

Česká zemědělská univerzita v Praze

Technická fakulta

Katedra matematiky



Cyklické barvení grafu a fáze světelné křižovatky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vedoucí práce: RNDr. Jan Hora, Ph.D.

Autor práce: **Petr Losenický**

© 2015 ČZU v Praze

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Katedra matematiky

Technická fakulta

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Petr Losenický

Silniční a městská automobilová doprava

Název práce

Cyklické barvení grafu a fáze světelné křižovatky

Název anglicky

Circular coloring of graphs and traffic light phases

Cíle práce

Cílem práce je analyzovat vybrané reálné křižovatky, určit jejich chromatické a cyklické chromatické číslo a případně navrhnout změnu nastavení jejich fází tak, aby byla zvýšena jejich celková propustnosti.

Metodika

Student se nejdříve seznámí s pojmy barvení grafu a cyklické barvení grafu a jejich vlastnostmi. Zvolí si konkrétní světelné křižovatky v okolí svého bydliště, zaznamená jejich schemata a fáze. Tato schemata převede na grafy a určí za jistých předpokladů jejich chromatické a cyklické chromatické číslo. V případě, že bude cyklické chromatické číslo menší než chromatické číslo, navrhne fáze tak, aby byla celková propustnost konkrétní křižovatky vyšší.

Doporučený rozsah práce

40 stran včetně obrázků a případných příloh

Klíčová slova

Barvení grafu, chromatické číslo grafu, cyklické barvení, cyklické chromatické číslo grafu, fáze světelné křižovatky

Doporučené zdroje informací

Nešetřil J., Teorie grafů, SNTL, 1979

Zewdie R., Hora J., Nigussie Y., Circular Colouring for Emission Minimalization, Transactions on Transport Sciences, Vol. 6, num. 4, pp. 159-168, 2013, ISSN: 1802-971X.

Zhu X., Circular chromatic number: a survey, Discrete Mathematics, 229, pp. 371-410, 2001.

Předběžný termín obhajoby

2015/05 (květen)

Vedoucí práce

RNDr. Jan Hora, Ph.D.

Elektronicky schváleno dne 7. 11. 2014

prof. RNDr. Ing. Petr Němec, DrSc.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 7. 11. 2014

prof. Ing. Vladimír Jurča, CSc.

Děkan

V Praze dne 03. 04. 2015

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Cyklické barvení grafu a fáze světelné křižovatky" jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 4. dubna 2015

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval RNDr. Janu Horovi, Ph.D. za vstřícný přístup, cenné připomínky a odborné rady při zpracování této bakalářské práce. Zároveň patří poděkování mým rodičům, kteří mě po celou dobu mého studia morálně a finančně podporovali.

Abstrakt: Cílem práce je zkrácení délky cyklu na vybraných příkladech křižovatek a s tím spojené zvýšení celkové propustnosti křižovatky. Aplikováno je standardní barvení grafu a následně pro možné snížení celkového času cyklu cyklické barvení grafu. Určené cyklické chromatické číslo může být v některých případech menší než chromatické číslo grafu, což vede právě ke zkrácení délky cyklu. Tomu předchází analýza a seznámení se s daným příkladem křižovatky. Analyzováno bylo zhruba dvacet vybraných křižovatek, z nichž dvě jsou v práci popsány. U první křižovatky je chromatické číslo shodné s cyklickým chromatickým číslem, délka cyklu je tak ovlivněna jen mezičasy. Druhá křižovatka má cyklické chromatické číslo menší než chromatické číslo a to vede k požadovanému zkrácení celkové délky cyklu křižovatky.

Klíčová slova: barvení grafu, cyklické barvení, cyklické chromatické číslo grafu, fáze světelné křižovatky, chromatické číslo grafu

Circular coloring of graphs and traffic light phases

Summary: The goal of work is to shorten the length of a traffic light cycle on selected intersections which would lead to a consequent increase of the throughput of the intersection. To achieve this goal standard coloring of graphs is applied and then subsequently circular coloring of graphs is applied to possibly lower the total cycle time. A designated circular chromatic number can under certain circumstances be lower than the chromatic number of graphs, which can lead to a shortening of the length of the traffic light cycle. An introduction to a specific intersection examples and subsequent analysis was necessary. Approximately twenty selected intersections were analyzed, while two out of them are described in this work. The first intersection's chromatic number is equal to its circular chromatic number, the length of the cycle is only influenced by splits. The second intersection's circular chromatic number is lower than its chromatic number, which leads to required shortening of the total traffic lights cycle of the intersection.

Key words: coloring of graphs, circular coloring, circular chromatic number of graphs, traffic light phases, chromatic number of graphs

Obsah

1. Úvod.....	1
2. Pojem grafu a základní pojmy	2
2.1 Znázornění a kreslení grafu	2
2.2 Definice neorientovaného grafu.....	3
2.3 Speciální grafy	6
3. Barvení grafu	8
3.1 Barevnost grafu.....	8
3.2 Barvení speciálních grafů	9
3.3 Cyklické barvení grafu.....	13
4. Křižovatky	16
4.1 Rozdělení křižovatek.....	17
4.2 Řízené křižovatky	19
4.3 Bezpečnost provozu.....	22
4.4 Fáze a fázové schéma	24
4.5 Mezičasy	25
5. Praktická část	27
5.1 Příklad křižovatky č. 1	27
5.1.1 Schéma a popis křižovatky.....	27
5.1.2 Určení chromatických čísel	28
5.1.3 Fázová schémata a mezičasy	30
5.2 Příklad křižovatky č. 2	34
5.2.1 Schéma a popis křižovatky.....	34
5.2.2 Určení chromatických čísel	35
5.2.3 Fázová schémata a mezičasy	38
6. Závěr.....	43
Zdroje informací	44
Seznam obrázků.....	45
Seznam tabulek.....	46
Přílohy.....	47

1. Úvod

Se zvyšujícím se počtem vozidel jsou zejména ve velkých městech kladeny větší nároky na řízení provozu, a s tím spojenou plynulost celé dopravní sítě. S ohledem na různorodé zájmy účastníků dopravy by měla být zejména upřednostněna bezpečnost provozu a ohled na životní prostředí. Snížením čekacích dob na křižovatkách a tvoření kongescí, kdy vozidla neproduktivně spotřebovávají neobnovitelné zdroje energie, produkují škodlivé emise, nadměrný hluk a vibrace, lze tyto složky snížit. Pokud se podaří ušetřit čas při průjezdu křižovatkou, klesne celková doba jízdy a tím i produkce nežádoucích účinků vozidel. Dobře fungující dopravní infrastruktura by měla být znakem vyspělé společnosti.

Při snižování čekací doby na křižovatce (délky cyklu) se navrhuje signální plán řízené křižovatky, ve kterém je nejprve nutné určit kolizní pohyby vozidel projíždějících plochou křižovatky. K určení vozidel ve vzájemné kolizi lze využít teorii grafů, o které pojednává kapitola „Pojem grafu a základní pojmy“. Pomocí diagramu grafu, kde dopravní proudy představují vrcholy grafu, je možné jednoduše propojit hranou právě ty vrcholy, které představují kolizní pohyby vozidel. Dalším krokem je oddělit od sebe ty vrcholy, které jsou v kolizi, k tomu slouží obarvení grafu, které je popsáno v kapitole „Barvení grafu“. Zde je také popsáno chromatické číslo, cyklické barvení grafu a cyklické chromatické číslo, pro které je předpoklad, že může být menší než chromatické číslo grafu a s tím spojené snížení délky cyklu křižovatky. V kapitole „Křižovatky“ je stručné rozdělení křižovatek, fáze a jejich fázová schémata a časové ztráty v podobě mezičasů s popsáním výpočtem. Kapitola „Praktická část“ se věnuje analýze několika křižovatek, ve kterých je využito znalostí z předchozích kapitol a hledá se za určitých předpokladů řešení, pro které by bylo cyklické chromatické číslo menší než chromatické číslo grafu, čímž by se dosáhlo snížení délky cyklu křižovatky, jenž by měl za následek vyšší propustnost křižovatky, tedy její celkové zlepšení.

2. Pojem grafu a základní pojmy

Teorie grafů se zabývá studiem matematických struktur, kterým říkáme *grafy*, slouží v první řadě k vyjádření (modelování) skutečnosti, že mezi prvky nějaké množiny V existují jisté vazby z množiny E . Prvky množiny V jsou nazývány *vrcholy* grafu a vazby mezi některými nebo všemi z těchto vrcholů jsou nazývány *hrany* grafu. [1]

2.1 Znázornění a kreslení grafu

Nejčastěji se grafy znázorňují přímo obrázkem, který se nazývá *diagram* grafu. Lze je také zadat výčtem vrcholů a hran, tedy prvkem v z množiny $V = \{v_i\}$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$ to jsou vrcholy grafu G a prvkem $e = (v_i, v_j)$ z množiny $E = \{e_k\}$, $k = 1, 2, 3, \dots, m$ jsou hrany grafu G . Další možné znázornění je pomocí incidenční matice, tak, že pro graf G a pro dané pořadí vrcholů $V = \{v_i\}$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$ je matice A rovna $a_{i,j} = a_{j,i}$, kde $a_{i,j} = a(v_i, v_j)$ definována předpisem $a_{i,j} = 1$ pro $\{v_i, v_j\} \in E$ a $a_{i,j} = 0$ jinak. [1], [3] a [4]

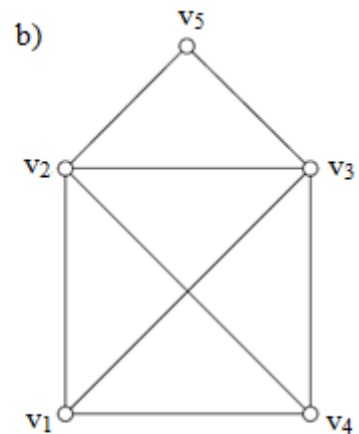
Pro možnost porovnání jednotlivých znázornění je na obrázku 1 uveden graf o pěti vrcholech a osmi hranách zapsán výčtem vrcholů a hran, incidenční maticí a diagramem. Je zde vidět o kolik je zápis a) a c) složitější oproti diagramu. Z tohoto důvodu bude v této práci využíváno především diagramu, pokud nebude potřeba jinak.

a)

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$$

$$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$$

$e_1 = (v_1, v_4)$	$e_5 = (v_2, v_3)$
$e_2 = (v_1, v_3)$	$e_6 = (v_3, v_4)$
$e_3 = (v_1, v_2)$	$e_7 = (v_3, v_5)$
$e_4 = (v_2, v_4)$	$e_8 = (v_2, v_5)$



c)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Obr. 1: a) výčet vrcholů a hran, b) diagram, c) incidenční matice

Grafy lze tedy výhodněji znázorňovat kreslením. Výhoda kreslení grafů spočívá ve snadném a názorném zobrazení, je dobré si uvědomit, že týž graf lze většinou nakreslit k nepoznání různými způsoby. Vrcholy jsou obvykle kresleny jako body (kroužky) a hrany jsou znázorňovány jako čáry (úsečky, oblouky) spojující příslušné dvojice bodů. [2]

2.2 Definice neorientovaného grafu

V následujícím textu k neorientovaným grafům následuje několik definic. Pro podkapitolu jsou použity zdroje [2], [3], [4] a [5].

Neorientovaný graf je definován jako trojice $G = (V, E, \varepsilon)$, kde V je konečnou neprázdnou množinou vrcholů grafu G , E je konečnou množinou *neorientovaných* hran grafu G a ε je zobrazení incidence grafu G , které přiřazuje každé hraně $e \in E$ jednoprvkovou nebo dvouprvkovou množinu vrcholů hrany. Říkáme, že tyto vrcholy jsou *incidentní* s hranou e (a tato hrana e je incidentní s vrcholy). Pokud je hrana e incidentní jen s jediným vrcholem neboli $\varepsilon(e)$ je jednoprvková, tak nazýváme hranu e *smyčkou*,

tj. pokud hrana e začíná i končí ve stejném vrcholu. Neorientovaný graf G , který nemá smyčky, bude nazýván neorientovaný graf bez smyček.

Prostý graf (také označován jako obyčejný nebo jednoduchý graf) je graf, ve kterém jsou každé dva vrcholy spojeny nejvýše jednou hranou.

Rovinný graf je graf, pro který existuje diagram zakreslený v rovině, kde se neprotínají (nekříží) hrany.

Multigraf je graf ve kterém může mezi dvojicí vrcholů existovat více různých hran.

Podgraf. Graf $G' = (V', E', \varepsilon')$ je podgrafem grafu $G = (V, E, \varepsilon)$, pokud platí $V' \subseteq V, E' \subseteq E$ a ε' je zúžením zobrazení ε na množině E' . Podgraf G' tedy vznikne při vynechání některých (nebo žádných) vrcholů a hran grafu G .

Stupeň vrcholu udává počet hran, které jsou incidentní s tímto vrcholem a je značen $deg(v)$. Maximální stupeň vrcholu grafu G označujeme $\Delta(G) = \max\{deg(v), v \in V\}$.

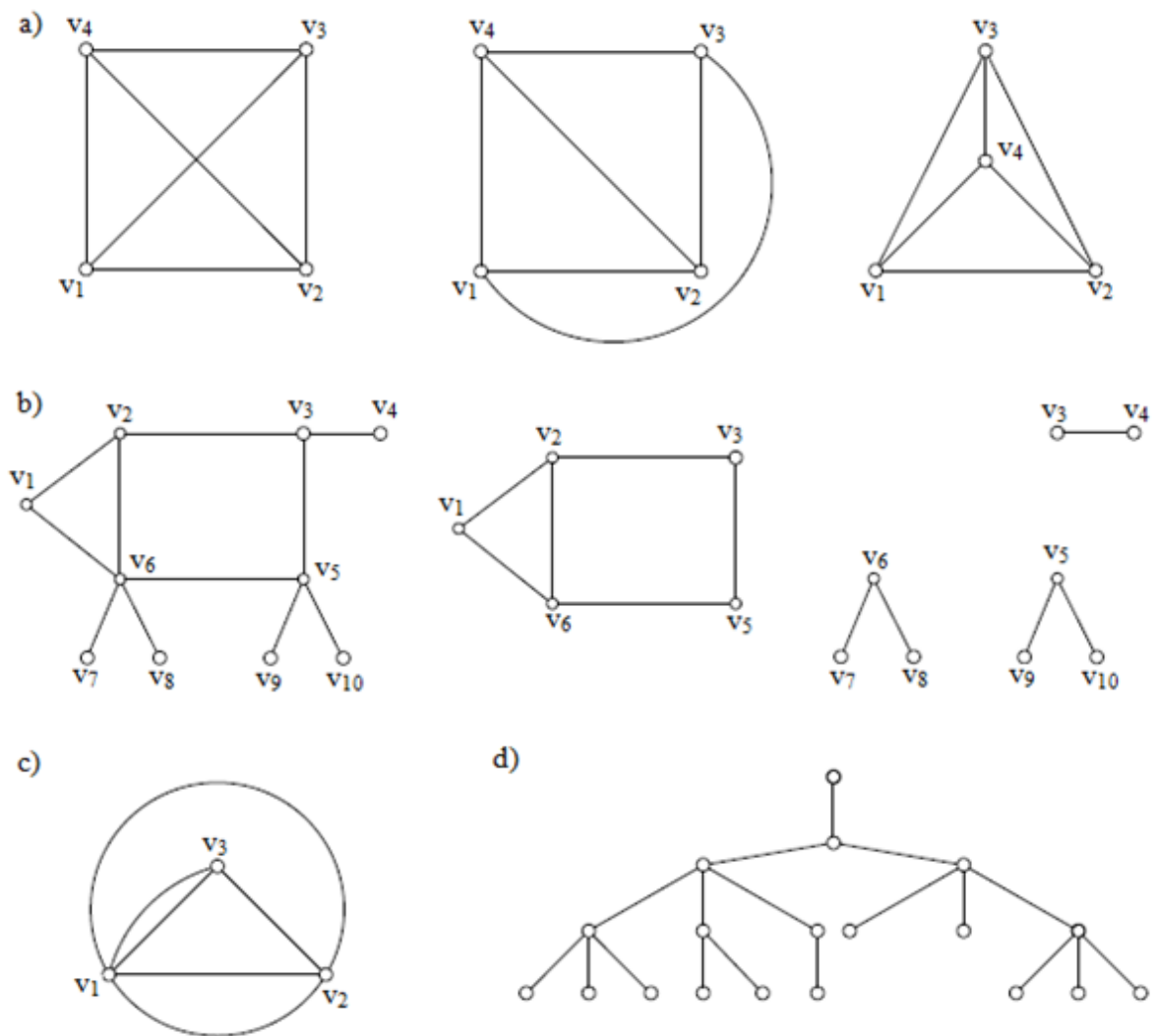
Izolovaný vrchol je takový vrchol, který není incidentní s žádnou hranou, čili platí, že stupeň vrcholu $deg(v) = 0$.

Sled je posloupnost vrcholů a hran $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_n, v_n$ splňující pro každé $i = 1, \dots, n$ podmínku $\varepsilon(e_i) = (v_{i-1}, v_i)$. Číslo n je nazýváno délkou sledu.

Souvislost grafu. Graf je souvislý, jestliže existuje mezi každými dvěma vrcholy u a v sled. Potom v tomto grafu existuje mezi u a v také alespoň jedna *cesta* (sled, kde se neopakuje žádný vrchol).

Strom je souvislý graf, který neobsahuje jako podgraf žádnou *kružnici* (sled, ve kterém se neopakuje žádný vrchol kromě počátečního a konečného).

Cesta a kružnice spadají do speciálních grafů, kterým je věnovaná kapitola 2.3, kde také budou ještě definice probrány.



Obr. 2: a) rovinný graf, b) podgraf, c) multigraf, d) strom

Výše uvedené pojmy jsou znázorněny na obrázku 2. Příklad a) první diagram (vlevo) je úplný graf K_4 , který je vedle překreslen na rovinný graf, tak aby se hrany neprotínaly. Vhodným rozmístěním vrcholů lze graf K_4 zakreslit přímými hranami, diagram vpravo. Příkladem b) je znázorněn graf a dva z jeho mnoha možných podgrafů. Multigraf je znázorněn pod c), kde mezi dvojicí vrcholů v_1 a v_3 existují dvě hrany a mezi dvojicí v_1 a v_2 existují tři hrany. Diagram d) je strom, jsou zde alespoň dva vrcholy incidentní s toutéž hranou a dva vrcholy stupně jedna. Prostý graf je kromě c) v každém příkladu. Stupeň vrcholů v_1 , v_2 , v_3 a v_4 u K_4 je tři tj. $deg(v_1) = deg(v_2) = deg(v_3) = deg(v_4) = 3$.

V této práci budou používány jednoduché neorientované grafy, tedy bez smyček a násobných hran. Graf $G = (V, E, \varepsilon)$ je možné zapisovat úsporněji jako $G = (V, E)$ nebo jen velkým písmenem G . Jelikož nejsou uvažovány orientované grafy, nemůže dojít k nedorozumění a bude se používat zápis hrany spojující dvojici vrcholů jako $e = (v_i, v_j)$.

2.3 Speciální grafy

V této podkapitole jsou uvedeny speciální druhy neorientovaných grafů, pro které následuje několik definic. Zdroje zde použité jsou [1], [2], [3] a [4]

Diskrétní graf D_n je graf, který nemá žádnou hranu E tj. $D_n = (V, \emptyset)$, kde n je počet vrcholů.

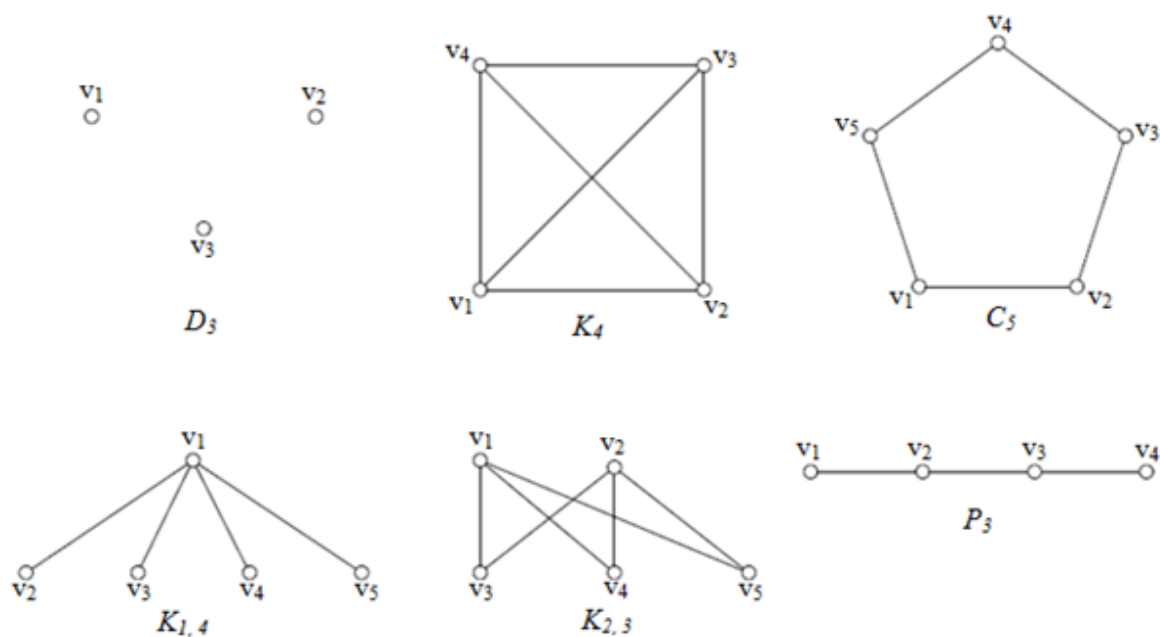
Úplný graf je prostý graf bez smyček, jehož množina hran zahrnuje všechny dvojice vrcholů, jinak řečeno každé dva různé vrcholy jsou propojeny hranou. Graf se značí K_n , kde n je počet vrcholů grafu a zapisuje se jako $K_n = \left(V, \binom{V}{2} \right)$.

Kružnice délky n se značí C_n a je to sled, v němž se žádný vrchol kromě počátečního v_0 a konečného v_k nevyskytuje dvakrát (tzv. *uzavřený sled*). Minimální délka kružnice má $n \geq 3$ vrcholů, speciálně kružnici délky tři, tj. o třech vrcholech, říkáme *trojúhelník*, což je zároveň i úplný graf K_3 .

Cesta délky n je takový sled z v_0 do v_n , ve kterém se neopakuje žádný vrchol. Značí se P_n kde n je počet hran a počet vrcholů je tedy vždy $n + 1$.

Bipartitní graf, někdy také označován jako dvoudílný, je takový graf $G = (V, E)$, jehož množina vrcholů V je disjunktním sjednocením dvou podmnožin A a B takovým, že každá hrana bipartitního grafu má jeden svůj vrchol v A a druhý vrchol v B . Dvojice A, B nazýváme stranami bipartitního grafu a platí pro ně $A \cup B = V$. Speciálním příkladem bipartitního grafu je strom.

Úplný bipartitní graf je takový graf, ve kterém každý vrchol z jedné bipartitní podmnožiny je spojen s každým vrcholem druhé bipartitní podmnožiny. Bipartitní graf, ve kterém každá dvojice vrcholů $u \in A, v \in B$ spojena přesně jednou hranou, značíme $K_{m, n}$.



Obr. 3: Speciální grafy

Na obrázku 3 jsou znázorněny výše definované speciální neorientované grafy, je zde diskretní graf D_3 o třech vrcholech, úplný graf K_4 o čtyřech vrcholech, C_5 je kružnice délky pět, $K_{1,4}$ je úplný bipartitní graf s pěti vrcholy, kde v_1 představuje jednu stranu bipartitního grafu a v_2, v_3, v_4, v_5 druhou stranu. Obdobně je tomu u $K_{2,3}$. Poslední je cesta délky tři tj. P_3 kde jsou tři hrany mezi čtyřmi vrcholy.

3. Barvení grafu

Barvení grafu lze výhodně využít pro oddělení vzájemně neslučitelných vrcholů V , které jsou v grafu spojené hranou E . Dva vrcholy incidentní se stejnou hranou, jsou obarvené každý různou barvou. Například u dopravních křižovatek jsou tak oddělena vozidla, která jsou při vjezdu do prostoru křižovatky vzájemně kolizní. Snahou v takovéto úloze je pak minimalizování počtu barev.

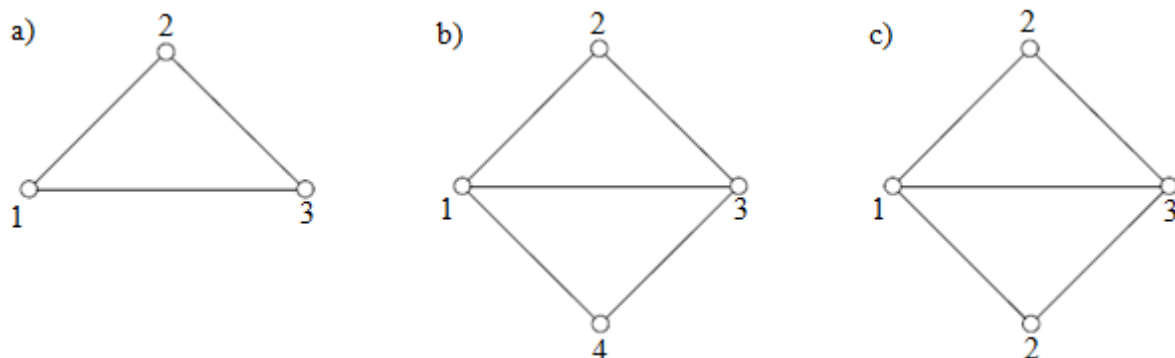
3.1 Barevnost grafu

Nechť je dán graf $G = (V, E)$. Vrcholovým obarvením (dále jen obarvením) grafu G pomocí k různých barev rozumíme ohodnocení vrcholů $c: V \rightarrow B$ barvami množiny B , tak že žádná dvojice vrcholů spojených hranou nebude ohodnocena nebo výstižněji obarvena stejnou barvou, takové obarvení je označováno jako *dobré barvení* a bude používáno v této práci. To znamená, že obarvit jde pouze graf bez smyček, protože u smyčky je hrana incidentní pouze s jedním vrcholem a pokud tedy hrana končí i začíná ve stejném vrchole, bude vždy na koncích hrany stejná barva. Jako barvy vrcholů jsou vybírány libovolné prvky z kterékoliv množiny, nejčastěji jsou to přirozená čísla, která jsou ustálenější než popisovat barvy obvyklými názvy jako modrá, zelená, atd. V takovém případě se zapisuje množina barev $B = \{1, 2, 3, \dots, k\}$. [2]

Graf je nazývaný *k-chromatický* (někdy *k-barevný*), pokud stačí k barev k jeho obarvení. Je zřejmé, že kterýkoli k -chromatický graf je rovněž $(k + 1)$ -chromatickým, jelikož při barvení nemusíme v každém případě použít všech $k + 1$ barev. Potom se zajisté naskytá otázka, jaké nejmenší přirozené číslo k je možné grafu G přiřadit, aby byl k -chromatický. Z toho vyplývá další pojem a to *chromatické číslo* grafu (také *barevnost* grafu) je nejmenší počet barev, který je zapotřebí k obarvení grafu. Chromatické číslo grafu G se značí $\chi(G)$. [2] [5]

Obarvení grafu je ukázáno na obrázku 4 kde graf a) lze obarvit právě pouze třemi barvami 1, 2, 3 podle definice každý vrchol spojený hranou je obarvený jinou barvou, chromatické číslo grafu $\chi(G) = 3$, zatímco graf b) má čtyři vrcholy a je obarven čtyřmi

barvami 1, 2, 3, 4. I tady je splněno, že každý vrchol spojený hranou je obarven jinou barvou, avšak tento graf lze obarvit třemi barvami což je znázorněno na grafu c) který je totožný s b), ale je zde použit nejmenší možný počet barev tj. chromatické číslo $\chi(G) = 3$.



Obr. 4: Různé obarvení grafu

3.2 Barvení speciálních grafů

Pro tuto podkapitolu jsou použity zdroje [2], [3] a [5].

Věta 1: $\chi(G) = 1$ právě tehdy, když graf G nemá žádnou hranu tj. $E(G) = \emptyset$.



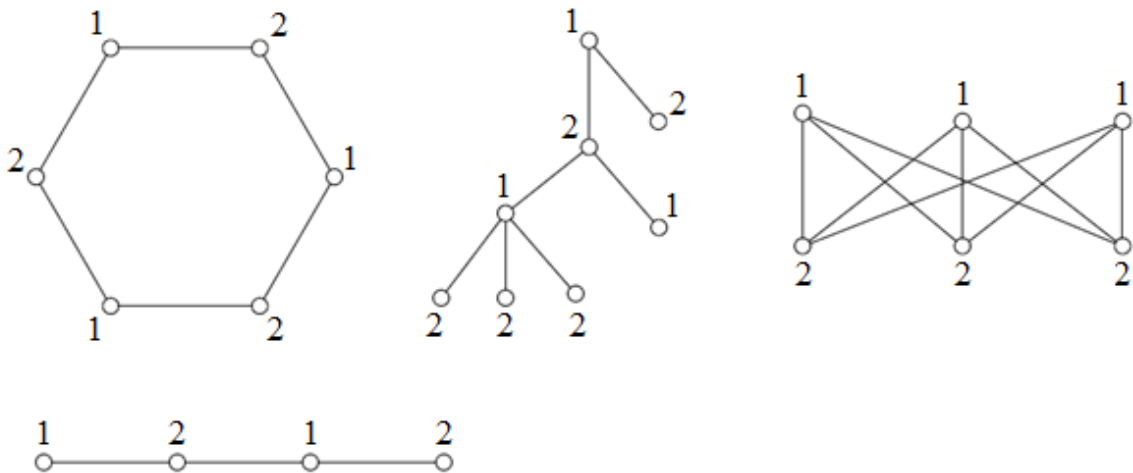
Obr. 5: $\chi(G) = 1$

Jelikož není žádná dvojice vrcholů spojena hranou (izolované vrcholy), tak nemusí být obarvena různými barvami a stačí pro její obarvení jedna barva. Tomuto obarvení vyhovuje diskrétní graf obrázek 5.

Věta 2: Pro graf G jsou následující podmínky ekvivalentní:

- 1) $\chi(G) \leq 2$
- 2) graf neobsahuje kružnici liché délky,
- 3) graf je bipartitní.

Věta 3: Pro graf, který je strom nebo cesta platí $\chi(G) \leq 2$.

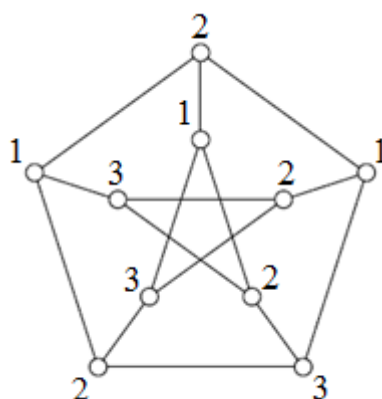


Obr. 6: $\chi(G) = 2$

Graf G je kružnicí sudé délky má $\chi(G) \leq 2$. Zvolme na kružnici pevně vrchol x . Vrcholy mající od vrcholu x lichou vzdálenost obarvíme barvou 2, vrcholy se sudou vzdáleností od vrcholu x obarvíme barvou 1. Dvojice vrcholů, které mají oba sudou (nebo lichou) vzdálenost od vrcholu x nesmějí být mezi sebou spojeny hranou, poněvadž tak by mezi nimi vedla cesta sudé délky tvořena částmi cest z vrcholu x do vrcholu u a z vrcholu x do vrcholu v . Takováto cesta z vrcholu u do v společně s hranou mezi vrcholy u a v by však tvořila kružnici liché délky, která nelze obarvit dvěma barvami, a proto je počet barev nejvýše dvě, jak je znázorněno na obrázku 6.

Strom s alespoň jednou hranou má $\chi(G) = 2$. Zvolený vrchol x obarvíme první barvou. Poté začneme od zvoleného vrcholu x barvit všechny sudě vzdálené vrcholy stejnou barvou, jako má vrchol x . Liché vrcholy od x obarvíme druhou barvou, obdobně obarvíme cestu. Vrcholy bipartitního grafu se rozdělí do dvou množin A , B a každé množině přidělíme jednu barvu.

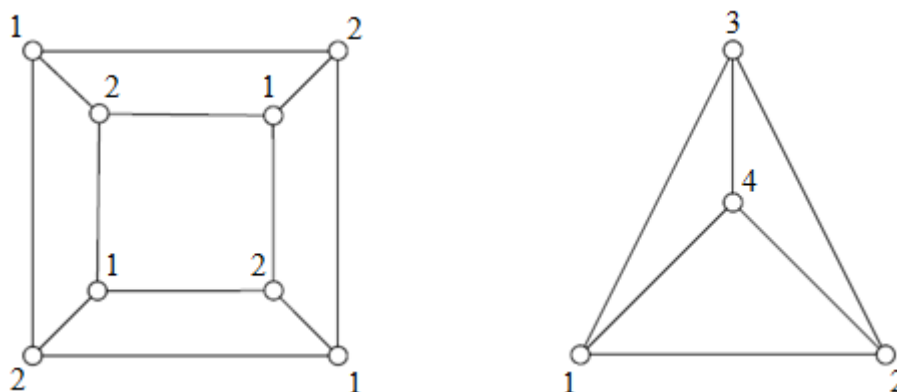
Věta 4: $\chi(G) \geq 3$ právě tehdy, když graf G obsahuje kružnice liché délky.



Obr. 7: Petersenův graf s $\chi(G) = 3$

Při barvení kružnice liché délky je vždy jeden vrchol obarven jinou barvou, než jsou jeho dva sousední vrcholy, které jsou různě obarveny, jelikož hrana nesmí spojoval dva stejně obarvené vrcholy, bude chromatické číslo větší než dva. Je tedy potřeba třetí barvy, jak ukazuje obrázek 7 na kterém je Petersenův graf znázorňující dvě mezi sebou spojené kružnice liché délky.

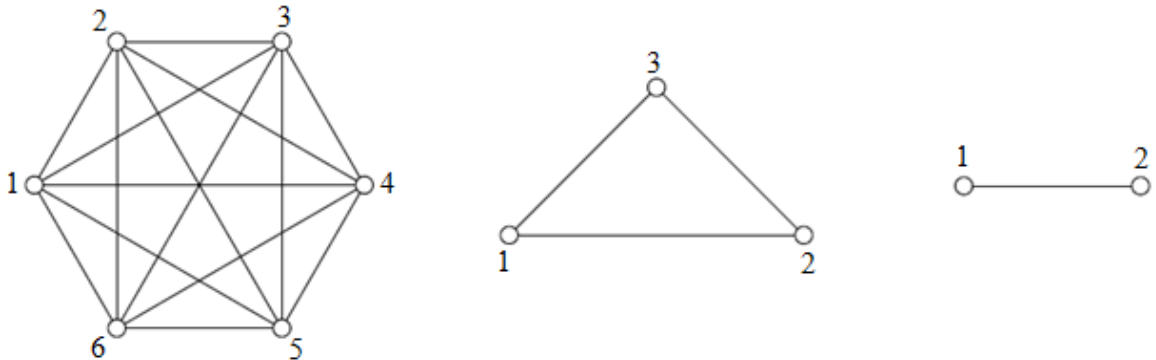
Věta 5: $\chi(G) \leq 4$ pro rovinný graf G .



Obr. 8: $\chi(G) = 2$ a $\chi(G) = 4$

Rovinný graf lze obarvit maximálně čtyřmi barvami, K_4 jde zakreslit v rovině a jelikož je to úplný graf, tak je jeho obarvení rovno počtu vrcholů, jak je znázorněno na obrázku 8 $\chi(G) = 4$. Úplný graf K_5 už není rovinný graf. Pokud se ale odebere jedna hrana grafu K_5 , tedy graf bude mít namísto deseti hran pouze devět, už jej lze zakreslit v rovině a jeho $\chi(G) = 4$.

Věta 6: Necht' G je graf s n vrcholy, $\chi(G) = n$ právě tehdy, když n je počet vrcholů úplného grafu K_n .

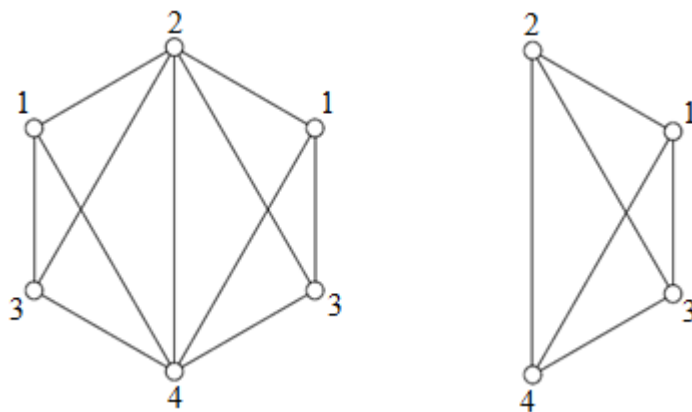


Obr. 9: K_6 , K_3 a K_2

Množina hran úplného grafu zahrnuje všechny dvojice vrcholů, takže každé dva různé vrcholy propojené hranou potřebují jinou barvu. Obarvení $n - 1$ barvami není možné, jelikož by alespoň dva vrcholy měly stejnou barvu. Naopak obarvením $n + 1$ barvami se vylučuje tím, že je pouze n vrcholů. Z obrázku 9 je jasné, že toto obarvení je jediné možné až tedy na pořadí barev.

Pojem *klika* v grafu G je maximální podgraf grafu G , který je úplným grafem. Počet vrcholů v největší klice se nazývá *klikovostí grafu*. Klikovost grafu G se značí $\omega(G)$. Klika, která má tři vrcholy je trojúhelník, taktéž úplný graf K_3 znázorněný na obrázku 9 prostředním diagramem. Na obrázku 10 je graf o šesti vrcholech, který má $\omega(G) = 4$. Podle klikovosti grafu můžeme říct, že minimální počet barev grafu bude alespoň čtyři. Sloužit může pro rychlý odhad počtu barev před samotným barvením.

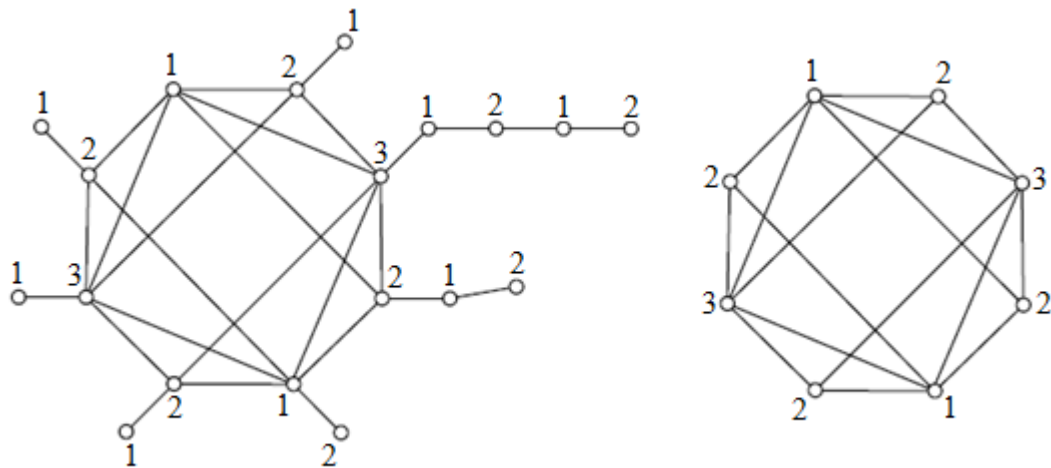
Věta 7: $\chi(G) \geq \omega(G)$



Obr. 10: Klika v grafu

Věta 8: $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$ pro každý prostý graf G .

Maximální stupeň vrcholu (vrchol s maximálním počtem incidentních hran) $\Delta(G) + 1$ je vždy větší nebo roven chromatickému číslu a dá se říct, že je to předběžný počet barev pro minimální obarvení grafu. Vezměme například úplný graf K_6 , který je na obrázku 9, ten má $\Delta(G) = 5$ a $\chi(G) = 6 = \Delta(G) + 1$. V případě, že vezmeme strom z obrázku 6, tak spočítáme $\Delta(G) = 4$ a chromatické číslo stromu s alespoň jednou hranou je vždy 2, tedy $\chi(G) = 2 \leq 4 + 1$.



Obr. 11: Zjednodušení grafu

Obrázek 11 znázorňuje, jak lze graf s $\chi(G) \geq 2$ zjednodušit pokud obsahuje vrcholy stupně jedna. Přidáním vrcholu stupně jedna se barevnost nezmění, tedy ani odebráním tohoto vrcholu nezměníme barevnost grafu. Po odebrání takového vrcholu se může objevit další vrchol stupně jedna, je tedy možné opakovaného odebírání do vyčerpání vrcholů stupně jedna, aniž by se zvýšila nebo snížila barevnost grafu.

3.3 Cyklické barvení grafu

Cyklické barvení grafu je klíčovou částí této práce a bude v této kapitole definováno a následně popsáno na příkladu. Využitý je zde zdroj [6] a [7].

Definici cyklického barvení je možné rozdělit na dvě části, definici kružnice a vzdálenosti bodů na ní, a pak vlastního cyklického barvení:

Definice 1: Necht' S_l označuje kružnici délky l v Eukleidovské rovině. Vzdáleností dvou bodů a a b kružnice S_l rozumíme délku kratšího z oblouků ab a ba . Budeme ji značit $|ab|$. Vzdálenost dvou bodů tedy může být maximálně $l/2$, pokud se jedná o protilehlé body ležící na stejném průměru kružnice.

Definice 2: Bud' $G = (V, E)$ prostý neorientovaný graf. Zobrazení $c: V \rightarrow S_l$ nazýváme *cyklické obarvení* grafu G , pokud pro každé dva vrcholy u, v spojené hranou platí, že vzdálenost $c(u)$ a $c(v)$ je alespoň jedna.

Definice 3: *Cyklické chromatické číslo* $\chi_c(G)$ grafu G , je délka l nejkratší kružnice S_l pro kterou existuje cyklické obarvení grafu G .

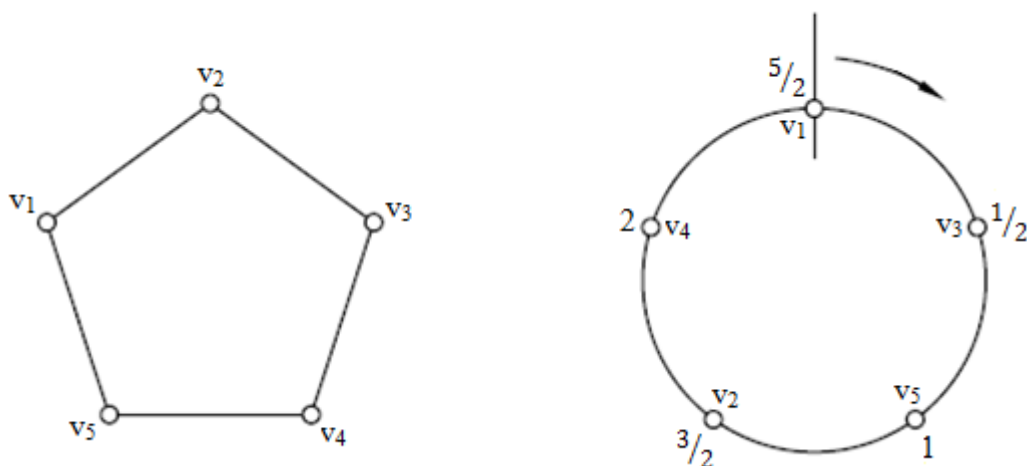
Věta 9: $\chi_c(G) \leq \chi(G)$

Existuje několik případů, kdy $\chi_c(G)$ je striktně menší než $\chi(G)$. Z toho vyplývá, že $\chi_c(G)$ je v některých případech účinnější pro minimalizování délky cyklu světelné signalizace křižovatky než $\chi(G)$, jak je znázorněno na obrázku 12, kde máme graf o pěti vrcholech (diagram vlevo), který lze obarvit třemi barvami.

Necht'

$$\begin{aligned} c(v_1) &= c(v_3) = 1 \\ c(v_2) &= c(v_4) = 2 \\ c(v_5) &= 3 \end{aligned}$$

Jeho chromatické číslo $\chi(G) = 3$. Pro sestavení kružnice a určení vzdálenosti bodů na ní, je potřeba znát právě barevnost vrcholů grafu G tzn. zadáním pro úlohu určení cyklického chromatického čísla je obarvený graf G . Vpravo na obrázku 12 je použito cyklického barvení tak, že na kružnici délky $5/2$ je rozmístěno pět bodů, reprezentujících vrcholy. Vzdálenost dvou sousedních bodů na kružnici je $1/2$, zároveň je na celé kružnici dodrženo, že každé dva vrcholy, které jsou v levém diagramu spolu incidentní, jsou na kružnici od sebe alespoň na vzdálenost jedna. Vzdálenost v_1 od v_2 a v_5 je jedna, podobně pro ostatní body. Cyklické chromatické číslo $\chi_c(G) = 5/2$ je menší jak $\chi(G) = 3$. Cyklickým chromatickým číslem se tedy dá délka cyklu zlepšit.

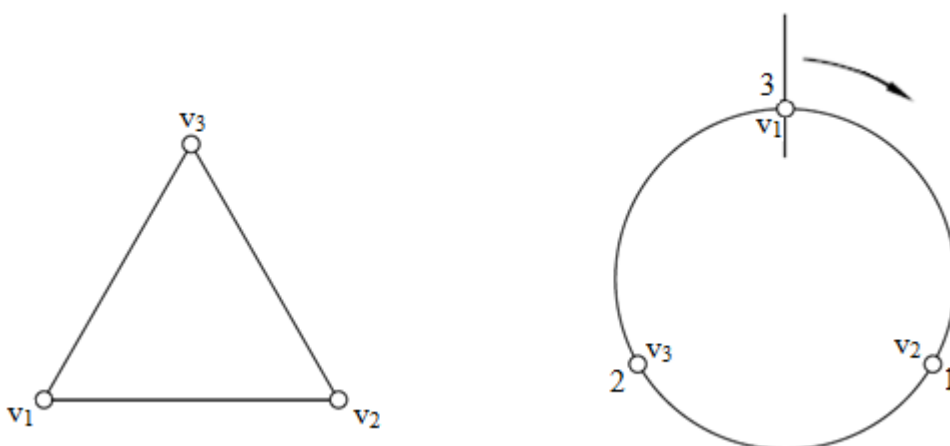


Obr. 12: Cyklické barvení $\chi_c(G) \leq \chi(G)$

Věta 10: $\chi_c(G) \geq \omega(G)$

Pokud diagram grafu G obsahuje kliku velikosti n , bude jeho cyklické chromatické číslo rovné alespoň n . Z věty 7 vyplývá, že pokud graf obsahuje kliku velikosti n , je jeho $\chi(G) \geq \chi_c(G) \geq \omega(G) > n$.

Na obrázku 13 je naopak zobrazení, kdy $\chi_c(G) = \chi(G)$. Graf G o třech vrcholech znázorněn diagramem vlevo je úplný graf K_3 . Na první pohled je vidět, že graf má všechny dvojice vrcholů spojené hranou a z toho se dá usoudit, že cyklické chromatické číslo nemůže být menší než chromatické číslo $\chi(G) = 3$. Jelikož při splnění podmínky, že incidentní vrcholy musí být od sebe alespoň na vzdálenost jedna, je $\chi_c(G) = 3 = \chi(G)$.



Obr. 13: Cyklické barvení $\chi_c(G) = \chi(G)$

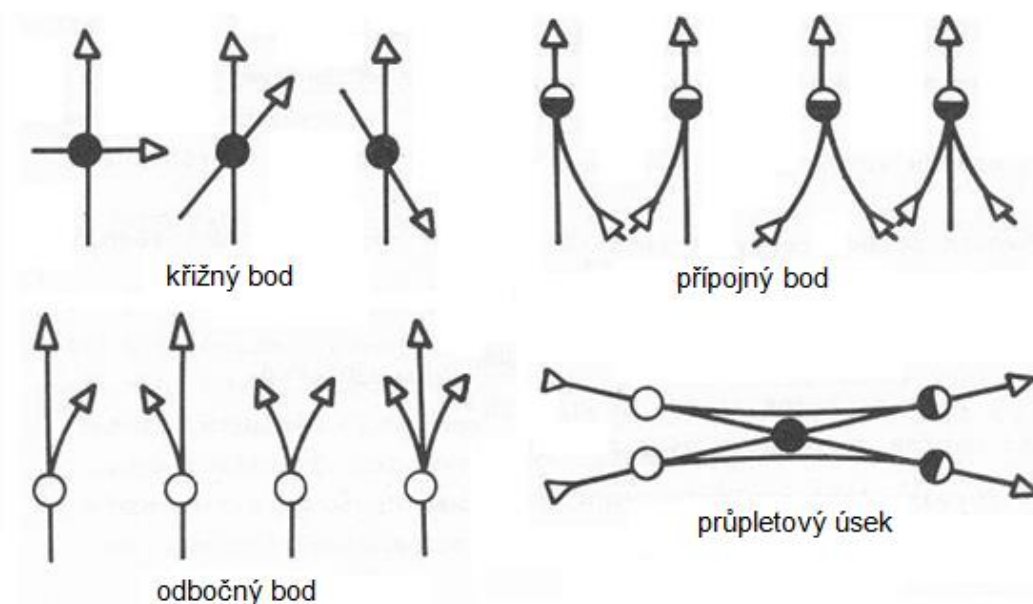
4. Křižovatky

Tato kapitola se bude zabývat výhradně křižovatkami, zejména základními pojmy a základním rozdělením křižovatek, které se bude používat v dalších částech této práce.

Křižovatkou je nazýváno místo, ve kterém se pozemní komunikace v půdorysném průmětu stýkají nebo protínají a alespoň dvě z nich jsou vzájemně propojeny. Připojení domovních vjezdů, neveřejných ploch pro parkování, vjezdů na vyhrazené pozemky, připojení polních a lesních cest nepovažujeme za křižovatku. [8]

Kolizní bod (střetný bod) je místo na křižovatce, ve kterém dochází k vzájemnému křížení, připojování nebo rozvětňování jízdnic směřů (obrázek 14), zpravidla uvažovaných v ose jednotlivých jízdnic pruhů. Rozdělují se následovně: [9]

- *křížný bod* je bod, ve kterém se jízdnic pruhy vzájemně křížují,
- *připojný bod* je bod, ve kterém se dva nebo více jízdnic směřů slučují do jednoho jízdnic směřu,
- *odbočný bod* je bod, ve kterém se jeden jízdnic směř rozvětňuje do dvou nebo více jízdnic směřů,
- *průpletový úsek* je část křižovatky, na které dochází k postupnému připojování a odbočování jízdnic proudů v témž dopravním směřu.



Obr. 14: Kolizní body [10]

V organizaci a řízení silniční dopravy je křižovatka významnou součástí pozemní komunikace, ve které dochází ke koncentraci a možným kolizím vozidel, cyklistů a chodců. Při návrhu křižovatky je hlavním požadavkem zejména zajištění bezpečného a efektivního pohybu všech účastníků provozu na pozemních komunikacích v oblasti dané křižovatky. [9]

4.1 Rozdělení křižovatek

Křižovatky můžeme rozdělit do několika skupin podle různých kritérií, přitom jednotlivé konkrétní křižovatky můžeme zařadit do dvou či více skupin zároveň.

Podle počtu úrovní: [11]

- *úrovňové křižovatky* mají jen jednu úroveň, ve které se komunikace protínají (mohou zahrnovat všechny typy kolizních bodů),
- *mimoúrovňové křižovatky* obsahují dvě a více úrovní, ve kterých se komunikace protínají (kromě křížných kolizních bodů obsahují všechny),
- *kombinované křižovatky* (neúplné mimoúrovňové) mají dvě a více úrovní, ve kterých se mohou komunikace protínat (oproti mimoúrovňovým křižovatkám obsahují i křížné kolizní body).

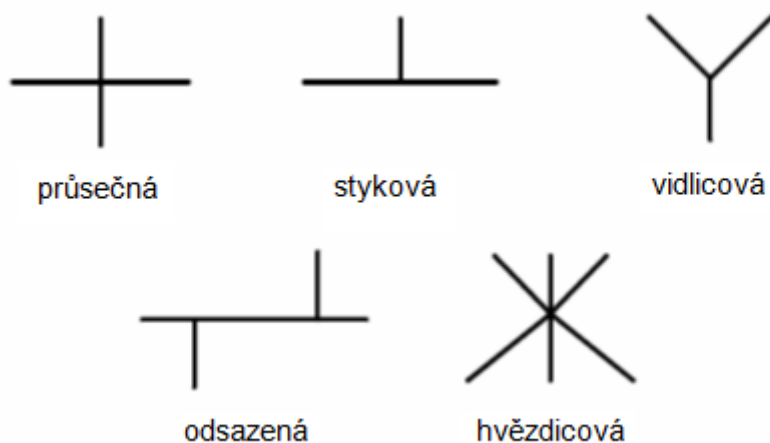
Podle počtu a orientace paprsků: [11]

Paprsek je úsek pozemní komunikace v oblasti křižovatky, která představuje vstup a výstup jedné komunikace do prostoru křižovatky, tedy vjezd i výjezd, výjimečně u jednosměrných komunikací pouze vjezd nebo výjezd.

- *křižovatky stykové* jsou třípaprskové křižovatky ve tvaru písmene T,
- *křižovatky průsečné* jsou čtyřpaprskové křižovatky ve tvaru písmene X,
- *křižovatky odsazené* jsou čtyřpaprskové křižovatky s dvěma stykovými křižovatkami umístěnými v určité vzdálenosti od sebe,
- *křižovatky vidlicové* jsou třípaprskové křižovatky ve tvaru písmene Y,
- *křižovatky hvězdicové* jsou pěti a vícepaprskové křižovatky,

- *křižovatky okružní* mají tři nebo více paprsků se středním ostrovem kruhového tvaru.

Popsané druhy křižovatek rozdělené podle počtu a orientace paprsků jsou kromě křižovatek okružních, které dále nebudeme více rozdělovat ani využívat, znázorněny na obrázku 15.



Obr. 15: Typy úrovnňových křižovatek (neokružních) [9]

Podle stupně usměrnění: [12]

Usměrňování vozidel je důsledek zvyšující se intenzity silničního provozu na pozemních komunikacích, tím také rostou požadavky na rozšiřování vozovek a velikost poloměrů pro odbočování na křižovatkách. Následkem je, že se tedy zvětšuje plocha křižovatky, v níž může dojít ke kolizi vozidel a jízda na křižovatce se tak stává pro řidiče méně jistou a bezpečnou. Z toho plynou hlavní cíle usměrnění dopravy na křižovatce, mezi které patří oddělení protisměrných dopravních proudů v oblasti křižovatky, přesné vymezení jízdních pruhů pro jednotlivé směry pohybů na křižovatce, sloučení několika křížných bodů do jednoho (snížení jejich počtu), vyznačení nepojízdných ploch a zlepšení úhly při křížení jednotlivých vozidel.

- *prosté křižovatky* nemají velké nároky na řízení dopravy, ani na vedení vozidel křižovatkou. Většinou je jejich výskyt na málo frekventovaných komunikacích, jde zvláště o křižovatky obslužných komunikací nebo křižovatky sběrných komunikací s obslužnými,

- *usměrněné křižovatky* mají dopravní proudy vozidel vhodně usměrněny pomocí optických (nakreslených) nebo fyzických směrových ostrůvků. Často jsou však usměrněny pouze některé, nejčastěji hlavní, dopravní proudy na křižovatce, ty jsou nazývány *částečně usměrněné*.

Podle řízení provozu: [11]

- *neřízené křižovatky* se řídí předností jízdy, která je dána zákonem o provozu na pozemních komunikacích,
- *řízené křižovatky* využívají *světelného signalizačního zařízení*.

4.2 Řízené křižovatky

Pokud je dopravní intenzita příliš vysoká, že neřízená křižovatka již nestačí odbavovat proudy na křižovatce, je potřeba začít provádět její řízení. K tomuto účelu se využívá světelné signalizační zařízení nebo případné doprovodné akustické signály. Řízení provozu může také zajistit příslušník policie. [13]

Hlavní podstatou řízené křižovatky je poskytovat střídavě volno všem dopravním proudům tak, aby se zajistilo, že nedojde ke srážce (kolizi) vozidel. Křižovatky se světelným signalizačním zařízením též označovány zkratkou SSZ jsou běžně zřizovány jednak za účelem zvýšení bezpečnosti a jednak ke zlepšení plynulosti silničního provozu na pozemních komunikacích. Se zřetelem k různorodým zájmům jednotlivých účastníků silničního provozu, jak řidičů motorových vozidel, tak i tramvajů, chodců a cyklistů, jsou leckdy jejich požadavky protichůdné, a z těchto důvodů nelze všem účastníkům současně vyhovět. Obecně platí, pokud je to technicky možné, že by měla být preferována skupina vozidel zajišťující hromadnou přepravu osob a posléze skupiny nejvíce zatížených směrů. V každém případě se však musí zachovat bezpečnost všech účastníků silničního provozu. [13]

Podle technických podmínek TP 81 je třeba pro prokázání účelnosti řízení křižovatky SSZ splnění alespoň jednoho z následujících kritérií: [14]

- kritérium bezpečnosti provozu,

- kritérium intenzity provozu z hlediska vozidel,
- kritérium intenzity provozu z hlediska chodců,
- kritérium plynulosti jízdy vozidel městské hromadné dopravy.

Systémy řízení křižovatky

Rozdělení podle druhu řízení provozu na křižovatce pomocí světelného signalizačního zařízení lze rozdělit na: [14]

- *řízení pevné (statické)* spočívá v neměnném řízení provozu v daném časovém období (neměnná délka cyklu, pevný sled fází, pevná délka zelených signálů). Předpokladem je stabilní intenzita provozu vozidel s pouze dlouhodobými změnami, jelikož při tomto způsobu řízení není reagováno na krátkodobé výkyvy intenzity provozu,
- *řízení dynamické* se dokáže přizpůsobovat okamžitým požadavkům provozu (proměnnou délkou zelených signálů, cyklu nebo i sledu fází) tak, že i krátkodobé výkyvy intenzity provozu ovlivňují řízení. Lze využít buď pružnou volbou programu, výběr vhodného časového programu nebo úpravou signálního programu, podmínkou je detekce vozidel.

Řízení křižovatky je také závislé na její poloze vůči ostatním řízeným křižovatkám, které mohou být *izolovaná* nebo *koordinovaná*. Izolovaná křižovatka je samostatně řízena bez ohledu na ostatní křižovatky, její řízení má vlastní systém řízení světelných signálů. Koordinace křižovatky představuje nejvhodnější sled světelných signálů všech sousedních křižovatek tak, aby byl zajištěn plynulý a bezpečný průjezd vozidlům v hlavním směru. Takzvaná *zelená vlna* má pro řízení provozu světelnými signály mimořádný význam. Je docilována sladěním signálních programů přidělených křižovatek.

Předností koordinace proti izolované křižovatce: [15]

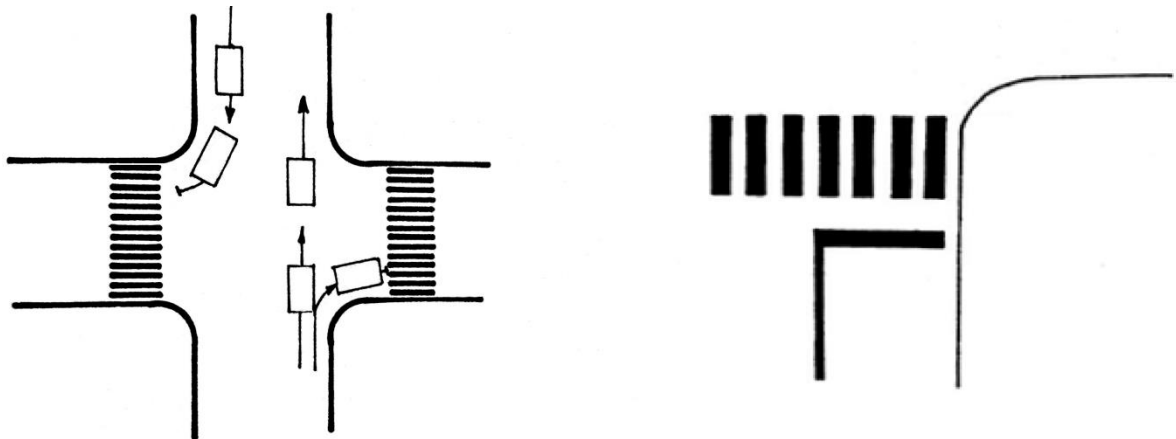
- plynulý pohyb vozidel v hlavním směru,
- minimální časové ztráty v hlavním směru
- mírné zvýšení výkonnosti křižovatek (odpadají ztráty na rozjezd)
- zvýšení bezpečnosti (nižší, homogenní rychlost dopravního proudu)
- umožňuje preferenci městské hromadné dopravy

Nedostatky koordinace: [15]

- větší délky cyklů, větší ztrátové časy pro příčnou dopravu
- při malých intenzitách velké ztráty vozidel
- citlivější na náhodné poruchy

Všechny úroňové křižovatky obsahují vjezd do křižovatky, její vnitřní část a výjezd z křižovatky. Vjezd do křižovatky náleží pokračování jedné poloviny komunikace, tvořící patřičný paprsek křižovatky a to ve směru do křižovatky. Vjezd do křižovatky je upravován tak, aby přijíždějící vozidla ke křižovatce mohla provádět co nejlépe řazení podle pohybů vedoucích křižovatkou, kterými budou křižovatku projíždět. Z tohoto důvodu se na vjezdu do křižovatky jízdní pruhy mění v pruhy řadící. [15]

Přiblížením zastavovací čáry (stopčáry) směrem ke středu křižovatky se zkrátí čas vyklízeční doby vozidel a zvýší se kapacita odpovídajících vjezdů. Přechody pro chodce tvoří zpravidla hranice mezi řadícím prostorem vozidel tedy stopčárou a vlastním prostorem křižovatky (obrázek 16 vpravo). Jestliže je umístění přechodů příliš vzdáleno od středu křižovatky, oddalují se od vlastního prostoru křižovatky i řadící prostory vozidel a to vede k delšímu času průjezdu vozidla vnitřní plochou křižovatky. Na druhou stranu není vhodné přílišné přiblížení umístění přechodů ke středu křižovatky. Pro vozidla odbočující vpravo pak nezůstává prostor pro vyčkávání (obrázek 16 vlevo). Pokud zastaví odbočující řidič, tak tím brání v jízdě vozidlům z téhož řadícího pruhu, které chtějí pokračovat v jízdě přímo (rovně). Při vhodném umístění přechodu vozidlo odbočující vpravo již při zastavení před přechodem neblokuje vozidla jedoucí za ním přímým směrem. [15]



Obr. 16: Umístění přechodu a stopčáry [15]

4.3 Bezpečnost provozu

Co se týče bezpečnosti provozu na řízené křižovatce, je účelné navrhovat světelné signalizační zařízení na křižovatkách, které jsou silně zatížené, mající tedy vysokou intenzitu provozu a vykazují vysoký počet dopravních nehod. V úvahu jsou brány ty křižovatky, na kterých při neřízeném provozu byla průměrná relativní nehodovost v uplynulých třech letech minimálně 4 dopravní nehody na 1 milion vozidel vjíždějících do křižovatky. Navíc musí být prokázáno analýzou nehodovosti, že tyto dopravní nehody nelze omezit jiným vhodnějším způsobem. [14]

Jedním z dalších důvodů pro zřízení světelného signalizačního zařízení z hlediska bezpečnosti provozu, je jeho instalace na určitých dopravních místech, která si zaslouží zvláštního zřetele. Především jde o přechody pro chodce v místech vysokých intenzit přes dopravně významné frekventované pozemní komunikace, jako jsou přechody dětí v blízkosti škol. Z hlediska bezpečnosti chodců je světelné signalizační zařízení více než vhodné zavést na přechodech pro chodce v místech, kde jsou chodci nuceni překonávat pozemní komunikaci s více než jedním jízdním pruhem v jednom směru. Vždy je třeba tato místa posuzovat individuálně na základě místních poměrů a brát v potaz všechny další nutné okolnosti, kterými může být např. dostatečný rozhled. [14]

Dále je nutné z hlediska bezpečnosti provozu zajistit zejména včasnou postřehnutelnost křižovatky, přehlednost jednotlivých ploch a zařízení křižovatky, srozumitelnost organizace dopravy, potřebné rozhledy a psychologickou jistotu. Stručně uvedení hledisek bezpečnosti uvádí norma ČSN 73 6102 Projektování křižovatek na pozemních komunikacích.

Postřehnutelnost křižovatky: [9]

Včasná postřehnutelnost křižovatky je zajištěna volným výhledem na křižovatku z trasy komunikace na délku příslušící jízdě směrodatnou (dovolenou) rychlostí po dobu dvaceti sekund, ale minimálně na délku rozhledu pro zastavení. S tím souvisí předvídatelnost křižovatky, při které jsou v předstihu vhodně umístěny příslušné dopravní značky, vhodně upravené okolí komunikace a osvětlení křižovatky.

Přehlednost křižovatky: [9]

Velmi důležitá je přehlednost křižovatky pro informovanost účastníků silničního provozu o dopravní situaci, uspořádání křižovatky a vedení dopravních proudů na křižovatce, tedy na přístupu do křižovatky při jejím průjezdu a případném průchodu. Tyto informace usnadňují účastníkům dopravního provozu bezpečnější a plynulejší průjezd nebo průchod křižovatkou. Přehlednost křižovatky zajišťuje vhodné umístění křižovatky, volný a dostatečný rozhled umožňující výhled na celkové uspořádání křižovatky z trasy komunikace, zobrazení tvaru křižovatky a vyznačení uspořádání dopravních pruhů na dopravních značkách před vjezdem na křižovátku a případně vhodné osvětlení křižovatky.

Srozumitelnost organizace dopravy: [9]

Využitím vhodné organizace dopravy a její srozumitelnosti na křižovatce, která přispívá k bezpečnosti a plynulosti dopravy a ke zvýšení výkonosti křižovatky, se dosáhne použitím jednoduchých vzorů křižovatky, návrhem vzoru křižovatky se známou a jednotnou organizací dopravy, jednotnou nebo podobně řešenou křižovatkou na jednom tahu silniční komunikace v celé její oblasti, zřízením vyhrazených pruhů pro jednotlivé pohyby, vodorovným a svislým dopravním značením.

Rozhled na křižovatce: [9]

Řidič vozidla, který přijíždí k úrovněvé křižovatce, musí mít nerušený rozhled na všechny paprsky křižovatky a na vlastní křižovátku včetně dopravního značení a světelného signalizačního zařízení v takovém rozsahu, který mu umožní rozpoznat dopravní situaci a učinit potřebná rozhodnutí k bezpečnému pohybu po křižovatce, případně zabránění možné dopravní nehodě.

Psychologická jistota: [15]

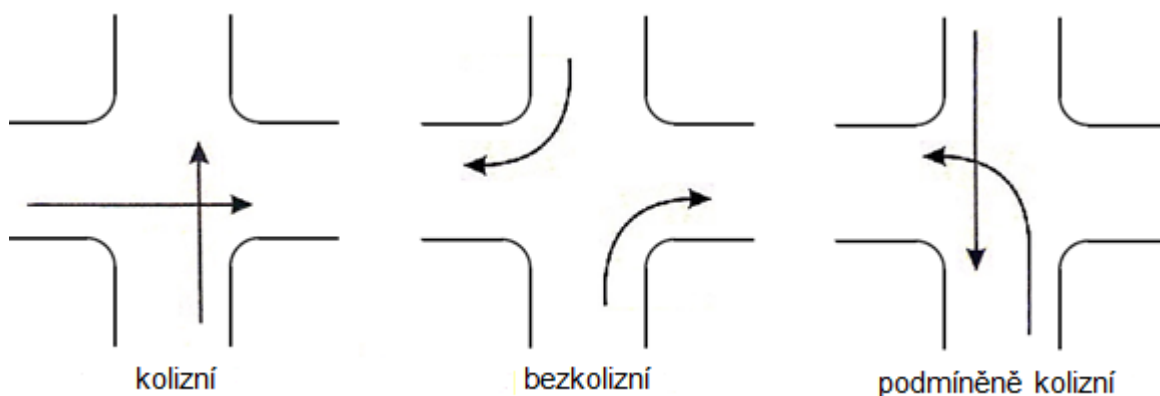
Důležitou zásadou pro psychologickou jistotu řidiče při jízdě křižovatkou je jednoznačnost. Řidiči musí být v každém místě při průjezdu křižovatkou jasné a jednoznačné, jakým pohybem má v jízdě křižovatkou pokračovat, především při odbočování. Nevhodné je zejména řešení, které řidiči umožňuje volit dráhu při odbočování v širokém rozsahu, v takovém případě je třeba provoz na křižovatkách usměrnit.

4.4 Fáze a fázové schéma

Pojem *fáze* představuje časový interval, ve kterém mají současně volno stanovené, zpravidla vzájemně nekolizní dopravní pohyby na křižovatce. K dopravnímu řešení světelného signalizačního zařízení je také nutno stanovit správné *fázové schéma*, jež je stanoveno přiřazením dopravních pohybů jednotlivým fázím a nejvýhodnější uspořádání pořadí fází. [11]

Při návrhu fázového schéma, respektive samotných fází jsou rozlišovány různé typy dopravních pohybů: [13]

- *kolizní dopravní pohyby* jsou vzájemné pohyby vozidel nebo vozidel a chodců na místě, řízených světelným signalizačním zařízením, které si kolidují (střetávají, kříží nebo připojují), tedy obsahují již zmíněné kolizní body,
- *bezkolizní dopravní pohyby* jsou ty dopravní pohyby, které se v rámci dané křižovatky nemohou dostat do kolize,
- *podmíněně kolizní dopravní pohyby*, těmito dopravními pohyby v rámci jedné fáze mohou být ty, pro něž platí pravidla o přednosti v jízdě podle zákona č. 361/2000Sb. o provozu na pozemních komunikacích a o změnách některých zákonů (zákon o silničním provozu), to znamená, že jsou tyto pohyby podmíněny právě dodržováním pravidel silničního provozu (např. na obrázku 17 přednost protijedoucím vozidlům při odbočování vlevo).



Obr. 17: Typy dopravních pohybů

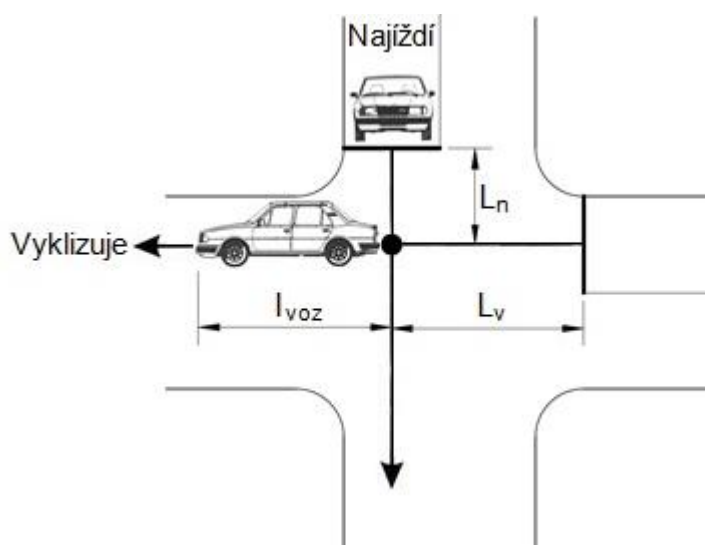
Počet fází vyplývá z rozdělení fází, tedy z rozčlenění dopravních pohybů na křižovatce. Pořadí fází je třeba navrhovat tak, aby se minimalizoval součet mezičasů. [14]

4.5 Mezičasy

Každá fáze, která končí, musí být od následující (začínající) fáze časově posunuta o hodnotu mezičasu. V době mezičasu se v prostoru křižovatky vyskytují vozidla dokončující svůj pohyb (případně vozidla následující fáze začínající svůj pohyb). [15]

Mezičas je tedy časový interval od konce signálu volno pro jeden směr, po začátek signálu volno pro kolizní směr. V tomto čase musí poslední vozidlo (tzv. *vyklizující vozidlo*), které projíždí v končící době signálu volno, bezpečně projet celou svou délkou kolizní plochu dříve, než první vozidlo (tzv. *najíždějící vozidlo*) jedoucí v době signálu volno v kolizním směru této kolizní plochy dosáhne. [14]

Kolizní plocha je ta část plochy křižovatky, kde se dráha vyklizujícího vozidla střetává (koliduje) s dráhou najíždějícího vozidla. Kolizní doba je různá pro každou dvojici kolizních pohybů vozidel. Pro zjednodušení výpočtu je možné ve výjimečných případech kolizní plochu nahradit kolizním bodem tak, že se pouze uvažují osy jízdních pruhů, jak je znázorněno na obrázku 18, kde je také zjednodušeně zakreslena vyklizovací a najížděcí dráha a délka vozidla. [13]



Obr. 18: Vyklizující a najížděcí dráhy

Technické podmínky TP 81 stanovují vztahy (viz. dále) a standardní hodnoty pro výpočet mezičasu jako jsou vyklizovací a najížděcí rychlosti, délky vyklizujících vozidel a bezpečnostní časy. [14]

Mezičas se vypočítá z následujícího vztahu:

$$t_m = t_v - t_n + t_b \text{ [s]},$$

kde t_v - vyklizovací doba [s],

t_n - najížděcí doba [s],

t_b - bezpečnostní doba [s].

Vyklizovací doba je doba potřebná k projetí vyklizujícího vozidla od stopčáry do kolizního bodu. Vyklízecí doba se určí ze vztahu:

$$t_v = \frac{L_v + l_{voz}}{v_v} \text{ [s]},$$

kde L_v - vyklizovací dráha [m],

l_{voz} - délka vyklizovacího vozidla [m],

v_v - vyklizovací rychlost [m/s].

Najížděcí doba je doba potřebná k projetí najíždějícího vozidla od stopčáry do kolizního bodu. Najížděcí doba se určí ze vztahu:

$$t_n = \frac{L_n}{v_n} \text{ [s]},$$

kde L_n - najížděcí dráha [m],

v_n - najížděcí rychlost [m/s].

Bezpečnostní doba je doba zohledňující vliv projíždění signálu pozor vozidly v souladu s pravidly silničního provozu po skončení signálu volno.

Je vždy nutné určit mezičasy pro všechny kombinace kolizních bodů, které jsou na řešené křižovatce možné, rozhodující mezičas je pak největší z těchto mezičasů. Mezičasy se zapisují do tabulky mezičasů (matice mezičasů). [13]

5. Praktická část

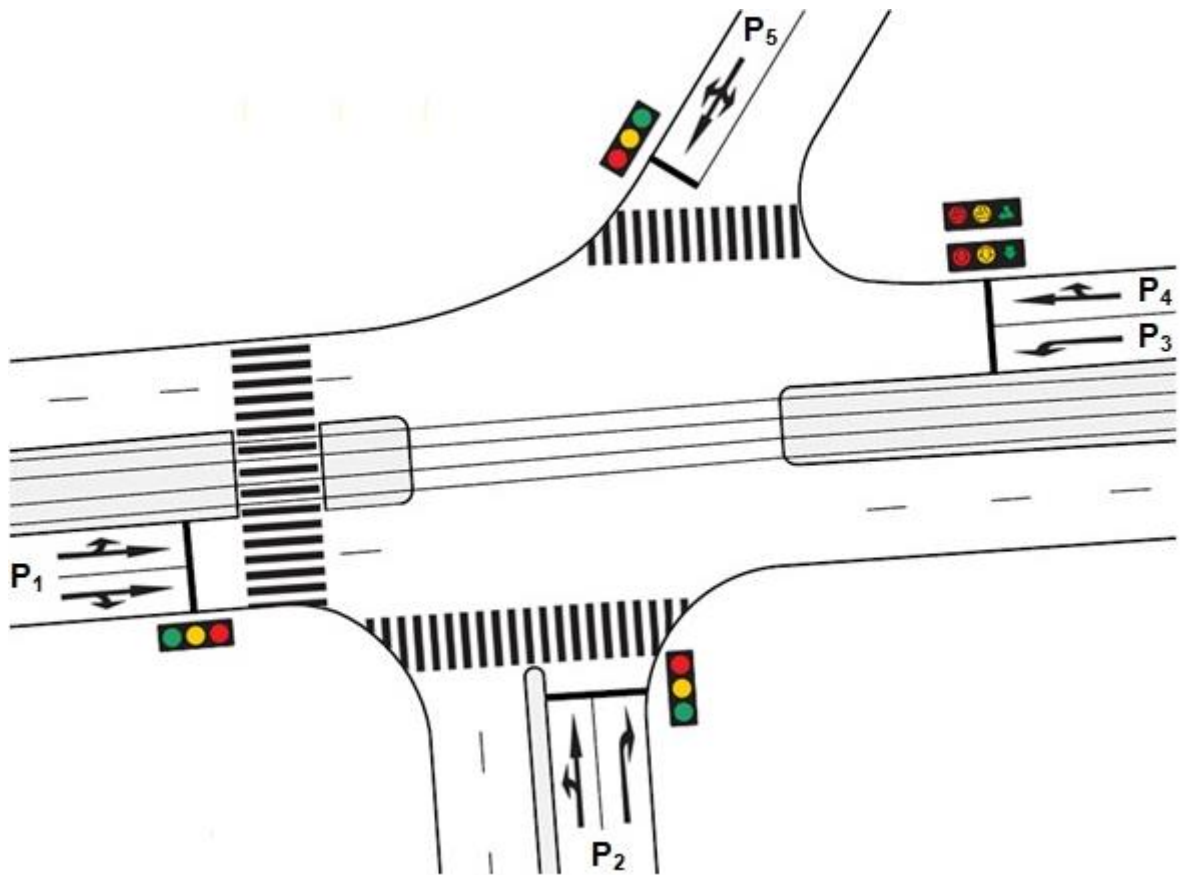
V této části práce je na zvolených příkladech úrovnových křižovatek se světelným signalizačním zařízením aplikováno jak standartní, tak cyklické barvení grafu a určeny fáze, fázová schémata a mezičasy těchto křižovatek.

5.1 Příklad křižovatky č. 1

5.1.1 Schéma a popis křižovatky

Řešená křižovatka je znázorněna na leteckém snímku spolu se souřadnicemi polohy v příloze 1. Jedná se o průsečnou křižovatku, která je řízena světelným signalizačním zařízením obsahující pět řešených dopravních proudů ve čtyřech paprscích. Západní paprsek zahrnuje dopravní proud P_1 , jenž se skládá z jednoho jízdního pruhu pro přímý pohyb vozidel s odbočením vlevo a druhého jízdního pruhu pro přímý pohyb vozidel s odbočením vpravo, řízeny jsou signálem s plným kruhovým světlem. Jižní paprsek obsahuje dopravní proud P_2 , který je složen ze dvou jízdních pruhů, pro přímý pohyb vozidel s odbočením vlevo a pro odbočení vpravo, řízení je zajištěno signálem s plným kruhovým světlem. Východní paprsek, v němž se nachází dopravní proud P_3 s jedním jízdním pruhem pro odbočení vlevo, řízen světelným směrovým signálem a proud P_4 s jízdním pruhem pro přímý pohyb vozidel s odbočením vpravo, který je řízen kombinovaným směrovým signálem (pro přímý směr a pro odbočení vpravo). Severní paprsek obsahuje dopravní proud P_5 , pouze s jedním jízdním pruhem pro odbočení vpravo, vlevo a přímý pohyb vozidel, řízen signálem s plným kruhovým světlem. Všechny paprsky kromě východního, navíc obsahují přechody pro chodce adaptivně řízeny pomocí tlačítka pro chodce. Rovnoběžně se západním a východním paprskem je tramvajový pás, který je plně pojízdný vozidly (v úrovni vozovky) ve vnitřní části křižovatky. V rámci zjednodušení a názornosti nebudou v práci zohledněni chodci a tramvaje, vynecháním se nemění podstata řešení.

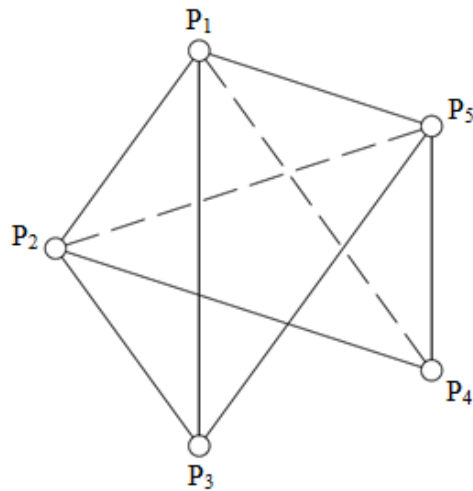
Schématické znázornění křižovatky je pro snadnou orientaci zakresleno velmi zjednodušeně, slouží zejména pro stanovení kolizních pohybů a zpětnou vazbu při určování fází, nejedná se o technický výkres situace.



Obr. 19: Schéma křižovatky č. 1

5.1.2 Určení chromatických čísel

Pro zjištění kolizních dopravních proudů je využito kolizního grafu G , ve kterém je křižovatka popsána jako neorientovaný prostý graf $G = (V, E)$. Každý vrchol v grafu G reprezentuje daný dopravní proud řídicí se podle světelného signalizačního zařízení. Dva vrcholy v a u jsou spojeny hranou v případě, že jejich dopravní proudy jsou v kolizi. Tedy, pokud by měli oba dopravní proudy v současném čase signál volno pro vjezd do křižovatky, a to by vedlo k dopravní nehodě, nemůže jim být povolen vstup do křižovatky současně. Čárkovaně jsou v grafu G_I označeny ty hrany, které představují podmíněně kolizní dopravní proudy.

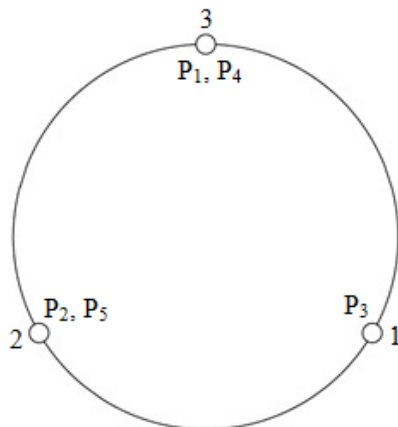


Obr. 20: Kolizní graf G_1

Při sestavování kolizního grafu G_1 (obrázek 20), který vychází z křižovatky na obrázku 19, jsou zakresleny všechny řešené dopravní proudy P_1 , P_2 , P_3 , P_4 a P_5 jako vrcholy grafu a jejich vzájemné kolize. Dopravní proud P_1 je řízen plným světelným signálem a kříží proudy P_2 , P_3 a P_5 se kterými je v kolizním vztahu. Při odbočování vlevo musí dát P_1 přednost protijedoucím vozidlům proudu P_4 , proto je podmíněně kolizní, pro P_3 toto neplatí, jelikož má směrový světelný signál. Podobně P_2 je podmíněně kolizní s P_5 , a kolizní s P_3 a P_4 . Dále P_5 je v kolizi s P_3 a P_4 .

Z kolizního grafu G_1 získáme obarvením chromatické číslo $\chi(G_1)$, což znázorňuje počet fází. Na první pohled je vidět, že je zapotřebí alespoň tří barev, z důvodu vzniklého trojúhelníku (K_3) v grafu G_1 . Vrcholům P_1 , P_2 a P_3 tvořící trojúhelník přiřadíme tři různé barvy (1, 2, 3), pokud vrchol P_2 je obarven barvou 2, obarvíme tak i vrchol P_5 , který tvoří také trojúhelník a má s prvním trojúhelníkem společné dva vrcholy. Poslední neobarvený vrchol je P_4 , jemuž nelze přiřadit pouze barvu 2. Kolizní graf G_2 lze obarvit dvěma způsoby při použití třech barev, jeho $\chi(G_1) = 3$.

Počet fází je roven třem, podle věty 9 by ale mohla jít celková délka cyklu křižovatky snížit cyklickým barvením grafu G_1 . Z věty 10 je zřejmé, že v tomto případě bude $\chi(G_1) = \chi_c(G_1)$, jelikož graf G_1 obsahuje trojúhelníku (K_3), neboť je za tohoto předpokladu cyklické chromatické číslo $\chi_c(G_1) = 3$ stejně jako chromatické číslo.



Obr. 21: Cyklické obarvení grafu G_1 délky 3

Jeden ze způsobů uspořádání vrcholů P_1, P_2, P_3, P_4 a P_5 na kružnici délky tři je znázorněn na obrázku 21. Každé dva vrcholy, které jsou spolu incidentní, jsou od sebe alespoň na délku jedna.

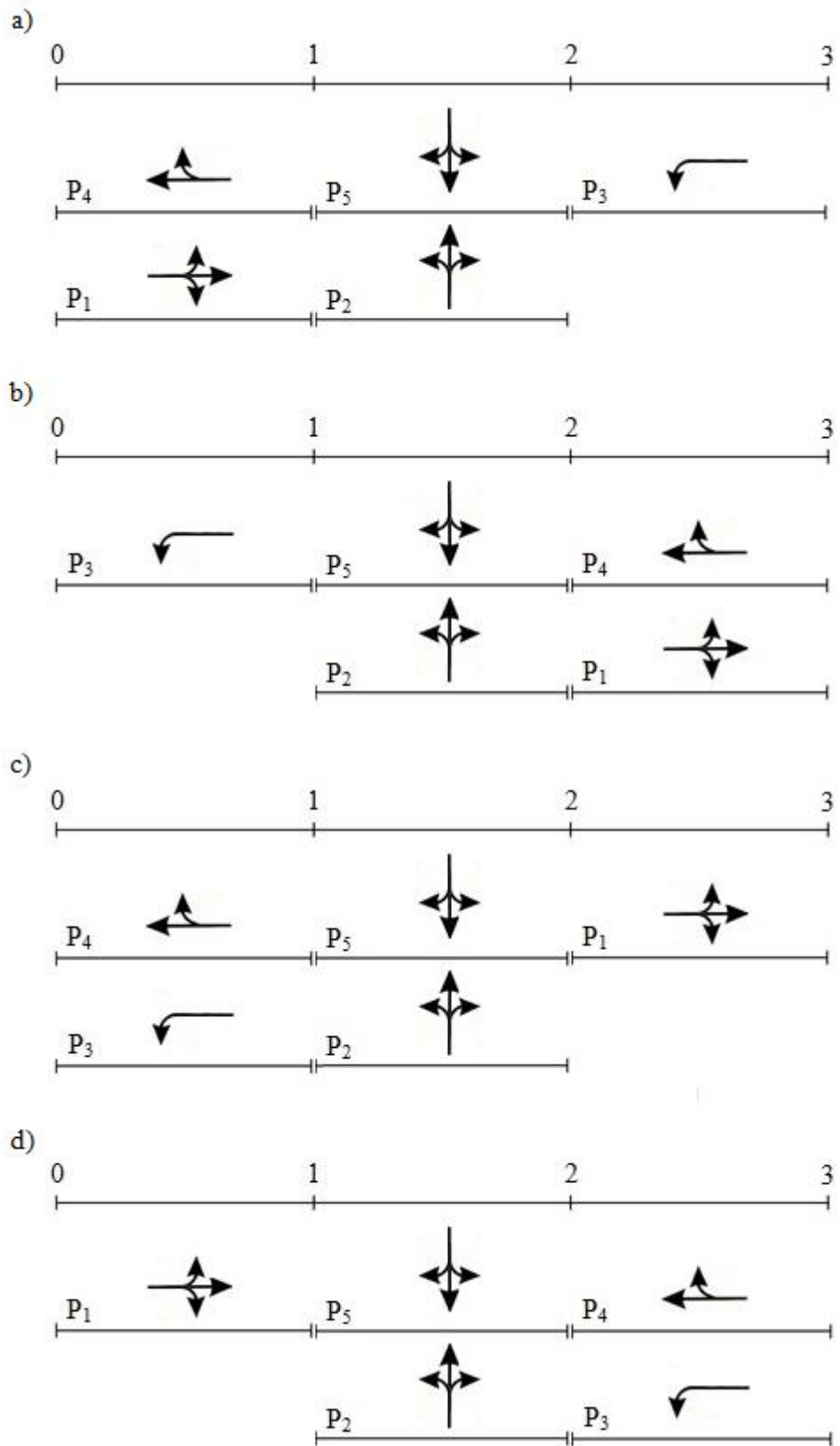
5.1.3 Fázová schémata a mezičasy

Rozdělení jednotlivých dopravních proudů fázím, je dáno obarvením kolizního grafu, jednotlivé barvy představují fáze, proto ty dopravní proudy, které jsou obarveny stejnou barvou, jsou spolu v jedné fázi. Počet fází je u této křižovatky roven třem ($\chi(G_1) = 3$). Jedná se tedy o třífázové schéma.

Pro sestavení pořadí fází obsahující vybrané dopravní proudy, existuje určitý počet možností, které se dají zjistit z následujícího vztahu, kde n je počet fází

$$\frac{n!}{n} = (n - 1)!$$

Podle výše uvedeného vztahu, je počet různých uspořádání fází kolizního grafu G_1 ve fázovém schématu roven dvěma. V případě, že je více možností obarvení kolizního grafu, každá tato možnost dává dalších $(n - 1)!$ různých uspořádání dopravních proudů ve fázích. V kolizním grafu G_1 je možné vrchol P_4 obarvit stejnou barvou jako vrchol P_1 nebo P_3 , z toho vyplývají dvě možnosti uspořádání dopravních proudů do fází, proto jsou pro kolizní graf G_1 čtyři různá fázová schémata, která jsou znázorněna na obrázku 22.



Obr. 22: Fázová schémata křižovatky č. 1

Při každé změně fází je nutno časově odsadit konec předcházející zelené fáze od začátku následující fáze o hodnotu mezičasu. [15]

Stanovit které fázové schéma má optimálně uspořádané fáze s dopravními proudy se dá určit pomocí mezičasů tak, že se vybere nejkratší délka cyklu signalizace křižovatky. Pro nalezení nejkratší délky cyklu je třeba sestavit matici mezičasů a následně spočítat přechody mezi jednotlivými fázemi, kde se vybere nejvyšší hodnota mezičasu pro daný přechod mezi dopravními proudy do další fáze.

Mezičasy dopravních proudů v tabulce 1 se zjistily za pomoci mapového prohlížeče mapy.cz při využití nástroje vlastní měření vzdálenosti, kterým se určily kolizní body a poté odměřily vyklizovací a najížděcí dráhy (L_v a L_n) jednotlivých kolizních dopravních proudů (P_1 , P_2 , P_3 , P_4 a P_5). Standardní hodnoty určující technické podmínky TP 81 pro motorová vozidla, které jsou potřebné pro konečný výpočet mezičasů t_m podle kapitoly 4.5, jsou následující:

vyklizovací a najížděcí rychlosti (v_v a v_n):

- v přímém směru 9,7 m/s (tj. 35 km/h),
- v oblouku 7,0 m/s (tj. 25 km/h).

délka vyklizujícího vozidla (l_{voz}) a bezpečnostní doba (t_b):

- l_{voz} 5 m,
- t_b 2 s.

Přesnosti výpočtu a možné zaokrouhlování výsledků při výpočtech mezičasů jsou opět stanoveny TP 81. Zjednodušeně to lze shrnout tak, že se výsledné mezičasy stanovují s přesností na celé sekundy s tím, že se zaokrouhluje asymetricky. Pokud je vypočtená hodnota mezičasu záporná, uvažujeme tento mezičas roven nule. [13]

Jelikož jsou zde výpočty mezičasů zjednodušeny tím, že je kolizní plocha nahrazena kolizním bodem, vzniklým protnutím os jízdních pruhů, zaokrouhlují se výsledky všech vypočtených mezičasů směrem nahoru, na celá čísla.

Matice mezičasů je běžně značena m_{ij} kde první index i označuje řádek a druhý index j označuje sloupec.

Vyklizuje	Najíždí				
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅
P ₁	-	4	0	-	2
P ₂	2	-	2	5	-
P ₃	7	4	-	-	6
P ₄	-	2	-	-	5
P ₅	4	-	1	1	-

Tab. 1: Matice mezičasů pro graf G_1

Následují výpočty mezičasů pro čtyři fázová schémata a), b), c) a d) z obrázku 22, kde fáze 1, 2, 3 jsou označeny jako F_1, F_2, F_3 a dopravní proudy (P_1, P_2, P_3, P_4 a P_5) fází jsou vypsány podle různých fázových schémat. Přejít mezi dvěma fázemi značíme $F_i F_j$, přičemž je vybírán maximální mezičas všech dopravních proudů obsažených v těchto dvou řešených fázích.

a) $F_1 = \{P_1, P_4\}, F_2 = \{P_2, P_5\}, F_3 = \{P_3\}.$

$$F_1 F_2 = \max \{m_{12}, m_{15}, m_{42}, m_{45}\} = 5;$$

$$F_2 F_3 = \max \{m_{23}, m_{53}\} = 2;$$

$$F_3 F_1 = \max \{m_{31}, m_{34}\} = 7;$$

celkem 14 s.

b) $F_1 = \{P_3\}, F_2 = \{P_2, P_5\}, F_3 = \{P_1, P_4\}.$

$$F_1 F_2 = \max \{m_{32}, m_{35}\} = 6;$$

$$F_2 F_3 = \max \{m_{21}, m_{24}, m_{51}, m_{54}\} = 5;$$

$$F_3 F_1 = \max \{m_{13}, m_{43}\} = 0;$$

celkem 11 s.

$$c) \quad F_1 = \{P_1\}, F_2 = \{P_2, P_5\}, F_3 = \{P_3, P_4\}.$$

$$F_1F_2 = \max \{m_{12}, m_{15}\} = 4;$$

$$F_2F_3 = \max \{m_{23}, m_{24}, m_{53}, m_{54}\} = 5;$$

$$F_3F_1 = \max \{m_{31}, m_{41}\} = 7;$$

celkem 16 s.

$$d) \quad F_1 = \{P_3, P_4\}, F_2 = \{P_2, P_5\}, F_3 = \{P_1\}.$$

$$F_1F_2 = \max \{m_{32}, m_{35}, m_{42}, m_{45}\} = 6;$$

$$F_2F_3 = \max \{m_{21}, m_{51}\} = 4;$$

$$F_3F_1 = \max \{m_{13}, m_{14}\} = 0;$$

celkem 10 s.

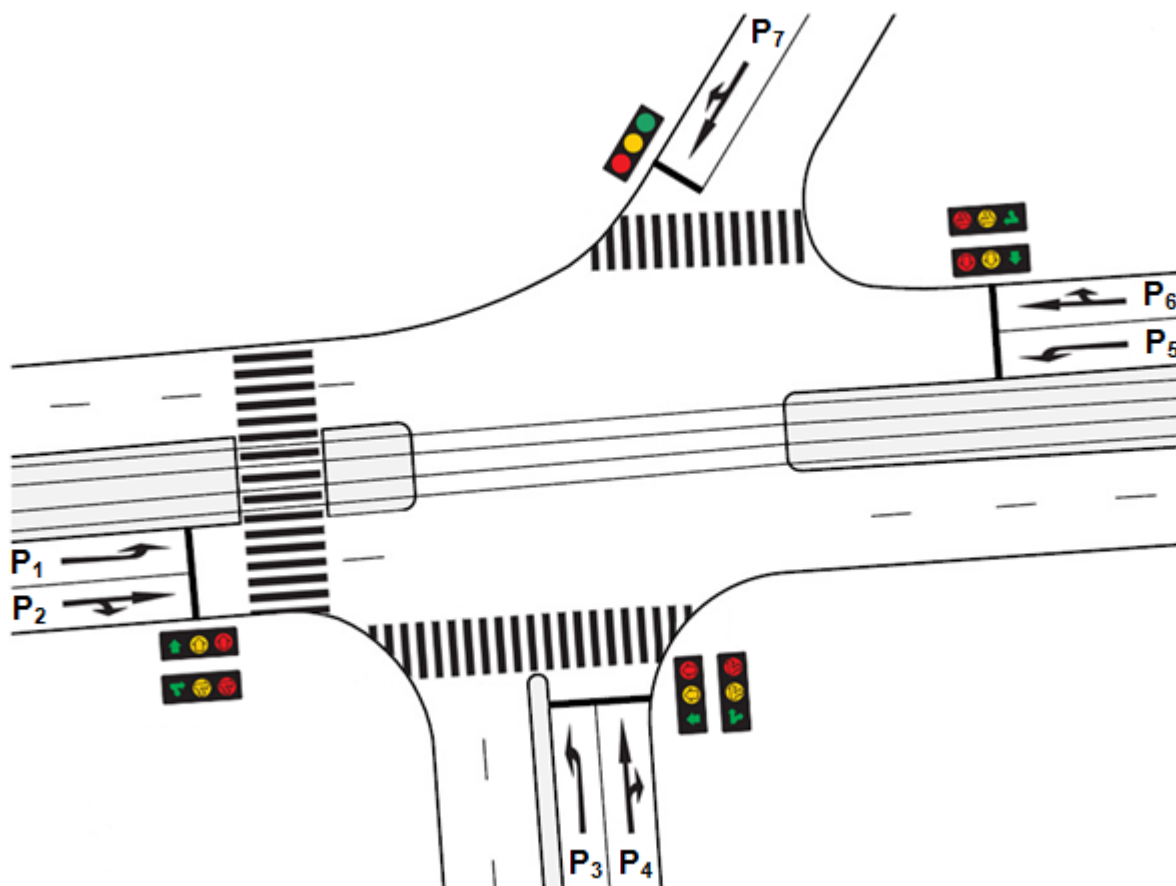
Prozkoumávaná křižovatka má čtyři různá fázová schémata, z nichž každé obsahuje tři fáze, pro něž platí stejné doby volného vstupu do křižovatky. Rozhodující jsou tak časové přechody mezi těmito fázemi, ze kterých je nejvýhodnější možnost d) s nejnižším celkovým součtem mezičasů 10 sekund.

5.2 Příklad křižovatky č. 2

5.2.1 Schéma a popis křižovatky

V tomto příkladu je uvedena křižovatka (obrázek 23) stejného tvaru jako předešlá, ovšem s jinak rozloženými dopravními proudy. Křižovatka obsahuje sedm dopravních proudů $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ a P_7 . Západní paprsek zahrnuje dopravní proudy P_1 a P_2 , ty jsou řízeny směrovými světelnými signály. Proud P_1 směrovou šipkou doleva, P_2 kombinovaným signálem pro přímý směr s odbočením doprava. Stejně jako dopravní proudy západního paprsku jsou řízeny dopravní proudy jižního (P_3 a P_4) a východního paprsku (P_5 a P_6) s tím zásadním rozdílem, že proud P_6 jedoucí přímým směrem má vlastní jízdní pruh. Stejně tak jako dopravní proud P_3 odbočující vlevo je usměrněn do vlastního pruhu. Obdobně i proud P_5 je usměrněn do vlastního pruhu a může jet současně

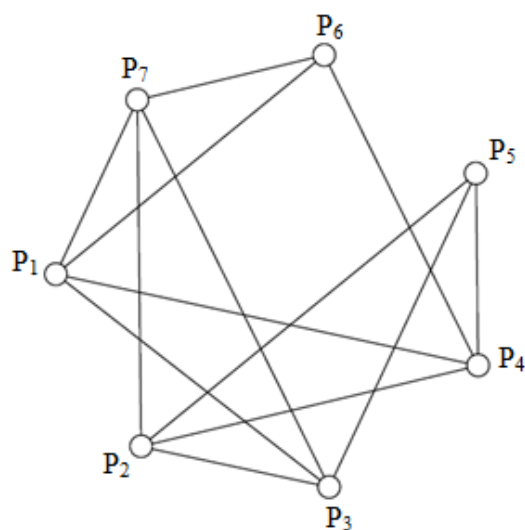
s dopravním proudem P_7 , jenž může jet přímým směrem s odbočením doprava a je řízen plným světelným signálem. Kromě P_7 už další dopravní proud severní paprsek neobsahuje, to znamená, že je zde absence levého odbočení. Křižovatka neobsahuje žádné podmíněně kolizní proudy.



Obr. 23: Schéma křižovatky č. 2

5.2.2 Určení chromatických čísel

Kolizní graf G_2 obsahuje sedm vrcholů P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , P_5 , P_6 a P_7 představující dopravní proudy ze schématu na obrázku 23. Proud P_1 je kolizní se všemi dopravními proudy kromě P_2 a P_5 . Proud P_2 je bezkolizní ještě s P_6 , který může jet bez kolize spolu s P_3 právě díky tomu, že jsou každý veden do svého jízdního pruhu stejně jako P_7 a P_5 . Z tohoto důvodu jsou v kolizi právě proudy P_1 a P_4 , jež jsou společně svedeny do jednoho jízdního pruhu.

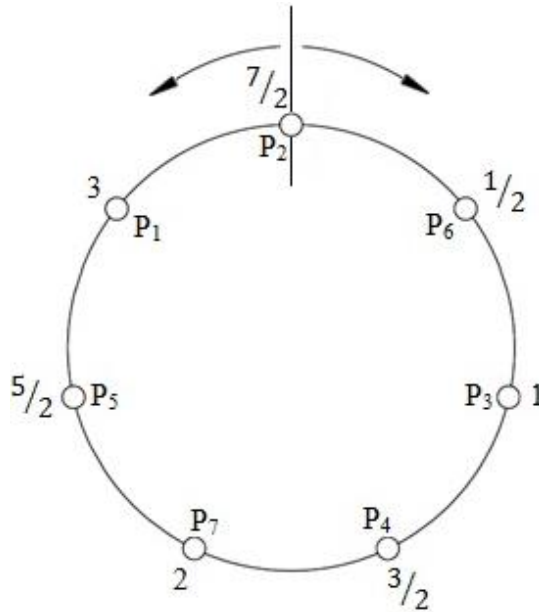


Obr. 24: Kolizní graf G_2

Graf G_2 lze obarvit čtyřmi barvami a to několika různými způsoby, jedno z možných obarvení kolizního grafu G_2 z obrázku 24 je zde popsáno. Vrchol P_1 tvořící trojúhelník s P_6 a P_7 obarvíme barvou 1, P_6 obarvíme barvou 2 a P_7 barvou 3. Další trojúhelník tvoří P_1 , P_7 a P_3 dva vrcholy už jsou obarveny, proto P_3 dostává barvu 2, stejně tak P_2 vytváří trojúhelník s obarvenými vrcholy a tak je mu přiřazena barva 1. Vrchol P_5 uzavírá trojúhelník s právě obarvenými vrcholy P_2 a P_3 , tím je mu možné přiřadit barvu 3. Zbývající vrchol P_5 je spojen hranou s P_2 (barva 1), P_3 (barva 2) a s P_4 (barva 3), proto je zapotřebí čtvrté barvy. Chromatické číslo $\chi(G_2) = 4$.

Pokud by dopravní proud P_3 a P_6 byl sveden do jednoho jízdniho pruhu, vznikl by kolizní pohyb a v kolizním grafu G_2 by přibyla hrana mezi vrcholy P_3 a P_6 , která by vytvořila úplný podgraf grafu G_2 , přičemž by vznikla klika K_4 , to by sice nezměnilo chromatické číslo $\chi(G_2)$ ale podle věty 10 by to vedlo k závěru, že cyklické chromatické číslo $\chi_c(G_2) = \chi(G_2) = \omega(G_2) = 4$. Podobně by to platilo pro proud P_5 a P_7 , při svedení do jednoho jízdniho pruhu by se vytvořila kolize a v kolizním grafu G_2 přibyla hrana. V tomto příkladu však mají proudy P_3 , P_5 , P_6 a P_7 vlastní jízdni pruh.

Pro snížení doby cyklu křižovatky je na obrázku 25 aplikováno cyklické barvení grafu G_2 . V jednom cyklu je uvažována jednodominutová doba volného vstupu do křižovatky pro každý dopravní proud.



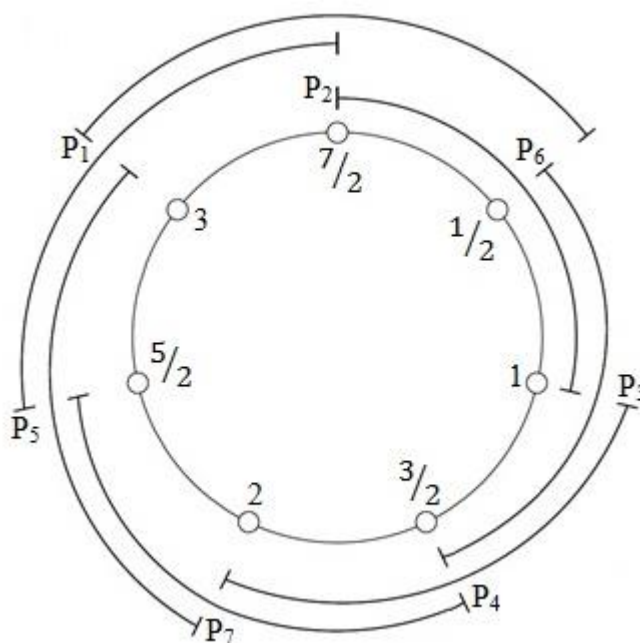
Obr. 25: Cyklické obarvení grafu G_2 délky $7/2$

Tvrzení, že cyklické chromatické číslo $\chi_c(G_2) = 7/2$ lze dokázat z obrázku 25. Na kružnici délky $7/2$ je rozmístěno sedm vrcholů tak, že každá dvojice vrcholů, která je v kolizním grafu G_2 spojena hranou, musí být na kružnici od sebe alespoň na vzdálenost jedna. Vrchol P_2 může mít na kružnici ve vzdálenosti menší jak jedna, podle kolizního grafu G_2 , pouze vrchol P_1 a P_6 , ostatní vrcholy musí být ve vzdálenosti alespoň jedna. Vrchol P_6 má už ve vzdálenosti $1/2$ vrchol P_2 , v této vzdálenosti může mít ale i vrchol P_3 a P_5 . Přejdeme na vrchol P_1 , jenž je vedle P_2 a je bezkolizní ještě s P_5 . Z toho vyplývá, že vedle vrcholu P_6 zůstane jen vrchol P_3 . Další vrchol P_4 je incidentní s P_5 a naopak není incidentní s P_3 a P_7 , proto může být pouze vedle vrcholu P_3 . Zbývajících vrcholů P_7 je ve vzdálenosti $1/2$ mezi vrcholy P_4 a P_5 , jelikož pouze s těmito dvěma vrcholy není v kolizním grafu G_2 spojen hranou. Takovéto rozmístění vrcholů $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ a P_7 na kružnici délky $7/2$ je jedno ze dvou možných uspořádání při dodržení všech náležitostí pro cyklické barvení. Druhým uspořádáním vrcholů je myšlen opačný směr.

Cyklus křižovatky je pomocí cyklického barvení, řízen pouze sedmi půlminutovými fázemi oproti standardnímu barvení, kde bylo chromatické číslo $\chi(G_2) = 4$ s minutovými fázemi a to při zachování stejné doby volna pro jednotlivé dopravní proudy.

Časy dopravních proudů ($P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ a P_7) se při cyklickém barvení překrývají. Na obrázku 26 jsou zakresleny délky dopravních proudů, každý dopravní proud

dá v součtu časů jednu minutu tak, že jede přes celé dvě půlminutové fáze, přičemž s ním jedou další dva dopravní proudy, které jsou mezi sebou kolizní, takže jedou v různých fázích a překrývají jednou půlminutovou fází další dva různé dopravní proudy.



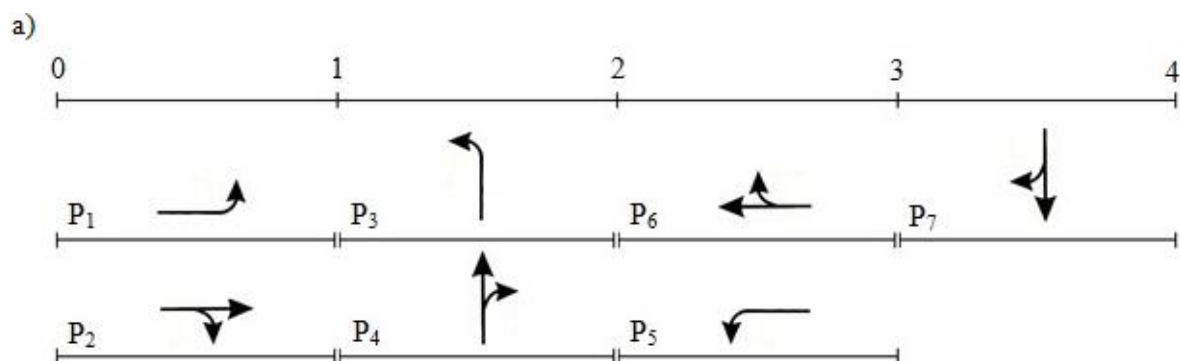
Obr. 26: Časy dopravních proudů

5.2.3 Fázová schémata a mezičasy

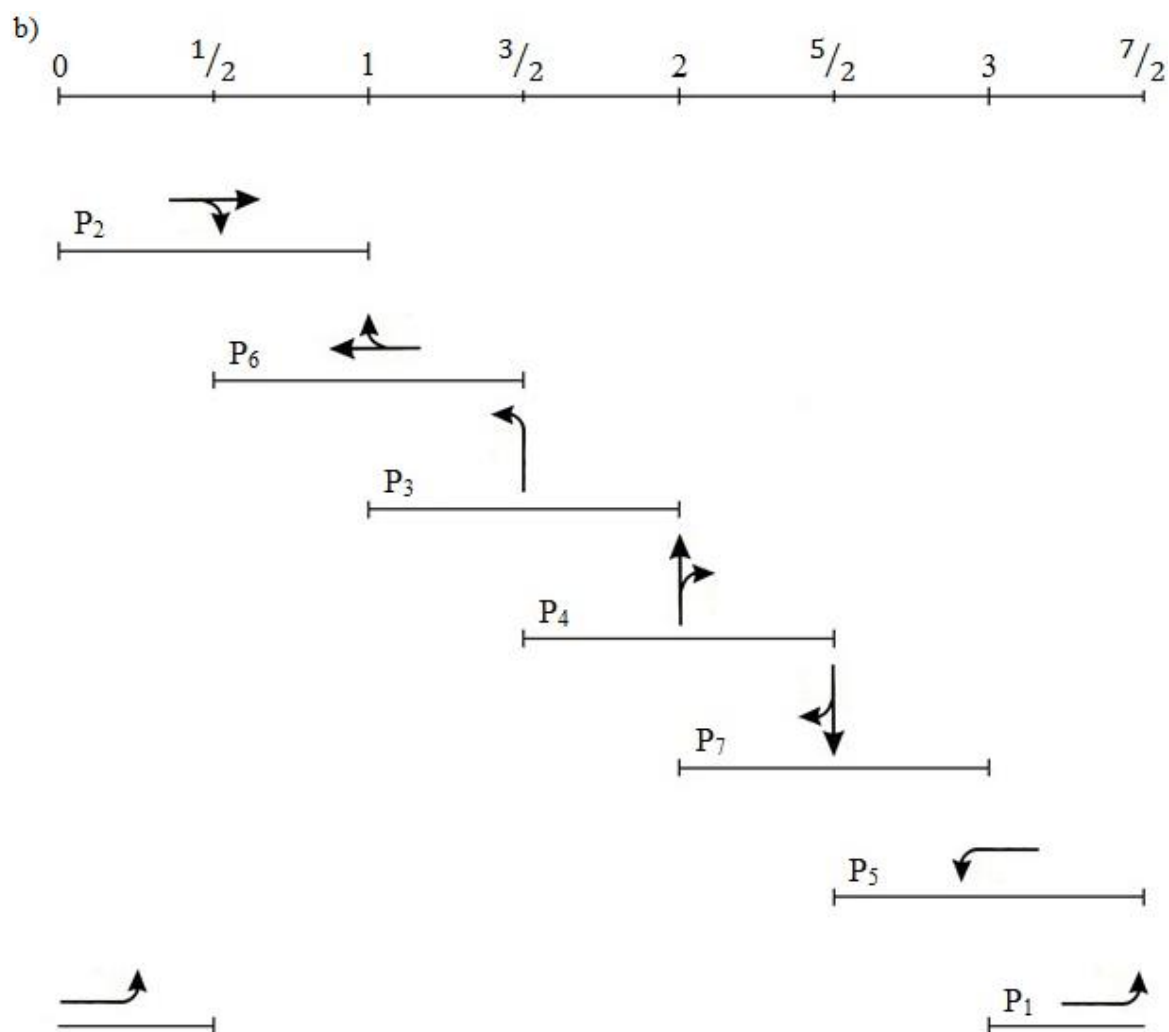
Kolizní graf G_2 má podle vztahu $(n - 1)!$ šest různých způsobů uspořádání čtyř fází ve fázovém schématu, avšak další počet různých obarvení je alespoň čtyři, z toho vyplývá, že ve fázích mohou být obsaženy čtyři různé způsoby uspořádání dopravních proudů, tím vzniknou čtyři různá fázová schémata, které mohou mít ještě šest různých způsobů uspořádání fází, proto je minimální počet fázových schémat dvacet čtyři.

Cyklus křižovatky bez mezičasů je pro standardní barvení grafu G_2 čtyři minuty a pro cyklické barvení grafu G_2 tři a půl minuty, lze tedy říct, že pokud bude cyklus cyklického barvení i s mezičasy menší jak čtyři minuty je vždy tento cyklus výhodnější (kratší) než cyklus standardního barvení, který může být nejméně 4 minuty za předpokladu nulového součtu mezičasů. Podle této úvahy tedy není nutné analyzovat všechna fázová schémata standardního barvení, pokud bude alespoň jeden cyklus cyklického barvení kratší

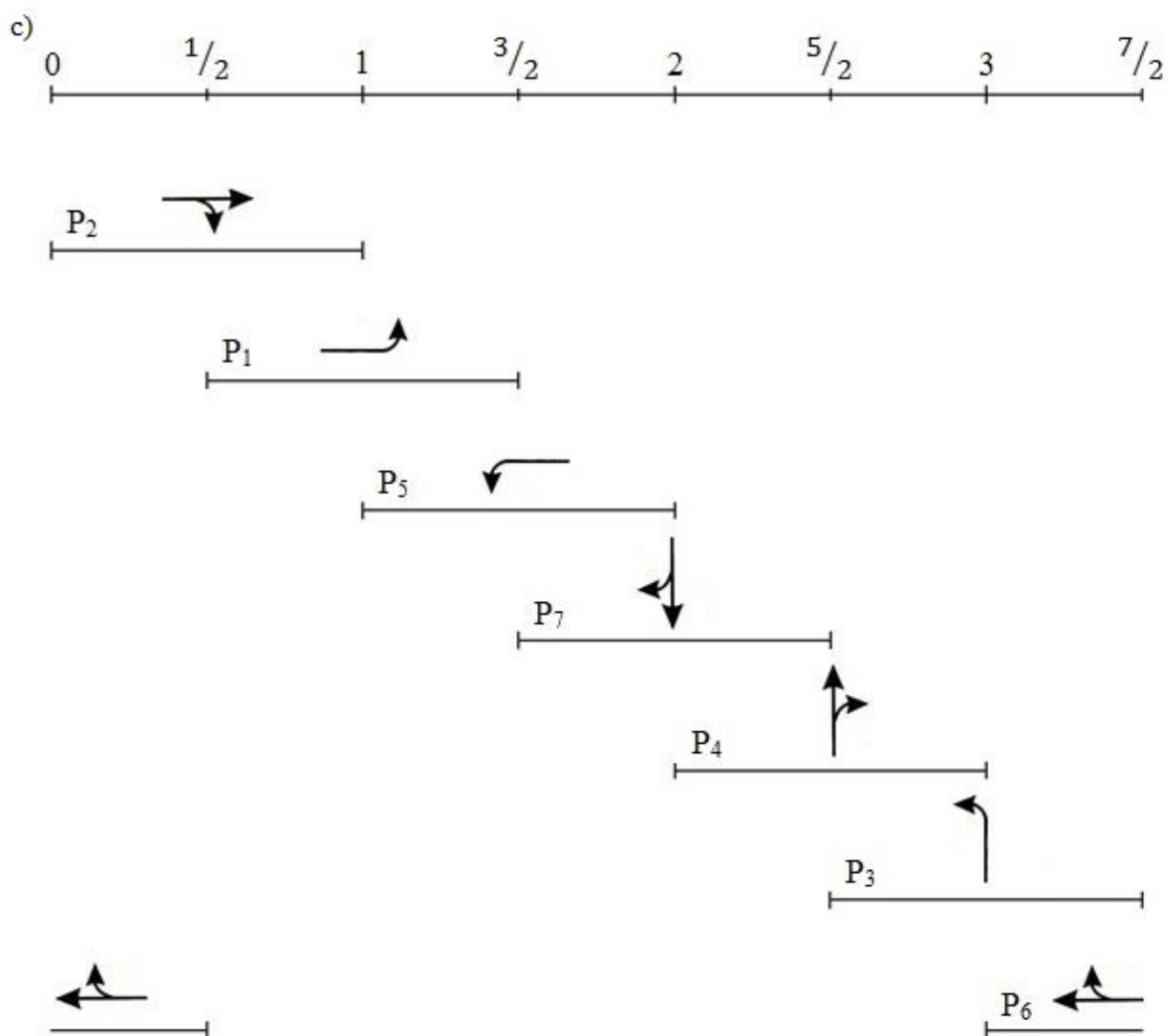
právě než čtyři minuty. Pro standardní barvení je pro ilustraci vybráno jedno náhodné schéma fází.



Obr. 27: Fázové schéma standartního barvení



Obr. 28: Schéma fází cycklického barvení č.1



Obr. 29: Schéma fází cyklického barvení č. 2

Na obrázku 27 je sestaveno fázové schéma standardního barvení, kdy po skončení jedné fáze čekají všechny dopravní proudy než uplyne určitý mezičas, aby mohla začít další fáze.

Zatímco u cyklického barvení se časy dopravních proudů překrývají. Fázové schéma na obrázku 28 znázorňuje sedm půlminutových fází, kde každý dopravní proud jede právě přes dvě fáze, má tedy dobu volna jednu minutu jako v předchozím schématu standardního barvení. V první půlminutové fázi jede dopravní proud P_1 a P_2 , proud P_1 v této fázi končí (vyklizuje) a najíždí proud P_6 ve druhé fázi, kde s ním jede z první fáze P_2 , který v této fázi končí a po uplynutí mezičasu začíná třetí fázi proud P_3 s proudem P_6 , kterému je přiřazena tato půlminutová fáze s předchozí. Podobně se překrývají ostatní proudy. Pro schéma z obrázku 29 je princip stejný jen v opačném směru.

Vyklizuje	Najíždí						
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇
P ₁	-	-	4	5	-	7	3
P ₂	-	-	4	5	0	-	1
P ₃	2	2	-	-	1	-	4
P ₄	1	1	-	-	3	4	-
P ₅	-	3	5	3	-	-	6
P ₆	0	-	-	2	-	-	4
P ₇	3	4	2	-	1	1	-

Tab. 2: Matice mezičasů pro graf G_2

Vzhledem ke známému tvaru a rozměrům jako má předešlá křižovatka č. 1 zobrazená v příloze 1, lze použít pro zjištění kolizních bodů, odměření vyklizovacích a najíždějících drah vozidel a pro výpočet mezičasů analogický postup jako v prvním příkladu. Avšak jednotlivé intervaly mezičasů jsou různé oproti příkladu č. 1 vzhledem k jinému uspořádání dopravních proudů a jejich směrů, tím se mění délky drah vyklizovacích a najížděcích vozidel spolu s kolizními body.

Fázová schémata na obrázcích 27, 28 a 29 jsou označena a), b), c), což při dalším odkazování nevede k nedorozumění. Při zápisu všech mezičasů pro jednotlivé přechody mezi fázemi nejsou u cyklického barvení vypisovány přechody mezi vzájemně bezkolizními a stejnými dopravními proudy.

a) $F_1 = \{P_1, P_2\}, F_2 = \{P_3, P_4\}, F_3 = \{P_5, P_6\}, F_4 = \{P_7\}.$

$$F_1F_2 = \max \{m_{13}, m_{14}, m_{23}, m_{24}\} = 5;$$

$$F_2F_3 = \max \{m_{35}, m_{36}, m_{45}, m_{46}\} = 4;$$

$$F_3F_4 = \max \{m_{57}, m_{67}\} = 6;$$

$$F_4F_1 = \max \{m_{71}, m_{72}\} = 4;$$

celkem 19 s.

Celková délka cyklu se čtyřmi minutovými fázemi je 4 minuty a 19 sekund.

b) $F_1 = \{P_1, P_2\}, F_2 = \{P_2, P_6\}, F_3 = \{P_3, P_6\}, F_4 = \{P_3, P_4\}, F_5 = \{P_4, P_7\}, F_6 = \{P_5, P_7\},$
 $F_7 = \{P_1, P_5\}.$

$$F_1F_3 = \max \{m_{16}\} = 7;$$

$$F_2F_4 = \max \{m_{23}\} = 4;$$

$$F_3F_5 = \max \{m_{64}\} = 2;$$

$$F_4F_6 = \max \{m_{37}\} = 4;$$

$$F_5F_7 = \max \{m_{45}\} = 3;$$

$$F_6F_1 = \max \{m_{71}\} = 3;$$

$$F_7F_2 = \max \{m_{52}\} = 3;$$

celkem 26 s.

Celková délka cyklu se sedmi půlminutovými fázemi je 3 minuty a 56 sekund.

c) $F_1 = \{P_2, P_6\}, F_2 = \{P_1, P_2\}, F_3 = \{P_1, P_5\}, F_4 = \{P_5, P_7\}, F_5 = \{P_4, P_7\}, F_6 = \{P_3, P_4\},$
 $F_7 = \{P_3, P_1\}.$

$$F_1F_3 = \max \{m_{61}\} = 0;$$

$$F_2F_4 = \max \{m_{25}\} = 0;$$

$$F_3F_5 = \max \{m_{17}\} = 3;$$

$$F_4F_6 = \max \{m_{54}\} = 3;$$

$$F_5F_7 = \max \{m_{73}\} = 2;$$

$$F_6F_1 = \max \{m_{46}\} = 4;$$

$$F_7F_2 = \max \{m_{32}\} = 2;$$

celkem 14 s.

Celková délka cyklu se sedmi půlminutovými fázemi je 3 minuty a 44 sekund.

Obě fázová schémata vzniklá cyklickým obarvením grafu G_2 mají délku cyklu křižovatky kratší jak čtyři minuty, to znamená, že jsou obě z časového hlediska délky cyklu výhodnější jak fázová schémata standardního barvení. Nejkratší délka cyklu křižovatky je zajištěna právě fázovým schématem cyklického barvení c).

6. Závěr

Cílem práce je ukázat, že cyklické chromatické číslo grafu může být v některých případech menší než chromatické číslo grafu a na základě získaných výsledků navrhnout fáze křižovatky tak, aby byla celková délka cyklu snížena a celková propustnost křižovatky zvýšena. Cyklickým chromatickým číslem lze snížit čas cyklu vhodným uspořádáním fází ve fázovém schématu tak, že se nekolizní dopravní proudy částečně překrývají a jejich čas volného vstupu do křižovatky zasahuje do dvou fází jdoucích po sobě.

Pro aplikaci metody cyklického barvení jsem analyzoval zhruba dvacet různých křižovatek, z nichž jsem vybral dvě, které jsou v práci řešeny. U příkladů křižovatek jsou předpokládány doby volných vstupů do prostoru křižovatky pro jednotlivé dopravní proudy u všech variant stejné. Matice mezičasů jsou vypočteny samostatně pro první i druhý příklad přes kolizní body. První křižovatka má po standardním barvení kolizního grafu chromatické číslo shodné s následným cyklickým chromatickým číslem. Cyklické chromatické číslo je tři, z toho plyne, že cyklickým chromatickým číslem nelze snížit délku cyklu a je zde rozhodující pouze součet všech mezičasů různých variant uspořádání fází. Nejmenší ztrátu mezičasem měla ze všech čtyř možností varianta s celkovým mezičasem 10 sekund.

Druhý příklad křižovatky, po sestrojení kolizního grafu a jeho následném obarvení, získal čtyři minutové fáze, kdežto cyklickým obarvením vzrostl počet fází na sedm, ale půlminutových fází, čímž je o půl minuty v součtu časů fází kratší. To by stále neznamenal, že je celková délka cyklu křižovatky také kratší, neboť mezi sedmi fázemi vznikly mezičasy. Ze dvou způsobů uspořádání fází cyklickým barvením nepřekročila ani jedna délku cyklu čtyř minut, ta výhodnější varianta má délku cyklu 3 minuty a 44 sekund. To dokazuje, že cyklickým chromatickým barvením se dá snížit celková délka cyklu, což by mělo zvýšit propustnost křižovatky, snížila by se neproduktivní energetická ztráta, kdy se vozidla nepohybují a snížil by se škodlivý dopad na okolní prostředí ve smyslu produkce emisí, nadměrného hluku a vibrací.

Přesto, že jsou křižovatky uvažovány jako izolované, bylo by možné jednotlivé fáze upravit pro koordinované řízení. V případě vyšší intenzity provozu některého z dopravních proudů je přípustná změna časů pro jednotlivé doby volna.

Zdroje informací

- [1] TUZAR, A. - MAXA, P. - SVOBODA, V. *Teorie dopravy*. 1. vyd. Praha: ČVUT, 1997. 278 s. ISBN 80-010-1637-4.
- [2] DEMEL, Jiří. *Teorie grafů*. 1. vyd. Praha: Ediční středisko ČVUT, 1982. 198 s.
- [3] NEŠETŘIL, Jaroslav. *Teorie grafů*. 1. vyd. Praha: SNLT, 1979. 316 s.
- [4] HLINĚNÝ, Petr. *Základy teorie grafů* [online]. 1 vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2010 [cit. 2015-03-01]. Dostupné z: <http://is.muni.cz/elportal/?id=878389>
- [5] SEDLÁČEK, Jiří. *Úvod do teorie grafů*. 3. vyd. Praha: Academia, 1981. 272s.
- [6] ZEWDIE, R. - HORA, J. - NIGUSSIE, Y. Circular colouring for emission minimalization. *Transactions on Transport Sciences*, 2013, roč. 6, č. 4, s. 159-168.
- [7] ZHU, Xuding. Circular chromatic number: a survey. *Discrete mathematics*, 2001, roč. 229, č. 1-3, s. 371-410.
- [8] KOTAS, Patrik. *Dopravní systémy a stavby*. 2. vyd. Praha: ČVUT, 2007. 353s. ISBN 80-010-3602-2.
- [9] ČSN 73 6102. *Projektování křižovatek na pozemních komunikacích*. Praha: Český normalizační institut, 2007. 180 s.
- [10] RŮŽIČKA, M. *Dopravní inženýrství I. - přednášky*. Elektronické studijní materiály [online], [cit 2015-03-12]. Dostupné z: <https://moodle.czu.cz/mod/resource/view.php?id=8769&subdir=/Prednasky>
- [11] KŘIVDA, Vladislav. *Základy organizace a řízení silniční dopravy*. 1. vyd. Ostrava: VŠB, 2006. 170s. ISBN 80-248-1253-3.
- [12] FOLPRECHT, Jan., KŘIVDA, Vladislav. *Organizace a řízení dopravy I*. 1. vyd. Ostrava: VŠB, 2006. 158s. ISBN 80-248-1030-1.
- [13] KŘIVDA, Vladislav. *Organizace a řízení dopravy II*. 1. vyd. Ostrava: VŠB, 2009. 154. ISBN 80-248-2123-8.
- [14] *Technické podmínky TP 81: Navrhování světelných signalizačních zařízení pro řízení silničního provozu*. 1. vyd. Brno: Centrum dopravního výzkumu Brno, 1996, 109 s. ISBN 80-902141-2-6.
- [15] DLOUHÁ, Eva., ROJAN, Jiří., SLABÝ, Petr. *Městské komunikace: návody k projektu*. 3. vyd. Praha: Ediční středisko ČVUT, 1987. 185s.
- [16] *Mapy.cz* [online], [cit 2015-02-10]. Dostupné z: <http://www.mapy.cz/zakladni?x=14.5074329&y=50.0777325&z=20&base=ophoto>

Seznam obrázků

Obrázek 1: a) výčet vrcholů a hran, b) diagram, c) incidenční matice	3
Obrázek 2: a) rovinný graf, b) podgraf, c) multigraf, d) strom.....	5
Obrázek 3: Speciální grafy	7
Obrázek 4: Různé obarvení grafu	9
Obrázek 5: $\chi(G) = 1$	9
Obrázek 6: $\chi(G) = 2$	10
Obrázek 7: Petersenův graf s $\chi(G) = 3$	11
Obrázek 8: $\chi(G) = 2$ a $\chi(G) = 4$	11
Obrázek 9: K_6 , K_3 a K_2	12
Obrázek 10: Klika v grafu	12
Obrázek 11: Zjednodušení grafu.....	13
Obrázek 12: Cyklické barvení $\chi_c(G) \leq \chi(G)$	15
Obrázek 13: Cyklické barvení $\chi_c(G) = \chi(G)$	15
Obrázek 14: Kolizní body [10]	16
Obrázek 15: Typy úrovnových křižovatek (neokružních) [9]	18
Obrázek 16: Umístění přechodu a stopčáry [15]	21
Obrázek 17: Typy dopravních pohybů	24
Obrázek 18: Vyklizující a najíždějící dráhy	25
Obrázek 19: Schéma křižovatky č. 1	28
Obrázek 20: Kolizní graf G_1	29
Obrázek 21: Cyklické obarvení grafu G_1 délky 3.....	30
Obrázek 22: Fázová schémata křižovatky č. 1	31
Obrázek 23: Schéma křižovatky č. 2	35
Obrázek 24: Kolizní graf G_2	36
Obrázek 25: Cyklické obarvení grafu G_2 délky $7/2$	37
Obrázek 26: Časy dopravních proudů	38
Obrázek 27: Fázové schéma standartního barvení	39
Obrázek 28: Schéma fází cyklického barvení č.1	39
Obrázek 29: Schéma fází cyklického barvení č. 2.....	40

Seznam tabulek

Tabulka 1: Matice mezičasů pro graf G_1	33
Tabulka 2: Matice mezičasů pro graf G_2	41

Přílohy

Příloha 1: Letecký pohled na zvolenou křižovatku [16]



GPS souřadnice křižovatky: 50°04'39.8"N 14°30'26.6"E

(křižovatka se nachází v Praze a kříží ulice Černokostelecká s Limuzskou a Úvalskou)