UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Bakalářská práce

Bc. Libor Jeřábek

Matematika a její mezipředmětové uplatnění

Olomouc 2015 vedoucí práce: Mgr. Jitka Hodáňová, Ph, D

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem *Matematika a její mezipředmětové uplatnění* vypracoval samostatně, a že veškerá použitá literatura je uvedena v závěru práce.

V Olomouci dne: 22. dubna 2015

Libor Jeřábek

Poděkování

Rád bych na tomto místě poděkoval vedoucí bakalářské práce Mgr. Jitce Hodáňové, Ph.D. za obětavou spolupráci i za čas, který mi věnovala při konzultacích.

Úvod

Cílem této bakalářské práce je ukázat, jak mnohdy opomíjená matematika je využívána v běžném životě. Je potřeba si uvědomit, že se s ní setkáváme při různých činnostech, aniž bychom si toho byli vědomi. Obsahem bakalářské práce je ukázat jak je matematika využívaná jinými disciplínami. Proto v ukázce využíváme učiva zahrnující základní školy a rovněž prostředků středoškolské matematiky.

Matematika se vyskytuje hlavně v předmětech, jako je fyzika, chemie, informatika apod. Ukážeme, že se s ní setkáváme i v zeměpise, tělesné výchově dokonce i v hudební výchově.

V rámci praktické části je v každé kapitole u výkladu dané problematiky vždy minimálně jeden řešený příklad, je ukázkou využití matematiky v příslušné disciplíně. Tyto příklady jsou názornou pomůckou pro uvědomění si propojení matematiky a běžného života.

V první kapitole si demonstrujeme matematiku v informatice. Vyjmenujeme si základní soustavy spojené s informatikou, převádění a počítání s nimi. Popíšeme Boolovu algebru a její využití při vytváření obvodů.

V následující kapitole se zaměříme na fyziku. Vysvětlíme nutnost úprav rovnic a vyjadřovaní neznámých ze vzorce, potřebnou znalost předpon, matic, derivací a integrálů.

V třetí kapitole si ukážeme vliv matematiky na chemii. Poukážeme si využití počítání s procenty a potřebu umět správně sestrojit rovnice.

V kapitole matematika a zeměpis se zaměříme na používání geometrických funkcí a počítání s měřítkem.

V páté kapitole, která je popisuje využití matematiky v hudební výchově. Poukážeme zde na využití řad, počítání se zlomky a mocninami.

V poslední kapitole si vysvětlíme uplatnění matematiky v tělesné výchově.

1. Matematika v informatice

Informatika je obor lidské činnosti, který se zabývá zpracováním informací. V informatice se setkáváme s digitální technologií, jejíž základní a zároveň nejmenší jednotkou je jeden bit. Označujeme ji b a nabývá hodnot 0 a 1. Tím se dostáváme do problematiky číselných soustav. Rozlišujeme několik číselný soustav. Příslušnou číselnou soustavu poznáváme podle dolních indexů - např. 1011_2. Názorně si ukažme a definujme čtyři důležité soustavy v informatice:

a) dvojková/binární
b) osmičková/oktávová
c) desítková/dekadická
d) šestnáctková/hexadecimální

Add a)

Dvojková neboli binární, též i jako dyadická soustava se skládá pouze ze dvou číslic 0 a 1 o základu Z = 2. V číslicové technice se 1 přiřazuje hodnota napětí 9 až 10 V a 0 hodnota 0 až 1 V. V reléových obvodech 1 označuje sepnutý stav a 0 rozepnutý stav.

Add b)

Soustava osmičková nazývaná též jako oktávová o základu Z = 8 se skládá z číslic 0 až 7. Dříve se spolu s šestnáctkovou uplatňovala u starších sálových počítačů s logickými obvody, procesory a mikroprocesory. Dnes se využívá jen zřídka.

Add c)

Desítková neboli dekadická soustava, o základu Z=10 obsahuje číslic 0 až 9. Setkáváme se s ní v běžném životě.

Add d)

Šestnáctková soustava o základu Z=16 využívá celkem 16 číslic (znaků). Protože tato soustava obsahuje velké množství číslic, je potřeba jejich část nahradit alfabetickými znaky ze začátku abecedy A-F, které nám nahrazují dvojciferné číslice 10-15. Tato soustava se nejčastěji používá v mikropočítačové technice. Slouží k popisu dat na adresové a datové sběrnici.

Dekadická soustava	Dvojková soustava	Osmičková soustava	Šestnáctková soustava
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Tab. č. 1.: Přehled značení soustav

Když máme nadefinované soustavy, je potřeba si vysvětlit převody mezi nimi. Nejjednodušším způsobem je převod do desítkové soustavy. K tomuto převodu se využívá tzv. Hornerovo schéma. Pomocí něj můžeme hledané číslo rozepsat jako polynom. Po jeho rozepsání nám vznikne rovnice:

$$y_z = x_0 \cdot z^0 + x_1 \cdot z^1 + x_2 \cdot z^2 + \cdots x_i \cdot z^i$$

Můžeme ji zapsat zjednodušeně pomocí sumy:

$$y_z = \sum_{i=0}^{n} x_i \cdot z^i \quad pro: i = 0,1,2,3, \dots, n$$

kde y_z je určité číslo, které chceme vyjádřit v určité soustavě, z^i je i-tá mocnina základového čísla dané soustavy, x_i je kladný násobek čísla z^i, které je potřeba přičíst. Ukažme si na příkladech postupy převodů do desítkové soustavy pomocí Hornerova schématu:

Př. č. 1: Převeď číslo 10100_2 do desítkové soustavy.

$$1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 1 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 20_{10}$$

Při převodu z desítkové do jiné soustavy využíváme matematické operace dělení, kdy dělitel je číslo soustavy, do které převádíme, zbytek při dělení považujeme za jednotlivé prvky převedeného čísla a výsledek použijeme do dalšího dělení. Zjednodušeně můžeme říct, že číslo, které nám vyjde po dělení, použijeme jako další číslo k dělení a zbytek po dělení si zapíšeme jako výsledek převodu do jiné soustavy. Výsledné převedené číslo (zbytky po dělení) odčítáme od konce. Nejlépe si tento postup ukážeme na příkladu:

Př. č. 2: Převeďte číslo 135_{10} do dvojkové soustavy.

$$135 : 2 = 67 \quad zb.1$$
$$67 : 2 = 33 \quad zb.1$$
$$33 : 2 = 16 \quad zb.1$$
$$16 : 2 = 8 \quad zb.0$$
$$8 : 2 = 4 \quad zb.0$$
$$4 : 2 = 2 \quad zb.0$$
$$2 : 2 = 1 \quad zb.1$$

Výsledek je 1000111_2.

Provedeme-li zkoušku pomocí Hornerova schématu, měli bychom opět získat stejné původní číslo v desítkové soustavě:

$$1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 =$$
$$= 1 \cdot 128 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 128 + 4 + 2 + 1 = 135_{10}$$

Při převodu do binární soustavy nastává problém se základními matematickými operacemi, jako je násobení, dělení, sčítání a odčítání. Při jednotlivých úkonech si čísla v binární soustavě píšeme pro lepší přehlednost vždy ve stejném řádu. Sčítáme-li dvě čísla v binární soustavě, postupujeme podle podobného postupu jako u desítkové soustavy. Při sečtení čísel 0+1 nebo 1+0 zapíšeme do příslušného řádu 1 a do dalšího nic nepřevádíme, sčítáme-li 1+1, výsledná hodnota je 10. 1 převedeme do dalšího řádu. Pokud převádíme 1 a nastane situace 1+1+1, počítáme, jako bychom získali hodnoty 1+0 a do výsledku zapíšeme 1, neboť jsme měli 1+1+1. Hodnotu 1 opět převedeme do dalšího řádu. Tento přehled sčítání v dvojkové soustavě můžeme obecně napsat i pro ostatní soustavy. Tedy čísla v daném řádu sečteme a vydělíme číslem dané soustavy. Zbytek po dělení zapíšeme jako výsledné číslo a celé číslo, které nám vyšlo při dělení, převedeme do dalšího řádu a přičteme k číslům daného řádu. Postup sčítání si názorně ukážeme na jednotlivých příkladech:

Př. č. 3:

$$\begin{array}{r} 111_2 \\ \underline{+\ 1010_2} \\ 10001_2 \end{array}$$

Zkouška:

$$\begin{array}{r} 111_2 = 7_{10} \\ \underline{+\ 1010_2 = 10_{10}} \\ 10001_2 = 17_{10} \end{array}$$

Př. č. 4:

$$\begin{array}{r} 110_2 \\ \underline{+\ \ 101_2} \\ 1011_2 \end{array}$$

Zkouška:

$$\begin{array}{r} 110_2 = 6_{10} \\ \underline{+\ \ 101_2 = 5_{10}} \\ 1011_2 = 11_{10} \end{array}$$

Př. č. 5:

$$\begin{array}{r} 0111_2 \\ \underline{+0111_2} \\ 1110_2 \end{array}$$

Zkouška:

$$\begin{array}{r} 0111_2 = 7_{10} \\ \underline{+0111_2 = 7_{10}} \\ 1110_2 = 14_{10} \end{array}$$

Při odčítání v dvojkové soustavě se postupuje stejně jako při počítání v desítkové soustavě. Při odčítání se bere v úvahu následující tvrzení 1-0 = 1 (nic nepřevádíme do dalšího řádu), 0-1 = 1 (převádíme 1 do dalšího řádu), 0-0 = 0 a 1-1= 0 (u obou případů nic nepřevádíme). Toto si nejlépe předvedeme na vzorových příkladech:

Př. č. 6:

$$\begin{array}{r} 1101101_2 \\ \underline{-0100110_2} \\ 1000111_2 \end{array}$$

Zkouška:

$$\begin{array}{r} 1101101_2 = 109_{10} \\ \underline{-\ 0100110_2 = 38_{10}} \\ 1000111_2 = 71_{10} \end{array}$$

Př. č. 7:

$$\begin{array}{r} 111000_2 \\ \underline{-010011_2} \\ 100101_2 \end{array}$$

Zkouška:

$$\begin{array}{r} 111000_2 = 56_{10} \\ \underline{-010011_2 = 19_{10}} \\ 100101 = 37_{10} \end{array}$$

Př. č. 8:

$$\begin{array}{r} 11001101_2 \\ \underline{-01100110_2} \\ 01100111_2 \end{array}$$

Zkouška:

$$\begin{array}{r} 11001101_2 = \ 205_{10} \\ \underline{-01100110_2 = 102_{10}} \\ 01100111_2 = 103_{10} \end{array}$$

Násobení v dvojkové soustavě provádíme převáděním násobení na sčítání. Princip této metody spočívá v tom, že násobíme číslo vždy od konce jako při klasickém násobení v desítkové soustavě, ale s tou změnou, že číslo, které násobíme, opíšeme ve stejném řádu pod sebou tolikrát, jakou hodnotu má číslo, kterým násobíme, a takto roznásobené číslo posléze sečteme. V binární soustavě je toto násobení snadným matematickým úkonem, protože řádek se bude vyskytovat buď v původní podobě, jaké je číslo, které násobíme, nebo bude obsahovat samé nuly. Při sčítání postupujeme podobně jako při převodu do jiné soustavy. Všechna čísla v daném řádu sečteme a vydělíme číslem dané soustavy. Zbytek po dělení zapíšeme jako výsledné číslo a celé číslo, které nám vyšlo při dělení, převedeme do dalšího řádu a přičteme k číslům daného řádu.

Př. č. 9:

$$
\begin{array}{r}
101101_2 \\
\cdot \quad 1011_2 \\
\hline
101101_2 \\
101101_2 \\
000000_2 \\
101101_2 \\
\hline
111101111_2
\end{array}
$$

Zkouška:

$$
\begin{array}{r}
101101_2 = 45_{10} \\
\cdot \quad 1011_2 = 11_{10} \\
\hline
111101111_2 = 495_{10}
\end{array}
$$

U dělení je postup obdobný jako při počítání v desítkové soustavě. Zatrhneme si potřebný počet čísel k odečtení jako při běžném dělení v desítkové soustavě. Odečteme od sebe tyto dvě hodnoty a sepíšeme k novému mezivýsledku další číslo. Tento postup opakujeme, dokud rozdíl po odčítání nebude roven nule. Názorně si to můžeme ukázat na příkladu.

Př. č. 10:

$$
\begin{array}{l}
1111101_2 : 101_2 = 11001_2 \\
\underline{-101} \\
0101 \\
\underline{-101} \\
000101 \\
\underline{-101} \\
000000
\end{array}
$$

Zkouška:

$$
\begin{array}{l}
\quad 125_{10} : 5_{10} = 25_{10} \\
\underline{-10} \\
\quad 25 \\
\underline{\;\; -25} \\
\quad\; 00
\end{array}
$$

Nezbytnou součástí při počítání a konstruování v informatice je i Boolova algebra. Říká nám, jak budou dané operace pracovat a co od nich můžeme očekávat. Neboť jak již bylo několikrát zmíněno, počítačové komponenty pracují v dvojkové soustavě buď ve stavu sepnutém, kdy do součástky proudí elektrické napětí a hodnota na součástce je 1, nebo kdy napětí na součástce je nulové a hodnota je 0. A právě Boolova algebra nám určuje, jak dosáhnout požadované výstupní hodnoty pomocí klopných obvodů, které pracují právě na dané logice. Dané zákonitosti nám umožňují i zjednodušení obvodů a nebo využití jen určitých komponentů. Vypišme si tedy tyto vztahy a názorně ukažme, jak pomocí nich počítáme a můžeme sestrojit i jednoduchý obvod, který má plnit určitou úlohu. Než ale začneme, na úvod si musíme připomenout dvě základní binární operace sjednocení ∧ a průsečík ∨. Pomocí nich můžeme definovat následující axiomy:

$$
\begin{array}{lll}
\mathit{Axiom\ komunikativnosti}: & x \vee y = x \vee y & x \wedge y = y \wedge x \\
\mathit{Axiom\ distributivnosti}: & x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z) & \\
 & x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z) & \\
\mathit{Axiom\ neutrality}\ 0\ a\ 1: & x \vee 0 = x & x \wedge 1 = x \\
\mathit{Axiom\ komplementarity}: & x \vee -x = 1 & x \wedge -x = 0
\end{array}
$$

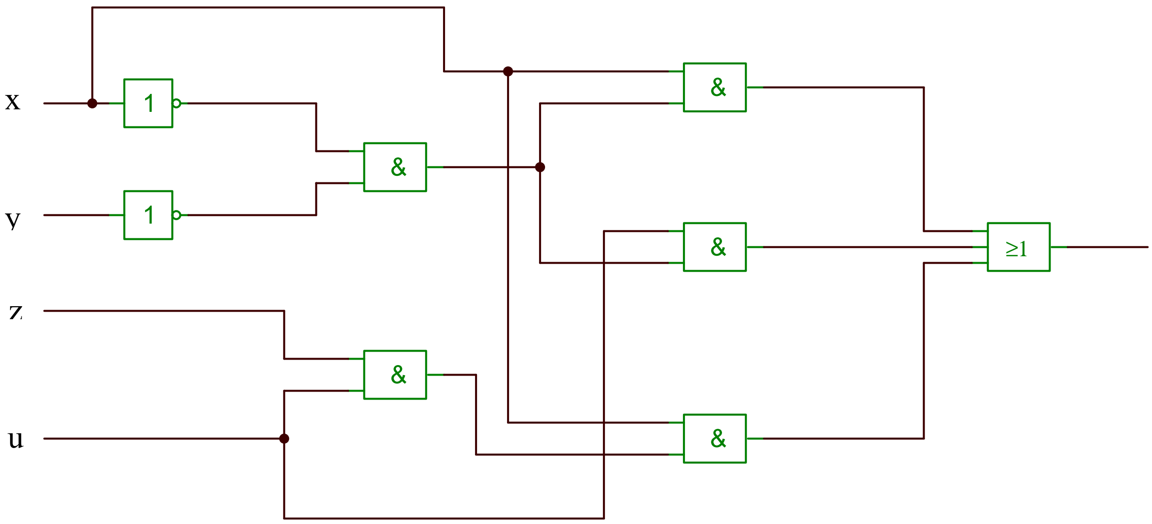
Na tyto základní axiomy navazují i další rozvíjející vlastnosti, které jsou taky nezbytnou součástí při řešení a sestrojování klopných obvodů. Mezi tyto vlastnosti patří např.:

$$
\begin{array}{ll}
\mathit{dvojitá\ negace}: & \neg(\neg x) = x \\
\mathit{Doplněk}: & (A \cup B)' = A' \cap B' \\
 & (A \cap B)' = A' \cup B \\
\mathit{De\ Morganovy\ zákony}: & \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B} \\
 & \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}
\end{array}
$$

Tyto zákony si můžeme ukázat na pár příkladech:

Př. č. 11:

$f_1 = (\bar{x}\bar{y} + zux) * (x + u) = \bar{x}\bar{y}x + \bar{x}\bar{y}u + zuxx + zuxu = \bar{x}\bar{y}x + \bar{x}\bar{y}u + zux$

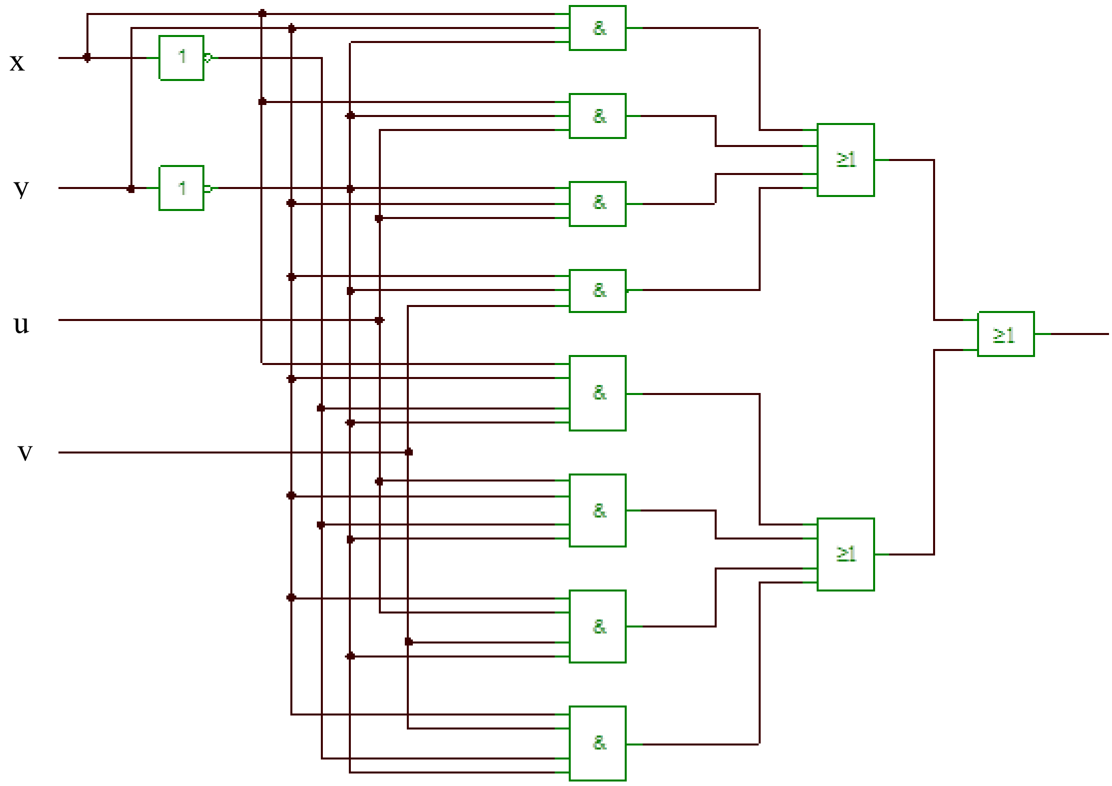


Př. č. 12:

$f_2 = (x + yu + yv) * (y + u + \bar{x}y) * \bar{y} = (x + yu + yv) * (y\bar{y} + u\bar{y} + y\bar{x}\bar{y}) =$

$= xy\bar{y} + u\bar{y}x + xy\bar{x}\bar{y} + yuy\bar{y} + yuu\bar{y} + yuy\bar{x}\bar{y} + yvy\bar{y} + yvu\bar{y} + yvy\bar{y}\bar{x} =$

$= xy\bar{y} + u\bar{y}x + xy\bar{x}\bar{y} + yu\bar{y} + uy\bar{x}\bar{y} + vy\bar{y} + yvu\bar{y} + vy\bar{y}\bar{x}$



Na těchto příkladech jsme si názorně ukázali, jak pomocí Boolovy algebry dokážeme upravit nepřehledné a mnohdy složité zadání na jednoduchý přepis, který už můžeme snadno sestrojit.

Doposud jsme se zabývali především tím, jak počítač pracuje a pomocí čeho. Ale je potřeba si uvědomit, že matematika se vyskytuje v počítači i v jiné podobě. Setkáváme se s ní především v tabulkovém editoru (excel), kde sestavujeme grafy, počítáme různé matematické a statistické operace (sumy, průměry, …). Je zde celá řada grafů např. sloupcový, koláčový, spojnicový apod.. Je potřeba si uvědomit, který z daných grafů vyžadujeme. Mnozí lidé, kteří neumí počítat, využívají tento program ke snadnému a přehlednému zpracování a vyhodnocení údajů. Jelikož se s tímto programem asi každý z nás setkal už i na základní škole, předpokládám, že není potřeba ho nějak víc do hloubky popisovat.

2. Matematika a fyzika

Matematika a fyzika jako dva hlavní přírodovědné obory jsou spolu velmi úzce propojeny. Setkáváme se zde jak se základní matematikou - sčítání, odčítání, násobení, dělení, grafy funkcí, ale i se složitější - matice, výpočet derivací, integrálů, parciální derivací apod. Již v šesté třídě na základní škole se setkáváme s potřebou vyjádřit neznámou ze vzorce při výpočtu hustoty, rychlosti, …

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$m = \rho \cdot V$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

Na těchto jednoduchých vztazích jsme si ukázali, jak nám matematika pomáhá vyjádřit potřebnou neznámou k dalšímu výpočtu. Samozřejmě je třeba si uvědomovat, že musíme zvolit i vhodnou metodu při postupu. Vyjadřovat neznámou ze vzorce pomocí ekvivalentních úprav nemusí byt vždy to nejlepší řešení. Například u vztahu pro výpočet De Broglieho vlnové délky $\lambda = \frac{h}{mv}$, kdy jsme měli vyjádřit m, bychom museli udělat 2 ekvivalentní úpravy, tak jak vidíme na příkladu č. 11. Bez nich bychom to mohli udělat hned v jednom kroku.

Př. č. 13:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad /\cdot mv$$

$$\lambda mv = h \quad /: \lambda v$$

$$v = \frac{h}{\lambda v}$$

Proto je potřeba se naučit převádět proměné, konstanty nebo neznámé z jedné strany rovnice na druhou zcela automaticky, bez potřeby ekvivalentních úprav.

Při výpočtech je vhodné znát i předpony. U některých veličin je potřeba těchto předložek, protože bychom velmi obtížně zapisovali hodnoty např. u kapacity kondenzátoru, kdy jeho hodnoty se pohybují mnohdy řádově v hodnotách 10^{-12} a nebo ve vědním oboru nanotechnologie. Proto musíme znát tyto předpony.

Předpona		Znamená násobek	
Název	Značka		
yotta	Y	1 000 000 000 000 000 000 000 000	10^{24}
zetta	Z	1 000 000 000 000 000 000 000	10^{21}
exa	E	1 000 000 000 000 000 000	10^{18}
peta	P	1 000 000 000 000 000	10^{15}
tera	T	1 000 000 000 000	10^{12}
giga	G	1 000 000 000	10^{9}
mega	M	1 000 000	10^{6}
kilo	k	1 000	10^{3}
mili	m	0,001	10^{-3}
mikro	μ	0,000 001	10^{-6}
nano	n	0,000 000 001	10^{-9}
piko	p	0,000 000 000 001	10^{-12}
femto	f	0,000 000 000 000 001	10^{-15}
atto	a	0,000 000 000 000 000 001	10^{-18}
zepto	z	0,000 000 000 000 000 000 001	10^{-21}
yokto	y	0,000 000 000 000 000 000 000 001	10^{-24}

Tab. č. 2: Přehled předpon

Další hlavní matematickou operací jsou matice. Setkáváme se s nimi v optice, teorii relativity,… Pomocí nich můžeme popsat stavy polarizátoru, anizotropní prostředí, Lorentzovu transformaci… Je potřeba si uvědomit, jak s maticemi počítáme. Při sčítání dvou matic sčítáme hodnoty, které jsou umístěny na stejných pozicích. Víme, že matice zapisujeme obecným zápisem $A = (n, m)$, kde n je počet řádků a m nám udává počet sloupců. Proto je potřeba při sčítání dbát na to, abychom sčítali matice stejného typu. U násobení matic je potřeba dávat si pozor, zda matici roznásobujeme číslem nebo další maticí. Násobení dvou matic na rozdíl od sčítání není komutativní, a proto nemůžeme zaměnit pořadí matic. Při násobení matic s číslem roznásobíme každý člen matice s daným číslem. Při násobení dvou matic se musíme nejdřív ujistit, zda je můžeme mezi sebou vynásobit. Násobit mezi sebou můžeme jen matice typu $(n, n) \cdot (n, n)$ tzv. čtvercové matice, kdy jejich výsledkem bude opět matice typu (n, n) nebo typu $(n, m) \cdot (m, p)$ tedy kdy počet řádků první matice odpovídá počtu sloupců druhé matice. Po tomto násobení nám vznikne matice typu (n, p). Chceme-li získat člen a_{11} musíme vynásobit mezi sebou člen a_{11} první matice s členem b_{11} z druhé matice a přičíst k nim součin čísel a_{12} a b_{21}, kde a_{12} je další člen první matice na prvním řádku a b_{21}

je druhý člen druhé matice v prvním sloupci. Takto postupujeme, dokud nevynásobíme mezi sebou všechny členy z prvního řádku první matice a prvního sloupce druhé matice.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix};\ B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \\ d_{31} & d_{32} \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{pmatrix}$$

$$k \cdot A = k \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_{11} & k \cdot a_{12} \\ k \cdot a_{21} & k \cdot a_{22} \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} \\ a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} & a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} \end{pmatrix}$$

$$C \cdot D = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \\ d_{31} & d_{32} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} c_{11} \cdot d_{11} + c_{12} \cdot d_{21} + c_{13} \cdot d_{31} & c_{11} \cdot d_{12} + c_{12} \cdot d_{22} + c_{13} \cdot d_{32} \\ c_{21} \cdot d_{11} + c_{22} \cdot d_{21} + c_{23} \cdot d_{31} & c_{21} \cdot d_{12} + c_{22} \cdot d_{22} + c_{23} \cdot d_{32} \end{pmatrix}$$

Stejně jako sčítání a násobení matic je potřeba umět spočítat i jeho determinant.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$|D| = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} - a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11} - a_{33} \cdot a_{21} \cdot a_{12}$$

Počítání matic si můžeme názorně ukázat na příkladu z teorie relativity.

Př. č. 14:

Rovinná elektromagnetická vlna, která se šíří ve vakuu v kladném směru osy z, je v daném místě určena rovnicemi

$$\vec{E} = (E_0 \cos \omega t)\overrightarrow{e_x}; \vec{H} = (H_0 \cos \omega t)\overrightarrow{e_y}.$$

Vypočítejte intenzitu v případě, že $E_0 = 100\ V \cdot m^{-1}$ a $H_0 = 0{,}39\ A \cdot m^{-1}$.

$$\begin{vmatrix} \overrightarrow{e_x} & \overrightarrow{e_y} & \overrightarrow{e_z} \\ \overrightarrow{E_x} & 0 & 0 \\ 0 & \overrightarrow{H_y} & 0 \end{vmatrix} = \overrightarrow{e_z} \cdot \left(\overrightarrow{E_x} \cdot \overrightarrow{H_y}\right)$$

$$\vec{S} = E_0(\cos \omega t) \cdot H_0(\cos \omega t) = E_0 H_0(\cos^2 \omega t)$$

Pomocí početních operací jsme na matici vypočítali determinant. K dopočítání tohoto příkladu je potřeba znalosti nejen fyziky ale i integrálů. Proto příklad dopočítáme až po jejich připomenutí.

Za další a nejvíce používanou matematickou operaci lze považovat derivace. Především pomocí parciálních derivací odvodíme vztahy pro výpočet od nejjednodušších (jako je vztah pro výpočet okamžité rychlosti) až po ty složitější. Proto si je stručně připomeňme:

$y = c \cdot f(x)$	$y' = c \cdot f'(x)$
$y = x^n$	$y' = nx^{x-1}$
$y = k$	$y' = 0$
$y = \sin x$	$y' = \cos x$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$
$y = \tan x$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$y = \cot x$	$y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = a^x$	$y' = a^x \ln a$
$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$
$y = \log_a x$	$y' = \frac{1}{x \ln a}$

$y = c_1 f(x) \pm c_2 g(x)$	$y' = c_1 f'(x) \pm c_2 g'(x)$
$y = f(x) \cdot g(x)$	$y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$y = \frac{f(x)}{g(x)}$	$y' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$
$y = f(g(x))$	$y' = f'\big(g(x)\big) \cdot g'(x)$

Tab. č. 3: Vztahy pro derivování

S parciálními derivacemi, o kterých jsem již mluvil, pracujeme stejně jako u běžné derivace jen s tím rozdílem, že derivaci provádíme vzhledem k nějaké proměnné (hodnotě). Jak již bylo zmíněno, derivací dráhy získáme hodnotu okamžité rychlosti:

$$v = \frac{\Delta\, s}{\Delta\, t}$$

Inverzní funkcí k derivaci je integrál. I s touto operací se ve fyzice setkáváme a to ve velké míře. Ze střední školy víme, že nám integrály slouží k výpočtu plochy anebo objemu určitých těles. Nejen této, ale i jiných vlastností se zde využívá. Stejně jako u derivace i tady je potřebná znalost vztahů.

$y = c \cdot f(x)$	$\int c \cdot f(x)dx = c \cdot \int f(x)dx$
$y = x^n$	$\int x^n\, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
$y = k$	$\int k\, dx = k \cdot \int dx = kx + c$
$y = \sin x$	$\int \sin x\;\, dx = -\cos x + c$
$y = \cos x$	$\int \cos x\, dx = \sin x + c$

$y=\frac{1}{\cos^2 x}$	$\int \frac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+c$
$y=\frac{1}{\sin^2 x}$	$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+c$
$y=e^x$	$\int e^x\,dx=e^x+c$
$y=a^x$	$\int a^x\,dx=\frac{a^x}{\ln a}+c$
$y=c_1f(x)\pm c_2g(x)$	$\int [c_1f'(x)\pm c_2g'(x)]dx$

Tab. č. 4: Vztahy pro integrování

U integrálů je potřeba dávat pozor na to, zda počítáme určitý či neurčitý integrál. U neurčitého integrálu danou funkci integrujeme, eventuálně poupravujeme. U určitého integrálu nesmíme zapomenout, že počítáme i s mezemi. Nyní jsme si již připomněli jak počítat s integrály. Proto můžeme dopočítat příklad č. 14.

$$I=\frac{E_0H_0}{T}\int_0^T(\cos^2\omega t)\,dt$$

$$I=\frac{E_0H_0}{T}\int_0^T\frac{1+\cos 2\omega t}{2}dt$$

$$I=\frac{E_0H_0}{T}\left(\int_0^T\frac{1}{2}dt+\int_0^T\frac{\cos 2\omega t}{2}dt\right)=\frac{E_0H_0}{T}\cdot\frac{1}{2}\left(T+\frac{\sin 2\omega T}{2\omega}\right)=\frac{E_0H_0}{2}$$

Za zmínku stojí ještě další matematické operace, se kterými se v běžné fyzice na základní a střední škole nesetkáváme. Jedná se o rotaci, divergence a gradient. Všechny tyto matematické operátory jsou spojeny s parciálními derivacemi. Kromě výše zmíněných operací se v hojné míře objevují i vektory a práce s nimi. Jedná se především o příklady na výpočet sil, rozložení jejich působení apod.

3. Matematika chemie

Mezi další přírodovědné předměty patří i chemie. I zde se samozřejmě setkáváme s matematikou. Kromě nutné znalosti periodické tabulky prvků je potřeba i matematické dovednosti k řešení nejrůznějších příkladů.

Ze vztahu pro výpočet hustoty:

$$\rho = \frac{m}{V},$$

kde *m* je hmotnost a *V* objem tělesa. Vidíme, že je zde potřeba znalosti vztahů pro výpočet objemu těles.

Kromě objemu se setkáváme i s počítáním poměru. Při práci s ním musíme vypočítat hodnotu jedné části. Tedy celkové číslo vydělíme součtem všech čísel daného poměru. Ukažme si tuto potřebu na reálném příkladu.

Př. č. 15:

Určete molekulový vzorec organické sloučeniny, v jejíž molekule je hmotnostní poměr $m(C): m(N): m(H) = 6: 7: 2$, víte-li že molární hmotnost této látky je $60{,}0995\ \frac{g}{mol}$.

$$6 + 7 + 2 = 15$$

$$1\ díl = \frac{60{,}0995}{15} \cong 4\ \left[\frac{g}{mol}\right]$$

Hmotnostní poměr bude po rozšíření ve tvaru:

$$m(C): m(N): m(H) = 24: 28: 8$$

Látkové množství vypočítáme, vydělíme-li hmotnosti prvku jeho molární hmotností, kterou vyčteme z tabulky periodických prvků:

$$m(C): m(N): m(H) = \frac{24}{12}: \frac{28}{14}: \frac{8}{1}$$

$$m(C): m(N): m(H) = 2: 2: 8$$

Molekulový vzorec tedy bude vypadat ve tvaru $C_2N_2H_8$.

Další nezbytným početním úkonem je počítání procent. Ty můžeme vypočítat dvěma způsoby. První je ten, kdy známe vztah pro výpočet procent:

$$x = \frac{část\ celku}{celek} \cdot 100.$$

Anebo si jej pomocí trojčlenky odvodíme:

$$\uparrow celek \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 100\ \% \uparrow$$

$$\underline{část\ celku \ldots\ldots\ldots\ldots\ x\ \%}$$

$$x = \frac{část\ celku \cdot 100}{celek}$$

Př. č. 16:

Vypočítejte hmotnostní zlomek amoniaku monohydrátu síranu tetraamminměďnatého.

Vzorec této sloučeniny zapíšeme jako:

$$[Cu(NH_3)_4]SO_4 \cdot H_2O$$

hmotnostní zlomek amoniaku $w(NH_3)$ vypadá ve tvaru:

$$w(NH_3) = \frac{4 \cdot \mathrm{M}(NH_3)}{\mathrm{M}\{[Cu(NH_3)_4]SO_4 \cdot H_2O\}} = \frac{68{,}136}{245{,}762} = 0{,}2722$$

Hmotnostní zlomek amoniaku monohydrátu síranu tetraamminměďnatého je 0,2772 tedy 27,72 %.

Další nutností při počítání v chemii je potřeba umět řešit slovní úlohy a umět sestavit rovnice k jejich správnému vyřešení. Jedná se mezi žáky o nejméně oblíbenou matematickou činnost, která vyjadřuje pochopení zadání a vytvoření vhodné rovnice. Ukažme zde, že i s tímto mnohdy nenáviděným úkonem se setkáváme.

Př. č. 17:

Plutonium ^{241}Pu s desetiletým poločasem rozpadu prochází β^- rozpadem, výsledný produkt pak s 500-letým poločasem rozpadu emituje částici α. Produktem této reakce je nuklid s poločasem rozpadu 2,25 milionu let. O který nuklid se jedná?

Na úvod si připomeňme, jak zapisujeme nukleonové (A) a protonové (Z) číslo:

$${}^{A}_{Z}H$$

$${}^{241}_{94}Pu \xrightarrow{\beta} {}^{A_1}_{Z_1}X + {}^{0}_{-1}e$$

$$241 = A_1 + 0 \Rightarrow A_1 = 241$$

$$94 = Z_1 - 1 \Rightarrow Z_1 = 95$$

$${}^{241}_{94}Pu \xrightarrow{\beta} {}^{241}_{95}X + {}^{0}_{-1}e$$

$${}^{241}_{95}X \xrightarrow{\alpha} {}^{A_2}_{Z_2}Y + {}^{4}_{2}\alpha$$

$$241 = A_2 + 4 \Rightarrow A_2 = 237$$

$$95 = Z_2 + 2 \Rightarrow Z_2 = 93$$

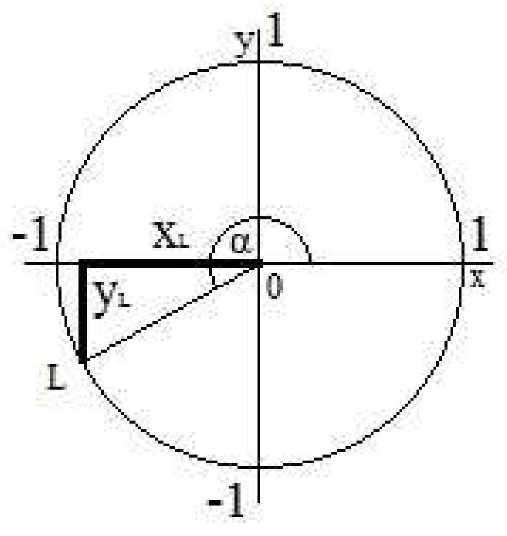
$${}^{241}_{95}X \xrightarrow{\alpha} {}^{237}_{93}Y + {}^{4}_{2}\alpha$$

Výsledný nuklid tedy je ${}^{237}_{93}Np$.

4. Matematika a zeměpis

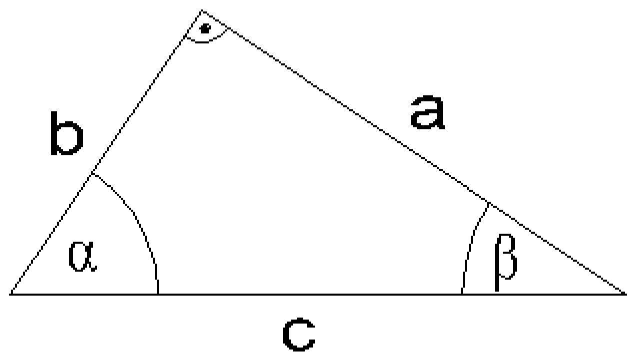
Doposud jsme se zaměřili na tři hlavní předměty, které jsou úzce propojeny s matematikou. Jsou i předměty, v kterých by mnozí z nás souvislost s matematikou nehledali. V této kapitole soustředíme svou pozornost na zeměpis. Součástí zeměpisu na základní škole je i astronomie, která se později promítne i do fyziky.

Většinu z nás v souvislosti s matematikou a zeměpisem napadnou goniometrické funkce, které jsou definované pro pravoúhlý trojúhelník. Tyto funkce jsou spojeny především s astronomií a zeměpisem. Už v dávné historii jsme se s tímto mohli setkat. Proto je potřeba si znovu připomenout a uvědomit, jak jsou tyto funkce definovány. Názorně si je připomeňme na jednotkové kružnici.



Obr. č. 1: Jednotková kružnice

Pomocí ní můžeme definovat goniometrické funkce a některé její hodnoty.



Obr. č. 2: Pravoúhlý trojúhelník

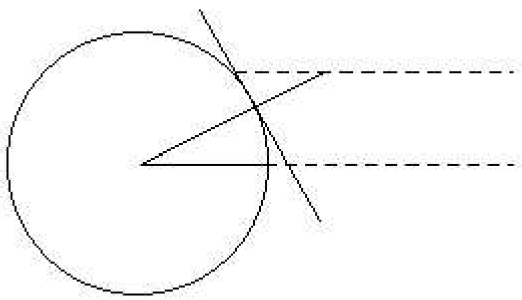
$\sin\alpha = \dfrac{protilehlá\ odvěsna}{přepona} = \dfrac{a}{c}$	$\cot\alpha = \dfrac{přihlelá\ odvěsna}{protilehlá\ odvěsna} = \dfrac{b}{a}$
$\cos\alpha = \dfrac{přilehlá\ odvěsna}{přepona} = \dfrac{b}{c}$	$\tan\alpha = \dfrac{protilehlá\ odvěsna}{přilehlá\ odvěsna} = \dfrac{a}{b}$

Tab. č. 5: Přehled goniometrických funkcí

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tan α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		0		0
cot α		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0		0	

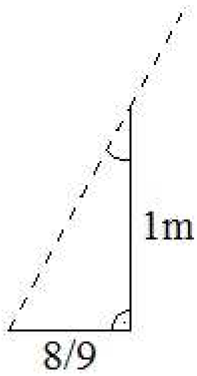
Tab. č. 6: Tabulka základních goniometrických hodnot

Jak bylo v úvodu této kapitoly zmíněno, s těmito funkcemi se setkáváme v zeměpisu už v dávné historii, proto tedy názorně ukažme příklad, jak tyto goniometrické funkce využívali naši předci a jak je můžeme interpretovat v dnešní podobě. V dřívější době se poloha určovala pomocí gnómu. V Římě byla hodnota gnómu 8/9, v Athénách 3/4 a Alexandrii 3/5. Ale co to ten gnóm vlastně je a proč je v každém městě jiný? Je to svisle postavená tyč, která v době rovnodennosti vrhá stín na vodorovnou zem. Po získání těchto hodnot můžeme pomocí goniometrických vztahů dopočítat zeměpisnou šířku.



Obr. č. 3: Nákres dopadu paprsků na zemský povrch

Na tomto obrázku vidíme, jak sluneční paprsky dopadají na tyč a zemský povrch. Neboť se jedná ve skutečnosti o tyč velikosti 1 m, můžeme na našem obrázku naznačit sluneční paprsky jako rovnoběžky. Ve skutečnosti víme, že na zemský povrch dopadají pod určitým úhlem, ale v našem případě tento jev zanedbáme. Podíváme-li se na podrobnější zobrazení dané situace, můžeme názorně vidět, jak se zde vyskytují goniometrické funkce a součastně i to, jak je můžeme použít.



Obr. č. 4: Detail dopadu paprsku a stínu na zemský povrch

Na obrázku č. 4 znázorňujeme, jak sluneční paprsky dopadají na tyč, která vrhá stín na zemský povrch. Z tohoto obrázku vidíme, že použijeme funkci tangens, pomocí které vypočítáme v dnešní době uváděnou zeměpisnou šířku:

$$\tan^{-1}\alpha = \frac{\frac{8}{9}}{1}$$

$$\tan^{-1}\alpha = \frac{8}{9}$$

$$\alpha = 41°\,38'$$

Skutečná zeměpisná šířka je 41°53´, takže lze vidět, že naše měření je zcela přesné, až na nějaké malé rozdíly, které jsou zapříčiněny chybou při měření, odčítání hodnot, polohou slunce apod. Pro zajímavost si můžeme spočítat přibližnou hodnotu gnómu, jakou bychom naměřili v Olomouci. Víme, že zeměpisná šířka je 49° 35´. Dosadíme tedy do vztahu pro výpočet funkce tangens a určíme hodnotu gnómu:

$$\tan 49°\,35' = \frac{x}{1}$$

$$x = 1{,}17 \cong \frac{7}{6}.$$

Další matematickou operací v zeměpisu je počítání s měřítkem. Pomocí měřítka můžeme určit vzdálenost na mapě a pomocí jednoduchého vztahu vypočítat vzdálenost ve skutečnosti. Měřítko nám určuje, v jakém poměru je vzdálenost na mapě ku vzdálenosti ve skutečnosti. Měřítko můžeme zapsat např. 1 : 3 000 000, kdy 1 *cm* na mapě je 300 000 *cm* ve skutečnosti, teda 1 cm na mapě jsou 3 *km* ve skutečnosti. Na obrázku č. 5 vidíme názorně typ měřítka, se kterým se můžeme setkat ve školním atlase, automapě apod.

Obr. č. 5: Měřítko

Zde můžeme názorně vidět měřítko v poměru 1 : 5 000 000, kdy 1 *cm* na mapě je 5 *km* ve skutečnosti. Měřítko se nemusí vždy udávat v 1 : nějaké hodnotě, ale mohou se na místě vzdálenosti na mapě vyskytovat i hodnoty různé od jedničky. V případě potřeby můžeme provádět i drobné matematické úpravy.

Chceme-li vypočítat skutečnou vzdálenost, musíme vynásobit vzdálenost na mapě měřítkem. A naopak chceme-li určit vzdálenost na mapě pomocí měřítka a skutečné vzdálenosti, je potřeba tuto vzdálenost vydělit měřítkem. Proto můžeme tyto tři vztahy napsat obecně jako:

$$skutečná\ vzdálenost = vzdálenost\ na\ mapě\ \cdot měřítko$$

$$vzdálenost\ na\ mapě = \frac{skutečná\ vzdálenost}{měřítko}$$

$$měřítko = vzdálenost\ na\ mapě : skutečná\ vzdálenost$$

Ukažme si tyto matematické postupy názorně na některých příkladech v oblasti zeměpisu, se kterými se setkáváme v běžném životě.

Př. č. 18:

Spočítej skutečnou vzdálenost dvou měst, naměřili jsme na mapě vzdálenost 5 *cm* a měřítko je 1 : 300 000?

$$x = 5 \cdot 300\ 000$$

$$x = 1\ 500\ 000\ cm = 15\ km$$

Skutečná vzdálenost mezi těmito městy je 15 km.

Př. č. 19:

Jaká je vzdálenost na mapě dvou města, jsou-li od sebe ve skutečnosti vzdálena 8*km* a měřítko je 1: 200 000?

$$y = \frac{8\,000\,000}{200\,000}$$

$$y = 40\ cm$$

Vzdálenost dvou měst na mapě je 40 cm.

Př. č. 20:

Urči měřítko mapy, je-li skutečná vzdálenost dvou míst 27 *km* a jejich vzdálenost na mapě je 9 *cm*?

$$9 : 27\,000\,000$$

$$1 : 3\,000\,000$$

Kromě počítání zeměpisné délky, měřítka, různých vzdáleností apod. se setkáváme i s počítáním obsahu různých rovinných ploch. Takže je potřeba znalosti vztahů pro výpočet plochy základních obrazců, jako je obdélník, trojúhelník, čtverec, kruh atd.

5. Matematika a hudební výchovna

I v předmětu hudební výchova se můžeme setkat s matematikou. Pro mnohé se propojení zdá jako nemožné, ale toto tvrzení hned vyvrátíme a ukážeme si jak je matematika nezbytná i v tomto předmětu. Položme si otázku: „Byli bychom schopni hrát na nějaký nástroj bez znalosti matematiky? Jak bychom sestavili notovou stupnici bez znalosti matematiky?“ Touto otázkou se už zabývali lidé v dávné historii. Už Pythagoras řešil tuto problematiku a položil základy pythagorejského ladění. Posléze se ale ukázalo, že toto ladění není nejvhodnější a vytvořilo se rovnoměrné temperované ladění. K tomu, abychom byli schopni spočítat stupnici (ve skutečnosti se budeme bavit o délce strun), musíme ovládat počítání se zlomky, mocninami a geometrickou posloupností. Již ze základní školy víme, že notová stupnice se skládá ze 7 tónů (c, d, e, f, g, a, h). Ukažme si, jak můžeme vytvořit stupnici pomocí struny o délce 1 *m.* Zkrátíme-li délku této struny o polovinu, získáme tón o oktávu vyšší. Pokud chceme další oktávu, je potřeba tuto polovinu znovu vydělit dvěma, čímž dostáváme ¼. Jak je patrné, začíná se zde vytvářet geometrická posloupnost, kterou můžeme vyjádřit vztahem:

$$\frac{1}{2^n}$$

Dalším experimentálním zkracováním zjistíme, že téměř nejharmoničtější tón získáme zkrácením struny o třetinu. Interval mezi tóny, jenž se zkrátil o 1/3 se nazývá kvinta. I zde při zvyšování tónů o oktávu násobíme mezi sebou 2/3, což můžeme vyjádřit vztahem:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^n.$$

Při počítání s oktávami a kvintami je potřeba dávat si pozor na jednu zvláštnost. Chceme-li daný tón zvýšit o oktávu nebo kvintu ,vynásobíme dané zlomky mezi sebou. Naopak při snižování o určitý interval zlomky dělíme.

$$oktáva + kvinta \qquad \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}$$

$$oktáva - kvinta \qquad \frac{1}{2}:\frac{2}{3}$$

Názorně si ukažme, jak sestavíme délky všech strun, když počáteční délka struny *c* bude 1 m.

$$c = 1$$

$$d = c + 2\cdot kvinta - 1\cdot oktáva = 1\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \frac{1}{2} = \frac{8}{9}$$

$$f = c - kvinta + oktáva = 1 : \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$a = d + kvinta = \frac{8}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{27}$$

$$e = a + 1kvinta - oktáva = \frac{16}{27} \cdot \frac{2}{3} : \frac{1}{2} = \frac{64}{81}$$

$$g = c + kvinta = 1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$h = e + kvinta = \frac{64}{81} \cdot \frac{2}{3} = \frac{128}{243}$$

Nyní již máme spočítány všechny hodnoty, a proto je můžeme seskládat od největšího k nejmenšímu:

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & \frac{8}{9} & \frac{64}{81} & \frac{3}{4} & \frac{2}{3} & \frac{16}{27} & \frac{128}{243} & \frac{1}{2} \\ c & d & e & f & g & a & h & c^1 \end{array}$$

Budeme-li takto pokračovat od našeho posledního tónu h, který je o půl tónu víš než d ,získáme další tony:

$$Fis = h + 1kvinta - 1oktáva = \frac{128}{243} \cdot \frac{2}{3} : \frac{1}{2} = \frac{512}{729} = \frac{2^9}{3^6}$$

$$Cis = Fis + 1kvinta - 1oktáva = \frac{2^9}{3^6} \cdot \frac{2}{3} : \frac{1}{2} = \frac{2048}{2187} = \frac{2^{11}}{3^7}$$

$$Gis = Cis + 1kvinta = \frac{2^{11}}{3^7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4096}{6561} = \frac{2^{12}}{3^8}$$

$$Dis = Gis + 1kvinta - 1oktáva = \frac{2^{12}}{3^8} \cdot \frac{2}{3} : \frac{1}{2} = \frac{16\,384}{16\,683} = \frac{2^{14}}{3^9}$$

$$Ais = Dis + 1kvinta = \frac{2^{14}}{3^9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{32\,768}{59\,049} = \frac{2^{15}}{3^{10}}$$

Takže vidíme, že notová stupnice má ve skutečnosti 12 tónů.

6. Matematika a tělesná výchova

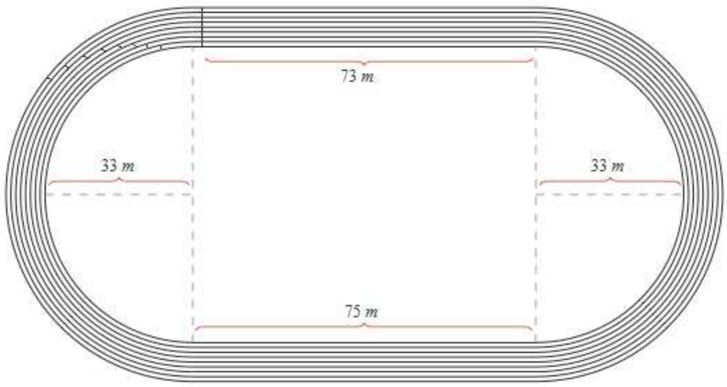
I v takovém předmětu jako je tělesná výchova se můžeme setkat s aplikací matematiky. Pro mnohé je to až nepředstavitelné, ale hned si dokážeme, že tomu tak skutečně je. Podívejme se na běžeckou dráhu. Kolik z vás se zamyslelo nad tím, proč závodníci na 400 m nestartují z jednoho místa, když přitom cílová rovina je už pro všechny stejná? V tomto případě se zde setkáváme s geometrií a počítání s ní. Konkrétně v tomto případě se bavíme o obvodu kruhu. Opět ze základní školy známe vzorec:

$$o = 2\pi r,$$

kde *r* je poloměr části kruhu dráhy. Proto si názorně ukažme na jednoduchém příkladu, jak spočítáme tyto startovací pozice.

Př. č. 21:

Vypočítejte, v jaké vzdálenosti od sebe se nacházejí startovací pozice pro běžce na vzdálenost 400 *m*. Rozměry dráhy jsou znázorněny v obr. č. 6 a šířka běžecké dráhy je 1,22 *m*.



Obr. č. 6: Nákres atletické dráhy

Z obrázku je patrné, že běžecká plocha se skládá z 8 drah. Poloměr kruhu je 33 *m*, první rovný úsek dráhy má délku 75 *m* a druhý rovný úsek má 73 *m*. Přitom víme, že šířka jedné dráhy je 1,22 *m*. Vypočítáme obvod kruhu, sečteme všechny délky a určíme první startovací bod. Při počítání obvodu pro druhou dráhu je potřeba k poloměru přičíst šířku dráhy.

$$o = 2\pi r$$
$$o_1 = 2\pi \cdot 33$$
$$o_1 = 207{,}35\ m$$

$$l_1 = 400 - (73 + 207{,}35 + 75)$$
$$l_1 = 44{,}65\ m$$

Vypočítali jsme, že první startovní bod bude 44,65 *m* od začátku prvního rovného úseku. Nyní se zaměřme na druhou dráhu.

$$o_2 = 2\pi \cdot 34{,}22$$
$$o_2 = 215\ m$$

$$l_2 = 400 - (73 + 215 + 75)$$
$$l_2 = 37\ m$$

Druhá dráha je ve vzdálenosti 37 *m* od začátku rovného úseku.

$$o_3 = 2\pi \cdot 35{,}44$$
$$o_3 = 222{,}68\ m$$

$$l_3 = 400 - (73 + 222{,}68 + 75)$$
$$l_3 = 29{,}32\ m$$

Odečteme-li od sebe dvě výsledné hodnoty, získáme vzdálenost, jakou budou mít mezi sebou jednotliví závodníci při startu.

$$\triangle\, l = l_2 - l_3$$
$$\triangle\, l = 37 - 29{,}32$$
$$\triangle\, l = 7{,}68\ m.$$

Kromě měření délky a atletických drah sportovci využívají aritmetický průměr, procenta, porovnávání hodnot apod. Aritmetický průměr určíme jako podíl součtu všech naměřených hodnot a jejich počet:

$$x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Počítání procent jsme si již názorně ukázali v chemii, ale jsou i v rámci tělesné výchovy.

S těmito operacemi se setkáme především při vyhodnocování tréninkové jednotky a fyzické zátěže jednotlivých účastníků. Tyto výsledky můžeme použít pro správné sestavení jednotlivých tréninkových aktivit. Současně vidíme, na kolik procent sportovec byl vytížen a jaký přínos pro něj měla daná zátěž. Při pravidelném sledování a zapisování můžeme statisticky určit jeho snažení. Podařilo se mi sehnat hodnoty srdeční činnosti hráče fotbalu při určité aktivitě, a proto si je můžeme v následujícím příkladě vyhodnotit.

Př. č. 22:

Urči na kolik procent plnil fotbalista průpravné hry, a zda jeho srdeční činnost odpovídala očekávání trenéra.

PH1		PH2	
Čas	Tepy/min	Čas	Tepy/min
0:23:00	138	0:30:25	183
0:23:05	141	0:30:30	184
0:23:10	145	0:30:35	185
0:23:15	147	0:30:40	186
0:23:20	149	0:30:45	188
0:23:25	150	0:30:50	189
0:23:30	155	0:30:55	189
0:23:35	158	0:31:00	189
0:23:40	158	0:31:05	189
0:23:45	158	0:31:10	189
0:23:50	160	0:31:15	189
0:23:55	163	0:31:20	190
0:24:00	164	0:31:25	190
0:24:05	167	0:31:30	191
0:24:10	169	0:31:35	191
0:24:15	174	0:31:40	190
0:24:20	174	0:31:45	189
0:24:25	176	0:31:50	190
0:24:30	176	0:31:55	189
0:24:35	177	0:32:00	189
0:24:40	178	0:32:05	189
0:24:45	177	0:32:10	189
0:24:50	177	0:32:15	186
0:24:55	176		
0:25:00	174		
0:25:05	174		
0:25:10	175		

0:25:15	175		
0:25:20	175		
0:25:25	178		
0:25:30	179		
0:25:35	179		
0:25:40	180		
0:25:45	181		
0:25:50	182		
0:25:55	182		
0:26:00	183		

Tab. č. 7: Tabulka s naměřenými hodnotami tepů srdce v závislosti na čase

	PH1	PH2
průměrSF	168,22	179,97
minSF	138,00	144,00
maxSF	183,00	191,00

Tab. č. 8: Průměrné hodnoty tepů, nejmenší a nevyšší hodnota tepu

SFmax194	1	2	3	
	>85%	85 - 65%	<65%	
pásmo	(>164)	(163-126)	(<125)	Součet (Z)
PH1	24	12	0	36
PH2	30	6	0	36

Tab. č. 9: Průměrné hodnoty tepů v určitých intervalech

SFmax193	1	2	3	
	>85 %	85 – 65 %	<65 %	
%				Součet (Z)
PH1	66,67 %	33,33 %	0 %	100 %
PH2	83,33 %	16,67 %	0 %	100 %

Tab. č. 10: Procentuální vyjádření hodnot tepů v určitých intervalech

Nyní již máme všechny hodnoty zpracované, a proto můžeme provést jejich vyhodnocení. Z tab. č. 8 vidíme, že v PH 1 byla průměrná tepová frekvence 168,22 tepů za minutu na rozdíl od PH 2, kde byla frekvence 179,97 tepů za minutu. Z fyziologické typologie jsme určili, že 100% srdeční zátěž by měla být 193 tepů za minutu. V tab. č. 9 vidíme kolikrát za měřený úsek byla daná hodnota v určitém intervalu. Tab. č. 10 nám udává procentuální zatížení ve vymezeném rozsahu. Provedeme-li kontrolní součet těchto hodnot, musíme získat 100 %, což je celkový počet všech měřených časových etap.

Závěr

V této práci jsme si ukázali propojení matematiky a běžného života. Mnozí z nás si neuvědomují, že nás matematika silně ovlivňuje při různých činnostech. Ukázali jsme si přírodovědné předměty, jako je fyzika, chemie, informatika, využívají prostředků matematiky. Uvedli jsme rovněž příklady užití matematiky k výpočtům v zeměpise, hudební výchově a tělesné výchově.

S matematikou se mnozí setkávají i při výkonu svého povolání. Např. lékaři by těžko dokázali bez vhodného statického zpracování diagnostikovat správnou metodu léčby. Matematika zasahuje i do práce historiků. Historická data se v dřívějších dobách zaznamenávala pomocí gregoriánského systému. Matematika nám umožňuje tyto údaje převést na dnešní juliánský systém.

S podobným výčtem předmětů bychom mohli pokračovat i nadále. My jsme si ukázali ty nejzákladnější, ale i ty, u kterých by to nikdo zřejmě neočekával. Doufejme tedy, že se matematika dostane do popředí lidí a mnozí si uvědomí, že je to velmi potřebná věda, která nesmí být opomíjena.

Seznam použitých zdrojů

1) ANTOŠOVÁ, MARCELA a VRATISLAV DAVÍDEK. *Číslicová technika*. České Budějovice: KOPP, 2003. ISBN 80-7232-206-0.

2) Fyzika v kostce. Havlíčkův Brod: Fragment, 2005. ISBN 80-7200-968-0.

3) HALLIDAY, David - RESNICK, Robert - WALKER, Jearl. Fyzika. 1. 2., přeprac. vyd. Brno : VUTIUM, c2013. 1 sv. (různé stránkování). Překlady vysokoškolských učebnic ; sv. 4. ISBN 978-80-214-4123-1.

4) Lepil, Oldřich. Fyzika pro gymnázia. Optika. 4. vyd. Praha: Prometheus, 2010. 207 s., [8] s. barev. obr. příl. ISBN 978-80-7196-384-4.

5) Lepil, Oldřich a Šedivý, Přemysl. Fyzika pro gymnázia. Elektřina a magnetismus. 6. vyd. Praha: Prometheus, 2010. 342 s. ISBN 978-80-7196-385-1.

6) MIROSLAV, Kužík. Sbírka úloh z fyziky pro žáky středních škol. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1980.

7) Svoboda, Emanuel, Bednařík, Milan a Široká, Miroslava. Fyzika pro gymnázia. Mechanika. 5., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2013. 227 s. ISBN 978-80-7196-431-5.

Seznam příkladů

Seznam tabulek

Seznam obrázků

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Bc. Libor Jeřábek
Katedra:	Matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. Jitka Hodáňová, Ph, D
Rok obhajoby:	2015

Název práce:	Matematika a její mezipředmětové uplatnění
Název v angličtině:	Mathematics and its interdisciplinary application
Anotace práce:	Cílem této bakalářské práce je ukázat využití matematiky v běžném životě, její výskyt v různých činnostech a předmětech. Hlavním obsahem bakalářské práce je ukázat jak je matematika využívaná jinými disciplínami. Proto v ukázce využíváme učiva zahrnující základní školy a rovněž prostředků středoškolské matematiky. V rámci praktické části je u každé části názorně řešený příklad s danou problematikou
Klíčová slova:	Matematika, informatika, fyzika, chemie, zeměpis, hudební výchova, tělesná výchova
Anotace v angličtině:	The aim of this work is to demonstrate the use of mathematics in everyday life , its incidence in different activities and subjects. The main content of this thesis is to show how mathematics is used in other disciplines . Therefore, in the example we use the curriculum , including basic school also means high school mathematics . Within the practical part is each part clearly solving this problems
Klíčová slova v angličtině:	Mathematics, computer science , physics , chemistry, geography , music , physical education
Přílohy vázané v práci:	CD s elektronickou podobou bakalářské práce
Rozsah práce:	40 stran
Jazyk práce:	Český jazyk