



Diplomová práce

Optické svazky se strukturami menšími nežli vlnová délka

Studijní program:

N0588A110001 Aplikované vědy v inženýrství

Autor práce:

Bc. Jan Kendík

Vedoucí práce:

doc. RNDr. Miroslav Šulc, Ph.D.

Katedra fyziky

Liberec 2023



Zadání diplomové práce

Optické svazky se strukturami menšími nežli vlnová délka

<i>Jméno a příjmení:</i>	Bc. Jan Kendík
<i>Osobní číslo:</i>	M21000153
<i>Studijní program:</i>	N0588A110001 Aplikované vědy v inženýrství
<i>Zadávací katedra:</i>	Katedra fyziky
<i>Akademický rok:</i>	2021/2022

Zásady pro vypracování:

1. Seznamte se se základní literaturou o Besselovských a strukturovaných optických svazcích.
2. Podílejte se na návrhu generátoru strukturovaných svazků se strukturami menšími nežli vlnová délka použitého světla
3. Optimalizujte konfiguraci tohoto generátoru
4. Spolupracujte na vývoji metod, umožňujících detekci prostorového rozložení intenzity světla ve svazku
5. Zkoumejte vlastnosti evanescentní vlny, generované při totálním odrazu strukturovaných optických svazků, a její interakce s okolím
6. Diskutujte limity možnosti generace optických svazků se strukturami menšími nežli vlnová délka a jejich použití při studiu nanoobjektů

Rozsah grafických prací:
Rozsah pracovní zprávy: 50-70
Forma zpracování práce: tištěná/elektronická
Jazyk práce: Čeština

Seznam odborné literatury:

- [1] Hernández-Figueroa H., Zamboni-Rached M., Recami E., Non-Diffracting Waves: An Introduction, 2013, ISBN-13: 978-3527411955
- [2] Saleh, B. E. A. – Teich, M.C.: Základy fotoniky I,II , MATFYZPRESS, Praha, 1994-95
- [3] Malý P., Optika, Karolinum, 2008, ISBN: 9788024613420
- [4] H. Rubinsztein-Dunlop et al., "Roadmap on structured light," J. Opt., vol. 19, no. 1, p. 013001, Jan. 2017, doi: 10.1088/2040-8978/19/1/013001.
- [5] A. Forbes, M. de Oliveira, and M. R. Dennis, "Structured light," Nat. Photonics, vol. 15, no. 4, pp. 253–262, Apr. 2021, doi: 10.1038/s41566-021-00780-4
- [6] M. Zhu, Q. Cao, and H. Gao, "Creation of a 50,000λ long needle-like field with 036λ width," Journal of the Optical Society of America A, vol. 31, no. 3, Art. no. 3, Mar. 2014, doi: 10.1364/JOSAA.31.000500.
- [7] V. Kollárová, "Synteza_svetelnych_poli.pdf", 2011. Disertační práce Přírodovědecká fakulta Univerzity Palackého v Olomouc, katedra optiky, [Online] "Synteza_svetelnych_poli.pdf". Dostupné z: http://theses.cz/id/9sslk2/Synteza_svetelnych_poli.pdf.
- [8] Odborné články podle doporučení vedoucího diplomové práce

Vedoucí práce: doc. RNDr. Miroslav Šulc, Ph.D.
Katedra fyziky

Datum zadání práce: 8. února 2022
Předpokládaný termín odevzdání: 28. dubna 2023

L.S.

prof. Ing. Zdeněk Plíva, Ph.D.
děkan

prof. Mgr. Jiří Erhart, Ph.D.
vedoucí katedry

V Liberci dne 11. dubna 2022

Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci jsem vypracoval samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Jsem si vědom toho, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má diplomová práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědom následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

Optické svazky se strukturami menšími nežli vlnová délka

Abstrakt

Předmětem této diplomové práce bylo studium a vývoj nového druhu pseudo-nedifrakčního optického svazku, známého jako strukturovaný optický svazek. Cílem práce bylo vytvořit generátor těchto svazků a optimalizovat jej pro generaci struktur o velikosti menší než vlnová délka. V rámci experimentů byla provedena měření sub-pixelových struktur svazku pomocí metody zakrývání pixelů fotodetektoru, na které tyto struktury dopadaly. Dosáhli jsme úspěšné generace nedifrakčního pole o šířce $0,89\lambda$ a délce 1185λ . Dále jsme provedli experiment s totálním vnitřním odrazem, který ukázal signifikantní změnu rozložení polarizace v jádře svazku. Diskutovali jsme také limity generace sub-vlnových strukturovaných svazků a jejich potenciál využití. Získané výsledky a jejich možné aplikace byly předmětem analýzy a diskuse. Na základě těchto výsledků je patrný potenciál strukturovaných optických svazků jako nového nástroje pro optické manipulace, mikroskopii a vytyčování prostorové přímosti pro ultrapřesnou justaci.

Klíčová slova: Strukturovaný svazek, Gaussovský svazek, pseudo-nedifrakčnost, vlnová délka, subpixelové struktury, metoda překrývání

Optical beams with subwavelength structures

Abstract

The subject of this thesis was the study and development of a new type of pseudo-non-diffractive optical beam, known as a structured optical beam. The aim of the thesis was to create a generator for these beams and to optimize it for the generation of structures smaller than a wavelength. The experiments involved measurements of sub-pixel beam structures using a method of covering the pixels of the photodetector on which these structures were incident. We achieved successful generation of a non-diffraction field with a width of 0.89λ and a length of 1185λ . We also performed a total internal reflection experiment, which showed a significant change in the polarization distribution in the core of the beam. We also discussed the limits of sub-wavelength structured beam generation and their potential applications. The obtained results and their possible applications were analyzed and discussed. Based on these results, the potential of structured optical bundles as a new tool for optical manipulation, microscopy and delineation of spatial straightness for ultraprecision alignment.

Keywords: Structured beam, Gaussian beam, pseudo-non-diffraction, wavelength, subpixel structures, covering method

Poděkování

V první řadě děkuji vedoucímu této diplomové práce doc. RNDr. Miroslavu Šulcovi Ph.D., za cenné rady k teoretické části a rovněž užitečné rady při laboratorní činnosti. Dále děkuji Ing. Sabrin Abdallah za přípravu vzorků nutných pro měření a R. O. Torresovi Mandieta Ph.D. za cenné postřehy a rady ohledně přípravy vzorků. Déle patří velký dík Ing. Kryštofovi Polákovi a Ing. Martinovi Duškovi za jejich rady a zkušenosti se strukturovanými svazky a zejména pak Ing. Evě Roikové za výpomoc s experimenty a gramatickou a fyzikální korekci práce.

Obsah

seznam symbolu a zkratek	11
1 Teorie popisu světla	13
1.1 Vlnový popis	14
1.1.1 Difrakce vlnění	15
1.1.2 Aberace vlnoploch	18
1.2 Elektromagnetický popis	21
1.2.1 Vlnové vyjádření elektromagnetického formalismu	23
1.2.2 Helmholtzova rovnice	24
1.2.3 Energie elektromagnetické vlny	24
1.3 Polarizace světla	25
1.3.1 Klasická polarizace	25
1.3.2 Jonesův formalismus	28
1.3.3 Stokesův formalismus	29
1.3.4 Vektorová polarizace	30
1.3.5 Poincarého sféra	33
1.3.6 Polarizační singularity a nehomogenní polarizace	35
1.3.7 Fáze a fázové singularity	37
1.4 Evanescenční pole	38
1.4.1 Úplný vnitřní odraz	38
1.4.2 Okrajové podmínky Maxwellových rovnic v dielektrických mediích	38
1.4.3 Matematická formulace	39
1.5 Neklasické optické svazky	40
1.5.1 Hermite-Gaussovské svazky	41
1.5.2 Laguerre-Gaussovské svazky	42
1.5.3 Bessel-Gaussovské svazky svazek	42
1.5.4 Strukturovaný svazek	45
1.5.5 Vlastnosti pseudonedifrakčních svazků	49
1.6 Aplikace SLB	52
1.6.1 Překonávání difrakčního limitu v mikroskopii	52
1.6.2 Optické pinzety	54
1.6.3 Vytyčení prostorové přímosti	55
2 Generátor SLB	56
2.1 Optimalizace parametřů generátoru SLB	59
2.1.1 Uchycení komponent	59

2.1.2	Aberace vyššího řádu	60
3	Měření vlastností SLB svazku	62
3.1	Měření šířky středu svazku	63
3.1.1	Laboratorní realizace metody překrývání	64
3.2	Měření délky nedifrakčního pole	71
4	Vlastnosti evanescentní a odražené vlny generované SLB	73
4.1	Měření vstupního rozložení polarizace	73
4.2	Měření rozložení polarizace vlny odražené totálním odrazem	75
5	Diskuze	78
5.1	Limity SLB	78
5.1.1	Porovnání měřeného SLB svazku s Gaussovským svazkem	78
5.1.2	Modulace vzájemné vzdálenosti sferické a plankonvexní čočky	79
5.2	Použití při studiu nanoobjektů	80
6	Závěr	81

Seznam tabulek

3.1	Naměřené velikosti nanočástic pomocí elektronového mikroskopu	64
3.2	Naměřené velikosti středu svazku	69
3.3	Naměřené velikosti středu svazku v šesti vzdálenostech od d_{SLB}	72

Seznam obrázků

1.1	Schema vzájemných vztahů mezi jednotlivými přístupy k chápání světla, inspirováno [1]	13
1.2	Difrakce vlnění	15
1.3	Intenzitní profil Gaussova svazku Gaussovou funkcí.	16
1.4	Rozbíhavost dílčích \vec{k} popsána Gaussovou funkcí.	16
1.5	Ilustrace odstupů reálné vlnoplochy od ideální.	18
1.6	Vizualní mapa základních Zernikeho polynomů. převzato z [4]	19
1.7	Elektrické pole elektrického dipólu	21
1.8	Magnetické pole tyčového magnetu.	22

1.9	Poyntingův vektor ve vakuu.	24
1.10	Lorenzův model atomu, elektrony jsou s jádrem spojeny pružnou vazbou.	25
1.11	Představa kmitání dipólu jako kmitání kuličky na gumičce okolo pevného bodu.	25
1.12	Klasické druhy polarizace světla.	26
1.13	Rozložení vektoru \vec{E} do směrů x a y	28
1.14	Ilustrace vektorových cylindrických svazků. Bílá šipka označuje směr kmitání polarizace, která je prostorově proměnná a úhel ϕ_0 značí odklon polarizace od radiály. Převzato z [12]	31
1.15	Vizualizace generace radiálně a azimutálně polarizovaných svazků na základě principu superpozice.	31
1.16	Řez Poincarého svazkem, převzato z [13].	32
1.17	Poincarého sféra vizualizuje všechny možné klasické polarizační stavy a jejich spojitosti. Převzato z [14]	33
1.18	Blochova sféra ukazuje druhy optických svazků a jimi nesený orbitální moment hybnosti. Převzato z [14]	34
1.19	Poincarého sféra vyšších řádů. Převzato z [14]	35
1.20	Dvě základní rozložení elips v okolí bodu C.	36
1.21	Struktura S-destičky. Převzato z [20]	37
1.22	Charakterizace vírových svazků pomocí topologického náboje m . Převzato z [21]	37
1.23	Souvislost 3. Maxwellovy rovnice a evanescentního pole.	39
1.24	Vizualizace průběhu nově získané funkce ve významných časových intervalech.	39
1.25	Souvislosti vybraných druhů optických svazků. Zde (x, y, z, t) značí kartézský souřadný systém, (r, ϕ, z, t) cylindrický souřadný systém, (ζ, θ, r) poloidně-toroidní souřadný systém, SLB označuje strukturovaný laserový svazek, z anglického "structured laser beam". Dřalším zkratky jsou popsány v následujících kapitolách.	40
1.26	Intenzitní struktury probíraných svazků. Převzáno z [27]	41
1.27	Příčný řez BG svazkem.	42
1.28	Ilustrace polynomů a funkce, figurujících v matematických předpisech výše probíraných svazků.	43
1.29	Axikon generuje vlnoplochy naznačené červeně a dáva vzniku Besselovskému svazku.	44
1.30	Příčný intenzitní profil strukturovaného svazku.	45
1.31	Situace v okolí pasu Gaussovského svazku.	46
1.32	Zjemňování struktury optické komponenty.	47
1.33	Prodloužení pseudo-nedifrakčního pole.	47
1.34	Příčné struktury svazků korespondující s danými aberacemi.	48
1.35	Fotky výše rozebraných svazků odpovídajících kombinacím sférické aberace a defokusu	48
1.36	Zmenšování středu jemnou změnou vzájemné vzálenosti generujících elementů	49

1.37	Principielní schema generátoru strukturovaných svazků. Laserové světlo dopadá na sferickou čočku za níž je ve vzdálenosti d vložena plankonvexní čočka. Modulací vzdálenosti d modulujeme velikosti vnitřních struktur svazku, zejména šířku centrálního jádra.	49
1.38	Ilustrace samovolného obnovení svazku za překážkou ve vzdálenosti z_r	50
1.39	Simulace samoobnovení svazku generovaného dvěma různými způsoby.	51
1.40	Princip fluorescence.	53
1.42	Ilustrace principu optické pinzety kolidující s dielektrickou částicí. Převzato z [34]	54
2.1	Schema generátoru	56
2.2	Generátor strukturovaných svazků a měřicí stanoviště.	57
2.4	Uchycení vzorku k mikroposuvu	58
2.5	Vzorek na piezo-mikroposuvu	58
2.6	Zajištění prostorové přímosti komponent pomocí cage systému	59
2.8	Generace svazku sferickou aberací druhého řádu.	60
2.9	Bližší pohled na minimalizaci středu svazku použitím sferické aberace druhého řádu pro generaci.	60
3.1	Vizualizace metody zakrývání.	63
3.2	Vizualizace metody zakrývání pro případ sub-pixelové struktury.	64
3.3	Oříznutí svazku, na kterém probíhalo měření pouze na vyhodnocované oblasti odpovídající Z_0^6	66
3.4	Průběh překryvu 2. pixelu vlevo od centrálního dvěma vedle sebe deponovanými částicemi	68
3.5	Průběh překryvu pixelu vlevo od centrálního dvěma vedle sebe deponovanými částicemi	68
3.6	Průběh překryvu pixelu vlevo od centrálního dvěma vedle sebe deponovanými částicemi	69
3.7	Průběh překryvu 2. pixelu vpravo od centrálního dvěma vedle sebe deponovanými částicemi	70
3.8	Průběh překryvu pixelu vpravo od centrálního dvěma vedle sebe deponovanými částicemi	70
3.9	Průběh naměřených velikostí pixelu.	71
3.10	Schema sestavy pro měření délky nedifrakčního pole.	71
3.11	Průběh RED složky středového pixelu ukazující velikost a rozbíhavost středu svazku menšího nežli vlnová délka.	72
4.1	Schema uspořádání pro snímání vstupního rozložení polarizace	73
4.2	Stokesovy parametry S_0, S_1 středu SLB svazku.	74
4.3	Stokesovy parametry S_2, S_3 středu SLB svazku.	74
4.4	Rozložení polarizace a její elipticity v jádru svazku.	75
4.5	Schema uspořádání pro snímání polarizace vlny odražené totálním odrazem.	75
4.6	Stokesovy parametry S_0, S_1 středu SLB svazku po totálním odrazu.	76
4.7	Stokesovy parametry S_2, S_3 středu SLB svazku po totálním odrazu.	76

4.8	Rozložení polarizace a její elipticity v jádru svazku po totálním odrazu.	77
5.1	Průběh rozbíhavosti Gaussovského a SLB svazku na dráze $750\mu m$.	79
5.2	Dva opačné stavy jádra SLB svazku.	80

Seznam symbolů a zkratek

SLB	strukturovaný laserový svazek (z anglického: structured laser beam)
$STED$	stimulovaná emise deplece
$u(\vec{r}, t)$	vlnová funkce
Δ	Laplaceův operátor
$I(\vec{r}, t)$	optická intenzita
$\langle \cdot \rangle$	oprátor středování
c_0	fázová rychlost světla ve vakuu
c	fázová rychlost světla v médiu
n	index lomu média
$A_0(\vec{r})$	amplituda vlnové funkce
\vec{r}	polohový vektor
ω	Úhlová frekvence vlny
\vec{k}	vlnový vektor
$\tilde{\nu}$	vlnočet
$\hat{U}(\vec{r}, t)$	komplexní vlnová funkce
i	komplexní jednotka, topologický index
\Re	reálná část komplexního čísla
\Im	imaginární část komplexního čísla
λ	vlnová délka
ρ	průměr svazku
p	hybnost
Θ_0	vrcholový úhel kužele rozbíhavosti svazku
W_0	poloměr svazku v jeho pasu
$W(r, \phi)$	polynomický rozvoj popisující obecné čelo vlnoplochy
$Z_n^m(r, \phi)$	Zernikeho polynom
N_n^m	normalizační váhový koeficient Zernikeho polynomu
$R_n^{ m }$	radiální složka Zernikeho polynomu
$\vec{E}(\vec{r}, t)$	intenzita elektrického pole
$\vec{B}(\vec{r}, t)$	magnetická indukce
$\vec{D}(\vec{r}, t)$	elektrická indukce
$\vec{H}(\vec{r}, t)$	intenzita magnetického pole
Q	elektrický náboj
$\rho(\vec{r}, t)$	hustota náboje
I	elektrický proud

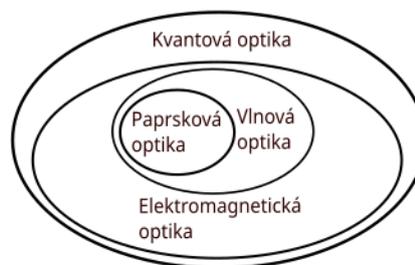
$\vec{j}(\vec{r}, t)$	proudová hustota
ϵ_0	permitivita vakua
μ_0	permeabilita vakua
Φ	magnetický indukční tok
S	plocha
$\vec{\nabla}$	vektorový operátor nabla
$T(t)$	časová komponenta řešení vlnové rovnice
$S(\vec{r})$	prostorová komponenta řešení vlnové rovnice
\vec{S}	Poyntingův vektor
ϵ	vzájemná fáze dvou kmitů
P	stupeň polarizace
$S_0 S_1 S_2 S_3$	Stokesovy parametry
a	velikost hlavní poloosy v Berryho formalismu
b	velikost vedlejší poloosy v Berryho formalismu
c	normála k elipse v Berryho formalismu
m	topologický náboj víru
E^*	komplexně sdružená intenzita elektrického pole
$HG_{m,n}$	Hermite - Gaussovský příčný mod
$LG_{p,l}$	Laguerre - Gaussovský příčný mod
BG_β	Bessel - Gaussovský svazek
(x, y, z, t)	kartezská soustava souřadnic
(r, ϕ, z, t)	cylindrická soustava souřadnic
(ζ, Θ, r)	poloidně - toroidní soustava souřadnic
$2z_0$	ohnisková hloubka svazku
z_0	Rayleighova vzdálenost
z_r	vzdálenost samoobnovení
D	průměr překážky, apertura čočky
$\Phi(x, y)$	fáze vírového svazku
\vec{L}	moment hybnosti
f	ohnisková vzdálenost čočky
Z_0^4	sférická vada prvního řádu
Z_0^6	sférická vada druhého řádu
d_{VK}	vzdálenost vzorek - kamera
d_{PK}	vzdálenost plankonvexní čočka - sférická čočka
d_{SLB}	vzdálenost počátku generace SLB
r_1, r_2	polohy ukazující překrytí pixelu

1 Teorie popisu světla

Počas historií poznávání povahy světla bylo vyvinuto několik fyzikálních pohledů popisujících jeho chování. První exaktní formulací se stala paprsková optika, která formulovala světlo jako soubor přímočaře se šířících paprsků světla. Průkopníky paprskové optiky byly Pierre de Fermat formulací Fermatova principu a Sir Isaac Newton, který tvrdil, že světlo je množinou přímočaře se pohybujících částic tvořících paprsky. Paprsková optika věrně popisuje případy kdy se světlo šíří předměty jejichž rozměry jsou mnohonásobě větší než vlnová délka světla [1]. Když popis světla pomocí paprsků začal selhávat a narazil na

jevy jež nebyly paprskovou formulací možný vysvětlit, kupříkladu difrakce či interference, přišel nový revoluční pohled na popis světla a to ten, že světlo se šíří ve formě vln, které popisuje skalární vlnová funkce. K rozvoji vlnové optiky přispěl svým slavným "Youngovým" experimentem Thomas Young, který jako první ukázal interferenci světelných vln, a dále Christiaan Huygens formulací Huygensova principu. Avšak s objevením jevů, které vlnová optika není schopna popsat, například polarizační stavy světla, přišla na řadu nová formulace světla, tentokrát se o ni zasloužil James

Clerk Maxwell. Pomocí čtyř slavných "Maxwellových" rovnic popsal nejen viditelnou oblast ale celé spektrum elektromagnetického vlnění. Základní myšlenkou bylo, že elektromagnetické vlnění se šíří ve formě dvou vzájemně kolmých vektorových vln, vlny intenzity elektrického pole a vlny intenzity magnetického pole. Posledním, nejmodernějším a zatím nejexaktnějším popisem světla, potažmo elektromagnetického spektra se stala kvantová optika, jejíž předpokladem je, že elektromagnetické pole je kvantováno a výměna energie probíhá po diskretních skocích sprostředkovaných částicemi, fotony. Průkopníky těchto přístupů se stali zejména Max Planck, který při studiu absolutně černého tělesa ukázal, že vyzařování se děje po diskretních tzv. kvantech. Obzory kvantového chápání světla rozšířil Albert Einstein při popisu fotoelektrického jevu.



Obrázek 1.1: Schema vzájemných vztahů mezi jednotlivými přístupy k chápání světla, inspirováno [1]

1.1 Vlnový popis

Vlnová optika přistupuje k popisu světla formou vln, tyto vlny matematicky vyjadřujeme takzvanou vlnovou funkcí, jde o skalární funkci polohy a času.

$$u(\vec{r}, t) \quad (1.1)$$

Vlnová funkce je řešením vlnové rovnice.

$$\Delta u(\vec{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (1.2)$$

Zde Δ vyjadřuje Laplaceův operátor definovaný jako $\Delta = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z^2}$ a c vyjadřuje fázovou rychlost vlny v homogenním prostředí. Jde o hyperbolickou parciální diferenciální rovnici druhého řádu a je lineární, tudíž platí princip superpozice, tedy máme-li dvě vlnové funkce $u_1(\vec{r}_1, t_1)$ a $u_2(\vec{r}_2, t_2)$ splňující vlnovou rovnici, pak i funkce $u_3(\vec{r}_3, t_3) = u_1(\vec{r}_1, t_1) + u_2(\vec{r}_2, t_2)$ splňuje vlnovou rovnici. Vlna je dále charakterizována optickou intenzitou,

$$I(\vec{r}, t) = 2 \cdot \langle u^2(\vec{r}, t) \rangle [Wm^{-2}] \quad (1.3)$$

kde $\langle \cdot \rangle$ je operátor středování definován jako $\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$. Každé homogenní optické prostředí je jednoznačně popsáno indexem lomu.

$$n = \frac{c_0}{c} \quad (1.4)$$

Kde $c_0 \doteq 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ je fázová rychlost světla ve vakuu. Index lomu nám tedy ukazuje míru snížení fázové rychlosti vlny v optickém prostředí oproti její fázové rychlosti ve vakuu. Tato práce pojednává o laserových svazcích, tedy o monochromatických vlnách s velkou koherenční délkou. Monochromatické vlny jsou z pohledu výpočtu výhodným řešením vlnové rovnice s harmonickou časovou základnou.

$$u(\vec{r}, t) = A_0(\vec{r}) \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \quad (1.5)$$

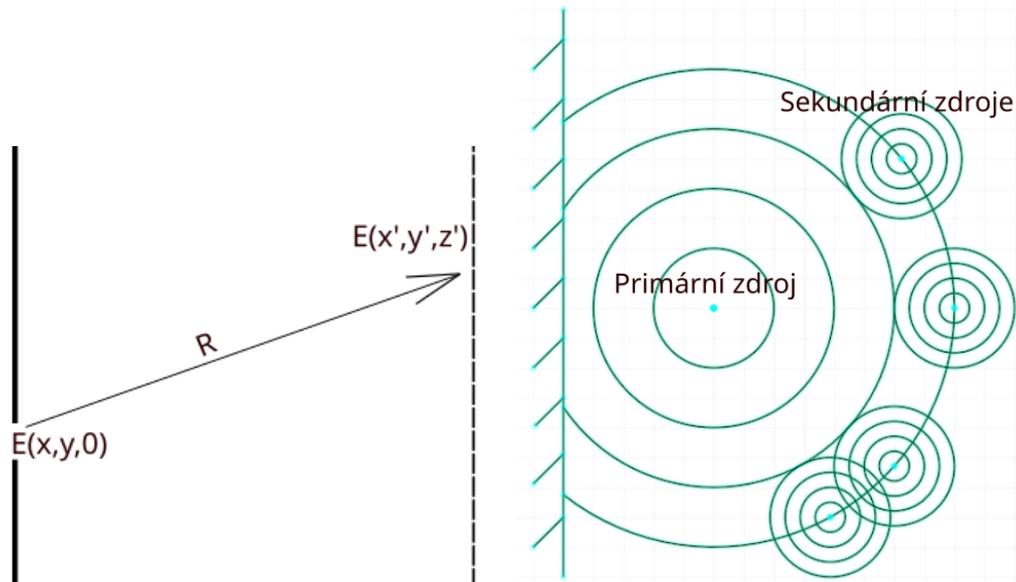
Zde $A_0(\vec{r})$ představuje amplitudu vlny v místě polohového vektoru \vec{r} , ω je frekvence vlnění, t je čas, \vec{k} představuje vlnový vektor, který vyjadřuje směr šíření vlnění a jeho velikost je tzv. vlnčet vlny $\tilde{\nu}$, který vyjadřuje počet vln připadajících na jednotku dráhy, typicky na 1 cm. V obecnějším komplexním vyjádření,

$$\hat{U}(\vec{r}, t) = A_0(\vec{r}) \cdot e^{i\omega t} \cdot e^{-i\vec{k}\vec{r}} \quad (1.6)$$

$$u(\vec{r}, t) = \Re\{\hat{U}(\vec{r}, t)\} \quad (1.7)$$

1.1.1 Difrakce vlnění

Difrakce je vlastnost vlnění plynoucí z Huygensova principu [2]. Difrakce je superpozice velkého množství vln se spojitě proměnným fázovým rozdílem, může být chápána jako ohyb světla za překážkou. Překážkou může být jak hrana nějakého objektu tak i otvor, intenzitní struktura za takovým objektem se pak nazývá difrakčním obrazcem [1]. Struktura difrakčního obrazce závisí na velikosti objektu (otvoru), vzdálenosti stínítka a na vlnové délce. Matematicky můžeme intenzitní rozložení určit pomocí difrakčního integrálu [3]



(a) Přiblížení situace pro použití difrakčního integrálu. (b) Ilustrace Huygensova principu, kde každý bod vlnoplochy se stává novým zdrojem vlnění.

Obrázek 1.2: Difrakce vlnění

$$E(x', y', z') = -\frac{i}{\lambda} \iint_{\text{apertura}} E(x, y, 0) \frac{e^{ikR}}{R} dx dy \quad (1.8)$$

$$R = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + z^2} \quad (1.9)$$

Bavíme-li se o laserových svazcích, jediným důsledkem difrakce, který má na chování svazku vliv, je divergence. Divergence u svazku představuje rozptyl dílčích vlnových vektorů \vec{k} . Použijme analogii s Heisenbergovými relacemi neurčitosti,

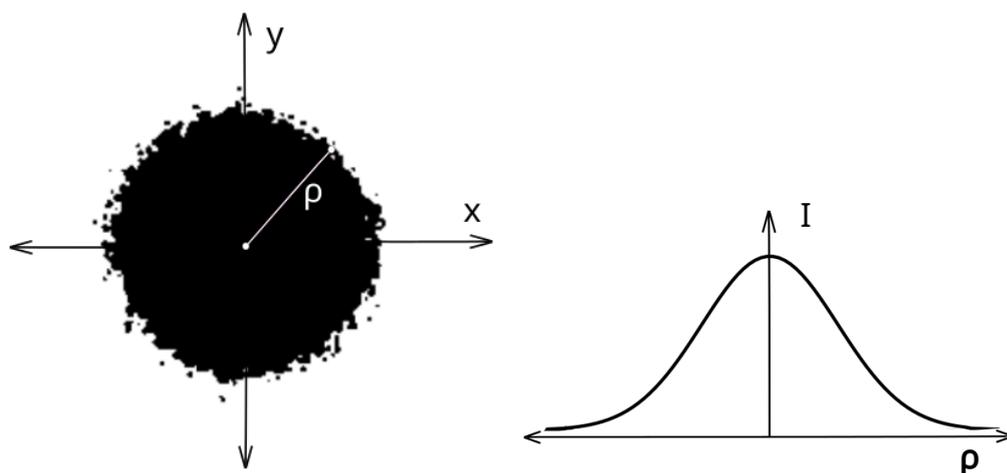
$$\Delta\rho\Delta p \geq \hbar \quad (1.10)$$

$$p = \hbar\vec{k} \quad (1.11)$$

$$\Delta\rho\Delta\vec{k} \geq 1 \quad (1.12)$$

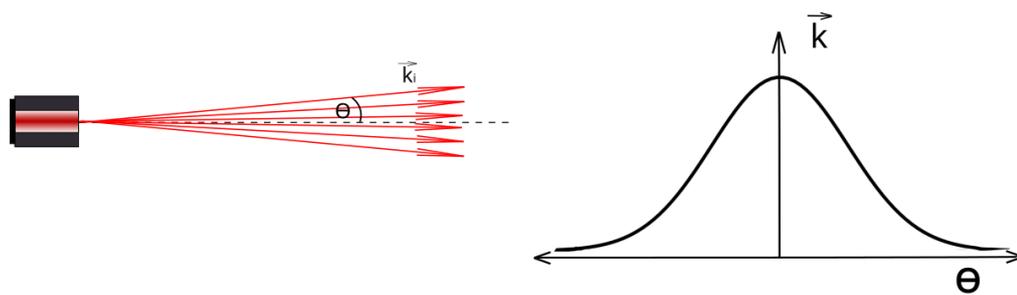
Zde $\Delta\rho$ představuje odchylku od správné hodnoty radiální vzdálenosti, Δp je odchylka od správné hodnoty hybnosti. Vztáhneme-li tuto relaci k vlně, jejíž hybnost je

1.12, kde \hbar je redukovaná Planckova konstanta, pak dostáváme relaci pro přesnost určení radiální vzdálenosti a přesnost určení rozbíhavosti. Ze třetí rovnice plyne, že zmenšování průměru svazku je na úkor zvyšování jeho divergence. V řeči Heisenbergových relací, zvyšováním přesnosti průměru svazku snižujeme přesnost nerozbíhavosti. A zvětšováním nepřesnosti průměru snižujeme nepřesnost rozbíhavosti. Optimální je mít neurčitost vlnového vektoru \vec{k} a neurčitost radiální vzdálenosti ρ rovny, tento předpoklad splňuje pouze gaussovský svazek, jehož příčný intenzitní profil i vlnové vektory jsou popsány Gaussovou funkcí. Exaktním popisem divergence



(a) Typický příčný intenzitní profil gaussovského svazku. Převzato a upraveno z [1]
 (b) Rozdělení intenzity v příčném řezu svazkem, zde ρ představuje radiální vzdálenost od středu svazku.

Obrázek 1.3: Intenzitní profil Gaussova svazku Gaussovou funkcí.



(a) Rozbíhavost vlnových vektorů laserového svazku.
 (b) Rozdělení vlnových vektorů, zde Θ představuje vrcholový úhel dílčího vlnového vektoru.

Obrázek 1.4: Rozbíhavost dílčích \vec{k} popsána Gaussovou funkcí.

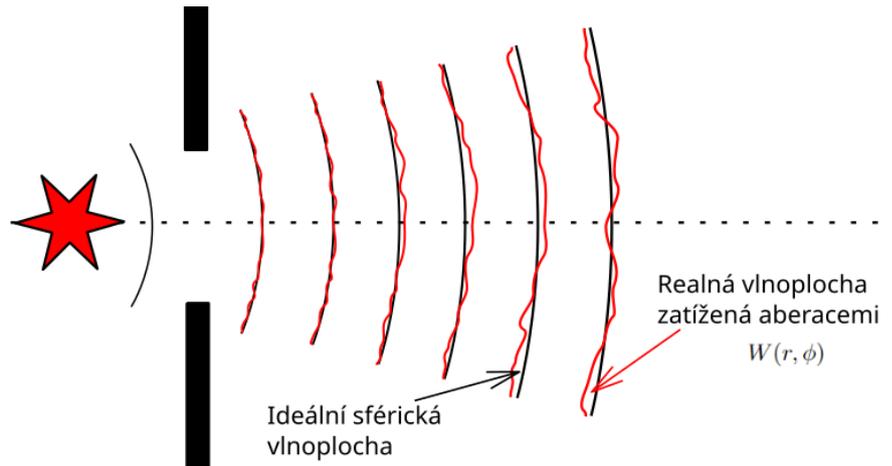
laserového svazku je určení vrcholového úhlu vyzařovaného kužele [1].

$$\Theta_0 = \frac{2}{\pi} \frac{\lambda}{2W_0} \quad (1.13)$$

Zde λ označuje vlnovou délku a W_0 je středový poloměr svazku, tedy jeho průměr v místě, kde svazek opouští dutinu rezonátoru.

1.1.2 Aberace vlnoploch

Vlnoplocha je množina míst se stejnou fází světelné vlny popsané vlnovou funkcí 1.1. V ideálních případech se mluví například o sférických či rovinných vlnách to jsou však jen limitní stavy za podmínky propagace vlny dokonalým vakuem. Šíří-li se vlna látkovým prostředím, optickou soustavou, nebo kombinací obojího je pak vlnoplocha zatížena vadami - aberacemi v důsledku různých příčin jako například fluktuační indexu lomu (anizotropní materiály nebo lokální anizotropie vlivem fyzikálních polí majících vliv na index lomu), nedokonalé zklenutí fokálních vzdáleností soustavy čoček, zakřivení pole a mnoho dalších, blíže rozebráno níže.



Obrázek 1.5: Ilustrace odstupů reálné vlnoplochy od ideální.

Reálnou vlnoplochu lze popsat obecným polynomickým rozvojem,

$$W(r, \phi) = W_{020}r^2 + W_{040}r^4 + W_{131}hr^3 \cos \phi + W_{222}h^2r^2 \cos^2 \phi + W_{220}h^2r^2 + W_{311}h^3r \cos \phi + \dots \quad (1.14)$$

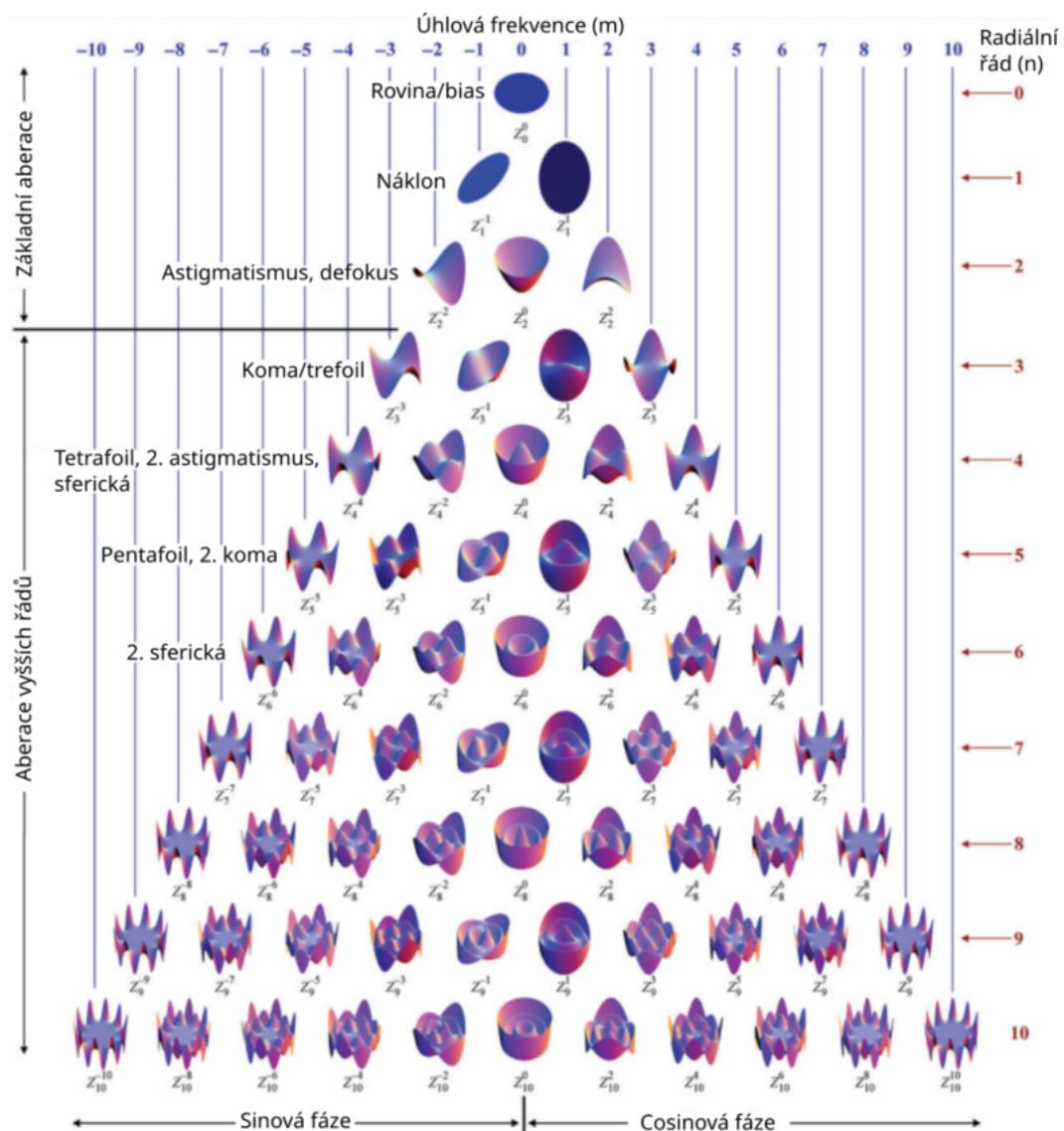
kde h značí výšku objektu, polynom je vyjádřen v polárních souřadnicích z důvodu uvažování kruhové pupily. V polynomu 1.14 pojmenujeme takzvané primární Seidelovy aberace.

- $r^2 \dots$ **Defokus** - V systému dvou čoček k defokusu dochází, pokud druhá čočka neleží přesně v ohnisku čočky první.
- $r^4 \dots$ **Sférická vada** - Paprsky na okraji čočky se lámou více a tím dochází k roztažení místa ohniska.
- $hr^3 \cos \phi \dots$ **Koma** - Paprsky vstupující do čočky nejsou paralelní s optickou osou.
- $h^2r^2 \cos^2 \dots$ **Asigmatismus** - Různá ohniska pro paprsky v různých rovinách, jde o důsledek nedokonalostí v rotační symetrii čočky.
- $h^2r^2 \dots$ **Zakřivení pole** - Střed detektoru se nenachází přesně na optické ose.

- $h^3 r \cos \phi \dots$ **Zkreslení pole** - Obrazové body se zobrazují v nesprávné vzdálenosti od optické osy. Pokud se vzdálenost zvětšuje rychleji než u objektu, mluvíme o poduškovitém zkreslení, pokud se vzdálenost zvětšuje pomaleji než u objektu, pak máme soudkovité zkreslení.

Pro vyšší přesnost popisu je možno polynom 1.14 rozšířit o členy vyšších řádů (sekundární, terciální atd.), to ale do popisu vnáší problém, členy vyšších řádů jsou totiž lineárními kombinacemi řádů nižších což znamená, že nejsme schopni přesně určit příčinu aberací.

A proto se pro věrnější jednoznačný popis aberací zavádějí Zernikeho polynomy. Zernikeho polynomy tvoří kompletní sadu bázových funkcí, které jsou ortogonální přes jednotkový kruh a slouží tedy jako vhodný a přesný popis aberací vlnoploch [4].



Obrázek 1.6: Vizualní mapa základních Zernikeho polynomů. převzato z [4]

$$Z_n^m(r, \phi) = \begin{cases} N_n^m R_n^{|m|}(r) \cos(m\phi) & \text{pokud } m \geq 0, 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \phi \leq 2\pi \\ -N_n^m R_n^{|m|}(r) \sin(m\phi) & \text{pokud } m < 0, 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \phi \leq 2\pi \end{cases} \quad (1.15)$$

Zde N_n^m značí normalizační váhový koeficient, $R_n^{|m|}$ je radiální složka závislá pouze na vzdálenosti od středu a člen $\cos(m, \phi)$ respektive $\sin(m, \phi)$ vyjadřuje jak se polynom mění celou otáčkou okolo kruhu $m = 1, 2, \dots$. Matematická formulace koeficientů je podrobně rozebrána v [4].

Popis aberací vlnoploch má pak tvar,

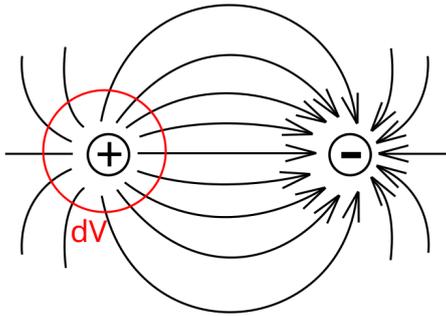
$$W(r, \phi) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=-n}^n W_n^m Z_n^m(r, \phi) \quad (1.16)$$

1.2 Elektromagnetický popis

V druhé polovině 19. století formuloval J. C. Maxwell nový revoluční popis světla a potažmo celého elektromagnetického spektra formou po něm pojmenovaných Maxwellových rovnic, ty ale zprvu formuloval v číselném oboru kvaternionů, takže možná i díky tomu se za svůj život nesetkal s uznáním a pochopením tohoto konstruktů. Maxwellovy rovnice jak je dnes známe, převedli do řeči vektorového diferenciálního počtu až později O. Heaviside a H. Hertz. Proměnné vystupující v Maxwellových rovnicích jsou obecně časově proměnná vektorová pole popisující chování polí elektromagnetických. Pole elektrické popisujeme vektorem intenzity elektrického pole $\vec{E}(\vec{r}, t)$ a pole magnetické vektorem magnetické indukce $\vec{B}(\vec{r}, t)$. V případě počítání polí v dielektrických prostředích popisujeme pole elektrické vektorem elektrické indukce $\vec{D}(\vec{r}, t)$ a pole magnetické vektorem intenzity magnetického pole $\vec{H}(\vec{r}, t)$. Dalšími členy užité v Maxwellově formulaci jsou zdroje výše skloňovaných polí, elektrický náboj Q , respektive jeho hustota $\rho(\vec{r}, t)$, elektrický proud I a jeho hustota $\vec{j}(\vec{r}, t)$. Výše diskutovaná vlnová optika popisuje světlo pomocí vlnové rovnice 1.2, již vyhovuje skalární vlnová funkce 1.1. Avšak elektromagnetický popis zobecňuje problematiku a uvažuje vektorová pole, která mohou být stacionární, nebo se šířit formou vektorových vln. Maxwellovy rovnice mohou být interpretovány ve formě integrální, což nám dává informaci o tocích veličin polí, nelokální vyjádření. Druhým způsobem interpretace je diferenciální tvar rovnic, kterým zkoumáme veličiny lokálně.

$$\oiint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (1.17)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1.18)$$



Obrázek 1.7: Elektrické pole elektrického dipólu

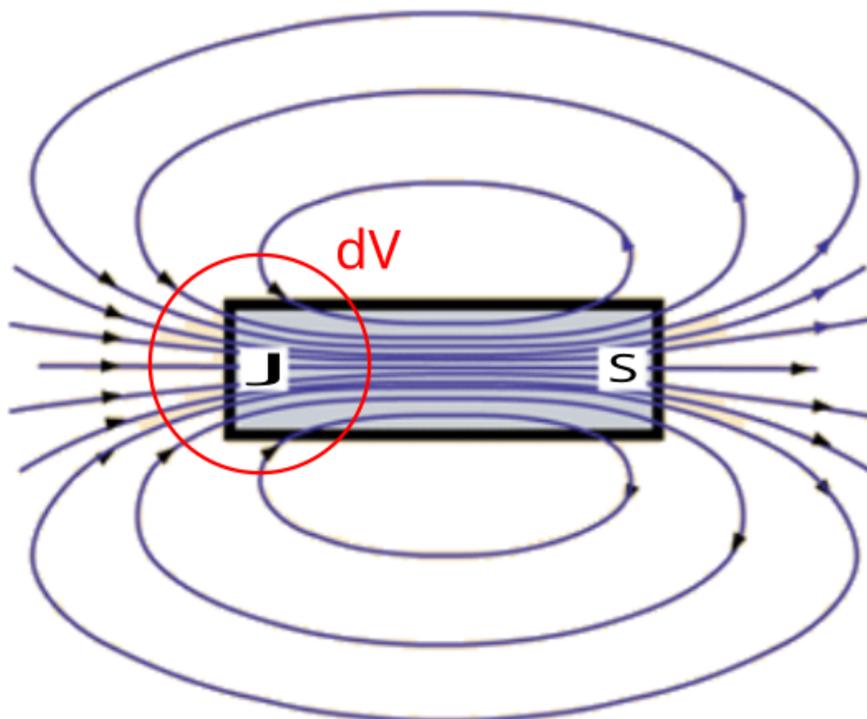
Gaussova věta elektrostatiky a první Maxwellova rovnice. V integrálním tvaru 1.17 nám říká, že tok intenzity elektrického pole libovolnou uzavřenou orientovanou plochou je roven celkovému náboji uvnitř plochy dělenému ϵ_0 . Transformace z integrálního tvaru do diferenciálního je prováděna za pomoci Gauss-Ostrogradského věty [5] [6], tohoto teorému můžeme využít za předpokladu, že plošný integrál operuje přes plochu, která je libovolná, uzavřená a orientovaná. Z těchto předpokladů získáme z plošného integrálu 2. druhu integrál objemový z divergence daného vektorového pole, tedy diferenciální formulaci 1.

Maxwellovy věty. V diferenciálním tvaru 1.18 se setkáváme s operací divergence, která je matematický aparát na test zdrojů vektorových polí. Rovnice v tomto tvaru nám říká, že zdroje elektrického pole jsou prostorově rozložené náboje. Také zřetelné na obr. 1.7.

$$\oiint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (1.19)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.20)$$

Druhá Maxwellova rovnice v integrálním tvaru 1.19 ukazuje, že magnetický indukční tok libovolnou, uzavřenou, orientovanou plochou je roven nule. Analogicky diferenciální tvar 1.20 říká, že neexistují zdroje magnetického pole, tzv. magnetické monopóly. Toto můžeme ilustrovat na magnetickém poli tyčového magnetu 1.8.



Obrázek 1.8: Magnetické pole tyčového magnetu.

Zaměříme-li se na oblast označenou dV vidíme, že indukční čáry jsou uzavřené a do oblasti vstupují i z ní vystupují. To platí ve všech bodech magnetického pole. V první a druhé Maxwellově rovnici jsme řešili zdroje polí a toky polí. V dalších dvou Maxwellově rovnicích se zaměříme na rotace těchto polí.

$$\oint_k \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (1.21)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.22)$$

Pro slovní interpretaci třetí Maxwellovy rovnice použijeme její diferenciální tvar 1.22. Říká nám, že časově proměnné magnetické pole v jednom bodě vytváří rotující elektrické pole v okolí tohoto bodu. V transformaci z integrálního do diferenciálního tvaru je využito Stokesovy věty a následně komutativnosti derivace a integrace. V

rovnici 1.21 Φ označuje magnetický indukční tok, jehož fyzikální význam je hustota indukčních čar v ploše.

$$\oint_k \vec{B} d\vec{l} = \mu_0(I + \epsilon_0 S \frac{dE}{dt}) \quad (1.23)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}) \quad (1.24)$$

Analogicky i u čtvrté rovnice použijeme pro slovní formulaci diferenciální tvar 1.24 ta nám říká, že rotující magnetické pole je generováno buď protékajícím elektrickým proudem I , nebo časovou změnou elektrického pole (v dielektrických látkách ještě jejich polarizací). $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [H/m]$ je permeabilita vakua a $\epsilon_0 \approx \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} [F/m]$ je permitivita vakua [1].

1.2.1 Vlnové vyjádření elektromagnetického formalismu

Každý nový přístup k chápání světla je vždy zobeznění popisu předcházejícího. Tedy všechny předešlé popisy musí být s jistými omezeními odvoditelné z popisu nového. Z Maxwellových rovnic odvodíme vlnovou rovnici 1.2 s předpokladem propagace vlnění ve vakuu, tedy $\vec{j} = \vec{0}$ a stejně tak $\vec{P} = \vec{0}$, dále platí vektorová identita $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \nabla(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E}$, ta se však za předpokladu $Q = 0$ (vakuum) zredukuje do tvaru $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\Delta \vec{E}$.

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} / \cdot \frac{\partial}{\partial t} \quad (1.25)$$

$$\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (1.26)$$

Z rovnice 1.22 dosadíme za $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

$$-\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (1.27)$$

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.28)$$

Dostáváme zde vlnovou rovnici popisující šíření elektromagnetické vlny v prostoru a čase. Zde $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ je fázová rychlost šíření elektromagnetické vlny ve vakuu. Obdobně lze vyjádřit pro složku \vec{B} . Obecným řešením vlnové rovnice,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = u(\vec{r}) e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \quad (1.29)$$

kde $u(\vec{r})$ značí komplexní amplitudu elektromagnetické vlny.

1.2.2 Helmholtzova rovnice

Rovnice 1.28 nám popisuje šíření elektromagnetické vlny v prostoru i čase zároveň, avšak chceme-li popsat pouze vývoj v čase, respektive pouze vývoj v prostoru (Příčná struktura intenzity svazku) musíme odvodit tzv. Helmholtzovu rovnici. Odvození vychází z požadavku, že hledáme řešení vlnové rovnice ve tvaru $E = S(\vec{r}) \cdot T(t)$, kde $T(t)$ je funkce času nezávislá na $S(\vec{r})$ a funkce $S(\vec{r})$ je funkcí polohy a je nezávislá na funkci $T(t)$. Ve vlnové rovnici tedy Laplaceův operátor Δ bude působit pouze na funkci $S(\vec{r})$ a operátor $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ bude působit pouze na funkci $T(t)$.

$$T \cdot \Delta S - \mu_0 \epsilon_0 S \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = 0 \quad (1.30)$$

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \frac{1}{T} \quad (1.31)$$

Z pohledu prostorové části (levá strana rovnice) je pravá strana konstanta závislá na \vec{r} , tedy

$$\Delta S - \mu_0 \epsilon_0 \omega^2(\vec{r}) S = 0 \quad (1.32)$$

člen $-\mu_0 \epsilon_0 \omega^2(\vec{r})$ vyjadřuje kvadrát vlnového čísla. Touto úpravou dostáváme vyjádření vlnové rovnice pouze pro prostorovou část, takzvanou Helmholtzovu rovnici.

$$\Delta \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (1.33)$$

Obdobným postupem bychom z rovnice 1.31 mohli získat vyjádření vlnové rovnice pouze pro časovou složku.

1.2.3 Energie elektromagnetické vlny

Směr šíření a velikost energie nesené elektromagnetickou vlnou určuje Poyntingův vektor.

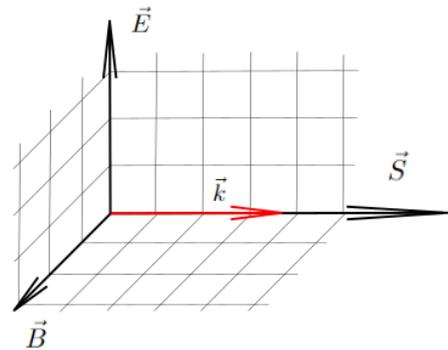
$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (1.34)$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (1.35)$$

Ve vakuu platí, že $\vec{S} \parallel \vec{k}$. V obecném dielektrickém prostředí tvoří $\vec{E}, \vec{H}, \vec{S}$ pravotočivý systém. Velikost Poyntingova vektoru je vyjádřena jako,

$$\|\vec{S}\| = \frac{\epsilon_0 \|\vec{E}\|^2 + \frac{\|\vec{B}\|^2}{\mu_0}}{2} c \quad (1.36)$$

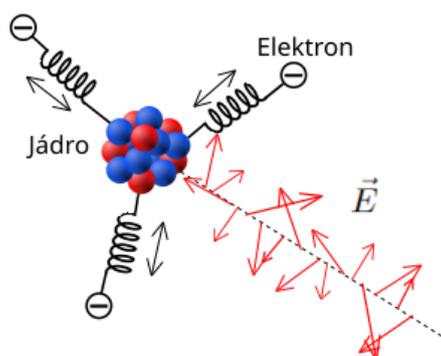
to znamená, že elektromagnetické vlnění nese stejnou část magnetické energie a elektrické energie. Poyntingův vektor je číselně roven intenzitě světla.



Obrázek 1.9: Poyntingův vektor ve vakuu.

1.3 Polarizace světla

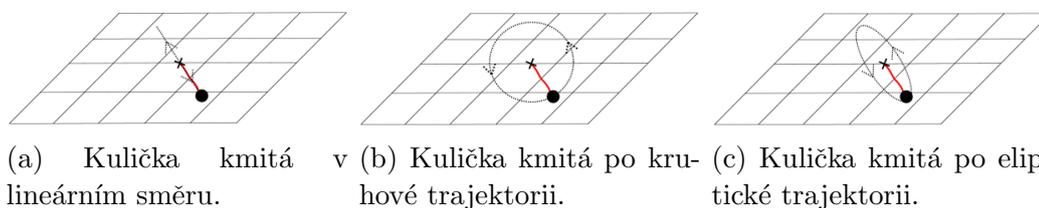
Polarizace je charakteristická vlastnost elektromagnetického vlnění, které je tvořeno kmitáním elektrického pole \vec{E} a k němu kolmého pole magnetického \vec{B} , oba tyto vektory leží v rovině kolmé ke směru šíření, viz Poyntingův vektor 1.2.3 a tvoří pravotočivou soustavu. Proto pro popis smyslu kmitání stačí jeden z vektorů \vec{E} , \vec{B} . Konvence velí uvažovat pro popis \vec{E} . Polarizace světla je dána smyslem kmitání \vec{E} počas propagace médiem. První známky přítomnosti povahy světla, které dnes říkáme polarizace si všiml ve druhé polovině 17. století R. Bartholin když si při studiu islandského vápence všiml, že krystal produkuje dvojí obraz. O necelé století později se polarizačními jevy hojně zabývali zejména E. Malus, který zkoumal obrazy tvořené světlem odraženým od krystalů vápence [7] a D. Brewster, který se proslavil studiem polarizace světla krystalu za přítomnosti vnitřního napětí. Avšak převratné objevy v oblasti polarizace světla jsou představovány dodnes [8]. Polarizační stavy světla můžeme rozčlenit do dvou hlavních kategorií, a to "klasická"- prostorově homogenní polarizace a "neklasická"- vektorová polarizace.



Obrázek 1.10: Lorenzův model atomu, elektrony jsou s jádrem spojeny pružnou vazbou.

1.3.1 Klasická polarizace

Nejprve se věnujme světlu s klasickou polarizací. Uvažujme jakožto zdroj elektromagnetického vlnění kmitající dipól reprezentovaný jádrem atomu. Náhodně vibrující dipól generuje světlo nepolarizované, tedy \vec{E} kmitá náhodně ve všech směrech v rovině kolmé ke směru propagace. Dipól může ale kmitat kontrolovaně třemi různými základními druhy kmitů. Pro dobrou představu vzniku těchto uniformních kmitů uvažujme dipól jako kuličku gumíčkou spjatou s pevným bodem. Tato kulička může kmitat buď po trajektorii lineární 1.11a, trajektorii kruhové 1.11b nebo po trajektorii eliptické 1.11c. Elektromagnetické vlnění generované těmito kmity má polarizaci korespondující s tvary těchto kmitů.

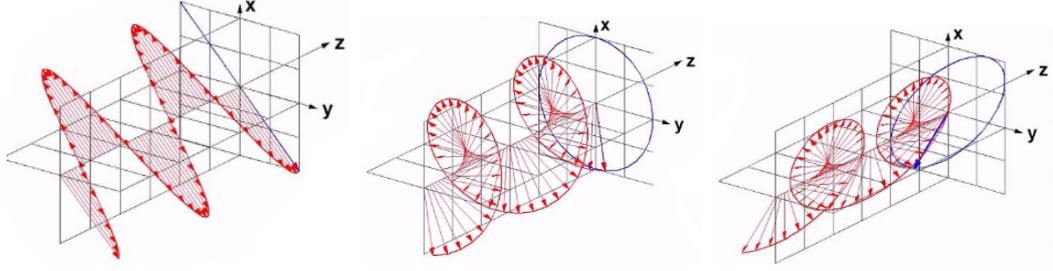


(a) Kulička kmitá v lineárním směru.

(b) Kulička kmitá po kruhové trajektorii.

(c) Kulička kmitá po eliptické trajektorii.

Obrázek 1.11: Představa kmitání dipólu jako kmitání kuličky na gumíčce okolo pevného bodu.



(a) Lineárně polarizované světlo. (b) Kruhově polarizované světlo. (c) Elipticky polarizované světlo.

Obrázek 1.12: Klasické druhy polarizace světla.

Pro následující matematický popis budeme uvažovat obecně pole \vec{E} rozložené do básových složek a z-ovou složku prohlásíme za nulovou z důvodu popisování transverzálního pole. Z-ová složka je uvažována za nulovou z důvodu zkoumání transverzálního pole.

$$E_x = E_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t) \quad (1.37)$$

$$E_y = E_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \varepsilon) = E_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t) \cos(\varepsilon) - \sin(\vec{k}\vec{r} - \omega t) \sin(\varepsilon) \quad (1.38)$$

$$E_z = 0 \quad (1.39)$$

V rovnici 1.38 ε označuje fázový posun E_y od E_x . Hledáme vyjádření, jak kmitá \vec{E} v rovině xy , tedy $E_y(E_x)$. Použitím goniometrického sčítacího vzorce v rovnici 1.38 dostáváme člen $\cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t)$, který je roven E_x/E_0 , Algebraickými úpravami a přeskupením členů [9] dostaneme analytický předpis elipsy, takzvaná polarizační elipsa, viz Obr. 1.12c.

$$E_x^2 + E_y^2 - 2E_y E_x \cos(\varepsilon) = E_0^2 \sin^2(\varepsilon) \quad (1.40)$$

Z předpisu elipsy je snadno ukázat další dva výše uvedené klasické polarizační stavy. Jsou-li kmity ve fázi, tedy $\varepsilon = 0$, pak dostáváme předpis přímky, viz Obr. 1.12a.

$$E_x^2 + E_y^2 - 2E_y E_x = (E_x + E_y)^2 = 0 \quad (1.41)$$

A je-li $\varepsilon = \pi/2$, dostáváme rovnici kružnice, viz Obr. 1.12b.

$$E_x^2 + E_y^2 = E_0^2 \quad (1.42)$$

Z pohledu kvantitativního můžeme polarizaci popsat takzvaným stupněm polarizace.

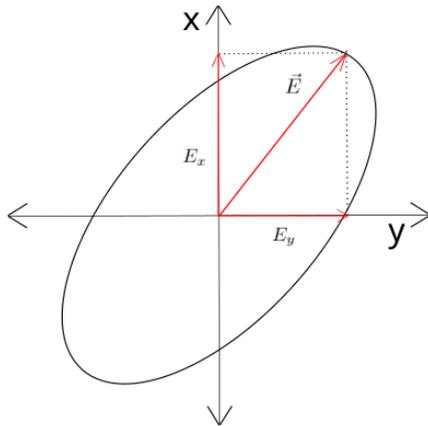
$$P = \frac{I_P}{I_P + I_U} \quad (1.43)$$

Zde I_P značí maximální intenzitu prošlou polarizátorem natočeným úhlem korespondujícím s polarizací daného světla (polarizátor umístěný v cestě optického svazku je iterativně natáčen a při dosažení úhlu, při kterém je propuštěno maximum intenzity, tato intenzita je pak námi uvažovanou hodnotou I_P). I_U je pak doplňkem k I_P , takže součet ve jmenovateli dává celkovou intenzitu popisovaného světla. V laserové technice se zavádí jednodušší definice stupně polarizace,

$$P = \frac{I_{\parallel}}{I_{\perp}} \quad (1.44)$$

kde I_{\parallel} značí intenzitu prošlou polarizátorem propouštějícím paralelně s polarizací laseru a I_{\perp} je intenzita prošlá polarizátorem propouštějícím ortogonálně s polarizací laseru. Stupeň polarizace pak uvádíme tímto zlomkem, kde nejkvalitnější lasery mají stupeň polarizace 1000 : 1, tedy intenzita poddílu světla polarizovaného ve vertikálním směru je 1000× větší než intenzita poddílu světla polarizovaného ve směru horizontálním [9].

1.3.2 Jonesův formalismus



Obrázek 1.13: Rozložení vektoru \vec{E} do směrů x a y .

pomocí Jonesových vektorů.

Exaktním popisem klasických polarizačních stavů ve takzvaný Jonesův formalismus [10]. Nutno dodat, že Jonesův popis umí zacházet pouze s monochromatickým plně polarizovaným světlem.

$$\vec{E}_\perp = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (1.45)$$

Jonesův formalismus smysl kmitání vektoru transverzálního pole \vec{E}_\perp popisuje pomocí dvousložkového vektoru - Jonesova vektoru, jehož složky jsou průmět vektoru \vec{E} do směru x , \vec{E}_x a do směru y , \vec{E}_y . Jonesův formalismus je vhodný zejména pro popis světla polarizovaného a navíc polarizovaného klasickými polarizacemi viz obr.1.12, lze však zobecnit i pro popis vektorových polarizací [11]. Ukažme popis těchto klasických polarizací

Lineární polarizace

Uvažujme, že elektrické pole osciluje pouze v ose x , potom Jonesův vektor popisující tento polarizační stav vypadá následovně.

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ 0 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.46)$$

Obdobně pro případ, kdy elektrické pole osciluje pouze podél osy y , bude Jonesův vektor vypadat následovně.

$$\vec{E} = A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.47)$$

Pro pole oscilující pod úhlem α vzhledem k ose x

$$\vec{E} = A \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \quad (1.48)$$

Kruhová polarizace

Uvažujme jednotnou amplitudu A a E_x je fázově posunuto o $\pi/2$ vůči E_y . Ve chvíli kdy složka E_x dosáhne svého maxima ($+A$), $E_y = 0$ a o čtvrtinu periody později je $E_x = 0$ a složka $E_y = +A$. Jonesův vektor popisující kruhovou polarizaci, kde E_x vede před E_y vypadá následovně.

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} A \\ A e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

Tento tvar vyjadřuje kruhově polarizované světlo, kde \vec{E} rotuje proti směru hodinových ručiček (LCP). Popis pravotočivého systému (RCP) je analogický.

$$\vec{E} = A \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (1.50)$$

Eliptická polarizace

Obdobně popíšeme Jonesovým formalismem i systém, kde vektor \vec{E} svými oscilacemi opisuje elipsu. Změní se pouze předpoklad jednotné amplitudy a amplituda x složky bude A a amplituda y složky bude B . Pro pravotočivý eliptický systém, kde hlavní poloosa leží na ose x a vedlejší poloosa na ose y , vypadá Jonesův vektor následovně

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} A \\ iB \end{pmatrix} \quad (1.51)$$

A pro levotočivý systém má Jonesův vektor popisující eliptickou polarizaci tvar níže.

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} A \\ -iB \end{pmatrix} \quad (1.52)$$

Jonesův formalismus dodává i popis optických komponent a to formou transformačních matic.

$$J = \begin{pmatrix} j_{11} & j_{12} \\ j_{21} & j_{22} \end{pmatrix} \quad (1.53)$$

1.3.3 Stokesův formalismus

Jak bylo řečeno výše, Jonesův popis funguje pouze na plně polarizované světlo. Začátek 19. Století přinesl mnoho neúspěšných pokusů o popis světla částečně polarizovaného nebo dokonce nepolarizovaného, až konečně v polovině 19. Století přišel Sir G. G. Stokes s velmi odlišným přístupem a ukázal, že stav polarizace může být popsán pomocí měřitelných intenzit. Přeskupením rovnice polarizační elipsy 1.40 dostaneme rovnici složenou z takzvaných Stokesových parametrů.

$$(E_x^2 + E_y^2)^2 - (E_x^2 - E_y^2)^2 - (2E_x E_y \cos(\varepsilon))^2 = (2E_x E_y \sin(\varepsilon))^2 \quad (1.54)$$

Zde E_x představuje intenzitu elektrického pole v ose x a jeho kvadrát E_x^2 je úměrný intenzitě, která by prošla polarizátorem odpovídajícím ose x . Dosazením parametrů do vektoru dostáváme Stokesův vektor.

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x^2 + E_y^2 \\ E_x^2 - E_y^2 \\ 2E_x E_y \cos(\varepsilon) \\ 2E_x E_y \sin(\varepsilon) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I(0^\circ) + I(90^\circ) \\ I(0^\circ) - I(90^\circ) \\ I(45^\circ) - I(135^\circ) \\ I(RCP) - I(LCP) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \updownarrow + \leftrightarrow \\ \updownarrow - \leftrightarrow \\ \nearrow - \nwarrow \\ \odot - \ominus \end{pmatrix} \quad (1.55)$$

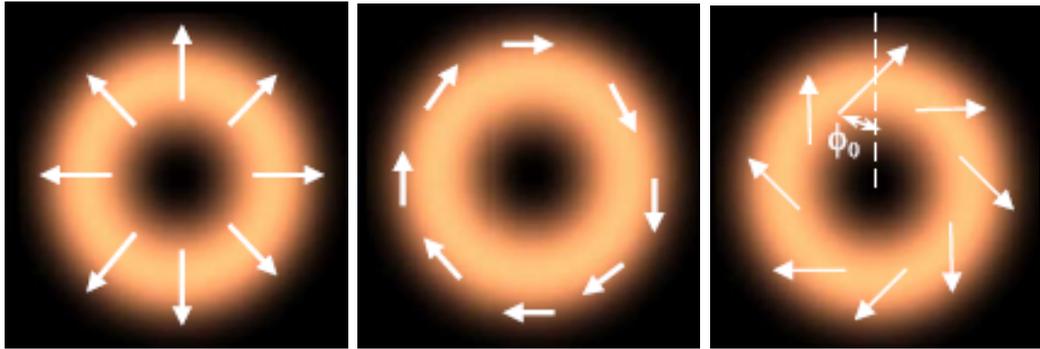
Vidíme, že parametry $S_{1,2,3}$ jsou všechny rozdílem dvou vzájemně ortogonálních polarizací a parametr S_0 vyjadřuje celkovou intenzitu analyzovaného světla. Pomocí stokesových parametrů jsme již schopni popsat i částečně polarizované světlo i světlo nepolarizované. Vztahy jednotlivých parametrů korespondující s polarizačními stavy jsou následující.

- **Nepolarizované světlo** ... $S_0 = 1, S_1 = S_2 = S_3 = 0$
- **Částečně polarizované světlo** ... $S_0^2 > S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$
- **Kompletně polarizované světlo** ... $S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$
- **Kruhově polarizované světlo** ... $S_0 \neq 0, S_1 = 0, S_2 = 0, S_3 \neq 0$

Hlavním závěrem Stokesova přístupu je, že místo popisování polarizačního stavu pomocí dvou obecně komplexních členů E_x a E_y , jak je tomu u Jonesova přístupu, použijeme čtyři výše definované reálné pozorovatelné a pomocí polarimetrie měřitelné 1.55.

1.3.4 Vektorová polarizace

Vedle výše popsaných klasických polarizačních stavů existují další možné polarizace elektromagnetických polí. Omezme se pro další postup na optické svazky na nichž budeme neklasické polarizační stavy ukazovat a to z důvodu, že tyto polarizace se v drtivé většině případů generují právě v oblastech svazkové optiky. První a bezpochyby nejvýznamější třída vektorových polarizací se vyskytuje u takzvaných cylindrických vektorových svazků [12, 8], tyto svazky se vyznačují rotační symetrií intenzity a hlavně polarizace. Svazek s radiální polarizací je takový svazek v němž \vec{E} osciluje v příčné řezu svazkem radiálně, viz obr. 1.14a. Obdobně v svazku s azimutální polarizací osciluje \vec{E} ve směru azimutálním, viz obr. 1.14b. Superpozicí těchto modů můžeme dostat obecný stav, takzvanou spirální polarizaci, viz obr. 1.14c.



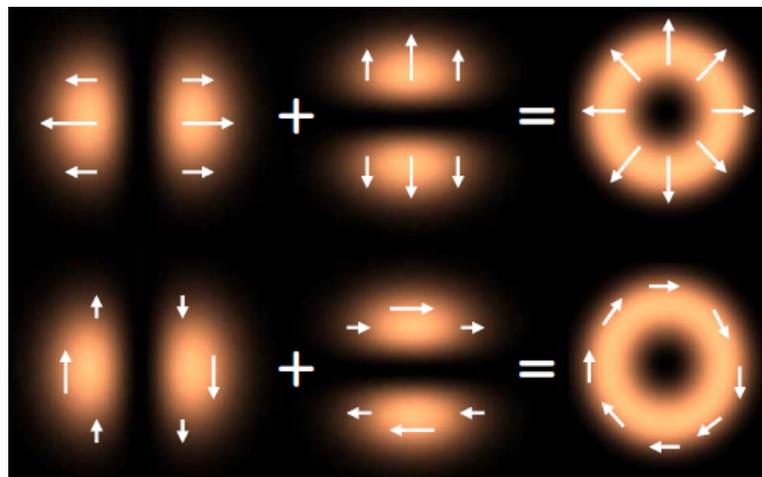
(a) Svazek s radiální polarizací. (b) Svazek s azimutální polarizací. (c) Svazek se spirální polarizací.

Obrázek 1.14: Ilustrace vektorových cylindrických svazků. Bílá šipka označuje směr kmitání polarizace, která je prostorově proměnná a úhel ϕ_0 značí odklon polarizace od radiály. Převzato z [12]

Generace radiálně polarizovaných svazků, níže značených \vec{E}_r a azimutálně polarizovaných svazků, níže značených jako \vec{E}_ϕ , můžeme matematicky formulovat principem superpozice dvou lineárně a vzájemně ortogonálně polarizovaných $HG_{m,n}$ svazků (tento typ svazků je podrobně rozebrán v kapitole 1.5.1).

$$\vec{E}_r = HG_{10}\vec{e}_x + HG_{01}\vec{e}_y \quad (1.56)$$

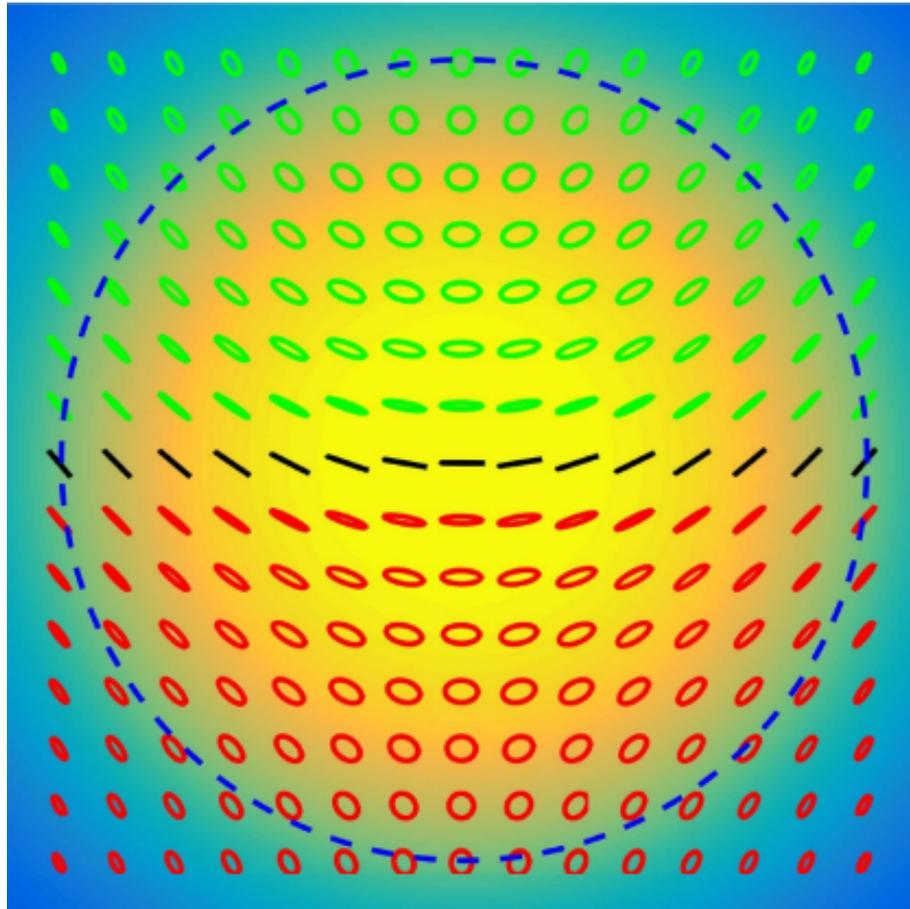
$$\vec{E}_\phi = HG_{01}\vec{e}_x + HG_{10}\vec{e}_y \quad (1.57)$$



Obrázek 1.15: Vizualizace generace radiálně a azimutálně polarizovaných svazků na základě principu superpozice.

V dnešních laboratorních aplikacích se však výše popsání interferenční generování nahrazuje sofistikovanějšími optickými prvky jako jsou prostorově strukturované půlvlnové destičky.

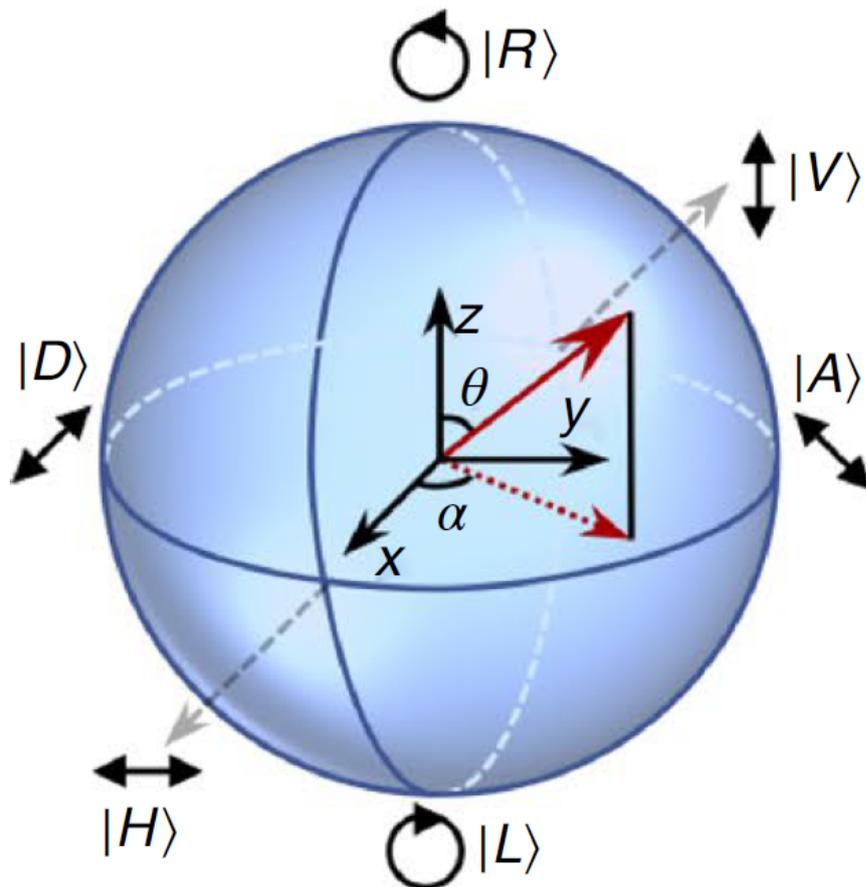
Ačkoliv vektorové cylindrické svazky uvažované výše disponují zajímavou polarizací, jejich polarizace je stále všude lineární a pouze polarizační rovina se prostorově mění. Světelné paprsky se mohou vyznačovat také více různými typy polarizace, od lineární přes eliptickou až po kruhovou, přičemž všechny jsou přítomny v jednom průřezu. Takto polarizované svazky se většinou kategorizují jako takzvané Poincaré svazky. Poincarého svazek je tedy svazek s prostorově proměnlivými polarizačními stavy, který pokrývá buď celou Poincarého sféru nebo její část. V určitém smyslu se mohou radiálně a azimutálně polarizované svazky považovat za triviální verze Poincarého svazků, protože pokrývají celý rovník.



Obrázek 1.16: Řez Poincarého svazkem, převzato z [13].

1.3.5 Poincarého sféra

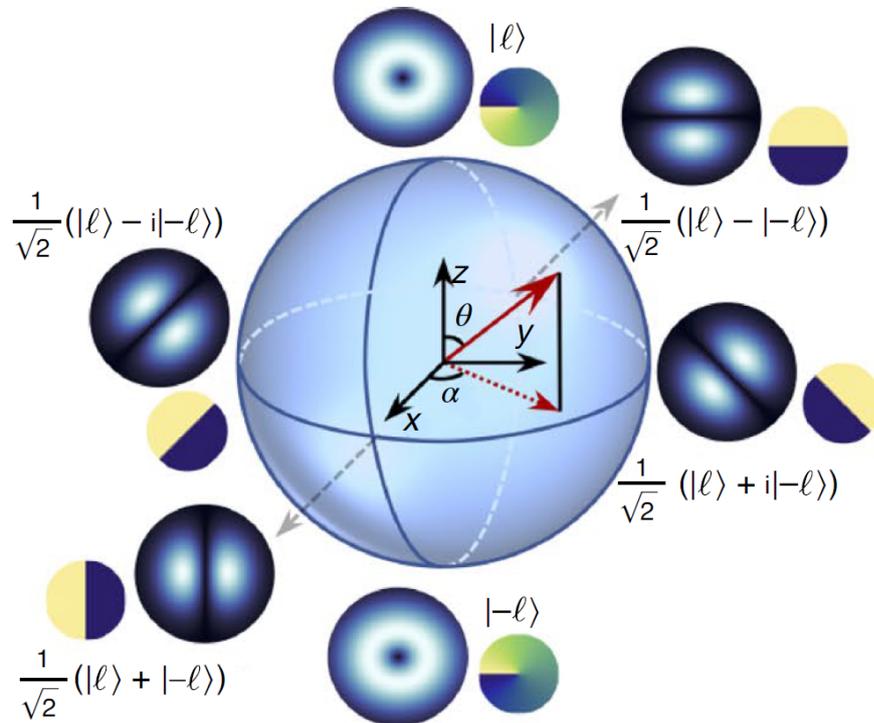
Pro kompletní vizualizaci všech možných klasických polarizací přišel Henri Poincaré koncem 19. století s geometrickou reprezentací pomocí sféry. Poincarého sféru později rozvinuli a používali další vědci v oblasti optiky a elektromagnetismu, včetně P. Druda a A. Sommerfelda. Na počátku 20. století byla sféra použita ke studiu vlastností krystalové optiky a chování světla v anizotropních prostředích a v polovině 20. století se Poincarého sféra stala důležitým nástrojem v oblasti kvantové mechaniky, zejména při studiu kvantových stavů a kvantového provázání (viz Blochova sféra).



Obrázek 1.17: Poincarého sféra vizualizuje všechny možné klasické polarizační stavy a jejich spojitosti. Převzato z [14]

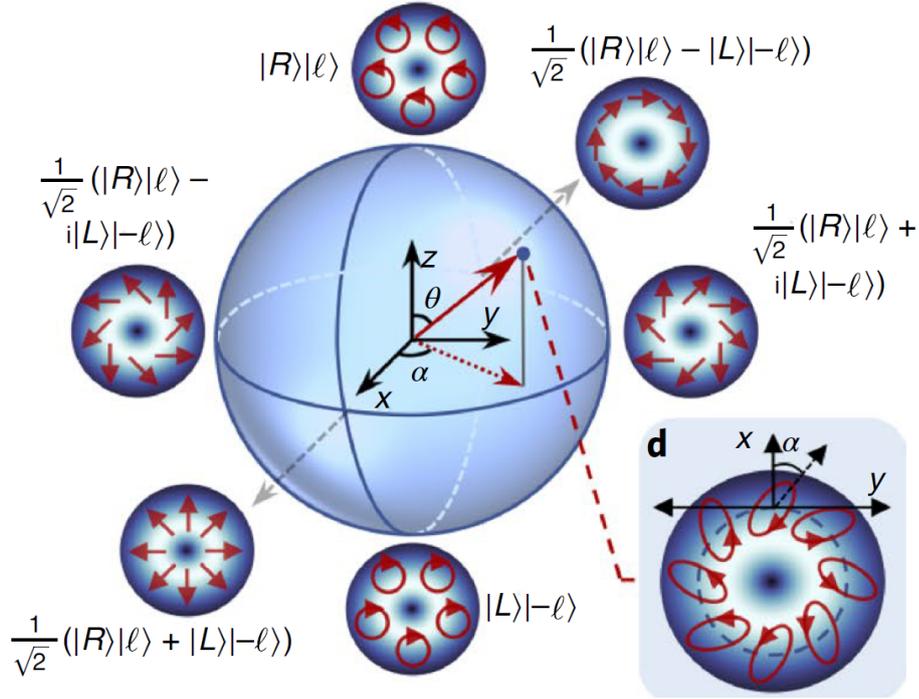
Na rovníku Poincarého sféry najdeme různé natočení lineárních polarizací. Mimo rovník se polarizace lineární mění na polarizaci obecně eliptickou, se vzdáleností od rovníku se snižuje elipticita. Na pólech sféry je elipticita sféry rovna nule a jde tedy o polarizaci kruhovou. Body uvnitř sféry korespondují s nerovnoměrnými polarizacemi, které pro svůj popis vyžadují Stokesova formalismu. Písmena H, V, L, R, D a A představují právě popsané stavy, tedy horizontální polarizace, vertikální polarizace, levotočivá kruhová polarizace, pravotočivá kruhová polarizace, diagonální a antidiagonální lineární polarizace.

Pro ukázání Poincarého sféry vyšších řádů, která vizualizuje i azimutální a radiální polarizace a jejich kombinace musíme zahrnout v potaz i takzvanou Blochovu sféru, která dává do souvislosti strukturu optického svazku a orbitální moment hybnosti nesený fotony daného modu. Celkový moment hybnosti je míra rotačního pohybu částice a ten má dvě hlavní komponenty, spin $\langle 1, -1 \rangle$ a orbitální moment hybnosti.



Obrázek 1.18: Blochova sféra ukazuje druhy optických svazků a jimi nesený orbitální moment hybnosti. Převzato z [14]

Blochova sféra je analogií sféry Poincarého a parametrizuje nám strukturované optické svazky. Zde póly sféry korespondují s čistě LG_{pl} mody, na rovníku jsou HG_{mn} mody a ostatní body povrchu sféry korespondují s kombinacemi právě popsanych modů.



Obrázek 1.19: Poincarého sféra vyšších řádů. Převzato z [14]

Poincarého sféra byla rozšířena [15] pro vizualizaci svazků s vektorovými polarizacemi. Tensorovým součinem prostorů Poincarého sféry a Blochovy sféry dostáváme zmiňovanou Poincarého sféru vyšších řádů, kde analogicky póly stále představují z hlediska polarizace klasické stavy a prostor mezi póly popisuje výše popsané vektorové polarizační stavy.

1.3.6 Polarizační singularity a nehomogenní polarizace

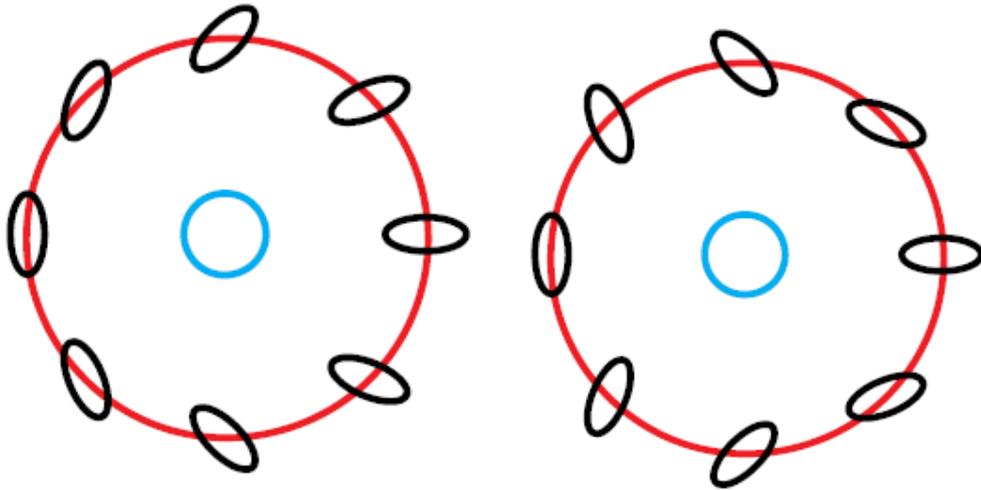
Pro pochopení singularit objevujících se v rozložení polarizace v příčném řezu svazkem se vraťme k polarizační elipse, která je geometrickým konceptem pro popis polarizačního stavu. Polarizační elipsa je definována její orientací a délkami hlavní a vedlejší poloosy a a b . M. V. Berry zavedl novou úplnou definici polarizační elipsy [16], jinak než jak jsme ji definovali v kapitole 1.3.1. Berryho formulace přidává k výše zmíněným parametrům a a b parametr další c , který je orientován normálou k elipse a definuje orientaci rotace elipsy. Berryho formulace parametrů je následující.

$$a = \frac{\Re(\vec{E}\sqrt{\vec{E}^* \cdot \vec{E}^*})}{|\sqrt{\vec{E} \cdot \vec{E}}|} \quad (1.58)$$

$$b = \frac{\Im(\vec{E}\sqrt{\vec{E}^* \cdot \vec{E}^*})}{|\sqrt{\vec{E} \cdot \vec{E}}|} \quad (1.59)$$

$$c = \Im(\vec{E}^* \times \vec{E}) \quad (1.60)$$

c je také úměrné spinové hustotě, která definuje lokální stupeň kruhové polarizace. Pokud je $a = b$ polarizační elipsa se mění v kružnic a pole je tedy lokálně kruhově polarizováno, orientace elipsy tedy již není definována, jelikož nejsme schopni rozlišit hlavní a vedlejší poloosu, takový bod se obvykle označuje jako polarizační singularita, nebo také bod C. Analogicky, je-li pole lokálně lineárně polarizováno, mění se elipsa v přímku a vedlejší poloosa a parametr c jsou rovny nule, jde tedy rovněž o singularitu označovanou jako bod L. Mocný nástroj pro zápis polarizačních singularit a jejich okolí ve 2D řezu optickým svazkem (i obecných 2D polí) byl zaveden a podrobně studován autory M. V. Berry, J. V. Hajnal, M. R. Dennis, J. F. Nye, M. S. Soskin a I. Freund [16, 17, 18, 19]. Mimo jiné bylo ukázáno, že v okolí bodu C lokální pole s eliptickou polarizací nabývají specifického rozložení, viz obr. 1.20a a 1.20b, vzhledem k orientaci elipsy. Tyto zvláštní rozložení elips spolu s polarizační singularitou v jejich středu formují topologické struktury, obdobnými vlastnostmi disponuje i fáze, tedy fázové singularity a rozložení fáze v jejím okolí. Polarizační elipsy nejobecnějších polí rotují o $\pm\pi$ při chůzi po kruhové trajektorii okolo centrálního bodu C, definujeme tedy takzvaný topologický index i , který pro právě uvedený případ je $i = \pm\frac{1}{2}$, znaménko topologického indexu udává smysl otáčení elipsy.



(a) Vizualizace pole v okolí singularity s topologickým indexem $i = 1/2$ (b) Vizualizace pole v okolí singularity s topologickým indexem $i = -1/2$

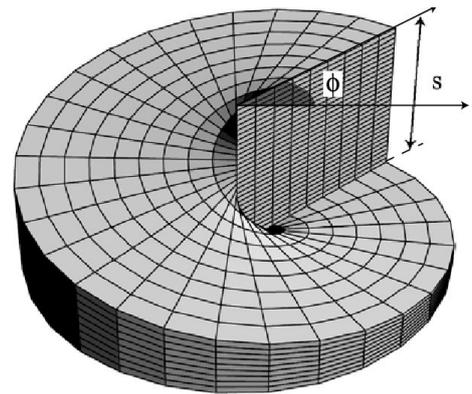
Obrázek 1.20: Dvě základní rozložení elips v okolí bodu C.

Tento popis tedy umožňuje exaktní popis polarizačních polí ve výše zmiňovaných Poincaré svazcích [8].

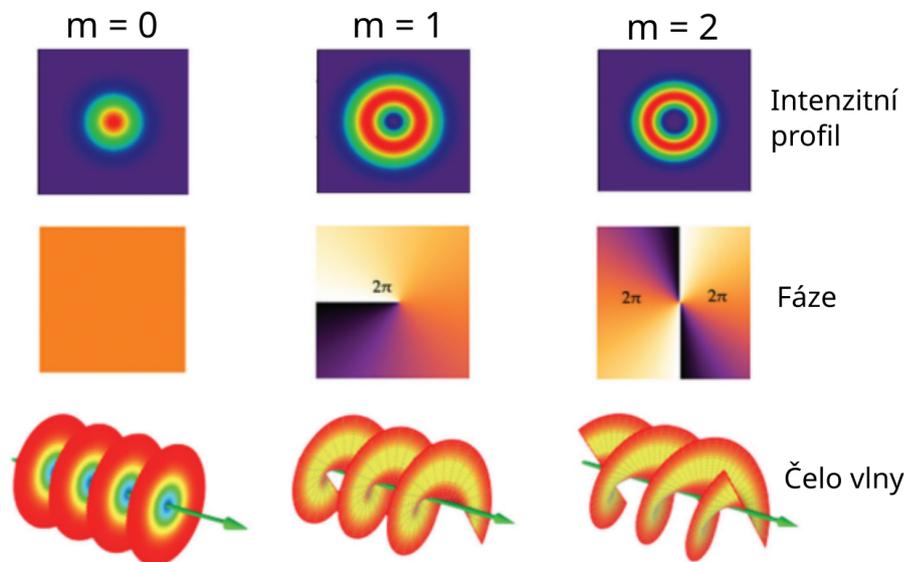
1.3.7 Fáze a fázové singularity

V minulé sekci jsme řekli, že v rozložení polarizace ve svazku může existovat polarizační singularita a že podobnými jevy disponuje také fáze vlnění. Rozeberme si tedy co je fáze elektromagnetické vlny a její roli v problematice neklasických optických svazků, které budou předmětem následujících kapitol. Fáze elektromagnetické vlny označuje polohu bodu na vlnovém cyklu vzhledem k libovolnému referenčnímu bodu, obvykle se měří ve stupních nebo radiánech. Určuje, zda jsou dvě vlny ve fázi nebo mimo ni, což ovlivňuje interferenční vzor při jejich vzájemném působení.

Pro generaci některých neklasických svazků, které nesou orbitální moment hybnosti, takzvané vírové svazky (blíže rozebráno v kapitole 1.5), je za potřebí použít s-destičku, která způsobí vírovitě proměnou fázi a takzvaný vírový svazek v jehož středu je fázová singularita. Optický vír a potažmo i příslušná destička jsou charakteristické svým topologickým nábojem. Topologický náboj m vírového paprsku je mírou množství orbitálního momentu hybnosti, který paprsek nese v důsledku přítomnosti fázové singularity neboli víru ve vlnoploše. Topologický náboj je kvantovaný, což znamená, že může nabývat pouze určitých diskrétních hodnot, a je dán číslem vinutí fáze vlnoplochy kolem singularity.



Obrázek 1.21: Struktura S-destičky. Převzato z [20]



Obrázek 1.22: Charakterizace vírových svazků pomocí topologického náboje m . Převzato z [21]

1.4 Evanescentní pole

Evanescentní pole je elektromagnetické pole, jehož energie se nešíří jako konvenční výše diskutovaná elektromagnetická vlna, ale je soustředěno v blízkém okolí povrchu na němž je generováno a exponenciálně klesá jeho amplituda se vzdáleností od rozhraní [22]. V optice se s evanescentní vlnou setkáme v případě totálního vnitřního odrazu.

1.4.1 Úplný vnitřní odraz

Zákon lomu vln při průchodu rozhraním dvou materiálů nám udává Snellův zákon,

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \quad (1.61)$$

kde n_1 je index lomu média z něž vlna pod úhlem θ_1 přichází, n_2 je index lomu média do něž se vlna láme pod úhlem θ_2 . Je-li $n_1 > n_2$, pak víme, že se vlna láme od kolmice, tedy úhel θ_2 se zvětšuje. Přesáhneme-li kritický úhel daný

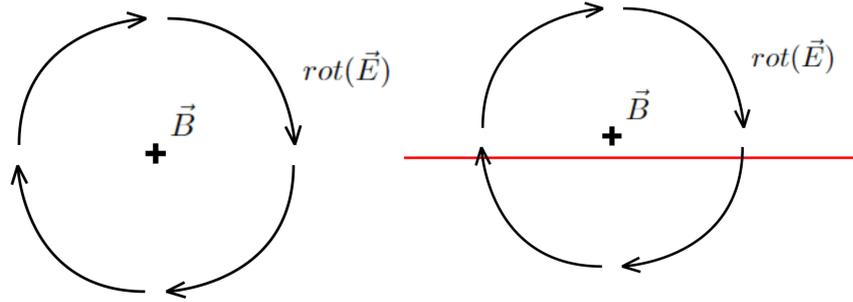
$$\theta_{kriticky} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (1.62)$$

pak dojde, podle Snellova zákona, k takzvanému úplnému vnitřnímu odrazu a veškerá energie bude odražena a k průchodu do druhého materiálu nedojde.

1.4.2 Okrajové podmínky Maxwellových rovnic v dielektrických médiích

Z hlediska Maxwellových rovnic neexistuje řešení na rozhraní dvou médií, které by umožňovalo nulový průchod energie. Maxwellovy rovnice kladou v dielektrickém prostředí okrajovou podmínku spojitosti pro složky polí E_{\parallel} , H_{\parallel} , D_{\perp} , B_{\perp} . Dejme této okrajové podmínce smysl pomocí myšlenkového experimentu [23]. Třetí maxwelova rovnice 1.22, podrobně vysvětlená v kapitole 1.2, nám říká, že časově proměnné magnetické pole \vec{B} v jednom bodě dává za vznik rotaci pole elektrického \vec{E} v okolí tohoto bodu.

Na obrázku obr. 1.23a vidíme vizualizaci výše vyřčeného výroku, rotační elektrické pole generované časově proměnným polem magnetickým. Co když se ale s daným bodem přiblížíme rozhraní medií viz obr. 1.23b, pole generované se s přihlédnutím na zákon zachování energie nemůže ztratit a to tedy znamená, že pole v druhém médiu nemůže být nulové.



(a) Vizualizace 3. Maxwellovy rovnice ve volném prostoru. (b) Vizualizace 3. Maxwellovy rovnice v okolí rozhraní dvou medií.

Obrázek 1.23: Souvislost 3. Maxwellovy rovnice a evanescentního pole.

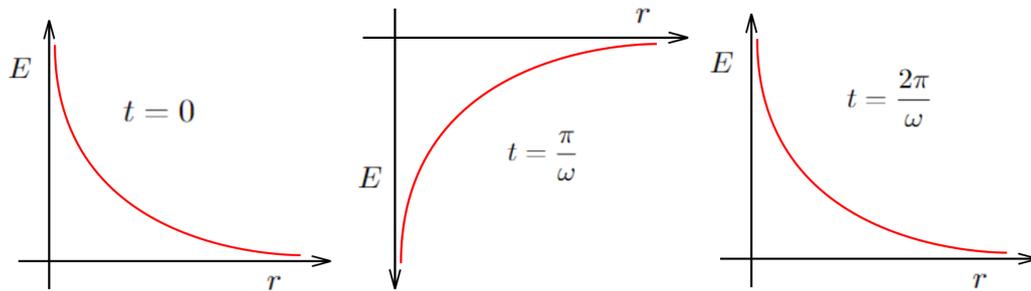
1.4.3 Matematická formulace

Mějme obecné monochromatické řešení vlnové rovnice $E(r, t) = E_0 e^{i(kr - \omega t)}$ a uvažujme vlnový vektor \vec{k} plně imaginární, $k = i\beta$, kde $\beta \in \mathbb{R}$, potom řešení vlnové rovnice přejde do tvaru

$$E(r, t) = E_0 e^{i(i\beta r - \omega t)} = E_0 e^{-\beta r} e^{-i\omega t} \quad (1.63)$$

v tomto novém vyjádření vidíme dva exponenciální členy, první člen $e^{-\beta r}$ ukazuje, že vlna neosciluje jako funkce polohy, ale exponenciálně klesá. Druhý člen $e^{-i\omega t}$ ukazuje, že funkce osciluje jako funkce času.

$$\Re\{E_0 e^{-\beta r} e^{-i\omega t}\} = E_0 e^{-\beta r} \cos(\omega t) \quad (1.64)$$



Obrázek 1.24: Vizualizace průběhu nově získané funkce ve významných časových intervalech.

Zbývá zjistit, zda funkce 1.63 je řešením vlnové rovnice 1.2.

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} = E_0 \beta^2 e^{-\beta r} e^{-i\omega t} = \beta^2 E(r, t) \quad (1.65)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = E_0 \omega^2 e^{-\beta r} e^{-i\omega t} = \omega^2 E(r, t) \quad (1.66)$$

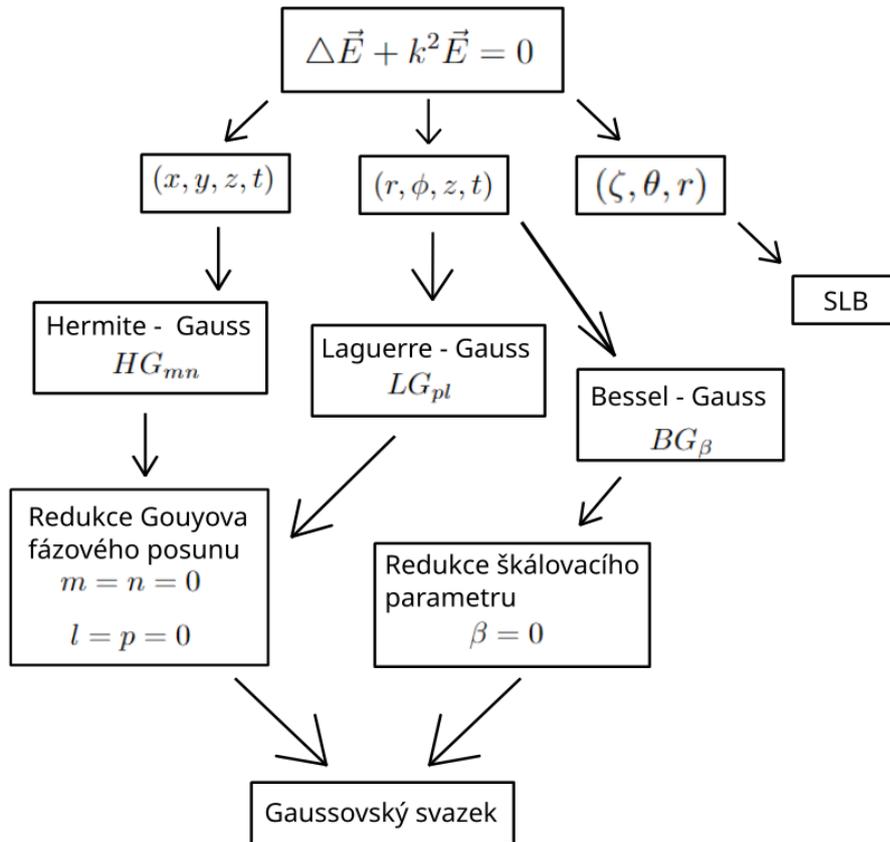
Jelikož je vlnová rovnice lineární parciální diferenciální rovnice a víme, že pokud je oprátor lineární, pak musí být aditivní a homogenní. A tedy funkce je řešením vlnové rovnice.

1.5 Neklasické optické svazky

Optické svazky, kterými se tato práce blíže zabývá jsou vektorová řešení Maxwellových rovnic disponující osovou symetrií amplitudy i fáze. Typické paraxiální svazkové řešení ve vakuu s harmonickou časovou závislostí získáme řešením Helmholtzovy rovnice 1.33 separací proměnných a za předpokladu pomalu se měnící komplexní amplitudy (obálky) [12].

$$\frac{\partial^2 u(\vec{r})}{\partial z^2} \ll k^2 u(\vec{r}) \quad \frac{\partial^2 u(\vec{r})}{\partial z^2} \ll k \frac{\partial u(\vec{r})}{\partial z} \quad (1.67)$$

Volbou soustavy souřadnic, ve které řešení separací proměnných provádíme přímo určí jaký druh svazku (z pohledu příčného intenzitního profilu) dostaneme [24, 12]. Každý tento druh je samozřejmě invariantní vůči zvolené soustavě souřadnic, avšak výpočet v neoptimální soustavě je analyticky velmi složitý.



Obrázek 1.25: Souvislosti vybraných druhů optických svazků. Zde (x, y, z, t) značí kartézský souřadný systém, (r, ϕ, z, t) cylindrický souřadný systém, (ζ, θ, r) poloidně-toroidní souřadný systém, SLB označuje strukturovaný laserový svazek, z anglického "structured laser beam". Další zkratky jsou popsány v následujících kapitolách.

1.5.1 Hermite-Gaussovské svazky

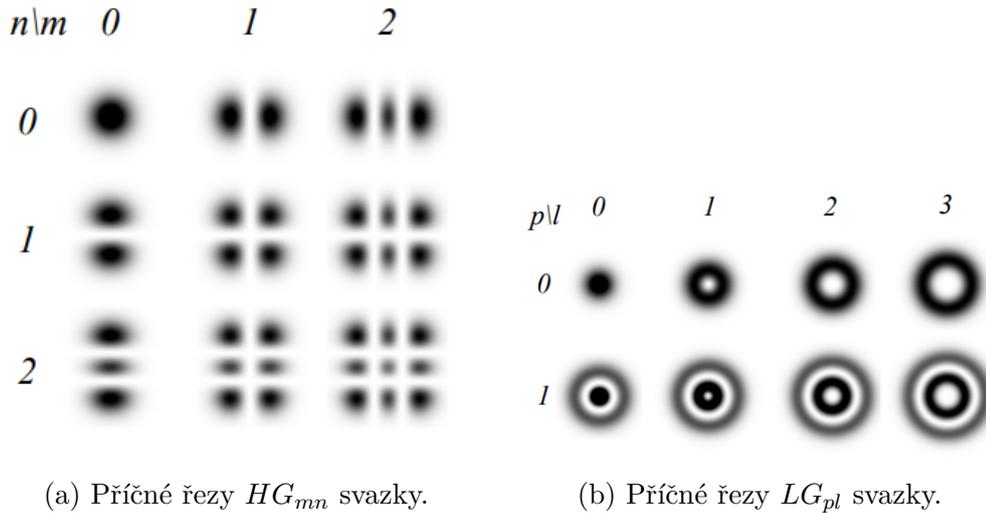
Separací v kartezském souřadném systému dostaneme Hermite-Gaussovské svazky HG_{mn} ,

$$u(\vec{r}) = E_0 H_m \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) H_n \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) \frac{w_0}{w(z)} \exp(-i\varphi_{mn}(z)) \exp \left(i \frac{k}{2q(z)} r^2 \right) \quad (1.68)$$

kde E_0 je amplituda elektrického pole, H_m jsou Hermitovské polynomy [25], $w(z)$ je šířka svazku ve vzdálenosti z , w_0 je centrální šířka svazku, $z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ je Rayleighova vzdálenost, ta nám říká v jaké vzdálenosti se velikost průřezu paprsku zdvojnásobí. $q(z) = z - iz_0$ je komplexní parametr svazku, $\varphi_{mn}(z) = (m + n + 1) \tan^{-1}(z/z_0)$ je Gouyův fázový posun [26] a $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ je vzdálenost příslušného bodu od osy z . Za úvahy $m = n = 0$ se řešení 1.68 zredukuje do formy takzvaného Gaussovského svazku,

$$u(\vec{r}) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp(-i\varphi_{mn}(z)) \exp \left(i \frac{k}{2q(z)} r^2 \right) \quad (1.69)$$

jde o nejrozšířenější a nejpoužívanější druh laserového svazku, jehož výkon je soustředěn uvnitř vyzařovaného kužele, jehož vrcholový úhel $\phi_0 \rightarrow 0^\circ$, rozložení intenzity v příčné rovině je dáno podle osy svazku kruhově symetrickou gaussovou funkcí, blízko osy propagace jsou vlnoplochy téměř rovinné, dále se postupně zakřívují, až ve velké vzdálenosti se blíží vlnoplochám sférickým. Příčné intenzitní profily HG_{mn} svazků a taktéž redukci na svazek Gaussovský vidíme na obr. 1.26a



Obrázek 1.26: Intenzitní struktury probíraných svazků. Převzáno z [27]

1.5.2 Laguerre-Gaussovské svazky

V cylindrických souřadnicích má obecné řešení 1.29 předpis

$$E(r, \phi, z, t) = u(r, \phi, z)e^{i(kz - \omega t)} \quad (1.70)$$

dosazením tohoto do Helmholtzovy rovnice a aplikací aproximace pomalu se měnící komplexní obálky 1.67, dostaneme

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + 2ik \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (1.71)$$

a separací r a ϕ dostaneme řešení ve formě takzvaných Laguerre-Gaussovských svazků,

$$u(r, \phi, z) = E_0 \left(\sqrt{2} \frac{r}{\omega} \right)^l L_p^l \left(2 \frac{r^2}{\omega^2} \right) \frac{w_0}{w(z)} \exp(-i\varphi_{pl}(z)) \exp \left(i \frac{k}{2q(z)} r^2 \right) \exp(il\phi) \quad (1.72)$$

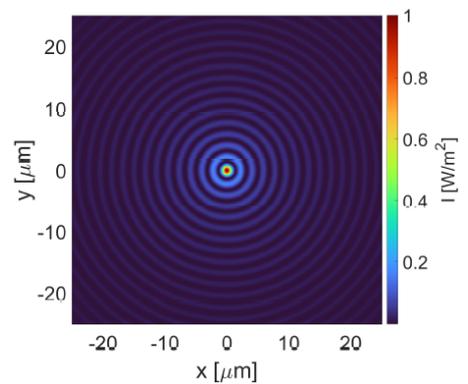
kde L_p^l jsou Laguerreho polynomy [25] a Gouyův fázový posun má v tomto případě tvar $\varphi_{pl}(z) = (2p + l + 1) \tan^{-1}(z/z_0)$ a stejně jako HG_{mn} svazky, tak i LG_{pl} svazky přecházejí do formy svazků Gaussovských za splnění podmínky $l = p = 0$. Pro $l \neq 0$ se v řešení 1.72 vyskytuje vírový fázový člen $e^{il\phi}$. Ilustraci příčného intenzitního profilu LH_{pl} svazků je na obr. 1.26b.

1.5.3 Bessel-Gaussovské svazky svazek

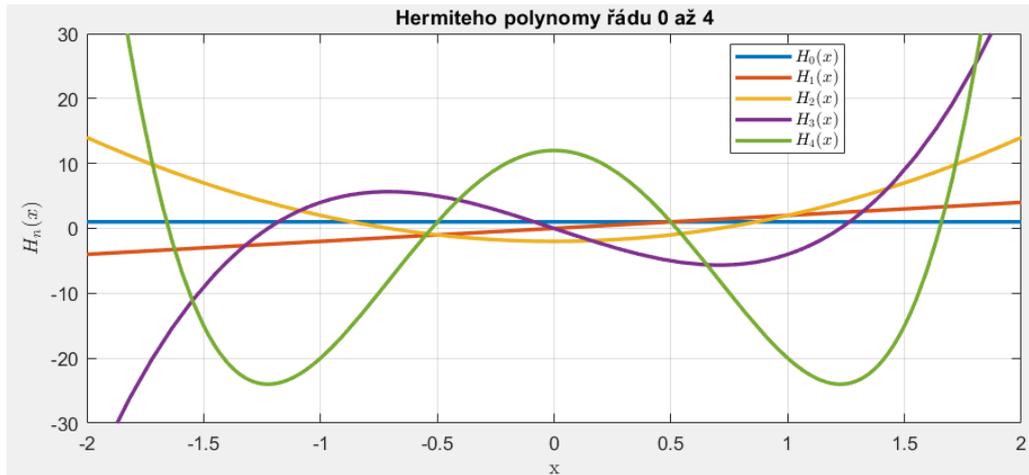
Existuje další řešení vlnové rovnice v cylindrických souřadnicích 1.71 disponující rotační symetrií ($u \propto \phi$).

$$u(r, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp(i\varphi(z)) \exp \left(i \frac{k}{2q(z)} r^2 \right) J_0 \left(\frac{\beta r}{1 + \frac{iz}{z_0}} \right) \exp \left(- \frac{\frac{\beta^2 z}{2k}}{1 + \frac{iz}{z_0}} \right) \quad (1.73)$$

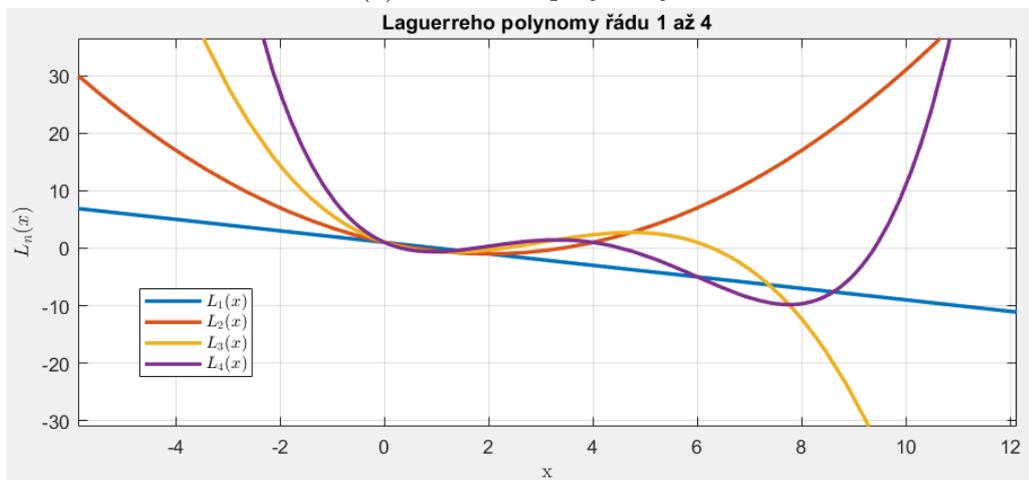
Zde β je konstantní škálovací parametr, J_0 je Besselova funkce nultého řádu. Stejně jako u výše uvedených řešení i Bessel-Gaussovský svazek se za podmínky $\beta = 0$ stává svazkem Gaussovským. BG svazky se svými vlastnostmi řadí mezi pseudonedifrakční optické svazky. Charakteristiky takovýchto svazků budou rozebrány v následujících sekcích.



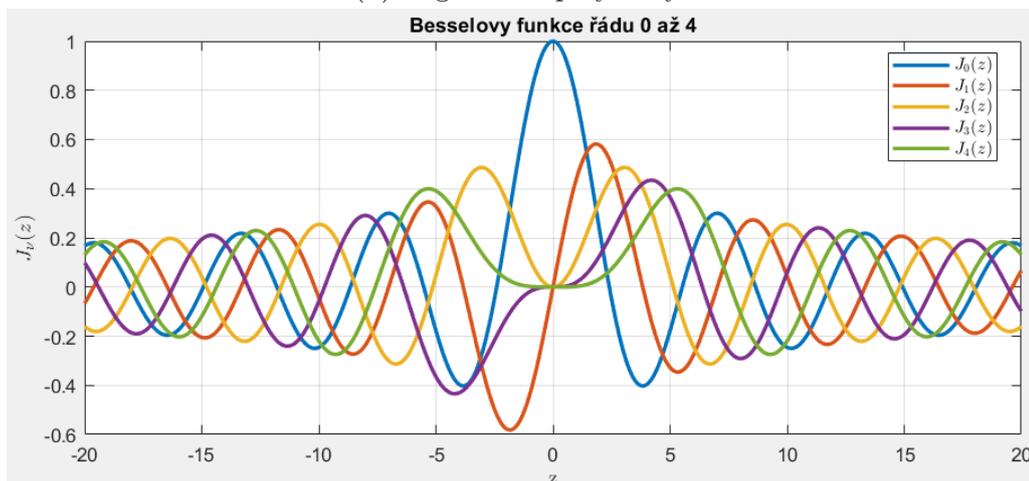
Obrázek 1.27: Příčný řez BG svazkem.



(a) Hermiteho polynomy.

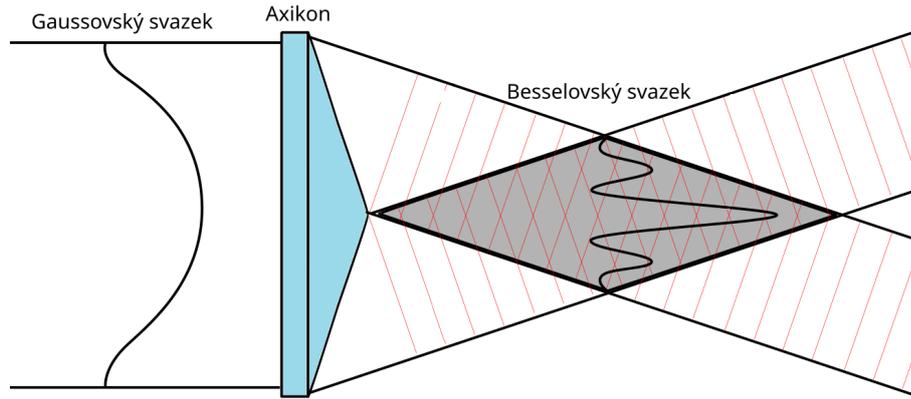


(b) Laguerreho polynomy.



(c) Besselovy funkce.

Obrázek 1.28: Ilustrace polynomů a funkce, figurujících v matematických předpisech výše probíraných svazků.



Obrázek 1.29: Axikon generuje vlnoplochy naznačené červeně a dává vzniku Besselovskému svazku.

Pro generování Bessel-Gaussovských svazků je více možností, například za pomoci konkávního konického zrcadla s vrcholovým úhlem 90° jak uvádí M. Zhu, Q. Cao a H. Gao v [28], ti využili toho, že interference dvou cylindrických vlnoploch dá vznik super úzkého axiálního pole. Lépe uchopitelnou metodou generace je využití axiconu. Axicon je konická čočka, která generuje vlnoplochy, jejíž čelo má tvar ukázaný na obrázku obr. 1.29. Interferencí těchto dvou vzájemně nakloněných vlnoploch vzniká interferenční pole, jemuž říkáme Gauss-Besselovský svazek. Příčný profil Gauss-Besselova svazku má tvar soustředných světelných trubic s vysokointenzitním centrálním jádrem o poloměru ρ_0 [29].

$$\rho_0 = 0,3826 \frac{\lambda}{\sin 2\theta} \quad (1.74)$$

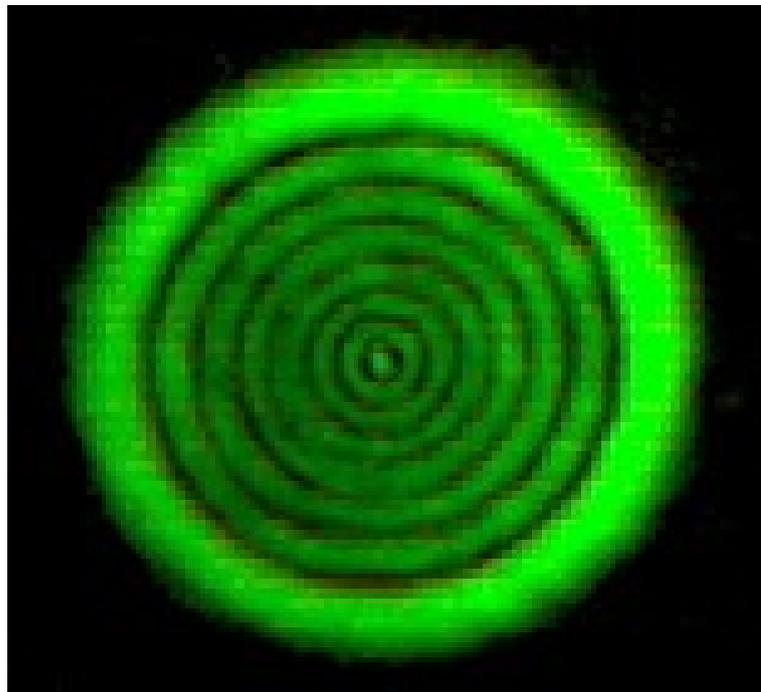
Zde λ je vlnová délka a θ úhel krajních vrcholů generovaného pole. Pokud interferují vlny, jejichž \vec{E} jsou ve fázi, pak lokální polarizace bude nadále ve transverzálním směru dána vztahem $\vec{E} = 2E \cos(\alpha)$, kde α je vrcholový úhel axikonu. Avšak budou-li interferovat vlny v protifázi, pak bude výsledné lokální elektrické pole oscilovat ve směru podélném a lokální pole magnetické bude nulové, tedy mluvíme o podélně polarizované elektromagnetické vlně. Jde o zvláštní typ elektromagnetického pole, jež má nenulovou složku pole elektrického, ale podle rovnice 1.34 nenesení energii.

1.5.4 Strukturovaný svazek

Další typ laserového svazku je hlavním tématem této práce. Takzvaný strukturovaný laserový svazek (dále SLB z anglického structured laser beam) je relativně novým druhem laserového svazku, který poprvé popsali M. Šulc a J. Ch. Gayde [30]. Nejde přímo o příčný rezonátorový mod, jako tomu bylo u svazků výše probíraných, ale jde o interferenční pole vykazující chování svazkové optiky. SLB se řadí do rodiny pseudo nedifrakčních laserových svazků a je charakteristický svým příčným intenzitním profilem, který je podobný jako BG_β svazku.

Příčný intenzitní profil

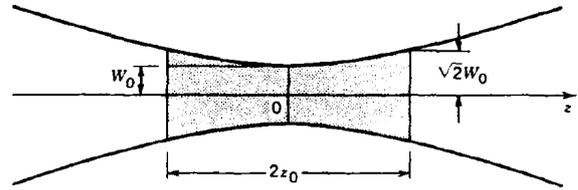
U výše diskutovaných svazků jsme ukázali, že funkce příčného intenzitního profilu svazku je řešením Helmholtzovy rovnice v příslušném souřadném systému. V případě SLB svazku jde o poloidně-toroidní souřadný systém [23], analytické řešení Helmholtzovy rovnice v tomto souřadném systému ještě nebylo nalezeno. Experimentálně bylo však ukázáno [30], že příčný intenzitní profil SLB svazku je velmi podobný profilu BG_β svazku, tedy Besselově funkci nultého či druhého řádu. Disponuje velmi úzkým vysokointenzitním středem, který je obklopen střídavě tmavými a světlými soustřednými kružnicemi. Tato struktura může být modulována ve smyslu generování nových soustředných kružnic ve středu svazku a tedy sám střed může přejít do stavu kompletně tmavého bodu, neboli světelné trubice. Této modulace se docílí použitím vstupní radiální polarizace.



Obrázek 1.30: Příčný intenzitní profil strukturovaného svazku.

Srovnání SLB a Gaussovského svazku

O Gaussovském svazku jsme se zmínili okrajově v kapitole 1.5.1. Gaussovský svazek je jeden z elementárních příčných modů klasického optického rezonátoru a to přináší několik zásadních limit, kterými SLB nedisponuje. Každý Gaussovský svazek je charakteristický svým poloměrem v takzvaném pásu svazku W_0 (místo, kde svazek opouští aktivní medium, nebo obdobně, poloměr v ohnisku čočky jíž svazek prochází). Axiálně se od tohoto bodu svazek symetricky rozbíhá, vzdálenost podél které je poloměr stopy svazku menší nebo roven $\sqrt{2}W_0$ je takzvaná ohnisková hloubka svazku, nebo také konfokální parametr [1].



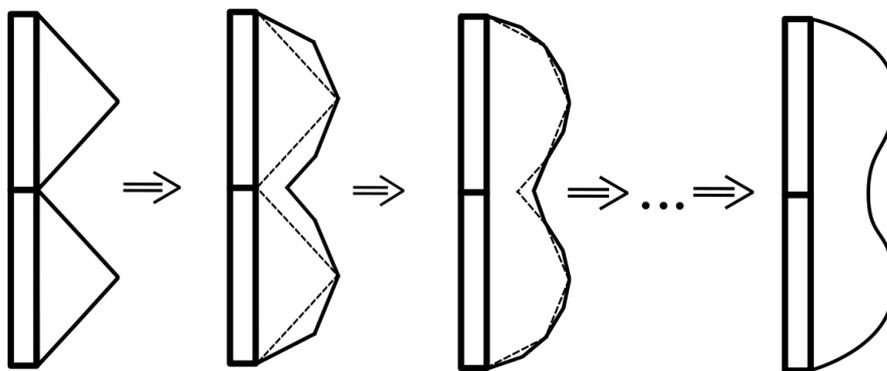
Obrázek 1.31: Situace v okolí pasu Gaussovského svazku.

$$2z_0 = \frac{2\pi W_0^2}{\lambda} \quad (1.75)$$

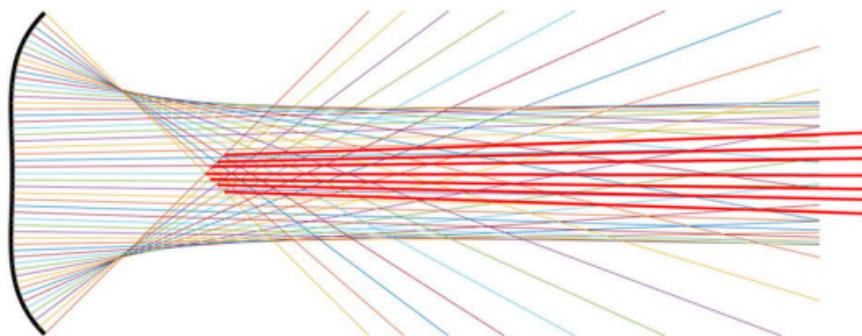
Vidíme, že ohnisková hloubka svazku je rovna dvojnásobku Rayleighovy vzdálenosti. Ohnisková hloubka je přímo úměrná obsahu stopy svazku a nepřímo úměrná vlnové délce. Odtud vychází základní limitace Gaussovských svazků z pohledu velikosti stopy, tedy fokusací svazku do menší stopy má za následek snižování ohniskové hloubky a tedy velmi strmému nárůstu rozbíhavosti v okolí pasu svazku. To tedy znamená, že čím menší stopu svazku chceme získat, tím větší musí být numerická apertura fokusovacího objektivu. Kdybychom tedy chtěli docílit Gaussovského svazku s šířkou pasu rovnou vlnové délce například helium-neonového laseru, $633nm$, pak by ohnisková hloubka činila přibližně $4\mu m$, což je v běžné optice takřka nemožné. Jak jsme zmínili výše, SLB je interferenční pole vykazující svazkové chování. SLB svazky podléhají téměř nulové rozbíhavosti, odtud pseudo-nedifrakční, tyto vlastnosti blíže rozebereme v následujících kapitolách. Proto u SLB svazků není potřeba definovat pas svazku, jelikož má téměř neměnné rozměry po celé délce propagace. Velikost středu svazku je přímo závislá na vzájemné poloze elementů generujících pole a tím pádem jsme schopni generovat svazek, jehož střed je menší nežli vlnová délka použitého laseru.

Princip generace SLB

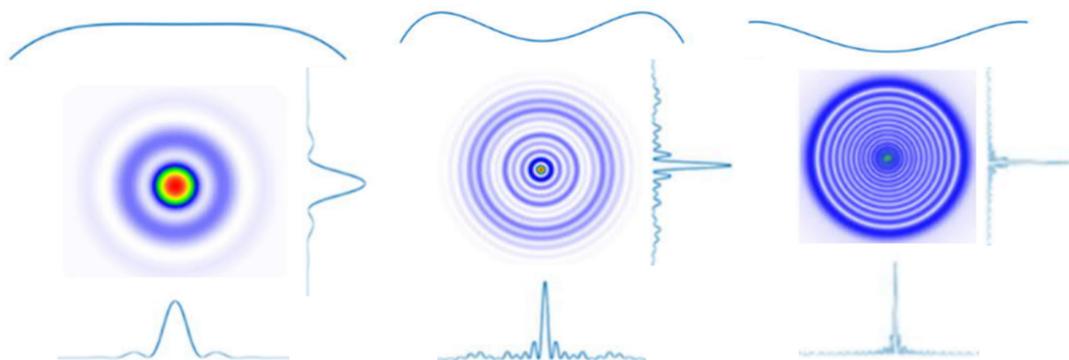
V kapitole 1.5.3 jsme ukázali princip generace Bessel-Gaussovského pole pomocí axikonu. Vynálezci strukturovaných svazků SLB ukázali, že efektivním vyhlazením generující vlnoplochy dojde k prodloužení pole. Zjemňování struktury axikonu vede po n -té iteraci na komponentu sférickou, která do systému vnáší sferickou aberaci, viz (1.1.2). S přihlédnutím na úvahu ohledně aberací je žádoucí, aby obě strany komponenty byly sférické, tedy pro efektivní prodloužení pole, ve kterém se generuje strukturovaný svazek je žádoucí použít sféru/kuličku. Pro transformaci plochy axikonu na plochu sférickou iteračním procesem zjemňování, by teoreticky bylo potřeba nekonečně mnoho iterací, odtud plyne asi nejpodivuhodnější vlastnost SLB svazků a to, že teoreticky jsou tyto svazky propagovány do nekonečna.



Obrázek 1.32: Zjemňování struktury optické komponenty.



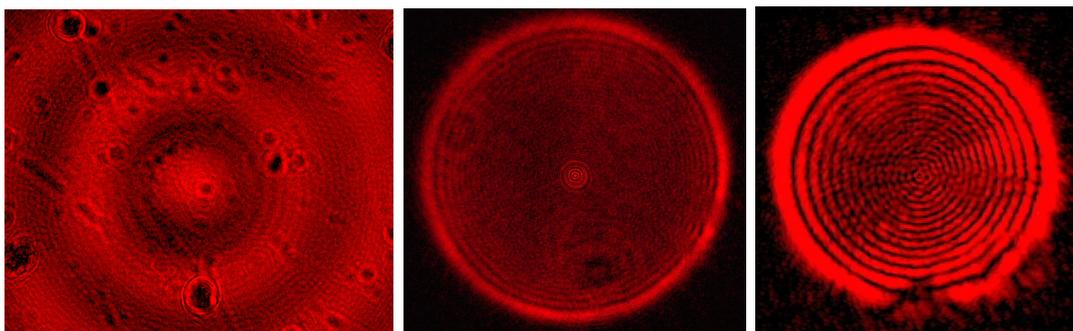
Obrázek 1.33: Prodloužení pseudo-nedifrakčního pole.



(a) Svazek generovaný čistě sférickou aberací. (b) Kombinace sférické aberace s defokusem. (c) Kombinace sférické aberace s defokusem.

Obrázek 1.34: Příčné struktury svazků korespondující s danými aberacemi.

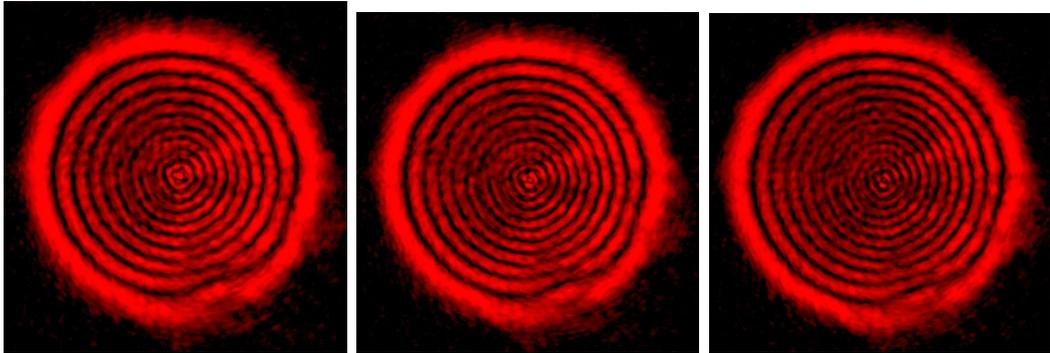
Dále bylo ukázáno, že takto generované pole je možno dále modulovat přidáním další aberace - defokusu do systému. Přidáním této aberace se změjí čelo vlnoplochy, na vlnoplochu ukázanou na obr. 1.35b, respektive 1.35c tato vlnoplocha je také úměrná rotačnímu systému dvou axikonů vyhlazených výše popsaným myšlenkovým iteračním postupem viz obr. 1.37.



(a) Svazek generovaný čistě sférickou aberací. (b) Kombinace sférické aberace s defokusem. (c) Kombinace sférické aberace s defokusem.

Obrázek 1.35: Fotky výše rozebraných svazků odpovídajících kombinacím sférické aberace a defokusu

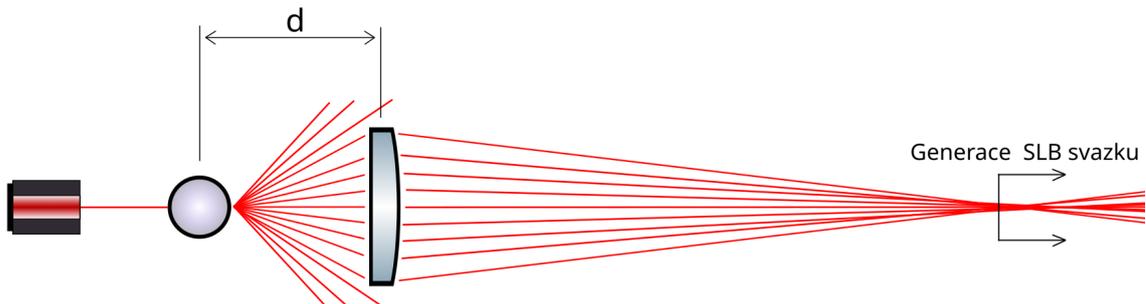
Přesným vzájemným nastavením prvku zodpovědného za sférickou aberaci a prvku zodpovědného za defokus můžeme také snižovat velikost centrálního jádra až do rozměrů menších nežli vlnová délka.



(a) $\varnothing_{střed} \approx 8pix \approx 14\mu m$ (b) $\varnothing_{střed} \approx 5pix \approx 9\mu m$ (c) $\varnothing_{střed} \approx 4pix \approx 7\mu m$

Obrázek 1.36: Zmenšování středu jemnou změnou vzájemné vzdálenosti generujících elementů

Fyzicky tedy pro generaci používáme sferickou čočku, která maximalizuje sférickou aberaci a pro maximalizaci defokusu za sferickou čočku vložíme ještě plankonvexní čočku.



Obrázek 1.37: Principiální schema generátoru strukturovaných svazků. Laserové světlo dopadá na sferickou čočku za níž je ve vzdálenosti d vložena plankonvexní čočka. Modulací vzdálenosti d modulujeme velikosti vnitřních struktur svazku, zejména šířku centrálního jádra.

1.5.5 Vlastnosti pseudonedifrakčních svazků

Jak už bylo naznačeno v předešlé sekci, nedifrakční svazky mají řadu intuitivně zvláštních, avšak fyzikálně vysvětlitelných vlastností. Pojem plně nedifrakční svazek je pouze matematická formulace pole, které zdánlivě nepodléhá difrakci, je schopno držet neměnný příčný intenzitní profil a obnovit jej za překážkou v ose propagace. Tato pole vykazují spirální tok energie a některá mohou nést orbitální moment hybnosti, díky které mohou silově intereagovat s objekty. Námi studované svazky

jsou však takzvaně pseudonedifrakční, jde o omezení výše zmíněných vlastností na překážku a vzdálenosti konečných rozměrů [29].

Neměnnost příčného profilu

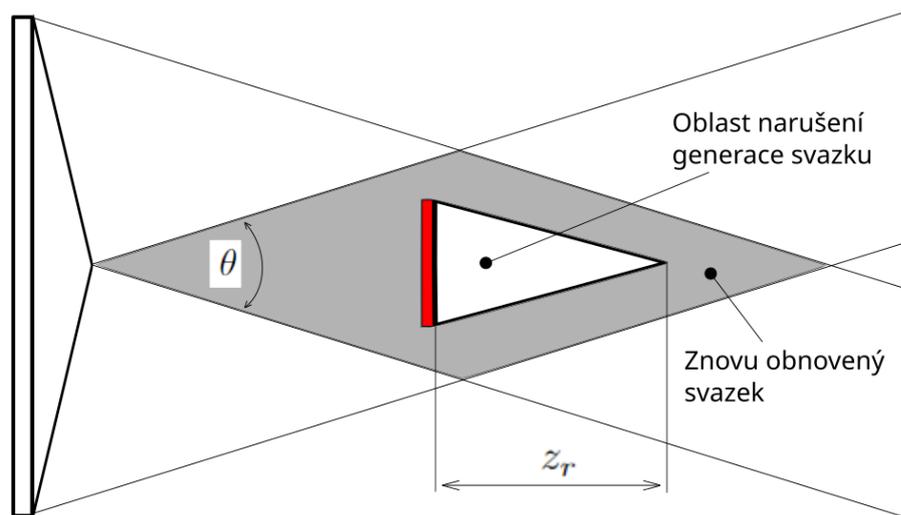
Hlavní vlastností přímo plynoucí z nedifrakčnosti, respektive pseudonedifrakčnosti svazků je invariantnost příčného intenzitního profilu,

$$E(x, y, z, t) \implies E(x, y, t) \quad (1.76)$$

tato vlastnost nachází důležité využití v oboru vysoce přesného uspořádávání elementů sestav do přímky (viz high precision alignment) [30]. U pseudonedifrakčních svazků platí tato vlastnost pouze v prostoru propagace, tedy v prostoru překryvu generujících vlnoploch.

Samoobnovení za překážkou

Další vlastností pseudonedifrakčních svazků je jejich schopnost samoobnovení za překážkou v ose propagace, tato vlastnost plyne z principu generace svazků. Na

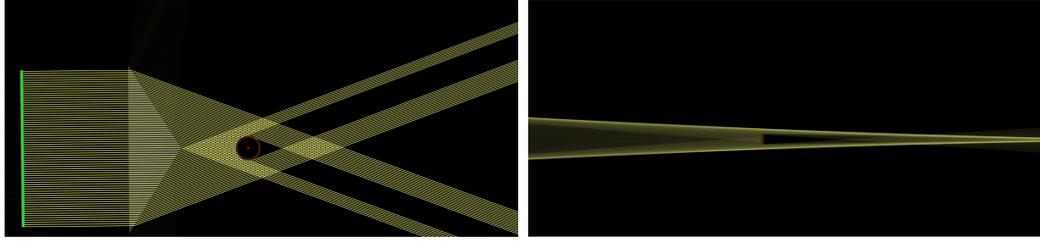


Obrázek 1.38: Ilustrace samovolného obnovení svazku za překážkou ve vzdálenosti z_r .

obrázku obr. 1.38 vidíme, že svazek se neobnoví přímo za překážkou, ale až ve vzdálenosti z_r za ní [29, 31].

$$z_r = \frac{D}{2 \tan \theta} \quad (1.77)$$

V rovnici značí D průměr překážky a θ úhel krajních vrcholů generovaného pole. Samoobnovení za překážkou přináší mnohé výhody v mikromanipulaci, skutečnost, že se svazek za manipulovanou částicí znovu obnoví umožňuje manipulaci ve více rovinách najednou. Ze simulace 1.39b, je zřetelno, že u SLB svazku dochází k samoobnovení ve znatelně větší vzdálenosti než je tomu u Bessel-Gaussova svazku generovaného axikonem.



(a) Simulace samoobnovení struktury generované axikonem. (b) Simulace samoobnovení strukturovaného svazku.

Obrázek 1.39: Simulace samoobnovení svazku generovaného dvěma různými způsoby.

Orbitální moment hybnosti

Jak bylo řečeno v úvodu této sekce, některé pseudonedifrakční svazky mohou nést orbitální moment hybnosti, tuto vlastnost vykazují svazky, které obsahují vírový člen a jsou charakteristické fázovými singularitami, o kterých byla částečně řeč v sekci 1.3.6. Singularity fáze se vyznačují tím, že křivkový integrál přes křivku je obepínající nabývá celočíselných násobků 2π .

$$\oint_k \nabla \Phi(x, y) \cdot dk = 2\pi m \quad m \in \mathbb{Z} \quad (1.78)$$

Zde $\Phi(x, y)$ označuje fázi, která je funkcí příčných souřadnic a m je takzvaný topologický náboj víru. Typickým příkladem vírových svazků s fázovými singularitami jsou Gauss-Besselovské svazky prvního druhu a nenulového řádu viz 1.28c. S těmito vlastnostmi přímo souvisí nenulový orbitální moment hybnosti, kterým může svazek silově působit na objekty a způsobovat jejich rotaci či posuv. Moment hybnosti je míra rotace objektu a závisí na soustavě souřadnic.

$$\overleftrightarrow{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad (1.79)$$

Hybnost \vec{p} elektromagnetické vlny lze popsat pomocí Poyntingova vektoru,

$$\vec{p} = \frac{1}{c^2} \vec{S} \quad (1.80)$$

Celkový moment hybnosti má dvě složky, spinovou a orbitální složku. Při interakci s objektem se složka spinová projeví rotací objektu kolem své osy a složka orbitální rotací objektu podél osy víru [29]. Superpozicí svazků s různými topologickými náboji může být orbitální moment hybnosti modulován [32].

1.6 Aplikace SLB

Díky vlastnostem diskutovaným ke konci minulé kapitoly nacházejí neklasické a pseudonedifrakční optické svazky široké a důležité využití ve vědě, technice, ale i třeba v medicínské technice. Nejvyužívanější vlastnosti jsou zejména invariantnost příčného profilu a možnost modulace velikosti centrálního jádra do rozměrů menších nežli vlnová délka a přenos orbitálního momentu hybnosti.

1.6.1 Překonávání difrakčního limitu v mikroskopii

Optická mikroskopie hrála velmi důležitou roli od začátku studia menších a menších biologických vzorků. Avšak od počátků studia takových vzorků v 17. století došlo k obrovským zlepšením z pohledu rozlišení a tedy možnosti studia menších vzorků. Tento vývoj ale vedl k nevyhnutelnému dosažení limitu. Na základě experimentálních evidencí a základních fyzikálních principů byly koncem 19. století (Abbe, 1873 a Rayleigh, 1896) formulovány tyto rozlišovací limity dané difrakcí světelných vln. Rayleighův limit udává nejmenší možnou vzájemnou vzdálenost dvou pozorovaných bodů, která je ještě možná rozlišit.

$$d_{min} \approx 1,22 \frac{\lambda f}{D} \quad (1.81)$$

Zde λ značí vlnovou délku, f je ohnisková vzdálenost zobrazovací čočky/objektivu a D je průměr apertury čočky. Faktor 1,22 je odvozen z výpočtu polohy prvního tmavého prstence obklopujícího centrálního Airyho disk difrakčního obrazce. Naproti tomu Abbeho limita udává nejmenší možný rozlišitelný jednobodový detail.

$$d_{min} = \frac{\lambda}{2n \sin(\alpha)} \quad (1.82)$$

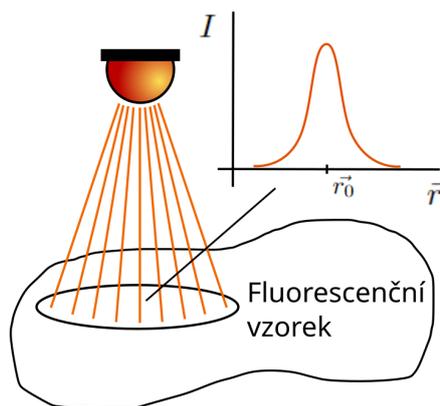
Abbeho limit lze slovně interpretovat, že detail ve vzorku je rozlišitelný, pokud je numerická apertura objektivu dostatečně velká, aby zachytila difrakční obrazec prvního řádu.

Tyto dvě základní difrakční limity tedy udávají, že velikost studované struktury je přímo úměrná vlnové délce světla, jímž je vzorek nasvícen. A tedy mikroskopie ve viditelném světle nemůže zobrazovat vzorky menší než přibližně $0,4 \mu m$. Tento limit byl postupem času obejit nástupem elektronové mikroskopie, ta stojí na principu přisouzení částicím (objektům) s nenulovou klidovou hmotností vlnovou délku (viz De Broglieho vlnová délka).

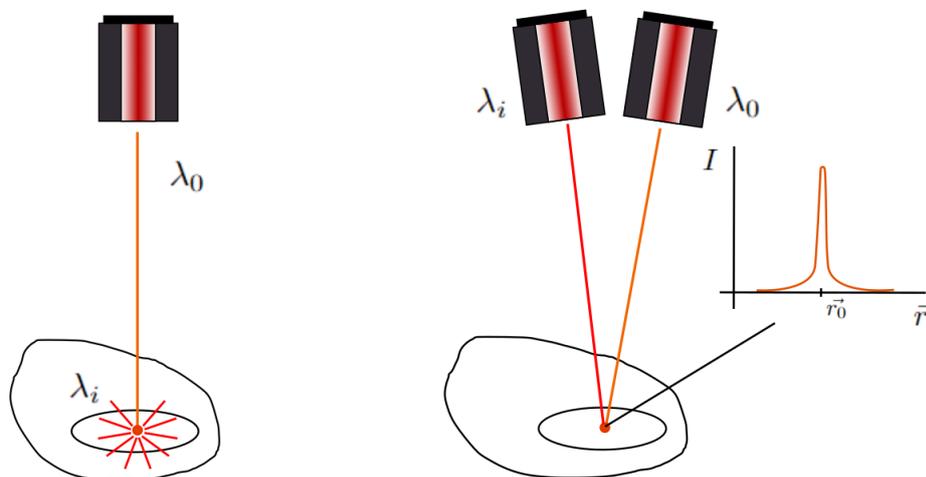
$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (1.83)$$

Zde h značí Planckovu konstantu, a p hybnost částice. Elektronová mikroskopie přináší rozlišení přibližně $10^{-11} m$, má však háček, elektrony mají příliš velkou energii a znemožňují studium živých buněk. V roce 1994 přišel Stefan W. Hell s revoluční novou mikroskopickou metodou takzvané stimulované emise deplece (dále jen STED) [33], ve které využil fluorescence jakožto nesitelku informace o vzorku.

Fluorescence je jev, ke kterému dochází, když excitovaná molekula, atom nebo nanostruktura přejde do nižšího energetického stavu (obvykle stavu základního) prostřednictvím emise fotonu bez změny spinu elektronu, pokud dojde i ke změně spinu, jev se nazývá fosforescence. Když excitujeme fluorescenčně aktivní materiál světlem o vlnové délce λ_0 , které způsobí excitaci na energetické hladiny s dostatečně krátkou dobou života, pak materiál začne emitovat světlo o zpravidla delší vlnové délce λ_i , takže fotony s nižší energií. Plocha emise fluorescenčního záření je stejná jako plocha excitace, ale emitované záření je nejintenzivnější ve středu excitované plochy. Hellův objev stimulované emise deplece



Obrázek 1.40: Princip fluorescence.



(a) Excitace fluorescence laserem.

(b) Zintenzivnění fluorescence metodou stimulované emise deplece.

spočíval v tom, že excitaci fluorescenčně aktivní látky prováděl laser o vlnové délce λ_0 a tedy látka začne emitovat záření o vlnové délce λ_i , ilustrace na obrázku obr. 2.3a. Fokuscí druhého laseru o vlnové délce právě λ_i do stejného místa způsobí potlačení fluorescence na okraji excitované plochy, kde je emise nízká, Zákon zachování energie ale znemožňuje zničení fluorescence, energie, která by byla emitována na okraji plochy a přejde do vysokointenzitního středu excitované plochy, což způsobí mnohonásobné zesílení a zúžení, viz Obr. 2.3b. Tímto mechanismem můžeme generovat fluorescenční vyzařovací peak mnohem menší než je například studovaná živá buňka a proskenováním celého vzorku získáme kvalitní obraz. Metoda STED umožňuje studium živých organismů s rozlišením pohybujícím se v jednotkách desítek nanometrů. Metoda STED fluorescenční mikroskopie je metodou relativně novou a stále se vyvíjející. Byla vyvinuta a popsána v situaci, kde je excitační i potlačující svazek

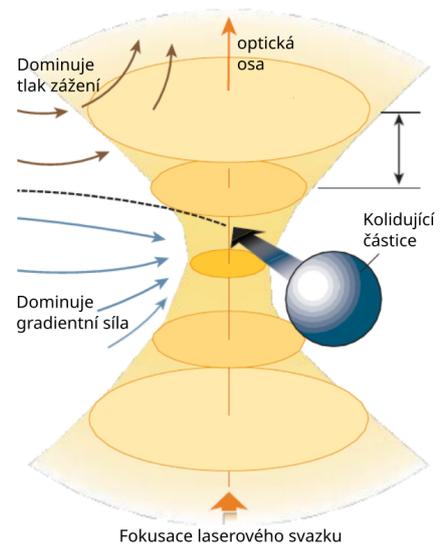
Gaussovský a tedy poloměr těchto svazků,

$$W_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_0}{\pi}} \quad (1.84)$$

zde z_0 je takzvaná Rayleighova vzdálenost, vzdálenost, ve které je průměr jeho příčného profilu dvojnásobkem průměru v místě jeho fokusace. Důležitým poznatkem zůstává, že ačkoliv metoda STED obchází difrakční Abbeho limit skrze generaci ultra úzké fluorescenčně vyzařující oblasti, tato oblast je přímo definována průměrem excitačního svazku a v rovnici 1.84 vidíme, že ten je také úměrný vlnové délce. V kapitole 1.5.4 jsme zmiňovali, že správnou konfigurací prvků generujících SLB svazek, může jeho centrální jádro mít rozměry menší nežli vlnová délka a průměr SLB svazku není závislý na vlnové délce. Použitím SLB svazků v metodě STED by vedlo k mnohonásobnému zvýšení rozlišení.

1.6.2 Optické pinzety

Optické pinzety jsou schopny vysokointenzitním fokusovaným světlem (laserovým svazkem) manipulovat s dielektrickými částicemi. Principy manipulace jsou jednoduché buď pro objekty menší nežli vlnová délka, nebo pro objekty mnohem větší oproti vlnové délce. Malé předměty vyvinou v reakci na elektrické pole světla elektrický dipolový moment, který je obecně řečeno přitahován gradientem elektrického pole směrem k ohnisku svazku. Na druhé straně, velké objekty fungují jako čočky a lámou světelný paprsek a tedy mění kolektivní směr hybnosti toku fotonů uvnitř svazku. Výsledný zpětný ráz objekty přitahuje k vyššímu toku fotonů v blízkosti ohniska. Tento zpětný ráz je pro klasické čočky takřka nepozorovatelný a zanedbatelný, ale může mít podstatný vliv na objekty mezoskopické. Naproti těmto přitažným silám působí síla tlaku záření, ta působí axiálně ve směru šíření svazku. Stabilní zachycení objektu vyžaduje, aby gradientní síla převažovala nad tlakem záření. Zprvu byly pro aplikace optických pinzet používány výhradně svazky Gaussovské, v jejichž možnostech je zachycení částic o velikostech přibližně 5 nm a působení silou přesahující 100 pN, což je výhodný rozsah pro působení sil na biologické systémy a studium jejich reakcí [34]. Využití pseudonedifrakčních svazků pro optickou manipulaci přináší mnoho výhod spjatých s vlastnostmi těchto svazků, například optická manipulace Besselovským svazkem popsána Arltem v [35]. Skutečnost, že tyto svazky nemají přesně definované ohnisko znemožňuje zachycení částice ve třech rozměrech, může být ale zachycena ve dvou rozměrech a za pomoci tlakovou silou záření s ní manipulovat. Výše jsme řekli,



Obrázek 1.42: Ilustrace principu optické pinzety kolidující s dielektrickou částicí. Převzato z [34]

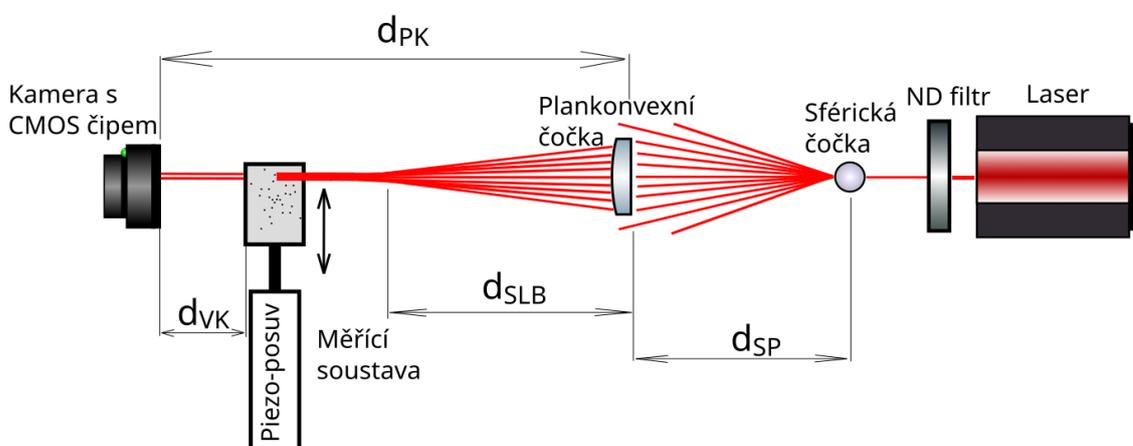
že přítažná optická síla je úměrná zápornému gradientu optické intenzity v příčné rovině svazku. Intenzitní gradienty v okolí centrálního jádra pseudonedifrakčních svazků jsou řádově vyšší než gradienty přítomné ve fokusovaném Gaussovském svazku. Další již diskutovanou vlastností je samoobnovení svazku za překážkou, uvažujeme-li touto překážkou naši částici, pak vlastnost samoobnovení implikuje možnost manipulace s objekty ve více paralelních rovinách za sebou [29].

1.6.3 Vytyčení prostorové přímosti

Téměř dokonalá invariantnost příčného profilu pseudonedifrakčních, zejména SLB svazků vede k jeho využití pro vytyčení referenční přímosti. Tato téměř nedivergující přímka může dokonale posloužit k velmi přesné justaci optických, či jiných senzorických sestav. Tématem vysokopřesnostního uspořádání za pomoci referenční přímky tvořené SLB svazkem pojednává [30].

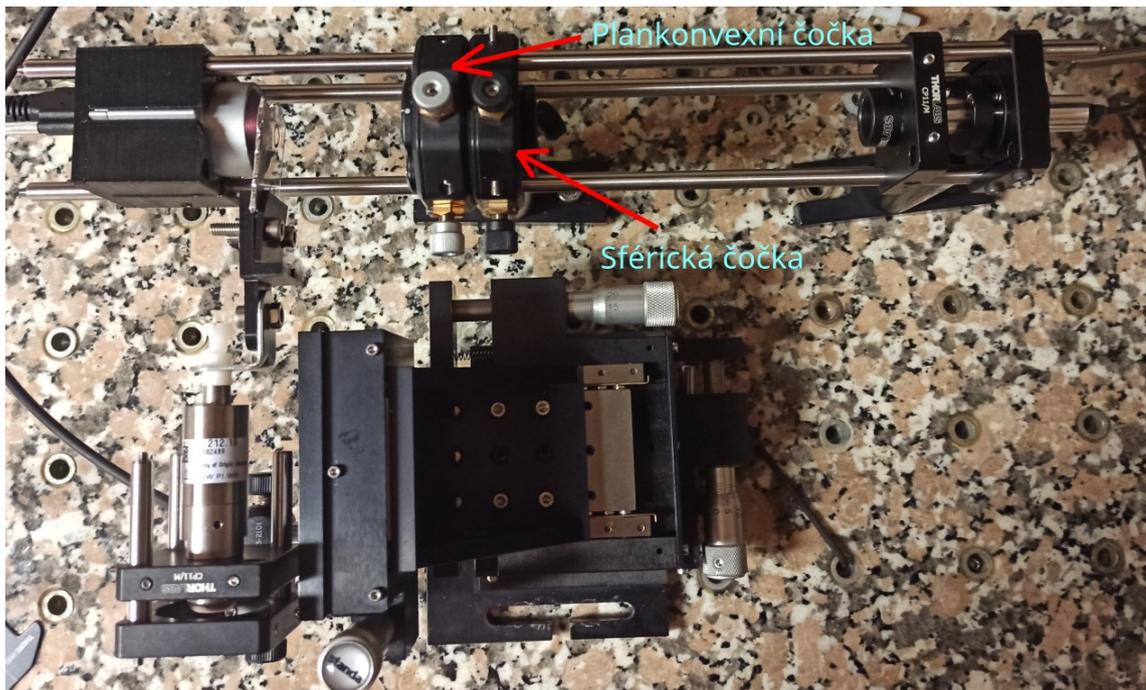
2 Generátor SLB

Jak bylo zmíněno v sekci zabývající se principem generace 1.5.4, pro generování SLB svazku se může využít kombinace sférické aberace a defokusu v tomto pořadí. Z hlediska generátoru svazku tedy jde o systém sférické čočky a plankonvexní čočky.



Obrázek 2.1: Schema generátoru

Helium - Neonový laserový zdroj emitující Gaussovský laserový svazek na vlnové délce $\lambda = 632,8nm$, který dále prochází šedým filtrem kvůli snížení intenzity, dopadá na sférickou čočku o průměru $\varnothing_{sfera} = 1,5mm$. Ta do systému vnáší a zároveň maximalizuje zmiňovanou sférickou aberaci. Vlnoplocha Vystupující ze sférické čočky zaujímá tvar Z_4^0 , viz obr. 1.6. Dále se vlna šíří plankonvexní čočkou o ohniskové vzdálenosti $f = 7mm$ a průměrem apertury $\varnothing_{cočka} = 5mm$, která ji obohacuje o defokus Z_2^0 a následně ve vzdálenosti d_{SLB} dochází ke generaci strukturovaného svazku. Ten poté prochází vzorkem, který rozebereme v následující kapitole, ten je upevněn na lineárním piezo-mikroposuvu. Nakonec svazek popadá na čip kamery, pomocí níž jsou dále v PC vyhodnocovány velikosti struktur.

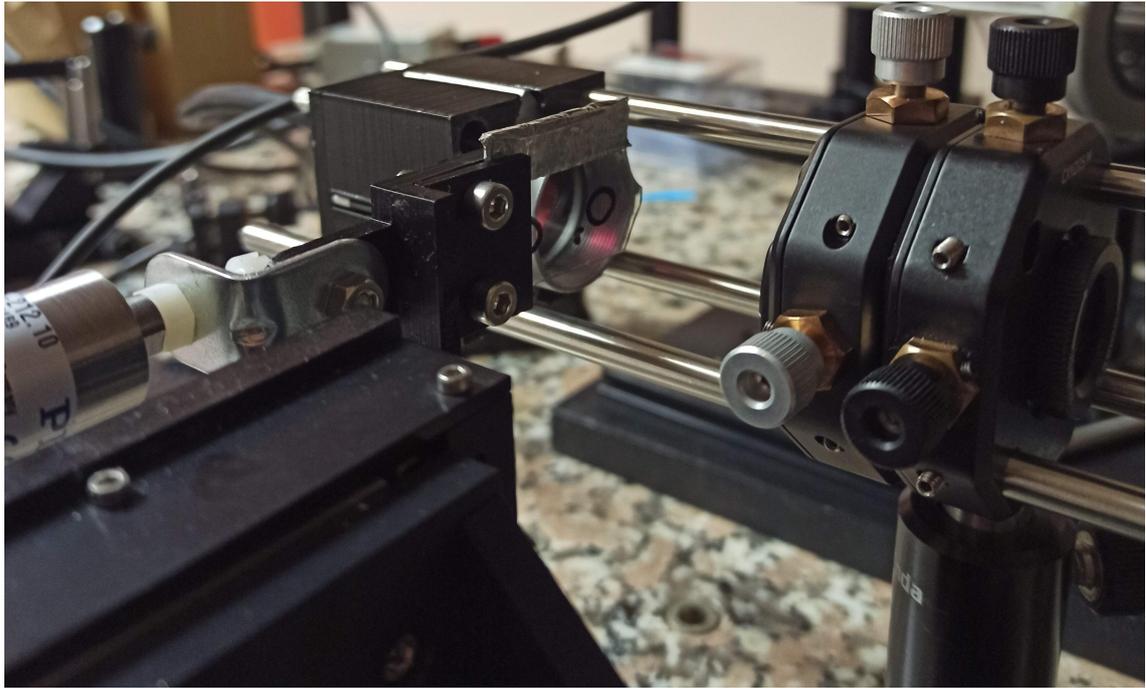


Obrázek 2.2: Generátor strukturovaných svazků a měřící stanoviště.



(a) Uchycení plankonvexní čočky v držáku LM1XY od SPT1C od firmy Thorlabs, který byl firmou Thorlabs.
 (b) Uchycení sférické čočky v držáku následně nahrazen rovněž držákem LM1XY.

Dvě hlavní komponenty, kterými jsou sférická a plankonvexní čočka jsou vloženy do jednoúčelových držáků zhotovených 3D tiskem a následně uchyceny do držáků od firmy Thorlabs s možností pohybu komponenty v rovině xy . Tento pohyb umožňuje modulaci polohy SLB svazku na čipu kamery.



Obrázek 2.4: Uchycení vzorku k mikroposuvu



Obrázek 2.5: Vzorek na piezo-mikroposuvu

2.1 Optimalizace parametřů generátoru SLB

V této podkapitole probereme pár nezbytných kroků, které byly třeba podniknout pro docílení strukturovaného svazku o co nejlepší kvalitě z hlediska ostrosti struktur a z hlediska minimalizace struktur, zejména pak vysokointenzitního středu.

2.1.1 Uchycení komponent

Stabilizace všech komponent generátoru byla první a klíčovou formou optimalizace. Cage systém od firmy Thorlabs zajistil polohu všech komponent v jedné přímce

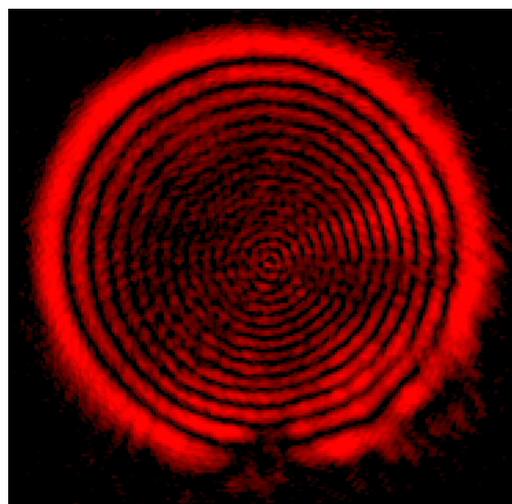


Obrázek 2.6: Zajištění prostorové přímosti komponent pomocí cage systému

Jak bylo řečeno výše, obě čočky jsou umístěny v držáku LM1XY. Pro velmi jemnou modulaci vzdálenosti d_{SP} byl držák kuličky nahrazen držákem CXYZ05A, jehož rozsah je $\pm 1,5\text{mm}$ a jemnost $500\mu\text{m}/\text{cyklus}$. Posuvem na cage systému jsme tedy hrubě nastavili optimální vzdálenost d_{SP} a následně mikroposuvem zoptimalizovali.



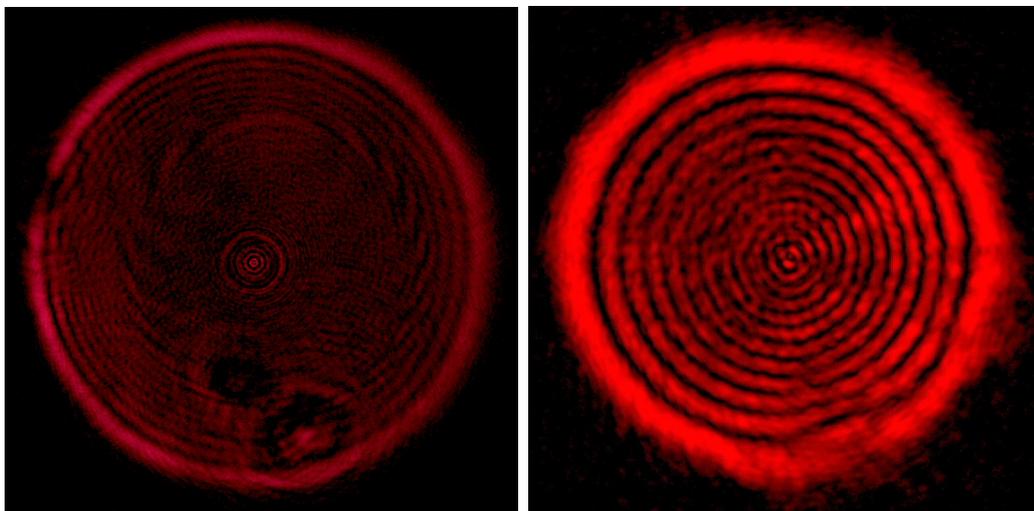
(a) Mikroposuv sférické čočky



(b) Minimalizovaný střed svazku pomocí jemné modulace d_{SP}

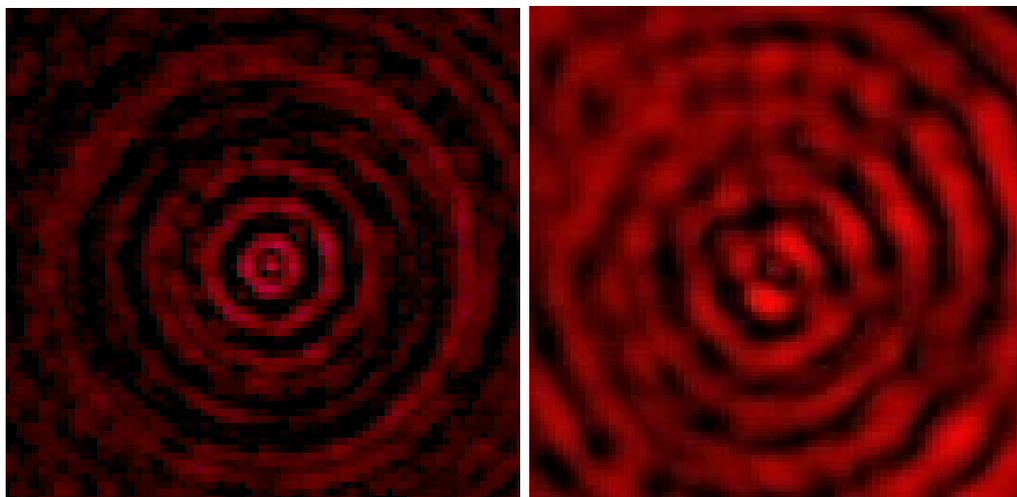
2.1.2 Aberace vyššího řádu

Dále se pro minimalizaci centrálního jádra svazku ukázalo být vhodné vnést do systému sférickou aberaci druhého řádu. Tato aberace se na Zernikeho mapě vad, viz obr. 1.6 označuje Z_6^0 .



(a) SLB generovaný za pomoci sférické aberace druhého řádu, Z_6^0 . (b) SLB generovaný za pomoci sférické aberace prvního řádu, Z_4^0 .

Obrázek 2.8: Generace svazku sférickou aberací druhého řádu.



(a) Přiblížení centrální oblasti svazku generovaného pomocí Z_6^0 . (b) Přiblížení centrální oblasti svazku generovaného pomocí Z_4^0 .

Obrázek 2.9: Bližší pohled na minimalizaci středu svazku použitím sférické aberace druhého řádu pro generaci.

Svazek generovaný za použití sférické aberace druhého řádu disponuje lépe měřitelným jádrem svazku. Je patrné, že tento svazek má lépe určitelný střed, který v této kon-

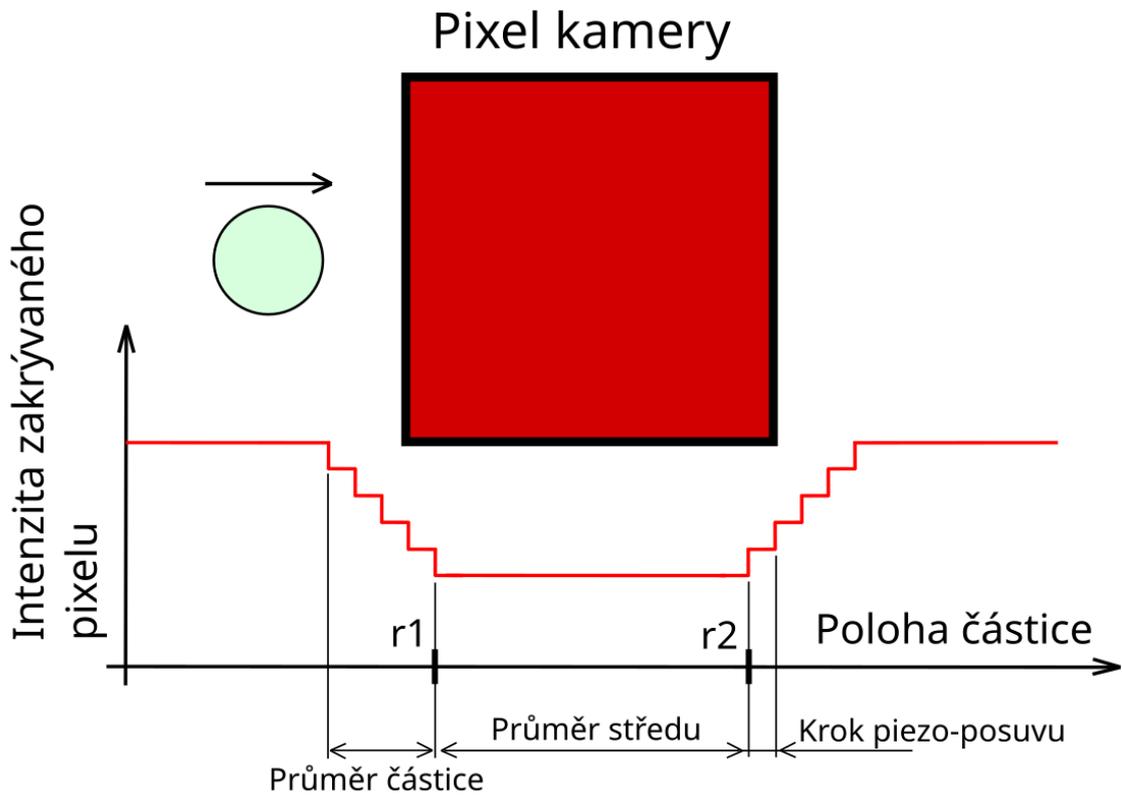
figuraci zaujímá s vysokou přesností pouze jeden pixel kamery o straně $1,67\mu\text{m}$. Zatímco svazek generovaný sférickou aberací řádu prvního má sice celkově menší rozměr, ale do středu se nedostane tolik intenzity jako u svazku na obrázku vedle.

3 Měření vlastností SLB svazku

Hlavními charakteristikami, které chceme měřit a které byly probrány v sekci 1.5.5, jsou průměr vysokointenzitního středu svazku a délka nedifrakčního pole, tedy délku po které SLB vykazuje nulovou divergenci. Generace struktur menších nežli vlnová délka nás přivádí k hlavnímu problému a to, jak takto malé velikosti determinovat. Jelikož se bavíme o pseudo-nedifrakčních svazcích, tak běžné metody jako jsou například metoda posuvné hrany, metoda $D4\sigma$, blíže pospané v [36] nefungují. Jde o velikosti menší než je jediný pixel i velmi kvalitních kamer. Metod měření se subpixelovým rozlišením je hned několik. Kupříkladu v astronomii je určování velikosti zdánlivě bodových zdrojů častý a důležitý proces. Před příchodem moderních kamer s velmi jemným rozlišením bylo potřeba zapojit čistě optické postupy, jedena z nejčastěji používaných metod byl Michalsonův stelární interferometr, který v kombinaci s Van Cittert-Zernike teorémem [37] umožňuje v astronomii určovat úhlový průměr zdánlivě bodového zdroje. Dnes je sub-pixelové rozlišení víceméně otázkou vhodné numerické metody použité ve výpočetním vyhodnocovacím softwaru, viz [38, 39], kupříkladu metoda křížové korelace, metoda využívající dekonvoluce a mnoho dalších. Pro naše účely a laboratorní podmínky jsme zvolili metodu využívající nanočástic zastiňujících měřené subpixelové struktury.

3.1 Měření šířky středu svazku

Pro určení velikosti subpixelové struktury budeme po diskrétních krocích piezoposuvu zakrývat nanočásticemi měřenou strukturu a z gradientů v intenzitě dopadající na zakrývaný pixel a velikosti kroku posuvu následně určíme velikost struktury. Je nutno podotknout, že metoda, ač se tak může zdát není v rozporu s vlastností samoobnovení. Vzorek je umísťován do těsné blízkosti čipu kamery, takže svazek nemá možnost se samoobnovit, Na Obr. 2.6 tedy parametr $d_{VK} \rightarrow 0$. Nejprve



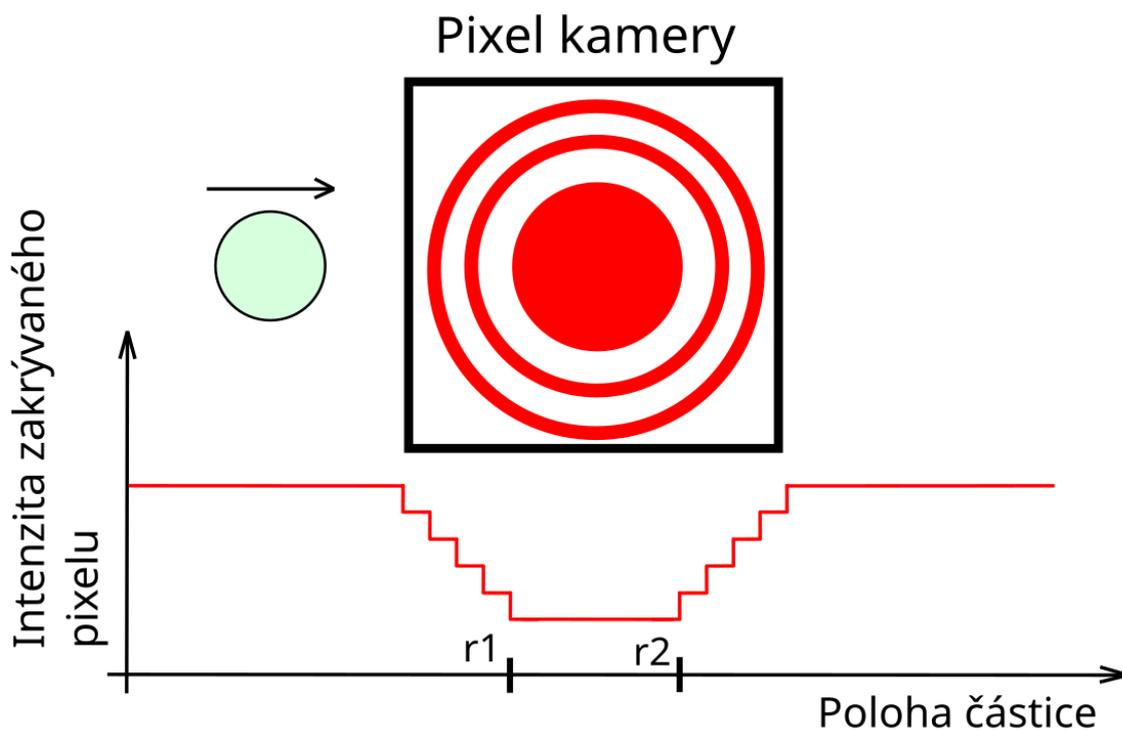
Obrázek 3.1: Vizualizace metody zakrývání.

začneme zjednodušeným modelem, uvažujme měřenou strukturu jejíž velikost je rovna velikosti pixelu, viz Obr.3.1. V intenzitní odezvě pixelu na zastiňovací proces uvidíme dva gradienty intenzity, první odpovídá vstupu částice do oblasti nad pixelem a druhý ukazuje, že částice monitorovanou zónu opouští. Oblast mezi těmito gradienty, na obrázku výše ohraničena hodnotami r_1 a r_2 v součtu s průměrem částice udává velikost struktury, v tomto případě pixelu.

$$\varnothing_{struktura} = (r_2 - r_1) + \varnothing_{castice} \quad (3.1)$$

Velikost kroku piezo-posuvu je již implicitně obsažena ve vyčítání hodnot r_1 a r_2 .

Metodu překrývání můžeme zobecnit na subpixelové struktury, v našem případě vysokointenzitní střed SLB svazku. Rozdílem bude jen poloha výskytu dvou signifikantních gradientů intenzity pixelu, viz obrázek níže.



Obrázek 3.2: Vizualizace metody zakrývání pro případ sub-pixelové struktury.

3.1.1 Laboratorní realizace metody překrývání

Nejprve jsme od kolegů Ing. S. Abdallah a R.O. Torres Mendieta Ph.D. z ústavu pro nanomateriály, pokročilé technologie a inovace obdrželi vzorky železných nanočástic na skleněném substrátu. Tyto vzorky byly za pomoci jednoúčelových součástí zhotovených 3D tiskem uchyceny na piezoposuv P-212.10 od firmy Physik Instrumente, viz Obr. 2.5. Piezoposuv byl použit v takzvaném *open – loop* režimu, ve kterém umožňuje posuv v rozsahu $15\mu\text{m}$ na 10 otoček vstupního trimru na zesilovači E-470.20. Ke snímání obrazu byla použita kamera *acA3800 – 14uc – Baslerace* od firmy Basler s velikostí pixelu $1,67 \times 1,67\mu\text{m}$. Schema sestavy pro měření metodou překrývání viz Obr. 2.6 a laboratorní uspořádání sestavy Obr. 2.2.

Tabulka 3.1: Naměřené velikosti nanočástic pomocí elektronového mikroskopu

Naměřené velikosti [nm]	Nejistoty [nm]
61,97	± 20
57,69	$\pm 19,47$
65,39	$\pm 20,97$

Překrývání probíhalo po krocích o velikosti $krok = \frac{1}{16}otáčky = 93,75nm$. Je důležité podotknout, že zjemňování krokování by vnášelo značnější chybu odečítáním a tato velikost kroku se ukázala jako optimem z hlediska minimalizace chyby a maximalizace získání důvěryhodných výsledků. Po každém kroku byl pořízen snímek svazku a tyto snímky následně zpracovány v programu MATLAB. Zpracování nasnímaných fotek svazku probíhá v několika krocích, nejprve dojde k oříznutí fotka pouze na oblast vyhodnocování.

```

% Enter the path to the folder containing the BMP
  images and output
% folder to store cropped images
imageFolder = 'C:\Users\Ideapad\Desktop\DP\fotoLab
  \26.4\15um shift_1';
outputFolder = 'C:\Users\Ideapad\Desktop\DP\fotoLab
  \26.4\15um shift_1\cropped';

x = 2060; % starting x-coordinate - center
y = 1220; % starting y-coordinate
width = 330; % width of the crop region
height = 330; % height of the crop region

% Get a list of all the BMP files in the image folder
fileList = dir(fullfile(imageFolder, '*.bmp'));

% Loop through each BMP file
for i = 1:length(fileList)

    imagePath = fullfile(imageFolder, fileList(i).name);
    image = imread(imagePath);

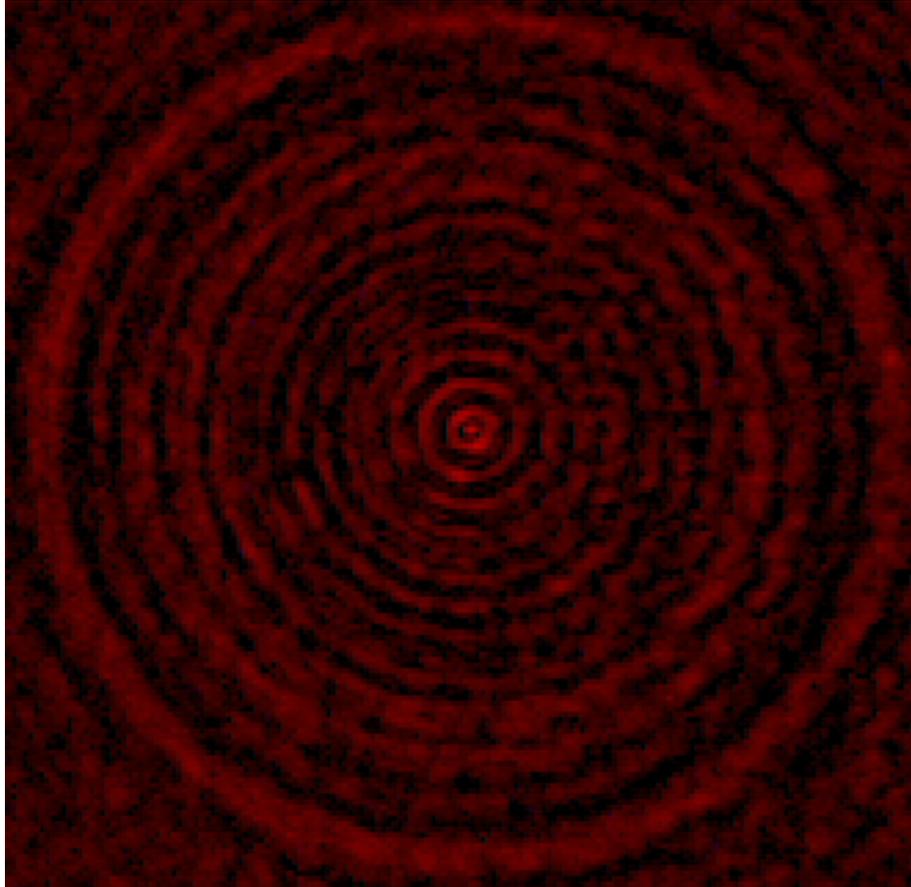
    % Crop the image
    croppedImage = imcrop(image, [x y width height]);

    % Construct the output file path and save the cropped
      image with the same name
    [~, name, ext] = fileparts(fileList(i).name);
    outputFilePath = fullfile(outputFolder, strcat(name,
      '_cropped', ext));
    imwrite(croppedImage, outputFilePath);

end

```

Následně ze všech fotografií získáme hodnotu RED složky pixelu, který vyhodnocujeme (v našem případě jde o pixel na nějž dopadá vysokointenzitní střed svazku). Program pro extrakci těchto hodnot je obohacen o vizualizaci ve formě rychlého po sobě jdoucího zobrazování fotek ve správném pořadí, viz ukázka kódu na další straně.



Obrázek 3.3: Oříznutí svazku, na kterém probíhalo měření pouze na vyhodnocovanou oblast odpovídající Z_0^6 .

```

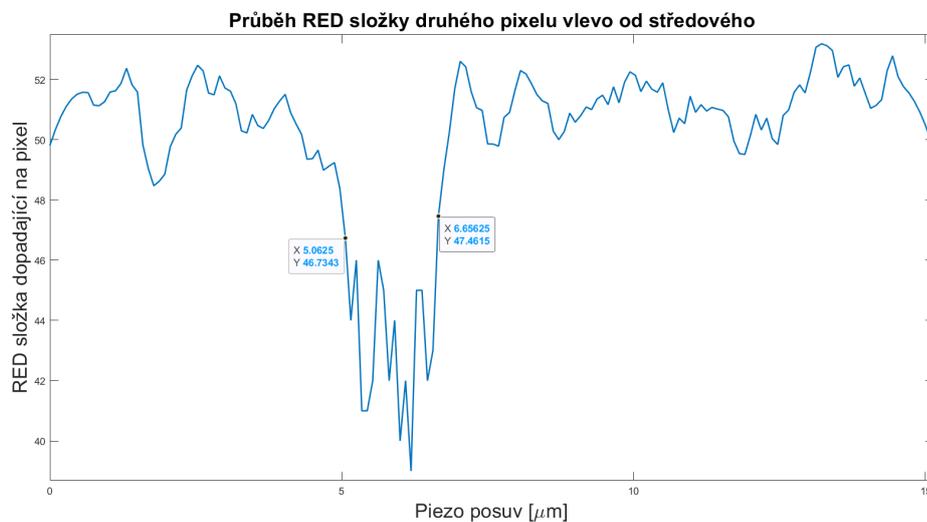
myFolder = 'C:\Users\Ideapad\Desktop\DP\fotoLab\26.4\15
    um_shift\cropped';
if ~isfolder(myFolder)
    errorMessage = sprintf('Error: The following folder
        does not exist:\n%s', myFolder);
    uiwait(warndlg(errorMessage));
    return;
end
redComponentArray = [];
filePattern = fullfile(myFolder, '*.bmp');
bmpFiles = dir(filePattern);
position=-0.09375;
for k = 1:length(bmpFiles)

    position=position+0.09375;
    baseFileName = bmpFiles(k).name;
    fullFileName = fullfile(myFolder, baseFileName);
    fprintf(1, 'Now reading %s\n', fullFileName);
    imageArray = imread(fullFileName);
    redComponent=imageArray(105, 106, 1);
    redComponentArray(k) = redComponent;
    imshow(imageArray,"InitialMagnification",5000); %
        Display image.
    title(position);
    drawnow; %Force display to update immediately.
    %pause(0.1);

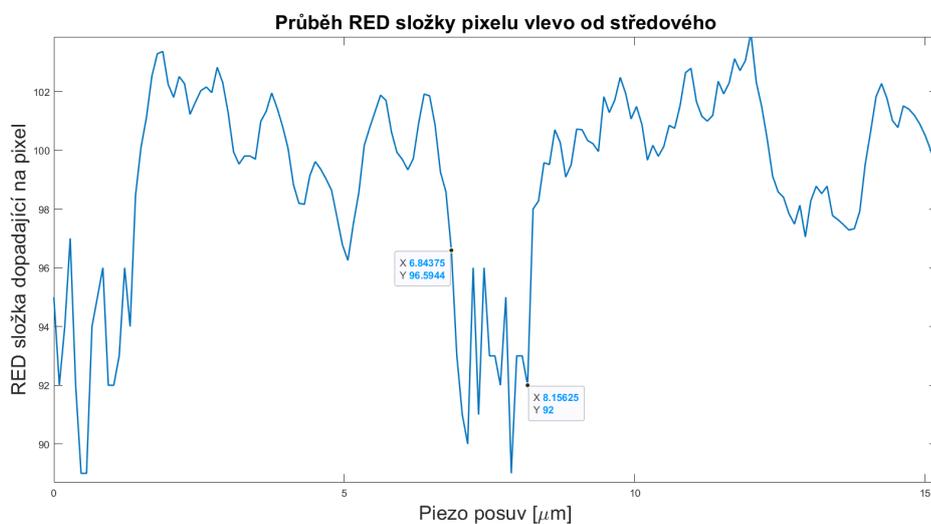
end

```

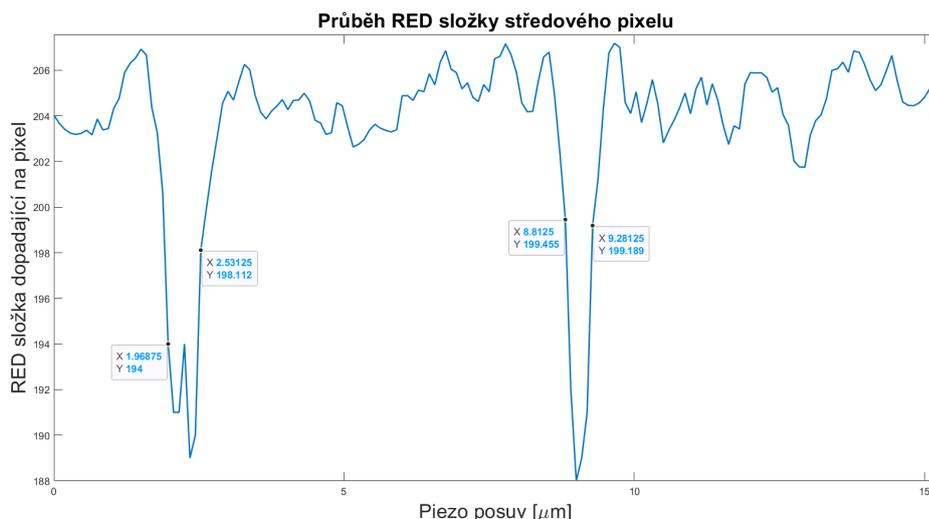
Z extrahovaných dat RED složky pixelu počas posuvu lze najít výše zmíněné překryvy středu svazku. Extrakce RED složky jsme provedli i pro dva pixely vlevo od středového a dva pixely vpravo od středového.



Obrázek 3.4: Průběh překryvu 2. pixelu vlevo od centrálního dvěma vedle sebe deponovanými částicemi



Obrázek 3.5: Průběh překryvu pixelu vlevo od centrálního dvěma vedle sebe deponovanými částicemi



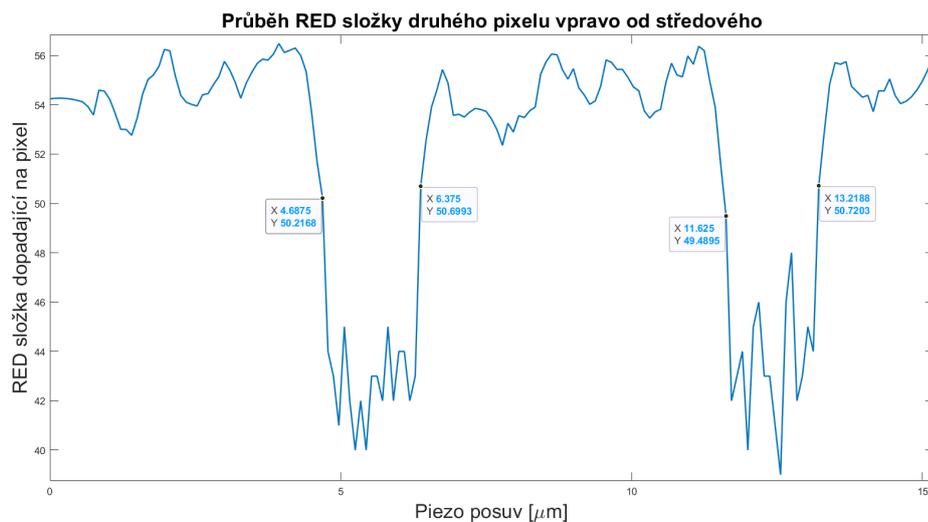
Obrázek 3.6: Průběh překryvu pixelu vlevo od centrálního dvěma vedle sebe deponovanými částicemi

Na obrázku výše vydíme odezvu překrytí středového pixelu, která ukazuje, že střed svazku, který na něj dopadá má skutečně poloměr menší nežli vlnová délka. Zástin probíhal dvěma vedle sebe deponovanými částicemi a fakt, že obě částice nebyly přesně stejné velikosti způsobuje rozdílnost naměřených výsledků. Zástin první částicí (intenzitní propad vpravo v grafu) ukazuje, že struktura má velikost $\varnothing_{struktura} = 468.75nm$ a zástin druhou

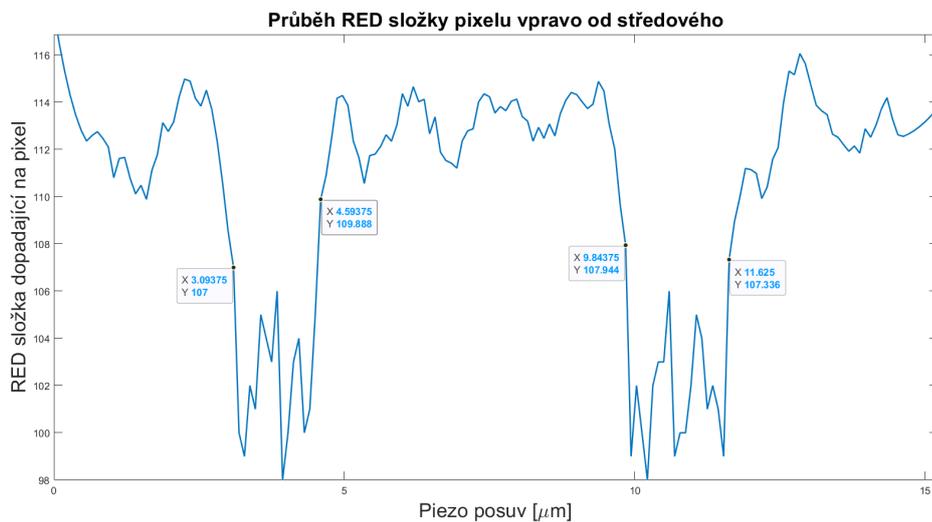
Tabulka 3.2: Naměřené velikosti středu svazku

Číslo měření	průměr struktury [nm]
1	468,75
2	562,5
3	562,5
4	562,5
5	656,25
6	468,75

částicí ukazuje $\varnothing_{struktura} = 562,5nm$. Experiment byl proveden šestkrát a všechna měření ukazovala, že struktura má velikost odpovídající šesti krokům plus minus jeden krok piezoposuvu, jak je videt v tabulce. Intervaly průběhů mezi intenzitními gradienty byly vyhlazeny pomocí Savitzky-Golayova (polynomiálního) filtru z důvodu eliminace fluktuací intenzit dopadajících na detektor, které jsou důsledkem výstřelového šumu [40]. Dále si všimněme, že pokles intenzity je v řádu jednotek desítek a že v průběhu není žádná gradientní rampa, jako byla uvedena na Obr. 3.1, respektive na Obr. 3.2. Oba tyto důsledky mají stejnou příčinu, velikost částice je znatelně menší než pixel a je i menší než krok posuvu. Ilustrace metody na Obr. 3.1 uvažuje systém kdy krok piezoposuvu je znatelně menší než velikost částice.

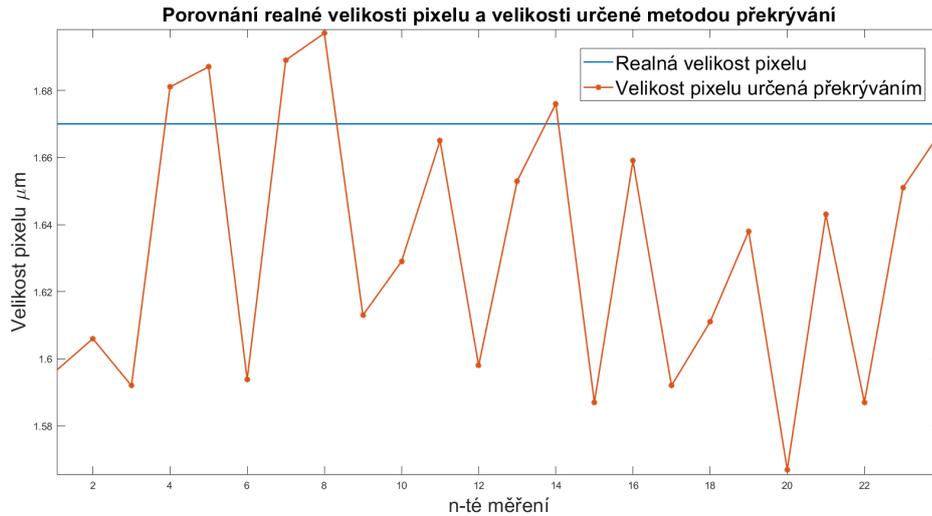


Obrázek 3.7: Průběh překryvu 2. pixelu vpravo od centrálního dvěma vedle sebe deponovanými částicemi



Obrázek 3.8: Průběh překryvu pixelu vpravo od centrálního dvěma vedle sebe deponovanými částicemi

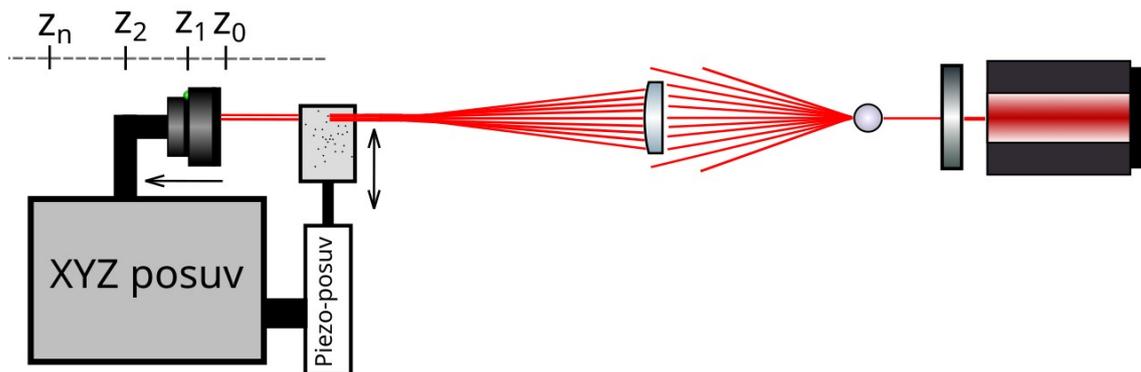
Snímání průběhu RED složky pixelů okolních středovému počas překrývání bylo z důvodu přesné lokalizace částic a ukázalo se také efektivní vizualizací přesnosti metody. Firma BASLER garantuje šířku pixelu kamery $1,67\mu\text{m}$. V grafu Obr. 3.9 je vidět, že metoda velmi přesně měří velikost pixelu. Nejdlehlší naměřená velikost činí $1,567\mu\text{m}$, což je odchylka od výrobcem dané velikosti přibližně 6%.



Obrázek 3.9: Průběh naměřených velikostí pixelu.

3.2 Měření délky nedifrakčního pole

V kapitole 1.5.4 jsme řekli, že SLB se řadí do rodiny pseudo-nedifrakčních svazků, jelikož rozbíhavost řádu se blíží k nule po dlouhou dráhu propagace. Avšak ve vzdálenosti d_{SLB} , viz Obr. 2.6, dochází ke generaci krátkého kompletně nedifrakčního pole. I v případě měření délky nerozbíhavého pole zůstaneme u metody překryvání, tentokrát bude postup měření trochu jiný. Generátor zůstává naladěn pro generaci středu svazku s průměrem menším nežli vlnová délka a vzorek se zastíňující částicí bude staticky upevněn před čip kamery a kamera i se vzorkem jsou upevněny na systém tří mechanických mikroposuvů LNR50M od firmy Thorlabs. Tento mikroposuv nám umožňuje krokovat s měřicí stanicí po krocích o velikosti $10\mu\text{m}$. V pozici



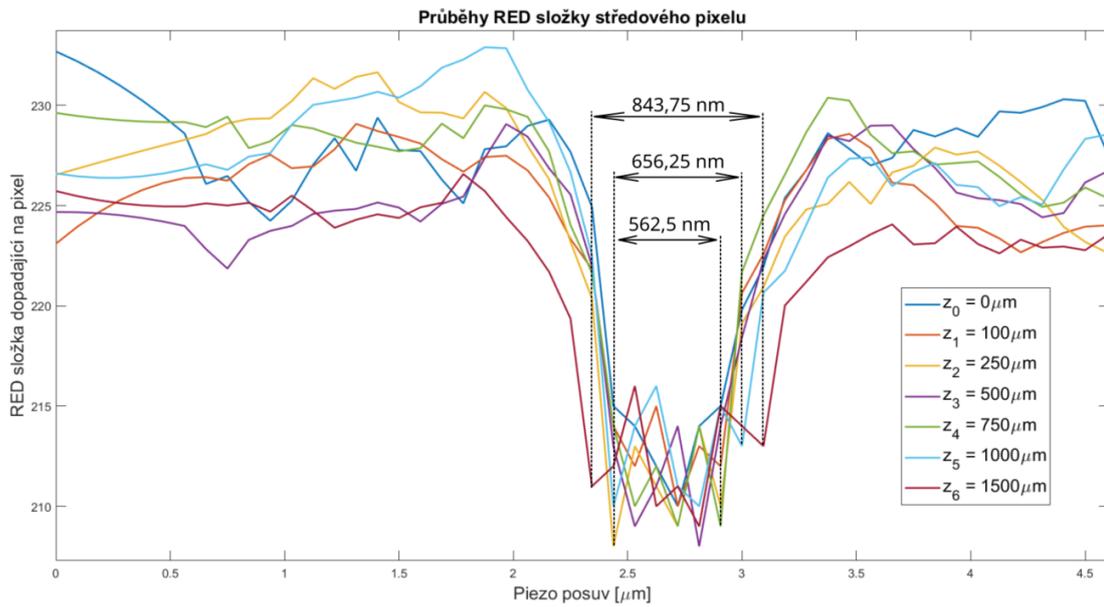
Obrázek 3.10: Schema sestavy pro měření délky nedifrakčního pole.

kamery $z_0 = d_{SLB}$ provedeme překryváním měření šířky středu a následně se budeme s měřícím celkem od generátoru vzdalovat a určit přibližně délku nedifrakčního pole.

Průběhy naměřených dat Obr. 3.11, které jsou přehledněji ukázány v tabulce Tab. 3.3, ukazují, že střed svazku, který ve vzdálenosti d_{SLB} nabývá průměru 562,5 nm na dráze 750 μm nepodléhá rozbíhavosti. Jinými slovy generujeme 0,89 λ širokou optickou jehlu o délce 1185 λ . Pro potlačení šumu v okolí intenzitního propadu byl opět použit Savitzky-Golayův filtr a pro lepší vizualizaci poloh r_1, r_2 byly vyneseny kóty.

Tabulka 3.3: Naměřené velikosti středu svazku v šesti vzdálenostech od d_{SLB} .

Vzdálenost od d_{SLB}	průměr struktury [nm]
$z_0 = 0\mu m$	562,5
$z_1 = 100\mu m$	562,5
$z_2 = 250\mu m$	562,5
$z_3 = 500\mu m$	562,5
$z_4 = 750\mu m$	562,5
$z_5 = 1000\mu m$	656,25
$z_6 = 1500\mu m$	843,75



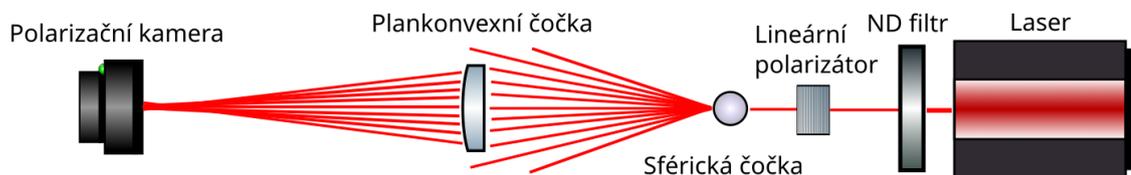
Obrázek 3.11: Průběh RED složky středového pixelu ukazující velikost a rozbíhavost středu svazku menšího nežli vlnová délka.

4 Vlastnosti evanescentní a odražené vlny generované SLB

Vlastnostmi, kterými se tento experiment zabýval byla hlavně polarizace a její změna vlivem totálního vnitřního odrazu (viz 1.4) ve skleněném hranolu. Jelikož v tomto experimentu nešlo o minimalizaci struktury centrálního jádra, ale naopak bylo žádoucí, aby jádro zaujímal více pixelů pro lepší vizualizace distribuce polarizace, tak byly v generátoru použity komponenty s lepší možností manipulace. Pro utlumení intenzity laseru je opět použit běžný ND filtr, dále svazek prochází Glan-Taylorovým polarizátorem (hranolem), který určujeme vstupní lineární polarizaci. Sferická čočka byla použita o průměru $\varnothing_{sfera} = 10mm$ a plankonvexní čočka $f = 50mm$.

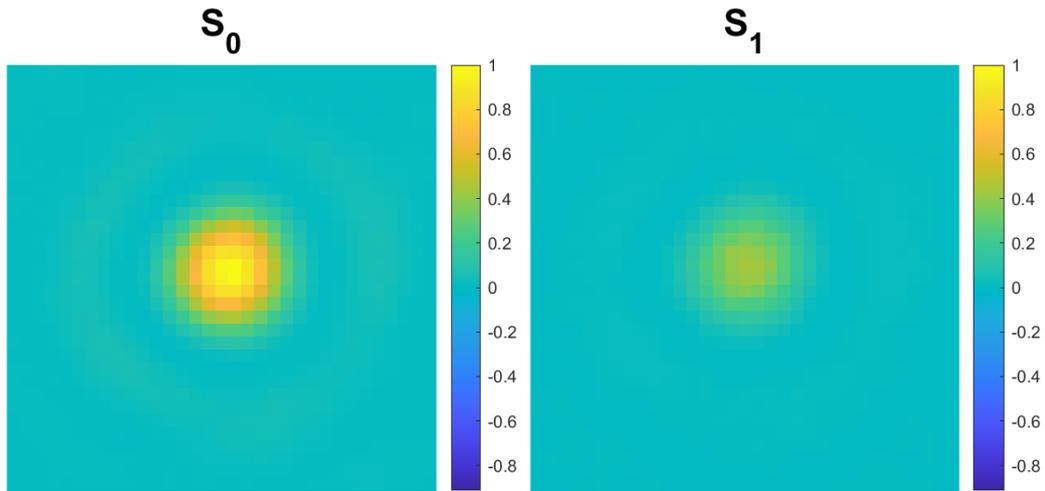
4.1 Měření vstupního rozložení polarizace

Experiment měl dvě fáze, nejprve byla potřeba za pomoci polarizační kamery CS505MUP1 od fitmy Thorlabs zaznamenat referenční rozložení polarizace ve svazku vstupujícím do hranolu, který následně způsobí totální vnitřní odraz. Generátor byl nejprve



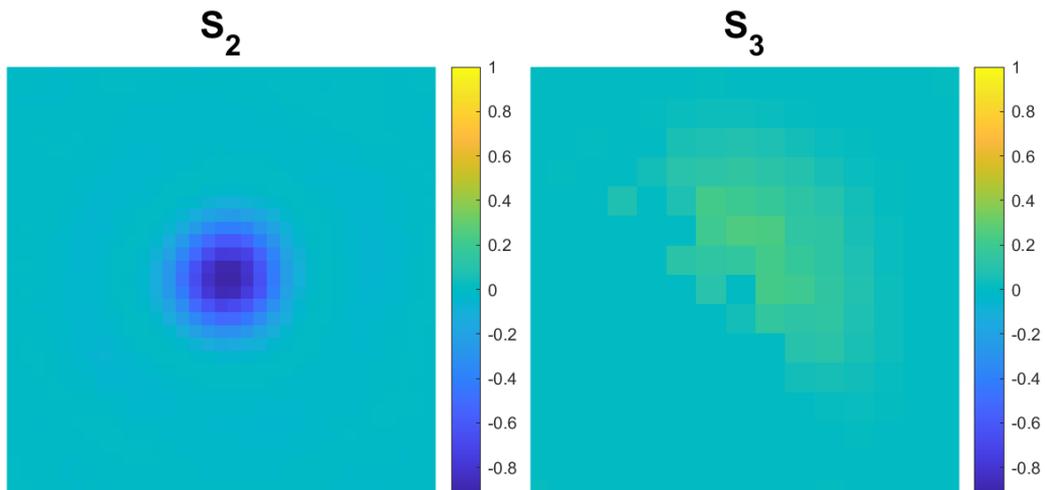
Obrázek 4.1: Schema uspořádání pro snímání vstupního rozložení polarizace

laděn na maximalizaci centrálního jádra pomocí kamery acA3800-14uc-Basler ace, použité v předešlých experimentech. Centrální jádro svazku vstupujícího do experimentu mělo průměr přibližně 16 pixelů (cca $27\mu m$).



(a) Rozložení prvního Stokesova parametru v jádru vstupujícího svazku. (b) Rozložení druhého Stokesova parametru v jádru vstupujícího svazku.

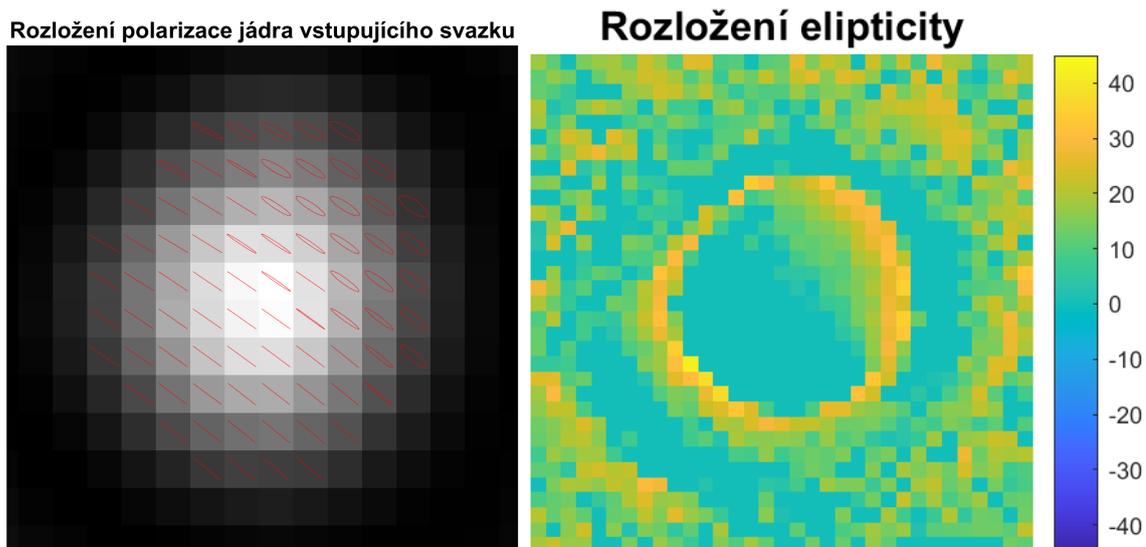
Obrázek 4.2: Stokesovy parametry S_0, S_1 středu SLB svazku.



(a) Rozložení třetího Stokesova parametru v jádru vstupujícího svazku. (b) Rozložení čtvrtého Stokesova parametru v jádru vstupujícího svazku.

Obrázek 4.3: Stokesovy parametry S_2, S_3 středu SLB svazku.

Měření rozložení polarizace ukázalo, že již samotný generátor v jistých místech jádra svazku mění elipticitu polarizace. Při justaci komponent byla zřetelná značná specklová pole, která mohou poukazovat na nečistoty na komponentách, které se tím značněji projeví čím je komponenta menší.

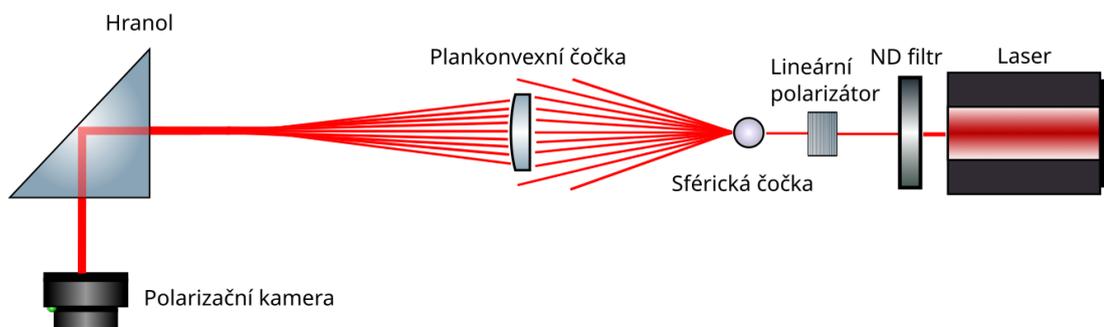


(a) Rozložení polarizace v jádru vstupujícího svazku. (b) Rozložení elipticity polarizační elipsy v jádru vstupujícího svazku.

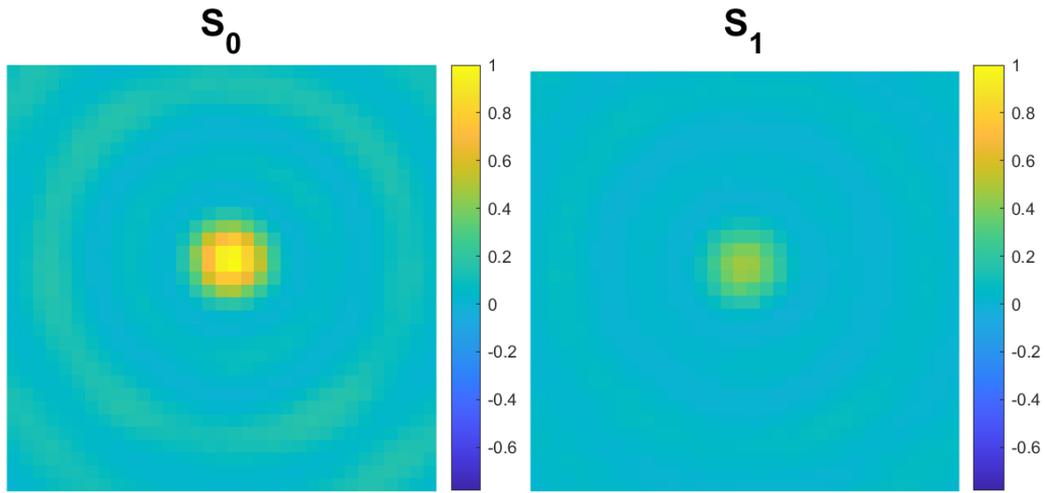
Obrázek 4.4: Rozložení polarizace a její elipticity v jádru svazku.

4.2 Měření rozložení polarizace vlny odražené totálním odrazem

Druhou fází experimentu bylo vložit svazku do cesty hranol s vrcholovým úhlem 90° a docílit totálního vnitřního odrazu.

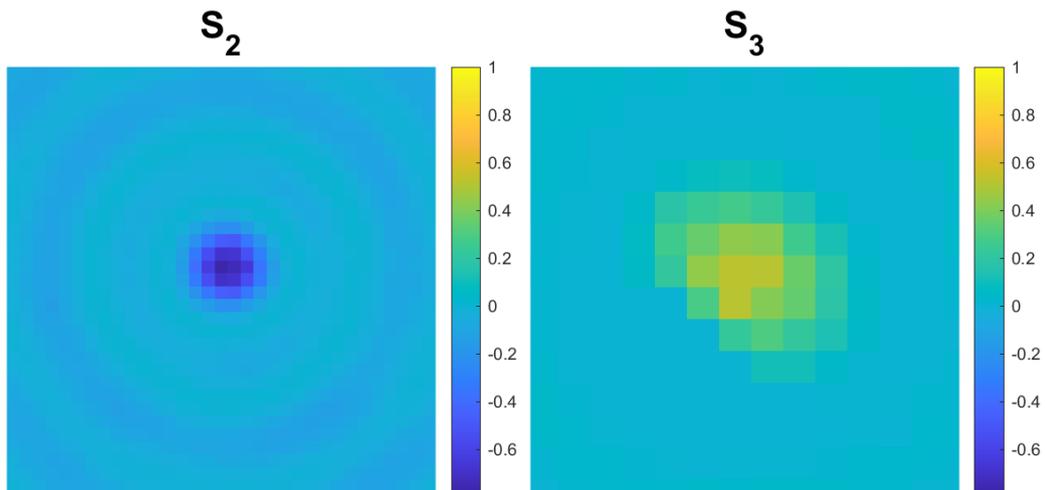


Obrázek 4.5: Schema uspořádání pro snímání polarizace vlny odražené totálním odrazem.



(a) Rozložení prvního Stokesova parametru v jádru odraženého svazku. (b) Rozložení druhého Stokesova parametru v jádru odraženého svazku.

Obrázek 4.6: Stokesovy parametry S_0, S_1 středu SLB svazku po totálním odrazu.

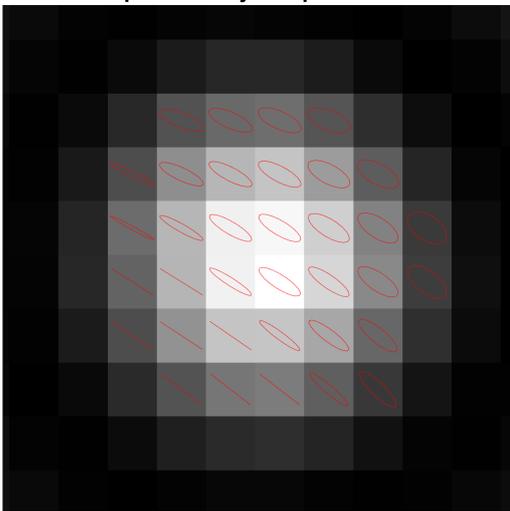


(a) Rozložení třetího Stokesova parametru v jádru odraženého svazku. (b) Rozložení čtvrtého Stokesova parametru v jádru odraženého svazku.

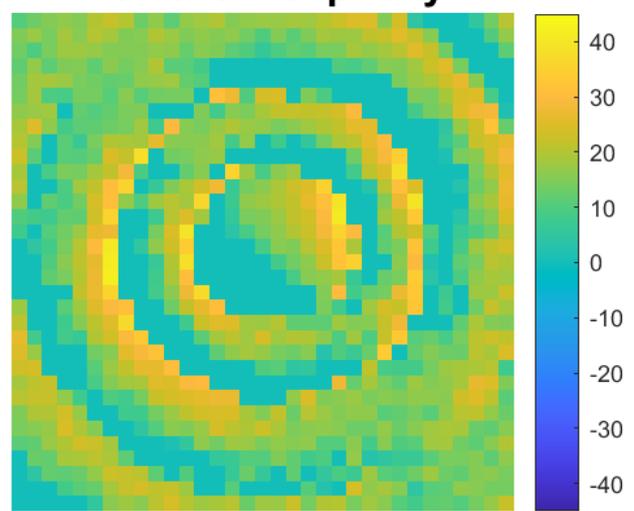
Obrázek 4.7: Stokesovy parametry S_2, S_3 středu SLB svazku po totálním odrazu.

Na první pohled je zřetelný úbytek intenzity oproti vstupujícímu svazku, ten je nejpravděpodobněji důsledkem zpětných odrazů a rozptylu na rozhraních. Průměr svazku se zredukoval z původních přibližně osmi pixelů na šest pixelů. Dále je vidět že polarizace v pravých horních sekcích svazku vykazuje ještě vyšší elipticitu, ale její orientace zůstává více méně nezměněná. Je nutno si uvědomit, že do hranolu vstupují složky polarizace E_x, E_y pod jiným úhlem, což udává i rozdílné amplitudové odrazivosti a tedy x -ová a y -ová složka podléhá jinému fázovému posunu což může být důvodem změny distribuce polarizace ve svazku.

Rozložení polarizace jádra po totálním odrazu



Rozložení elipticity



(a) Rozložení polarizace v jádru odraženého svazku.

(b) Rozložení elipticity polarizační elipsy v jádru odraženého svazku.

Obrázek 4.8: Rozložení polarizace a její elipticity v jádru svazku po totálním odrazu.

5 Diskuze

5.1 Limity SLB

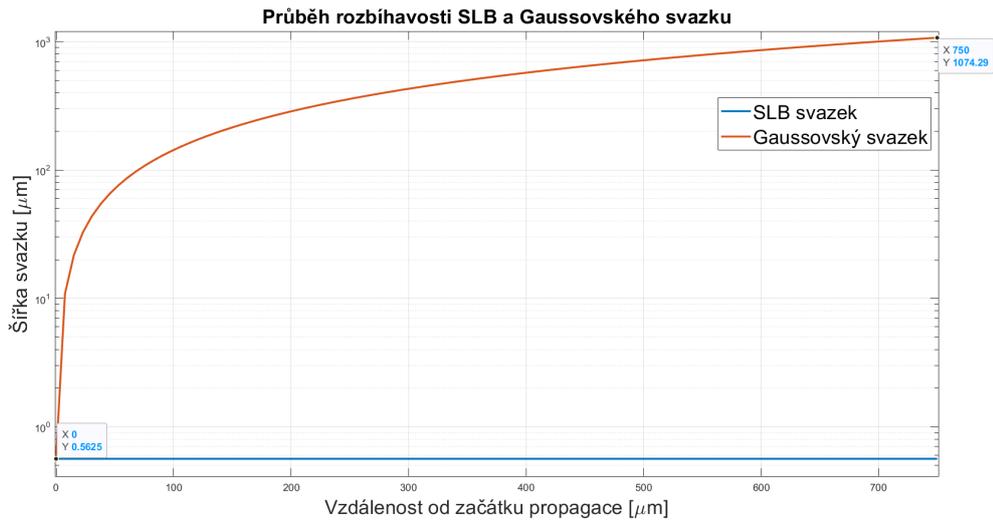
V experimentální části jsme ukázali způsob generace relativně nového druhu optického svazku, takzvaného strukturovaného svazku pomocí kombinace sferické aberace s defokusem. Svazek při správné justaci a správné vzájemné poloze generujících komponent měl průměr centrálního jádra menší nežli vlnová délka použitého laserového zdroje. Měření bylo však přímo závislé na velikosti kroku piezoposuvu a tedy výsledný naměřený průměr byl vždy celočíselným násobkem velikosti kroku. Logickou možností pro zpřesnění měření by bylo docílit spojitého posuvu. Zde bychom však museli uvážit vzorkovací frekvenci pořizování snímků což by znovu vedlo na nepřesnost nespojitého záznamu. Při volbě velikosti kroku jsme byli nuceni přihlídnout na faktor velikosti pořízených fotografií, jeden snímek svazku činí zhruba 30,1MB dat. V našem případě probíhalo měření ve 160 krocích, tedy jeden měřicí cyklus znamenal zhruba 5GB naměřených dat, půlením kroku by se tedy zdvojnásoboval objem dat ke zpracování. Další limitací měření byla nepřesnost určitých velikostí nanočástic použitých pro překryv.

5.1.1 Porovnání měřeného SLB svazku s Gaussovským svazkem

Nejúčinějším parametrem srovnání SLB svazku a svazku Gaussovského je jejich divergence. Srovnáme tedy rozbíhavost SLB svazku měřeného v kapitole 3.2 a Gaussovského svazku rovněž o šířce stopy $2W_0 = 0,89\lambda$ na dráze $d = 750\mu m$. Po této dráze SLB nevykazuje žádnou divergenci. Pro Gaussovský svazek platí:

$$W(z) = W_0 \left[1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.1)$$

Zde $W(z)$ značí pološířku svazku ve vzdálenosti z od pasu svazku, W_0 je pološířka svazku v jeho pasu, z_0 je Rayleighova vzdálenost a z je vzdálenost, ve které pološířku svazku určujeme. Šířka stopy Gaussovského svazku tedy činila $W(750\mu m) = 1,07\mu m$, v měřítku vlnové délky 1679λ , zatímco SLB svazek stále zaujímá šířku $0,89\lambda$.



Obrázek 5.1: Průběh rozbíhavosti Gaussovského a SLB svazku na dráze $750\mu\text{m}$.

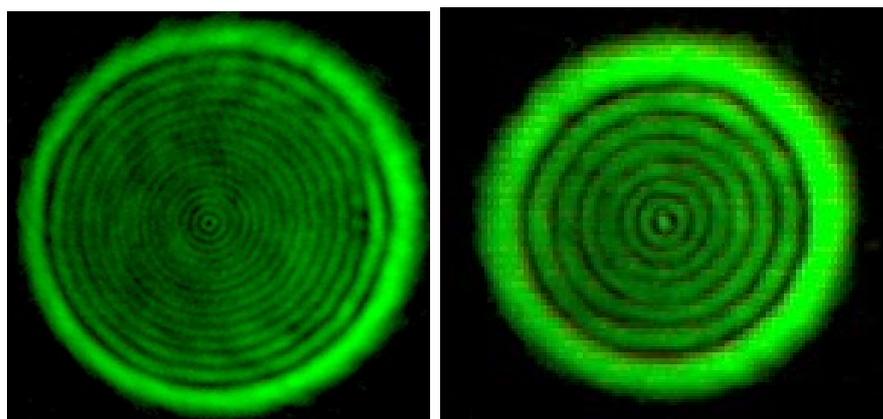
5.1.2 Modulace vzájemné vzdálenosti sferické a plankonvexní čočky

Jak je vidět na Obr. 1.36, jemnou modulací vzdálenosti sferické čočky a plankonvexní čočky modulujeme velikost centrálního jádra. Při optimalizaci generátoru (viz. kapitola 2.1) byla sferická čočka uchycena do držáku, viz Obr. 2.7a, s posuvem v optické ose $500\mu\text{m}$ /otočku. Tímto posuvem se podařilo nastavit svazek se středem menším nežli vlnová délka, avšak při snaze o další minimalizaci středu byl i tento posuv už moc hrubý. Pro další minimalizaci by bylo za potřebí generátor obohatit o další piezo-posuv pro jemnější minimalizaci struktury.

5.2 Použití při studiu nanoobjektů

Ukázali jsme, že jsme schopni generovat optický nástroj o šířce $0,89\lambda$ a délce 1185λ . Uzké vysokointenzivní optické pole představuje významný nástroj s mnoha výhodami a širokým spektrem aplikací v různých oblastech. Jeho schopnost koncentrovat energii na malém prostorovém rozsahu v kombinaci s vírovou destičkou umožňuje přesné ovládání interakce světla s materiály a objekty na mikro a nanoškálách. To se projevuje v manipulaci s mikročásticemi, jako jsou buňky, mikrokuličky nebo nanočástice, a nachází využití v oblastech jako optická pinzeta nebo optické zaostřování mikroskopie.

Další významnou aplikací je v oblasti fluorescenční mikroskopie, jejíž problematiku



(a) SLB svazek ve stavu optické trubice.

(b) SLB svazek ve stavu s vysokointenzivním jádrem.

Obrázek 5.2: Dva opačné stavy jádra SLB svazku.

jsme probrali v kapitole 1.6.1. Na myšlenky uvedené ve zmíněné kapitole navažme s předpokladem schopnosti generovat nejen optické svazky v jejichž středu je vysokointenzivní jádro Obr. 5.2b, ale rovněž svazky v jejichž středu sice elektrické pole je, ale nenese energii (o tomto fenoménu jsme se zmiňovali ke konci kapitoly 1.5.3), střed takového svazku tvoří optickou trubici Obr. 5.2a. Mezi těmito vzájemně opačnými stavy svazku můžeme při správné konfiguraci generátoru snadno přepínat. Toto přepínání stavů by mohlo umožňovat buzení a následné kontrolované zhasení fluorescence ve fluorescenčně aktivním vzorku [23]. V oblasti fyziky a chemie může dále poskytovat vysoká intenzita možnost manipulace s atomy a molekulami, včetně chladících efektů, řízení chemických reakcí a zkoumání atomového chování v kvantových systémech. Uzké vysokointenzivní optické pole nalézá uplatnění také jako zdroj světla pro citlivé optické senzory a detektory [14]. Tímto způsobem může sloužit v oblastech spektroskopie, laserových diagnostik a bioanalytiky k detekci a analýze různých materiálů a biomolekul. Další zajímavou aplikací je vysokorychlostní optická komunikace, kde je uzké vysokointenzivní optické pole využíváno pro přenos dat s vysokou rychlostí a kapacitou, což je klíčové pro moderní telekomunikační systémy [41].

6 Závěr

Hlavním cílem této diplomové práce bylo generovat a následně příslušnou měřicí metodou ukázat, že jsme schopni budít pseudo-nedifrakční optický strukturovaný svazek se strukturami menšími nežli vlnová délka světla svazek generující. Nejprve bylo tedy nutné sestavit generátor strukturovaných svazků a následně vytyčit parametry pro jeho optimalizaci z hlediska minimalizace centrálního jádra svazku.

Generace strukturovaného svazku je založena na kombinaci sferické aberace a defokusu. Sferická aberace je maximalizována použitím sferické čočky a defokus do systému vnáší palnkonvexní čočka. Ukázali jsme že vzájemná vzdálenost generujících komponent se přímo wpisuje do tvaru vlnoplochy a účinně modulujeme velikost centrálního jádra svazku. Následná optimalizace systému generátoru spočívala v uchycení komponent do speciálních držáků umožňujících jemné nastavení polohy komponent v příčné rovině propagace svazku yx a rovněž velmi jemný vzájemný posun čoček. Při korektním nastavení zmíněné vzdálenosti byla do systému vnesena sferická vada druhého řádu Z_6^0 , která ještě zmenšila průměr centrálního jádra svazku. Pro měření velikosti menší nežli vlnová délka a tedy i subpixelové velikosti byla použita metoda překryvu, kdy jsme piezoposuvem v diskrétních krocích překrývali pixel na němž centrální jádro svazku dopadalo. Pro vyhodnocení byly extrahovány červené komponenty bitmapových snímků v každém kroku překryvu. Zástin byl aplikován i na okolní pixely pro určení přesnosti metody, která ukázala maximální odchylku naměřené velikosti pixelu od hodnoty dané výrobcem 6%. Měřicí metoda potvrdila předpoklad existence jádra svazku s průměrem menším nežli vlnová délka. Dalším krokem bylo měření délky nedifrakčního pole, tedy po jak dlouhé dráze jádro svazku nevykazuje rozbíhavost. Měření probíhalo znovu metodou překryvu, ale celá měřicí sekce byla upevněna na jemném mikro posuvu a bylo provedeno v šesti různých vzdálenostech od referenční pozice z_0 . Po zpracování výsledků a jejich konzultací s vedoucím práce můžeme prohlásit, že jsme schopni generovat nedifrakující optické pole o šířce $0,89\lambda$ a délce 1185λ .

Dalším krokem bylo podrobit SLB svazek vnitřnímu totálnímu odrazu ve skleněném hranolu a pokusit se analyzovat vlnu odraženou a evanescentní, bohužel se nepodařilo realizovat vyvázání evanescentní vlny do vnějšího optického komponentu, takže byla snímána pouze vlna odražená. Ta vykazovala značné zvýšení elipticity v rozložení polarizace v jádru svazku.

Dále byly diskutovány limity generace svazků se sub- λ strukturami. Jako hlavní limity se počas experimentů ukázala nespojitost piezo-posuvu v metodě překrývání a dále limitace mechanického mikro posuvu. A nakonec byly rozebrány možné aplikace a pole využití SLB svazků jak ve vědě, tak napříč technologickým pokrokem.

Bibliografie

1. SALEH, B.E.A.; TEICH, M.C. *Fundamentals of Photonics*. Wiley, 2007. Wiley Series in Pure and Applied Optics. ISBN 9780471358329. Dostupné také z: <https://books.google.cz/books?id=Ve8eAQAIAAJ>.
2. HUYGENS, C. *Traité de la Lumière*. HACHETTE LIVRE, 2018. ISBN 9782019315696. Dostupné také z: <https://books.google.cz/books?id=KFvAvAEACAAJ>.
3. STEEN, W.M. Principles of Optics M. Born and E. Wolf, 7th (expanded) edition, Cambridge University Press, Cambridge, 1999, 952pp. ISBN 0-521-64222-1. *Optics Laser Technology*. 2000, roč. 32, č. 5, s. 385. ISSN 0030-3992. Dostupné z DOI: [https://doi.org/10.1016/S0030-3992\(00\)00061-X](https://doi.org/10.1016/S0030-3992(00)00061-X).
4. LAKSHMINARAYANAN, Vasudevan; FLECK, Andre. Zernike polynomials: A guide. *Journal of Modern Optics - J MOD OPTIC*. 2011, roč. 58, s. 1678–1678. Dostupné z DOI: [10.1080/09500340.2011.633763](https://doi.org/10.1080/09500340.2011.633763).
5. FEYNMAN, R.P.; LEIGHTON, R.B.; SANDS, M. *The Feynman Lectures on Physics, Vol. II: The New Millennium Edition: Mainly Electromagnetism and Matter*. Basic Books, 2015. ISBN 9780465040841. Dostupné také z: <https://books.google.cz/books?id=NIg5DgAAQBAJ>.
6. KOPAL, A.; ERHART, J.; ČMELÍK, M.; MACHONSKÝ, L. *Fyzika II Elektřina Magnetismus Maxwellovy rovnice*. Technická univerzita v Liberci, 2008. ISBN 9788073723118.
7. MURPHY, Douglas B.; SPRING, Kenneth R.; DAVIDSON, Michael W. *Introduction to polarized light*. NIKON INSTRUMENTS INC., [b.r.]. Dostupné také z: <https://www.microscopyu.com/techniques/polarized-light/introduction-to-polarized-light>.
8. CHEKHOVA, Maria; BANZER, Peter. *In Classical, Quantum, and Nonlinear Optics*. Berlin, Boston: De Gruyter, 2021. ISBN 9783110668025. Dostupné z DOI: [doi:10.1515/9783110668025](https://doi.org/10.1515/9783110668025).
9. MALÿ, P. *Optika*. Karolinum, 2020. ISBN 9788024622460. Dostupné také z: <https://books.google.cz/books?id=sksEEAAAQBAJ>.
10. JONES, R. Clark. A New Calculus for the Treatment of Optical Systems I. Description and Discussion of the Calculus. *J. Opt. Soc. Am.* 1941, roč. 31, č. 7, s. 488–493. Dostupné z DOI: [10.1364/JOSA.31.000488](https://doi.org/10.1364/JOSA.31.000488).
11. MATSUO, Shigeki. Matrix calculus for axially symmetric polarized beam. *Optics express*. 2011, roč. 19 13, s. 12815–24.

12. ZHAN, Qiwen. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications. *Advances in Optics and Photonics*. 2009, roč. 1, s. 1–57.
13. ZHU, W.; SHVEDOV, V.; SHE, W.; KROLIKOWSKI, W. Transverse spin angular momentum of tightly focused full Poincaré beams. *Opt. Express*. 2015, roč. 23, č. 26, s. 34029–34041. Dostupné z DOI: [10.1364/OE.23.034029](https://doi.org/10.1364/OE.23.034029).
14. FORBES, A.; OLIVEIRA, M. de; DENNIS, M. R. Structured light. *Nature Photonics*. 2021, roč. 15, č. 4, s. 253–262. Dostupné z DOI: [10.1038/s41566-021-00780-4](https://doi.org/10.1038/s41566-021-00780-4).
15. MILIONE, Giovanni; SZTUL, Henry I.; NOLAN, D. A.; ALFANO, Robert R. Higher-order Poincaré sphere, stokes parameters, and the angular momentum of light. *Physical review letters*. 2011, roč. 107 5, s. 053601.
16. BERRY, M V. Index formulae for singular lines of polarization. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. 2004, roč. 6, č. 7, s. 675. Dostupné z DOI: [10.1088/1464-4258/6/7/003](https://doi.org/10.1088/1464-4258/6/7/003).
17. DENNIS, M.R. Polarization singularities in paraxial vector fields: morphology and statistics. *Optics Communications*. 2002, roč. 213, č. 4, s. 201–221. ISSN 0030-4018. Dostupné z DOI: [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(02\)02088-6](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(02)02088-6).
18. FREUND, Isaac. Polarization flowers. *Optics Communications*. 2001, roč. 199, č. 1, s. 47–63. ISSN 0030-4018. Dostupné z DOI: [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(01\)01533-4](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(01)01533-4).
19. SOSKIN, Marat S.; DENISENKO, Vladimir; FREUND, Isaac. Optical polarization singularities and elliptic stationary points. *Opt. Lett.* 2003, roč. 28, č. 16, s. 1475–1477. Dostupné z DOI: [10.1364/OL.28.001475](https://doi.org/10.1364/OL.28.001475).
20. LEACH, Jonathan; YAO, Eric; PADGETT, Miles. Observation of the vortex structure of a non-integer vortex beam. *New Journal of Physics*. 2004, roč. 6, s. 71. Dostupné z DOI: [10.1088/1367-2630/6/1/071](https://doi.org/10.1088/1367-2630/6/1/071).
21. LEE, Andrew James; OMATSU, Takashige. Direct Generation of Vortex Laser Beams and Their Non-Linear Wavelength Conversion. In: PEREZ-DE-TEJADA, Hector (ed.). *Vortex Dynamics and Optical Vortices*. Rijeka: In-techOpen, 2017, kap. 2. Dostupné z DOI: [10.5772/66425](https://doi.org/10.5772/66425).
22. FORNEL, F. *Evanescence Waves: From Newtonian Optics to Atomic Optics*. 2001. ISBN 978-3-642-08513-0. Dostupné z DOI: [10.1007/978-3-540-48913-9](https://doi.org/10.1007/978-3-540-48913-9).
23. RNDR. MIROSLAV ŠULC, Ph.D. doc. [osobní konzultace]. 2023.
24. HALL, Dennis G. Vector-beam solutions of Maxwell's wave equation. *Opt. Lett.* 1996, roč. 21, č. 1, s. 9–11. Dostupné z DOI: [10.1364/OL.21.000009](https://doi.org/10.1364/OL.21.000009).
25. PROJECT, Bateman Manuscript; BATEMAN, H.; ERDÉLYI, A.; NAVAL RESEARCH, United States. Office of. *Higher Transcendental Functions*. McGraw-Hill, 1953. Bateman manuscript project, č. sv. 2. Dostupné také z: <https://books.google.cz/books?id=6ftQAAAAMAAJ>.

26. FENG, Simin; WINFUL, Herbert G. Physical origin of the Gouy phase shift. *Opt. Lett.* 2001, roč. 26, č. 8, s. 485–487. Dostupné z DOI: [10.1364/OL.26.000485](https://doi.org/10.1364/OL.26.000485).
27. KETTERER, Andreas. *Modular variables in quantum information*. 2016. Dis. pr.
28. ZHU, Minning; CAO, Qing; GAO, Hua. Creation of a 50,000 long needle-like field with 0.36 width. *Journal of the Optical Society of America. A, Optics, image science, and vision*. 2014, roč. 31, s. 500–4. Dostupné z DOI: [10.1364/JOSAA.31.000500](https://doi.org/10.1364/JOSAA.31.000500).
29. KOLLÁROVÁ, V. *Syntéza světelných polí*. 2011. Dostupné také z: http://theses.cz/id/9sslk2/Synteza_svetelnych_poli.pdf. Dis. pr. Přírodovědecká fakulta Univerzity Palackého v Olomouci, katedra optiky.
30. SULC, MIROSLAV; GAYDE, JEAN-CHRISTOPHE. Low Divergence Structured Beam In View Of Precise Long-Range Alignment. *EPJ Web Conf.* 2022, roč. 266, s. 10024. Dostupné z DOI: [10.1051/epjconf/202226610024](https://doi.org/10.1051/epjconf/202226610024).
31. BOUCHAL, Z; WAGNER, J; CHLUP, M. Self-reconstruction of a distorted nondiffracting beam. *Optics Communications*. 1998, roč. 151, č. 4, s. 207–211. ISSN 0030-4018. Dostupné z DOI: [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(98\)00085-6](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(98)00085-6).
32. BOUCHAL, Zdenek; KOLLAROVA, Vera; ZEMANEK, Pavel; ČIŽMÁR, Tomáš. Orbital angular momentum of mixed vortex beams. *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*. 2007. Dostupné z DOI: [10.1117/12.739370](https://doi.org/10.1117/12.739370).
33. HELL, Stefan W.; WICHMANN, Jan. Breaking the diffraction resolution limit by stimulated emission: stimulated-emission-depletion fluorescence microscopy. *Opt. Lett.* 1994, roč. 19, č. 11, s. 780–782. Dostupné z DOI: [10.1364/OL.19.000780](https://doi.org/10.1364/OL.19.000780).
34. GRIER, David. A revolution in optical manipulation. *Nature*. 2003, roč. 424, s. 810–6. Dostupné z DOI: [10.1038/nature01935](https://doi.org/10.1038/nature01935).
35. ARLT, J; GARCES-CHAVEZ, V; SIBBETT, W; DHOLAKIA, K. Optical micromanipulation using a Bessel light beam. *Optics Communications*. 2001, roč. 197, č. 4, s. 239–245. ISSN 0030-4018. Dostupné z DOI: [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(01\)01479-1](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(01)01479-1).
36. *Diagnostika laserových svazků [online]*. 2010 [cit. 2023-05-08]. Dostupné také z: <https://theses.cz/id/0okhne/>. SUPERVISOR: Zdeněk Bouchal.
37. ANANTHARAMAIAH, KR; CORNWELL, TJ; NARAYAN, Ramesh. Synthesis imaging of spatially coherent objects. In: *Synthesis imaging in radio astronomy*. 1989, sv. 6, s. 415–430.

38. WU, Zhixiang; ZHANG, Kun; ZHANG, Shuo; JIN, Qijian; WEN, Zhongquan; WANG, Lingfang; DAI, Luru; ZHANG, Zhihai; CHEN, Hao; LIANG, Gaofeng; LIU, Yufei; CHEN, Gang. Optimization-free approach for generating sub-diffraction quasi-non-diffracting beams. *Opt. Express*. 2018, roč. 26, č. 13, s. 16585–16599. Dostupné z DOI: [10.1364/OE.26.016585](https://doi.org/10.1364/OE.26.016585).
39. TAKAHASHI, Satoru. In-Process Measurement of Subwavelength Structures. In: *Metrology*. Ed. GAO, Wei. Singapore: Springer Singapore, 2019, s. 435–475. ISBN 978-981-10-4938-5. Dostupné z DOI: [10.1007/978-981-10-4938-5_15](https://doi.org/10.1007/978-981-10-4938-5_15).
40. KENDÍK, Jan. *Femtosekundový sonar pro studium tenkých vrstev*. 2021. SUPERVISOR: Karel Žídek.
41. RUBINSZTEIN-DUNLOP, Halina; FORBES, Andrew; BERRY, M V; DENNIS, M R; ANDREWS, David L; MANSURIPUR, Masud; DENZ, Cornelia; ALPMANN, Christina; BANZER, Peter; BAUER, Thomas; KARIMI, Ebrahim; MARRUCCI, Lorenzo; PADGETT, Miles; RITSCH-MARTE, Monika; LITCHINITSER, Natalia M; BIGELOW, Nicholas P; ROSALES-GUZMÁN, C; BELMONTE, A; TORRES, J P; NEELY, Tyler W; BAKER, Mark; GORDON, Reuven; STILGOE, Alexander B; ROMERO, Jacqueline; WHITE, Andrew G; FICKLER, Robert; WILLNER, Alan E; XIE, Guodong; MCMORRAN, Benjamin; WEINER, Andrew M. Roadmap on structured light. *Journal of Optics*. 2016, roč. 19, č. 1, s. 013001. Dostupné z DOI: [10.1088/2040-8978/19/1/013001](https://doi.org/10.1088/2040-8978/19/1/013001).