



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV VODNÍHO HOSPODÁŘSTVÍ KRAJINY

INSTITUTE OF LANDSCAPE WATER MANAGEMENT

KONSTRUKCE PŘEDPOVĚDNÍHO MODELU PRO PRŮTOK VODY V MĚRNÉM PROFILU

FORECASTING MODEL FOR WATER MEASURED PROFILE

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Lucie Šenková

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. TOMÁŠ KOZEL, Ph.D.

BRNO 2019



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	B3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Bakalářský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3647R015 Vodní hospodářství a vodní stavby
Pracoviště	Ústav vodního hospodářství krajiny

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student	Lucie Šenková
Název	Konstrukce předpovědního modelu pro průtok vody v měrném profilu
Vedoucí práce	Ing. Tomáš Kozel, Ph.D.
Datum zadání	30. 11. 2018
Datum odevzdání	24. 5. 2019

V Brně dne 30. 11. 2018

prof. Ing. Miloš Starý, CSc.
Vedoucí ústavu

prof. Ing. Miroslav Bajer, CSc.
Děkan Fakulty stavební VUT

PODKLADY A LITERATURA

- Starý, M.: Nádrže a vodohospodářské soustavy, skriptum. FAST VUT Brno, 2006.
- Starý, M.: Hydrologie, skriptum, FAST VUT Brno, 2005.
- Starý, M.: Nádrže a vodohospodářské soustavy, met. návody do cvičení 1. vyd. Brno: VUT, 1987
- Starý, M.: Nádrže a vodohospodářské soustavy, 1. vydání Brno: VUT, 1986 skriptum.
- Nacházel K., Starý M., Zezulák J.: Využití metod umělé inteligence ve vodním hospodářství, kniha, 320 stran, Academia, 2004, ISBN 80-200-0229-4.

ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ

Studentka sestaví model pro předpovídání průměrných měsíčních průtoků vody v měrném profilu, který bude upřesněn vedoucím práce. Předpovědní model bude založen na principu markovových řetězců. V druhém kroku studentka provede vyhodnocení výsledků předpovědního modelu.

STRUKTURA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná součást VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).

Ing. Tomáš Kozel, Ph.D.
Vedoucí bakalářské práce

ABSTRACT

The subject of this bachelor thesis is construction of forecasting model for water measured profile. Water measured profile is situated in Bílovice nad Svitavou. The model is based on Markovov chains methodology. The thesis is divided into two parts theoretical and practical part. The theoretical part describes differences between stochastic and deterministic models as well as process of construction forecasting model. The practical part describes application of the model. The conclusion of the practical part is description and evaluation of the results.

KEYWORDS

Mathematical model, water measured profile, mean monthly flow, Markovov chains

ABSTRAKT

Předmětem této bakalářské práce byla konstrukce předpovědního modelu pro průtok vody v měrném profilu. Měrný profil se nachází v obci Bílovice nad Svitavou. Předpovědní model byl vytvořen na principu Markovových řetězců. Celá práce se dělí do dvou částí teoretickou a praktickou. Teoretická část popisuje rozdíl mezi stochastickými a deterministickými modely a popisuje postup tvorby předpovědního modelu. Praktická část popisuje postup aplikaci modelu. Závěrem praktické části je popis a vyhodnocení výsledků.

KLÍČOVÁ SLOVA

Matematický předpovědní model, měrný profil, průměrný

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

Lucie Šenková *Konstrukce předpovědního modelu pro průtok vody v měrném profilu*. Brno, 2019. 39 s., 39 s. příl. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav vodního hospodářství krajiny. Vedoucí práce Ing. Tomáš Kozel, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ O PŮVODNOSTI ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem *Konstrukce předpovědního modelu pro průtok vody v měrném profilu* zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 19. 5. 2019

Lucie Šenková
autor práce

PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané bakalářské práce s názvem *Konstrukce předpovědního modelu pro průtok vody v měrném profilu* je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 19. 5. 2019

Lucie Šenková
autor práce

PODĚKOVÁNÍ

Chtěla bych poděkovat vedoucímu mé bakalářské práce Ing. Tomáši Kozlovi, Ph.D. za velmi užitečnou metodickou pomoc a cenné rady při zpracování bakalářské práce. Dále bych chtěla poděkovat svým rodičům za veškerou podporu, které se mi dostávalo po celou dobu studia. Na závěr bych ráda poděkovala Anetě Němcové, která mi pomáhala s konečnou úpravou a korekturou bakalářské práce.

OBSAH

1	ÚVOD	1
2	CÍL PRÁCE	2
3	METODY	3
3.1	DETERMINISTICKÉ MODELY	4
3.2	STOCHASTICKÉ MODELY	5
3.3	PŘEDPOVĚDNÍ MODELY VYUŽÍVANÉ V HYDROLOGII	6
3.3.1	<i>Markovovy řetězce</i>	9
3.4	POPIS MODELU	11
3.4.1	<i>Statistika</i>	12
4	APLIKACE	15
4.1	POPIS ZÁJMOVÉ OBLASTI	15
4.1	HYDROLOGICKÉ ÚDAJE ZÁJMOVÉ OBLASTI	16
4.1.1	<i>Vodní díla na toku</i>	18
4.2	KLIMATICKÉ ÚDAJE	20
5	KONSTRUKCE MODELU	21
5.1	SOFTWARE	21
5.2	KALIBRACE MODELU	21
5.3	APLIKACE MODELU	22
6	ZÁVĚR	26
7	POUŽITÁ LITERATURA	27
8	SEZNAM OBRÁZKŮ	29
9	SEZNAM TABULEK	30

1 ÚVOD

Oblast vodního hospodářství je jedna z mnoha oblastí, která se neustále vyvíjí v závislosti na vývoji klimatických změn. S předpokládanými projevy klimatických změn ovlivňujících jak zemskou atmosféru, tak i hydrosféru, lze očekávat, že bude častější výskyt extrémních hydrologických stavů. Extrémními hydrologickými stavy rozumíme tzv. hydrologické sucho, při kterém nebudou zabezpečeny potenciální nároky na zásobování vodou pro obyvatelstvo, průmysl, zemědělství a životní prostředí. Druhým případem extrémních hydrologických stavů je myšlený častý výskyt povodní. Extrémy by nastávaly, i v případě neměnného vývoje klimatu. V takovém případě by však bylo možné přesněji odhadnout četnost výskytu hydrologických extrémů.

Přesná předpověď vývoje průtoku na tocích je velmi důležitá pro plánování a hospodaření s vodními zdroji. Předpověď může být využita i pro včasné varování a snížení důsledků přírodních katastrof (hydrologických extrémů).

Tvorba přesné a precizní předpovědi průtoku je ovlivňována mnohými faktory jako jsou například srážky, povrchový odtok, výpar, topografie území či samotná lidská aktivita. Je proto poměrně složité vytvořit takový model, který zahrnuje veškeré proměnné ovlivňující výsledný budoucí průtok.

Cílem a předmětem práce je na základě poskytnuté stoleté průtokové řady předpovědět průtoky na následujících šestnáct let. Pro předpověď budoucích průtoků je v práci využita metoda Markovových řetězců (dále jako MŘ). Tato metoda bude popsána dále.

Pro práci byla volena metoda MŘ, protože průtok v měrném profilu lze považovat za náhodný proces. Pro správné vyhodnocení předpovědi jsou nezbytně nutné záznamy historických průtokových řady průměrných měsíčních průtoků, na základě, kterých se následně bude vyhodnocovat možný budoucí průběh průtoků v měrném profilu. Předpověděná průtoková řada se následně bude porovnávat se skutečnou průtokovou řadou. Porovnáním předpovězených a skutečných průtoků zjistíme, jak je zvolený matematický model korektní.

2 CÍL PRÁCE

Cílem práce je sestavení modelu pro předpověď průtoku vody v měrném profilu. Tento model bude vytvořen pro krátkodobou předpověď. Konstrukce takového předpovědního modelu spočívá ve vytvoření algoritmu, který je schopen s určitou pravděpodobností vypočítat průtoky na měrné profilu. V případě této práce se jedná o predikci pro následujících 15 let. Mírou schopnosti předpovědi je myšlena chyba, která se objeví v jakémkoliv předpovědním modelu. Algoritmus, který bude v rámci této práce sestaven je založen na principu Markovových řetězců, které budou popsány dále. Proto, aby bylo možno algoritmus sestavit, bude využíváno interakčního prostředí programu Matlab.

3 METODY

Matematický model představuje zjednodušené znázornění reálného světa. Nejlepší model je ten, který podává výsledky co nejbližší realitě s použitím nejmenších parametrů a složitosti modelu. Modely jsou používány především pro predikci chování systému a pochopení různých hydrologických procesů.

V deterministické teorii je správná předpověď je jednoduše založena na vstupních datech, protože jak bude zmíněno v další kapitole, tak při tvorbě deterministických modelů do výsledků nevstupuje žádná náhodná proměnná. Na druhou stranu tvorba stochastického modelu je o dost obtížnější, protože simulují průběh náhodných veličin, které s neustále mění. Právě pro to se v hydrologii rovněž používají stochastické modely, protože za náhodou veličinu lze považovat například průměrný měsíční průtok vody měrném profilu.

V hydrologii je nejčastěji vyžadována předpověď průtoků v měrných profilech, ať už hodinových, denních, měsíčních nebo ročních (případně delších časových intervalech). Pro tvorbu předpovědních modelů se používají různé vstupní hodnoty, ze kterých jsou předpovídány průtoky. Vhodné zvolení matematického modelu je velmi důležité. Nevhodně provedená predikce může mít až katastrofální následky. V této práci byly pro zvolenou metodu výpočtu předpovědi průtoky použity historické záznamy průměrných měsíčních průtoků.

Kapitola metody se dále zabývá rozdělením matematických modelů na stochastické a deterministické což je základní dělení stochastických modelů podle toho, zda berou či neberou v úvahu náhodné vlivy působící v modelovacích systémech. Obsahem kapitoly bude rozdělení a popsání jednotlivých typů modelů.

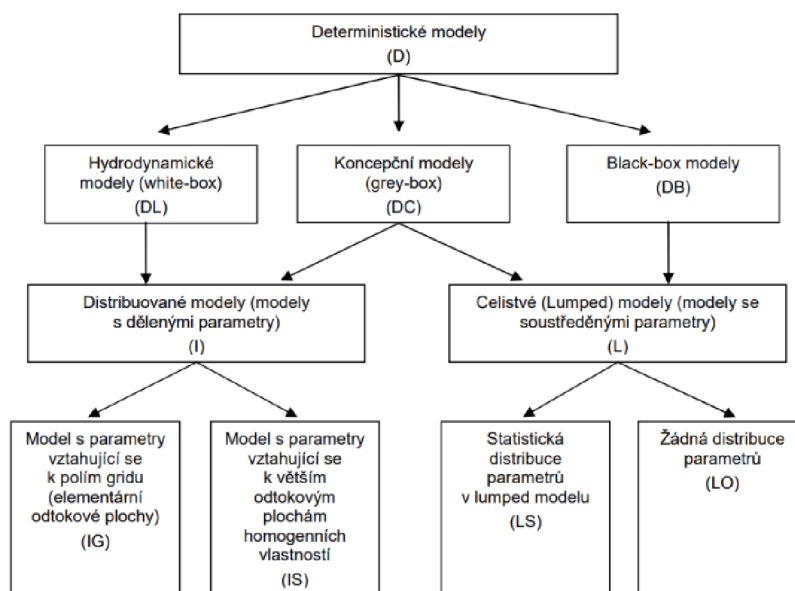
3.1 DETERMINISTICKÉ MODELY

Charakteristickým znakem pro deterministické modely je to, že neberou v úvahu náhodné změny. Deterministický model s ohledem na vstupní data a hodnoty parametrů, přesně určuje výstup, takže vždy dosáhne stejného výsledku. (McGarigal, 2000)

Pro vytvoření matematického modelu, který je chápán jako deterministický je zapotřebí použít takových veličin, které nepodléhají náhodným vlivům. Jsou to takové veličiny, které se například mají nulový rozptyl.

Příklady deterministických modelů užívaných v hydrologii mohou být:

- Black box modely (typ černá skříňka)
V porovnání s ostatními typy modelů potřebují modely typu black box nejméně vstupních dat. Jako vstupní data můžeme považovat například úhrn srážky nebo teplotu. Teplota je významná veličina pro hydrologické modelování, zejména pak klimatických režimech ve spojení se sněhem. (Chong-Yu Xu, 2017)
- Koncepční modely (grey box) – respektují základní fyzikální zákony v jejich zjednodušené formě. Některé komplikované vazby jsou nahrazeny vztahy, jež jsou empiricky odvozeny. Mezi grey box modely patří většina operativně provozovaných předpovědních modelů. (Daňhelka, 2007)
- Modely fyzikálně koncipované (white box) – mají přesně fyzikálně definované vztahy. Velkou nevýhodou oproti koncepčním modelům je složitost systému a vztahů komplikujících operativnost daných modelů. (Daňhelka, 2007)



Obr. 1 Klasifikace deterministických modelů (2019)

3.2 STOCHASTICKÉ MODELY

Stochastické modely obsahují proměnné a parametry s vlastnostmi náhodných proměnných. Pro dané počítačové a krajové podmínky existuje rozsah možných vstupů a výstupů, přičemž model popisuje i pravděpodobnost jejich výstupu.

Pro zpracování této práce se využívá stochastického modelu, právě pro jeho práci s náhodnými proměnnými, mezi které se řadí například průtoky v měrných profilech. Výsledkem stochastických modelů mohou být mimo jiné třeba návrhy (předpovědi) průtoků, nebo generování průtokových či srážkových řad. (Svetlíková, 2010)

Teorie náhodných procesů je částí teorie pravděpodobnosti, která analyzuje její dynamické aspekty. Základním pojmem statické teorie pravděpodobnosti je pojem náhodná (stochastická) veličina X – kvantifikátorem náhodné veličiny je interval hodnot. Náhodné procesy určují nejen určité stavy náhodné veličiny lokálně a staticky, ale i v průběhu času a v prostoru.

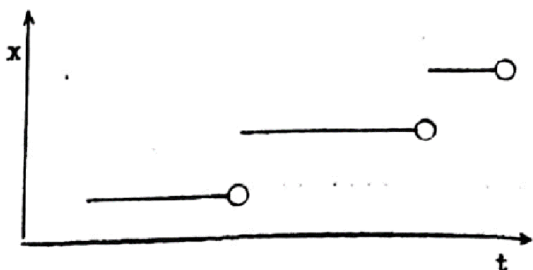
Náhodný proces $\{X(t), t \in T\}$ je množina náhodných proměnných $X(t)$ závislých na čase jako parametru, který je definovaný na reálné časové množině T . Podle toho, jaká je množina T , dělí se náhodné procesy na procesy s diskrétním nebo spojitým časem.

Jestliže T je spočítatelná množina T_n , tak proces $\{X(t), t \in t_n\}$ je náhodný proces s diskrétním časem. Časová linie není souvislá, ale je rozdělená na úseky – skoky. Příkladem může být pozorování zákazníků ve frontě v danou dobu (zákazníci mohou ve stejnou dobu přistoupit do fronty, jiní mohou vystoupit).

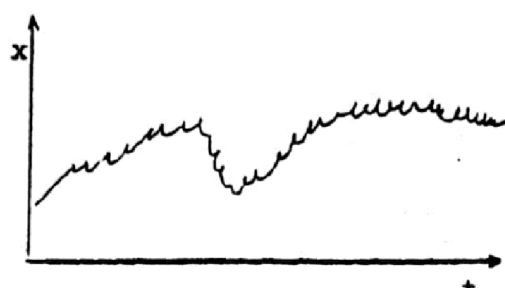
Jestliže T je časový interval (konečný nebo nekonečný), proces $\{X(t), t \in T\}$ je náhodným procesem se spojitým časem. Časová linie je nepřerušovaná – kontinuální. Například pozorování spotřeby materiálu ze skladu výrobním závodě. Tento příklad by platil pouze tady, že by materiál nebyl v průběhu výroby do skladu průběžně doplňován. (Unčovský, 1992)

Bílý šum je stochastický proces $\{\varepsilon_t, t \in T\}$, kde ε_t jsou nekorelované náhodné veličiny s nulovou střední hodnotou a konstantním rozptylem. Značí se

$$\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (3.2.1)$$



Obr. 3 Graf stochastického s diskrétním časem



Obr. 2 Graf stochastického modelu se spojitým časem

(Zapletal, 2004)

3.3 PŘEDPOVĚDNÍ MODELY VYUŽÍVANÉ V HYDROLOGII

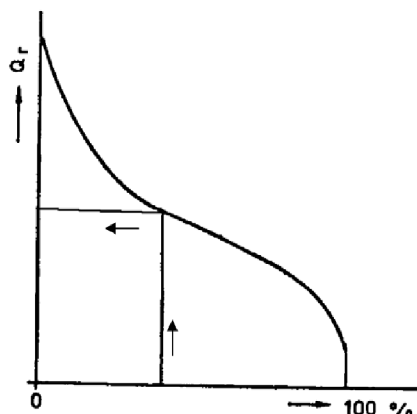
Model absolutně náhodné posloupnosti

Jedná se o jeden z nejzákladnějších a nejjednodušších modelů náhodné posloupnosti. Je určen pouze statickými parametry a rozložením pravděpodobnosti. Autokorelační funkce je nulová. Model funkce může v jednoduchém tvaru vyjádřit například průměrné roční průtoky.

$$Q_r = P(\varepsilon_r) \quad (3.3.1)$$

ε_r bílý šum s jedničkovým rozptylem a nulovou střední hodnotou

Principem tvorby tohoto modelu je sestavení teoretické čáry překročení pro vypočítané statické parametry. Z vytvořené čáry překročení se odečítají její pořadnice v pořadí podle pseudonáhodných čísel. Díky nezávislosti na autokorelační funkci stačí odhadnout parametry rozložení pravděpodobnosti. Tohoto poznatku lze využít v metodách hydrologické analogie, kde pro měrný profil s nedostatkem pozorování není třeba zkoumat chronologický průběh reálné průtokové řady.



Obr. 4 Stanovení Q_r z čáry překročení průměrných ročních průtoků

Lineární regresivní stochastické modely

Při tvorbě lineárních stochastických modelů je primárním krokem transformace vstupních veličin (průtoků) na veličiny s normálním rozdělením – vytvoří se posloupnost se všemi předepsanými korelačními vztahy, ale s normálním rozdělením. Jednou z možností je například logaritmicko-normální transformace, která převádí rozdělení náhodných veličin x na normální.

$$Z = \frac{y - \mu(y)}{\sigma_y} \quad (3.3.2)$$

$\mu(y)$ střední hodnota

σ_y směrodatná odchylka

Z průměrný měsíční průtok transformovaný na normované normální rozdělení

$y = \ln(x - x_0)$

Periodické modely

Periodické modely jsou založeny na předpokladu, že je zkoumaná řada tvořena směsí sinusových a kosinusových křivek s různými amplitudami a frekvencemi. Základem je znalost spektrální hustoty (vlastností periodogramu), pro kterou je hledán model s nejlepší shodou ve tvaru různých periodických složek. Za nejlepší odvození přiléhavého modelu se považuje přiblížení a minimálním reziduálním rozptylem.

Desagregační modely

Desagregačními modely rozumíme modely, jež se zakládají na postupném rozkladu posloupnosti průměrných hodnot na posloupnosti s kratším časovým intervalem například na posloupnosti čtvrtletní, měsíční či týdenních hodnot.

Modely vycházejí z posloupnosti daných reálných empirických hodnot podobně jako regresivní a periodické modely. Odlišností těchto modelů je dodržování pravděpodobnostní vlastnosti jak pro nejkratší, tak i pro delší požadovaný interval.

Metoda fragmentů

Fragment – dvanáctice náhodných čísel reálných průměrných měsíčních průtoků v každém roce
Při tvorbě modelu pomocí metody fragmentů dochází k náhodnému přiřazování k předem negenerovaným průměrným ročním průtokům – tím lze získat libovolně dlouhou umělou řadu průměrných měsíčních průtoků.

Metoda zachovává statické parametry (spolu s autokorelační funkcí) řady průměrných ročních průtoků. Taktéž jsou zachovány korelace mezi měsíčními průtoky uvnitř jednotlivých roků – porušeny jsou pouze v rámci fragmentů. (Starý, 2005)

Modely vycházející z Box Jenkinsonovy metodologie

Metoda Box Jenkinsonovy metodologie vychází z korelační analýzy náhodných procesů a vytváří modely na základě autokorelačních vlastností náhodných veličin a vlastností jejich reziduální složky. Modely mají stochastický charakter.

Základem pro tyto modely jsou stacionární náhodná veličina y_t (s nulovou střední hodnotou) jako lineární kombinace hodnot bílého šumu ε_t v současném okamžiku t a v minulých okamžicích $t-j$.

$$y_t = \varepsilon_t + \Psi_1 \varepsilon_{t-1} + \Psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots \quad (3.3.3)$$

Ψ_t parametry
 ε_t bílý šum

Používány jsou taktéž zjednodušené případy obecného lineárního procesu, kde je volen konečný počet členů s nejmenším počtem parametrů. Příkladem takových to stacionárních procesů můžou být modely MA (Moving Average), AR (Autoregressive), ARMA (Autoregressive Moving Average), ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) (Starý, 2005)

MA model (Moving Average)

Model klouzavých součtů lze zapsat takto:

$$y_t = \varepsilon_t + w_1\varepsilon_{t-1} + w_2\varepsilon_{t-2} + \dots + w_q\varepsilon_{t-q} \quad (3.3.4)$$

w parametry modelu

ε_t bílý šum

MA proces lze zapsat i pomocí zpětného posunutí:

$$y_t = w(B)\varepsilon_t \quad (3.3.5)$$

Proces MA je stacionární pro jakoukoliv volbu jeho parametrů a jeho střední hodnota je nulová. Proces MA je invertibilní v případě, že veškeré kořeny polynomu $w(B)$ leží mimo jednotkový kruh – v komplexní rovině.

AR model (Autoregressive)

Tento model je založen na poznatku, že každá hodnota v časové řadě je v závislosti s předchozími hodnotami této řady. AR model může být zapsán jako:

$$y_t = b_1y_{t-1} + b_2y_{t-2} + \dots + b_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.3.6)$$

b_1, b_2, \dots, b_p koeficienty autoregresního procesu

ε_t bílý šum

y_t nová hodnota řady vypočtená na základě předchozích hodnot

AR proces lze zapsat také pomocí zpětného operátoru:

$$b(B).y_t = \varepsilon_t \quad (3.3.7)$$

$b(B)$ autoregresní operátor

ARMA model (Autoregressive Moving Average) – smíšený model

Jedná se o kombinaci procesů AR a MA. Pomocí zpětných operátorů lze ARMA proces zapsat takto:

$$b(B).y_t = w(B)\varepsilon_t \quad (3.3.8)$$

ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) – integrovaný smíšený model

Jedná se o nestacionární integrovaný model, kde „I“ znamená integraci. Daný model modeluje stochasticky jak náhodnou fluktuaci, trendovou složku. Definice modelu ARIMA:

$$b(B).v_t = w(B).\varepsilon_t \quad (3.3.9)$$

$$v_t = \Delta^d y_t \quad (3.3.10)$$

(Danel, 2004)

3.3.1 Markovovy řetězce

Základní pojmy náhodných procesů s diskretním časovým parametrem a konečným počtem stavů zavedl ruský matematik A. A. Markov roku 1907. V roce 1936 A. N. Kolmogorov – taktéž ruský matematik, tyto základy zevšeobecnil pro spočitatelnou množinu stavů a dnes představuje teorie Markovových procesů jednu z nejrozšířenějších částí teorie pravděpodobnosti.

Markovovy řetězce jsou nejjednodušším případem náhodných procesů. Jsou to procesy s diskretním časovým parametrem, který nabývá hodnoty z množin celých nezáporných čísel. (Piatka, 1981)

Stochastickým dynamickým diskretním systémem X je myšlena uspořádaná dvojice $(\Omega; P(n))$, kde:

$\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_j, \dots\}$	stavový prostor
ω_j	stavy systému X
$P(n) = [p_1(n), \dots, p_j(n), \dots]$	matice rozdělení pravděpodobnosti stavů systému X po n krocích $n = 0, 1, \dots$

$p_j(n)$ je pravděpodobnost, že systém X je po n krocích ve stavu ω_j . Při zadání $\omega_j = j$ pak platí

$\Omega = \{1, 2, \dots\}$. Stav systému X po n -krocích vyjadřuje diskretní náhodná veličina X_n s rozdělením pravděpodobnosti $P(n)$, která nabývá hodnot $j = 1, 2, \dots$. Posloupnost $\{X_n\}$ diskretních náhodných veličin $X_n, n = 0, 1, \dots$, se nazývá Markovův řetězec v případě, že pro každý index $k = 1, 2, \dots$ a pro všechny možné hodnoty i, j, h, \dots náhodných veličin X_n je

$$P(X_k = j | (X_{k-1} = i, \dots, X_0 = h)) = P(X_k = j | X_{k-1} = i) \quad (3.3.1.1)$$

Podmíněná pravděpodobnost $p_{ij,k} = P(X_k = j | X_{k-1} = i)$ – pravděpodobnost přechodu systému X v k -tém kroku za stavu i do stavu j .

Matice pravděpodobnostního přechodu pro k -tý krok popisuje přechod systému X v k -tém kroce ze stavu i do stavu j

$$\mathbf{P}_k = \begin{bmatrix} P_{11,k} & P_{12,k} & P_{13,k} & \dots \\ P_{21,k} & P_{22,k} & P_{23,k} & \dots \\ P_{31,k} & P_{32,k} & P_{33,k} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (3.3.1.2)$$

$$\sum_j p_{ij,k} = 1 \text{ pro veškerá } i = 1, 2, \dots$$

V případě, že pravděpodobnost přechodu $p_{ij,k}$ závisí na hodnotě k , jedná se o nehomogenní Markovův řetězec $\{X_n\}$. v opačném případě, kde pravděpodobnost přechodu $p_{ij,k}$ nezávisí na hodnotě k (pro veškeré hodnoty $p_{ij,k} = p_{ij}$), jedná se o homogenní Markovův řetězec $\{X_n\}$. Matice pravděpodobností přechodu je konstantní a značí se:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \dots \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \dots \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (3.3.1.3)$$

Pravděpodobnost $p_{ij}^{(n)} = P(X_n = j | X_0 = i)$, že systém X přejde ze stavu i do stavu j právě po n krocích, $n = 1, 2, \dots$, nazýváme pravděpodobností za n kroků. Matice $\mathbf{P}^{(n)}$ s prvky $p_{ij}^{(n)}$, se nazývá matice pravděpodobnosti za n kroků.

3.3.1.1.1 Vybrané vlastnosti Markovových řetězců

- Markovův řetězec $\{X_n\}$ je *konečný*, jestliže má konečný počet stavů.
- Stav j je *dosazitelným* ze stavu i , jestliže existuje $n = 1, 2, \dots$ takové, že $P_{ij}^{(n)} > 0$
- Markovův řetězec $\{X_n\}$ je *absorbující*, jestliže není možno přejít z jednoho stavu do jiného. Absorbující Markovův řetězec $\{X_n\}$ je takový, kdy má Markovův řetězec alespoň jeden absorbující stav a z každého stavu lze do absorbujícího stavu přejít (nemusí být jedním krokem) – dosáhnutím řetězce některého absorbujícího stavu, je absorbován
- Markovův řetězec je *periodický*, jestliže se návrat systému do libovolného stavu může být proveden pouze v takovém počtu kroků, který je násobkem vhodného přirozeného čísla

(Karpíšek, 2005)

3.4 POPIS MODELU

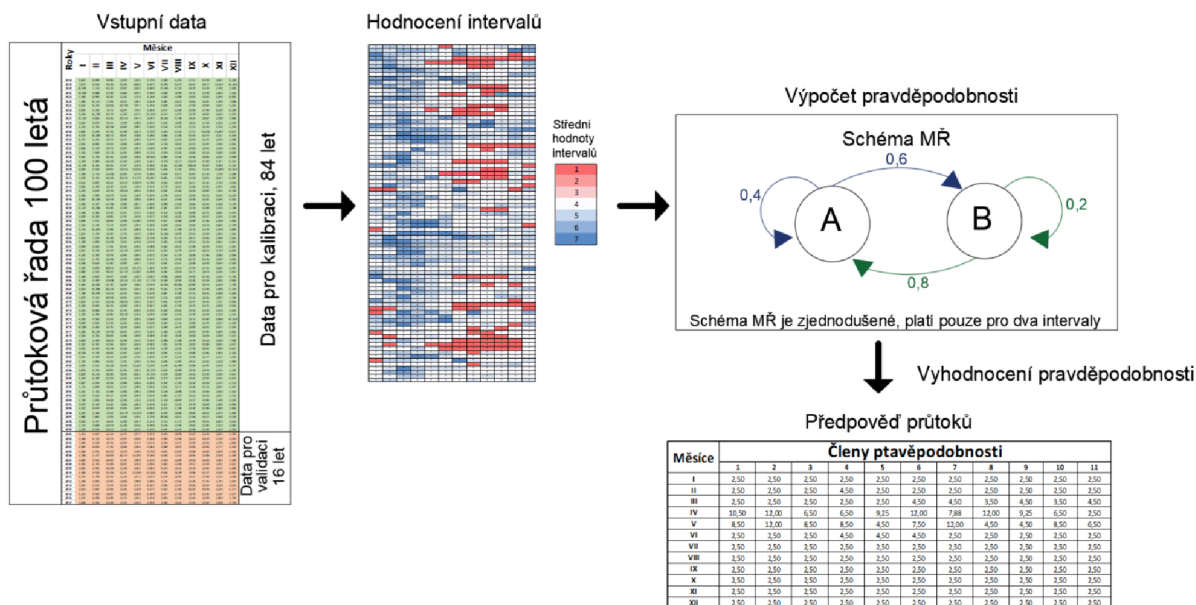
V rámci této práce byl pro výpočet předpovědi průtoků zvolen matematický model založen na principu Markovových řetězců. Vstupními daty pro výpočet předpovědi byla stoletá řada průměrných měsíčních průtoků.

Úkolem vytvořeného modelu je předpovědět průtoky na 1 až 11 měsíců dopředu pro validačním období 15 let s co nejmenší chybou. Jedním z faktorů ovlivňující velikost výsledné chyby výpočtu je velikost a počet zvolených intervalů. Intervaly se volí tak, aby pokryly veškeré průtoky z naměřené řady. Průtoky se rozdělí podle hodnot do příslušných intervalů (stavy). Poté jsou vypočteny pravděpodobnosti transformací jednotlivých stavů (matice stavů). Současný stav je získán zatříděním posledního měřeného průtoku.

Model transformuje současný stav do budoucího stavu, který je na základě výpočtů nejvíce pravděpodobný.

Nejprve se byly provedeny výpočty, pro které byla zvolena jako hodnota předpovědi uvažována střední hodnota vybraného stavu. Pro minimalizaci chyby výpočtu mohou být voleny i jiné hodnoty v rámci daných stavů. Výše popsany proces je znázorněn na obr.5.

Doposud zmiňovaný postup platí v případě předpovědi průtoku pro první člen vektoru předpovědi. V případě, že člen vektoru je delší než 1. Je zaveden předpoklad, že následující člen (měsíc) je členem sousedním. Model tedy bere v potaz pouze vazby mezi současným stavem a předpovídaným stavem. Díky této vlastnosti model není rekurentní.



Obr. 5 Diagram postupu tvorby předpovědi

3.4.1 Statistika

Řešení vodohospodářských úloh, které jsou nadstavbou hydrologie v dialogu člověka s vodou souvisí i obor matematické statistiky, které se zabývají stochastickými veličinami. Většina přírodních jevů, obzvláště pak hydrologických (průtok, stav hladiny, teplota, srážkový úhrn) je výsledkem působení komplexu okolností kauzálního a stochastického charakteru.

Realizaci fyzikálních jevů s vysokou mírou náhodnosti není možné určit zcela přesně, a proto jejich výskyt vyjadřujeme za pomoci pravděpodobnostních zákonitostí hromadného výskytu. Popisem těchto zákonitostí se zabývá právě statistika. Základní nástrojem řešení stochastických úloh je teorie pravděpodobnosti. (Bzenecký, 1988)

1. Aritmetický průměr

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.4.1.1)$$

\bar{x} aritmetický průměr

x_i i-tý člen souboru

n rozsah souboru

Je to základní a nejdůležitější charakteristika souboru. Jeho nejdůležitější vlastnosti jsou:

- Jeho stanovení je velmi jednoduché, slouží k odvození dalších významných vztahů
- Suma odchylek jednotlivých hodnot je od aritmetického průměru rovna nule

$$\sum (x_i - \bar{x}) = 0 \quad (3.4.1.2)$$

- Může být nepříznivě ovlivňován krajními hodnotami. Na místo aritmetického průměru lze použít například medián, rozptyl či směrodatná odchylka.

a. Medián

Definice: hodnota prvku, stojícího uprostřed řady seřazené podle velikosti

Značí se: x_{me}

b. Směrodatná odchylka

Výhoda směrodatné odchylky s je v tom, že její rozměr je shodný jako rozměr aritmetického průměru. Díky této vlastnosti je možné směrodatnou odchylku a aritmetický průměr navzájem sčítat, odečítat, případně jednu veličinu nahradit druhou.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.4.1.3)$$

Proměnné jsou popsány v rovnici pro aritmetický průměr (3.4.1.1)

c. Rozptyl

Definice: průměr čtverců odchylek od aritmetického průměru

Představuje druhou mocninu směrodatné odchylky. Značí se s^2

$$s^2 = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.4.1.4)$$

Proměnné jsou popsány v rovnici pro aritmetický průměr (3.4.1.1)

d. Variační rozpětí

Variační rozptyl je náhodné nezáporné číslo, které udává velikost rozptýlení náhodné veličiny

$$R = m_{max} - x_{min} \quad (3.4.1.5)$$

R variační rozptyl
 x_{max}, x_{min} krajní hodnoty znaků, které do intervalu zařazujeme

2. Průměrná odchylka

$$\delta = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{i=n} |x_i - \bar{x}| \quad (3.4.1.6)$$

Δ průměrná odchylka
 $|x_i - \bar{x}|$ absolutní hodnota rozdílu i-tého členu souboru aritmetického průměru
n rozsah souboru

3. Součinitel variace

$$C_v = \frac{s}{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^{i=n} (k_i - \bar{x})^2} \quad (3.4.1.7)$$

s směrodatná odchylka souboru
 \bar{x} aritmetický průměr souboru
 $k_i = \frac{x_i}{\bar{x}}$ poměrové číslo, které vyjadřuje podíl i-té veličiny a aritmetického průměru

4. Součinitel asymetrie

Díky němu lze stanovit velikost a smysl odchylky od symetrického rozdělení

$$C_s = \frac{n}{(n-1) * (n-2)} * \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (k_i - 1)^3}{C_v^3} \quad (3.4.1.8)$$

Symbols jsou popsány v rovnici pro výpočet Součinitele variace (3.4.1.7)

(Zapletal, 2004)

3.4.1.1.1 Statistická rozdělení

Normální rozdělení (Gaussova křivka)

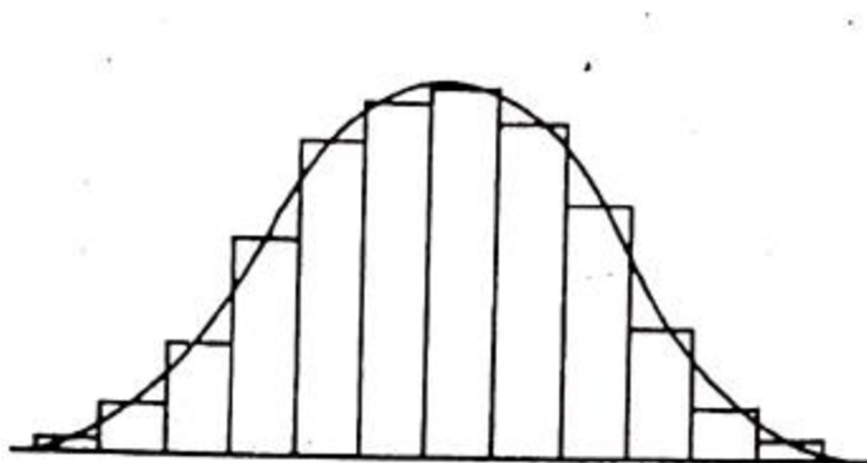
Při používání statistických rozdělení je vždy uvažováno rozdělení četností – počty členů souboru připadajících na jednotlivé intervaly. Podle intervalů, do kterých spadají určité počty členů, se vytváří graf, který je reprezentován křivkou, jež nazýváme frekvenční funkce. Plynulost křivky se odvíjí od šířky intervalů. Při větším souboru hodnot lze volit podstatně užší intervaly a frekvenční funkce je pak vykreslena jako plynulá křivka. Typickým příkladem pro frekvenční funkci je normální rozdělení – Gaussova (frekvenční) křivka. Rovnice frekvenční funkce:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.4.1.1.1)$$

x proměnná

σ, μ parametry

(Zapletal, 2004)



Obr. 6 Gaussova-Laplaceova křivka

4 APLIKACE

4.1 POPIS ZÁJMOVÉ OBLASTI

Měrný profil se nachází na řece Svitava v obci Bílovice nad Svitavou. Obec leží v Jihomoravském kraji v okrese Brno-venkov, 2 km severo-východně od města Brna. Celková rozloha katastrálního území činí 1470 ha a leží v rozmezí nadmořských výšek 217,88 – 428,00 m n.m.

Obec leží v geomorfologickém celku Dražanská vrchovina, v pod celku Adamovská vrchovina – je tvořena především vyvřelými horninami. Reliéf má charakter ploché vrchoviny s příkrými svahy směřujícími do hluboce zaříznutého údolí, kterým protéká řeka Svitava. V údolí vodních toků se nachází holocenní nivní sedimenty. (2010)



Obr. 7 umístění měrného profilu v rámci ČR

4.1 HYDROLOGICKÉ ÚDAJE ZÁJMOVÉ OBLASTI

Řeka Svitava pramení u obce Javorník, jež se nachází v Pardubickém kraji okres Svitavy. Dále pak teče přes Jihomoravský kraj obcemi Letovice, Rájec – Jestřebí, Blansko, Adamov, Bílovice nad Svitavou, Brno, kde se vlévá do řeky Svatky. Řeka je dlouhá 98,4 km a rozloha povodí je 1149.4 km². Na přítocích řeky Svitavy se nachází dvě vodní díla, která do jisté míry ovlivňují průtok v řece.

Katastrálním územím protékají další menší toky, které se do řeky Svitavy vlévají. Mezi větší přítoky se řadí potoky Časnýř, Kuni a Melatín. V území se pak dále nachází další menší přítoky, které na průtok nemají příliš velký vliv. (2010)



Obr. 8 Mapa toků v k.ú. Bílovice nad Svitavou [5]

Měrná stanice Bílovice nad Svitavou

Historická a aktuální data jsou získávána z měrné stanice umístěné v Bílovicích nad Svitavou. Stanice je situována přibližně 20 m od silničního mostu poblíž centra obce. Nula vodočtu se nachází ve výšce 217,87 m n.m. Souvislé měření je datováno od roku 1917. (2010)

Tab. 1 Průměrné N-leté průtoky zaznamenané v Bílovicích nad Svitavou

N-leté průtoky	Q ₁	Q ₅	Q ₁₀	Q ₅₀	Q ₁₀₀
[m ³ .s ⁻¹]	37	61	79	140	180

Tab. 2 Informace o měrné stanici

Informace o měrné stanici Bílovice nad Svitavou	
Číslo hydrologického pořadí	4-15-02-109
Staničení	15,51 [km]
Nula vodočtu	217,87 [m n.m.]
Průměrný roční stav	97 [cm]
Průměrný roční průtok	4,26 [m³.s⁻¹]



Obr. 9 Měrná stanice

4.1.1 Vodní díla na toku

VD Letovice

Nachází se na říčce Křetinka (pravostranný přítok řeky Svitavy) přítoku obce Křetín. Jedná se o vodní nádrž určenou pro nalepšení průtoku na řece Svitavě, k zajištění minimálního průtoku na řece Svitavě, pro odběr podzemní vody pro Brno v obci Březová nad Svitavou a pro výrobu elektrické energie na malé vodní elektrárně. Hráz vodního díla je zemní sypaná se středním jílovým těsněním. Výška hráze nad terémem je 28,5 m, délka hráze v koruně je 126 m, délka hráze v patě je 140 m a odběrná věž je vysoká 31,5 m. objem nádrže je větší jak 116 miliónů m³, rozloha je 111 ha. (2010)

Tab. 3 Souhrn parametrů VD Letovice

VD Letovice	
Tok	Křetinka
Koruna hráze	362,3 [m n.m.]
Kóta přelivu	360,1 [m n.m.]
Maximální retenční hladina	361,1 [m n.m.]
Hladina zásobního prostoru	360,1 [m n.m.]
hladina stálého nadržení	346,9 [m n.m.]
Výškový systém	Balt p. v.



Obr. 10 Poloha VD Letovice

VD Boskovice

Vodní dílo leží na říčce Bělá (levostranný přítok řeky Svitavy). Nádrž slouží pro odběr pitné vody pro město Blansko, k nalepšení průtoků na říčce Bělá, ke snížení kulminačních průtoků povodňových vln a pro výrobu elektrické energie na malé vodní elektrárně umístěné pod hrázi nádrže. Hráz je sypaná kamenitá se středním hlinitým těsněním. Je vysoká 42.5 m, dlouhá 305 m, odběrná věž je vysoká 44 m. objem nádrže je 7 miliónů m³, rozloha je 53 ha. (2010)

Tab. 4 Souhrn základních parametrů VD Boskovice

VD Boskovice	
Tok	Křetinka
Koruna hráze	362,3 [m n.m.]
Kóta přelivu	360,1 [m n.m.]
Maximální retenční hladina	361,1 [m n.m.]
Hladina zásobního prostoru	360,1 [m n.m.]
hladina stálého nadržení	346,9 [m n.m.]
Výškový systém	Balt p. v.



Obr. 11 Poloha VD Boskovice

4.2 KLIMATICKÉ ÚDAJE

Podle Quittovy klimatické klasifikace (Zapletal, 2004) spadá území do mírně teplé oblasti značené MT11. Průměrná roční teplota je 8 °C, roční srážky okolo 600 mm. Místní klima je silně ovlivňováno charakterem reliéfu.

Řazení podle Quittovy klasifikace závisí na 14 klimatologických charakterech:

(2010)

Tab. 5 Tabulka klimatických charakteristik dle Quittovy klasifikace

Charakteristika	MT11
Počet letních dnů	40 - 50
Počet dnů s prům. teplotou 10°C a více	140 - 160
Počet mrazivých dnů	110 - 130
Počet ledových dnů	30 - 40
Průměrná teplota v lednu [°C]	-2 - (-3)
Průměrná teplota v červenci [°C]	17 - 18
Průměrná teplota v dubnu [°C]	7 - 8
průměrná teplota v říjnu [°C]	7 - 8
Prům. poč. dnů se srážkami 1 mm a více	90 - 100
Srážkový úhrn ve vegetačním období [mm]	350 - 400
Srážkový úhrn v zimním období [mm]	200 - 250
Počet dnů se sněhovou pokrývkou	50 - 60
Počet zamračených dnů	120 - 150
Počet jasných dnů	40 - 50

5 KONSTRUKCE MODELU

5.1 SOFTWARE

Matlab je interaktivní prostředí, které využívají vědci a inženýři po celém světě pro své vědecké a technické výpočty, maticové operace, analýzu dat, vizualizaci a vývoj algoritmů. Matlab je využíván ve velkém množství oblastí a odvětví jako je např. aplikovaná matematik, strojového učení (umělá inteligence) atd. Vývojové prostředí Matlab je schopný komunikovat s programy vytvořenými v programovacích jazycích jako je například programovací jazyk C, C++, Fortran nebo Java.

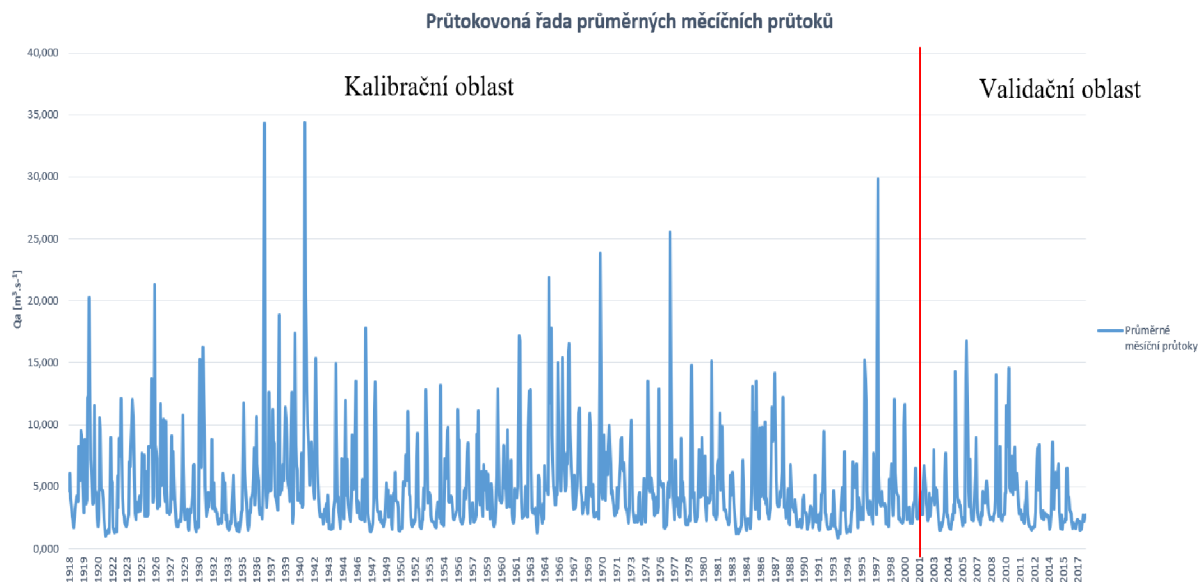
5.2 KALIBRACE MODELU

V rámci kalibrace modelu je zapotřebí vhodně zpracovat reálnou průtokovou řadu. Vstupní průtoková řada byla poskytnuta Českým hydrometeorologickým ústavem. Jedná se o stoletou průtokovou řadu, jež vznikla na základě nepřetržitého měření a zaznamenávání na měrné stanici (Bílovice nad Svitavou).

V prvním kroku byla průtoková řada rozdělena na dvě části, a to na část kalibrační, jež zahrnuje 84 let záznamu a validační, která se skládá ze zbylých 16 let z celkové stoleté řady.

Validační oblast je volena pro vyhodnocení zvoleného výpočtového modelu. Správnost se prokazuje velikostí chyby mezi vypočtenými hodnotami a hodnotami skutečnými. Je zcela logické, že čím menší odchylka bude, tím bude model považován za přesnější a naopak.

Obr. 12 znázorňuje rozložení kalibrační a validační části na průtokové řadě.



Obr. 12 Průtoková řada průměrných měsíčních průtoků

5.3 APLIKACE MODELU

Prvotním úkolem při aplikaci modelu bylo vytvořit intervaly hodnot, které by zastupovaly určitou část průtoků. Intervaly bylo nutné volit tak, aby byly pokryty veškeré průtoky v průtokové řadě. Zvolená nastavení modelu se lišili jednak velikostí intervalů i počtem intervalů potřebných pro pokrytí všech průtoků. Cílem těchto zkušebních výpočtů bylo najít takové rozdělení intervalů, při kterém bude chyba výpočtu e nejmenší.

$$e = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (Q_r - Q_{pi,j})^2 \quad (5.3.1)$$

e suma sumy průměrné chyby pro celé předpovídané období

i měsíc

j rok

Q_r ; reálné průměrné měsíční průtoky

Q_{pij} předpovězené průtoky

Při kalibraci došlo k rozdělení průtoků do předem zvolených intervalů. Velikosti a počet intervalů rozhodovaly o tom jako velká bude hodnota e . Byla zvolena 4 různá intervalová nastavení. Pro každé intervalové nastavení byl proveden výpočet chyby e pro ověření, které z nastavení je nejlepší (nejmenší chyba). V první fázi výpočtu předpovědi byly použity střední hodnoty intervalů. Výsledné hodnoty chyby e jsou ukázány v tabulce (tab.6).

Tab. 6 Hodnoty zkoušených intervalů, suma chyby e výpočtu

Počet intervalů	Hodnoty intervalů											e
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	
7	0 - 2	2 - 4	4 - 6	6 - 8	8 - 10	10 - 12	/	/	/	/	/	27772
5	0 - 3	3 - 6	6 - 9	9 - 12	12 - 15	/	/	/	/	/	/	27773
3	0 - 5	5 - 10	10 - 15	/	/	/	/	/	/	/	/	27775
8	0 - 1,5	1,5 - 3	3 - 4,5	4,5 - 6	6 - 7,5	7,5 - 9	9 - 11,5	11,5 - 13	/	/	/	27782

Na základě porovnání výsledků jednotlivých hodnot e pro zvolené intervalů (viz tab.6) bylo rozhodnuto, že pro další vyhodnocení bude použita varianta se 7 intervaly, kde byla vypočítaná nejmenší hodnota e . Hodnoty intervalů jsou:

$$\langle 0;2 \rangle \quad \langle 2;4 \rangle \quad \langle 4;6 \rangle \quad \langle 6;8 \rangle \quad \langle 8;10 \rangle \quad \langle 10;12 \rangle$$

V dalším postupu se pozorovala velikost změny chyby e v závislosti na změně hodnoty v rámci zvolených intervalů.

1. Aplikace střední hodnoty intervalu

Tab. 8 Tabulka sum průměrných chyb za celé předpovídané období, střední hodnot intervalu

	Leden	Únor	Březen	Duben	Květen	Červen	Červenec	Srpen	Září	Říjen	Listopad
50%	1368	2051	2482	2523	2844	3082	3134	3054	2858	2389	1987

Tab. 7 Výsledné dílčí chyby při zvolení střední hodnoty intervalů pro 1. člen předpovědi

Rok	Leden	Únor	Březen	Duben	Květen	Červen	Červenec	Srpen	Září	Říjen	Listopad	Prosinec
2001	0,064	0,859	12,481	20,479	41,250	0,347	0,007	0,023	2,520	0,104	0,036	0,046
2002	5,597	2,961	1,269	5,776	0,127	0,482	0,245	2,063	0,136	0,389	1,255	0,973
2003	15,966	0,289	3,684	4,664	2,972	5,416	1,110	0,292	0,292	1,171	1,449	0,835
2004	0,000	9,093	0,525	34,979	5,838	0,102	1,041	0,486	0,343	1,000	0,050	0,456
2005	0,313	0,008	127,398	36,361	0,647	1,464	0,707	0,156	0,219	0,111	1,327	0,269
2006	0,643	0,677	118,735	22,538	0,003	0,168	2,434	17,823	0,011	0,374	0,327	0,512
2007	0,756	8,498	3,877	61,721	4,371	0,218	0,431	1,211	3,673	0,101	2,510	0,365
2008	0,232	1,689	5,993	1,437	2,151	0,024	0,158	0,425	0,295	0,199	0,562	0,016
2009	0,018	0,984	121,075	44,385	5,751	0,040	27,288	5,558	0,341	0,539	0,107	0,037
2010	2,213	0,196	21,005	1,492	8,677	91,550	3,709	0,138	20,210	10,349	2,009	3,853
2011	0,654	3,232	0,808	34,736	2,040	0,017	0,020	0,009	0,440	0,045	0,714	0,869
2012	0,192	1,102	2,571	10,186	1,005	1,427	1,610	0,319	0,276	0,527	0,506	1,389
2013	3,735	6,321	0,064	8,145	18,134	11,470	82,710	0,274	0,020	0,004	0,451	0,135
2014	0,035	0,092	0,166	0,148	0,595	2,024	1,413	3,116	31,754	4,333	0,050	4,737
2015	4,508	3,711	3,658	0,740	35,905	0,398	1,752	2,985	2,045	1,314	0,784	0,328
2016	0,461	12,307	0,241	45,238	0,662	3,423	0,021	0,763	1,783	1,082	1,032	1,456

2. Aplikace 60% hodnoty intervalu

Tab. 10 Tabulka sum průměrných chyb za celé předpovídané období, pro 60 % hodnotu intervalu

	Leden	Únor	Březen	Duben	Květen	Červen	Červenec	Srpen	Září	Říjen	Listopad
60%	1365	2040	2469	2514	2834	3070	3121	3041	2845	2375	1973

Tab. 9 Výsledné odchylky při zvolení 60% hodnoty intervalů pro 1. člen předpovědi

Rok	Leden	Únor	Březen	Duben	Květen	Červen	Červenec	Srpen	Září	Říjen	Listopad	Prosinec
2001	0,003	0,528	11,108	22,329	43,859	0,622	0,081	0,123	1,925	0,015	0,152	0,173
2002	4,691	2,313	1,759	6,777	0,024	0,799	0,483	1,529	0,324	0,180	0,847	1,408
2003	14,408	0,114	2,956	5,568	2,322	6,387	1,571	0,116	0,116	0,778	1,970	1,240
2004	0,047	7,927	0,275	37,385	6,844	0,269	1,489	0,247	0,148	0,640	0,179	0,766
2005	0,129	0,084	122,923	36,361	1,009	1,988	0,411	0,038	0,072	0,285	1,828	0,516
2006	1,004	1,046	114,416	22,538	0,003	0,372	3,098	16,174	0,094	0,658	0,596	0,838
2007	0,448	7,372	3,129	61,721	5,248	0,444	0,734	1,692	2,946	0,267	1,916	0,647
2008	0,079	2,248	5,054	1,957	2,778	0,126	0,357	0,725	0,553	0,417	0,901	0,108
2009	0,113	0,627	116,714	44,385	6,751	0,159	25,239	6,541	0,615	0,872	0,279	0,154
2010	1,658	0,412	19,212	1,043	7,539	87,763	2,979	0,326	18,452	9,102	1,482	3,108
2011	1,018	2,553	1,207	37,133	2,651	0,108	0,004	0,011	0,745	0,170	1,092	1,282
2012	0,057	0,722	3,252	11,503	1,446	1,945	2,158	0,133	0,106	0,277	0,261	1,900
2013	3,002	5,355	0,003	9,326	19,877	10,156	82,710	0,524	0,117	0,019	0,759	0,321
2014	0,150	0,253	0,368	0,342	0,944	2,633	1,928	2,450	29,540	5,205	0,001	3,907
2015	3,698	2,980	4,463	0,436	38,342	0,690	2,321	2,334	2,657	0,896	1,179	0,597
2016	0,772	10,944	0,478	47,969	1,027	4,203	0,119	1,153	2,357	0,706	1,478	1,978

1. Aplikace 75% hodnoty intervalu

Tab. 12 Tabulka sum průměrných chyb za celé předpovídané období, pro 75 % hodnotu intervalu

	Leden	Únor	Březen	Duben	Květen	Červen	Červenec	Srpen	Září	Říjen	Listopad
75%	1388	2052	2476	2529	2846	3079	3129	3049	2852	2382	1979

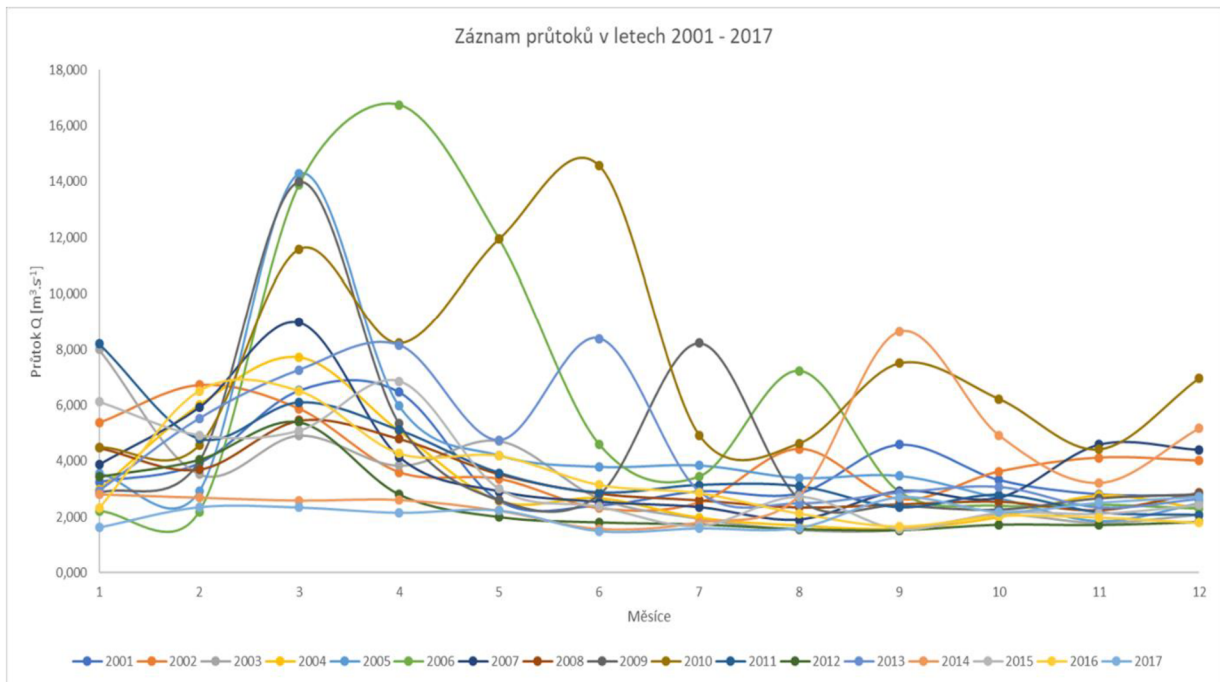
Tab. 11 Výsledné chyby při zvolení 75 % hodnoty intervalů pro 1. člen předpovědi

Rok	Leden	Únor	Březen	Duben	Květen	Červen	Červenec	Srpen	Září	Říjen	Listopad	Prosinec
2002	0,061	0,182	9,199	25,254	47,922	1,185	0,342	0,423	1,182	0,031	0,475	0,512
2003	3,481	1,490	2,645	8,429	0,021	1,426	0,990	0,877	0,756	0,015	0,385	2,210
2004	12,221	0,001	2,015	7,074	1,498	7,994	2,414	0,002	0,002	0,339	2,902	1,998
2005	0,267	6,328	0,051	41,144	8,504	0,671	2,311	0,039	0,007	0,250	0,523	1,381
2006	0,004	0,347	116,361	36,361	1,702	2,924	0,116	0,011	0,001	0,695	2,729	1,037
2007	1,695	1,750	108,088	22,538	0,003	0,828	4,245	13,851	0,369	1,235	1,150	1,478
2008	0,136	5,833	2,158	61,721	6,712	0,934	1,338	2,562	2,006	0,668	1,176	1,220
2009	0,000	3,238	3,795	2,886	3,868	0,429	0,806	1,326	1,089	0,895	1,561	0,394
2010	0,404	0,242	110,322	44,385	8,400	0,489	22,315	8,166	1,175	1,523	0,685	0,479
2011	0,976	0,888	16,672	0,520	5,982	82,232	2,033	0,758	15,965	7,382	0,842	2,140
2012	1,713	1,684	1,956	40,879	3,718	0,395	0,130	0,164	1,353	0,507	1,810	2,052
2013	0,004	0,302	4,424	13,628	2,257	2,872	3,129	0,004	0,001	0,051	0,045	2,817
2014	2,052	4,057	0,061	11,249	22,642	8,334	82,710	1,048	0,413	0,191	1,372	0,752
2015	0,472	0,645	0,822	0,782	1,616	3,696	2,851	1,601	26,369	6,664	0,077	2,811
2016	2,635	2,035	5,821	0,130	42,147	1,279	3,325	1,507	3,725	0,418	1,920	1,151
2017	1,389	9,049	0,983	52,214	1,725	5,523	0,415	1,887	3,368	0,292	2,298	2,912

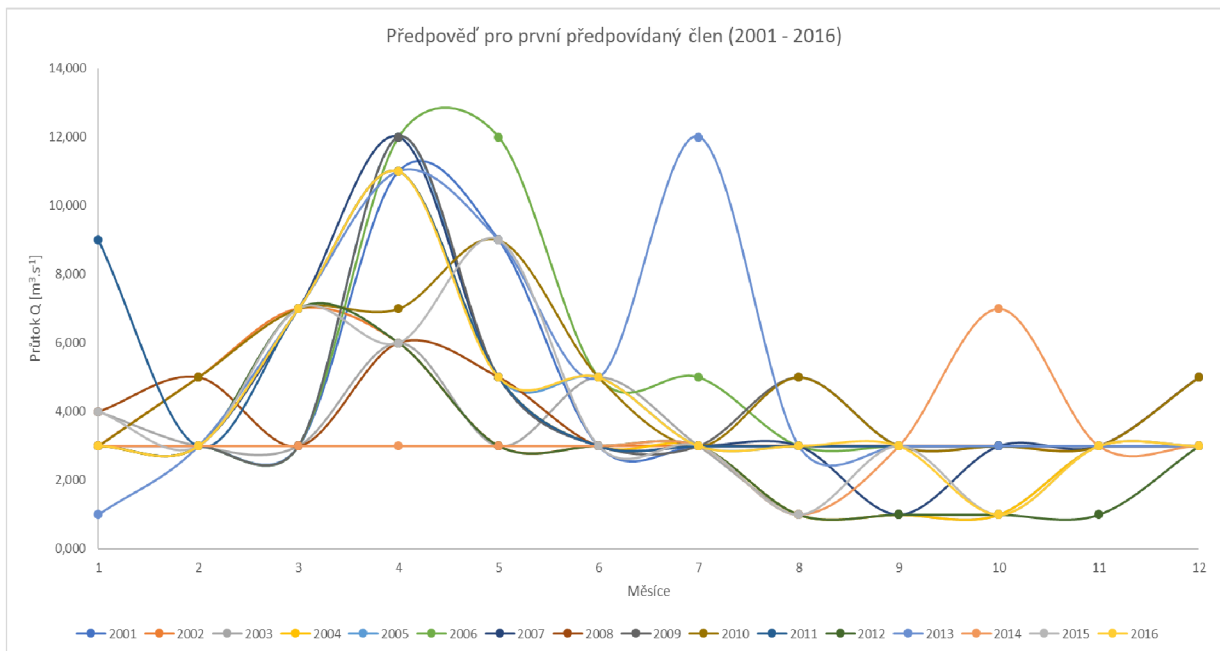
Při vyhodnocování jednotlivých roků, měsíců není zcela možné jasně konstatovat, který z výsledných nastavení je nejpříznivější.

Jednotlivé výpočty se liší v posunu hodnoty v rámci zvolených intervalů. Při porovnání výsledků hodnot chyby e , je patrné, že nejmenších chyb e bylo dosaženo při použití 60 % hodnoty intervalu.

Pro nejlepší nastavení byl vytvořen graf znázorňující předpovězenou průtokovou řadu (pouze první člen) obr. 14. Pro porovnání s reálnou průtokovou řadou je zde obr. 13, kde je vykreslena reálná průtoková řada.



Obr. 13 Graf reálných průtoků



Obr. 14 Graf předpovězených průtoků

6 ZÁVĚR

V rámci této bakalářské práce byl sestaven matematický model pro předpověď průměrných měsíčních průtoků v měrném profilu. Model pracuje na principu Markovových řetězců. Matice stavů byla sestavena na základě historických záznamů průtoků v měrném profilu. Během kalibrace bylo provedeno několik variant výpočtů, které prověřovali vhodné nastavení modelu tak, aby byla výsledná chyba e co nejmenší. V první fázi se jednalo o velikost a počet intervalů, do kterých se průtoky rozdělovaly. Součástí této fáze bylo vyhodnocení, které z uvažovaných nastavení intervalů má nejmenší hodnoty chyb e . Pro toto vyhodnocení byly ve všech případech nastaveny hodnoty předpovědi střední hodnoty intervalů. Při porovnávání chyb vyšlo jako nejlepší nastavení intervalů: $\langle 0;2 \rangle$ $\langle 2;4 \rangle$ $\langle 4;6 \rangle$ $\langle 6;8 \rangle$ $\langle 8;10 \rangle$ $\langle 10;12 \rangle$

V následující fázi se používalo rozdělení nastavení, které dosáhlo nejlepších výsledků. Dále se vyhodnocovaly chyby na základě změny uvažované hodnoty intervalů, která byla použita jako předpověď. V tomto případě se ukázalo, že nejlepší nastavení modelu je při 60 % hodnotě intervalu.

Z výše uvedených tabulek je možné pozorovat jednak dílčí chyby pro dané měsíce a roky, tak i chybu e pro celé předpovídané období. Na základě porovnání jednotlivých hodnot je možné říci, že u málovodých roků je předpověď průtoků přesnější (menší chyba), než u roků ovlivněnými povodněmi. Důkazem toho je srovnání uvedené na grafech (obr. 13 a obr. 14), kde je možné porovnat skutečné průtokové řady s prvním členem předpovědi.

Obdobné porovnání lze provést i v rámci měsíců. Příkladem mohou být měsíce březen, duben, červen, červenec. U těchto měsíců v určitých letech je možné si všimnout velkých chyb. Příčinou takto velkých chyb mohou být atypické události. Za takového události lze považovat například příliš rychlé tání sněhu, pozdní tání sněhu, povodně atd.

Přesnost předpovědního modelu je zřejmá z výsledných tabulek (Tab.8, Tab.10, Tab.12, Tab.14), které byly vytvořeny pro přehlednou ukázkou dílčích chyb modelu pro dané nastavení (hodnoty intervalu, předpovědní hodnoty intervalů).

Na základě dosažených výsledků poskytnutých použitým modelem lze konstatovat, že je model schopen poskytovat kvalitní výsledky. V případě suchých nebo průměrněvodých měsíců byla hodnota chyby e poměrně malá. U průtoků ovlivněných průchodem povodně nedosahují výsledky takové kvality.

Vytvořený model je přenositelný, je tedy možné jej aplikovat na libovolný měrný profil.

7 POUŽITÁ LITERATURA

- 2010.** Bílovice nad Svitavou | Charakteristika zájmového území. *EDPP - Elektronický digitální povodňový portál*. [Online] EDPP.cz, 2010. [Citace: 5. 8 2018.] https://www.edpp.cz/bil_charakteristika-zajmovoeho-uzemi/.
- 2010.** Bílovice nad Svitavou | Hydrologické údaje. *EDPP - Elektronický digitální povodňový portál*. [Online] EDPP.CZ, 2010. [Citace: 5. 8 2018.] https://www.edpp.cz/bil_hydrologicke-udaje/.
- Bzenecký, Jozef. 1988.** Základy aplikácie teorie odhadu v hydrológii. *Práce a študie*. Bratislava : Výskumný ústav vodného hospodárstva, 1988.
- Danel, Roman. 2004.** Predikce časových řad pomocí autoregresního modelu. *Studijní opora*. Brno : autor neznámý, 2004.
- Daňhelka, Jan. 2007.** Operativní hydrologie: hydrologické modely a nejistota předpovědí. *Sborník prací Českého hydrometeorologického ústavu*. Praha : Český hydrometeorologický ústav, 2007.
- Devia, K., Gayathri, B. P. Ganasri a G. 2015.** A Review on Hydrological Models. *Aquatic Procedia*. 2015, 4.
- Chong-Yu Xu, Lihua Xiong, Vijay P. Singh. 2017.** Black-Box Hydrological Models. *Handbook of Hydrometeorological Ensemble Forecasting*. 2017.
- Karpíšek, Zdeněk. 2005.** *Markovovy řetězce a jejich aplikace*. Brno : Vysoké učení technické, 2005.
- LEO, R. Beard. 1962.** *Statistical Methods in Hydrology*. Davis : US Army Corps of Engineers, 1962.
- 2019.** Logaritmicko-normální rozdělení – Wikipedie. *Wikipedie*. [Online] Wikipedie, 18. 2 2019. [Citace: 10. 5 2019.] https://cs.wikipedia.org/wiki/Logaritmicko-normální_rozdělení.
- 2019.** MATLAB | Humusoft. *Technické výpočty, řídicí technika, simulace | Humusoft*. [Online] Humusoft, 2019. [Citace: 15. 5 2019.] <https://www.humusoft.cz/matlab/details/>.
- McGarigal, Kevin. 2000.** *Analysis of Environmental Data*. Amhers : University of Massachusetts, 2000.
- Piatka, Ľudovít. Markovove procesy. 1981.** Markovove procesy. *Dočasná vysokoškolská učebnica*. Bratislava : autor neznámý, 1981.
- R. S. Annamalai, Kumar, Manish K. Goyal a Chandra Ojha. 2013.** Application of artificial neural network, fuzzy logic and decision tree algorithms for modelling of streamflow at Kasol in India. *Journal of Hydrologic Engineering*. 2013, 12.
- Sázel, Jiří. 2014.** Střednědobé předpovědi průtoků vody v měrném profilu toku. *Disertační práce*. Brno : Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 2014.
- Starý, Miloš. 2005.** *Hydrologie. Modul 01*. Brno : Vysoké učení technické, 2005.

Svanidze, G.G. 1962. *The methodology of stochastic modeling of hydrologic series and some problems in long-term regulation of streamflow.* Rusko : autor neznámý, 1962.

Svetlíková, Daniela, Szolgay Ján, Kohnová Silvia, Komorníková Magda, Hlavčová Kamila. 2010. *Vužitie hybridných metód v hydrologických predpovediach.* Ostrava : KEY Publishing s.r.o., 2010.

Unčovský, Ladislav, Čemická Katarína. 1992. *Stochastické procesy a modely. Skripta.* Bratislava : Vysoká škola ekonomická, 1992.

Urbanec, Patrik. 2018. *Předpovědní model průtoku vody v měrném profilu. Bakalářská práce.* Brno : Vysoké učení technické, 2018.

2010. VD Boskovice - Povodí Moravy. *Povodí Moravy.* [Online] pmo.cz, 2010. [Citace: 8. 9 2018.] <http://www.pmo.cz/cz/uzitecne/vodni-dila/boskovice/>.

2010. VD Letovice - Povodí Moravy. *Povodí Moravy.* [Online] pmo.cz, 2010. [Citace: 9. 8 2018.] <http://www.pmo.cz/cz/uzitecne/vodni-dila/letovice/>.

YU, Xiang, Xueqing ZHANG a Hui QUIN. 2018. A data-driven model based on Fourier transform and support vector regression for monthly reservoir inflow forecasting. *Journal of hydro-environment research.* 2018, 18.

Zapletal, Milan. 2004. *Hydrologie. Skripta.* Vodňany : Střední rybářská škola a Vyšší odborná škola vodního hospodářství a ekologie, 2004.

8 SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1 Klasifikace deterministických modelů (2019)	4
Obr. 2 Graf stochastického modelu se spojitým časem	5
Obr. 3 Graf stochastického s diskretním časem	5
Obr. 4 Stanovení Q_r z čáry překročení průměrných ročních průtoků	6
Obr. 5 Diagram postupu tvorby předpovědi.....	11
Obr. 6 Gaussova-Laplaceova křivka	14
Obr. 7 umístění měrného profilu v rámci ČR.....	15
Obr. 8 Mapa toků v k.ú. Bílovice nad Svitavou [5]	16
Obr. 9 Měrné stanice	17
Obr. 10 Poloha VD Letovice.....	18
Obr. 11 Poloha VD Boskovice	19
Obr. 12 Průtoková řada průměrných měsíčních průtoků	21
Obr. 13 Graf reálných průtoků	25
Obr. 14 Graf předpovězených průtoků.....	25

9 SEZNAM TABULEK

Tab. 1 Průměrné N-leté průtoky zaznamenané v Bílovicích nad Svitavou.....	17
Tab. 2 Informace o měrné stanici	17
Tab. 3 Souhrn parametrů VD Letovice	18
Tab. 4 Souhrn základních parametrů VD Boskovice.....	19
Tab. 5 Tabulka klimatických charakteristik dle Quittovy klasifikace	20
Tab. 6 Hodnoty zkoušených intervalů, suma chyby e výpočtu.....	22
Tab. 8 Výsledné dílčí chyby při zvolení střední hodnoty intervalů pro 1. člen předpovědi	23
Tab. 7 Tabulka sum průměrných chyb za celé předpovídané období, střední hodnot intervalu	23
Tab. 12 Výsledné odchylky při zvolení 60% hodnoty intervalů pro 1. člen předpovědi	23
Tab. 11 Tabulka sum průměrných chyb za celé předpovídané období, pro 60 % hodnotu intervalu.....	23
Tab. 14 Výsledné chyby při zvolení 75 % hodnoty intervalů pro 1. člen předpovědi	24
Tab. 13 Tabulka sum průměrných chyb za celé předpovídané období, pro 75 % hodnotu intervalu.....	24