



Matematické modelování vlastností střešního nosiče během nárazu vozu.

Bakalářská práce

Studijní program:

B2301 Strojní inženýrství

Studijní obor:

Strojní inženýrství

Autor práce:

Anna Luciová

Vedoucí práce:

Ing. Michal Sivčák, Ph.D.

Katedra mechaniky, pružnosti a pevnosti





Zadání bakalářské práce

Matematické modelování vlastností střešního nosiče během nárazu vozu.

Jméno a příjmení: **Anna Luciová**
Osobní číslo: S17000067
Studijní program: B2301 Strojní inženýrství
Studijní obor: Strojní inženýrství
Zadávací katedra: Katedra mechaniky, pružnosti a pevnosti
Akademický rok: **2019/2020**

Zásady pro vypracování:

Na základě experimentálních dat vytvořte matematický model upnutí střešního nosiče osobního automobilu. Pomocí modelu nasimulujte průběh destrukční zkoušky a výsledky porovnejte s experimentem.

Rozsah grafických prací:
Rozsah pracovní zprávy:
Forma zpracování práce:
Jazyk práce:

30
tištěná/elektronická
Čeština



Seznam odborné literatury:

Slavík, J., Stejskal, V., Zeman, V. Základy dynamiky strojů, Praha, Vydavatelství ČVUT, 1997, ISBN 80-01-01622-6

Tůma, J. Zpracování signálů získaných z mechanických systémů, Praha, Sdělovací technika Praha, 1997, ISBN 80-901936-1-7

Vedoucí práce:

Ing. Michal Sivčák, Ph.D.
Katedra mechaniky, pružnosti a pevnosti

Datum zadání práce:

31. října 2019

Předpokládaný termín odevzdání: 30. července 2020

prof. Dr. Ing. Petr Lenfeld
děkan



doc. Ing. Iva Petříková, Ph.D.
vedoucí katedry

V Liberci dne 31. října 2019

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci jsem vypracovala samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé bakalářské práce a konzultantem.

Jsem si vědoma toho, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědoma povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má bakalářská práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědoma následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

13. července 2020

Anna Luciová

Abstrakt

Bakalářská práce řeší návrh matematického modelu střešního nosiče s ohledem na jeho chování v průběhu nárazové zkoušky (tzv. CITY Crash). Model je sestaven na základě videozáznamu zkoušky. V první části je popsána analýza videa a zpracování získaných dat pomocí několika metod. Dále je popsán postup nahrazení soustavy závaží a nosiče soustavou pružin a tlumičů. V první fázi jsou parametry předního a zadního nosiče nahrazeny členy se stejnými vlastnostmi, poté je popsáno chování nosiče s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič a na závěr je zavedena pružina s nelineární charakteristikou. Výsledný model je ověřen na dvou zkouškách s mírně odlišným průběhem.

Klíčová slova: Střešní nosič, matematický model, analýza videa, nárazová zkouška

Abstract

This bachelor thesis deals with the design of the roof rack mathematical model, which represents its behavior during the crash test. The model is based on high speed video footage. In the first part, video analysis and data processing are described. The tested roof rack is replaced by a single mass-spring damper system. Three different models are described. At first, the same parameters for front and rear are used, after that different parameters for each rack and finally, the model with nonlinear spring is presented. The final model is verified by two separate tests, each simulating an impact pulse with slightly different conditions.

Keywords: Roof rack, mathematical model, video analysis, crash test

Obsah

Úvod	12
1. Matematické modelování nárazových zkoušek.....	13
1.1 Zpracování dat	13
1.2 Matematický model	13
1.3 Zařízení pro realizaci zkoušky	14
2. Provedení nárazové zkoušky.....	17
2.1 Uspořádání zkušebního zařízení	17
2.2 Formální požadavky na zkoušku	18
2.3 Výstupní data	19
2.4 Analýza videa	20
3. Zpracování dat	22
3.1 Filtrace signálu pomocí Butterworthova filtru.....	22
3.2 Numerická derivace s větším krokem.....	23
3.3 Vlnková transformace.....	23
3.4 Porovnání metod	24
4. Rozbor kinematických veličin.....	27
4.1 Výpočet rychlosti.....	28
4.2 Výpočet zrychlení	28
4.3 Průběh polohy těžiště.....	29
4.4 Průběh natočení bedny.....	31
4.5 Deformace patek ve vodorovném směru	33
5. Zavedení matematického modelu.....	35
5.1 Matematický model se stejnými parametry pro přední a zadní nosič.....	35
5.1.1 Hmotové charakteristiky	35
5.1.2 Pohybová rovnice	37
5.1.3 Řešení soustavy diferenciálních rovnic	39
5.1.4 Nastavení řešiče	40
5.1.5 Volba vstupních parametrů pro optimalizaci.....	41
5.1.6 Optimalizace	42
5.1.7 Výsledky	42
5.2 Model s rozdílnými koeficienty pro přední a zadní nosič	45
5.2.1 Výsledky	46
5.3 Matematický model s nelineární pružinou.....	50
5.3.1 Výsledky	51
6. Ověření navrženého modelu	56
Závěr	60
Použitá literatura	61

Seznam obrázků

Obr. 1 Různé možnosti zapojení pružin a tlumičů, a – kelvinův model, b – maxwellův model, c,d – hybridní modely

Obr. 3 Provedení bariéry s pryžovým deformačním členem

Obr. 3 Provedení bariéry s pryžovým deformačním členem
Obr. 3 Provedení bariéry s pryžovým deformačním členem
Obr. 3 Provedení bariéry s pryžovým deformačním členem

Obr. 6 Požadovaný průběh zrychlení rámu (vpzidla) dle normy ISO/PAS 11154, převzato z [9]

Obr. 5 Vnitřní mechanismus upnutí patky příčnicku k podélníku

Obr. 4 Uspořádání zkušebního zařízení

Obr. 7 Výstupní data z akcelerometru, měřeno na vozíku zkušebního zařízení

Obr. 8 Zavedení souřadnicového systému v prostředí Trackeru, kladný směr osy x směřuje doleva, osy y nahoru

Obr. 9 Rozmístění sledovaných bodů na bedně, kalibračním rozměrem je délka bedny

Obr. 10 Umístění sledovaných bodů na patkách, kalibračním rozměrem je rozteč patek

Obr. 11 Amplitudová a fázová charakteristika použitého filtru

Obr. 12. Mateřská vlnka použitá pro dekompozici filtrovaného signálu – symlet 8. řádu

Obr. 13. Porovnání první časové derivace posunutí bodu na střeše ve směru osy x při zpracování dat různými metodami

Obr. 14 Zobrazení druhé časové derivace s jednoduchým krokem u neupravených dat

Obr. 15 Porovnání druhé časové derivace posunutí bodu na střeše ve směru osy x při zpracování dat různými metodami

Obr. 16 Porovnání míry zkreslení jednotlivých metod, zobrazeny jsou dvakrát integrované průběhy zrychlení zpracované různými metodami

Obr. 17 Průběh posunutí jednotlivých bodů v průběhu nárazu ve směru osy x

Obr. 18 Fotografie patek nosiče po zkoušce, červená čára na podélném nosiči označuje polohu nosičů před zkouškou

Obr. 19 Rychlost bedny a vozíku v průběhu nárazu ve směru osy x

Obr. 20 Průběh zrychlení během nárazu v jednotlivých zkoumaných bodech

Obr. 21 Schéma výpočtu průběhu polohy těžiště závaží v čase z průběhů poloh rohových bodů bedny se závažím, zobrazeny jsou dílčí vektory pro výpočet polohového vektoru těžiště a pro výpočet natočení bedny.

Obr. 22 Průběh posunutí těžiště ve vodorovném směru

Obr. 23 Průběh posunutí těžiště ve svislém směru, chybové úsečky vymezují vzdálenost, která odpovídá chybě \pm jeden pixel zkoumaného videa

Obr. 24 Průběh natočení bedny v čase

Obr. 25 Deformace přední a zadní patky

Obr. 26 Závislost síly na deformaci u přední a zadní patky

Obr. 27 Závislost síly na rychlosti deformace

Obr. 28. Náhradní schéma soustavy střešního nosiče a bedny

Obr. 30 Zavedení kladných směrů posuvů a reakcí u náhradního modelu bedny a nosiče

Obr. 31 Simulační schéma pohybových rovnic pro model se stejnými parametry pro přední a zadní nosič v prostředí programu Simulink

Obr. 32 Proložení závislosti setrvačné síly na deformaci patky přímkou

Obr. 33 Proložení závislosti setrvačné síly na rychlosti deformace patky přímkou

Obr. 34 Porovnání rozdílů buzení a odezvy ve směru osy x u experimentu a modelu, odpovídá deformaci patek v podélném směru

Obr. 35 Porovnání průběhu rychlosti těžiště bedny u experimentu a u modelu se shodnými parametry pro přední a zadní nosič v podélném směru

Obr. 36 Porovnání průběhu zrychlení těžiště bedny u experimentu a u modelu se shodnými parametry pro přední a zadní nosič v podélném směru

Obr. 37 Porovnání průběhu natočení bedny u modelu se shodnými parametry pro přední a zadní nosič a u experimentu

Obr. 38 Porovnání průběhu úhlových rychlostí bedny

Obr. 39 Porovnání průběhů úhlových zrychlení bedny

Obr. 40 Simulační schéma pohybových rovnic pro model s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič matematického modelu

Obr. 41 Porovnání rozdílů buzení a odezvy ve směru osy x u experimentu a modelu, odpovídá deformaci patek v podélném směru

Obr. 42 Porovnání průběhu absolutní rychlosti bedny u experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič v podélném směru

Obr. 43 Porovnání průběhu zrychlení těžiště bedny experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič v podélném směru

- Obr. 44 Porovnání průběhu polohy těžiště bedny experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič ve svislém směru*
- Obr. 45 Porovnání průběhů rychlosti těžiště bedny experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič ve svislém směru*
- Obr. 46 Porovnání průběhů zrychlení těžiště bedny experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič ve svislém směru*
- Obr. 47 Porovnání průběhů natočení bedny experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič*
- Obr. 48 Porovnání průběhů úhlových rychlostí bedny experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič*
- Obr. 49 Porovnání průběhů úhlových zrychlení*
- Obr. 50 Simulační schéma modelu s nelineární pružinou*
- Obr.51 Porovnání rozdílu buzení a odezvy ve směru osy x u experimentu a modelu s nelineární pružinou, odpovídá deformaci patek v podélném směru*
- Obr.52 Porovnání průběhu rychlosti bedny v podélném směru u experimentu a modelu s nelineární pružinou*
- Obr.53 Porovnání průběhu zrychlení těžiště bedny v podélném směru u experimentu a modelu s nelineární pružinou*
- Obr.54 Porovnání průběhu polohy těžiště bedny ve svislém směru u experimentu a modelu s nelineární pružinou*
- Obr.55 Porovnání průběhů rychlosti těžiště bedny ve svislém směru u experimentu a modelu s nelineární pružinou*
- Obr.56 Porovnání průběhů zrychlení těžiště bedny ve svislém směru u experimentu a modelu s nelineární pružinou*
- Obr.57 Porovnání průběhů natočení bedny u experimentu a modelu*
- Obr.58 Porovnání průběhů úhlové rychlosti bedny u experimentu a modelu*
- Obr.59 Porovnání průběhů úhlového zrychlení bedny u experimentu a modelu*
- Obr.60 Porovnání rozdílu buzení a odezvy ve směru osy x u dvou ověřovacích zkoušek*
- Obr.60 Porovnání rozdílu buzení a odezvy ve směru osy x u dvou ověřovacích zkoušek*
- Obr.61 Porovnání průběhu rychlosti bedny u dvou ověřovacích zkoušek*
- Obr.62 Porovnání průběhu zrychlení těžiště bedny v podélném směru u dvou ověřovacích zkoušek*
- Obr.63 Porovnání průběhů natočení bedny u dvou ověřovacích zkoušek*

Obr.64 Porovnání průběhu úhlové rychlosti bedny ve svislém směru u dvou ověřovacích zkoušek

Obr.65 Porovnání průběhů úhlového zrychlení bedny u dvou ověřovacích zkoušek

Obr.66 Porovnání průběhu polohy těžiště bedny ve svislém směru u dvou ověřovacích zkoušek

Obr.67 Porovnání průběhů rychlosti těžiště bedny ve svislém směru u dvou ověřovacích zkoušek

Obr.68 Porovnání průběhů zrychlení těžiště bedny ve svislém směru u dvou ověřovacích zkoušek

Seznam tabulek

Tabulka 1 Porovnání míry zkreslení použitých metod zpracování dat

Tabulka 2. Poloha těžiště závaží vůči hranám bedny

Tabulka 3. Hmotové charakteristiky soustavy bedny a nosiče

Tabulka 4. Rozměry závaží pro výpočet celkového momentu setrvačnosti

Tabulka 5. Odhadnuté hodnoty tuhosti a tlumení

Seznam zkratek a symbolů

$a(t)$	m/s ²	zrychlení
b_x	kg/s	koeficient tlumení náhradního tlumiče
c	m	poloha lokálního souřadnicového systému vůči globálnímu, buzení
C_1, C_2		integrační konstanta
CAD		Computer aided design, počítačem podporované navrhování
d	m	délkový rozměr
ΔC	m	deformace přední patky
ΔD	m	deformace zadní patky
F_d	N	setrvačná síla
FEM		finite element method, metoda konečných prvků
φ	°	úhel natočení bedny
g	9,81 m/s ²	gravitační zrychlení
h	m	délkový rozměr
\vec{h}^0	m	jednotkový vektor vodorovné hrany bedny
J	kg mm ²	moment setrvačnosti
k	l	velikost kroku
k_1, k_2, k_3	N/m	tuhost náhradní pružiny
l_{01}, l_{02}	m	stlačení patky způsobené hmotností závaží
LPM		lumped parameter model, model s redukovanými parametry
m	kg	celková hmotnost
m_b	kg	hmotnost bedny
m_n	kg	hmotnost nosiče
\vec{S}_Q	m	polohový vektor těžiště vůči pravému hornímu rohu bedny
σ_n	m	chyba měření veličiny n
t	s	čas
T	s	časový interval mezi jednotlivými snímky
$v(t)$	m/s	rychlost
\vec{v}^0	m	jednotkový vektor svislé hrany bedny
$x(t)$	m	změna polohy ve směru x
x_s	m	vodorovná souřadnice těžiště
$y(t)$	m	změna polohy bedny ve svislém směru
y_s	m	svislá souřadnice těžiště

Úvod

Střešní nosič, stejně jako ostatní automobilové příslušenství, podléhá bezpečnostním normám. Jednou z požadovaných zkoušek předepsaných mezinárodní normou je nárazová zkouška, tzv. CITY crash, při které je simulován náraz vozidla se zatíženým střešním nosičem do pevné překážky. Příprava, realizace a vyhodnocení takové zkoušky je poměrně náročná a v průběhu vývoje je obvykle potřeba ji několikrát opakovat. Konstrukce střešního nosiče je přitom často stejná pro různé projekty a jedinými rozdílnými parametry bývají požadované hodnoty zatížení a zrychlení.

Pro simulaci nárazové zkoušky se používá kvazistatická zkouška, při které je střešní nosič namáhán silou, která reprezentuje setrvačnou sílu. Nosič je tak namáhán obdobně jako v průběhu nárazové zkoušky. Velikost síly namáhající nosič se odvíjí od velikosti zrychlení závaží umístěného na nosiči. V současnosti se vychází z toho, že zrychlení těžiště závaží je shodné se zrychlením vozíku, který nese část karoserie. Toto zrychlení je určující pro posouzení validity zkoušky a jeho průběh je snímán akcelerometrem. Ve skutečnosti se ale závaží pohybuje s rozdílným zrychlením, jehož průběh je dán vlastnostmi (především tuhostí) nosiče.

Zkoušku provádí externí certifikovaná zkušebna, a to včetně vyhodnocení. Pro vyhodnocení používají vlastní uzavřený software, veškerá data jsou šifrovaná a další zpracování standardním výpočetním softwarem je tedy vyloučeno. Jedinými dostupnými daty ve zpracovatelném formátu je videozáznam z vysokorychlostní kamery. V první fázi je třeba z videa získat průběhy poloh jednotlivých částí testované soustavy. Tento postup se liší od běžného zpracování dat nárazových zkoušek, kde jsou obvykle dostupné hodnoty zrychlení s řádově vyšší vzorkovací frekvencí, než může poskytnout vysokorychlostní kamera. Je tedy třeba navrhnout vhodný postup zpracování získaných dat, protože obvykle používané metody pravděpodobně nebudou vyhovovat.

Na základě analýzy těchto dat bude následně navržen vhodný matematický model. Vzhledem k požadovanému účelu není model vytvořený pomocí metody konečných prvků (FEM) vhodný. Pro sestavení FEM modelu je nutné znát charakteristiky všech použitých materiálů a tření mezi jednotlivými díly a následně řešení úlohy je náročné na výpočetní čas. Oproti tomu model s náhradním uspořádáním pružin a tlumičů vyžaduje zlomek výpočetního času při zachování vyhovujících výsledků. Cílem práce je tedy nahradit nosič soustavou pružin a tlumičů v takovém uspořádání, aby reprezentovaly chování závaží, kterým je nosič zatížen v průběhu nárazu. Výsledný model může být použit například pro výpočet průběhu nárazové zkoušky s větší hmotností zatěžujícího závaží, nebo s odlišným průběhem pulzu.

1. Matematické modelování nárazových zkoušek

Pro modelování nárazových zkoušek existují dva základní přístupy, metoda konečných prvků a model s redukovanými parametry (lumped parameter model – LPM). Dostupná literatura se věnuje převážně modelování crash testů celých vozidel. Tvorba LPM modelu spočívá v nahrazení automobilu jednou nebo více hmotami, přičemž vazby mezi jednotlivými hmotami a bariérou jsou nahrazeny pružinami a tlumiči.[1]

1.1 Zpracování dat

Vstupními daty pro tvorbu modelu jsou dle dostupné literatury obvykle průběhy zrychlení z akcelerometru. Tento postup se liší od případu zpracovávaného v této práci, kde je pro snímání kinematických veličin použita analýza videa z vysokorychlostní kamery.

Data mohou být filtrována pomocí Čebyševova nebo Butterworthova lowpass filtru. Butterworthův filtr je charakteristický maximálně plochou charakteristikou v propustném pásmu, na druhou stranu má malou strmost v přechodové oblasti, a tedy menší filtrační schopnost. Naproti tomu Čebyševův filtr má vysokou strmost, ale velké zvlnění v propustné oblasti. [2]

Druhou možností zpracování dat je použití klouzavého průměru. Metoda spočívá ve výpočtu aritmetického průměru hodnot ve zvoleném okně (pro vzorkovací frekvenci 12,5kHz obvykle okno o velikosti 50 bitů). Touto metodou je možné snížit počet vzorků pro účely dalšího zpracování např. numerické integrace pro výpočet rychlosti a posunutí.[2]

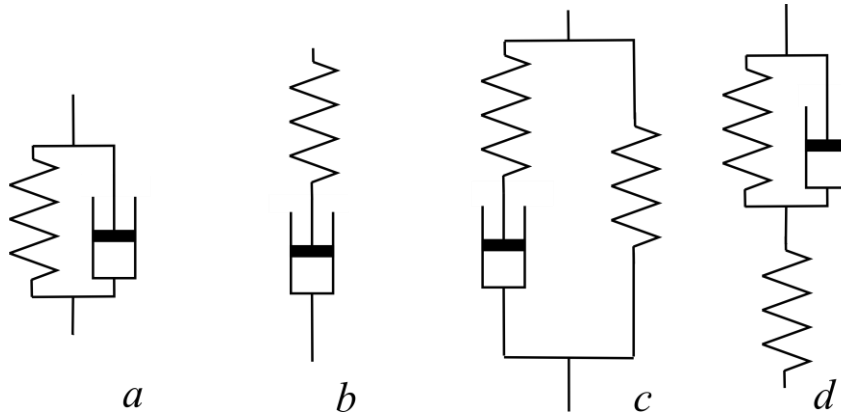
Poslední možností zpracování dat zmiňovanou například v [3] je použití filtru založeného na vlnkové transformaci. Oproti Fourierově transformaci vlnková transformace používá jako básovou funkci tzv. vlnku. Výstupem vlnkové transformace je časově – frekvenční charakteristika signálu, každému časovému úseku je přiřazena dilatace mateřské (bázové) vlnky, která je úměrná frekvenci. Vlnka je útvar, který je nenulový pouze na omezené části definičního oboru, v praxi se používá několik základních tvarů vlnek. V článku [3] je popsána analýza pulzu crash testu pomocí Haarovy vlnky.

1.2 Matematický model

Ve většině případů se zkoumá a modeluje pohyb vozidla pouze v podélném směru, kde se také vyskytuje většina deformací. Automobil může být nahrazen pouze jednou hmotou, jak je popsáno například na konkrétním případě nárazové zkoušky v článku [1] nebo obecně v [2]. Přesnější variantou je nahrazení systému (automobilu) více hmotami. Každá jednotlivá hmota může reprezentovat konkrétní část vozidla nebo pasažéra [4] [5]. Druhou možností je varianta uvedená v [3] kde je celá přední část vozidla rozdělena do několika hmot bez bližšího určení, co která konkrétní hmota reprezentuje.

Deformace vozidla v průběhu nárazu je reprezentována buď pouze pružinou nebo zavedením vhodného viskoelastického modelu. Pro rámcový odhad lze použít model

s jednoduchou pružinou, který vede na netlumené kmity, dle [3] ale dobře aproximuje chování vozidla v první fázi nárazu. Soustava více hmot a pružin dle [5] dobře popisuje chování různých částí vozidla, v článku je provedeno ověření modelu na crash testech několika různých vozidel.



Obr. 1 Různé možnosti zapojení pružin a tlumičů, a – kelvinův model, b – maxwelův model, c,d – hybridní modely

Další možností je použití Maxwellova (obr. 1b) nebo Kelvinova modelu (obr. 1a). Maxwellův model se skládá ze sériového zapojení pružiny a tlumiče. Mezi pružinu a tlumič je umístěn hmotný bod o diferenciálně malé hmotnosti. Takto popsán systém má dva stupně volnosti a je popsán dvěma diferenciálními rovnicemi druhého řádu, které lze zredukovat na jednu rovnici třetího řádu. [2]

Kelvinův model je reprezentován paralelním zapojením pružiny a tlumiče. Systém má jeden stupeň volnosti a lze ho popsat jednou diferenciální rovnicí druhého řádu. [2]

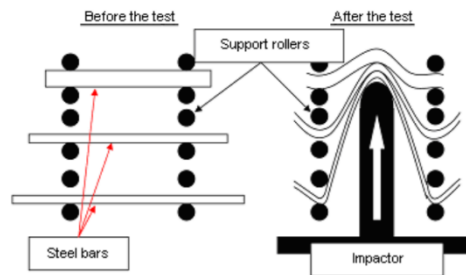
Dále je možné použít tzv. hybridní model, který se skládá z paralelního sériového zapojení dvou pružin a tlumiče (obr. 1c a 1d). Obdobně jako Kelvinův model je možné hybridní modely popsat buď dvěma diferenciálními rovnicemi druhého řádu, nebo jednou rovnicí třetího řádu. [6] Další modely vzniknou kombinací a řazením výše zmíněných variant. [4]

Pro další zpřesnění je možné použít nelineární pružinu a tlumič. V článku [1] je popsáno zavedení nelineární pružiny a tlumiče za použití po částech lineární závislosti tuhosti na deformaci a tlumení na rychlosti deformace.

1.3 Zařízení pro realizaci zkoušky

Požadovaných parametrů rychlosti a zrychlení lze docílit několika možnými způsoby. V tradičním uspořádání je přípravek se střechou a zatíženým nosičem uveden do pohybu pomocí lan, pneumatického nebo hydraulického pístu, a následně zastaven s požadovaným zrychlením. Alternativou je opačné uspořádání, kdy přípravek se střechou stojí na místě a je mu udělen impuls pomocí katapultu.

Zastavení je provedeno nárazem buď do pevné, nebo do deformovatelné bariéry. V případě pevné bariéry nedochází při nárazu k trvalým deformacím bariéry, zatímco deformovatelná bariéra obsahuje absorpční prvek, který se nárazem deformuje a před dalším testem je třeba ho vyměnit. Pevná bariéra vyžaduje složitější konstrukci a instalaci a průběh zrychlení lze jen obtížně modifikovat, zatímco u deformovatelné bariéry průběh zrychlení modifikovat lze. Příklad bariéry v nejběžnější konfiguraci je zobrazen na obr. 2. Výhodou je jednoduchá konstrukce a dobrá opakovatelnost. [7]



Obr. 2. Jedno z možných provedení deformačního členu, převzato z [7]

Dalším možným konstrukčním řešením je varianta, kde součástí bariéry je ocelová tyč s rozšířeným koncem (tzv. olivou). K vozíku, který nese střechu je připevněna trubka s pryžovou vložkou, do které tyč zapadá s přesahem (obr. 3). Při nárazu se tyč zbrzdí deformací a třením tyče o pryžovou vložku. Tuhost pryžové vložky je snížena podchlazením. Nevýhodou je špatná opakovatelnost, právě z důvodu zmíněného podchlazení. Mezi vyjmutím vložky z chladicího zařízení a samotnou zkouškou je nspecifikovaný časový interval, během kterého se vložka ohřívá od okolí. Tento jev se velmi špatně odhaduje a může vést až k nutnosti opakovat zkoušku z důvodu příliš malého pulzu. Naopak výhodou je možnost opakovatelného použití všech částí a jednoduchá konstrukce.



Obr. 3 Provedení bariéry s pryžovým deformačním členem

Konvenční uspořádání s pohybujícím se vozidlem a pevnou bariérou je prostorově náročné. Vzorek musí být urychlen na požadovanou rychlost co možná nejplynuleji s co nejmenším zrychlením, což vyžaduje dostatečně dlouhou dráhu. V opačném případě by mohlo dojít k ovlivnění vzorku zrychlením, které předchází nárazu, a zkreslení výsledků testu.

Druhou variantou je provedení zkoušky pomocí tzv. katapultu, kdy je testovanému vozidlu (případně části vozidla) udělen impuls pomocí hydropneumatického válce. Vozidlo je na počátku zkoušky v klidu, čímž odpadá problém s velikostí zrychlení při urychlování na požadovanou počáteční rychlost. Nastavením hydropneumatického obvodu je možné řídit velikost a průběh pulsu s velmi dobrou opakovatelností. Oproti konvenčnímu uspořádání je ale takovéto zkušební zařízení podstatně dražší a konstrukčně složitější. [8]

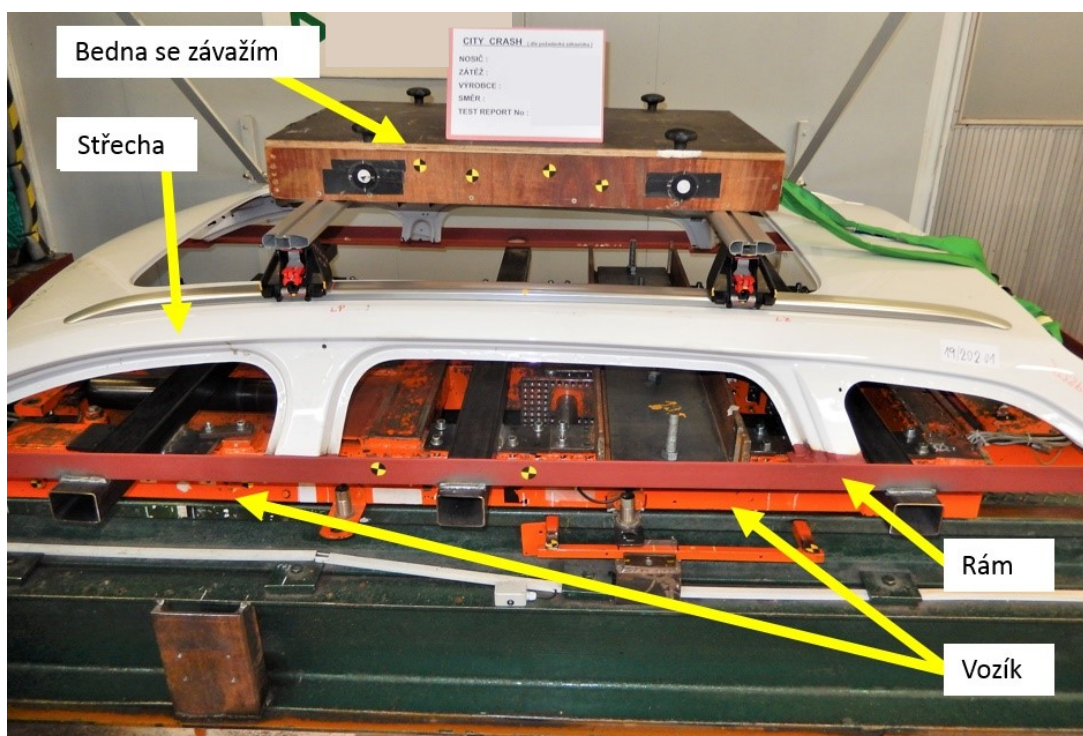
2. Provedení nárazové zkoušky

Analyzovaná nárazová zkouška byla provedena za účelem splnění normy ISO/PAS 11154. Zrychlení požadované touto normou se váže ke zrychlení automobilu, v tomto konkrétním případě je automobil nahrazen vozíkem s částí střechy.

2.1 Uspořádání zkušebního zařízení

Zkouška se neprovádí na celé karoserii, ale pouze na části střechy přivařené k ocelovému rámu. Ten je přimontován k vozíku zkušební trati, a kromě střechy s nosičem obsahuje také veškerou elektroniku včetně akcelerometru. Vozík je na požadovanou rychlost uveden pomocí lan a zastaven pomocí pryžového deformačního členu blíže popsaného v kapitole 1.3.

Na nosič je pomocí T drážek a kamenů připevněna bedna se závažím. Závaží má tvar kvádrů a skládá se z dřevěné vnější bedny a ocelových plechů přišroubovaných ke dnu. Bedna tedy není homogenní a má těžiště umístěné blíže ke spodní ploše. Uspořádání zkušebního zařízení je zobrazeno na obrázku 4.

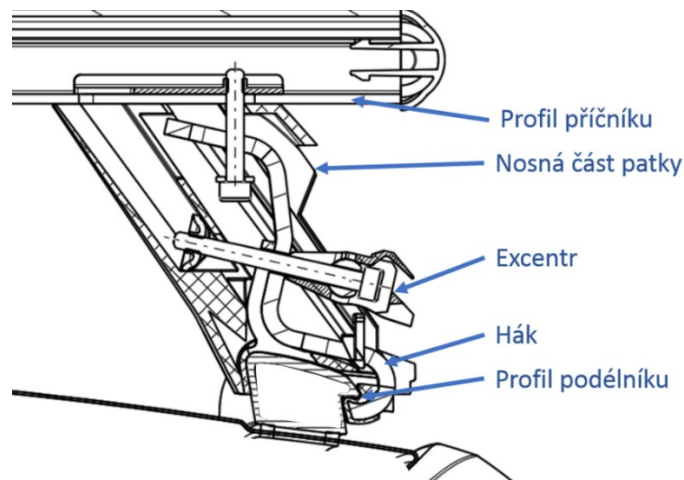


Obr. 4 Uspořádání zkušebního zařízení

Pojmem střešní nosič se rozumí jednak odnímatelné příslušenství určené pro přepravu nákladu (příčný nosič) a jednak pevná součást střechy určená pro montáž příčného nosiče (podélný nosič, podélník). Tato práce se zabývá chováním příčného nosiče.

Zkoumaný příčný střešní nosič je vyráběn jako příslušenství pro vozidlo s podélníkem přiléhajícím celou spodní plochou ke střeše, takže příčník objímá podélník pouze ze tří stran. Otočením excentru dojde k přitlačení háku na podélník a tím k vyvození sverné

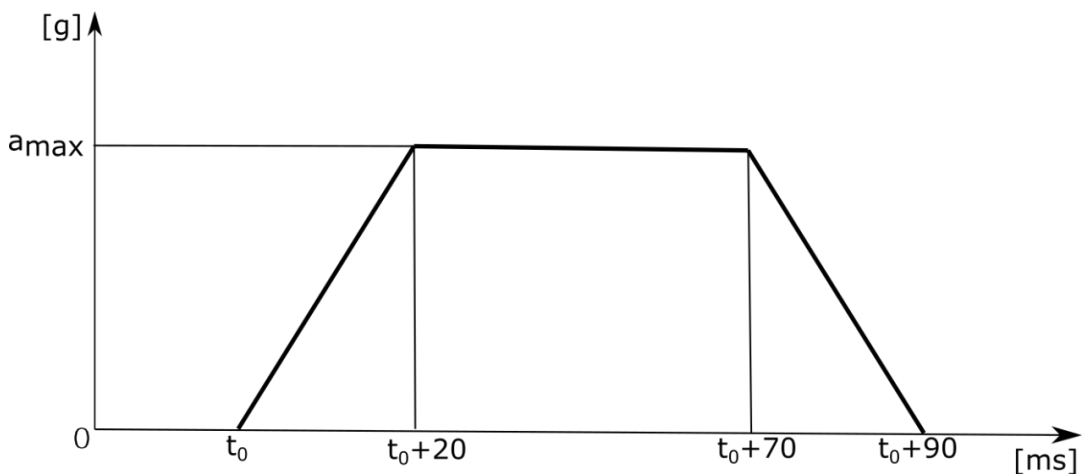
síly mezi nosnou částí patky a hákem. Jak hák, tak nosná část patky jsou v kontaktní ploše s podélníkem opatřeny vrstvou pryže. Uspořádání upínacího mechanismu je naznačeno na obrázku 5. Nosná část patky je z plastu, upínací hák je ocelový.



Obr. 5 Vnitřní mechanismus upnutí patky příčnicku k podélníku

2.2 Formální požadavky na zkoušku

Nárazová zkouška střešního nosiče je definována normou ISO/PAS 11154 [9]. Norma předepisuje počáteční rychlost vozidla $16 \text{ km/h} \pm 2 \text{ km/h}$, zpomalení s hodnotou zrychlení alespoň 8 g a dobou trvání pulzu minimálně 50 ms . Všechny veličiny jsou měřeny na rámu zkušebního zařízení (vozíku). Ideální průběh zrychlení je zobrazen na obrázku 6.



Obr. 6 Požadovaný průběh zrychlení rámu (vpzidla) dle normy ISO/PAS 11154, převzato z [9]

Střešní nosič musí být zatížen buď závažím ve tvaru kvádrů o předepsané hmotnosti, nebo specifickým nákladem, pro jehož přepravu je nosič určen (jízdni kola, lyže atd.).

Náklad v podobě kvádrů má být na nosič upevněn dle doporučení výrobce nebo dodavatele. Pokud nosič obsahuje prvky k připevnění nákladu (např. T drážka), měly by být použity přednostně. Náklad by měl být k přednímu i zadnímu nosiči připevněn pomocí dvou fixačních prvků s roztečí 600 mm . Těžiště nákladu by mělo být $50\text{-}80 \text{ mm}$ nad

povrchem nosičů. Pokud nosič neumožňuje upevnění nákladu pomocí fixačních bodů, norma připouští připevnění pomocí upínacích popruhů a podpůrných trubek.

Pokud je nosič určen k přepravě konkrétního specifického nákladu (jízdnicích kol, lyží), náklad se připevní dle instrukcí výrobce.

Zkouška je hodnocena jako úspěšná, pokud:

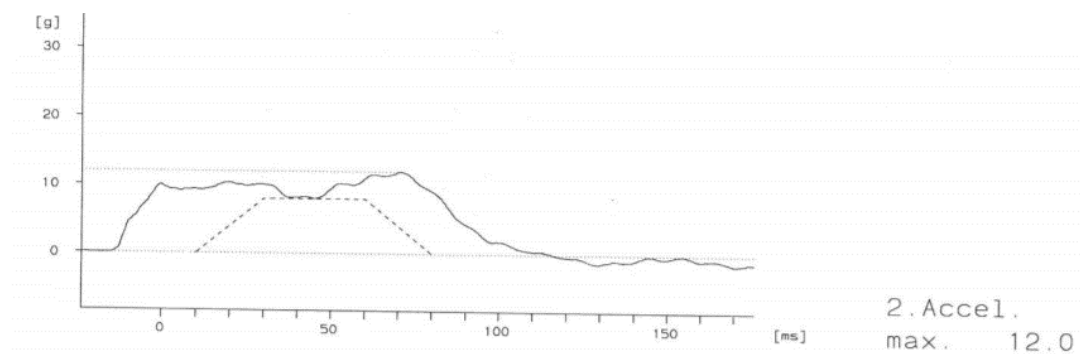
- Náklad zůstane připevněn k nosiči.
- Náklad a nosič zůstane na střeše.
- Nedojde k oddělení žádného prvku těžšího než 10 g. Selhání jednoho nebo více prvků určených k přenosu zatížení je přípustné. [9]

Hodnoty zrychlení a počáteční rychlosti zákazník stanovuje přísněji, než stanovuje ISO norma, z důvodu utajení je zde však nelze uvést.

2.3 Výstupní data

Průběh zkoušky je primárně snímán akcelerometrem umístěným na vozíku s částí karoserie. Pohyb bedny ani jiných částí soustavy není nijak snímán. Data z akcelerometru jsou upraveny filtrem CFC 60 dle normy ISO 6487.

Přímá, dále zpracovatelná data nejsou k dispozici, protože zkoušku provádí externí zkušebna s vlastním technickým a softwarovým vybavením. Výstupem je pouze generovaný report s grafem pulzu (obrázek 7), na jehož základě je zkouška prohlášena za platnou, nebo neplatnou. Samotný průběh zrychlení vozíku navíc není dostačující informací pro sestavení matematického modelu.



Obr. 7 Výstupní data z akcelerometru, měřeno na vozíku zkušebního zařízení

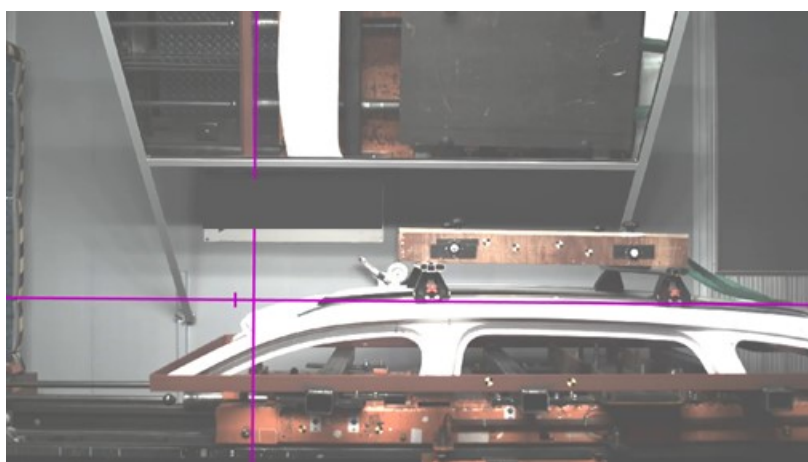
Druhým výstupem je videozáznam z vysokorychlostní kamery. Analýzou videa lze získat informace o pohybu kteréhokoliv bodu, pokud je tento bod dostatečně kontrastní vůči okolí (opticky identifikovatelný). Nevýhodou je řádově menší vzorkovací frekvence a přesnost omezená rozlišením videa. Výhodou je možnost snímat jakýkoliv bod bez nutnosti přidávání dalších akcelerometrů, a tedy zvyšování nákladů.

2.4 Analýza videa

Pro snímání polohy jednotlivých bodů v čase byl použit program Tracker. Tracker je open source program pro analýzu videa a modelování dynamických jevů [10].

Pro vyhodnocení polohy daného bodu je třeba provést kalibraci délkových rozměrů – zadat délkový rozměr některého z objektů na videu, a určit snímkovou frekvenci videa. Dále je třeba zavést souřadnicový systém, ke kterému budou polohy snímaných bodů vztaženy.

Zavedení souřadného systému je zobrazeno na obrázku 8. Kladný směr osy y směřuje nahoru, osy x doleva, tak aby kladný směr souhlasil s pohybem vozíku a posuvy byly kladné.



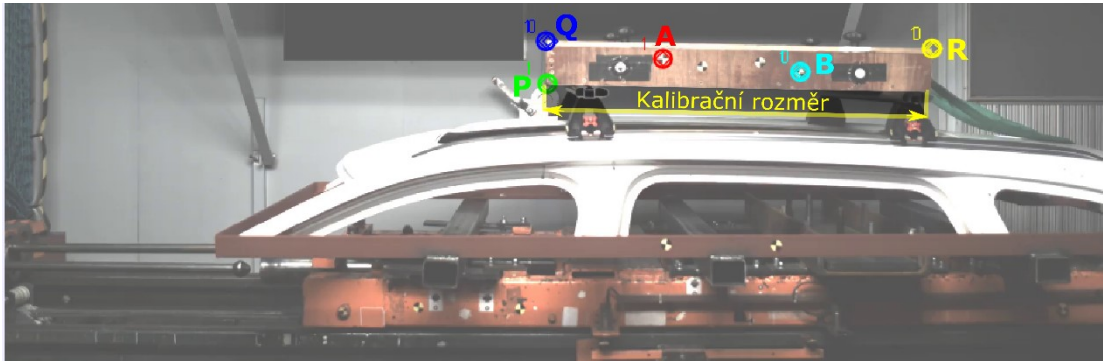
Obr. 8 Zavedení souřadnicového systému v prostředí Trackeru, kladný směr osy x směřuje doleva, osy y nahoru

Pro snímání pohybu konkrétního bodu je třeba, aby daný bod byl opticky rozlišitelný, ideálně na kontrastním jednobarevném pozadí. Na prvním snímku je třeba označit konkrétní bod a vymezit oblast, do níž se bod posune na dalším snímku. Poloha bodu na následujících snímcích je nalezena automaticky pomocí nástroje „autotracker“ na základě shody s oblastí ze vzorového snímku. Míra požadované shody je jedním z volitelných parametrů a vyjadřuje maximální povolenou změnu nalezené oblasti vůči oblasti na vzorovém snímku. Snižováním tohoto parametru se zvyšuje přesnost snímání, ale zároveň zvyšuje riziko, že nebude nalezena žádná oblast s požadovanou mírou shody, v takovém případě je nutné zvýšit parametr a proces opakovat. Optimální hodnota parametru byla stanovena na 85 %.

Pro sestavení matematického modelu byly sledovány rohové body bedny, dva body na bedně označené značkou a body v místě upnutí patky příčnicku. Umístění bodů je zobrazeno na obrázcích 9 a 10.

Na videu se významně projevuje perspektivní zkreslení, předměty dále od kamery se jeví menší než předměty blíže ke kameře. Celá soustava se pohybuje v rovině kolmé k pohledu kamery, zkreslení všech sledovaných částí je tedy stejné v průběhu celého

nárazu. Pro potlačení vlivu perspektivy stačí zkalibrovat obraz jednotlivě pro každý bod na prvním snímku záznamu. Body ve stejné vzdálenosti od kamery jsou zrczené vždy stejnou měrou a jejich trajektorie lze tedy kalibrovat stejným rozměrem. Body umístěné na bedně se závažím jsou kalibrovány pomocí délky bedny (obr. 9), body na patkách jsou kalibrovány pomocí rozteče patek (obr. 10).



Obr. 9 Rozmístění sledovaných bodů na bedně, kalibračním rozměrem je délka bedny



Obr. 10 Umístění sledovaných bodů na patkách, kalibračním rozměrem je rozteč patek

Použitá kamera má snímkovací frekvenci 1000FPS. Mezi jednotlivými snímky je tedy časový interval 0,001 s. Pořízený videozáznam má rozlišení 2048x1564.

3. Zpracování dat

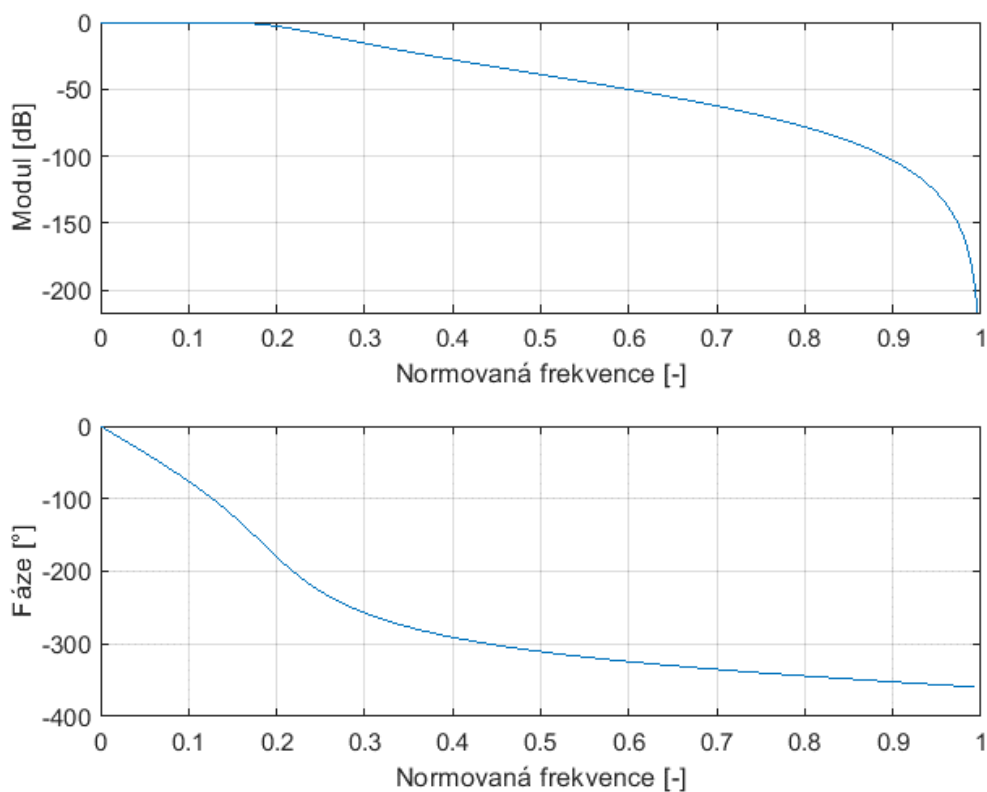
Získaná data jsou zatížena chybou měření. Před dalším zpracováním je nutné ze signálu odstranit šum. Délka pulsu je přibližně 260 ms a vzorkovací frekvence získaných dat je 1 kHz. To znamená, že je pracováno s 260 vzorky neperiodického signálu.

3.1 Filtrace signálu pomocí Butterworthova filtru

Norma ISO/PAS 11164 doporučuje pro tuto zkoušku filtr CFC 60 dle normy ISO 6487. Jedná se o Butterworthův lowpass filtr čtvrtého stupně se zlomovou frekvencí 100 Hz. [11]

Filtr byl realizován v matlabu pomocí funkce butter. Vstupním argumentem je stupeň filtru a podíl zlomové frekvence a poloviny vzorkovací frekvence. Výstupem funkce „butter“ jsou koeficienty frekvenčního přenosu filtru. Na vstupní signál byl aplikován pomocí funkce „filter“.

Amplitudová a fázová charakteristika je zobrazena na obrázku 11.



Obr. 11 Amplitudová a fázová charakteristika použitého filtru

3.2 Numerická derivace s větším krokem

Další možností zpracování dat je provedení numerické derivace polohy s krokem větším než 1. Rychlost je vypočtena první derivací polohy pomocí vztahu (1). Derivace v daném bodě je vypočtena jako směrnice spojnice bodů před a za daným bodem.

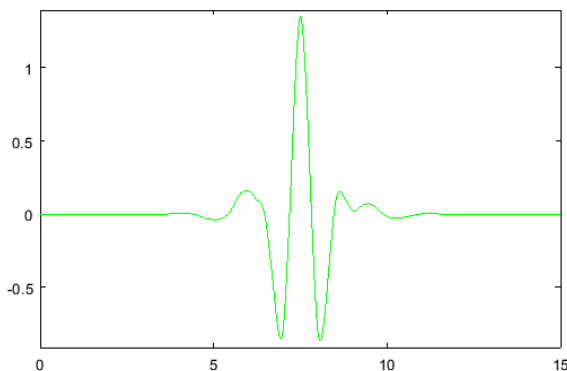
$$v(t) = \frac{x(t - k \cdot T) - x(t + k \cdot T)}{2 \cdot k \cdot T} \quad (1)$$

kde $v(t)$ je rychlost, $x(t)$ poloha bodu v čase t , T vzorkovací perioda a k konstanta. Vzorkovací perioda je převrácená hodnota snímkové frekvence kamery. Ta má hodnotu 1000FPS, takže platí $T=0,001$ s. Hodnotou k je možné regulovat velikost kroku derivace. S větším krokem se snižuje vliv šumu na úkor přesnosti. Protože má ale obálka signálu relativně hladký průběh s malou křivostí, předpokládám, že tento vliv nebude příliš významný. Velikost kroku ladím tak, aby se průběh druhé derivace (zrychlení) podobal výstupu z akcelerometru. Hodnota k byla zvolena $k=8$. V datech z analýzy videa prvních 13 ms předchází nárazu. Celá soustava se v tento interval pohybuje stejnou rovnoměrnou rychlostí, hodnoty vynechané kvůli velikosti kroku je tedy možné nahradit známou hodnotou počáteční rychlosti.

3.3 Vlnková transformace

Crashový pulz je z principu neperiodický, jakákoliv metoda zpracování dat založená na filtraci ve frekvenční oblasti, tedy rozkladu na součet periodických signálů, není příliš vhodná. Místo toho lze použít vlnkovou transformaci, která rozloží signál do frekvenčně-časového spektra.

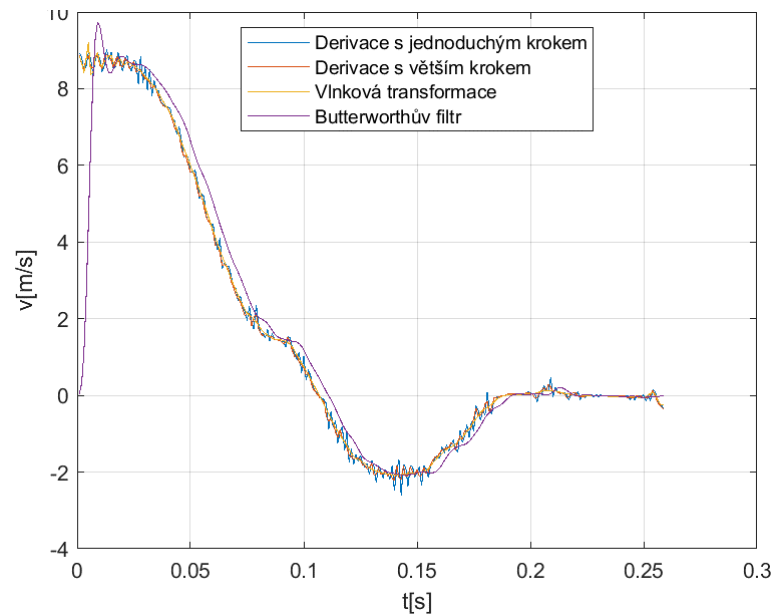
Existuje celá řada metod filtrace signálu založených na vlnkové transformaci. Jejich realizaci umožňuje wavelet transform toolbox v Matlabu. Jako bázová funkce byl zvolen symlet 8. řádu, vyobrazen na obrázku 12. Jako filtrační metoda byla vybrána metoda „block James – Stain“, která je založena na stanovení optimální velikosti okna a zlomových frekvencí na základě statistického vyhodnocení spektra získaného vlnkovou transformací.



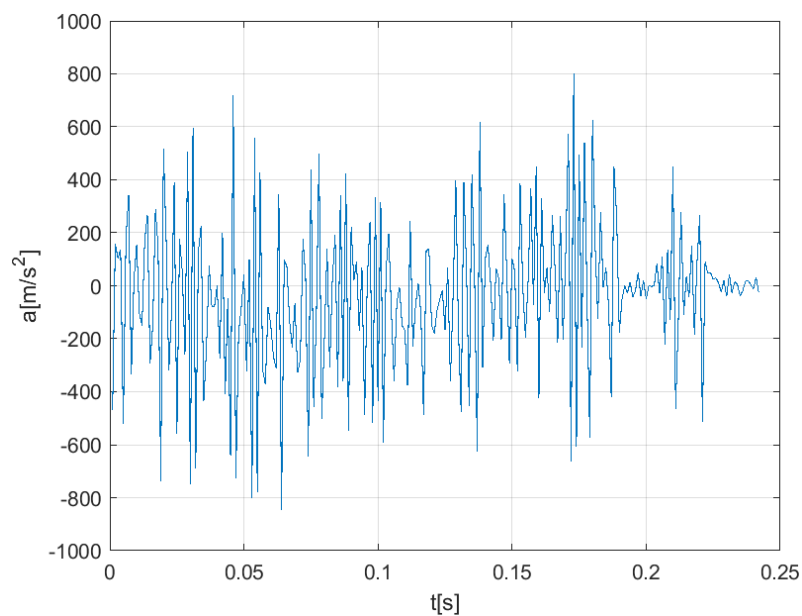
Obr. 12. Mateřská vlnka použitá pro dekompozici filtrovaného signálu – symlet 8. řádu

3.4 Porovnání metod

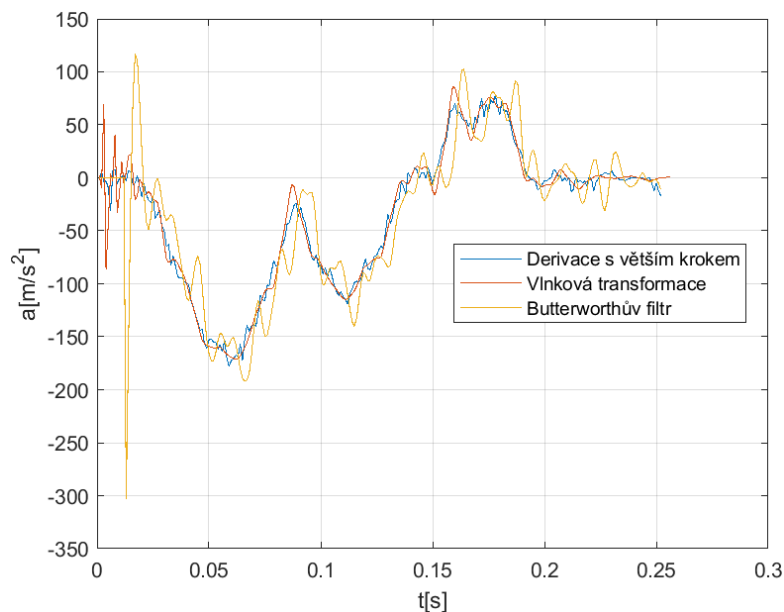
Ze všech zpracovaných dat byla pomocí numerické derivace vypočtena rychlost (obr. 13) a zrychlení (obr. 14). Butterworthův filtr vykazoval vysoké zkreslení v prvních 10 ms nárazu patrné jak v první, tak druhé derivaci.



Obr. 13. Porovnání první časové derivace posunutí bodu na střeše ve směru osy x při zpracování dat různými metodami

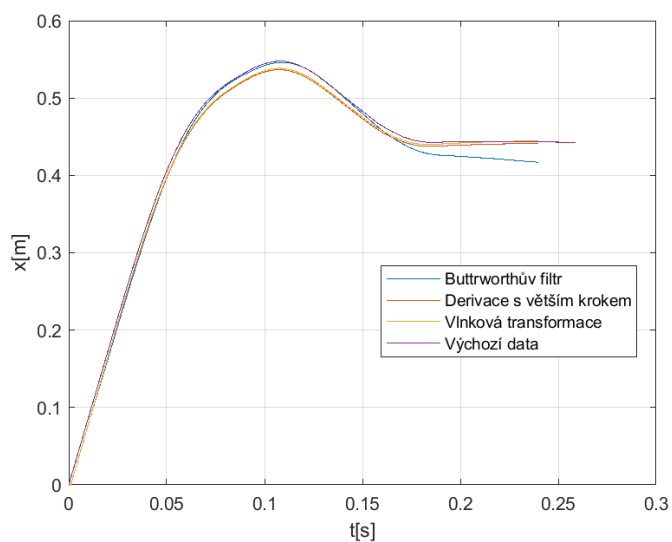


Obr. 14 Zobrazení druhé časové derivace s jednoduchým krokem u neupravených dat



Obr. 15 Porovnání druhé časové derivace posunutí bodu na střeše ve směru osy x při zpracování dat různými metodami

Pro porovnání míry zkreslení byly signály zrychlení dvakrát numericky integrované pomocí lichoběžníkového pravidla. Porovnání výsledku s výchozím signálem je vidět v obrázku 16. Nejvhodnější metoda bude vybrána pomocí součtu druhých mocnin odchylek dvakrát integrovaných dat jednotlivých metod a výchozího nezpracovaného signálu.



Obr. 16 Porovnání míry zkreslení jednotlivých metod, zobrazeny jsou dvakrát integrované průběhy zrychlení zpracované různými metodami

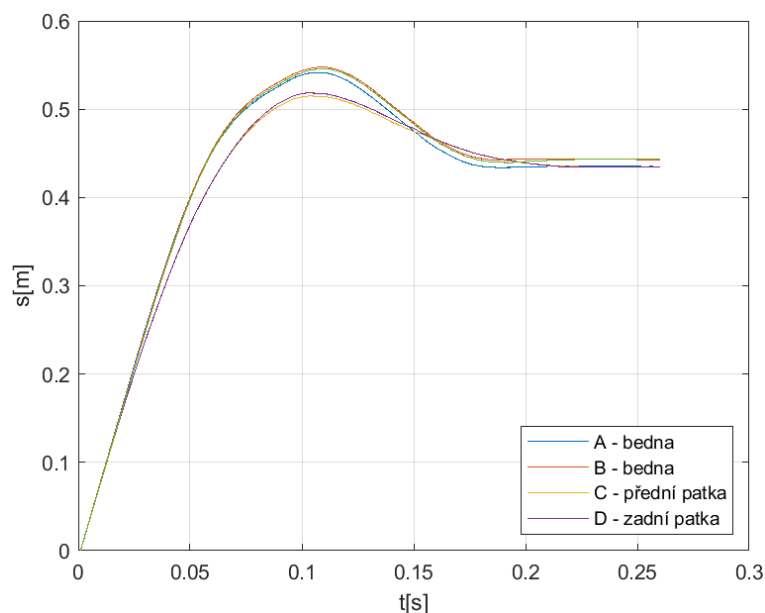
Tabulka 1 Porovnání míry zkreslení použitých metod zpracování dat

Metoda	Součet nejmenších čtverců
Numerická derivace s větším krokem	0,0339 m ²
Butterworthův filtr	0,0170 m ²
Vlnková transformace	0,0081 m ²

Z toho vyplývá že nejvhodnější metodou pro zpracování signálu bude vlnková transformace.

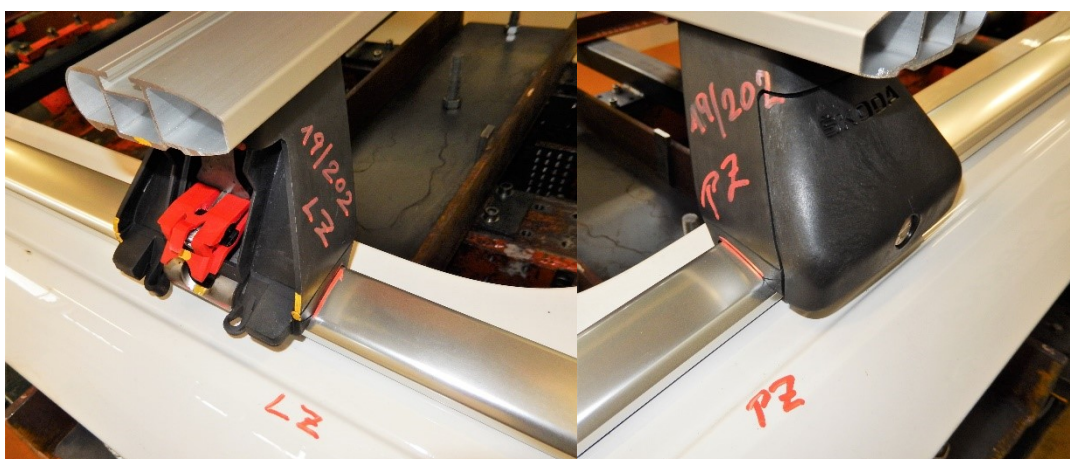
4. Rozbor kinematických veličin

Výstupem z Trackeru jsou souřadnice vztažené k souřadnicovému systému nastavenému v prostředí Tracker. Jednotlivé body jsou popsány a označeny v kapitole 2.4. Pro další vyhodnocení je od každé hodnoty odečtena poloha v čase 0. Výsledkem je průběh změny polohy vůči výchozímu stavu, tedy posunutí jednotlivých bodů.



Obr. 17 Průběh posunutí jednotlivých bodů v průběhu nárazu ve směru osy x

Z grafu (obr. 17) je patrné, že rozdíly poloh jednotlivých bodů po zkoušce jsou minimální, což značí pouze malý podíl trvalých deformací a posunutí po nárazu. Tato skutečnost odpovídá fyzicky pozorovanému stavu dílů po zkoušce, jak je patrné z obrázku 18. Zároveň lze pozorovat rozdílný průběh poloh u bodů na bedně a na patkách.



Obr. 18 Fotografie patek nosiče po zkoušce, červená čára na podélném nosiči označuje polohu nosičů před zkouškou

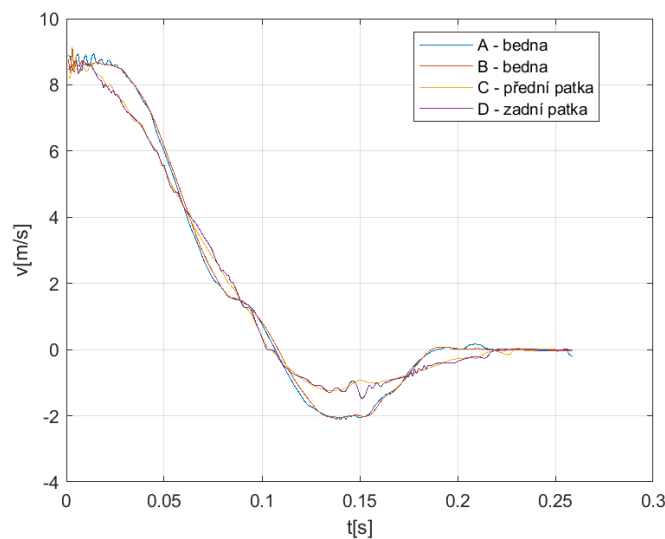
4.1 Výpočet rychlosti

Rychlost je vypočtena první derivací polohy pomocí vztahu (2).

$$v(t) = \frac{x(t + T) - x(t)}{T} \quad (2)$$

kde $v(t)$ je rychlost, $x(t)$ poloha bodu v čase t , T je časový interval mezi jednotlivými snímky (vzorky dat). Časový interval T je převrácenou hodnotou snímkové frekvence kamery. Ta má hodnotu 1000FPS, takže platí $T=0,001$ s.

Jak je zřejmé z obrázku 19, rychlost klesá z počátečních 8,4 m/s na nulu. Po dosažení nuly následuje překmit do záporných hodnot rychlosti, dojde tedy k mírnému odrazu od bariéry. U bodů na bedně je tento překmit výraznější.



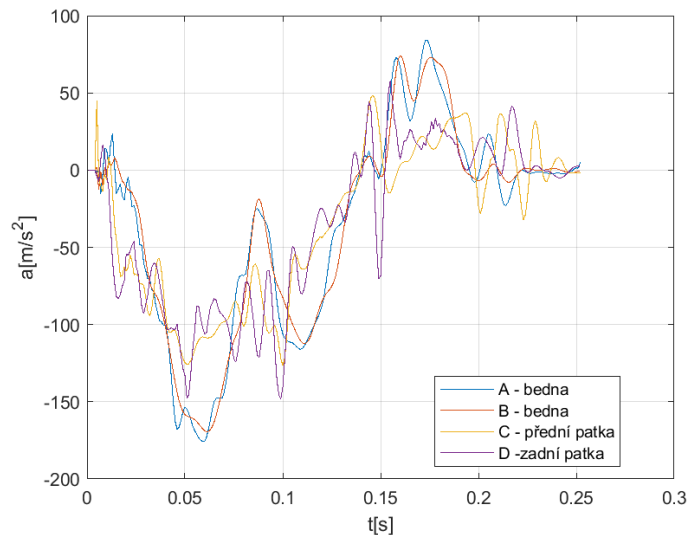
Obr. 19 Rychlost bedny a vozíku v průběhu nárazu ve směru osy x

4.2 Výpočet zrychlení

Zrychlení je vypočteno jako druhá derivace polohy podle vztahu (3), kde T je časový interval mezi jednotlivými snímky.

$$a(t) = \frac{x(t + T) - 2x(t) + x(t - T)}{T^2} \quad (3)$$

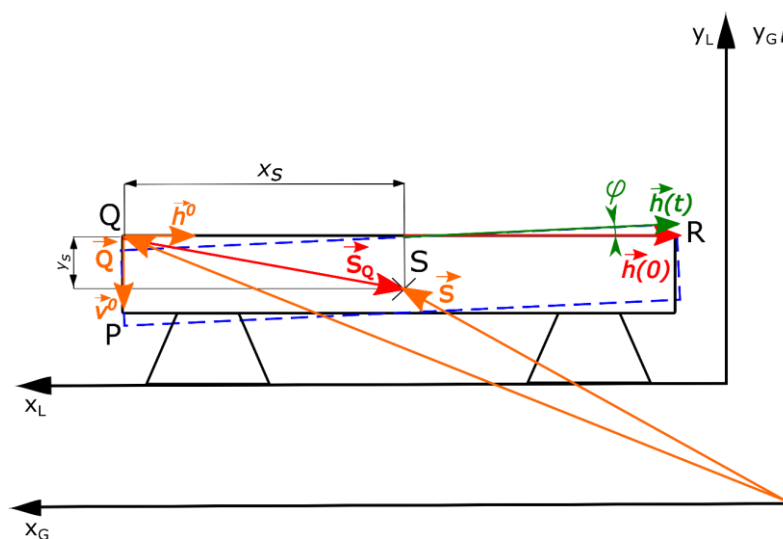
Zrychlení jednotlivých bodů je vidět na obrázku 20. Body nacházející se na bedně reagují s mírným zpožděním, následuje překmit do větších hodnot zrychlení, než bylo naměřeno na rámu a střeše. Po skončení pulzu se bedna překývne do kladných hodnot zrychlení, než se ustálí na nule.



Obr. 20 Průběh zrychlení během nárazu v jednotlivých zkoumaných bodech

4.3 Průběh polohy těžiště

Pro dosažení do pohybových rovnic je třeba znát průběh pohybu těžiště. Těžiště je abstraktní bod, jehož polohu v čase nejde získat přímo z analýzy videa. Je ale známa jeho poloha vůči rohovým bodům bedny se závažím, jejichž pohyb sledovat lze. Pro výpočet budou zavedeny dva souřadnicové systémy. Globální systém odpovídá souřadnicovému systému zavedenému při analýze videa. Lokální souřadnicový systém je umístěn na pohybujícím se vozíku. Pomocí průběhů poloh rohových bodů bedny jsou nejprve vypočteny směrové vektory vodorovné a svislé hrany bedny. Pomocí nich je následně vypočten polohový vektor těžiště vůči levému hornímu rohu bedny (označenému Q). Přičtením tohoto vektoru k polohovému vektoru bodu Q získám polohový vektor těžiště vůči globálnímu souřadnicovému systému. Schéma výpočtu je naznačeno na obrázku 21.



Obr. 21 Schéma výpočtu průběhu polohy těžiště závaží v čase z průběhů poloh rohových bodů bedny se závažím, zobrazeny jsou dílčí vektory pro výpočet polohového vektoru těžiště a pro výpočet natočení bedny.

Polohové vektory rohových bodů bedny jsou označeny \vec{P} , \vec{Q} a \vec{R} . Směrový vektor vodorovné hrany je vypočten jako rozdíl vektoru \vec{P} a \vec{Q} . Pro výpočet jednotkového vektoru je třeba ho vydělit vlastní velikostí (4).

$$\vec{h}^0 = \frac{\vec{P} - \vec{Q}}{|\vec{P} - \vec{Q}|} \quad (4)$$

Jednotkový vektor svislé stěny je vypočten obdobným způsobem z rozdílu polohových vektorů \vec{R} a \vec{Q} (5).

$$\vec{v}^0 = \frac{\vec{R} - \vec{Q}}{|\vec{R} - \vec{Q}|} \quad (5)$$

Polohový vektor těžiště vůči bodu Q je součtem jednotkového vektoru vodorovné stěny násobeného vodorovnou souřadnicí těžiště a jednotkového vektoru svislé stěny násobeného svislou souřadnicí těžiště (6).

$$\vec{S}_Q = x_s \cdot \vec{h}^0 + y_s \cdot \vec{v}^0 \quad (6)$$

Kde x_s a y_s jsou souřadnice těžiště vůči bodu levému hornímu bodu bedny.

Poloha těžiště je určena z CAD modelu, přesné hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2.

Tabulka 2. Poloha těžiště závaží vůči hranám bedny

x-ová souřadnice těžiště	x_s	500 mm
y-ová souřadnice těžiště	y_s	72,5 mm

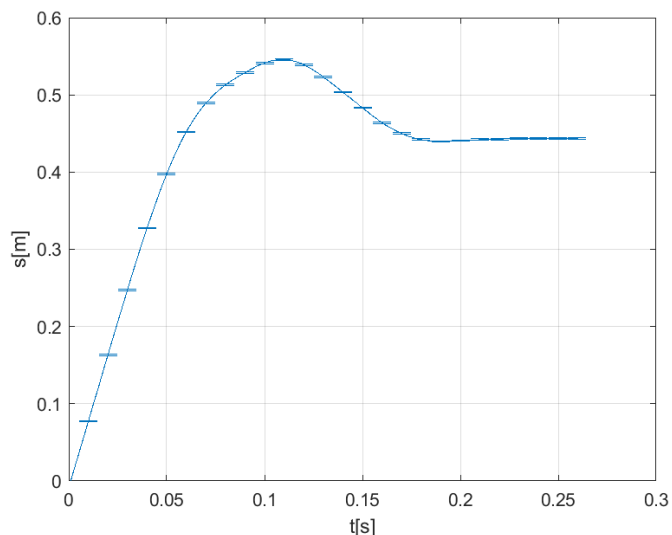
Polohový vektor vůči globálnímu systému je součtem polohového vektoru \vec{Q} vektoru \vec{S}_Q (7).

$$\vec{S} = \vec{Q} + \vec{S}_Q \quad (7)$$

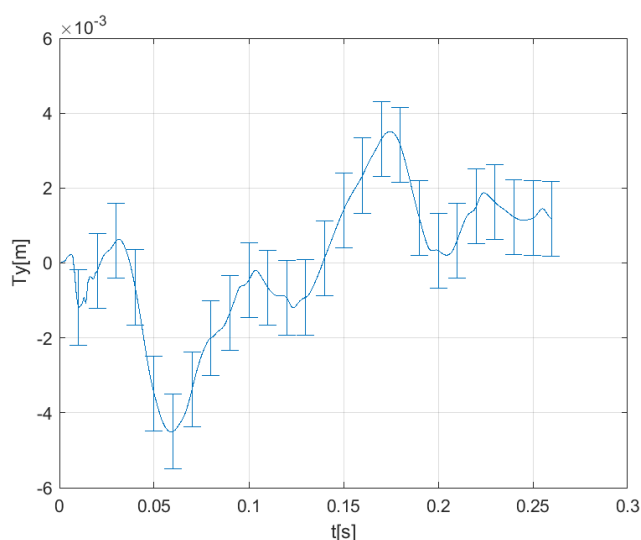
Tento výpočet je proveden pro celý časový průběh. Výsledky jsou zobrazeny zvlášť pro vodorovnou a svislou složku na obrázcích 22 a 23.

Posunutí ve svislém směru je velmi malé. Hodnoty posunutí se pohybují do 4,4 mm, velikost jednoho pixelu na analyzovaném videozáznamu je přitom 1,165 mm, celková chyba měření bude pravděpodobně ještě vyšší. Pro přesnější určení chyby měření by bylo potřeba analyzovat a statisticky vyhodnotit větší datový soubor. Pro obecnou představu o kvalitě získaných dat ale úvaha o velikosti jednoho pixelu dostačuje.

V grafech na obrázcích 22 a 23 je chybovými úsečkami vyznačen interval, který odpovídá velikosti jednoho pixelu v kladném směru a jednoho pixelu v záporném směru. Chybové úsečky jsou pro názornost záměrně zobrazeny na obou grafech ve stejném měřítku. Z grafu vyplývá že relativní chyba pro posuv ve svislém směru je významná.



Obr. 22 Průběh posunutí těžiště ve vodorovném směru, chybové úsečky vymezují vzdálenost, která odpovídá chybě \pm jeden pixel zkoumaného videa



Obr. 23 Průběh posunutí těžiště ve svislém směru, chybové úsečky vymezují vzdálenost, která odpovídá chybě \pm jeden pixel zkoumaného videa

4.4 Průběh natočení bedny

Úhel φ je zaveden jako úhel natočení bedny vůči výchozí poloze bedny na prvním snímku. Jedná se tedy úhel mezi polohovým vektorem jedné z hran v čase 0 a polohovým vektorem v čase t . Vektor vodorovné a svislé hrany bedny v čase 0 je shodný se směrem os souřadnicového systému. Kladný směr φ je zaveden proti směru hodinových ručiček. Okamžité natočení je pak vypočteno jako úhel, který svírá směrový vektor vodorovné hrany bedny s vodorovnou osou souřadnicového systému (a tedy i s vektorem vodorovné hrany v čase 0).

Výpočet je proveden dle rovnice (8), jako tangens svislé složky (y_h) vektoru \vec{h} ku vodorovné složce (x_h).

$$\varphi = \arctg \frac{y_h}{x_h} \quad (8)$$

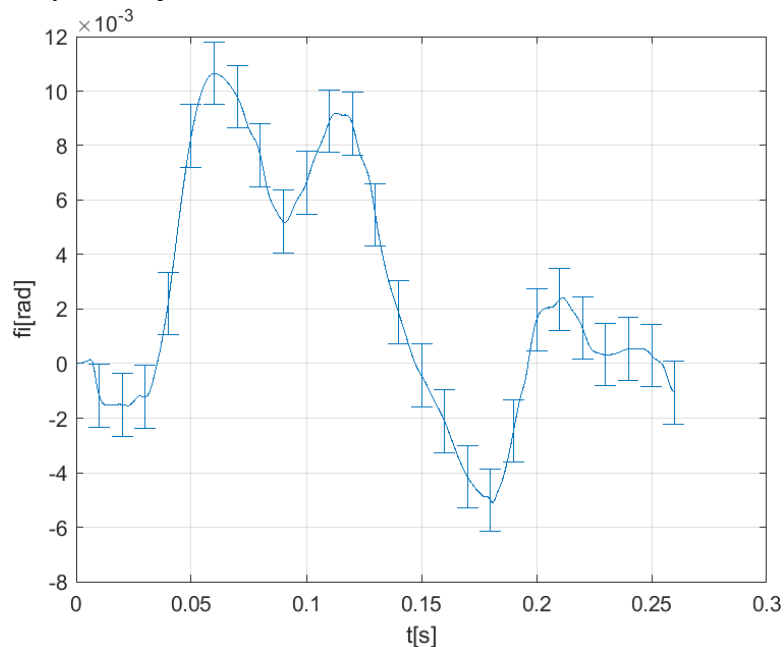
Tato veličina je podobně jako posuvy zatížena chybou měření. Jelikož ale rotace není snímána přímo, je třeba provést přepočítání dle rovnice (9).

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y_h} \sigma_{y_h}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_h} \sigma_{x_h}\right)^2} \quad (9)$$

Kde $\sigma_\varphi, \sigma_{y_h}, \sigma_{x_h}$ jsou předpokládané chyby jednotlivých hodnot. Za hodnoty σ_{y_h} a σ_{x_h} shodně dosazují rozměr jednoho pixelu, tedy 1,165 mm. Dosazením vztahu (8) do vztahu (9) a úpravou získám rovnici pro výpočet chyby úhlu natočení (10).

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\left(\frac{1}{1 + \left(\frac{y_h}{x_h}\right)^2} \cdot \frac{1}{x_h} \sigma_{y_h}\right)^2 + \left(-\frac{1}{1 + \left(\frac{y_h}{x_h}\right)^2} \cdot \frac{y_h}{x_h^2} \sigma_{x_h}\right)^2} \quad (10)$$

Vypočtené chyby jsou závislé na okamžitém natočení a jejich hodnota se pohybuje od 0,00111 rad do 0,00112 rad. Podobně jako v předchozím případě jsou odchylky zakresleny pomocí chybových úseček (obr 24). Relativní chyba ve špičce je přibližně poloviční oproti průběhu posunutí těžiště ve svislém směru, přesto je stále významná a při vyhodnocování výsledků je třeba to zohlednit.



Obr. 24 Průběh natočení bedny v čase se zakreslenými chybovými úsečkami

4.5 Deformace patek ve vodorovném směru

Většina deformací se odehrává v podélném směru. Tato deformace je určena jako rozdíl posunutí bedny a patky. Z naměřených průběhů a z fotografií pořízených po zkoušce (obr. 19.) vyplývá, že posuny jsou minimální, takže všechny zjištěné deformace uvažují jako pružné.

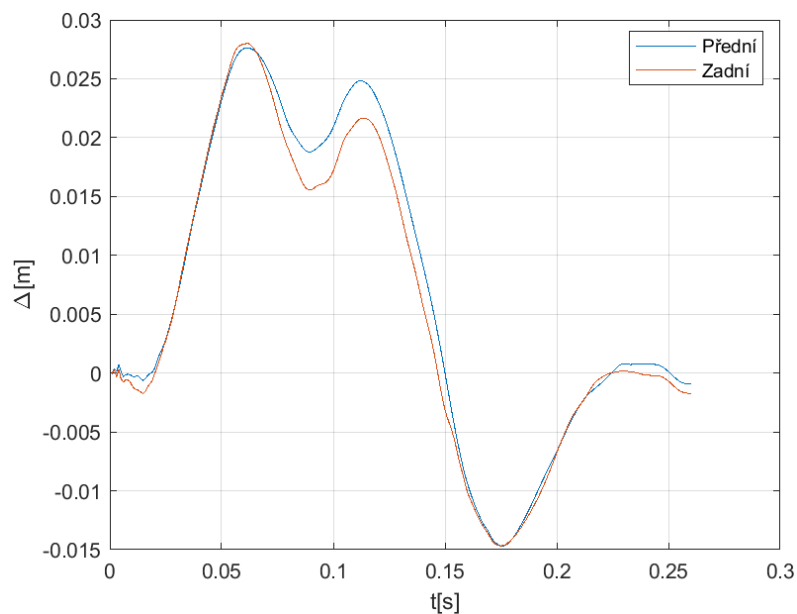
Deformace přední patky je rozdílem posunutí těžiště a bodu na přední patce (11).

$$\Delta C(t) = x_S(t) - x_C(t) \quad (11)$$

Kde x_S označuje vodorovnou souřadnici těžiště a x_C vodorovnou souřadnici bodu C. Obdobně je vypočtena deformace zadní patky (12).

$$\Delta D(t) = x_S(t) - x_D(t) \quad (12)$$

Průběh deformace v čase je zobrazen na obrázku 25. Výsledky odpovídají tvrzení, že zbytková deformace po nárazu je zanedbatelná.

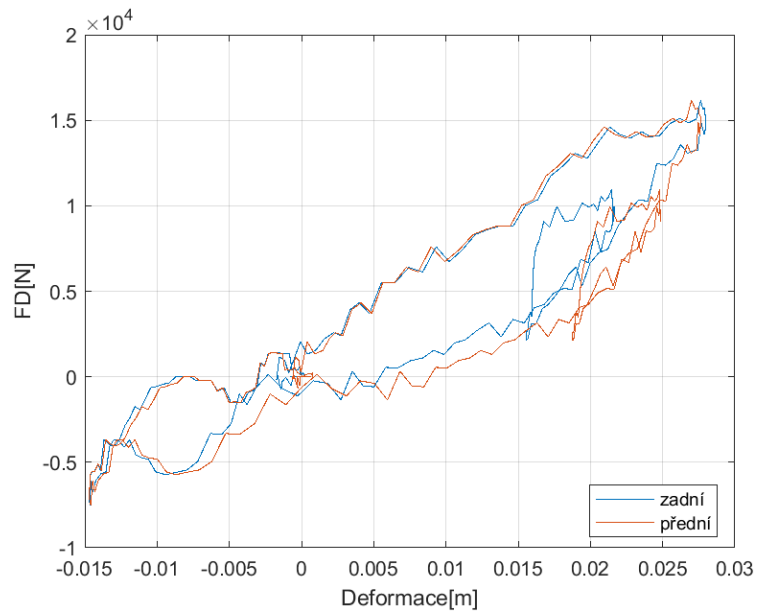


Obr. 25 Deformace přední a zadní patky

Deformace patek v podélném směru je způsobena setrvačnou silou bedny (F_D). Tu lze vypočítat jako součin hmotnosti bedny a okamžité velikosti zrychlení (13).

$$F_D(t) = a_S(t) \cdot m \quad (13)$$

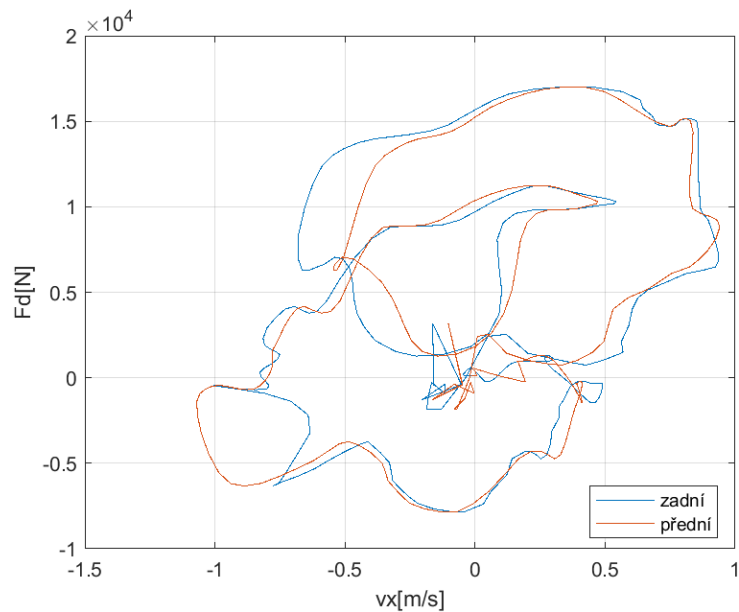
Vynesením závislosti síly na deformaci patky dostanu charakteristiku zobrazenou na obrázku 26.



Obr. 26 Závislost síly na deformaci u přední a zadní patky

Patrná je velká hystereze. To ukazuje na značný útlum.

Dále je znázorněna závislost celkové síly na rychlosti deformace. Rychlost deformace je vypočtena derivací vztahů (9) a (10). Výsledná závislost je zobrazen na obrázku 27.

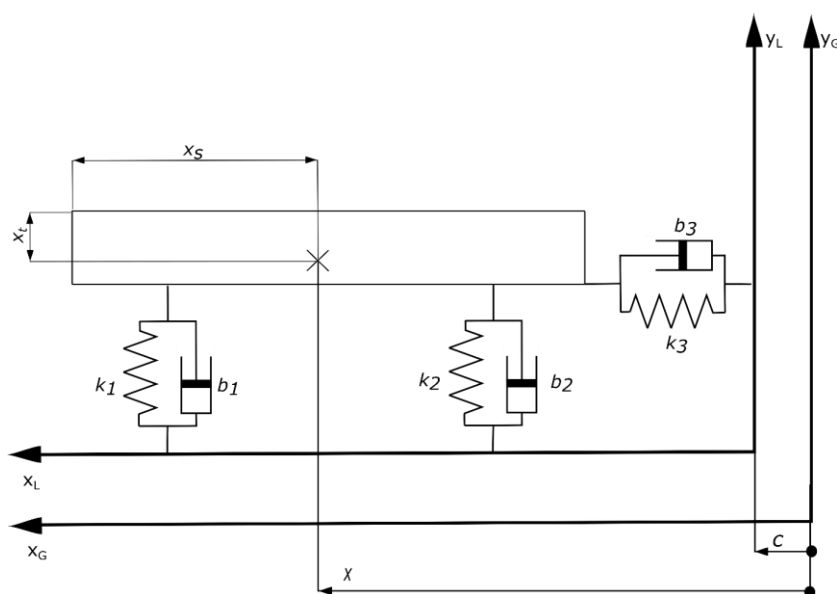


Obr. 27 Závislost síly na rychlosti deformace

5. Zavedení matematického modelu

Jedná se o symetrický případ, je tedy možné ho převést na dvourozměrnou úlohu. Svislá složka odezvy nosičů je nahrazena pružinou a tlumičem zvlášť pro přední a zvlášť pro zadní nosič. Vodorovná složka odezvy je nahrazena pružinou a tlumičem společně pro přední i zadní nosič (obr. 28). Rám a střecha jsou uvažovány jako dokonale tuhé. Podobně jako při výpočtu průběhu polohy těžiště jsou použity dva souřadné systémy. Poloha vozíku (lokálního souřadnicového systému) vůči zemi (globálního souřadnicového systému) je označena c .

Takto navržená soustava má tři stupně volnosti: posuv ve svislém a vodorovném smyslu a rotaci. Kinematické poměry vychází z analýzy videa a hmotové charakteristiky jsou známé, hledáme tedy parametry náhradních pružin a tlumičů.



Obr. 28. Náhradní schéma soustavy střešního nosiče a bedny

5.1 Matematický model se stejnými parametry pro přední a zadní nosič

Ačkoliv technické řešení předního a zadního nosiče je identické, členy se liší délkou profilu (roztečí levé a pravé patky), pro zjednodušení budou však uvažovány stejné parametry náhradních členů. Pro sestavení pohybových rovnic je třeba nejprve určit hmotové charakteristiky celé soustavy.

5.1.1 Hmotové charakteristiky

Celková hmotnost je dána součtem hmotnosti bedny, která je definována maximálním povoleným zatížením nosiče, a hmotností nosiče. Obě tyto hodnoty určuje výrobce.

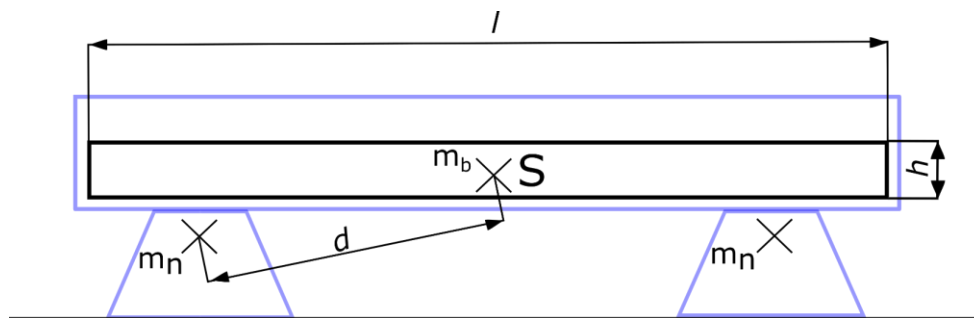
Moment setrvačnosti k těžišti a polohu těžiště určím z CAD modelu nosiče a bedny, výsledky jsou uvedeny v tabulce 3.

Tabulka 3. Hmotové charakteristiky soustavy bedny a nosiče

Hmotnost bedny	m_b	90 kg
Hmotnost nosiče	m_n	5,39 kg
Celková hmotnost	m	95,39kg
Moment setrvačnosti k těžišti	J	9104211 kg·mm ²
x-ová souřadnice těžiště	x_s	500 mm
y-ová souřadnice těžiště	y_s	72,5 mm

Závaží se skládá z dřevěné bedny, do které jsou napevno připevněny ocelové desky. Ocelové desky jsou přišroubované ke dnu a nevyplňují celý objem, takže těžiště celé soustavy je blízko spodní stěny bedny.

Orientačně lze moment setrvačnosti k těžišti vypočítat jako moment setrvačnosti ocelových desek (kvádrů) a přední a zadní patky. Přední a zadní patku lze nahradit tenkými tyčemi rovnoběžnými s osou rotace, procházejícími těžišti jednotlivých nosičů. Rozložení hmoty je zobrazeno na obrázku 29.



Obr. 29 Schéma rozložení hmoty nosiče a závaží

Poloha patek vůči těžišti závaží a rozměry závaží jsou uvedeny v tabulce 4.

Tabulka 4. Rozměry závaží pro výpočet celkového momentu setrvačnosti

l	délka bedny	1000 mm
h	tloušťka desek	65 mm
d	Vzdálenost těžiště bedny od těžiště nosiče	423 mm

Celkový moment setrvačnosti je vypočten pomocí Steinerovy věty (14).

$$J = \frac{1}{12} m_b (l^2 + h^2) + 2 \cdot m_n \cdot d^2 \quad (14)$$

$$J = \frac{1}{12} 95,39 (1000^2 + 65^2) + 5,34 \cdot 423^2$$

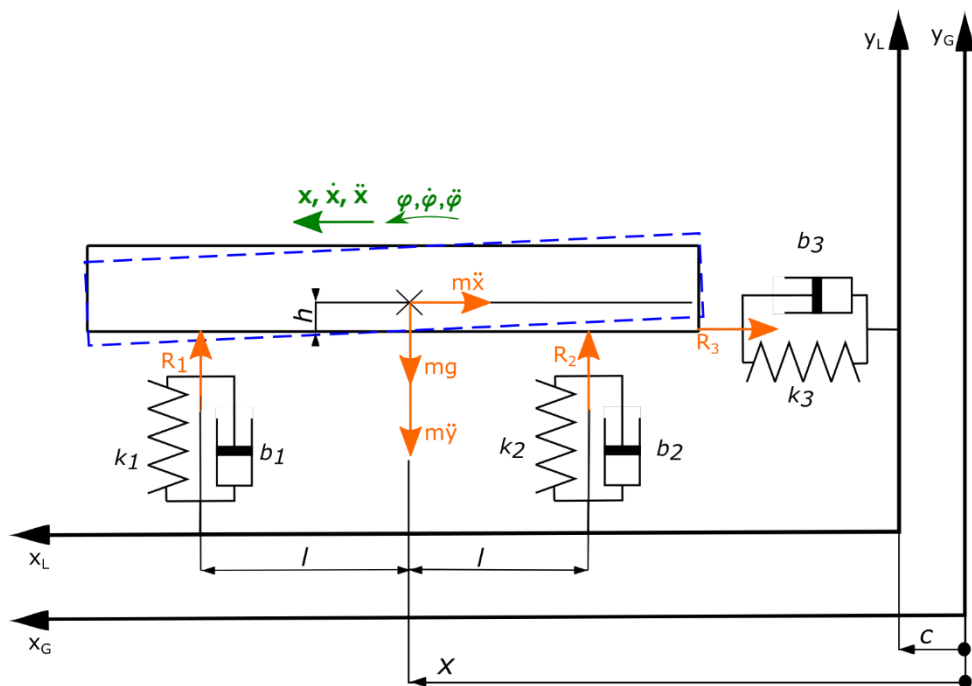
$$J = 8487168 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$$

Výsledná hodnota momentu setrvačnosti řádově odpovídá hodnotě získané z CAD modelu. Hodnotu z CAD dat proto lze považovat za správnou.

5.1.2 Pohybová rovnice

Pohybové rovnice soustavy jsou sestaveny pomocí D'alambertova principu. Kladný směr reakcí je zaveden nahoru a doprava. Deformace pružiny k_1 je rozdílem polohy těžiště bedny v podélném směru a polohy vozíku zkušebního zařízení (lokálního souřadnicového systému) vůči globálnímu souřadnicovému systému. Deformace pružin k_1 a k_2 se skládá ze svislého posuvu těžiště a ze stlačení způsobeného natočením bedny. Svislý posuv těžiště je stejný v lokálním i globálním souřadnicovém systému, protože vozík se ve svislém směru v průběhu nárazu nehýbe. Tlumící síla v jednotlivých patkách je přímo úměrná derivacím těchto deformací. Směr působících reakcí se bude měnit se směrem výsledných deformací.

Momentová rovnice je sestavena k těžišti bedny s kladným směrem působících momentů po směru hodinových ručiček. Kladné směry jednotlivých veličin jsou zobrazeny na obrázku 30.



Obr. 30 Zavedení kladných směrů posuvů a reakcí u náhradního modelu bedny a nosiče

Podle obrázku 30 jsou sestaveny pohybové rovnice (15), (16) a (17).

$$m\ddot{x} + k_3(x - c) + b_3(\dot{x} - \dot{c}) = 0 \quad (15)$$

$$m\ddot{y} + k_1(y + l \cdot \sin \varphi + l_{01}) + b_1(\dot{y} + \dot{\varphi} \cdot l \cdot \cos \varphi) + k_2(y - l \cdot \sin \varphi + l_{02}) + b_2(\dot{y} - \dot{\varphi} \cdot l \cdot \cos \varphi) - gm = 0 \quad (16)$$

$$-J\ddot{\varphi} - l \cdot k_1(y + l \cdot \sin \varphi + l_{01}) - l \cdot b_1(\dot{y} + \dot{\varphi} \cdot l \cdot \cos \varphi) + l \cdot k_2(y - l \cdot \sin \varphi + l_{02}) + l \cdot b_2(\dot{y} - \dot{\varphi} \cdot l \cdot \cos \varphi) + h \cdot k_3(x - c) + h \cdot b_3(\dot{x} - \dot{c}) = 0 \quad (17)$$

Kde x označuje polohu těžiště bedny v globálním souřadnicovém systému a je hledanou odezvou a c polohou vozíku v globálním systému, přičemž na funkci c lze nahlížet jako na buzení. Průběh c udává velikost a vlastnosti pulsu (nárazu) a je určující pro klasifikaci zkoušky a posouzení validity testu.

Konstanty l_{01} , l_{02} vyjadřují předpětí patek způsobené gravitační silou. Po zatížení nosiče bednou za klidu, budou rovnice rovnováhy vypadat následovně (18), (19).

$$k_1 l_{01} + k_2 l_{02} - mg = 0 \quad (18)$$

$$k_1 l_{01} l - k_2 l_{02} l = 0 \quad (19)$$

Z toho lze vyjádřit stlačení přední (20) a zadní (21) patky.

$$l_{01} = \frac{mg}{2k_1} \quad (20)$$

$$l_{02} = \frac{mg}{2k_2} \quad (21)$$

Po dosazení do rovnic (16) a (17) se odečtou členy obsahující l_{01} , l_{02} a gravitační síla, výsledkem úpravy jsou rovnice (22) a (23).

$$m\ddot{y} + k_1(y + l \cdot \sin \varphi) + b_1(\dot{y} + \dot{\varphi} \cdot l \cdot \cos \varphi) + k_2(y - l \cdot \sin \varphi) + b_2(\dot{y} - \dot{\varphi} \cdot l \cdot \cos \varphi) = 0 \quad (22)$$

$$-J\ddot{\varphi} - l \cdot k_1(y + l \cdot \sin \varphi) - l \cdot b_1(\dot{y} + \dot{\varphi} \cdot l \cdot \cos \varphi) + l \cdot k_2(y - l \cdot \sin \varphi) + l \cdot b_2(\dot{y} - \dot{\varphi} \cdot l \cdot \cos \varphi) + h \cdot k_3(x - c) + h \cdot b_3(\dot{x} - \dot{c}) = 0 \quad (23)$$

Úpravou soustavy (15), (22) a (23) zavedením aproximace $\sin \varphi \cong \varphi$ a $\cos \varphi \cong 1$, a uplatnění předpokladů $k_1 \cong k_2$, $b_1 \cong b_2$ dostanu rovnice (23), (24), (25).

$$m\ddot{x} + k_3 x - k_3 c + b_3 \dot{x} - b_3 \dot{c} = 0 \quad (23)$$

$$m\ddot{y} + 2k_1(y + l_0) + 2b_1 \dot{y} - gm = 0 \quad (24)$$

$$-J\ddot{\varphi} - 2 \cdot l^2 \cdot k_1 \cdot \varphi - 2 \cdot l^2 \cdot b_1 \cdot \dot{\varphi} - h \cdot k_3(x - c) - h \cdot b_3(\dot{x} - \dot{c}) = 0 \quad (25)$$

Po úpravě se z třetí (momentové) rovnice se odečtou všechny členy obsahující y . Druhá rovnice neobsahuje buzení ani jinou vazbu na zbylé dvě rovnice. Z toho vyplývá, že

svislá souřadnice těžiště se pro navržený model nemění. Z naměřených dat je patrné že naměřená výchylka těžiště se pohybuje do 4,4 mm, toto zjednodušení je tedy možné považovat za přijatelné.

5.1.3 Řešení soustavy diferenciálních rovnic

Soustava bude řešena pomocí metody postupné integrace v programu Matlab Simulink. Tato metoda spočívá v osamostatnění členu s nejvyšší derivací a následné postupné integraci celé rovnice. Podle upravené soustavy rovnic je sestaveno simulační schéma.

Pro sestavení simulačního schématu je třeba vyjádřit jednotlivé proměnné v nulté derivaci. Nejprve je na levé straně vyjádřen člen s nejvyšší derivací (rovnice 26 a 27), a následně jsou tyto rovnice dvakrát integrovány.

$$\ddot{x} = -\frac{k_3}{m}x + \frac{k_3}{m}c - \frac{b_3}{m}\dot{x} + \frac{b_3}{m}\dot{c} \quad (26)$$

$$\ddot{\varphi} = -\frac{2 \cdot l^2 \cdot k_1}{J}\varphi - \frac{2 \cdot l^2 \cdot b_1}{J}\dot{\varphi} - \frac{h \cdot k_3}{J}(x - c) - \frac{h \cdot b_3}{J}(\dot{x} - \dot{c}) \quad (27)$$

Po dvojnásobné integraci a úpravě dostanu rovnice (28) a (29).

$$x = -\frac{k_3}{m} \iint x dt^2 + \frac{k_3}{m} \iint c dt^2 - \frac{b_3}{m} \int x dt + \frac{b_3}{m} \int c dt \quad (28)$$

$$\varphi = -\frac{2 \cdot l^2 \cdot k_1}{J} \iint \varphi dt^2 - \frac{2 \cdot l^2 \cdot b_1}{J} \int \varphi dt - \frac{h \cdot k_3}{J} \iint (x - c) dt^2 - \frac{h \cdot b_3}{J} \int (x - c) dt \quad (29)$$

Počáteční rychlosti odezvy $x(t)$ a buzení $c(t)$ jsou rovny 8,4 m/s, ostatní počáteční podmínky jsou rovny nule.

$$x(0) = 0; \dot{x}(0) = 8,4 \text{ m/s}; c(0) = 0; \dot{c}(0) = 8,4 \text{ m/s}; \varphi(0) = 0; \dot{\varphi}(0) = 0$$

Na základě těchto rovnic je sestaveno simulační schéma. Signál s průběhem polohy vozíku je do schématu přiveden pomocí bloku „from workspace“ jako matice o velikosti 2x260, kde první sloupec je časový vektor, druhý sloupec obsahuje hodnoty posunutí vozíku ($c(t)$). Ve vlastnostech bloku je nutné nastavit časový interval mezi jednotlivými snímky, dále je třeba zaškrtnout možnost „interpolate data“, protože krok řešiče se liší od kroku naměřených dat. Simulink pro tuto volbu používá lineární interpolaci. Výstupní data jsou vracena do workspacu funkce, která simulaci vyvolala.

Simulační schéma přímo vychází z rovnic (28) a (29). Vodorovné bloky schématu vyjadřují vždy jednu z rovnic, každá větev schématu vyjadřuje jeden ze sčítanců. Příslušný signál je nejprve násoben danou konstantou a následně přičten na vstup takového integrátoru, aby prošel jedním nebo dvěma integrátory podle toho, kolikrát je příslušný člen ve výchozí rovnici integrován.

Počáteční podmínky je třeba přepočítat na integrační konstanty jednotlivých integrátorů. Signál postupně prochází celým schématem. V čase $t=0$ do schématu vstupuje signál o

hodnotě $c(0)$, postupně je násoben a na každém integrátoru jsou přičteny integrační konstanty. Ty musí být nastaveny tak, aby platily počáteční podmínky. Integrační konstanty jsou vypočteny pomocí vztahů (30) a (31)

$$C_2 = x(0) \quad (30)$$

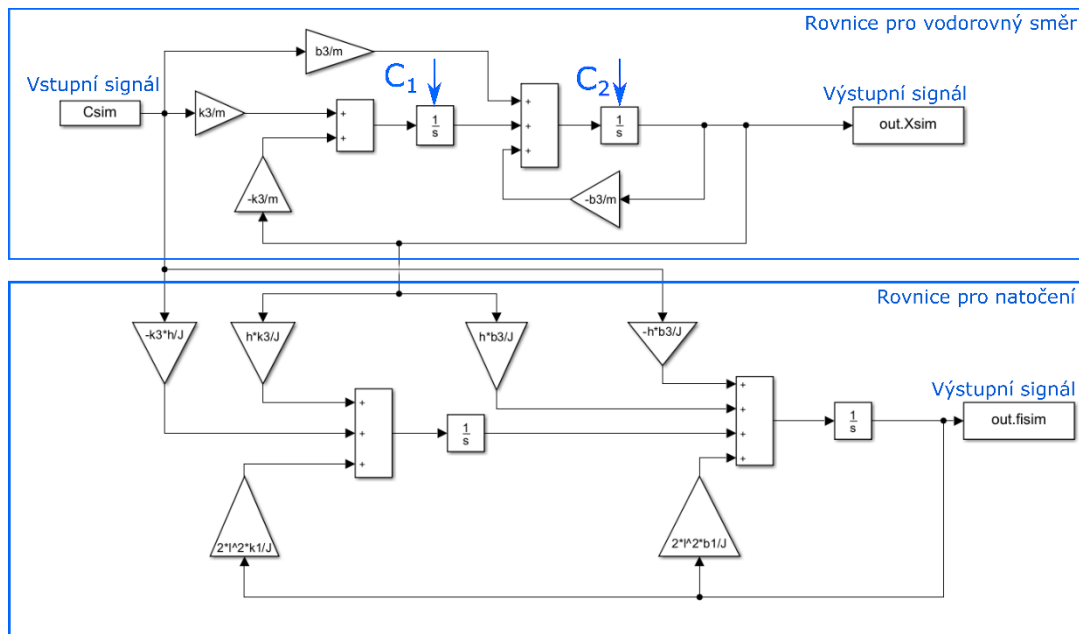
$$\frac{k_3}{m}c(0) - \frac{k_3}{m}x(0) + C_1 = \dot{x}(0) \quad (31)$$

Kde C_1 je konstanta, která vstupuje do prvního integrátoru a C_2 do druhého (označení integrátorů je znázorněno v obrázku 31). Po úpravě výrazů a dosazení počátečních podmínek dostanu:

$$C_2 = 0$$

$$C_1 = \dot{x}(0) = 8,4$$

Ostatní počáteční podmínky jsou nulové



Obr. 31 Simulační schéma pohybových rovnic pro model se stejnými parametry pro přední a zadní nosič v prostředí programu Simulink

5.1.4 Nastavení řešiče

Jako řešič v simulinku je zvolen ode4 – Runge-Kutta čtvrtého řádu s fixním krokem. Metoda Runge-Kutta patří mezi jednokrokové metody, což znamená, že funkční hodnotu daného kroku vypočítá pouze na základě kroku předchozího. Jedná se o velice stabilní a přesnou metodu.

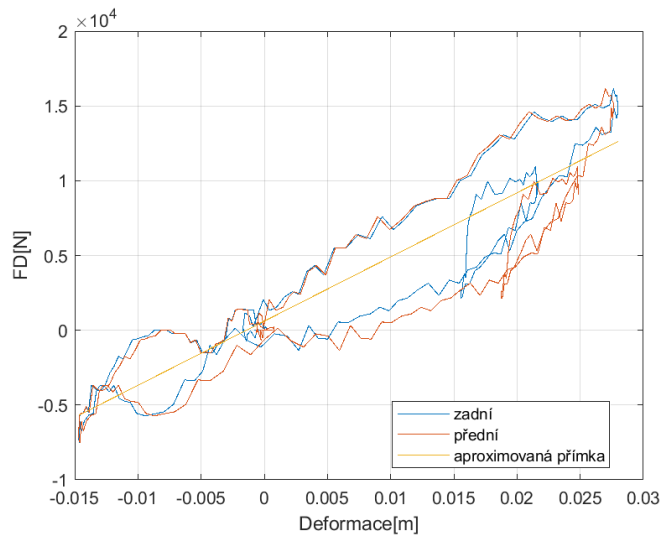
Pro optimalizaci volím krok 0,00001 s, pro finální výpočet byl použit krok 0,0000001 s. Krok řešiče se liší od intervalu mezi naměřenými hodnotami, z toho důvodu je vektor buzení na bloku „From Workspace“ interpolován. Výstupní data tedy mají jinou

snímkovací frekvenci než vstupní (naměřená) data a je třeba to při dalším zpracování výsledků zohlednit.

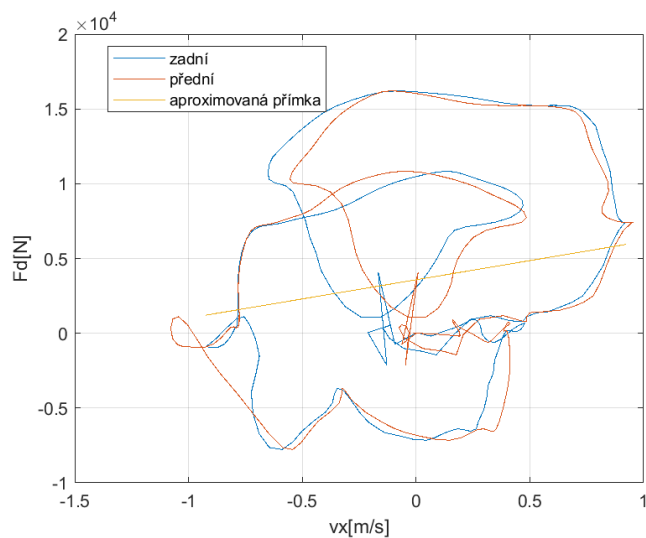
5.1.5 Volba vstupních parametrů pro optimalizaci

Odhad parametrů náhradních členů bude proveden pomocí optimalizačního algoritmu. Vstupní hodnoty pro optimalizaci jsou voleny dle grafů uvedených v kapitole 4.5, kde jsou popsány závislosti deformace a rychlosti deformace na setrvačné síle v podélném směru. Posuvy v podélném směru jsou velmi malé a z naměřených dat hodnoty pro svislý směr odečíst nelze. Vstupní parametry pro náhradní členy ve svislém směru volím shodně s hodnotami pro vodorovný směr. Cílem je určit řádovou hodnotu vstupních parametrů.

Zmiňované grafy jsou proloženy přímkou (obr. 32 a 33) a z jejich směrnice jsou určeny řádové hodnoty tuhosti a tlumení, tyto hodnoty jsou uvedeny v tabulce 5.



Obr. 32 Proložení závislosti setrvačné síly na deformaci patky přímkou



Obr. 33 Proložení závislosti setrvačné síly na rychlosti deformace patky přímkou

Tabulka 5. Odhadnuté hodnoty tuhosti a tlumení pro vstup do optimalizace

Tlumení	2,56e3 kg/s
Tuhost	4,29e5 N/m

5.1.6 Optimalizace

Pro optimalizaci parametrů byla zvolena funkce `fminsearch` v `matlabu`, použita byla výchozí dvoufázová simplexová metoda. Příkaz „`fminsearch`“ hledá minimum funkce v argumentu. Cílovou funkcí je součet druhých mocnin rozdílů naměřených hodnot a výstupu simulace (32). Minimalizuje se tedy součet absolutních odchylek naměřených dat a modelu. Je-li průběh posunutí zadán v metrech, bude hodnota odhadnuté chyby měření z kapitoly 4 přibližně stejná pro natočení i pro posunutí (0,001165 m pro posunutí a 0,0011 ÷ 0,0012 rad pro natočení). Protože absolutní chyba měření obou průběhů je srovnatelná a minimalizují se taktéž absolutní odchylky, nezavádím žádné váhy. Důsledkem je, že se oba optimalizované průběhy na velikosti cílové funkce podílí stejnou měrou.

$$q = \sum_{i=1}^{260} [(x_{\text{exp } i} - x_{\text{sim } i})^2 + (\varphi_{\text{exp } i} - \varphi_{\text{sim } i})^2] \quad (32)$$

Kde hodnoty x_{sim} a φ_{sim} jsou výstupy ze simulačního schématu. Pro praktickou realizaci optimalizace je třeba vytvořit pomocnou funkci ve vlastním M-souboru, která vyvolá simulační schéma a provede simulaci pro hodnoty navržené funkcí `fminsearch`. Z výstupu simulačních dat a vzorových experimentálních dat vypočte hodnotu kriteriální funkce dle vztahu (32) a její hodnotu vrátí funkci `fminsearch`, která na základě výsledku navrhne další hodnoty, dokud nedojde k nalezení minima.

5.1.7 Výsledky

Minimum kriteriální funkce bylo nalezeno pro hodnoty:

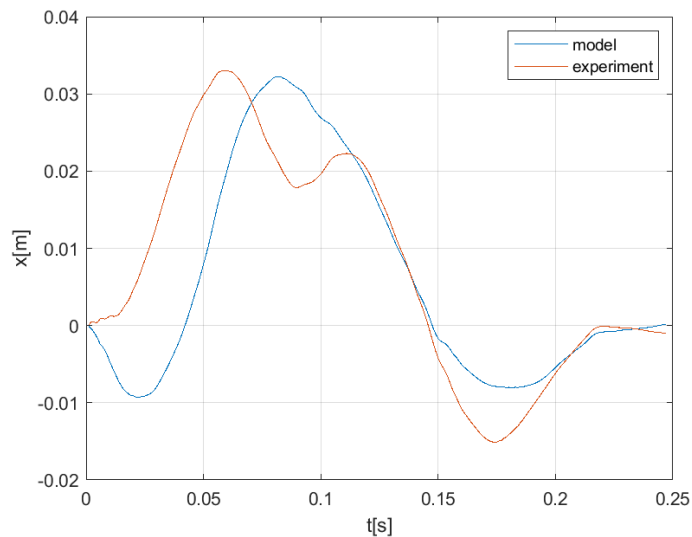
$$b_1 = 3,389 \cdot 10^3 \text{ kg/s}$$

$$k_1 = 5,946 \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

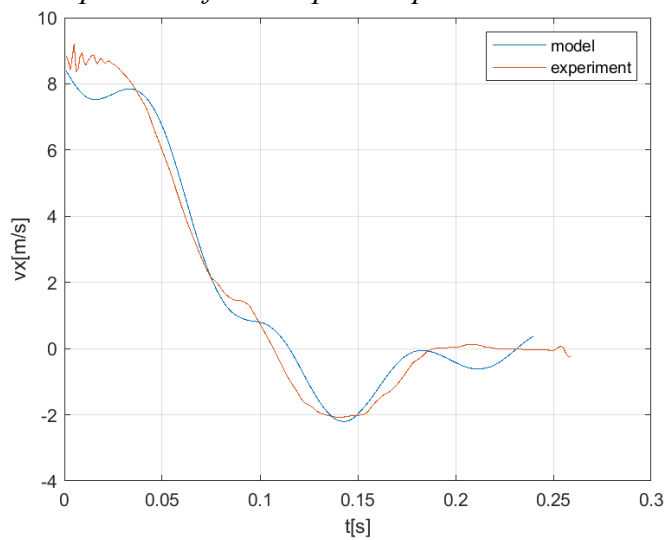
$$b_3 = 1,211 \cdot 10^3 \text{ kg/s}$$

$$k_3 = 7,974 \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

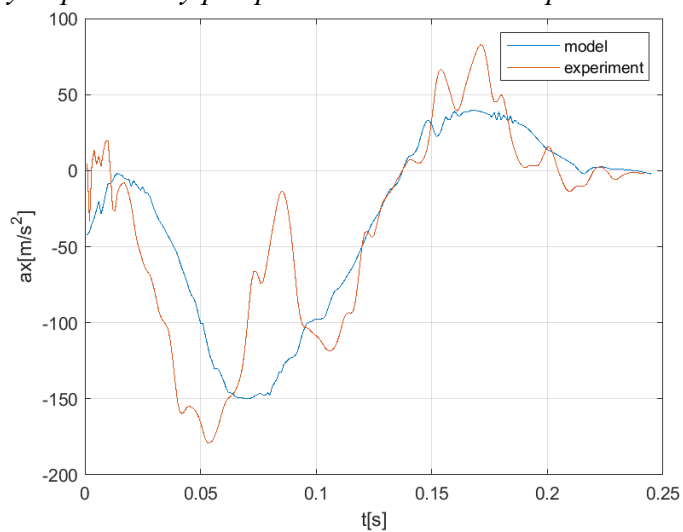
Průběh budící funkce a odezvy je velmi podobný. Pro názornější srovnání je tedy přehlednější zobrazit jejich rozdíl. Na obrázku 34 je zobrazena relativní výchylka bedny vůči karoserii. Průběhy rychlosti a zrychlení a kinematické veličiny posunutí ve svislém směru a natočení jsou dále zobrazeny v globálním souřadnicovém systému (vůči zemi).



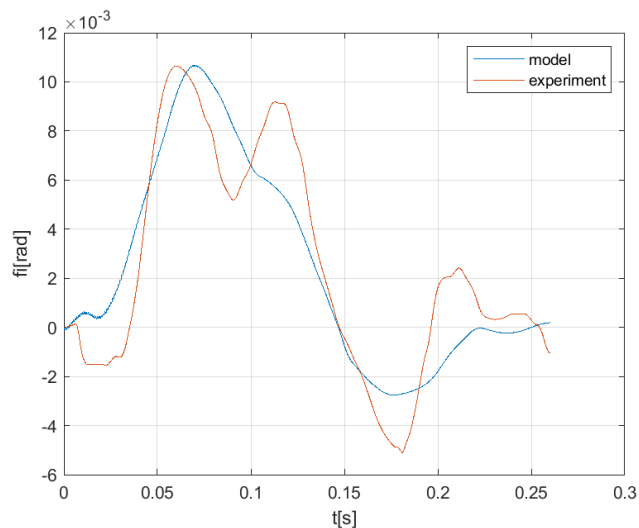
Obr. 34 Porovnání rozdílu buzení a odezvy ve směru osy x u experimentu a modelu, odpovídá deformaci patek v podélném směru



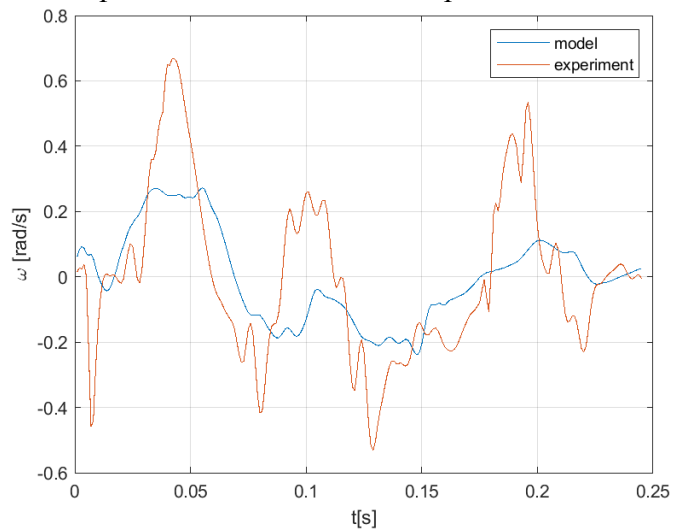
Obr. 35 Porovnání průběhu rychlosti těžiště bedny u experimentu a u modelu se shodnými parametry pro přední a zadní nosič v podélném směru



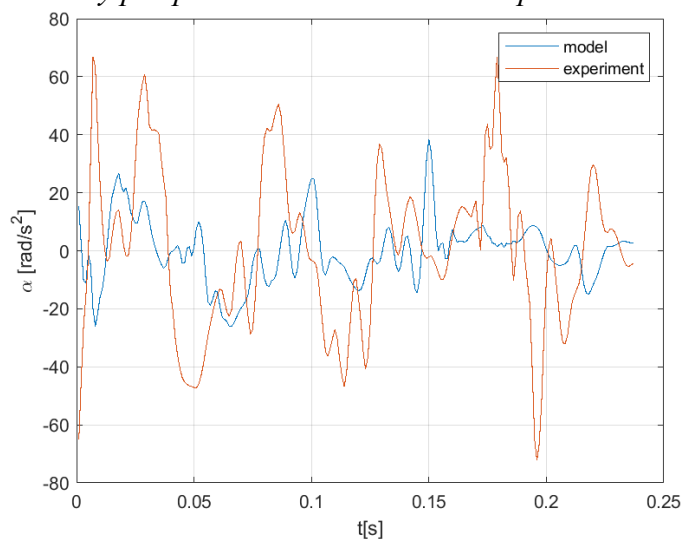
Obr. 36 Porovnání průběhu zrychlení těžiště bedny u experimentu a u modelu se shodnými parametry pro přední a zadní nosič v podélném směru



Obr. 37 Porovnání průběhu natočení bedny u modelu se shodnými parametry pro přední a zadní nosič a u experimentu



Obr. 38 Porovnání průběhu úhlových rychlostí bedny u modelu se shodnými parametry pro přední a zadní nosič a u experimentu



Obr. 39 Porovnání průběhů úhlových zrychlení bedny u modelu se shodnými parametry pro přední a zadní nosič a u experimentu

Z výsledků je patrné, že ve vodorovném směru bedna kmitá s odlišnou frekvencí. To ukazuje odlišný průběh tuhosti v tomto směru než předpokládaný lineární. Výrazné rozdíly modelu oproti experimentu se také projevují v grafech na obrázcích 37, 38 a 39, které zobrazují natočení bedny v čase, úhlovou rychlost a úhlové zrychlení. Tato nepřesnost může být způsobena tím, že hodnoty náhradních členů předního a zadního nosiče byly voleny jako shodné a jejich účinky se proto vzájemně ruší. Ze stejného důvodu v grafech nejsou zobrazeny hodnoty pro svislý směr. Z pohybových rovnic je patrné, že tyto hodnoty budou nulové. Pro zpřesnění modelu je vhodné zavést rozdílné hodnoty pro náhradní členy přední a zadní patky ($b_1 \neq b_2, k_1 \neq k_2$).

5.2 Model s rozdílnými koeficienty pro přední a zadní nosič

V první fázi bylo předpokládáno, že parametry přední a zadní patky jsou stejné. Ve skutečnosti se rozteč předního a zadního nosiče liší o přibližně 50 mm. Pro zpřesnění modelu tedy budou zavedeny rozdílné parametry náhradní členy předního a zadního nosiče. Z rovnic (23), (24), (25) jsou obdobně jako v předešlém případě vyjádřeny nejvyšší derivace. Nyní je uvažováno, že hodnoty $b_1 \neq b_2$ a $k_1 \neq k_2$, výsledkem je soustava rovnic (33), (34), (35).

$$\ddot{x} = -\frac{k_3}{m}x + \frac{k_3}{m}c - \frac{b_3}{m}\dot{x} + \frac{b_3}{m}\dot{c} \quad (33)$$

$$\ddot{y} = -\frac{k_1}{m}y - \frac{k_1 l}{m}\varphi - \frac{b_1}{m}\dot{y} - \frac{b_1 l}{m}\dot{\varphi} - \frac{k_2}{m}y + \frac{k_2 l}{m}\varphi - \frac{b_2}{m}\dot{y} + \frac{b_2 l}{m}\dot{\varphi} + g \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} = & -\frac{l \cdot k_1}{J}y - \frac{l^2 \cdot k_1}{J}\varphi - \frac{l \cdot b_1}{J}\dot{y} - \frac{l^2 \cdot b_1}{J}\dot{\varphi} + \frac{l \cdot k_2}{J}y - \frac{l^2 \cdot k_2}{J}\varphi + \frac{l \cdot b_2}{J}\dot{y} \\ & - \frac{l^2 \cdot b_2}{J}\dot{\varphi} + \frac{h \cdot k_3}{J}x - \frac{h \cdot k_3}{J}c + \frac{h \cdot b_3}{J}\dot{x} - \frac{h \cdot b_3}{J}\dot{c} \end{aligned} \quad (35)$$

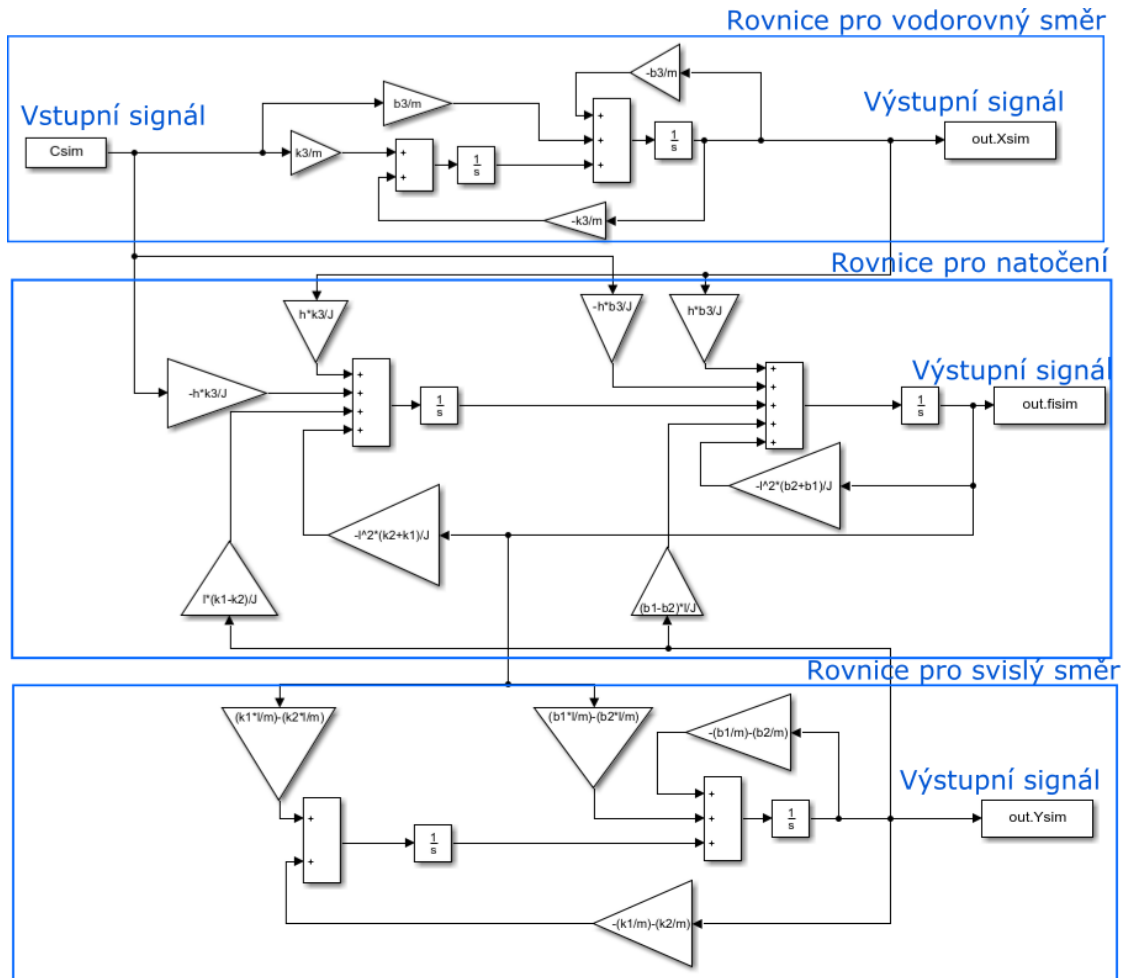
Výsledkem dvojité integrace je soustavu rovnic (36), (37) a (38).

$$x = -\frac{k_3}{m} \iint x dt^2 + \frac{k_3}{m} \iint c dt^2 - \frac{b_3}{m} \int x dt + \frac{b_3}{m} \int c dt \quad (36)$$

$$\begin{aligned} y = & -\frac{k_1}{m} \iint y dt^2 - \frac{k_1 l}{m} \iint \varphi dt^2 - \frac{b_1}{m} \int y dt - \frac{b_1 l}{m} \int \varphi dt - \frac{k_2}{m} \iint y dt^2 \\ & + \frac{k_2 l}{m} \iint \varphi dt^2 - \frac{b_2}{m} \int y dt + \frac{b_2 l}{m} \int \varphi dt + g \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \varphi = & -\frac{l \cdot k_1}{J} \iint y dt^2 - \frac{l^2 \cdot k_1}{J} \iint \varphi dt^2 - \frac{l \cdot b_1}{J} \int y dt - \frac{l^2 \cdot b_1}{J} \int \varphi dt \\ & + \frac{l \cdot k_2}{J} \iint y dt^2 - \frac{l^2 \cdot k_2}{J} \iint \varphi dt^2 + \frac{l \cdot b_2}{J} \int y dt \\ & - \frac{l^2 \cdot b_2}{J} \int \varphi dt + \frac{h \cdot k_3}{J} \iint x dt^2 - \frac{h \cdot k_3}{J} \iint c dt^2 + \frac{h \cdot b_3}{J} \int x dt \\ & - \frac{h \cdot b_3}{J} \int c dt \end{aligned} \quad (38)$$

Na základě těchto rovnic je sestaveno simulační schéma zobrazené na obrázku 40.



Obr. 40 Simulační schéma pohybových rovnic pro model s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič matematického modelu

Cílovou funkcí je obdobně jako v předešlém případě součet druhých mocnin rozdílů naměřených dat a dat získaných ze simulace (39), v tomto případě je ale nutné zahrnout i posunutí ve svislém směru.

$$q = \sum_{i=1}^{260} \left[(x_{\text{exp}i} - x_{\text{sim}i})^2 + (\varphi_{\text{exp}i} - \varphi_{\text{sim}i})^2 + (y_{\text{exp}i} - y_{\text{sim}i})^2 \right] \quad (39)$$

5.2.1 Výsledky

Minimum kritériální funkce bylo nalezeno pro hodnoty:

$$b_1 = 2,271 \cdot 10^2 \text{ kg/s}$$

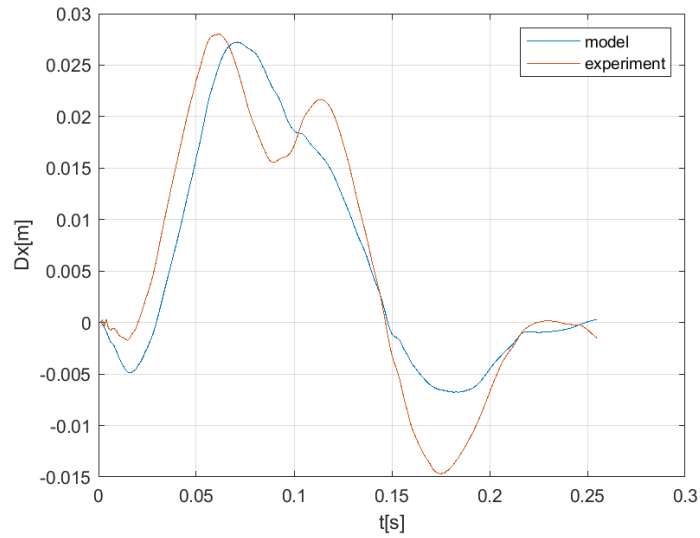
$$k_1 = 7,448 \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

$$b_2 = 1,041 \cdot 10^4 \text{ kg/s}$$

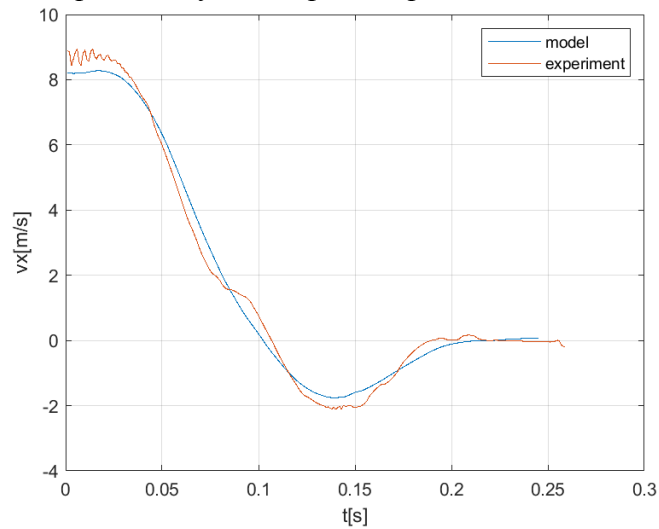
$$k_2 = 4,707 \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

$$b_3 = 2,667 \cdot 10^3 \text{ kg/s}$$

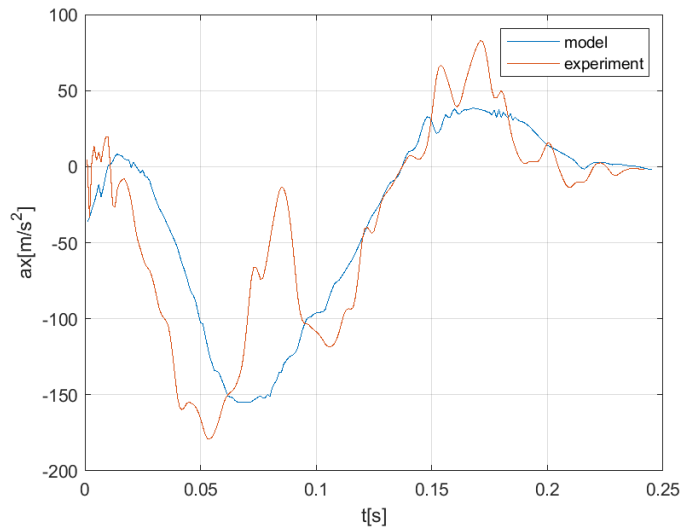
$$k_3 = 3,871 \cdot 10^5 \text{ N/m}$$



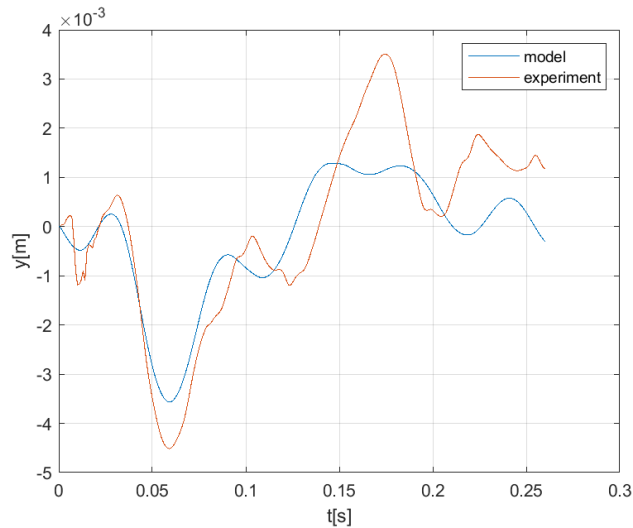
Obr. 41 Porovnání rozdílů buzení a odezvy ve směru osy x u experimentu a modelu, odpovídá deformaci patek v podélném směru



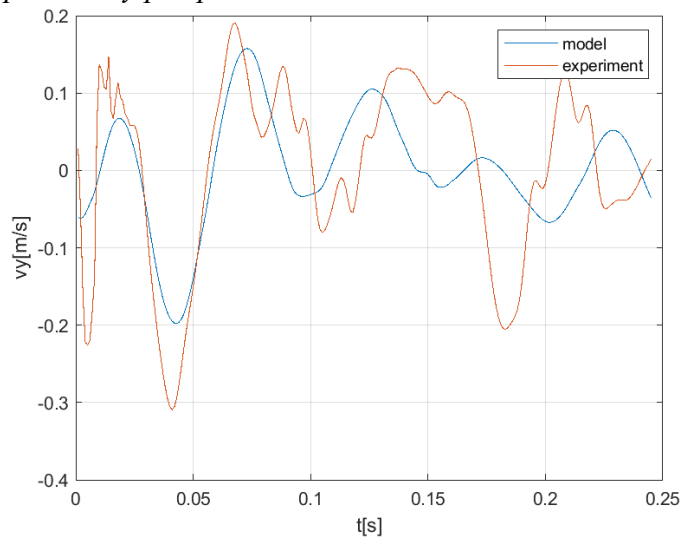
Obr. 42 Porovnání průběhu absolutní rychlosti bedny u experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič v podélném směru



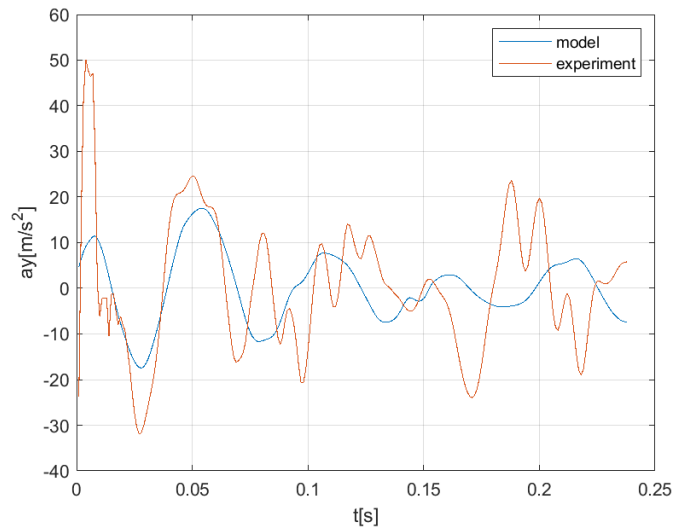
Obr. 43 Porovnání průběhu zrychlení těžiště bedny experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič v podélném směru



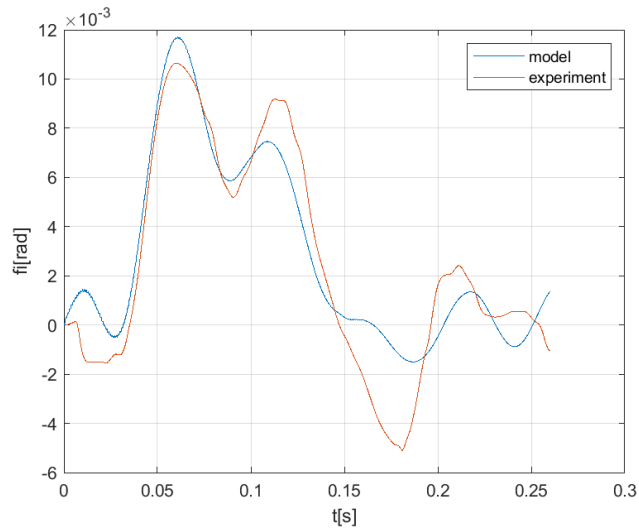
Obr. 44 Porovnání průběhu polohy těžiště bedny experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič ve svislém směru



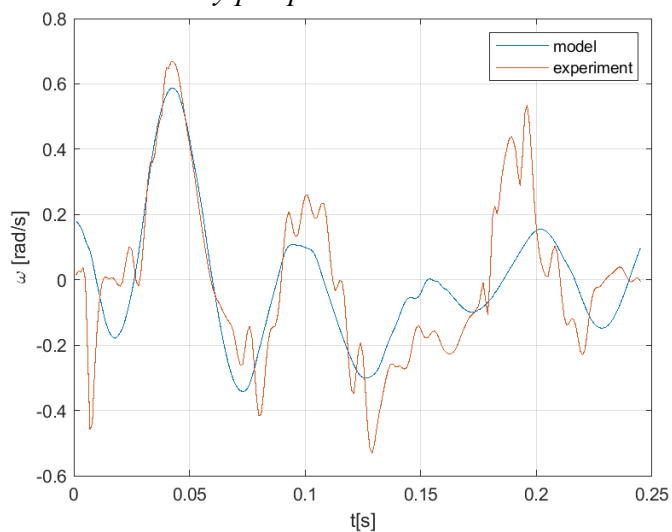
Obr. 45 Porovnání průběhů rychlosti těžiště bedny experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič ve svislém směru



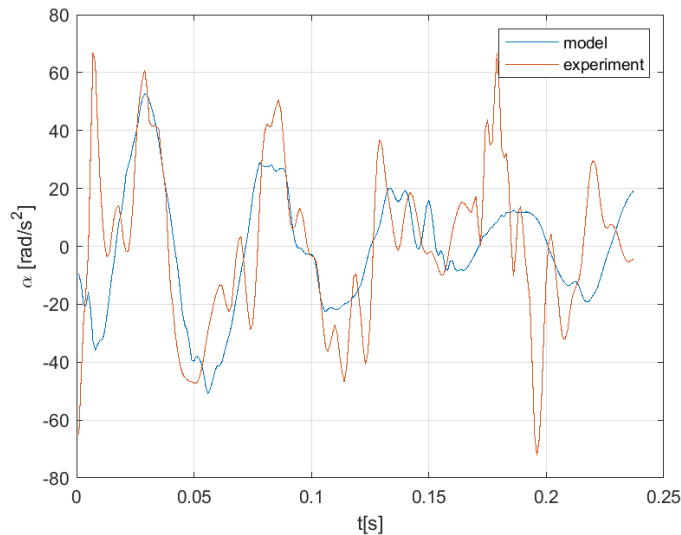
Obr. 46 Porovnání průběhů zrychlení těžiště bedny experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič ve svislém směru



Obr. 47 Porovnání průběhů natočení bedny experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič



Obr. 48 Porovnání průběhů úhlových rychlostí bedny experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič



Obr. 49 Porovnání průběhů úhlových zrychlení experimentu a modelu s rozdílnými parametry pro přední a zadní nosič

Z obrázku 42 je patrné, že model v podélném směru reaguje s mírným zpožděním oproti naměřeným datům. Zároveň zrychlení, a tedy setrvačná síla je menší než ve skutečnosti. Tuhost v podélném směru bude tedy v prvních milisekundách nárazu menší než tuhost k_3 . Na druhou stranu dle experimentálních dat bedna ve špičce kmitá s vyšší frekvencí, než model, což ukazuje na skutečnost, že tuhost v těchto hodnotách deformace je vyšší než tuhost k_3 nalezená optimalizací.

Průběh natočení nyní odpovídá v dostačující míře. Ve svislém směru lze pozorovat odchylku především ve výchylce těžiště. Hodnoty posunutí jsou však velmi malé a jsou výrazně zatíženy chybou měření.

5.3 Matematický model s nelineární pružinou

Na základě výsledků předešlého modelu lze vyvodit závěr, že pružina k_3 je nelineární, s tuhnoucí charakteristikou. V čase cca 140 ms nastává překmit do záporných hodnot deformace, charakteristika pružiny proto musí být definována pro kladné i pro záporné hodnoty. Jelikož je konstrukce nosiče symetrická, bude i charakteristika náhradní pružiny uvažována jako symetrická podle nuly.

Na základě těchto poznatků zavedu tuhost pružiny v podélném směru jako lineární funkci, kde argumentem je absolutní hodnota deformace. Tuhost je zavedena vztahem (40). Absolutní hodnotou je zajištěna symetrie podle nuly a pro kladné hodnoty parametru a bude charakteristika tuhnoucí.

$$k_3 = a \cdot |x - c| + d \quad (40)$$

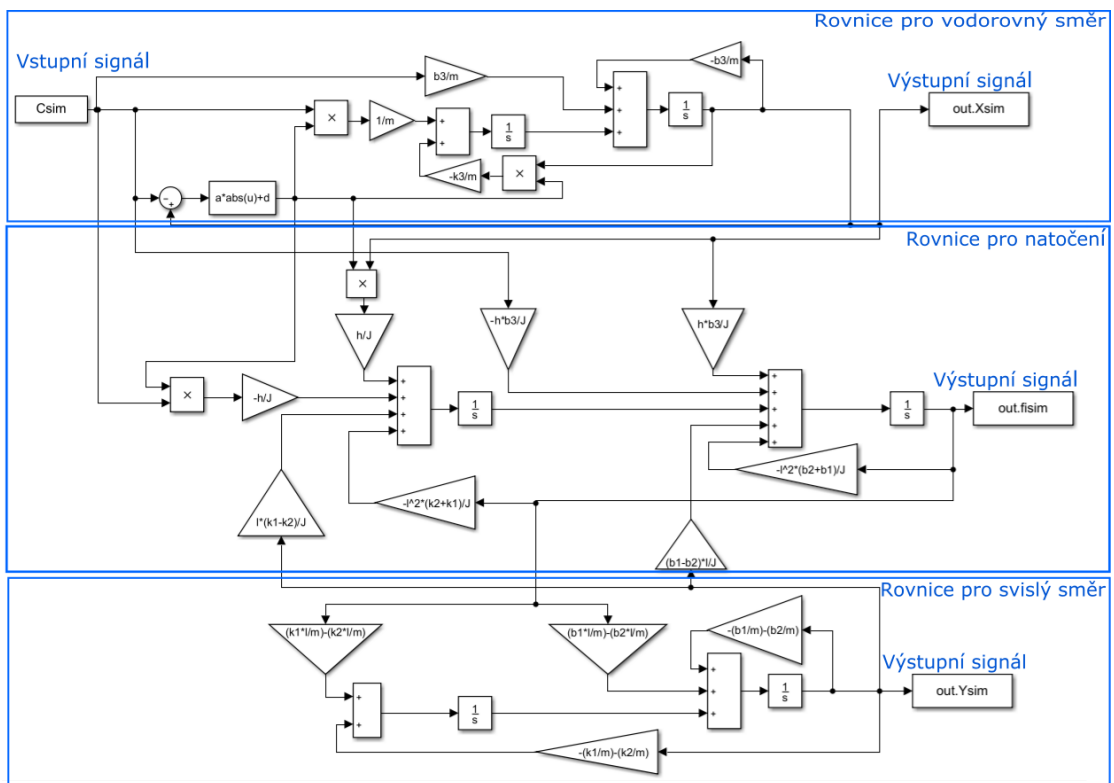
Po dosazení navržené charakteristiky do rovnic (15), (22), (23) přejdou pohybové rovnice do tvaru (41), (42), (43).

$$m\ddot{x} + (a \cdot |x - c| + d) \cdot (x - c) + b_3(\dot{x} - \dot{c}) = 0 \quad (41)$$

$$m\ddot{y} + k_1(y + l \cdot \sin \varphi + l_0) + b_1(\dot{y} + \dot{\varphi} \cdot l \cdot \cos \varphi) + k_2(y - l \cdot \sin \varphi + l_0) + b_2(\dot{y} - \dot{\varphi} \cdot l \cdot \cos \varphi) - gm = 0 \quad (42)$$

$$-J\ddot{\varphi} - l \cdot k_1(y + l \cdot \sin \varphi) - l \cdot b_1(\dot{y} + \dot{\varphi} \cdot l \cdot \cos \varphi) + l \cdot k_2(y - l \cdot \sin \varphi) + l \cdot b_2(\dot{y} - \dot{\varphi} \cdot l \cdot \cos \varphi) + h \cdot (a \cdot |x - c| + d) \cdot (x - c) + h \cdot b_3(\dot{x} - \dot{c}) = 0 \quad (43)$$

Simulační schéma (obr. 50) je sestaveno obdobně jako v předchozích případech. Místo tuhosti k_3 je na vstup příslušných integrátorů přiveden signál z bloku, který vypočte okamžitou hodnotu tuhosti dle navržené funkce. Vstupem do tohoto bloku je rozdíl hodnoty buzení a výstupní hodnoty posunutí těžiště bedny v podélném směru. Okamžitá tuhost je pak násobena daným signálem dle upravené soustavy rovnic (41), (42) a (43) obdobně jako v předešlých případech.



Obr. 50 Simulační schéma modelu s nelineární pružinou

5.3.1 Výsledky

Výstupem optimalizace jsou hodnoty:

$$b_1 = 2,271 \cdot 10^2 \text{ kg/}$$

$$k_1 = 7,448 \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

$$b_2 = 1,041 \cdot 10^4 \text{ kg/s}$$

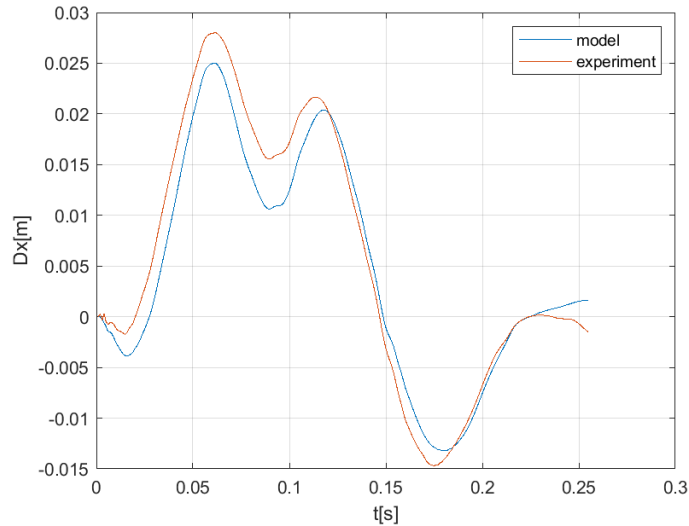
$$k_2 = 4,707 \cdot 10^5 N/m$$

$$b_3 = 2,667 \cdot 10^3 kg/s$$

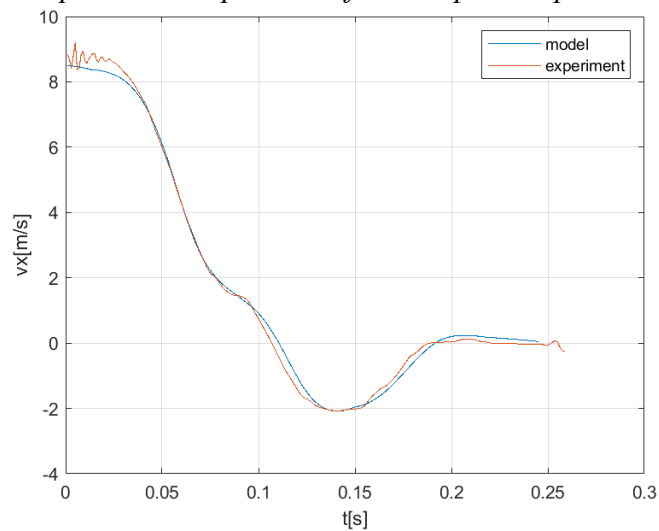
$$a = 2,667 \cdot 10^3 kg/s$$

$$d = 2,667 \cdot 10^3 N/m$$

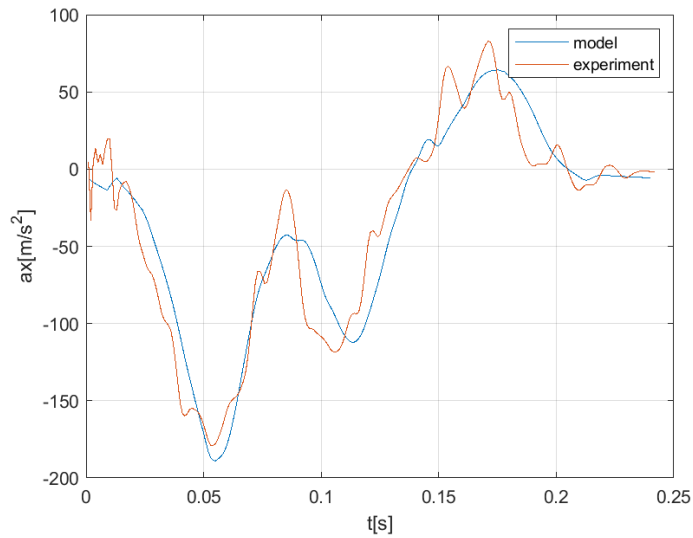
Výstupy ze simulace jsou zakresleny do následujících grafů.



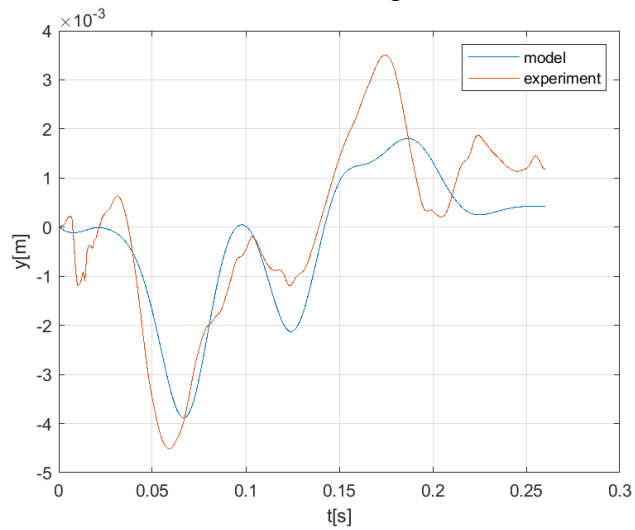
Obr.51 Porovnání rozdílu buzení a odezvy ve směru osy x u experimentu a modelu s nelineární pružinou, odpovídá deformaci patek v podélném směru



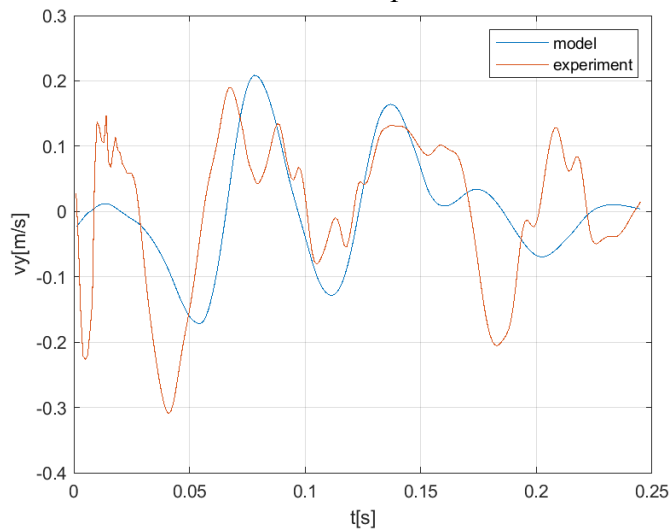
Obr.52 Porovnání průběhu rychlosti bedny v podélném směru u experimentu a modelu s nelineární pružinou



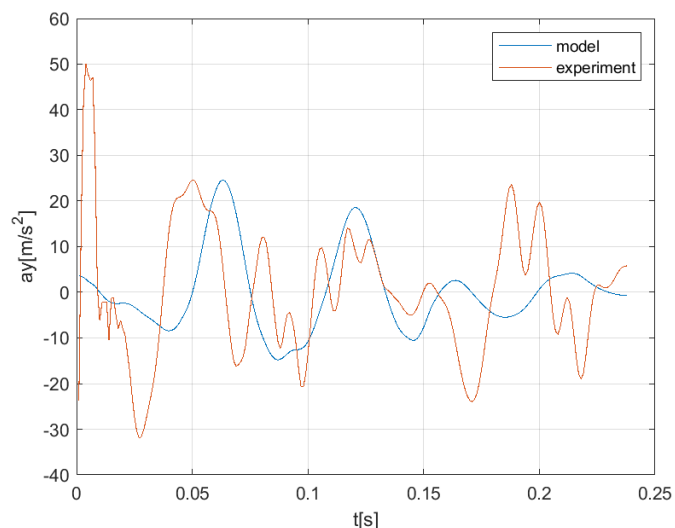
Obr.53 Porovnání průběhu zrychlení těžiště bedny v podélném směru u experimentu a modelu s nelineární pružinou



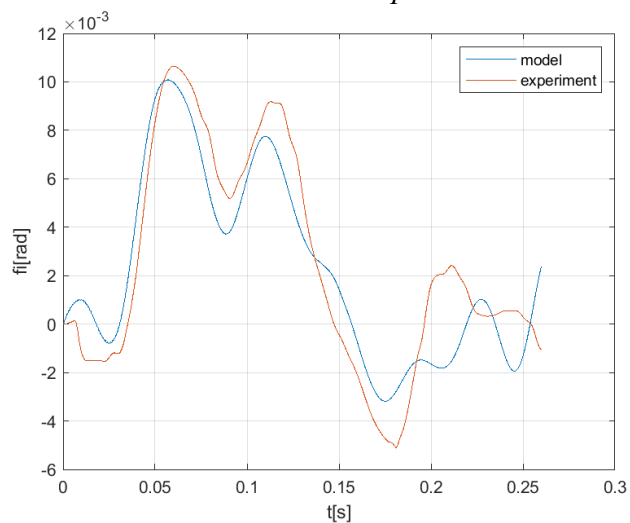
Obr.54 Porovnání průběhu polohy těžiště bedny ve svislém směru u experimentu a modelu s nelineární pružinou



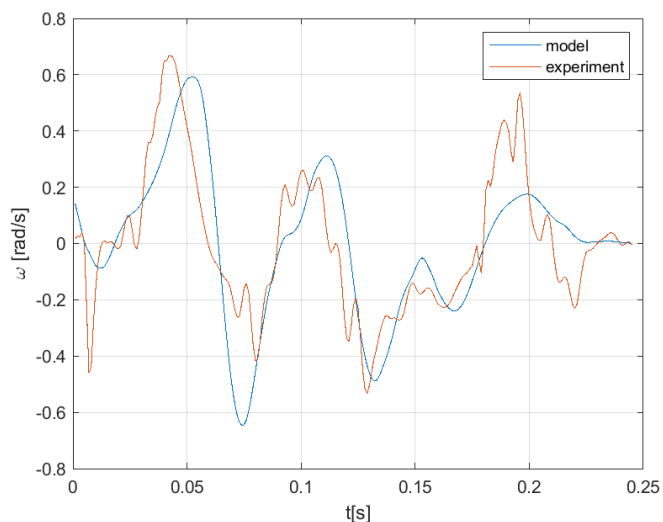
Obr.55 Porovnání průběhů rychlosti těžiště bedny ve svislém směru u experimentu a modelu s nelineární pružinou



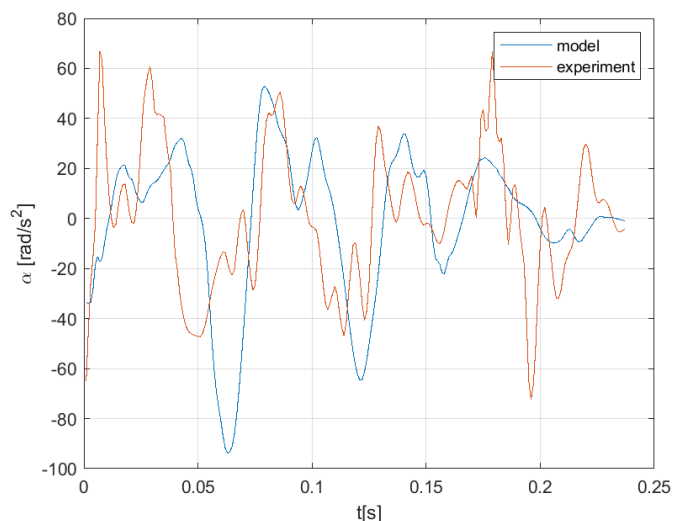
Obr.56 Porovnání průběhů zrychlení těžiště bedny ve svislém směru u experimentu a modelu s nelineární pružinou



Obr.57 Porovnání průběhů natočení bedny u experimentu a modelu s nelineární pružinou



Obr.58 Porovnání průběhů úhlové rychlosti bedny u experimentu a modelu s nelineární pružinou



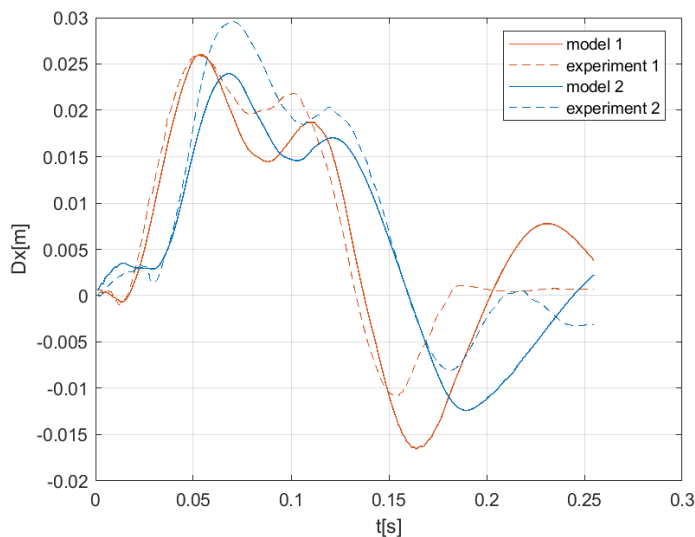
Obr.59 Porovnání průběhů úhlového zrychlení bedny u experimentu a modelu s nelineární pružinou

Z obrázků 51, 52 a 53 vyplývá, že navržená nelineární pružina dobře popisuje deformaci nosiče v podélném směru v průběhu nárazu. Průběh natočení bedny taktéž odpovídá experimentu v dostatečné míře, a to jak v první, tak ve druhé derivaci. Dle obrázku 54 průběh posunutí ve svislém směru vykazuje nepřesnosti, největší absolutní odchylka je 4,4 mm, přičemž velikost jednoho pixelu původního videozáznamu je 1,165 mm. Výsledek je tedy výrazně zatížen chybou měření.

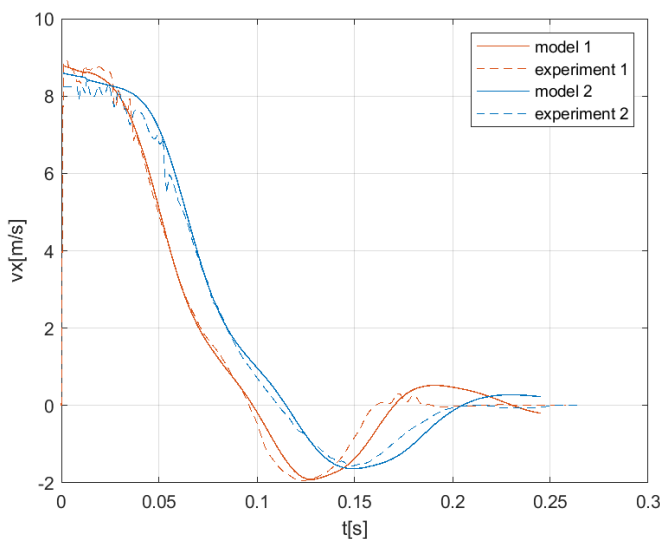
6. Ověření navrženého modelu

Po sestavení modelu byly provedeny další dvě nárazové zkoušky. Průběh pulzu těchto zkoušek je odlišný od pulzu, pro který byl model navržen z důvodu špatné opakovatelnosti zkušebního zařízení. Tento fakt je možné využít pro ověření přesnosti modelu pro odlišné průběhy budící funkce. Videozáznamy z těchto zkoušek jsou zpracovány postupem popsaným v kapitolách 3 a 4. Budící funkce získané tímto způsobem jsou použity pro provedení simulace a výsledek simulace je porovnán se skutečným chováním nosiče v průběhu nárazu.

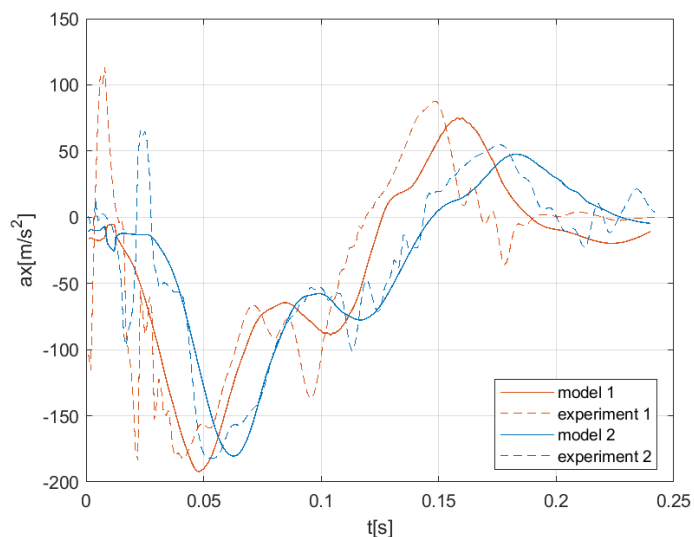
První zkouška byla provedena na identickém nosiči, karoserii a zkušebním zařízení jako zkouška, pro kterou byl model sestaven (v následujících grafech označena experiment 1). Druhá ověřovací zkouška byla provedena na karoserii jiného vozidla s nepatrně odlišnou dosedací plochou (označena experiment 2).



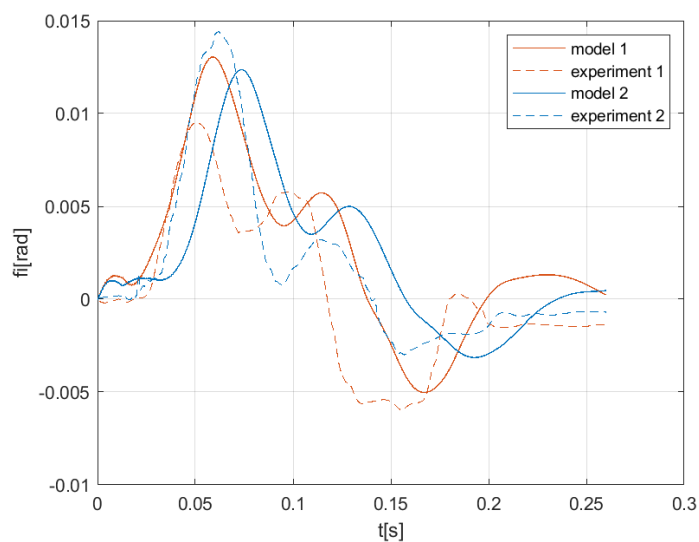
Obr.60 Porovnání rozdílů buzení a odezvy ve směru osy x u dvou ověřovacích zkoušek



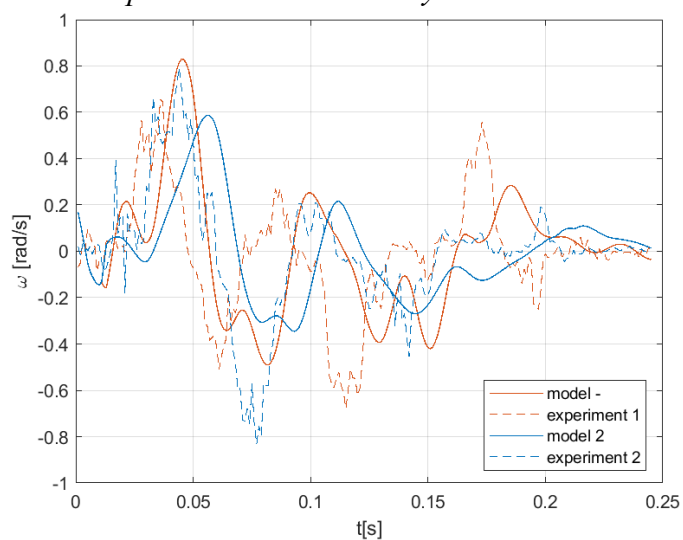
Obr.61 Porovnání průběhu rychlosti bedny u dvou ověřovacích zkoušek



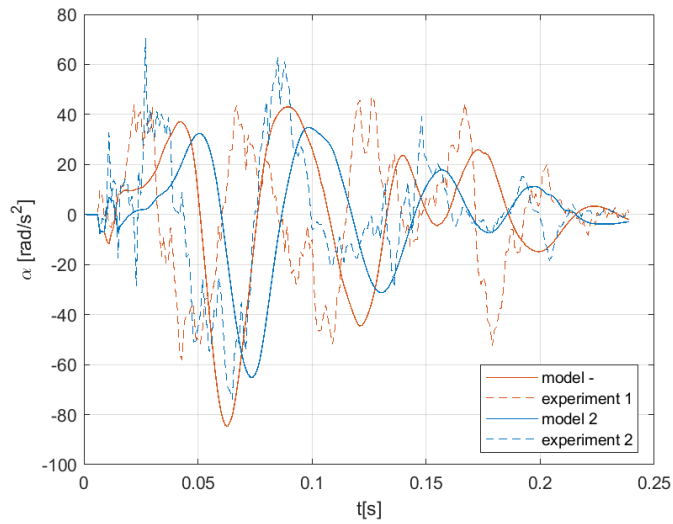
Obr.62 Porovnání průběhu zrychlení těžiště bedny v podélném směru u dvou ověřovacích zkoušek



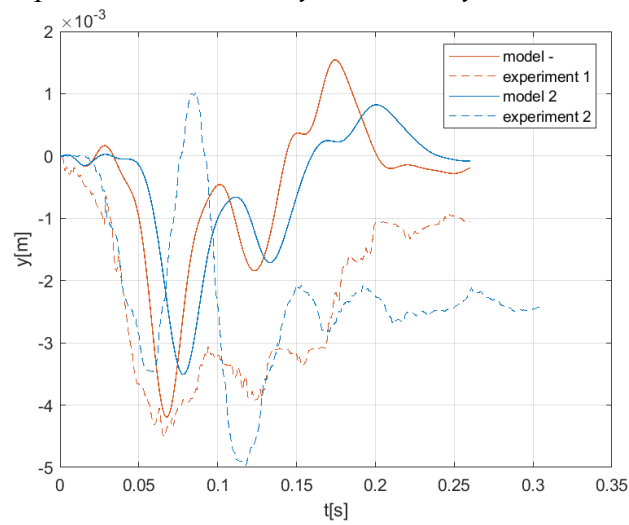
Obr.63 Porovnání průběhů natočení bedny u dvou ověřovacích zkoušek



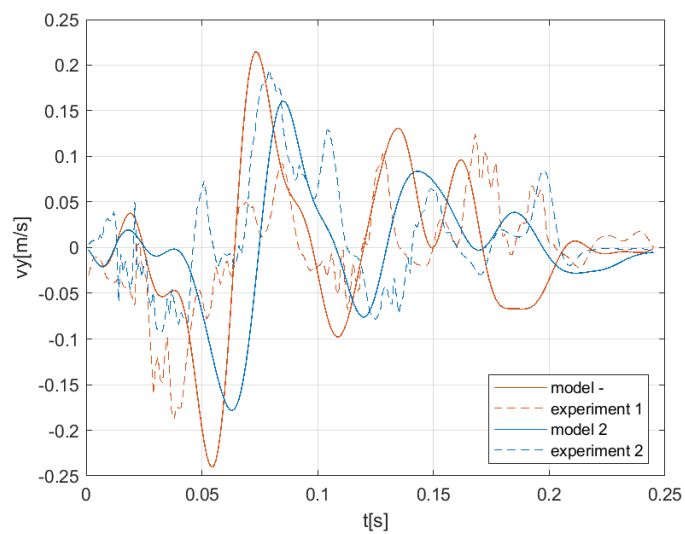
Obr.64 Porovnání průběhu úhlové rychlosti bedny ve svislém směru u dvou ověřovacích zkoušek



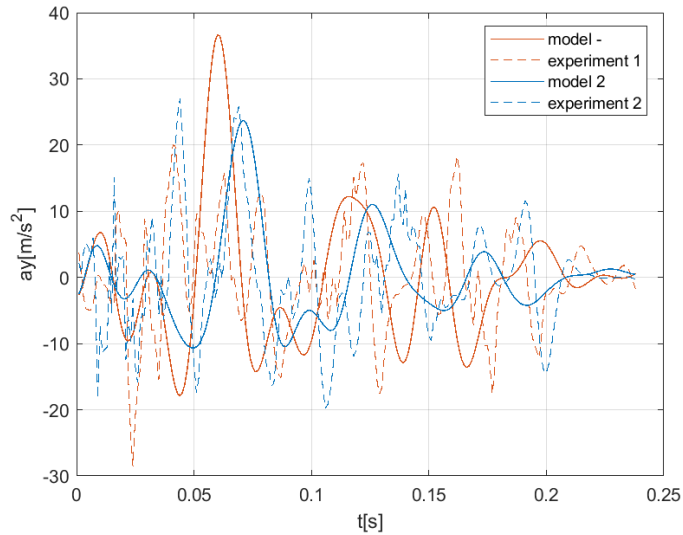
Obr.65 Porovnání průběhů úhlového zrychlení bedny u dvou ověřovacích zkoušek



Obr.66 Porovnání průběhu polohy těžiště bedny ve svislém směru u dvou ověřovacích zkoušek



Obr.67 Porovnání průběhů rychlosti těžiště bedny ve svislém směru u dvou ověřovacích zkoušek



Obr. 68 Porovnání průběhů zrychlení těžiště bedny ve svislém směru u dvou ověřovacích zkoušek

Nejvýraznější odchylky se projevují u kinematických veličin ve svislém směru, což je dáno malou relativní přesností dostupných dat. Rozdíl výchylky ve svislém směru u simulací a experimentů činí 2-3 mm, což odpovídá velikosti přibližně 2-3 pixelů.

Dle grafů 60, 61 a 62 popisujících pohyb v podélném směru matematický model dostatečně odpovídá realitě, přičemž zrychlení v podélném směru se podílí na namáhání nosiče největší měrou. V tomto smyslu lze považovat navržený model za vyhovující.

Závěr

Cílem práce bylo sestavit matematický model popisující chování nosiče v průběhu nárazové zkoušky na základě analýzy videozáznamu. Analýza videa byla provedena programem Tracker pro různé části zkušební soustavy. Úprava těchto dat se ukázala jako značně problematická, především z důvodu nízké vzorkovací frekvence a aperiodičnosti signálu. Použití běžných filtrů založených na filtraci ve frekvenčním spektru způsobovalo přílišnou deformaci signálu. Lepších výsledků bylo dosaženo použitím filtru založeném na vlnkové transformaci.

Soustava nosiče se závažím byla nahrazena jednou hmotou a třemi paralelními zapojeními pružin a tlumičů se třemi stupni volnosti. Koeficienty náhradních členů byly odhadnuty optimalizací pomocí dvoufázového simplexového algoritmu. Postupně byly navrženy a ověřeny tři varianty matematického modelu, přičemž jako nejvýhodnější se ukázal model s rozdílnými členy pro přední a zadní nosič ve svislém směru a s nelineární pružinou pro podélný směr. Charakteristika nelineární pružiny byla navržena jako lineární funkce, jejímž argumentem je absolutní hodnota deformace v podélném směru.

V podélném směru, tedy ve směru, ve kterém je nosič nejvíce namáhán, bylo dosaženo uspokojivých výsledků. Model byl ověřen i na dalších dvou zkouškách pro pulsy s mírně odlišným průběhem, a to dokonce i na karoserii s mírně odlišnou geometrií. Taktéž u průběhu natočení výsledky v dostatečné míře kopírují experiment. Hodnoty posunutí ve svislém směru jsou zatíženy chybou měření a výsledky jsou tedy pouze orientační. Dostatečně však doplňují představu o chování nosiče v průběhu nárazu.

Další zpřesnění je možné provést zavedením složitější charakteristiky nelineární pružiny. Vhodná by byla například po částech lineární funkce závislosti tuhosti na deformaci s více zlomy, jejíž použití pro náhradní členy modelů pro nárazové zkoušky je popsáno například v článku [1]. Takový model však vyžaduje provedení optimalizace pro více parametrů, čímž výrazně roste obtížnost výpočtu. Nalezení globálního minima by tak pravděpodobně vyžadovalo použití komplikovanějšího algoritmu než základní matlab funkce `fminsearch`.

Cílem práce bylo navrhnout matematický model na základě velmi omezených vstupních dat s nízkou vzorkovací frekvencí. Lze konstatovat, že navrženou metodikou analýzy videa a zpracování dat lze efektivně sledovat průběh pohybu jednotlivých částí zkušební soustavy v podélném směru, bez nutnosti použití dalších snímačů, a tedy zvyšování nákladů na zkoušku. Pro sledování pohybu ve svislém směru navržená metoda není příliš vhodná, z důvodu vysoké chyby měření.

Použitá literatura

- [1] KLAUSEN, Andreas, Sondre Sanden TØRDAL, Hamid Reza KARIMI, Kjell G. ROBBERSMYR, Mladen JECMENICA a Ole MELTEIG, 2014. Firefly Optimization and Mathematical Modeling of a Vehicle Crash Test Based on Single-Mass. *Journal of Applied Mathematics* [online]. 2014, 1–10. ISSN 1110-757X, 1687-0042. Dostupné z: doi:10.1155/2014/150319
- [2] HUANG, Matthew, 2002. *Vehicle crash mechanics*. Boca Raton, Fla: CRC Press. ISBN 9780849301049.
- [3] PAWLUS, Witold, Hamid Reza KARIMI a Kjell G. ROBBERSMYR, 2014. Investigation of vehicle crash modeling techniques: theory and application. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* [online]. 70(5–8), 965–993. ISSN 0268-3768, 1433-3015. Dostupné z: doi:10.1007/s00170-013-5320-3
- [4] DEB, A a K C SRINIVAS, 2008. Development of a new lumped-parameter model for vehicle side-impact safety simulation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering* [online]. 222(10), 1793–1811. ISSN 0954-4070, 2041-2991. Dostupné z: doi:10.1243/09544070JAUTO801
- [5] LIM, Jae Moon, 2017. Lumped mass-spring model construction for crash analysis using full frontal impact test data. *International Journal of Automotive Technology* [online]. 18(3), 463–472. ISSN 1229-9138, 1976-3832. Dostupné z: doi:10.1007/s12239-017-0046-0
- [6] PAWLUS, Witold, Kjell Gunnar ROBBERSMYR, Hamid Reza KARIMI a Arnfinn FANGHOL, 2011. The performance investigation of viscoelastic hybrid models in vehicle crash event representation. *IFAC Proceedings Volumes* [online]. 44(1), 2138–2143. ISSN 14746670. Dostupné z: doi:10.3182/20110828-6-IT-1002.00284
- [7] MANUEL EDO DIESTE; VÍCTOR OLIVERAS MÉRIDA , 2011. CAR LOAD SECURITY TEST (“CITY CRASH”) INSTALLATION. In: 15th International Congress On Project Engineering [online]. Dostupné z: <http://cated-raseat.upc.edu>
- [8] STEFFAN, H., B. C. GEIGL, A. MOSER a M. HOFINGER, 2003. HyperG - A New Hydro Pneumatic Catapult Type Sled. In: *SAE 2003 World Congress & Exhibition* [online]. s. 2003-01–0496 [vid. 2020-05-04]. Dostupné z: doi:10.4271/2003-01-0496
- [9] ISO/PAS 11154. *Road vehicles — Roof load carriers*. Switzerland, 2006.

- [10] BROWN, Douglas, nedatováno. Tracker Video Analysis and Modeling Tool for Physics Education [online] [vid. 2020-05-07]. Dostupné z: <https://physlets.org/tracker/>
- [11] ISO 6487:2015. Road vehicles — Measurement techniques in impact tests — Instrumentation. 6. 2015.

Příloha A – obsah přiloženého DVD

- Výstupní nezpracovaná data z analýzy videa
- Program v Matlabu pro zpracování dat
- Program pro optimalizaci hodnot navrženého modelu
- Soubor s kriteriální funkcí pro optimalizaci
- Simulační schéma v programu Simulink