UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Diplomová práce

Vojtěch Scheichenost

Úlohy na rozvoj geometrické představivosti ze soutěže Matematický klokan na 1. stupni ZŠ

Olomouc 2019 vedoucí práce: PhDr. Radka Dofková, Ph.D.

Prohlášení,

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a pouze s využitím uvedené literatury v závěru práce.

V Olomouci ………….   …………………………………

Vojtěch Scheichenost

Poděkování

Velké díky patří paní PhDr. Radce Dofkové Ph.D. za její pomoc a odborné rady, které mi v průběhu vedení diplomové práce poskytovala.

Dále děkuji své rodině a přátelům, kteří mi v průběhu studia a v průběhu psaní diplomové práce poskytovali podporu, oporu a pomoc.

OBSAH

ÚVOD

Téma diplomové práce bylo zvoleno jako „Úlohy na rozvoj geometrické představivosti ze soutěže Matematický klokan na 1. stupni ZŠ“. Již při zadávání diplomové práce byla zvolena kategorie Cvrček, což je úroveň žáků druhých a třetích tříd základní školy.

S geometrickou představivostí se setkáváme celý život. Ať už jako batolata, tak i jako dospělí jedinci pracujeme s představivostí dennodenně. Představivost má tak v našich životech své místo. Jedná se o jakousi schopnost, kterou má každý z nás rozvinutou do jiné míry. Je nezbytně nutné, abychom svou představivost trénovali, procvičovali a posouvali její hranice. Není vůbec těžké najít aktivitu, při které bychom toho docílili. Můžeme ji rozvíjet při studiu, práci či při hraní her a relaxaci. Zlepšování představivosti obohacuje naše životy. Zároveň zvětšuje možnosti, a to nejen při studiu, ale také v budoucím povolání. Díky rozvinuté představivosti získáváme a zlepšujeme další schopnosti a dovednosti.

Velký význam při jejím rozvoji má školní výchova a vzdělávání. Tento požadavek najdeme v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání. Významnou roli ve škole pak hraje výuka geometrie v rámci hodin matematiky. Matematika patří mezi základní předměty ve škole a zároveň bývá mezi žáky neoblíbená. V rámci diplomové práce bych se chtěl pokusit poukázat na oblast hravé matematiky. Většina lidí si pod pojmem matematika představí sčítání, odčítání, násobení, dělení a další početní operace. Matematika nám však nabízí daleko více.

Cílem diplomové práce je identifikovat, jakou úspěšnost mají děti druhých a třetích tříd při řešení úloh na geometrickou představivost. Úspěšnost bude zkoumána za pomoci úloh na rozvoj geometrické představivosti ze soutěže Matematický klokan. Dále pak zjistit, zda má významný vliv na úspěšnost a) pohlaví respondentů, b) když si děti rády hrají se stavebnicemi a zda existuje souvislost mezi úspěšností dítěte a jeho známkou z matematiky na vysvědčení.

Diplomová práce je rozdělena do dvou částí, a to na teoretickou a praktickou. V rámci teoretické části bude popsána daná problematika. První část je rozdělena do tří kapitol. V první kapitole si rozvrhneme školský systém v České republice, ve druhé části se zaměříme na objasnění pojmu „*geometrická představivost*“ a navrhneme několik možností, jak tuto schopnost rozvíjet, ve třetí kapitole se budeme věnovat matematickým soutěžím, a to nejen na našem území, ale v celosvětovém měřítku.

Druhá část diplomové práce bude zaměřena na rozbor a analýzu dat. Všechna data budou získána pomocí didaktického testu. Výzkumné šetření se uskuteční analýzou dat od 140 respondentů. Tito respondenti jsou žáci druhých a třetích tříd základních škol. Vyhodnocení výsledků získáme pomocí stanovení hypotéz, které budou posouzeny na základě Fisher–Snedecorova F-testu a Studentova t-testu. V následné diskuzi pak zhodnotíme výsledky šetření.

I. TEORETICKÁ ČÁST

1. Matematika na 1. stupni ZŠ

Matematika na 1. stupni se vyučuje podle platného Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (dále jen RVP ZV), který je závazný pro všechny školy v České republice. RVP ZV patří mezi kurikulární dokumenty. Ty jsou uvedeny v Národním programu rozvoje vzdělávání v České republice v tzv. Bílé knize. Jedná se o projekt, jenž formuluje myšlenková východiska, obecné záměry a rozvojové programy, které mají být nejdůležitější pro rozvoj vzdělávací soustavy. Tento program si každá škola dále zpracovává, a vytváří tak svůj Školní vzdělávací program (dále jen ŠVP). V rámci výuky matematiky se ve školách setkáme s výukou geometrie.

1.1 Rámcový vzdělávací program

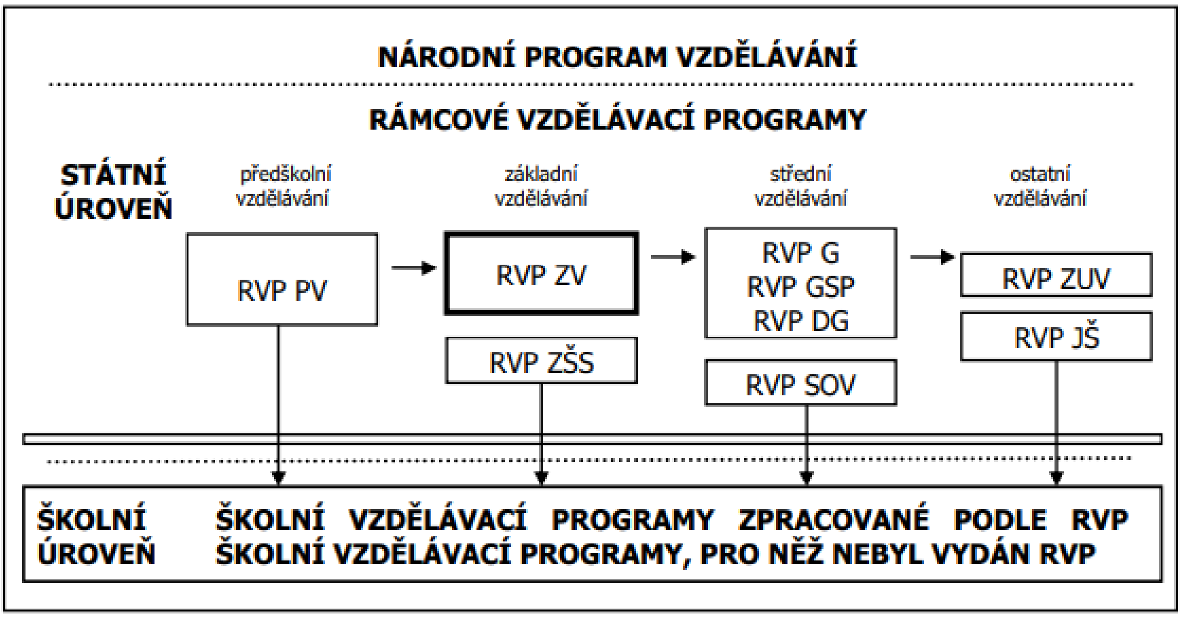
RVP vymezuje závazný rámec pro tvorbu vzdělávacích programů škol. V tomto dokumentu jsou vymezeny normy pro výuku všech oborů v předškolním, základním, základním uměleckém, jazykovém a středním vzdělávání. Tento dokument je zaveden v České republice ve školském zákoně č. 561/2004 Sb. Tento zákon byl později novelizován v roce 2017. Ve všech běžných základních školách se vzdělává podle platného RVP ZV. Tento dokument vymezuje cíle základního vzdělávání, klíčové kompetence a celkový obsah základního vzdělávání pro všech devět vzdělávacích oblastí. Všechny školy si dále vytváří svůj vlastní ŠVP, podle kterého probíhá vyučovaní na jednotlivých typech a stupních škol. (RVP ZV, 2017)

RVP ZV je rozdělen na čtyři části:

- Část A – Vymezení Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání v systému kurikulárních dokumentů

  *„Kurikulární dokumenty jsou vytvářeny na dvou úrovních – **státní a školní**.*

  ***Státní úroveň** v systému kurikulárních dokumentů představují **Národní program vzdělávání a rámcové vzdělávací programy** (dále jen RVP). Národní program vzdělávání vymezuje počáteční vzdělávání jako celek. RVP vymezují závazné rámce vzdělávání pro jeho jednotlivé etapy – předškolní, základní a střední vzdělávání. **Školní úroveň** představují **školní vzdělávací programy** (dále jen ŠVP), podle nichž se uskutečňuje vzdělávání na jednotlivých školách.“* (RVP ZV, 2017, s. 5)



Obrázek 1 - Systém kurikulárních dokumentů (RVP ZV, 2017)

- Část B – Charakteristika základního vzdělávání

V této části je vymezen pojem základní vzdělání, které je realizováno na základních školách v souladu se školským zákonem. Jsou zde dále vymezeny pojmy jako povinnost školní docházky, organizace základního vzdělávání, hodnocení výsledků vzdělávání a získání stupně vzdělání a ukončení základního vzdělání. (RVP ZV, 2017)

- Část C – Pojetí a cíle základního vzdělávání

Základní vzdělávání je pokračováním předškolního vzdělávání. Opírá se také o výchovu v rodině. Tato část vzdělávání je povinná pro celou populaci žáků. Tato etapa je rozdělena do dvou obsahově, organizačně a didakticky navazujících stupňů.

Edukace na 1. stupni pomáhá žákům přejít z předškolního systému vzdělávání na školní systém. Toto vzdělávání se zaměřuje na poznávání, respektování a růst individuálních potřeb a zájmů. Svou aktivizací a charakterem povzbuzuje žáky, motivuje je k dalšímu zájmu o studium.

Druhý stupeň základního vzdělávání je zaměřen na získávání vědomostí, dovedností, postojů a utváření takových hodnot, které žáci mohou v průběhu života potřebovat a které jim umožní žít plnohodnotný a kultivovaný život. Žáci by měli být po absolvování základního vzdělání schopni se zodpovědně rozhodovat a uvědomovat si svá prvá a povinnosti. Toto vzdělávání se také zaměřuje na rozvoj zájmů žáků. (RVP ZV, 2017)

RVP se zaměřuje na tyto skutečnosti:

- **Klíčové kompetence**

Za klíčové kompetence považujeme soubor vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot, jež jsou nezbytné pro rozvoj jedince a jeho uplatnění ve společnosti. Záměrem vzdělávání je, aby žáci byli opatřeni takovým souborem kompetencí, jež jim pomůže v samotném uplatňování se ve společnosti. Na konci základního vzdělávání není úroveň získávání klíčových kompetencí možno pokládat za uzavřenou. Jsou však dobrým pramenem žáka pro další učení a vstup do života. (RVP ZV, 2017)

- **Vzdělávací oblasti**

Náplň základního vzdělávání je v RVP ZV rozčleněn do devíti vzdělávacích oblastí. Tyto oblasti jsou zformovány jedním nebo více obsahově blízkými vzdělávacími obory mezi něž patří například:

- Jazyk a jazyková komunikace (Český jazyk a literatura, Cizí jazyk, Další cizí jazyk)
- Matematika a její aplikace (Matematika a její aplikace)
- Umění a kultura (Hudební výchova, Výtvarná výchova)

(RVP ZV, 2017)

Nejen ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace se mimo jiné setkáváme s rozvojem prostorové představivosti, která hraje významnou roli v mé diplomové práci, protože je spjata s geometrií a geometrickou představivostí.

- **Průřezová témata**

Průřezová témata představují v RVP ZV oblasti současných problémů světa. Tato témata hrají významnou roli ve vzdělávání žáků. Tato témata podporují formaci základního vzdělávání, dávají žákům možnost k jejich individuálnímu uplatnění a napomáhají při rozvoji osobnosti žáka. Mezi průřezová témata v základním vzdělávání patří:

- Osobnostní a sociální výchova
- Výchova k myšlení v evropských a globálních souvislostech
- Mediální výchova

(RVP ZV, 2017)

- **Rámcový učební plán**

Rámcový učební plán (RUP) pro základní vzdělávání vymezuje:

- začlenění vzdělávacích oblastí a vzdělávacích oborů do základního vzdělávání na 1. stupni
- minimální časovou dotaci pro jednotlivé vzdělávací oblasti
- celkovou povinnou časovou dotaci pro 1. a 2. stupeň základního vzdělávání
- povinnost zařadit a realizovat se všemi žáky na daném stupni průřezová témata
- poznámky ke vzdělávacím oblastem (vzdělávacím oborům) v RUP
- poznámky ke vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami

a další

(RVP ZV, 2017)

- Část D – Vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami; vzdělávání žáků nadaných a mimořádně nadaných; materiální, personální, hygienické, organizační a jiné podmínky pro uskutečňování RVP ZV; zásady pro zpracování, vyhodnocování a úpravy školního vzdělávacího programu

1.2 Klíčové kompetence

Pod pojmem klíčové kompetence se skrývá souhrn vědomostí, dovedností, postojů a hodnot, které jsou důležité pro individuální rozvoj a uplatnění člověka ve společnosti. Za úkol vzdělávání můžeme považovat vybavení žáků dostatečným souborem klíčových kompetencí, díky nimž se připraví na další vzdělávání a uplatnění ve společnosti. Proces osvojování si klíčových kompetencí patří mezi velmi dlouhodobé činnosti. Počátek získávání těchto kompetencí je již v předškolním vzdělávání, dále se vyvíjí základním a středním vzdělávání a dotváří se v průběhu celého života.

Následující klíčové kompetence všech šesti oblastí se rozvíjí v průběhu školní docházky na prvním stupni. Z každé oblasti jsou vybrány ty, které úzce souvisí se zadáním diplomové práce.

Kompetence k učení

Žák vyhledává a třídí informace a na základě jejich pochopení, propojení a systematizace je efektivně využívá v procesu učení, tvůrčích činnostech a praktickém životě. Žák také operuje s obecně užívanými termíny, znaky a symboly, uvádí věci do souvislostí, propojuje do širších celků poznatky z různých vzdělávacích oblastí a vytváří si komplexnější pohled na matematické přírodní, společenské a kulturní jevy.

Kompetence k řešení problému

Žák vnímá nejrůznější problémové situace ve škole i mimo ni, plánuje způsob řešení problému a využívá k tomu vlastního úsudku a zkušenosti. Žák samostatně řeší problémy, volí vhodné způsoby řešení, užívá při řešení problému logické, matematické a empirické postupy.

Kompetence komunikativní

Žák rozumí různým typům textů a záznamů, obrazových materiálů a komunikačních prostředků, přemýšlí o nich, reaguje na ně a tvořivě je využívá ke svému rozvoji.

Kompetence sociální a personální

Žák se podílí na utváření příjemné atmosféry v týmu a přispívá k upevňování dobrých mezilidských vztahů.

Kompetence občanské

Žák respektuje přesvědčení druhých lidí, váží si jejich vnitřních hodnot, respektuje, chrání a ocení naše kulturní i historické dědictví, projevuje pozitivní postoj k uměleckým dílům.

Kompetence pracovní

Žák používá bezpečně a účinně materiály, nástroje a vybavení, dodržuje vymezená pravidla a plní povinnosti a závazky. Využívá znalosti a zkušenosti získané v jednotlivých vzdělávacích oblastech v zájmu vlastního rozvoje a své přípravy na budoucnost.

1.3 Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace se prolíná celým základním vzděláváním. Zakládá se především na aktivních činnostech. Díky těmto činnostem se žáci učí pracovat s různými předměty (například sítě těles) a používat získanou matematickou gramotnost v reálných situacích a v životě. Žáci rozpoznávají geometrické tvary jak v rovině, tak i v prostoru. Učí se je znázorňovat, hledat jejich rozdíly a podobnosti. Díky všem těmto dovednostem a schopnostem se také rozvíjí žákova geometrická představivost.

Vzdělávací oblast *Matematika a její aplikace* se na prvním stupni dělí na čtyři obsahové okruhy:

- Číslo a početní operace
- Závislosti, vztahy a práce s daty
- Geometrie v rovině a prostoru
- Nestandardní aplikační úlohy a problémy

S rozvojem geometrické představivosti se setkáme ve třetím a čtvrtém okruhu vzdělávací oblasti.

V okruhu *Geometrie v rovině a prostoru* se žáci učí:

- poznávat a správně pojmenovat geometrické tvary a jednoduchá tělesa
- měřit velikost geometrických tvarů a vypočítat obvod a obsah obrazců
- sestrojit základní rovinné útvary
- tyto geometrické tvary a tělesa najít ve svém okolí a vymodelovat reálné situace

V okruhu *Nestandardní aplikační úlohy a problémy* se žáci učí hledat řešení jednoduchých slovních úloh ze života. (RVP ZV, 2017)

1.4 Cíle matematiky na 1. stupni základní školy

Výuka matematiky je na 1. stupni ZŠ budována především na aktivních činnostech, díky kterým se žáci učí pracovat s matematickými objekty a využívat získané dovednosti v reálných situacích. Cílem matematiky na 1. stupni ZŠ je, aby si žák osvojil matematickou gramotnost, a to především pomocí rozvíjených klíčových kompetencí.

1.4.1 Geometrie

Geometrie se zabývá studiem vlastností, vzájemnými vztahy rovinných a prostorových útvarů. Na prvním stupni se žáci setkávají pouze s malou částí geometrie, která se jinak nazývá elementární či euklidovská. Ta seznamuje žáky se základními geometrickými pojmy a tvary jako jsou bod, úsečka, přímka a kružnice a dále s těmi, které lze vytvořit z těchto zmíněných.

Žáci se učí rozpoznat, pojmenovat, znázornit a vymodelovat geometrické útvary a reálné situace. Hledají souvislosti s věcmi všude kolem sebe a porovnávají je. Měří jejich délky, velikosti úhlů, obvody a obsahy a zlepšují svou dovednost graficky znázornit tyto objekty. (RVP ZV, 2017)

Geometrii považujeme za jednu z nejstarším matematických disciplín. Vznikala v průběhu tisíciletí při zapisování získaných vědomostí lidmi při mořeplavbách, zemědělství, zeměměřictví, stavebnictví a dalších činnostech člověka v dávných dobách. Za první zmínky o geometrii je považován spis „Základy" (Stoicheia) od řeckého matematika Euklida, a to už ve 3. století př. n. l. (Pomykalová, 2000)

Vědní obor **planimetrie** se zabývá zkoumáním geometrických útvarů v rovině. Mezi základní rovinné útvary, které se žáci učí na prvním stupni rozpoznat patří: *„lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, mnohoúhelník"* (RVP ZV, 2017, s.34)

Vědní obor **stereometrie** se zabývá zkoumáním vlastností geometrických útvarů v prostoru. Základními útvary prostoru ve výuce geometrie na prvním stupni jsou: *„kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec"* (RVP ZV, 2017, s.34)

Dítě obohacuje své poznatky z geometrie především svou zkušeností s danou problematikou. Dítě vyhledává a řeší problémy, které jsou vhodné pro jeho věkovou skupinu. S rostoucím množstvím zkušeností se rozvíjí také žákova geometrická představivost. Až po nabytí mnoha zkušeností přechází tato dovednost v abstraktní pochopení.

Na rozvíjení geometrické představivosti má nemalý vliv učitel na první stupni ZŠ. Jeho silnou zbraní by měla být vnitřní motivace. Bohužel je nedostatečná motivace dětí tou největší chybou učitelů. Mnoho učitelů neumí u žáků podnítit tvorbu vnitřní motivace.

Z didaktických důvodů se ve výuce geometrie ve školách nejprve zavádí pojem „*úsečka*" před pojmem „*přímka*". Důvod je ten, že přímku, na rozdíl od úsečky, nemůžeme znázornit celou, ale pouze její část. Pro žáky na prvním stupni základních škol je velmi důležité používání názornosti při výuce. Jejich životní zkušenosti ještě nejsou dostatečně bohaté na to, abychom si mohli dovolit pracovat pouze s představami.

Podle M. Bělíka (Bělík, 2007) se geometrické učivo rozvíjí na základní škole intuitivně. Učitel se opírá o představy a zkušenosti žáků a dále je rozšiřuje. Aby si žáci vytvořili vhodné geometrické představy, používá učitel názorné pomůcky; modelování jak v prostoru, tak i v rovině; kreslení a rýsování. Tyto představy žáci poté sami obohacují vlastním zkoumáním a zkušeností s nimi.

Rozvoj geometrické představivosti u dítěte probíhá v několika oblastech:

1. Dítě pozoruje trojrozměrný svět
2. Spontánní dětská kresba
3. Stereometrie (Dítě sestavuje modely, orientuje se v prostoru, modeluje z plastelíny, pracuje s kostkami, …)
4. Planimetrie (Dítě vymalovává omalovánky, vytváří či sestavuje mozaiky, …)

F. Kuřina (Kuřina, 2011) zdůrazňuje **PĚT P** pro matematické vzdělávání: pamatovat si, počítat, přemýšlet, porozumět a použít.

Paměť bývá často odsouvána v moderním vzdělávání, protože je velmi snadné si cokoliv rychle a jednoduše vyhledat. Paměť je však velmi důležitá pro matematické vzdělávání se. Než si však jakákoliv fakta zapamatujeme, musíme pochopit souvislosti mezi jednotlivými pojmy a oblastmi matematiky. Bez tohoto pochopení bychom pak nebyli schopni získané vědomosti použít v praxi.

Stejně jako paměť je bohužel i samotné „počítání hlavou“ odsouváno do pozadí a je nahrazováno počítáním s kalkulačkou

2. Představivost a geometrická představivost

Pro lepší pochopení následujících definic si nejprve vysvětlíme a definujeme tyto pojmy, neboť s nimi se budeme často setkávat. Mezi tyto pojmy patří schopnost a tvořivost.

Schopnost

P. Hartl a H. Hartlová (2009) popisují schopnost jako soubor dispozic, díky kterým jsme schopni nějaké činnosti či dovednosti.

P. Říčan (2010) zase schopností rozumí soubor vloh a dovedností, které uplatňujeme při provádění či nacvičování nějaké činnosti.

Můžeme tedy říci, že se jedná o jistý soubor dispozic, díky kterým můžeme vykonat nějakou činnost.

Tvořivost

P. Hartl a H. Hartlová (2009, s. 631) uvádějí, že tvořivost je: „*schopnost, pro niž jsou typické takové duševní procesy, které vedou k nápadům, řešením, koncepcím, uměleckým formám, teoriím a výrobkům, které jsou jedinečné a neotřelé*.“

Podle Coufalové a Chmelové (Coufalová a Chmelová, 2009) je tvořivost jakýmsi souborem schopností, které nám poskytují tvůrčí činnosti, a ty přinášejí vždy něco nového.

2.1 Představivost

Na pojmy představa, představivost a geometrická představivost se v odborné literatuře setkáme hned s několika pohledy. Mnohem častěji se také setkáváme s pojmem „*prostorová představivost*“, a proto budeme tyto dva pojmy považovat za synonyma. Každý autor je definuje trochu jinak. Jelikož představivost nemůžeme chápat jako čistě matematický pojem, musíme se na jeho definici podívat z více úhlů pohledu. Psychologové budou dozajista definovat představivost jinak než třeba matematici, či vědci zabývající se úplně odlišným oborem.

Z pohledu psychologie je představivost schopnost člověka vyvolávat představy. Jedná se o zpřítomnění předmětů, prožitků či dějů. Všechny představy vznikají na základě našich dřívějších zkušeností a nabytých vjemů. Představy můžeme rozdělit podle smyslů, kterými byly vnímány (čichové, chuťové, zrakové, hmatové či sluchové). Tyto představy se objevují ve vnitřním, představovém prostoru a je velmi snadné je vyvolat a ovládat.

Veškeré představy jsou velmi důležité, především pro myšlení. Druhy představ se u jednotlivců liší. Jean-Martin Charcot je rozdělil na: *„a) optický (vizuální) typ s převládáním zrakových vzpomínkových představ, b) akustický typ s převládáním představ ze sluchových vjemů, c) motorický (taktilní, kinestetický) s převládáním pohybových a hmatových představ, d) smíšené typy z typů a) – c).“* (Geist, 2000, s. 205)

Téměř shodnou typologii vypracoval také E. Meumann (1913). Dále byl přidán typ olfaktorický s převládajícími představami čichovými, typ gustativní s převládajícími představami chuťovými a emoční typ s převládajícími citovými představami. Jednotlivé představy mají tendence se navzájem vyvolávat a propojovat a v průběhu života se se rozvíjejí a mění. W. Wundt rozdělil představy na představy eidetické, extenzivní (skupina prostorových a časových představ) a intenzivní (smyslové představy) (Geist, 2000)

P. Říčan (2010) si prostorovou představivost rozdělil do tří zásadních schopností. První schopností je prostorová orientace, tedy stanovit polohu člověka v jeho okolí. Druhou schopností je vizualizace, tedy schopnost představit si vzájemné vztahy předmětů kolem nás, octnou-li se v jistých polohách. Třetí schopností je pak kinestetická představivost. Této schopnosti využívá například technik, který určuje výsledný pohyb tělesa.

M. Nakonečný (1995) označuje představy jako *„pamětní stopy dříve vnímaných věcí a dějů“*. Poukazuje na to, že člověk nikdy nežije pouze přítomností nýbrž se pohybuje neustále také v minulosti a v budoucnosti. Pomocí vzpomínek zůstává v minulosti a připomíná si své prožitky. Do budoucnosti se pak dostává sněním, tj. představami, kterými plánuje další kroky, postupy a následky. Díky představivosti nemusí člověk vykonávat všechny úkony ihned. Některé činnosti a cíle si stačí pouze představit či naplánovat. Představivost se tak stává velmi účinným pomocníkem v životech lidí. Denní snění označuje jako jakési plánovací představy. Tyto představy popisuje jako hru, ve které se autor stává zároveň i aktérem. Velký význam mají na tyto představy samotné tužby a přání autora. Celkové citové rozpoložení v době vyvolávání si představ ovlivňuje smýšlení jedince, a tudíž i jejich průběh.

Sillamy (2001) popisuje představy jako vnitřní obrazy nepřítomného objektu. Představy vycházejí ze samovolné aktivity mysli a ze zkušeností jedince. Jedná se o přelud skutečného předmětu. Představivost je pak *„schopnost představit si nepřítomné věci a kombinovat představy.“*. Samotné produkty představivosti jsou pak obohacenější v závislosti na rozumové kontrole. Je-li lidská mysl oslabena spánkem či mírou alkoholu v těle, stávají se představy obohacené o nejrůznější druhy fantazie. U duševně nemocných pak může dojít k tomu, že přebývají pouze ve svých představách.

Podle A. a E. Reber (2001) je představivost procesem vybavování si již prožitých skutečností a jejich aplikace do nových souvislostí. Představivost je pokládána za kreativní a může obsahovat plány do budoucna a také různé projekce z minulosti.

D. Jirotková (1990) si představivost vysvětluje jako schopnost či dovednost vybavit si:

- dříve viděné objekty, včetně jejich vlastností, polohy a prostorovými vztahy
- v daný moment viděné objekty, a to i v jiné poloze, než byly původně vnímány
- objekty v trojrozměrném prostoru viděné v prostoru dvojrozměrném
- objekty neexistující pouze na základě jeho slovního popisu.

J. Kulka (2008) uvádí, že na naše představy nepůsobí pouze momentální vjemy, ale také vjemy, které v daný moment nevnímáme. Proto je představivost spojená s pamětí a člověk při vytváření představ užívá těch obrazů a skutečností, které má uloženy v paměti.

Podle P. Hartla (1994) je představivost jakási schopnost vytvářet představy. Jejich množství a reálnost je závislá na rozdílnostech mezi jednotlivci, a ne na samotném vývoji jednotlivce. Jejich rozdílnost závisí podle Hartla na oblasti typu představivosti. Také o představivosti tvrdí, že je předpokladem k tvořivé činnosti, zvlášť v problémových situacích.

H. Gardner (1999) se zabývá prostorovou představivostí jako prostorovou inteligencí. Jejím jádrem jsou schopnosti, které nám pomáhají vnímat svět po vizuální stránce. Díky schopnostem můžeme pracovat s různými tvary a libovolně s nimi manipulovat.

Molnár (2004) definuje představu jako schopnost vyvolat obraz předmětu či jevu, který zrovna nepůsobí na naše vnímání. Rozděluje představy na reprodukční a anticipační, podle toho, zda vyvolané představy mají základ v prožitých skutečných situacích nebo jsou to představy dříve nezažitých skutečností. Dále jsou to pak statické představy, bez pohybové skutečnosti, pohybové představy, v nichž se objekty pohybují, či transformační představy, ve kterých dochází ke změně předmětu, například představa rozstřihnutí papíru a následná představa, jak tento papír vypadá.

F. Kuřina (1987) pod pojmem geometrická představivost vidí jakousi „složku názorného myšlení“, obsahující dovednost vybavit si geometrické útvary a jejich vlastnosti.

F. Dušek (1964) používá pojem geometrická představivost a tuto představivost rozvíjí s geometrickým obsahem. Podle něj je pro žáka nezbytné, aby si daný předmět dokázal nejen představit, ale také jej rozebrat, transformovat a doplnit.

Prostorovou inteligencí se zabývali také R. Shepard a J. Metzlerová, kteří prokázali, že doba potřebná ke zjištění, zda jsou dvě tělesa stejná, je přímo úměrná tomu, o kolik stupňů je jedno z těles pootočené od tělesa druhého. Tento úkol většina lidí řeší tak, že si dané těleso představí před sebou jako reálné a otáčí s ním tak dlouho, dokud se nedostane do požadovaného úhlu. (Gardner, 2018)

2.2 Rozvoj geometrické představivosti

Geometrická představivost, jak již víme, není pouze geneticky vrozená, ale jedná se o dovednost, kterou musí každý jedinec rozvíjet. Tento rozvoj probíhá také samovolně zráním, učením jedince či prostředím a výchovou, která na něj působí. Geometrickou představivost je možné rozvíjet už od předškolního věku a tento rozvoj dále prohlubovat i v dospělosti. Na počátku rozvoje geometrické představivosti je nezbytná manipulace s předměty. V moderním světě se můžeme také setkat s virtuálními modely. Používání počítače a dalších technických nástrojů je pro žáka velmi lákavé. Při prvním setkání žáka s virtuální projekcí je žádoucí nezahltit žákovu mysl velkým množstvím možností pro manipulaci s předměty, ale spíše se zaměřit na prostorové vnímání. Pro tuto diplomovou práci bude stěžejní věková kategorie 2. a 3. třídy ZŠ. (Klement, 2014)

Důležitým faktorem při rozvoji jakékoliv schopnosti či dovednosti je vnitřní motivace. Není tomu jinak ani u geometrické představivosti. Vnitřní motivace má na člověka obrovský vliv, a tak by se za žádnou cenu neměla podceňovat.

Mezi významné činiteli rozvoje představivosti patří opakovatelnost a systematičnost. Jak říká jedno latinské úsloví: *„Repetitio mater studiorum“* neboli *„Opakování (je) matka moudrosti“*. Tudíž pouze opakováním a neustálým prohlubováním a zdokonalováním svých schopností docílíme zlepšení nejen své geometrické představivost. Náročnost úkolů a činností, které by měly vést k rozvoji geometrické představivosti, nesmí být příliš jednoduchá. Jednoduchostí se člověk ničemu nenaučí. Úkoly by měly být přiměřené silám rozvíjené osoby. Mohou být i náročnější, ale nesmí být náročné až příliš, aby neodradili jedince od rozvíjení sebe sama.

Podle Gardnera (2018) se vizuálně-prostorová inteligence u normálních lidí rozvíjí především na základě vizuálních zkušeností a je úzce spjatá se zrakem. U prostorové inteligence to tak však není. Ta se může rozvíjet i jinými smysly než zrakovými. U nevidomých osob je to například hmat.

K několika výzkumům rozvoje prostorové představivosti se odhodlal mimo jiné i Jean Piaget (Gardner, 2018). Předpokládal, že je součástí přirozeného lidského vývoje a je tedy nedílnou součástí logického růstu. Piaget dospěl k názoru, že cesta k pochopení prostoru začíná ve stádiu senzomotorickém. Toto stádium můžeme spatřit již v kojeneckém období. Na konci tohoto období si dítě již dokáže vytvářet představy, například jak vypadá nějaké místo či jak se odehrává nějaká událost. Tato schopnost se podle Piageta vyvíjí na základě počátečních zážitků dítěte. Dalším, pro nás velmi důležitým momentem pro rozvoj prostorové představivosti, je nástup dítěte do první třídy základní školy. V prvním období na prvním stupni se rozvíjí prostorová představivost dětí především v rovině konkrétních předmětů. Dítě si dokáže představit, jak například vidí daný předmět člověk, který stojí na druhé straně třídy. Na konci druhého období, tedy v době příchodu puberty, se můžeme setkat u dětí se schopností představit si i abstraktní prostor.

Při rozvíjení geometrické představivosti na prvním stupni je učitelovým názorným pomocníkem model. Jeho užívání musí být však omezeno jistou mírou, neboť nadužívání hotových modelů žákům moc nedá, jelikož je již model hotový. Dítě nepřemýšlí o jeho vlastnostech a stavbě. Daleko použitelnějšími modely jsou ty, které učitel se žáky teprve skládá či vytváří. Žáci se musí daleko více soustředit. Později bude stačit pouze část modelu či náznak rukou. V takovémto případě si žáci musí zapamatovat naznačený tvar a dotvořit ho ve svých představách. Po dostatečném tréninku se učitel může přesunout od modelů k náčrtkům. (Molnár, 2009)

Každý učitel by měl mít výborné teoretické znalosti v předmětu, který vyučuje. Důležité také je, aby učitel věděl, jak všechny tyto informace předat žákům s co největší efektivitou. K tomu využívá vyučovací metody. Vyučovací metody můžeme chápat jako jakési postupy, díky nimž učitel dosahuje stanovených cílů hodiny. Metody můžeme dělit podle několika kritérií. Příkladem těchto kritérií je počet žáků nebo například zda je žák aktivním účastníkem vzdělávacího procesu či pasivním posluchačem.

Pro cvik prostorového vidění může žákům pomoci náčrtek stereometrického útvaru. Při tvorbě tohoto náčrtku žáci musejí myslet na vlastnosti daného tělesa a na jeho proporce.

Na náčrtku se například některé mimoběžky stávají různoběžkami, a proto je důležité, aby si vždy žáci zopakovali, které přímky jsou vlastně opravdu mimoběžné, rovnoběžné či různoběžné. Velkou výhodou oproti hotovému modelu je průběžné vytváření onoho náčrtku učitelem na tabuli s výkladem a úvahami s žáky. Žáci by měli náčrtek chápat a měli by samostatně zvládnout vyobrazit jednoduché prostorové útvary do roviny. Práci s náčrty těles bychom měli věnovat dostatečné množství času, aby se všichni žáci dokázali s touto problematikou sžít a porozumět jí. (Molnár, 2009)

U chlapců a dívek dochází k různému vývoji geometrické představivosti, a to především kvůli odlišnému vývoji pravé a levé hemisféry mozku. Podle Molnára (2009) dosahují chlapci lepších výsledků při řešení úloh spojených s geometrickou představivostí. Zamýšlí se nad tím, zda nemají chlapci lépe uzpůsoben mozek pro konstrukční úlohy, a právě proto dávají přednost hře s kostkami a stavebnicemi. Úspěšné řešení geometrických úloh se s věkem a praxí zvyšuje. Molnár upozorňuje také na to, že úroveň geometrické představivosti je závislá nejen na vnitřních faktorech, ale také na faktorech vnějších.

V případě, že není geometrická představivost dostatečně rozvíjena v průběhu celého života, dochází k jejímu ochabnutí a jedinec tuto dovednost postupně ztrácí. S rozvojem geometrické představivosti můžeme však začít již v předškolním věku.

2.3 Návrh na rozvíjení geometrické představivosti

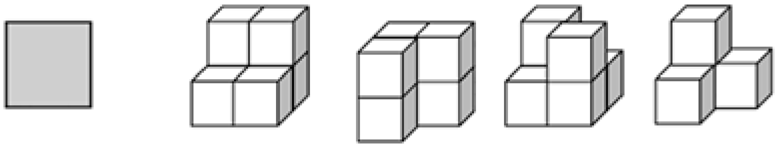
V následující podkapitole se pokusím vyobrazit některé návrhy, jak rozvíjet prostorovou představivost u dětí do věku 10 let, což je doba, na kterou je tato práce zaměřena.

2.3.1 Hry s kostkami

Mezi základními hračkami každé domácnosti, ve které vyrůstá malé dítě, by neměly chybět kostky. Ať už se jedná o kostky jednobarevné či kostky s obrázky skládanými jako puzzle, hraní si s tímto stavebním materiálem rozvíjí dětskou geometrickou představivost. Dítě si při stavění staveb z kostek uvědomuje jejich vlastnosti, rozměry a rozložení v prostoru. Zjišťuje, na které podložce je nejlepší svou stavbu zbudovat, a podobně. Nejprve pokládá kostky vedle sebe a postupně je začíná skládat na sebe, promýšlí si tvar a proporce budované věci. Postupem času dítě zkouší nové věci a pracuje se svou představivostí, a tak začíná vytvářet čím dál tím větší a propracovanější stavby. Tyto stavby jsou pro rozvoj dětské mysli velmi důležité. Nejenom, že dítě vidí svůj konečný výtvor, se kterým se může pochlubit svému okolí, ale může se také na danou stavbu podívat z několika úhlů. (Gardner, 2018)

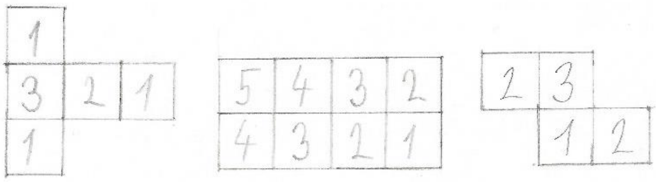
Krychlová stavebnice nám na prvním stupni ZŠ nabízí širokou škálu možných her pro rozvoj prostorového vnímání a geometrické představivosti dětí. Nyní si ukážeme několik úkolů pro rozvoj geometrické představivosti u dětí při hře s kostkami.

1) Úkolem je vypočítat počet krychlí, potřebných na stavbu na obrázku a následně sestavit tyto stavby z reálných krychlí. (viz. obrázek 2)



Obrázek 2 - Nárys tělesa

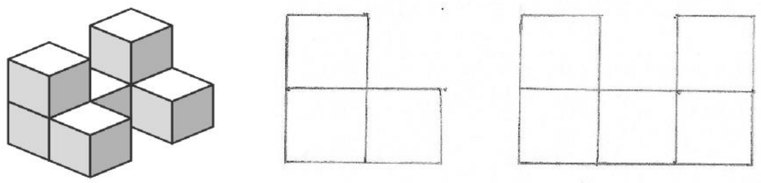
2) Děti mají za úkol postavit stavbu pomocí půdorysu, na kterém je zapsán, nebo zakreslen, počet krychlí položených na sobě. (viz. Obrázek 3)



Obrázek 3 - Půdorys tělesa

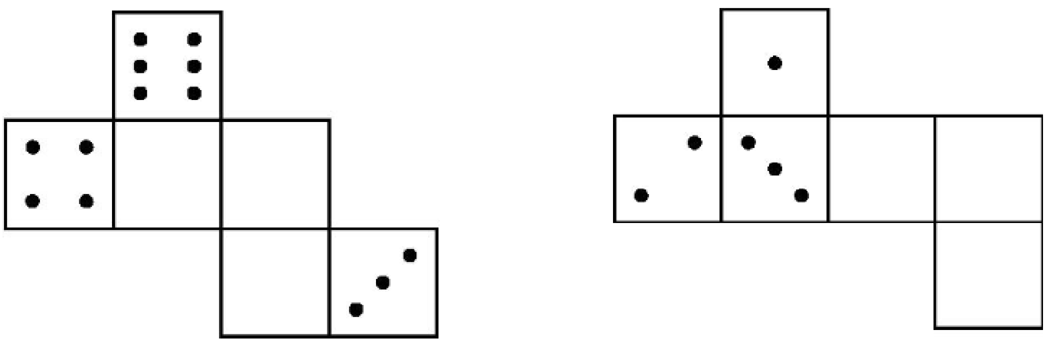
Dále mají děti za úkol nakreslit obrázek výsledné stavby z pohledu zepředu a poté se pokusit nakreslit tutéž stavbu z pohledu z boku či zezadu.

3) Ve třetím úkolu mají děti určit o jaký pohled na stavbu se jedná. (viz. obrázek 4)



Obrázek 4 - Pohledy na stavbu

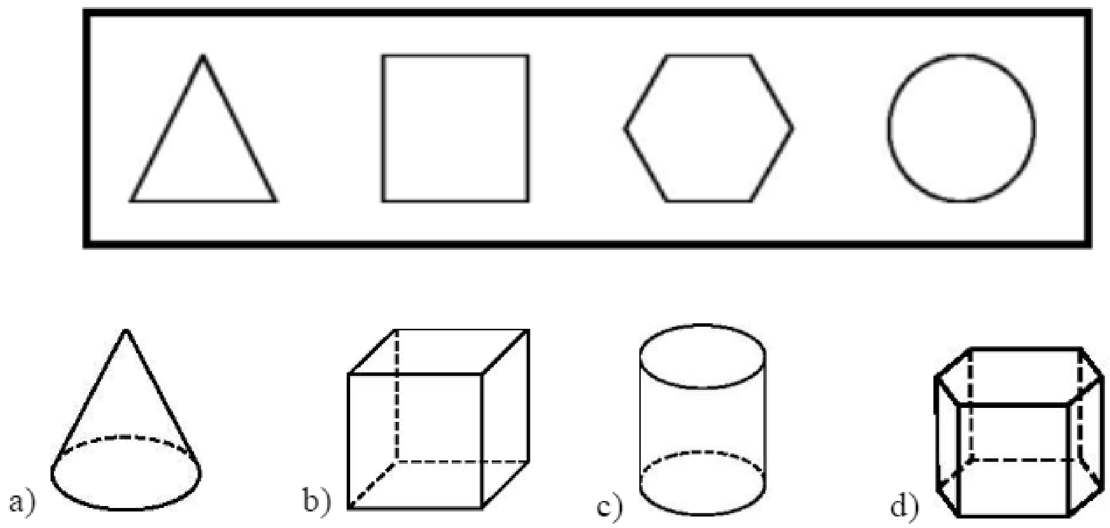
Mezi příklady, které uvádí Molnár, na rozvoj představivosti patří například: „*Doplňte „oči" na síti hrací kostky tak, aby jich na protilehlých stranách bylo vždy sedm.*"



Obrázek 5 - síť krychle

(Molnár, 2009, s.117)

„Ke každému znázorněnému tělesu přiřaďte všechny otvory, kterými lze dané těleso „těsně bez mezer protáhnout" na druhou stanu. (V určitém okamžiku těleso funguje jako zátka)"



Obrázek 6 - Prostorová tělesa v rovině

(Molnár, 2009, s.118)

Podobných úloh s kostkami a vytvářením staveb z nich se dá vymyslet nepřeberné množství a jejich aplikace na prvním stupni je velmi důležitá pro rozvoj geometrické představivosti děti.

2.3.2 **Hra s legem**

Stejně jako kostky jsou stavebnice lego velmi dobrým pomocníkem při rozvoji dětské představivosti. Většina stavebnic lego je vhodná pro děti již od dvou let. Tyto stavebnice děti velmi dobře zaujmou svými tvary a pestrostí barev. Do začátku je vhodné použít stavebnici se zvířátky, kdy se dítě zároveň učí rozpoznávat zvuky zvířat. Dítě si tak nejenom rozvíjí své vědomosti o zvířatech, ale pomocí lego kostek těmto zvířatům staví jejich vlastní ZOO s výběhy a domečky. Až se dítěti ZOO omrzí, může se pustit do složitějších her, jako je třeba hra na rodinu, kdy si dítě vybuduje dům, do kterého zasadí panáčky nejbližších osob z rodiny a zvířat, které se kolem něj pohybují. U chlapců jsou oblíbená lega pro sestavování aut, lodí či jiných dopravních prostředků. Při hraní si s legem nejsou kladeny žádné meze fantazii, a tak jedinec rozvíjí svou osobnost hned po několika stánkách.

2.3.3 **Skládání puzzle**

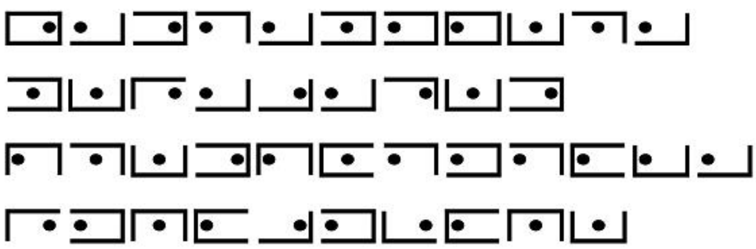
Skládání puzzle patří k velmi oblíbené činnosti nejenom dětí, ale také mnohých dospělých. Ve skládání puzzle si totiž najde každý to své, co se mu líbí. V dnešní době se setkáme s několika kategoriemi, do kterých jsou jednotlivé puzzle děleny. Ať už se jedná o dělení puzzle podle věkových kategorií, podle motivu na obrázku, podle velikosti či podle počtu jednotlivých dílů. Některé puzzle jsou určeny dětem již od dvou let. Postupů na poskládání puzzle je mnoho a o žádném postupu se nedá tvrdit, že je to jediný správný či špatný postup. Jeden člověk může považovat ze nejlepší, když si nejprve poskládá dílky z kraje puzzle a až poté přidává dílky středové části. Druhému pak nemusí záležet na samotném tvaru a velikosti puzzle a skládá dílečky tak, jak je najde a dokáže spojit. Dalším postupem pak může být nejprve roztřízení všech dílků na skupiny například podle barevnosti a až poté se pustí do samotného skládání. Každý člověk je jiný, a proto si každý musí najít svůj vlastní postup, podle kterého se mu bude dobře pracovat.

Důležitou funkci při řešení úkolů má pohyb těla, který žáci propojují se svou představivostí, a to jim do značné míry pomáhá řešit jejich úkoly. (Molnár, 2009)

Rozvoji geometrické představivosti muže napomoci řešení různých rébusů, hlavolamů a šifer. Jedním takovým hlavolamem je například Velký polský kříž (obrázek 7, 8) Řešení spočívá v uměni si představit pozici písmene v tabulce klíče a poskládat tak dané slovo či větu.

ABC	DEF	GHCH
IJK	LMN	OPQ
RST	UVW	XYZ

Obrázek 7 – Velký polský kříž – řešení



Obrázek 8 – Velký polský kříž – zadání

2.4 Několik důvodů nízké úrovně geometrické představivosti

Geometrickou představivost potřebujeme opravdu všichni k dennodennímu fungování. Dostatečně rozvinutá představivost může obohatit náš život. Molnár (2009) rozděluje důvody nízké úrovně představivosti do několik skupin:

- **Nejobecnější příčiny**

  Mezi nejobecnější příčiny patří nedostatečné kladení důrazu na význam rozvinuté geometrické představivosti mezi žáky. Žáci nejsou dostatečně seznámení s možnostmi využití geometrické představivosti ve svých budoucích povoláních, a to vede k jejich nezájmu o rozvíjení této dovednosti.

  Do této skupiny patří také nedostatečná výuka geometrie. Geometrie na prvním stupni ZŠ patří mezi neoblíbené předměty jak mezi žáky, tak i mezi učiteli. Geometrie je jakýmsi „strašákem" pro některé učitele. Většina žáků hned ovšem pozná, že tento předmět učiteli příliš nesedí a tento negativní vztah od svých pedagogů přebírají. Tohoto negativního vztahu se pak žáci jen tak nezbaví.

- **Celková doba, po kterou je ve vyučování rozvíjena geometrická představivost**

  Tento důvod souvisí s nedostatkem času, který učitelé mají v průběhu roku na zvládnutí velkého množství učiva. Často učitelé nestíhají splňovat ŠVP v čase, který si na to vyhranili, a tak hodiny geometrie, které považují za méněcenné, odsouvají do pozadí a raději se soustředí na splnění všech cílů. V průběhu školního roku žáci absolvují různé programy a akce na úkor vzdělávání. Učitelé mnohdy při rozvržení školního roku s těmito akcemi nepočítají, a tak jim potřebný čas na procvičení a upevnění učiva chybí.

  Hodina matematiky však není jediným předmětem, ve kterém se může geometrická představivost rozvíjet. Mezi velké nedostatky patří absence topografických činností v terénu. Žáci mohou svou představivost rozvíjet i při pohybu venku. Příkladem může být orientační běh, kde žáci s pomocí mapy hledají stanoviště, na kterých plní různé úkoly. Při této aktivitě si zdokonalují své smysly a schopnosti, mimo jiné také prostorovou představivost.

Do této skupiny patří také úbytek vyučovacích předmětů rozvíjejících geometrickou představivost. Na velmi málo základních školách je realizován samostatný předmět rýsování.

- **Nedostatečná připravenost učitelů matematiky**

  Na fakultách není věnována dostatečná příprava budoucích pedagogů pro výuku geometrie. Vyučující předpokládají jistou úroveň schopností studentů, a proto je tato výuka nedostatečně zakotvena ve vzdělávání. Studenti mají však sami nedostatečně rozvinutou geometrickou představivost a jejich schopnosti v oblasti rýsování nejsou dostatečně vyvinuté.

  Do této skupiny spadá také problém s nedostatečným počtem kvalitní literatury, která by studenty a učitele vzdělala a pomohla jim v jejich praxi.

- **Nedostatečné respektování poznatků z pedagogické psychologie**

  Žákům chybí dostatečná cílevědomost, soustavnost a komplexnost při rozvoji prostorové představivosti. Chyba pak nastává, když při rozvoji žáci nejsou podněcováni k využívání svých zkušeností a potencionálních dispozic z ontogenetického vývoje. S tímto problémem se nejčastěji setkáváme právě u žáků mladšího školního věku.

  U žáků staršího školního věku se pak setkávám s nedostatečným zájmem o pohyb a schopnost předvídat. Žáci si kvůli své nedostatečně rozvinuté představivosti neuvědomují následky svého chování.

- **Nedůslednost při uplatňování metod rozvoje geometrické představivosti v matematice**

  Žáci nejsou vedeni k zobrazování prostorových těles do roviny při řešení úloh. Právě tyto úlohy však patří mezi ty základní, jež rozvíjejí žákovu geometrickou představivost.

  Ve výtvarných a jiných výchovách není dostatečně pěstován grafický projev žáků. Žáci nejsou zvyklí řešit jednoduché konstrukční úlohy, protože k tomu nejsou dostatečně vedení svým vyučujícím. Tento nedostatek vede k nepřipravenosti žáků na budoucí povolání.

- **Nedostatečný důraz na moderní metody a technické prostředky při rozvoji geometrické představivosti**

  Moderní technologický pokrok otevírá různé možnosti, jimiž žáci mohou rozvíjet svou geometrickou představivost. V dnešní době existuje bezpočet programů na rozvoj geometrické představivosti. Mnohé programy jsou vytvářeny i pro děti mladšího školního věku a uzpůsobeny tak, aby zaujaly i staršího žáka.

  Velmi známým příkladem by mohla být hra Minecraft. Tato hra je založena na práci s krychlemi zasazenými do umělého světa. Jednotlivé krychle představují různé materiály, se kterými hráč dále manipuluje a využívá je pro nejrůznější účely. Dnes se již setkáme i s verzí této hry, která je přímo uzpůsobena pro školy a hrou se tak děti nejen učí, ale učitel sám může tento proces řídit a sledovat projevy a úroveň pochopení učiva jednotlivých žáků.

- **Vynechávání stereometrického učiva učiteli a opomíjení stereometrických úloh**

  V neposlední řadě patří mezi tyto příčiny vynechávání učiva v geometrii a tím i zanedbávání geometrie jako celku. Úpadek rozvoje geometrické představivosti má také za následek opomíjení stereometrických úloh při zkouškách přijímacích i maturitních.

2.5 Využití geometrické představivosti

Ve společnosti má rozvinutá geometrická představivost velkou hodnotu. Ve spoustě oborů bychom si bez rozvinuté geometrické představivosti nevěděli rady. Samozřejmostí je, že v každém oboru a odvětví vědy se prostorová představivost uplatňuje v jiné míře.

V matematice je nutné zmínit Alberta Einsteina, který se zabýval vztahy mezi prostorovými a plošnými útvary. Velmi ho také nadchlo setkání s Euklidovskou geometrií. Sám o sobě tvrdil, že myšlení nevychází z mluvené či psané řeči, ale právě z různých symbolů a představ, které mohl kombinovat a znovu a znovu si je vybavovat. (Gardner, 2018)

Například v sochařství a v malířství by se umělci jen těžko dokázali pustit do práce, kdyby si svůj výtvor nedokázali představit. Právě díky rozvinuté prostorové představivosti si výtvarník své dílo připraví ve své představě, promyslí si jeho detaily a vše, co bude obsahovat a až poté začíná pracovat. (Gardner, 2018)

Také v odvětví různých her je prostorová představivost velmi důležitá. Nejvíce se s ní pracuje ve hře šachy. Při hraní si hráči promýšlejí své tahy dopředu. Dokáží si představit hned několik možných variant, jak by mohli svůj tah vést a zároveň, jak by na tento jejich tah protihráč mohl odpovědět. Jednou z variant šachů jsou tak zvané slepé šachy. Spočívají v tom, že jeden hráč se zavázanýma očima hraje několik partií proti několika normálně vidícím protihráčům a po každém tahu se přesouvá k další šachovnici, kde mu jeho další protihráč jen sdělí, jaký byl jeho poslední tah a on na něj musí reagovat. Při takovéto hře si daný hráč nepředstavuje konkrétní figurky, jejich barvu a tvar, ale je pro něj daleko důležitější abstraktní stránka těchto figurek, tedy jejich možnosti, rozložení na šachovnici a celkový vývoj hry. (Gardner, 2018)

Vytváření projektů staveb by se jen těžko obešlo bez vycvičené geometrické představivosti. Každý projektant musí při vypracovávání takovéhoto náčrtku myslet na spoustu aspektů a na žádný nesmí zapomenout, pokud má vzniknout funkční a dokonalá stavba.

S dalším využitím geometrické představivosti se setkáváme například v mořeplavectví. Ne každá loď je v dnešní době vybavena nejnovějšími technologiemi, a tak námořníci, kteří jsou uprostřed moře či v husté mlze, jsou odkázáni pouze na svou intuici a své schopnosti orientace v prostoru. Musejí se naučit spoustě dovednostem a znalostem, než se vydají na takovou plavbu, během níž by se mohli ztratit. K těmto dovednostem patří také prostorová představivost. Díky ní může kapitán určit, kterým směrem plout, aby se loď dostala do svého cíle. (Gardner, 2018)

Geometrickou představivost využijí žáci například při zjišťování si nejbližšího spoje autobusu. Orientace v tabulce patří mezi základní schopnosti, jimiž by měli být žáci vybaveni. Především na vesnici se setkáme s tabulkovým systémem ukazatele spojů autobusů a vlaků.

Při řešení dopravních situací se od řidiče očekává rozvinutá představivost, aby byl schopen vnímat dění kolem sebe a správně se rozhodovat. Typickým příkladem může být řešení průjezdu křižovatkou, kdy se jednotliví řidiči drží jistých pravidel silničního provozu a zároveň ve svých představách předvídají chování ostatních účastníků na pozemní komunikaci.

3. Matematické soutěže a jejich význam

Existuje celá řada vědomostních soutěží realizovaných jak na území České republiky, tak i ve světě. Jelikož se v praktické části této diplomové práce setkáme s úlohami z Matematického klokana, bude tato kapitola věnována matematickým soutěžím.

Téměř každé dítě je od přírody soutěživé a hravé. Tyto aspekty se využívají při organizování různých soutěží. Jsou silnými motivátory a podporují u dětí zájem o daný předmět i samotnou výuku ve škole. Některé matematické soutěže jsou postavené tak, že nehodnotí pouze žákovy vědomosti, ale také jeho dovednosti a schopnosti. Tudíž i žáci, kteří nejsou výborní v hodinách matematiky, mohou zažít pocit úspěchu a být mezi nejlepšími řešiteli úloh.

Soutěže je možno organizovat v rámci třídy, školy, kraje či jiných územních oblastech. Mohou se odehrávat mezi jednotlivci, skupinami, třídami či mezi jednotlivými školami. Díky motivačním účinkům se soutěže většinou zařazují do úvodní části vyučovací hodiny, kdy upoutají pozornost žáka a vyvolají potřebnou atmosféru ve třídě.

Při organizování jakýchkoliv soutěží je potřeba mít jasně stanovená pravidla, podle kterých bude soutěž probíhat a podle kterých bude vyhodnocena. Úkolem soutěží by měla být aktivizace všech žáků. Měli bychom tedy pochválit a ocenit i ty žáky, kterým se třeba v daný moment nedaří.

Matematických soutěží na území České republiky je mnoho. Vzhledem k charakteru diplomové práce se zaměřím pouze na soutěže organizované na 1.stupni ZŠ.

Mezi soutěže organizované v rámci naší republiky pro 1. stupeň ZŠ patří:

a) MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA (MO)

Jedná se o soutěž s nejdelší tradicí u nás. Ve školním roce 2018/2019 se konal už 68. ročník. Záměrem této soutěže je vyhledat matematické talenty a podporovat jejich intelektuální růst. MO je pořádána každoročně a je jednotná pro celé území České republiky. Úlohy MO jsou vytvářeny tak, aby měli žáci šanci vyřešit náročné problémy a aby přibližovali matematiku a informatiku žákům.

b) PYTHAGORIÁDA

Pythagoriáda je určena žákům 5. – 8. třídy základních škol. Jejím úkolem je zvýšit zájem o matematiku u co největšího počtu žáků. Úlohy prověřují znalosti matematiky odpovídající danému ročníku. Najdeme zde příklady, které rozvíjejí prostorovou představivost a logické myšlení žáků.

c) MATEMATICKÉ PUTOVÁNÍ

Tato soutěž je připravována studenty Pedagogické fakulty Univerzity Karlovy v Praze a je určena týmům žáků ze 4. a 5. ročníku. Pro účast v této soutěži je nutné, aby se týmy dostavili v daný termín do Prahy na místo setkání, kde soutěž probíhá.

d) PANGEA

Pangea je matematická soutěž pro žáky 4. -9. ročníků ZŠ. První ročník soutěže proběhl v roce 2013. Obsahuje úlohy z reálných životních situací a je určena pro všechny žáky České republiky, kteří mají rádi matematiku. Tato soutěž podporuje u žáků zájem o matematiku.

e) MATEMATICKÝ KLOKAN

Soutěž Matematický klokan úzce souvisí se zadáním diplomové práce, a proto je jí věnována následující podkapitola.

3.1 Matematický klokan

Jedná se o mezinárodní soutěž, ve které žáci rozdělení do kategorií podle věku soutěží v matematických vědomostech a schopnostech a své výkony porovnávají se svými vrstevníky na celém světě.

3.1.1 Historický vývoj

Počátkem 80. let 20. století přišel s myšlenkou testu s několika odpověďmi matematický učitel Peter O´Halloran v Sydney. Tyto testy byly opravovány na počítači, díky čemuž se mohlo zúčastnit soutěže velké množství žáků najednou. Znamenalo to velký pokrok pro Australskou matematickou národní soutěž. Pod jménem Kangaroo se tato soutěž dostává do Francie v roce 1991. Odtud se poté rozšířila do 21 evropských zemí.

Smyslem vzniku Matematického klokana bylo vzbudit zájem o matematiku u žáků a pomocí radosti ze soutěžení, jim ukázat, že matematika nemusí být pouze nudný a nezáživný předmět. Počet účastníků rychle rostl. V roce 1995 existovala pro všechny země soutěž na úrovni Kadet (dnes 13-14 let). Každá země měla však vlastní organizaci, vlastní ceny a srovnání výsledků mezi zeměmi neexistovalo. Na počátku roku 1996 se všechny členské země zapojily do organizace a Výroční valná hromada koná každoročně setkání v jiné zemi. Toto setkání probíhá buď v říjnu nebo v listopadu. Od listopadu 1996 bylo rozhodnuto, že všechny soutěžící země budou mít přesně definovaný finanční obnos a pravidla, která musejí dodržovat.

Organizátoři soutěže posílají vítěze každé léto na setkání v Karpatech. Vítězové navštíví hrady v Loire, nebo pobřeží Mer Nore či jezero Balaton.

V roce 2016 byla tato soutěž rozšířena ve více než 60 zemích z celého světa a účast přesáhla 6 milionů účastníků. Tato soutěž je vedena asociací Kangourou sans frontieres se sídlem v Paříži.

3.1.2 **Matematický klokan v ČR**

Česká republika se do soutěže poprvé zapojila v roce 1995. Pořadatelem je Jednota českých matematiků a fyziků ve spolupráci s Katedrou matematiky PdF UP a Katedrou algebry a geometrie PřF UP v Olomouc. V roce 1997 se Matematický klokan zařadil mezi oficiální soutěže a je podporován MŠMT ČR. Pro všechny soutěžící v České republice je tedy účast zdarma.

Na rozdíl od ostatních matematických soutěží se Matematický klokan v několika věcech liší. Cílovou skupinou nejsou pouze ti nejnadanější, talentovaní a nejlepší žáci, ale také žáci průměrní či slabší. Matematický klokan chce všem žákům poskytnou možnost vyzkoušet si své možnosti, schopnosti a dovednosti a porovnat je se svými spolužáky a vrstevníky nejen v celé republice, ale také na mezinárodní úrovni.

Také soutěžní úlohy jsou koncipovány jinak. Žák při řešení úloh prokazuje svůj postřeh, důvtip a nápaditost než vědomosti získané z obsahu probraného matematického učiva.

Nyní jsou všichni soutěžící rozděleni do šesti kategorií:

- Cvrček (2. – 3. třída ZŠ)
- Klokánek (4. – 5. třída ZŠ)
- Benjamín (6. – 7. třída ZŠ)
- Kadet (8. – 9. třída ZŠ)

- Junior (1. – 2. ročník SŠ)
- Student (3. – 4. ročník SŠ).

Kategorie Cvrček byla poprvé experimentálně přidána až v roce 2005. Garantkou se stala Mgr. Eva Kubátová, Ph.D, která při vytváření testu vycházela z principu velké oblíbenosti matematiky jako školního předmětu na 1. stupni ZŠ. Počet úloh byl snížen na 12, což bylo považováno jako maximální počet úloh, kvůli udržení koncentrace žáků. Velký důraz byl také kladen na motivaci, která hrála, a stále hraje, velkou roli při práci žáků ve školních lavicích. Časový limit byl také snížen na 45 minut z původních 60.

V celé naší republice se soutěží v jednom stanoveném dni, obvykle je to třetí pátek v březnu. Ve všech kategoriích soutěžící řeší testové úlohy a vybírají právě jednu z navrhovaných pěti možných odpovědí. Tyto úlohy jsou uspořádány do tří kategorií podle náročnosti. Za dobře vyřešenou úlohu žák dostane 3, 4 nebo 5 bodů, za špatné vyřešení je mu jeden bod stržen a za nevyplněnou úlohu žák ani bod nezíská ale ani nic neztratí. Aby se žák nemohl dostat do záporného počtu bodů, začíná s počtem bodů, kolik je v testu otázek.

Pro tuto diplomovou práci jsme zvolili kategorii C*vrček*, která je určena žákům 2. a 3. tříd ZŠ.

II. PRAKTICKÁ ČÁST

4. Stanovení výzkumné části práce

V rámci teoretické části diplomové práce jsme si shrnuli základní fakta a pojmy, které jsou stěžejní pro rozvoj geometrické představivosti. Z výše zmíněných poznatků jsme se utvrdili v přesvědčení, že rozvíjet geometrickou představivost je opravdu důležité a že dostatečně rozvinutá geometrická představivost je základem pro náš budoucí život, pro získávání dalších životních zkušeností.

V odborné literatuře najdeme spoustu textů, zabývajících se touto problematikou. Charakter této diplomové práce je však zaměřen pouze na věkovou skupinu dětí druhých a třetích tříd prvního stupně základních škol. V tomto období má velký vliv na rozvoj představivosti dětí právě učitel základních škol, který by měl pravidelně zařazovat problémové situace zařazovat pravidelně do výuky, a to nejenom formou relaxace či rozcviček v matematice, ale také v jiných předmětech.

V praktické části se budeme věnovat úrovni rozvoje geometrické představivosti a budeme zkoumat, jaký vliv mají okolnosti na úspěšnost dětí v didaktickém testu. Rádi bychom zjistili, jak velký vliv mají níže uvedené okolnosti na děti a zda je velký rozdíl v porovnání výsledků mezi chlapci a děvčaty.

V rámci výzkumného šetření budou žákům předloženy úlohy na rozvoj geometrické představivosti ze soutěže Matematický klokan. Tyto úlohy byly posbírány z testů Matematický klokan použitých v úrovni cvrček v letech 2008–2018. Tyto úlohy byly pak protříděny a z nich vybrány úlohy do didaktického testu tak, aby se stejný typ úlohy pokud možno neopakoval a přitom aby byly obsaženy všechny typy úloh.

4.1 Hypotézy

V této části práce budou stanoveny hypotézy vztahující se k rozvoji geometrické představivosti.

4.1.1 **Hypotézy**

Na základě hlavního cíle práce byly stanoveny tyto hypotézy:

Hypotéza 1:

H_0: Předpokládáme, že není statisticky významný rozdíl v úspěšnosti didaktického testu mezi žáky druhých a třetích tříd.

H_A: Předpokládáme, že je statisticky významný rozdíl v úspěšnosti didaktického testu mezi žáky druhých a třetích tříd.

Hypotéza 2:

H_0: Předpokládáme, že obliba hraní si se stavebnicemi nemá významný vliv na úspěšnosti v didaktickém testu.

H_A: Předpokládáme, že obliba hraní si se stavebnicemi má významný vliv na úspěšnosti v didaktickém testu.

Hypotéza 3:

H_0: Předpokládáme, že není žádný statistický rozdíl v geometrické představivosti mezi žáky, kteří si rádi hrají se stavebnicemi a zároveň puzzly, a žáky, kteří si nehrají ani se stavebnicemi ani s puzzly.

H_A: Předpokládáme, že je statistický rozdíl v geometrické představivosti mezi žáky, kteří si rádi hrají se stavebnice a zároveň puzzly, a žáky, kteří si nehrají ani se stavebnicemi ani s puzzly.

Hypotéza 4:

H_0: Předpokládáme, že neexistuje významný rozdíl mezi úspěšností žáků navštěvujících školu ve městě a na vesnici při řešení geometrických úloh.

H_A: Předpokládáme, že existuje významný rozdíl mezi úspěšností žáků navštěvujících školu ve městě a na vesnici při řešení geometrických úloh.

Hypotéza 5:

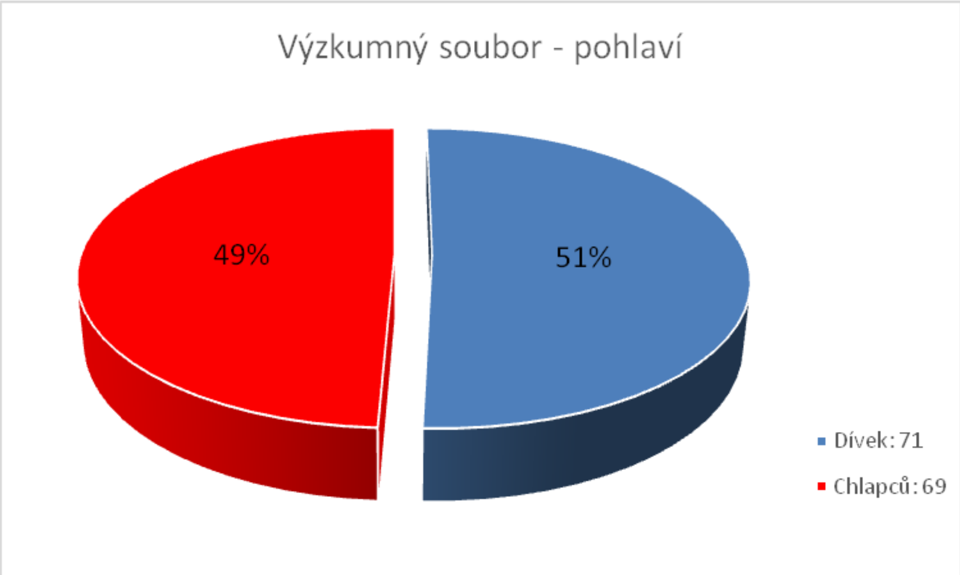
H_0: Předpokládáme, že není významný rozdíl mezi chlapci a děvčaty při řešení úloh na rozvoj geometrické představivosti.

H_A: Předpokládáme, že je významný rozdíl mezi chlapci a děvčaty při řešení úloh na rozvoj geometrické představivosti.

5. Soubor výzkumného šetření

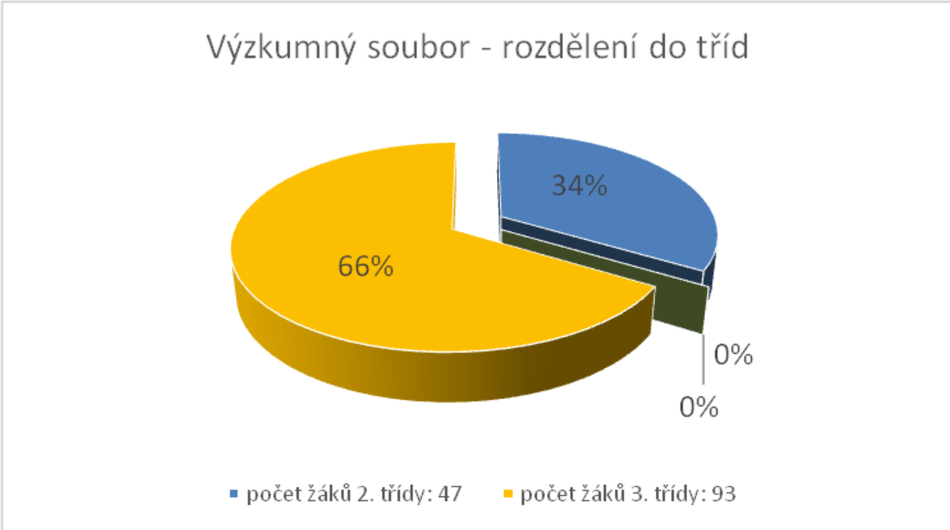
Výzkumné šetření bylo zaměřeno na žáky druhých a třetích tříd (7–10 let) na území České republiky. Oslovováni byli jak samotní respondenti, tak i jejich pedagogové, a to ať už osobně či prostřednictvím sociálních sítí. Vyplňování didaktického testu probíhalo vždy v tištěné podobě testu a celkem se do výzkumné části práce zapojilo 140 respondentů

Graf č.1 Výzkumný soubor – pohlaví

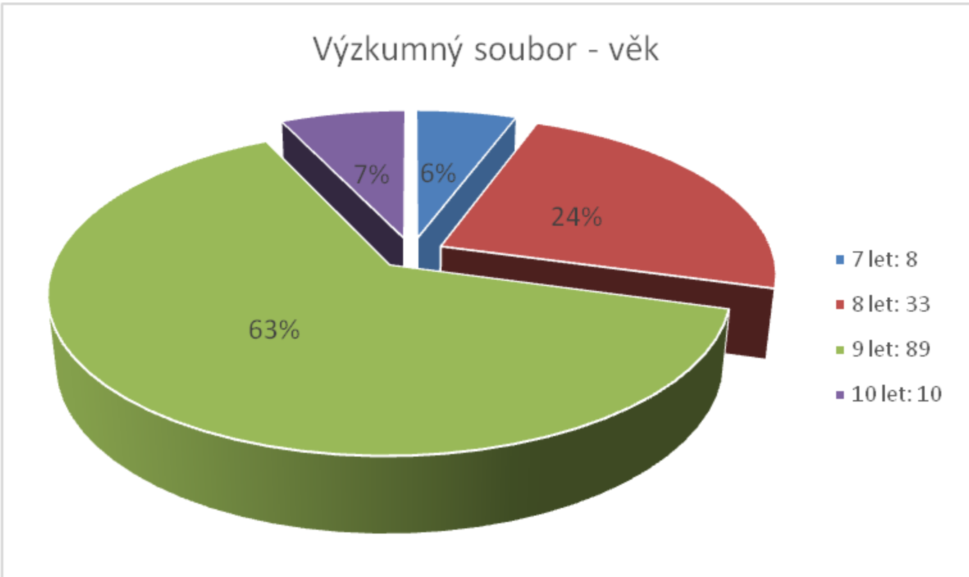


Z celkového počtu respondentů (n = 140) didaktický test vyplnilo 71 dívek a 69 chlapců. Graf č.1 také znázorňuje procentuální rozdělení respondentů dle pohlaví. V grafu č.2 máme pak rozdělení respondentů do tříd. Do výzkumu se zapojilo 47 žáků z druhé třídy a 93 žáků ze třetí třídy.

Graf č.2 Výzkumný soubor – rozdělení do tříd



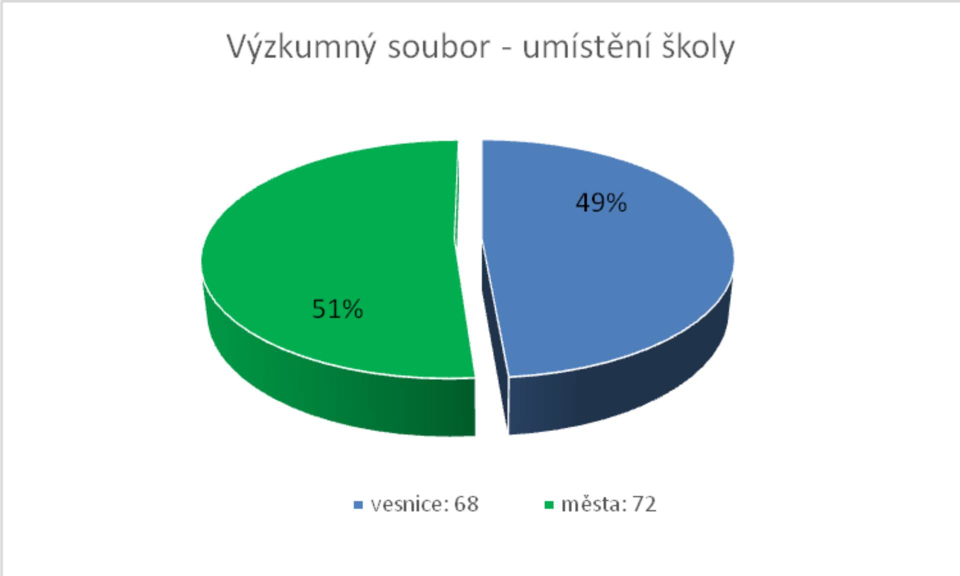
Graf č.3 Výzkumný soubor – věk



V grafu č.3 je vyobrazeno věkové rozdělení respondentů. V grafu si můžeme všimnout, že největší počet respondentů (63 %) tvoří žáci ve věku devíti let a druhou největší skupinou jsou pak žáci ve věku osmi let. Průměrný věk všech respondentů je pak 8,72.

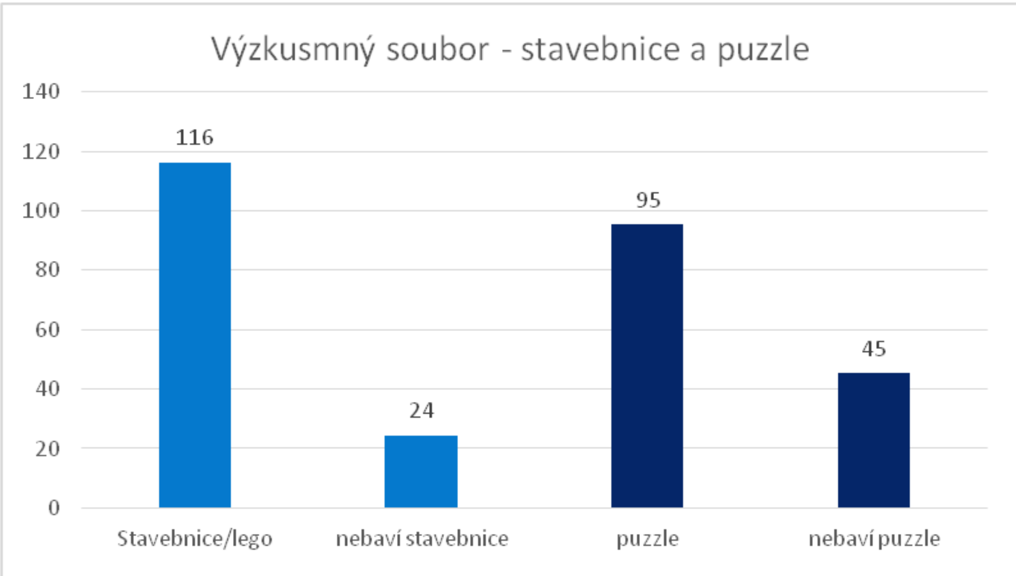
Na grafu č.4 vidíme rozdělení respondentů podle oblasti, ve které se nachází jejich škola. Téměř polovina respondentů dochází na výuku na základní školu ve městě a druhá polovina na vesnici. Asi čtvrtina respondentů z vesnice pak dochází do malotřídní základní školy.

Graf č.4 Výzkumný soubor – umístění školy



V následujícím sloupcovém grafu č.5 máme znázorněn počet respondentů, jež mají či nemají rádi hry se stavebnicemi nebo skládání puzzle. Přes 32 % respondentů odpovědělo, že nemají rádi skládání puzzle. 14 respondentů ze všech dotazovaných pak odpovědělo, že nemají rádi ani skládání puzzle, ani hru s jakoukoliv stavebnicí.

Graf č.5 Výzkumný soubor – stavebnice a puzzle



6. Výzkumné metody

V rámci zkoumání byl použit kvantitativně orientovaný výzkum. Tento výzkum definuje Chráska jako: „záměrnou a systematickou činnosti, při které se empirickými metodami (ověřují, verifikují a testují) hypotézy o vztazích mezi pedagogickými jevy.“ (Chráska,2007, s.12). Díky této definici můžeme obecně říct, že se jedná o výzkum uplatnitelný ve všech vědních oborech. V takovémto výzkumu se pak řeší jeden, nebo více problémů.

Výchozím postupem bývá:

stanovení problému,

formulace hypotézy,

testování (verifikace, ověřování) hypotézy,

vyvození závěrů a jejich prezentace.

Jako metoda sběru dat byl použit didaktický test. Tento pojem je obecně znám jako jakákoliv zkouška, která je stejná pro všechny respondenty. Test však není jakákoliv zkouška, ale jedná se o takovou zkoušku, která má předem přesně stanovenou metodu vyhodnocení výsledků. Testy lze třídit podle několika rysů. Nejčastěji se však setkáváme s rozdělením na testy schopností, osobnosti a výkonu.

Test schopností, známější pod názvem test inteligence, je testem zkonstruovaným tak, aby zjistil schopnosti (předpoklady, dispozice) pro řešení problémových situací a úkolů.

Test osobnosti nezjišťuje výkonnost jedince, ale je zaměřen na jeho osobnost, temperament, vlastnosti, motivaci apod.

Mezi testy výkonu patří nejznámější a nejdůležitější test didaktický. Tento pojem je vymezen několika autory odlišně, avšak jsou za jedno v tom, že se jedná o zkoušku, ověřující úroveň zvládnutí učiva u dané skupiny lidí. Chráska dodává, že: „…je navrhován, ověřován, hodnocen a interpretován podle určitých (předem stanovených) pravidel.“ (Chráska, 2007, s.184)

Pro výzkumnou část této práce byl zvolen didaktický test s úlohami s výběrem odpovědí. Tyto úlohy se skládají ze dvou úseků. Prvním úsekem je stanovení problému nebo otázky a druhým úsekem jsou pak nabídnuté možnosti odpovědí. Takovýchto možností úloh se nabízí hned několik. V didaktickém testu pro tuto diplomovou práci byly zvoleny úlohy typu „jedna správná odpověď“. V takovýchto testech respondenti vybírají z několika nabídnutých odpovědí a vždy jen jedna z nich je správná.

Nevýhodou v takovýchto testech bývá pravděpodobnost, že se testovaná osoba hádáním strefí do správné odpovědi. Tato pravděpodobnost je nepřímo úměrná počtu nabízených možností. Ideálním počtem nabízených odpovědí se udává čtyři až pět.

V praktické části byl použit didaktický test (Příloha 1), který je složen ze tří částí. První část jsou základní informace o didaktickém test a jeho účelu, druhou část tvoří otázky pro respondenty, potřebné k výzkumné části práce, a třetí část jsou úlohy ze soutěže Matematický klokan z kategorie Cvrček.

7. Prezentace výsledků výzkumného šetření

V následující kapitole se zaměříme na vyhodnocení didaktického testu a popis statistické analýzy k ověření stanovených hypotéz. Následně bude určeno přijetí hypotézy nulové nebo alternativní. Data budou zpracována pomocí programu Microsoft Excel.

7.1 Úspěšnost v didaktickém testu

H_0: Předpokládáme, že není statisticky významný rozdíl v úspěšnosti didaktického testu mezi žáky druhých a třetích tříd.

H_A: Předpokládáme, že je statisticky významný rozdíl v úspěšnosti didaktického testu mezi žáky druhých a třetích tříd.

První stanovená hypotéza zkoumá rozdíl úspěšnosti v didaktickém testu mezi žáky z druhých a třetích tříd. Mohli bychom očekávat, že rozdíl v úspěšnosti nebude statisticky podstatný, protože věkový rozdíl respondentů se příliš neliší. Zda tomu tak opravdu je, se dozvíme z následující analýzy dat.

Z tabulky 1 by se na prvním pohled mohlo zdát, že existuje rozdíl v úspěšnosti mezi žáky druhých a třetích tříd, jestli je opravdu tomu tak se dozvíme z uvedeného výzkumu.

Tabulka 1 Průměr, modus a medián žáků druhých a třetích tříd

2. třída		***3. třída***	
A. průměr	6,28	A. průměr	6,88
Medián	6	Medián	7
Modus	6	Modus	7

Při vyhodnocování hypotézy byla provedena statistická analýza dat. K této analýze byl použit Fisherův – Snedecorův F-test (dále jen F-test) a poté Studentův t-test (dále jen t-test). F-test nám při analýze statistických dat ukazuje, zda je ve dvou různých souborech stejně velký rozptyl dat. Šetření pomocí t-testu nám dává informaci o tom, zda dva soubory dat od různých respondentů mají stejný aritmetický průměr. (Chráska, 2007)

Vyhodnocení F-testu (tabulka 2) a t-testu (tabulka 3) vyšlo následovně: Naměřené testové kritérium F = 1,2835 je menší než kritická hodnota F krit = 1,5013. Vyhodnocením F - testu bylo tedy zjištěno, že pracujeme se souborem dat s rovností rozptylu. Na základě toho byl zvolen dvouvýběrový t-test s rovností rozptylu. Při t-testu jsme dospěli k hodnotě testového kritéria t Stat = 1,6255 a kritické hodnotě t krit = 1,9773 při stanovené hladině významovosti α = 0,05. Z výsledků plyne, že testová hodnota t Stat je menší než kritická hodnota t krit. Vymezenou nulovou hypotézu tedy přijímáme a potvrzujeme, že: „**není statisticky významný rozdíl v úspěšnosti didaktického testu mezi žáky druhých a třetích tříd.“**

Tabulka 2 Dvouvýbědorý F-test pro rozptyl u hypotézy 1

Dvouvýběrový F-test pro rozptyl		
	2. třída	3. třída
Stř. hodnota	6,276595745	6,88172043
Rozptyl	5,07400555	3,953249182
Pozorování	47	93
Rozdíl	46	92
F	1,283502587	
P(F<=f) (1)	0,155158914	
F krit (1)	1,501317983	

Tabulka 3 Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylu u hypotézy 1

Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylů		
	3. třída	*2. třída*
Stř. hodnota	6,88172043	6,276595745
Rozptyl	3,953249182	5,07400555
Pozorování	93	47
Společný rozptyl	4,326834638	
Hyp. rozdíl stř. hodnot	0	
Rozdíl	138	
t Stat	1,625496753	
P(T<=t) (1)	0,053169182	
t krit (1)	1,655970382	
P(T<=t) (2)	0,106338365	
t krit (2)	1,977303542	

7.2 Hra se stavebnicí

H_0: Předpokládáme, že obliba hraní si se stavebnicemi nemá významný vliv na úspěšnosti v didaktickém testu.

H_A: Předpokládáme, že obliba hraní si se stavebnicemi má významný vliv na úspěšnosti v didaktickém testu.

Tato hypotéza zkoumá, zda děti, které si rády hrají se stavebnicemi, mají lépe rozvinutou geometrickou představivost, a tudíž budou i úspěšnější v didaktickém testu. Jak již víme, hry se stavebnicemi jsou jedním z mnoha způsobů, jak rozvíjet geometrickou představivost, a tudíž by se dalo očekávat, že tento aspekt bude mít na úspěšnost v testu významný vliv. (Gardner, 2018)

V tabulce 4 si můžeme všimnout, že rozdíl v aritmetickém průměru je téměř půl bodu. Pomocí F-testem a t – testu však provedeme ověření, abychom mohli jednu z hypotéz přijmout.

Tabulka 4 Průměr, modus a medián dětí, které mají nebo nemají rády hry se stavebnicemi

Mají rádi stavebnice		**Nemají rádi stavebnice**	
A. průměr	6,76	A. průměr	6,29
Medián	7	Medián	6
Modus	7	Modus	6

Pomocí F-testu (tabulka 5) jsme získali testovou hodnotu F = 1,2223 a kritickou hodnotu F krit = 1,8151. Testová hodnota F je menší než kritická hodnota F krit, tudíž budeme pokračovat pomocí dvouvýběrového t-testu s rovností rozptylu (tabulka 6). Výsledkem t-testu jsme dostali hodnotu t Stat = 0,9951 a kritickou hodnotu t krit = 1,9773. Hodnota významnosti byla stanovena na $\alpha = 0{,}05$. Testová hodnota t Stat je menší než kritická hodnota t krit, tudíž stanovenou hypotézu přijímáme a můžeme říci, že: **„obliba hraní si se stavebnicemi nemá významný vliv na úspěšnosti v didaktickém testu.“**

Tabulka 5 Dvouvýběrový F-test pro rozptyl u hypotézy 2

Dvouvýběrový F-test pro rozptyl		
	Mají rádi stavebnice	*Nemají rádi stavebnice*
Stř. hodnota	6,75862069	6,291666667
Rozptyl	4,515142429	3,69384058
Pozorování	116	24
Rozdíl	115	23
F	1,22234361	
P(F<=f) (1)	0,297105515	
F krit (1)	1,815095454	

Tabulka 6 Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylu u hypotézy 2

Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylů		
	Mají rádi stavebnice	*Nemají rádi stavebnice*
Stř. hodnota	6,75862069	6,291666667
Rozptyl	4,515142429	3,69384058
Pozorování	116	24
Společný rozptyl	4,378258787	
Hyp. rozdíl stř. hodnot	0	
Rozdíl	138	
t Stat	0,995162506	
P(T<=t) (1)	0,160699494	
t krit (1)	1,655970382	
P(T<=t) (2)	0,321398988	
t krit (2)	1,977303542	

7.3 Hra se stavebnicemi a zároveň puzzly

H_0: Předpokládáme, že není žádný statistický rozdíl v geometrické představivosti mezi žáky, kteří si rádi hrají se stavebnicemi a zároveň s puzzly, a žáky, kteří si nehrají ani se stavebnicemi ani s puzzly.

H_A: Předpokládáme, že je statistický rozdíl v geometrické představivosti mezi žáky, kteří si rádi hrají se stavebnice a zároveň puzzly, a žáky, kteří si nehrají ani se stavebnicemi ani s puzzly.

Tato hypotéza se zabývá tvrzením Molnára (2009) a Gardnera (2018), kteří uvádějí jako jednu z možností rozvoje geometrické představivosti právě hru se stavebnicí. Z výše zmíněné teoretické části jsme se však dozvěděli, že dalším způsobem může být skládání puzzle, a proto tato hypotéza pracuje s respondenty, kteří v dotazníkové části didaktické testu zaškrtnuli pole *„ANO"* u otázek *„Hraješ si rád/a se stavebnicemi (lego, kostky...)?"* a zároveň *„Skládáš rád/a puzzle?"* a mezi žáky, kteří u obou otázek zaškrtnuli pole *„NE"*. Dalo by se předpokládat, že děti, které tyto činnosti vykonávají rády, budou mít lepší úroveň geometrické představivosti, neboť ji těmito hrami procvičují. Zda tomu tak u tohoto vzorku respondentů opravdu je se dozvíme z následující analýzy dat.

V tabulce 7 jsou výsledky popisné statistiky.

Tabulka 7 A. průměr, Modus a Medián pro respondenty, kteří si rádi/neradi hrají se stavebnicemi a puzzly

Nemají rádi		Mají rádi	
A. průměr	6,43	A. průměr	6,84
Medián	6	Medián	7
Modus	7	Modus	7

Po provedení analýzy dat pomocí F-testu (tabulka 8) získáváme testovou hodnotu kritéria F = 0,8717 a kritickou hodnotu F krit = 0,4402. Testová hodnota F je větší než kritická hodnota, tudíž budeme dále postupovat pomocí t-testu s nerovností rozptylu (tabulka 9). Po vyhodnocení t-testu dostáváme testovou hodnotu t Stat = 0,6640 a pro zvolenou hladinu významovosti $\alpha = 0,05$ je kritická hodnota t krit = 2,1009. Po srovnání těchto dvou hodnot zjistíme, že testová hodnota t Stat je menší než kritická hodnota t krit, a proto přijímáme nulovou hypotézu: **„není žádný statistický rozdíl v geometrické představivosti mezi žáky, kteří si rádi hrají se stavebnice a zároveň puzzly, a žáky, kteří si nehrají ani se stavebnicemi ani s puzzly.“**

Tabulka 8 Dvouvýběrový F-test pro rozptyl u hypotézy 3

Dvouvýběrový F-test pro rozptyl		
	nemají rádi	*mají rádi*
Stř. hodnota	6,428571429	6,835294118
Rozptyl	4,417582418	5,067787115
Pozorování	14	85
Rozdíl	13	84
F	0,871698498	
P(F<=f) (1)	0,415060864	
F krit (1)	0,440226735	

Tabulka 9 Dvouvýběrový t-test s nerovností rozptylu hypotézy 3

Dvouvýběrový t-test s nerovností rozptylů		
	mají rádi	*nemají rádi*
Stř. hodnota	6,835294118	6,428571429
Rozptyl	5,067787115	4,417582418
Pozorování	85	14
Hyp. rozdíl stř. hodnot	0	
Rozdíl	18	
t Stat	0,6640314	
P(T<=t) (1)	0,257543362	
t krit (1)	1,734063607	
P(T<=t) (2)	0,515086723	
t krit (2)	2,10092204	

7.4 Rozdíl mezi žáky z vesnice a z města

H_0: Předpokládáme, že neexistuje významný rozdíl mezi úspěšností žáků navštěvujících školu ve městě a na vesnici při řešení geometrických úloh.

H_A: Předpokládáme, že existuje významný rozdíl mezi úspěšností žáků navštěvujících školu ve městě a na vesnici při řešení geometrických úloh.

Z následující tabulky 10 je patrné, že žádný velký rozdíl mezi těmito dvěma skupinami dětí není. Pomocí statistické analýzy dat se přesvědčíme o pravdivosti tohoto výroku.

Tabulka 10 A. průměr, Medián a Modus pro respondenty z vesnice a města

Vesnice		**Město**	
A. průměr	6,37	A. průměr	6,97
Medián	6	Medián	7
Modus	7	Modus	6

Byla zjištěna hodnota testového kritéria F = 1,2281 a kritická hodnota F krit = 1,4882 (tabulka 11). Z tohoto zjištění vyplývá, že budeme dále postupovat pomocí Dvouvýběrového t-testu s rovností rozptylu. Po vyhotovení t-testu (tabulka 12) bylo zjištěno, že hodnota testového kritéria t Stat = 1,7207. Při stanovené hladině významovosti $\alpha = 0{,}05$ dostáváme hodnotu t krit = 1,9773. Z tohoto zjištění vyplývá, že kritická hodnota je větší než hodnota testového kritéria, a proto přijímáme nulovou hypotézu: **„neexistuje významný rozdíl mezi úspěšností žáků navštěvujících školu ve městě a na vesnici při řešení geometrických úloh.“**

Tabulka 11 Dvouvýběrový F-test pro rozptyl hypotézy 4

Dvouvýběrový F-test pro rozptyl		
	Vesnice	*Město*
Stř. hodnota	6,367647059	6,972222222
Rozptyl	4,773266023	3,886541471
Pozorování	68	72
Rozdíl	67	71
F	1,228152603	
P(F<=f) (1)	0,196958211	
F krit (1)	1,488268093	

Tabulka 12 Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylu hypotézy 4

Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylů		
	Město	*Vesnice*
Stř. hodnota	6,972222222	6,367647059
Rozptyl	3,886541471	4,773266023
Pozorování	72	68
Společný rozptyl	4,317052666	
Hyp. rozdíl stř. hodnot	0	
Rozdíl	138	
t Stat	1,720732317	
P(T<=t) (1)	0,043770351	
t krit (1)	1,655970382	
P(T<=t) (2)	0,087540701	
t krit (2)	1,977303542	

7.5 Úspěšnost chlapců a děvčat

H_0: Předpokládáme, že není významný rozdíl mezi chlapci a děvčaty při řešení úloh na rozvoj geometrické představivosti.

H_A: Předpokládáme, že je významný rozdíl mezi chlapci a děvčaty při řešení úloh na rozvoj geometrické představivosti.

Molnár (2009) se pozastavuje nad tím, zda nemá vliv na geometrickou představivost odlišnosti vývoje pravé a levé hemisféry mozku. Podle něj dosahují chlapci lepších výsledků. Pomocí našeho vzorku respondentů se přesvědčíme, zda můžeme toto tvrzení potvrdit či vyvrátit.

Tabulka 13 Průměr, modus a medián dívek a chlapců

Dívky		**Chlapci**	
A. průměr	6,72	A. průměr	6,64
Medián	7	Medián	7
Modus	7	Modus	7

Již na první pohled na tabulku 13 je patrné, že není velký rozdíl mezi úspěšností chlapců a dívek v didaktickém testu.

Vyhodnocená statistika pomocí F-testu (tabulka 14) zjistila hodnotu testového kritéria F = 1,1394 a kritickou hodnotu F krit = 1,4911. Hodnota testového kritéria je menší než kritická hodnota, tudíž při dalším postupu volíme t-test s rovností rozptylu (tabulka 15). Pro zvolenou hodnotu významnosti $\alpha = 0{,}05$ byla testová hodnota t Stat = 0,2271 a kritická hodnota t krit = 1,9773. Po srovnání výsledků šetření t-testu je zřejmé, že testová hodnota je menší než kritická hodnota, tudíž přijímáme hypotézu, že: **„není významný rozdíl mezi chlapci a děvčaty při řešení úloh na rozvoj geometrické představivosti.“**

Tabulka 14 Dvouvýběrový F-test pro rozptyl u hypotézy 5

Dvouvýběrový F-test pro rozptyl		
	dívky	*Chlapci*
Stř. hodnota	6,718309859	6,637681159
Rozptyl	4,690945674	4,116794544
Pozorování	71	69
Rozdíl	70	68
F	1,139465578	
P(F<=f) (1)	0,295043745	
F krit (1)	1,491058666	

Tabulka 15 Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylu u hypotézy 5

Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylů		
	dívky	*Chlapci*
Stř. hodnota	6,718309859	6,637681159
Rozptyl	4,690945674	4,116794544
Pozorování	71	69
Společný rozptyl	4,408030624	
Hyp. rozdíl stř. hodnot	0	
Rozdíl	138	
t Stat	0,22717318	
P(T<=t) (1)	0,410312639	
t krit (1)	1,655970382	
P(T<=t) (2)	0,820625279	
t krit (2)	1,977303542	

8. Diskuze

V rámci diplomové práce se nám nabízí otázka zkoumající spojitost žákova úspěchu ve školské matematice a úrovní geometrické představivosti. Velký význam, jak již z výše zmíněných teoretických poznatku víme, má při rozvoji geometrické představivosti příchod dítěte do školního prostředí. Ve škole dítě získává spoustu nových podnětů a v rámci jednotlivých předmětů zdokonaluje své schopnosti a dovednosti. S rozvojem geometrické představivosti se nesetkáme pouze v matematice, ale i v jiných předmětech. Avšak do hodin matematiky zařazujeme geometrii. V rámci té se žáci učí základní pojmy geometrie, pracují s náčrtky, modely těles. Právě tyto hodiny jsou zaměřené na rozvoj představivosti.

Jednou z otázek, dotazníkové části, didaktického testu je: „Moje známka na pololetí z matematiky byla: …….“. V tabulce 16 vidíme rozvržení počtu žáků podle známky, kterou dostali na pololetí z matematiky. 91 ze všech respondentů dostalo z matematiky jedničku na vysvědčení. Dvojku má pak 41 žáků, trojku 5 a čtyřku dostali 3 žáci. Žádný z respondentů neuvedl, že na pololetí dostal z matematiky 5.

Tabulka 16 -Počet žáků s danou známkou na vysvědčení

známka na vysvědčení	**počet žáků**	**dívek**	**chlapců**	**baví M**
1	91	42	49	80
2	41	25	16	28
3	5	2	3	4
4	3	2	1	1

Následně si můžeme všimnout počtu žáků, kteří uvedli, že je hodiny matematiky baví. Překvapivým zjištěním může být, že ač mají žáci výborné výsledky v matematice, nemusí to znamenat, že je tento předmět baví. Na druhou stranu se i mezi žáky, kterým se v matematice nedaří najdou ti, které hodiny matematiky baví a jsou pro ně lákavé.

Pokud se nyní zaměříme na výsledky jednotlivých skupin žáků (tabulka 17), zjistíme, že největší průměrný počet bodů (7,33) získali žáci s výslednou známkou 4 na vysvědčení. Poté se umístili žáci s výslednou známkou 1 (7,10 bodů). Průměrně 5,85 a 5,40 bodů dostali žáci se známkou 2 a 3.

Tabulka 17 - Průměrný počet bodů u jednotlivých skupin respondentů

známka z matematiky	**průměrný počet bodů**
1	7,10
2	5,85
3	5,40
4	7,33

Z našeho průzkumu můžeme vyvodit, že horší známka z matematiky nemusí vždy znamenat, že daný žák nemá rozvinutou geometrickou představivost.

Nabízí se však otázka, proč tito žáci dostali 4 na vysvědčení? Špatná známka nemusí být důkazem, že žák učivo neovládá. Na úspěch žáků ve škole má vliv několik aspektů. Jedním z těchto aspektů mohou být problémy v rodině. Pokud do života dítěte zasáhne nějaká negativní zkušenost, může ho to ovlivnit na zbytek života a odrazí se to ve všem, co daný žák dělá.

Dalším důvodem špatné známky může být vedení hodiny učitelem. Osobnost žáka nemusí být vždy v souladu s osobností učitele a pokud si tyto dvě osobnosti „nesednou“, vede to většinou k nepozornosti žáka ve výuce a tím i ke zhoršení jeho prospěchu. Mezi další aspekty patří například atmosféra a klima ve třídě, častá absence žáka, emoční strádání, nezájem žáka o dané učivo a mnoho dalšího.

Snížená známka z matematiky však nemusí znamenat, že má dítě nižší geometrickou představivost a zaostává tak před svými spolužáky, kterým se jinak v matematice daří.

V průběhu psaní diplomové práce jsme se utvrdili v přesvědčení, že je nezbytně nutné pracovat s rozvojem geometrické představivosti a tuto schopnost u dětí rozvíjet.

V rámci druhé části diplomové práce byly od prezentovány výsledky výzkumného šetření. Nyní se pokusíme tyto výsledky shrnout a odůvodnit.

Výzkumu se zúčastnilo 140 respondentů ze čtyř základních škol, z nichž právě dvě se nacházejí na vesnici a dvě ve městě. Všichni tito respondenti jsou žáci druhých nebo třetích tříd ZŠ. Respondenti vyplnili didaktický test složený ze tří částí. První část je tvořena základními informacemi o didaktickém testu a jeho účelu. Druhou část tvoří již tvoří otázky, potřebné k výzkumní části práce. Poslední část testu jsou samotné úlohy ze soutěže Matematický klokan z kategorie Cvrček. Při tvorbě testu jsme sestavili seznam všech úloh na rozvoj geometrické představivosti za posledních deset let (2008–2018). Tyto úlohy jsem pak rozdělil dle bodového ohodnocení, jež jim příslušelo v Matematickém klokanovi. Následně jsem poskládal test tak, aby obsahoval od každého bodového ohodnocení právě 4 úlohy a aby se stejný typ úlohy neopakoval více než dvakrát.

Cílem výzkumné části práce bylo zdokumentovat úspěšnost dětí druhých a třetích tříd při řešení úloh na rozvoj geometrické představivosti. Na základě tohoto cíle byly vytýčeny dílčí cíle zaměřující se na analýzu dat a odhalení jevů, jež mají vliv na úspěšnost dítěte při řešení úloh. Vzhledem k těmto cílům bylo vytýčeno pět hypotéz a jedna výzkumná otázka. Při zkoumání hypotéz byla provedena popisná statistika a statistická analýza dat pomocí Fisher – Fnedecorova F-testu a Studentova t-testu.

V následující části diskuze se budeme zabývat výsledky stanovené výzkumné části. První hypotéza zkoumala rozdíl v úspěšnosti v didaktickém testu mezi žáky druhých a třetích tříd. Jaký je vlastně věkový rozdíl mezi těmito žáky? Dá se předpokládat, že žáci třetí třídy budou úspěšnější, protože mají za sebou více probraného učiva? Věkový rozdíl mezi respondenty z druhé a ze třetí třídy činí téměř jeden rok. Avšak mezi žáky z druhých tříd nalezneme jedince, kteří jsou starší než někteří žáci ze třetí třídy. Nabízí se otázka, čím je to způsobeno? Důvodů může být hned několik. I mezi žáky z druhé třídy se může objevit jedinec, který opakuje z nějakého důvodu ročník.

Dalšími důvodem může být například odklad školní docházky či nedávno zavedená inkluze. Co se týče rozdílu mezi těmito žáky v testu, tak žáci třetího ročníku získali v průměru o 0,6 bodu více než žáci druhého ročníku. Z vyhodnocení této hypotézy jsme dospěli k názoru, že se nejedná o statisticky významný rozdíl, avšak jistý rozdíl mezi těmito žáky je.

Druhá hypotéza zkoumá, zda má vliv na úspěšnost v testu fakt, že dítě si rádo hraje se stavebnicemi. Z odborné literatury, která věnuje pozornost tomuto tématu, jsme se dozvěděli, že dítě, které si hraje se stavebnicemi rozvíjí svou geometrickou představivost. Z námi provedeného výzkumu vzešlo, že z tohoto pohledu mezi respondenty není žádný významný rozdíl.

Není pochyb o tom, že hra se stavebnicemi rozvíjí u dětí geometrickou představivost. Do jisté míry si však každé dítě hrávalo se stavebnicemi, a tudíž musíme přihlížet k tomu, že se jedná o respondenty, kteří sice nemají rádi hraní si se stavebnicemi, ale zároveň nevylučují, že si s nimi nikdy nehráli. Dále bychom měli zohlednit individualitu dítěte a jeho individuální růst. Rychlost rozvoje geometrické představivosti může být u dětí tak odlišná, že ač si dítě rádo procvičuje svou představivost, nemusí se výsledek hned dostavit. Dítě, které svou představivost procvičuje a zdokonaluje se, posouvá své možnosti stále dopředu. Zatímco jiné dítě, které představivost neprocvičuje, stagnuje a nikam dál se neposouvá a ztrácí tak spoustu možností a příležitostí do budoucna.

Třetí stanovená hypotéza přidává další aspekt k hypotéze druhé, a to sice ve znění následujícím: *„Předpokládáme, že je statistický rozdíl v geometrické představivosti mezi žáky,* kteří si rádi hrají se stavebnice a zároveň puzzly, a žáky, kteří si nehrají ani se stavebnicemi ani s puzzly." Ani u této hypotézy se nám však nepodařilo prokázat její platnost, přestože rozdíl aritmetických průměrů je větší.

Ke stanovení předposlední hypotézy nás dovedly zkušenosti z praxí absolvovaných v rámci vysokoškolského studia. Téměř na všech školách se nás učitelé či vedení školy ptali, zda pozorujeme nějaký rozdíl mezi jejich žáky a žáky z ostatních škol, a to nejen po stránce intelektuální, ale také výchovně vzdělávací. V žádné, dosud prostudované, literatuře jsme se nedočetli, že by se nějaký výzkum zaměřil na rozdíl v rozvoji prostorové představivosti mezi žáky vyrůstajícími na vesnici a ve městě. Proto jsme se rozhodli, že se pokusíme nalézt na tuto otázku také odpověď.

Předpokládali jsme, že žáci docházejících do školy ve městě, budou mít v prostorové představivosti oproti žákům z vesnické školy náskok. K tomuto předpokladu nás vede fakt, že žáci ve městě se musejí orientovat na větším území, a přitom být neustále ve střehu, aby je nepřejelo právě projíždějící auto, autobus či tramvaj. V jistém ohledu mají děti žijící ve městě výhodu. Jejich prostorová orientace se rozvíjí daleko rychleji než u dětí z vesnických škol. Průměrný bodový rozdíl mezi těmito žáky je 0,6 bodu. Ačkoliv se však prokázalo, že se nejedená o statisticky významný rozdíl, dle našeho názoru se každý z aspektů jednou sečte a onen významný rozdíl prokázán bude.

Poslední hypotézou se dostáváme k Molnárově tvrzení, že na rozvoj geometrické představivosti má vliv odlišný vývoj pravé a levé hemisféry mozku u chlapců a děvčat. Gardner přidává fakt, že schopnost prostorové představivosti se usadila v zadní části pravé hemisféry. Dále pak studoval funkci prostorové představivosti u lidí s poraněním mozku. V rámci našeho zkoumání jsme však dospěli k názoru, že o žádný významný rozdíl mezi chlapci a děvčaty se nejedná. Děvčata byla naopak v porovnání s průměrným počtem získaných bodů o 0,06 lepší než chlapci. Tento průměrný bodový náskok je však tak nízký, že můžeme hovořit téměř o rovnosti úspěšnosti, co se našich respondentů týče.

Závěr

Cílem diplomové práce s názvem „Úlohy na rozvoj geometrické představivosti ze soutěže Matematický klokan na 1. stupni ZŠ“ bylo zdokumentovat, jakou úspěšnost mají děti druhých a třetích tříd při řešení úloh na geometrickou představivost. Tyto úlohy byly vybrány ze soutěže Matematický klokan. Dále pak zjistit, zda má na úspěšnost významný vliv: a) pohlaví respondentů, b) když si děti rády hrají se stavebnice nebo skládají puzzle, a zda existuje nějaká souvislost mezi úspěšností v didaktickém testu a známkou na vysvědčení z matematiky.

Teoretická část diplomové práce obsahovala tři kapitoly. První kapitola byla zaměřená na školský systém v České republice a vymezení základních pojmů ze školního prostředí. Ve druhé kapitole jsme se seznámili s problematikou geometrické představivosti. Vymezili jsme si základní definice myslitelů a vědních disciplín, které na představivost pohlížejí z trochu jiného pohledu. V této části jsme také navrhli možné způsoby rozvoje představivosti a poukázaly na obory, ve kterých je rozvinutá geometrická představivost nutností. Třetí kapitola byla zaměřena na matematické soutěže a jejich význam.

Praktická část se zabývala vlastním výzkumem. Vzhledem ke stanoveným cílům bylo definováno pět hypotéz. Hypotézy byly ověřeny statistickou analýzou dat získaných od respondentů pomocí didaktického testu. U všech pěti hypotéz byly přijaty nulové hypotézy.

Pomocí této diplomové práce bych chtěl poukázat na problematiku rozvoje geometrické představivosti, která patří mezi velmi důležité schopnosti lidí v nadčasovém měřítku.

LITERATURA

1. BĚLÍK, Miroslav. *Geometrie s didaktikou: učební text pro studium učitelství prvního stupně základní školy*. Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně, 2007. ISBN 978-80- 7044-875-5.
2. BLECHA, Ivan. *Filosofický slovník*. Olomouc: Nakladatelství FIN, 1995, 479 s. ISBN 80-7182-014-8.
3. BRUGGER, Walter. *Filosofický slovník*. Přeložil Ladislav BENYOVSZKY. Praha: Naše vojsko, 1994, 639 s. ISBN 80-206-0409-X
4. CHRÁSKA, Miroslav. *Metody pedagogického výzkumu: základy kvantitativního výzkumu*. Praha: Grada, 2007. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-1369-4.
5. COUFALOVÁ, Jana a Miroslava CHMELOVÁ. *Vyučování matematiky jako příležitost pro rozvoj tvořivosti žáka*. In: Matematika z pohľadu primárneho vzdelávania: Zborník príspevkov z konferencie s madrinárodnou účasťou. Tále: Univerzita Mateja Bela Nanská Bystrica, 2009. ISBN 978-80-8083-742-6.
6. GARDNER, Howard. *Dimenze myšlení: teorie rozmanitých inteligencí*. Vydání druhé. Přeložil Eva VOTAVOVÁ. Praha: Portál, 2018, 479 s. ISBN 978-80-262-1303-1.
7. GEIST, Bohumil. *Psychologický slovník*. 2. vydání. Praha: Vodnář, 2000, 425 s. ISBN 80-86226-07-7.
8. HARTL, Pavel a Helena HARTLOVÁ. *Psychologický slovník*. Praha: Portál, 2009. ISBN 9788073675691
9. KLEMENT, Milan a Jiří KLEMENT. *Metody realizace a hodnocení výuky aplikací matematiky a chemie s využitím technického počítačového kreslení*. Olomouc: Agentura Gevak, 2014. ISBN 978-80-86768-92-2.
10. KULKA, Jiří. *Psychologie umění*. Praha: Grada, 2008. Psyché (Grada). ISBN 978-80-247-2329-7.
11. KUŘINA, F. *Matematika a řešení úloh*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta, 2011. ISBN 978-80-7394-307-3.
12. *Matematický klokan*. Olomouc: Jednota českých matematiků a fyziků, pobočka Olomouc, 1995. ISBN 978-80-244-2130-8. ISSN 2533-3305.
13. *Matematický klokan*. Olomouc: Jednota českých matematiků a fyziků, pobočka Olomouc, 1995. ISBN 978-80-244-2914-4. ISSN 2533-3305.

14. *Matematický klokan*. Olomouc: Jednota českých matematiků a fyziků, pobočka Olomouc, 1995. ISBN 978-80-244-3231-1. ISSN 2533-3305.
15. *Matematický klokan*. Olomouc: Jednota českých matematiků a fyziků, pobočka Olomouc, 1995. ISBN 978-80-244-3881-8. ISSN 2533-3305.
16. *Matematický klokan*. Olomouc: Jednota českých matematiků a fyziků, pobočka Olomouc, 1995. ISBN 978-80-244-5065-0. ISSN 2533-3305.
17. *Matematický klokan*. Olomouc: Jednota českých matematiků a fyziků, pobočka Olomouc, 1995. ISBN 978-80-244-5178-7. ISSN 2533-3305.
18. *Matematický klokan*. Olomouc: Jednota českých matematiků a fyziků, pobočka Olomouc, 1995. ISBN 978-80-244-5411-5. ISSN 2533-3305
19. MOLNÁR, Josef. *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii*. 2., rozš. vyd. Ilustroval Jana STRÁNSKÁ, ilustroval Slavomíra SCHUBERTOVÁ. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2009, 142 s. Monografie. ISBN 9788024422541.
20. NAKONEČNÝ, Milan. *Lexikon psychologie*. Praha: Vodnář, 1995. ISBN 80-85255-74-x.
21. NOVÁK, Bohumil, Josef MOLNÁR, Eva KUBÁTOVÁ a Dita NAVRÁTILOVÁ. *Deset let s Matematickým klokanem*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2005, 38 s. ISBN 8024411792.
22. POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: stereometrie*. 3. upr. vyd. Praha: Prometheus, 2000. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-178-7.
23. REBER, Emily S. a Arthur S. REBER. *The Penguin dictionary of psychology*. 3rd ed. London: Penguin Books, 2001, xxi, 831 s. ISBN 0140514511
24. ŘÍČAN, Pavel. *Psychologie osobnosti: obor v pohybu*. Praha: Grada, 2010. ISBN 978-80- 247-3133-9.
25. SILLAMY, Norbert. *Psychologický slovník*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2001. ISBN 80-244-0249-1.
26. STOPENOVÁ, Anna. *Matematika. [Díl] 2, Geometrie s didaktikou*. Olomouc: Univerzita Palackého, 1999, 62 s. ISBN 8070679786.

Internetové zdroje:

1. Association Kangourou sans Frontières. aksf.org [online]. [cit. 2019-06-02]. Dostupné z: http://www.aksf.org
2. Matematická olympiáda. *Matematickaolympiada.cz* [online]. [cit. 2019-06-02]. Dostupné z: http://www.matematickaolympiada.cz
3. Matematické putování. *Mdisk.pedf.cuni.cz/Putovani* [online]. [cit. 2019-06-02]. Dostupné z: *Mdisk.pedf.cuni.cz/Putovani*
4. Matematický klokan. *Matematickyklokan.net* [online]. [cit. 2019-06-02]. Dostupné z: https://matematickyklokan.net/index.php/o-soutezi/informace-o-soutezi
5. Pythagoriáda. *Talentovaní.cz* [online]. [cit. 2019-06-02]. Dostupné z: http://talentovani.cz/pathagoriada
6. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání [online]. Praha: MŠMT, 2017 [cit. 2019-06-02]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/uploads/RVP_ZV_2017.pdf

Citace obrázků:

Obrázek 4 - Pohledy na stavbu:

AUTOR NEUVEDEN. Umimematiku.cz [online]. [cit. 1.6.2019]. Dostupný na WWW: https://www.umimeto.org/asset/system/um/img/novadoplnovacka/kostky-3d-h.png

Obrázek 7 – Velký polský kříž – řešení:

AUTOR NEUVEDEN. Veverky.vavaivan.cz [online]. [cit. 1.6.2019]. Dostupný na WWW: http://veverky.vanaivan.cz/wp-content/uploads/VPK.jpg

Obrázek 8 – Velký polský kříž – zadání:

AUTOR NEUVEDEN. Junak.upice.cz [online]. [cit. 1.6.2019]. Dostupný na WWW: http://junak.upice.cz/wp-content/uploads/Mrizka-I.jpg

Seznam tabulek

Seznam grafů

Seznam obrázků

Seznam příloh

Přílohy

Příloha 1

Didaktický test

Úlohy na rozvoj geometrické představivosti

Dobrý den,

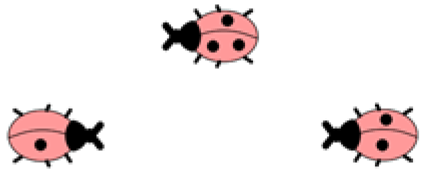
jmenuji se Vojtěch Scheichenost a jsem studentem 5. ročníku Pedagogické fakulty v Olomouci. Chtěl bych Vás požádat o vyplnění dotazníku / testu, který je určen žákům 2. a 3. tříd. Tento dotazník je součástí mé diplomové práce s názvem „**Úlohy na rozvoj geometrické představivosti ze soutěže Matematický klokan na 1. stupni ZŠ**“.

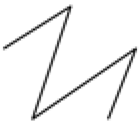
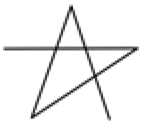
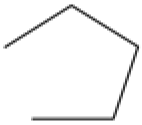
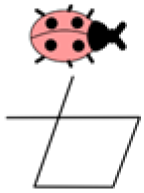
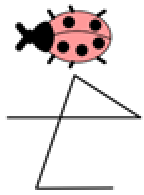
Dotazník je anonymní a jeho vyplnění zabere přibližně 40 minut. Prosím o společné doplnění úvodní části dotazníku s žáky pro korektnost.

Předem děkuji za ochotu a spolupráci.

1. **Věk: ……**
2. **Třída: ……**
3. **Pohlaví:** ☐ **chlapec** ☐ **dívka**
4. **Moje škola se nachází:** ☐ **ve městě** ☐ **na vesnici**
5. **Moje známka z Matematiky na pololetí byla: ……….**
6. **Matematika mě baví.** ☐ **ANO** ☐ **NE**
7. **Zúčastnil/a jsi se někdy soutěže Matematický klokan?** ☐ **ANO** ☐ **NE**
8. **Hraješ si rád/a se stavebnicemi (lego, kostky,…)?** ☐ **ANO** ☐ **NE**
9. **Skládáš rád/a puzzle?** ☐ **ANO** ☐ **NE**

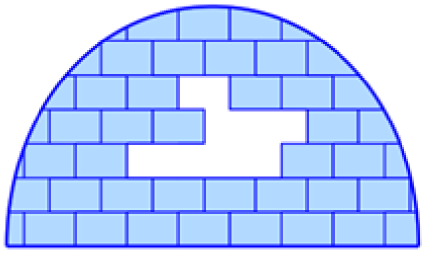
1. Karlík spojoval čarou obrázky berušek podle počtu teček (od nejmenšího po největší). Kterou čáru nakreslil?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

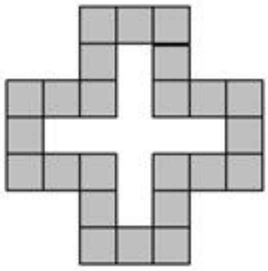
2. Kolik bloků tvaru  chybí na obrázku iglú?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

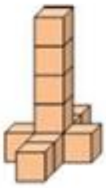
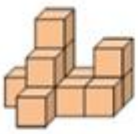
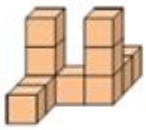
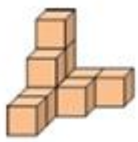
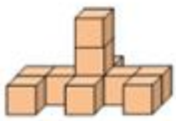


3. V novostavbě rodinného domu zbývá dokončit podlahu chodby, která má být vydlážděna čtvercovými dlaždicemi. Kolik dlaždic ještě chybí?

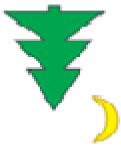
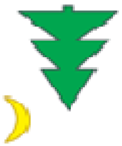
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9



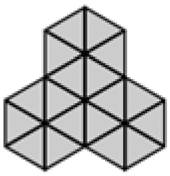
4. Kterou z těchto staveb jsme postavili z deseti stejných kostek?

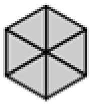
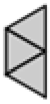
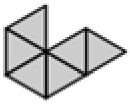
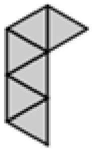
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

5. Na obrázku se Michal v loďce dívá ke břehu. Který odraz vidí na hladině?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

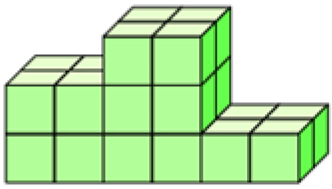
6. V družíně mají čtyři stavebnice, každá z nich obsahuje totožné dílky jednoho z tvarů (A)-(D). Míča má složit útvar na obrázku vpravo. Kterou stavebnicí se jí to nemůže podařit?



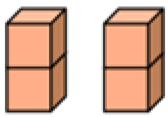
(A)  (B)  (C)  (D) 

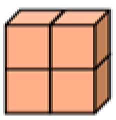
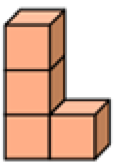
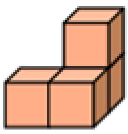
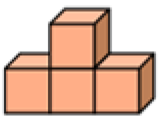
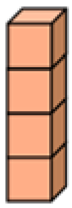
7. Petr stavěl stupně vítězů (podívej se na obrázek). Kolik krychlí potřeboval?

(A) 12 (B) 18 (C) 19 (D) 22 (E) 24

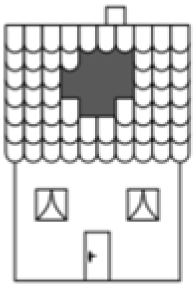


8. Tomáš má dva díly stavebnice, které vznikly slepením dvou krychlí (podívej se vpravo). Kterou ze staveb nemohl z těchto dvou dílů postavit?



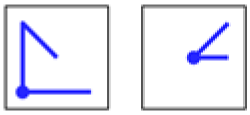
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

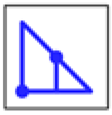
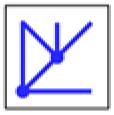
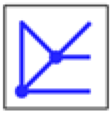
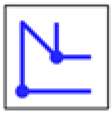
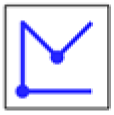
9. Vichřice odnesla ze střechy domu několik tašek. Před vichřicí bylo 10 tašek v každé ze 7 řad. Kolik tašek ze střechy spadlo? Počítej jen přední část domu.



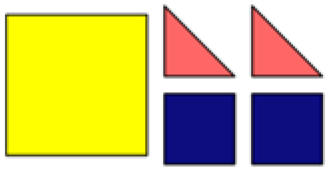
(A) 13 (B) 11 (C) 10 (D) 12

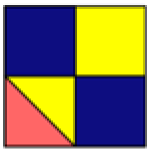
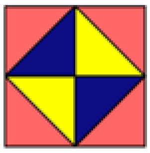
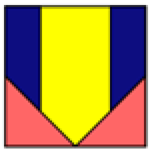
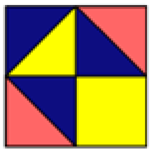
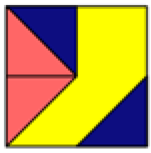
10. Který obrázek můžeš vidět, když položíš tyto dva průhledné čtverce přesně na sebe? (Čtverce je možné otáčet.)



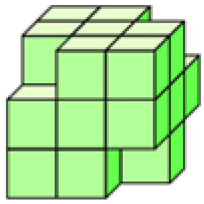
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

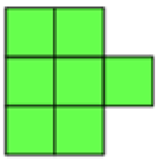
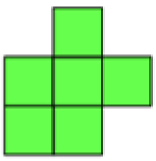
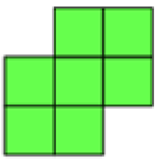
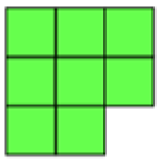
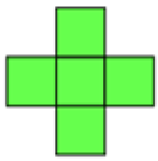
11. Na velký čtverec položíme 2 malé čtverce a 2 trojúhelníky. Který vzor může vzniknout překrytím všech pěti obrazců?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

12. Z velké slepené krychle odpadly malé krychličky ve 4 rozích (podívej se na obrázek). Kolik z následujících tvarů mohlo vzniknout otiskem některé ze stěn tohoto tělesa?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Vojtěch Scheichenost
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	PhDr. Radka Dofková, Ph.D.
Rok obhajoby:	2019

Název práce:	Úlohy na rozvoj geometrické představivosti ze soutěže Matematický klokan na 1. stupni ZŠ
Název v angličtině:	Tasks for development Geometry imagination of Math Kangaroo Competition at elementary school
Anotace práce:	Diplomová práce „Úlohy na rozvoj geometrické představivosti ze soutěže Matematický klokan na 1. stupni ZŠ“ se zabývá geometrickou představivostí dětí druhých a třetích tříd ZŠ. Práce je rozdělena do dvou částí. Teoretická část nastíní problematiku a uvede některé způsoby rozvoje geometrické představivosti. Praktická část je zaměřena na analýzu dat získaných pomocí didaktického testu, a to pomocí hypotéz a výzkumné otázky.
Klíčová slova:	Geometrie, geometrická představivost, prostorová představivost, základní škola, 1. stupeň ZŠ
Anotace v angličtině:	The thesis “Tasks for development Geometry imagination of Math Kangaroo Competition at elementary school” deals with geometry imagination of children at the second- and third-class elementary school. The thesis is divided into two parts. The theoretical part points out the issue and shows some of the ways how to develop the geometry imagination. Practical part is focused on analysis of data obtained by didactic test through hypothesis and researched question

Klíčová slova v angličtině:	Geometry, geometry imagination, spatial imagination, primary school, elementary school
Přílohy vázané v práci:	Příloha 1: Didaktický test
Rozsah práce:	69
Jazyk práce:	Český jazyk