Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

SBÍRKA ŘEŠENÝCH ÚLOH Z ALGEBRY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vedoucí práce

Mgr. Roman Hašek, Ph.D.

Vypracovala

Markéta Váchová

duben 2012

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci na téma Sbírka řešených úloh z algebry jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne .... ……………………………

Podpis studenta

Poděkování

Chtěla bych poděkovat panu Mgr. Romanu Haškovi, Ph.D., který mou bakalářskou práci vedl. Za jeho nápady, připomínky, rady a hlavně přátelský a vřelý přístup. Také bych chtěla poděkovat paní RNDr. Machové za to, že ve mně probudila lásku k matematice a seznámila mě s ní.

Anotace:

Bakalářská práce se zabývá řešenými úlohami v algebře, hlavně pro druhý stupeň základní školy. V této práci jsem si dala za úkol vymyslet nové slovní úlohy a příklady na dané téma. Příklady jsem se snažila inovovat do nynější doby a trochu je zmodernizovat, aby dětem byly bližší a bavily je. Příklady jsou rozděleny do pěti kapitol. Cílem mé práce bylo vypracovat ji tak, aby se dala použít na základních školách k procvičování probrané látky.

Annotacion:

My thesis deals with the tasks solved in algebra, especially for upper primary school. In this work I was tasked to devise a new word problems and exercises on the given topic. I tried to innovate exercises for the current time, and partly modernize them in order to be closer to children and entertain them. Exercises are divided into five chapters. The aim of my work was to work out this practice to be useful and used in elementary schools.

OBSAH :

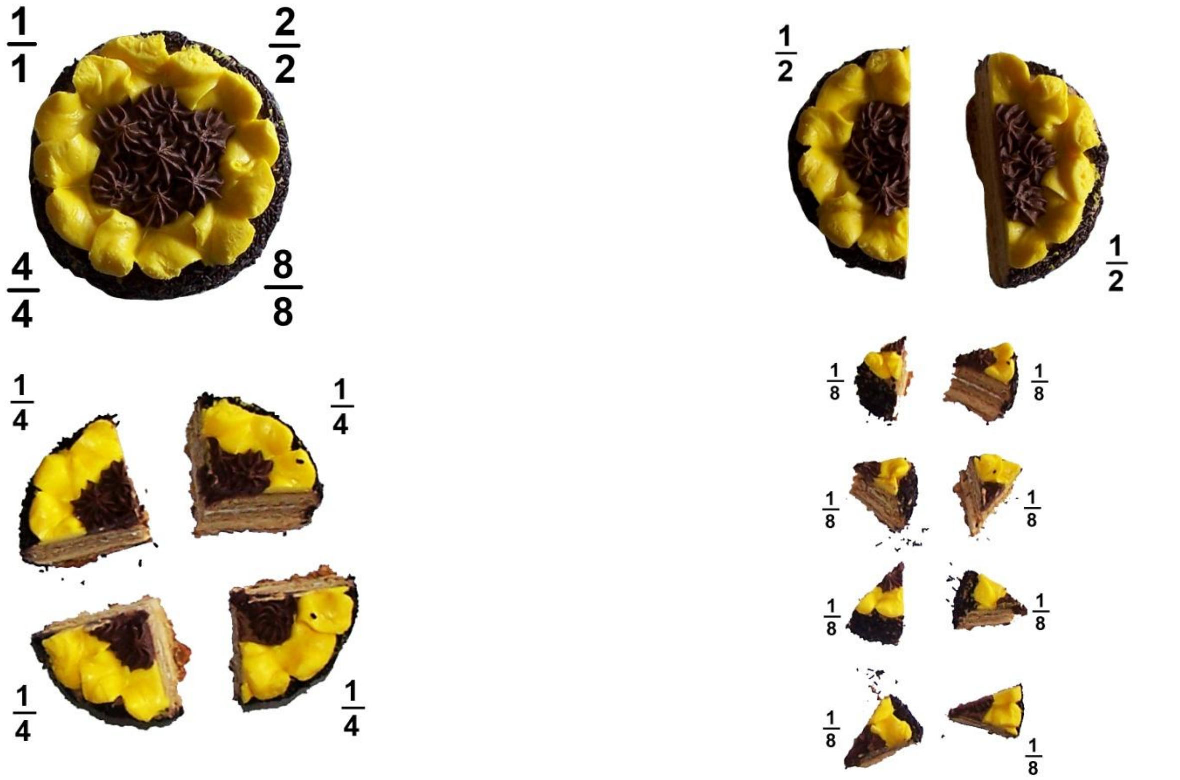
Úvod

Na toto téma je vypracováno již mnoho sbírek. Myslím si, že má sbírka nebude něčím až tak výjimečná. Snažím se vymyslet různé slovní úlohy a příklady na procvičení. Tyto příklady tvořím tak, aby zasahovaly do nynější doby, aby žákům byly více známé a byly pro ně více zajímavé. Sbírku jsem rozdělila do pěti kapitol: zlomky, procenta, mocniny a odmocniny, výrazy a řešení lineárních rovnic a jejich soustav. Kapitoly mají své podkapitoly a každá kapitola je zakončena příklady na procvičení. Obtížnější příklady jsou označeny buďto jednou nebo dvěma sovičkami. Většina příkladů je názorně vyřešena a po řešených příkladech následují podobné typy příkladu už pouze s výsledkem. Výsledky jsou uváděny ve hranatých závorkách hned vedle příkladu. Sbírku jsem se snažila vytvořit vtipně, aby žáky bavila, proto jsou některé příklady doplněné obrázky a fotkami.

Cílem mé práce je doplnit, již tak bohatou, matematiku druhého stupně o nové příklady a nové nápady.

1. Zlomky

Již jsi se setkal/a s přirozenými čísly, ty ale nejsou vše a ve světě Ti nepostačí. Zlomek znázorňuje část celku. Slouží Ti k tomu, když nechceš celý díl, ale jen jeho část, jeho dílek. Například máš chuť na dortík, ale víš, že celý nesníš, sníš tedy jenom polovinu z něj. To přesně je zlomek.



Příklad 1

Barča dělala podle známého receptu její oblíbené sýrové tyčinky. Recept byl velice jednoduchý: $\frac{1}{8}$ kg tuku, $\frac{1}{8}$ kg hladké mouky a $\frac{1}{8}$ kg strouhaného sýru. Kolik Bára navážila gramů jednotlivých surovin?

Řešení:

1 kg = 1000 g,

$\frac{1}{8}$ kg = $\frac{1000}{8}$ g

Jmenovatel nám určuje, na kolik dílů mám rozdělit celek, proto celek dělím 8.

$\frac{1}{8}$ získáme tím, že celek vydělíme 8.

Čitatel – čitatel Ti počítá, sčítá, kolik je tam těch dílů, kolik jsi si jich vybral/a. V tomto případě máme 1 díl.

Teď už je Ti jasné, že jeden celek musí mít $\frac{9}{9}, \frac{7}{7}, \frac{5}{5}, \frac{11}{11}, \frac{100}{100}$.

Příklad 2

Převeď smíšená čísla na zlomky: $4\frac{2}{3}, 6\frac{1}{8}, 2\frac{5}{9}, 12\frac{1}{2}, 5\frac{3}{4}, 11\frac{2}{9}, 50\frac{1}{2}$

Řešení:

$4\frac{2}{3} = 3 \cdot 4 + 2 = \frac{14}{3}$

$6\frac{1}{8} = 8 \cdot 6 + 1 = \frac{49}{8}$

$2\frac{5}{9} = 9 \cdot 2 + 5 = \frac{23}{9}$

$12\frac{1}{2} = 2 \cdot 12 + 1 = \frac{25}{2}$

$5\frac{3}{4} = 4 \cdot 5 + 3 = \frac{23}{4}$

$11\frac{2}{9} = 9 \cdot 11 + 2 = \frac{101}{9}$

$50\frac{1}{2} = 2 \cdot 50 + 1 = \frac{101}{2}$

Smíšené číslo se zapisuje pomocí čísla přirozeného a zlomku.

Nepravý zlomek je zlomek, který je větší než celek a mohu ho napsat jako číslo smíšené.

$\frac{3}{2} \rightarrow$ 1 celek a zbude $\frac{1}{2}$

$\frac{9}{5} \rightarrow$ 1 celek a $\frac{4}{5}$ zbudou

Příklad 3 [1]

Převeď smíšená čísla na zlomky.

$2\frac{1}{5}$, $4\frac{3}{8}$, $6\frac{3}{4}$, $5\frac{1}{2}$, $7\frac{9}{10}$, $12\frac{5}{6}$, $37\frac{13}{19}$

$\left[\frac{11}{5}, \frac{35}{8}, \frac{27}{4}, \frac{11}{2}, \frac{79}{10}, \frac{77}{6}, \frac{716}{19}\right]$

Příklad 4

Převeďte zlomky nepravé na smíšená čísla.

$\frac{8}{3}, \frac{11}{5}, \frac{23}{7}, \frac{55}{12}, \frac{63}{25}, \frac{97}{18}, \frac{201}{23}$

Řešení:

$\frac{8}{3} = 8 : 3 = 2$ celky, $2 \cdot 3 = 6$, $8 - 6 = 2 \rightarrow 2\frac{2}{3}$

$\frac{11}{5} = 11 : 5 = 2$ celky, $2 \cdot 5 = 10$, $11 - 10 = 1 \rightarrow 2\frac{1}{5}$

$\frac{23}{7} = 23 : 7 = 3$ celky, $3 \cdot 7 = 21$, $23 - 21 = 2 \rightarrow 3\frac{2}{7}$

$\frac{55}{12} = 55 : 12 = 4$ celky, $4 \cdot 12 = 48$, $55 - 48 = 7 \rightarrow 4\frac{7}{12}$

$\frac{63}{25} = 63 : 25 = 2$ celky, $2 \cdot 25 = 50$, $63 - 50 = 13 \rightarrow 2\frac{13}{25}$

$\frac{97}{18} = 97 : 18 = 5$ celků, $5 \cdot 18 = 90$, $97 - 90 = 7 \rightarrow 5\frac{7}{18}$

$\frac{201}{23} = 201 : 23 = 8$ celků, $8 \cdot 23 = 184$, $201 - 184 = 17 \rightarrow 8\frac{17}{23}$

Příklad 5 [2]

Převeďte zlomky nepravé na smíšená čísla.

$\frac{5}{3}, \frac{9}{4}, \frac{15}{7}, \frac{77}{9}, \frac{38}{11}, \frac{98}{15}, \frac{157}{19}$

$\left[1\frac{2}{3}, 2\frac{1}{4}, 2\frac{1}{7}, 8\frac{5}{9}, 3\frac{5}{11}, 6\frac{8}{15}, 9\frac{4}{17}\right]$

[1] *Sbírka úloh z matematiky pro 6. a 7. ročník základní školy, J. Trejbal, E. Kučinová, M. Veselý, F. Vintera, Praha 2004, str. 94, př.49*

[2] *Sbírka úloh z matematiky pro 6. a 7. ročník základní školy, J. Trejbal, E. Kučinová, M. Veselý, F. Vintera, Praha 2004, str.94, př.50*

Příklad 6

Kolik je $\frac{1}{2}$ z $\frac{1}{2}$?

Řešení:

Příklad 7

Kolik je $\frac{1}{2}$ z $\frac{1}{4}$? Namaluj a vypočítej.

$\left[\frac{1}{8}\right]$

Příklad 8

Na oslavu jsem pozvala 5 kamarádek a koupila jsem pro ně čokoládovou roládu. Jakou část rolády jsem pro každou přichystala?

$\left[\text{Každá dostane } \frac{1}{5} \text{ rolády}\right]$

Příklad 9

Navazuji na příklad před tím.

K mému zklamání ale 2 kamarádky na oslavu nepřišly. Jaká část rolády mi zbyla?

$\left[\text{Zbyly mi } \frac{2}{5} \text{ rolády.}\right]$

Příklad 10

S kamarádkou jsem si vyrazila na běžky, po návratu domů nám donesla maminka mísu s koláčky, obě jsme ale usnuly. Po mém vzbuzení jsem snědla $\frac{1}{2}$ koláčků a opět jsem usnula, poté se zbudila moje kamarádka a snědla $\frac{1}{2}$ z koláčků, které viděla na talířii. Po mém vzbuzení jsem zjistila, že na talíři jsou 3 koláčky. Kolik nám maminka původně donesla koláčků?

[12]

1.1 Krácení zlomků

Příklad 11

Jsou dány zlomky:

$\frac{3}{5}, \frac{4}{10}, \frac{11}{13}, \frac{5}{8}, \frac{6}{9}, \frac{25}{10}, \frac{36}{40}, \frac{19}{17}, \frac{13}{52}, \frac{70}{120}, \frac{18}{30}, \frac{18}{42}.$

Rozhodni, které z nich jsou v základním tvaru. Zbývající zlomky zkrať na základní tvar.

<u>Základní tvar</u> znamená, že čitatel a jmenovatel zlomku nejdou krátit společným číslem.

„Zlomek krátíme tak, že jeho čitatele i jmenovatele dělíme týmž číslem různým od nuly. Jestliže čísla a, b jsou dělitelná číslem m a zároveň je b≠0, m≠0, pak platí:

$$\frac{a:m}{b:m} = \frac{a}{b}$$" [3]

Řešení:

$\frac{3}{5}$ tento zlomek je v základním tvaru, nelze už nijak krátit

$\frac{4}{10}$ 4 a 10 mají za společného dělitele číslo 2. $\frac{4}{10} = \frac{4:2}{10:2} = \frac{2}{5}$

$\frac{11}{13}$ tento zlomek je v základním tvaru, nelze už nijak krátit

$\frac{5}{8}$ tento zlomek je v základním tvaru, nelze už nijak krátit

$\frac{6}{9}$ 6 a 9 mají za společného dělitele číslo 3. $\frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}$

$\frac{25}{10}$ 25 a 10 mají za společného dělitele číslo 5. $\frac{25}{10} = \frac{25:5}{10:5} = \frac{5}{2}$

$\frac{36}{40}$ 36 a 40 mají za společného dělitele číslo 4. $\frac{36}{40} = \frac{36:4}{40:4} = \frac{9}{10}$

$\frac{19}{17}$ tento zlomek je v základním tvaru, nelze už nijak krátit

$\frac{13}{52}$ tento zlomek je v základním tvaru, nelze už nijak krátit

$\frac{70}{120}$ 70 a 120 mají za společného dělitele číslo 10. $\frac{70}{120} = \frac{70:10}{120:10} = \frac{7}{12}$

---

[3] *Matematika pro 7. ročník základní školy, Josef Trejbal, Darina Jirotková, Václav Sýkora; SPN – pedagogické nakladatelství, akciová společnost, PRAHA 2004, str. 18, př. 1*

$\frac{18}{30}$ 18 a 30 mají za společného dělitele číslo 2. $\frac{18}{30} = \frac{18:2}{30:2} = \frac{9}{15}$, čísla 9 a 15 mají za společného dělitele číslo 3. $\frac{9}{15} = \frac{9:3}{15:3} = \frac{3}{5}$

$\frac{18}{42}$ 18 a 42 mají za společného dělitele číslo 2. $\frac{18}{42} = \frac{18:2}{42:2} = \frac{9}{21}$, čísla 9 a 21 mají za společného dělitele číslo 3. $\frac{9}{21} = \frac{9:3}{21:3} = \frac{3}{7}$

Příklad 12

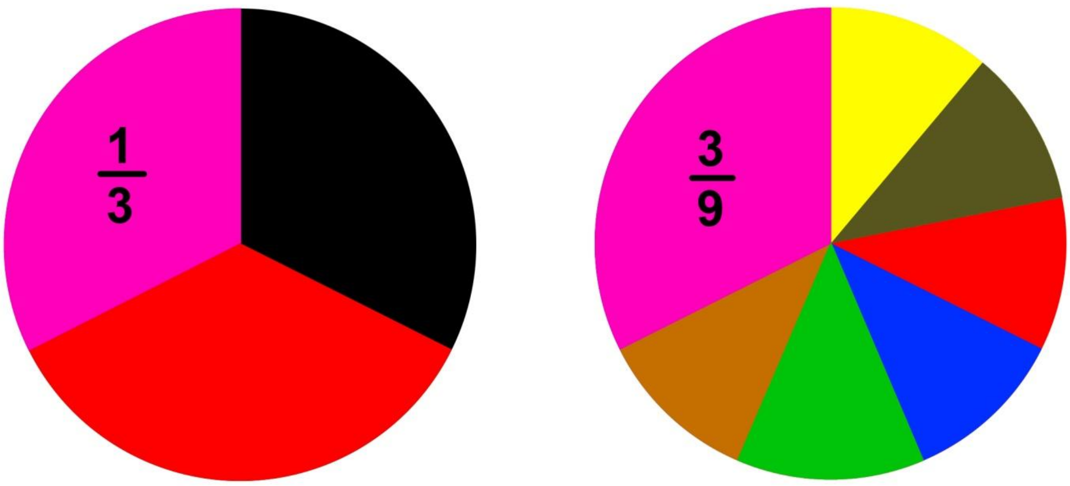
Jsou dány zlomky:

$\frac{5}{20}, \frac{3}{10}, \frac{2}{13}, \frac{8}{12}, \frac{15}{40}, \frac{3}{11}, \frac{42}{44}, \frac{21}{17}, \frac{13}{60}, \frac{80}{150}, \frac{7}{21}, \frac{16}{52}$

Rozhodni, které z nich jsou v základním tvaru. Zbývající zlomky zkrať na základní tvar.

$\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{10}, \frac{2}{13}, \frac{2}{3}, \frac{3}{8}, \frac{3}{11}, \frac{21}{22}, \frac{21}{17}, \frac{13}{60}, \frac{8}{15}, \frac{1}{3}, \frac{6}{13}\right]$

1.2 Rozšiřování zlomků



Příklad 13 [4]

Zlomek $\frac{3}{4}$ rozšiř: a) dvěma, b) třemi, c) čtyřmi, d) pěti.

Opačný postup při krácení zlomků je rozšiřování zlomků.

Zlomek rozšíříme, jestliže čitatele i jmenovatele vynásobíme stejným číslem různým od nuly. Tuto operaci potřebujeme při převádění na společného jmenovatele, při sčítání a odčítání, takže je to pro Tebe velice důležité.
Ale pozor!! Hodnota zlomku se nemění! Je to pouze „kosmetická úprava“.
Nezaměňuj to s násobením!!!!!!!!!!!!!!

Řešení:

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{2}=\frac{6}{8}$$

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{3}=\frac{9}{12}$$

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{4}=\frac{12}{16}$$

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{5}=\frac{15}{20}$$

Příklad 14

Zlomek $\frac{4}{7}$ rozšiř: a) dvěma, b) třemi, c) čtyřmi, d) pěti

$$\left[\mathrm{a)}\ \frac{8}{14}, b)\ \frac{12}{21}, c)\ \frac{16}{42}, d)\ \frac{20}{35}\right]$$

Příklad 15

Existuje nějaké číslo mezi $\frac{1}{2}\ a\ \frac{1}{3}$?

$$\left[\frac{5}{12}\right]$$

[4] http://cihak.webz.cz/zlomky.htm

Příklad 16

Zamysli se, jestli bys spočítal kolik je $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$? Můžeme sčítat pouze zlomky se stejným jmenovatelem. Využij poznatků z rozšiřování zlomků.

Řešení:

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$

Příklad 17

Zamysli se, jestli bys spočítal kolik je $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{2}$?

$\left[\frac{5}{6}\right]$

Pokud jsi přišel/la na poslední tři příklady, sčítání zlomků už pro Tebe bude hračka, jestli jsi ale nevěděl/a, nezoufej! Jdeme se na to právě teď podívat a jsem si jistá, že Ti to bude hned jasné!

1.3 Sčítání zlomků

Při sčítání zlomků se můžeš setkat s více možnostmi:

1.3.1 Sčítání zlomků se stejnými jmenovateli

Příklad 18

Vypočítejte:

a) $\frac{1}{8} + \frac{3}{8}$ b) $\frac{3}{9} + \frac{2}{9}$ c) $\frac{11}{50} + \frac{9}{50}$

d) $\frac{19}{16} + \frac{15}{16}$ e) $\frac{23}{37} + \frac{29}{37}$ f) $\frac{53}{100} + \frac{99}{100}$

Řešení:

a) $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$ b) $\frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$ c) $\frac{11}{50} + \frac{9}{50} = \frac{20}{50}$ d) $\frac{19}{16} + \frac{15}{16} = \frac{34}{16}$

e) $\frac{23}{37} + \frac{29}{37} = \frac{52}{37}$ f) $\frac{53}{100} + \frac{99}{100} = \frac{152}{100}$

Zlomky se stejnými jmenovateli sečteš tak, že součet jejich čitatelů lomíš společným jmenovatelem.

Příklad 19

Vypočítejte:

a) $\frac{8}{5} + \frac{1}{5}$ $\left[\frac{9}{5}\right]$

b) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$ $\left[\frac{5}{7}\right]$

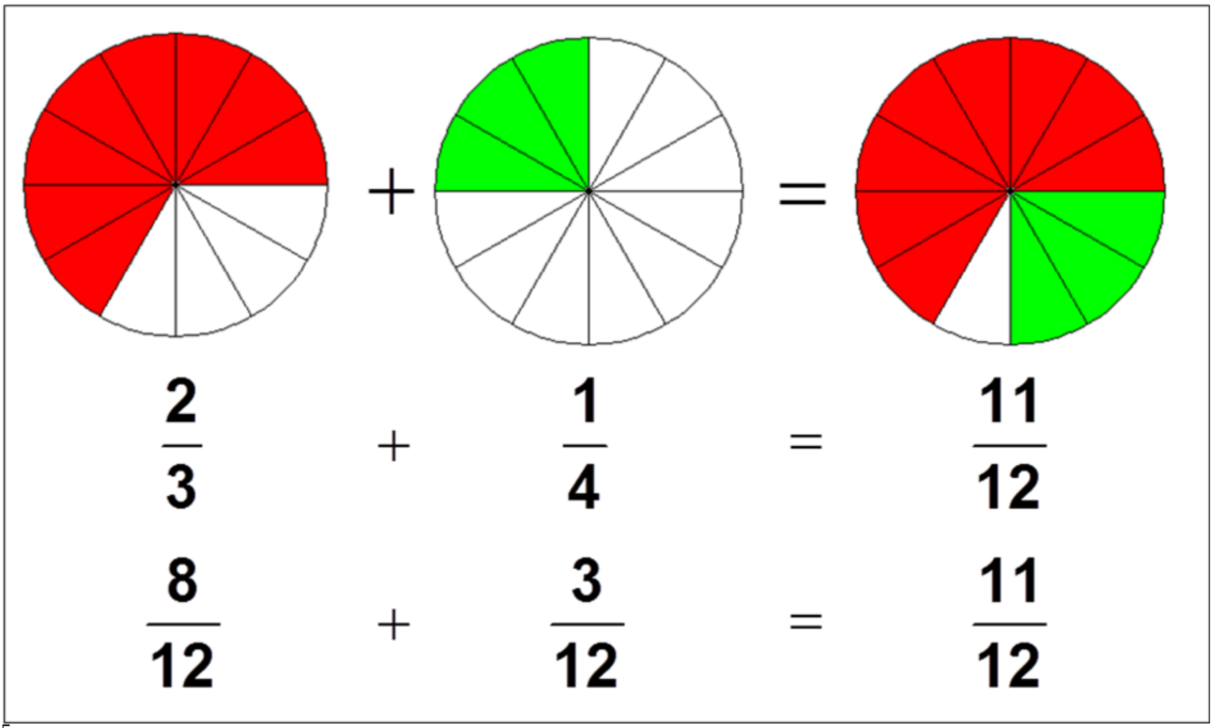
c) $\frac{15}{52} + \frac{12}{52}$ $\left[\frac{27}{52}\right]$

d) $\frac{25}{21} + \frac{2}{21}$ $\left[\frac{27}{21}\right]$

e) $\frac{12}{43} + \frac{19}{43}$ $\left[\frac{31}{43}\right]$

f) $\frac{50}{200} + \frac{69}{200}$ $\left[\frac{119}{200}\right]$

1.3.2 Sčítání zlomků s různými jmenovateli



[5]

Příklad 20

Vypočítejte:

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{2}+\frac{4}{8}$

d) $\frac{2}{3}+\frac{3}{5}$ e) $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}$ f) $\frac{3}{4}+\frac{11}{12}$

Řešení:

Hledáš společný jmenovatel, tedy číslo, které do společného zlomku umístíš pod zlomkovou čáru. Toto číslo musí být násobkem jmenovatele prvního i druhého zlomku.

---

[5] http://dum.rvp.cz/materialy/zlomky-6-scitani.html

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{}{6}$$

Ptáš se, čím vynásobit jmenovatel prvního zlomku (číslo 2), abys dostal společný jmenovatel (číslo 6). Násobíš číslem tři, a tudíž trojkou násobíš i čitatel prvního zlomku (číslo 1):

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 1}{6}$$

Opiš znaménko mezi zlomky:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3 +}{6}$$

Ptáš se, čím vynásobit jmenovatel druhého zlomku (číslo 3), abys dostal společný jmenovatel (číslo 6). Násobíš číslem dva, a tudíž dvojkou násobíme i čitatel druhého zlomku (číslo 1):

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6}$$

Čísla v čitateli sečti: [6]

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 3 + 1}{6} = \frac{4}{6}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 2 + 1}{4} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{1}{2} + \frac{4}{8} = \frac{1 \cdot 4 + 4}{8} = \frac{8}{8}$

d) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 3 \cdot 3}{15} = \frac{19}{15}$

e) $\frac{5}{6} + \frac{2}{3} = \frac{5 + 2 \cdot 2}{6} = \frac{9}{6}$

[6] http://www.e-matematika.cz/zakladni-skoly/01-jak-scitat-zlomky.php

f) $\frac{3}{4} + \frac{11}{12} = \frac{3 \cdot 3 + 11}{12} = \frac{20}{12}$

Příklad 21

Vypočítejte:

a) $\frac{3}{5} + \frac{9}{10}$ $\left[\frac{14}{10}\right]$

b) $\frac{3}{7} + \frac{2}{3}$ $\left[\frac{23}{21}\right]$

c) $\frac{2}{9} + \frac{3}{4}$ $\left[\frac{35}{36}\right]$

d) $\frac{8}{15} + \frac{2}{5}$ $\left[\frac{14}{15}\right]$

e) $\frac{4}{7} + \frac{5}{8}$ $\left[\frac{67}{56}\right]$

f) $\frac{7}{9} + \frac{1}{5}$ $\left[\frac{44}{45}\right]$

Příklad 22

Doplň součty zlomků, které v tabulce chybí.

+	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{5}{7}$				
$\frac{1}{4}$		$\frac{11}{12}$		
$\frac{3}{5}$				$\frac{43}{30}$

Výsledek:

$+$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{5}{7}$	$\frac{17}{14}$	$\frac{29}{21}$	$\frac{41}{28}$	$\frac{65}{42}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{26}{24}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{11}{10}$	$\frac{19}{15}$	$\frac{27}{20}$	$\frac{43}{30}$

Příklad 23 [7]

Sečti:

a) $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$; $\frac{1}{4}+\frac{5}{4}$; $\frac{7}{8}+\frac{9}{8}$; $\frac{5}{13}+\frac{7}{13}$

$\left[\frac{5}{7};\quad 1\frac{1}{2};\quad 2;\quad \frac{12}{13}\right]$

b) $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}$; $\frac{2}{3}+\frac{3}{7}$; $\frac{5}{6}+\frac{7}{9}$; $\frac{3}{10}+\frac{2}{5}$

$\left[1\frac{3}{20};\quad 1\frac{2}{21};\quad 1\frac{11}{18};\quad \frac{7}{10}\right]$

c) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+\frac{8}{9}$; $\frac{1}{30}+\frac{11}{10}+\frac{7}{15}$; $\frac{5}{12}+\frac{1}{8}+\frac{5}{6}$; $\frac{9}{10}+\frac{1}{6}+\frac{7}{12}+\frac{4}{5}$

$\left[2\frac{7}{18};\quad 1\frac{3}{5};\quad 1\frac{3}{8};\quad 2\frac{9}{20}\right]$

<u>Vlastnosti sčítání zlomků:</u>

Příklad 24

$\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$

$\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$

Pokud jsi počítal správně, v obou případech Ti vyšel stejný výsledek $\frac{19}{12}$. Všimni si, že po záměně pořadí sčítanců se součet nezmění.

[7] *Sbírka úloh z matematiky pro 6. a 7. ročník základní školy, J. Trejbal, E. Kučinová, M. Veselý, F. Vintera, Praha 2004, str.95, př.58*

Této vlastnosti se říká komutativnost. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$.

Příklad 25

$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{7}{10}$

$\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) + \frac{7}{10}$

$\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{10}\right)$

Při sčítání tří sčítanců můžeš nejdříve sečíst první dva sčítance a k jejich součtu přičíst třetího sčítance, nebo k prvnímu sčítanci přičíst součet druhého a třetího sčítance. Součet se nezmění. A vyjde ve všech třech případech stejný výsledek $\frac{39}{20}$.

Tato vlastnost se nazývá asociativnost. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$.

Příklad 26

$\frac{5}{9} + 0$

$0 + \frac{5}{9}$

Výsledky jsou opět stejné $\frac{5}{9}$.

Je-li jeden ze sčítanců nula, je součet roven druhému sčítanci. $\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$

1.4 Odčítání zlomků

Odčítání zlomků je úplně na tom samém principu jako sčítání zlomků, takže se ho nemusíš vůbec bát.

Máme i tytéž možnosti jako u sčítání zlomků.

1.4.1 Odčítání zlomků se stejnými jmenovateli

Příklad 27

Vypočítej:

a) $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}$ b) $\frac{7}{6} - \frac{6}{6}$

c) $\frac{8}{9} - \frac{4}{9}$ d) $\frac{13}{14} - \frac{10}{14}$

Řešení:

a) $\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3-1}{5} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{7}{6} - \frac{6}{6} = \frac{7-6}{6} = \frac{1}{6}$

c) $\frac{8}{9} - \frac{4}{9} = \frac{8-4}{9} = \frac{4}{9}$

d) $\frac{13}{14} - \frac{10}{14} = \frac{13-10}{14} = \frac{3}{14}$

Příklad 28

a) $\frac{13}{17} - \frac{13}{17}$ $[0]$

b) $\frac{19}{20} - \frac{5}{20}$ $\left[\frac{14}{20} = \frac{7}{10}\right]$

c) $\frac{68}{100} - \frac{13}{100}$ $\left[\frac{55}{100} = \frac{11}{20}\right]$

d) $\frac{21}{17} - \frac{12}{17}$ $\left[\frac{9}{17}\right]$

e) $\frac{40}{2} - \frac{20}{2}$ $\left[\frac{20}{2} = 10\right]$

1.4.2 Odčítání zlomků s různými jmenovateli [8]

Hledáš společný jmenovatel, to znamená, že hledáš číslo, které do společného zlomku umístíš pod zlomkovou čáru. Toto číslo musí být násobkem jmenovatele prvního zlomku i jmenovatele druhého zlomku. Nejlépe je najít přímo nejmenší společný násobek obou jmenovatelů:

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{6} = \frac{}{30}$$

Ptáš se, čím vynásobit jmenovatel prvního zlomku (číslo 5), abys dostal společný jmenovatel (číslo 30). Násobíš číslem šest, a tudíž šestkou násobíš i čitatel prvního zlomku (číslo 2):

[8] http://www.e-matematika.cz/zakladni-skoly/02-jak-odecitat-zlomky.php

$\frac{2}{5} - \frac{1}{6} = \frac{6 \cdot 2}{30}$

Čísla v čitateli odečti:

$\frac{2}{5} - \frac{1}{6} = \frac{12-5}{30} = \frac{7}{30}$

Příklad 29

Vypočítej:

a) $\frac{3}{5} - \frac{1}{10}$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

b) $\frac{5}{3} - \frac{1}{6}$ $\left[1\frac{1}{2}\right]$

c) $\frac{13}{15} - \frac{2}{3}$ $\left[\frac{1}{5}\right]$

d) $\frac{15}{16} - \frac{2}{3}$ $\left[\frac{13}{48}\right]$

e) $\frac{2}{4} - \frac{2}{5}$ $\left[\frac{7}{20}\right]$

f) $\frac{7}{8} - \frac{5}{7}$ $\left[\frac{9}{56}\right]$

g) $\frac{6}{11} - \frac{1}{33}$ $\left[\frac{17}{33}\right]$

h) $\frac{11}{5} - \frac{2}{15}$ $\left[2\frac{1}{15}\right]$

i) $\frac{60}{14} - \frac{2}{7}$ $[4]$

j) $\frac{73}{100} - \frac{13}{20}$ $\left[\frac{2}{25}\right]$

k) $\frac{43}{60} - \frac{5}{12}$ $\left[\frac{3}{10}\right]$

l) $\frac{12}{13} - \frac{2}{3}$ $\left[\frac{10}{39}\right]$

Příklad 30

Odečti:

a) $\frac{7}{12} - \frac{3}{12}$; $\frac{5}{14} - \frac{3}{14}$; $\frac{9}{5} - \frac{5}{5}$; $\frac{9}{15} - \frac{5}{15}$

$\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{7}; \frac{4}{5}; \frac{4}{15}\right]$

b) $\frac{3}{5} - \frac{5}{9}$; $\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$; $\frac{2}{3} - \frac{1}{9}$; $\frac{10}{7} - \frac{5}{6}$

$\left[\frac{2}{45}; \frac{7}{20}; \frac{5}{9}; \frac{25}{42}\right]$

c) $\frac{45}{100} - \frac{3}{25}$; $\frac{15}{8} - \frac{3}{12}$; $\frac{4}{6} - \frac{5}{9}$; $\frac{25}{51} - \frac{3}{17}$

$\left[\frac{41}{100}; 1\frac{15}{24}; \frac{2}{18}; \frac{16}{51}\right]$

1.5 Násobení zlomků

1.5.1 Násobení zlomku přirozeným číslem

Příklad 31

a) $\frac{2}{3} \cdot 7$ b) $2 \cdot \frac{3}{5}$ c) $6 \cdot \frac{5}{9}$

Řešení:

Zlomek vynásobíš přirozeným číslem tak, že tímto číslem vynásobíš čitatele a jmenovatele opíšeš.

a) $\frac{2}{3} \cdot 6 = \frac{2 \cdot 6}{3} = 2 \cdot 2 = 4$

b) $3 \cdot \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5} = \frac{9}{5} = 1\,\frac{4}{5}$

c) $6 \cdot \frac{4}{9} = \frac{6 \cdot 4}{9} = \frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{8}{3} = 2\,\frac{2}{3}$

Příklad 32

Vypočítej:

a) $\frac{1}{5} \cdot 5$	$[1]$
b) $\frac{5}{12} \cdot 4$	$\left[1\frac{2}{3}\right]$
c) $\frac{4}{7} \cdot 8$	$\left[4\frac{4}{7}\right]$
d) $2 \cdot \frac{3}{8}$	$\left[\frac{3}{4}\right]$
e) $\frac{3}{10} \cdot 6$	$\left[1\frac{4}{5}\right]$
f) $\frac{5}{6} \cdot 8$	$\left[6\frac{2}{3}\right]$

1.5.2 Násobení smíšeného čísla přirozeným číslem

Příklad 33

a) $2\,\frac{3}{5} \cdot 5$ b) $2 \cdot 4\,\frac{1}{3}$

c) $1\,\frac{5}{8} \cdot 7$ d) $3 \cdot 2\,\frac{4}{7}$

Řešení:

Smíšené číslo vynásobíš přirozeným číslem tak, že smíšené číslo převedeš na zlomek a tento zlomek pak vynásobíš přirozeným číslem.

a) $2\frac{3}{5} \cdot 5 = \frac{13}{5} \cdot 5 = \frac{13 \cdot 5}{5} = 13$

b) $2 \cdot 4\frac{1}{3} = 2 \cdot \frac{13}{3} = \frac{2 \cdot 13}{3} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}$

c) $1\frac{5}{8} \cdot 7 = \frac{13}{8} \cdot 7 = \frac{13 \cdot 7}{8} = \frac{91}{8} = 11\frac{3}{8}$

d) $3 \cdot 2\frac{4}{7} = 3 \cdot \frac{18}{7} = \frac{3 \cdot 18}{7} = \frac{54}{7} = 7\frac{5}{7}$

Příklad 34

a) $7\frac{2}{3} \cdot 2$ $\left[15\frac{1}{3}\right]$

b) $2\frac{1}{2} \cdot 9$ $\left[22\frac{1}{2}\right]$

c) $12 \cdot 1\frac{2}{3}$ $[20]$

d) $4 \cdot 6\frac{3}{4}$ $[27]$

1.5.3 Násobení zlomku zlomkem

Příklad 35

a) $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{9}$

b) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9}$

c) $\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{11}$

d) $\frac{10}{13} \cdot \frac{39}{30}$

Řešení:

Násobení zlomků je jednodušší než sčítání a odčítání zlomků, protože nepotřebuješ převádět zlomky na stejného jmenovatele. Pokud jsou v čitateli a jmenovateli čísla soudělná, před násobením proveď krácení!

a) $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{9} = \frac{5 \cdot 2}{7 \cdot 9} = \frac{10}{63}$

b) $\frac{3}{4} * \frac{8}{9} = \frac{3 \cdot 8}{4 \cdot 9} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{11} = \frac{4 \cdot 3}{3 \cdot 11} = \frac{4}{11}$

d) $\frac{10}{13} \cdot \frac{39}{30} = \frac{10 \cdot 39}{13 \cdot 30} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 3} = 1$

<u>Vlastnosti násobení zlomků:</u>

Příklad 36

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7}$

b) $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3}$

Řešení:

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 7} = \frac{8}{21}$

b) $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{7 \cdot 3} = \frac{8}{21}$

Po záměně pořadí činitelů - zlomků se součin nezmění. Tato vlastnost se nazývá komutativnost.

Příklad 37

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{8}$

b) $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{7}{8}$

c) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{8}\right)$

Řešení:

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{8} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{21}{80}$

b) $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{7}{8} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{21}{80}$

c) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{8}\right) = \frac{1 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{21}{80}$

Při násobení tří zlomků můžeš nejdříve vynásobit prvního činitele s druhým, nebo prvního činitele vynásobit součinem druhého a třetího činitele. Součin se nezmění. Tato vlastnost se jmenuje asociativnost.

1.6 Dělení zlomků

Dělit zlomkem znamená násobit zlomkem převráceným.

Převrácený zlomek znamená, že zaměníš čitatele za jmenovatele,

např.: $\frac{3}{4}$ na $\frac{4}{3}$; $\frac{1}{2}$ na $\frac{2}{1}$; $\frac{5}{6}$ na $\frac{6}{5}$; $\frac{13}{9}$ na $\frac{9}{13}$

Příklad 38

Babiččina zahrada má plochu záhonku 60 m^2, sazenička potřebuje $\frac{2}{5}$ m^2, kolik tam můžu dát sazeniček?

Řešení:

60 : $\frac{2}{5}$ = 60 · $\frac{5}{2}$ = $\frac{60 \cdot 5}{2}$ = 30 · 5 = 150

Na záhonek mohu vysadit 150 sazeniček.

Příklad 39

Mám 3 $\frac{1}{2}$ l koktejlu, kolik z něho naliji skleniček, když jedna sklenička má obsah $\frac{1}{4}$ l ?

$[14\ \textit{skleniček}]$

1.7 Příklady na procvičení

Příklad 1

Zlomek $\frac{3}{4}$ <u>převeď</u> na zlomek a) se jmenovateli 12, 36, 80

$\left[\frac{9}{12}; \frac{27}{36}; \frac{60}{80}\right]$

b) s čitateli 15, 24, 33

$\left[\frac{15}{20}; \frac{24}{32}; \frac{33}{44}\right]$

Příklad 2

Vypočítej a) $2\frac{9}{20} + 5\frac{7}{13} + 2\frac{11}{20}$ $\left[10\frac{7}{13}\right]$

b) $1\frac{13}{16} + 7\frac{5}{8} + 4\frac{3}{16}$ $\left[13\frac{5}{8}\right]$

Příklad 3

Urči z paměti číslo, jehož a) $\frac{3}{7}$ je 21 [49]

b) $\frac{5}{9}$ je 45 [81]

Příklad 4

Urči $\frac{3}{4}$ čísla rovnajícího se $\frac{3}{4}$ z 80.

[45]

Příklad 5

Kterého čísla $\frac{1}{3}$ je o 3 větší než číslo 3?

[18]

Příklad 6

Vypočítej: $5\frac{1}{3} - (1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} : \frac{4}{9} + 2\frac{2}{3})$

$\left[4\frac{1}{6}\right]$

Příklad 7

Co je pro tebe výhodnější: Zvýšit mzdu o $\frac{1}{4}$, při zachování cen nebo snížit ceny o $\frac{1}{4}$, při zachování odměn. O kolik si budeš moc více koupit zboží?

$\left[\frac{5}{4}\, a\, \frac{4}{3}; Lepší\ je\ 2. možnost, o\ \frac{1}{12}\right]$

Příklad 8

Jela jsem na chatu a vzala jsem si zásobu jídla na 6 dnů, nákup stál 450 Kč. Na chatě ale už na mne čekala kamarádka a zásoby jsme společně snědly již za 4 dny. Kdo je z nás větší jedlík? Kolik mi měla kamarádka přispět na jídlo?

$[Kamarádce\ by\ zásoba\ zůstala\ déle;\ 150\ Kč]$

Příklad 9

Otec posekal $\frac{1}{2}$ sadu za 6 hodin. Druhou polovinu nechá synovi, kterému to trvalo 10 hodin.

Při druhém sekání se domluvili, že budou pracovat společně, potřebují posekat $\frac{2}{3}$ zahrady.

Kdy musí začít, aby stihli v neděli začátek fotbalu, který začíná v 17:00?

$[Musí\ začít\ na\ ve\ 12{:}00.]$

Příklad 10

„Potřebujeme stihnout vlak, který odjíždí za 3 hodiny z nádraží vzdáleném 24 km. Jsme schopni ujít za hodinu nejvýše 6 km. Kamarád nám půjčil kolo (nesmíme na něm jet oba současně), na kterém můžeme jet maximálně 18 km/hod. Kolo necháme v úschovně na nádraží. Stihneme dorazit včas? “[9]

$[Mám\ ještě\ 20\,\mathrm{min}\ k\ dobru.]$

Příklad 11

Vypočítej obsah obdélníka, $8\frac{3}{4}$ m a $1\frac{4}{5}$ m

$$\left[\frac{63}{4}\ m^2\right]$$

Příklad 12

Často jste slyšeli, že je to jen špička ledovce, rozumíte tomu nějak?

[9] Jaromír Maláč, Sbírka náročnějších úloh z matematiky, 1967, str. 39

Po hladině plave ledová kra a vyčnívá nad hladinou asi 60 cm. Kolik je pod hladinou?

(Nápověda: Led je o $\frac{1}{10}$ lehčí než voda)

$[5{,}4\ m]$

Příklad 13

a) Na horách se konal netradiční závod v běhu čtyřčlenných smíšených štafet na 10 500 m. Je pravidlo, že každý následující běžec musí uběhnout dvakrát tolik, co předcházející. Kolik běží 1.,2.,3., a 4. Závodník?

b) Závodník na druhém úseku onemocněl a nemohl se závodu zúčastnit. Start byl povolen, za předpokladu, že dodrží podmínky, že každý následující poběží dvakrát tak dlouhou trať jako závodník před ním. Kolik musel tentokrát uběhnout každý závodník? Pro kterého závodníka to znamenalo největší prodloužení tratě?

$$\begin{bmatrix} a)\ 1.\,1500\ m;\ 2.\,3000\ m;\ 3.\,6000\ m \\ b)\ \textit{Pro prvního závodníka o } 800\ m \end{bmatrix}$$

Příklad 14

„Tři turisté si nechali usmažit koblihy a donést do pokoje. Než bylo jídlo hotové, usnuli. Kuchař položil mísu s koblihami a odešel. První turista se vzbudil a snědl jich $\frac{1}{3}$, opět usnul. Druhý turista učinil totéž a po něm i třetí. Zůstalo 8 koblih, určete, kolik jich bylo celkem a jak se o zbývajících 8 podělili.“ [10]

[10] Jaromír Maláč, Sbírka náročnějších úloh z matematiky, 1967, str. 39

2. Procenta

Navazují na zlomky, protože procento v podstatě znamená zlomek $\frac{1}{100}$, můžu to napsat jako zlomek nebo jako desetinné číslo 0,01.

Celek – jednotka – přestavuje $\frac{100}{100}$, tedy 100 %

Procenta používáme například u výpočtu DPH z nákupu, u slev na zboží, u různých statistických údajů, přui výpočtu úspěšnosti testu atd.

V každém příkladě na procenta se vyskytují 3 základní údaje:

1. Výpočet základu,celku – 100 %, označujeme Z = základ,
2. Výpočet procent ze základ - označujeme P = počet procent,
3. Výpočet části celku, která odpovídá počtu procent – označujeme Č = část celku.

2.1 Výpočet části

Příklad 1

Vypočítej 5 % z 200.

Řešení:

100 % … 200

1 % … 200 : 100 = 2

5 % … 5 · 2 = 10

5 % ze 200 je 10

2.2 Výpočet procent

Příklad 2

Na jaře při výprodeji zimního zboží byly lyže zlevněné z 3 200 Kč na 2 240 Kč. Kolika procentní sleva byla?

Řešení:

100 % … 3 200 Kč

1 % … 3 200 : 100 = 32 Kč

Sleva: 3 200 – 2 240 = 960 Kč

960 Kč: 960 : 32= 30 %

Sleva činila 30 %.

2.3 Výpočet základu

Příklad 3

Do školní jídelny chodí 210 žáků školy, což je 70 % z počtu žáků. Kolik má škola žáků?

Řešení:

70 % …… 210 žáků

1% … 210 : 70 = 3 žáků

100 % …. 100 · 3 = 300 žáků

Školu navštěvuje celkem 300 žáků.

2.1 Výpočet části

Příklad 4

Dokážeš vypočítat zpaměti 25 % z 320?

Řešení:

25 % = $\frac{25}{100}$ = $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$ z 320 = 80

Příklad 5

Vypočítej zpaměti 50 % ze 180.

[90]

Příklad 6

Vypočítej zpaměti 75 % z 280.

[210]

Příklad 7

Vypočítej zpaměti 12,5 % ze 72.

Řešení:

$\frac{12,5}{100} = \frac{2,5}{20} = \frac{0,5}{4} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8} \rightarrow 9$

Je dobré si zapamatovat pro praxi:

50 % je $\frac{1}{2}$,

75 % jsou $\frac{3}{4}$,

25 % je $\frac{1}{4}$,

12,5 % je $\frac{1}{8}$,

$33\frac{1}{3}$ % je $\frac{1}{3}$ celku.

Příklad 8

Tabulka

Základ	60	300	32	67	89	100	1000	10	89
1 %									
Počet procent	2	4	12	15	55	50	13	89	30
Část celku									

Výsledek:

Základ	60	300	32	66	90	100	1000	10	42
1 %	0,6	3	0,32	0,66	0,90	1	10	0,1	0,42
Počet procent	2	4	12	15	55	50	13	89	30
Část celku	1,2	12	3,84	9,9	49,5	50	130	8,9	12,6

Příklad 9

Lucce se líbí boty za 1 800 Kč, ale s nákupem si počká na povánoční slevy. Po Vánocích zjistila, že sleva je 30 % z původní ceny. Kolik ji budou boty stát?

Řešení:

Můžu řešit dvojím způsobem:

a)

100 % … 1 800 Kč

1 % … 1 800 : 100 = 18 Kč

30 % … 30 · 18 = 540 Kč (sleva)

1 800 Kč – 540 Kč = 1 260 Kč (nová cena)

Nová cena bot činí 1260 Kč.

b)

původní cena je 100 %, sleva je 30 %. Nebo-li nová cena je 100 % - 30 % = 70 %

100 % … 1 800 Kč

1 % … 1 800 : 100 = 18 Kč

70 % … 70 · 18 = 1260 Kč

Nová cena bot činí 1260 Kč.

Příklad 10

Marie chce shlédnout film Lidice. Na internetu si našla, že lístek do kina stojí 120 Kč. Pro studenty je ale sleva 15 %. Lenka je student. Kolik jí bude stát lístek?

[102 Kč]

Příklad 11

Pan Flanders má zahradu 40 m x 60 m. Soused Simpson přišel se žádostí, jestli by si pan Flanders nemohl šířku zahrady o 10 % zkrátit, ale že si může o 10 % zahradu prodloužit. Je to pro pana Flanderse výhodné?

Řešení:

Původní plocha zahrady:

S= a · b = 40 · 60 = 2400 m^2

Navrhované rozměry zahrady:

a´ = 40 – (10 % ze 40)

100 % … 40 m

1 % … 40 : 100 = 0,4 m

10 % … 10 · 0,4 = 4 m

a´ = 40 – 4 = 36 m

b ´= 60 + (10 % ze 60)

100 % … 60 m

1 % … 60 : 100 = 0,6 m

10 % … 10 · 0,6 = 6 m

b´ = 60 + 6 = 66 m

S´ = a´ · b´ = 36 · 66 = 2376 m^2

$[\textit{Pro pana Flanderse to není výhodnější, protože plocha zahrady by se mu zmenšila.}]$

Příklad 12

Na tuto podmínku pan Flanders nepřistoupil. Soused Simpson ale přišel s druhou nabídkou. Navrhl Flandersovi, aby si zkrátil délku zahrady o 10 % a šířku o 10 % zvětšil. Bude pro Flanderse tento návrh již přijatelnější?

$$\begin{bmatrix} S' = 2376\ m^2 \\ \textit{Tato nabídka se panu Flandersovi opět nevyplatí.} \end{bmatrix}$$

Příklad 13

Je tato nabídka nevýhodná při jakémkoli rozměru zahrady? Pokuste se to řešit obecně.

Řešení:

S= a · b

Nový rozměr a´= 90 % a

Nový rozměr b´= 110 % b

Nový obsah: S´= 90 % a · 110 % b = 0,9 a · 1,1 b = 0,99 a · b

(a · b= S)

S´= 99 % S → navrhovaná plocha bude menší než původní. Je vždy o 1 % menší.

Na základě těchto příkladů jsme přišli na zobecnění, jak vypočítáme část.

Část = 1 % · počet procent

1 % = základ : 100

$$\mathbf{Č} = \frac{z}{100} \cdot \mathbf{P}$$

Příklad 14

Anna má 4 kuponové slevy na oblečení do značkového obchodu v hodnotě 10 %, 20 %, 30 % a 50 %. Jeden kupón může použít pouze na 1 kus. Vybrala si: tričko v hodnotě 250 Kč, kalhoty za 800 Kč, rukavice za 150 Kč, svetr za 400 Kč. Jak si má slevy rozvrhnout, aby ji nákup stál co nejméně? Kolik ušetří díky nejlépe využitých slev?

[*Na nejdražší zboží použiji nejvyšší slevu. Anna na nákupu ušetří 585 Kč*]

Příklad 15

Jarmil si chce koupit nový telefon a nabídne starý mobil za 1000 Kč Kájovi s 50 % slevou. Ten nabídku příjme, ale hned mobil nabídne Tondovi s 30 % slevou. Tonda mobil koupí a hned ho nabídne Pepíkovi s 20 % slevou. Ten zajásá: „Hurá, mám mobil zadarmo, beru!“ Je jeho radost oprávněná?

[*Pepův jásot byl zbytečný,pokud chce mobil,musí zaplatit 280 Kč*]

2.2 Výpočet procent

Příklad 16

Na jaře při výprodeji zimního zboží byly lyže zlevněné z 3200 Kč na 2240 Kč. Kolika procentní sleva byla?

Řešení:

Sleva: 3200 – 2240 = 960 Kč

100 % … 3200 Kč

1 % … 3200 : 100 = 32 Kč

x % … 960 : 32 = 30 %

Sleva činila 30 %.

Příklad 17

Původní cen (Z)	1 800	1 200	2 000	500	3 600	5 200	10 000	1 000
Nová cena	1 620	960			3564			0
1 %								
Sleva v Kč (Č)			800	125		2640	3 000	
Sleva v % (P)								

Výsledek:

Původní cen (Z)	1 800	1 200	2 000	500	3 600	5 200	10 000	1 000
Nová cena	1 620	960	1 200	375	3 564	2 600	3 000	0
1 %	18	12	20	5	36	52	100	10
Sleva v Kč (Č)	180	240	800	125	36	2 600	7 000	1 000
Sleva v % (P)	10	20	40	25	1	50	70	100

Obecné vyjádření výpočtu počtu procent:

$P = \frac{Č}{1\%}$, $1\% = \left(\frac{Z}{100}\right)$

Příklad 18

V New Yorkeru a ve H&M jsou slevy. V New Yorkeru svetr, který stál původně 750 Kč, zlevnili o 150 Kč. A v H&M svetr, který stál 460 Kč, zlevnili o 115 Kč. Ve které prodejně se prodává svetr s větší slevou?

$$\begin{bmatrix} 1.\,obchod\!: 20\ \% \\ 2.\,obchod\!: 25\ \% \end{bmatrix}$$

Příklad 19

Chtěla jsem koupit knížku svému bratru o bonsajích. Knížka stála 200 Kč. Když jsem si na ni našetřila, šla jsem koupit vyhlédnutou knížku. Ale zjistila jsem, že knížka stojí už 216 Kč. Prodávající to zdůvodnil zvýšením DPH ze 14 % na 19 %. Bylo toto zdražení odpovídající?

$$\begin{bmatrix} \textit{Zdražení neodpovídalo zvýšení DPH.} \\ \textit{Bylo o 3 \% větší.} \end{bmatrix}$$

Příklad 20

Dva chlapci Jirka a Miloš pomáhali při prořezávání stromů. Měli přislíbenou odměnu, Jirka 800 Kč a Miloš 1200 Kč. Místo očekávané odměny 2000 Kč dostali jenom 1600 Kč. Miloš řekl: „Dostali jsme o 400 Kč méně nebo-li každému se snižuje odměna o 200 Kč. “ Miloš si vzal 1000 Kč a Jirkovi dal 600 Kč. Jirka na toto řešení ale nepřistoupil. Byl Jirka právem nespokojený?

[*Jirka měl dostat* 640 *Kč a Miloš* 960 *Kč.*]

Příklad 21

Obyvatelé panelového domu se rozhodli, že udělají celkové zateplení svého domu. Stavební firma jim stanovila cenu 1 600 000 Kč. Využili akce Zelená úspora a zažádali si o dotace. Získali dotaci 528 000 Kč. Kolika procentní dotace jim byla přiznána?

[33 % *dotace*]

2.3 Výpočet základu

Příklad 22

Porovnej podle velikosti čísla *a* a *b*, jestliže 3 % čísla *a* je 27 a 18 % čísla *b* je 162.

Řešení:

3 % ….. 27

1 % …. 27 : 3 = 9

100 % - číslo *a* … 100 · 9 = 900

18 % …. 162

1 % …… 162 : 18 = 9

100 % - číslo b …. 100 · 9 = 900

a = *b*

Příklad 23

Chci si koupit korálky na výrobu náramků. Mám štěstí a v obchodě je 20 % sleva na vše. Za korálky zaplatím 40 Kč. Kolik by mě stály beze slevy?

$$\left[\textit{Před slevněním bych za korálky zaplatila } 50 \text{ Kč.}\right]$$

Příklad 24

Honzík letí s rodiči na dovolenou. Po hodině letu se Honzík ptá, jak dlouho ještě bude trvat cesta. Tatínek odpověděl: „Právě máme za sebou 60 % cesty. “ Jak dlouho trval let? Honzík se zamyslel a hned řekl výsledek. Vypočítej zpaměti, výsledek uveď v hodinách.

$$\left[\textit{Celkový let trval } 1\,\frac{2}{3}\ \textit{hodiny.}\right]$$

Příklad 25

Letecky se zkrátila doba o 80 %, jak dlouho trvá tato cesta autobusem?

$$\left[\textit{Cesta autobusem by trvala } 8\,\frac{1}{3}\ \textit{hodiny.}\right]$$

Příklad 26

Tetička si chce pohnojit svoji květinovou zahrádku. Koupila si 750 ml tekutého hnojiva. Květiny se mají zalévat 3 % roztokem tohoto hnojiva. Tetička si s tím neví rady, dokážeš jí roztok připravit?

a) Kolik litrů ji připravíš roztoku požadované koncentrace?

b) Jakým množstvím vody zředíš hnojivo?

c) Kolika 5 l konvemi zaliji babičce záhonek?

Řešení:

3 % …. 750 ml

1 % … 750 : 3 = 250 ml

100 % …. 100 · 250 = 25 000 ml

25 000 ml = 25 l

750 ml = $\frac{3}{4}$ l roztoku

a) Připravím 25 litrů roztoku.
b) 25 l – $\frac{3}{4}$ l = 24 $\frac{1}{4}$ l vody
c) 25 l : 5 l = 5 konví

Příklad 27

Odšťavňovačem jsem získala $\frac{1}{4}$ l jahodové šťávy. Chci udělat 40 % jahodový mléčný koktejl. Kolik mléka musím přilít do jahodové šťávy?

[$375\ ml\ mléka$]

2.4 Úrokování

Příklad 28

Pan Novák rozjížděl firmu a vzal si úvěr 1 000 000 Kč na roční 12 % úrok. Zavázal se bance, že částku splatí do 3 let. Pan Novák si spočítal, že s úrokem půjčená částka bude 1 120 000 Kč. Při měsíčních splátkách 40 000 Kč si spočítal, že bude mít úvěr splacený za 28 měsíců. Byl nemile překvapen, když po 28 měsících v domnění, že má splaceno, mu přišla hned následující měsíc upomínka o dlužné částce. Dokážeš mu poradit, kolik ještě dluží bance?

Řešení:

Začátek splácení:

Dlužná částka 1 120 000 Kč

Splátky:

1. rok: $12 \cdot 40\,000$ Kč = 480 000 Kč

Dlužná částka po 1. roce: 1 120 000 – 480 000 = 640 000 Kč

2. rok: 640 000 + 12 % úrok

100 % … 640 000 Kč

1 % … 640 000 : 100 = 6 400 Kč

12 % … $12 \cdot 6\,400$ = 76 800 Kč

Dlužná částka po 2. roce: 640 000 + 76 800 = 716 800 Kč

Na konci 2. roku byl dlužen: 716 800 – 480 000 = 236 800 Kč

3. rok: 236 800 + 12 % = 236 800 +28 416= 265 216 Kč

Během 3. roku zaplatil 160 000 (jen ty 4 měsíce), tedy dlužil ještě 105 216 Kč.

Výsledek:

Na konci 3. roku mu přišla upomínka, že je dlužen ještě 105 216 Kč.

Příklad 29

Na vkladní knížce paní Lisé s úrokovou mírou 7 % je vklad 180 000 Kč. Na vkladní knížce jejího manžela s úrokovou mírou 5 % je vklad 252 000 Kč. Je pravda, že roční úroky z obou vkladů jsou stejné? Svou odpověď odůvodni výpočtem.

$$\left[\textit{Úroky z obou vkladů jsou } 12\,600\ \textit{Kč.}\right]$$

Příklad 30

Pan Novák si uložil 100 000 Kč na 3 % úrok. Kolik bude mít za 3 roky na účtu? (Banka úroky nezdaňuje)

Řešení:

1. rok: 100 % …. 100 000 Kč

1 % ….. 1000 Kč

3 % ….. 3000 Kč

3000 Kč je úrok za 1.rok. Celková částka na účtu je 100 000 Kč + 3000 Kč = 103 000 Kč

2. rok: 100 % …. 103 000 Kč

1% …. 1030 Kč

3 % …. 3090 Kč

3090 Kč je úrok za 2.rok. Celková částka na účtu je 103 00 Kč + 3090 Kč = 106 090 Kč

3. rok: 100 % …. 106 090 Kč

1 % ….. 1060,90 Kč

3 % …. 3182,70 Kč

3182,70 je úrok za 3.rok. Celková částka na účtu je 106 090 Kč + 3182,70 Kč = 109 272,70 Kč.

Za tři roky měl na účtu 109 273 Kč.

Příklad 31

Paní Jedličková si uložila 1 000 000 Kč na 4 % úrok. Kolik bude mít za 4 roky na účtu? (Banka úroky nezdaňuje)

$[Za\ 4\ roky\ bude\ mít\ na\ účtu\ 1\ 169\ 859\ Kč]$

Příklad 32

Marika si půjčila 10 000 Kč na 5 % úrok se splatností do dvou let. Pokud by nesplatila částku do dvou let bance, bude za každý měsíc penalizována 10 % z půjčené částky. Marika si spočítala, že musí splácet každý měsíc 440 Kč. Po dvou letech byla přesvědčená, že splátku splatila, ale za rok ji přišla složenka k úhradě. Kolik měla na složence napsáno peněz ke splacení?

Řešení:

1. rok:

100 % …. 10 000 Kč

1 % …. 100 Kč

5 % … 500 Kč

Na začátku činila půjčka s úrokem 10 500 Kč.

Při měsíčním splácení 440 Kč zaplatila: 440 Kč · 12 splátek = 5 280 Kč

Na začátku 2. roku byla dlužna 10 500 Kč – 5 280 Kč = 5 220 Kč

2. rok:

100 % …. 5 220 Kč

1 % …. 52, 20 Kč

5 % …. 216 Kč

Celková dlužná částka je 5 220 Kč + 216 Kč= 5 436 Kč

Splatila: 440 Kč · 12 splátek = 5 280 Kč

Na konci 2. roku ji chybělo zaplatit 5 436 Kč – 5 280 Kč = 156 Kč

Přestala splácet, ale měla ještě 156 Kč ke splacení.

100 % … 10 000 Kč

1 % …. 100 Kč

10 % …. 1000 Kč. Každý měsíc Marice nabíhá penále 1 000 Kč.

1000 Kč · 12 měsíců = 12 000 Kč + původní nedoplatek = 12 000 Kč + 156 Kč = 12 156 Kč

Marika měla na složence částku 12 156 Kč ke splacení.

2.5 Příklady na procvičení

Příklad 1

a) Co je víc 3 % z 1 hl nebo 1 % ze 3 hl?

b) 10 % z 1 hl nebo 20 % z 50 l?

c) 5 % ze 2 kg nebo 250 % ze 40 g

$[a)\ 3\ l = 3\ l; b)\ 10\ l = 10\ l; c)\ 100\ g = 100\ g]$

Příklad 2

Před Vánoci byla velká poptávka zboží, proto lyže, které stály 3000 Kč, zdražili o 20 %, po Vánocích je o 20 % zlevnili. Za kolik koupila Markéta lyže po Vánocích?

$[2\ 880\ Kč]$

Proto si dejte pozor na akce se slevami a povánoční slevové šílenství. Ne vždy je sleva tak výhodná, jak se propaguje.

Příklad 3

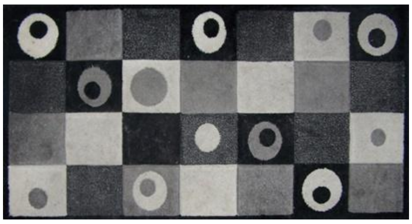
Honza má na svém Facebookovém profilu 581 přátel. Z toho je 48 % děvčata, kolik chlapců má Honza na svém Facebooku profilu?

$[406\ chlapců]$

3. Odmocniny, mocniny

Příklad 1

Kolik m^2 koberce budu potřebovat na pokrytí podlahy v mém pokojíčku, který má tvar čtverce s délkou strany 5 m?



Řešení:

Obsah čtverce: S = a^2

a = 5 m

S = 5^2

S = 25 m^2

Budu potřebovat 25 m^2 koberce na pokrytí podlahy mého pokoje.

Příklad 2

Kolik m^2 černého igelitu budu potřebovat na přikrytí záhonu s jahodami, který má tvar čtverce a jeho strana má délku 3 m?

[$9m^2$]

Příklad 3

Kolik cm^2 plátna bude potřebovat švadlena na udělání ubrusu na čtvercový noční stůl o straně 50 cm?

[2 500 cm^2]

Příklad 4

Kolik m umělého trávníku širokého 20 m budu potřebovat na pokrytí čtvercového dětského hřiště, jehož obsah je 3 600 m^2?

Řešení:

Obsah čtverce: S = a^2

Strana čtverce: a = $\sqrt{S}$

a = $\sqrt{3\,600}$

a = 60 m

60 : 20 = 3

K pokrytí hřiště, které má tvar čtverce s délkou strany 60 m, bude potřeba koupit 3 pásy 20 m širokého umělého trávníkového koberce.

Příklad 5

Vypočítej, kolik metrů linolea, které je široké 1,5 m je třeba k pokrytí čtvercové podlahy kuchyně, víš – li, že podlaha má obsah 8, 43 m^2.

[$5{,}8\ m$]

Příklad 6

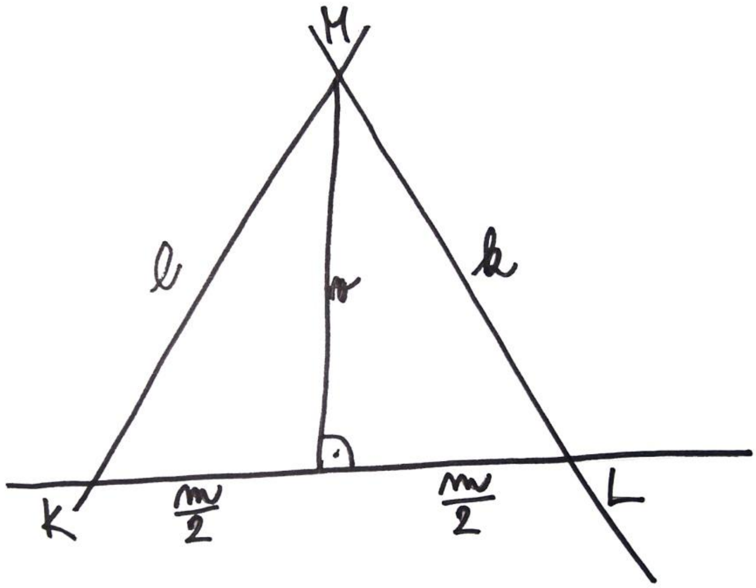
Mučírna na středověkém hradu má vydlážděnou čtvercovou podlahu 2 209 čtvercovými dlaždicemi o straně 0,11 m. Jaké má rozměry podlaha?

[$5{,}17\ m$; $5{,}17\ m$]

Příklad 7

Rovnoramenný trojúhelník KLM má ramena délky $k = l = 90$ mm a výška k základně je v = 80 mm. Vypočítej délku základny *m*.

Řešení:



$k = l = 90$ mm

$v = 80$ mm

$m = ?$ mm

Znění Pythagorovy věty:

$m^2 = k^2 + l^2$

$\left(\frac{m}{2}\right)^2 = k^2 - v^2$

$\left(\frac{m}{2}\right)^2 = 90^2 - 80^2$

$\frac{m^2}{4} = 8\,100 – 6\,400$

$\frac{m^2}{4} = 1\,700 \qquad / \cdot 4$

$m^2 = 425$

$m = 20{,}6$ mm

Základna KL rovnoramenného trojúhelníku KLM má délku 20,6 mm.

Příklad 8

„Rovnoramenný trojúhelník ABC má ramena délky a, b, a = b, základna délky c, výška k základně je v. Vypočítejte zbývající údaj, je-li dáno:

a) c = 4,2 cm, v = 2,8 cm

b) a = 8,2 cm, v = 1,8 cm

c) v = 52 mm, c = 78 mm

$$\begin{bmatrix} a)\ a = 3{,}5\ m \\ b)\ c = 16\ cm \\ c)\ a = 65\ mm \end{bmatrix}$$ [11]

Příklad 9

Dokážeš narýsovat úsečku c = $\sqrt{5}$ cm?

[11] František Běloun a kolektiv, Sbírka úloh z matematiky pro základní školu, 7. vydání, str. 54, př. 9

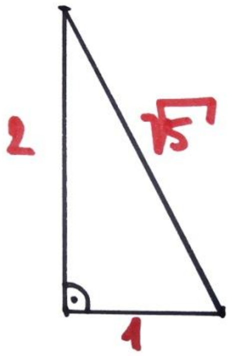
Řešení:

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 1^2 + 2^2$

$c^2 = 1 + 4$

c = $\sqrt{5}$



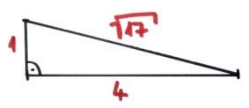
Příklad 10

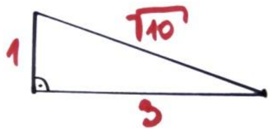
Dokážeš narýsovat úsečku:

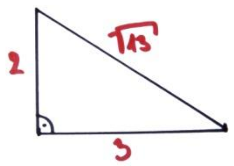
a) c = $\sqrt{17}$ cm?

b) c = $\sqrt{10}$

c) c = $\sqrt{13}$







Příklad 11

Vypočítej:

a) $\frac{7^2+3^2}{2\cdot 5^2}$ $\left[4\frac{4}{25}\right]$

b) $\frac{(7+3)^2}{(2\cdot 5)^2}$ $[1]$

c) $\frac{7^2-3^2}{(5-2)^2}$ $\left[4\frac{4}{9}\right]$

d) $\frac{3^2-7^2}{(2-5)^2}$ $\left[-4\frac{4}{9}\right]$

e) $\frac{[3\cdot(-7)]^2}{(2+5)^2}$ $[9]$

f) $\frac{-3^2-(-7)^2}{(-2)^2-5^2}$ $\left[2\ \frac{16}{21}\right]$

Příklad 10

Pro a = 4 a pro b = - 2 vypočítej hodnotu výrazu:

a) $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$ $\left[\frac{1}{9}\right]$

b) $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$ $\left[\frac{3}{5}\right]$

c) $\frac{4\,a^2-3\,b^2}{a^2b-a\,b^2}$ $\left[3\frac{1}{4}\right]$

Příklad 11

Vypočítej:

$$\frac{3^2}{15} - \left(\frac{3}{15}\right)^2 + \left(\frac{3}{-15}\right)^2$$

$\left[\frac{3}{5}\right]$

Příklad 12

Vypočítej:

a) $\sqrt{256} \cdot \sqrt{225} \cdot \sqrt{196}$

[3 360]

b) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$

[6]

Příklad 13

„Pro a = 4 a b = - 3 vypočítej hodnotu výrazu:

a) $\sqrt{a^2 + b^2}$ [5]

b) $\sqrt{(a + b)^2}$ [1]

c) $\sqrt{(a - b)^2}$ [7]

d) $\sqrt{(b - a)^2}$ [7]

e) $\sqrt{(a + 9)^2 - (b - 9)^2}$ [5]

f) $\sqrt{(a + 9)^2} - \sqrt{(b - 9)^2}$ [1]

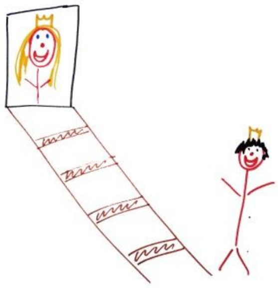
Příklad 14

Anička si chce oplotit svou zahrádku ve tvaru čtverce o výměře 400 m^2. Kolik metrů plotu je třeba k oplocení Aniččiny zahrádky?

$[80\ m]$

Příklad 15

Princ leze za princeznou do okna po žebříku. Okno je od země vzdáleno 7,8 m, princ si postaví žebřík 1,6 m daleko od zdi. Kolik metrů musí princ po žebříku ulézt, aby se dostal k milované princezně?



$[8\ m]$

Příklad 16 [12]

Rozhodni, zda platí:

a) $\left(\frac{1}{8}\right)^{45} > 0$ $[platí]$

b) $(-5)^{28} < 0$ $[neplatí]$

c) $(-3)^{33} > 0$ $[neplatí]$

d) $\left(-\frac{1}{7}\right)^{22} > 0$ $[platí]$

e) $(-5)^{17} \cdot (-4)^{22} > 0$ $[neplatí]$

f) $(-6)^{20} \cdot 0^{13} < 0$ $[neplatí]$

[12] František Běloun a kolektiv, Sbírka úloh z matematiky pro základní školu, 7. vydání, str. 61, př. 1

Příklad 17

Vypočítej:

$6\,a^2 b^3 \cdot 5\,\mathrm{a}b^4$

Řešení:

$6\,a^2 b^3 \cdot 5\,\mathrm{a}b^4 = (6 \cdot 5) \cdot (a^2 \cdot \mathrm{a}) \cdot (b^3 \cdot b^4) = 30 \cdot a^{2+1} \cdot b^{3+4} = 30\,a^3 b^7$

Příklad 18

Vypočítej:

$7\,a^4 b^2 \cdot 3\,a^7 b^4$

$[21\,a^{11} b^6]$

Příklad 19

Vypočítej:

$9\,a^2 b^5 \cdot (-\,4\,a^6 b^4)$

$[-36a^8 b^9]$

Příklad 20

Vypočítej: $18\,x^3 y^5 : 9\,x^2 y^3$

Řešení:

$18\,x^3 y^3 : 9\,x^2 y^5 = (18 : 9) \cdot (x^3 : x^2) \cdot (y^3 : y^5) = 2 \cdot x^{3-2} \cdot \frac{1}{y^{5-3}} = 2\,\frac{x}{y^2}$

$x \neq 0, y \neq 0$

Příklad 21

Vypočítej:

$20\,x^6y^3 : 2\,x^9y^3$ $\left[10\frac{1}{x^3}\right]$

Příklad 22 [13]

$0{,}3\,x^3y^4 : 1{,}2\,x^3y^2$

$[0{,}25y^2]$

Příklad 23

Umocni:

$(6x^4y^3z^8)^3$

Řešení:

$(6x^4y^3z^8)^3 = 6^3 \cdot x^{4\cdot3} \cdot y^{3\cdot3} \cdot z^{8\cdot3} = 216\,x^{12}y^9z^{24}$

Příklad 24

Umocni:

$\left(\frac{4x^8y^2}{z}\right)^4$

Řešení:

$$\left(\frac{4x^8y^2}{z}\right)^4 = \frac{4^4\cdot(x^8)^4\cdot(y^2)^4}{z^4} = \frac{256\,x^{8\cdot4}\cdot y^{2\cdot4}}{z^4} = \frac{256\,x^{32}y^8}{z^4}$$

Příklad 25

Umocni:

$(x^2y^4)^n$

$[x^{2n}y^{4n}]$

[13] František Běloun a kolektiv, Sbírka úloh z matematiky pro základní školu, 7. vydání, str. 62, př. 6

3.1 Příklady na procvičení

Příklad 1

Vlož mezi dvojici číselných výrazů místo * znaménko rovnosti nebo nerovnosti.

a) $2^3 * 3^2$ $[2^3 < 3^2]$

b) $2^5 * 5^2$ $[2^5 > 5^2]$

c) $2^4 * 4^2$ $[2^4 = 4^2]$

d) $3^4 * 4^3$ $[3^4 > 4^3]$

Příklad 2

Která čísla jsou stranou čtverců, značí-li čísla v tabulce příslušné obsahy?

36	$9a^2$	$4a^2b^6$	$0{,}16(a-b)^2$
81	$25y^2$	$0{,}01c^4d^8$	$0{,}04(x-y)^2$

Výsledek:

6	3a	$2ab^3$	0,4 (a-b)
9	5y	$0{,}1c^2d^4$	0,2(x-y)

Příklad 3

Vlož mezi dvojici číselných výrazů místo * znaménko rovnosti nebo nerovnosti.

a) $2^2+2^3 * 2^{2+3}$ $[2^2+2^3 < 2^{2+3}]$

b) $2^{2+2} * 2^2+2^2$ $[2^{2+2} > 2^2+2^2]$

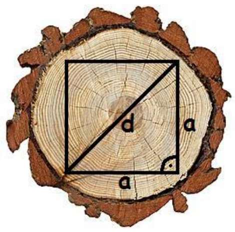
c) $3^2+3^3 * 3^{2+3}$ $[3^2+3^3 < 3^{2+3}]$

Příklad 4

Jakými číslicemi nemůže končit druhá mocnina kteréhokoliv celého čísla?

$[2, 3, 7, 8]$

Příklad 5



Průměr kmene je 18 cm. Může si z něho pan Pípal vyříznout trámek se čtvercovou podstavou o straně 10 cm?

$$\begin{bmatrix} d = 14\ cm, d < 18\ cm \\ \textit{Na požadovaný trámek by stačil kmen o průměru 15cm.} \end{bmatrix}$$

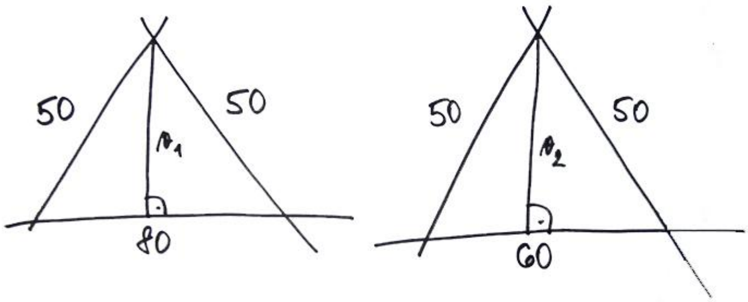
Příklad 6

Dokážeš poradit panu Pípalovi, jakou nejdelší stranu může mít trámek z tohoto kmene? (V celých centimetrech)

$[\textit{Nejdelší podstavná strana trámku může být 12 cm.}]$

Příklad 7

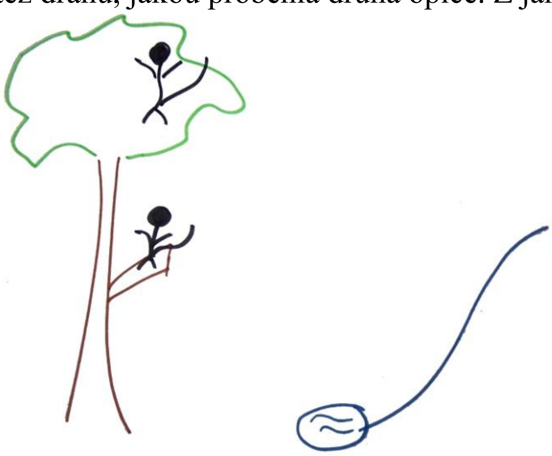
Dva pozemky mají tvar rovnoramenných trojúhelníků o rozměrech 80 m, 50 m, 50 m a 60 m, 50 m, 50. Je možná výměna pozemků, aniž by jejich majitelé byli poškozeni?



$$\begin{bmatrix} S_1 = S_2 \\ \textit{Výměna pozemků je možná.} \end{bmatrix}$$

Příklad 8

Na stromě seděly dvě opice, jedna na vršíčku, druhá 5 m od země. Obě se chtěly napít z pramene vzdáleného 20 m od stromu. První opice skočila k pramenu z vršku stromu a proletěla tutéž dráhu, jakou proběhla druhá opice. Z jaké výšky opice skočila?



$[\textit{Opice skočila z výšky 15 m.}]$

4. Výrazy

Příklad 1

Zapiš a urči hodnotu výrazu.

a) součin součtu čísel 5 a 4 a rozdílu čísel 60 a 55

b) podíl rozdílu čísel 45 a 27 a součtu čísel 9 a 0

$[a)\ 45;\ \ b)\ 2]$

Příklad 2

Urči, které hodnoty daných číselných výrazů se sobě rovnají:

a) 36 : 6 b) (20 - 16) · 0,5 + 8 – 4 c) 5 · 4 : 10 d) 6 · 1 : 1,5 * 4

$[Rovnají\ se\ sobě\ a)\ a\ b)\ ]$

Příklad 3

Zapiš jako výraz (neupravuj):

a) součet čtyřnásobku čísla x a čísla 7

$[4x + 7]$

b) trojnásobek rozdílu čísla x a čísla 6

$[3(x - 6)]$

c) druhou odmocninu součtu čísel m a n

$[\sqrt{m + n}]$

d) součet druhých mocnin čísel m a n

$[m^2 + n^2]$

e) součin čísel 7r a 5s zmenšený o jejich rozdíl

$[7r.5s - (7r - 5s)]$

Příklad 4

Napiš číslo, které je:

a) o 6 menší než číslo m $[m - 6]$

b) o m menší než číslo 6 $[6 - m]$

c) o x menší než číslo y $[y - x]$

d) šestkrát větší než číslo m $[6m]$

e) o x menší než pětinásobek čísla y $[5y - x]$

Příklad 5

Na dětský tábor se zapsalo x dívek a chlapců o y méně než dívek. Kolik dětí se zúčastnilo dětského tábora, když nepřijeli 4 chlapci a 3 dívky?

Řešení:

přihlášené dívky x

přihlášení chlapci x – y

zúčastněné dívky x – 3

zúčastnění chlapci x – y – 4

všechny děti na táboře (x - 3) + (x – y - 4) = x – 3 + x – y – 4 = 2x – y – 7

Dětského tábora se zúčastnilo 2x – y -7 dětí.

Příklad 6

Do kuchařského kurzu se přihlásilo x mužů a žen o 2 méně než mužů. Kolik je na první lekci vaření lidí, nepřišli-li 2 muži a 1 žena?

$[(2x - 5)\ lidí]$

Příklad 7 [14]

Zjisti, zda výraz $\frac{5x - x^2}{7}$ má pro x = -2 a pro x = 3 stejnou hodnotu jako výraz $\frac{-6-x}{2}$.

Řešení:

Nejdříve urči hodnotu obou výrazů pro x = - 2

$\frac{5x - x^2}{7} = \frac{5 \cdot (-2) - (-2)^2}{7} = \frac{-10-4}{7} = \frac{-14}{7} = -2$

[14] František Běloun a kolektiv, Sbírka úloh z matematiky pro základní školu, 7. vydání, str. 66, př. 2

$\frac{-6-x}{2} = \frac{-6-(-2)}{2} = \frac{-6+2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

Potom urči hodnotu obou výrazů pro x = 3

$\frac{5x-x^2}{7} = \frac{5 \cdot 3 - 3^2}{7} = \frac{15-9}{7} = \frac{6}{7}$

$\frac{-6-x}{2} = \frac{-6-3}{2} = -\frac{9}{2}$

Pro x = - 2 mají oba výrazy stejnou hodnotu.

Pro x = 3 nemají stejnou hodnotu.

Z toho plyne, že dané výrazy se sobě nerovnají.

Příklad 8

Urči hodnotu výrazu (6x – 4) · x

pro x:

a) 0 [0]

b) 1 [2]

c) 7 [266]

d) 10 [560]

Příklad 9 [15]

Urči hodnoty daných výrazů pro uvedené hodnoty proměnných:

a) 2(x + y) x = 7,3; y = 2,8

[20,2]

b) (2t – 1,3) s t = 5,2; s = 8

[72,8]

c) 10k – 2m k = 4,1; m = -3

[47]

d) $\frac{6r-2s}{7}$ r = -5; s = -1

[−4]

[15] Sbírka úloh z matematiky pro 7. ročník základní školy, J.Trejbal, Š.Filip,E.Kučinová, P.Mäsiar, Státní pedagogické nakladatelství Praha 1992, str.65, př.13

e) 5a + 2b $a = \frac{1}{2}$; b = -3

[−3,5]

Příklad 10

Vypočítej hodnoty všech výrazů s proměnnou, které jsou v tabulce:

x	6x + 7	$\frac{1}{2}$ x -9	- (-x) + 5
1			
4			
0			
-5			
-3			

Výsledek:

x	6x + 7	$\frac{1}{2}$ x -9	- (-x) + 5
1	13	$-\frac{17}{2}$	6
4	31	-7	9
0	7	-9	5
-5	-23	$-\frac{23}{2}$	0
-3	-11	$-\frac{21}{2}$	2

Příklad 11

Zjednoduš výraz:

$4\,x^2 + 7x - 3x^2 - 2x + 5 + 2x^2 + 6$ a poté proveď správnost svého výpočtu tak, že za x dosadíš -1.

Řešení:

$4\,x^2 + 7x - 3x^2 - 2x + 5 + 2x^2 + 6 = (4\,x^2 - 3x^2 + 2x^2) + (7x - 2x) + (5 + 6) =$

$= 3x^2 + 5x + 11$

Teď si pro zkoušku urči hodnotu daného i upraveného výrazu pro x = -1:

$4\,x^2 + 7x - 3x^2 - 2x + 5 + 2x^2 + 6 = 4 \cdot (-1)^2 + 7 \cdot (-1) - 3 \cdot (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 5 + 2 \cdot (-1)^2 + 6 = 4 \cdot 1 - 7 - 3 \cdot 1 + 2 + 5 + 2 = 4 - 7 - 3 + 2 + 5 + 2 + 6 = 9$

$3x^2 + 5x + 11 = 3 \cdot (-1)^2 + 5 \cdot (-1) + 11 = 3 \cdot 1 - 5 + 11 = 3 - 5 + 11 = 9$

Pro x = -1 mají oba výrazy stejnou hodnotu, tudíž byla úprava provedena dobře.

Příklad 12

Zjednoduš výrazy:

a) $14\,k^2 + 8\,m - 5 - (-6\,k^2) + 20\,m$ [$20k^2 + 28m - 5$]

b) $3x^4 - 7x^2 + 5x - 6x^3 + 15x - 4x^2 - x^4 + 6x^3 + 8$ [$2x^4 - 11x^2 + 20x + 8$]

Příklad 13

Zjednoduš výraz:

$6t^4 - 7t^2 + 11t^3 + t + 8t^4 + 3t^2 + 23 - 5t$

a správnost tvého výpočtu ověř dosazením t = -1

[$14t^2 + 11t^3 - 4t^2 - 4t + 23; 26$]

Příklad 14

Doplň tabulku:

m	$\frac{m^2 - 3m}{2}$
-7	
-5	
-2	
-1	
0	
1	
3	

Výsledek:

m	$\frac{m^2 - 3m}{2}$
-7	35
-5	20
-2	5
-1	2
0	0
1	-1
3	0

Příklad 15

Vypočítej:

$(5x^2 + 4x - 3) \cdot (-6x)$

Řešení:

$(5x^2 + 4x - 3) \cdot (-6x) = -30x^3 - 24x^2 + 18x$

Příklad 16

Vypočítej:

$(4x - 5) \cdot (-8x^2 - 10x + 6)$

Řešení:

$(4x - 5) \cdot (-8x^2 - 10x + 6) = -32x^3 - 40x^2 + 24x + 40x^2 + 50x - 30 = -32x^3 + 74x - 30$

Příklad 17

Vypočítej:

$(4x+5)^2 - (2x-3)^2$

Řešení:

$(4x+5)^2 - (2x-3)^2 = 16x^2 + 40x + 25 - (4x^2 - 12x + 9) =$

$= 16x^2 + 40x + 25 - 4x^2 + 12x - 9 = 12x^2 + 52x + 16$

Příklad 18

Vypočítej:

$(14m^2 - 9m + 20) \cdot (-2m)$

$[-28m^3 + 18m^2 - 40m]$

Příklad 19

$(-6m^2 + 11m - 7) \cdot 4m + \left(8m^2 - 7m + \frac{1}{2}\right) \cdot (-2m)$

$[-40m^3 + 58m^2 - 29m]$

Příklad 20

$(7a - 2) \cdot \left(6a^2 - \frac{1}{2}a - 3\right)$

$\left[42a^3 - 15\frac{1}{2}a^2 - 20a + 6\right]$

Příklad 21 [16]

Uprav:

a) $(3a + 6) \cdot (3 - 8b) + (4a + 2) \cdot (6b - 9)$

$[-27a - 36b]$

b) $(18a - 24) \cdot (b - 3) - (3a - 4) \cdot (6b - 18)$

[16] František Běloun a kolektiv, Sbírka úloh z matematiky pro základní školu, 7. vydání, str. 70, př. 45

[0]

c) (8a - 7) · (b + 2) + (3 – 2a) · (4b - 1) + 17

$[18a + 5b]$

d) (3a - 7) · (4b - 5) – (6a - 1) · (2b + 9) – (a – 26b)

$[44 - 70a]$

Příklad 22

$(-6x + 4)^2 - (12x - 1)^2$

$[-108x^2 - 24x + 15]$

Příklad 23

Umocni:

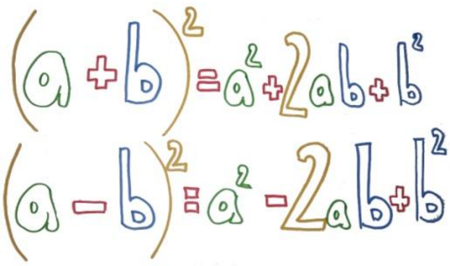
a) $(7x + 5)^2$ $[49x^2 + 70x + 25]$

b)$(-10 + 6x)^2$ $[36x^2 - 120x + 100]$

c) $\left(\frac{3}{4} + 2x\right)^2$ $\left[4x^2 + 3x + \frac{9}{16}\right]$

d) $(3x^2 + 0{,}5)^2$ $[9x^4 + 3x^2 + 2{,}5]$

e) $(5x^2 - 4y^2)^2$ $[25x^4 - 40x^2y^2 + 16y^4]$



Příklad 24 [17]

Doplň chybějící údaje, aby se sobě výrazy na obou stranách rovnaly:

a) $(a + *)^2 = * + 4ab + *$ $[(a + 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2]$

b) $(* - 3v)^2 = 4u^2 - * + *$ $[(2u - 3v)^2 = 4u^2 - 12uv + 9v^2]$

[17] František Běloun a kolektiv, Sbírka úloh z matematiky pro základní školu, 7. vydání, str. 71, př. 49

c) $(* - 5y)^2$ = * - 30xy + * $[(3x-5y)^2 = 9x^2 - 30xy + 25y^2]$

d) $(* - *)^2$ = 49m^2 - * + n^4 $[(7m - n^2)^2 = 49m^2 - 14mn^2 + n^4]$

Příklad 25

Rozlož na součin:

a) $2x^2$y + 10xy^2

b) 4a + 4b + am + bn

c) 8s · (9p – 6r) + 6r – 9p

d) $16x^2$ - 24xy + $9y^2$

e) $48u^4$v - $12u^4v^3$

f) $(6x-4)^2 - 25$

Řešení:

a) $2x^2$y + 10xy^2 = 2xy · (x + 5y)

b) 4a + 4b + am + bm = 4 * (a + b) + m · (a + b) = (a + b) · (4 + m)

c) 8s · (9p – 6r) + 6r – 9p = 8s · (9p – 6r) – (9p – 6r) = (9p – 6r) · (8s - 1)

d) $16x^2$ - 24xy + $9y^2$ = $(4x-3y)^2$ = (4x – 3y) · (4x – 3y)

e) $48u^4$v - $12u^4v^3$ = 12 u^4v · (4 - v^2) = 12 u^4v · (2 - v) · (2 + v)

f) $(6x-4)^2 - 25$ = $(6x-4)^2$ - 5^2 = (6x – 4 – 5) · (6x – 4 + 5) = (6x – 9) · (6x + 1)

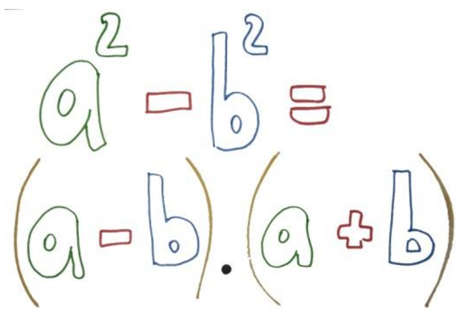
Příklad 26

Vypočítej zpaměti:

a) $113^2 - 112^2$

b) $112^2 - 102^2$

c) $256^2 - 156^2$



Řešení:

a) $113^2 - 112^2$ = (113 + 112) · (113 -112) = 225

b) $112^2 - 102^2$ = (112 + 102) · (112 - 102) = 2 140

c) $256^2 - 156^2$ = (256 + 156) · (256 - 156) = 41 200

Příklad 27

Vytvoř podobné příklady jako v **Příkladu 26**.

Příklad 28

Rozlož na součin tyto výrazy:

a) 7x – 21 + 6y – 2xy $[(x - 3) \cdot (7 - 2y)]$

b) 4mp + 3q – 4mq – 3p $[(p - q) \cdot (4m - 3)]$

Příklad 29

Rozlož na součin tyto výrazy:

a) $81 - 25x^2$

$$[(9 - 5x) \cdot (9 + 5x)]$$

b) $a^2 b^4 - 1$

$$[(a b^2 + 1) \cdot (a b^2 - 1)]$$

c) $16 a^2 + 24ab + 9 b^2$

$$[(4a + 3b)^2]$$

d) $m^3 - 5 m^2 - m o^2 + 5 o^2$

$$[(m - 5) \cdot (m + o) \cdot (m - o)]$$

e) $9 a^2 b^4 - 25 a^4 b^2$

$$[a^2 b^2 \cdot (3b - 5a) \cdot (3b + 5a)]$$

f) $9 a^2 b^4 + 25 a^4 b^2$

$$[a^2 b^2 \cdot (9b^2 + 25a^2)]$$

g) $(7m - 6)^2 - (5n - 4)^2$

$$[(7 - 5n - 2) \cdot (7m + 5n - 10)]$$

Příklad 30

Urči, pro které hodnoty proměnných mají tyto výrazy smysl:

a) $\frac{m+8}{7}$ b) $\frac{6m+3}{5m}$ c) $\frac{m-16}{5m+4}$

d) $\frac{3m-4}{2m-9n}$ e) $\frac{4m-n}{m^2-2m}$ f) $\frac{40m-15}{16a^2+24ab+9b^2}$

Řešení:

Protože již ze zlomků víš, že dělní nulou není definováno, musíš tedy vyloučit z oboru proměnných v lomených výrazech taková čísla, pro která má lomený výraz jmenovateli číselnou hodnotu nula.

a) tento lomený výraz má jmenovatel číslo různé od nuly, proto má tento výraz smysl pro každé reálné číslo m.

$m \in R$

b) $5m \neq 0$, $m \neq 0$

c) $5m + 4 \neq 0$, $m \neq -\frac{4}{5}$

d) $2m - 9n \neq 0$, $m \neq \frac{9n}{2}$

e) $m^2 - 2m \neq 0$, $m * (m - 2) \neq 0$, $m \neq 0$ a $m \neq 2$

f) $16a^2 - 24a + 9 \neq 0$, $(4a - 3)^2 \neq 0$, $4a - 3 \neq 0$, $a \neq \frac{3}{4}$

Příklad 31

Urči, pro které hodnoty proměnných mají tyto výrazy smysl:

a) $\frac{7}{a}$ $[a \neq 0]$

b) $\frac{5-a}{9}$ [pro každé reálné a]

c) $\frac{12a+15}{a+13}$ $[a \neq -13]$

d) $\frac{6a-7}{6a+1}$ $\left[a \neq -\frac{1}{6}\right]$

e) $\frac{14+8a}{a^2+5a}$ $[a \neq 0, a \neq -5]$

f) $\frac{24a^2+3}{4a^2-24ab+36b^2}$ $[a \neq 3b]$

g) $\frac{5a-7}{a^2+6}$ [pro každé reálné a]

h) $\frac{21a^2-5}{20a^2+17}$ [pro každé reálné a]

Příklad 32

Urči, pro které hodnoty proměnných mají tyto výrazy smysl:

a) $\frac{50x-47}{4x^2-64}$ $[x \neq \pm 4]$

b) $\frac{6x-21}{5x+10x^2}$ $\left[x \neq 0, x \neq -\frac{1}{2}\right]$

c) $\frac{9}{10x^2y}$ $[x \neq 0, y \neq 0]$

Příklad 33

Rozšiř dané výrazy výrazem uvedeným v závorce:

a) $\frac{s-6}{s-8}$ (-1)

b) $\frac{8s}{3}$ (5s)

c) $\frac{s+5}{s}$ (s + 5)

d) $\frac{s-3}{s+3}$ (s - 3)

Řešení:

a) $\frac{s-6}{s-8} = \frac{(s-6)\cdot(-1)}{(s-8)\cdot(-1)} = \frac{6-s}{8-s}$, $s \neq 8$

b) $\frac{8s}{3} = \frac{8s\cdot 5s}{3\cdot 5s} = \frac{40s^2}{15s}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$

c) $\frac{s+5}{s} = \frac{(s+5)\cdot(s+5)}{s\cdot(s+5)} = \frac{(s+5)^2}{s^2+5s} = \frac{s^2+10s+25}{s^2+5s}$, $s \neq 0$, $s \neq -5$

d) $\frac{s-3}{s+3} = \frac{(s-3)\cdot(s-3)}{(s+3)\cdot(s-3)} = \frac{s^2-6s+9}{s^2-9}$, $s \neq \pm 3$

Příklad 34

Rozšiř dané výrazy výrazem uvedeným v závorce:

a) $\frac{-5a-6b}{a-b}$ (-1) $\left[\frac{5a+6b}{b-a}\right]$

b) $\frac{15}{8a}$ (2) $\left[\frac{30}{16a}\right]$

c) $\frac{4a}{9a}$ (7a) $\left[\frac{28a^2}{63a^2}\right]$

d) $\frac{12ab}{6a}$ (-3a) $\left[\frac{-36a^2b}{-18a^2}\right]$

e) $\frac{a+3}{3a}$ (a – 5) $\left[\frac{a^2-2a-15}{3a^2-15a}\right]$

Příklad 35

Doplň tak, aby platila rovnost:

a) $\frac{1}{4} = \frac{*}{4x+8}$ $[x+2]$

b) a – b = $\frac{*}{a+b}$ $[b^2 - c^2]$

c) $\frac{6x}{x-y} = \frac{*}{x^2-y^2}$ $[6x^2 + 6xy]$

Příklad 36

Najdi společný jmenovatel těchto výrazů:

a) $\frac{4}{8m}, \frac{15}{m^2}$ $[8m^2]$

b) $\frac{105}{5mn^2}, \frac{333}{4m^3n}$ $[20m^3n^2]$

c) $\frac{5a}{a-b}, \frac{61}{a+b}$ $[a^2 - b^2]$

d) $\frac{21a}{2a+3b}, \frac{61}{4a^2+12ab+9b^2}$ $[(2a+3b)^2]$

Příklad 37 [18]

Krať a zapiš, kdy má daný lomený výraz smysl:

a) $\frac{6x^2y}{4xy^2}$

b) $\frac{xy-y}{y}$

c) $\frac{x^2-xy}{7x-7y}$

d) $\frac{1-x}{x-1}$

e) $\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$

f) $\frac{3x^2+12x+12}{6x^2-24}$

Řešení:

a) $\frac{6x^2y}{4xy^2} = \frac{3x \cdot 2xy}{2y \cdot 2xy} = \frac{3x}{2y}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$

[18] František Běloun a kolektiv, Sbírka úloh z matematiky pro základní školu, 7. vydání, str. 76, př. 8

b) $\frac{xy-y}{y} = \frac{y \cdot (x-1)}{y}$ = x – 1, y ≠ 0

c) $\frac{x^2 - xy}{7x-7y} = \frac{x \cdot (x-y)}{7 \cdot (x-y)} = \frac{x}{7}$, x ≠ y

d) $\frac{1-x}{x-1} = \frac{(-1) \cdot (x-1)}{x-1}$ = -1, x ≠ 1

e) $\frac{x^2 - y^2}{(x+y)^2} = \frac{(x-y) \cdot (x+y)}{(x+y) \cdot (x+y)} = \frac{x-y}{x+y}$, x ≠ -y

f) $\frac{3x^2 + 12x+12}{6x^2 - 24} = \frac{3 \cdot (x^2 + 4x+4)}{6 \cdot (x^2 - 4)} = \frac{3 \cdot (x+2)^2}{6 \cdot (x+2) \cdot (x-2)} = \frac{x+2}{2 \cdot (x-2)}$, x ≠ ±2

Příklad 38

Kraťty výrazy a zapiš, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

a) $\frac{25a^2b}{5a}$ $[5ab, a \neq 0]$

b) $\frac{ab-b}{ab}$ $\left[\frac{a-1}{a}, a \neq 0, b \neq 0\right]$

c) $\frac{a-b}{b-a}$ $[-1, a \neq b]$

d) $\frac{9a^2 - 81b^2}{3a-9b}$ $[3a - 9b, a \neq 3b]$

Příklad 39 [19]

Zjednoduš a uveď, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

a) $\frac{1-2x}{3x} \cdot (-6x^2)$

b) $\frac{2}{y+z} \cdot (y^2 - z^2)$

c) $\frac{m-5n}{3m-2n} \cdot (2n - 3m)$

d) $\left(\frac{1}{r-3s} - \frac{3s+r}{9s^2 - r^2}\right) \cdot (3s - r)$

Řešení:

[19] František Běloun a kolektiv, Sbírka úloh z matematiky pro základní školu, 7. vydání, str. 78, př. 9

a) $\frac{1-2x}{3x} \cdot (-6x^2) = \frac{(1-2x)\cdot(-6x^2)}{3x} = \frac{(1-2x)\cdot(-2x)\cdot 3x}{3x} = (1-2x)\cdot(-2x) = -2x + 4x^2 =$

$= 4x^2 - 2x,\ x \neq 0$

b) $\frac{2}{y+z} \cdot (y^2 - z^2) = \frac{2\cdot(y+z)\cdot(y-z)}{y+z} = 2\cdot(y - z),\ y \neq -z$

c) $\frac{m-5n}{3m-2n} \cdot (2n-3m) = \frac{(m-5n)\cdot(2n-3m)}{3m-2n} = \frac{(m-5n)\cdot(2n-3m)}{-(2n-3m)} = \frac{m-5n}{-1} = 5n - m,\ n \neq \frac{3}{2}m$

d) $\left(\frac{1}{r-3s} - \frac{3s+r}{9s^2-r^2}\right) \cdot (3s - r) = \frac{3s-r}{r-3s} - \frac{(3s+r)\cdot(3s-r)}{9s^2-r^2} = \frac{-(r-3s)}{r-3s} - \frac{(3s+r)\cdot(3s-r)}{(3s+r)\cdot(3s-r)} =$

$= -1 - 1 = -2,\ r \neq \pm 3s$

Příklad 40

Zjednoduš a uveď, kdy má daný výraz smysl:

a) $\frac{6+3r}{4r} \cdot 16r^2$ $[24r + 12r^2]$

b) $\frac{r-1}{r^2-r} \cdot 3r^2$ $[3r, r \neq 0, r \neq 1]$

c) $\frac{4r-3}{4r+3} \cdot (12r + 9)$ $\left[3\cdot(4r-1), r \neq \frac{3}{4}\right]$

d) $\frac{r-s}{r^2-4s^2} \cdot (r - 2s)$ $\left[\frac{r-s}{r+2s}, r \neq \pm 2s\right]$

e) $\frac{r^2-s^2}{r+s} \cdot (-1)$ $[s - r, r \neq -s]$

4.1 Příklady na procvičení

Příklad 1

Rozlož na činitele:

25 - 16	100 - 64	0,04 – 0,09	0,16 – 0,25	0,04 – 0,01
$\frac{25}{36} - \frac{1}{100}$	$\frac{81}{100} - \frac{16}{81}$	$\frac{100}{121}$ - 0,16	$\frac{25}{64} - \frac{9}{25}$	0,01 - $\frac{4}{49}$

Výsledek:

$5^2 - 4^2$	$10^2 - 8^2$	$0{,}2^2 - 0{,}3^2$	$0{,}4^2 - 0{,}5^2$	$0{,}2^2 - 0{,}1^2$
$\left(\frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{1}{10}\right)^2$	$\left(\frac{9}{10}\right)^2 - \left(\frac{4}{9}\right)^2$	$\left(\frac{10}{11}\right)^2 - 0{,}4^2$	$\left(\frac{5}{8}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2$	$0{,}1^2 - \left(\frac{2}{7}\right)^2$

Příklad 2

Rozlož na součin tyto výrazy:

a) $6ab + 20b^2$ $[2b \cdot (3a + 10b)]$

b) $9a - 12a^2 - 18ab$ $[3a \cdot (3 - 4a - 6b)]$

c) $-36xy^2 - 24x^2y^2$ $[-6xy^2 \cdot (6 + 4x)]$

Příklad 3

Rozlož na součin tyto výrazy:

a) $(7 - m) - (m - 7)$ $[2 \cdot (7 - m)]$

b) $x \cdot (y - 5) - y + 5$ $[(y - 5) \cdot (x - 1)]$

c) $18 \cdot (a - 6) + (6 - a)$ $[19 \cdot (a - 6)]$

5. Řešení lineárních rovnic a jejich soustav

5.1 Rovnice a jejich soustavy

Příklad 1

Řeš uvedenou rovnici a proveď zkoušku:

$\frac{3x+4}{5} = \frac{1}{4} - \frac{x}{2}$

Řešení:

Nejprve odstraň zlomky.

Obě strany rovnice vynásob nejmenším společným jmenovatelem, to je číslo 20.

$\frac{3x+4}{5} = \frac{1}{4} - \frac{x}{2} \quad / \cdot 20$

$4 \cdot (3x + 4) = 5 - 10x$

Roznásob závorku.

$12x + 16 = 5 - 10x$

Dále uprav tak, aby na levé straně rovnice byly členy s neznámou a na pravé straně rovnice členy bez neznámé.

$12x + 10x = 5 - 16$

$22 x = - 11$

Rovnici vyděl číslem 22.

$22 x = - 11 \quad / : 22$

$x = - \frac{11}{22}$

$x = - \frac{1}{2}$

Zkouška:

Zkoušku provedeš tak, že dosadíš číslo $- \frac{1}{2}$ za neznámou x nejprve do levé strany rovnice a pak do pravé strany rovnice a nakonec porovnáš výsledky.

$$L = \frac{3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 4}{5} = \frac{-\frac{3}{2} + 4}{5} = \frac{\frac{-3+8}{2}}{5} = \frac{\frac{5}{2}}{5} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$$

$$P = \frac{1}{4} - \frac{-\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

L = P

Řešením rovnice je číslo - $\frac{1}{2}$.[20]

Příklad 2

a) Může se rozdíl (7 - a) rovnat 0; 7; 1?

b) Může se součin (7 · a) rovnat 0; 7; 1?

Řešení:

a) 7 – a = 0	7 – a = 7	7 – a = 1
a = 7	a = 0	a = 6
b) 7 · a = 0	7 · a = 7	7 · a = 1
a = 0	a = 1	a = $\frac{1}{7}$

Příklad 3

Řeš uvedenou rovnici a proveď zkoušku:

5a – 2 = 2a + 3

$$\left[a = \frac{5}{3}\right]$$

Příklad 4

Řeš uvedenou rovnici a proveď zkoušku:

9x – 6 · (x - 1) = 5 · (x + 2) – 3

$$[x = -0{,}5]$$

Příklad 5

z - $\frac{2}{5}$ = 1 - $\frac{1}{5}$ · (5 – 3z)

[20] František Běloun a kolektiv, Sbírka úloh z matematiky pro základní školu, 7. vydání, str. 79, př. 1

Řešení:

$z - \frac{2}{5} = 1 - \frac{1}{5} \cdot (5 - 3z) \quad / \cdot 5$

$5z - 2 = 5 - (5 - 3z)$

$5z - 2 = 5 - 5 + 3z$

$5z - 3z = 5 - 5 + 2$

$2z = 2$

$z = 1$

Zkouška:

$L = 1 - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

$P = 1 - \frac{1}{5} \cdot (5 - 3 \cdot 1) = \frac{5}{5} - \frac{1}{5} \cdot (5 - 3) = \frac{5}{5} - \frac{1}{5} \cdot 2 = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

$L = P$

Příklad 6

Řeš uvedené rovnice a proveď zkoušku:

a) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{3x}{4} + \frac{5}{12}$

$[5]$

b) $1 - \frac{2a-5}{6} = \frac{3-a}{4}$

$[13]$

c) $6 \cdot (m - 4) - 5m = m - 12$

$[nelze, rovnice\ nemá\ řešení]$

d) $2x + \frac{2x}{4} - \frac{3x-1}{6} = x + \frac{3}{18}$

$[0]$

Příklad 7

Řeš uvedené rovnice a proveď zkoušku:

a) $7 - [3 - (5 - a)] = 11 - 5a$ $[0{,}5]$

b) $5 \cdot (2b - 7) - 9 = 4 - 2 \cdot (3 - 5b)$ $[nemá\ řešení]$

c) $6 - \frac{7-3c}{5} = 5 - \frac{3-7c}{10} - \frac{c+1}{3}$ $[-1]$

d) $\frac{3}{8} \cdot (5 - 2d) - \frac{3}{4} + 3d = 0$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$

Příklad 8

Řeš rovnici a proveď zkoušku:

$\frac{2m-1}{4m-3} = \frac{2}{3}$

Řešení:

Tato rovnice má neznámou i ve jmenovateli. Nejdříve si tedy musíš určit podmínku, pro kterou má výraz $\frac{2m-1}{4m-3}$ smysl. Podmínka výrazu $\frac{2m-1}{4m-3}$ je $4m - 3 \neq 0$, tedy $m \neq \frac{3}{4}$. Nyní můžeš v rovnici odstranit zlomky. Rovnici vynásob výrazem $3 \cdot (4m - 3)$.

$\frac{2m-1}{4m-3} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ $/ \cdot 3 \cdot (4m - 3)$

$3 \cdot (2m - 1) = 2 \cdot (4m - 3)$

$6m - 3 = 8m - 6$

$6m - 8m = -6 + 3$

$-2m = -3$ $/ : (-2)$

$m = \frac{3}{2}$

Zkouška:

$L = \frac{2 \cdot \frac{3}{2} - 1}{4 \cdot \frac{3}{2} - 3} = \frac{3-1}{6-3} = \frac{2}{3}$

$P = \frac{2}{3}$

$L = P$

Příklad 9

a) $\frac{a+5}{a-3} = 1$ [*nemá řešení*]

b) $\frac{3 \cdot (b-5)}{2b-3} = \frac{5}{3}$ $[-30]$

c) $\frac{c+2}{c-1} + \frac{c+1}{c-2} = 2$ $[1{,}5]$

d) $\frac{\frac{d}{4}-\frac{1}{8}}{d+2} = \frac{1}{4}$ $[nemá\ řešení]$

Příklad 10

Řeš dosazovací metodou soustavu rovnic a proveď zkoušku:

$\frac{s}{2}$ + 2r = 3,5

$\frac{s}{3} + \frac{r}{2}$ = -1

Řešení:

Nejdřív v soustavě rovnic odstraň zlomky.

$\frac{s}{2}$ + 2r = 3,5 / · 2

$\frac{s}{3} + \frac{r}{2}$ = -1 / · 6

Vyjde Ti:

s + 4r = 7

2s + 3r = -6

Pak z první rovnice této soustavy vyjádři neznámou s (nebo r, podle toho, co je pro Tebe výhodnější).

s = 7 – 4r

Tento získaný výraz dosaď za neznámou s do druhé rovnice upravené soustavy.

2 · (7 – 4r) + 3s = -6

Získal jsi rovnici o jedné neznámé, tuto rovnici vypočítej.

14 – 8r + 3s = -6

-5r = -20 / : (-5)

r = 4

dosaď r = 4 do rovnice, která vyjadřuje neznámou s.

s = 7 – 4 · 4

s = -9

Zkouška:

$L_1 = \frac{-9}{2}$ + 2 · 4 = -4,5 + 8 = 3,5

P_1 = 3,5

$L_1 = P_1$

$L_2 = \frac{-9}{3} + \frac{4}{2}$ = -3 + 2 = -1

P_2 = -1

$L_2 = P_2$

Příklad 11

Řeš soustavy rovnic a proveď zkoušku:

a) 10a – 3b = 81

4a + b = 6 $[4{,}5; -12]$

b) x + 4y = 3

-2x + y = 1 $\left[-\frac{1}{9}; \frac{7}{9}\right]$

c) 2m – n = 0

$\frac{m}{3} + \frac{n}{4}$ = 1 $\left[\frac{6}{5}; \frac{12}{5}\right]$

d) $\frac{k+5l}{5}$ = -1

$\frac{1-k}{l}$ = - 4 $\left[-\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right]$

5.2 Slovní úlohy řešené pomocí rovnic

Příklad 12

Myslím si číslo, násobím je 5 a výsledek dělím 2. Po přičtení 3 dostanu 18. Které číslo si myslím?

Řešení:

Myslím si číslo x:

$\frac{5 \cdot x}{2}$ + 3 = 18 /-3

$\frac{5x}{2}$ = 15 /·2

5x = 30 /:5

x = 6

Myslím si číslo 6.

Příklad 13

Součet 2 čísel je 10, rozdíl 2. $[x = 6; y = 4]$

Příklad 14

Kolik máš peněz? Jestli Ti dám 240 Kč, budeme mít stejně. Když mi dáš 270 Kč, budu mít dvakrát víc než ty.

Řešení:

Já: x Kč

Ty: y Kč

x – 240 = y + 240

x + 270 = 2 · (y - 270)

x – y = 480

x + 270 = 2y – 540

x – y = 480

x – 2y = - 810

y = 1 290 Kč

x = 1 290 + 240 = 1 530 + 240 = 1 770 Kč

Já mám 1 770 Kč, ty 1 290 Kč.

Zkouška:

Já: 1 770 Kč	1 770 – 240 = 1 530 Kč
Ty: 1 290 Kč	1 290 + 240 = 1 530 Kč
Já: 1 770 Kč	1 770 + 270 = 2 040 Kč
Ty: 1 290 Kč	1 290 – 270 = 1 020 Kč

Příklad 15

Otci je 48 let, synovi je 23. Kdy bude otec dvakrát starší než syn?

Řešení:

Za x let

Věk otce za x let: 48 + x

Věk syna za x let: 23 + x

48 + x = 2 ·(23 + x)

48 + x = 46 + 2x

48 = 46 + x

x = 2

Otec bude 2x starší než syn za 2 roky. Otci bude 50 let, synovi 25 let.

5.3 Příklady na procvičení

Příklad 1

Součet dvou čísel je 16. $\frac{1}{3}$ prvního se rovná $\frac{1}{5}$ druhého. Urči neznámá čísla.

[*Hledaná číla jsou* 6 *a* 10]

Příklad 2

Oblek stojí 1 200 Kč. Sako je o cenu dvojích kalhot dražší než samotné kalhoty. Kolik stojí sako a kolik kalhoty?

[*Sako stojí* 960 *Kč a kalhoty* 300 *Kč.*]

Příklad 3

Po kolika krocích dostihne Pavel Aničku, která má náskok 300 m. Pavel dělá kroky dlouhé 90 cm a Anička 70 cm. (Pozor na stejné jednotky!)

[*Setkají se po* 1 500 *cm.*]

6. Závěr

Cílem bakalářské práce bylo ukázat, že matematika dokáže být zábavná a že nás každodenně obklopuje v mnoha činnostech, které děláme. Počínaje od nákupu potravin po vyměřování zahrady.

Poukázala jsem na to, že matematika je praktická a v životě hodně užitečná, nejsou to pouze automatické počty, i když ty sem také patří a bez nich se neobejdeme. Ale díky matematice se náš život stává bohatší. Rozšiřujeme si své logické myšlení, dokážeme si spočítat, co je pro nás výhodnější, jak co máme udělat.

Člověk, dovede matematiku využít ke svému prospěchu. Dokáže si spočítat úroky při vypůjčení peněz od banky, spočítá si, kolik si může dovolit nakoupit určitého zboží a mnoho dalšího.

Cicero řekl: „Jiné je rozumět a jiné je znát. Člověk často nerozumí tomu, co zná.“ Častokrát tomu bývá právě v matematice, což je chyba. Snažila jsem se, aby dítě po přečtení této sbírky pochopilo a porozumělo, proč tomu tak je.

7. Citované zdroje:

1. BĚLOUN, František . *Sbírka úloh z matematiky pro základní školy*. 1992

2. TREJBAL, Josef. *Matematika pro 7. Ročník základní školy 2. Díl,* Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 2004

3. TREJBAL, Josef – JIROTKOVÁ, Darina - SÝKORA, Václav. *Matematika pro 7. Ročník základní školy 1. Díl*. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 2004

4. TREJBAL, Josef. M*atematika pro 9. Ročník základní školy 1. Díl*. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 1999

5. TREJBAL, Josef – JIROTKOVÁ, Darina - SÝKORA, Václav *Matematika pro 6. Ročník základní školy 1. Díl*. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 1999

6. TREJBAL, Josef. *Matematika pro 8. Ročník základní školy 2. Díl*. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 2000

7. TREJBAL, Josef. *Matematika pro 9. Ročník základní školy 2. Díl*. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 1999

8. TREJBAL, Josef. *Matematika pro 8. Ročník základní školy 1. Díl*. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 1998

9. TREJBAL, Josef – JIROTKOVÁ, Darina - SÝKORA, Václav. *Matematika pro 6. Ročník základní školy 2. Díl*. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 1998

10. BIMTEROVÁ, Helena – FUCHS, Eduard – TLUSTÝ, Pavel. *Matematika, Aritmetika, pracovní sešit pro základní školy a víceletá gymnázia 6*. Plzeň: Nakladatelství Fraus, 2007

11. BIMTEROVÁ, Helena – FUCHS, Eduard – TLUSTÝ. *Matematika, Aritmetika, pracovní sešit pro základní školy a víceletá gymnázia 7*. Plzeň: Nakladatelství Fraus, 2007

12. BIMTEROVÁ, Helena – FUCHS, Eduard – TLUSTÝ. *Matematika, Aritmetika, pracovní sešit pro základní školy a víceletá gymnázia 8*. Plzeň: Nakladatelství Fraus, 2007

13. BIMTEROVÁ, Helena – FUCHS, Eduard – TLUSTÝ. *Matematika, Aritmetika, pracovní sešit pro základní školy a víceletá gymnázia 9*. Plzeň: Nakladatelství Fraus, 2007

14. TOMÁŠEK, Vladimír – POTUŽNÍKOVÁ, Eva. *Netradiční úlohy, Problémové úlohy mezinárodního výzkumu PISA*. Praha: Ústav pro informace ve vzdělání, 2004

15. Oddělení mezinárodních výkumů *Netradiční úlohy, Matematická gramotnost v mezinárodním výkumu PISA*. Praha, 2006

16. ČESENEK, Jaroslav - FLOREKOVÁ, Štefania, FRANEK, Antonín, HRDINA, Ludovít, KAVANOVÁ, Marie. *Sbírka úloh z matematiky pro 6. Ročník základní školy*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1991

17. TREJBAL, Josef – FILIP, Štefan – KUČINOVÁ, Eva. *Sbírka úloh z matematiky pro 7. Ročník základní školy*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1992
18. BUŠEK, Ivan – MACHÁČEK, Vlastimil – KOTLÍK, Bohumil – TICHÁ, Milena. *Sbírka úloh z matematiky pro 8. Ročník základní školy*. Prometheus, 1992
19. BUŠEK, Ivan – KUBÍNOVÁ, Marie – NOVOTNÁ, Jarmila. *Sbírka úloh z matematiky pro 9. Ročník základní školy*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1995
20. TREJBAL, Josef – KUČINOVÁ, E.- VESELÝ, M. – VINTERA, F. *Sbírka úloh z matematiky I, pro 6. a 7. ročník základní školy*. Praha: SPN – Pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 2004
21. TREJBAL – KUČINOVÁ - VINTERA. *Sbírka úloh z matematiky II, pro 8. a 9. ročník základní školy*. Praha: SPN – Pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 2004
22. BAPTIST, Peter – MILLER, Carsten – RAAB, Dagmar. *Sinus Bavaria, Exploring New Paths in Teaching Mathematics and Science.* Bavarian State Ministry of Education and Cultural Affairs, 2010
23. MALÁČ, Jaromír. *Sbírka náročnějších úloh z matematiky.* 1967
24. http://www.e-matematika.cz/zakladni-skoly/02-jak-odecitat-zlomky.php
25. http://www.e-matematika.cz/zakladni-skoly/01-jak-scitat-zlomky.php
26. http://dum.rvp.cz/materialy/zlomky-6-scitani.html
27. *http://cihak.webz.cz/zlomky.htm*
28. https://www.google.cz/imghp?hl=cs&tab=wi
29. http://www.e-matematika.cz/zakladni-skoly/rovnice/