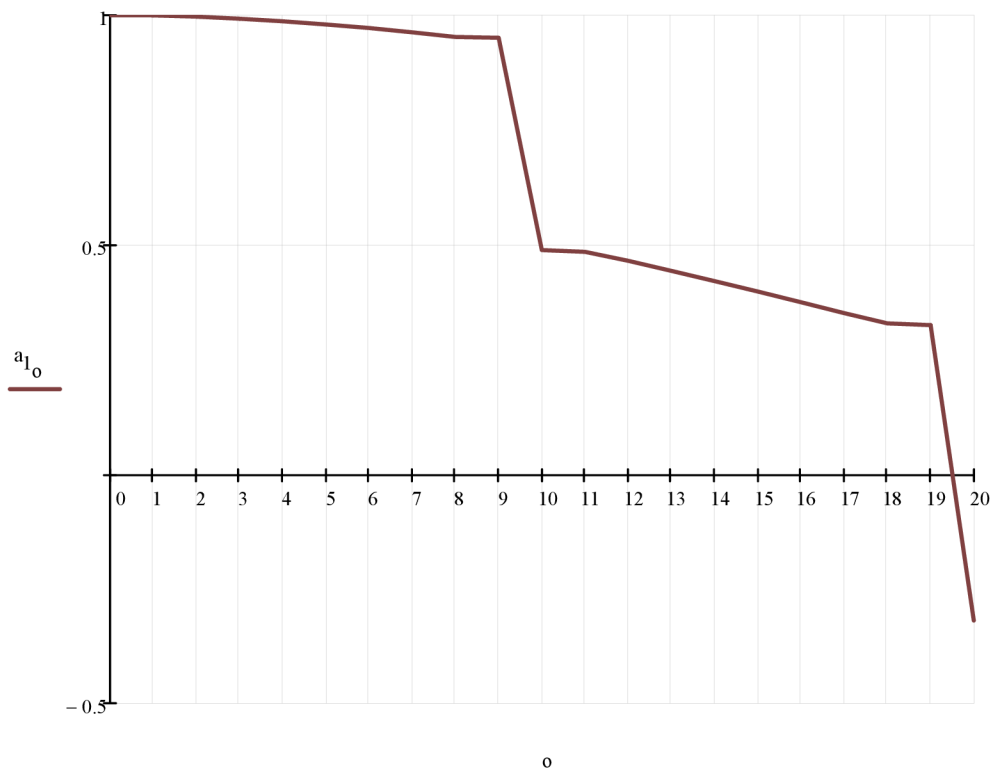
	0
0	1
1	0.98411
2	0.85614
3	0.67217
4	0.45243
5	0.20862
6	-0.04629
7	-0.29874
8	-0.5353
9	-0.56652
10	-0.41674
11	-0.4089
12	-0.34973
13	-0.26714
14	-0.17033
15	-0.06445
16	0.04485
17	0.15177
18	0.24316
19	0.25604
20	-2.93152 · 10 <sup>-3</sup>

první tvar vlastní výchylky

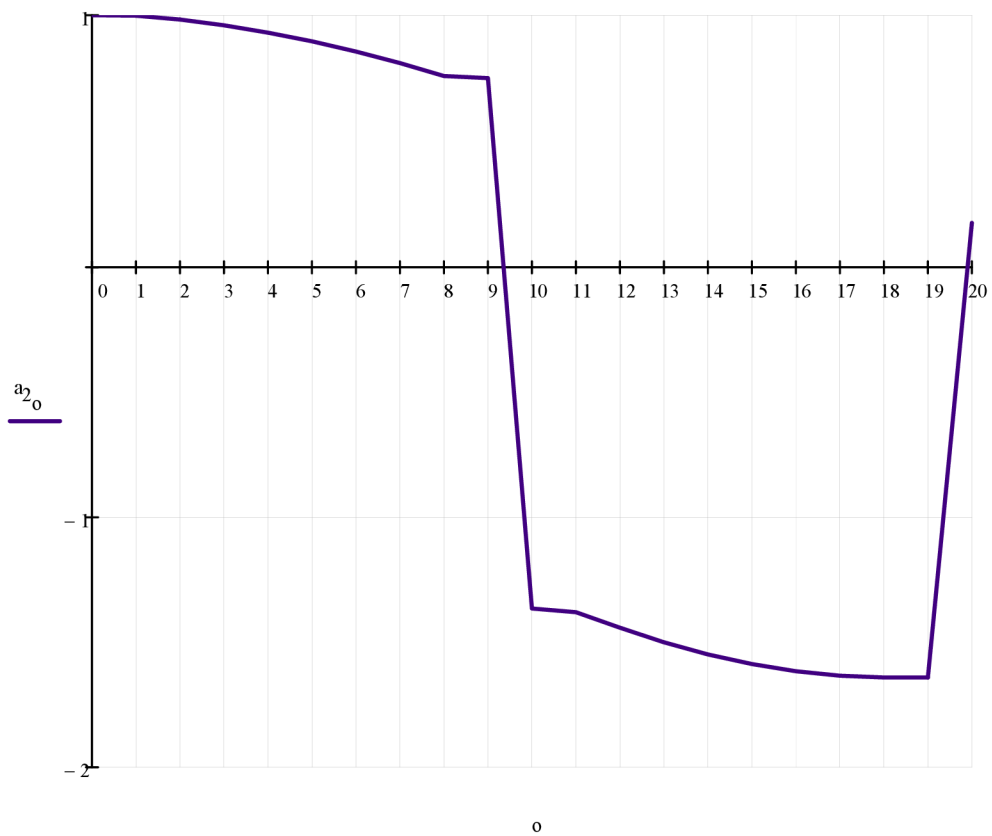
druhý tvar vlastní výchylky

třetí tvar vlastní výchylky

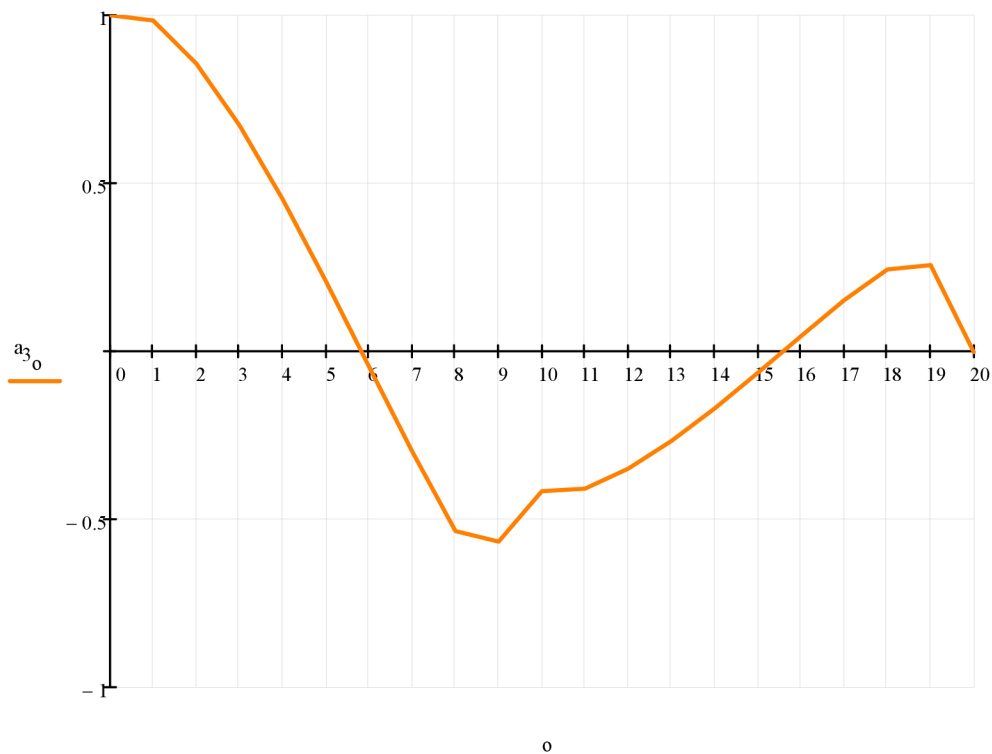
Průběh prvního tvaru kmitu



Průběh druhého tvaru kmitu



### Průběh třetího tvaru kmitu



## 5.5 Vlastní frekvence

$$\psi_{19} = 68.2199 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová rychlost

$$N_1 := \frac{\psi_{19}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_1 = 10.8575 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence otáček

$$\psi_{18} = 156.294 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

druhá vlastní úhlová rychlost

$$N_2 := \frac{\psi_{18}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_2 = 24.875 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence otáček

$$\psi_{17} = 451.7728 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

třetí vlastní úhlová rychlost

$$N_3 := \frac{\psi_{17}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_3 = 71.9019 \cdot \text{Hz}$$

třetí vlastní frekvence otáček

# 6 Vliv tuhosti spojky na vlastní frekvenci a tvar kmitání tozního systému kompletní kogenerační jednotky

## 6.1 Parametry pryže

$$p := 0..6$$

$C_s :=$

	0
0	$1.348 \cdot 10^5$
1	$2.05 \cdot 10^5$
2	$2.6 \cdot 10^5$
3	$2.65 \cdot 10^5$
4	$3.275 \cdot 10^5$
5	$3.35 \cdot 10^5$
6	$4.285 \cdot 10^5$

tuhosti spojek z katalogů firem Vulastik, Stromag, Centa

$$c_s := C_s \cdot \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$$

$c_{sp} =$

$1.348 \cdot 10^5$	$\cdot \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$
$2.05 \cdot 10^5$	
$2.6 \cdot 10^5$	
$2.65 \cdot 10^5$	
$3.275 \cdot 10^5$	
$3.35 \cdot 10^5$	
$4.285 \cdot 10^5$	

## 6.2 Definice matic tuhosti

$$C_0 := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{s_0} & -c_{s_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_0} & c_{s_0} + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{s_0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_0} & c_{s_0} \end{pmatrix}$$

$$C_1 := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{s_1} & -c_{s_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_1} & c_{s_1} + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{s_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_1} & c_{s_1} \end{pmatrix}$$



$$C_2 := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{s_2} & -c_{s_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_2} & c_{s_2} + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{s_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_2} & c_{s_2} \end{pmatrix}$$

$$C_3 := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{s_3} & -c_{s_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_3} & c_{s_3} + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{s_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_3} & c_{s_3} \end{pmatrix}$$

$$C_4 := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{s_4} & -c_{s_4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_4} & c_{s_4} + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{s_4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_4} & c_{s_4} \end{pmatrix}$$

$$C_5 := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{s_5} & -c_{s_5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_5} & c_{s_5} + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{s_5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_5} & c_{s_5} \end{pmatrix}$$

$$C_6 := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{s_6} & -c_{s_6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_6} & c_{s_6} + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{s_6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_6} & c_{s_6} \end{pmatrix}$$

$$A_0 := M^{-1} \cdot C_0$$

$$A_3 := M^{-1} \cdot C_3$$

$$A_6 := M^{-1} \cdot C_6$$

$$A_1 := M^{-1} \cdot C_1$$

$$A_4 := M^{-1} \cdot C_4$$

$$A_2 := M^{-1} \cdot C_2$$

$$A_5 := M^{-1} \cdot C_5$$

$$\chi_0 := \text{eigenvals}(A_0)$$

$$\chi_3 := \text{eigenvals}(A_3)$$

eigenvals je vektor obsahující  
vlastní čísla matice A

$$\chi_1 := \text{eigenvals}(A_1)$$

$$\chi_4 := \text{eigenvals}(A_4)$$

$$\chi_2 := \text{eigenvals}(A_2)$$

$$\chi_5 := \text{eigenvals}(A_5)$$

$$\chi_6 := \text{eigenvals}(A_6)$$

$$\psi_3 := \sqrt{\chi_3}$$

$$\psi_6 := \sqrt{\chi_6}$$

vektor vlastních  
frekvencí

$$\psi_4 := \sqrt{\chi_4}$$

$$\psi_5 := \sqrt{\chi_5}$$

$$w_0 := \text{eigenvecs}(A_0)$$

$$w_3 := \text{eigenvecs}(A_3)$$

$$w_6 := \text{eigenvecs}(A_6)$$

$$w_1 := \text{eigenvecs}(A_1)$$

$$w_4 := \text{eigenvecs}(A_4)$$

eigenvecs je normalizovaný  
vlastní vektor odpovídající  
vlastnímu číslu

$$w_2 := \text{eigenvecs}(A_2)$$

$$w_5 := \text{eigenvecs}(A_5)$$

$$o := 0..20$$

### 6.3 Tvary torzních výchylek

$$a_{0_0} := \frac{w_{0_0,19}}{w_{0_0,19}} = \dots$$

$$a_{1_0} := \frac{w_{1_0,19}}{w_{1_0,19}} = \dots$$

$$a_{2_0} := \frac{w_{2_0,19}}{w_{2_0,19}} = \dots$$

$$a_{3_0} := \frac{w_{3_0,19}}{w_{3_0,19}} = \dots$$

$$a_{4_0} := \frac{w_{4_0,19}}{w_{4_0,19}} = \dots$$

$$a_{5_0} := \frac{w_{5_0,19}}{w_{5_0,19}} = \dots$$

$$a_{6_0} := \frac{w_{6_0,19}}{w_{6_0,19}} = \dots$$

$$a_0 =$$

	0
0	1
1	0.99981
2	0.99823
3	0.99588
4	0.99289
5	0.98924
6	0.98496
7	0.98003
8	0.97447
9	0.97352
10	0.34872
11	0.3466
12	0.33616
13	0.32465
14	0.31293
15	0.301
16	0.28888
17	0.27658
18	0.26503
19	0.26311
20	-0.15647

$$a_1 =$$

	0
0	1
1	0.999743
2	0.997658
3	0.994544
4	0.990572
5	0.985748
6	0.980074
7	0.973556
8	0.9662
9	0.964953
10	0.423344
11	0.420531
12	0.406608
13	0.391201
14	0.375457
15	0.359389
16	0.343012
17	0.326339
18	0.310663
19	0.308055
20	-0.230404

$$a_2 =$$

	0
0	1
1	0.999697
2	0.997244
3	0.993579
4	0.988906
5	0.983231
6	0.976559
7	0.968898
8	0.960253
9	0.958789
10	0.458144
11	0.454835
12	0.438424
13	0.420231
14	0.401612
15	0.382586
16	0.363172
17	0.343389
18	0.324776
19	0.321677
20	-0.275249

$$a_3 =$$

	0
0	1
1	0.999693
2	0.997207
3	0.993493
4	0.988758
5	0.983008
6	0.976247
7	0.968484
8	0.959725
9	0.958242
10	0.460651
11	0.457298
12	0.440667
13	0.422228
14	0.403355
15	0.384067
16	0.364385
17	0.344328
18	0.325457
19	0.322315
20	-0.278772

$$a_4 =$$

	0	1
0		1
1	0.999644	
2	0.996754	
3	0.99244	
4	0.986941	
5	0.980263	
6	0.972415	
7	0.963407	
8	0.953248	
9	0.951528	
10	0.485697	
11	0.481808	
12	0.462489	
13	0.441043	
14	0.419071	
15	0.396599	
16	0.373653	
17	0.350261	
18	0.328245	
19	0.32458	
20	-0.315989	

$$a_5 =$$

	0	1
0		1
1	0.999638	
2	0.996701	
3	0.992316	
4	0.986726	
5	0.979939	
6	0.971963	
7	0.962808	
8	0.952484	
9	0.950737	
10	0.488077	
11	0.484124	
12	0.46449	
13	0.442692	
14	0.420356	
15	0.39751	
16	0.374182	
17	0.3504	
18	0.328018	
19	0.324291	
20	-0.319687	

$$a_6 =$$

	0	1
0		1
1	1.000038	
2	1.000347	
3	1.00081	
4	1.0014	
5	1.002118	
6	1.002964	
7	1.003938	
8	1.00504	
9	1.005228	
10	1.044626	
11	1.045077	
12	1.047383	
13	1.050011	
14	1.052773	
15	1.055669	
16	1.058701	
17	1.061867	
18	1.064921	
19	1.065442	
20	0.913916	

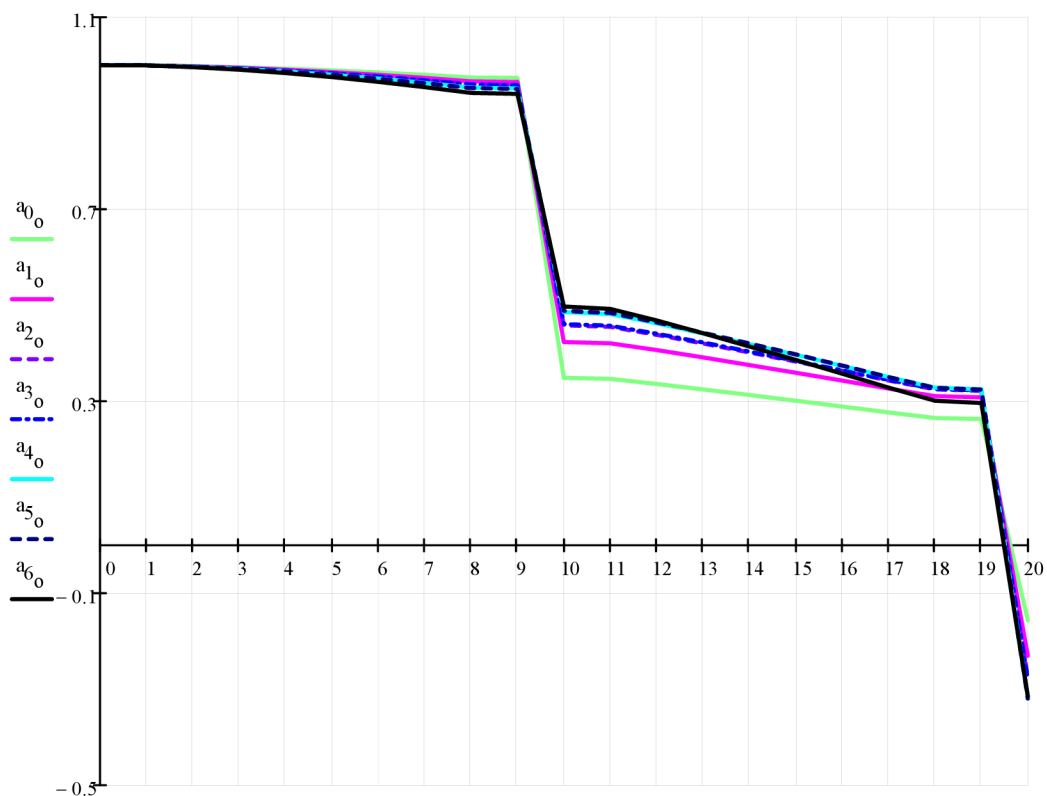
$$a_{6\text{Holzer}} :=$$

	0
0	1
1	0.9995
2	0.9959
3	0.9905
4	0.9836
5	0.9753
6	0.9655
7	0.9542
8	0.9425
9	0.9403
10	0.4972
11	0.4924
12	0.4683
13	0.4415
14	0.4141
15	0.3861
16	0.3575
17	0.3283
18	0.3009
19	0.2963
20	-0.3145

$a_6 := a_{6\text{Holzer}}$

Tvar kmitny  $a_6$  neodpovídá tvaru ze software Holzer, použijí tedy  $a_{6\text{Holzer}}$

### Průběh prvního tvaru kmitu



o



$$a_{0_0} := \frac{w_{0_0, 18}}{w_{0_0, 18}} = \dots$$

$$a_{3_0} := \frac{w_{3_0, 18}}{w_{3_0, 18}} = \dots$$

$$a_{5_0} := \frac{w_{5_0, 18}}{w_{5_0, 18}} = \dots$$

$$a_{1_0} := \frac{w_{1_0, 18}}{w_{1_0, 18}} = \dots$$

$$a_{4_0} := \frac{w_{4_0, 18}}{w_{4_0, 18}} = \dots$$

$$a_{6_0} := \frac{w_{6_0, 18}}{w_{6_0, 18}} = \dots$$

$$a_{2_0} := \frac{w_{2_0, 18}}{w_{2_0, 18}} = \dots$$

$$a_0 =$$

	0
0	1
1	0.998826
2	0.989315
3	0.975138
4	0.957127
5	0.935354
6	0.909903
7	0.880875
8	0.848383
9	0.842932
10	-2.626519
11	-2.634829
12	-2.664737
13	-2.686606
14	-2.697913
15	-2.698613
16	-2.688703
17	-2.668222
18	-2.639586
19	-2.633234
20	0.173011

$$a_1 =$$

	0
0	1
1	0.998566
2	0.986945
3	0.969635
4	0.947668
5	0.921148
6	0.890202
7	0.854981
8	0.815652
9	0.809072
10	-1.913751
11	-1.924604
12	-1.967864
13	-2.005198
14	-2.032899
15	-2.050834
16	-2.058917
17	-2.057109
18	-2.046301
19	-2.042954
20	0.16979

$$a_2 =$$

	0
0	1
1	0.998364
2	0.985111
3	0.965381
4	0.940361
5	0.910188
6	0.875029
7	0.835076
8	0.790547
9	0.783114
10	-1.620715
11	-1.633289
12	-1.685141
13	-1.731987
14	-1.769343
15	-1.797005
16	-1.814822
17	-1.822695
18	-1.820741
19	-1.81882
20	0.169676

	0
0	1
1	0.998346
2	0.984947
3	0.964999
4	0.939706
5	0.909207
6	0.873671
7	0.833296
8	0.788305
9	0.780797
10	-1.59978
11	-1.612502
12	-1.665083
13	-1.712727
14	-1.750884
15	-1.779341
16	-1.797942
17	-1.806583
18	-1.805319
19	-1.803507
20	0.169737

$a_3 =$

	0
0	1
1	0.998125
2	0.982931
3	0.960324
4	0.931684
5	0.897192
6	0.857064
7	0.811552
8	0.760941
9	0.752516
10	-1.387526
11	-1.401997
12	-1.463134
13	-1.520064
14	-1.567446
15	-1.604981
16	-1.632433
17	-1.649631
18	-1.655951
19	-1.655315
20	0.171227

$a_4 =$

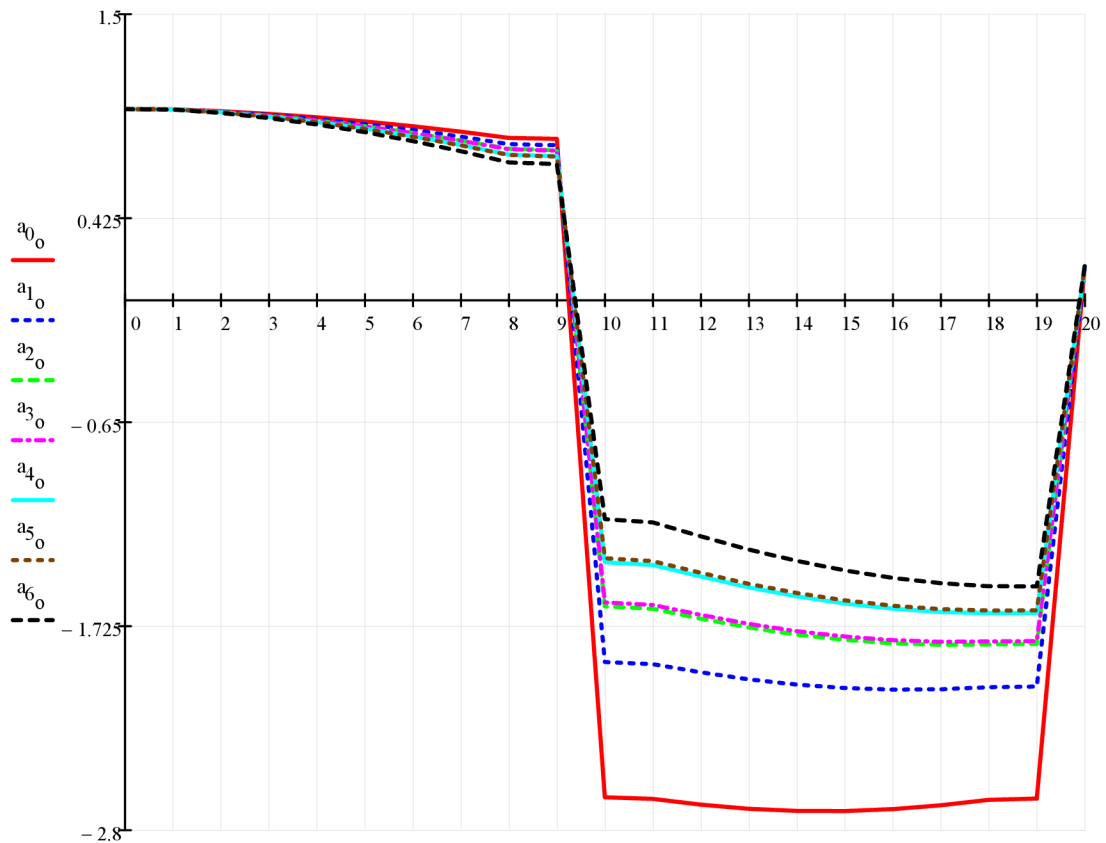
	0
0	1
1	0.998099
2	0.982694
3	0.959775
4	0.930744
5	0.895784
6	0.855119
7	0.809008
8	0.757744
9	0.749213
10	-1.366803
11	-1.381472
12	-1.443574
13	-1.501544
14	-1.54995
15	-1.588485
16	-1.616903
17	-1.635023
18	-1.642149
19	-1.641636
20	0.171482

$a_5 =$

	0
0	1
1	0.997785
2	0.979845
3	0.953173
4	0.919431
5	0.878867
6	0.831784
7	0.77853
8	0.719501
9	0.709712
10	-1.161137
11	-1.178094
12	-1.251285
13	-1.321159
14	-1.381233
15	-1.43106
16	-1.470271
17	-1.498575
18	-1.514466
19	-1.515263
20	0.175619

$a_6 =$

Průběh druhého tvaru kmitu



o

## 6.4 Vlastní frekvence

### a) pro první tuhost pryže spojky (134800 Nm/rad)

$$\psi_{019} = 49.929 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová rychlost

$$N_{a1} := \frac{\psi_{019}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{a1} = 7.9464 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence otáček

$$\psi_{018} = 122.7969 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

druhá vlastní úhlová rychlost

$$N_{a2} := \frac{\psi_{018}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{a2} = 19.5437 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence otáček

### b) pro druhou tuhost pryže spojky (205000 Nm/rad)

$$\psi_{119} = 57.4809 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová rychlost

$$N_{b1} := \frac{\psi_{119}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{b1} = 9.1484 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence otáček

$$\psi_{118} = 135.7383 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

druhá vlastní úhlová rychlost

$$N_{b2} := \frac{\psi_{118}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{b2} = 21.6034 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence otáček

### c) pro třetí tuhost pryže spojky (260000 Nm/rad)

$$\psi_{219} = 62.3592 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová rychlost

$$N_{c1} := \frac{\psi_{219}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{c1} = 9.9248 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence otáček

$$\psi_{218} = 144.9621 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

druhá vlastní úhlová rychlost

$$N_{c2} := \frac{\psi_{218}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{c2} = 23.0714 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence otáček

**d) pro čtvrtou tuhost pryže spojky (265000 Nm/rad)**

$$\psi_{319} = 62.7745 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{d1} := \frac{\psi_{319}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{d1} = 9.9909 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence  
otáček

$$\psi_{318} = 145.7609 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

druhá vlastní úhlová rychlost

$$N_{d2} := \frac{\psi_{318}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{d2} = 23.1986 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence otáček

**e) pro pátou tuhost pryže spojky (327500 Nm/rad)**

$$\psi_{419} = 67.6657 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{e1} := \frac{\psi_{419}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{e1} = 10.7693 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence  
otáček

$$\psi_{418} = 155.2209 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

druhá vlastní úhlová rychlost

$$N_{e2} := \frac{\psi_{418}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{e2} = 24.7042 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence otáček

**f) pro šestou tuhost pryže spojky (335000 Nm/rad)**

$$\psi_{519} = 68.2199 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{f1} := \frac{\psi_{519}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{f1} = 10.8575 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence  
otáček

$$\psi_{518} = 156.294 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

druhá vlastní úhlová rychlost

$$N_{f2} := \frac{\psi_{518}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{f2} = 24.875 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence otáček

**g) pro sedmou tuhost pryže spojky (428500 Nm/rad)**

$$\psi_{619} = 22.1351i \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{g1} := \frac{\psi_{619}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{g1} = 3.523i \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence  
otáček

$$\psi_{618} = 168.6796 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

druhá vlastní úhlová rychlost

$$N_{g2} := \frac{\psi_{618}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{g2} = 26.8462 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence otáček

Hodnoty vypočtené v software Mathcad neodpovídají hodnotám z programu Holzer, použijí tedy tyto:

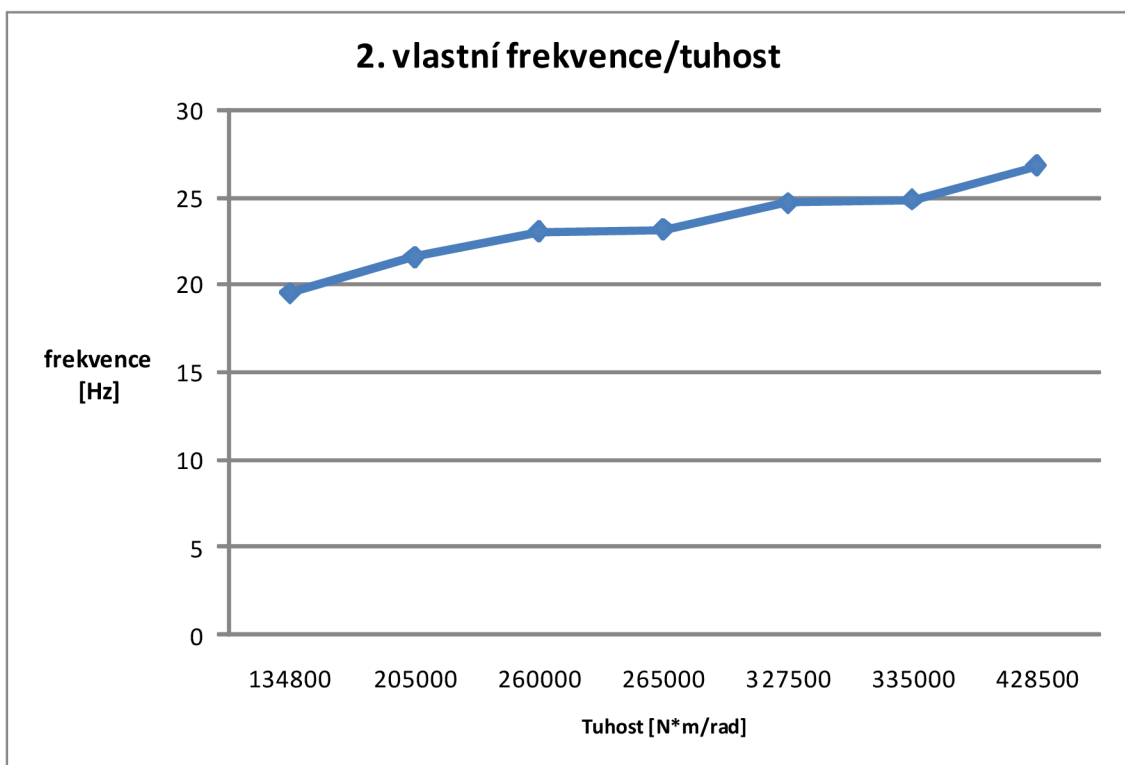
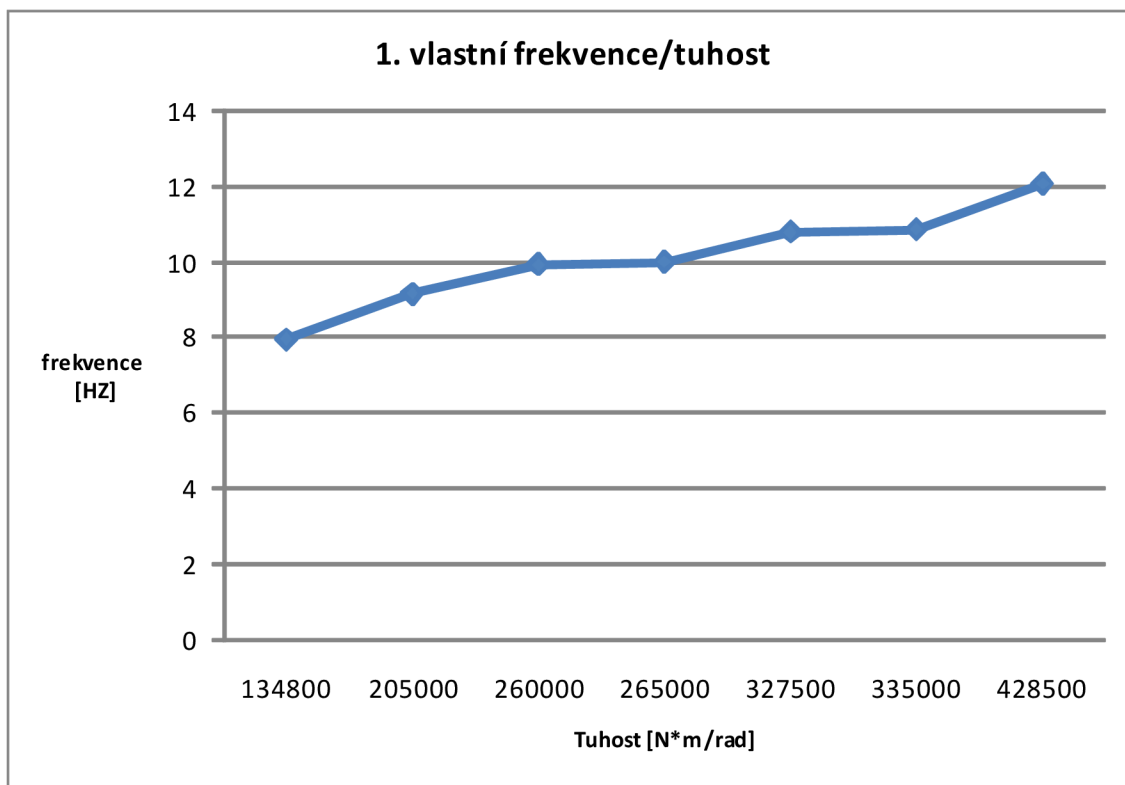
$$\psi_{619} := 75.75 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$N_{g1} := \frac{\psi_{619}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{g1} = 12.056 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence  
otáček

### 6.5 Závislost vlastních frekvencí na torzní tuhosti pryže



## 6.6 Parametry časem degradující pryže

$$c_s :=$$

	0
0	$2.794 \cdot 10^5$
1	$3.073 \cdot 10^5$
2	$3.353 \cdot 10^5$
3	$3.632 \cdot 10^5$
4	$3.912 \cdot 10^5$
5	$4.191 \cdot 10^5$
6	$4.47 \cdot 10^5$

tuhosti pryže spojek vypočtené jako průměr z katalogů firem Vulastik, Stromag, Centa (hodnota na pozici 0), zhoršující se po 10% vůči předchozí hodnotě

$$c_s := C_s \cdot \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$$

$$c_s = \begin{pmatrix} 2.794 \times 10^5 \\ 3.0734 \times 10^5 \\ 3.3528 \times 10^5 \\ 3.6322 \times 10^5 \\ 3.9116 \times 10^5 \\ 4.191 \times 10^5 \\ 4.4704 \times 10^5 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$$

### 6.7 Definice matic tuhosti

$$C_0 := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{s_0} & -c_{s_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_0} & c_{s_0} + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{s_0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_0} & c_{s_0} \end{pmatrix}$$



$$C_1 := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{s_1} & -c_{s_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_1} & c_{s_1} + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{s_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_1} & c_{s_1} \end{pmatrix}$$

$$C_2 := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{s_2} & -c_{s_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_2} & c_{s_2} + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{s_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_2} & c_{s_2} \end{pmatrix}$$

$$C_3 := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{s_3} & -c_{s_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_3} & c_{s_3} + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{s_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_3} & c_{s_3} \end{pmatrix}$$

$$C_4 := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{s_4} & -c_{s_4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_4} & c_{s_4} + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{s_4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_4} & c_{s_4} \end{pmatrix}$$

$$C_5 := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{s_5} & -c_{s_5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_5 := & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_5} & c_{s_5} + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{s_5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_5} & c_{s_5} \end{pmatrix}$$

$$C_6 := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{s_6} & -c_{s_6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_6} & c_{s_6} + c_{10} & -c_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{10} & c_{10} + c_{11} & -c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{11} & c_{11} + c_{12} & -c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} + c_{13} & -c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{13} & c_{13} + c_{14} & -c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{14} & c_{14} + c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{15} + c_{16} & -c_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{16} & c_{16} + c_{17} & -c_{17} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{17} & c_{17} + c_{18} & -c_{18} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{18} & c_{18} + c_{19} & -c_{s_6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{s_6} & c_{s_6} \end{pmatrix}$$

$$A_0 := M^{-1} \cdot C_0$$

$$A_3 := M^{-1} \cdot C_3$$

$$A_6 := M^{-1} \cdot C_6$$

$$A_1 := M^{-1} \cdot C_1$$

$$A_4 := M^{-1} \cdot C_4$$

$$A_2 := M^{-1} \cdot C_2$$

$$A_5 := M^{-1} \cdot C_5$$

$$\chi_0 := \text{eigenvals}(A_0)$$

$$\chi_3 := \text{eigenvals}(A_3)$$

$$\chi_1 := \text{eigenvals}(A_1)$$

$$\chi_4 := \text{eigenvals}(A_4)$$

$$\chi_2 := \text{eigenvals}(A_2)$$

$$\chi_5 := \text{eigenvals}(A_5)$$

$$\chi_6 := \text{eigenvals}(A_6)$$

eigenvals je vektor obsahující  
vlastní čísla matice A

$$\psi_0 := \sqrt{\chi_0}$$

$$\psi_3 := \sqrt{\chi_3}$$

$$\psi_6 := \sqrt{\chi_6}$$

vektor vlastních  
frekvencí

$$\psi_1 := \sqrt{\chi_1}$$

$$\psi_4 := \sqrt{\chi_4}$$

$$\psi_2 := \sqrt{\chi_2}$$

$$\psi_5 := \sqrt{\chi_5}$$

$$w_0 := \text{eigenvecs}(A_0)$$

$$w_3 := \text{eigenvecs}(A_3)$$

$$w_6 := \text{eigenvecs}(A_6)$$

$$w_1 := \text{eigenvecs}(A_1)$$

$$w_4 := \text{eigenvecs}(A_4)$$

$$w_2 := \text{eigenvecs}(A_2)$$

$$w_5 := \text{eigenvecs}(A_5)$$

eigenvecs je normalizovaný  
vlastní vektor odpovídající  
vlastnímu číslu

$$o := 0..20$$

## 6.8 Tvary torzních výchylek

$$a_{0_0} := \frac{w_{0_0,19}}{w_{0_0,19}} = \dots$$

$$a_{1_0} := \frac{w_{1_0,19}}{w_{1_0,19}} = \dots$$

$$a_{2_0} := \frac{w_{2_0,19}}{w_{2_0,19}} = \dots$$

$$a_{3_0} := \frac{w_{3_0,19}}{w_{3_0,19}} = \dots$$

$$a_{4_0} := \frac{w_{4_0,19}}{w_{4_0,19}} = \dots$$

$$a_{5_0} := \frac{w_{5_0,19}}{w_{5_0,19}} = \dots$$

$$a_{6_0} := \frac{w_{6_0,19}}{w_{6_0,19}} = \dots$$

$a_0 =$

	0
0	1
1	0.99968
2	0.9971
3	0.99325
4	0.98833
5	0.98237
6	0.97535
7	0.9673
8	0.95821
9	0.95667
10	0.46739
11	0.46391
12	0.44665
13	0.42751
14	0.40791
15	0.38788
16	0.36743
17	0.34659
18	0.32698
19	0.32371
20	-0.28844

$a_1 =$

	0
0	1
1	0.999659
2	0.996899
3	0.992776
4	0.987521
5	0.981139
6	0.973638
7	0.965027
8	0.955315
9	0.95367
10	0.478719
11	0.475
12	0.456537
13	0.436047
14	0.41506
15	0.3936
16	0.37169
17	0.349357
18	0.328339
19	0.324839
20	-0.305281

$a_2 =$

	0
0	1
1	0.999638
2	0.996699
3	0.992311
4	0.986718
5	0.979927
6	0.971946
7	0.962786
8	0.952456
9	0.950707
10	0.488164
11	0.484209
12	0.464563
13	0.442751
14	0.420402
15	0.397542
16	0.3742
17	0.350403
18	0.328007
19	0.324278
20	-0.319822

$a_3 =$

	0
0	1
1	0.999616
2	0.996502
3	0.991852
4	0.985925
5	0.97873
6	0.970275
7	0.960572
8	0.949633
9	0.947782
10	0.49613
11	0.491943
12	0.471134
13	0.448022
14	0.424333
15	0.400099
16	0.375349
17	0.350117
18	0.32637
19	0.322417
20	-0.332328



$a_4 =$

	0
0	1
1	1
2	1.0002
3	1.0005
4	1.0008
5	1.0012
6	1.0017
7	1.0023
8	1.0029
9	1.003
10	1.0279
11	1.0282
12	1.0295
13	1.031
14	1.0326
15	1.0342
16	1.036
17	1.0378
18	1.0396
19	1.0399
20	0.9412

$a_{4\text{Holzer}} :=$

	0
0	1
1	0.9996
2	0.9962
3	0.9911
4	0.9846
5	0.9767
6	0.9674
7	0.9568
8	0.9457
9	0.9437
10	0.4946
11	0.49
12	0.4673
13	0.442
14	0.4161
15	0.3897
16	0.3627
17	0.3351
18	0.3092
19	0.3049
20	-0.3161

$a_5 =$

	0
0	1
1	1
2	1.0003
3	1.0007
4	1.0012
5	1.0019
6	1.0026
7	1.0035
8	1.0045
9	1.0047
10	1.0405
11	1.0409
12	1.043
13	1.0453
14	1.0478
15	1.0504
16	1.0531
17	1.0559
18	1.0586
19	1.0591
20	0.9201

$a_{5\text{Holzer}} :=$

	0
0	1
1	0.9996
2	0.996
3	0.9907
4	0.9839
5	0.9757
6	0.9661
7	0.955
8	0.9435
9	0.9414
10	0.4964
11	0.4916
12	0.468
13	0.4417
14	0.4148
15	0.3872
16	0.3591
17	0.3305
18	0.3035
19	0.2991
20	-0.315

$a_6 =$

	0
0	1
1	1.000047
2	1.000424
3	1.000987
4	1.001707
5	1.002583
6	1.003614
7	1.004803
8	1.006147
9	1.006376
10	1.052462
11	1.053013
12	1.05583
13	1.059041
14	1.062417
15	1.065958
16	1.069666
17	1.07354
18	1.077277
19	1.077915
20	0.902924

$a_{6\text{Holzer}} :=$

	0
0	1
1	1
2	0.996
3	0.99
4	0.983
5	0.974
6	0.964
7	0.953
8	0.94
9	0.938
10	0.499
11	0.494
12	0.469
13	0.441
14	0.413
15	0.384
16	0.354
17	0.324
18	0.296
19	0.291
20	-0.313

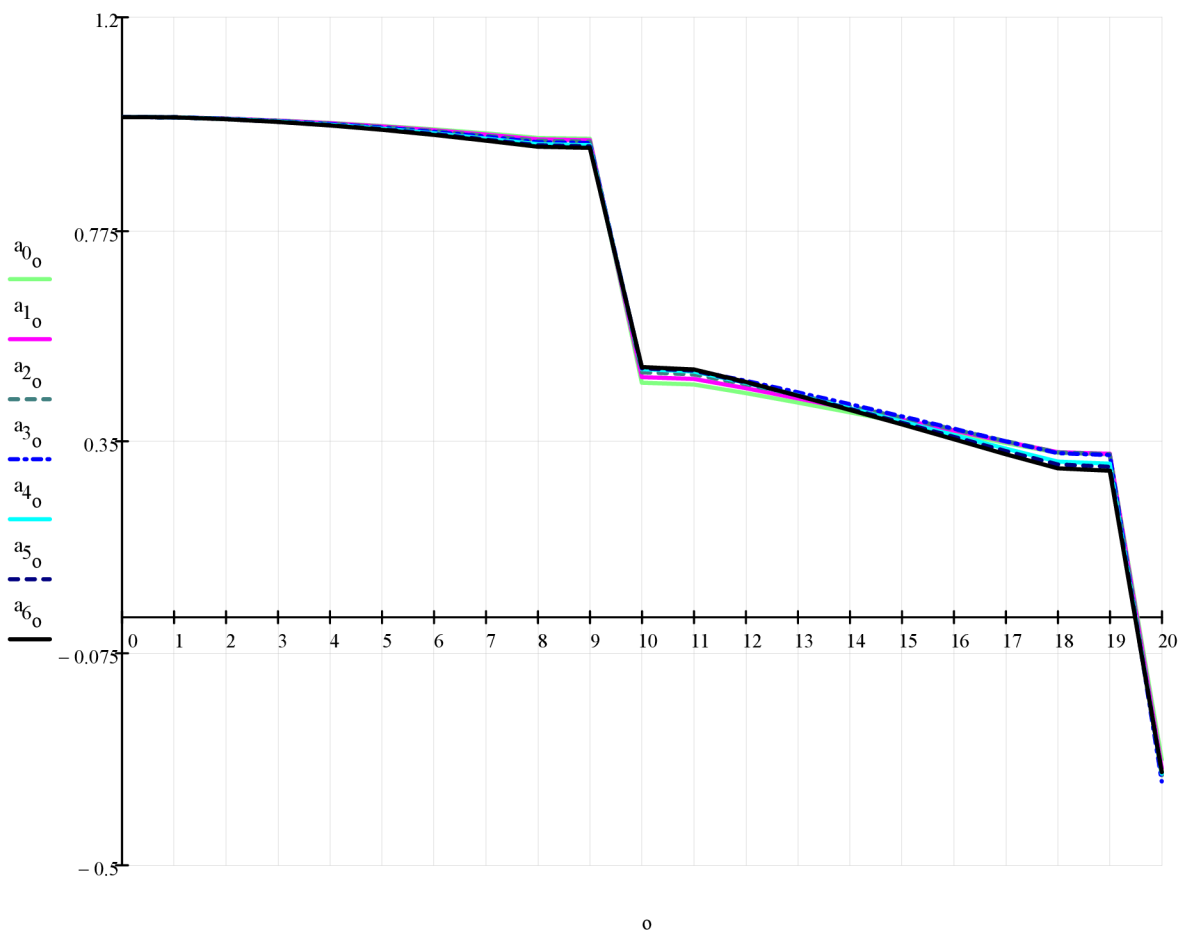
Tvar kmitny  $a_{4,5,6}$  neodpovídá tvaru ze software Holzer, použijí tedy  $a_{4,5,6\text{Holzer}}$

$a_4 := a_{4\text{Holzer}}$

$a_5 := a_{5\text{Holzer}}$

$a_6 := a_{6\text{Holzer}}$

Průběh prvního tvaru kmitu



$$a_{0o} := \frac{w_{0o,18}}{w_{0o,18}} = \dots$$

$$a_{3o} := \frac{w_{3o,18}}{w_{3o,18}} = \dots$$

$$a_{5o} := \frac{w_{5o,18}}{w_{5o,18}} = \dots$$

$$a_{1o} := \frac{w_{1o,18}}{w_{1o,18}} = \dots$$

$$a_{4o} := \frac{w_{4o,18}}{w_{4o,18}} = \dots$$

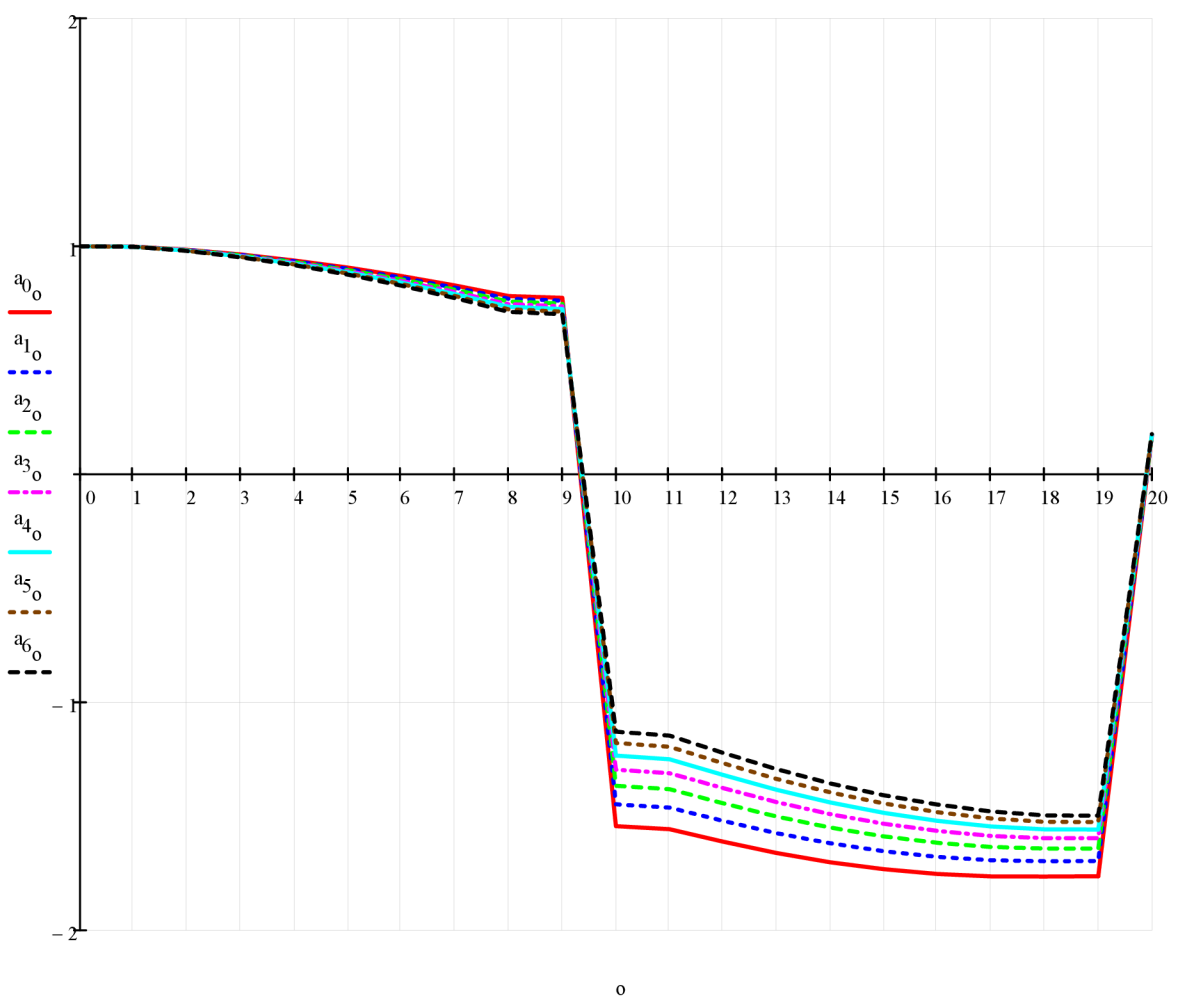
$$a_{6o} := \frac{w_{6o,18}}{w_{6o,18}} = \dots$$

$$a_{2o} := \frac{w_{2o,18}}{w_{2o,18}} = \dots$$

	0		0		0		0
0		0		0		0	
1	0.998295	1	0.998195	1	0.998098	1	0.998002
2	0.984476	2	0.983573	2	0.982686	2	0.981815
3	0.963906	3	0.961812	3	0.959755	3	0.957736
4	0.93783	4	0.934237	4	0.930709	4	0.927248
5	0.906396	5	0.901014	5	0.895732	5	0.890553
6	0.869784	6	0.862344	6	0.855047	6	0.847898
7	0.828202	7	0.81846	7	0.808913	7	0.799568
8	0.78189	8	0.769629	8	0.757625	8	0.745886
9	0.774165	9	0.761493	9	0.74909	9	0.736963
10	-1.54334	10	-1.447565	10	-1.366045	10	-1.295455
11	-1.556481	11	-1.461491	11	-1.380721	11	-1.31085
12	-1.611123	12	-1.519974	12	-1.442859	12	-1.376473
13	-1.661015	13	-1.574036	13	-1.500867	13	-1.438234
14	-1.701418	14	-1.618582	14	-1.549312	14	-1.490368
15	-1.732101	15	-1.653343	15	-1.587884	15	-1.532527
16	-1.752888	16	-1.678109	16	-1.616338	16	-1.564429
17	-1.763661	17	-1.692729	17	-1.634491	17	-1.58586
18	-1.764306	18	-1.696786	18	-1.641647	18	-1.595862
19	-1.762794	19	-1.695803	19	-1.641138	19	-1.595784
20	0.169966	20	0.170615	20	0.171492	20	0.172557

	0		0		0
0		0		0	
1	0.997908	1	0.997816	1	0.9977
2	0.98096	2	0.980123	2	0.9793
3	0.955757	3	0.953817	3	0.9519
4	0.923856	4	0.920533	4	0.9173
5	0.885481	5	0.880514	5	0.8757
6	0.8409	6	0.834053	6	0.8274
7	0.790427	7	0.781491	7	0.7728
8	0.734415	8	0.723211	8	0.7123
9	0.725114	9	0.713543	9	0.7022
10	-1.233457	10	-1.178355	10	-1.1289
11	-1.249539	11	-1.195096	11	-1.1463
12	-1.318495	12	-1.267243	12	-1.2215
13	-1.383833	13	-1.336001	13	-1.2935
14	-1.439474	14	-1.394984	14	-1.3557
15	-1.485027	15	-1.443761	15	-1.4075
16	-1.520174	16	-1.481976	16	-1.4487
17	-1.544668	17	-1.509348	17	-1.4787
18	-1.557307	18	-1.524448	18	-1.4962
19	-1.557623	19	-1.525128	19	-1.4972
20	0.17378	20	0.175136	20	0.1766

Průběh druhého tvaru kmitu



## 6.9 Vlastní frekvence

### a) pro první tuhost pryže spojky (279400 Nm/rad)

$$\psi_{019} = 63.9488 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{a1} := \frac{\psi_{019}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{a1} = 10.1778 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence  
otáček

$$\psi_{018} = 148.0256 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

druhá vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{a2} := \frac{\psi_{018}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{a2} = 23.559 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence  
otáček

### b) pro druhou tuhost pryže spojky (307340 Nm/rad)

$$\psi_{119} = 66.1435 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{b1} := \frac{\psi_{119}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{b1} = 10.5271 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence  
otáček

$$\psi_{118} = 152.2725 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

druhá vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{b2} := \frac{\psi_{118}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{b2} = 24.2349 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence  
otáček

### c) pro třetí tuhost pryže spojky (335280 Nm/rad)

$$\psi_{219} = 68.2405 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{c1} := \frac{\psi_{219}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{c1} = 10.8608 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence  
otáček

$$\psi_{218} = 156.3338 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

druhá vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{c2} := \frac{\psi_{218}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{c2} = 24.8813 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence  
otáček

**d) pro čtvrtou tuhost pryže spojky (363220 Nm/rad)**

$$\psi_{319} = 70.2511 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{d1} := \frac{\psi_{319}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{d1} = 11.1808 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence  
otáček

$$\psi_{318} = 160.2203 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

druhá vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{d2} := \frac{\psi_{318}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{d2} = 25.4999 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence  
otáček

**e) pro pátou tuhost pryže spojky (391160 Nm/rad)**

$$\psi_{419} = 16.8187i \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{e1} := \frac{\psi_{419}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{e1} = 2.6768i \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence  
otáček

Hodnoty vypočtené v software Mathcad neodpovídají hodnotám z programu Holzer, použijí tedy tyto:

$$\psi_{419} := 73.54 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{e1} := \frac{\psi_{419}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{e1} = 11.7043 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence  
otáček

$$\psi_{418} = 163.9429 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

druhá vlastní úhlová  
rychlost

$$N_{e2} := \frac{\psi_{418}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{e2} = 26.0923 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence  
otáček

**f) pro šestou tuhost pryže spojky (419100 Nm/rad)**

$$\psi_{519} = 20.8946i \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová rychlost

$$N_{f1} := \frac{\psi_{519}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{f1} = 3.3255i \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence otáček

Hodnoty vypočtené v software Mathcad neodpovídají hodnotám z programu Holzer, použijí tedy tyto:

$$\psi_{519} := 75.06 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová rychlost

$$N_{f1} := \frac{\psi_{519}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{f1} = 11.9462 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence otáček

$$\psi_{518} = 167.5117i \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

druhá vlastní úhlová rychlost

$$N_{f2} := \frac{\psi_{518}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{f2} = 26.6603 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence otáček

**g) pro sedmou tuhost pryže spojky (447040 Nm/rad)**

$$\psi_{619} = 24.444i \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová rychlost

$$N_{g1} := \frac{\psi_{619}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{g1} = 3.89i \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence otáček

Hodnoty vypočtené v software Mathcad neodpovídají hodnotám z programu Holzer, použijí tedy tyto:

$$\psi_{619} := 77.11 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

první vlastní úhlová rychlost

$$N_{g1} := \frac{\psi_{619}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{g1} = 12.2724 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence otáček

$$\psi_{618} = 170.9367i \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

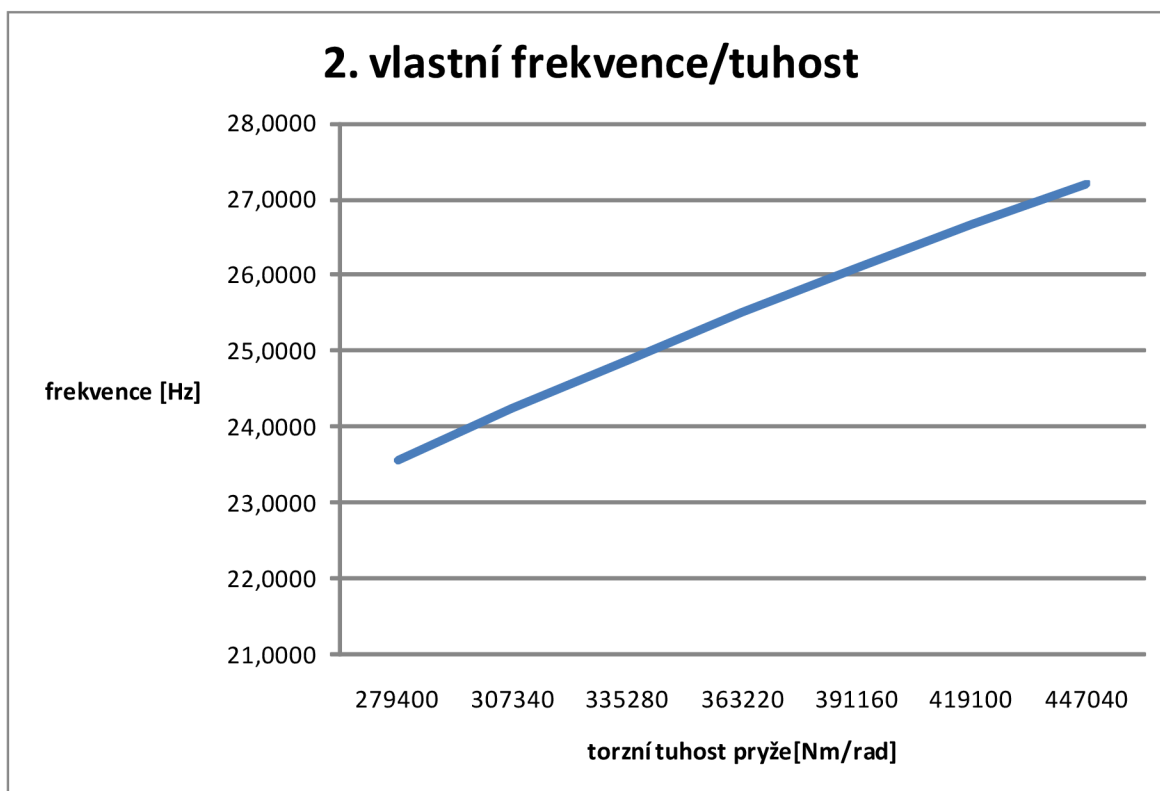
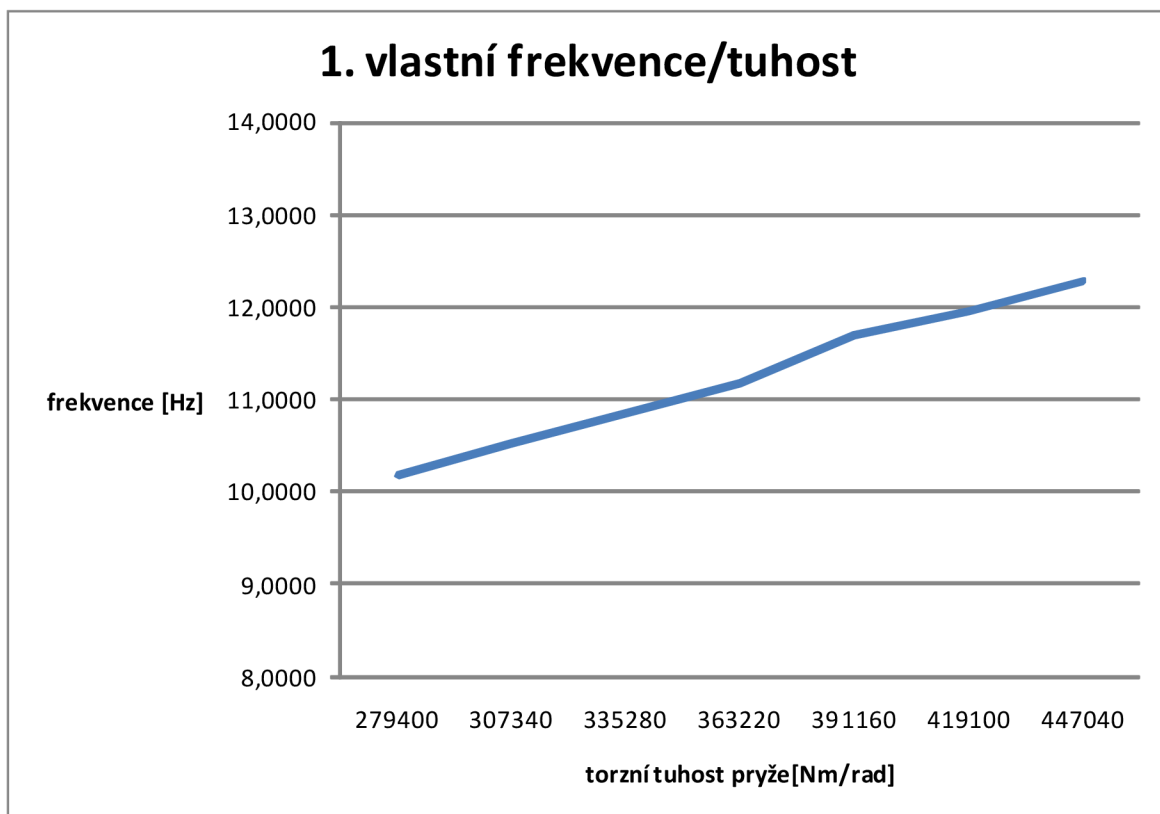
první vlastní úhlová rychlost

$$N_{g2} := \frac{\psi_{618}}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{g2} = 27.2054 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence otáček

### 6.10 Závislost vlastních frekvencí na torzní tuhosti pryže





## 7 Vynucené kmitání

### 7.1 Fourierova analýza točivého momentu v komplexním oboru

$$n_p := 720$$

$$k := 0..31 \qquad j := 1..720$$

$$\text{step} := 1 \text{deg}$$

$$\kappa_k := \frac{k}{2}$$

$$h_k := \frac{2}{n_p} \cdot \sum_{j=0}^{n_p-1} \left[ M_{t0j} \cdot e^{i \left( 2 \cdot k \pi \cdot \frac{j}{n_p} \right)} \right]$$

$$a_{h_k} := \text{Re}(h_k)$$

reálná  
složka

$$M_{h_k} := |h_k|$$

absolutní  
složka

$$b_{h_k} := \text{Im}(h_k)$$

imaginární složka

$$\frac{a_{hk}}{N \cdot m} =$$

	0
0	1.0671 · 10 <sup>3</sup>
1	-986.3256
2	526.7988
3	-123.6406
4	-102.0754
5	219.6506
6	-235.4811
7	286.7331
8	-254.9644
9	229.0236
10	-192.9144
11	159.906
12	-124.4786
13	99.9599
14	-72.3927
15	56.5457
16	-39.8236
17	30.0542
18	-20.9663
19	15.423
20	-10.71
21	7.765
22	-5.4571
23	4.0223
24	-2.8719
25	2.1354
26	-1.4073
27	1.0761
28	-0.5627
29	0.4608
30	-0.0884
31	3.8502 · 10 <sup>-3</sup>
32	

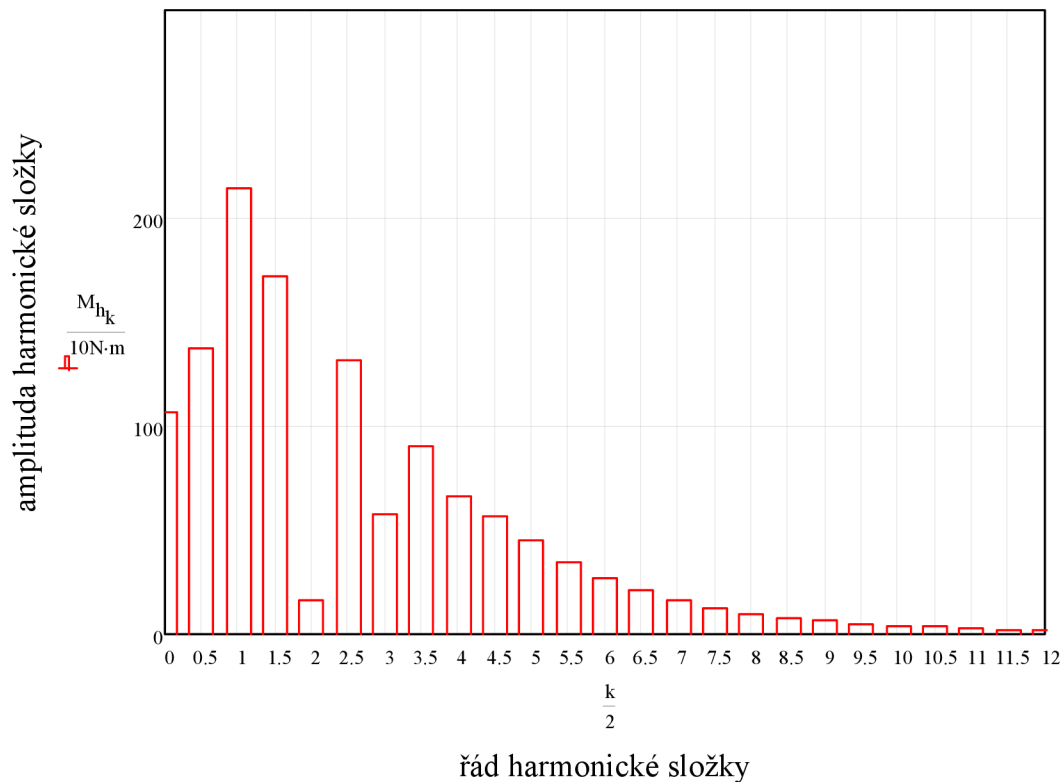
$$\frac{M_{hk}}{N \cdot m} =$$

	0
0	1.0671 · 10 <sup>3</sup>
1	1.3722 · 10 <sup>3</sup>
2	2.1397 · 10 <sup>3</sup>
3	1.7241 · 10 <sup>3</sup>
4	161.2386
5	1.3196 · 10 <sup>3</sup>
6	579.1454
7	906.8471
8	666.0401
9	566.5867
10	449.7233
11	345.8958
12	271.9993
13	208.9216
14	163.1688
15	127.674
16	100.5817
17	79.4839
18	64.4558
19	51.3044
20	42.6485
21	34.1682
22	28.7279
23	23.2362
24	19.3839
25	15.7366
26	13.0032
27	10.5445
28	8.6785
29	6.9227
30	5.6837
31	4.5161
32	

$$\frac{b_{hk}}{N \cdot m} =$$

	0
0	0
1	-953.959
2	2.0739 · 10 <sup>3</sup>
3	-1.7197 · 10 <sup>3</sup>
4	124.8138
5	-1.3012 · 10 <sup>3</sup>
6	529.1107
7	-860.3231
8	615.3069
9	-518.2361
10	406.2452
11	-306.7148
12	241.8443
13	-183.4565
14	146.2305
15	-114.4693
16	92.3621
17	-73.5828
18	60.9505
19	-48.9313
20	41.2818
21	-33.2742
22	28.2049
23	-22.8854
24	19.17
25	-15.591
26	12.9269
27	-10.4895
28	8.6602
29	-6.9073
30	5.683
31	-4.5161
32	

### Amplitudo-frekvenční charakteristika točivého momentu



## 7.2 Rezonanční otáčky motoru

$\kappa := 0.5, 1..16$

$$n_{1\text{rez}}(\kappa) := \frac{N_1}{\kappa}$$

Rezonanční otáčky pro první vlastní frekvenci

$$n_{2\text{rez}}(\kappa) := \frac{N_2}{\kappa}$$

Rezonanční otáčky pro druhou vlastní frekvenci

$$n_{3\text{rez}}(\kappa) := \frac{N_3}{\kappa}$$

Rezonanční otáčky pro třetí vlastní frekvenci

$$\frac{n_{1\text{rez}}(\kappa)}{\min^{-1}} =$$

	0
0	1302.905
1	651.452
2	434.302
3	325.726
4	260.581
5	217.151
6	186.129
7	162.863
8	144.767
9	130.29
10	118.446
11	108.575
12	100.223
13	93.065
14	86.86
15	81.432
16	76.641
17	72.384
18	68.574
19	65.145
20	62.043
21	59.223
22	56.648
23	54.288
24	52.116
25	50.112
26	48.256
27	46.532
28	44.928
29	43.43
30	42.029
31	40.716

$$\frac{n_{2\text{rez}}(\kappa)}{\min^{-1}} =$$

	0
0	2984.995
1	1492.498
2	994.998
3	746.249
4	596.999
5	497.499
6	426.428
7	373.124
8	331.666
9	298.5
10	271.363
11	248.75
12	229.615
13	213.214
14	199
15	186.562
16	175.588
17	165.833
18	157.105
19	149.25
20	142.143
21	135.682
22	129.782
23	124.375
24	119.4
25	114.808
26	110.555
27	106.607
28	102.931
29	99.5
30	96.29
31	93.281

$$\frac{n_{3\text{rez}}(\kappa)}{\min^{-1}} =$$

	0
0	8.6282 · 10 <sup>3</sup>
1	4.3141 · 10 <sup>3</sup>
2	2.8761 · 10 <sup>3</sup>
3	2.1571 · 10 <sup>3</sup>
4	1.7256 · 10 <sup>3</sup>
5	1.438 · 10 <sup>3</sup>
6	1.2326 · 10 <sup>3</sup>
7	1.0785 · 10 <sup>3</sup>
8	958.6916
9	862.8225
10	784.3841
11	719.0187
12	663.7096
13	616.3018
14	575.215
15	539.264
16	507.5426
17	479.3458
18	454.1171
19	431.4112
20	410.8678
21	392.192
22	375.1402
23	359.5094
24	345.129
25	331.8548
26	319.5639
27	308.1509
28	297.525
29	287.6075
30	278.3298
31	269.632

### 7.3 Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci samostatného motoru

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k$$

rozestupy mezi zážehy jednotlivých válců:

$$i_o := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} \quad v_1 := \begin{pmatrix} 0 \cdot \text{deg} \\ 0 \cdot \text{deg} \\ -90 \cdot \text{deg} \\ -180 \cdot \text{deg} \\ -270 \cdot \text{deg} \\ -360 \cdot \text{deg} \\ -450 \cdot \text{deg} \\ -540 \cdot \text{deg} \\ -630 \cdot \text{deg} \end{pmatrix} \quad v_p := \begin{pmatrix} 0 \cdot \text{deg} \\ -65 \cdot \text{deg} \\ -155 \cdot \text{deg} \\ -245 \cdot \text{deg} \\ -335 \cdot \text{deg} \\ -425 \cdot \text{deg} \\ -515 \cdot \text{deg} \\ -605 \cdot \text{deg} \\ -695 \cdot \text{deg} \end{pmatrix}$$

$$a_{1s} :=$$

	0
0	1
1	0.984
2	0.858
3	0.675
4	0.458
5	0.216
6	-0.038
7	-0.289
8	-0.525
9	-0.556

hodnoty výchylek pro první vlastní frekvenci samostatného motoru

$$\varepsilon_1 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_1 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_1 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_1 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_1 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_1 = 4.6051$$

$$\varepsilon_2 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_2 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_2 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_2 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_2 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_2 = 2.0305$$

$$\epsilon_3 := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^8 \left[ a_{1s_{io}} \cdot (\sin(\kappa_3 \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_3 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^8 \left[ a_{1s_{io}} \cdot (\cos(\kappa_3 \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_3 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_3 = 1.1953$$

$$\epsilon_4 := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^8 \left[ a_{1s_{io}} \cdot (\sin(\kappa_4 \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_4 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^8 \left[ a_{1s_{io}} \cdot (\cos(\kappa_4 \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_4 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_4 = 0.7048$$

$$\epsilon_5 := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^8 \left[ a_{1s_{io}} \cdot (\sin(\kappa_5 \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_5 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^8 \left[ a_{1s_{io}} \cdot (\cos(\kappa_5 \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_5 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_5 = 0.2758$$

$$\epsilon_6 := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^8 \left[ a_{1s_{io}} \cdot (\sin(\kappa_6 \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_6 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^8 \left[ a_{1s_{io}} \cdot (\cos(\kappa_6 \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_6 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_6 = 0.3142$$

$$\epsilon_7 := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^8 \left[ a_{1s_{io}} \cdot (\sin(\kappa_7 \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_7 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^8 \left[ a_{1s_{io}} \cdot (\cos(\kappa_7 \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_7 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_7 = 1.9319$$

$$\epsilon_8 := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^8 \left[ a_{1s_{io}} \cdot (\sin(\kappa_8 \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_8 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^8 \left[ a_{1s_{io}} \cdot (\cos(\kappa_8 \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_8 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_8 = 3.0073$$

$$\varepsilon_9 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_9 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_9 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_9 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_9 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_9 = 3.9884$$

$$\varepsilon_{10} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{10} \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{10} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{10} \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{10} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{10} = 2.2961$$

$$\varepsilon_{11} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{11} \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{11} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{11} \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{11} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{11} = 1.8124$$

$$\varepsilon_{12} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{12} \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{12} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{12} \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{12} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{12} = 1.6108$$

$$\varepsilon_{13} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{13} \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{13} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{13} \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{13} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{13} = 1.5498$$

$$\varepsilon_{14} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{14} \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{14} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{1s_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{14} \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{14} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{14} = 1.6265$$

$$\epsilon_{15} := \sqrt{\left[ \sum_{i_0=1}^8 \left[ a_{1s_{i_0}} \cdot (\sin(\kappa_{15} \cdot v_{1_{i_0}}) + \sin(\kappa_{15} \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_0=1}^8 \left[ a_{1s_{i_0}} \cdot (\cos(\kappa_{15} \cdot v_{1_{i_0}}) + \cos(\kappa_{15} \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_{15} = 2.1216$$

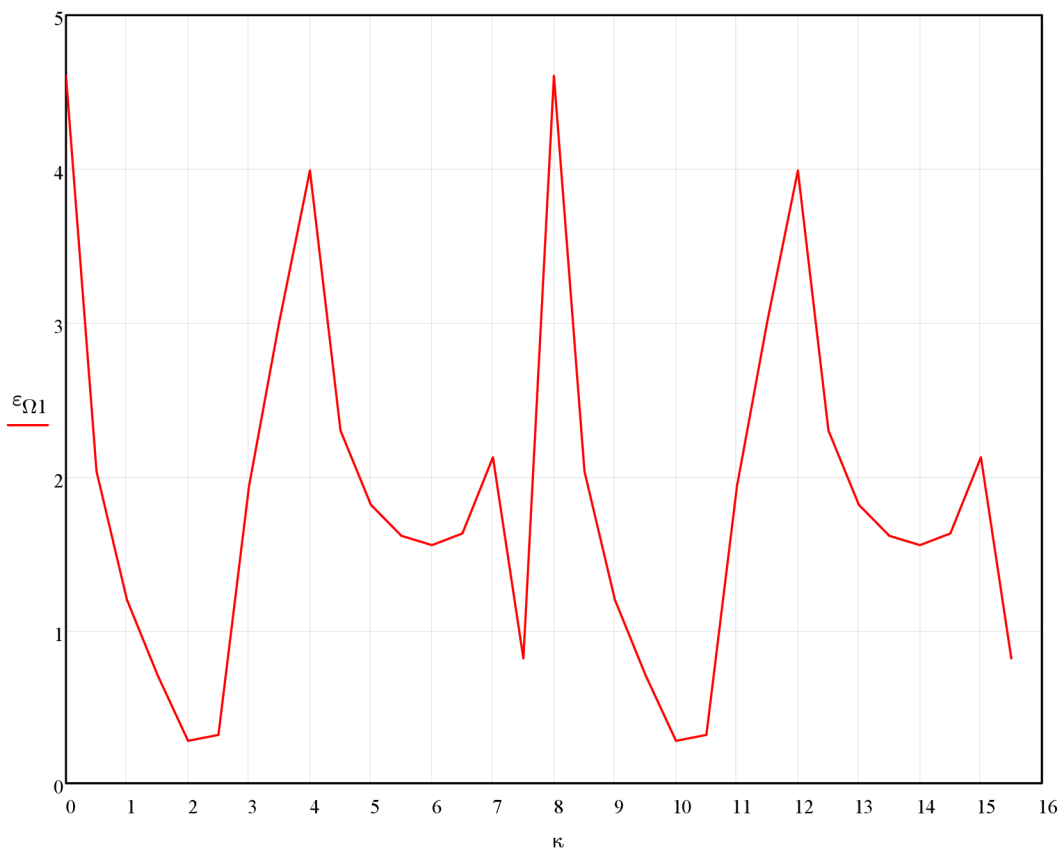
$$\epsilon_{16} := \sqrt{\left[ \sum_{i_0=1}^8 \left[ a_{1s_{i_0}} \cdot (\sin(\kappa_{16} \cdot v_{1_{i_0}}) + \sin(\kappa_{16} \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_0=1}^8 \left[ a_{1s_{i_0}} \cdot (\cos(\kappa_{16} \cdot v_{1_{i_0}}) + \cos(\kappa_{16} \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_{16} = 0.8124$$

$$j := 0..31$$



	$\varepsilon_1$		
	$\varepsilon_2$		
	$\varepsilon_3$		
	$\varepsilon_4$		
	$\varepsilon_5$		
	$\varepsilon_6$		
	$\varepsilon_7$		
	$\varepsilon_8$		
	$\varepsilon_9$		
	$\varepsilon_{10}$		
	$\varepsilon_{11}$		
	$\varepsilon_{12}$		
	$\varepsilon_{13}$		
	$\varepsilon_{14}$		
	$\varepsilon_{15}$		
	$\varepsilon_{16}$		
$\varepsilon_{\Omega 1} :=$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_{\Omega 1} =$	0
	$\varepsilon_2$		0    4.6051
	$\varepsilon_3$		1    2.0305
	$\varepsilon_4$		2    1.1953
	$\varepsilon_5$		3    0.7048
	$\varepsilon_6$		4    0.2758
	$\varepsilon_7$		5    0.3142
	$\varepsilon_8$		6    1.9319
	$\varepsilon_9$		7    3.0073
	$\varepsilon_{10}$		8    3.9884
	$\varepsilon_{11}$		9    2.2961
	$\varepsilon_{12}$		10   1.8124
	$\varepsilon_{13}$		11   1.6108
	$\varepsilon_{14}$		12   1.5498
	$\varepsilon_{15}$		13   1.6265
	$\varepsilon_{16}$		14   2.1216
	$\varepsilon_1$		15   0.8124
	$\varepsilon_2$		16   4.6051
	$\varepsilon_3$		17   2.0305
	$\varepsilon_4$		18   1.1953
	$\varepsilon_5$		19   0.7048
	$\varepsilon_6$		20   0.2758
	$\varepsilon_7$		21   0.3142
	$\varepsilon_8$		22   1.9319
	$\varepsilon_9$		23   3.0073
	$\varepsilon_{10}$		24   3.9884
	$\varepsilon_{11}$		25   2.2961
	$\varepsilon_{12}$		26   1.8124
	$\varepsilon_{13}$		27   1.6108
	$\varepsilon_{14}$		28   1.5498
	$\varepsilon_{15}$		29   1.6265
	$\varepsilon_{16}$		30   2.1216
	$\varepsilon_1$		31   0.8124



#### 7.4 Výdatnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci pro samostatný motor

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k$$

rozestupy mezi zážehy jednotlivých válců:

$$i_o := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$v_1 := \begin{pmatrix} 0\text{-deg} \\ 0\text{-deg} \\ -90\text{-deg} \\ -180\text{-deg} \\ -270\text{-deg} \\ -360\text{-deg} \\ -450\text{-deg} \\ -540\text{-deg} \\ -630\text{-deg} \end{pmatrix}$$

$$v_p := \begin{pmatrix} 0\text{-deg} \\ -65\text{-deg} \\ -155\text{-deg} \\ -245\text{-deg} \\ -335\text{-deg} \\ -425\text{-deg} \\ -515\text{-deg} \\ -605\text{-deg} \\ -695\text{-deg} \end{pmatrix}$$

$a_{2s} :=$

	0
0	1
1	0.906
2	0.175
3	-0.671
4	-1.306
5	-1.531
6	-1.275
7	-0.619
8	0.232
9	0.349

hodnoty výchylek pro druhou vlastní frekvenci  
samostatného motoru

$$\varepsilon_1 := \sqrt{\left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\sin(\kappa_1 \cdot u_{1_{i_{io}}}) + \sin(\kappa_1 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\cos(\kappa_1 \cdot u_{1_{i_{io}}}) + \cos(\kappa_1 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_1 = 8.7397$$

$$\varepsilon_2 := \sqrt{\left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\sin(\kappa_2 \cdot u_{1_{i_{io}}}) + \sin(\kappa_2 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\cos(\kappa_2 \cdot u_{1_{i_{io}}}) + \cos(\kappa_2 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_2 = 1.1224$$

$$\varepsilon_3 := \sqrt{\left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\sin(\kappa_3 \cdot u_{1_{i_{io}}}) + \sin(\kappa_3 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\cos(\kappa_3 \cdot u_{1_{i_{io}}}) + \cos(\kappa_3 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_3 = 0.4279$$

$$\varepsilon_4 := \sqrt{\left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\sin(\kappa_4 \cdot u_{1_{i_{io}}}) + \sin(\kappa_4 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\cos(\kappa_4 \cdot u_{1_{i_{io}}}) + \cos(\kappa_4 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_4 = 0.2196$$

$$\varepsilon_5 := \sqrt{\left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\sin(\kappa_5 \cdot v_{1_{i_{io}}}) + \sin(\kappa_5 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\cos(\kappa_5 \cdot v_{1_{i_{io}}}) + \cos(\kappa_5 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_5 = 0.0987$$

$$\varepsilon_6 := \sqrt{\left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\sin(\kappa_6 \cdot v_{1_{i_{io}}}) + \sin(\kappa_6 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\cos(\kappa_6 \cdot v_{1_{i_{io}}}) + \cos(\kappa_6 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_6 = 0.1737$$

$$\varepsilon_7 := \sqrt{\left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\sin(\kappa_7 \cdot v_{1_{i_{io}}}) + \sin(\kappa_7 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\cos(\kappa_7 \cdot v_{1_{i_{io}}}) + \cos(\kappa_7 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_7 = 3.6663$$

$$\varepsilon_8 := \sqrt{\left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\sin(\kappa_8 \cdot v_{1_{i_{io}}}) + \sin(\kappa_8 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\cos(\kappa_8 \cdot v_{1_{i_{io}}}) + \cos(\kappa_8 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_8 = 5.2565$$

$$\varepsilon_9 := \sqrt{\left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\sin(\kappa_9 \cdot v_{1_{i_{io}}}) + \sin(\kappa_9 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\cos(\kappa_9 \cdot v_{1_{i_{io}}}) + \cos(\kappa_9 \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_9 = 7.5692$$

$$\varepsilon_{10} := \sqrt{\left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\sin(\kappa_{10} \cdot v_{1_{i_{io}}}) + \sin(\kappa_{10} \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_{io}=1}^8 \left[ a_{2s_{i_{io}}} \cdot (\cos(\kappa_{10} \cdot v_{1_{i_{io}}}) + \cos(\kappa_{10} \cdot v_{p_{i_{io}}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{10} = 1.2692$$

$$\epsilon_{11} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{2s_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{11} \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{11} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{2s_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{11} \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{11} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_{11} = 0.6488$$

$$\epsilon_{12} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{2s_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{12} \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{12} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{2s_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{12} \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{12} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_{12} = 0.502$$

$$\epsilon_{13} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{2s_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{13} \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{13} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{2s_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{13} \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{13} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_{13} = 0.5548$$

$$\epsilon_{14} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{2s_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{14} \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{14} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{2s_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{14} \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{14} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_{14} = 0.8991$$

$$\epsilon_{15} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{2s_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{15} \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{15} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{2s_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{15} \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{15} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

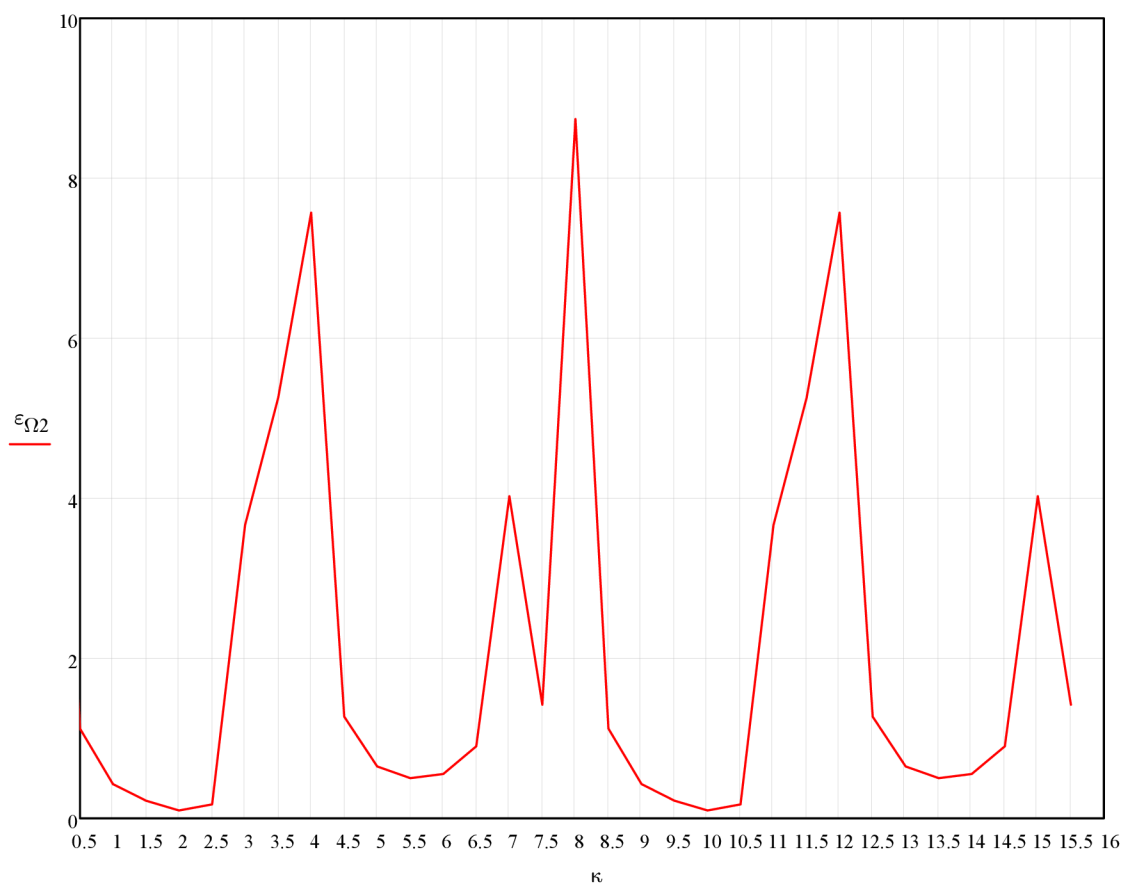
$$\epsilon_{15} = 4.0263$$

$$\epsilon_{16} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{2s_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{16} \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{16} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^8 \left[ a_{2s_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{16} \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{16} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_{16} = 1.42$$

$$j := 0..31$$





## 7.5 Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci kompletní kogenerační jednotky

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k$$

rozestupy mezi zážehy jednotlivých válců:

$i_o :=$	$v_l :=$	$v_p :=$	$\Delta :=$
$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0\text{-deg} \\ 0\text{deg} \\ -90\text{deg} \\ -180\text{-deg} \\ -270\text{-deg} \\ -360\text{-deg} \\ -450\text{-deg} \\ -540\text{-deg} \\ -630\text{-deg} \\ 0\text{-deg} + \Delta \\ -90\text{-deg} + \Delta \\ -180\text{-deg} + \Delta \\ -270\text{-deg} + \Delta \\ -360\text{-deg} + \Delta \\ -450\text{-deg} + \Delta \\ -540\text{-deg} + \Delta \\ -630\text{-deg} + \Delta \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0\text{-deg} \\ -65\text{-deg} \\ -155\text{-deg} \\ -245\text{-deg} \\ -335\text{-deg} \\ -425\text{-deg} \\ -515\text{-deg} \\ -605\text{-deg} \\ -695\text{-deg} \\ -65\text{-deg} + \Delta \\ -155\text{-deg} + \Delta \\ -245\text{-deg} + \Delta \\ -335\text{-deg} + \Delta \\ -425\text{-deg} + \Delta \\ -515\text{-deg} + \Delta \\ -605\text{-deg} + \Delta \\ -695\text{-deg} + \Delta \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0\text{-deg} \\ 35\text{-deg} \\ 67.5\text{-deg} \\ 90\text{-deg} \\ 112.5\text{-deg} \\ 135\text{-deg} \\ 157.5\text{-deg} \\ 180\text{-deg} \\ 202.5\text{-deg} \\ 225\text{-deg} \\ 247.5\text{-deg} \\ 270\text{-deg} \\ 292.5\text{-deg} \\ 315\text{-deg} \\ 337.5\text{-deg} \\ 360\text{-deg} \end{pmatrix}$

počet hodnot

natočení levé řady

natočení pravé řady

natočení motorů  
vůči sobě

$$a_{1k} :=$$

	0
0	1
1	0.99964
2	0.9967
3	0.99232
4	0.98673
5	0.97994
6	0.97196
7	0.96281
8	0.95248
9	0.48412
10	0.46449
11	0.44269
12	0.42036
13	0.39751
14	0.37418
15	0.3504
16	0.32802

hodnoty výchylek pro první vlastní frekvenci  
kogenerační jednotky



$$\varepsilon_1 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_1 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_1 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_1 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_1 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_2 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_2 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_2 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_2 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_2 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_3 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_3 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_3 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_3 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_3 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_4 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_4 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_4 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_4 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_4 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_5 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_5 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_5 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_5 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_5 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$\varepsilon_1 =$

	0
0	0.5927
1	0.5818
2	0.5632
3	0.5461
4	0.5258
5	0.5027
6	0.4775
7	0.4509
8	0.4237
9	0.3969
10	0.3717
11	0.3496
12	0.3321
13	0.3208
14	0.3166
15	0.32

$\varepsilon_2 =$

	0
0	0.3271
1	0.213
2	0.1395
3	0.1624
4	0.2049
5	0.2269
6	0.2148
7	0.1698
8	0.1119
9	0.1101
10	0.1871
11	0.2749
12	0.3426
13	0.3763
14	0.3704
15	0.3271

$\varepsilon_3 =$

	0
0	0.1642
1	0.1514
2	0.1228
3	0.1012
4	0.0882
5	0.0924
6	0.1106
7	0.1329
8	0.1516
9	0.1624
10	0.1635
11	0.1546
12	0.1373
13	0.1153
14	0.0954
15	0.0875

$\varepsilon_4 =$

	0
0	0.0968
1	0.0846
2	0.0603
3	0.0514
4	0.0603
5	0.0775
6	0.0916
7	0.0968
8	0.0916
9	0.0775
10	0.0603
11	0.0514
12	0.0603
13	0.0775
14	0.0916
15	0.0968

$\varepsilon_5 =$

	0
0	0.0379
1	0.031
2	0.0205
3	0.0234
4	0.0317
5	0.0373
6	0.0369
7	0.0307
8	0.0225
9	0.021
10	0.0283
11	0.0357
12	0.0378
13	0.0337
14	0.0255
15	0.0202

$$\varepsilon_6 := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{1k_{io}} \cdot (\sin(\kappa_6 \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_6 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{1k_{io}} \cdot (\cos(\kappa_6 \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_6 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_7 := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{1k_{io}} \cdot (\sin(\kappa_7 \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_7 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{1k_{io}} \cdot (\cos(\kappa_7 \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_7 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_8 := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{1k_{io}} \cdot (\sin(\kappa_8 \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_8 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{1k_{io}} \cdot (\cos(\kappa_8 \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_8 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_9 := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{1k_{io}} \cdot (\sin(\kappa_9 \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_9 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{1k_{io}} \cdot (\cos(\kappa_9 \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_9 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{10} := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{1k_{io}} \cdot (\sin(\kappa_{10} \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_{10} \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{1k_{io}} \cdot (\cos(\kappa_{10} \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_{10} \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$\varepsilon_6 =$

	0
0	0.043
1	0.0327
2	0.0237
3	0.0337
4	0.0421
5	0.0412
6	0.0314
7	0.0231
8	0.0298
9	0.0402
10	0.0426
11	0.0353
12	0.0246
13	0.0262
14	0.0373
15	0.043

$\varepsilon_7 =$

	0
0	0.2486
1	0.1779
2	0.1559
3	0.2291
4	0.2458
5	0.1881
6	0.1328
7	0.1892
8	0.2462
9	0.2283
10	0.155
11	0.1467
12	0.2206
13	0.2485
14	0.1993
15	0.1343

$\varepsilon_8 =$

	0
0	14.2755
1	7.3798
2	10.9195
3	14.2755
4	10.9195
5	5.889
6	10.9195
7	14.2755
8	10.9195
9	5.889
10	10.9195
11	14.2755
12	10.9195
13	5.889
14	10.9195
15	14.2755

$\varepsilon_9 =$

	0
0	0.5133
1	0.2778
2	0.4865
3	0.4729
4	0.2877
5	0.3883
6	0.5149
7	0.3905
8	0.2865
9	0.4714
10	0.4878
11	0.3028
12	0.3647
13	0.513
14	0.4136
15	0.2772

$\varepsilon_{10} =$

	0
0	0.3141
1	0.1682
2	0.3116
3	0.2462
4	0.1794
5	0.3007
6	0.2725
7	0.1686
8	0.2822
9	0.2938
10	0.1731
11	0.2577
12	0.308
13	0.1914
14	0.2297
15	0.3141

$$\varepsilon_{11} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{11} \cdot u_{i_o}) + \sin(\kappa_{11} \cdot v_{i_o})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{11} \cdot u_{i_o}) + \cos(\kappa_{11} \cdot v_{i_o})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{12} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{12} \cdot u_{i_o}) + \sin(\kappa_{12} \cdot v_{i_o})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{12} \cdot u_{i_o}) + \cos(\kappa_{12} \cdot v_{i_o})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{13} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{13} \cdot u_{i_o}) + \sin(\kappa_{13} \cdot v_{i_o})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{13} \cdot u_{i_o}) + \cos(\kappa_{13} \cdot v_{i_o})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{14} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{14} \cdot u_{i_o}) + \sin(\kappa_{14} \cdot v_{i_o})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{14} \cdot u_{i_o}) + \cos(\kappa_{14} \cdot v_{i_o})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{15} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{15} \cdot u_{i_o}) + \sin(\kappa_{15} \cdot v_{i_o})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{15} \cdot u_{i_o}) + \cos(\kappa_{15} \cdot v_{i_o})) \right] \right]^2}$$

$\varepsilon_{11} =$

	0
0	0.249
1	0.1353
2	0.2478
3	0.1535
4	0.1904
5	0.245
6	0.1446
7	0.2015
8	0.2405
9	0.1378
10	0.212
11	0.2344
12	0.1337
13	0.2215
14	0.2269
15	0.1327

$\varepsilon_{12} =$

	0
0	0.2212
1	0.1272
2	0.2093
3	0.1176
4	0.2093
5	0.1771
6	0.1377
7	0.2212
8	0.1377
9	0.1771
10	0.2093
11	0.1176
12	0.2093
13	0.1771
14	0.1377
15	0.2212

$\varepsilon_{13} =$

	0
0	0.2129
1	0.1331
2	0.1813
3	0.1312
4	0.2125
5	0.1198
6	0.194
7	0.1723
8	0.14
9	0.2105
10	0.1154
11	0.2004
12	0.1629
13	0.1495
14	0.2072
15	0.1135

$\varepsilon_{14} =$

	0
0	0.2225
1	0.152
2	0.1627
3	0.1744
4	0.1999
5	0.1356
6	0.2207
7	0.1194
8	0.2182
9	0.143
10	0.193
11	0.1826
12	0.1542
13	0.213
14	0.1226
15	0.2225

$\varepsilon_{15} =$

	0
0	0.273
1	0.1994
2	0.1702
3	0.2516
4	0.194
5	0.2316
6	0.2188
7	0.2077
8	0.2412
9	0.1828
10	0.2588
11	0.1611
12	0.27
13	0.1478
14	0.2739
15	0.1474

$$\epsilon_{16} := \sqrt{\left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_0}} \cdot (\sin(\kappa_{16} \cdot v_{l_{i_0}}) + \sin(\kappa_{16} \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{1k_{i_0}} \cdot (\cos(\kappa_{16} \cdot v_{l_{i_0}}) + \cos(\kappa_{16} \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2}$$

$\epsilon_{16} =$

	0
0	3.8565
1	3.1262
2	1.5909
3	3.8565
4	1.5909
5	3.8565
6	1.5909
7	3.8565
8	1.5909
9	3.8565
10	1.5909
11	3.8565
12	1.5909
13	3.8565
14	1.5909
15	3.8565

$j := 0..31$

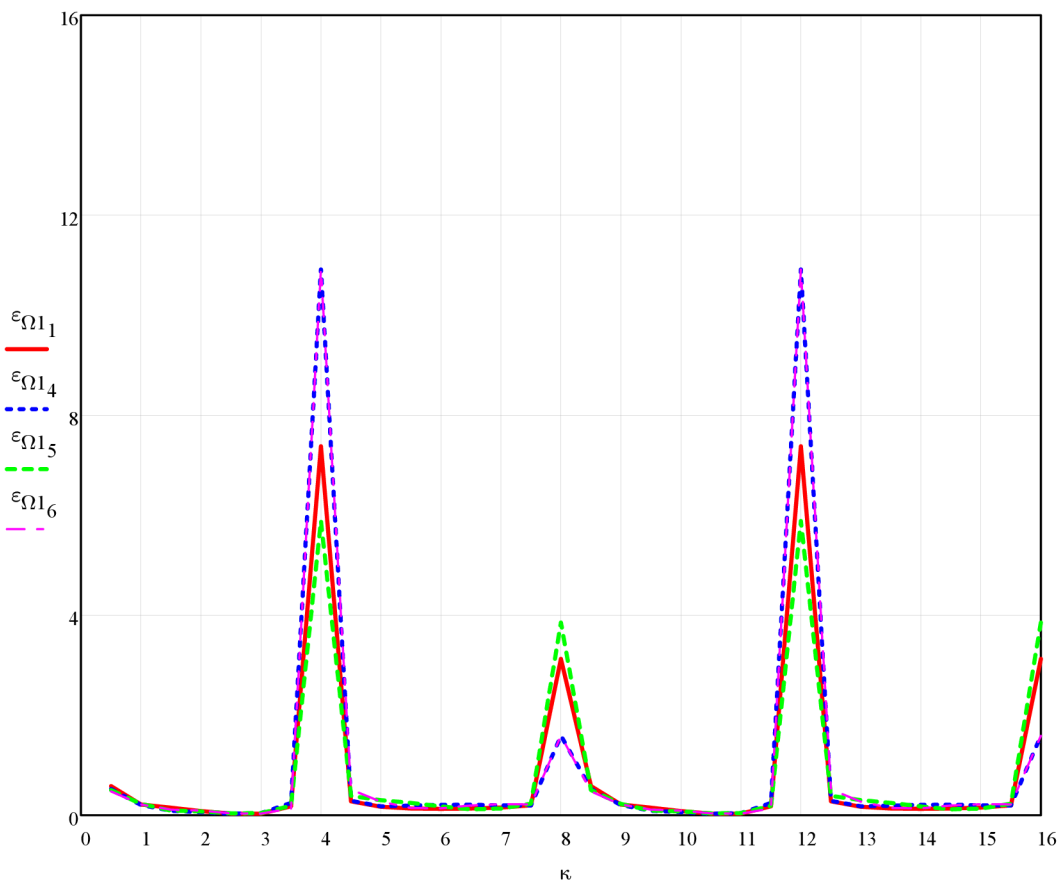
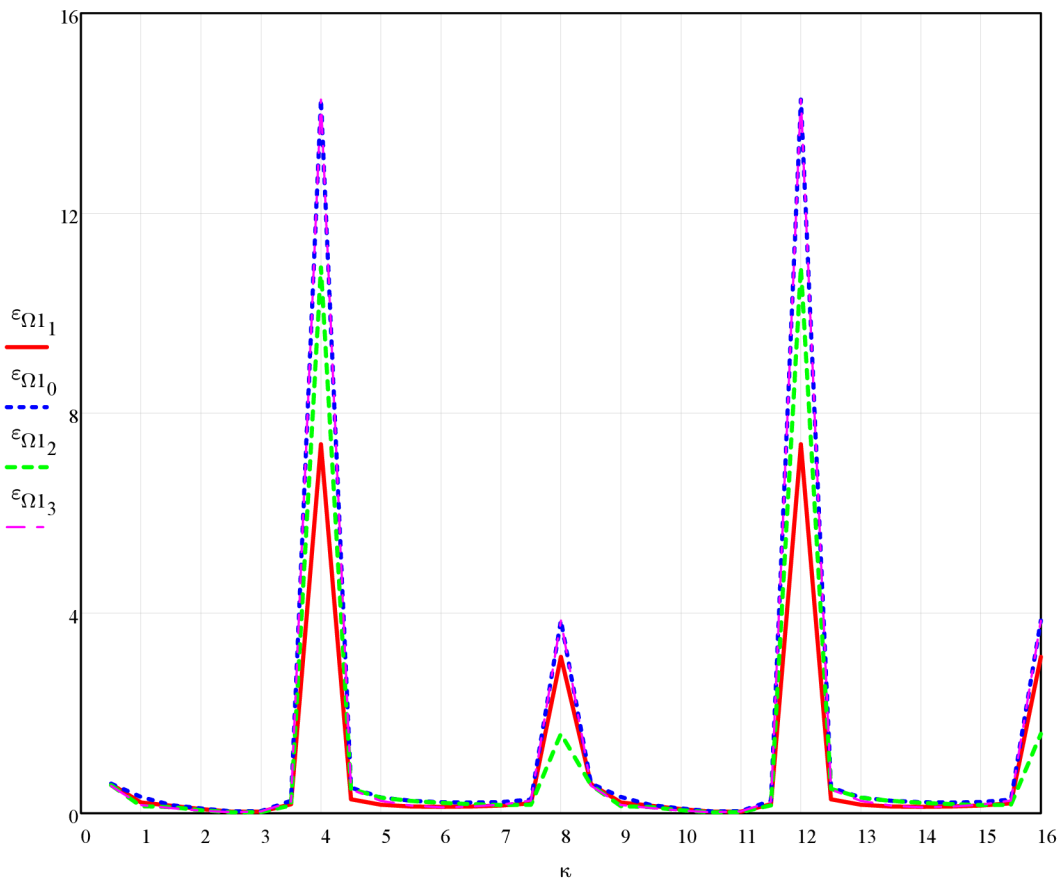
$\kappa_j := j \cdot 0.5 + 0.5$



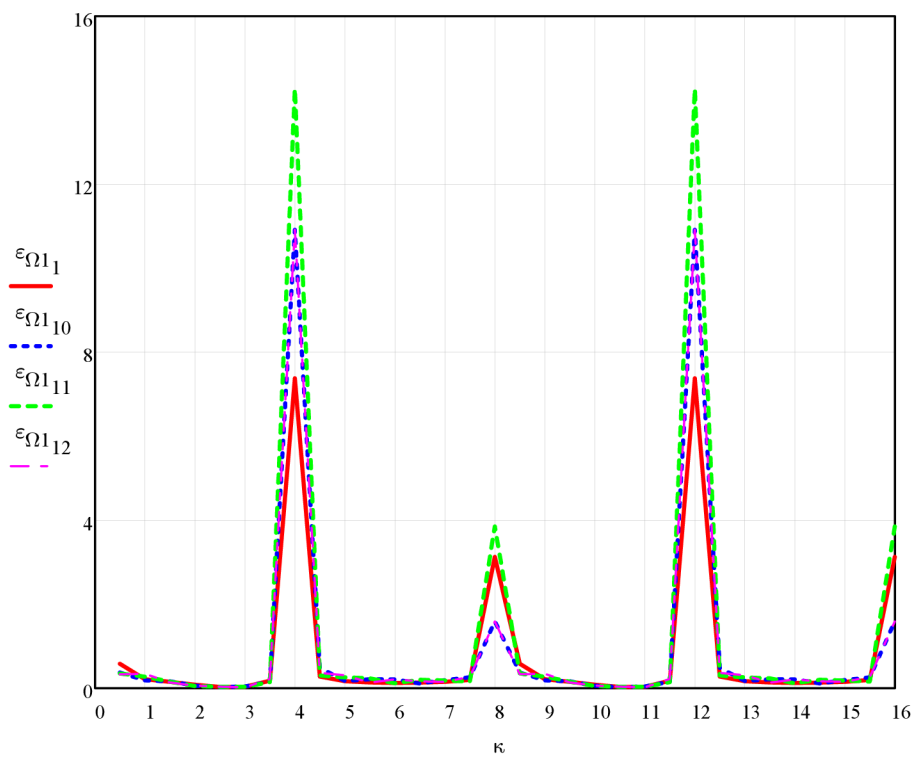
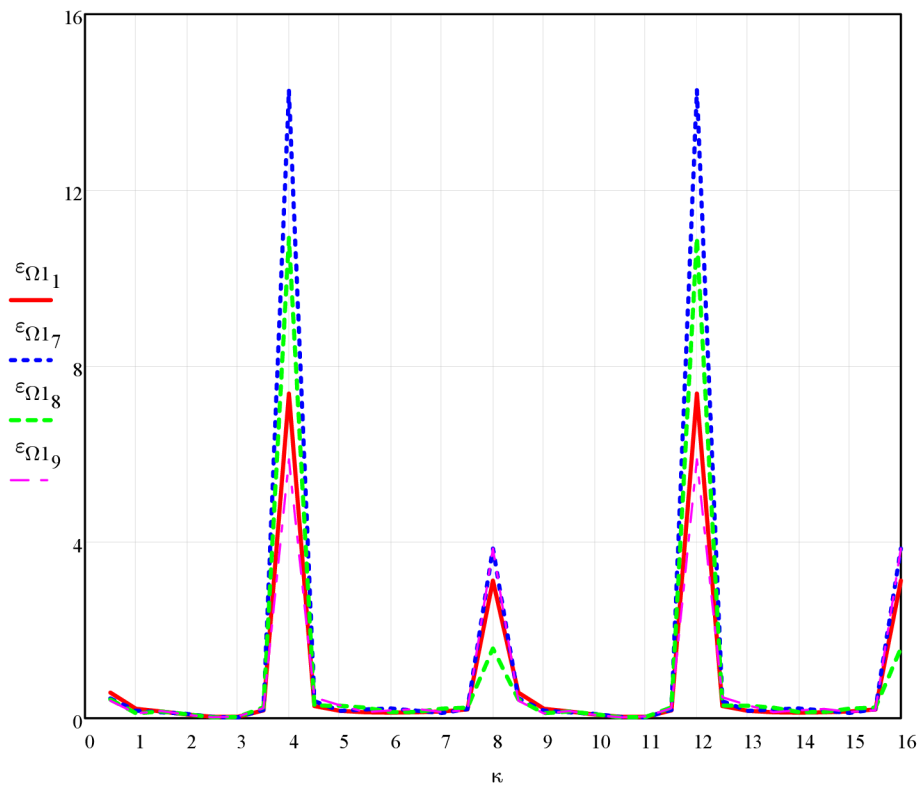
$$\begin{array}{c}
 \varepsilon_{16} \\
 \varepsilon_{26} \\
 \varepsilon_{36} \\
 \varepsilon_{46} \\
 \varepsilon_{56} \\
 \varepsilon_{66} \\
 \varepsilon_{76} \\
 \varepsilon_{86} \\
 \varepsilon_{96} \\
 \varepsilon_{106} \\
 \varepsilon_{116} \\
 \varepsilon_{126} \\
 \varepsilon_{136} \\
 \varepsilon_{146} \\
 \varepsilon_{156} \\
 \varepsilon_{166} \\
 \varepsilon_{16} \\
 \varepsilon_{26} \\
 \varepsilon_{36} \\
 \varepsilon_{46} \\
 \varepsilon_{56} \\
 \varepsilon_{66} \\
 \varepsilon_{76} \\
 \varepsilon_{86} \\
 \varepsilon_{96} \\
 \varepsilon_{106} \\
 \varepsilon_{116} \\
 \varepsilon_{126} \\
 \varepsilon_{136} \\
 \varepsilon_{146} \\
 \varepsilon_{156} \\
 \varepsilon_{166}
 \end{array}
 \varepsilon_{\Omega 16} :=
 \begin{array}{c}
 \varepsilon_{17} \\
 \varepsilon_{27} \\
 \varepsilon_{37} \\
 \varepsilon_{47} \\
 \varepsilon_{57} \\
 \varepsilon_{67} \\
 \varepsilon_{77} \\
 \varepsilon_{87} \\
 \varepsilon_{97} \\
 \varepsilon_{107} \\
 \varepsilon_{117} \\
 \varepsilon_{127} \\
 \varepsilon_{137} \\
 \varepsilon_{147} \\
 \varepsilon_{157} \\
 \varepsilon_{167} \\
 \varepsilon_{17} \\
 \varepsilon_{27} \\
 \varepsilon_{37} \\
 \varepsilon_{47} \\
 \varepsilon_{57} \\
 \varepsilon_{67} \\
 \varepsilon_{77} \\
 \varepsilon_{87} \\
 \varepsilon_{97} \\
 \varepsilon_{107} \\
 \varepsilon_{117} \\
 \varepsilon_{127} \\
 \varepsilon_{137} \\
 \varepsilon_{147} \\
 \varepsilon_{157} \\
 \varepsilon_{167}
 \end{array}
 \varepsilon_{\Omega 17} :=
 \begin{array}{c}
 \varepsilon_{18} \\
 \varepsilon_{28} \\
 \varepsilon_{38} \\
 \varepsilon_{48} \\
 \varepsilon_{58} \\
 \varepsilon_{68} \\
 \varepsilon_{78} \\
 \varepsilon_{88} \\
 \varepsilon_{98} \\
 \varepsilon_{108} \\
 \varepsilon_{118} \\
 \varepsilon_{128} \\
 \varepsilon_{138} \\
 \varepsilon_{148} \\
 \varepsilon_{158} \\
 \varepsilon_{168} \\
 \varepsilon_{18} \\
 \varepsilon_{28} \\
 \varepsilon_{38} \\
 \varepsilon_{48} \\
 \varepsilon_{58} \\
 \varepsilon_{68} \\
 \varepsilon_{78} \\
 \varepsilon_{88} \\
 \varepsilon_{98} \\
 \varepsilon_{108} \\
 \varepsilon_{118} \\
 \varepsilon_{128} \\
 \varepsilon_{138} \\
 \varepsilon_{148} \\
 \varepsilon_{158} \\
 \varepsilon_{168}
 \end{array}
 \varepsilon_{\Omega 18} :=
 \begin{array}{c}
 \varepsilon_{19} \\
 \varepsilon_{29} \\
 \varepsilon_{39} \\
 \varepsilon_{49} \\
 \varepsilon_{59} \\
 \varepsilon_{69} \\
 \varepsilon_{79} \\
 \varepsilon_{89} \\
 \varepsilon_{99} \\
 \varepsilon_{109} \\
 \varepsilon_{119} \\
 \varepsilon_{129} \\
 \varepsilon_{139} \\
 \varepsilon_{149} \\
 \varepsilon_{159} \\
 \varepsilon_{169} \\
 \varepsilon_{19} \\
 \varepsilon_{29} \\
 \varepsilon_{39} \\
 \varepsilon_{49} \\
 \varepsilon_{59} \\
 \varepsilon_{69} \\
 \varepsilon_{79} \\
 \varepsilon_{89} \\
 \varepsilon_{99} \\
 \varepsilon_{109} \\
 \varepsilon_{119} \\
 \varepsilon_{129} \\
 \varepsilon_{139} \\
 \varepsilon_{149} \\
 \varepsilon_{159} \\
 \varepsilon_{169}
 \end{array}
 \varepsilon_{\Omega 19} :=
 \begin{array}{c}
 \varepsilon_{110} \\
 \varepsilon_{210} \\
 \varepsilon_{310} \\
 \varepsilon_{410} \\
 \varepsilon_{510} \\
 \varepsilon_{610} \\
 \varepsilon_{710} \\
 \varepsilon_{810} \\
 \varepsilon_{910} \\
 \varepsilon_{1010} \\
 \varepsilon_{1110} \\
 \varepsilon_{1210} \\
 \varepsilon_{1310} \\
 \varepsilon_{1410} \\
 \varepsilon_{1510} \\
 \varepsilon_{1610} \\
 \varepsilon_{110} \\
 \varepsilon_{210} \\
 \varepsilon_{310} \\
 \varepsilon_{410} \\
 \varepsilon_{510} \\
 \varepsilon_{610} \\
 \varepsilon_{710} \\
 \varepsilon_{810} \\
 \varepsilon_{910} \\
 \varepsilon_{1010} \\
 \varepsilon_{1110} \\
 \varepsilon_{1210} \\
 \varepsilon_{1310} \\
 \varepsilon_{1410} \\
 \varepsilon_{1510} \\
 \varepsilon_{1610}
 \end{array}
 \varepsilon_{\Omega 110} :=
 \end{array}$$

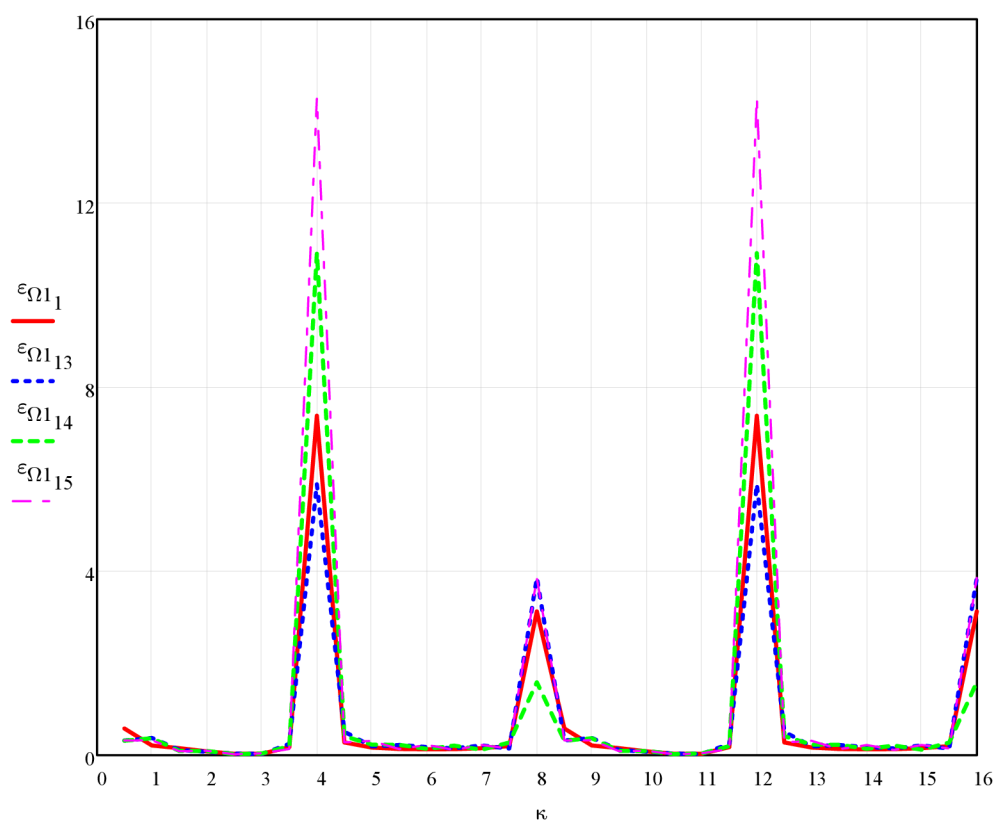
	$\varepsilon_{111}$		$\varepsilon_{112}$		$\varepsilon_{113}$		$\varepsilon_{114}$		$\varepsilon_{115}$
	$\varepsilon_{211}$		$\varepsilon_{212}$		$\varepsilon_{213}$		$\varepsilon_{214}$		$\varepsilon_{215}$
	$\varepsilon_{311}$		$\varepsilon_{312}$		$\varepsilon_{313}$		$\varepsilon_{314}$		$\varepsilon_{315}$
	$\varepsilon_{411}$		$\varepsilon_{412}$		$\varepsilon_{413}$		$\varepsilon_{414}$		$\varepsilon_{415}$
	$\varepsilon_{511}$		$\varepsilon_{512}$		$\varepsilon_{513}$		$\varepsilon_{514}$		$\varepsilon_{515}$
	$\varepsilon_{611}$		$\varepsilon_{612}$		$\varepsilon_{613}$		$\varepsilon_{614}$		$\varepsilon_{615}$
	$\varepsilon_{711}$		$\varepsilon_{712}$		$\varepsilon_{713}$		$\varepsilon_{714}$		$\varepsilon_{715}$
	$\varepsilon_{811}$		$\varepsilon_{812}$		$\varepsilon_{813}$		$\varepsilon_{814}$		$\varepsilon_{815}$
	$\varepsilon_{911}$		$\varepsilon_{912}$		$\varepsilon_{913}$		$\varepsilon_{914}$		$\varepsilon_{915}$
	$\varepsilon_{1011}$		$\varepsilon_{1012}$		$\varepsilon_{1013}$		$\varepsilon_{1014}$		$\varepsilon_{1015}$
	$\varepsilon_{1111}$		$\varepsilon_{1112}$		$\varepsilon_{1113}$		$\varepsilon_{1114}$		$\varepsilon_{1115}$
	$\varepsilon_{1211}$		$\varepsilon_{1212}$		$\varepsilon_{1213}$		$\varepsilon_{1214}$		$\varepsilon_{1215}$
	$\varepsilon_{1311}$		$\varepsilon_{1312}$		$\varepsilon_{1313}$		$\varepsilon_{1314}$		$\varepsilon_{1315}$
	$\varepsilon_{1411}$		$\varepsilon_{1412}$		$\varepsilon_{1413}$		$\varepsilon_{1414}$		$\varepsilon_{1415}$
	$\varepsilon_{1511}$		$\varepsilon_{1512}$		$\varepsilon_{1513}$		$\varepsilon_{1514}$		$\varepsilon_{1515}$
	$\varepsilon_{1611}$		$\varepsilon_{1612}$		$\varepsilon_{1613}$		$\varepsilon_{1614}$		$\varepsilon_{1615}$
$\varepsilon_{\Omega 111} :=$	$\varepsilon_{111}$	$\varepsilon_{\Omega 112} :=$	$\varepsilon_{112}$	$\varepsilon_{\Omega 113} :=$	$\varepsilon_{113}$	$\varepsilon_{\Omega 114} :=$	$\varepsilon_{114}$	$\varepsilon_{\Omega 115} :=$	$\varepsilon_{115}$
	$\varepsilon_{211}$		$\varepsilon_{212}$		$\varepsilon_{213}$		$\varepsilon_{214}$		$\varepsilon_{215}$
	$\varepsilon_{311}$		$\varepsilon_{312}$		$\varepsilon_{313}$		$\varepsilon_{314}$		$\varepsilon_{315}$
	$\varepsilon_{411}$		$\varepsilon_{412}$		$\varepsilon_{413}$		$\varepsilon_{414}$		$\varepsilon_{415}$
	$\varepsilon_{511}$		$\varepsilon_{512}$		$\varepsilon_{513}$		$\varepsilon_{514}$		$\varepsilon_{515}$
	$\varepsilon_{611}$		$\varepsilon_{612}$		$\varepsilon_{613}$		$\varepsilon_{614}$		$\varepsilon_{615}$
	$\varepsilon_{711}$		$\varepsilon_{712}$		$\varepsilon_{713}$		$\varepsilon_{714}$		$\varepsilon_{715}$
	$\varepsilon_{811}$		$\varepsilon_{812}$		$\varepsilon_{813}$		$\varepsilon_{814}$		$\varepsilon_{815}$
	$\varepsilon_{911}$		$\varepsilon_{912}$		$\varepsilon_{913}$		$\varepsilon_{914}$		$\varepsilon_{915}$
	$\varepsilon_{1011}$		$\varepsilon_{1012}$		$\varepsilon_{1013}$		$\varepsilon_{1014}$		$\varepsilon_{1015}$
	$\varepsilon_{1111}$		$\varepsilon_{1112}$		$\varepsilon_{1113}$		$\varepsilon_{1114}$		$\varepsilon_{1115}$
	$\varepsilon_{1211}$		$\varepsilon_{1212}$		$\varepsilon_{1213}$		$\varepsilon_{1214}$		$\varepsilon_{1215}$
	$\varepsilon_{1311}$		$\varepsilon_{1312}$		$\varepsilon_{1313}$		$\varepsilon_{1314}$		$\varepsilon_{1315}$
	$\varepsilon_{1411}$		$\varepsilon_{1412}$		$\varepsilon_{1413}$		$\varepsilon_{1414}$		$\varepsilon_{1415}$
	$\varepsilon_{1511}$		$\varepsilon_{1512}$		$\varepsilon_{1513}$		$\varepsilon_{1514}$		$\varepsilon_{1515}$
	$\varepsilon_{1611}$		$\varepsilon_{1612}$		$\varepsilon_{1613}$		$\varepsilon_{1614}$		$\varepsilon_{1615}$

Grafy vydatnosti rozonancí s první vlastní frekvencí pro různé úhly natočení motorů vůči sobě









## 7.6 Vydutnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci kompletní kogenerační jednotky

$$\kappa_k := 0,5 \cdot k$$

rozestupy mezi zážehy jednotlivých válců:

$i_o :=$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \end{pmatrix}$	$v_l :=$	$\begin{pmatrix} 0\text{-deg} \\ 0\text{deg} \\ -90\text{deg} \\ -180\text{-deg} \\ -270\text{-deg} \\ -360\text{-deg} \\ -450\text{-deg} \\ -540\text{-deg} \\ -630\text{-deg} \\ 0\text{-deg} + \Delta \\ -90\text{-deg} + \Delta \\ -180\text{-deg} + \Delta \\ -270\text{-deg} + \Delta \\ -360\text{-deg} + \Delta \\ -450\text{-deg} + \Delta \\ -540\text{-deg} + \Delta \\ -630\text{-deg} + \Delta \end{pmatrix}$	$v_p :=$	$\begin{pmatrix} 0\text{-deg} \\ -65\text{-deg} \\ -155\text{-deg} \\ -245\text{-deg} \\ -335\text{-deg} \\ -425\text{-deg} \\ -515\text{-deg} \\ -605\text{-deg} \\ -695\text{-deg} \\ -65\text{-deg} + \Delta \\ -155\text{-deg} + \Delta \\ -245\text{-deg} + \Delta \\ -335\text{-deg} + \Delta \\ -425\text{-deg} + \Delta \\ -515\text{-deg} + \Delta \\ -605\text{-deg} + \Delta \\ -695\text{-deg} + \Delta \end{pmatrix}$	$\Delta :=$	$\begin{pmatrix} 0\text{-deg} \\ 35\text{-deg} \\ 67,5\text{-deg} \\ 90\text{-deg} \\ 112,5\text{-deg} \\ 135\text{-deg} \\ 157,5\text{-deg} \\ 180\text{-deg} \\ 202,5\text{-deg} \\ 225\text{-deg} \\ 247,5\text{-deg} \\ 270\text{-deg} \\ 292,5\text{-deg} \\ 315\text{-deg} \\ 337,5\text{-deg} \\ 360\text{-deg} \end{pmatrix}$
		natočení levé řady		natočení pravé řady		natočení motorů vůči sobě	

$$a_{2k} :=$$

	0
0	1
1	0.9981
2	0.98269
3	0.95978
4	0.93074
5	0.89578
6	0.85512
7	0.80901
8	0.75774
9	-1.38147
10	-1.44357
11	-1.50154
12	-1.54995
13	-1.58849
14	-1.6169
15	-1.63502
16	-1.64215

hodnoty výchylek pro druhou vlastní frekvenci  
kogenerační jednotky

$$\varepsilon_1 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_1 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_1 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_1 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_1 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_2 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_2 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_2 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_2 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_2 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_3 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_3 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_3 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_3 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_3 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_4 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_4 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_4 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_4 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_4 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_5 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_5 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_5 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_5 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_5 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$\varepsilon_1 =$

	0
0	1.463
1	1.3897
2	1.2927
3	1.2104
4	1.1164
5	1.0119
6	0.8978
7	0.7752
8	0.6456
9	0.5104
10	0.3717
11	0.2333
12	0.112
13	0.1186
14	0.2429
15	0.3815

$\varepsilon_2 =$

	0
0	0.7816
1	0.5604
2	0.3493
3	0.2516
4	0.2021
5	0.1598
6	0.084
7	0.0528
8	0.2159
9	0.4054
10	0.5922
11	0.7502
12	0.8573
13	0.8993
14	0.8718
15	0.7816

$\varepsilon_3 =$

	0
0	0.4047
1	0.3556
2	0.2441
3	0.1401
4	0.0273
5	0.0965
6	0.2059
7	0.2982
8	0.3648
9	0.4002
10	0.4011
11	0.3675
12	0.3023
13	0.2113
14	0.1024
15	0.0224

$\varepsilon_4 =$

	0
0	0.2387
1	0.1956
2	0.0917
3	$8.1877 \cdot 10^{-3}$
4	0.0917
5	0.1689
6	0.2206
7	0.2387
8	0.2206
9	0.1689
10	0.0917
11	$8.1877 \cdot 10^{-3}$
12	0.0917
13	0.1689
14	0.2206
15	0.2387

$\varepsilon_5 =$

	0
0	0.0934
1	0.0702
2	0.0134
3	0.0323
4	0.0698
5	0.0908
6	0.0905
7	0.0688
8	0.031
9	0.0148
10	0.0563
11	0.0848
12	0.0933
13	0.0798
14	0.0475
15	$5.1588 \cdot 10^{-3}$

$$\varepsilon_6 := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{2k_{io}} \cdot (\sin(\kappa_6 \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_6 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{2k_{io}} \cdot (\cos(\kappa_6 \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_6 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_7 := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{2k_{io}} \cdot (\sin(\kappa_7 \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_7 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{2k_{io}} \cdot (\cos(\kappa_7 \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_7 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_8 := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{2k_{io}} \cdot (\sin(\kappa_8 \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_8 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{2k_{io}} \cdot (\cos(\kappa_8 \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_8 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_9 := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{2k_{io}} \cdot (\sin(\kappa_9 \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_9 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{2k_{io}} \cdot (\cos(\kappa_9 \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_9 \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{10} := \sqrt{\left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{2k_{io}} \cdot (\sin(\kappa_{10} \cdot v_{1_{io}}) + \sin(\kappa_{10} \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{io=1}^{16} \left[ a_{2k_{io}} \cdot (\cos(\kappa_{10} \cdot v_{1_{io}}) + \cos(\kappa_{10} \cdot v_{p_{io}})) \right] \right]^2}$$

$\varepsilon_6 =$

	0
0	0.1057
1	0.0731
2	0.011
3	0.0672
4	0.1016
5	0.1018
6	0.0679
7	0.0118
8	0.0499
9	0.0935
10	0.1058
11	0.0825
12	0.0316
13	0.0307
14	0.0819
15	0.1057

$\varepsilon_7 =$

	0
0	0.6137
1	0.4327
2	0.1559
3	0.5078
4	0.6325
5	0.4713
6	0.1019
7	0.3252
8	0.5956
9	0.597
10	0.3289
11	0.0979
12	0.4683
13	0.6323
14	0.5103
15	0.16

$\varepsilon_8 =$

	0
0	6.6466
1	23.7241
2	18.381
3	6.6466
4	18.381
5	25.1305
6	18.381
7	6.6466
8	18.381
9	25.1305
10	18.381
11	6.6466
12	18.381
13	25.1305
14	18.381
15	6.6466

$\varepsilon_9 =$

	0
0	1.267
1	0.1027
2	1.2692
3	1.0483
4	0.097
5	0.9729
6	1.2924
7	0.6714
8	0.4504
9	1.2325
10	1.1196
11	0.2021
12	0.883
13	1.3054
14	0.7775
15	0.3304

$\varepsilon_{10} =$

	0
0	0.7725
1	0.0565
2	0.7732
3	0.4908
4	0.2308
5	0.7441
6	0.5986
7	0.0861
8	0.6866
9	0.6835
10	0.0801
11	0.6028
12	0.7422
13	0.2246
14	0.4959
15	0.7725

$$\varepsilon_{11} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{11} \cdot u_{i_o}) + \sin(\kappa_{11} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{11} \cdot u_{i_o}) + \cos(\kappa_{11} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{12} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{12} \cdot u_{i_o}) + \sin(\kappa_{12} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{12} \cdot u_{i_o}) + \cos(\kappa_{12} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{13} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{13} \cdot u_{i_o}) + \sin(\kappa_{13} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{13} \cdot u_{i_o}) + \cos(\kappa_{13} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{14} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{14} \cdot u_{i_o}) + \sin(\kappa_{14} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{14} \cdot u_{i_o}) + \cos(\kappa_{14} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{15} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{15} \cdot u_{i_o}) + \sin(\kappa_{15} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{15} \cdot u_{i_o}) + \cos(\kappa_{15} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$\varepsilon_{11} =$

	0
0	0.6136
1	0.0947
2	0.6082
3	0.2124
4	0.4092
5	0.5969
6	0.1553
7	0.4521
8	0.5798
9	0.0974
10	0.4906
11	0.5572
12	0.0415
13	0.5244
14	0.5293
15	0.0339

$\varepsilon_{12} =$

	0
0	0.5456
1	0.1424
2	0.5041
3	0.0187
4	0.5041
5	0.386
6	0.2095
7	0.5456
8	0.2095
9	0.386
10	0.5041
11	0.0187
12	0.5041
13	0.386
14	0.2095
15	0.5456

$\varepsilon_{13} =$

	0
0	0.5247
1	0.1923
2	0.4195
3	0.1816
4	0.5243
5	0.1251
6	0.4526
7	0.3866
8	0.2288
9	0.5189
10	0.0755
11	0.4765
12	0.3499
13	0.2739
14	0.5084
15	0.029

$\varepsilon_{14} =$

	0
0	0.5472
1	0.2475
2	0.3513
3	0.3477
4	0.4864
5	0.1591
6	0.5477
7	0.061
8	0.5258
9	0.2622
10	0.424
11	0.427
12	0.2581
13	0.5271
14	0.0567
15	0.5472

$\varepsilon_{15} =$

	0
0	0.674
1	0.3176
2	0.3612
3	0.5576
4	0.4697
5	0.4662
6	0.5604
7	0.3571
8	0.6298
9	0.2351
10	0.6751
11	0.1075
12	0.6946
13	0.0546
14	0.6875
15	0.1758

$$\epsilon_{16} := \sqrt{\left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_0}} \cdot (\sin(\kappa_{16} \cdot v_{1_{i_0}}) + \sin(\kappa_{16} \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{2k_{i_0}} \cdot (\cos(\kappa_{16} \cdot v_{1_{i_0}}) + \cos(\kappa_{16} \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2}$$

$\epsilon_{16} =$

	0
0	1.7956
1	4.5755
2	6.789
3	1.7956
4	6.789
5	1.7956
6	6.789
7	1.7956
8	6.789
9	1.7956
10	6.789
11	1.7956
12	6.789
13	1.7956
14	6.789
15	1.7956

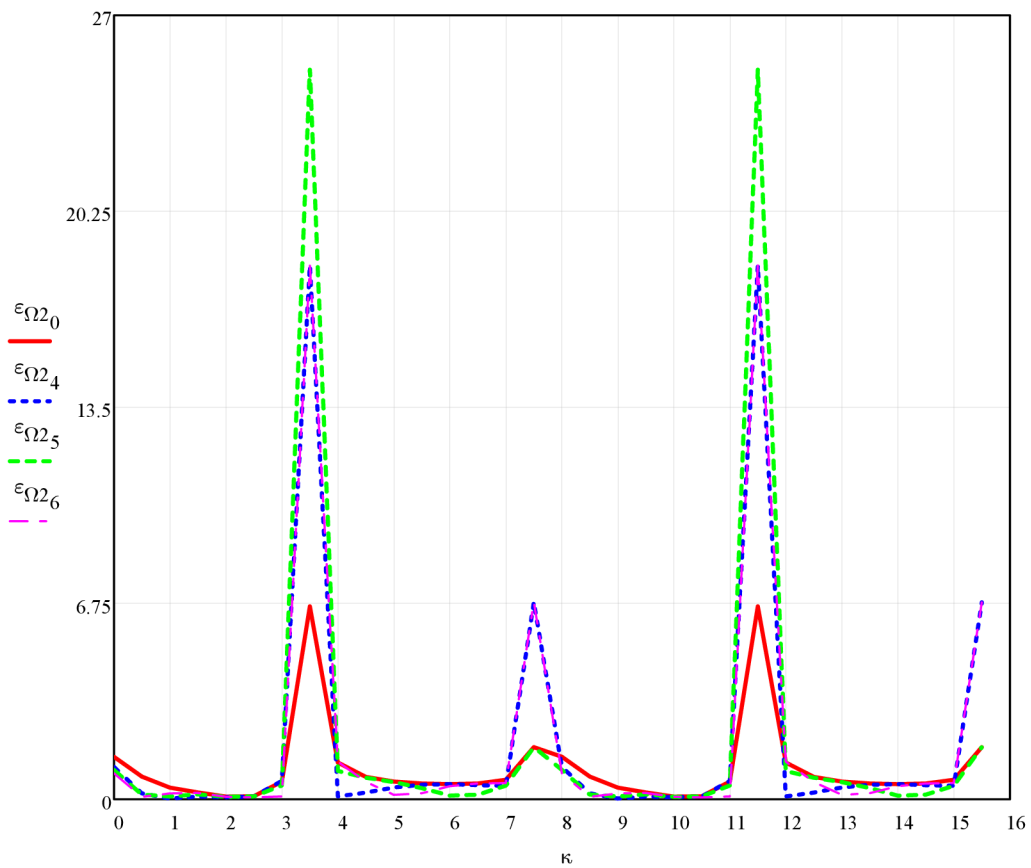
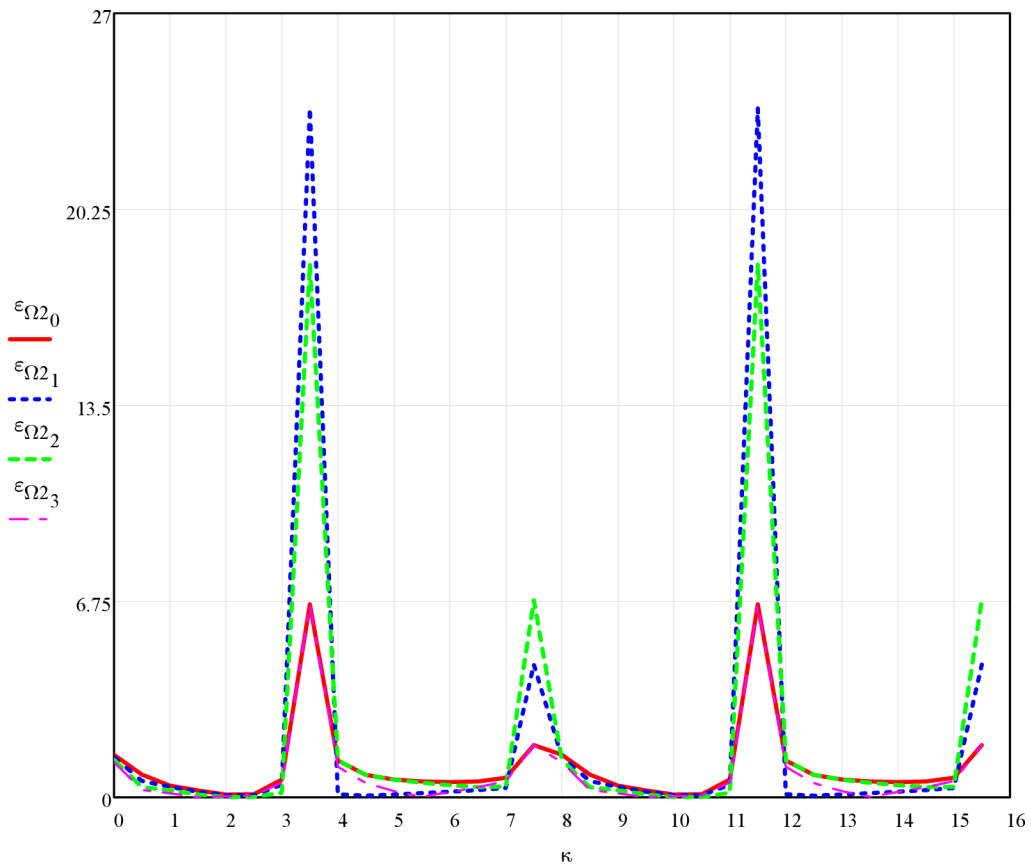


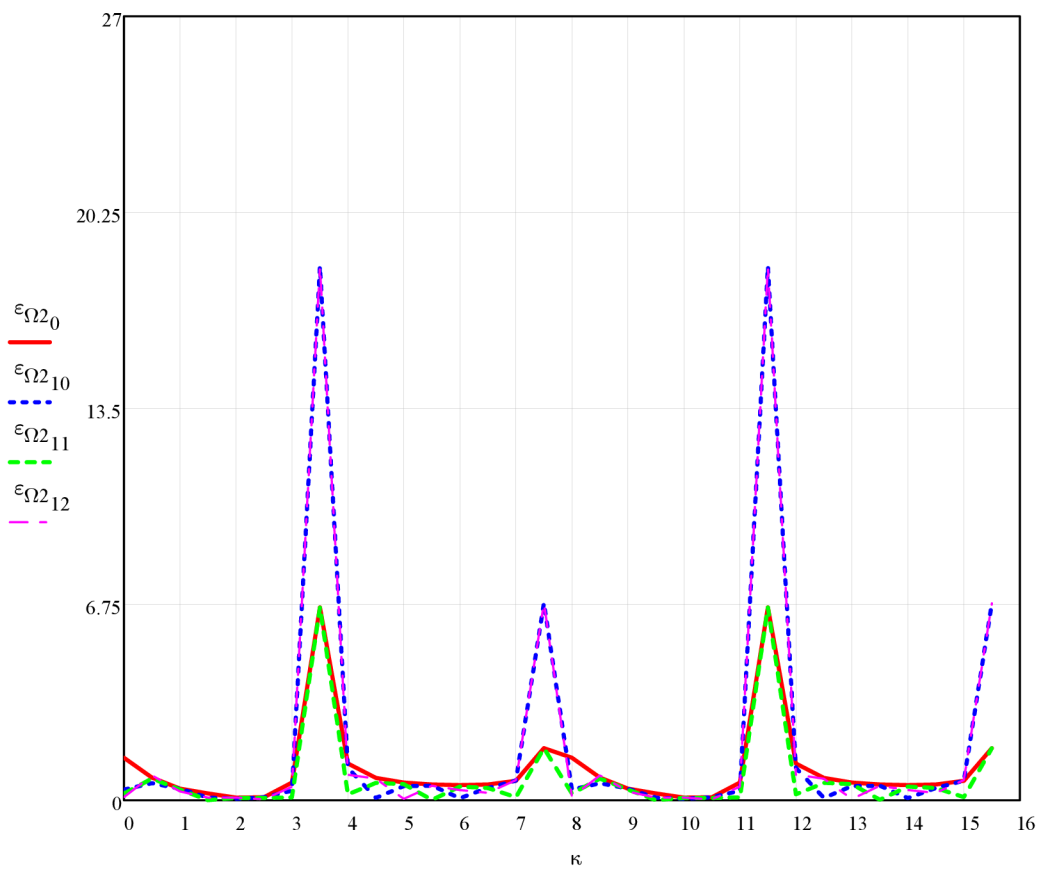
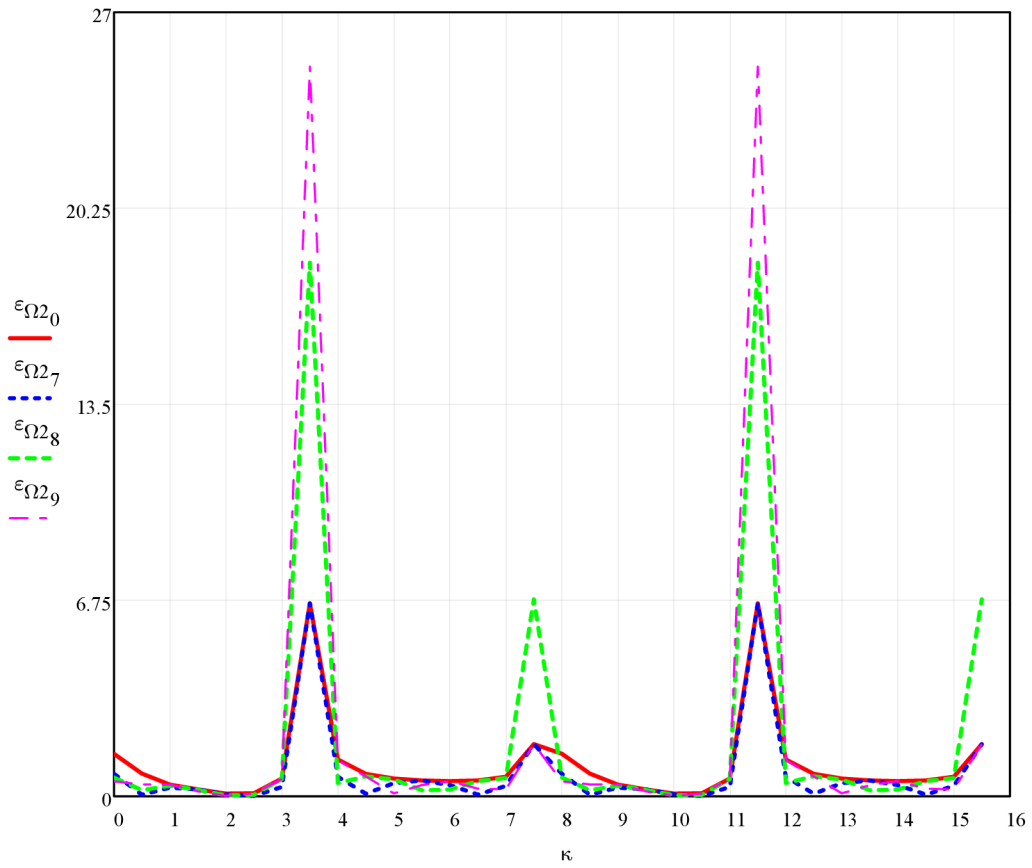


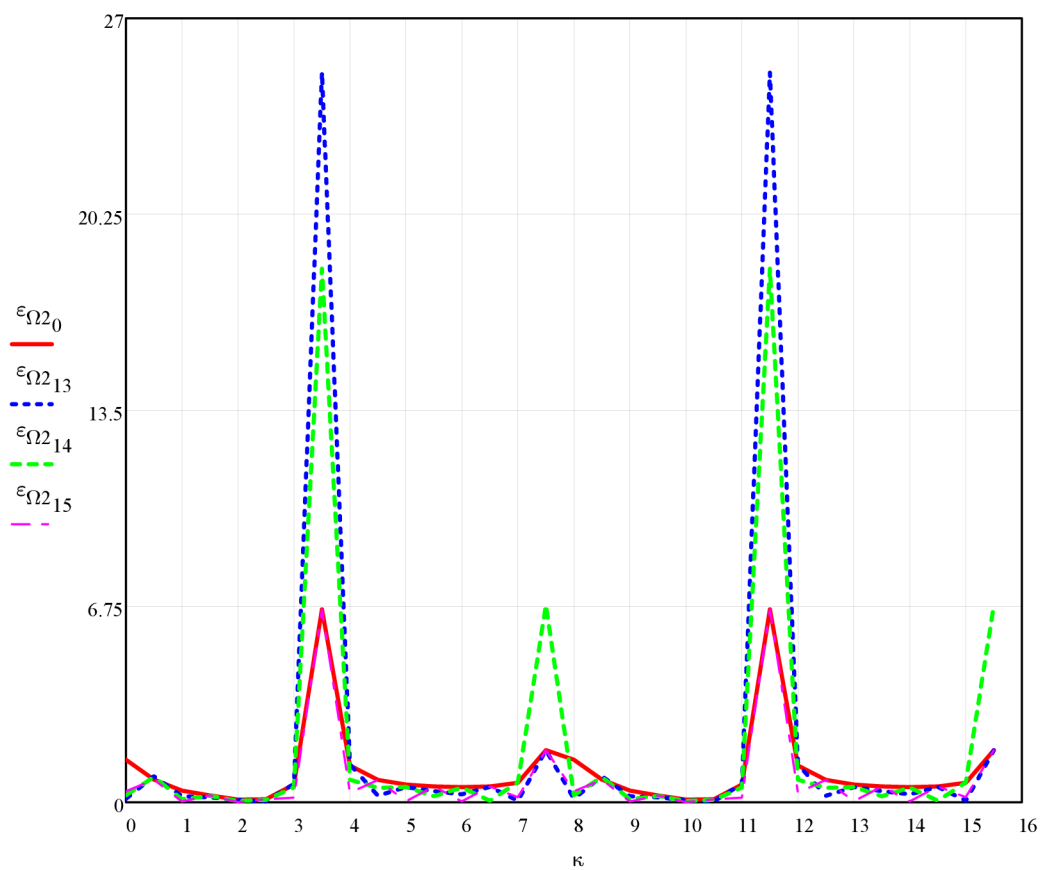
$$\begin{array}{c}
 \varepsilon_{16} \\
 \varepsilon_{26} \\
 \varepsilon_{36} \\
 \varepsilon_{46} \\
 \varepsilon_{56} \\
 \varepsilon_{66} \\
 \varepsilon_{76} \\
 \varepsilon_{86} \\
 \varepsilon_{96} \\
 \varepsilon_{106} \\
 \varepsilon_{116} \\
 \varepsilon_{126} \\
 \varepsilon_{136} \\
 \varepsilon_{146} \\
 \varepsilon_{156} \\
 \varepsilon_{166} \\
 \varepsilon_{\Omega 26} := \\
 \varepsilon_{16} \\
 \varepsilon_{26} \\
 \varepsilon_{36} \\
 \varepsilon_{46} \\
 \varepsilon_{56} \\
 \varepsilon_{66} \\
 \varepsilon_{76} \\
 \varepsilon_{86} \\
 \varepsilon_{96} \\
 \varepsilon_{106} \\
 \varepsilon_{116} \\
 \varepsilon_{126} \\
 \varepsilon_{136} \\
 \varepsilon_{146} \\
 \varepsilon_{156} \\
 \varepsilon_{166}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \varepsilon_{17} \\
 \varepsilon_{27} \\
 \varepsilon_{37} \\
 \varepsilon_{47} \\
 \varepsilon_{57} \\
 \varepsilon_{67} \\
 \varepsilon_{77} \\
 \varepsilon_{87} \\
 \varepsilon_{97} \\
 \varepsilon_{107} \\
 \varepsilon_{117} \\
 \varepsilon_{127} \\
 \varepsilon_{137} \\
 \varepsilon_{147} \\
 \varepsilon_{157} \\
 \varepsilon_{167} \\
 \varepsilon_{\Omega 27} := \\
 \varepsilon_{17} \\
 \varepsilon_{27} \\
 \varepsilon_{37} \\
 \varepsilon_{47} \\
 \varepsilon_{57} \\
 \varepsilon_{67} \\
 \varepsilon_{77} \\
 \varepsilon_{87} \\
 \varepsilon_{97} \\
 \varepsilon_{107} \\
 \varepsilon_{117} \\
 \varepsilon_{127} \\
 \varepsilon_{137} \\
 \varepsilon_{147} \\
 \varepsilon_{157} \\
 \varepsilon_{167}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \varepsilon_{18} \\
 \varepsilon_{28} \\
 \varepsilon_{38} \\
 \varepsilon_{48} \\
 \varepsilon_{58} \\
 \varepsilon_{68} \\
 \varepsilon_{78} \\
 \varepsilon_{88} \\
 \varepsilon_{98} \\
 \varepsilon_{108} \\
 \varepsilon_{118} \\
 \varepsilon_{128} \\
 \varepsilon_{138} \\
 \varepsilon_{148} \\
 \varepsilon_{158} \\
 \varepsilon_{168} \\
 \varepsilon_{\Omega 28} := \\
 \varepsilon_{18} \\
 \varepsilon_{28} \\
 \varepsilon_{38} \\
 \varepsilon_{48} \\
 \varepsilon_{58} \\
 \varepsilon_{68} \\
 \varepsilon_{78} \\
 \varepsilon_{88} \\
 \varepsilon_{98} \\
 \varepsilon_{108} \\
 \varepsilon_{118} \\
 \varepsilon_{128} \\
 \varepsilon_{138} \\
 \varepsilon_{148} \\
 \varepsilon_{158} \\
 \varepsilon_{168}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \varepsilon_{19} \\
 \varepsilon_{29} \\
 \varepsilon_{39} \\
 \varepsilon_{49} \\
 \varepsilon_{59} \\
 \varepsilon_{69} \\
 \varepsilon_{79} \\
 \varepsilon_{89} \\
 \varepsilon_{99} \\
 \varepsilon_{109} \\
 \varepsilon_{119} \\
 \varepsilon_{129} \\
 \varepsilon_{139} \\
 \varepsilon_{149} \\
 \varepsilon_{159} \\
 \varepsilon_{169} \\
 \varepsilon_{\Omega 29} := \\
 \varepsilon_{19} \\
 \varepsilon_{29} \\
 \varepsilon_{39} \\
 \varepsilon_{49} \\
 \varepsilon_{59} \\
 \varepsilon_{69} \\
 \varepsilon_{79} \\
 \varepsilon_{89} \\
 \varepsilon_{99} \\
 \varepsilon_{109} \\
 \varepsilon_{119} \\
 \varepsilon_{129} \\
 \varepsilon_{139} \\
 \varepsilon_{149} \\
 \varepsilon_{159} \\
 \varepsilon_{169}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \varepsilon_{110} \\
 \varepsilon_{210} \\
 \varepsilon_{310} \\
 \varepsilon_{410} \\
 \varepsilon_{510} \\
 \varepsilon_{610} \\
 \varepsilon_{710} \\
 \varepsilon_{810} \\
 \varepsilon_{910} \\
 \varepsilon_{1010} \\
 \varepsilon_{1110} \\
 \varepsilon_{1210} \\
 \varepsilon_{1310} \\
 \varepsilon_{1410} \\
 \varepsilon_{1510} \\
 \varepsilon_{1610} \\
 \varepsilon_{\Omega 210} := \\
 \varepsilon_{110} \\
 \varepsilon_{210} \\
 \varepsilon_{310} \\
 \varepsilon_{410} \\
 \varepsilon_{510} \\
 \varepsilon_{610} \\
 \varepsilon_{710} \\
 \varepsilon_{810} \\
 \varepsilon_{910} \\
 \varepsilon_{1010} \\
 \varepsilon_{1110} \\
 \varepsilon_{1210} \\
 \varepsilon_{1310} \\
 \varepsilon_{1410} \\
 \varepsilon_{1510} \\
 \varepsilon_{1610}
 \end{array}$$

	$\left( \begin{array}{c} \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{211} \\ \varepsilon_{311} \\ \varepsilon_{411} \\ \varepsilon_{511} \\ \varepsilon_{611} \\ \varepsilon_{711} \\ \varepsilon_{811} \\ \varepsilon_{911} \\ \varepsilon_{1011} \\ \varepsilon_{1111} \\ \varepsilon_{1211} \\ \varepsilon_{1311} \\ \varepsilon_{1411} \\ \varepsilon_{1511} \\ \varepsilon_{1611} \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{c} \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{212} \\ \varepsilon_{312} \\ \varepsilon_{412} \\ \varepsilon_{512} \\ \varepsilon_{612} \\ \varepsilon_{712} \\ \varepsilon_{812} \\ \varepsilon_{912} \\ \varepsilon_{1012} \\ \varepsilon_{1112} \\ \varepsilon_{1212} \\ \varepsilon_{1312} \\ \varepsilon_{1412} \\ \varepsilon_{1512} \\ \varepsilon_{1612} \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{c} \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{213} \\ \varepsilon_{313} \\ \varepsilon_{413} \\ \varepsilon_{513} \\ \varepsilon_{613} \\ \varepsilon_{713} \\ \varepsilon_{813} \\ \varepsilon_{913} \\ \varepsilon_{1013} \\ \varepsilon_{1113} \\ \varepsilon_{1213} \\ \varepsilon_{1313} \\ \varepsilon_{1413} \\ \varepsilon_{1513} \\ \varepsilon_{1613} \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{c} \varepsilon_{114} \\ \varepsilon_{214} \\ \varepsilon_{314} \\ \varepsilon_{414} \\ \varepsilon_{514} \\ \varepsilon_{614} \\ \varepsilon_{714} \\ \varepsilon_{814} \\ \varepsilon_{914} \\ \varepsilon_{1014} \\ \varepsilon_{1114} \\ \varepsilon_{1214} \\ \varepsilon_{1314} \\ \varepsilon_{1414} \\ \varepsilon_{1514} \\ \varepsilon_{1614} \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{c} \varepsilon_{115} \\ \varepsilon_{215} \\ \varepsilon_{315} \\ \varepsilon_{415} \\ \varepsilon_{515} \\ \varepsilon_{615} \\ \varepsilon_{715} \\ \varepsilon_{815} \\ \varepsilon_{915} \\ \varepsilon_{1015} \\ \varepsilon_{1115} \\ \varepsilon_{1215} \\ \varepsilon_{1315} \\ \varepsilon_{1415} \\ \varepsilon_{1515} \\ \varepsilon_{1615} \end{array} \right)$
$\varepsilon_{\Omega 211} :=$		$\varepsilon_{\Omega 212} :=$	$\varepsilon_{\Omega 213} :=$	$\varepsilon_{\Omega 214} :=$	$\varepsilon_{\Omega 215} :=$
	$\left( \begin{array}{c} \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{211} \\ \varepsilon_{311} \\ \varepsilon_{411} \\ \varepsilon_{511} \\ \varepsilon_{611} \\ \varepsilon_{711} \\ \varepsilon_{811} \\ \varepsilon_{911} \\ \varepsilon_{1011} \\ \varepsilon_{1111} \\ \varepsilon_{1211} \\ \varepsilon_{1311} \\ \varepsilon_{1411} \\ \varepsilon_{1511} \\ \varepsilon_{1611} \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{c} \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{212} \\ \varepsilon_{312} \\ \varepsilon_{412} \\ \varepsilon_{512} \\ \varepsilon_{612} \\ \varepsilon_{712} \\ \varepsilon_{812} \\ \varepsilon_{912} \\ \varepsilon_{1012} \\ \varepsilon_{1112} \\ \varepsilon_{1212} \\ \varepsilon_{1312} \\ \varepsilon_{1412} \\ \varepsilon_{1512} \\ \varepsilon_{1612} \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{c} \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{213} \\ \varepsilon_{313} \\ \varepsilon_{413} \\ \varepsilon_{513} \\ \varepsilon_{613} \\ \varepsilon_{713} \\ \varepsilon_{813} \\ \varepsilon_{913} \\ \varepsilon_{1013} \\ \varepsilon_{1113} \\ \varepsilon_{1213} \\ \varepsilon_{1313} \\ \varepsilon_{1413} \\ \varepsilon_{1513} \\ \varepsilon_{1613} \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{c} \varepsilon_{114} \\ \varepsilon_{214} \\ \varepsilon_{314} \\ \varepsilon_{414} \\ \varepsilon_{514} \\ \varepsilon_{614} \\ \varepsilon_{714} \\ \varepsilon_{814} \\ \varepsilon_{914} \\ \varepsilon_{1014} \\ \varepsilon_{1114} \\ \varepsilon_{1214} \\ \varepsilon_{1314} \\ \varepsilon_{1414} \\ \varepsilon_{1514} \\ \varepsilon_{1614} \end{array} \right)$	$\left( \begin{array}{c} \varepsilon_{115} \\ \varepsilon_{215} \\ \varepsilon_{315} \\ \varepsilon_{415} \\ \varepsilon_{515} \\ \varepsilon_{615} \\ \varepsilon_{715} \\ \varepsilon_{815} \\ \varepsilon_{915} \\ \varepsilon_{1015} \\ \varepsilon_{1115} \\ \varepsilon_{1215} \\ \varepsilon_{1315} \\ \varepsilon_{1415} \\ \varepsilon_{1515} \\ \varepsilon_{1615} \end{array} \right)$

Grafy vydatnosti rezonancí s druhou vlastní frekvencí pro různé úhly natočení motorů vůči sobě:







## 7.7 Vydátnost rezonancí pro třetí vlastní frekvenci kompletní kogenerační jednotky

$$k := 0..31$$

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k + 0.5$$

rozestupy mezi zážehy jednotlivých válců:

$i_o :=$	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	$v_l :=$	$v_p :=$	$\Delta :=$
		0.deg 0deg -90deg -180.deg -270.deg -360.deg -450.deg -540.deg -630.deg 0.deg + $\Delta$ -90.deg + $\Delta$ -180.deg + $\Delta$ -270.deg + $\Delta$ -360.deg + $\Delta$ -450.deg + $\Delta$ -540.deg + $\Delta$ -630.deg + $\Delta$	0.deg -65.deg -155.deg -245.deg -335.deg -425.deg -515.deg -605.deg -695.deg -65.deg + $\Delta$ -155.deg + $\Delta$ -245.deg + $\Delta$ -335.deg + $\Delta$ -425.deg + $\Delta$ -515.deg + $\Delta$ -605.deg + $\Delta$ -695.deg + $\Delta$	0.deg 35.deg 67.5.deg 90.deg 112.5.deg 135.deg 157.5.deg 180.deg 202.5.deg 225.deg 247.5.deg 270.deg 292.5.deg 315.deg 337.5.deg 360.deg
		natočení levé řady	natočení pravé řady	natočení motorů vůči sobě

$a_{3k} :=$

	0
0	1
1	0.856
2	0.672
3	0.452
4	0.209
5	-0.046
6	-0.299
7	-0.535
8	-0.567
9	-0.35
10	-0.267
11	-0.17
12	-0.064
13	0.045
14	0.152
15	0.243
16	0.256

hodnoty výchylek pro třetí vlastní frekvenci kogenerační jednotky

$$\varepsilon_1 := \sqrt{\left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_0}} \cdot (\sin(\kappa_1 \cdot v_{1_{i_0}}) + \sin(\kappa_1 \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_0}} \cdot (\cos(\kappa_1 \cdot v_{1_{i_0}}) + \cos(\kappa_1 \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_2 := \sqrt{\left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_0}} \cdot (\sin(\kappa_2 \cdot v_{1_{i_0}}) + \sin(\kappa_2 \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_0}} \cdot (\sin(\kappa_2 \cdot v_{1_{i_0}}) + \cos(\kappa_2 \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_3 := \sqrt{\left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_0}} \cdot (\sin(\kappa_3 \cdot v_{1_{i_0}}) + \sin(\kappa_3 \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_0}} \cdot (\cos(\kappa_3 \cdot v_{1_{i_0}}) + \cos(\kappa_3 \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_4 := \sqrt{\left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_0}} \cdot (\sin(\kappa_4 \cdot v_{1_{i_0}}) + \sin(\kappa_4 \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_0}} \cdot (\cos(\kappa_4 \cdot v_{1_{i_0}}) + \cos(\kappa_4 \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_5 := \sqrt{\left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_0}} \cdot (\sin(\kappa_5 \cdot v_{1_{i_0}}) + \sin(\kappa_5 \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_0}} \cdot (\cos(\kappa_5 \cdot v_{1_{i_0}}) + \cos(\kappa_5 \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2}$$

$\varepsilon_1 =$

	0
0	2.7062
1	2.8853
2	3.2777
3	3.6274
4	4.0094
5	4.4026
6	4.791
7	5.1624
8	5.5073
9	5.8183
10	6.0896
11	6.3163
12	6.4948
13	6.6225
14	6.6973
15	6.7183

$\varepsilon_2 =$

	0
0	1.2229
1	1.7847
2	2.4277
3	2.8161
4	3.0916
5	3.218
6	3.1829
7	2.9982
8	2.6977
9	2.3301
10	1.9485
11	1.5991
12	1.3137
13	1.1213
14	1.0729
15	1.2229

$\varepsilon_3 =$

	0
0	0.6067
1	0.8565
2	1.2252
3	1.4122
4	1.5041
5	1.4881
6	1.3664
7	1.1563
8	0.8961
9	0.6673
10	0.6198
11	0.8002
12	1.0618
13	1.2967
14	1.4544
15	1.5109

$\varepsilon_4 =$

	0
0	0.3408
1	0.5677
2	0.8069
3	0.8619
4	0.8069
5	0.6554
6	0.456
7	0.3408
8	0.456
9	0.6554
10	0.8069
11	0.8619
12	0.8069
13	0.6554
14	0.456
15	0.3408

$\varepsilon_5 =$

	0
0	0.14
1	0.2626
2	0.3474
3	0.3258
4	0.245
5	0.1524
6	0.1689
7	0.2668
8	0.3366
9	0.3427
10	0.2827
11	0.1846
12	0.1438
13	0.2272
14	0.3152
15	0.3486

$$\varepsilon_6 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_6 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_6 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_6 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_6 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_7 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_7 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_7 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_7 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_7 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_8 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_8 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_8 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_8 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_8 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_9 := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_9 \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_9 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_9 \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_9 \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_{10} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{10} \cdot v_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{10} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{10} \cdot v_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{10} \cdot v_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$\varepsilon_6 =$

	0
0	0.1742
1	0.3556
2	0.4216
3	0.3274
4	0.1905
5	0.2293
6	0.3687
7	0.4283
8	0.3694
9	0.2302
10	0.1899
11	0.3265
12	0.4213
13	0.4016
14	0.2791
15	0.1742

$\varepsilon_7 =$

	0
0	1.1353
1	2.5182
2	2.5546
3	1.5217
4	1.3448
5	2.4127
6	2.8096
7	2.1656
8	1.1693
9	1.8095
10	2.7095
11	2.6497
12	1.682
13	1.2304
14	2.2787
15	2.8184

$\varepsilon_8 =$

	0
0	0.7542
1	1.1155
2	0.9753
3	0.7542
4	0.9753
5	1.1549
6	0.9753
7	0.7542
8	0.9753
9	1.1549
10	0.9753
11	0.7542
12	0.9753
13	1.1549
14	0.9753
15	0.7542

$\varepsilon_9 =$

	0
0	2.3438
1	5.7355
2	3.3961
3	3.1416
4	5.625
5	4.981
6	2.3884
7	4.471
8	5.7898
9	3.7358
10	2.8387
11	5.4703
12	5.2241
13	2.5401
14	4.1493
15	5.8185

$\varepsilon_{10} =$

	0
0	1.2728
1	3.1273
2	1.3875
3	2.3923
4	3.0785
5	1.6751
6	2.0391
7	3.1296
8	2.0318
9	1.6818
10	3.0805
11	2.3856
12	1.3919
13	2.934
14	2.6938
15	1.2728



$$\epsilon_{11} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{11} \cdot u_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{11} \cdot u_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{11} \cdot u_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{11} \cdot u_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_{12} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{12} \cdot u_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{12} \cdot u_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{12} \cdot u_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{12} \cdot u_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_{13} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{13} \cdot u_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{13} \cdot u_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{13} \cdot u_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{13} \cdot u_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_{14} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{14} \cdot u_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{14} \cdot u_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{14} \cdot u_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{14} \cdot u_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$$\epsilon_{15} := \sqrt{\left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\sin(\kappa_{15} \cdot u_{1_{i_o}}) + \sin(\kappa_{15} \cdot u_{p_{i_o}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_o=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_o}} \cdot (\cos(\kappa_{15} \cdot u_{1_{i_o}}) + \cos(\kappa_{15} \cdot u_{p_{i_o}})) \right] \right]^2}$$

$\epsilon_{11} =$

	0
0	0.9199
1	2.2809
2	0.9399
3	2.1414
4	1.8716
5	1.0018
6	2.2053
7	1.7532
8	1.0966
9	2.2519
10	1.626
11	1.2134
12	2.2807
13	1.4931
14	1.3426
15	2.291

$\epsilon_{12} =$

	0
0	0.7789
1	1.9135
2	1.0422
3	1.9699
4	1.0422
5	1.4979
6	1.8442
7	0.7789
8	1.8442
9	1.4979
10	1.0422
11	1.9699
12	1.0422
13	1.4979
14	1.8442
15	0.7789

$\epsilon_{13} =$

	0
0	0.7866
1	1.817
2	1.3904
3	1.8311
4	0.8083
5	1.9295
6	1.1481
7	1.4992
8	1.7626
9	0.8652
10	1.9521
11	1.0376
12	1.6004
13	1.6812
14	0.9491
15	1.9591

$\epsilon_{14} =$

	0
0	0.9017
1	1.9334
2	1.9082
3	1.6947
4	1.4393
5	2.0784
6	0.9829
7	2.2169
8	0.986
9	2.0757
10	1.4445
11	1.6899
12	1.9121
13	1.1866
14	2.1821
15	0.9017

$\epsilon_{15} =$

	0
0	1.2467
1	2.4858
2	2.9755
3	1.6711
4	2.7789
5	2.0283
6	2.5025
7	2.3783
8	2.1672
9	2.6805
10	1.8065
11	2.9099
12	1.4768
13	3.0509
14	1.2705
15	3.0951

$$\varepsilon_{16} := \sqrt{\left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_0}} \cdot (\sin(\kappa_{16} \cdot v_{1_{i_0}}) + \sin(\kappa_{16} \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i_0=1}^{16} \left[ a_{3k_{i_0}} \cdot (\cos(\kappa_{16} \cdot v_{1_{i_0}}) + \cos(\kappa_{16} \cdot v_{p_{i_0}})) \right] \right]^2}$$

$\varepsilon_{16} =$

	0
0	0.2038
1	0.2541
2	0.312
3	0.2038
4	0.312
5	0.2038
6	0.312
7	0.2038
8	0.312
9	0.2038
10	0.312
11	0.2038
12	0.312
13	0.2038
14	0.312
15	0.2038

$j := 0..31$



$\varepsilon_{\Omega 3_6} :=$	$\varepsilon_{1_6}$ $\varepsilon_{2_6}$ $\varepsilon_{3_6}$ $\varepsilon_{4_6}$ $\varepsilon_{5_6}$ $\varepsilon_{6_6}$ $\varepsilon_{7_6}$ $\varepsilon_{8_6}$ $\varepsilon_{9_6}$ $\varepsilon_{10_6}$ $\varepsilon_{11_6}$ $\varepsilon_{12_6}$ $\varepsilon_{13_6}$ $\varepsilon_{14_6}$ $\varepsilon_{15_6}$ $\varepsilon_{16_6}$ $\varepsilon_{1_6}$ $\varepsilon_{2_6}$ $\varepsilon_{3_6}$ $\varepsilon_{4_6}$ $\varepsilon_{5_6}$ $\varepsilon_{6_6}$ $\varepsilon_{7_6}$ $\varepsilon_{8_6}$ $\varepsilon_{9_6}$ $\varepsilon_{10_6}$ $\varepsilon_{11_6}$ $\varepsilon_{12_6}$ $\varepsilon_{13_6}$ $\varepsilon_{14_6}$ $\varepsilon_{15_6}$ $\varepsilon_{16_6}$	$\varepsilon_{\Omega 3_7} :=$	$\varepsilon_{1_7}$ $\varepsilon_{2_7}$ $\varepsilon_{3_7}$ $\varepsilon_{4_7}$ $\varepsilon_{5_7}$ $\varepsilon_{6_7}$ $\varepsilon_{7_7}$ $\varepsilon_{8_7}$ $\varepsilon_{9_7}$ $\varepsilon_{10_7}$ $\varepsilon_{11_7}$ $\varepsilon_{12_7}$ $\varepsilon_{13_7}$ $\varepsilon_{14_7}$ $\varepsilon_{15_7}$ $\varepsilon_{16_7}$ $\varepsilon_{1_7}$ $\varepsilon_{2_7}$ $\varepsilon_{3_7}$ $\varepsilon_{4_7}$ $\varepsilon_{5_7}$ $\varepsilon_{6_7}$ $\varepsilon_{7_7}$ $\varepsilon_{8_7}$ $\varepsilon_{9_7}$ $\varepsilon_{10_7}$ $\varepsilon_{11_7}$ $\varepsilon_{12_7}$ $\varepsilon_{13_7}$ $\varepsilon_{14_7}$ $\varepsilon_{15_7}$ $\varepsilon_{16_7}$	$\varepsilon_{\Omega 3_8} :=$	$\varepsilon_{1_8}$ $\varepsilon_{2_8}$ $\varepsilon_{3_8}$ $\varepsilon_{4_8}$ $\varepsilon_{5_8}$ $\varepsilon_{6_8}$ $\varepsilon_{7_8}$ $\varepsilon_{8_8}$ $\varepsilon_{9_8}$ $\varepsilon_{10_8}$ $\varepsilon_{11_8}$ $\varepsilon_{12_8}$ $\varepsilon_{13_8}$ $\varepsilon_{14_8}$ $\varepsilon_{15_8}$ $\varepsilon_{16_8}$ $\varepsilon_{1_8}$ $\varepsilon_{2_8}$ $\varepsilon_{3_8}$ $\varepsilon_{4_8}$ $\varepsilon_{5_8}$ $\varepsilon_{6_8}$ $\varepsilon_{7_8}$ $\varepsilon_{8_8}$ $\varepsilon_{9_8}$ $\varepsilon_{10_8}$ $\varepsilon_{11_8}$ $\varepsilon_{12_8}$ $\varepsilon_{13_8}$ $\varepsilon_{14_8}$ $\varepsilon_{15_8}$ $\varepsilon_{16_8}$	$\varepsilon_{\Omega 3_9} :=$	$\varepsilon_{1_9}$ $\varepsilon_{2_9}$ $\varepsilon_{3_9}$ $\varepsilon_{4_9}$ $\varepsilon_{5_9}$ $\varepsilon_{6_9}$ $\varepsilon_{7_9}$ $\varepsilon_{8_9}$ $\varepsilon_{9_9}$ $\varepsilon_{10_9}$ $\varepsilon_{11_9}$ $\varepsilon_{12_9}$ $\varepsilon_{13_9}$ $\varepsilon_{14_9}$ $\varepsilon_{15_9}$ $\varepsilon_{16_9}$ $\varepsilon_{1_9}$ $\varepsilon_{2_9}$ $\varepsilon_{3_9}$ $\varepsilon_{4_9}$ $\varepsilon_{5_9}$ $\varepsilon_{6_9}$ $\varepsilon_{7_9}$ $\varepsilon_{8_9}$ $\varepsilon_{9_9}$ $\varepsilon_{10_9}$ $\varepsilon_{11_9}$ $\varepsilon_{12_9}$ $\varepsilon_{13_9}$ $\varepsilon_{14_9}$ $\varepsilon_{15_9}$ $\varepsilon_{16_9}$	$\varepsilon_{\Omega 3_{10}} :=$	$\varepsilon_{1_{10}}$ $\varepsilon_{2_{10}}$ $\varepsilon_{3_{10}}$ $\varepsilon_{4_{10}}$ $\varepsilon_{5_{10}}$ $\varepsilon_{6_{10}}$ $\varepsilon_{7_{10}}$ $\varepsilon_{8_{10}}$ $\varepsilon_{9_{10}}$ $\varepsilon_{10_{10}}$ $\varepsilon_{11_{10}}$ $\varepsilon_{12_{10}}$ $\varepsilon_{13_{10}}$ $\varepsilon_{14_{10}}$ $\varepsilon_{15_{10}}$ $\varepsilon_{16_{10}}$ $\varepsilon_{1_{10}}$ $\varepsilon_{2_{10}}$ $\varepsilon_{3_{10}}$ $\varepsilon_{4_{10}}$ $\varepsilon_{5_{10}}$ $\varepsilon_{6_{10}}$ $\varepsilon_{7_{10}}$ $\varepsilon_{8_{10}}$ $\varepsilon_{9_{10}}$ $\varepsilon_{10_{10}}$ $\varepsilon_{11_{10}}$ $\varepsilon_{12_{10}}$ $\varepsilon_{13_{10}}$ $\varepsilon_{14_{10}}$ $\varepsilon_{15_{10}}$ $\varepsilon_{16_{10}}$
-------------------------------	--	-------------------------------	--	-------------------------------	--	-------------------------------	--	----------------------------------	--

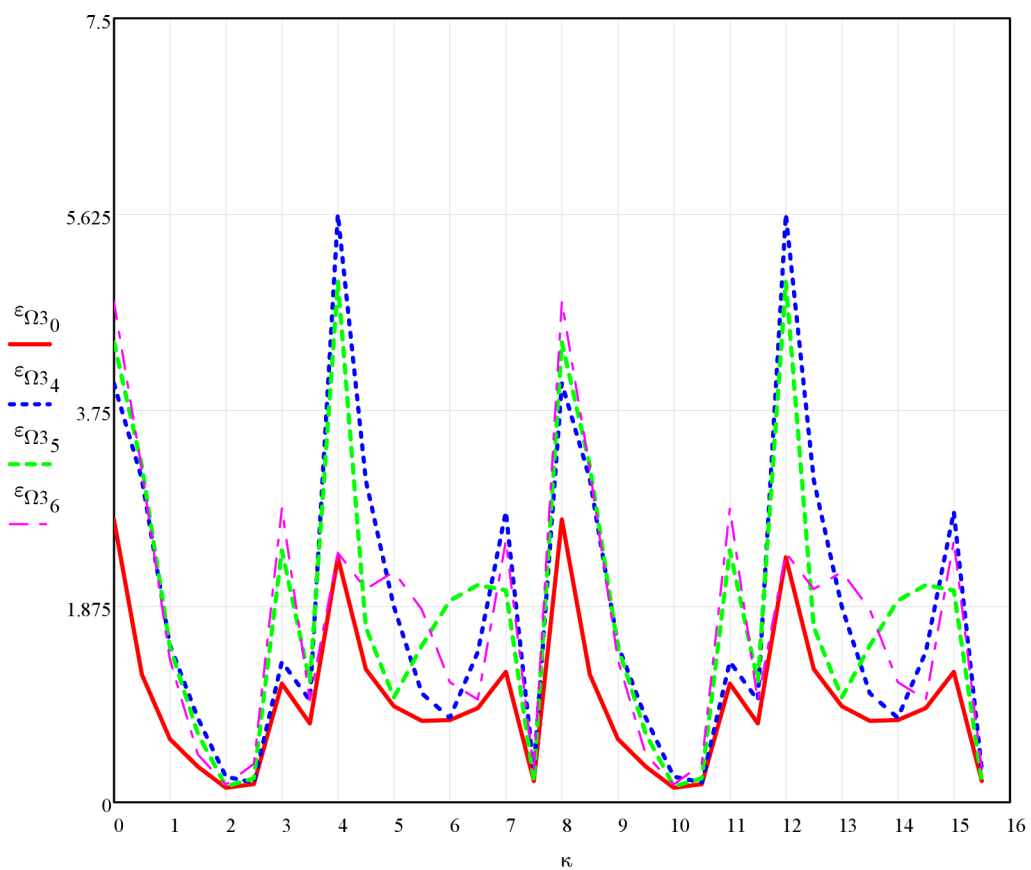
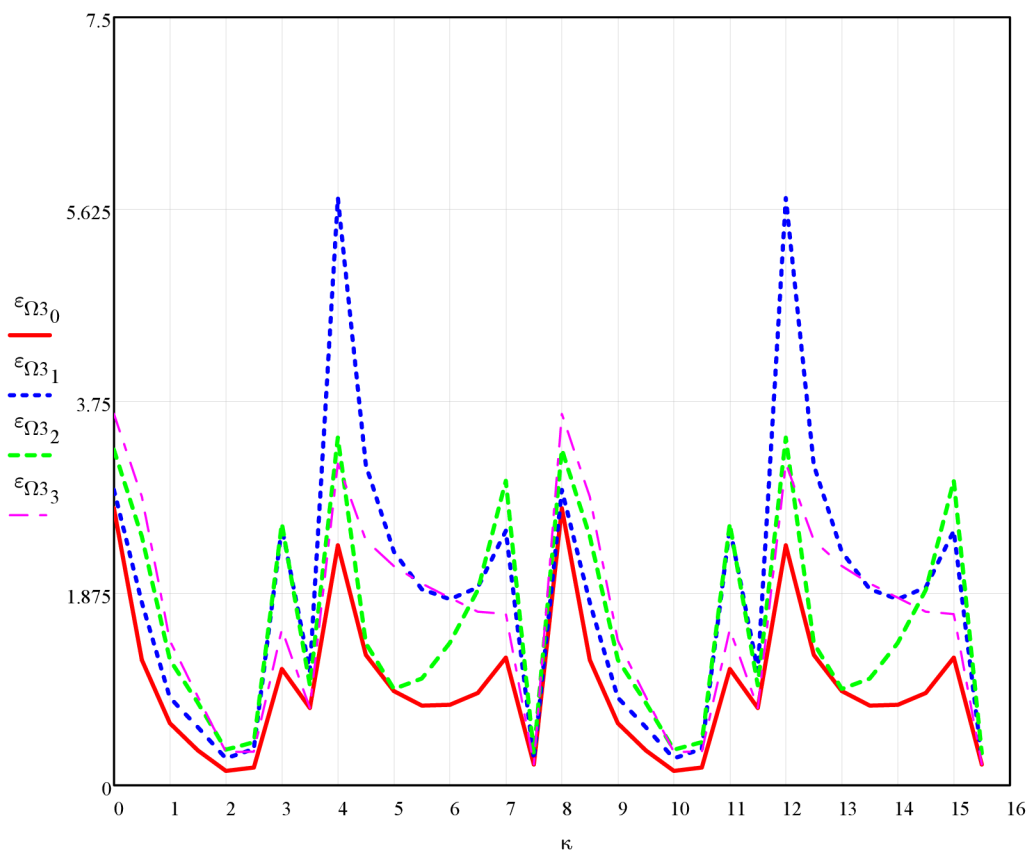
$$\varepsilon_{\Omega^3 11} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{211} \\ \varepsilon_{311} \\ \varepsilon_{411} \\ \varepsilon_{511} \\ \varepsilon_{611} \\ \varepsilon_{711} \\ \varepsilon_{811} \\ \varepsilon_{911} \\ \varepsilon_{1011} \\ \varepsilon_{1111} \\ \varepsilon_{1211} \\ \varepsilon_{1311} \\ \varepsilon_{1411} \\ \varepsilon_{1511} \\ \varepsilon_{1611} \\ \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{211} \\ \varepsilon_{311} \\ \varepsilon_{411} \\ \varepsilon_{511} \\ \varepsilon_{611} \\ \varepsilon_{711} \\ \varepsilon_{811} \\ \varepsilon_{911} \\ \varepsilon_{1011} \\ \varepsilon_{1111} \\ \varepsilon_{1211} \\ \varepsilon_{1311} \\ \varepsilon_{1411} \\ \varepsilon_{1511} \\ \varepsilon_{1611} \end{pmatrix}$$

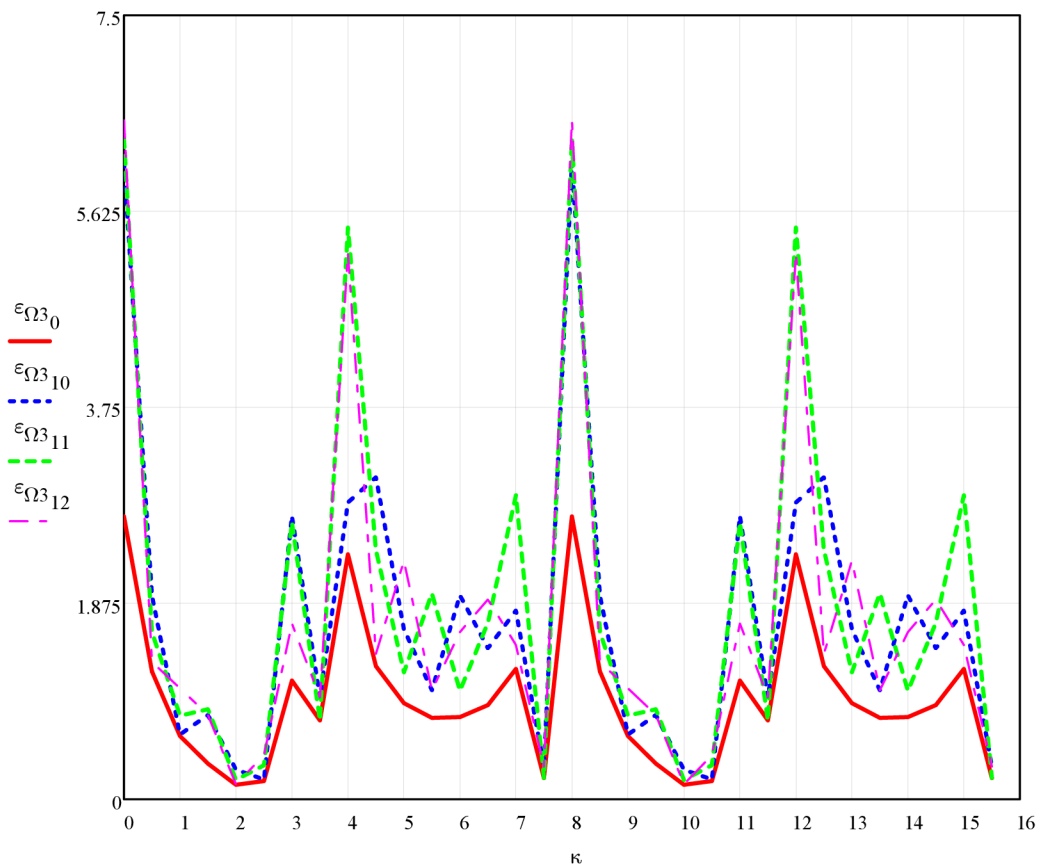
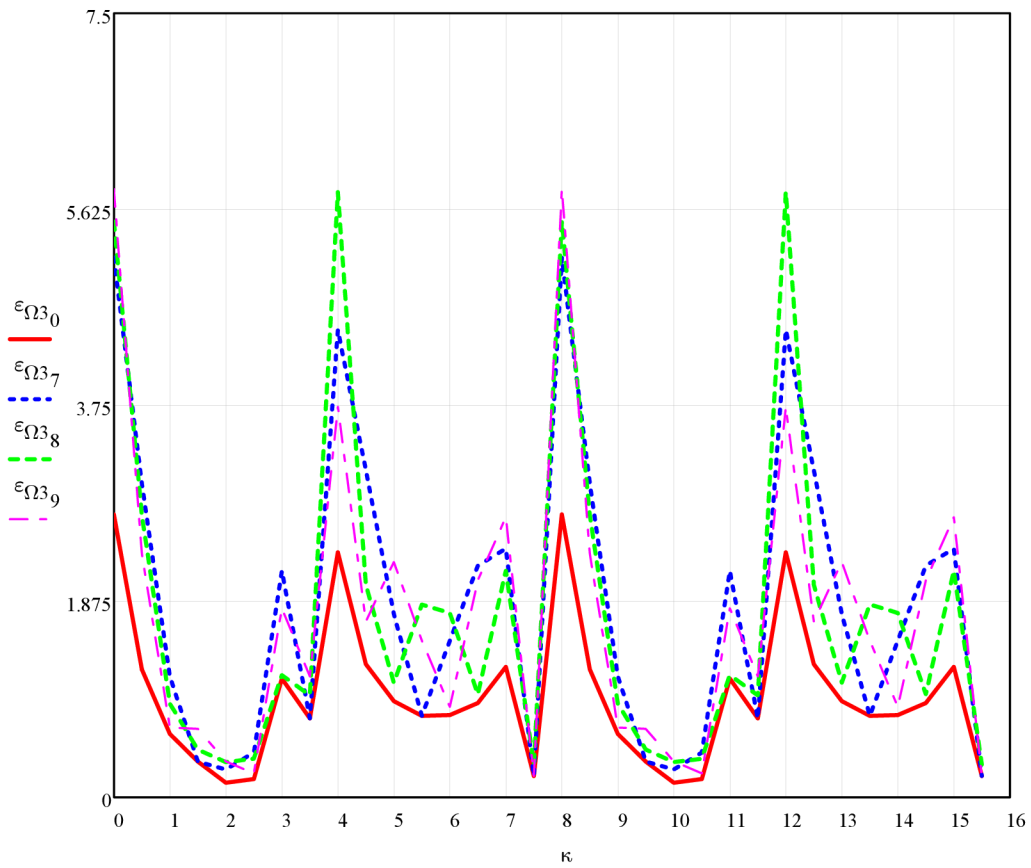
$$\varepsilon_{\Omega^3 12} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{212} \\ \varepsilon_{312} \\ \varepsilon_{412} \\ \varepsilon_{512} \\ \varepsilon_{612} \\ \varepsilon_{712} \\ \varepsilon_{812} \\ \varepsilon_{912} \\ \varepsilon_{1012} \\ \varepsilon_{1112} \\ \varepsilon_{1212} \\ \varepsilon_{1312} \\ \varepsilon_{1412} \\ \varepsilon_{1512} \\ \varepsilon_{1612} \\ \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{212} \\ \varepsilon_{312} \\ \varepsilon_{412} \\ \varepsilon_{512} \\ \varepsilon_{612} \\ \varepsilon_{712} \\ \varepsilon_{812} \\ \varepsilon_{912} \\ \varepsilon_{1012} \\ \varepsilon_{1112} \\ \varepsilon_{1212} \\ \varepsilon_{1312} \\ \varepsilon_{1412} \\ \varepsilon_{1512} \\ \varepsilon_{1612} \end{pmatrix}$$

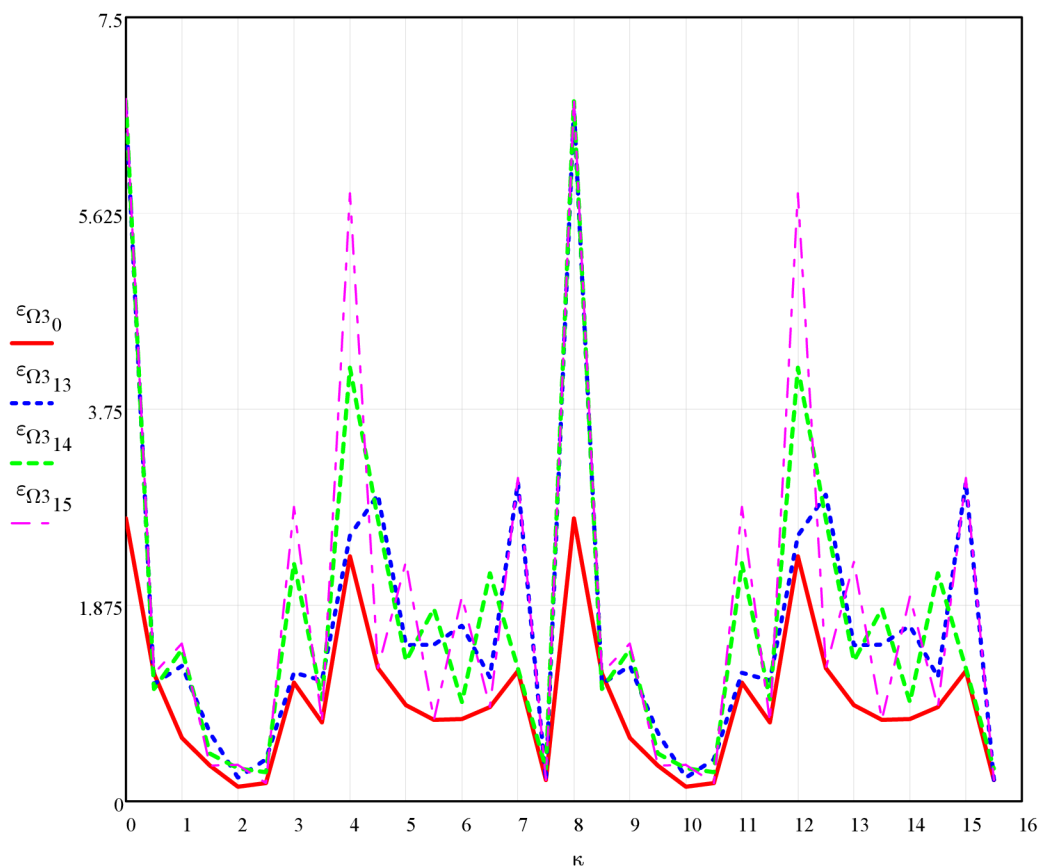
$$\varepsilon_{\Omega^3 13} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{213} \\ \varepsilon_{313} \\ \varepsilon_{413} \\ \varepsilon_{513} \\ \varepsilon_{613} \\ \varepsilon_{713} \\ \varepsilon_{813} \\ \varepsilon_{913} \\ \varepsilon_{1013} \\ \varepsilon_{1113} \\ \varepsilon_{1213} \\ \varepsilon_{1313} \\ \varepsilon_{1413} \\ \varepsilon_{1513} \\ \varepsilon_{1613} \\ \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{213} \\ \varepsilon_{313} \\ \varepsilon_{413} \\ \varepsilon_{513} \\ \varepsilon_{613} \\ \varepsilon_{713} \\ \varepsilon_{813} \\ \varepsilon_{913} \\ \varepsilon_{1013} \\ \varepsilon_{1113} \\ \varepsilon_{1213} \\ \varepsilon_{1313} \\ \varepsilon_{1413} \\ \varepsilon_{1513} \\ \varepsilon_{1613} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{\Omega^3 14} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{114} \\ \varepsilon_{214} \\ \varepsilon_{314} \\ \varepsilon_{414} \\ \varepsilon_{514} \\ \varepsilon_{614} \\ \varepsilon_{714} \\ \varepsilon_{814} \\ \varepsilon_{914} \\ \varepsilon_{1014} \\ \varepsilon_{1114} \\ \varepsilon_{1214} \\ \varepsilon_{1314} \\ \varepsilon_{1414} \\ \varepsilon_{1514} \\ \varepsilon_{1614} \\ \varepsilon_{114} \\ \varepsilon_{214} \\ \varepsilon_{314} \\ \varepsilon_{414} \\ \varepsilon_{514} \\ \varepsilon_{614} \\ \varepsilon_{714} \\ \varepsilon_{814} \\ \varepsilon_{914} \\ \varepsilon_{1014} \\ \varepsilon_{1114} \\ \varepsilon_{1214} \\ \varepsilon_{1314} \\ \varepsilon_{1414} \\ \varepsilon_{1514} \\ \varepsilon_{1614} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{\Omega^3 15} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{115} \\ \varepsilon_{215} \\ \varepsilon_{315} \\ \varepsilon_{415} \\ \varepsilon_{515} \\ \varepsilon_{615} \\ \varepsilon_{715} \\ \varepsilon_{815} \\ \varepsilon_{915} \\ \varepsilon_{1015} \\ \varepsilon_{1115} \\ \varepsilon_{1215} \\ \varepsilon_{1315} \\ \varepsilon_{1415} \\ \varepsilon_{1515} \\ \varepsilon_{1615} \\ \varepsilon_{115} \\ \varepsilon_{215} \\ \varepsilon_{315} \\ \varepsilon_{415} \\ \varepsilon_{515} \\ \varepsilon_{615} \\ \varepsilon_{715} \\ \varepsilon_{815} \\ \varepsilon_{915} \\ \varepsilon_{1015} \\ \varepsilon_{1115} \\ \varepsilon_{1215} \\ \varepsilon_{1315} \\ \varepsilon_{1415} \\ \varepsilon_{1515} \\ \varepsilon_{1615} \end{pmatrix}$$









## 7.8 Výpočet torzních výchylek volného konce kogenerační jednotky v rezonanci

$$\xi := 35 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{sec} \cdot \text{rad}^{-1}$$

velikost tlumících odporů

$$o := 0..16$$

### 7.8.1 Torzní výchylky s první vlastní úhlovou frekvencí

$$K := 0.09$$

ztrátový součinitel pryže spojky

$$c_s := 3.35 \times 10^5 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

tuhost pryže spojky

$$\psi_{19} = 68.2199 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$\xi_{s1} := \frac{K \cdot c_s}{\psi_{19}} = 441.9529 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{kg}}{\text{s}}$$

evivalentní viskozní člen

$$\varepsilon_{\Omega 1} := \varepsilon_{\Omega 1_1}$$

vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci a natočení motorů 35°

$$a_{1k} =$$

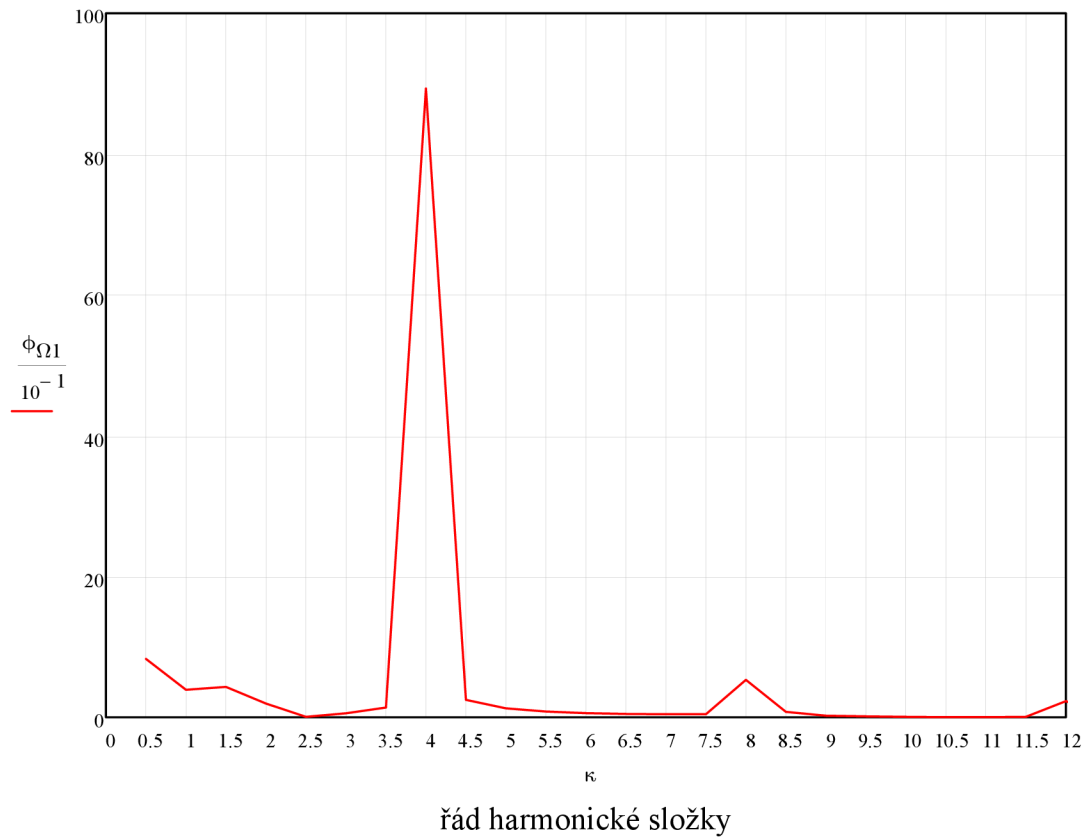
	0
0	1
1	0.9996
2	0.9967
3	0.9923
4	0.9867
5	0.9799
6	0.972
7	0.9628
8	0.9525
9	0.4841
10	0.4645
11	0.4427
12	0.4204
13	0.3975
14	0.3742
15	0.3504
16	0.328

$$\phi_{\Omega 1_j} := \frac{M_{H_j} \cdot \varepsilon_{\Omega 1_j} \cdot 180}{\pi \cdot (\psi)_{19} \cdot \left[ \xi \cdot \sum_0 \left[ (a_{1k_0})^2 \right] + \xi_{s1} \cdot (a_{19} - a_{110})^2 + \xi_{s1} \cdot (a_{119} - a_{120})^2 \right]}$$

k =	$\phi_{\Omega 1} =$
0	0
1	0.8285
2	0.3901
3	0.4323
4	0.1946
5	0.0067
6	0.0577
7	0.1375
8	8.9312
9	0.2469
10	0.1272
11	0.0812
12	0.0587
13	0.0483
14	0.0424
15	0.0434
16	0.5327
17	0.0781
18	0.0226
19	0.013
20	0.0058
21	0.0018
22	0.0015
23	0.0068
24	0.2288
25	0.0072
26	0.0035
27	0.0023
28	0.0018
29	0.0015
30	0.0014
31	0.0015
	0.0188

torzní výchylky v rezonanci pro první vlastní frekvenci

Torzní výchylky v rezonanci s 1. vlastní úhlovou frekvencí



### 7.8.2 Torzní výchylky s druhou vlastní úhlovou frekvencí

$$K := 0.09$$

ztrátový součinitel pryže spojky

$$c_s = 3.35 \times 10^5 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

tuhost pryže spojky

$$\psi_{18} = 156.294 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$\xi_{s2} := \frac{K \cdot c_s}{\psi_{18}}$$

$$\xi_{s2} = 192.9057 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{kg}}{\text{s}}$$

evivalentní viskozitní člen

$$\varepsilon_{\Omega 2} := \varepsilon_{\Omega 2 1}$$

vydatnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci a natočení motorů 35°

	0
0	1
1	0.9981
2	0.9827
3	0.9598
4	0.9307
5	0.8958
6	0.8551
7	0.809
8	0.7577
9	-1.3815
10	-1.4436
11	-1.5015
12	-1.55
13	-1.5885
14	-1.6169
15	-1.635
16	-1.6421

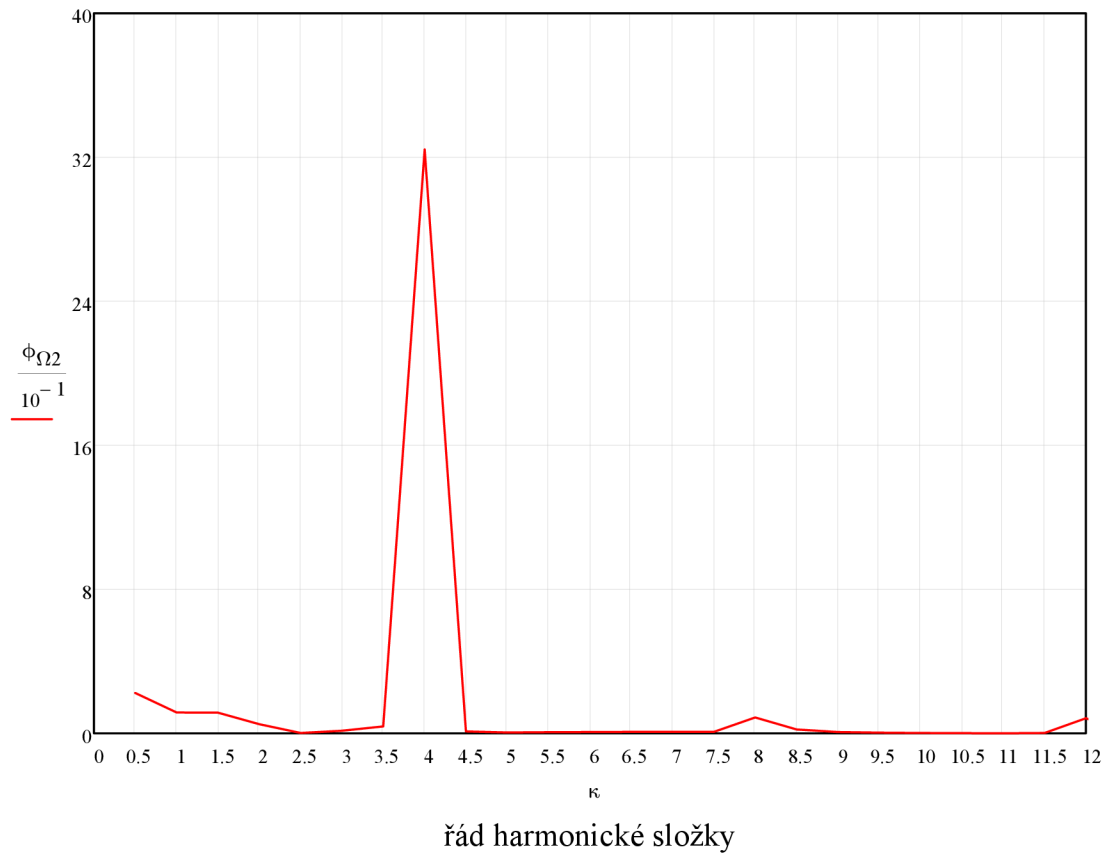
$a_{2k} =$

Torzní výchylky kogenerační jednotky bez spojek

$$\phi_{\Omega 2j} := \frac{M_{h_j} \cdot \epsilon_{\Omega 2j} \cdot 180}{\pi \cdot (\psi)_{18} \cdot \left[ \xi_s \sum_0^{\infty} [(a_{2k_0})^2] + \xi_{s2} \cdot (a_{2_9} - a_{2_{10}})^2 + \xi_{s2} \cdot (a_{2_{19}} - a_{2_{20}})^2 \right]}$$

	0
0	0.2236
1	0.1159
2	0.1147
3	0.0508
4	$1.7055 \cdot 10^{-3}$
5	0.0145
6	0.0378
7	3.2439
8	0.0103
9	$4.8289 \cdot 10^{-3}$
10	$6.4214 \cdot 10^{-3}$
11	$7.4247 \cdot 10^{-3}$
12	$7.8852 \cdot 10^{-3}$
13	$7.7964 \cdot 10^{-3}$
14	$7.815 \cdot 10^{-3}$
$\phi_{\Omega 2} =$ 15	0.0881
16	0.0211
17	$6.7159 \cdot 10^{-3}$
18	$3.4559 \cdot 10^{-3}$
19	$1.5131 \cdot 10^{-3}$
20	$4.5111 \cdot 10^{-4}$
21	$3.7638 \cdot 10^{-4}$
22	$1.8745 \cdot 10^{-3}$
23	0.0831
24	$3.002 \cdot 10^{-4}$
25	$1.3412 \cdot 10^{-4}$
26	$1.8567 \cdot 10^{-4}$
27	$2.2634 \cdot 10^{-4}$
28	$2.5159 \cdot 10^{-4}$
29	$2.5834 \cdot 10^{-4}$
30	$2.7222 \cdot 10^{-4}$
31	$3.1157 \cdot 10^{-3}$

Torzni výchylky v rezonanci s 2. vlastní úhlovou frekvencí



### 7.8.3 Torzní výchylky s třetí vlastní úhlovou frekvencí

$J_n :=$

	0
0	0
1	2.178
2	2.052
3	2.052
4	2.052
5	2.052
6	2.052
7	2.052
8	2.178

$J_n := J_n \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$

načtení hodnot momentů setrvačnosti samostatného motoru bez tlumiče

$a_{3sUP} :=$

	0
0	1
1	-1.107
2	-2.165
3	-1.377
4	0.586
5	2.049
6	1.764
7	-0.026
8	-0.293

Načtení hodnot torzních výchylek pro samostatný motor bez tlumiče

$o := 0..8$

$$J_{ef3} := \sum_0 \left[ J_{n0} \cdot (a_{3sUPo})^2 \right] = 32.0729 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

efektivní moment dynamického modelu bez tlumiče

$$J_t := \frac{1}{2} J_{prs} + J_{skř} = 2.8079 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

moment setrvačnosti tlumiče

$$\mu := \frac{J_t}{J_{ef3}} = 0.0875$$

poměrná velikost tlumiče

$K := 0.09$

poměrný útlum pryže spojky

$$c_s = 3.35 \times 10^5 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

tuhost pryže spojky

$$\psi_{17} = 451.7728 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$\xi_{s3} := \frac{K \cdot c_s}{\psi_{17}} = 66.7371 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{kg}}{\text{s}}$$

ekvivalentní viskózní člen

$$\varepsilon_{\Omega 3} := \varepsilon_{\Omega 3_1}$$

$$o := 0..16$$

$$\phi_{\Omega 3_j} := \frac{M_{h_j} \cdot \varepsilon_{\Omega 3_j} \cdot 180}{\pi \cdot (\psi_{17}) \cdot \left[ \xi \cdot \sum_o (a_{3k_o}) + (\psi_{17}) \cdot \frac{\sqrt{1+\mu}}{2+\mu} \cdot J_{\text{prs}} \left[ 1 + (a_{311})^2 \right] + \xi_{s3} \cdot (a_{39} - a_{310})^2 + \xi_{s3} \cdot (a_{319} - a_{320})^2 \right]}$$

	0
0	0.2428
1	0.2909
2	0.2031
3	0.0757
4	9.5836 · 10 <sup>-3</sup>
5	0.5555
6	0.108
7	0.8695
8	0.3482
9	0.216
10	0.1439
11	0.1051
12	0.0879
13	0.0868
14	6.9316 · 10 <sup>-3</sup>
15	0.01
16	0.0229
17	0.0168
18	6.1172 · 10 <sup>-3</sup>
19	2.2519 · 10 <sup>-3</sup>
20	2.5349 · 10 <sup>-3</sup>
21	0.0144
22	5.3568 · 10 <sup>-3</sup>
23	0.0223
24	0.0101
25	6.0001 · 10 <sup>-3</sup>
26	4.1593 · 10 <sup>-3</sup>
27	3.2029 · 10 <sup>-3</sup>
28	2.8048 · 10 <sup>-3</sup>
29	2.8766 · 10 <sup>-3</sup>
30	2.4145 · 10 <sup>-4</sup>
31	3.5429 · 10 <sup>-4</sup>



Torzni výchylky v rezonanci s 3. vlastní úhlovou frekvencí

