



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

VYUŽITÍ KONEČNÉ LOMOVÉ MECHANIKY PRO KOREKCI MĚŘENÍ LOMOVÉ HOUŽEVNATOSTI U VZORKŮ S RŮZNOU GEOMETRIÍ KOŘENE VRUBU

UTILIZATION OF FINITE FRACTURE MECHANICS FOR CORRECTION OF FRACTURE TOUGHNESS
MEASUREMENT ON SAMPLES WITH VARIOUS NOTCH ROOT GEOMETRY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Petr Dohnal

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Oldřich Ševeček, Ph.D.

BRNO 2024

Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Bc. Petr Dohnal
Studijní program:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Studijní obor:	Inženýrská mechanika
Vedoucí práce:	Ing. Oldřich Ševeček, Ph.D.
Akademický rok:	2023/24

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Využití konečné lomové mechaniky pro korekci měření lomové houževnatosti u vzorků s různou geometrií kořene vrubu

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Lomová houževnatost se u křehkých (např. keramických) materiálů měří nejčastěji zkouškou v ohybu na vzorcích s vybroušeným V–vrubem. Kořen V–vrubu se po vybroušení dále ještě zaostřuje, aby rádius jeho zaoblení byl co nejmenší – řádově v jednotkách mikrometrů. Toto je však relativně zdlouhavá operace, která výrobu vzorků prodlužuje i prodražuje. Měří-li se lomová houževnatost na vzorcích, u kterých má kořen vrubu příliš velký rádius, jsou získané hodnoty lomové houževnatosti nadhodnocené a lze je tak považovat za neplatné. Náplní práce by tedy bylo analyzovat podmínky pro vznik trhliny u V–vrubu s různou geometrií kořene (primárně jeho zaoblením) a z výsledků nadefinovat způsob korekce lomové houževnatosti naměřené na vzorcích, kde V–vrub nedosahuje parametrů požadovaných normou tak, aby přepočtená lomová houževnatost odpovídala lomové houževnatosti naměřené na normou definovaných vzorcích. K analýze vzniku trhliny u zaobleného V–vrubu bude využita tzv. konečná lomová mechanika a sdružené energeticko–napěťové kritérium. Tento nástroj umožňuje analyzovat vnější zatěžovací podmínky, při kterých dojde k iniciaci a šíření trhliny z libovolného vrubu, což klasická lomová mechanika (předpokládající vždy existenci počáteční trhliny) nedovoluje. Získané poznatky budou v závěru práce konfrontovány i s experimentálním měřením na reálných vzorcích. K výpočetní analýze bude využit primárně MKP software Ansys a programovací jazyk APDL a pro zpracování výsledků simulací zvolený matematický SW.

Cíle diplomové práce:

- 1) Rešerše v oblasti experimentálního stanovování lomové houževnatosti a jejího posuzování při různých geometriích vrubu.
- 2) Vytvoření parametrického výpočtového (MKP) modelu zkušební tělesa pro čtyřbodový ohyb s vrubem volitelné geometrie.
- 3) S využitím MKP simulace a sdruženého energeticko–napětového kritéria analyzovat podmínky pro iniciaci (a následné šíření) trhliny z kořene vrubu o různé geometrii při zkoušce čtyřbodovým ohybem.
- 4) Na základě získaných poznatků navrhnout metodu přepočtu naměřené lomové houževnatosti mezi vzorky s různou geometrií (neostrého) vrubu a ostrým vrubem.
- 5) Konfrontovat výsledky s dostupnými experimenty.

Seznam doporučené literatury:

- [1] ANDERSON, T.L. Fracture Mechanics : Fundamentals and Applications. 2017
- [2] ANSYS Inc. ANSYS Release 2023 User´s manual. Pennsylvania: Swanson Analysis Sys. Inc, 2023.
- [3] FETT, T.. Influence of a finite notch root radius on fracture toughness. Journal of the European Ceramic Society. 2005, 25(5), 543–547.
- [4] WEISSGRAEBER, P., LEGUILLON, D., BECKER W., A review of Finite Fracture Mechanics: crack initiation at singular and non-singular stress raisers . Archive of Applied Mechanics. 2016, 86(1–2), 375–401.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2023/24

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Práce se zabývá využitím numerických simulací a teorie konečné lomové mechaniky pro analýzu podmínek při vzniku trhliny v keramickém zkušebním vzorku s vrubem (zatíženém čtyřbodovým ohybem) a možnými způsoby korekce lomové houževnatosti stanovené experimentálně na vzorcích s různým poloměrem zaoblení vrubu. Za tímto účelem byl vytvořen parametrický výpočtový model pro simulaci zkoušky lomové houževnatosti čtyřbodovým ohybem. V prvním kroku byl odladěn výpočet kritické síly, při níž dojde ke vzniku trhliny ve zkušebním vzorku se zaobleným vrubem a jejímu následnému nestabilnímu šíření skrze zbývající průřez vzorku. K tomuto účelu byla použita metoda konečných prvků (MKP) a sdružené energeticko-napěťové kritérium. V dalším kroku byl výpočet lomových sil aplikován i na sadu experimentálních vzorků s cílem porovnat numerickou predikci s hodnotami naměřenými experimentálně. V práci jsou dále navrženy dva způsoby korekce lomové houževnatosti stanovené experimentálně. Jeden pro korekci naměřených hodnot přímo využívá numerického výpočtu s využitím sdruženého energeticko-napěťového kritéria. V druhém případě byla pomocí numerické simulace odvozena korekční funkce, která již pro samotné použití výpočet MKP nepotřebuje. Korekce naměřené lomové houževnatosti pomocí funkce se ukázala jako lepší, avšak ne zcela účinná pro celý rozsah zkoumaných poloměrů zaoblení v kořenu vrubu. Při porovnání s dalšími korekčními funkcemi nalezenými v literatuře lze konstatovat, že v práci navržený postup korekce poskytuje do určitého poloměru zaoblení vrubu lepší shodu s reálnou hodnotou lomové houževnatosti daného materiálu.

KLÍČOVÁ SLOVA

Lomová houževnatost, keramika, MKP, sdružené kritérium, vrub, korekční funkce.

ABSTRACT

The work deals with the use of numerical simulations and the theory of finite fracture mechanics for the analysis of conditions for the formation of a crack in a ceramic test sample with a notch (loaded by four-point bending) and possible ways of correcting the fracture toughness determined experimentally on samples with different notch root radius. For this purpose, a parametric calculation model was created to simulate the fracture toughness test by four-point bending. In the first step, the calculation of the critical force at which a crack occurs in a test specimen with a rounded notch and its subsequent unstable propagation through the remaining cross-section of the specimen was debugged. For this purpose, the finite element method (FEM) and the coupled stress-energy criterion were used. In the next step, the procedure of calculation of fracture forces was also applied to a set of experimental samples in order to compare the numerical prediction with experimentally measured values. Two methods of correction of the fracture toughness determined experimentally are also proposed in the thesis. One uses for a correction of the measured values numerical calculation using the coupled stress-energy criterion. In the second case, a correction function was derived using numerical simulation, which no longer needs an FEM calculation for its future use. Correction of the measured fracture toughness using the function proved to be better but not completely effective for the entire range of investigated notch root radii. When comparing with other correction functions found in the literature, it can be stated that the correction procedure proposed in the work provides a better agreement with the real value of the fracture toughness of the given material up to a certain value of the notch root radius.

KEY WORDS

Fracture toughness, ceramics, FEM, coupled criterion, notch, correction functions.

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

DOHNAL, Petr. *Využití konečné lomové mechaniky pro korekci měření lomové houževnatosti u vzorků s různou geometrií kořene vrubu* [online]. Brno, 2024 [cit. 2024-05-24]. Dostupné z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/157435>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Ing. Oldřich Ševeček., Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně, pod odborným vedením Ing. Oldřicha Ševečka, Ph.D. Současně prohlašuji, že všechny zdroje obrazových a textových informací, ze kterých jsem čerpal, jsou řádně citovány v seznamu použitých zdrojů.

Datum

Jméno a příjmení

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval vedoucímu své diplomové práce panu Ing. Oldřichu Ševečkovi, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady, trpělivost a věnovaný čas v průběhu vypracování celé práce. Dále bych chtěl poděkovat své rodině a blízkým, kteří mě po celou dobu studia podporovali.

OBSAH

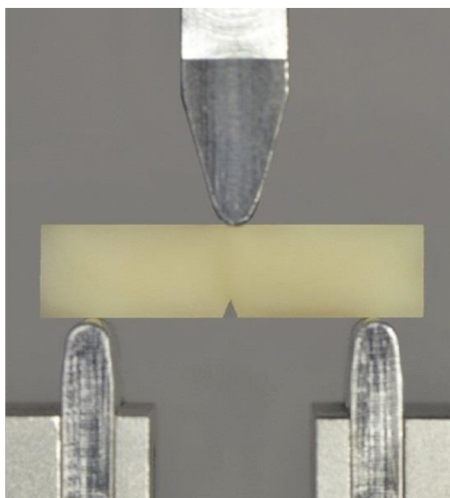
1	ÚVOD	13
2	LOMOVÁ MECHANIKA	14
2.1	Lineárně-elastická lomová mechanika	14
2.2	Lomová houževnatost	14
2.3	Měření lomové houževnatosti	15
2.3.1	Chevron vrub	15
2.3.2	Ohybový vzorek s předem vytvořenou trhlinou pomocí indentace.....	16
2.3.3	Ohybový vzorek s V vrubem	16
2.4	Studie o měření lomové houževnatosti	17
2.5	Konečná lomová mechanika.....	21
2.5.1	Sdružené energeticko-napěťové kritérium	22
3	ANALÝZA PROBLÉMU A CÍLE PRÁCE	24
3.1	Problémová situace	24
3.2	Formulace problému	24
3.3	Cíle práce	24
4	ŘEŠENÍ PROBLÉMU S VYUŽITÍM 2D VÝPOČTOVÉHO MODELU	25
4.1	Příprava výpočtového modelu	25
4.1.1	Geometrie modelu a model materiálu.....	25
4.1.2	Síť a okrajové podmínky	25
4.2	Výstupy ze simulace	27
4.3	Zpracování výsledků simulace	28
4.3.1	Výpočet lomové síly.....	29
4.4	Analýza vlivu velikosti prvků na predikci lomové síly.....	30
4.5	Analýza vlivu velikosti přírůstku trhliny pro určení závislosti G_{inc} na délce trhliny	31
4.6	Parametrický výpočet různých konfigurací vrubu dle dostupných experimentálních dat.....	32
4.7	Stanovení lomové houževnatosti s využitím simulace a sdruženého kritéria	35
4.8	Analýza vlivu meze pevnosti v tahu na korigovanou lomovou houževnatost	37
4.9	Analýza vlivu poloměru zaoblení v kořenu vrubu na lomovou sílu.....	38
4.10	Porovnání použitých způsobů korekce s přístupy nalezenými v literatuře.....	42
5	ŘEŠENÍ PROBLÉMU S VYUŽITÍM 3D VÝPOČTOVÉHO MODELU	45
5.1	Tvorba výpočtového modelu.....	45
5.1.1	Okrajové podmínky	47
5.1.2	Napětí v okolí kořene vrubu	47
5.1.3	Modelování trhliny	48
5.1.4	Síť konečných prvků.....	49
5.2	Analýza vlivu velikosti sítě	50
6	POROVNÁNÍ 2D A 3D VÝPOČTU	52

6.1	Lomová síla a lomová houževnatost určená z 2D a 3D modelu	52
6.2	Síť a výpočetní náročnost.....	54
7	DISKUZE.....	55
8	ZÁVĚR.....	58
	SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	59
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	62
	SEZNAM OBRÁZKŮ	64
	SEZNAM PŘÍLOH.....	66

1 ÚVOD

Keramické materiály se vyznačují řadou dobrých vlastností, mezi které patří vysoká pevnost, odolnost vůči korozi a otěru a tepelná stabilita, což z nich činí ideální materiál pro extrémní podmínky, jako jsou vysoké teploty nebo agresivní chemikálie. Mají velký potenciál pro používání v technické praxi na výrobu nejrůznějších strojních součástí. Nicméně, jednou ze zásadních nevýhod keramických materiálů je jejich křehkost a nízká lomová houževnatost, jsou tedy náchylné ke křehkému lomu. Tato charakteristika může být problematická zejména v inženýrských aplikacích, kde je vyžadována odolnost vůči náhlému zatížení. Je také důvodem, proč ve spoustě případů nakonec keramika není použita a je zvolen jiný materiál, který má větší odolnost proti porušení křehkým lomem.

Byla a stále je snaha o vylepšení lomových vlastností keramických materiálů, které by vedlo i k častějšímu využití v praktických aplikacích, například pomocí přidávání různých příměsí při výrobě. Před použitím nových keramických materiálů ve skutečném provozu je vždy nutné ověřit jejich mechanické vlastnosti, aby byla zaručena bezpečnost a spolehlivost konstrukce. Jedna ze zkoumaných vlastností je právě lomová houževnatost, která udává, jak moc je materiál odolný vůči nestabilnímu šíření trhliny. Lomová houževnatost se u keramik zjišťuje pomocí experimentálního měření. Avšak měření lomové houževnatosti je často časově i finančně náročné jak z pohledu přípravy odpovídajících vzorků, tak provedení samotných zkoušek.



Obr. 1.1 Ukázka měření lomové houževnatosti keramického materiálu [1].

Proto by bylo z praktického hlediska dobré, kdyby se podařilo nalézt nějaký způsob, pomocí kterého by došlo k celkovému zjednodušení nebo urychlení celého procesu měření lomové houževnatosti keramik. O to se snaží i tato práce, která se zaměřuje na usnadnění přípravy experimentálních vzorků před samotným měřením. Využívá při tom numerických simulací založených na metodě konečných prvků (MKP) a teorii konečné lomové mechaniky umožňující modelování a predikci zatěžujících podmínek potřebných pro vznik trhliny v daném materiálu.

Cílem této práce je tedy přispět k usnadnění procesu experimentálního měření lomové houževnatosti keramických materiálů. S využitím moderních numerických metod by mohla přinést nový pohled na zkoumání a hodnocení lomových vlastností keramik.

2 LOMOVÁ MECHANIKA

Trhliny v materiálu způsobují oslabení součásti. Pokud je v materiálu trhlina, může dojít k lomu i při zatížení, které vyvolá v materiálu menší napětí, než je mez pevnosti. Obor, který se zabývá stavem, kdy se v materiálu vyskytuje trhlina, se nazývá lomová mechanika. Nejenom trhliny, ale i další vady jako povrchové rýhy, nehomogenní vměstky, bubliny apod. oslabují materiál a často se k nim přistupuje, jako by byly skutečnými trhlinami. Význam lomové mechaniky je dnes velký, neboť trhliny a podobné vady se vyskytují ve spoustě konstrukcí (letadla, lodě, mosty, jaderné reaktory...). Z ekonomických i jiných důvodů je nutné, aby tyto konstrukce plnily svoji funkci i přesto, že se v nich vyskytuje trhlina. Díky lomové mechanice se to v praxi skutečně děje. [2]

K efektivnímu využití lomové mechaniky v konkrétním případě je potřeba nejprve prohlédnutí vyšetřované součásti. Zjistí se tak, jak velké a jak orientované jsou trhliny v součásti přítomné, a následně se určí, zda je součást schopna ještě nějakou dobu bezpečně plnit svoji funkci. Pokud již trhlina dorostla na kritickou velikost, je nutné ji neprodleně opravit nebo ji vyměnit za novou. V provozu se konstrukce nebo důležité součásti kontrolují pravidelně, aby byla případná trhlina odhalena dříve, než doroste na nebezpečnou délku. [2]

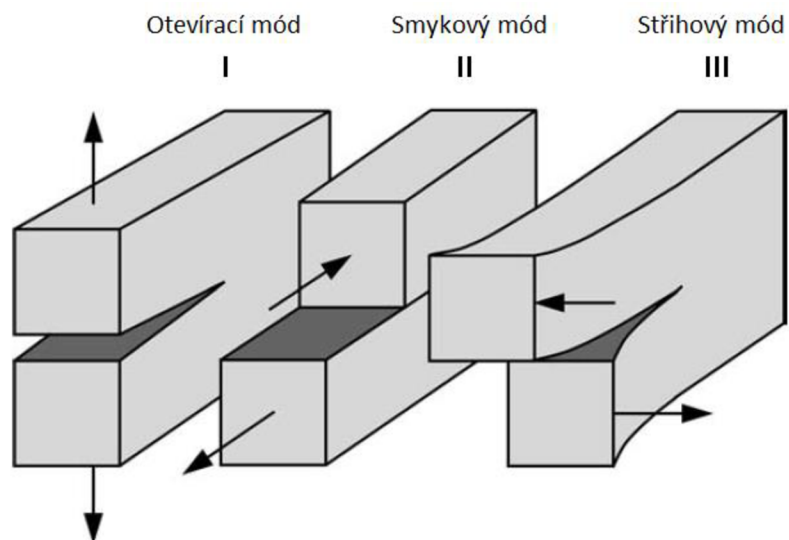
2.1 Lineárně-elastická lomová mechanika

Lineárně-elastická lomová mechanika je část lomové mechaniky zabývající se materiály, které vykazují křehký lom [3]. Během zatěžování a deformace se tyto materiály řídí Hookeovým zákonem [2]. Před porušením nedochází k téměř žádné plastické deformaci [2; 3]. Příkladem takových materiálů může být sklo, keramika nebo některé druhy ocelí [2]. Lineárně-elastická lomová mechanika zavádí veličinu faktor intenzity napětí K , pomocí které popisuje rozložení napětí v okolí čela trhliny [4].

S rostoucím zatížením roste i faktor intenzity napětí [3]. V okamžiku, kdy nastává lom, nabývá faktor intenzity napětí své kritické hodnoty, která je charakteristikou každého materiálu [2]. Kritická hodnota faktoru intenzity napětí bývá také často označována jako lomová houževnatost a značí se K_{Ic} (v případě zatěžujícího módu I) [2].

2.2 Lomová houževnatost

Lomovou houževnatost lze také popsat jako odolnost materiálu proti křehkému lomu v přítomnosti trhliny [2]. V laboratořích se zjišťuje lomová houževnatost u zkoumaného materiálu experimentálně [4]. Bylo vyvinuto několik geometrií zkušebních vzorků a také způsobů jejich zatěžování [2]. Číselný index u lomové houževnatosti vždy značí odpovídající zatěžovací mód [4]. Názorně jsou zatěžovací módy ukázány na Obr. 2.1. Číslem I je označován otevírací mód. Smykový mód má číslo II a číslem III se značí mód stříhový [4].



Obr. 2.1 Tři zatěžovací módy [4].

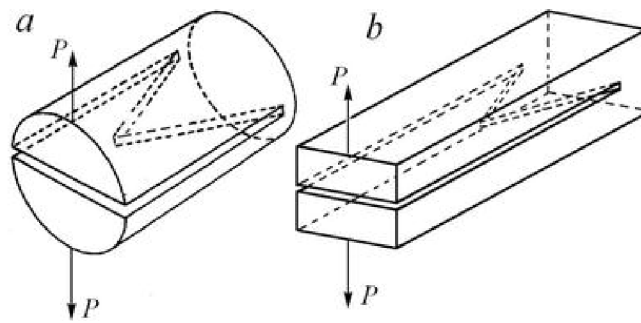
V praxi probíhají nejčastěji experimenty v módu I, jejichž výsledkem je pak lomová houževnatost v zatěžovacím módu I a ta taky nejčastěji vstupuje do následných výpočtů. Hodnoty lomových houževnatostí v dalších módech často nejsou tabelovány a nejsou ani zavedeny normalizované postupy pro jejich určování. [2]

2.3 Měření lomové houževnatosti

Samotné měření lomové houževnatosti materiálů se provádí v laboratorním prostředí [4]. Postup měření musí probíhat v souladu s normou, aby mohla být určená hodnota lomové houževnatosti považována za platnou [4]. Dnes již existuje několik normovaných postupů, které jsou běžně využívány [3; 4]. Liší se materiálem, pro který jsou určeny, geometrií zkušebního tělesa, způsobem zatěžování, tvarem vrubu i způsobem, kterým je vytvářen vrub a případně trhlina [3]. Dále jsou popsány některé způsoby měření používané u keramických materiálů.

2.3.1 Chevron vrub

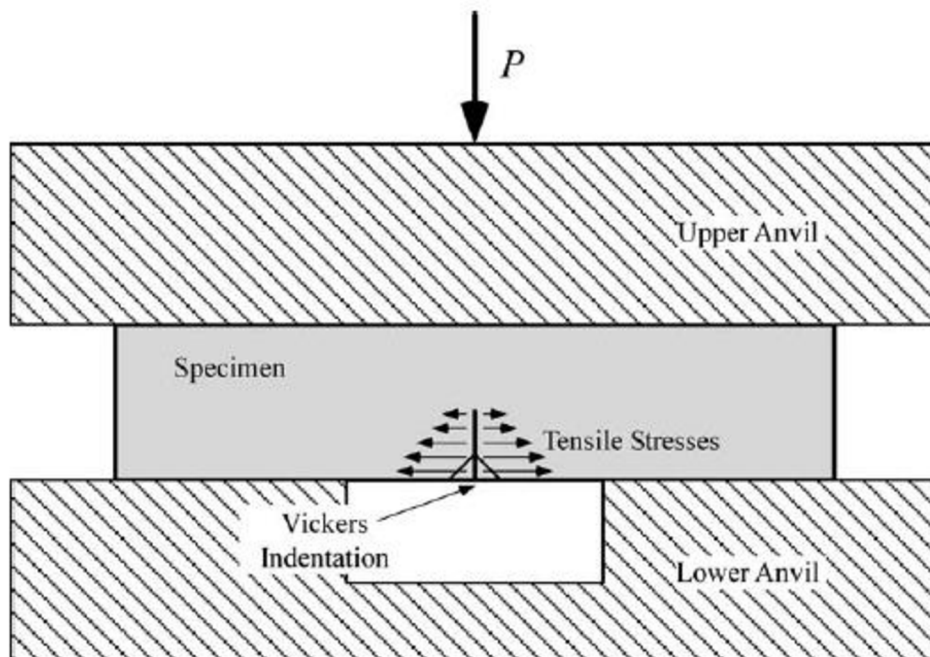
Na vzorku s Chevron vrubem se nachází ligament ve tvaru V (viz Obr. 2.2). Díky tomuto specifickému tvaru není třeba na vzorku vytvářet počáteční trhlinu pomocí cyklického zatěžování. Lze vyvolat stabilní šíření trhliny u materiálu s téměř plochou R křivkou. Trhlina se začne šířit již při malém zatížení, protože ve vrcholu vrubu je velká koncentrace napětí a také je zde vysoká hodnota faktoru intenzity napětí. Trhlina se šíří stabilně, protože čelo trhliny se rozšiřuje a koncentrace napětí i faktor intenzity napětí se snižuje. Pro další šíření trhliny je třeba zvýšit zatížení. Tímto způsobem lze pokračovat až trhlina doroste do kritické délky, po jejímž překročení se začne šířit nestabilně. Chevron vrub není vhodný pro měření materiálů s rostoucí R křivkou a měření za vysokých teplot. Nemá jednoduchou geometrii, ale na druhou stranu vzorky mají kompaktní rozměry. Další výhodou je, že není třeba vytvářet počáteční trhlinu. Pro měření lomové houževnatosti na vzorku s Chevron vrubem je vytvořena norma ASTM. [4]



Obr. 2.2 Vrub typu Chevron [5].

2.3.2 Ohybový vzorek s předem vytvořenou trhlinou pomocí indentace

Zkušební vzorek je vytvořen do hranolovitého tvaru. Na jedné ze stěn je vytvořen vryp pomocí Vickersova indentoru. Následně je vzorek stlačen, jak ukazuje Obr. 2.3. Výsledkem popsaného postupu je vznik trhliny přes část vzorku. Velikost trhliny je možné ovlivnit změnami působících sil při indentaci i při následném stlačování vzorku. Takto vytvořený vzorek lze poté zatěžovat tří nebo čtyřbodovým ohybem pro určení lomové houževnatosti. Metoda je poměrně jednoduchá na realizaci a lze s ní provádět i testy za vysokých teplot. Nevýhodou je, že pro výrobu vzorku je potřeba více materiálu než pro vzorek s Chevron vrubem. Tento fakt je klíčový především při testování nových materiálů, kdy bývá k dispozici pouze omezené množství malých vzorků. Měření lomové houževnatosti pomocí ohýbaných vzorků s trhlinou vytvořenou pomocí indentace bylo zapracováno do ASTM normy. [4]

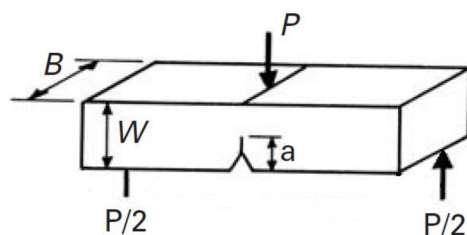


Obr. 2.3 Zatěžovací aparatura a vzorek s trhlinou vytvořenou pomocí indentace [4].

2.3.3 Ohybový vzorek s V vrubem

Metoda je označována zkratkou SEVNB z anglického Single-edge V-notch beam. Používají se vzorky ve tvaru podlouhlého kvádrů. Uprostřed vzorku je vytvořen vrub, který je vyřezán nejprve pomocí diamantové pily a následně ještě zaostřen pomocí žiletky a diamantové pasty. Poloměr zaoblčení v kořenu vrubu může dosahovat hodnoty $1 \div 20 \mu\text{m}$ (v praxi se používá spíše $1 \div 3 \mu\text{m}$), což je pro mnoho materiálů věrné napodobení skutečné ostré trhliny. Takto nachystaný vzorek je následně zatěžován tří nebo čtyřbodovým ohybem, jak je naznačeno na

Obr. 2.4. Během zatěžování je zaznamenávána působící síla. Pomocí lomové síly a geometrie vyrobeného vzorku je nakonec dopočítána hodnota lomové houževnatosti. [6]



Obr. 2.4 Zatížení vzorku pro SEVNB metodu [3].

2.4 Studie o měření lomové houževnatosti

Lomová houževnatost je klíčovou charakteristikou keramických materiálů, které mají dobré vlastnosti pro praktické aplikace [4]. Zásadním problémem a také důvodem, proč nejsou keramické materiály používány ve větší míře je, že jsou náchylné na křehký lom a citlivé na přítomnost defektů ve struktuře [4]. Vytvírají se stále nové způsoby, jak zvýšit lomovou houževnatost keramik [4; 7; 8; 9]. U nového druhu keramiky je potřeba experimentálně určit její lomovou houževnatost. Provádění testů je však u keramik časově i finančně náročné [4]. Objevují se studie zabývající se tím, jaký vliv má geometrie vzorku (vrubu) na výsledek měření. [4; 9]

Ve studii [10] se zabývali vlivem poloměru zaoblení v kořenu vrubu a tvaru R křivky materiálu na měření lomové houževnatosti. Studie probíhala v teoretické rovině a byl uvažován vzorek pro tříbodový ohyb. Poloměr zaoblení v kořenu vrubu má velký vliv na to, zda bude naměřená hodnota lomové houževnatosti platná. Lomovou houževnatost lze určit podle rovnic (1) a (2). [10]

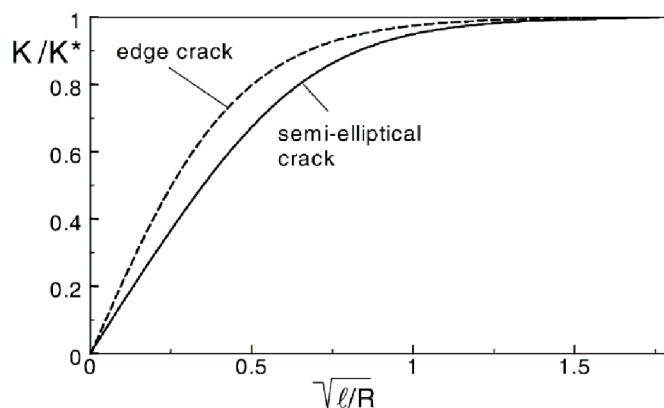
$$K^* = \sigma_{bend} \sqrt{\pi(a_0 + l)} F_{bend} \left(\frac{a}{W} \right) \quad (1)$$

$$\tilde{K} = \sigma_{bend,max} \sqrt{\pi a_0} F_{bend} \left(\frac{a_0}{W} \right) \quad (2)$$

Rovnice (1) platí pouze v případě, když délka samotné počáteční trhliny je větší než poloměr zaoblení ve vrubu. Rovnice (2) špatně určuje lomovou houževnatost v případě, že nastává stabilní šíření trhliny před konečným lomem. Získané lomové houževnatosti je možné korigovat rovnicemi, které říkají, že skutečná hodnota lomové houževnatosti je menší než hodnota spočítaná pomocí rovnic (1) a (2) pokud platí nerovnost (3). [10]

$$\sqrt{\frac{l}{R}} < 1,5, \quad (3)$$

kde l je délka trhliny před kořenem vrubu a R je poloměr zaoblení v kořenu vrubu. Pro poměr délka trhliny ku velikost poloměru zaoblení ve vrubu větší než 1,5 je již rozdíl mezi korigovanou a nekorigovanou hodnotou lomové houževnatosti zanedbatelný, což ukazuje Obr. 2.5. [10]

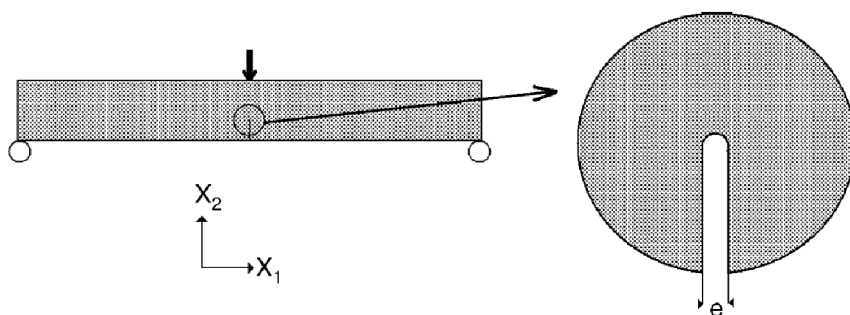


Obr. 2.5 Porovnání korigované a nekorigované hodnoty lomové houževnatosti, závislost poměru skutečné a zdánlivé lomové houževnatosti na odmocnině z poměru délky trhliny a poloměru zaoblení v kořenu vrubu [10].

V některých studiích byla délka trhliny před kořenem vrubu uvažována tak, že velikostně odpovídala defektům vzniklým při vytváření vrubu nebo střední velikosti zrna, protože hranice zrn se můžou chovat podobně jako trhlina. Chybám se při určování lomové houževnatosti nelze vyhnout, minimálně ne v případě materiálů, jejichž chování je významně ovlivněno R křivkou. [10]

Pro praktické určení lomové houževnatosti je potřeba použít různé poloměry zaoblení a sledovat, kdy se se snižujícím poloměrem zaoblení přestane snižovat hodnota lomové houževnatosti. V případě velmi jemnozrnných keramik se může však stát, že se lomové houževnatost nepřestane snižovat nikdy, protože nejsme schopni vytvořit tak ostrý vrub, aby se lomová houževnatost již dále nesnižovala. [10]

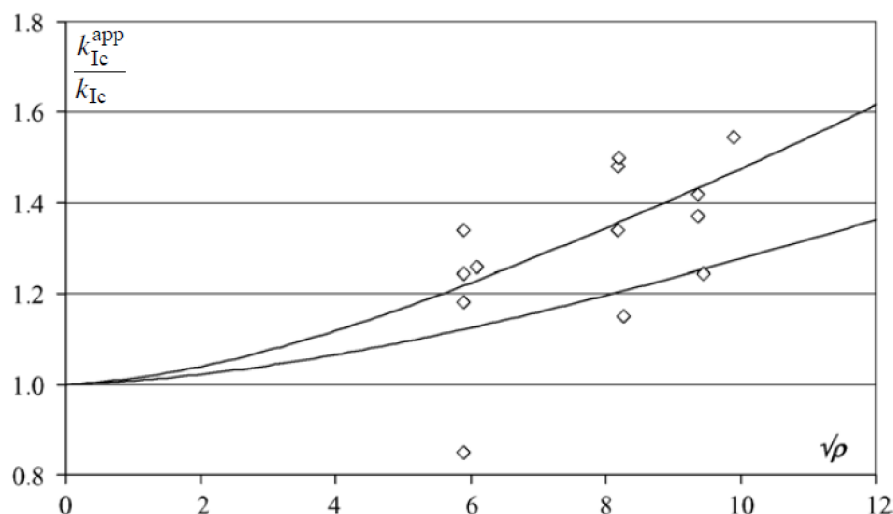
V článku [11] se autoři snažili odvodit funkci, pomocí které by bylo možné odhadnout vliv poloměru zaoblení v kořenu vrubu na měření lomové houževnatosti keramických materiálů. Pokud je poloměr zaoblení příliš velký, výsledky měření jsou pak nadhodnocené a vychází tedy vyšší hodnota lomové houževnatosti, než je skutečná. V práci uvažovali vzorek ukázaný na Obr. 2.6. [11]



Obr. 2.6 Geometrie vzorku a vrubu [11].

Při hledání korekční funkce využili energetický přístup a vycházeli z definice hnací síly trhliny. Následně do výpočtů zahrnuli i napětovou podmínku. Podařilo se jim vytvořit korekční funkci, která udává poměr mezi skutečnou lomovou houževnatostí materiálu a teoreticky změřenou hodnotou v závislosti na poloměru zaoblení v kořenu vrubu. Funkci také porovnávali se skutečnými experimenty. Příklad grafického porovnání teoretického přístupu a experimentu lze vidět na Obr. 2.7. Bodové značky symbolizují hodnoty získané experimentálně. Plné čáry

představují teoretický odhad. Čáry jsou dvě, protože pro mez pevnosti v tahu materiálu nepoužili jednu hodnotu, ale rozmezí dvou hodnot. Výše položená čára odpovídá horní hranici mezi pevnosti, níže položená čára spodní hranici. [11]



Obr. 2.7 Porovnání experimentálních a teoretických dat pro nitrid křemíku, závislost poměru zdánlivé a skutečné lomové houževnatosti na odmocnině z poloměru zaoblení v kořenu vrubu [11].

Získaná korekční funkce může být použita u všech zkoušek, při kterých jsou vrubovaná tělesa zatěžována v otevíracím módu. V ostatních módech funkce není použitelná. Lze ji aplikovat nejen na keramiku, ale na jakýkoliv jiný křehký materiál. Je však potřeba znát mez pevnosti v tahu materiálu a výsledná přesnost určení lomové houževnatosti závisí na přesnosti určení meze pevnosti. [11]

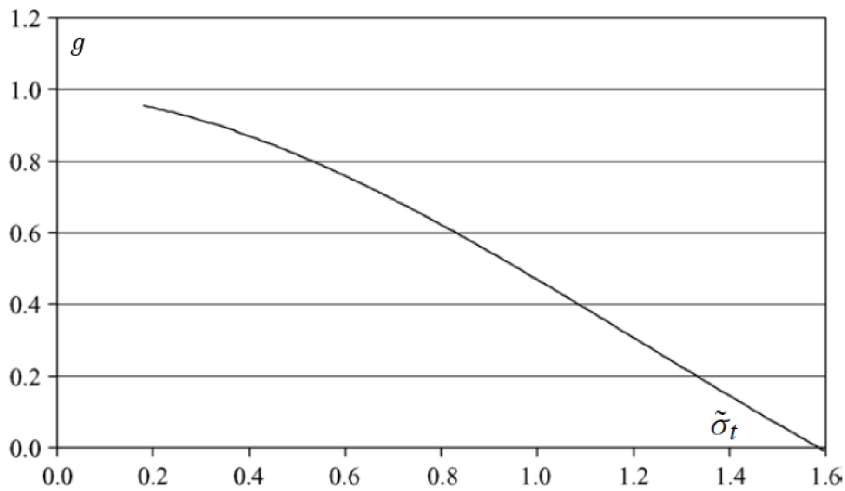
Četné studie tvrdí, že od určité hodnoty poloměru zaoblení (pro keramiky přibližně $10 \mu m$) ve vrubu již jeho hodnota neovlivňuje lomovou houževnatost. Teoretický přístup ve studii však nezahrnuje vliv mikrostruktury, nelze tedy na grafu (Obr. 2.7) pozorovat žádný ostrý zlom. [11]

Praktický postup při určování korigované hodnoty lomové houževnatosti vypadá následovně. Nejprve se zjistí mez pevnosti v tahu materiálu σ_c a poloměr zaoblení v kořenu vrubu $\frac{e}{2}$. Následně se experimentálně určí lomová houževnatost k_{Ic}^{app} označovaná jako zdánlivá. Poté se využije rovnice (4) – viz [11].

$$\tilde{\sigma}_t(\mu_c) = \frac{\sigma_c \sqrt{e}}{k_{Ic}^{app}}, \quad (4)$$

Použije se graf na Obr. 2.8, ze kterého se s využitím hodnoty $\tilde{\sigma}_t$ určí hodnota funkce g . Pomocí této funkce se pak koriguje hodnota zdánlivé lomové houževnatosti na skutečnou hodnotu podle rovnice (5) – viz [11].

$$k_{Ic} = k_{Ic}^{app} \sqrt{g(\mu_c)} \quad (5)$$

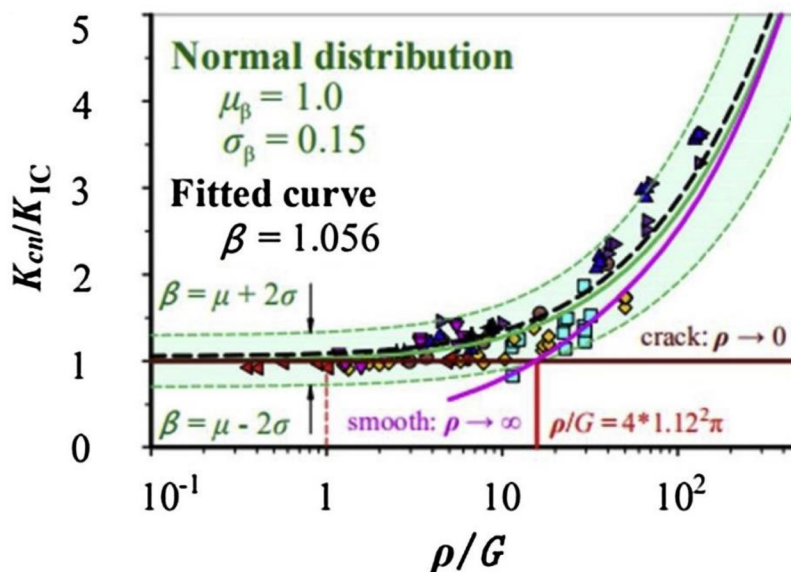


Obr. 2.8 Graf pro určení hodnoty korekční funkce [11].

V práci [12] se autoři zabývali vlivem poloměru zaoblení ρ v kořenu vrubu na změřené hodnoty lomové houževnatosti K_{cn} u vrubovaných zkušebních těles. Do úvah zahrnuli také vliv velikosti zrna G zkoumaných keramických materiálů. Aby bylo možné pozorovat společný vliv obou faktorů, sledovali závislost změřené lomové houževnatosti K_{cn} na poměru poloměru zaoblení ρ a velikosti zrna G . Odvodili funkční závislost (rovnice (6)), pomocí které je možné predikovat hodnoty lomové houževnatosti K_{cn} , které budou změřeny při experimentu. [12]

$$\frac{K_{nc}}{K_{IC}} = \sqrt{1 + \frac{\rho}{G}} \quad (6)$$

Experimentální měření bylo provedeno na více než 100 vzorcích z několika keramických materiálů s rozdílnou velikostí zrna G . Na zkušebních vzorcích byly v kořenu vrubu vytvořeny různé poloměry zaoblení ρ . Pomocí naměřených dat byl sestaven graf na Obr. 2.9, ve kterém jsou vyznačeny jak experimentální hodnoty, tak také funkce z rovnice (6). [12]

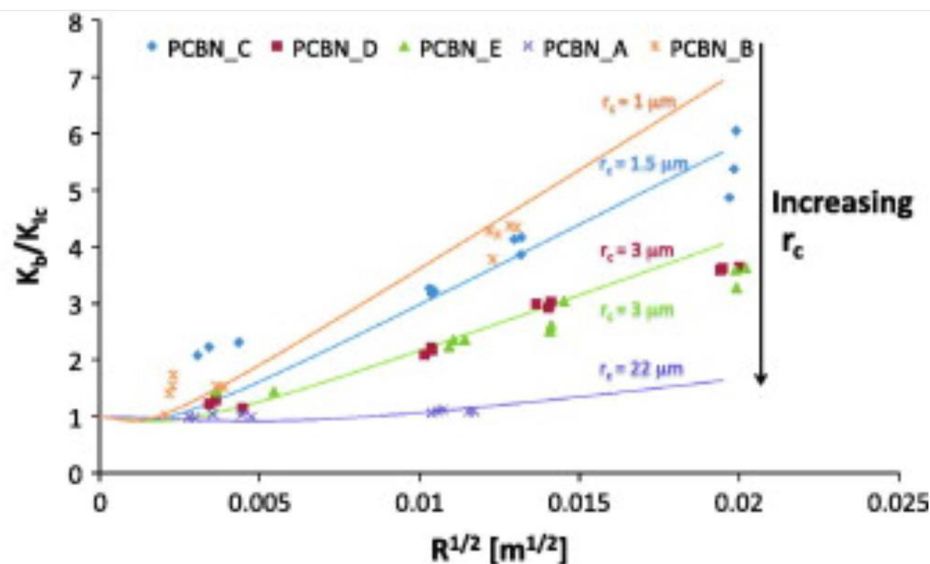


Obr. 2.9 Porovnání experimentálních dat a predikční funkce [12].

Bylo zjištěno, že predikční funkce dobře předpovídá hodnoty zjištěné při experimentálním testování, a to i pro různé keramické materiály. S klesající hodnotou poměru poloměru zaoblení ρ a velikosti zrna G dochází i k poklesu naměřené lomové houževnatosti K_{cn} . Až při hodnotě zmíněného poměru přibližně rovné jedné se naměřená lomová houževnatost K_{cn} ustálí na hodnotě skutečné lomové houževnatosti K_{Ic} dané keramiky. [12]

V [13] se podobně jako v předchozí studii zaměřili na vliv poloměru zaoblení R v kořenu vrubu na hodnotu experimentálně změřené lomové houževnatosti K_b s přihlédnutím i na vliv velikosti zrna r_c zkoumaného materiálu, který byl v tomto případě kubický nitrid boru. Použili jinou funkční závislost (rovnice (7)) pro odhad naměřených hodnot lomové houževnatosti K_b . Její porovnání s experimenty je graficky zobrazeno na Obr. 2.10. [13]

$$\frac{K_b}{K_{Ic}} = \frac{\left(1 + \frac{R}{2r_c}\right)^{\frac{3}{2}}}{1 + \frac{R}{r_c}} \quad (7)$$



Obr. 2.10 Porovnání experimentálních hodnot a predikční funkce s vlivem poloměru zaoblení v kořenu vrubu [13].

Z grafu je patrné, že změřená lomová houževnatost K_b je závislá na poloměru zaoblení R v kořenu vrubu. A to tak, že s rostoucím poloměrem zaoblení R roste i změřená lomová houževnatost K_b . V grafu je také ukázáno, že míra této závislosti se snižuje s rostoucí velikostí zrna materiálu r_c . Dále bylo zjištěno, že materiál s větší velikostí zrna má větší skutečnou lomovou houževnatost K_{Ic} než materiál s menšími zrny. [13]

2.5 Konečná lomová mechanika

Klasická lomová mechanika, popsaná v předchozích kapitolách, se zabývá šířením existující trhliny. Oproti tomu konečná lomová mechanika uvažuje křehký materiál bez vad a umožňuje analyzovat, za jakých podmínek dojde k prvotnímu vytvoření trhliny. Předpokládá se, že vzniklá trhlina má konečně malou délku. Proces vzniku trhliny je náhlý a trhlina neroste po nekonečně malých přírůstcích, ale vzniká skokově po přírůstcích o konečné délce [14]. V konečné lomové mechanice bylo pro určení okamžiku a místa, kde dojde ke vzniku trhliny, odvozeno sdružené energeticko-napěťové kritérium. [15]

2.5.1 Sdružené energeticko-napěťové kritérium

Sdružené energeticko-napěťové kritérium zohledňuje současně napěťové i energetické poměry v místě potenciálního vzniku trhliny. Kritérium říká, že trhlina vznikne, pokud jsou současně splněny obě podmínky [9; 15; 16]. Napětí je větší než mez pevnosti v tahu materiálu v celé oblasti, kde má vzniknout trhlina. Tuto podmínku popisuje rovnice (8) [16]. Současně musí být v tělese k dispozici dostatečné množství energie, aby mohly vzniknout nové povrchy trhliny, což lze vyjádřit pomocí rovnice (9) [16].

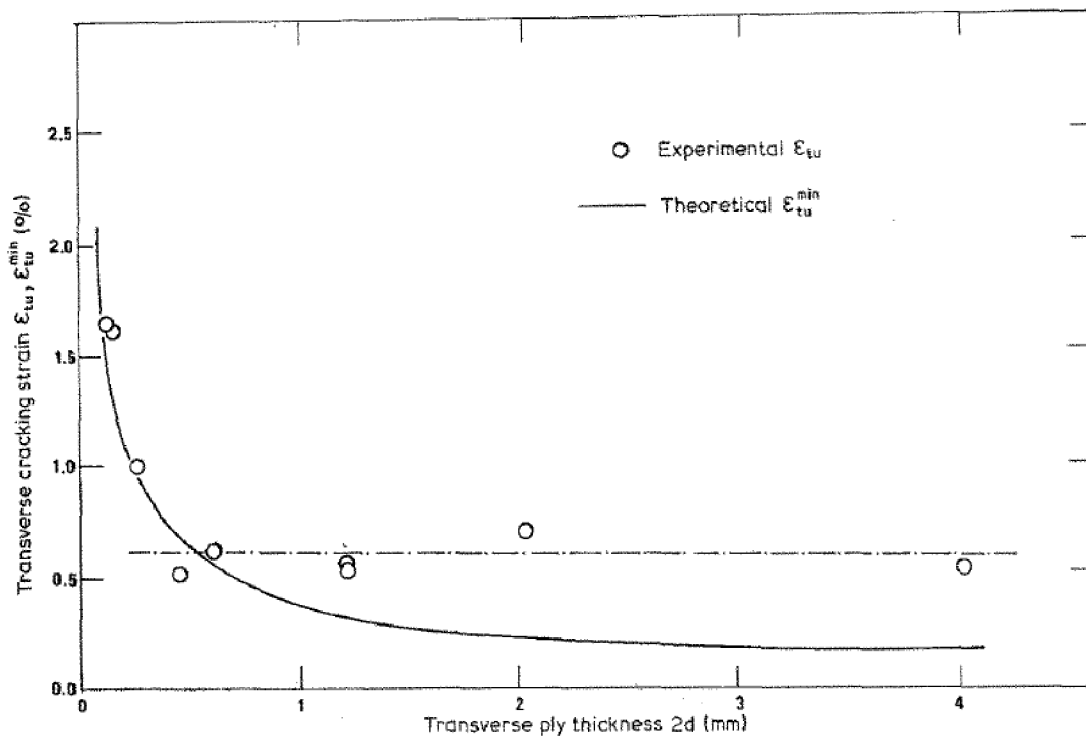
$$\sigma \geq \sigma_c \quad (8)$$

$$G_{inc} \geq G_c \quad (9)$$

V rovnici (8) značí σ normálové tahové napětí ve směru kolmém k lomové ploše. σ_c je pak označení meze pevnosti v tahu. G_{inc} v rovnici (9) označuje inkrementální rychlost uvolňování energie a G_c je její kritická hodnota, která je ekvivalentním vyjádřením lomové houževnatosti. [16]

Pomocí sdruženého kritéria lze určit, při jakém zatížení dojde ke vzniku trhliny. Dále lze určit místo, ve kterém trhlina vznikne a také délka samotné trhliny. [15] Napěťová podmínka dává horní hranici délky nově vzniklé trhliny [16]. Energetická podmínka naopak poskytuje spodní hranici délky trhliny [16]. Platnost kritéria je potvrzena i experimenty [11; 15; 17], které ukazují, že pro vznik trhliny nestačí, když je splněna jen jedna z podmínek.

V [17] prováděli experimenty s epoxydovým kompozitem se skelnými vlákny. Tahově ho zatěžovali v transverzálním směru a sledovali, při jakých hodnotách přetvoření dojde k porušení. U zkoumaných vzorků používali různé tloušťky. Vytvořili závislost přetvoření při porušení vzorku na tloušťce vzorku. Na Obr. 2.11 jsou vyneseny experimentálně zjištěné hodnoty. Kromě nich je také čárkovanou čarou vyznačena hodnota přetvoření, která odpovídá mezi pevnosti. Plnou čarou je pak vykreslena energetická podmínka vzniku trhliny. [17]



Obr. 2.11 Závislost přetvoření na toušce vzorku [17].

Z grafu na Obr. 2.11 je vidět, že při dostatečně velké tloušťce vzorku dochází k porušení při přibližně konstantním přetvoření. Tato hodnota koresponduje s mezí pevnosti a chování kompozitu je tedy řízeno napětovou podmínkou. Při nižších hodnotách tloušťky vzorku však dochází k porušení až při vyšších hodnotách zatížení, které odpovídají splnění energetické podmínky pro vznik trhliny. Z grafu tedy vyplývá, že v okamžiku porušení vzorku jsou vždy současně splněny obě podmínky – energetická i napětová. Obě dvě jsou podmínkou nutnou ke vzniku trhliny a podle provedeného experimentu se zdá, že by mohly být společně i podmínkou postačující. [17]

Dříve bylo sdružené energeticko-napětové kritérium aplikováno pouze na 2D analýzy. Dnes lze již nalézt i studie o použití kritéria ve 3D případech [18; 19; 20; 21]. Výhodou aplikace kritéria ve 3D je, že lze do výpočtu zahrnout i tvar čela trhliny. V [19; 21] byly pro definování čela trhliny použity napětové izolinie, a poté byla trhlina charakterizována svojí plochou.

Oba způsoby výpočtu, 2D i 3D, poskytují výsledky v poměrně dobré shodě s experimenty, nicméně hodnoty z 3D přístupu jsou o něco blíže k experimentálním [21]. V [20] uvádí, že při hodnocení kritického zatížení, při kterém dojde ke vzniku trhliny, je rozdíl mezi výsledky 2D a 3D výpočtu v nejhorsím případě 10 %.

3 ANALÝZA PROBLÉMU A CÍLE PRÁCE

3.1 Problémová situace

Keramické materiály mají řadu dobrých vlastností, mezi které patří například vysoká pevnost nebo otěruvzdornost. Častějšímu využití keramik v praxi však brání jejich nízká lomová houževnatost, jsou tedy náchylné ke křehkému lomu, který je ve spoustě aplikací často velmi nežádoucím jevem. Vyvíjí se nové způsoby, jak lomovou houževnatost keramik zlepšit, stále ale nedosahují hodnot častěji používaných ocelí.

Při vývoji nových materiálů je třeba se zaměřit na jejich lomovou houževnatost. Proces určování lomové houževnatosti je časově náročný a může být také finančně nákladný. Před samotným měřením je třeba na vzorku vytvořit trhlinu. V případě ocelí může být trhlina vytvořena například pomocí cyklického zatěžování. U keramik je situace obtížnější. Nevytváří se skutečná trhlina, ale brousí se vrub. V kořenu vrubu se pak zmenšuje poloměr zaoblení až na hodnoty jednotek mikrometrů, aby se vrub svým chováním přiblížil skutečné trhlině. Právě tato činnost je nákladná a zdoluhavá.

Objevují se studie [10; 11; 12; 13], které si kladou za cíl zjednodušit nebo zrychlit postup při experimentech. Jedním ze způsobů, který by mohl vést ke zjednodušení měření, je využít korekci naměřených dat, která by zohlednila různou geometrii kořene vrubu (jeho poloměr zaoblení). Při experimentech by se postupovalo běžným způsobem. Nemusel by se však vytvářet ostrý vrub, čímž by se ušetřil čas i náklady na přípravu vzorků. Změřila by se lomová houževnatost na vzorku s neostrým vrubem a následně by se změřená hodnota lomové houževnatosti upravila pomocí korekce na hodnotu, která by odpovídala lomové houževnatosti změřené na vzorku s ostrým vrubem.

3.2 Formulace problému

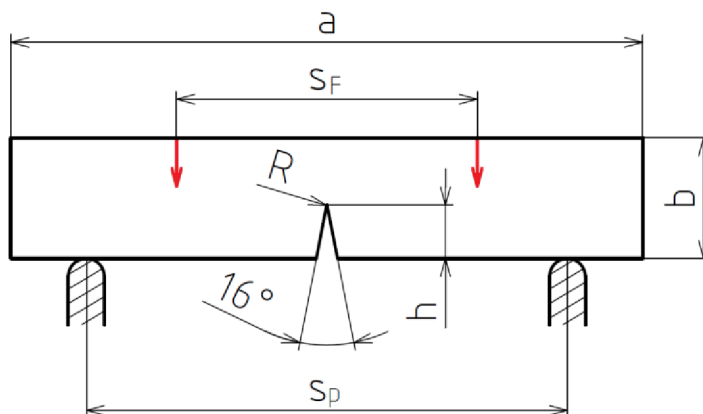
S využitím programu Ansys a sdruženého energeticko-napěťového kritéria analyzovat podmínky pro vznik trhliny v keramickém zkušebním vzorku s vrubem zatíženém čtyřbodovým ohybem a navrhnout způsob korekce naměřené lomové houževnatosti u vzorků s různým poloměrem zaoblení vrubu.

3.3 Cíle práce

- 1) Rešerše v oblasti experimentálního stanovování lomové houževnatosti a jejího posuzování při různých geometriích vrubu.
- 2) Vytvoření parametrického výpočtového (MKP) modelu zkušebního tělesa pro čtyřbodový ohyb s vrubem volitelné geometrie.
- 3) S využitím MKP simulace a sdruženého energeticko-napěťového kritéria analyzovat podmínky pro iniciaci (a následné šíření) trhliny z kořene vrubu o různé geometrii při zkoušce čtyřbodovým ohybem.
- 4) Navrhnout metodu přepočtu naměřené lomové houževnatosti mezi vzorky s různou geometrií (neostrého) vrubu a ostrým vrubem.
- 5) Porovnat výsledky s dostupnými experimenty.

4 ŘEŠENÍ PROBLÉMU S VYUŽITÍM 2D VÝPOČTOVÉHO MODELU

Při numerickém výpočtu byla simulována experimentální zkouška pro měření lomové houževnatosti křehkého materiálu. Geometrie výpočtových modelů odpovídala reálným zkušebními vzorkům a měla podobu podlouhlého kvádrů (trámečku), na kterém byl vytvořen vrub, a byly zatěžovány čtyřbodovým ohybem (viz Obr. 4.1). Skutečné vzorky byly vyrobeny z keramického materiálu složeného z Al_2O_3 a LTCC (low temperature cofired ceramics) v poměru 1:1. LTCC je materiál na bázi skla.



Obr. 4.1 Geometrie zkušebních vzorků, umístění podpor a zatěžujících sil.

4.1 Příprava výpočtového modelu

Počítačová simulace experimentální zkoušky probíhala v programu Ansys Mechanical, konkrétně v jeho klasickém prostředí. Nejdříve byl vytvořen s využitím jazyka APDL parametrický výpočtový model tak, aby bylo možné jednoduše měnit jeho geometrii a provádět tak snadno výpočty pro různé parametry vzorku.

4.1.1 Geometrie modelu a model materiálu

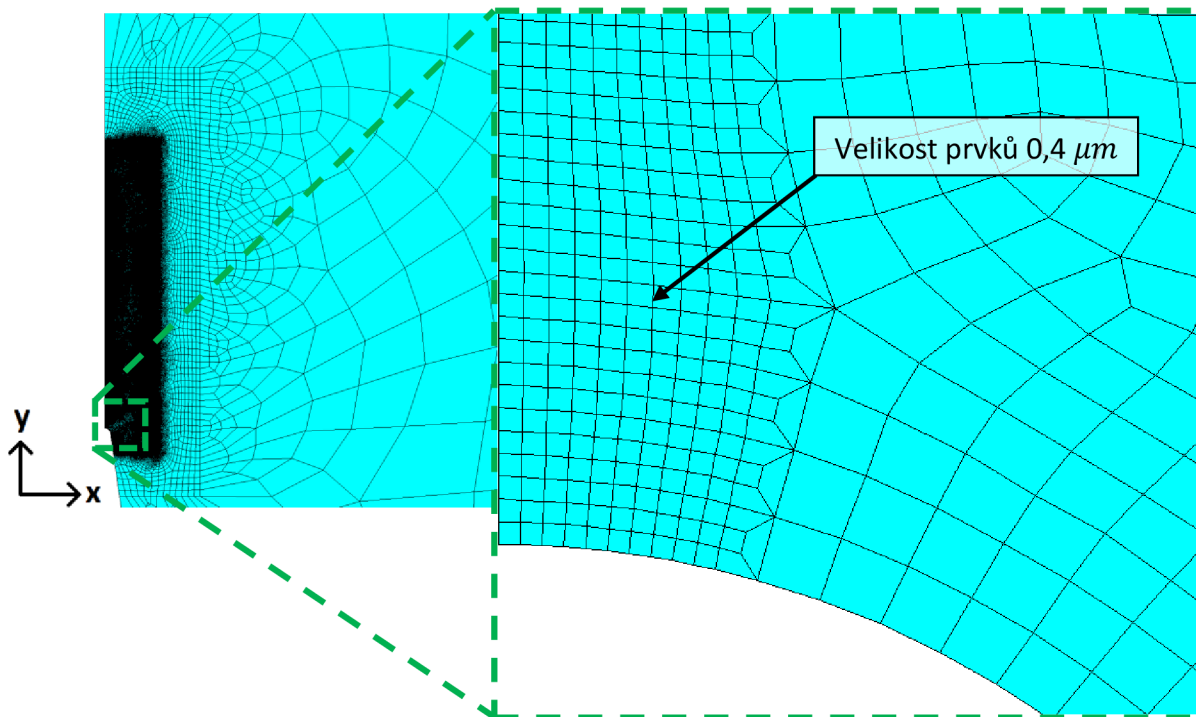
Výpočtový model byl vytvořen jako rovinný a byla použita analýza typu rovinné deformace. Pro efektivnější výpočty byla využita symetrie zkušebních vzorků a byla modelována jen polovina zkušebního tělesa. Keramický materiál byl modelován jako lineární izotropní, k jehož definování byly využity dvě konstanty: modul pružnosti v tahu $E = 150 \text{ GPa}$ a Poissonův poměr $\mu = 0,236$. Hodnoty těchto veličin byly k práci poskytnuty (na základě dříve provedených experimentů).

4.1.2 Síť a okrajové podmínky

K vytvoření sítě konečných prvků byl použit prvek s označením PLANE183. Jedná se o rovinný prvek s kvadratickými bázovými funkcemi [22]. Každý prvek má 8 uzlů a v každém uzlu jsou dva stupně volnosti (dva posuvy v na sebe kolmých směrech) [22]. Síť byla vytvořena z převážně čtvercových prvků (Obr. 4.2) a byla výrazně zjemněna v okolí osy symetrie vzorku (Obr. 4.3). V tomto místě dochází ke vzniku trhliny při experimentálních zkouškách, a proto je nutné, aby zde byla síť s malými a pokud možno pravidelnými prvky.



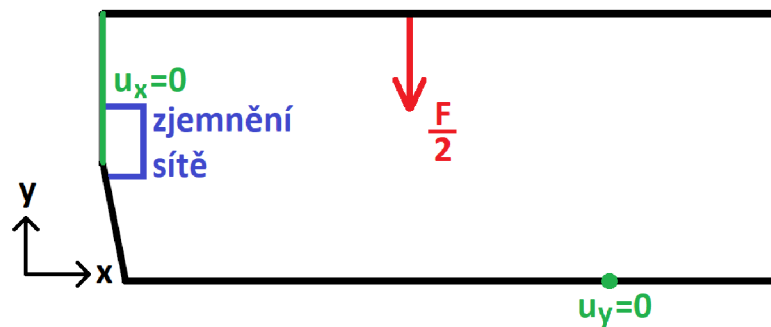
Obr. 4.2 Síť konečných prvků.



Obr. 4.3 Detailní pohled na použitou síť.

Na model byly zadány tři okrajové podmínky (Obr. 4.4). První podmínka na spodní hraně modelu zabraňuje posuvu ve směru osy y ($u_y=0$) a simuluje tak podporu. Druhá podmínka na horní hraně modelu představuje zatěžující sílu. Její velikost na celý vzorek je jednotková, protože byla později použita pro výpočet kritické síly, při které dojde k přelomu vzorku. Protože byl pro výpočet použit rovinný model, musela být při zadávání síly zohledněna jeho tloušťka. Aplikovaná síla ještě musela být vydělena skutečnou tloušťkou vzorku, aby mohla být při následných výpočtech skutečně považována za jednotkovou. Jelikož je využita symetrie a je modelována jen polovina vzorku, musela být síla ještě zmenšena na polovinu.

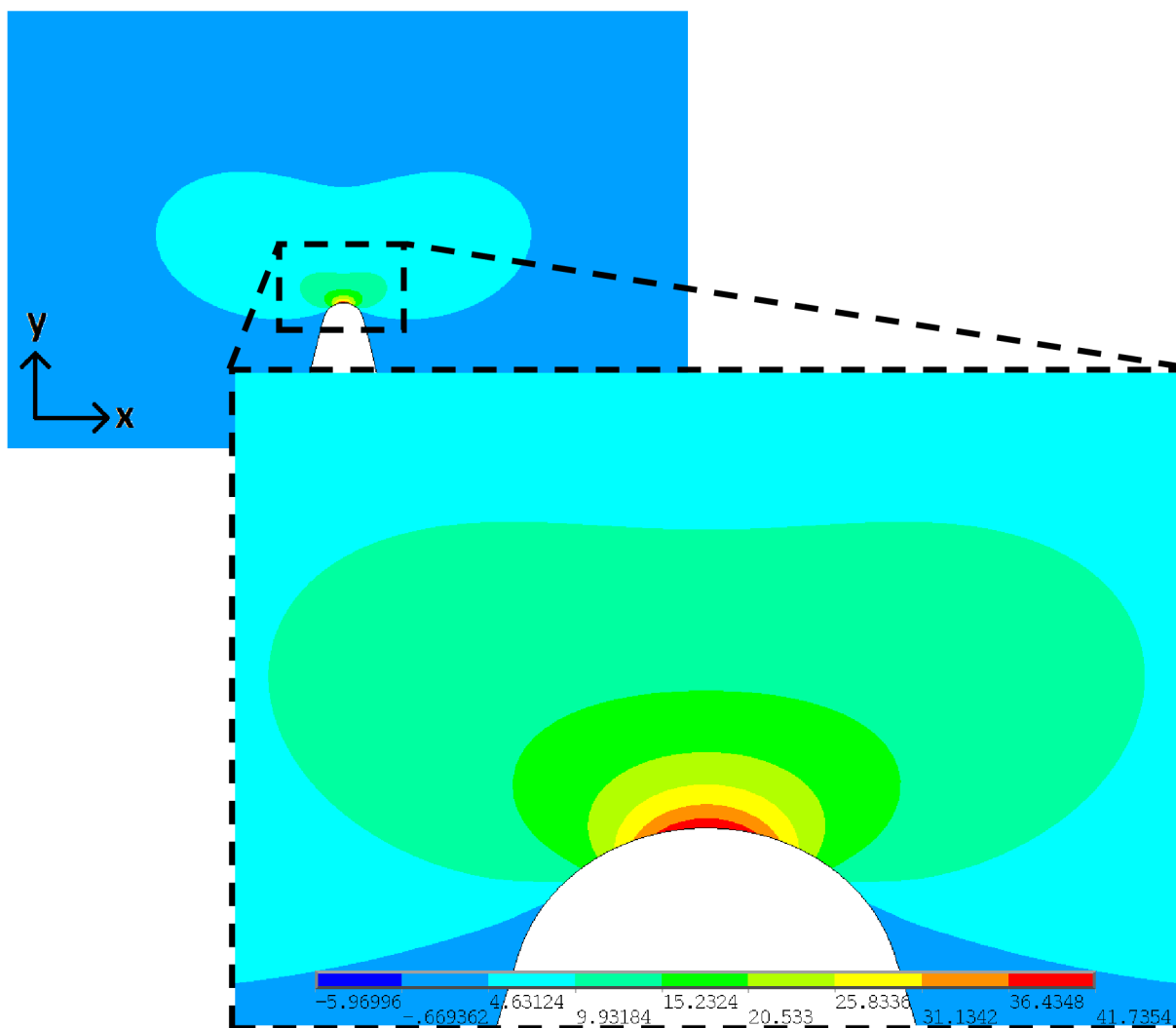
Třetí okrajová podmínka byla aplikována na levou hranu modelu a zabraňuje posuvu ve směru osy x . Tato podmínka je ekvivalentní se zadáním symetrie, a proto už nebylo třeba symetrii modelu dále nijak definovat. Pomocí poslední okrajové podmínky bylo možné modelovat také trhlinu o předem dané délce. Tím, že okrajová podmínka nebyla zadána na celou levou hranu, ale až od určité vzdálenosti a_0 od kořene vrubu, byla vytvořena počáteční trhlinka s délkou a_0 (měřeno od kořene vrubu).



Obr. 4.4 Znáznornění použitých okrajových podmínek na 2D modelu a oblast s jemnou sítí.

4.2 Výstupy ze simulace

Při každém výpočtu bylo nejprve určeno napětí před kořenem vrubu pro těleso bez trhliny. Uvažováno bylo napětí ve směru kolmém na předpokládaný směr šíření trhliny (kolmo na osu symetrie modelu), tedy normálové napětí ve směru osy x , protože toto napětí způsobuje rozevírání trhliny. Rozložení napětí v okolí kořene vrubu je zobrazeno na Obr. 4.5. Pro další zpracování bylo používáno napětí na cestě totožné s osou symetrie tělesa.



Obr. 4.5 Rozložení normálového napětí ve směru osy x v okolí kořene vrubu, hodnoty napětí jsou uvedeny v MPa.

Byla také spočtena elastická potenciální energie tělesa W po zatížení. Poté byla pomocí cyklu počítána elastická potenciální energie tělesa pro postupně se zvětšující délku trhliny. V každém kroku cyklu byla nastavena jiná délka trhliny a byla počítána energie W . Byla použita vestavěná funkce, která určí potenciální energii každého prvku modelu. Následně byly hodnoty energií ze všech prvků sečteny, a tak byla získána celková potenciální energie tělesa W . Ve všech krocích byla pomocí elastické potenciální energie a délky trhliny spočítána také rychlost uvolňování energie $G(a)$ a inkrementální rychlost uvolňování energie $G_{inc}(a)$ podle rovnic (10) a (11) [9].

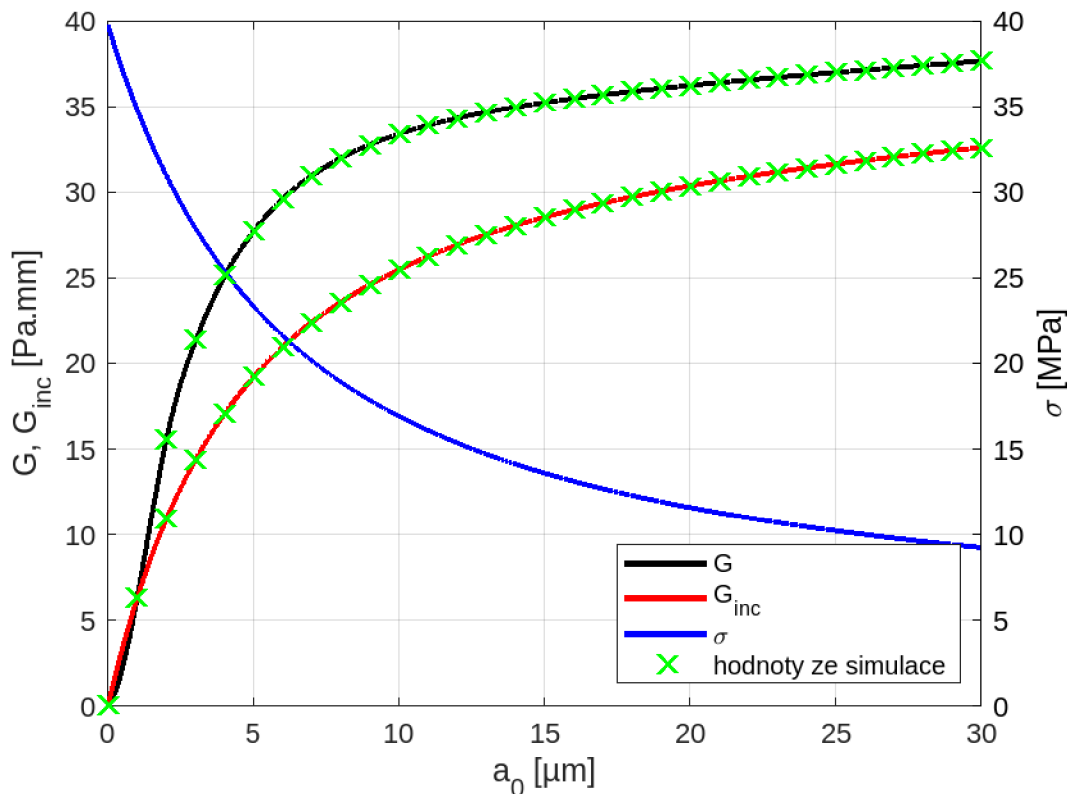
$$G_{inc}(a) = -\frac{W(0) - W(a)}{a} \quad (10)$$

$$G(a) = -\frac{dW(a)}{da} \quad (11)$$

S využitím popsaného postupu byla tedy získána závislost napětí na vzdálenosti od kořene vrubu v tělese bez trhliny a závislost obou rychlostí uvolňování energie na délce trhliny.

4.3 Zpracování výsledků simulace

Se třemi závislostmi popsanými na konci předchozí sekce pokračoval výpočet v programu Matlab. Jelikož data získaná z Ansysu byla příliš hrubá (bylo počítáno pouze omezené množství potenciálních délek trhlin), bylo třeba je popsat více body. K tomuto účelu byla použita funkce „spline“, která proložila zadané body pomocí splajnů s libovolnou hustotou bodů nových. Na Obr. 4.6 jsou ukázány jako hodnoty získané ze simulace, tak i data po proložení splajny. Veličina a_0 na ose x značí pro napětí σ vzdálenost od kořene vrubu a pro rychlosti uvolňování energie G a G_{inc} délku trhliny.



Obr. 4.6 Data získaná z numerického výpočtu proložená pomocí funkce "spline".

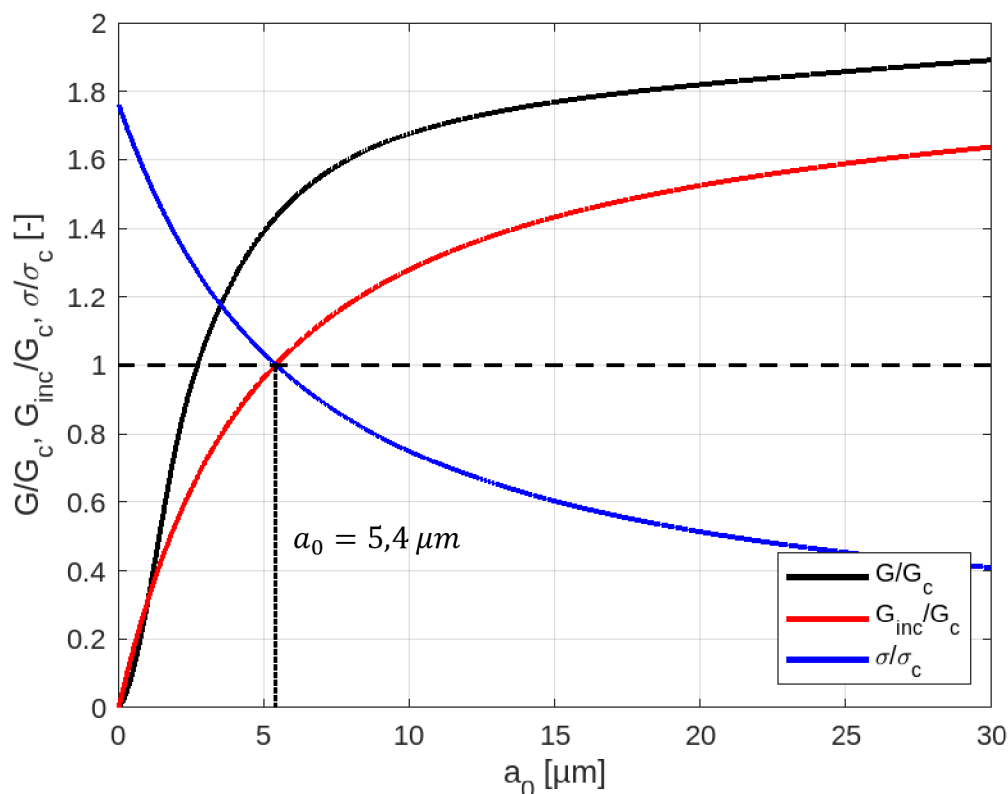
Dále už bylo využito sdružené energeticko-napěťové kritérium, které říká, že trhlina vznikne, pokud je hodnota inkrementální rychlosti uvolňování energie větší než její kritická hodnota (odpovídající lomové houževnatosti materiálu) a současně je hodnota napětí před čelem vrubu (do vzdálenosti odpovídající dané délce uvažované trhliny) větší, než je hodnota meze pevnosti v tahu materiálu. Trhlina se rozšíří z povrchu vzorku právě do místa, ve kterém jsou tyto podmínky současně splněny. Pevnost materiálu v tahu byla uvažována o velikosti $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$ a lomová houževnatost $K_{Ic} = 2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$ (obě hodnoty byly k práci poskytnuty). Kritická hodnota inkrementální rychlosti uvolňování energie G_c byla vypočtena pomocí materiálových charakteristik zkoumané keramiky využitím rovnice (12), která platí pro případ rovinné deformace [4].

$$G_c = (1 - \mu^2) \frac{K_{Ic}^2}{E} \quad (12)$$

Jakmile trhlina vznikne, neřídí se dále hodnotou inkrementální rychlosti uvolňování energie G_{inc} , ale její chování je dáno hodnotou rychlosti uvolňování energie G . Pokud je hodnota rychlosti uvolňování energie G větší než její kritická hodnota G_c , bude se trhlina šířit až do vzdálenosti, kde rychlosti uvolňování energie G klesne pod kritickou hodnotu G_c , nebo dokud se trhlina nerozšíří skrz celý vzorek a nedojde k celkovému lomu [9]. V případě na Obr. 4.6 se tedy trhlina po svém vzniku bude dále šířit. Protože je G rostoucí, bude se trhlina šířit nestabilně a dojde k lomu celého vzorku.

4.3.1 Výpočet lomové síly

K nalezení síly, při které budou splněny obě podmínky kritéria, bylo efektivně využito faktu, že celá řešená úloha je lineární. Při zvyšování síly roste sledované napětí v závislosti na první mocnině síly. Oproti tomu rychlosti uvolňování energie rostou s druhou mocninou síly. Namísto opakování časově náročného výpočtu v Ansysu pro postupně stále větší zatěžující sílu stačilo jen násobit napětí a rychlosti uvolňování energie odpovídající mocninou číselného parametru a sledovat, při jaké hodnotě parametru dojde ke splnění kritéria. Nalezená hodnota parametru byla shodná s velikostí síly, při které by došlo ke vzniku trhliny, protože zatěžující síla na začátku výpočtu byla nastavena na hodnotu 1 N . Obr. 4.7 ukazuje splnění sdruženého energeticko-napěťového kritéria při hodnotě parametru $k = 20,23$. Hodnota lomové síly je tedy v tomto případě $20,23 \text{ N}$. Rychlosti uvolňování energie jsou v grafu na Obr. 4.7 normovány vzhledem ke své kritické hodnotě, stejně tak napětí je normováno vzhledem k mezi pevnosti v tahu. V grafu je také tečkovanou čarou vyznačena počáteční délka trhliny, tedy vzdálenost, do které se trhlina při svém vzniku rozšíří.



Obr. 4.7 Ukázka splnění sdruženého energeticko-napětového kritéria.

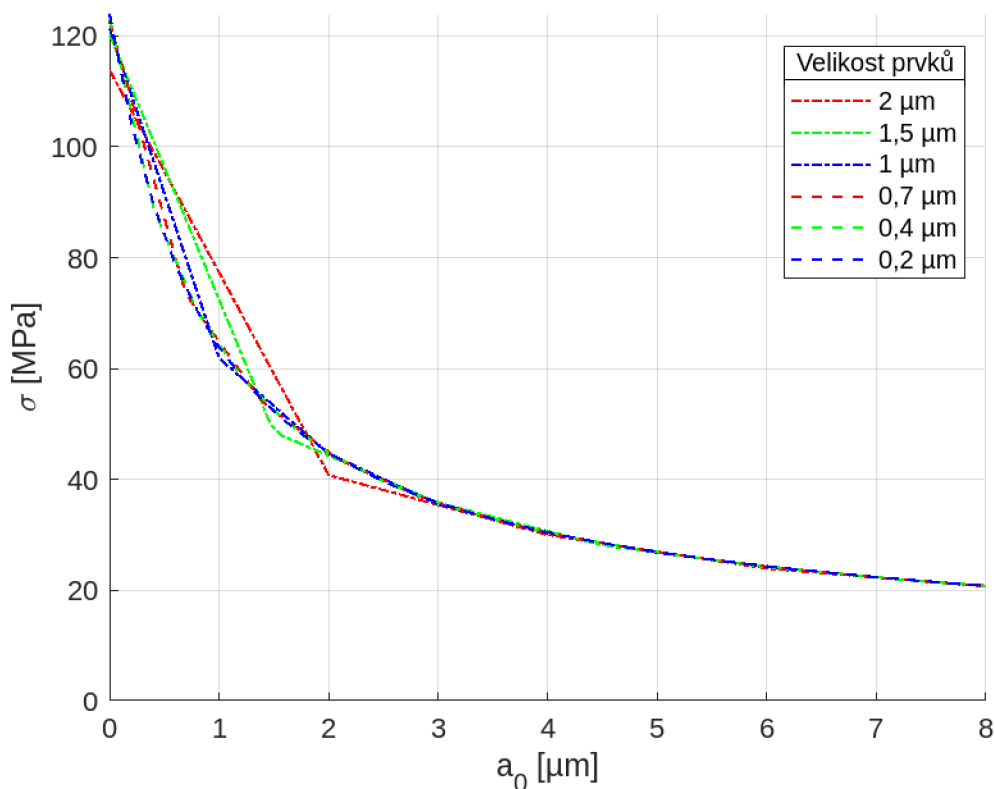
4.4 Analýza vlivu velikosti prvků na predikci lomové síly

Kvalitní síť konečných prvků je důležitým předpokladem pro získání správných výsledků z numerické simulace. Jedním z aspektů, který má výrazný vliv na výpočet, je velikost prvků. Pokud je zvolená velikost prvků příliš velká, tedy síť je příliš hrubá, model se chová, jako by byl tužší, než ve skutečnosti je, a získané výsledky neodpovídají skutečnosti. Při zmenšování velikosti prvků se výsledky postupně zpřesňují a přibližují nějaké ustálené hodnotě.

Naopak pokud jsou zvoleny příliš malé prvky, na vytvoření sítě je jich použito velké množství a numerický výpočet může trvat nepříjemně dlouhou dobu. Ideální při vytváření sítě je použít co největší velikost prvků, při které ještě budou výsledky dosahovat požadované přesnosti. Určit správnou velikost prvků před spuštěním výpočtu však není snadné, proto byla provedena analýza, jejíž cílem bylo stanovit maximální velikost prvků, která je ještě pro požadovaný výpočet vyhovující a dává dostatečně přesné výsledky.

Analýza byla provedena na vzorku číslo 2, který měl ze všech vzorků nejmenší poloměr zaoblení v kořenu vrubu (další informace o vzorku jsou součástí přílohy). Bylo očekáváno, že z tohoto důvodu bude v okolí kořene vrubu největší gradient napětí. Pokud se podaří vytvořit síť, která dokáže vystihnout gradient napětí u tohoto vzorku, bude také vyhovující pro všechny ostatní vzorky, u kterých je poloměr zaoblení menší a mělo by u nich docházet k menší koncentraci napětí.

Pro posouzení, zda je velikost prvků dostatečně malá nebo ne, bylo použito výsledků v podobě napětí. Konkrétně bylo sledováno normálové napětí ve směru osy x vykreslené na cestě v ose symetrie modelu. Velikost prvků v okolí kořene vrubu byla postupně měněna v rozsahu od $0,2 \mu\text{m}$ do $2 \mu\text{m}$. Pro různé hodnoty ze zvoleného rozsahu bylo vždy vykresleno napětí. Rozdíly mezi jednotlivými výsledky lze pozorovat na Obr. 4.8.



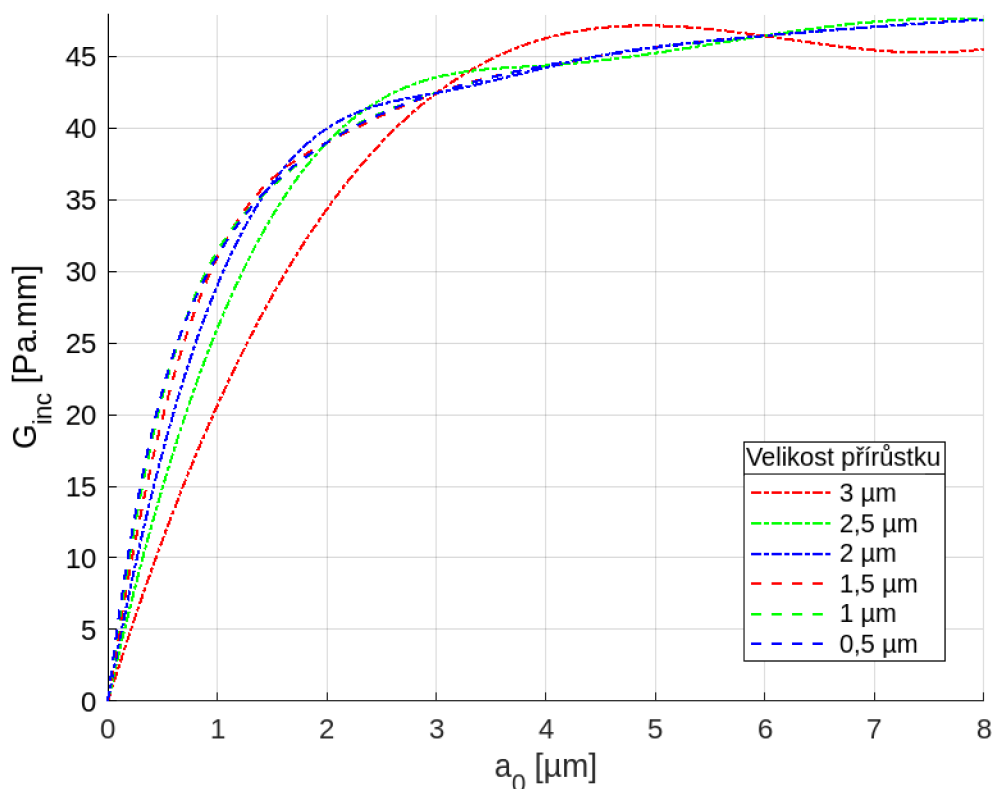
Obr. 4.8 Vliv velikosti prvků na průběh normálového napětí ve směru osy x.

Podle Obr. 4.8 byla pro vytvoření sítě zvolena velikost prvků $0,4 \mu\text{m}$. Průběh napětí na modelu s velikostí prvků $0,2 \mu\text{m}$ se už téměř neliší od výsledků získaných při použití prvků o velikosti $0,4 \mu\text{m}$. Mělo by tedy být zaručeno, že při použití sítě vytvořené z prvků o velikosti $0,4 \mu\text{m}$ budou obdrženy výsledky nezkrácené a správné. Stejně tak by mělo být zajištěno, že když bude použita stejná velikost prvků i u dalších vzorků, které mají větší poloměr zaoblení v kořenu vrubu, budou i u nich získány správné hodnoty výsledků.

4.5 Analýza vlivu velikosti přírůstku trhliny pro určení závislosti G_{inc} na délce trhliny

Jak už bylo napsáno dříve, při numerickém výpočtu byla postupně zvětšována délka trhliny. Přírůstek, o který byla při každém dalším výpočtu zvětšena trhlina, také ovlivňuje výsledky, a proto bylo zkoumáno, jak velký je jeho vliv. Při výpočtech s trhlinou již však nebylo výstupem napětí. Proto byl vliv velikosti přírůstku zkoumán na druhé veličině, která vstupuje do posouzení sdruženého kritéria, a sice inkrementální rychlost uvolňování energie G_{inc} .

Podobně jako v případě napětí byl i zde zvolen rozsah velikosti přírůstku od $0,5 \mu\text{m}$ do $3 \mu\text{m}$. Následně byla velikost měněna a byla vykreslována inkrementální rychlost uvolňování energie v závislosti na délce trhliny. V grafu na Obr. 4.9 jsou vykresleny již závislosti, které byly proloženy pomocí splajnů, protože v dalších výpočtech bylo pracováno právě s proloženými daty.



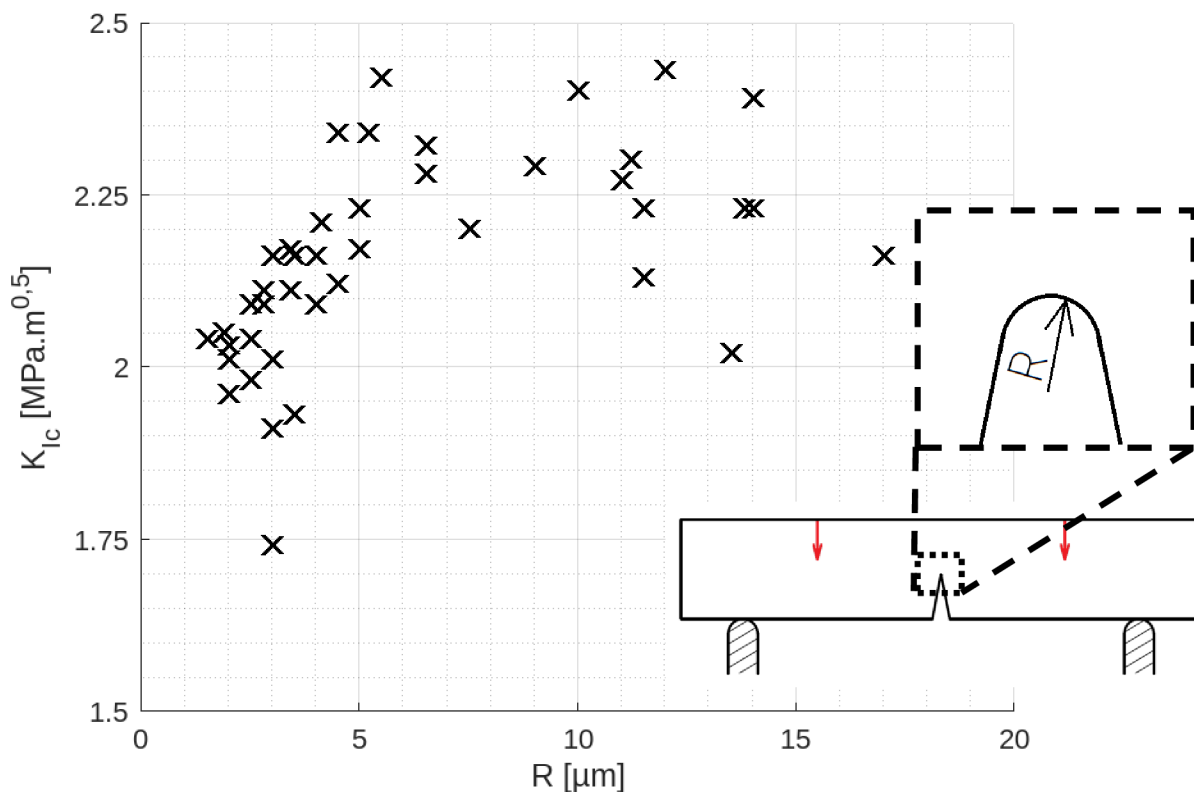
Obr. 4.9 Vliv velikosti přírůstku trhliny na inkrementální rychlost uvolňování energie.

Na Obr. 4.9 lze vidět, že průběhy inkrementální rychlosti uvolňování energie jsou téměř shodné pro velikosti přírůstků trhliny 0,5 μm a 1 μm . Proto byla při výpočtech použita velikost přírůstku 1 μm , aby bylo zajištěno, že získané výsledky budou dostatečně přesné.

4.6 Parametrický výpočet různých konfigurací vrubu dle dostupných experimentálních dat

K práci byly poskytnuty údaje z experimentálního měření na celkem 42 vzorcích (tabulka s údaji o vzorcích je součástí přílohy) vyrobených ze stejného keramického materiálu, na kterých byla měřena lomová houževnatost při zatěžování čtyřbodovým ohybem. U každého vzorku byly zaznamenány jeho rozměry, hloubka vrubu, poloměr zaoblení v kořenu vrubu, umístění podpor a zatěžující síly při experimentu, lomová síla a určená lomová houževnatost materiálu.

Obr. 4.10 ukazuje, jak se u uvedených vzorků mění hodnota experimentálně určené lomové houževnatosti v závislosti na reálném poloměru zaoblení v kořenu vrubu. Je vidět, že při velmi nízkých hodnotách poloměru zaoblení vychází hodnota lomové houževnatosti přibližně $2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$. Už při hodnotách zaoblení 3 nebo 4 μm však dochází k růstu lomové houževnatosti a je získána neplatná hodnota. Ideální by bylo nalézt takovou korekci, která by všechny naměřené hodnoty lomové houževnatosti posunula na hodnoty kolem $2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$ a lomová houževnatost tak nebyla závislá na poloměru zaoblení v kořenu vrubu. Nadhodnocení lomové houževnatosti je způsobeno vyšší silou potřebnou pro rozlomení vzorku (pokud vrub není dostatečně ostrý a výrazněji se tak liší od trhliny). Norma totiž ve vzorcích pro přepočítání lomové síly na lomovou houževnatost nijak poloměr vrubu nezohledňuje.

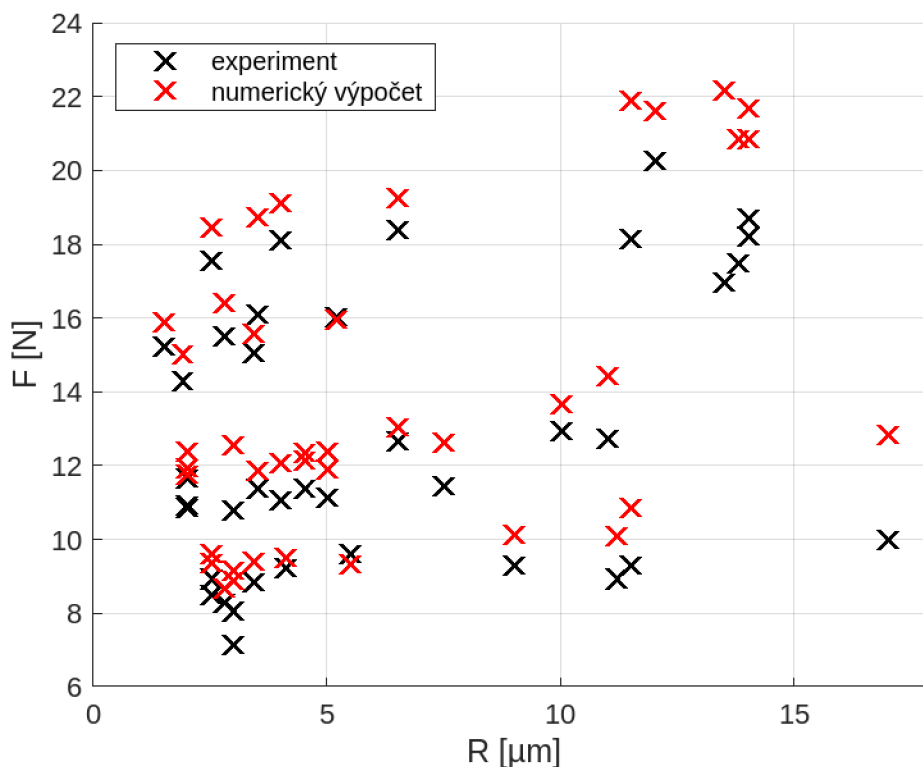


Obr. 4.10 Závislost experimentálně určené lomové houževnatosti na poloměru zaoblení v kořenu vrubu.

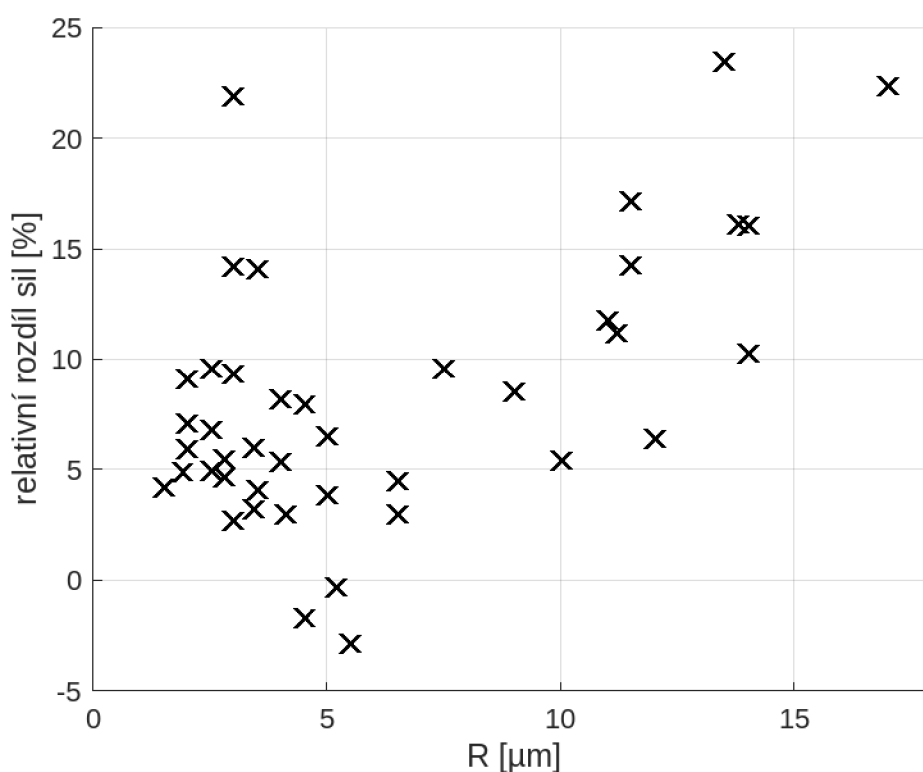
Hodnoty sil získané postupem popsáním v předchozí sekci bylo nyní možné porovnat s lomovými silami, které byly změřeny při experimentech. Na Obr. 4.11 lze vidět porovnání absolutních hodnot sil a na Obr. 4.12 pak relativní rozdíl sil z numerické simulace a z experimentu. V obou případech jsou sledované veličiny vykresleny v závislosti na poloměru zaoblení v kořenu vrubu. Relativní rozdíl sil na Obr. 4.12 byl počítán podle rovnice (13).

$$\text{relativní rozdíl sil} = \frac{F_{num} - F_{exp}}{F_{num}} \quad (13)$$

V průběhu výpočtů byla sledována také iniciační délka trhliny neboli vzdálenost od kořene vrubu, ve které došlo ke splnění sdruženého energeticko-napěťového kritéria. Bylo zjištěno, že čím větší je poloměr zaoblení v kořenu vrubu, tím je také větší iniciační délka trhliny. Oproti tomu hloubka vrubu iniciační délku trhliny v podstatě vůbec neovlivňuje.



Obr. 4.11 Závislost lomové síly na poloměru zaoblení v kořenu vrubu, porovnání experimentu a numerického výpočtu (uvažovaná mez pevnosti v tahu $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$ a lomová houževnatost $K_{Ic} = 2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$).

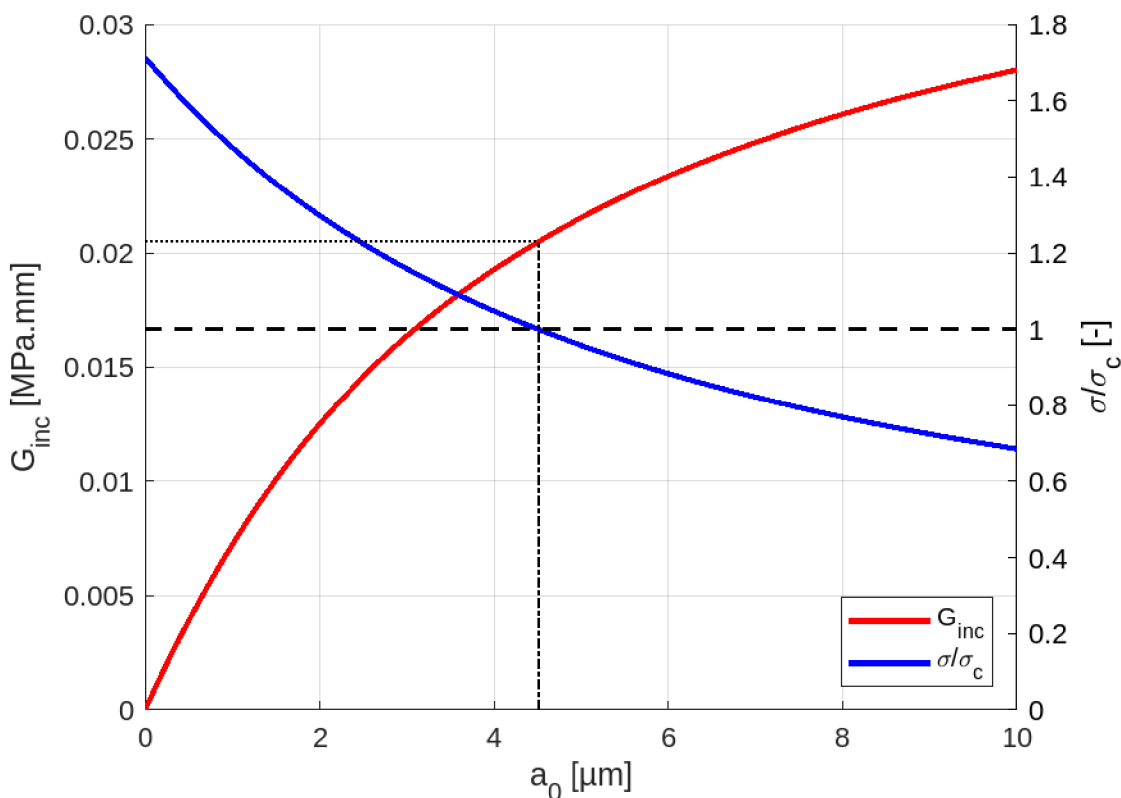


Obr. 4.12 Relativní rozdíl sil získaných experimentálně a numerickým výpočtem v závislosti na poloměru zaoblení v kořenu vrubu (uvažovaná mez pevnosti v tahu $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$ a lomová houževnatost $K_{Ic} = 2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$).

4.7 Stanovení lomové houževnatosti s využitím simulace a sdruženého kritéria

Nyní bude na vzorku číslo 7 (poloměr zaoblení v kořenu vrubu $R = 12 \mu\text{m}$, další údaje o vzorku jsou součástí přílohy) představen postup, který lze využít pro určení korigované hodnoty lomové houževnatosti získané při experimentálním měření. Pro korekci je potřeba znát lomovou sílu z experimentu a mez pevnosti v tahu materiálu. Provede se numerický výpočet tak, jak byl popsán v předchozích kapitolách. Jediným rozdílem bude, že místo jednotkové síly bude použita hodnota lomové síly z experimentu. Pokud už je k dispozici hotový numerický výpočet s jednotkovou zatěžující silou, lze také vynásobit napětí a rychlost uvolňování energie příslušnou mocninou hodnoty lomové síly a bude obdrženo stejný výsledek.

Při následném zpracování tedy již nebude hledána síla, ale místo ní bude určována lomová houževnatost tak, aby bylo splněno sdružené energeticko-napěťové kritérium. Bude použit graf na Obr. 4.13, ze kterého se odečte největší vzdálenost od kořene vrubu, ve které je ještě napětí větší než mez pevnosti v tahu (čerchovaná čára). Poté se určí hodnota inkrementální rychlosti uvolňování energie G_{inc} pro takovou délku trhliny, která je rovna vzdálenosti zjištěné v předchozím kroku (tečkovaná čára).



Obr. 4.13 Graf pro určení korigované hodnoty lomové houževnatosti u vzorku číslo 7.

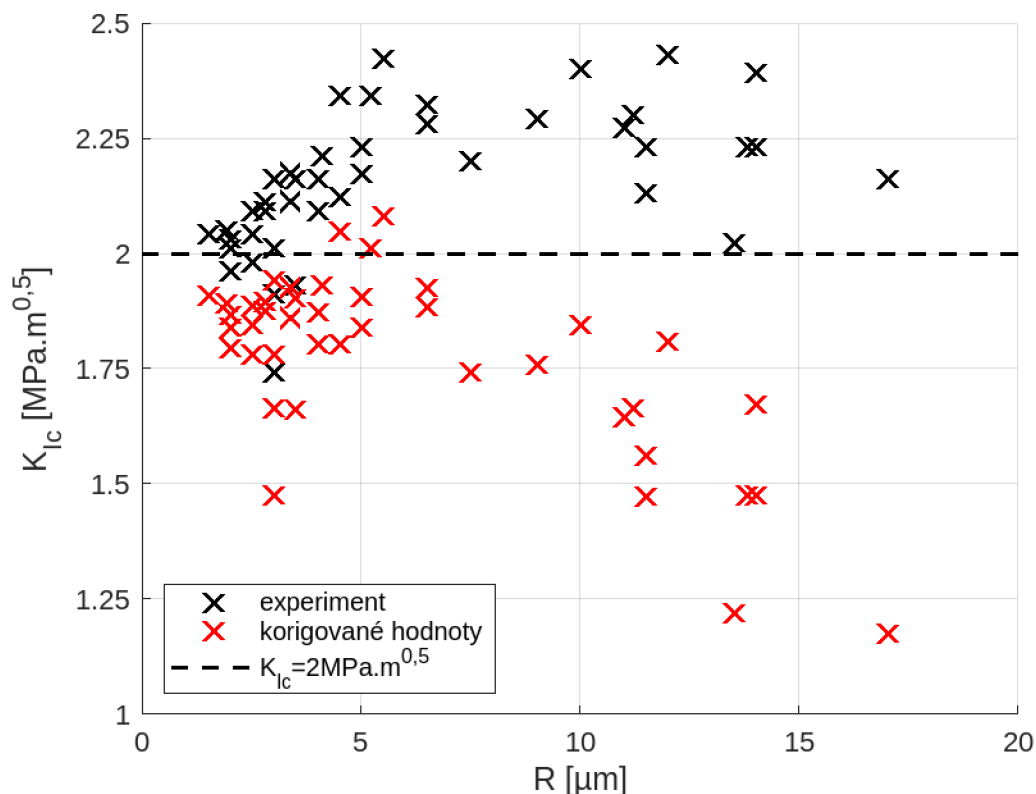
Získaná hodnota G_{inc} se označí za kritickou hodnotu G_c a přepočítá se na lomovou houževnatost. K tomu se využije rovnice (12), která se pouze upraví do následujícího tvaru:

$$K_{Ic} = \sqrt{\frac{E G_c}{1 - \mu^2}} \quad (14)$$

Do rovnice (14) se dosadí veličiny převedené na odpovídající si jednotky a dopočítá se hodnota korigované lomové houževnatosti (rovnice (15)).

$$K_{Ic} = \sqrt{\frac{EG_c}{1-\mu^2}} = \sqrt{\frac{150000 \cdot 0,0205 \cdot 10^{-3}}{1-0,236^2}} \doteq 1,80 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5} \quad (15)$$

Obr. 4.14 ukazuje porovnání poskytnuté lomové houževnatosti zjištěné experimentálně a hodnot získaných pomocí popsané korekce. Lomová houževnatost je vykreslena v závislosti na poloměru zaoblení v kořenu vrubu. Do grafu je čárkovanou čarou vynesena i hodnota lomové houževnatosti $K_{Ic} = 2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$, což by měla být skutečná lomová houževnatost zkoumané keramiky.



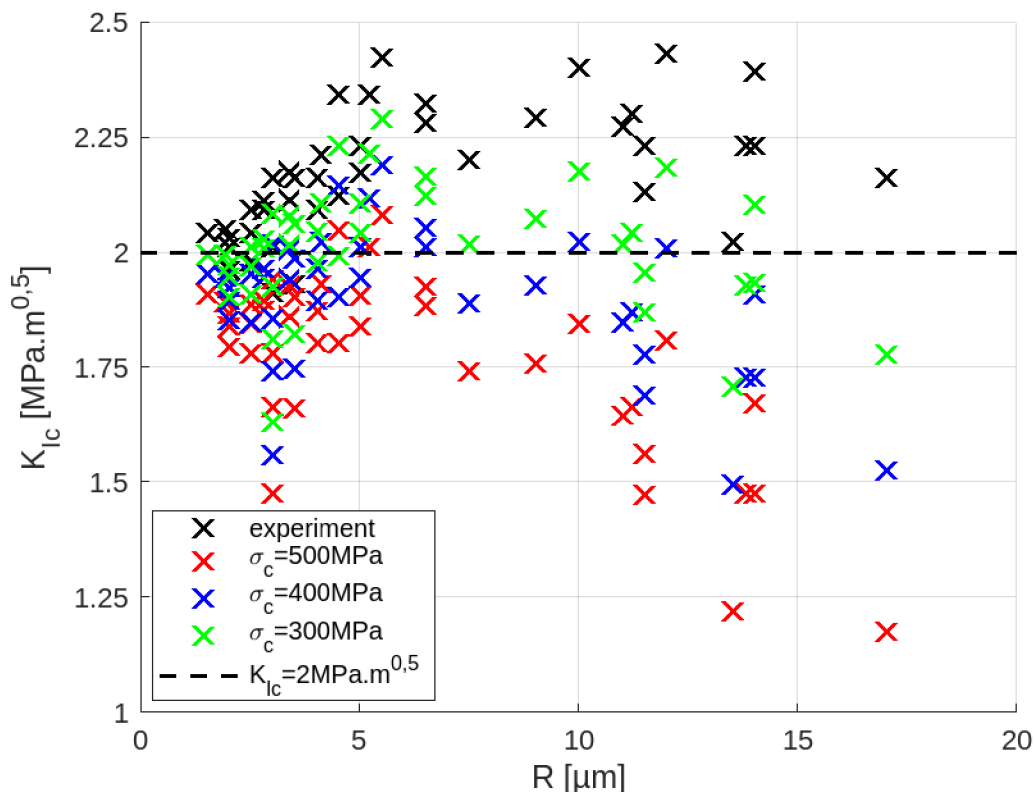
Obr. 4.14 Porovnání hodnot lomové houževnatosti zjištěných experimentálně a s využitím korekce v závislosti na poloměru zaoblení v kořenu vrubu (uvažovaná mez pevnosti v tahu $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$).

Na Obr. 4.14 je vidět porovnání lomové houževnatosti s využitím korekce a bez ní. U hodnot určených experimentálně je patrný rostoucí trend v rozmezí poloměrů zaoblení přibližně $2 \mu\text{m}$ až $6 \mu\text{m}$. Nad hodnotou $6 \mu\text{m}$ již lomová houževnatost neroste, změřené hodnoty mají velký rozptyl, ale ve všech případech se drží nad skutečnou lomovou houževnatostí materiálu.

Oproti tomu hodnoty lomové houževnatosti po použití korekce vykazují přibližně konstantní průběh od $2 \mu\text{m}$ až do $10 \mu\text{m}$ poloměru zaoblení (vyjma několika ojedinělých bodů, které mohou souviset např. s horší kvalitou připravených vrubů, či přítomností mikrotrhlin vyvolaných procesem broušení). V tomto rozmezí jsou však korigované hodnoty mírně nižší než skutečná lomová houževnatost. Nad hodnotou poloměru zaoblení $10 \mu\text{m}$ už mají korigované hodnoty klesající trend a od skutečné lomové houževnatosti se vzdalují.

4.8 Analýza vlivu meze pevnosti v tahu na korigovanou lomovou houževnatost

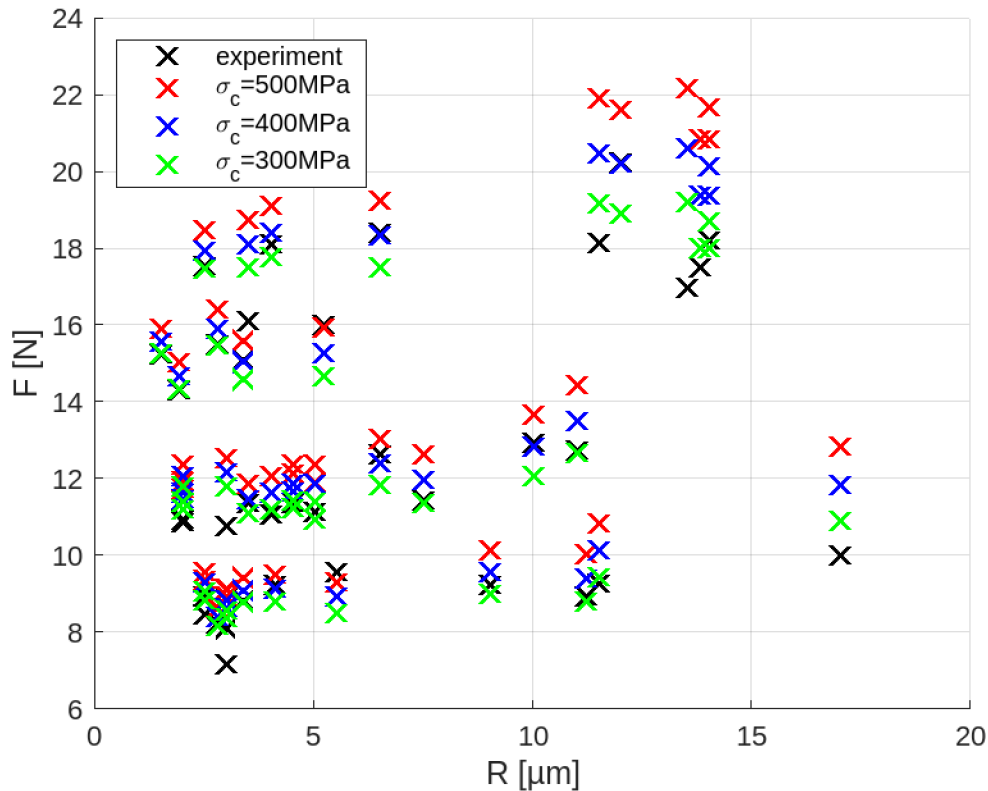
Běžný postup určování lomové houževnatosti nevyžaduje znalost meze pevnosti v tahu materiálu. Pokud však má být použita popsána korekce a sdružené energeticko-napěťové kritérium, je znalost meze pevnosti v tahu nutná. Vstupuje do výpočtu při použití kritéria a má vliv na konečné výsledky, v tomto případě na korigovanou hodnotu lomové houževnatosti. Obr. 4.15 ukazuje, jak se mění korigovaná lomová houževnatost při použití jiné hodnoty meze pevnosti v tahu.



Obr. 4.15 Vliv meze pevnosti v tahu na korigovanou hodnotu lomové houževnatosti.

Z Obr. 4.15 je patrné, že při použití nižší hodnoty meze pevnosti v tahu dojde k posunu hodnot lomové houževnatosti blíže k experimentálním výsledkům. Konkrétně pro mez pevnosti v tahu 400 MPa leží korigované hodnoty už v těsném okolí skutečné lomové houževnatosti materiálu. Analýza byla provedena vzhledem k tomu, že je pevnost keramik v tahu relativně problematickou veličinou uváděnou často s velkou směrodatnou odchylkou. Konkrétní hodnota pevnosti daného keramického materiálu v tahu závisí na několika faktorech jako je např. velikost zrna, přítomnost defektů či velikost objemu zatíženého kritickým napětím.

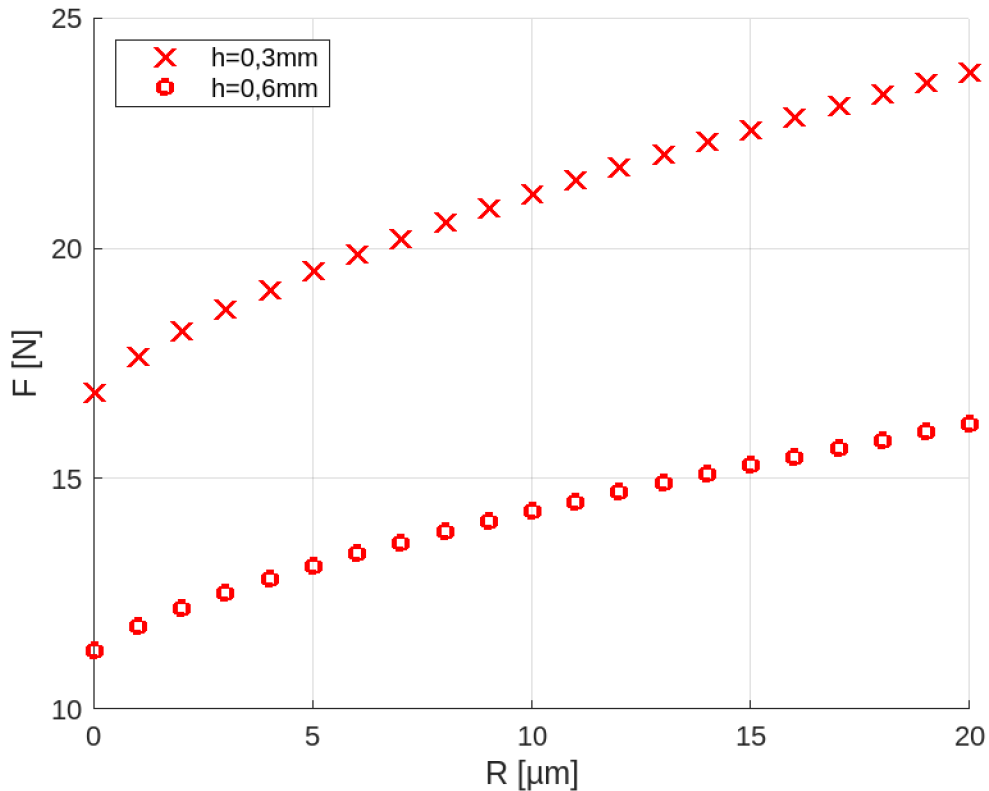
Stejně jako u lomové houževnatosti lze sledovat vliv použité meze pevnosti v tahu i na hodnoty lomových sil. Na Obr. 4.16 lze vidět porovnání lomových sil při různých mezích pevnosti v tahu. Podobně jako na předešlém obrázku se při použití nižší meze pevnosti v tahu posunou hodnoty získané pomocí numerického výpočtu blíže k hodnotám, které byly změřeny při experimentu. V některých případech jsou s experimentálními hodnotami téměř shodné.



Obr. 4.16 Vliv meze pevnosti v tahu na hodnotu lomové síly získané z numerického výpočtu (pro lomovou houževnatosti $K_{Ic} = 2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$).

4.9 Analýza vlivu poloměru zaoblení v kořenu vrubu na lomovou sílu

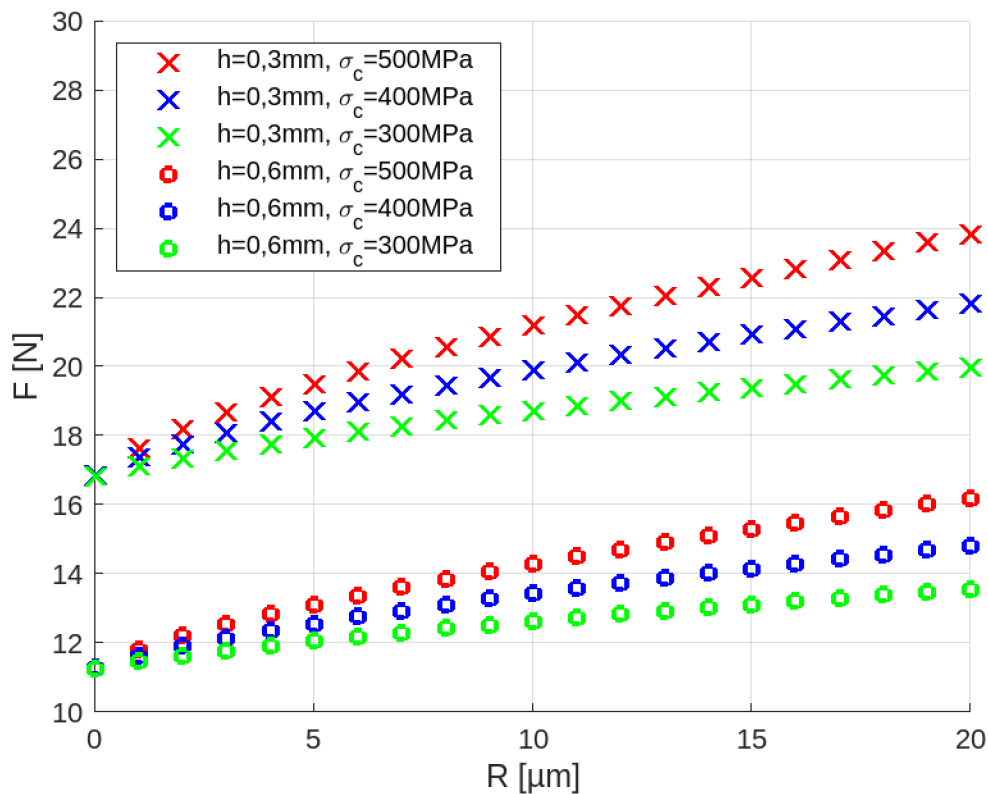
K prozkoumání vlivu poloměru zaoblení v kořenu vrubu byl vybrán vzorek číslo 4, u kterého byl postupně měněn poloměr zaoblení. Byly zvoleny dvě hloubky vrubu – 0,3 mm a 0,6 mm a poloměr zaoblení postupně v rozsahu 0 μm až 20 μm. Následně byla počítána lomová síla pomocí numerického výpočtu a sdruženého energeticko-napěťového kritéria. Byla získána závislost lomové síly na poloměru zaoblení zobrazená na Obr. 4.17.



Obr. 4.17 Vliv poloměru zaoblení v kořenu vrubu na hodnotu lomové síly (uvažovaná pevnost v tahu $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$ a lomová houževnatost $K_{Ic} = 2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$).

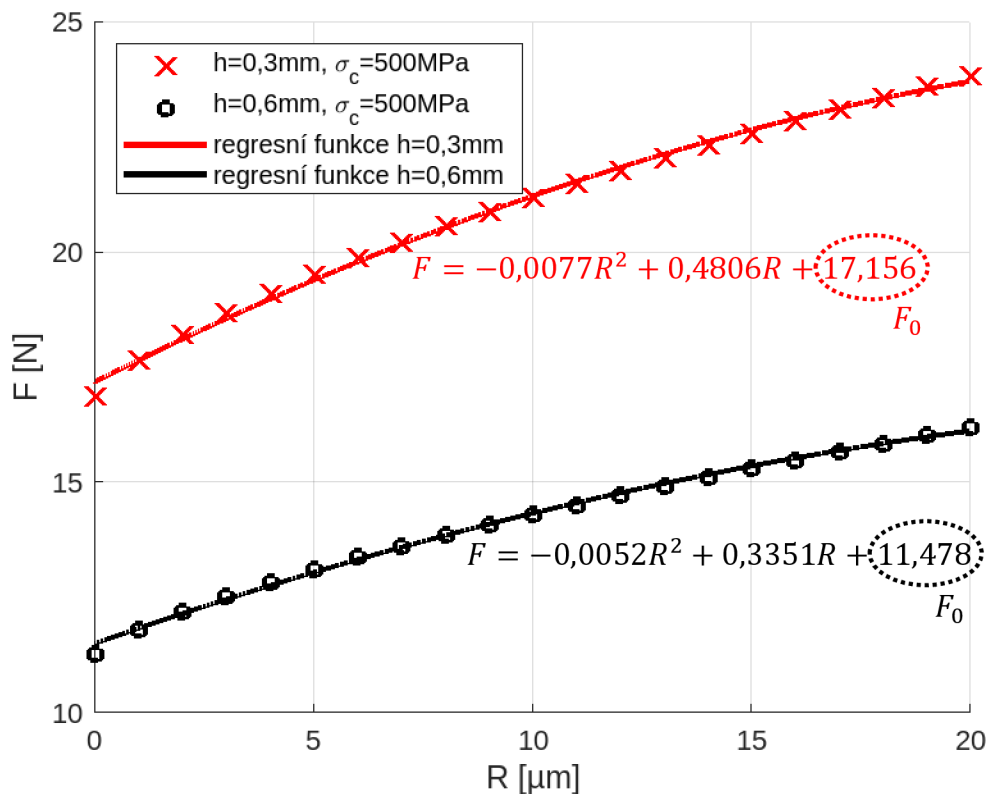
Na Obr. 4.17 lze vidět, že čím větší je poloměr zaoblení v kořenu vrubu, tím větší je potřeba síla, aby došlo k přelomení vzorku. Dále je patrné, že při větší hloubce vrubu $h = 0,6 \text{ mm}$ je potřebná lomová síla menší než u menší hloubky vrubu $h = 0,3 \text{ mm}$, a to z důvodu menšího nosného průřezu (ligamentu mezi kořenem vrubu a protějším povrchem vzorku).

Aby bylo možné sledovat, jaký vliv má na lomovou sílu pevnost v tahu materiálu, byla lomová síla počítána také při uvažování pevnosti v tahu $\sigma_c = 400 \text{ MPa}$ a $\sigma_c = 300 \text{ MPa}$. Změny lomových sil při uvažování jiných pevností v tahu jsou ukázány na Obr. 4.18. V grafu jsou vykresleny lomové síly pro obě zkoumané hloubky vrubu $0,3 \text{ mm}$ i $0,6 \text{ mm}$. Závislosti názorně ukazují, že při snižujícím se poloměru zaoblení v kořenu vrubu se zmenšuje rozdíl mezi lomovými silami při uvažování jiných pevností. Při poloměru zaoblení $R = 0 \mu\text{m}$ již lomová síla na pevnosti vůbec nezávisí, jelikož se jedná o ostrý vrub (singulární koncentrátor napětí), kde je napěťová podmínka splněna vždy. O tom, zda dojde v tomto případě k šíření trhliny tak rozhoduje pouze energetická podmínka.



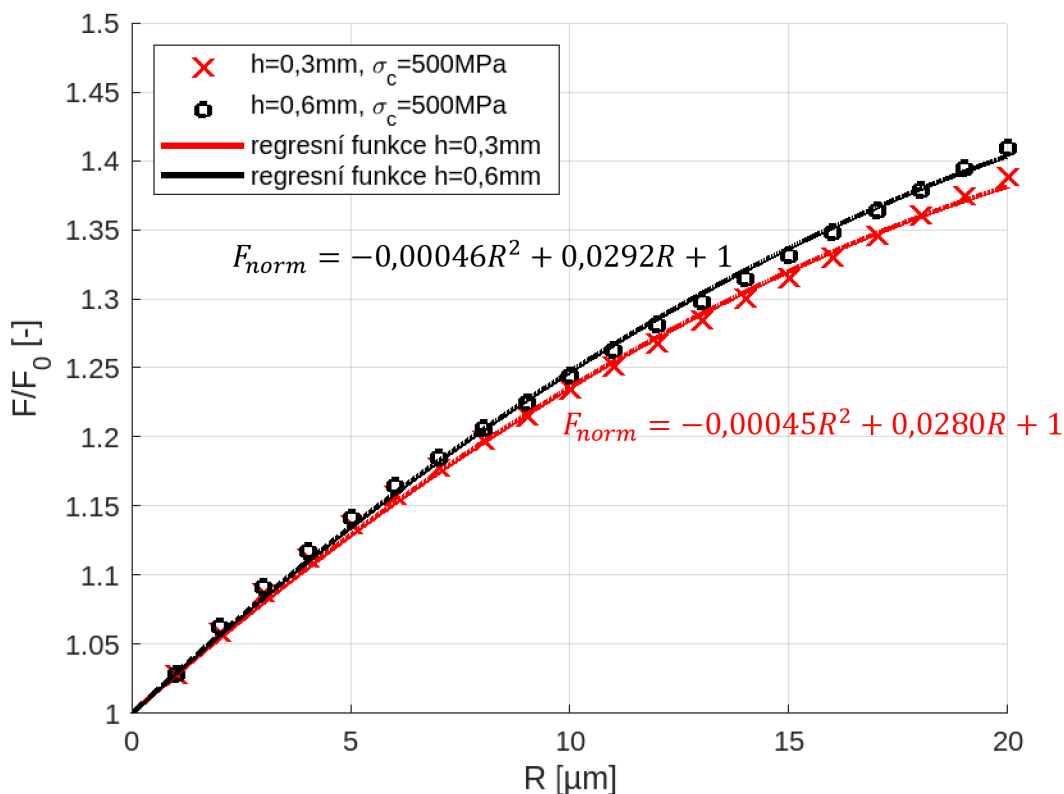
Obr. 4.18 Vliv meze pevnosti v tahu na hodnotu lomové síly.

Pro další postup byly vybrány síly, které odpovídají mezi pevnosti v tahu $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$. Hodnoty sil z grafu na Obr. 4.17 byly proloženy kvadratickou funkcí pomocí metody nejmenších čtverců. Jak dobře popisuje parabola průběh sil je vidět na Obr. 4.19.



Obr. 4.19 Proložení hodnot lomové síly pomocí kvadratické funkce.

Regresní funkce jsou přirozeně rozdílné. Následně však byly znormovány tak, aby pro poloměr zaoblění $R = 0 \mu\text{m}$ nabývaly hodnoty 1. Každá funkce byla vydělena hodnotu F_0 z Obr. 4.19. Na Obr. 4.20 je vidět, že po znormování se již od sebe regresní funkce tak výrazně neliší. To znamená, že poloměr zaoblění v kořenu vrubu má na výsledky měření téměř stejný vliv při jakékoliv hloubce vrubu v rozmezí 0,3 mm až 0,6 mm. Protože se regresní funkce od sebe příliš neliší, bylo dále pracováno s „průměrnou“ funkcí (rovnice (16)).



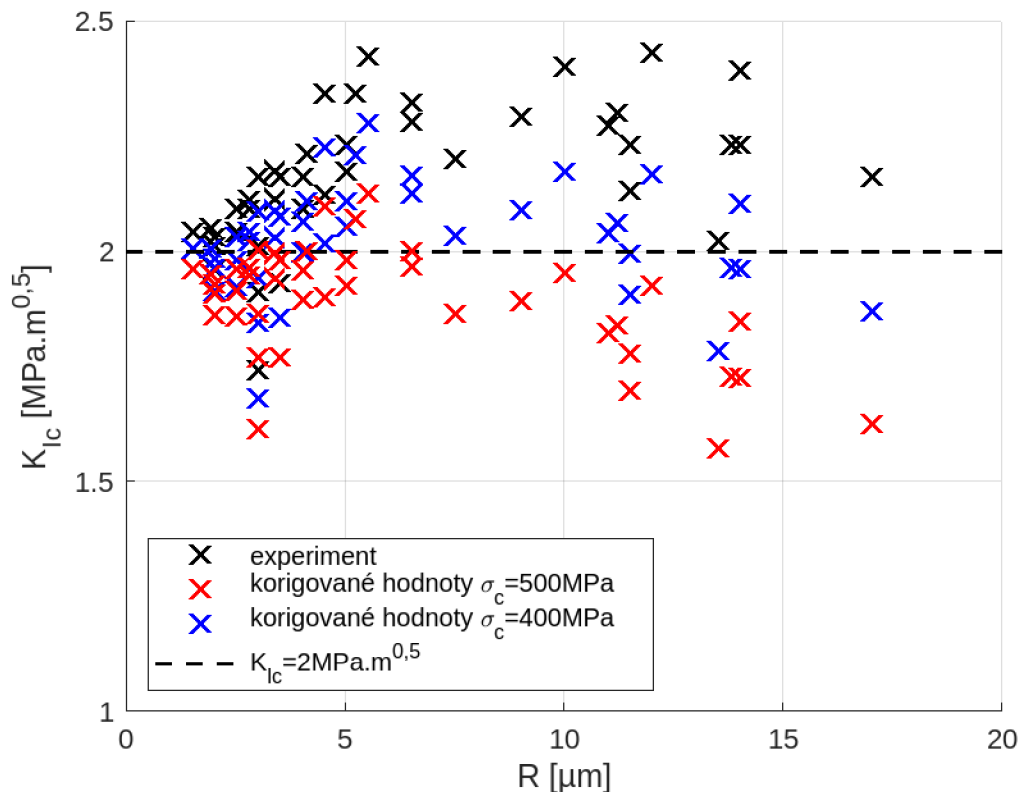
Obr. 4.20 Normované hodnoty lomových sil a regresní funkce.

$$F_{norm} = -0,00046R^2 + 0,0286R + 1 \quad (16)$$

Lomová houževnatost je lineárně závislá na lomové síle. Proto bylo možné funkci (rovnice (16)) použít pro korekci vlivu poloměru zaoblění v kořen vrubu na lomovou houževnatost, i když funkce byla odvozena pomocí sil. Korekce byla provedena jednoduše pomocí následujícího postupu. U každé hodnoty lomové houževnatosti zjištěné experimentálně byl odpovídající poloměr zaoblění v kořenu vrubu dosazen do rovnice (16). Zjištěnou hodnotou F_{norm} byla poté experimentálně určená lomová houževnatost vydělena a byla získána korigovaná hodnota, jak je názorně zapsáno pomocí rovnice (17).

$$K_{Ic,korigovaná} = \frac{K_{Ic,exp}}{F_{norm}(R)} \quad (17)$$

Porovnání experimentálních a korigovaných hodnot lomové houževnatosti je možné vidět na Obr. 4.21. Pro srovnání byla stejným postupem odvozena i korekční funkce při uvažování meze pevnosti v tahu $\sigma_c = 400 \text{MPa}$. Hodnoty získané po jejím použití jsou také zobrazeny v grafu na Obr. 4.21.



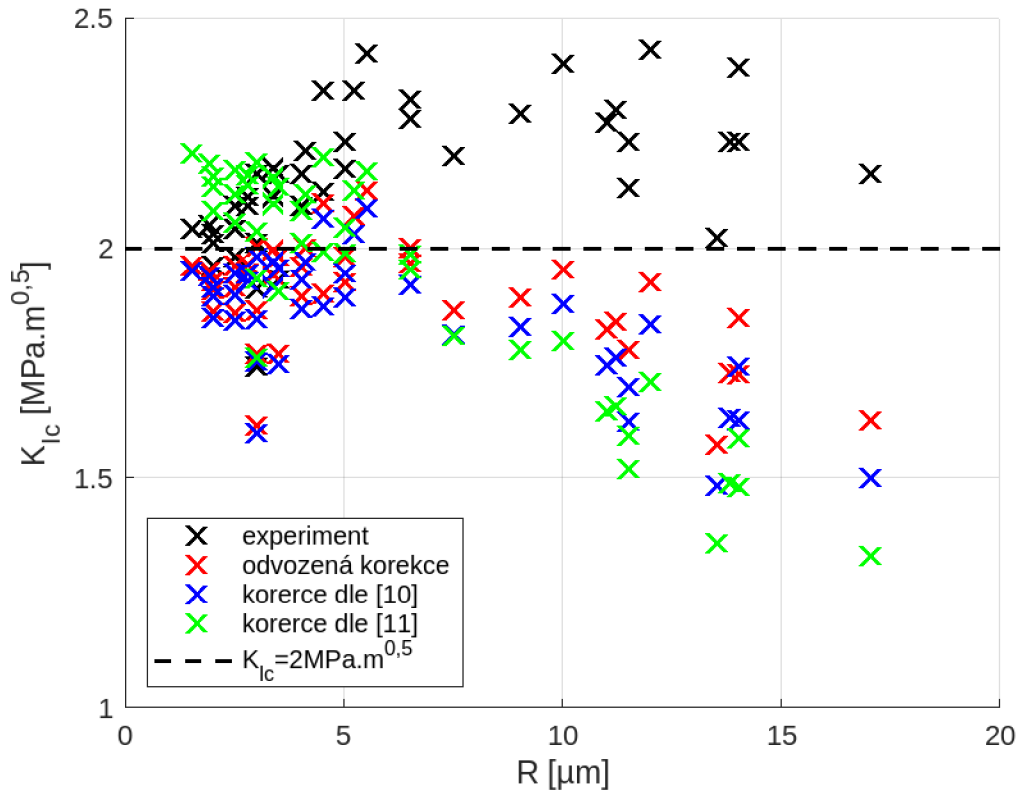
Obr. 4.21 Porovnání experimentálně zjištěných a korigovaných hodnot lomové houževnatosti.

Lze vidět, že hodnoty lomové houževnatosti získané po použití korekční funkce jsou nižší než hodnoty zjištěné experimentálně. V případě uvažování meze pevnosti v tahu $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$ leží korigované hodnoty pro poloměr zaoblění R větší než $10 \mu\text{m}$ ještě mírně pod reálnou hodnotou lomové houževnatosti $K_{Ic} = 2 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$. Pokud je však uvažovaná mez pevnosti v tahu $\sigma_c = 400 \text{ MPa}$, jsou korigované hodnoty už rovnoměrně rozmístěny kolem reálné hodnoty lomové houževnatosti (naměřené na vzorku s dostatečně ostrým vrubem požadovaným příslušnou normou).

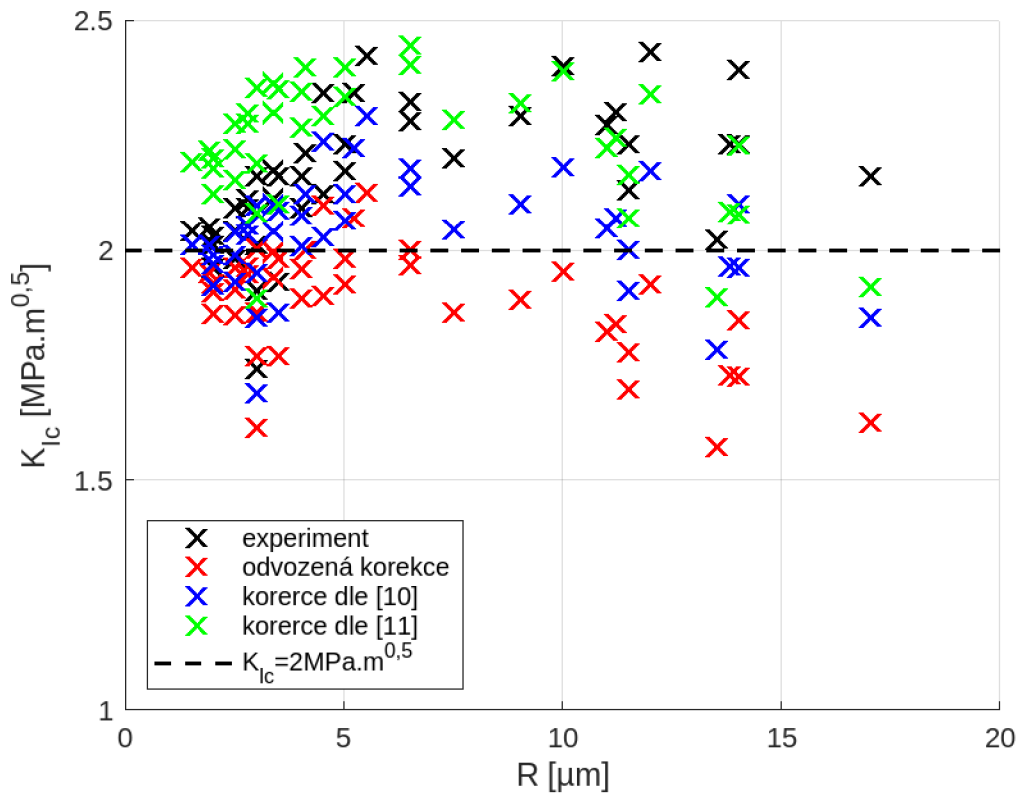
4.10 Porovnání použitých způsobů korekce s přístupy nalezenými v literatuře

Způsob korekce pomocí matematické funkce byl porovnán s korekcemi pomocí funkcí (rovnice (6) a (7)) použitých v [12] respektive [13]. Aby bylo možné všechny korekce mezi sebou srovnat, byly obě korekční funkce z literatury použity na poskytnuté experimentální hodnoty lomové houževnatosti. Jelikož ve funkcích z literatury figuruje i velikost zrna materiálu, byly pro ni použity různé hodnoty, aby mohl být sledován její vliv. Porovnání všech tří korekcí lze vidět na Obr. 4.22, Obr. 4.23 a Obr. 4.24 pokaždé pro jinou velikost zrna materiálu.

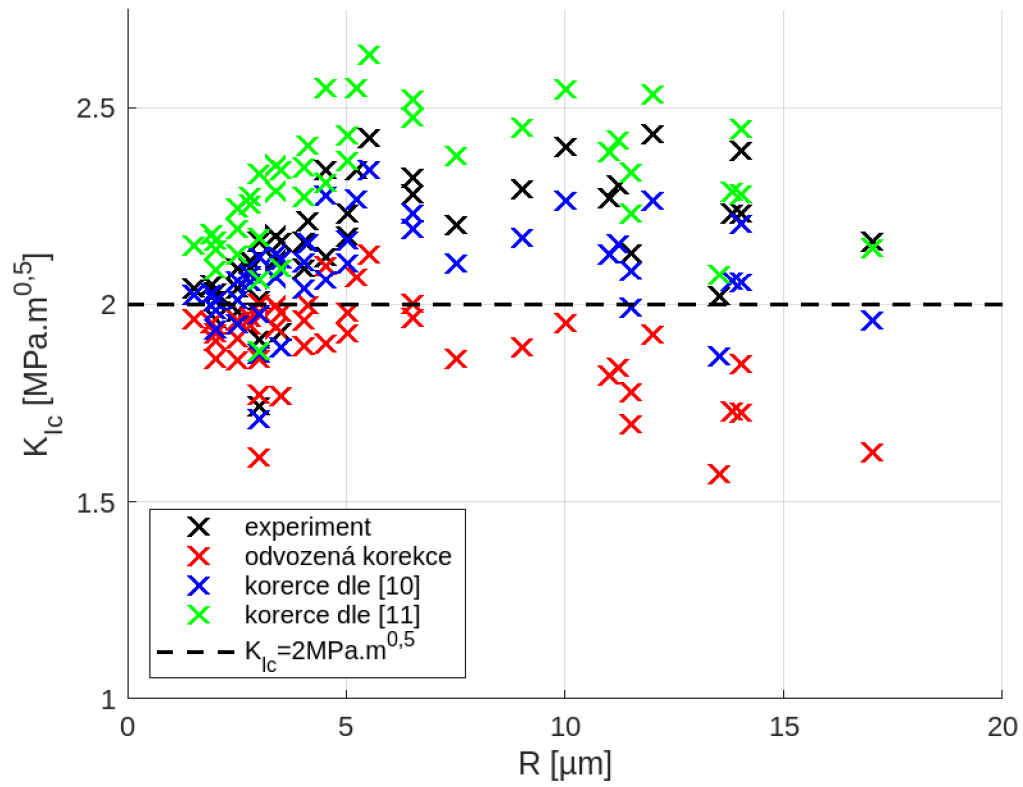
Keramický materiál použitý při experimentech měl střední velikost zrna $3 \div 5 \mu\text{m}$ (Obr. 4.23 a Obr. 4.24). Z grafů je vidět, že funkce z [13] (zelené křížky) je více citlivá na zadanou velikost zrna. Také si lze všimnout, že v tomto případě korekční funkce z [13] příliš nefunguje, protože na Obr. 4.24 posouvá hodnoty dále od skutečné lomové houževnatosti téměř pro jakýkoliv poloměr zaoblění. Korekční funkce z [12] (modré křížky) poskytuje poměrně dobré výsledky jak při nízkých, tak při vyšších hodnotách poloměru zaoblění. Pouze v rozmezí hodnot poloměru zaoblění $5 \mu\text{m}$ až $10 \mu\text{m}$ vrací hodnoty mírně vyšší, než je skutečná lomová houževnatost. Právě ve zmíněném rozmezí se jako nejlepší ukázala funkce odvozená v této práci (červené křížky).



Obr. 4.22 Porovnání korekčních funkcí pro velikost zrna 1 μm .



Obr. 4.23 Porovnání korekčních funkcí pro velikost zrna 3 μm .



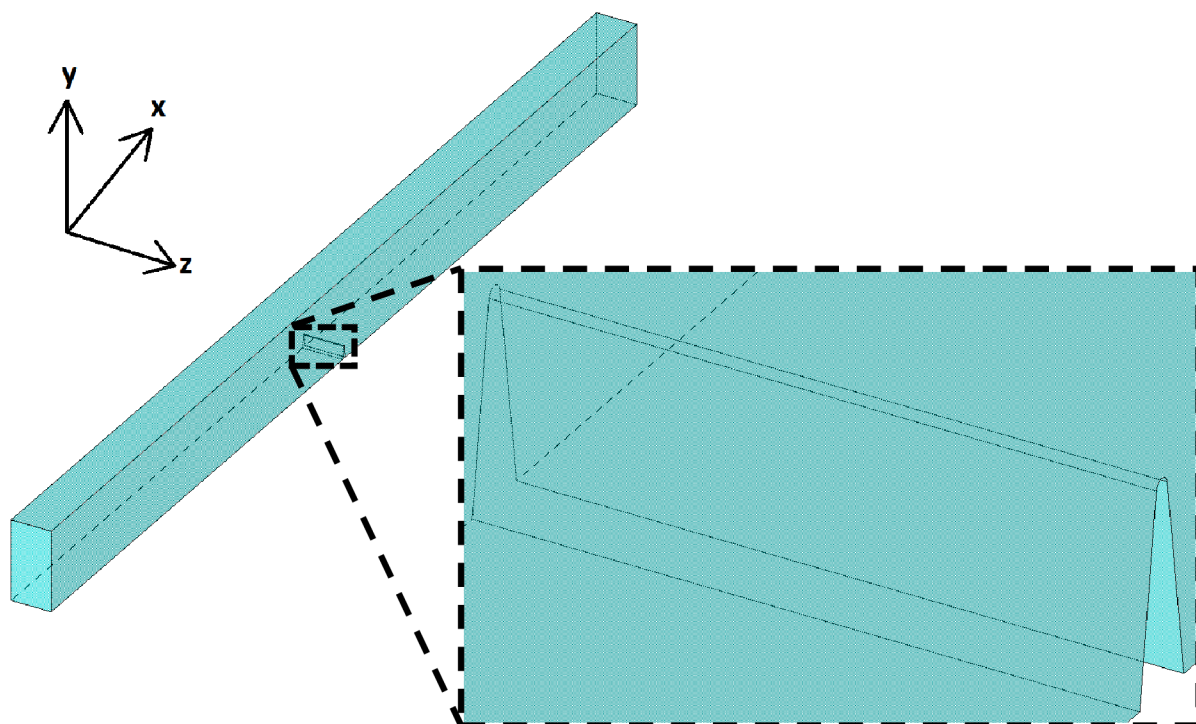
Obr. 4.24 Porovnání korekčních funkcí pro velikost zrna 5 μm .

5 ŘEŠENÍ PROBLÉMU S VYUŽITÍM 3D VÝPOČTOVÉHO MODELU

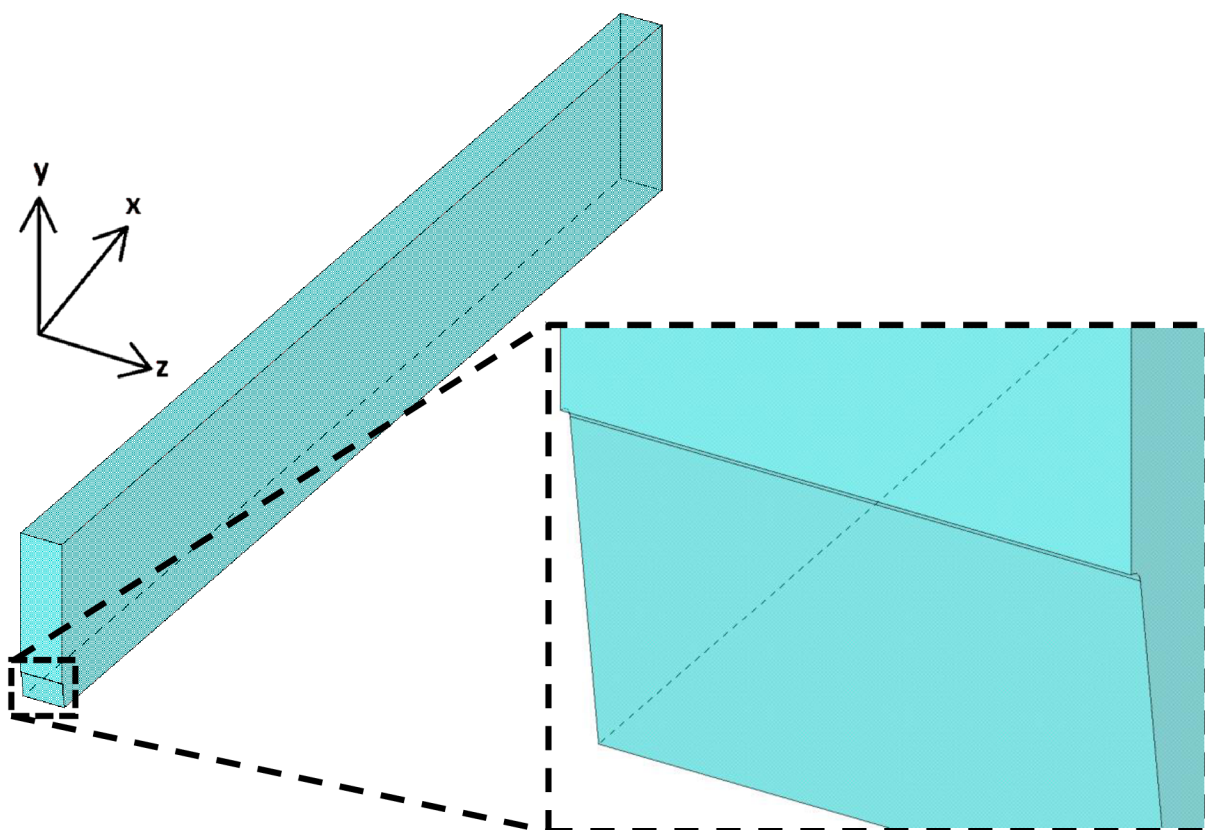
Simulace experimentální zkoušky byla provedena také numerickým výpočtem ve 3D. Cílem bylo zjistit, zda si výpočty provedené na 2D a 3D modelu odpovídají, případně jak významné jsou rozdíly mezi jednotlivými výsledky a zda je možné je zanedbat, či nikoliv.

5.1 Tvorba výpočtového modelu

Na Obr. 5.1 je ukázán model celého zkušební vzorku i s detailem vrubu. Pro výpočet však byl použit jen čtvrtinový model (Obr. 5.2), aby byla snížena výpočetní náročnost. Při vytváření 3D výpočtového modelu se vycházelo z již vytvořeného 2D modelu. Z plochy byl vytažením vytvořen objem. V tomto kroku byla využita další symetrie tělesa a model byl vytvořen jen s poloviční tloušťkou. Model keramického materiálu byl ponechán stejný jako u 2D výpočtu.

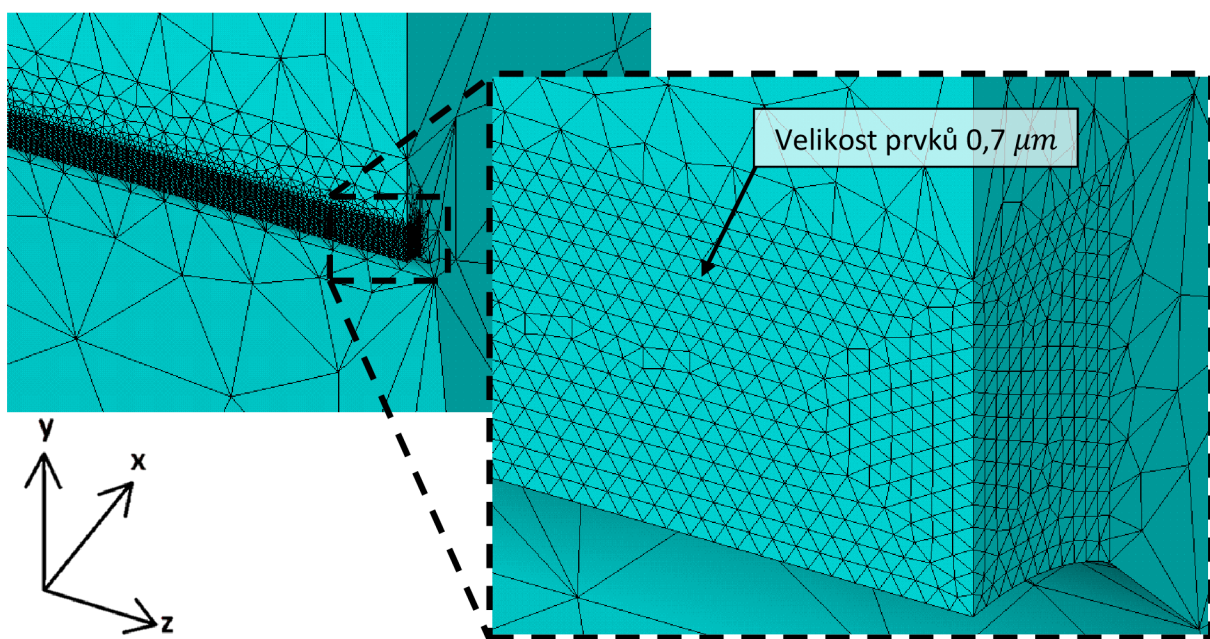


Obr. 5.1 Pohled na celý model vzorku s detailem vrubu.



Obr. 5.2 Pohled na čtvrtinový model vzorku použitý pro výpočet.

Pro vytvoření sítě konečných prvků byla nejprve snaha použít krychlové prvky, s nimi se však síť vytvořit nepodařilo. Proto byl použit prvek s označením SOLID187. Prvek má podobu čtyřstěnu (tetraedru) a používá kvadratické bázové funkce [22]. V každém vrcholu čtyřstěnu a uprostřed každé hrany je umístěn uzel [22]. Celkem má prvek 10 uzlů a v každém uzlu jsou 3 stupně volnosti (3 posuvy v kolmých směrech) [22]. Na modelu byla vytvořena síť a podobně jako v případě 2D byla zjemněna v okolí místa předpokládaného vzniku trhliny – v rovině symetrie v blízkosti kořene vrubu. Zjemnění sítě v okolí kořene vrubu je ukázáno na Obr. 5.3.

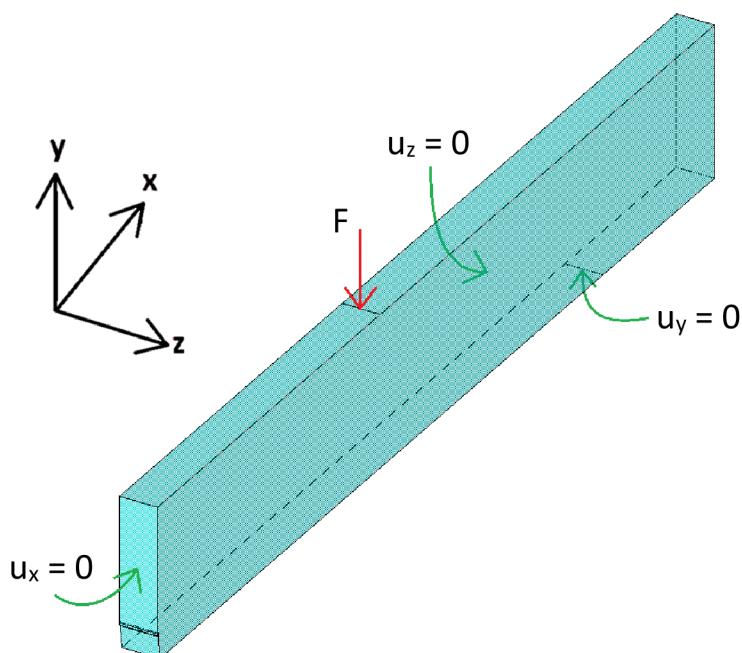


Obr. 5.3 Detailní pohled na síť v okolí kořene vrubu.

5.1.1 Okrajové podmínky

Okrajové podmínky jsou znázorněny na Obr. 5.4. Okrajová podmínka simulující podporu byla aplikována analogicky podle 2D výpočtu. Při zadávání silové okrajové podmínky již nebylo třeba zohledňovat tloušťku vzorku jako při 2D výpočtu, protože tloušťka byla nyní zohledněna v geometrii modelu. Aby byl celý vzorek zatížen jednotkovou silou, byla na horní ploše čtvrtinového modelu na linii aplikována síla o velikosti $F = 0,25 N$.

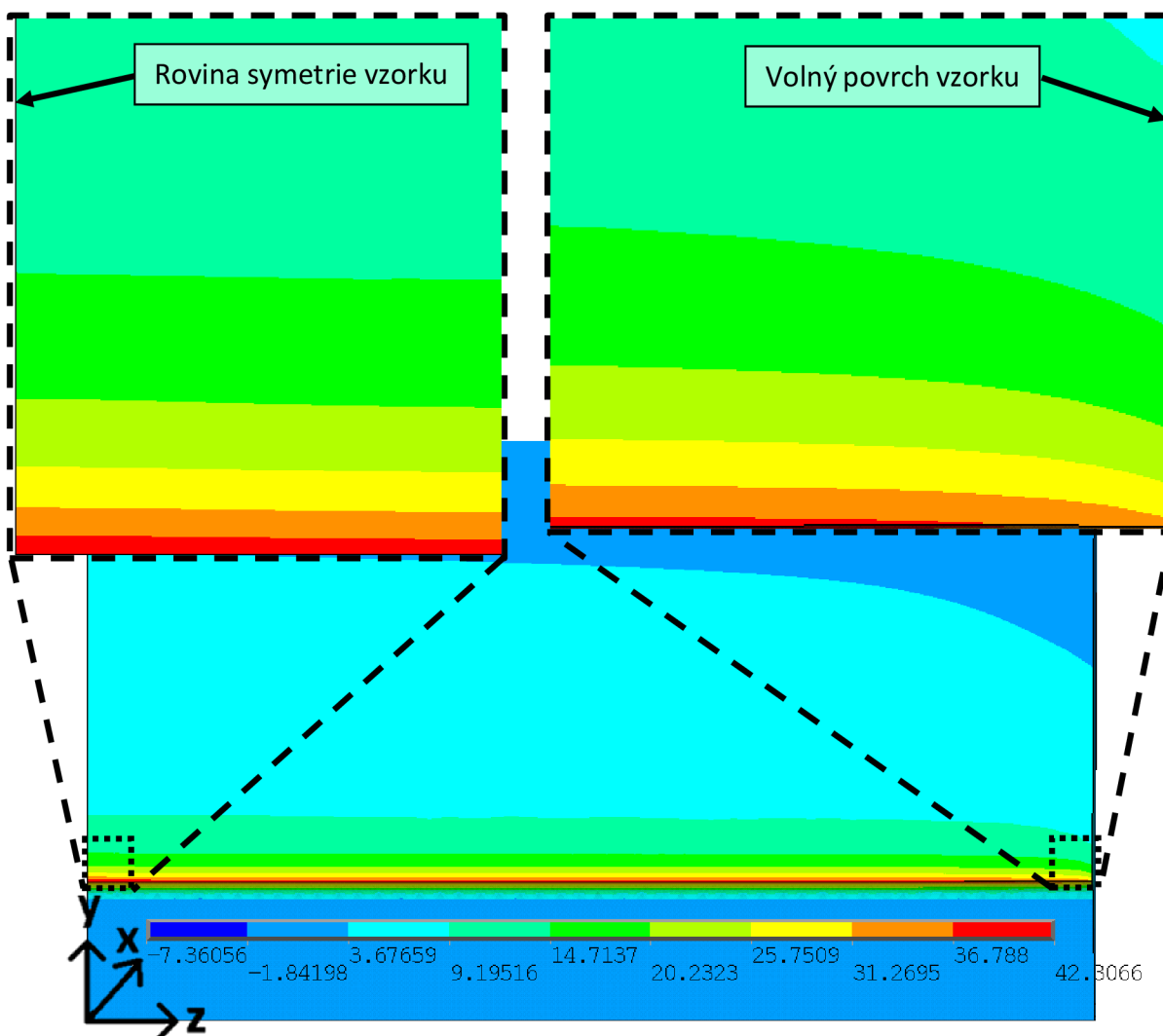
Navíc byla přidána okrajová podmínka definující nově použitou symetrii ve směru tloušťky vzorku. V rovině symetrie bylo zamezeno posuvům v kolmém směru ($u_z = 0$). V rovině symetrie, ve které je předpokládán vznik trhliny, bylo nejprve zamezeno posuvům v kolmém směru ($u_x = 0$) na celé ploše modelu. S tímto nastavením okrajových podmínek byl proveden výpočet, aby bylo získáno rozložení napětí v okolí kořene vrubu.



Obr. 5.4 Znáznornění použitých okrajových podmínek na 3D modelu.

5.1.2 Napětí v okolí kořene vrubu

Z výsledků výpočtu bylo vykresleno normálové napětí ve směru osy x v rovině předpokládaného vzniku trhliny. Na Obr. 5.5 je zobrazeno napětí při zatížení čtvrtinového modelu silou $F = 0,25 N$ (ekvivalentní se zatížením silou $1 N$ na celý vzorek). Lze vidět, že napětí dosahuje nejvyšších hodnot v těsné blízkosti kořene vrubu. Postupně se zvětšující se vzdáleností (kladný směr osy y) hodnota napětí klesá. Po tloušťce vzorku (ve směru osy z) nedochází k výrazným změnám napětí. Pouze u volného povrchu vzorku (detail vpravo na Obr. 5.5) dochází k poklesu hodnot napětí. Na detailu vlevo na Obr. 5.5 k poklesu hodnot nedochází, protože zde se nejedná o vnější okraj vzorku, ale o rovinu symetrie uprostřed tloušťky vzorku.



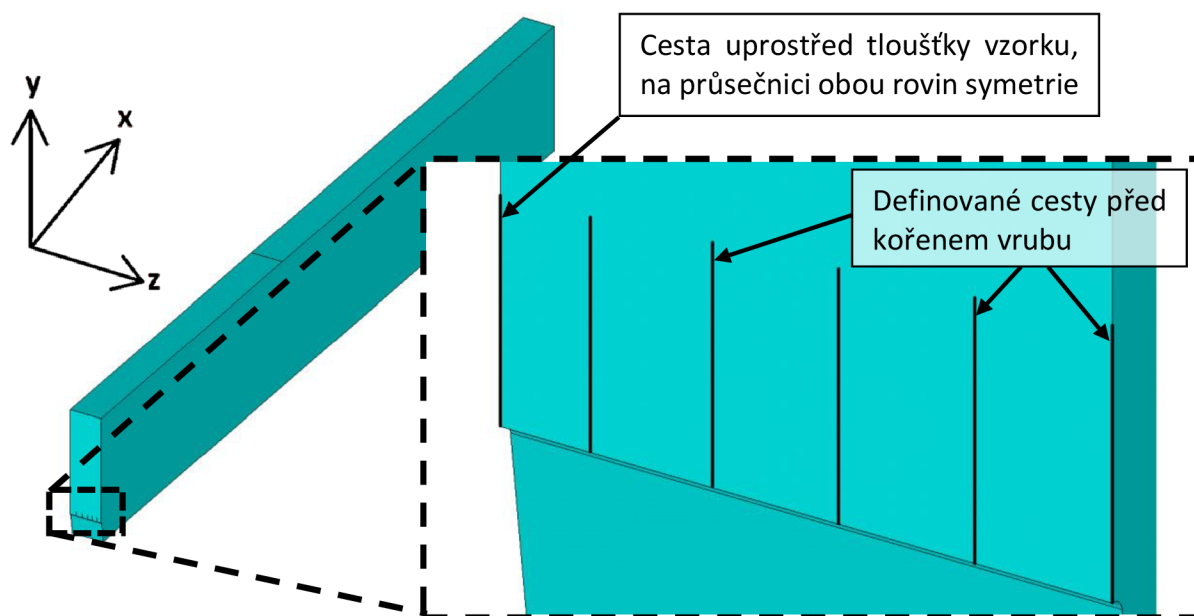
Obr. 5.5 Rozložení normálového napětí ve směru osy x v rovině předpokládaného vzniku trhliny, hodnoty napětí jsou uvedeny v MPa (pohled na čtvrtinový model kolmo na rovinu symetrie vzorku procházející kořenem vrubu).

5.1.3 Modelování trhliny

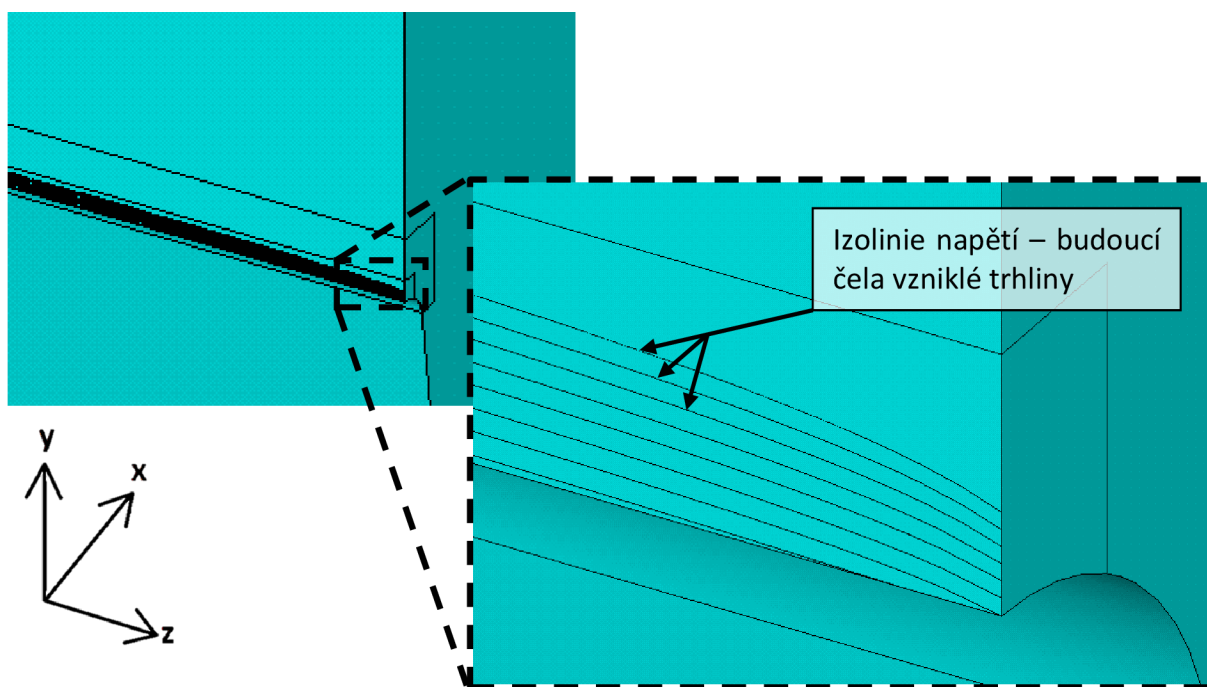
Trhлина na 3D modelu byla modelována úpravou okrajové podmínky symetrie. Nebylo však možné posunout čelo trhliny po celé tloušťce tělesa o konstantní vzdálenost, jelikož na povrchu panují odlišné napěťové podmínky než uprostřed vzorku. Pro modelování trhliny byl použit předpoklad, že při jejím vzniku bude tvar čela trhliny odpovídat izolinii napětí σ_x v rovině symetrie vzorku. Nejprve tak bylo nutné nadefinovat izolinie, stejně jako v [19; 21], na kterých je v rovině symetrie konstantní napětí. Izolinie budou definovat tvar čela trhliny při jejím vzniku. K tomu byl použit následující postup.

V rovině symetrie bylo vytvořeno 6 cest (Obr. 5.6) a na nich byly vyneseny hodnoty normálového napětí ve směru osy x . Na cestě uprostřed tloušťky vzorku byly zjištěny hodnoty napětí ve vzdálenostech 1 až 8 μm s krokem 1 μm . Pro každou takto zjištěnou hodnotu napětí byla následně určena vzdálenost od kořene vrubu na zbylých cestách. Byly tak získány body, které leží na hledaných liniích s konstantním napětím. Samotné linie, zobrazené na Obr. 5.7, pak byly vytvořeny pomocí splajnů mezi jednotlivými body, které odpovídají stejným hodnotám napětí, na různých cestách. Vytvořené linie byly použity při výpočtech jako čela

postupně se zvětšující trhliny. Při výpočtu s trhlinou byla okrajová podmínka zamezující posuv ve směru osy x aplikována vždy až od čela trhliny směrem do tělesa (kladném směru osy y).



Obr. 5.6 Detailní pohled na cesty v rovině předpokládaného šíření trhliny.



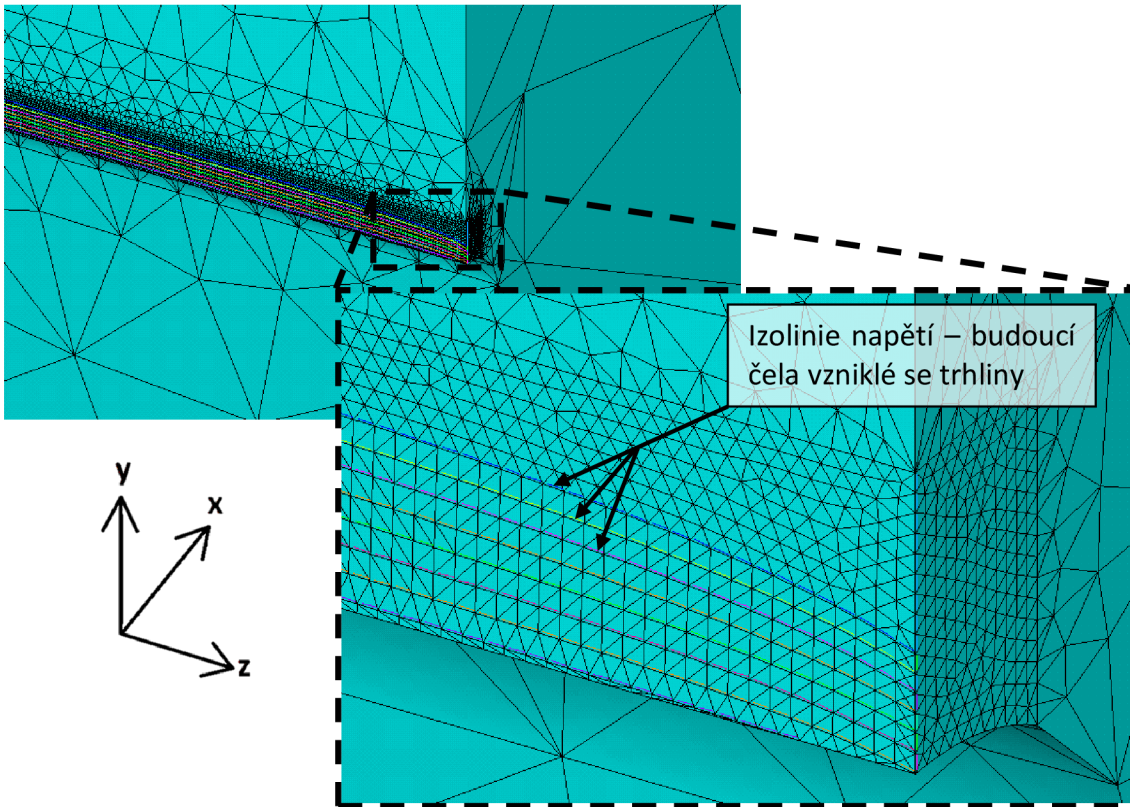
Obr. 5.7 Detailní pohled na izolinie napětí.

5.1.4 Síť konečných prvků

Při tvorbě sítě byla nejprve vytvořena pomocná síť na ploše s izoliniemi. Byl k tomu využit prvek s označením MESH200. Objemová síť už byla poté, stejně jako při výpočtu napětí pro definování izolinií, vytvořena pomocí kvadratického čtyřstěnného prvku s označením SOLID187. V blízkosti izolinií byla objemová síť tvořena menšími prvky (viz Obr. 5.8), aby byly získané výsledky co nejpřesnější. Následné výpočty i zpracování výsledků v Matlabu již probíhalo stejným způsobem jako při 2D výpočtu. Došlo pouze k úpravě rovnic (10) a (11) do tvaru rovnic (18) a (19). Obě energie G i G_{inc} nebyly ve 3D případě funkcí délky trhliny, ale funkcí plochy trhliny.

$$G_{inc}(S) = -\frac{W(0) - W(S)}{S} \quad (18)$$

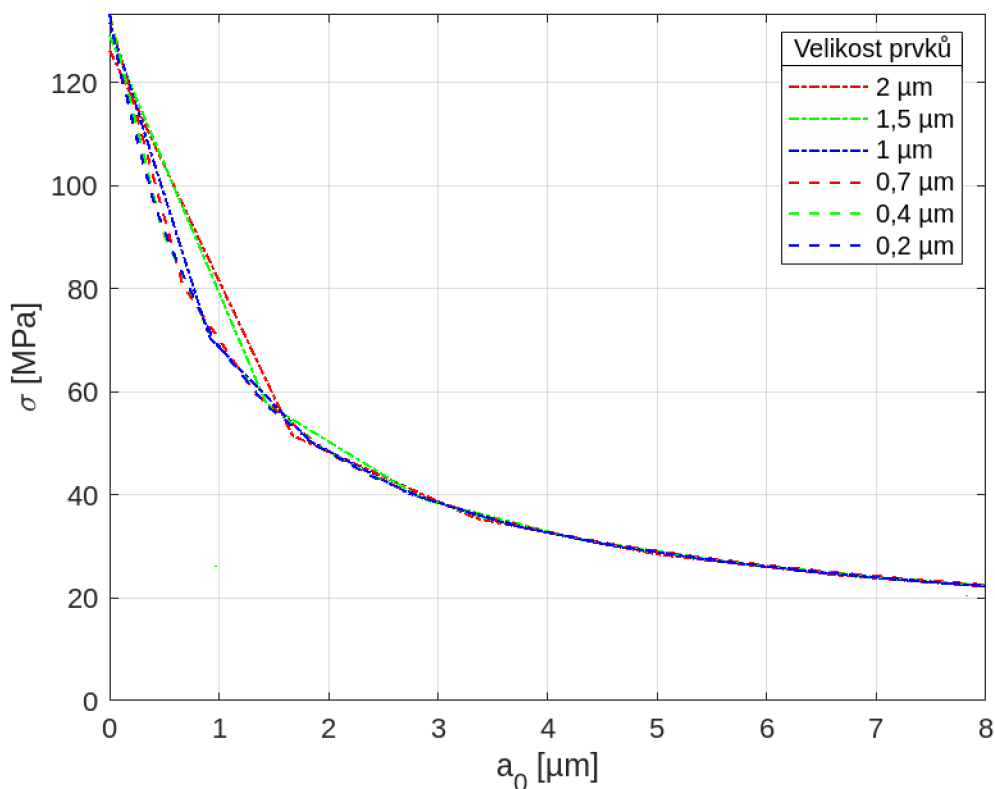
$$G(S) = -\frac{dW(S)}{dS} \quad (19)$$



Obr. 5.8 Detailní pohled na izolinie napětí a síť konečných prvků.

5.2 Analýza vlivu velikosti sítě

Při 2D výpočtu byla provedena analýza, pomocí které bylo zjištěno, jakou velikost prvků je vhodné použít při výpočtu. Stejným způsobem bylo postupováno i v případě 3D simulace. Analýza byla provedena na vzorku číslo 2 s nejmenším poloměrem zaoblení v kořenu vrubu. Bylo provedeno několik simulací s různou velikostí prvků v okolí kořene vrubu. Velikost prvků byla volena v rozsahu od $0,2 \mu m$ do $2 \mu m$. Sledovanou veličinou bylo normálové napětí ve směru osy x v okolí kořene vrubu. Aby bylo možné napětí vykreslit v grafu na Obr. 5.9, bylo vynášeno na cestě, která leží v průsečnici obou rovin symetrie modelu.



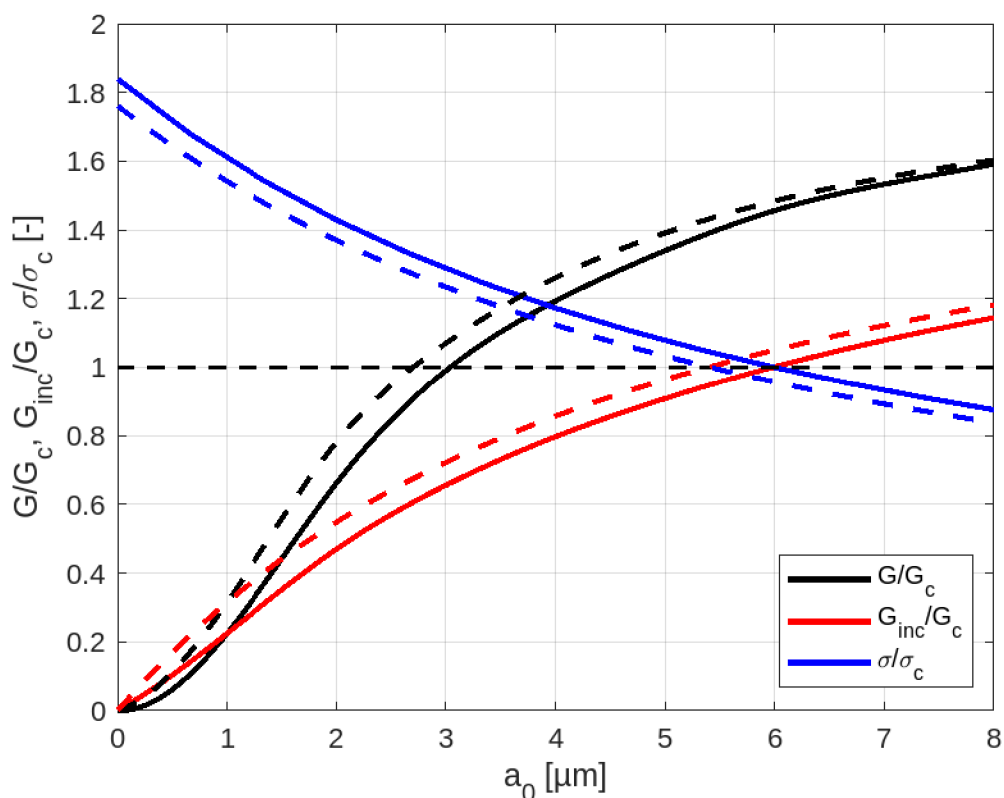
Obr. 5.9 Vliv velikosti prvků na průběh normálového napětí ve směru osy x při 3D simulaci.

Podle Obr. 5.9 by bylo vhodné zvolit velikost prvků $0,4 \mu\text{m}$, protože průběh napětí při této velikosti prvků je téměř shodný s průběhem při velikosti $0,2 \mu\text{m}$. Pro výpočet však byla zvolena velikost $0,7 \mu\text{m}$. Průběhy při velikosti prvků $0,2 \mu\text{m}$ a $0,7 \mu\text{m}$ se shodují až od vzdálenosti přibližně $1,5 \mu\text{m}$, což ale nevadí, protože ze 2D simulace už je známo, že ke splnění sdruženého energeticko-napěťového kritéria dochází až ve vzdálenostech okolo $5 \mu\text{m}$, kde už se průběhy napětí shodují.

Na přesnost výsledků, které jsou použity v dalším zpracování, by tedy zvolená větší velikost prvků neměla mít negativní dopad. Zároveň dojde k výrazné časové úspoře při výpočtu, protože při použití větších prvků bude celkový počet prvků menší, a proto bude i výpočet trvat kratší dobu.

6 POROVNÁNÍ 2D A 3D VÝPOČTU

Aby bylo možné mezi sebou porovnat grafy ze 2D a 3D výpočtu zobrazující splnění sduženého energeticko-napěťového (Obr. 6.1), bylo nutné na 3D modelu vybrat cestu, na které bude určována vzdálenost od kořene vrubu, respektive délka trhliny. Pro tento účel byla vybrána cesta na průsečnici obou rovin symetrie modelu. Cesta leží uprostřed tloušťky zkušební vzorku, kde by se chováním měla blížit rovinné deformaci. Výsledky z tohoto místa by měly být podobné výsledkům získaným při 2D simulaci, ve které byla nastavena analýza rovinné deformace.

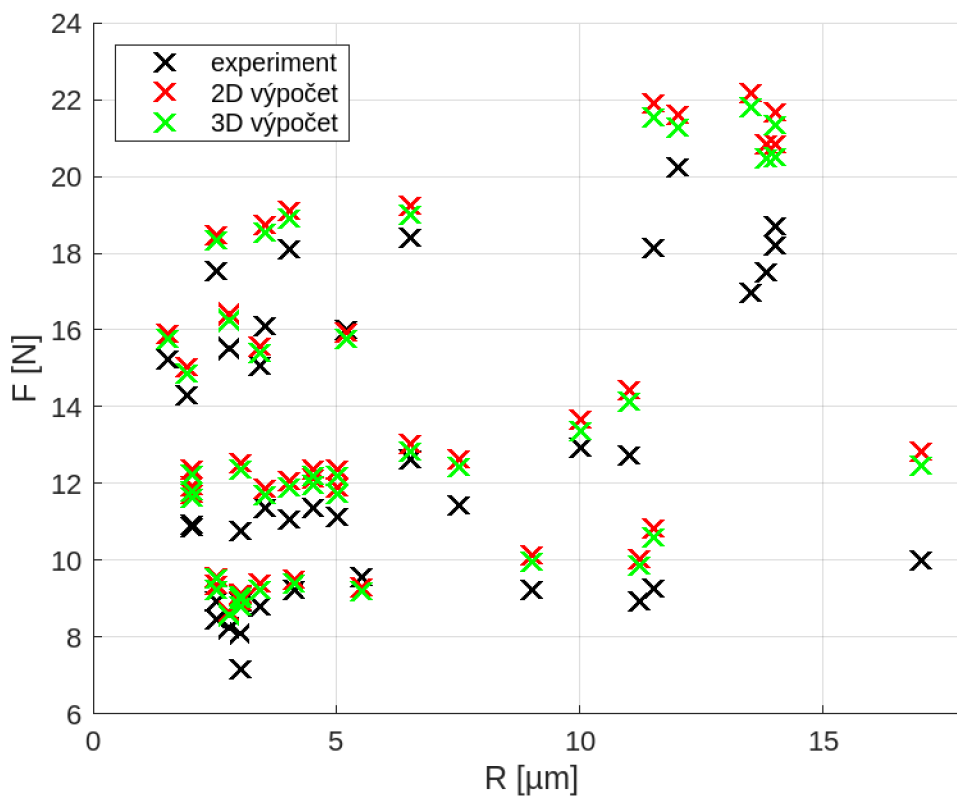


Obr. 6.1 Porovnání splnění sduženého energeticko-napěťového kritéria při 2D (čárkovaná čára) a 3D (plná čára) výpočtu.

Na Obr. 6.1 je graf, pomocí něhož můžou být srovnány některé výsledky 2D a 3D výpočtu. Lze vidět, že napětí (modré čáry) vychází při 3D výpočtu mírně vyšší. Konkrétně maximální hodnota (pro $a_0 = 0 \mu\text{m}$) je při 3D výpočtu přibližně o 4,5 % vyšší a s rostoucí hodnotou a_0 zůstává rozdíl na podobné hodnotě, případně se mírně snižuje. Podobného rozdílu si lze všimnout také u rychlostí uvolňování energie, ale v tomto případě byly získány vyšší hodnoty ze 2D výpočtu.

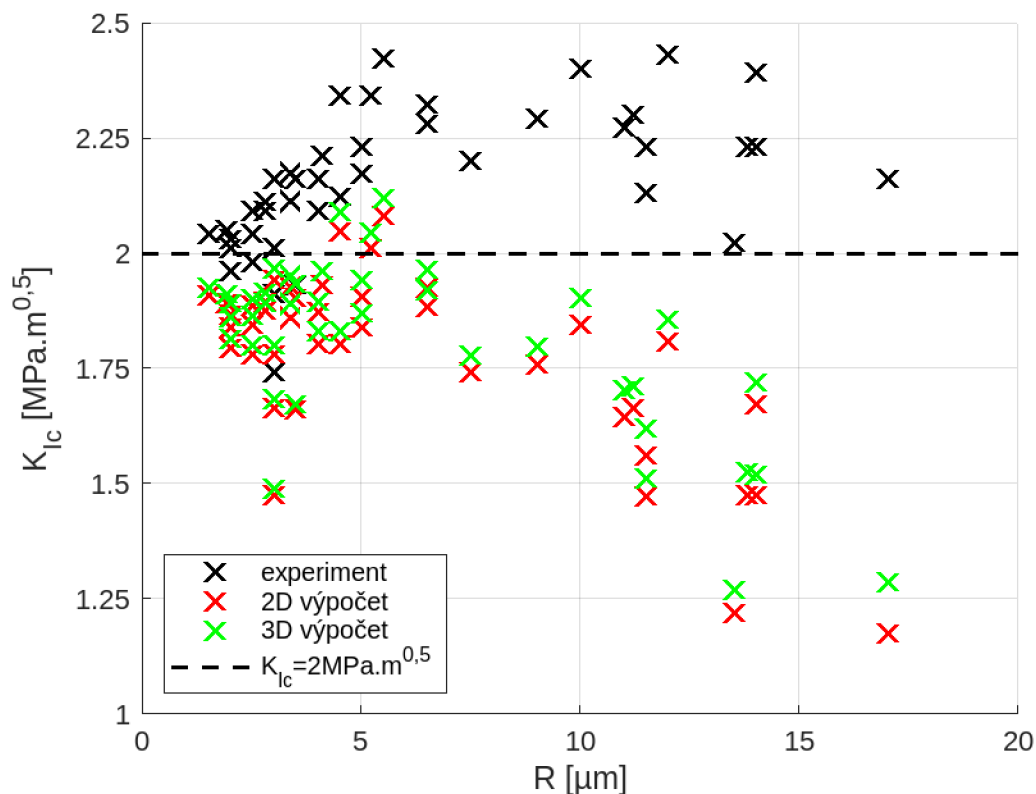
6.1 Lomová síla a lomová houževnatost určená z 2D a 3D modelu

Další možností, jak porovnat rozdíly mezi výsledky 2D a 3D výpočtu, je podívat se na hodnoty spočtených lomových sil. Na Obr. 6.2 lze vidět jejich srovnání i s lomovými silami změřenými během experimentu. Síly jsou vyneseny v závislosti na poloměru zaoblení v kořenu vrubu.



Obr. 6.2 Závislost lomové síly na poloměru zaoblení v kořenu vrubu, porovnání experimentu a numerického 2D a 3D výpočtu (uvažovaná mez pevnosti v tahu $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$).

Lze pozorovat, že stejně jako v případě 2D i při 3D výpočtu leží hodnoty lomových sil téměř vždy nad hodnotami z experimentu. Oproti 2D výpočtu však síly vyšly při 3D výpočtu vždy o něco nižší. Tento rozdíl je větší při vyšších hodnotách poloměru zaoblení v kořenu vrubu. Maximální rozdíl lomových sil z 2D a 3D výpočtu dosahoval necelých 3 %. Podobné srovnání lze provést i s hodnotami lomové houževnatosti (Obr. 6.3), které byly získány po použití korekce.



Obr. 6.3 Porovnání hodnot lomové houževnatosti zjištěných experimentálně a s využitím numerického 2D a 3D výpočtu (uvažovaná mez pevnosti v tahu $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$).

Je patrné, že i v tomto případě jsou výsledky získané pomocí 3D simulace blíže ke změřeným hodnotám. Také jsou více přiblížené ke skutečné lomové houževnatosti zkoumané keramiky $2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$.

6.2 Síť a výpočetní náročnost

Na 2D modelu síť tvořily téměř výhradně čtvercové prvky. V Případě 3D modelu se nepodařilo vytvořit síť pomocí šestistěnných prvků, proto byly použity prvky čtyřstěnné. V obou případech bylo úspěšně ověřeno, zda je zvolená velikost prvků dostatečně malá a zda nemá vliv na výsledky. Pro vytvoření sítě na 2D modelu bylo zapotřebí přibližně 200 tisíc prvků. U 3D modelu byl potřeba přibližně 1 milion prvků. V obou případech se počty mírně lišily v závislosti na přesné geometrii vzorku.

Pokud jde o délku výpočtu, u 2D simulace trval výpočet pro jeden vzorek asi 10 minut. U 3D varianty výpočet trval přibližně 2 hodiny pro jeden vzorek. Při porovnání obou časových údajů se nemusí zdát rozdíl až tak výrazný. Pokud se však obě délky výpočtu vynásobí počtem použitých vzorků (42), tak u 2D simulace pro celý výpočet bude stačit několik hodin, zatímco v případě 3D už se délka výpočtu dostane na několik dnů. Z časového hlediska je tedy použití 2D výpočtu jednoznačně výhodnější. Přehledné srovnání obou výpočtů poskytuje Tab. 1.

Tab. 1 Porovnání 2D a 3D výpočtu.

Výpočet	Počet prvků	Délka výpočtu pro jeden vzorek
2D	200 000	10 min
3D	1 000 000	120 min

7 DISKUZE

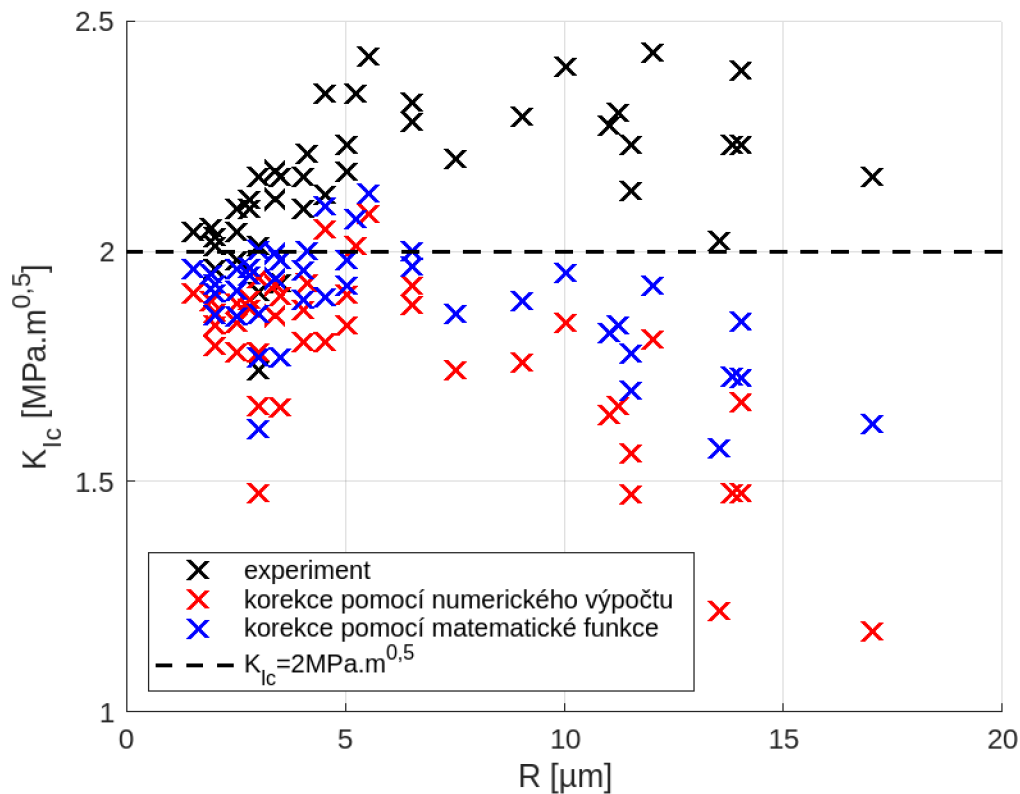
Byl vytvořen parametrický model vzorku jak pro 2D simulaci, tak i pro 3D. Parametrizace se ukázala jako nezbytná vzhledem k počtu opakování výpočtů. V obou případech bylo maximálně využito symetrie zkušebního tělesa, aby došlo k co největší úspoře výpočetního času. Celkově byla simulace pomocí 2D modelu více než desetkrát rychlejší a k vytvoření sítě konečných prvků bylo zapotřebí přibližně pětkrát méně prvků než případě 3D modelu.

Pokud jde o porovnání přesnosti výsledků obou výpočtů, pak stejně jako v [21] bylo zjištěno, že 3D simulace poskytuje výsledky o něco přesnější (blíže k experimentálním hodnotám). Konkrétně při porovnání hodnot lomové síly zjištěných pomocí 3D a 2D výpočtu byl největší rozdíl pouze necelá 3 %. To je poněkud nižší hodnota než v [20], kde bylo uvedeno, že zjištěné rozdíly dosahují až 10 %, což může souviset např. i s rozměry uvažovaného modelu či velikosti oblasti ovlivněného volným povrchem, kterou 2D model neumí popsat. Rozdíly mezi experimenty a numerickým výpočtem se zvětšují spolu s rostoucím poloměrem zaoblení v kořenu vrubu. Stejně tak se zvětšují rozdíly mezi výsledky 2D a 3D simulace.

Experimentálně zjištěné hodnoty lomové houževnatosti keramických materiálů jsou nadhodnocené, pokud na zkušebním vzorku není vytvořen dostatečně ostrý vrub (dle předpisu daného normou). Pro korekci těchto hodnot a převod na reálnou hodnotu lomové houževnatosti byly navrženy dva postupy. První z nich vyžaduje provedení numerické simulace pro každý experimentálně změřený vzorek. Pro následné určení lomové houževnatosti využívá sdružené energeticko-napěťové kritérium, pro jehož aplikaci je nutné znát i mez pevnosti v tahu materiálu. Korigovaná lomová houževnatost se tak určí na základě znalosti experimentálně stanovené lomové síly a konkrétní hodnoty meze pevnosti materiálu. Zde se však ukazuje, že právě mez pevnosti může významně ovlivnit správné určení této korigované lomové houževnatosti. Je tedy třeba použít její hodnotu určenou spolehlivým experimentem. K vytvoření modelu materiálu pro numerickou simulaci je také nutné určení dvou materiálových konstant, jmenovitě modulu pružnosti v tahu E a Poissonova čísla μ . Tyto konstanty jsou však nutné i k určení lomové houževnatosti materiálu pomocí standardně používaných postupů.

Z porovnání experimentálních a korigovaných hodnot na Obr. 4.14 je patrné, že korekci s popsaným postupem lze použít přibližně jen do poloměru zaoblení v kořenu vrubu $R = 10 \mu\text{m}$. Při větším poloměru zaoblení se již korigované hodnoty vzdalují od skutečné hodnoty lomové houževnatosti zkoumané keramiky. Rovněž se vzdalují od experimentálně změřených hodnot lomové houževnatosti, což koresponduje s tím, že i hodnoty lomových sil se při zvětšujícím se poloměru zaoblení v kořenu vrubu vzdalují od hodnot změřených v průběhu experimentální zkoušky.

U druhého způsobu korekce bylo rovněž využito numerické simulace v kombinaci se sdruženým energeticko-napěťovým kritériem. V tomto případě byl však nejprve analyzován vliv poloměru zaoblení v kořenu vrubu na hodnotu lomové síly. Ze zjištěné závislosti byla poté vytvořena funkce, pomocí které byla následně korigována lomová houževnatost stanovená s využitím experimentu dle vzorce v příslušné normě. Výhodou tohoto způsobu korekce je, že není nutné pro každý jeden vzorek provádět vždy i numerický výpočet. Po provedení jedné sady numerických výpočtů je získána matematická funkce, pomocí které je následně korigována hodnota lomové houževnatosti prostým podělením. Na Obr. 7.1 lze vidět porovnání obou použitých korekcí.



Obr. 7.1 Porovnání obou způsobů korekce lomové houževnatosti.

Z Obr. 7.1 je patrné, že druhý způsob (modré křížky) využívající pro korekci matematickou funkci poskytuje v tomto případě lepší výsledky. Hodnoty leží celkově blíže ke skutečné lomové houževnatosti $2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$. Rozdíl mezi oběma korekcemi je ve většině případů do 5 % při poloměru zaoblení v kořenu vrubu $R < 10 \mu\text{m}$. Poté při rostoucím poloměru zaoblení roste také procentuální rozdíl mezi korekcemi. Podobně jako u korekce pomocí numerického výpočtu, tak i při použití korekce pomocí matematické funkce, mají korigované hodnoty po překročení poloměru zaoblení $R = 10 \mu\text{m}$ klesající trend, i když není zdaleka tak výrazný jako u prvního způsobu korekce. Klesající trend je daný tím, že korekční funkce s rostoucím poloměrem zaoblení roste, nicméně experimentálně stanovené hodnoty lomové houževnatosti mají od určitého poloměru zaoblení vrubu víceméně konstantní charakter.

Při porovnání odvozené korekční funkce s korekčními funkcemi z literatury bylo zjištěno, že použití funkce z [13] není pro poskytnutá experimentální data vhodné. Korekční funkce z [12] poskytovala nejlepší výsledky ze všech tří porovnaných korekčních funkcí, a to i při vyšších hodnotách poloměru zaoblení v kořenu vrubu, kde už funkce odvozená v této práci ztrácela na přesnosti. V obou funkcích z literatury byl zahrnut i vliv mikrostruktury pomocí velikosti zrna materiálu. Zahrnutí vlivu mikrostruktury do funkce odvozené v práci by bylo obtížné, protože v MKP se materiál modeluje jako homogenní. V případě použití složitějších modelů materiálu by pak došlo k výraznému navýšení výpočetní náročnosti.

Při pohledu na experimentálně určené hodnoty lomové houževnatosti, ale i hodnoty korigované si lze všimnout, že mají poměrně velký rozptyl. Pro jednu hodnotu poloměru zaoblení v kořenu vrubu jsou získány různé hodnoty lomové houževnatosti. Příčina je ukryta pravděpodobně v mikrostrukturu keramického materiálu, která není homogenní ani zcela pravidelná. Dále každý keramický materiál obsahuje defekty jako póry a mikrotrhliny, které jsou nahodile rozmístěny ve struktuře. Tyto nedostatky oslabují materiál a pokud jsou vhodné

orientovány, mohou způsobit porušení tělesa i při nižších hodnotách zatížení, než při jakých by mělo teoreticky k porušení dojít. Z tohoto důvodu je u keramických materiálů nezbytné statistické vyhodnocení výsledků zkoušek, tj. vždy provést několik zkoušek na stejným způsobem vyrobených vzorcích.

8 ZÁVĚR

Cílem práce bylo s využitím numerických simulací analyzovat podmínky pro vznik trhliny v keramickém zkušebním vzorku s vrubem zatíženém čtyřbodovým ohybem a navrhnout možný způsob korekce lomové houževnatosti určené experimentálně na vzorcích s různým poloměrem zaoblení vrubu. Za tímto účelem byl vytvořen parametrický výpočtový model pro simulaci zkoušky lomové houževnatosti čtyřbodovým ohybem. Díky vytvořenému modelu bylo možné automaticky provádět velké množství výpočtů pro různé geometrické konfigurace zkušebních vzorků a vznikající trhliny různých délek vycházející z kořene vrubu. V prvním kroku byl odladěn výpočet kritické síly, při níž dojde ke vzniku trhliny ve zkušebním vzorku se zaobleným vrubem a jejím následným nestabilním šířením skrze zbývající průřez vzorku. K tomuto účelu byla použita metoda konečných prvků (MKP) a sdružené energeticko-napětové kritérium. Velká výhoda tohoto kritéria spočívá v tom, že pro predikci vzniku trhliny v křehkém materiálu vyžaduje kromě elastických vlastností materiálu pouze hodnoty meze pevnosti v tahu a lomové houževnatosti. V dalším kroku byl výpočet lomových sil aplikován i na sadu experimentálních vzorků s cílem porovnat numerickou predikci s hodnotami naměřenými experimentálně.

Následně byl v práci analyzován způsob, jak upravit (korigovat) nesprávnou hodnotu experimentálně stanovené lomové houževnatosti u vzorků s velkým zaoblením kořene vrubu na reálnou hodnotu odpovídající danému materiálu (tj. takovou, kterou získáme měřením na vzorcích s dostatečně ostrým vrubem). V rešeršní části byly nalezeny dvě možné korekční funkce, jedna z nich se však ukázala jako nevhodná. Pro zkoumaná data ve většině případů posunula hodnotu lomové houževnatosti směrem dále od skutečně lomové houževnatosti. Korekční funkce odvozená v této práci byla porovnána s funkcemi z literatury. Bylo zjištěno, že je poměrně dobře použitelná pro poloměr zaoblení přibližně do $R = 10 \mu\text{m}$. Při vyšších hodnotách poloměru zaoblení jsou již odchylky korigované lomové houževnatosti od reálné významnější a dosahují až 22 %.

Jelikož je pro použité parametrické výpočty nejefektivnější využití 2D modelu, vyvstala i otázka, jak by se případné predikce lomových sil lišili v případě, že by byl použit 3D model, který přesněji postihuje napětový stav v okolí povrchu vzorku, kde bude současně i tvar čela trhliny odlišný od střední části vzorku. Pro tyto účely byl tedy vytvořen parametrický 3D model. Při porovnání výstupů obou výpočtových modelů (2D a 3D) bylo zjištěno, že v přesnosti výsledků se od sebe nijak výrazně neliší. Maximální procentuální rozdíl v hodnotách lomových sil nebyl větší než 3 %. Hodnoty lomových sil zjištěné pomocí 3D modelu byly ale blíže k těm naměřeným experimentálně. Z těchto zjištění plyne, že i 2D model poskytuje přijatelně přesné výsledky a je navíc efektivnější jak z časového hlediska, tak HW nároků na výpočet.

Na práci by bylo možné navázat vylepšením korekční funkce. Ideální by bylo do funkce zapracovat kromě poloměru zaoblení v kořenu vrubu ještě např. i vliv meze pevnosti v tahu. Byla by tak vytvořena jedna univerzální funkce a nebylo nutné vytvářet vždy pro jinou mez pevnosti novou funkci. Ukázalo se, že použitý způsob korekce má potenciál a jeho efektivita je srovnatelná i s jinými funkcemi nalezenými v literatuře. Dále by bylo zajímavé vyzkoušet odvození funkce i na sadě experimentálních vzorků s většími poloměry zaoblení v kořenu vrubu. Také by bylo vhodné vyzkoušet funkci i na jiných keramických materiálech, což by však bylo podmíněno provedením nové sady experimentů.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] BELLI, Renan; WENDLER, Michael; PETSCHT, Anselm a LOHBAUER, Ulrich. Mixed-mode fracture toughness of texturized LS2 glass-ceramics using the three-point bending with eccentric notch test. Online. *Dental Materials*. 2017, roč. 33, č. 12, s. 1473-1477. ISSN 01095641. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.dental.2017.09.008>. [cit. 2024-05-17].
- [2] DOWLING, Norman E. *Mechanical Behavior of Materials*. Online. 4. Pearson Education, 2013. ISBN 978-0-273-76455-7. [cit. 2024-05-14].
- [3] MEYERS, Marc André a CHAWLA, Krishan Kumar. *Mechanical Behavior of Materials*. Online. 2. Cambridge University Press, 2009. ISBN 978-0-511-45557-5. [cit. 2024-05-14].
- [4] ANDERSON, T.L. *Fracture mechanics*. Online. 3. Taylor & Francis Group, 2005. ISBN 978-1-4200-5821-5. [cit. 2024-05-14].
- [5] DERYUGIN, Yevgeny. Determination of Fracture Toughness Characteristics of Small- Size Chevron-Notched Specimens. Online. *Contact and Fracture Mechanics*. 2018. ISBN 978-1-78923-158-8. Dostupné z: <https://doi.org/10.5772/intechopen.72643>. [cit. 2024-05-17].
- [6] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION [ISO]. ISO/FDIS 23146:2008(E), *Fine ceramics (advanced ceramics, advanced technical ceramics) – Test methods for fracture toughness of monolithic ceramics – Single-edge V-notch beam (SEVNB) method*.
- [7] L. JESSEN, Todd a LEWIS, David. Effect of composite layering on the fracture toughness of brittle matrix/particulate composites. Online. *Composites*. 1995, roč. 26, č. 1, s. 67-71. ISSN 00104361. Dostupné z: [https://doi.org/10.1016/0010-4361\(94\)P3632-B](https://doi.org/10.1016/0010-4361(94)P3632-B). [cit. 2024-05-23].
- [8] LEGUILLON, Dominique; ŠEVEČEK, Oldřich; MARTIN, Éric a BERMEJO, Raul. Edge cracking due to a compressive residual stress in ceramic laminates. Online. *Comptes Rendus Mécanique*. 2015, roč. 343, č. 3, s. 192-198. ISSN 16310721. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.crme.2014.11.001>. [cit. 2024-05-23].
- [9] ŠEVEČEK, Oldřich; KOTOUL, Michal; LEGUILLON, Dominique; MARTIN, Eric a BERMEJO, Raul. Modelling of edge crack formation and propagation in ceramic laminates using the stress–energy coupled criterion. Online. *Engineering Fracture Mechanics*. 2016, roč. 167, s. 45-55. ISSN 00137944. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2016.03.039>. [cit. 2024-05-14].
- [10] FETT, T. Influence of a finite notch root radius on fracture toughness. Online. *Journal of the European Ceramic Society*. 2005, roč. 25, č. 5, s. 543-547. ISSN 0955-2219. Dostupné z: <https://doi.org/doi:10.1016/j.jeurceramsoc.2004.01.010>. [cit. 2024-05-14].
- [11] PICARD, D.; LEGUILLON, D. a PUTOT, C. A method to estimate the influence of the notch-root radius on the fracture toughness measurement of ceramics. Online. *Journal of the European Ceramic Society*. 2006, roč. 26, č. 8, s. 1421-1427. ISSN 0955-2219. Dostupné z: <https://doi.org/doi:10.1016/j.jeurceramsoc.2005.02.016>. [cit. 2024-05-14].

- [12] YANG, Shuangge; ZHANG, Chunguo a ZHANG, Xiancheng. Notch radius effect on fracture toughness of ceramics pertinent to grain size. Online. *Journal of the European Ceramic Society*. 2020, roč. 40, č. 12, s. 4217-4223. ISSN 0955-2219. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2020.03.030>. [cit. 2024-05-14].
- [13] CAROLAN, D.; ALVEEN, P.; IVANKOVIĆ, A. a MURPHY, N. Effect of notch root radius on fracture toughness of polycrystalline cubic boron nitride. Online. *Engineering Fracture Mechanics*. 2011, roč. 78, č. 17, s. 2885-2895. ISSN 0013-7944. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2011.08.003>. [cit. 2024-05-14].
- [14] HASHIN, Zvi. Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis. Online. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1996, roč. 44, č. 7, s. 1129-1145. ISSN 0022-5096. Dostupné z: [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(95\)00080-1](https://doi.org/10.1016/0022-5096(95)00080-1). [cit. 2024-05-14].
- [15] WEISSGRAEBER, Philipp; LEGUILLON, Dominique a BECKER, Wilfried. A review of Finite Fracture Mechanics: crack initiation at singular and non-singular stress raisers. Online. *Archive of Applied Mechanics*. 2016, roč. 86, č. 1-2, s. 375-401. ISSN 0939-1533. Dostupné z: <https://doi.org/10.1007/s00419-015-1091-7>. [cit. 2024-05-14].
- [16] LEGUILLON, Dominique. Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch. Online. *European Journal of Mechanics - A/Solids*. 2002, roč. 21, č. 1, s. 61-72. ISSN 0997-7538. Dostupné z: [https://doi.org/10.1016/S0997-7538\(01\)01184-6](https://doi.org/10.1016/S0997-7538(01)01184-6). [cit. 2024-05-14].
- [17] PARVIZI, A.; GARRETT, K. W. a BAILEY, J. E. Constrained cracking in glass fibre-reinforced epoxy cross-ply laminates. Online. *Journal of Materials Science*. 1978, roč. 13, č. 1, s. 195-201. ISSN 0022-2461. Dostupné z: <https://doi.org/10.1007/BF00739291>. [cit. 2024-05-14].
- [18] DOITRAND, Aurélien; FAGIANO, Christian; CARRÈRE, Nicolas; CHIARUTTINI, Vincent a HIRSEKORN, Martin. Damage onset modeling in woven composites based on a coupled stress and energy criterion. Online. *Engineering Fracture Mechanics*. 2017, roč. 169, s. 189-200. ISSN 0013-7944. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2016.11.021>. [cit. 2024-05-14].
- [19] DOITRAND, Aurélien a LEGUILLON, Dominique. 3D application of the coupled criterion to crack initiation prediction in epoxy/aluminum specimens under four point bending. Online. *International Journal of Solids and Structures*. 2018, roč. 143, s. 175-182. ISSN 0020-7683. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.03.005>. [cit. 2024-05-14].
- [20] GARCÍA, I.G.; CARTER, B.J.; INGRAFFEA, A.R. a MANTIČ, V. A numerical study of transverse cracking in cross-ply laminates by 3D finite fracture mechanics. Online. *Composites Part B: Engineering*. 2016, roč. 95, s. 475-487. ISSN 1359-8368. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.03.023>. [cit. 2024-05-14].

- [21] DOITRAND, Aurélien a LEGUILLON, Dominique. Comparison between 2D and 3D applications of the coupled criterion to crack initiation prediction in scarf adhesive joints. Online. *International Journal of Adhesion and Adhesives*. 2018, roč. 85, s. 69-76. ISSN 0143-7496. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2018.05.022>. [cit. 2024-05-14].
- [22] *Ansys Mechanical APDL, Release 2023 R2, Help System*. Online. ANSYS, INC. Dostupné z: <https://ansyshelp.ansys.com>. [cit. 2024-05-15].

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Symbol	Jednotka	Popis
a, a_0	$[\mu m]$	vzdálenost od kořenu vrubu, délka trhliny
a	$[mm]$	délka vzorku (pouze na Obr. 4.1)
b	$[mm]$	výška vzorku
E	$[MPa]$	modul pružnosti v tahu
e	$[mm]$	šířka vrubu
F	$[N]$	síla
F_{bend}	$[-]$	geometrická funkce
F_{exp}	$[N]$	síla z experimentu
F_{norm}	$[-]$	normovaná hodnota síly
F_{num}	$[N]$	síla z numerického výpočtu
F_0	$[N]$	síla při nulovém poloměru zaoblení
G	$[\mu m]$	střední velikost zrna (pouze na straně 20)
G	$[MPa \cdot mm]$	rychlost uvolňování energie
G_c	$[MPa \cdot mm]$	kritická hodnota (inkrementální) rychlosti uvolňování energie
G_{inc}	$[MPa \cdot mm]$	inkrementální rychlost uvolňování energie
h	$[mm]$	hloubka vrubu
K	$[MPa \cdot m^{0,5}]$	faktor intenzity napětí
K_b, K_{cn}	$[MPa \cdot m^{0,5}]$	změřená lomová houževnatost
K_{Ic}	$[MPa \cdot m^{0,5}]$	lomová houževnatost
$k_{Ic}^{app}, K^*, \widehat{K}$	$[MPa \cdot m^{0,5}]$	zdánlivá hodnota lomové houževnatosti
l	$[mm]$	délka trhliny před kořenem vrubu
R	$[\mu m]$	poloměr zaoblení v kořenu vrubu
u_x, u_y, u_z	$[mm]$	posuvy ve směru osy x, y a z
S	$[mm^2]$	plocha trhliny
S_F	$[mm]$	vzdálenost mezi působišti sil
S_p	$[mm]$	vzdálenost mezi podporami
W	$[mm]$	tloušťka vzorku (pouze na straně 17)
W	$[J]$	potenciální energie
μ	$[-]$	Poissonovo číslo
ρ	$[\mu m]$	poloměr zaoblení v kořenu vrubu
σ	$[MPa]$	normálové napětí
σ_c	$[MPa]$	mez pevnosti v tahu

Zkratka	Význam
2D	dvoudimenzionální prostor
3D	třídimenzionální prostor
Al ₂ O ₃	oxid hlinitý
APDL	Ansys parametric design language
ASTM	American Society for Testing and Materials
HW	hardware
LTCC	low temperature cofired ceramics
MKP	metoda konečných prvků
SEVNB	single-edge V-notch beam

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1.1 Ukázka měření lomové houževnatosti keramického materiálu [1].....	13
Obr. 2.1 Tři zatěžovací módy [4].....	15
Obr. 2.2 Vrub typu Chevron [5].....	16
Obr. 2.3 Zatěžovací aparatura a vzorek s trhlinou vytvořenou pomocí indentace [4].....	16
Obr. 2.4 Zatížení vzorku pro SEVNB metodu [3].....	17
Obr. 2.5 Porovnání korigované a nekorigované hodnoty lomové houževnatosti, závislost poměru skutečné a zdánlivé lomové houževnatosti na odmocnině z poměru délky trhliny a poloměru zaoblení v kořenu vrubu [10].	18
Obr. 2.6 Geometrie vzorku a vrubu [11].....	18
Obr. 2.7 Porovnání experimentálních a teoretických dat pro nitrid křemíku, závislost poměru zdánlivé a skutečné lomové houževnatosti na odmocnině z poloměru zaoblení v kořenu vrubu [11].	19
Obr. 2.8 Graf pro určení hodnoty korekční funkce [11].	20
Obr. 2.9 Porovnání experimentálních dat a predikční funkce [12].	20
Obr. 2.10 Porovnání experimentálních hodnot a predikční funkce s vlivem poloměru zaoblení v kořenu vrubu [13].....	21
Obr. 2.11 Závislost přetvoření na toušťce vzorku [17].	23
Obr. 4.1 Geometrie zkušebních vzorků, umístění podpor a zatěžujících sil.	25
Obr. 4.2 Síť konečných prvků.	26
Obr. 4.3 Detailní pohled na použitou síť.	26
Obr. 4.4 Znázornění použitých okrajových podmínek na 2D modelu a oblast s jemnou sítí.	27
Obr. 4.5 Rozložení normálového napětí ve směru osy x v okolí kořene vrubu, hodnoty napětí jsou uvedeny v MPa.	27
Obr. 4.6 Data získaná z numerického výpočtu proložená pomocí funkce "spline".	28
Obr. 4.7 Ukázka splnění sdruženého energeticko-napěťového kritéria.	30
Obr. 4.8 Vliv velikosti prvků na průběh normálového napětí ve směru osy x.	31
Obr. 4.9 Vliv velikosti přírůstku trhliny na inkrementální rychlost uvolňování energie.	32
Obr. 4.10 Závislost experimentálně určené lomové houževnatosti na poloměru zaoblení v kořenu vrubu.	33
Obr. 4.11 Závislost lomové síly na poloměru zaoblení v kořenu vrubu, porovnání experimentu a numerického výpočtu (uvažovaná mez pevnosti v tahu $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$ a lomová houževnatost $KIc = 2 \text{ MPa} \cdot m^{0,5}$).	34
Obr. 4.12 Relativní rozdíl sil získaných experimentálně a numerickým výpočtem v závislosti na poloměru zaoblení v kořenu vrubu (uvažovaná mez pevnosti v tahu $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$ a lomová houževnatost $KIc = 2 \text{ MPa} \cdot m^{0,5}$).	34
Obr. 4.13 Graf pro určení korigované hodnoty lomové houževnatosti u vzorku číslo 7.	35
Obr. 4.14 Porovnání hodnot lomové houževnatosti zjištěných experimentálně a s využitím korekce v závislosti na poloměru zaoblení v kořenu vrubu (uvažovaná mez pevnosti v tahu $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$).	36
Obr. 4.15 Vliv meze pevnosti v tahu na korigovanou hodnotu lomové houževnatosti.	37
Obr. 4.16 Vliv meze pevnosti v tahu na hodnotu lomové síly získané z numerického výpočtu (pro lomovou houževnatosti $KIc = 2 \text{ MPa} \cdot m^{0,5}$).	38
Obr. 4.17 Vliv poloměru zaoblení v kořenu vrubu na hodnotu lomové síly (uvažovaná pevnost v tahu $\sigma_c = 500 \text{ MPa}$ a lomová houževnatost $KIc = 2 \text{ MPa} \cdot m^{0,5}$).	39
Obr. 4.18 Vliv meze pevnosti v tahu na hodnotu lomové síly.	40
Obr. 4.19 Proložení hodnot lomové síly pomocí kvadratické funkce.	40

Obr. 4.20 Normované hodnoty lomových sil a regresní funkce.....	41
Obr. 4.21 Porovnání experimentálně zjištěných a korigovaných hodnot lomové houževnatosti.	42
Obr. 4.22 Porovnání korekčních funkcí pro velikost zrna $1 \mu m$	43
Obr. 4.23 Porovnání korekčních funkcí pro velikost zrna $3 \mu m$	43
Obr. 4.24 Porovnání korekčních funkcí pro velikost zrna $5 \mu m$	44
Obr. 5.1 Pohled na celý model vzorku s detailem vrubu.....	45
Obr. 5.2 Pohled na čtvrtinový model vzorku použitý pro výpočet.....	46
Obr. 5.3 Detailní pohled na síť v okolí kořene vrubu.	46
Obr. 5.4 Znáznornění použitých okrajových podmínek na 3D modelu.	47
Obr. 5.5 Rozložení normálového napětí ve směru osy x v rovině předpokládaného vzniku trhliny, hodnoty napětí jsou uvedeny v MPa (pohled na čtvrtinový model kolmo na rovinu symetrie vzorku procházející kořenem vrubu).	48
Obr. 5.6 Detailní pohled na cesty v rovině předpokládaného šíření trhliny.	49
Obr. 5.7 Detailní pohled na izolinie napětí.....	49
Obr. 5.8 Detailní pohled na izolinie napětí a síť konečných prvků.....	50
Obr. 5.9 Vliv velikosti prvků na průběh normálového napětí ve směru osy x při 3D simulaci.	51
Obr. 6.1 Porovnání splnění sdruženého energeticko-napěťového kritéria při 2D (čárkovaná čára) a 3D (plná čára) výpočtu.....	52
Obr. 6.2 Závislost lomové síly na poloměru zaoblení v kořenu vrubu, porovnání experimentu a numerického 2D a 3D výpočtu (uvažovaná mez pevnosti v tahu $\sigma_c = 500 MPa$).	53
Obr. 6.3 Porovnání hodnot lomové houževnatosti zjištěných experimentálně a s využitím numerického 2D a 3D výpočtu (uvažovaná mez pevnosti v tahu $\sigma_c = 500 MPa$).	54
Obr. 7.1 Porovnání obou způsobů korekce lomové houževnatosti.	56

SEZNAM PŘÍLOH

Informace_ke_kodum.txt

Experiment_data.txt

ansys_2D.inp

ansys_3D_1.inp

ansys_3D_2.inp

skript_2D.m

skript_izolinie.m

skript_3D.m