Univerzita Hradec Králové

Přírodovědecká fakulta

Katedra matematiky

Rovnice a jejich aplikace ve sportu (ve slovních úlohách se sportovní tematikou)

Bakalářská práce

Autor: Bára Vágenknechtová

Studijní program: B1101 Matematika

Studijní obor: Matematika se zaměřením na vzdělávání
Tělesná výchova se zaměřením na vzdělávání

Vedoucí práce : PhDr. Jana Cachová, Ph.D.

Hradec Králové duben 2018

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracovala samostatně a že jsem v seznamu použité literatury uvedla všechny prameny, z kterých jsem vycházela.

V Hradci Králové dne Bára Vágenknechtová

Poděkování

Ráda bych poděkovala vedoucí mé práce, PhDr. Janě Cachové, Ph.D. za vstřícný přístup po dobu vedení mé práce, za její trpělivost, rady a připomínky k práci. Dále bych chtěla poděkovat rodině za jejich pochopení a podporu.

Anotace

VÁGENKNECHTOVÁ Bára. *Rovnice a jejich aplikace ve sportu (ve slovních úlohách se sportovní tematikou).* Hradec Králové, 2018. Bakalářská práce na Přírodovědecké fakultě Univerzity Hradec Králové. Vedoucí diplomové práce PhDr. Jana Cachová, Ph.D. 47 s.

Bakalářská práce zkoumá možnosti využití rovnic ve sportu a tělovýchově. Je zaměřena na rovnice počítané na středních školách. V rámci práce je sestavena sbírka úloh se sportovní tématikou, ve které můžeme najít kromě úloh ze středoškolských učebnic úlohy s reálnými místy, osobami a událostmi.

Klíčová slova

rovnice, sport, slovní úlohy, matematika

Annotation

VÁGENKNECHTOVÁ Bára. *Equations and their application in sport (in word problems related to sport).* Hradec Králové, 2018. Bachelor Thesis at Faculty of Science University of Hradec Králové. Thesis Supervisor PhDr. Jana Cachová, Ph.D. 47 p.

Bachelor thesis explores the possibilities of using the equations in sport and physical education. It is focused on the equations calculated in high schools. As part of the thesis has been compiled a collection of word problems related to sport. Besides word problems from high school textbooks we can find word problems with real places, people and events in the collection.

Keywords

equations, sport, word problems, mathematics

Obsah

Úvod

Tato práce je snahou propojit matematiku a tělesnou výchovu. Snaží se ukázat, že rovnice (a tedy matematiku) můžeme vidět i tam, kde bychom ji nehledali. Cílem bakalářské práce je výzkum možností využití rovnic ve sportu a tělovýchově a vytvoření sbírky úloh řešených pomocí rovnic se sportovní tématikou.

Práce začíná úvodem do teorie rovnic a jejich řešení. Teorie je zaměřena na rovnice řešené na středních školách.

Dále práce zkoumá možnosti využití rovnic ve sportu a tělovýchově. Rovnice můžeme využít například při výpočtech konečných výsledků některých sportovních disciplín, optimální intezity zatížení nebo ve funkční diagnostice.

Na základě členění teoretické části je vytvořena sbírka úloh. Ke každému tématu z teoretické části nalezneme několik příkladů, z toho alespoň jeden řešený. První část sbírky je orientovaná na příklady, které můžeme vyřešit i bez znalosti teorie ze sportovních disciplín. Jsou to příklady, které můžeme najít ve středoškolských učebnicích či sbírkách nebo úlohy upravené tak, aby se v nich objevovala reálná místa, osoby či události. Tato úprava by mohla přispět ke sportovnímu přehledu žáků a zajímavosti úloh. Další část sbírky je zaměřena na využití rovnic ve sportu a tělovýchově. V této části je nutná znalost teorie zpracované v teoretické části práce.

1 Teoretická část

1.1 Rovnice

Mějme dány funkce $f(x), g(x)$. Rovnicí o jedné neznámé označujeme úlohu zjistit, zda pro některá x platí vztah $f(x) = g(x)$. Pokud existuje, najít všechna taková x. Takové x, pro které daný vztah platí, nazýváme řešení rovnice či kořen rovnice. Termín řešení rovnice se někdy užívá i pro celý postup hledání neznámé x. Funkci f(x) nazýváme pravá strana rovnice, funkci g(x) levá strana rovnice, proměnnou x neznámá. Pokud se jedna z funkcí $f(x), g(x)$ rovná nule, můžeme rovnici napsat ve tvaru např. $h(x) = 0$ a říkáme, že rovnice je v anulovaném tvaru. (Jarník, Šisler, 1969; Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

Algebraickou rovnicí nazveme rovnici ve tvaru $f(x) = 0$, kde $f(x)$ je mnohočlen. Rovnici tedy můžeme napsat ve tvaru

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0,$$

kde n je přirozené číslo a číslo a_0 je různé od 0. Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n$ nazýváme koeficienty rovnice, číslo a_n absolutní člen rovnice. Pokud $a_0 = 1$, řekneme, že rovnice je v normovaném tvaru. Na tento tvar lze převést všechny algebraické rovnice vydělením všech koeficientů číslem a_0. (Jarník, Šisler, 1969)

Úlohu najít všechny uspořádané n-tice neznámých $x_1, \ldots, x_n$, pro které se rovnají dva dané výrazy, nazýváme rovnicí o n neznámých Všechny takové n-tice s danou vlastností nazýváme řešením rovnice. Slovo kořen se používá pouze u rovnic o jedné neznámé. Názvosloví se používá stejné jako u rovnic s jednou neznámou. (Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

Pokud nebude uvedeno jinak, budeme v práci uvažovat pouze řešení v oboru reálných čísel.

1.1.1 Lineární rovnice

Lineární rovnice je algebraická rovnice prvního stupně, kterou lze upravit na tvar

$$ax + b = 0,$$

kde a není rovno 0. Tato rovnice má právě jedno řešení, a to $x = -\frac{b}{a}$. (Jarník, Šisler, 1969; Boček, Bočková, Charvát, 1994)

Rovnice v anulovaném tvaru lze řešit pomocí tohoto jednoduchého vzorce. Z rovnice v neanulovaném tvaru získáme rovnici ve tvaru anulovaném převáděním na rovnice, které mají právě všechna řešení shodná se všemi řešeními původní rovnice. Takovým rovnicím říkáme rovnice ekvivalentní a úpravy, díky kterým jich dosáhneme, úpravy ekvivalentní. Mezi ekvivalentní úpravy patří:

a. přičtení téhož čísla k oběma stranám rovnice

b. vynásobení obou stran rovnice týmž číslem různým od nuly

c. přičtení libovolného násobku neznámé k oběma stranám rovnice

(Jarník, Šisler, 1969; Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

1.1.2 Kvadratické rovnice

Kvadratická rovnice je rovnice tvaru

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

kde koeficient a je různý od 0. Člen ax^2 nazýváme kvadratický člen, bx lineární člen a c absolutní člen. Čísla a, b, c nazýváme koeficienty. (Jarník, Šisler, 1969; Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

Pokud se absolutní člen $c = 0$, získáváme tvar

$$ax^2 + bx = 0.$$

Tento tvar snadno upravíme na tvar $x(ax + b) = 0$. Využijeme poznatku, že součin dvou čísel je roven nule, pokud jeden z činitelů je roven nule. Naše rovnice se tedy bude rovnat nule v případě:

1. $x = 0$
2. $ax + b = 0$, tedy $x = -\dfrac{b}{a}$

(Jarník, Šisler, 1969)

Pokud $b = 0$, získáváme tvar

$$ax^2 + c = 0.$$

V takovémto případě rovnici nazveme ryze kvadratickou rovnicí. Tuto rovnici snadno upravíme na tvar $x^2 = -\frac{c}{a}$. Pokud je číslo na pravé straně rovnice nezáporné, odmocněním celé rovnice získáváme tvar $|x| = \sqrt{-\frac{c}{a}}$. Řešeními rovnice jsou tedy $x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$ a $x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$. Pokud je číslo na pravé straně záporné, nemá rovnice v oboru reálných čísel žádný kořen. Pokud rozšíříme obor reálných čísel na obor komplexních čísel, dostaneme opět dva kořeny: $x_1 = i\sqrt{\frac{c}{a}}, x_2 = -i\sqrt{\frac{c}{a}}$. (Jarník, Šisler, 1969; Boček, Bočková, Charvát, 1994)

Kořeny kvadratické rovnice lze určit podle určitého vzorce, který platí i pro speciální případy uvedené výše. Nyní si ho odvodíme.

Nejprve obecný předpis kvadratické rovnice uvedeme do normovaného tvaru, tedy

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0,$$

kde $a \neq 0$ a a, b, c jsou reálná čísla. Poté provedeme tzv. úpravu na úplný čtverec a dostaneme

$$(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0.$$

Přičtením výrazu$\frac{b^2}{4a^2}$ k oběma stranám rovnice a odečtením výrazu $\frac{c}{a}$ od obou stran rovnice získáváme tvar

$$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}.$$

Číslo $b^2 - 4ac$ se nazývá diskriminant a určuje charakter kořenů kvadratické rovnice. Budeme rozlišovat 3 případy:

1. Diskriminant je kladný

   Tím i celý zlomek $\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ je kladný a existuje odmocnina tohoto zlomku. Odmocněním celé rovnice získáme rovnici:

   $$|x + \frac{b}{2a}| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

   Pro kořeny rovnice platí:

   $$x_1 + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, x_2 + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Úpravou získáme

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

kde čísla x_1, x_2 jsou kořeny rovnice.

Pokud je tedy diskriminant kladný, rovnice má dva kořeny. (Jarník, Šisler, 1969; Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

2. Diskriminant je roven 0

   Je-li diskriminant roven 0, má rovnice tvar

$$(x + \frac{b}{2a})^2 = 0.$$

   Kořenem rovnice je tedy kořen rovnice $x + \frac{b}{2a} = 0$. Řešením této rovnice je pouze $x = -\frac{b}{2a}$. O takovéto rovnici hovoříme, že má dvojnásobný kořen. (Jarník, Šisler, 1969; Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

3. Diskriminant je záporný

   Je-li diskriminant záporný, v oboru reálných čísel rovnice nemá řešení. V oboru komplexních čísel však můžeme nalézt dva kořeny:

$$x_1 = \frac{-b + i\sqrt{4ac - b^2}}{2a}, x_2 = \frac{-b - i\sqrt{4ac - b^2}}{2a}.$$

   Za symbol $\sqrt{D}$ budeme nyní uvažovat čísla δ a $-\delta$, ze kterých po umocnění získáme $\delta^2 = D$. Předpokládáme tedy, že existuje komplexní číslo $\delta = \alpha + i\beta$, kde α, β jsou reálná čísla. (Jarník, Šisler, 1969; Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

   Je-li $D < 0$, musí platit

$$\delta^2 = (\alpha + i\beta)^2 = \alpha^2 + 2i\alpha\beta - \beta^2 = D < 0$$

   Z toho vyplývá, že

$$\alpha^2 - \beta^2 = D < 0$$

$$2\alpha\beta = 0$$

   Ze druhého vztahu plyne, že buď α nebo β musí být rovno 0. Kdyby bylo β rovno 0, muselo by platit $\alpha^2 = D < 0$. Vzhledem k faktu, že α je reálné číslo, to není možné. Musí tedy platit vztah $\alpha = 0$. Z toho vyplývá, že $-\beta^2 = D < 0$, tedy $\beta^2 = -D$.

Existují 2 taková čísla β, která vyhovují tomuto vztahu: $\beta_1 = \sqrt{-D}$ a $\beta_2 = -\sqrt{-D}$. Pro čísla δ tedy platí: $\delta = i\sqrt{-D}$ nebo $\delta = -i\sqrt{-D}$. Pro obě platí $\delta^2 = D$. (Jarník, Šisler, 1969; Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

Jeli diskriminant záporný, má rovnice 2 komplexní kořeny. (Jarník, Šisler, 1969; Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

Všechny případy tedy můžeme řešit pomocí vzorce

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a},$$

kde $D = b^2 - 4ac$. V případě, kdy je diskriminant záporný, musíme za symbol $\sqrt{D}$ dosadit $i\sqrt{-D}$. (Jarník, Šisler, 1969; Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

Kvadratickou rovnici lze řešit i pomocí tzv. Vietových vzorců. Rovnici si upravíme na normovaný tvar

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0,$$

kde $a \neq 0$ a a, b, c jsou reálná čísla. Číslo $\frac{b}{a}$ označíme jako p a číslo $\frac{c}{a}$ jako q (toto označení se používá ve většině středoškolských učebnic). Získáváme tedy rovnici ve tvaru

$$x^2 + px + q = 0.$$

Jsou-li x_1, x_2 kořeny rovnice, lze rovnici napsat ve tvaru $(x - x_1)(x - x_2) = 0$. Získáváme tedy vztah

$$x^2 + px + q = (x - x_1)(x - x_2).$$

Úpravou pravé strany získáme

$$x^2 + px + q = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2.$$

Čili

$$-p = x_1 + x_2, q = x_1x_2$$

(Jarník, Šisler, 1969; Schwarz, 1968)

1.1.3 Rovnice s neznámou ve jmenovateli

Mějme dány mnohočleny $f(x), g(x)$. Budeme řešit rovnici

$$\frac{f(x)}{g(x)} = 0.$$

Obvykle se takováto rovnice řeší vyřešením rovnice $f(x) = 0$. Tyto kořeny však nemusí být zároveň kořeny zadané rovnice. Musí se vyloučit ty kořeny, pro které by byl jmenovatel roven nule. Teprve tyto kořeny jsou kořeny zadané rovnice. (Jarník, Šisler, 1969)

Pokud máme rovnici ve tvaru $\frac{f(x)}{g(x)} = h(x)$, můžeme rovnici vynásobit $g(x)$ a dostaneme rovnici beze zlomku. V případě, že je na levé straně více sčítanců podílu mnohočlenů, násobíme celou rovnici společným jmenovatelem všech činitelů. (Jarník, Šisler, 1969)

1.1.4 Rovnice s absolutními hodnotami

Při řešení rovnic s absolutními hodnotami se musíme omezit na intervaly, v nichž výrazy v absolutních hodnotách nemění znaménko a můžeme tak absolutní hodnoty odstranit. Vycházíme přitom z definice absolutní hodnoty. Uvedeme si příklad pro výraz $V(x)$:

1. $|V(x)| = V(x)$, je-li $V(x) > 0$
2. $|V(x)| = 0$, je-li $V(x) = 0$
3. $|V(x)| = -V(x)$, je-li $V(x) < 0$

(Jarník, Šisler, 1969; Čermák, Červinková, 2004)

Metoda výpočtu se někdy nazývá metodou intervalů. Intervaly se hledají pomocí tzv. nulových bodů (hodnoty proměnné, pro kterou je výraz v absolutní hodnotě roven nule). Řešení rovnice je rozděleno na řešení v dílčích intervalech, přičemž konečné řešení je sjednocením všech dílčích řešení. (Čermák, Červinková, 2004)

Pro řešení rovnice mohou nastat tyto situace:

1. rovnice nemá řešení
2. rovnice má konečný počet řešení
3. řešením rovnice je interval, sjednocení několika intervalů nebo množina izolovaných bodů

(Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991; Čermák, Červinková, 2004)

1.1.5 Rovnice s parametrem

Rovnice s parametrem jsou takové rovnice, ve kterých se kromě neznámé vyskytují ještě další proměnné (parametry). Jedná se o zápis množiny rovnic, které bychom získali dosazením všech hodnot, kterých parametr může dosáhnout. Řešit rovnici s parametrem znamená určit množinu kořenů v závislosti na hodnotě parametru. Při řešení takovýchto rovnic je nutné provést diskusi řešení vzhledem k parametru. (Čermák, Červinková, 2004)

1.1.6 Iracionální rovnice

Iracionální rovnice je název pro rovnice, kde se neznámá vyskytuje pod odmocninou. Takovéto úlohy se upravují umocňováním (v některých případech několikerým) na rovnici algebraickou. Umocňování je ekvivalentní úprava pouze v případě nezáporných čísel. Celý výraz pod odmocninou tedy musí být nezáporný. Pokud je pod odmocninou výraz s neznámou, nevíme, zda je to výraz nezáporný, proto umocněním můžeme získat kořeny, které původní rovnici nevyhovují. Je tedy nutné na konci provést zkoušku dosazením nebo na počátku určit definiční obor funkce a na konci vyřadit ty kořeny, které danému definičnímu oboru nenáleží.(Jarník, Šisler, 1969; Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

1.1.7 Soustavy lineárních rovnic

Soustavou rovnic nazýváme úlohu najít všechna čísla, která řeší současně k rovnic o n neznámých. Někdy se soustavou rovnic nazývá pouze samotný soubor zadaných rovnic. (Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

Dvě soustavy se nazývají ekvivalentní, mají-li právě všechna řešení společná. Mezi ekvivalentní úpravy při řešení soustavy rovnic patří:

1. výměna pořadí rovnic
2. nahrazení kterékoli rovnice rovnicí s ní ekvivalentní
3. přičtení libovolného násobku jedné rovnice k jiné rovnici
4. vypuštění rovnice, která je ekvivalentní s některou jinou rovnicí soustavy. (Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

Obecně se tyto rovnice řeší ekvivalentními úpravami s cílem odstranit neznámou v jedné z rovnic. Obecný postup si nyní ukážeme na příkladu k rovnic o n neznámých. Máme tedy soustavu:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \ldots \\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \ldots + a_{kn}x_n &= b_k. \end{aligned}$$

Předpokládejme, že člen a_{11} není roven nule (v opačném případě bychom provedli záměnu pořadí rovnic, aby roven nule nebyl). Když od druhé rovnice odečteme $\frac{a_{21}}{a_{11}}$násobek první rovnice, dostaneme u neznámé x_1 nulový koeficient. Podobně budeme postupovat s dalšími rovnicemi. Od i-tého řádku odečteme $\frac{a_{i1}}{a_{11}}$násobek první rovnice. Dostaneme soustavu

$$\begin{aligned} c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \ldots + c_{1n}x_n &= d_1 \\ c_{22}x_2 + \ldots + c_{2n}x_n &= d_2 \\ \ldots \\ c_{k2}x_2 + \ldots + c_{kn}x_n &= d_k \end{aligned}$$

První dvě rovnice nebudeme upravovat a od třetí rovnice odečteme $\frac{c_{32}}{c_{22}}$násobek druhé rovnice. Od i-tého řádku odečteme $\frac{c_{i2}}{c_{22}}$násobek druhé rovnice. Nyní dostaneme nulový koeficient u neznámé x_2. Dostáváme soustavu

$$\begin{aligned} e_{11}x_1 + e_{12}x_2 + e_{13}x_3 + \ldots + e_{1n}x_n &= f_1 \\ e_{22}x_2 + e_{23}x_3 + \ldots + e_{2n}x_n &= f_2 \\ e_{33}x_3 + \ldots + e_{3n}x_n &= f_3 \\ e_{43}x_3 + \ldots + e_{4n}x_n &= f_4 \\ \ldots \\ e_{k3}x_3 + \ldots + e_{kn}x_n &= f_k \end{aligned}$$

Takovýmto způsobem budeme pokračovat i dále. Od čtvrtého až k-tého řádku odečteme příslušný násobek třetího řádku, poté od páteho až k-tého řádku odečteme příslušný násobek čtvrtého řádku atd. Po $k-1$ krocích získáme soustavu

$$\begin{aligned}
g_{11}x_1 + \quad g_{12}x_2 + g_{13}x_3 + \quad \ldots + g_{1n}x_n &= h_1 \\
g_{22}x_2 + g_{23}x_3 + \quad \ldots + g_{2n}x_n &= h_2 \\
\ldots \\
g_{q-1,q-1}x_{q-1} + g_{q-1,q}x_q + \ldots + g_{q-1,n}x_n &= h_{q-1} \\
g_{qq}x_g + \quad \ldots + g_{qn}x_n &= h_q,
\end{aligned}$$

kde $g_{ii} \neq 0$ pro $i = 0, \ldots, k$ a $q < k$. (Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

Přičemž pro $q = k$ má poslední rovnice tvar $g_{qq}x_q = h_q$, tedy $x_q = \frac{h_q}{g_{qq}}$. Tuto hodnotu můžeme dosadit do předposlední rovnice a získáme $x_{q-1} = \frac{h_{q-1} - \frac{g_{q-1,q}h_q}{g_{qq}}}{g_{q-1,q-1}}$. Postupným dosazováním do zbylých rovnic dostaneme řešení. (Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

Je-li $q < k$, musíme za neznámé $x_{q+1}, x_{q+2}, \ldots, x_k$ zvolit parametr. Poté postupným dosazováním do předcházejících rovnic získáme řešení, tentokrát s $(k-q)$ parametry. (Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991)

Obvykle se při řešení soustav rovnic nepostupuje přesně podle tohoto postupu, neboť by se do počítání brzy dostala necelá racionální čísla. Počítá se s násobky obou rovnic a ty se poté od sebe odečítají. Tím docílíme, že nemusíme počítat s necelými čísly.

Metody, které jsme v našem postupu použili, se nazývají metoda sčítání a metoda dosazování. Základním principem dosazovací metody je vyjádření jedné neznámé z rovnice a její dosazení do další. Ve sčítací metodě se využívá vynásobení rovnic vhodným číslem a poté jejich sečtení, přičemž bychom měli docílit nulového koeficientu u jedné neznámé. (Hruša, Dlouhý, Rohlíček, 1991; Polák, 2014)

1.2 Využití rovnic ve sportu a tělovýchově

1.2.1 Výpočet konečných výsledků

Skoky na lyžích

V dnešní době ve skocích na lyžích nevítězí ten, kdo doskočí nejdál, jak tomu bývalo v dřívějších dobách. Nyní vítězí skokan s největším počtem bodů. Skok je obodován nejen délkou skoku, ale také stylem skoku, vlivem větru a výškou nájezdu. (Sportzoom.cz, © 2018; International ski federation FIS, 2017)

Za skok získá každý skokan automaticky 60 bodů (s výjimkou mamutích můstků, kdy dostává bodů 120). Každý můstek má takzvaný konstrukční bod. Za každý metr před (či za) se přičítá (či odečítá) určitý počet bodů podle velikosti můstku. Dané body můžeme vyčíst z tabulky:

velikost můstku	počet bodů za metr
20–24	4,8
25–29	4,4
30–34	4,0
35–39	3,6
40–49	3,2
50–59	2,8
60–69	2,4
70–79	2,2
80–99	2,0
100–169	1,8
170–	1,2

(Sportzoom.cz, © 2018; International ski federation FIS, 2017)

Každý skok hodnotí celkem 5 stylových rozhodčí. Každý může dát nejvíce 20 bodů, přičemž body se odečítají za neklidnou letovou fázi, pád či neprovedený telemark při dopadu. Nejlepší a nejhorší hodnocení od rozhodčích se škrtají, zbylé tři se přičítají k bodům za vzdálenost skoku. (Sportzoom.cz, © 2018; International ski federation FIS, 2017)

Dalším faktorem majícím vliv na počet bodů je vítr. Body za vítr se buď přičítají (pokud vítr fouká proti směru skoku) nebo odečítají (v případě větru stejného směru jako směr skoku). Větrný faktor se odvíjí od každého můstku. Uvádí se body za každý m/s rychlosti větru. (Diez, Ramirez, Moros, 2018)

Posledním faktorem je kompenzace za nájezd. Závodník či rozhodčí mohou změnit výšku nájezdu. Body se přičítají či odečítají podle posunu nájezdu. Takzvaný gate faktor, tedy počet bodů za metr posunu, se počítá individuálně podle každého můstku. (Diez, Ramirez, Moros, 2018)

Pro lepší ilustraci si uveďme příklad. Skokan skočí 123 m na můstku s konstrukčním bodem 125 m. Od rozhodčích dostane známky 17, 16.5, 17, 17.5, 18. Nájezd byl posunut o 0,85 m výš, gate faktor je na tomto můstku 7,95 bodů za metr. Vítr měl rychlost 0,39 m/s, směr stejný jako skok, větrný faktor na můstku je 9,26 bodů za každý m/s.

Skokan automaticky získá 60 bodů. Za délku skoku se mu přičte $(123 - 125) \cdot 1,8 = -3,6$ bodů (skočil 2 metry před konstrukční bod na můstku, kde se přičítá 1,8 bodů za metr). Ze známek rozhodčích se vyškrtnou známky 16.5 a 18, bude se počítat se známkami 17, 17, 17.5. Od rozhodčích skokan získá $17 + 17 + 17.5 = 51.5$ bodů. Za nájezd se odečte $0,85 \cdot 7,95 = 6,8$ bodů. Za vítr se odečte $0,39 \cdot 9,26 = 3,6$ bodů. Skokan tedy získá $60 - 3,6 + 51,5 - 6,8 - 3,6 = 97,5$ bodů.

Celkový počet bodů na všech můstcích vyjma mamutích bychom mohli popsat rovnicí

$$x = 60 + m \cdot k + r_1 + r_2 + r_3 + w + g,$$

kde x je konečný počet bodů, m je počet metrů za konstrukčním bodem, k příslušný koeficient počtu bodů dle velikosti můtku, r_1, r_2, r_3 známky rozhodčích (po vyškrtnutí nejlepšího a nejhoršího hodnocení), w vliv větru na délku skoku a g kompenzační body za nájezd.

Severská kombinace

Severská kombinace je sport kombinující skok na lyžích a běh na lyžích. Podoba této disciplíny se od jejího vzniku mění. Změnami prošla délka či styl běžeckého závodu, pořadí jednotlivých disciplín či celkový styl hodnocení. Dříve se nejprve uskutečnil závod v běhu na lyžích, až poté ve skocích. Za každou disciplínu závodník získal body, které se sečetly a vítězem se stal závodník s největším počtem bodů. Nyní sportovci začínají závodem ve skocích na lyžích. Podle bodového zisku v této disciplíně se vypočítá jejich ztráta na startu běžecké disciplíny. V současné době je ztráta jednoho bodu ve skocích na lyžích přepočtena na 4 sekundy ztráty do běžeckého závodu. První na trať dlouhou 10 km vybíhá vítěz skokanské části, ostatní vybíhají s danou ztrátou za ním. Celkovým vítězem je ten, kdo doběhne do cíle běžecké části jako první. (Czech-ski.com, 2014)

1.2.2 Doporučené hodnoty

Tepová frekvence

Při doporučování vhodné pohybové aktivity se pracuje se 4 hlavními zásadami. Těmi jsou frekvence, intenzita, trvání a typ cvičení (FITT). Intenzitu pohybové aktivity můžeme vyjádřit pomocí tepové frekvence nebo hodnoty objemu kyslíku, který je jedinec schopný využít. Častěji se využívá prvního zmiňovaného způsobu, neboť měření hodnot spotřebovaného kyslíku je časově náročné a nákladné a pro běžné použití nepraktické. (Blahušová, 2005; Máček, Radvanský, 2011)

Obvykle se pracuje s hodnotou maximální tepové frekvence a různými procenty této hodnoty. Pro vypočítání hodnoty maximální tepové frekvence se obvykle užívá vzorec $TF_{max} = 220 - \text{věk}$. Některá literatura však doporučuje vzorec $TF_{max} = 208 - (0,7 \cdot \text{věk})$. (Máček, Radvanský, 2011)

Vhodnou oblastí pro zvýšení aerobní zdatnosti je tzv. aerobní pásmo, které se pohybuje mezi 60 a 85 procenty maximální tepové frekvence. Cvičení při příliš nízké intenzitě bude mít buď velmi malé nebo žádné účinky, naopak při příliš velké intenzitě může dojít k přetížení, bolesti svalů či zraněním. Obecně by cvičení nebo jím vyvolaná dušnost neměly bránit schopnosti souvislého mluvení. (Blahušová, 2005; Máček, Radvanský, 2011)

Doporučená intenzita se také odvíjí od zdraví, stáří jedince a úrovně jeho trénovanosti. Netrénovaným jedincům se aerobní kapacita zvyšuje již při hodnotách mezi 55 a 65 procenty maximální tepové frekvence. Pro starší osoby či rekonvalescenty je doporučená aktivita s intenzitou mezi 50 a 60 procenty maximální tepové frekvence, zdraví a mladí jedinci mohou začínat i na úrovni 70 až 80 procent maximální tepové frekvence.(Máček, Radvanský, 2011)

Spodní hranici aerobního pásma (60 procent TF_{max}) vypočítáme $0,6 \cdot TF_{max}$, horní hranici aerobního pásma (85 procent TF_{max}) $0,85 \cdot TF_{max}$, kde TF_{max} činí 220 - věk. Jiným způsobem, jak vypočítat hranice aerobního pásma, je tzv. Karvonenova rovnice. Karvonen kromě hodnoty maximální tepové frekvence, kterou získá pomocí vzorce 220-věk, počítá i s klidovou tepovou frekvencí. Spodní hranici aerobního pásma počítá pomocí rovnice

$$TF = 0,6 \cdot (TF_{max} - TF_{klid}) + TF_{klid}.$$

Horní hranici počítá rovnicí

$$TF = 0,85 \cdot (TF_{max} - TF_{klid}) + TF_{klid}.$$

(Blahušová, 2005; Máček, Radvanský, 2011)

1.2.3 Funkční diagnostika

Ruffierova zkouška

Ruffierova zkouška je jednoduchý test ke zjištění zdatnosti oběhové soustavy. Test se skládá z provádění dřepů. Před zátěží, ihned po zátěži a minutu po zátěži se měří tepová frekvence a poté se podle dané rovnice vypočítá index zdatnosti. Výsledek se vyhodnotí podle tabulek. K provedení testu jsou potřeba pouze stopky a metronom, případně sporttester či jiný měřič tepové frekvence. (Bartůňková a kol., 1996; Rozvoj experimentální výuky environmentálních programů ZŠ a SŠ, 2012)

Po dostatečném uklidnění představujícím 10minutové sezení se změří tepová frekvence (TF1). Poté jedinec provede 30 hlubokých dřepů za 45 sekund (k přesnému provádění pomůže metronom nastavený na tempo 40 dřepů za minutu). Ihned po provedení se změří tepová frekvence (TF2). Následuje minuta uklidnění v podobě sedu. Po této minutě se opět změří tepová frekvence (TF3). Změřené hodnoty se dosadí do rovnice pro výpočet indexu Ruffierovy zkoušky (IRZ):

$$IRZ = \frac{TF1 + TF2 + TF3 - 200}{10}$$

Tato rovnice používá za $TF1, TF2$ a $TF3$ přímo hodnoty vyjádřené v tepech za minutu. Ve školních, či jiných podmínkách bez elektronických měřičů tepové frekvence by se použil vzorec

$$IRZ = \frac{4TF1 + 4TF2 + 4TF3 - 200}{10},$$

kde hodnoty $TF1, TF2, TF3$ představují počet tepů za 15 s změřených palpačně. (Bartůňková a kol., 1996; Rozvoj experimentální výuky environmentálních programů ZŠ a SŠ, 2012)

Pro vyhodnocení testu oběhové zdatnosti se využívají orientačně hodnoty v následující tabulce:

IRZ	zdatnost oběhové soustavy
pod 0	výborná
0,1–5	velmi dobrá
5,1–10	dobrá
10,1–15	průměrná
nad 15	podprůměrná

(Bartůňková a kol., 1996)

Moravec (1990) uvádí tabulky upravené pro mládež.

Tab. 1: Tělesná zdatnost podle indexu Ruffierovy zkoušky, chlapci

Zdatnost/věk	8	10	12	14	16	18
nedostatečná	$> 18,7$	$> 18,4$	$> 18,6$	$> 17,5$	$> 16,2$	$> 15,5$
slabá	16,6–14,7	16,3–14,3	16,4–14,5	16,5–13,7	14,7–12,8	13,8–12,3
dobrá	10,6–8,7	10,0–8,0	10,4–8,4	9,9–8,1	8,8–6,9	9,0–7,5
výborná	$< 6,6$	$< 5,9$	$< 6,4$	$< 6,1$	$< 4,8$	$< 5,8$

(Kopřivová, 2012, str. 33)

Tab. 2: Tělesná zdatnost podle indexu Ruffierovy zkoušky, dívky

Zdatnost/věk	8	10	12	14	16	18
nedostatečná	$> 18,5$	$> 19,1$	$> 20,7$	$> 20,5$	$> 20,2$	$> 17,1$
slabá	16,5–14,7	16,9–14,9	18,4–16,3	18,1–16,0	17,8–15,9	15,2–13,6
dobrá	10,7–8,9	10,6–8,6	11,9–9,8	11,6–9,5	11,7–9,7	10,1–8,3
výborná	$< 6,9$	$< 6,5$	$< 7,4$	$< 7,2$	$< 7,4$	$< 6,6$

(Kopřivová, 2012, str. 33)

Step test

Step test, zvaný také Brouhův či Harvardský test, je test, který slouží ke zhodnocení zdatnosti oběhové soustavy. Zátěž při testu představuje vystupování na stupínek, po zátěži se v daných intervalech měří tepová frekvence. Hodnoty se dosadí do rovnice pro výpočet a dle tabulek se zhodnotí oběhová zdatnost. K testu je potřeba stupínek dané výšky, stopky a metronom, případně sporttester či jiný měřič tepové frekvence. (Bartůňková a kol., 1996; Rozvoj experimentální výuky environmentálních programů ZŠ a SŠ, 2012)

Před započetím testu připravíme vhodný stupínek. Pro muže vysoký 50 cm, pro ženy 40 cm a pro děti 30 cm. Testovaný položí jednu nohu na stupínek. Test probíhá formou vystupování a sestupování na stupínek. Při výstupu musí být vždy obě nohy na stupínku a testovaný musí být narovnaný. Při sestupu zůstává jedna noha na stupínku, druhá je celým chodidlem na podložce. Při výstupech a sestupech se pravidelně střídají nohy. Vystupuje se v rytmu 30 cyklů za minutu (jedním cyklem je myšlen výstup a sestup). K přesnému dodržení rytmu se využívá metronom nastavený buď na 30 úderů za minutu, kdy jeden úder značí jeden cyklus, či 60 úderů za minutu, kdy jeden úder značí samotný výstup nebo samotný sestup. V ideálním případě je test prováděn po dobu 5 minut. V případě, že testovaný po tuto dobu test nezvládne provádět, skončí v momentě, kdy už dál nemůže a do rovnice se dosadí skutečný čas provádění. (Bartůňková a kol., 1996; Rozvoj experimentální výuky environmentálních programů ZŠ a SŠ, 2012)

Po skončení testu se jedinec posadí a v daných 30s intervalech bude měřit tepovou frekvenci. První interval představuje 60. až 90. sekundu po ukončení testu (TF1), druhý 120. až 150. sekundu (TF2) a třetí 180. až 210. sekundu po ukončení (TF3). Tyto hodnoty se dosadí do rovnice pro výpočet Brouhova indexu (BI):

$$BI = \frac{t \cdot 100}{2TF1 + 2TF2 + 2TF3,}$$

kde t je doba cvičení v sekundách, hodnoty TF1, TF2 a TF3 počet tepů za 30 sekund. V případě, že tepovou frekvenci měříme sporttesterem či jiným měřičem použijeme vzorec

$$BI = \frac{t \cdot 100}{TF1 + TF2 + TF3,}$$

kde t je doba cvičení v sekundách a hodnoty TF1, TF2 a TF3 vyjadřují hodnotu tepové frekvence za minutu. (Bartůňková a kol., 1996; Rozvoj experimentální výuky environmentálních programů ZŠ a SŠ, 2012)

Pro vyhodnocení oběhové zdatnosti slouží následující tabulka:

BI	zdatnost oběhové soustavy
nad 90	vysoká
80–89	nadprůměrná
65–79	průměrná
55–64	podprůměrná
pod 55	slabá

(Bartůňková a kol., 1996)

Pro vyhodnocení slouží i zjednodušená modifikace podle Johnsona. Využívá pouze jedno měření tepové frekvence a to v intervalu 60. až 90. sekundy po skončení testu(TF1). Index podle Johnsona (IJ) vypočítáme rovnicí:

$$IJ = \frac{t \cdot 100}{TF1 \cdot 5,5},$$

kde t je doba vystupování v sekundách, $TF1$ počet tepů za 30 sekund. (Bartůňková a kol., 1996)

Pro vyhodnocení slouží následující tabulka

IJ	zdatnost oběhové soustavy
nad 80	nadprůměrná
50–80	průměrná
pod 50	slabá

(Bartůňková a kol., 1996)

2 Praktická část (Sbírka úloh se sportovní tématikou)

2.1 Rovnice

2.1.1 Lineární rovnice

1. Lyžařského zájezdu se zúčastnilo 44 osob. Mužů bylo o pět méně než žen, dětí o šestadvacet méně než dospělých. Kolik tam bylo mužů, žen a dětí? (Vošický, 1999, s. 36)

   [Lyžařského zájezdu se zúčastnilo 15 mužů, 20 žen a 9 dětí.]

   Řešení:
   Vhodně zapíšeme, co známe, zvolíme neznámou. Vzhledem k zadání bude vhodné zvolit neznámou za počet žen, které se zúčastnily zájezdu.
   počet zúčastněných:

celkem	44
mužů	$x-5$
žen	x
dospělých	$x+x-5$
dětí	$x+x-5-26$

   Ze známého sestavíme rovnici. Na zájezd jeli muži, ženy a děti, celkem jich jelo 44. Počty mužů, žen a dětí musíme sečíst a dostaneme číslo 44.

$$x+x-5+x+x-5-26=44$$

   Úpravami získáme:

$$\begin{aligned} 4x-36 &= 44 \\ 4x &= 80 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

   Zjistili jsme, že žen bylo 20. Mužů bylo $x-5$, dosazením za x získáme počet $20-5=15$. Dětí bylo $x+x-5-26$, po dosazení za x získáme $20+20-5-26$, tedy 9. Lyžařského zájezdu se zúčastnilo 15 mužů, 20 žen a 9 dětí.

2. Cyklista z Brna vyjel na vyjížďku. Chtěl se podívat do Dolních Kounic na zámek a na zříceninu kláštera Rosa Celi (Nebeská růže). Zpět to vzal přes údolí Bobravy. Celková trasa měřila 84 km. Jel průměrnou rychlostí 20 km/h. O kolik km/h by musel svou průměrnou rychlost zvýšit, kdyby chtěl celou trasu stihnout za 3 hodiny? (Tato úloha byla inspirována úlohou ze sbírky: Hrubý, 2008, s. 47)

[Cyklista by musel zvýšit svou průměrnou rychlost o 8 km/h.]

3. Při individuálním závodě v biatlonu v Novém Městě na Moravě, kde se konají i mistrovství světa, startovali závodníci v minutových intervalech. Závodník se startovním číslem 1 doběhl do cíle současně se závodníky s čísly 26 a 28. Závodník číslo 26 běžel rychlostí 24 km/h, závodník číslo 28 rychlostí 25 km/h.

   a. Kolik km měřila trať závodu?

   b. Jak dlouho (v minutách) strávil na trati závodník číslo 1?

   c. Jakou průměrnou rychlostí běžel závodník č. 1?

   (Úloha byla inspirována úlohou ve sbírce: Vocelka, 2008, s. 24)

[a. Trať byla dlouhá 20 km.
b. Závodník č. 1 strávil na trati 75 minut.
c. Průměrná rychlost závodníka č. 1 byla 16 km/h.]

4. Úvodní etapa pětietapového cyklistického závodu juniorů Povltavín je krátká, je to jen jedna devítina celkové trati. Druhá etapa je jedna čtvrtina, třetí pak čtyři patnáctiny celkové trati. Čtvrtý den je časovka, to je jen jedna dvanáctina trati. Poslední den bude nejen rozhodující, ale i nejobtížnější, protože poslední etapa je nejdelší, je o 8 kilometrů delší než etapa třetí. Doplňte délky jednotlivých etap do tabulky.

	1. etapa	2. etapa	3. etapa	4. etapa - časovka	5. etapa
délka etapy v km					

(Vocelka, 2008, s. 26)

[

	1. etapa	2. etapa	3. etapa	4. etapa - časovka	5. etapa
délka etapy v km	40	90	96	30	104

]

5. Turista jde ze zříceniny hradu Trosky na vlak do Rovenska pod Troskami. Po cestě se chce ještě zastavit v Borku pod Troskami v místním motomuzeu. Spočítá si, že na cestu má 50 minut, aby stihl poslední vlak. Nyní jde rychlostí 3,5 km/h. O kolik km/h musí zvýšit svou rychlost, aby vlak stihl, jestliže cesta měří 5 km?

   (Úloha byla inspirována úlohou ze sbírky: Chadimová, 2013, s. 50)

   [Turista musí svou rychlost zvýšit o 2,5 km/h.]

6. Petr s Jirkou se domluvili, že půjdou hrát tenis. Petrova cesta na tenisové hřiště je o 800 m delší a vede kolem Jirkova domu. Petr vyjde první a následně vyzvedne Jirku. Společně jdou stejnou průměrnou rychlostí jako šel Petr, takže dojdou na místo za 22 minut. Petr ušel celkem 3 km. Jakou rychlostí šli chlapci a jak daleko je Jirkův dům od tenisového hřiště? (Chadimová, 2013, s. 72)

   [Chlapci šli rychlostí 6 km/h, Jirkův dům je od tenisového hřiště vzdálen 2,2 km.]

7. Sprinter běží při štafetě 4 x 400 m na předávku rychlostí 42 km/h. Druhý běžec stojící na začátku předávkového území dlouhého 20 m, vyběhne v okamžiku, kdy je od něj první atlet vzdálen 10 m. Vypočítejte, jakou rychlostí musí druhý atlet běžet, aby k předání došlo na samém konci předávkového území. Uvažujte, že rychlosti obou běžců jsou konstantní. (Chadimová, 2013, s. 70)

   [Druhý atlet musí běžet rychlostí 27 km/h, aby k předání došlo na samém konci předávkového území.]

8. Turista šel po rovině rychlostí 4 km/h a pak do kopce rychlostí 3 km/h. Zpátky se vracel stejnou cestou. Dolů z kopce šel rychlostí 6 km/h, po rovině opět rychlostí 4 km/h. Výlet trval 5 hodin. Turista ušel celkem:

   A 10 km

   B 20 km

   C 12 km

   D 24 km

   E 15 km

   (Sýkora, 2001b, s. 24)

   [B]

2.1.2 Kvadratické rovnice

1. Studenti z jedné třídy závodili v běhu na 1 km. Časový rozdíl mezi prvním a posledním studentem v cíli byl 50 sekund, rozdíl jejich průměrných rychlostí byl 1 m/s. Vypočtěte průměrné rychlosti obou studentů. Určete časový interval, ve kterém doběhli do cíle všichni studenti této třídy. Patří váš osobní čas na 1 km do tohoto intervalu? (Bušek, 1999, s. 24)

[Průměrná rychlost prvního studenta byla 5 m/s, posledního 4 m/s. Všichni studenti doběhli do cíle v časovém intervalu 200 až 250 s.]

Řešení:
Vhodně zapíšeme, co známe:

první závodník	t_1	v_1	$s_1 = 1\,000$
poslední závodník	$t_2 = t_1 + 50$	$v_2 = v_1 - 1$	$s_2 = 1\,000$

Využijeme známého vzorce $s = v \cdot t$. Tedy $s_1 = v_1 \cdot t_1$ a $s_2 = v_2 \cdot t_2$. Dosazením získáme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých, kterou dále řešíme.

$$s_1 = v_1 \cdot t_1$$
$$s_2 = v_2 \cdot t_2$$

$$1000 = v_1 \cdot t_1 \qquad \Rightarrow t_1 = \frac{1000}{v_1}$$
$$1000 = (v_1 - 1) \cdot (t_1 + 50)$$

$$\begin{aligned}
1000 &= (v_1 - 1) \cdot \left(\frac{1000}{v_1} + 50\right) \\
1000 &= 1000 + 50v_1 - \frac{1000}{v_1} - 50 \\
1000v_1 &= 1000v_1 + 50v_1^2 - 1000 - 50v_1 \\
0 &= 50v_1^2 - 50v_1 - 1000 \\
0 &= v_1^2 - v_1 - 20 \\
0 &= (v_1 + 4)(v_1 - 5)
\end{aligned}$$

Z posledního vztahu vidíme, že $v_{11} = -4$ a $v_{12} = 5$. Vzhledem k faktu, že rychlost nemůže být záporné číslo, nám vyhovuje pouze $v_1 = 5$. Po dosazením do vztahu $v_2 = v_1 - 1$ získame $v_2 = 5 - 1 = 4$. Ze vztahu $t_1 = \frac{1000}{v_1}$ získáme $t_1 = \frac{1000}{5} = 200$. Z rovnice $t_2 = t_1 + 50$ dostaneme $t_2 = 200 + 50 = 250$.

Tedy první student běžel průměrnou rychlostí 5 m/s, poslední 4 m/s. Všichni studenti doběhli do cíle v časovém intervalu 200 až 250 s.

2. Na škole se konal pro třetí a čtvrté ročníky turnaj v kopané. Každá třída vyslala do turnaje jedno mužstvo, v turnaji měl hrát každý s každým právě jednou. Utkání mezi 4.A a 4.B se však neuskutečnilo a tak se stalo, že součet počtů utkání sehraných vzájemně mezi třetími ročníky a sehraných mezi čtvrtými ročníky se rovnal třem čtvrtinám počtu utkání sehraných mezi třetími a čtvrtými ročníky. Přitom počet mužstev ze třetích ročníků byl o 1 větší než počet mužstev ze čtvrtých ročníků. Určete počty mužstev z jednotlivých ročníků. (Bušek, 1999, s. 23)

   [Turnaje se zúčastnilo 5 mužstev ze třetích ročníků a 4 mužstva ze čtvrtých ročníků.]

3. Při prvním závodě sezony v orientačním běhu v hanácké oblasti, s názvem „První jarní kufr“, se potkali dva závodníci u stejné kontroly. Na další kontrolu běžel jeden závodník kratší cestou, těžším terénem, druhý závodník zvolil cestu delší, ale lepším terénem. První závodník uběhl 480 m, druhý 600 m. Na kontrolu doběhl dříve závodník běžící delší cestou a to o 10 sekund. Víme, že běžel rychlostí o 1 m/s větší. Jaká je průměrná rychlost obou závodníků? (Úloha byla inspirovaná úlohou se sbírky: Bušek, 1999, s. 24)

   [Průměrná rychlost prvního závodníka je 4 m/s, druhého 3 m/s.]

4. Cyklista vyrazil z Hradce Králové přes rybník Výskyt do Velkých Hoděšovic. Pokračoval přes Vysoké Chvojno, Albrechtice nad Orlicí a Běleč nad Orlicí zpět do Hradce Králové. Vyjel ovšem o 10 minut později, než měl v plánu a proto zvýšil svoji průměrnou rychlost o 0,5 km/h. Zpět v Hradci Králové byl v původně plánovaném čase. Tachometr mu na konci cesty ukázal 50 km. Jakou průměrnou rychlostí měl v plánu jet a jak dlouho by mu trvala cesta? (Tato úloha byla inspirována úlohou z knihy: Petáková, 1998, s. 20)

   [Cyklista měl v plánu jet průměrnou rychlostí 12 km/h a cesta by mu trvala 4 hodiny a 10 minut.]

2.1.3 Rovnice s neznámou ve jmenovateli

1. Cyklista se chce svézt kousek cesty lodí, avšak když zastaví u mola, loď už pasažéry nenabírá a připravuje se na vyplutí. Cyklista se rozhodne, že loď dostihne na další zastávce. Zastávka je po vodě vzdálená 12 km a po cyklostezce 17 km. Loď i cyklista vyjedou směrem k další zastávce ve stejný okamžik. Vypočítejte, jakou rychlostí musí cyklista jet, aby loď na další zastávce dostihl. Loď jede vzhledem ke břehu rychlostí 5 km/h. (Chadimová, 2013, s. 72)

   [Cyklista musí jet rychlostí asi 7,1 km/h, aby loď na další zastávce dostihl.]

   Řešení:
   Vhodně si zapíšeme, co známe.

cyklista:	loď:
$s_1 = 17km$	$s_2 = 12km$
t_1	t_2
$v_{1=?}$	$v_2 = 5km/h$

   Na cestě bude cyklista i loď stejnou dobu. Tedy $t_1 = t_2$. Ze známého vzorečku $s = v \cdot t$ získáme vztah $t = \frac{s}{v}$. Dosazením do vztahu $t_1 = t_2$ získáme

   $$\frac{s_1}{v_1} = \frac{s_2}{v_2}.$$

   Dosazením známého a upravením dostaneme:

   $$\begin{aligned} \frac{17}{v_1} &= \frac{12}{5} \quad / \cdot v_1 \cdot 5 \\ 17 \cdot 5 &= 12 \cdot v_1 \\ 85 &= 12v_1 \quad /: 12 \\ v_1 &= 7,083 \end{aligned}$$

   Cyklista tedy musí jet rychlostí přibližně 7,1 km/h.

2.1.4 Rovnice s absolutními hodnotami

1. Radek se ptal Ondry, kolikátý skončil tým české reprezentace v ledním hokeji na olympijských hrách roku 1998 v Naganu. Ondra Radkovi odpověděl, vypočítej si

tento příklad: $|x-5|+|x-1|=4$. Řešením příkladu je interval. Krajní bod intervalu, který má menší číselnou hodnotu, je stejný jako umístění hráčů v Naganu. K jakému výsledku Radek došel? Kolikátí byli čeští hokejisté na tomto slavném turnaji?

[Čeští hokejisté turnaj překvapivě vyhráli, proto se mu také říká turnaj století.]

Řešení:

Nejprve vypočítáme tzv. nulové body. Ty nám číselnou osu rozdělí na 3 intervaly. Řešit rovnici budeme postupně v těchto třech intervalech, jednotlivá řešení označím symboly K_1, K_2, K_3, výsledkem bude sjednocení jednotlivých řešení. Tedy $K = K_1 \cup K_2 \cup K_3$.

Nulový bod z první absolutní hodnoty: $x-5=0$, tedy $x=5$.
Nulový bod ze druhé absolutní hodnoty: $x-1=0$, tedy $x=1$.
Tyto dva body nám reálnou osu dělí na 3 intervaly: $(-\infty;1); \langle 1;5); \langle 5;\infty)$. Řešit rovnici nyní budem v jednotlivých intervalech.

1) $(-\infty;1)$

$$\begin{aligned} (-x+5)+(-x+1) &= 4 \\ -x+5-x+1 &= 4 \\ -2x+6 &= 4 \\ -2x &= -2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Vzhledem k tomu, že 1 nepatří do daného intervalu, je $K_1 = \varnothing$

2) $\langle 1;5)$

$$\begin{aligned} (-x-5)+(x-1) &= 4 \\ -x-5+x-1 &= 4 \\ 4 &= 4 \end{aligned}$$

Rovnice má v tomto intervalu nekonečně mnoho řešení, řešením je tedy celý interval. $K_2 = \langle 1;5)$

3) $\langle 5;\infty)$

$$\begin{aligned}(x-5)+(x-1)&=4\\ x-5+x-1&=4\\ 2x-6&=4\\ 2x&=10\\ x&=5\end{aligned}$$

5 patří do tohoto intervalu, tedy $K_3 = 5$

Řešením rovnice je sjednocení dílčích řešení v intervalech. Tedy $K = K_1 \cup K_2 \cup K_3$. $K = \langle 1; 5\rangle$.

Umístění hráčů v Naganu má být krajní bod intervalu, který má menší číselnou hodnotu, tedy číslo 1.
Naši hokejisté v Naganu zvítězili.

2. Emil hrál se svojí maminkou slovní hru. Maminka Emilovi kladla otázky, když Emil nevěděl odpověď, musel si nápovědu zasloužit. Dostal příklad nebo příklady z matematiky a za správný výsledek získal nápovědu.

Maminka se Emila ptala, jak se jmenuje křestním jménem český biatlonista Krčmář, který si z olympijských her v jihokorejském Pchjongčchangu roku 2018 překvapivě odvezl stříbrnou medaily ze sprintu. Emil nevěděl, tak dostal nápovědu. V tabulce je v prvním sloupci příklad, ve druhém několik písmen. Příklady řeš v oboru reálných čísel. Správné řešení příkladu ti napoví, které písmeno použít do Krčmářova křestního jména. Z jednoho příkladu můžeš získat i dvě písmena, písmena nejsou ve správném pořadí. Až získáš všechna písmena, slož z nich jméno.

$x+\lvert x-3\rvert=5$	G U B I C
$\lvert x+1\rvert=2x$	CH T P V
$\lvert (x-3)(x-2)\rvert=0$	H M L O D
$\lvert x-2\rvert+\lvert x+2\rvert=2x+2$	A K S C

Na jaký výsledek Emil přišel?

[Emil zjistil, že Krčmář se jmenuje Michal. (Řešení prvního příkladu je 4, druhého 1, třetího 3,2, čtvrtého 1.)]

2.1.5 Rovnice s parametrem

1. Na hokejový zápas stál lístek na sezení x Kč a na stání 190 Kč. Na zápas přišlo 5 508 platících diváků a pořadatelé za vstupné vybrali 1 387 320 Kč. Vyjádři, kolik lístků se prodalo na sezení. (Tato úloha byla inspirovaná úlohou ve sbírce: Bušek, 1999, s. 46)

   [a. Počet prodaných lístků k sezení byl $\frac{891\,600}{x-190}$]

   Řešení:
   Vhodně si zapíšeme, co známe:
   lístek na stání ... 190 Kč ... l kusů (l=5 508 - m)
   lístek na sezení ... x Kč .... m kusů
   celkem diváků ... 5 508 (l+m)
   vybráno za vstupné ... 1 387 320 Kč
   Ze známého sestavíme rovnici. Sečteme počet lístků na sezení vynásobených cenou za jeden lístek na sezení a počet lístků na stání vynásobených cenou za jeden lístek na stání, musí nám vyjít celková částka vybraná za lístky. Z rovnice vyjádříme počet prodaných lístků na sezení (m).

$$\begin{aligned} x \cdot m + (5\,508 - m) \cdot 190 &= 1\,387\,320 \\ x \cdot m + 1\,046\,520 - 190 \cdot m &= 1\,387\,320 \\ m \cdot (x - 190) &= 340\,800 \\ m &= \frac{340\,800}{x - 190} \end{aligned}$$

2. Chodec vychází ze Stochova do Berouna přes Lány, kde se podívá na letní sídlo prezidentů a hrob T. G. Masaryka. Čeká ho cesta dlouhá 23,75 km, jde rychlostí 6 km/h. Z Berouna mu ve stejnou chvíli vyjede naproti automobil. Ve chvíli, kdy potká chodce, ho naloží a odváží ho do Berouna. Při nakládání ztratí 2 minuty. Automobil jede stále stejnou průměrnou rychlostí v km/h.

   a. Za jak dlouho se dostane chodec ze Stochova do Berouna?

   b. Je reálné, aby se chodec dostal ze Stochova do Berouna za kratší dobu než 40 minut? Jakou rychlostí by musel jet automobil, aby to chodec stihl?

   (Úloha byla inspirována úlohou ze sbírky: Janeček, 1993, s. 18)

[a. Chodec se dostane ze Stochova do Berouna za dobu $(\frac{47{,}50}{6+x} + \frac{1}{30})$ hodin
b. Je reálné, aby se chodec dostal ze Stochova do Berouna v době kratší než
40 minut. Automobil musí jet rychlostí větší než 69 km/h.]

2.1.6 Iracionální rovnice

1. Rozměry lavičky jako tělocvičného nářadí mohou být různé. Používají se lavičky s délkou a šířkou horní desky 250 cm a 28 cm, 400 cm a 22 cm. Další rozměry získáme, pokud vypočítáme rozměry obdélníku, jehož jedna strana je o 3 m kratší než druhá a úhlopříčka obdélníku je o $\sqrt{2}$ kratší než úhlopříčka čtverce, který má stranu stejně dlouhou jako delší strana obdélníku a rozměr jeho kraší strany zkrátíme na polovinu. Jakou délku a šířku má horní deska této lavička? (Tato úloha byla inspirovaná úlohou ze sbírky: Chadimová, 2013, s. 115)

   Řešení:
   Označíme si delší stranu obdélníku jako a, kratší stranu jako b. Kratší strana je o 3 m kratší než delší strana, tedy $b = a - 3$. Délku úhlopříčky (u) obdélníku vypočítáme pomocí Pythagorovy věty. Tedy $u^2 = a^2 + b^2$, z toho získáme, že $u = \sqrt{a^2 + b^2}$. Úhlopříčka čtverce se stranou stejně dlouhou jako delší strana obdélníku má délku $a\sqrt{2}$ (pokud si nepamatujeme rozměry úhlopříčky ve čtverci, lze také dopočítat pomocí Pythagorovy věty). Víme, že délka úhlopříčky obdélníku je o $\sqrt{2}$ kratší než délka daného čtverce, tedy $u = a\sqrt{2} - \sqrt{2}$. Získali jsme dva vztahy pro velikost úhlopříčky, můžeme je tedy dát do rovnosti a upravit.

$$
\begin{aligned}
\sqrt{a^2 + b^2} &= a\sqrt{2} - \sqrt{2} \\
\sqrt{a^2 + (a-3)^2} &= a\sqrt{2} - \sqrt{2} \qquad /^2 \\
a^2 + (a-3)^2 &= 2a^2 - 2a\sqrt{2}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 \\
a^2 + a^2 - 6a + 9 &= 2a^2 - 4a + 2 \qquad / - 2a^a + 4a - 9 \\
-2a &= -7 \qquad /: (-2) \\
a &= \frac{7}{2}
\end{aligned}
$$

   Víme, že $b = a - 3$, tedy $b = \frac{7}{2} - 3 = \frac{1}{2}$. Jelikož ale úprava umocňování není ekvivalentní, musíme provést zkoušku dosazením.

Zkouška:

$$\begin{aligned}
L =& \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{50}{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \\
P =& \frac{7}{2}\sqrt{2} - \sqrt{2} = \frac{5}{2}\sqrt{2} \\
L =& P
\end{aligned}$$

Protože kratší strana má být zkrácena na polovinu, z $\frac{1}{2}$ získáme $\frac{1}{4}$. Horní díl lavičky má tedy šířku 0,25 m a délku 3,5 m.

2. Kuba s Luckou se dohadovali, který rok byl pro slavného běžce Zátopka nejúspěšnější. Věděli, že v jednom roce vyhrál na jedněch olympijských hrách závod na 5 km, na 10 km i maraton. Dokonce věděli, že to bylo v Helsinkách, ale nemohli si vzpomenout, který to bylo rok. Zeptali se na to paní učitelky. Ta jim zadala 3 příklady a řekla: „Výsledky těchto úloh ve stejném pořadí tvoří rok, kdy získal Emil Zátopek slavný hattrick.“
   Zadání příkladů bylo:

   Řešte v R rovnice:

   (a) $4\sqrt{x+6} = x+1$
   (b) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+4} = 2$
   (c) $\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3} = \sqrt{4x-7}$

   Který rok se konaly olympijské hry v Helsinkách, kde vyhrál Emil Zátopek slavný hattrick?

   [Olympijské hry v Helsinkách se konaly v roce 1952. Vvýsledek první rovnice je číslo 19, druhé 5 a třetí 2.)]

2.1.7 Soustavy rovnic

1. Tři muži strávili v posilovně za rok celkem 440 hodin. První posiloval tak dlouho jako druhý a třetí dohromady, 40 procent času pobytu v posilovně prvního z mužů se rovná 50 procentům pobytu v posilovně druhého z nich. Kolik hodin strávil v posilovně každý z mužů? (Sýkora, 2001b, s. 25)

[První muž strávil v posilovně 220 hodin, druhý 176 a třetí 44.]

Řešení:

Vhodně si zapíšeme, co známe:

celkem	440 hodin
první	$x + y$
druhý	x
třetí	y

Fakt, že 40 procent času pobytu v posilovně prvního z mužů se rovná 50 procentům pobytu v posilovně druhého z nich zapíšeme vztahem $0,4(x + y) = 0,5x$. Získáváme 2 rovnice:

$$x + y + x + y = 440$$
$$0,4(x + y) = 0,5x \qquad / \cdot 10$$

$$2x + 2y = 440 \qquad /: 2$$
$$4x + 4y = 5x$$

$$x + y = 220$$
$$-x + 4y = 0$$

$$5y = 220$$
$$y = 44$$

Třetí muž tedy strávil v posilovně 44 hodin. Ze vztahu $x + y = 220$ vypočítáme $x = 220 - y = 220 - 44 = 176$ hodin. První muž strávil v posilovně $x + y$ hodin, tedy $176 + 44 = 220$ hodin.

První muž strávil v posilovně 220 hodin, druhý 176 a třetí 44.

2. Obvod tanečního sálu obdélníkového tvaru je 28 m. V rohu A jsou shromážděna děvčata a v rohu C chlapci. Vypočtěte, kolik metrů musí ujít děvčata a kolik chlapci, než se dostanou do bodu B, odkud začínají tanec v páru, jestliže $|AB| > |BC|$ a:

   a. vzdálenost mezi A a C je 10 m

   b. délky stran BC a AB jsou v poměru 2:3

   c. obsah podlahy tanečního sálu je $45m^2$ (Sýkora, 2001, s. 24)

[a. Děvčata musí ujít 8 m, chlapci 6 m.
b. Děvčata musí ujít 8,4 m, chlapci 5,6 m.
c. Děvčata musí ujít 9 m, chlapci 5 m.]

3. Lukáš hraje hokej, tréninky má čtyřikrát týdně. Stadion má od domova 400 m. Na začátku týdne dělá Lukáš krátké kroky, udělá jich o 300 více než ke konci týdne, kdy je jeden jeho o 30 cm delší. Jak dlouhý je Lukášův krok ke konci týdne? (Úloha byla inspirována úlohou se sbírky: Sýkora, 2001b, s. 23)

[Lukášův krok je ke konci týdne dlouhý 80 cm.]

4. Skupina vyšla od rozcestí Bítouchov u Semil v 9:00 na výlet po Riegrově stezce. Jedním z cílů výletu byl výšlap na skalní útvar „Myší skála“, odkud jsou krásné výhledy na údolí řeky Jizery. Naplánovaná cesta měřila 9 km. Protože si zapomněli láhve s vodou, vyrazil za nimi v 9:15 kamarád. Kamarád skupinu dohonil, dal jim lahve a šel zpět. K rozcestí Bítouchov dorazil ve chvíli, kdy skupina došla do cíle. Jakou rychlostí se pohybovala skupina, víme-li, že skupina i kamarád šli stálou rychlostí a kamarád se pohyboval rychlostí 5 km/h? Za jak dlouho kamarád skupinu dohonil? (Tato úloha byla inspirována úlohou ze sbírky: Bušek, 1999, s. 28)

[Skupina se pohybovala rychlostí 4 km/h a kamarád ji dohonil za 1 hodinu.]

5. Dvě skupiny se rozhodli přejít Krkonoše. Jedna začínala v Horním Maršově, druhá v Harrachově. Obě skupiny šly stejnou trasu a vyrazily ve stejný čas. Na cestě mohly obdivovat Mumlavské vodopády, Dívčí kameny či krásné výhledy ze Sněžky. Trasa byla dlouhá 57,2 km. Když se setkaly, zjistily, že skupina vycházející z Harrachova ušla o 4,4 km více, neboť šla rychlostí o 0,8 km/h větší. Po jaké době se skupiny setkaly? Jak šly rychle? (Tato úloha byla inspirována úlohou ze sbírky: Janeček, 1995, s. 71)

[Skupiny se setkaly po 5,5 hodinách. Skupina vycházející z Harrachova šla rychlostí 5,6 km/h, skupina vycházející z Horního Maršova rychlostí 4,8 km/h.]

6. Po okruhu dlouhém 2 550 m jezdí 2 motocykly takovými rychlostmi, že se potkávají každou minutu, jezdí-li proti sobě a dohánějí se každých 5 minut, jezdí-li týmž směrem. Určete jejich rychlosti. (Janeček, 1995, s. 98)

[Motocykly se pohybují rychlostmi 61,2 km/h (1,02 km/min) a 91,8 km/h (1,53 km/min).]

7. Z Adamova vyjel ráno v 7 hodin cyklista průměrnou rychlostí 12 km/h. Ve stejnou dobu vyšel proti němu po stejné cestě z Beranova chodec průměrnou rychlostí 4 km/h. Setkali se o půl deváté. Určete jak dlouhá je cesta z Adamova do Beranova. (Vošický, 1999, s. 37)

[Cesta z Adamova do Beranova je dlouhá 24 km.]

8. Z Pece pod Sněžkou vyšel na chatu vzdálenou 3 km turista. Současně mu vyšla z chaty naproti jeho manželka. Setkali se za 15 minut. Kdyby šla manželka opačným směrem, dohonil by ji turista za 1 hodinu. Jak daleko od chaty se potkali? Jak rychle šel turista? (Vošický, 1999, s. 50)

[Turista s manželkou se potkali 1 125 m před chatou a turista šel rychlostí 7,5 km/h.]

9. Z Křečovic od „Otíkova domku“ z filmu Vesničko má středisková do Benešova, vzdáleného 24 km vyjel cyklista rychlostí 12 km/h. Ve stejnou chvíli mu vyšel naproti chodec rychlostí 4 km/h. Za jak dlouho a v jaké vzdálenosti od Benešova se chodec s cyklistou setkají? (Tato úloha byla inspirována úlohou ze sbírky: Hrubý, 2008, s. 47)

[Chodec a cyklista se potkaji za 1,5 hodiny ve vzdálenosti 6 km od Benešova.]

10. Na letním tělovýchovném kurzu připravili vedoucí turistický výlet. Mladší děti doveze autobus z A do B, z B do A půjdou pak pěšky. Starší děti půjdou z A do B, tam pro ně přijede autobus a odveze je zpět do A.
Část trasy je do kopce, předpokládá se průměrná rychlost chůze u obou věkových kategorií 3 km/h, část je po rovině, rychlost by měla být 4 km/h, část z kopce, pravděpodobná rychlost 5 km/h.
Starší děti tak půjdou 2,4 hodiny, mladší 2 hodiny. Celá trasa z A do B je 8,4 km. Jak dlouhá je ta část pochodu, kdy se jde po rovině? (Vocelka, 2008, s. 41)

[Část pochodu, která se jde po rovině je dlouhá 2,4 km.]

11. V 8:00 vyjíždí ze dvou tábořišť na Vltavě, vzdálených od sebe 5 km, 2 skupiny vodáků. První rychlostí 4 km/h, druzí, mající před sebou delší úsek, rychlostí 6 km/h. Za jak dlouho se potkají a kolik km ujede rychlejší skupina? (Cizlerová, 2013, s. 85)

[Skupiny se potkají za 2,5 hodiny a rychlejší skupina ujede 15 km.]

12. Z Hradce Králové vyjeli dva cyklisté do Bedřichova, do Jizerských hor. Vyjeli ve stejnou dobu, rychlejší cyklista jel průměrnou rychlostí 30 km/h, pomalejší 20 km/h. Rychlejší cyklista do Bedřichova dorazil o 2 hodiny dříve. Jak dlouhá je trasa z Hradce Králové do Bedřichova? (Tato úloha byla inspirovaná úlohou se sbírky: Chadimová, 2013, s. 69)

[Tato trasa je dlouhá 120 km.]

13. Turistická trasa vedoucí z Velké Bíteše do Veverské Bítýšky je dlouhá cca 25 a 1/3 km. Z Velké Bíteše vyrazila 1. skupina turistů v 6:00 hod ráno a z Bítýšky druhá skupina turistů v 7:10 hod. Obě skupiny se potkaly u Mlýna Ve Žlebě v 9:00 hod. Jak daleko je mlýn od Bíteše a jak daleko od Bítýšky, když druhá skupina měla trasu o 2 km kratší? Jakými průměrnými rychlostmi šly jednotlivé skupiny? (Chadimová, 2013, s. 71)

[Mlýn je vzdálen 13 a $\frac{2}{3}$ km od Velké Bíteše a 11 a $\frac{2}{3}$ km od Veverské Bítýšky. První skupina šla rychlostí přibližně 4,5 km/h a druhá přibližně 6,4 km/h.]

14. Z Lovosic do Loun okolo hory Milešovky vyjel v 8:00 cyklista průměrnou rychlostí 20 km/h. V 8:12 mu vyjel naproti z Loun kamarád rychlostí 25 km/h. Trasa je dlouhá 49 km. V kolik hodin se potkají? Kolik km každý z nich ujel v tuto chvíli? (Tato úloha byla inspirována úlohou ze sbírky: Chadimová, 2013, s. 72)

[Kamarádi se setkají v 9:12 a jeden ujede 24 km, druhý 25 km.]

15. Po okruhu dlouhém 1 500 m jezdí dva cyklisté. Jedou-li proti sobě, potkávají se každou minutu. Jedou-li ve stejném směru, potkávají se každých 15 minut. Určete jejich rychlosti. (Chadimová, 2013, s. 73)

[Cyklisté jezdí rychlostmi 42 km/h a 48 km/h.]

16. Cyklista vyjel v 10:00 od hájenky v přírodním parku Kersko přes zámek v Brandýse nad Labem na zámek v Neratovicích průměrnou rychlostí 24 km/h. Ve stejnou dobu vyšel jeho kamarád z Brandýsa také na zámek v Neratovicích rychlostí 6 km/h. Brandýs je od Kerska vzdálen 27 km. V kolik hodin a jak daleko za Brandýsem ho cyklista dohoní? (Tato úloha byla inspirována úlohou ze sbírky: Janeček, 1995, s. 71)

[Cyklista chodce dohoní v 11:30 v místě vzdáleném 9 km od Brandýsa.]

17. V 11 hodin vyšel turista z hradu Kost rychlostí 4 km/h. V 11:30 za ním vyjel cyklista rychlostí 20 km/h. V kolik hodin a kolik km od hradu dohonil cyklista turistu? (Tato úloha byla inspirována úlohou ve sbírce: Boček, Bočková, Charvát, 1994, s. 61)

[Cyklista dohonil chodce přiblžně v 11:37 ve vzdálenosti 2,5 km od hradu.]

2.2 Využití rovnic ve sportu a tělovýchově

2.2.1 Výpočet konečných výsledků

Úlohy této části jsou rovnice lineární (mohli bychom je také zařadit do části 2.1.1 Lineární rovnice z první části sbírky úloh)

1. Jakub Janda na Turné čtyř můstků v Bischofshofenu roku 2017 skočil v kvalifikaci 122,5 m na můstku s konstrukčním bodem 125 m. Od rozhodčích dostal známky 17.5, 17.5, 17.5, 18, 17.5 a za vítr mu bylo odečteno 0,4 bodů. Za nájezd kompenzaci neměl. Kolik bodů v kvalifikaci Janda získal?

   [Jakub Janda v kvalifikaci získal 107,6 bodu.]

   Řešení:
   Využijeme obecnou rovnici $x = 60 + m \cdot k + r_1 + r_2 + r_3 + w + g$, kde x je počet bodů, který hledáme. Správně dosadíme za ostatní neznámé.
   m ... počet metrů za konstrukční bod ... -2,5 m (Janda skočil před konstrukční bod, proto znaménko -)
   k ... koeficient počtu bodů dle velikosti můstku ... 1,8
   Ze známek rozhodčích vyškrtneme nejlepší a nejhorší známku, tedy 18 a 17,5. Za r dosadíme hodnoty $r_1 = 17,5; r_2 = 17,5; r_3 = 17,5.$
   w ... vliv větru na délku skoku ... -0,4
   g .. kompenzační body za nájezd ... 0

   Po dosazení získáme rovnici

   $$x = 60 + (-2,5) \cdot 1,8 + 17,5 + 17,5 + 17,5 - 0,4 + 0$$
   $$x = 107,6$$

Jakub Janda v kvalifikaci získal 107,6 bodů.

2. Při závodě severské kombinace na velkém můstku s konstrukčním bodem 125 m na ZOH v jihokorejském Pchjongčchangu roku 2018 byl Tomáš Portyk nejlepší z Čechů, celkově se umístil na 19. místě. Skočil 120,5 m, od rozhodčích získal známky 17.5, 17, 17.5, 17 a 17. Rychlost větru byla 0,21 m/s, vítr foukal stejným směrem jako Portyk skákal. Nájezd byl snížen o 135 cm. Gate faktor byl 7,67/m a větrný faktor 10,8 bodů za m/s. Vítěz získal 138,9 bodů. Vypočítej, kolik bodů Portyk v tomto závodě získal a s jakou ztrátou vybíhal do běžeckého závodu? (Všechny údaje o skoku dostupné z: Riez, Ramirez, Moros, 2018)

   [Tomáš Portyk získal 111,5 bodů a do běžeckého závodu vybíhal se ztrátou 1 min 50 s.]

3. Miroslav Dvořák byl před běžeckou částí závodu v severské kombinaci na středním můstku na ZOH Pchjongčchang 2018 druhým nejlepším Čechem, po běžecké části se vytáhl z 28. místa na 21. a stal se tak v tomto závodě nejlepším Čechem. Skočil 95,5 m, od rozhodčích dostal známky 17, 17, 17, 17, 17. Nájezd nebyl ani snížen ani zvýšen, vítr měl rychlost 2,03 m/s a foukal do zad, tedy stejným směrem. Konstrukční bod můstku je 98 m, gate faktor 7 bodů/m, větrný faktor 8 bodů za m/s. Vítěz skokanské části, Franz-Josef Rehrl, získal ve skokanské části 130,6 bodů. Kolik bodů získal Dvořák ve skokanské části a s jakou ztrátou vybíhal do běžeckého závodu? (Všechny údaje o skoku dostupné z: Riez, Ramirez, Moros, 2018)

   [Dvořák získal v olympijském závodě na středním můstku 89,8 bodů a do běžecké části vybíhal se ztrátou 2 minuty 43 sekund.]

2.2.2 Doporučené hodnoty

Úlohy této části jsou rovnice lineární (mohli bychom je také zařadit do části 2.1.1 Lineární rovnice z první části sbírky úloh).

1. Napište rovnici pro výpočet spodní hranice tzv. aerobního pásma. Určete tuto hodnotu pro 20letého člověka.

   [$TF = 0,6 \cdot (220 - v)$, 132 tepů za minutu / $TF = 0,6 \cdot [208 - (0,7 \cdot v)]$, 116,4 tepů za minutu; v je věk dané osoby]

Řešení:

a. $TF = 0,6 \cdot (220 - v)$
Za v dosadíme v rovnici věk dané osoby, v našem případě 20. Získáme tedy rovnici

$$TF = 0,6 \cdot (220 - 20)$$
$$TF = 132$$

Podle jednoho z možných vzorců pro výpočet je spodní hranice aerobního pásma pro dvacetiletého člověka 132 tepů za minutu.

b. $TF = 0,6 \cdot [208 - (0,7 \cdot v)]$
Za v opět dosadíme věk, tedy 20. Získáme rovnici

$$TF = 0,6 \cdot [208 - (0,7 \cdot 20)]$$
$$TF = 0,6 \cdot (208 - 14)$$
$$TF = 0,6 \cdot 194$$
$$TF = 116,4$$

Podle jiného uváděného vzorce je spodní hranice aerobního pásma 116,4 tepů za minutu.

2. Napište rovnici pro výpočet horní hranice tzv. aerobního pásma při určení maximální tepové frekvence vztahem $TF_{max} = 220 -$věk. Určete věk osoby, pro kterou je tato hranice 148 tepů za minutu.

[$TF = 0,8 \cdot (220 - v)$, kde v je věk dané osoby, 35 let]

3. Vypočítejte klidovou hodnotu tepové frekvence dané osoby, které je 24 let a její spodní hranice aerobního pásma je 143,2 tepů za minutu.

[64 tepů za minutu]

4. Pro výpočet maximální tepové frekvence se používají dva vzorce, $TF_{max} = 220 -$věk a $TF_{max} = 208 - (0,7 \cdot$věk$)$. Doporučené hodnoty se však pro jednotlivý věk mohou lišit. S využitím druhého vzorce pro mladší jedince poklesne, pro starší naopak vzroste. Od jakého věku maximální tepová frekvence při použití druhého vzorce vzroste? (Inspirací pro tuto úlohu byla úloha z publikace: Nemčíková a kol., 2011, s. 36)

[Doporučená maximální tepová frekvence vzroste od věku 40/41 let při použití nového vzorce.]

2.2.3 Funkční diagnostika

Úlohy 1–3 této části jsou rovnicemi lineárními (mohli bychom je také zařadit do části 2.1.1 Lineární rovnice z první části sbírky úloh), úloha 4 je rovnice s neznámou ve jmenovateli (mohli bychom ji zařadit do části 2.1.3 Rovnice s neznámou ve jmenovateli).

1. Klára (14 let) si chtěla ověřit, jak je na tom se svou fyzickou zdatností. Vyzkoušela tedy Ruffierovu zkoušku. Sporttester ani jiný měřič nemá, proto si svou tepovou frekvenci měřila palpačně – počítala vždy, kolik tepů napočítá za 15 sekund. Při prvním měření napočítala 16 tepů, při druhém 36 a při třetím 22. Jaký je Klářin index Ruffierovy zkoušky a do které kategorie dle zdatnosti spadá?

   [Index Ruffierovy zkoušky je 9,6 a spadá dle Moravce do kategorie dobré zdatnosti.]

   Řešení:
   Klára si svou fyzickou zdatnost ověřovala Ruffierovou zkouškou a počítala tepy palpačně, použijeme tedy vzorec

   $$IRZ = \frac{4TF1 + 4TF2 + 4TF3 - 200}{10}.$$

   Dosazením hodnot 16 za $TF1$, 36 za $TF2$ a 22 za $TF3$ získáme rovnici

   $$\begin{aligned} IRZ &= \frac{4 \cdot 16 + 4 \cdot 36 + 4 \cdot 22 - 200}{10} \\ IRZ &= \frac{64 + 144 + 88 - 200}{10} \\ IRZ &= \frac{96}{10} \\ IRZ &= 9,6 \end{aligned}$$

   Klára si vypočítala index zdatnosti na 9,6 a v tabulce pro dívky si dle svého věku našla, že její zdatnost je dobrá.

2. Petr (12 let) si zkoušel svoji fyzickou zdatnost podle Ruffierovy zkoušky. Protože závodí v cyklistice, má svůj sporttester pro kontrolu tepů na tréninku. Sporttester

využil i při této zkoušce a přístroj mu naměřil klidovou hodnotu před testem 60 tepů za minutu, ihned po zátěži 138 tepů za minutu a poslední údaj si Petr nepamatuje. Ví však, že jeho zdatnost byla podle tabulek výborná a hodnota indexu Ruffierovy zkoušky byla nejvyšší možná pro výbornou zdatnost. Jakou tepovou frekvenci měl Petr po minutovém zklidnění po zátěži?

[Petrova tepová frekvence po minutovém zklidnění byla 66 tepů za minutu. (Nejvyšší možná hodnota indexu Ruffierovy zkoušky pro hodnocení zdatnosti výborná je pro 12leté hochy 6,4.)]

3. Lukáš chtěl zjistit, jak je na tom se svou fyzickou zdatností. Našel si, že jedna z možností je udělat step test. Přesně podle instrukcí vystupoval na stupínek po celou dobu 5 minut. Po skončení se posadil a v daných intervalech měřil svou tepovou frekvenci. Mezi 60. a 90. sekundou po skončení napočítal 84 tepů, mezi 120. až 150. sekundou 72 tepů a mezi 180. až 210. sekundou 63 tepů. Jaký je index jeho zdatnosti a jaká je jeho zdatnost podle tabulek? Spadá do stejné kategorie i v případě výpočtu indexu podle Johnsona (modifikace, kde se používá pouze jedno měření tepové frekvence)?

   [Lukášův index zdatnosti je 68,5 a spadá do kategorie průměrné. V případě výpočtu přes Johnsonovu modifikaci by měl index 64,9 a také by spadal do kategorie průměrné zdatnosti.]

4. Veronika si měřila svou zdatnost pomocí step testu. Vydržela vystupovat po celou dobu, tedy 5 minut. Při prvním měření napočítala 73 tepů, při druhém 55 tepů a výsledek posledního měření si napamatuje. Při výpočtu indexu zdatnosti ji vyšlo číslo 92. Kolik tepů napočítala Veronika při posledním měření? Jakou má fyzickou zdatnost?

   [Veronika při posledním měření napočítala 35 tepů a její fyzická zdatnost je vysoká.]

Závěr

Bakalářská práce se zabývá propojením matematiky, konkrétně rovnic, a sportu. Cílem práce bylo studovat možnosti využití rovnic ve sportu a tělovýchově a vytvořit sbírku úloh se sportovní tématikou řešených pomocí rovnic.

Začátek práce se věnuje obecně rovnicím a jejich řešením. Čtenář tedy získá pojem o tématu rovnic a způsobu jejich řešení. Dále práce zkoumá možnosti využití rovnic ve sportu a tělovýchově. Rovnice se využívají v různých sportovních odvětvích pro výpočet konečných výsledků. Pro příklad jsou v práci uvedeny skoky na lyžích a severská kombinace. Rovnice mohou být využity při výpočtu doporučených hodnot zátěže. V práci můžeme najít hodnoty pro optimální tepovou frekvenci při zátěži a způsoby, jak tyto hodnoty vypočítat. Rovnice se také využívají při funkční diagnostice. Jako příklad je uvedena Ruffierova zkouška a Step test, které slouží k testování tělesné zdatnosti.

Na základě informací z teoretické části byla sestavena sbírka úloh. Sbírka je členěna stejně jako teoretická část, ke každému tématu tedy nalezneme praktický příklad. Vždy první příklad tématu je vyřešen, aby byl způsob řešení vyjasněn. První část sbírky je koncipována tak, že čtenáři stačí znalosti k výpočtu rovnic, není třeba speciálních znalostí ze sportovního odvětví. Nachází se zde příklady převzaté ze sbírek úloh a úlohy jimi inspirované, ale přepracované tak, aby se v nich vyskytovala reálná místa, osoby či události. Tato úprava by měla přispět ke sportovnímu přehledu žáků a zajímavosti úloh. U úloh o pohybu jako inspirace k výletu. Další část je zaměřena na využití rovnic ve sportu a tělovýchově. I zde jsou uvedeny reálné události. Testy funkční diagnostiky byly zvoleny tak, aby nebylo třeba příliš speciálních pomůcek a žáci si mohli i na sobě test vyzkoušet a počítat se svými hodnotami.

Práce by v budoucnu mohla být rozšířena o další možnosti využití rovnic ve sportu a tělovýchově a s tím spjatých příkladů. Také o aplikaci sbírky ve vybrané škole a zjištění přínosu této sbírky v praxi.

Seznam použité literatury

TIŠTĚNÉ DOKUMENTY

1. BARTŮŇKOVÁ, Staša a kol. *Praktická cvičení z fyziologie pohybové zátěže.* Praha: Karolinum, 1996. 83 s. ISBN 80-7184-274-5.

2. BLAHUŠOVÁ, Eva. *Wellness, Fitness.* Praha: Karolinum, 2005, 235 s. ISBN 80-246-0891-x.

3. BOČEK, Leo, Jana BOČKOVÁ a Jura CHARVÁT. *Matematika pro gymnázia: rovnice a nerovnice.* Praha: Prometheus, 1994, 108 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-85849-42-9.

4. ČERMÁK, Pavel a Petra ČERVINKOVÁ. *Odmaturuj! z matematiky 1.* 3. vyd. (opr.). Brno: Didaktis, 2004, 208 s. Odmaturuj!. ISBN 80-7358-014-4.

5. DRÁBEK, Jaroslav a Jaroslav HORA. *Algebra: Polynomy a rovnice.* Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2001, 125 s.

6. HRUŠA, Karel, Zbyněk DLOUHÝ a Jiří ROHLÍČEK. *Úvod do studia matematiky: učebnice pro pedagogické fakulty.* 3. vyd. Praha: Karolinum, 1991, 347 s. ISBN 80-7066-521-1.

7. JARNÍK, Jiří a Miroslav ŠISLER. *Jak řešit rovnice a jejich soustavy.* 2., dopl. vyd. Praha: SNTL, 1969, 244 s. Polytechnická knižnice. Řada 2, Příručky; Sv. 18. Řada polytechn. literatury.

8. KOPŘIVOVÁ, Jana. *Tělesný a funkční rozvoj adolescentů (1., 2. ročník).* Brno, 2012. Diplomová práce. Masarykova univerzita. Fakulta sportovních studií. Katedra pedagogiky sportu.

9. MÁČEK, Miloš a Jiří RADVANSKÝ. *Fyziologie a klinické aspekty pohybové aktivity.* Praha: Galén, 2011, 245 s. ISBN 978-80-7262-695-3.

10. POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně.* Plzeň: Fraus, 2014, 431 s. ISBN 978-80-7238-449-5.

11. SCHWARZ, Štefan. *Základy náuky o riešení rovníc.* 2. dopl. vyd. Bratislava: SAV, 1968. 454 s.

ELEKTRONICKÉ ZDROJE

1. CZECH-SKI.COM. *Lexikon severské kombinace* [online]. Czech-ski.com, 16. 1. 2014. [cit. 19. 2 2018]. Dostupné z: http://www.czech-ski.com/severska-kombinace/o-discipline/lexikon-severske-kombinace

2. DIEZ Roberto, Jose Luis RAMIREZ, Jesús MOROS. Offiial Results Book Nornic Combined [online]. PyeongChang, 25. 2. 2018 [cit. 1. 4. 2018]. Dostupné z: https://www.pyeongchang2018.com/en/game-time/results/OWG2018/resOWG2018/pdf/OWG2018/NCB/OWG2018_NCB_COO_NCB————————————-.pdf

3. INTERNATIONAL SKI FEDERATION FIS. *The international ski competition rules (ICR) Ski jumping* [online]. Oberhofen, 2017 [cit. 15. 2. 2018]. Dostupné z: http://www.czech-ski.com/severska-kombinace/o-discipline/lexikon-severske-kombinace

4. NEMČÍKOVÁ Katarína a kol. *Matematická gramotnost ve výuce. Metodická příručka* [online]. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, školské poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků (NÚV), 2011 [cit. 22. 3. 2018]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/uploads/Publikace/vup/matematickagramotnost_final.-pdf

5. Rozvoj experimentální výuky environmentálních programů ZŠ a SŠ. *Funkční testy oběhové soustavy* [online]. Enviroexperiment, 2012 [cit. 13. 3. 2018]. Dostupné z: http://www.enviroexperiment.cz/biologie-stredni-skola/funkcni-testy-obehove-soustavy (Rozvoj experimentální výuky environmentálních programů ZŠ a SŠ, 2012)

6. SPORTZOOM.CZ. *Skoky na lyžích – pravidla a bodování* [online]. Sportzoom.cz, © 2018 [cit. 15. 2. 2018]. Dostupné z: http://sportzoom.cz/skoky-na-lyzich-pravidla-a-bodovani/

UČEBNICE

1. BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky.* 3. přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 1999, 631 s. ISBN 80-7196-140-x. Učebnice pro střední školy.

2. CIZLEROVÁ, Michaela et al. *Matematika pro střední školy: učebnice. 2. díl, Výrazy, rovnice a nerovnice.* Brno: Didaktis, c2013, 136 s. ISBN 978-80-7358-208-1.

3. HRUBÝ, Dag. *Matematická cvičení pro střední školy.* Praha: Prometheus, 2008, 294 s. ISBN 978-80-7196-374-5.

4. CHADIMOVÁ, Marie. *Matematika pro střední školy. 2. díl, Výrazy, rovnice a nerovnice : pracovní sešit.* Brno: Didaktis, 2013, 136 s. ISBN 978-80-7358-209-8.

5. JANEČEK, František. *Maturujeme a připravujeme se na přijímací zkoušky na vysokou školu, matematika.* Praha: Fi BLUG, 1993. ISBN 80-85635-39-9.

6. JANEČEK, František. *Výrazy, rovnice, nerovnice a jejich soustavy.* 3. přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 1995, 1941 s. ISBN 80-7196-096-9. Pomocné knihy pro žáky.

7. PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika - příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy.* Praha: Prometheus, 1998, 303 s. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-099-3.

8. SÝKORA, Václav et al. *Matematika: sbírka úloh pro společnou část maturitní zkoušky: vyšší obtížnost.* Praha: Tauris, 2001a, 114 s. ISBN 80-211-0397-3

9. SÝKORA, Václav. *Matematika: sbírka úloh pro společnou část maturitní zkoušky: základní obtížnost.* Praha: Tauris, 2001b,98 s. Sbírky úloh pro společnou část maturitní zkoušky. ISBN 80-211-0400-7.

10. VOCELKA, Jindřich. *Repetitorium středoškolské matematiky ve slovních úlohách.* Praha: Scientia, 2008, 128 s. ISBN 978-80-86960-34-0.

11. VOŠICKÝ, Zdeněk. *Cvičení k Matematice v kostce.* Havlíčkův Brod: Fragment, 1999, 208 s. ISBN 80-7200-251-1.

INSPIRACE PRO TVORVU ÚLOH

1. HALADA, Andrej, Aleš JAKEŠ a Jaromír KREJČÍ. *Na kole křížem krážem po Čechách, Moravě a Slezsku: 40 tipů na výlety.* Praha: Fragment, 2011, 128 s. Tipy na výlety. ISBN 978-80-253-1243-8.

2. VÝLETY NA DEN. *Váš průvodce výlety* [online]. Výlety na den, 2013 [cit. 1. 4. 2018]. Dostupné z: http://www.vyletynaden.cz/cs/