Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství

Bakalářská práce

Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími odběrateli

Nurbolat Aidildin

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Provozně ekonomická fakulta

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Nurbolat Aidildin

Systémové inženýrství

Název práce

Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími odběrateli

Název anglicky

Optimization of transport routes between the company and its customers

---

Cíle práce

Tato práce se zabývá optimalizací dopravních tras ve společnosti AIMAR LOGISTIC která rozváží produkty produkty v Nur-Sultanu.Nové řešení bude porovnáno se stávajícím přístupem k distribuci produktů.

Metodika

Bakalářská práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část. Kapitoly teoretické práce budou detailně popisovat problematiku a řešení úloh obchodního cestujícího. K výpočtům budou využity optimalizační metody celočíselného programování. Budou řešeny různé scénáře řešení.

Doporučený rozsah práce

40

Klíčová slova

AIMAR LOGISTIC, problém obchodního cestujícího, optimalizace

Doporučené zdroje informací

FÁBRY, Jan. *Matematické modelování.* Praha: Professional Publishing, 2011. ISBN 978-80-7431-066-9.
FIALA, P. Operační výzkum : nové trendy. Praha: Professional Publishing, 2010. ISBN 978-80-7431-036-2.
JABLONSKÝ, Josef. *Operační výzkum.* V Praze: Vysoká škola ekonomická, 1996. ISBN 80-7079-031-8.
SIXTA, Josef; MAČÁT, Václav. *Logistika : teorie a praxe.* Brno: CP Books, 2005. ISBN 80-251-0573-3.
ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko-matematické metody.* Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2011. ISBN 978-80-7380-345-2.

Předběžný termín obhajoby

2023/24 LS – PEF

Vedoucí práce

Ing. Robert Hlavatý, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

Elektronicky schváleno dne 27. 2. 2024

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 28. 2. 2024

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 06. 03. 2024

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci „Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími odběrateli“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 15. 3. 2024 ______________________________

Poděkování

Tímto děkuji vedoucímu své bakalářské práce Ing. Robertu Hlavatému, Ph.D., za přínosné a věcné připomínky během dílčích konzultací. Dále bych rád poděkoval společnosti AIMAR LOGISTICS za poskytnutí interních dat a informací nezbytných k vypracování této práce.

Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími odběrateli

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá optimalizací úlohy obchodního cestujícího s časovými okny v kazašské firmě AIMAR LOGISTICS, která rozváží vodu a nápoje do minimarketů na zastávkách v hlavním městě Astana. Práce je rozdělena do dvou částí: teoretické a praktické. V teoretické části je rozebrán pojem logistika a vymezeno, co zahrnuje logistika a jaké cíle sleduje. Také je zde věnována pozornost problematice obchodních cestujících. K vyřešení tohoto problému je použit doplněk OpenSolver pro MS Excel. Blíže představena je rovněž sledovaná firma a způsob, jakým se zboží v současné době rozváží. V praktické části jsou prezentovány provedené výpočty a výsledky zhodnocení a vyloženy úlohy obchodního cestujícího s časovými okny. Závěrečná část práce srovnává vypočítané řešení s řešením, které společnost v současnosti používá. Cílem této práce je navrhnout sledované firmě ALMAR LOGISTICS optimalizované řešení rozvozových tras, jejichž využití jí pomůže při doručování zboží do minimarketů docílit významných časových a finančních úspor.

Klíčová slova: logistika, operační výzkum, optimalizace, okružní dopravní problém, časová okna, úloha obchodního cestujícího

Optimization of transportation routes between a company and its customers

Abstract

This work deals with the optimization of the role of a business traveller with time windows in AIMAR LOGISTIC, which delivers water and drinks to minimarkets at stops in Astana. The work will be divided into two parts: theoretical and practical. In the theoretical part, the concept of logistics will be analyzed, what logistics includes and what goals it pursues. Also, the problem of the business traveller will be studied. To solve this problem, the OpenSolver add-in for MS Excel will be used. The company and the way the goods are currently being shipped will also be presented. In the practical part, it is performed calculations and evaluates the results of the role of a business traveller with time windows. The final part of the work will compare the calculated solution with the one currently used by the company. The aim of this work is to give the company an optimal solution that will allow it to save money and time when delivering goods to minimarkets.

Keywords: logistics, operational research, optimization, circular transport problem, time windows, travelling salesman problem

Obsah

1 Úvod

Zejména ve chvílích, kdy má jakýkoliv prostředek hromadné dopravy dlouhé zpoždění a kdy čekající cestující na zastávce vyhlížejí, až konečně přijede jejich spoj, si potřebují zajistit něco k zahnání nudy a zkrácení nepříjemného čekání. Optimální způsobem, jak si dlouhé čekání zkrátit a zaměstnat přitom ruce i ústa, je koupit si něco dobrého k jídlu a pití nebo si třeba dopřát svou občasnou cigaretu. Zatímco v horké letní sezoně se cestující rádi osvěží pomerančovým džusem nebo vychlazenou minerálkou, v zimě se touží alespoň trochu zahřát horkým nápojem z nedalekého nápojového automatu. Děti i dospělí se s chutí zakousnou do lahodné mini bagety, müsli tyčinky, čokolády nebo si vyberou některou z nespočtu sušenek. A nakonec pro osvěžení dechu a uhašení žízně sáhnou mladí i dospělí po mentolových bonbónech nebo žvýkačkách a lahvi vody ochucené mátou nebo meduňkou. Z téhož důvodu v obchodech, kioscích a stáncích poblíž zastávek velmi rychle dochází veškeré zboží tohoto typu, jako jsou balené svačiny, sladkosti, cukrovinky, energetické nápoje, cigarety aj. Veškeré obchody tohoto typu i provozovatelé nápojových a prodejních automatů proto potřebují zajistit a organizovat efektivní a pravidelnou opakovanou dodávku příslušných produktů, čímž také vzniká poptávka po specializovaných rozvážkových službách.

Prezentovaná práce se konkrétně zaměřuje na jednu z firem, jejichž úkolem je pravidelně rozvážet zboží do obchodů u zastávek a tím ovlivňovat spokojenost cestujících i jejich hodnocení kvality poskytovaných služeb na autobusových či vlakových nádražích, autobusových stanovištích nebo jiných terminálech hromadné dopravy. Firmy pod tlakem konkurence neustále hledají možnosti a způsoby, jak snížit své náklady spojené s dodávkou zboží na tato odběratelská místa, aby byly schopny ušetřit čas a minimalizovat finanční náklady a zvýšit tím své tržby i celkový zisk. Proto je při plánování dopravy ve snaze zefektivnit přepravní proces nanejvýš nutné účinně využívat celou kapacitu vozidla nebo alespoň její značnou část, identifikovat případné volné ložné metry a také dostatečně analyzovat trasy, aby bylo možné identifikovat uzavřenou dopravní trasu k dodání objednávek zákazníkům, jež bude mít nejmenší možnou kilometrovou náročnost.

Jelikož je veškeré zboží dodáváno ještě předtím, než dojde k jeho vyprodání, má logistický podnik možnost včas doplnit jednotlivé produkty a tím i naplnit požadavek dostatečného množství zásob uspokojujících předvídané potřeby s jistým rizikem v průběhu dodávek a jejich následného čerpání. Tato činnost je zcela zásadní pro udržení a podporu potřeb, pohodlí a komfort cestujících, neboť jim poskytuje širokou škálu možností pro občerstvení během čekání na odjezd (příjezd) autobusu, vlaku ad. Správné plánování a organizace rozvozu zboží jsou klíčové předpoklady pro zajištění efektivního fungování této služby.

Problémem, kterým se tato bakalářská práce zabývá, je zajištění rozvozu zboží mezi různými místy při naplnění podmínky navštívit každé místo obsluhy právě jednou a vrátit se zpět do výchozího místa, jímž je centrální sklad zde sledované firmy AIMAR LOGISTICS, která primárně rozváží vodu a nápoje do minimarketů na zastávkách v kazašské Astaně. V daném případě se tak jedná o typický příklad optimalizačního problému, s nímž se potýká každý obchodní cestující. Problém obchodního cestujícího (z angl. *Traveling Salesperson Problem*), tedy jeden z nejznámějších problémů teorie optimalizace, si získal pozornost již ve třicátých letech minulého století, kdy se mu začali nejprve věnovat matematici. Náročnost tohoto problému spočívá především v tom, že nejlepší možná řešení jsou hledána v nepředstavitelně velkém souboru možností. Pro ilustraci lze uvést zjednodušený příklad, kdy pro 10 různých měst existuje přes 180 000 možných kombinací.

Závěrečná část práce pak porovnává vypočítané řešení s řešením, které zde sledovaná společnost v současnosti používá. Cílem této práce je navrhnout sledované firmě ALMAR LOGISTICS optimalizované řešení rozvozových tras, jejichž využití jí pomůže při doručování zboží do minimarketů docílit významných časových a finančních úspor.

2 Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Cílem je navrhnout firmě AIMAR LOGISTICS optimalizované řešení rozvozových tras, jejichž využití jí pomůže při doručování zboží do minimarketů docílit významných časových a finančních úspor.

2.2 Metodika

Metodika bakalářské práce je rozdělena do dvou částí: teoretické a praktické. První (teoretická) část práce čerpá informace z odborné literatury publikované k tématům spojeným s logistikou. Zaměřuje se mimo jiné na problematiku operačního výzkumu a jeho klasifikaci, objasňuje fáze řešení rozhodovacího procesu a distribuční úlohy, přičemž stěžejní důraz klade na jeden z nejznámějších a nejpopulárnějších kombinatorických problémů, tj. problém obchodního cestujícího, jenž má obrovské množství praktických aplikací nejen v předmětné logistice a plánování, ale například i v krystalografii, výrobě VLSI obvodů a řadě dalších oborů lidské činnosti. Také je na tomto místě blíže představen OpenSolver, tj. doplněk rozšiřující aplikaci Excel Solver a kompatibilní s modely tabulkových procesorů vytvořených pomocí programu Solver v Excelu, který se užívá k výpočtu maximalizace výsledku hospodaření na základě využitelnosti změn a dodávek a který bude použit také k řešení problému obchodního cestujícího.

Vzhledem k velkému objemu poskytnutých dat ovšem není možné definovat jen jednu typickou trasu. Z téhož důvodu je proto pracováno s několika typickými dny, na kterých jsou demonstrovány případné možnosti optimalizace.

Ve vlastní práci je stručně představena společnost AIMAR LOGISTICS a její aktivity. Získaná data jsou roztříděna a vyhodnocena a slouží jako významný podklad nezbytný pro sestavení doporučení pro řešení zde sledovaného problému. Dále je v práci postupováno podle fází řešení rozhodovacího procesu podrobně vysvětlených v teoretické části. V prvním kroku je jasně definován řešený problém, stanoveny jednotlivé cíle a sestaven matematický model obchodního cestujícího s čekáním vozidla u právě obsluhovaného zákazníka.

Po sestavení matematického modelu je přistoupeno k řešení příslušné úlohy. Vypočítaná okružní dopravní trasa je srovnána s aktuálním řešením, jež společnost AIMAR LOGISTICS aktuálně používá. V poslední části bakalářské práce jsou dílčí výsledky zhodnoceny statistickými metodami a interpretovány tabelárně a graficky.

3 Teoretická část

3.1 Logistika

3.1.1 Definice

Řada uznávaných vědců i manažerů je plně přesvědčena o tom, že je logistika oborem 21. století. Prudký rozmach a rozvoj logistiky je přímo spjat především s rozvojem informačních a telekomunikačních technologií a výpočetní techniky. Samotný pojem logistika je dnes a denně skloňován v odborném i běžném kontaktu, přičemž zcela neprávem nahradil pojem doprava. Je to proto, že každá logistická společnost je ze své podstaty i dopravní společností, případně její aktivity s dopravou velmi úzce souvisejí. Zároveň s tím je však nutné vzít v potaz, že zdaleka ne každá dopravní, případně spediční společnost je zároveň i logistickou společností, a to jen z toho důvodu, že to má zahrnuto ve svém názvu (Svatoš et al., 2009).

Logistiku, tj. řízení materiálového, informačního i finančního toku, velmi přehledně definuje kupř. Česká logistická asociace z.s. (zkráceně „ČLA“), organizace založená v roce 1993 jako nezisková, jejímž předmětem zájmu je problematika logistiky a její aplikace v hospodářské praxi. Specialisté v oblasti logistiky přibližují její podstatu následujícími slovy: *„Organizace, plánování, řízení a výkon toků zboží vývojem a nákupem počínaje, výrobou a distribucí podle objednávky finálního zákazníka konče, tak aby byly splněny požadavky trhu při minimálních nákladech a minimálních kapitálových výdajích.“* (Sixta, Žižka, 2009, s. 15)

3.1.2 Počátky a vývoj

Zkoumat původ slova logistika znamená nutnost vrátit se v čase až do období starověku a středověku, kde měl tento koncept především vojenský charakter a odkazoval na organizaci a řízení vojenských dodávek a přesunů vojenských sil, tj. zbraní, munice, potravy atd. Téměř všechny starověké a středověké armády totiž disponovaly speciálně vyčleněnou skupinou vojáků, jejichž hlavním úkolem a povinností bylo starat se o uspokojování materiálních potřeb bojovníků (Drahotský, Řezníček, 2003). Rovněž i ve starověkém Římě sehrála logistika důležitou roli při organizaci dodávek pro legie a při řízení zásobování vojenských kampaní. Římská říše byla známá svými spojovacími magistrálami, které zajišťovaly efektivní logistiku pohybu zboží a vojsk.

Také s nástupem průmyslové revoluce v 18. a 19. století sehrála logistika obzvlášť důležitou roli, a to v řízení zásobování a distribuce zboží. Toto období je spojováno zejména s rozvojem železnic, parníků a telegrafů, což vedlo ke zlepšení způsobů pohybu i komunikace.

Následně s rozvojem moderních technologií, kam přináleží i letectví, automobilový průmysl, počítače a globální komunikační sítě, se logistika stala ještě důležitější. Logistické služby je proto nutné neustále optimalizovat a pomocí aplikace jejích zásad dosahovat úspor nákladů na ni (Sixta, Mačát, 2005).

Meola (2016) v dané souvislosti dodává, že *„stejně jako v mnoha jiných oblastech má digitální revoluce hluboký dopad na logistiku dodávek. Kombinace mobilních výpočetních, analytických a cloudových služeb, které jsou poháněny internetem věcí (IoT), mění způsob, jakým společnosti poskytující dodávky a plnění provádějí své operace."*

3.2 Operační výzkum

V přímé spojitosti s řešením přepravních a zásobovacích problémů se využívá také pojem operační výzkum (angl. *Operations Research*), jenž má původ ve Velké Británii a ve Spojených státech amerických. V podnikovém hospodářství nachází uplatnění jak v oblasti logistiky, tak i v oblasti výroby. V německy mluvících zemích má tento obor výzkumu i alternativní označení. V odborné literatuře tak lze narazit na další zástupné pojmy, jako je matematické plánování či propočet optimalizace (Kislingerová, 2007). Jablonský (2007, s. 9) charakterizuje operační výzkum jako *„vědní disciplínu nebo spíše soubor relativně samostatných disciplín, které jsou zaměřeny na analýzu různých typů rozhodovacích problémů."*

3.2.1 Modely operačního výzkumu

Modely operačního výzkumu jsou velmi různorodé a vzhledem k této skutečnosti vznikla potřeba specifických přístupů k řešení jednotlivých tříd problémů. Níže je uvedena stručná charakteristika a popis každé jedné disciplíny:

1. Matematické programování. Cílem úloh spadajících pod tuto větev operačního výzkumu je najít maximum, nebo naopak minimum kriteriální funkce na množině variant, které jsou definovány systémem omezujících podmínek ve formě lineárních, nebo nelineárních rovnic, nebo nerovností.

2. Vícekriteriální rozhodování. Za předpokladu, že je rozhodovací problém definován tak, že se při výběru varianty uvažuje hned několik různých kritérií, je nezbytné aplikovat metody vícekriteriálního rozhodování. Ve většině případů tato kritéria působí proti sobě (např. zvýšení produkce s sebou nese rostoucí potřebu energie a zdrojů), takže řešení, které je zde nalezeno, není optimální, ale z tohoto úhlu pohledu je spíše kompromisní.
3. Teorie grafů. V grafech jsou popsány uzly a plochy, které jsou spojnicemi uzlů. Graf může představovat například distribuční síť, v níž budou uzly odpovídat místům, kam má být výrobek dodán, a hrany budou představovat trasy, které je vzájemně propojují. To jinými slovy znamená, že kupř. pomáhá najít nejkratší cestu z jednoho místa na místo druhé.
4. Řízení projektu. Projekt je tvořen komplexem činností, které lze ilustrovat a vysvětlit pomocí grafů. Proto je tato oblast prezentována jako jedna z možných aplikací teorie grafů. Každá činnost je určena dobou svého trvání. V některých úkolech jsou dále definovány náklady spojené s realizací této činnosti a také zdroje v případě její realizace.

   Je tedy možné analyzovat časovou či nákladovou náročnost projektů.
5. Model řízení zásob (teorie zásob). Teorie zásob je charakterizována jako soubor matematických metod, které jsou využívány k modelování a optimalizaci procesů vytváření zásob různých položek s cílem zabezpečit plynulý chod podniku (Sixta, Mačát, 2005).
6. Modely hromadné obsluhy. V rámci systémů hromadné obsluhy jsou rozlišovány hned dva typy prvků, tj.: požadavky a obslužná zařízení. Vzhledem k tomu, že je počet obslužných zařízení v reálných systémech omezený, lze důvodně předpokládat, že požadavky, které vyžadují služby těchto zařízení, budou muset čekat ve frontě. Alternativním názvem této disciplíny je proto také teorie front.
7. Teorie her. V souladu s ní by měla být situace příznivců rozhodování taková, že by měly existovat minimálně dvě rozhodující podmínky, které by mohly stát proti sobě, nebo naopak spolupracovat. V případě jejich většího počtu by mohly vzniknout koalice.
8. Markovské rozhodování. Jde o procesy v systémech, které mohou být v pozorovaných časových intervalech v některém z omezených stavů, přičemž změna stavu systému v po sobě jdoucích obdobích je náchylná k náhodnému

chování. Pokud je systém v daném období v určitém stavu, buď v tomto stavu zůstane i v následujícím období, nebo naopak přejde do jiného stavu. Cílem takto pojaté analýzy je předpovědět budoucí chování systému na základě současného stavu.

9. Modely rozvrhování. Jedná se o speciální oblasti operačního systému, v nichž se často používají nástroje z oborů, jako je lineární programování, projektové řízení, teorie grafů ad. Ve výrobních systémech hraje důležitou roli umístění zařízení. Modely výrobního plánování se také zabývají plánováním prací na jednotlivých instalacích ve smyslu stanovení pořadí, v němž jsou jednotlivé práce prováděny. Z tohoto pohledu tak lze vymezit jak úlohy s jedním procesorem, tak i úlohy s více procesory, které mohou být seřazeny buď paralelně, nebo postupně. Vytyčeným cílem může být například minimalizace doby ukončení užívání všech dávek v systému nebo doby pobytu dávky v systému, minimalizace průměrného zpoždění dávky ve srovnání s požadovanými daty dokončení, minimalizace počtu odložených dávek atd.
10. Počítačové simulace. Pokud je problém z hlediska řešení obtížný, pak může být použití standardních metod nemožné. Standardními metodami jsou v tomto ohledu analytické metody poskytující přesná řešení. Alternativním řešením se stává počítačová simulace založená na vytvoření modelu reálného systému a následném provádění experimentů s tímto modelem. Provedením řady experimentů se změnou parametrů lze postupně dospět k optimálnímu nastavení (Fábry, 2019).

3.2.2 Principy matematického programování

V praktické části této práce jsou použity modely matematického programování, jejichž pomocí je vybíráno řešení různých ekonomických problémů, které by bylo z daných hledisek optimální. V daném případě je řešen dopravní problém v podobě optimalizace dopravních tras. Smyslem využití programování je v průběhu kontroly ověřit, zda jsou využívány takové dopravní trasy, které umožňují, aby při respektování kapacity dodavatelů (skladů) na jedné straně a odběratelů (minimarketů) na druhé straně byly dopravní náklady co nejmenší.

Matematické modely jsou zabaleny jako algoritmus, jenž provede výpočet optimální trasy při současném zohlednění výšky vozidla, hmotnosti, mýtného zařízení, omezení jízd o svátcích aj. a pomůže stanovit doporučení pro optimalizace dopravních tras, jež dovolí snížit náklady spojené s dodávkou produktů, čímž firma dosáhne časových a finančních úspor a zvýší zisk v podnikání.

Matematické programování jako část vědy o managementu – zahrnuje široké spektrum témat přímo spojených s generováním strategií a optimalizací, s výjimkou teorie rozhodování a teorie řízení, které jsou samostatnými disciplínami (Bradley, 1977).

V matematickém programování je základem předpoklad jistoty, což znamená, že je pozornost zaměřena na známé a definované hodnoty a podmínky. Hlavním cílem je najít optimální řešení za předpokladu, že jsou k dispozici jasné informace o problému a jeho omezeních.

Matematické programování se aplikuje v mnoha oblastech, včetně ekonomie, inženýrství, logistiky a dalších. Pomáhá firmám a organizacím efektivně řešit problémy plánování, alokace zdrojů, optimalizace procesů a rozhodování.

Samotný postup vždy začíná definováním úkolu a jeho limity, následně je pomocí rovnic a nerovností vytvořen příslušný matematický model. Poté jsou hledána optimální řešení, která splňují stanovené požadavky. Využívány jsou přitom vybrané algoritmy, jako je simplexová metoda (též označovaná jako simplexový algoritmus) užívaná pro řešení úlohy lineárního programování. Početní postup umožňuje vyhodnotit značné množství variant a přináší zjištění možností, jak dosáhnout minimálního počtu kilometrů, a kromě jiného také určit nejhospodárnější způsob přepravy mezi dodavatelskými a odběratelskými místy, nejvýhodnější rozmístění aut do jednotlivých garážovacích míst atp. A nakonec jsou výsledky vyhodnocovány, analyzovány a interpretovány tak, aby byly v souladu se stanovenými očekáváními a požadavky a efektivně řešily příslušný problém (Bradley, 1977).

3.2.3 Principy celočíselného programování

Celočíselné programování představuje specifickou variantu matematického programování. Zabývá se modely (úlohami), v nichž musí být přinejmenším jedna proměnná celočíselná. Za předpokladu, že jsou celočíselné všechny proměnné, jedná se o celočíselné modely. V daném případě může firma prodat 170,3 balených neperlivých vod o objemu 1 litr, 139,6 půllitrových slazených minerálek, 780,2 lahví pomerančového džusu atp. Nastalou situaci lze řešit dvěma způsoby, a to buď zaokrouhlením, nebo zanedbáním čísel za desetinnou čárkou. V obou případech však takovýto postup povede ke značně chybným, nepřesným, ba dokonce nepřípustným řešením. Řeč je tedy o rozhodovacích proměnných, jejichž základní jednotky není možné dále fyzicky dělit. Na úlohy s nedělitelnostmi je proto nahlíženo jako na neopomenutelnou součást úloh číselné optimalizace. Celočíselné programování však kromě shora uvedených úloh nachází své využití také v případě další složitých úloh, které by buď nebylo možné řešit vůbec, nebo alespoň ne dostatečně efektivně (Klapka, Dvořák, 1996). Důležité je rovněž zmínit, že soubor úloh obsahuje tři podkategorie. Mají-li všechny proměnné číselnou povahu, hovoří se o celočíselném lineárním programování. O smíšeném celočíselném lineárním programu lze uvažovat v případě, že některé, obvykle hlavní rozhodovací proměnné, mají číselnou povahu. Speciálním případem pak je binární celočíselné lineární programování, kde mají proměnné binární (v některých případech 0-1) povahu (Bradley, 1977).

Metody řešení

Zaokrouhlení

Zaokrouhlení optimálního řešení relaxované úlohy na celé číslo je možné použít pouze za předpokladu, že je povaha předmětného problému dobře známa. Obecně totiž zaokrouhlování nepřináší dobré výsledky. Ani po rozumném zaokrouhlení totiž nemusí být získané řešení nutně přípustné, přičemž skutečné celočíselné optimum může být značně odlišné od zaokrouhleného relaxovaného optima.

Branch-and-bound

Metoda branch-and-bound (česky metoda větví a mezí) je v podstatě strategií definovanou slovy: „rozděl a panuj“, jež eliminuje neceločíselná řešení tak, že postupně přidává meze na jednotlivé proměnné. Postup tak sestává z definování problému s využitím celočíselných proměnných, formulace cílové funkce a omezení ve formě matematických rovnic a nerovnic, výběru vhodného algoritmu pro nalezení optimálního celočíselného řešení, použití algoritmů jako uváděná metoda větví a mezí, dynamického programování nebo lineárního programování s celočíselnými omezeními, a nakonec z hodnocení a interpretace nalezeného řešení a jeho přizpůsobení konkrétním potřebám a podmínkám problému. O této metodě se obecně hovoří jako o nejefektivnější metodě řešení celočíselných úloh (Bradley, 1977).

3.3 Proces uplatňování operačního výzkumu

Proces uplatňování operačního výzkumu při řešení rozhodovacího problému, jak ho definuje Fábry (2011), sestává z několika klíčových fází. V daném procesu jsou rozhodující role přiděleny: a) rozhodovacímu subjektu, b) analytikovi.

Rozhodovacím subjektem (též označovaným jako rozhodovatel, což je odvozeno z angl. *decision maker*) se rozumí osoba, jež je zodpovědná za zadání konkrétního problému, jejž má vyřešit analytik, a představuje počáteční bod celého procesu.

Poté, co analytik získá ze svého pohledu konečné řešení, toto nabídne rozhodovacímu subjektu. Ten získává možnost příslušné řešení s cílem zlepšit fungování reálného systému rovnou přijmout. V opačném případě navržené řešení odmítne a analytikovi jej vrátí s žádostí o přepracování. Zároveň k této své žádosti připojuje i poupravené zadání předmětného problému.

Podle Jablonského (2007) tvoří proces uplatňování operačního výzkumu při řešení rozhodovacího problému několik klíčových fází, jimiž jsou:

1. Rozpoznání problému a jeho definice: Jedná se o důležitý krok v aplikaci modelů operačního výzkumu. Dalším podstatným krokem je zde role vedoucích pracovníků na různých úrovních, kteří by měli být s to rozpoznat problém, řádně posoudit potřebu modelového přístupu pro jeho analýzu a popřípadě sestavit tým odpovídajících odborníků, kteří se na něm budou podílet.
2. Formulace ekonomického modelu: Základní myšlenku této fáze by bylo možné shrnout těmito slovy: *„Všechny modely jsou špatné, ale některé jsou užitečné"* (Box, Luceño, 1997). Reálný systém je příliš složitý na to, aby bylo možné vytvořit zcela správný model. Během studia konkrétního problému se však vyjevuje, že rozhodně není žádoucí uvažovat všechny prvky systému. Ekonomický model by měl zahrnovat především: cíl analýzy, popis procesů, popis činitelů ovlivňujících provádění procesů, a nakonec i popis vzájemného vztahu mezi dílčími procesy.
3. Formulace matematického modelu: Aby bylo možné daný problém úspěšně řešit, je nezbytně nutné formalizovat, tj. převést model na model matematický, jenž je následně řešitelný zcela standardními postupy. Matematický model utvářejí shodné prvky, jako je tomu i v případě modelu ekonomického, pouze jen v jiném vyjádření.

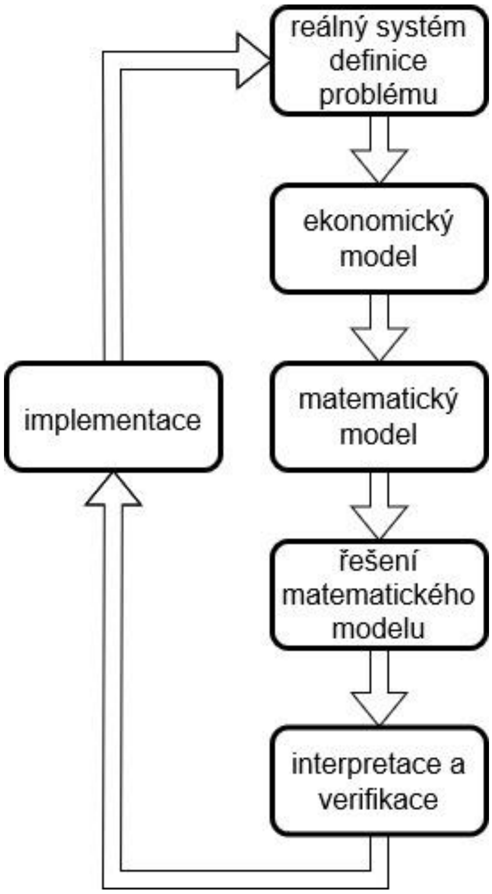
Platí, že:

- cíl analýzy je zpravidla vyjádřen pomocí lineární či nelineární funkce n proměnných.
- procesy odpovídají hodnotám těchto proměnných.
- činitelé v ekonomickém modelu mohou být v matematickém modelu vyjádřeni ve formě lineárních či nelineárních rovnic nebo nerovnic.
- vazby mezi procesy jsou popisovány pomocí neřiditelných parametrů, tj. parametrů, jejichž hodnoty nemůže uživatel ovlivňovat (konstanty).

4. Vlastní řešení matematického modelu: Vlastní řešení je spíše technickou záležitostí. Pro jeho účely lze použít metody a postupy navržené v jednotlivých odvětvích operačního výzkumu. Role uživatelů se zde omezuje na výběr vhodného programového prostředku (tj. metody, postupu).
5. Interpretace a verifikace výsledků získaných v předcházejícím kroku: Často se stává, že interpretace výsledků je složitější než samotná technická stránka zpracování odpovídajícího řešení. A navíc po interpretaci výsledků je třeba je verifikovat a tím současně vlastně ověřit, zda byl model problému sestaven správně a zda je možné přistoupit k implementaci. Dojde-li při sestavování modelu k opomenutí některé z podstatných stránek systému, pak se řešení v rámci tohoto modelu sice může jevit jako tzv. „optimální", ale následně v praxi se může ukázat jako naprosto nepoužitelné.
6. Implementace výsledků získaných z modelu do analyzovaného reálného systému: V případě úspěšné verifikace výsledků lze přikročit k poslední fázi úspěšné aplikace metod operačního výzkumu, tedy k jejich implementaci. Úspěšná implementace by měla potom určitě přispět ke zlepšení fungování daného systému (Jablonský, 1998).

Celý proces operačního výzkumu od rozpoznání a definice problému v rámci reálného systému až po implementaci vedoucí ke zlepšení systému, popřípadě k jeho vyřešení, přehledně dokumentuje vývojový diagram na obrázku 1.

Obrázek 1: Průběh rozhodovacího procesu



Zdroj: Fábry (2011)

3.4 Distribuční úlohy

Distribuční úlohy reprezentují speciální skupinu úloh lineárního programování, do nichž se řadí jak problémy jednostupňové, přiřazovací, tak také problémy okružní a řada dalších (Šubrt a kol., 2011). Tyto úlohy lze považovat za klíčové oblasti operačního výzkumu a logistiky, neboť se primárně zabývají efektivní distribucí zdrojů, zboží nebo služeb od dodavatelů k odběratelům (v daném případě k minimarketům). Distribuční úloha je tak zobecněním dopravní úlohy či dopravního problému. Popisované úlohy jsou nedílnou součástí distribučních úloh a jsou velmi podobné úlohám o optimálním přemísťování objektu, kde se jedná o přemísťování zboží tak, aby byla celková trasa minimální.

Vzhledem k tomu, že cílem této bakalářské práce je optimalizovat proces dodávky zboží do obchodů (minimarketů), kde je výchozím a koncovým bodem centrální sklad zboží, bude pozornost věnována právě okružnímu dopravnímu problému, jehož řešení tkví ve stanovení pořadí navštěvovaných míst tak, aby každé místo bylo navštíveno právě jednou a aby úhrnné přepravní náklady, případně celkový počet ujetých kilometrů po uzavření okruhu byly minimální. Kromě shora jmenovaných požadavků je potřeba naplnit i některé další podmínky určené nejen omezenou kapacitou vozidla, ale i omezenou dobou pro absolvování trasy, časovými možnostmi odběratelů za účelem odběrů zboží aj.

3.4.1 Okružní dopravní problém

Okružní dopravní problémy neboli problémy obchodního cestujícího patří z matematického hlediska mezi tzv. NP-úplné problémy, pro něž neexistuje žádný efektivní algoritmus, který by nalezl přesné matematické optimum příslušného problému (Jablonský, 1996). Je to z toho důvodu, že počet omezujících podmínek roste exponenciálně s rostoucím počtem míst (s velikostí dat) (Šubrt a kol., 2011). Tato varianta je však samozřejmě lepší, než kdyby byla každá cesta od dodavatele směrem k zákazníkovi realizována zvlášť, aniž by přitom bylo určeno, v jakém pořadí navštěvovaných míst (v daném případě minimarketů) má obchodní cestující projet jednotlivá místa tak, aby každé místo navštívil právě jednou a aby úhrnné přepravní náklady byly minimální, stejně jako je tomu i v případě celkového počtu ujetých kilometrů (Rais, 2005). Z tohoto pohledu tak okružní spojení šetří náklady i čas.

Jelikož se tento problém objevuje v praxi velice často, existuje velké množství modifikací pro přesnější řešení úkolů. Jako příklad lze uvést situaci, kdy by zboží mohlo být přejímáno pouze v určitých časových úsecích, čímž by se takový model rozšířil o časová okna. Také pro zajištění vyšší přesnosti je možné zohlednit čas potřebný k obsluze, což znamená, že vozidlo čeká u právě obsluhovaného zákazníka.

3.4.2 Standardní úloha obchodního cestujícího

„Úloha obchodního cestujícího je nejjednodušší verzí okružních úloh“ (Fábry, 2006).

Statická úloha obchodního cestujícího předpokládá znalost všech parametrů před optimalizací i před samotnou realizací okružní jízdy (Fábry, 2006).

Miller, Tucker a Zemlin (zkráceně „MTZ“) formulovali podmínku, jež zamezuje vzniku dílčích cyklů bez výchozího místa (Pelikán, 2001). Omezení MTZ jsou navržena tak, aby eliminovala dílčí trasy v řešení. MTZ zápis má následující podobu (Fábry, 2006):

minimalizovat:

$$z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \, x_{ij} \qquad (1)$$

za podmínek:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad i = 1,2,\dots,n,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad j = 1,2,\dots,n,$$

$$u_i - u_j + nx_{ij} < n - 1, \qquad i = 1,2,\dots,n, \qquad j = 2,3,\dots,n, i \neq j,$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, i, \qquad j, = 1,2,\dots,n,$$

V daném případě n označuje počet míst, jimiž musí vozidlo projet včetně výchozího místa. Vzdálenost mezi místy i a j představuje c_{ij}. Proměnná x_{ij} je bivalentní proměnná a nabývá hodnoty 1, pokud jede vozidlo z místa i do místa j, v opačném případě nabývá hodnoty 0.

Podmínky:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, i = 1,2,\dots,n,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, j = 1,2,\dots,n,$$

zajišťují, že každé místo je navštíveno jen jednou.

Pro zabránění vzniku parciálních cyklů jsou zde zavedeny následující podmínky:

$$u_i - u_j + nx_{ij} < n - 1, \qquad i = 1,2,\dots,n, \qquad j = 2,3,\dots,n, i \neq j,$$

3.4.3 Statická úloha obchodního cestujícího s časovými okny

V matematickém modelu úlohy TSPTW (z angl. *traveling salesman problem with time windows*) jsou všichni zákazníci známí ještě před zahájením jízdy, neboť se jedná o statickou úlohu obchodního cestujícího s časovými okny.

Časové okno (časový interval) i-tého zákazníka, v němž má být realizována jeho obsluha, se vždy nachází v intervalu od nejdříve možného k nejpozději přípustnému začátku obsluhy, to je od e_i do l_i.

Okamžik, ve kterém začne reálná obsluha *i-tého* zákazníka, je označen jako τ_i.

A chvíle, kdy začne obsluha zákazníka, se označuje τ_i.

Zde platí, že obsluha zákazníků nemůže začít dříve než nejdříve možný začátek obsluhy, a to lze zapsat jako:

$$\tau_i \geq e_i,$$

Rovněž ani s obsluhou není možné začít později, než je nejpozději přípustný začátek, což lze matematicky zapsat jako:

$$\tau_i \geq l_i,$$

Vzhledem k tomu, že některé reálné aplikace nepřipouštějí možnost obsluhy mimo interval časových oken, je možné spojit dvě předcházející omezení do následujícího tvaru:

$$e_i \leq \tau_i \leq l_i.$$

Tato podmínka slouží k tomu, aby zákazníci byli obslouženi uvnitř časových oken.

A pro jednoduchost je v následujícím matematickém modelu prezentována nulová doba obsluhy zákazníků (Fábry, 2006):

minimalizovat:

$$z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} \tag{2}$$

za podmínek:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad i = 1,2,\dots,n,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad j = 1,2,\dots,n,$$

$$e_i \leq \tau_i \leq l_i, \qquad i = 2,3,\dots,n,$$

$$\tau_i + t_{ij} - M\left(1 - x_{ij}\right) \leq \tau_j\ , \qquad i = 1,2,\dots,n, \qquad j = 2,3,\dots,n, \qquad i \neq j,$$

$$\tau_1 = 0,$$

$$\tau_i\ \geq 0, \qquad i = 2,3,\dots,n,$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, i, \qquad j, = 1,2,\dots,n,$$

Počet míst, jimiž musí vozidlo projet, je označen jako n.Vzdálenost mezi jednotlivými místy i a j je označena jako c_{ij}. $Dále$ t_{ij} označuje dobu přejezdu mezi místy i a j. M – je vysoka konstanta. Proměnná x_{ij} je bivalentní proměnná. V případě, že vozidlo jede z místa i přímo do místa j , nabývá proměnná x_{ij} hodnoty 1. V opačném případě 0. Okamžik, ve kterém vozidlo navštíví místo i, se značí proměnnou τ_i.

Jak se lze přesvědčit, podmínky:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, i = 1,2, \dots, n,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, j = 1,2, \dots, n,$$

a účelová funkce:

$$z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij}$$

zůstaly stejné jako v případě modelu standardní úlohy obchodního cestujícího a mají i stejný význam.

Omezení:

$$\tau_i + t_{ij} - M\left(1 - x_{ij}\right) \leq \tau_j\ , \qquad i = 1,2, \dots, n, \qquad j = 2,3, \dots, n, \qquad i \neq j,$$

zabezpečují, že časový rozsah mezi návštěvou zákazníka j bezprostředně po zákazníkovi i má minimálně hodnotu t_{ij}.

„Pokud vozidlo nepojede od zákazníka i k zákazníkovi j, pak díky vysoké konstantě M je tato nerovnost vždy splněna" (Fábry, 2006).

Rovnice:

$$\tau_1 = 0,$$

definuje nulový okamžik výjezdu vozidla z výchozího místa.

Po dokončení obsluhy zákazníka i musí vozidlo odjet k zákazníkovi j.

Vozidlo přitom musí respektovat časové okno zákazníka j, a proto existují dvě strategie čekání vozidla u zákazníka:

1. Po dokončení obsluhy zákazníka i vozidlo odjede k zákazníkovi j a bude čekat až do okamžiku e_i.
2. Po obsloužení vozidlo zůstane u zákazníka i a k zákazníkovi j odjede jen v okamžiku: $e_j - t_{ij}$ (Fiala a kol., 2010).

Výhoda druhé jmenované strategie spočívá zejména v tom, že v průběhu čekání vozidla může přijít další požadavek, jenž ovlivní dříve naplánovanou trasu, ale to platí výhradně za předpokladu, že se jedná o úlohu dynamickou.

3.4.4 Úloha s čekáním vozidla u právě obslouženého zákazníka

Z hlediska optimalizace trasy po obsloužení může vozidlo zůstat u zákazníka i a k zákazníkovi j odjet až v okamžiku $e_j - t_{ij}$, to aby byl tento zákazník navštíven přesně v okamžiku otevření jeho časového okna.

Výhoda spočívá především v tom, že během čekání vozidla může přijít další požadavek, který ovlivní dříve naplánovanou trasu, ale to opět platí pouze v případě, kdy jde o dynamickou úlohu.

V případě nenulové doby obsluhy je možné účelovou funkci zapsat jako:

minimalizovat:

$$z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} + \sum_{i=1}^{n} W_i' + \sum_{j=2}^{n} S_j \quad (3)$$

kde proměnné $W_i' \geq 0 (i = 2,3, \dots, n)$ udávají dobu čekání vozidla po dokončení obsluhy zákazníka i před odjezdem k dalšímu zákazníkovi. W_i' náleží době, po kterou bude vozidlo čekat, než vyjede na trasu. Omezení představující časový rozvrh jízdy vozidla mezi zákazníky se pak změní následujícím způsobem (Fábry, 2006):

$$\tau_i + W_i' + S_j + t_{ij} - M\left(1 - x_{ij}\right) + v_{ij} = \tau_j \quad i = 1,2, \dots, n, \quad j = 2,3, \dots, n, \quad i \neq j$$

3.5 OpenSolver

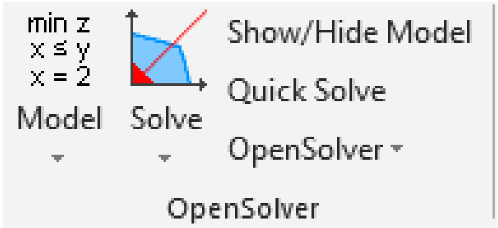
V MS Excelu 2010 a 2013 integrované hledání řešení v určitém okamžiku upozorní chybovou hláškou, že optimalizovaný lineární model je pro něj příliš velký (došlo tedy k překročení maximálního povoleného počtu neměnných buněk), což nedává možnost plnohodnotně řešit okružní dopravní problém.

A právě z tohoto důvodu byl v práci využit bezplatný nástroj OpenSolver (v současnosti šířený pod licencí GNU GPL 3) kompatibilní s verzemi aplikace Excel pro Windows a určený k formulaci a řešení úloh lineárního a celočíselného lineárního programování, který tuto nevýhodu překonává a který navíc poskytuje vylepšené uživatelské rozhraní, stejně jako i výběr řešitelů a nabízí vizuální reprezentaci optimalizační úlohy v buňkách listu.

3.5.1 Práce s nástrojem OpenSolver

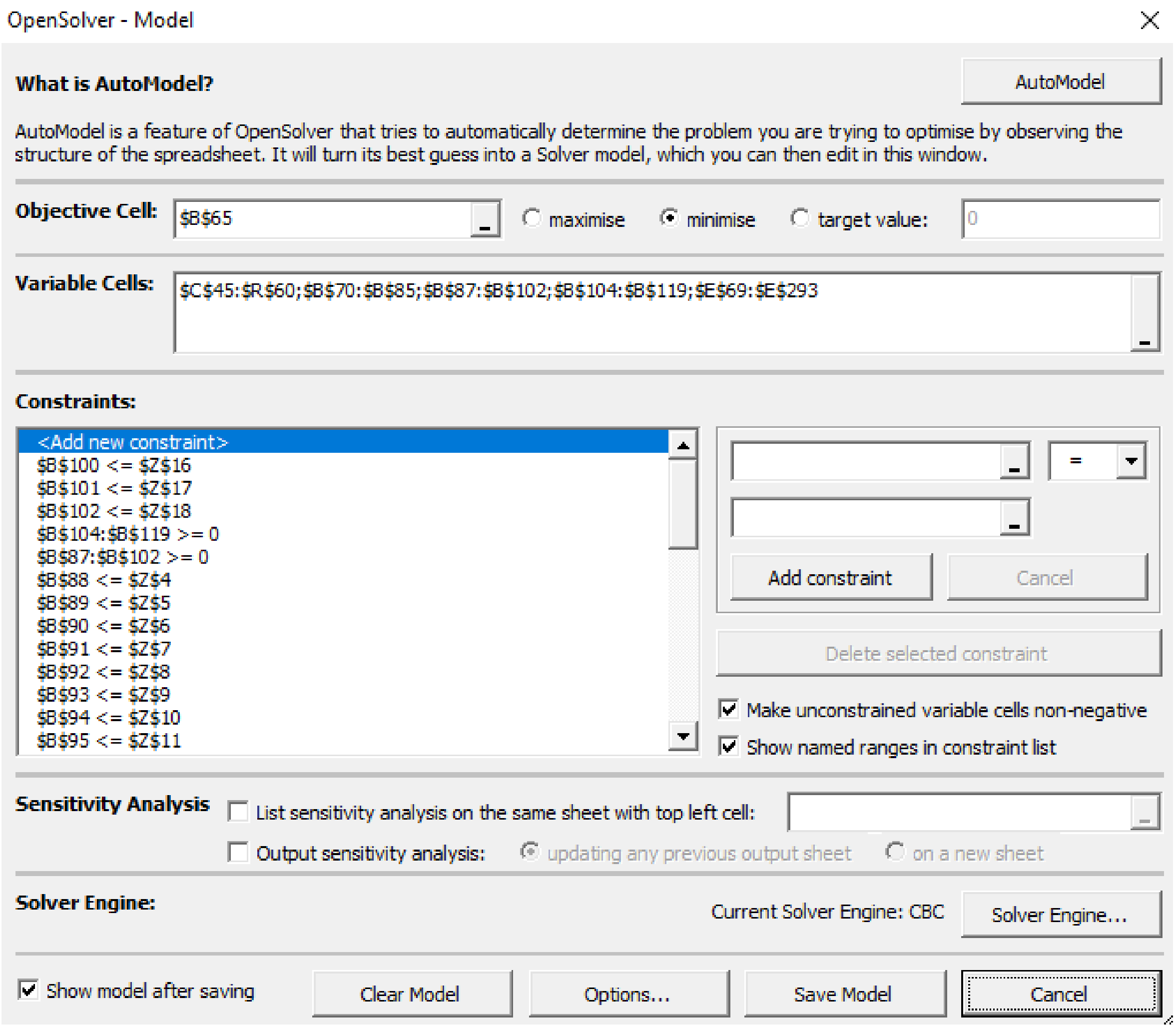
OpenSolver je tak v podstatě nejsnadnějším východiskem shora popsaného problému. Po jeho nainstalování se na pásu karet (konkrétně na kartě Data) aplikace Excel objeví nová položka.

Obrázek 2: Položka OpenSolver



Zdroj: vlastní zpracování

Obrázek 3: Vytvoření matematického modelu



Zdroj: vlastní zpracování

Model bude zadán ručně, přičemž nejprve bude zadána účelová funkce. Všechny proměnné matematického modelu budou označeny a poté budou vytvořeny omezující podmínky.

Obrázek 4: Zvýraznění matematického modelu

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
1	Highway Alash, 20/1(sklad)	binary 0= 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
2	Kabanbai batyr, 21B	0	0= 0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	Nurzhol, 14a	0	0	0= 0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
4	Saryarka, 33/1a	0	0	0	0= 0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
5	Shalkode, 2b	0	0	0	0	0= 0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
6	Kabanbai batyr, 62	0	0	0	0	0	0= 0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
7	Kabanbai batyr, 53	0	1	0	0	0	0	0= 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8	Dinmukhamed Konaev, 14g	0	0	0	0	1	0	0	0= 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
9	Republic Avenue, 26	1	0	0	0	0	0	0	0	0= 0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
10	Kazhymukan, 13/2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0= 0	0	0	0	0	0	0	0	1
11	Abylai khan, 38a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0= 0	0	0	0	0	0	0	1
12	Turan, 37/1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0= 0	0	0	0	1	0	1
13	Syganak, 4a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0= 0	0	1	0	0	1
14	Bogenbai batyr, 34/4a	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0= 0	0	0	0	1
15	Turan, 55e	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0= 0	0	0	1
16	Tole bi, 59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0= 0	0	1
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
		= 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
						pomocna nula													
UF (ho	min 0		n	16		0													

Zdroj: vlastní zpracování

Po vytvoření matematického modelu je možné zobrazit různobarevné zvýraznění buněk listu, které jsou zahrnuty v modelu. Obrázek 5 dokumentuje účelovou funkci (označenou žlutou barvou), jejíž hodnota bude minimalizována. Dále jsou zde červeně a oranžově zvýrazněny podmínky rovnosti a také podmínka binární hodnoty proměnných v matici, která je označena fialovou barvou.

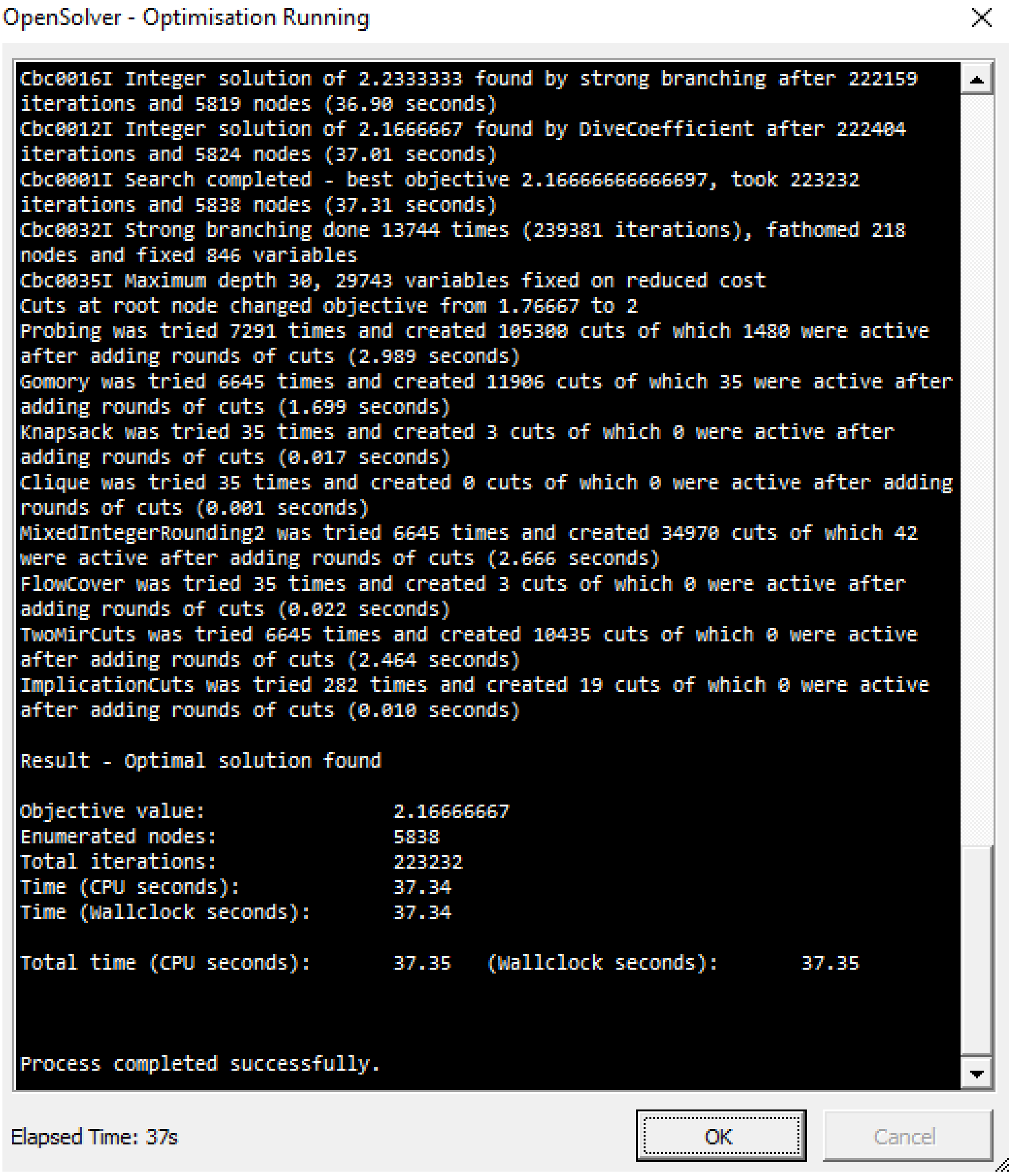
Obrázek 5: Řešení matematického modelu

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
1	Highway Alash, 20/1(sklad)	binary 0= 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
2	Kabanbai batyr, 21B	0	0= 0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
3	Nurzhol, 14a	0	0	0= 0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
4	Saryarka, 33/1a	0	0	0	0= 0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
5	Shalkode, 2b	0	0	0	0	0= 0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
6	Kabanbai batyr, 62	0	0	0	0	0	0= 0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
7	Kabanbai batyr, 53	0	1	0	0	0	0	0= 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
8	Dinmukhamed Konaev, 14g	0	0	0	0	1	0	0	0= 0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
9	Republic Avenue, 26	1	0	0	0	0	0	0	0	0= 0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
10	Kazhymukan, 13/2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0= 0	0	0	0	0	0	0	1	1
11	Abylai khan, 38a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0= 0	0	0	0	0	0	1	1
12	Turan, 37/1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0= 0	0	0	0	1	1	1
13	Syganak, 4a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0= 0	0	1	0	1	1
14	Bogenbai batyr, 34/4a	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0= 0	0	0	1	1
15	Turan, 55e	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0= 0	0	1	1
16	Tole bi, 59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0= 0	1	1
		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
		= 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
						pomocna nula													
UF (ho	min 6,116666667		n	16		0													
ost km	65		n-1	15							ai+Si+tij-M(1-xij)+Wj+vij=aj								

Zdroj: vlastní zpracování

Na obrázku 5 je zobrazena hodnota účelové funkce 6,1. Je z něho jednoznačně zřejmé, že zde došlo ke splnění stanovených podmínek.

Obrázek 6: Průběh řešení matematického modelu



Zdroj: vlastní zpracování

Na shora uvedeném obrázku 6 je zobrazen průběh řešení matematického modelu. Z uvedených dat lze snadno vyčíst, že optimální řešení bylo nalezeno za 37,35 sekundy a při 223 232 provedených iteracích je hodnota účelové funkce 2,1.

4 Vlastní práce

Předmětem praktické části práce je optimalizace dopravní trasy ve firmě AIMAR LOGISTICS za pomoci modelu obchodního cestujícího s časovými okny. Nejdříve bude referováno o zde sledované společnosti, blíže definován sledovaný problém a představena použitá vstupní data. Dále bude představen systém, který je v současné době společností aktivně používán. Poté proběhne řešení zvoleného problému přesně podle fází zachycených na obrázku 1 v teoretické části této práce.

V úvodu je definován problém a poté je realizován zjednodušený popis reálného systému (ekonomicky model), jenž obsahuje s ohledem na analyzovaný problém pouze nejpodstatnější prvky a vazby mezi nimi. Po vytvoření ekonomického modelu je tento převeden na model matematický, který je posléze řešitelný standardními postupy. Po sestavení matematického modelu následuje řešení úlohy, a to prostřednictvím použití již zmiňovaného doplňku OpenSolver pro MS Excel. Po vyřešení matematického modelu je provedena interpretace dat, která je v podstatě výkladem zjištěných výsledků.

4.1 Představení společnosti

Společnost AIMAR LOGISTICS působí na trhu dopravních služeb již od roku 2020. Hlavní služba, jíž klientům poskytuje, spočívá v dopravě zboží do obchodů ve městě Astana (kazašsky *Астана*), které je od roku 1997 hlavním městem Kazachstánu. Město, jež se nachází uprostřed liduprázdných stepí středního Kazachstánu, obývá zhruba 1,08 milionu obyvatel. K přepravě využívá společnost nákladní vozidla. Společnost se konkrétně zabývá pravidelným rozvozem nealkoholických nápojů.

4.2 Optimalizační systém společnosti

Optimalizační systém používaný společností AIMAR LOGISTICS lze definovat jako metodu nejbližšího souseda (angl. *Single linkage*) s ohledem na časová okna. Společností uplatňovaná metoda spojuje vždy ty objekty, které jsou si nejblíže. Rovněž i v případě shluků spojí ty objekty, které jsou si navzájem nejblíže. Z tohoto pohledu je vzdálenost dvou shluků určena vzdáleností dvou nejbližších objektů z nich. Ve výsledku se tak mohou formovat dlouhé zřetězené shluky.

4.3 Definice problému

Logistický sektor patří ve zde sledované firmě k nejnákladnějším sektorům. Tím je rovněž vysvětleno a doloženo, proč se právě s logistickým sektorem pojí tak velký potenciál ke zlepšení efektivnosti a produktivity. Vzhledem k silné konkurenci na trhu musí společnosti efektivněji zkracovat přepravní časy a optimalizovat jednotlivé přepravní činnosti, jimiž logistické podniky dopravují zboží do odběratelských míst. Sledovaným záměrem je přitom minimalizovat nejen náklady v oblasti nákupu, ale i ve všech etapách logistického řetězce. Z tohoto důvodu se tak společnost snaží zkrátit dobu přepravy a minimalizovat náklady spojené s přepravou. Tím, že společnost AIMAR LOGISTICS sníží náklady a přepravní časy, dokáže rovněž zabezpečovat si předstih před konkurenty nebo alespoň posilovat svou vlastní pozici v konkurenčním zápolení s nimi. V neposlední řadě jí umožní efektivněji (a často i výkonněji než konkurence) reagovat na změny, které by mohly proběhnout na trhu. Prostřednictvím této optimalizace lze dosáhnout minimalizace délky přepravních cest.

4.4 Ekonomický model

Kazašská logistická společnost AIMAR LOGISTICS má stanoveny určité trasy, které však dle aktuálních potřeb modifikuje. Přeprava probíhá nepravidelně, a to vždy v přímém souladu s potřebami a přáními zákazníků. V praxi to znamená, že si zákazník může zboží objednávat každý den, vždy v závislosti na tom, jaké zboží aktuálně potřebuje. Jednotlivé přepravní trasy, zastávky, načasování aj., to vše si řidiči sami plánují vždy na začátku každého dne, když už mají k dispozici podrobný seznam objednávek, které je potřeba v průběhu příslušného dne doručit. Vždy přitom musí vzít v potaz jak jim dopředu známé otevírací doby jednotlivých minimarketů, tak i možnost vzniku mimořádných situací, jako jsou dopravní zácpy v určitých místech a v určitých časech (často v zahlcených dopravních uzlech), nehodovost, prudké změny počasí aj. Z výše popsaných důvodů tak jmenovaná společnost nemůže s definitivní platností určit pouze jednu typickou trasu, protože využívané trasy jsou každý den odlišné. Při výběru konkrétního pracovního dne proto bylo snahou vysledovat takový den, který by nejlépe odpovídal průměrnému dennímu objemu zakázek společnosti AIMAR LOGISTICS. Nakonec bylo vytipováno hned několik typických dnů, na nichž jsou demonstrovány a vysvětlovány případné možnosti optimalizace. Ze získaných dat byl následně sestaven detailní seznam, který obsahuje jak úplnou adresu jednotlivých minimarketů, tak i údaje informující o hmotnosti příslušné objednávky.

Jednotlivá místa, která je nutné v rámci konkrétní trasy navštívit, a také jejich časová okna s konkrétním objemem objednávek jsou podrobně prezentována v tabulce 1.

Tabulka 1: Vstupní data ilustrující místo dodání a objem jednotlivých objednávek

Číslo	Adresa	Od	Do	Objem objednávky (kg)
1	Kabanbai batyr, 21B	7:00	12:00	106
2	Nurzhol, 14a	7:00	12:00	66
3	Saryarka, 33/1a	8:00	15:00	128
4	Shalkode, 2b	8:00	16:00	154
5	Kabanbai batyr, 62	8:00	15:00	112
6	Kabanbai batyr, 53	8:00	17:00	237
7	Dinmukhamed Konaev	7:00	16:00	84
8	Republic Avenue, 26	8:00	17:00	143
9	Kazhymukan, 13/2	7:00	12:00	110
10	Abylai khan, 38a	8:00	17:00	137
11	Turan, 37/1	7:00	15:00	95
12	Syganak, 4a	7:00	14:00	162
13	Bogenbai batyr, 34/4a	8:00	16:00	182
14	Turan, 55e	7:00	17:00	176
15	Tole bi, 59	8:00	16:00	262

Zdroj: vlastní zpracování

4.5 Matematický model

Každé doručovací místo zahrnuté do tabulky 1 bylo dále doplněno o vzdálenosti mezi ním a dalšími doručovacími místy, k jejichž zjištění byl využit jeden z nejznámějších geoinformačních systémů – mapová aplikace 2GIS používaná napříč městy Kazachstánu od roku 2002. Výchozím i konečným článkem logistického řetězce je centrální sklad, jenž představuje stěžejní prvek pružnosti uspokojování potřeb zákazníků. Zde probíhají jednotlivé nakládky a vykládky zboží. V rámci řešeného okružního problému je nutné navštívit celkem patnáct zákazníků – minimarketů.

Na základě zjištěných dat je dále sestaven detailní model obchodního cestujícího s časovými okny s čekáním vozidla u zákazníka.

Pro výpočet TSPTW byly využity vzdálenosti mezi místy v hodinách. Matice vzdáleností je zaznamenána v tabulce 2.

Tabulka 2: Matice vzdáleností v hodinách

Číslo	Adresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	Sklad	0	0,3	0,4	0,2	0,4	0,5	0,5	0,3	0,2	0,4	0,3	0,3	0,4	0,2	0,5	0,3
2	Kabanbai batyr, 21B	0,3	0	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0	0,1	0,2	0,1	0,1
3	Nurzhol, 14a	0,4	0,1	0	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,4	0,2	0,1	0,1
4	Saryarka, 33/1a	0,2	0,2	0,2	0	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,2	0,2	0,1	0,2	0	0,2	0,2
5	Shalkode, 2b	0,4	0,3	0,2	0,4	0	0,4	0,4	0,2	0,3	0,2	0,2	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3
6	Kabanbai batyr, 62	0,5	0,2	0,2	0,3	0,4	0	0,1	0,2	0,3	0,3	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2
7	Kabanbai batyr, 53	0,5	0,1	0,1	0,3	0,4	0,1	0	0,2	0,3	0,3	0,3	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2
8	Dinmukhamed Konaev	0,3	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0	0,2	0,2	0,2	0,1	0,2	0,2	0,1	0,1
9	Republic Avenue, 26	0,2	0,2	0,2	0,1	0,3	0,3	0,3	0,2	0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1	0,2	0,2
10	Kazhymukan, 13/2	0,4	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2
11	Abylai khan, 38a	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0	0,3	0,3	0,2	0,3	0,3
12	Turan, 37/1	0,3	0	0,1	0,1	0,3	0,1	0,2	0,1	0,2	0,2	0,3	0	0,1	0,1	0,1	0,1
13	Syganak, 4a	0,4	0,1	0,4	0,2	0,4	0,2	0,3	0,2	0,3	0,3	0,3	0,1	0	0,2	0,1	0,1
14	Bogenbai batyr, 34/4a	0,2	0,2	0,2	0	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,2	0,2	0,1	0,2	0	0,2	0,2
15	Turan, 55e	0,5	0,1	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1	0,1	0,2	0	0,1
16	Tole bi, 59	0,3	0,1	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1	0,1	0,2	0,1	0

Zdroj: vlastní zpracování

V dané souvislosti je nutné detailně zmapovat jednotlivá časová okna, která určují časový interval, kdy je zákazník připraven k převzetí zboží od dopravce. Pro účely matematického modelu je potřeba upravit všechna časová okna (čímž vzniknou proměnné e_ia l_i). Pro ilustraci lze uvést následující příklad: Vozidlo vyjíždí z centrálního skladu v 8:00 hod. ráno. Pokud je časové okno od 12:00 hod. do 17:00 hod. a vozidlo vyjíždí v čase 0, tak časový interval je od 4 do 9 hodin. Informace o konkrétní době vykládky byly získány přímo od AIMAR LOGISTICS, která ji určila na základě objemu objednávky.

Tabulka 3: Časová okna

Číslo	Adresa	Od	Do	ei	li
1	Kabanbai batyr, 21B	7:00	12:00	0	4
2	Nurzhol, 14a	7:00	12:00	0	4
3	Saryarka, 33/1a	8:00	15:00	0	7
4	Shalkode, 2b	8:00	16:00	0	8
5	Kabanbai batyr, 62	8:00	15:00	0	7
6	Kabanbai batyr, 53	8:00	17:00	0	9
7	Dinmukhamed Konaev	7:00	16:00	0	8
8	Republic Avenue, 26	8:00	17:00	0	9
9	Kazhymukan, 13/2	7:00	12:00	0	4
10	Abylai khan, 38a	8:00	17:00	0	9
11	Turan, 37/1	7:00	15:00	0	7
12	Syganak, 4a	7:00	14:00	0	6
13	Bogenbai batyr, 34/4a	8:00	16:00	0	8
14	Turan, 55e	7:00	17:00	0	9
15	Tole bi, 59	8:00	16:00	0	8

Zdroj: vlastní zpracování

Rovněž je nutné jasně vymezit čas, který je potřebný pro obsluhu zákazníků. Konkrétní hodnoty stanovené doby obsluhy u jednotlivých zákazníků v hodinách jsou uvedeny v tabulce 4.

Tabulka 4: Doba obsluhy

Číslo	Adresa	Doba obsluhy
1	Kabanbai batyr, 21B	0,25
2	Nurzhol, 14a	0,25
3	Saryarka, 33/1a	0,25
4	Shalkode, 2b	0,25
5	Kabanbai batyr, 62	0,35
6	Kabanbai batyr, 53	0,25
7	Dinmukhamed Konaev	0,25
8	Republic Avenue, 26	0,25
9	Kazhymukan, 13/2	0,25
10	Abylai khan, 38a	0,25
11	Turan, 37/1	0,25
12	Syganak, 4a	0,25
13	Bogenbai batyr, 34/4a	0,25
14	Turan, 55e	0,25
15	Tole bi, 59	0,35

Zdroj: vlastní zpracování

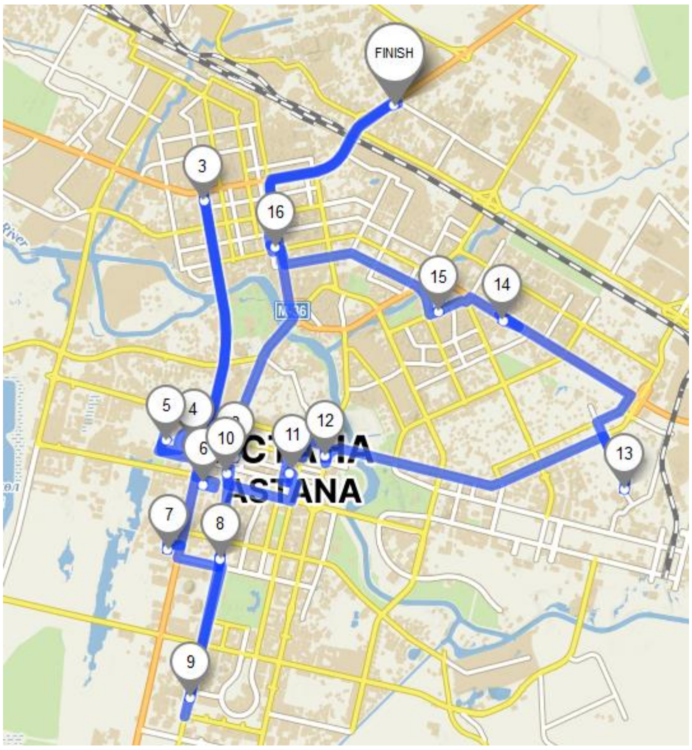
4.6 Řešení úlohy

Po sestavení matematického modelu je možné přikročit k samotnému řešení úlohy.

K výpočtu statické úlohy obchodního cestujícího s časovými okny byl použit již uváděný doplněk pro MS Excel OpenSolver ve verzi 2.9.0.

Pro vybranou trasu je stanoveno, že řidič vyjíždí z výchozího místa v 8:00 hod. Musí přitom dodržet časová okna jednotlivých zákazníků, která jsou uvedena v tabulce 3. Po obsloužení posledního zákazníka se řidič opětovně vrací zpět do výchozího místa. Výsledný okruh pro daný model, jenž přehledně zachycuje obrázek 7, má následující pořadí míst: 1-9-10-11-5-8-3-2-7-6-15-13-16-12-4-14-1.

Obrázek 7: Vypočítaný okruh



Zdroj: mapy.cz (2024)

V následující části práce bude řešení, jež bylo získáno pomocí OpenSolveru, porovnáno s řešením, jež používá pro dopravu sledovaná společnost AIMAR LOGISTICS.

Tabulka 5: Porovnání pořadí míst obsluhy

OpenSolver		AIMAR LOGISTIC	
Číslo	**Adresa**	**Číslo**	**Adresa**
1	Sklad	1	Sklad
14	Bogenbai batyr, 34/4a	12	Turan, 37/1
4	Saryarka, 33/1a	6	Kabanbai batyr, 62
12	Turan, 37/1	7	Kabanbai batyr, 53
16	Tole bi, 59	2	Kabanbai batyr, 21B
13	Syganak, 4a	3	Nurzhol, 14a
15	Turan, 55e	8	Dinmukhamed Konaev, 14g
6	Kabanbai batyr, 62	13	Syganak, 4a
7	Kabanbai batyr, 53	15	Turan, 55e
2	Kabanbai batyr, 21B	16	Tole bi, 59
3	Nurzhol, 14a	5	Shalkode, 2b
8	Dinmukhamed Konaev, 14g	11	Abylai khan, 38a
5	Shalkode, 2b	10	Kazhymukan, 13/2
11	Abylai khan, 38a	9	Republic Avenue, 26
10	Kazhymukan, 13/2	14	Bogenbai batyr, 34/4a
9	Republic Avenue, 26	4	Saryarka, 33/1a
1	Sklad	1	Sklad

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 6: Srovnání tras

	Celková vzdálenost	Celková doba trasy
OpenSolver	65 km	6 h
AIMAR LOGISTIC	77 km	6,3 h

Zdroj: vlastní zpracování

Z výsledků uvedených v tabulce 6 je jednoznačné a zřejmé, že řešení vypočítané pomocí doplňku OpenSolver je ve srovnání s řešením aktuálně používaným společností AIMAR LOGISTICS kratší o 12 km a o 24 minut rychlejší.

Jak již bylo řečeno, dílčí dodávky se vždy odvíjejí od potřeb zákazníků. Proto také dále bude v této práci rozebráno několik možných scénářů, které mohou v praxi reálně nastat.

Konkrétně budou probrány tři různé scénáře z období od 26. května 2023 do 26. listopadu 2023, s nimiž se poskytovatelé služeb setkávali nejčastěji. Vybrané scénáře umožňují hlubší zkoumání tržní dynamiky v příslušném časovém intervalu. Analýza možných scénářů dovolí přesněji a spolehlivě identifikovat faktory ovlivňující efektivitu dopravy.

4.7 Scénář 1

4.7.1 Ekonomický model

Místa, která je nutno navštívit, jsou společně s jejich časovými okny a s objemem objednávek zaneseny do tabulky 7.

Tabulka 7: Vstupní data ekonomického modelu

Číslo	Adresa	Od	Do	Objem (kg)
1	Nurzhol, 14a	7:00	12:00	253
2	Saryarka, 33/1a	8:00	15:00	187
3	Shalkode, 2b	8:00	16:00	315
4	Kabanbai batyr, 53	8:00	17:00	122
5	Republic Avenue, 26	8:00	17:00	285
6	Abylai khan, 38a	8:00	17:00	205
7	Turan, 37/1	7:00	15:00	347
8	Bogenbai batyr, 34/4a	8:00	16:00	136
9	Turan, 55e	7:00	17:00	291

Zdroj: vlastní zpracování

4.7.2 Matematický model

Každé jedno místo bylo dále doplněno o odpovídající vzdálenost mezi sebou. Výchozím místem pro začátek i konec je centrální sklad.

Sestaven tak může být model obchodního cestujícího s časovými okny s čekáním vozidla u zákazníka.

Matice vzdáleností je zaznamenána v následující tabulce 8.

Tabulka 8: Matice vzdáleností v hodinách

Číslo	Adresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Sklad	0,0	0,5	0,2	0,5	0,6	0,2	0,3	0,4	0,2	0,6
2	Nurzhol, 14a	0,5	0,0	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,3	0,1
3	Saryarka, 33/1a	0,2	0,3	0,0	0,5	0,4	0,1	0,3	0,2	0,0	0,2
4	Shalkode, 2b	0,5	0,3	0,5	0,0	0,5	0,4	0,2	0,3	0,5	0,4
5	Kabanbai batyr, 53	0,6	0,2	0,4	0,5	0,0	0,4	0,4	0,2	0,4	0,2
6	Republic Avenue, 26	0,2	0,2	0,1	0,4	0,4	0,0	0,2	0,2	0,1	0,3
7	Abylai khan, 38a	0,3	0,2	0,3	0,2	0,4	0,2	0,0	0,3	0,3	0,4
8	Turan, 37/1	0,4	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	0,3	0,0	0,2	0,1
9	Bogenbai batyr, 34/4a	0,2	0,3	0,0	0,5	0,4	0,1	0,3	0,2	0,0	0,3
10	Turan, 55e	0,6	0,1	0,2	0,4	0,2	0,3	0,4	0,1	0,3	0,0

Zdroj: vlastní zpracování

Časová okna, kdy je zákazník připraven převzít zboží od dopravce, jsou blíže specifikována v další tabulce 9.

Tabulka 9: Časová okna

Číslo	Adresa	Od	Do	ei	li
1	Nurzhol, 14a	7:00	12:00	0	4
2	Saryarka, 33/1a	8:00	15:00	0	7
3	Shalkode, 2b	8:00	16:00	0	8
4	Kabanbai batyr, 53	8:00	17:00	0	9
5	Republic Avenue, 26	8:00	17:00	0	9
6	Abylai khan, 38a	8:00	17:00	0	9
7	Turan, 37/1	7:00	15:00	0	7
8	Bogenbai batyr, 34/4a	8:00	16:00	0	8
9	Turan, 55e	7:00	17:00	0	9

Zdroj: vlastní zpracování

Informace o konkrétním čase, který je potřebný k zajištění obsluhy zákazníků, poskytuje tabulka 10.

Tabulka 10: Doba obsluhy zákazníků

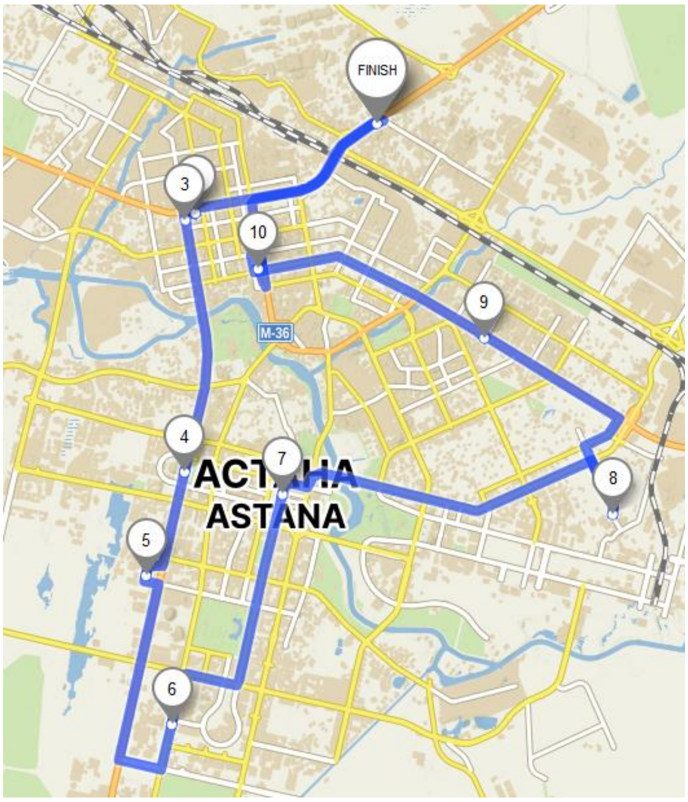
Číslo	Adresa	Doba obsluhy (hod)
1	Nurzhol, 14a	0,35
2	Saryarka, 33/1a	0,25
3	Shalkode, 2b	0,35
4	Kabanbai batyr, 53	0,25
5	Republic Avenue, 26	0,35
6	Abylai khan, 38a	0,35
7	Turan, 37/1	0,35
8	Bogenbai batyr, 34/4a	0,25
9	Turan, 55e	0,35

Zdroj: vlastní zpracování

4.7.3 Řešení úlohy

Výsledný okruh pro daný model tak, jak je patrné z obrázku 8, má následující pořadí míst: 1-9-3-8-10-5-2-4-7-6-1.

Obrázek 8: Vypočítaný okruh



Zdroj: mapy.cz (2024)

Tabulka 11: Porovnání pořadí míst obsluhy

OpenSolver		AIMAR LOGISTICS	
Číslo	**Adresa**	**Číslo**	**Adresa**
1	Sklad	1	Sklad
9	Bogenbai batyr, 34/4a	7	Abylai khan, 38a
3	Saryarka, 33/1a	4	Shalkode, 2b
8	Turan, 37/1	10	Turan, 55e
10	Turan, 55e	8	Turan, 37/1
5	Kabanbai batyr, 53	9	Bogenbai batyr, 34/4a
2	Nurzhol, 14a	3	Saryarka, 33/1a
4	Shalkode, 2b	5	Kabanbai batyr, 53
7	Abylai khan, 38a	2	Nurzhol, 14a
6	Republic Avenue, 26	6	Republic Avenue, 26
1	Sklad	1	Sklad

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 12: Porovnání tras

	Celková vzdálenost	Celková doba trasy
OpenSolver	55 km	4,8 h
AIMAR LOGISTIC	63 km	5 h

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 12 dokládá, že řešení vypočítané pomocí OpenSolver je kratší o 6 km a o 12 minut rychlejší.

4.8 Scénář 2

4.8.1 Ekonomický model

Zevrubný přehled míst, která je zapotřebí navštívit a také jejich časová okna zároveň s objemem objednávek, zajišťuje následující tabulka 13.

Tabulka 13: Vstupní data ekonomického modelu

Číslo	Adresa	Od	Do	Objem (kg)
1	Kabanbai batyr, 21B	7:00	12:00	271
2	Shalkode, 2b	8:00	16:00	382
3	Kabanbai batyr, 62	8:00	15:00	356
4	Dinmukhamed Konaev, 14g	7:00	16:00	123
5	Republic Avenue, 26	8:00	17:00	319
6	Kazhymukan, 13/2	7:00	12:00	204
7	Syganak, 4a	7:00	14:00	189
8	Bogenbai batyr, 34/4a	8:00	16:00	167
9	Tole bi, 59	8:00	16:00	297

Zdroj: vlastní zpracování

4.8.1 Matematický model

Matice vzdáleností, tj. matice sousednosti pro hodnocené minimarkety, je zaznamenána v tabulce 14.

Tabulka 14: Matice vzdáleností v hodinách

Číslo	Adresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Sklad	0,0	0,4	0,5	0,7	0,4	0,2	0,5	0,5	0,2	0,4
2	Kabanbai batyr, 21B	0,4	0,0	0,3	0,2	0,1	0,3	0,3	0,1	0,3	0,1
3	Shalkode, 2b	0,5	0,3	0,0	0,5	0,3	0,4	0,2	0,5	0,5	0,4
4	Kabanbai batyr, 62	0,7	0,2	0,5	0,0	0,2	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3
5	Dinmukhamed Konaev, 14g	0,4	0,1	0,3	0,2	0,0	0,2	0,2	0,2	0,3	0,1
6	Republic Avenue, 26	0,2	0,3	0,4	0,4	0,2	0,0	0,2	0,3	0,1	0,2
7	Kazhymukan, 13/2	0,5	0,3	0,2	0,4	0,2	0,2	0,0	0,4	0,2	0,3
8	Syganak, 4a	0,5	0,1	0,5	0,3	0,2	0,3	0,4	0,0	0,3	0,1
9	Bogenbai batyr, 34/4a	0,2	0,3	0,5	0,3	0,3	0,1	0,2	0,3	0,0	0,3
10	Tole bi, 59	0,4	0,1	0,4	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,3	0,0

Zdroj: vlastní zpracování

Bližší přehled o časových oknech si lze udělat náhledem na tabulku 15:

Tabulka 15: Časová okna

Číslo	Adresa	Od	Do	ei	li
1	Kabanbai batyr, 21B	7:00	12:00	0	4
2	Shalkode, 2b	8:00	16:00	0	8
3	Kabanbai batyr, 62	8:00	15:00	0	7
4	Dinmukhamed Konaev, 14g	7:00	16:00	0	8
5	Republic Avenue, 26	8:00	17:00	0	9
6	Kazhymukan, 13/2	7:00	12:00	0	4
7	Syganak, 4a	7:00	14:00	0	6
8	Bogenbai batyr, 34/4a	8:00	16:00	0	8
9	Tole bi, 59	8:00	16:00	0	8

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 16 poukazuje na čas potřebný k obsluze zákazníků.

Tabulka 16: Doba obsluhy zákazníků

Číslo	Adresa	Doba obsluhy (hod)
1	Kabanbai batyr, 21B	0,35
2	Shalkode, 2b	0,35
3	Kabanbai batyr, 62	0,35
4	Dinmukhamed Konaev, 14g	0,25
5	Republic Avenue, 26	0,35
6	Kazhymukan, 13/2	0,35
7	Syganak, 4a	0,25
8	Bogenbai batyr, 34/4a	0,25
9	Tole bi, 59	0,35

Zdroj: vlastní zpracování

4.8.1 Řešení úlohy

Tabulka 17 umožňuje získat dobrý zběžný přehled o tom, jak bylo pořadí jednotlivých míst obsluhy stanoveno pomocí OpenSolver a jak a s jakými konkrétními rozdíly je stanovuje sama společnost AIMAR LOGISTICS.

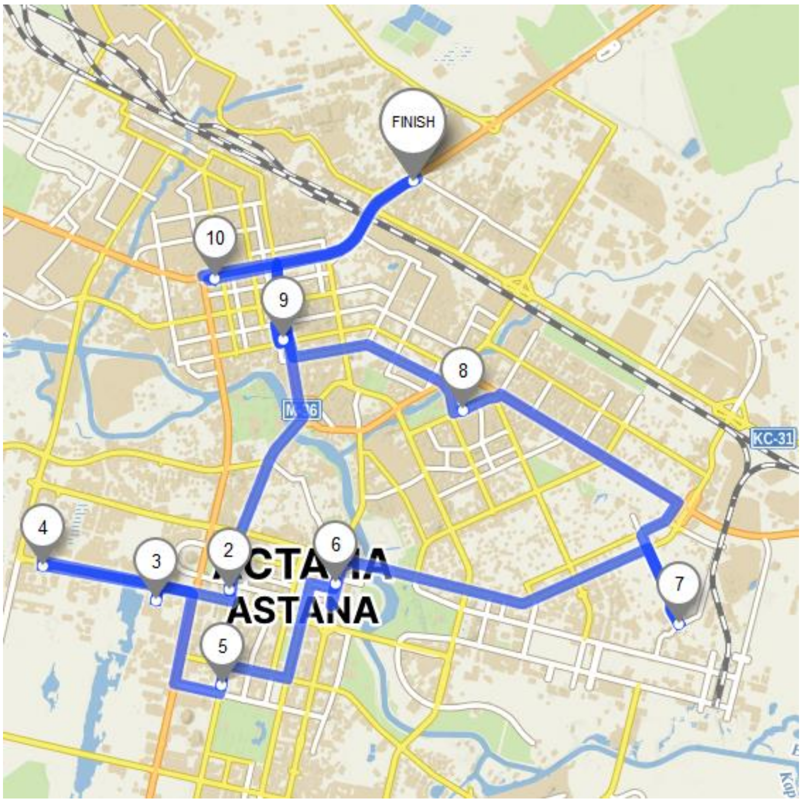
Tabulka 17: Porovnání pořadí míst obsluhy

OpenSolver		AIMAR LOGISTICS	
Číslo	**Adresa**	**Číslo**	**Adresa**
1	Sklad	1	Sklad
2	Kabanbai batyr, 21B	6	Republic Avenue, 26
10	Tole bi, 59	10	Tole bi, 59
8	Syganak, 4a	8	Syganak, 4a
4	Kabanbai batyr, 62	2	Kabanbai batyr, 21B
5	Dinmukhamed Konaev, 14g	7	Kazhymukan, 13/2
3	Shalkode, 2b	3	Shalkode, 2b
7	Kazhymukan, 13/2	5	Dinmukhamed Konaev, 14g
6	Republic Avenue, 26	4	Kabanbai batyr, 62
9	Bogenbai batyr, 34/4a	9	Bogenbai batyr, 34/4a
1	Sklad	1	Sklad

Zdroj: vlastní zpracování

Výsledný okruh pro daný model má následující pořadí míst: 1-2-10-8-4-5-3-7-6-9-1 (blíže viz obrázek 9).

Obrázek 9: Vypočítaný okruh



Zdroj: mapy.cz (2024)

Tabulka 18: Porovnání tras

	Celková vzdálenost	Celková doba trasy
OpenSolver	61 km	4,8 h
AIMAR LOGISTICS	67 km	5 h

Zdroj: vlastní zpracování

Vypočítané řešení pomocí OpenSolver je i v tomto případě kratší, a to o 6 km, a rychlejší o 12 minut.

4.9 Scénář 3

4.9.1 Ekonomický model

Také do přehledové tabulky 19 jsou zaneseny údaje o místech, která je nutné navštívit, doplněné o jejich časová okna a objem objednávek.

Tabulka 19: Vstupní data ekonomického modelu

Číslo	Adresa	Od	Do	Objem (kg)
1	Beibitshilik 35a	7:00	12:00	215
2	Dostyk 9/2	8:00	15:00	327
3	Kabanbai batyr 21B	8:00	17:00	313
4	Turan 32a	8:00	10:00	231
5	Alexandra boraeva 13a	8:00	17:00	309
6	Mangilik el 10a	7:00	11:00	243
7	Republic Avenue, 1/1a	7:00	14:00	305
8	Nurgisa Tledinova 3/3g	7:00	12:00	206

Zdroj: vlastní zpracování

4.9.1 Matematický model

Komparační tabulka rozložení, resp. matice vzdáleností v hodinách, má v daném případě následující podobu:

Tabulka 20: Matice vzdáleností v hodinách

Číslo	Adresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Sklad	0,0	0,2	0,5	0,4	0,4	0,2	0,4	0,2	0,3
2	Beibitshilik 35a	0,2	0,0	0,3	0,2	0,3	0,1	0,3	0,1	0,2
3	Dostyk 9/2	0,5	0,3	0,0	0,0	0,1	0,2	0,1	0,2	0,3
4	Kabanbai batyr 21B	0,4	0,2	0,0	0,0	0,1	0,2	0,1	0,1	0,3
5	Turan 32a	0,4	0,3	0,1	0,1	0,0	0,2	0,1	0,2	0,3
6	Alexandra boraeva 13a	0,2	0,1	0,2	0,2	0,2	0,0	0,2	0,0	0,3
7	Mangilik el 10a	0,4	0,3	0,1	0,1	0,1	0,2	0,0	0,1	0,4
8	Republic Avenue, 1/1a	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2	0,0	0,1	0,0	0,3
9	Nurgisa Tledinova 3/3g	0,3	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,4	0,3	0,0

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 21: Časová okna

Číslo	Adresa	Od	Do	ei	li
1	Beibitshilik 35a	7:00	12:00	0	4
2	Dostyk 9/2	8:00	15:00	0	7
3	Kabanbai batyr 21B	8:00	17:00	0	9
4	Turan 32a	8:00	10:00	0	2
5	Alexandra boraeva 13a	8:00	17:00	0	9
6	Mangilik el 10a	7:00	11:00	0	3
7	Republic Avenue, 1/1a	7:00	14:00	0	6
8	Nurgisa Tledinova 3/3g	7:00	12:00	0	4

Zdroj: vlastní zpracování

Celkový čas potřebný k obsluze vybraných minimarketů je pro přehlednost zaznamenán v tabulce 22.

Tabulka 22: Doba obsluhy

Číslo	Adresa	Doba obsluhy
1	Beibitshilik 35a	0,35
2	Dostyk 9/2	0,35
3	Kabanbai batyr 21B	0,35
4	Turan 32a	0,35
5	Alexandra boraeva 13a	0,35
6	Mangilik el 10a	0,35
7	Republic Avenue, 1/1a	0,35
8	Nurgisa Tledinova 3/3g	0,35

Zdroj: vlastní zpracování

4.9.1 Řešení úlohy

Také v tomto případě bylo zjišťováno, jak OpenSolver vyhodnotí pořadí jednotlivých míst obsluhy a do jaké míry se takto určené pořadí bude lišit od toho, který uplatňuje sledovaná společnost AIMAR LOGISTICS.

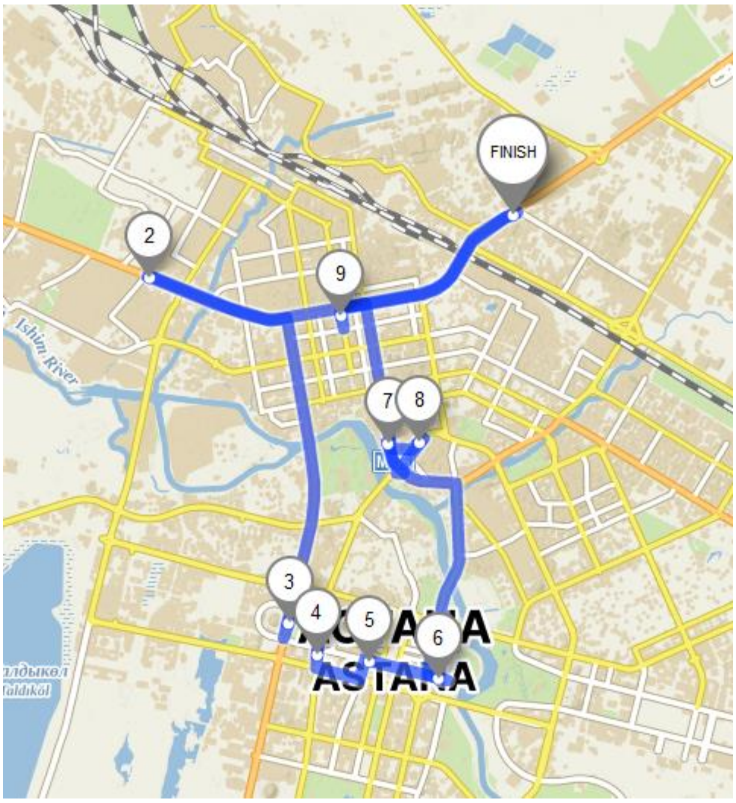
Tabulka 23: Porovnání pořadí míst obsluhy

OpenSolver		AIMAR LOGISTICS	
Číslo	**Adresa**	**Číslo**	**Adresa**
1	Sklad	1	Sklad
9	Nurgisa Tledinova 3/3g	8	Republic Avenue, 1/1a
5	Turan 32a	2	Beibitshilik 35a
4	Kabanbai batyr 21B	6	Alexandra boraeva 13a
3	Dostyk 9/2	7	Mangilik el 10a
7	Mangilik el 10a	3	Dostyk 9/2
8	Republic Avenue, 1/1a	4	Kabanbai batyr 21B
6	Alexandra boraeva 13a	5	Turan 32a
2	Beibitshilik 35a	9	Nurgisa Tledinova 3/3g
1	Sklad	1	Sklad

Zdroj: vlastní zpracování

Výsledný okruh pro daný model (viz mapa na obrázku 9) má následující pořadí míst: 1-9-5-4-3-7-8-6-2-1.

Obrázek 10: Vypočítaný okruh



Zdroj: mapy.cz (2024)

Tabulka 24: Porovnání tras

	Celková vzdálenost	**Celková doba trasy**
OpenSolver	38 km	4 h
AIMAR LOGISTICS	41 km	4,1 h

Zdroj: vlastní zpracování

Vypočítané řešení pomocí OpenSolver je v daném případě kratší o 3 km a o 6 minut rychlejší (blíže viz tabulka 24).

5 Výsledky a diskuze

Logistika představuje naprosto stěžejní téma pro celou řadu firem. Prim přitom vždy nepochybně hraje její cena.

V této souvislosti si také firmy pokládají dvě zcela zásadní otázky:

1. Jak na logistice ušetřit?
2. Kde se skrývají nejzajímavější příležitosti?

Závěrem této práce již bude podrobněji rozebráno pouze řešení číslo 1. Důvodem je především to, že právě s tímto řešením se přímo pojí nejvyšší potenciál k optimalizaci a největší možnosti růstu. Řešení získané pomocí OpenSolveru totiž pomohlo odhalit, že přijetím vybraných změn je možné ujet o 12 kilometrů kratší trasu a ušetřit tak téměř půl hodiny (přesně 24 minut) času denně.

Z dat, která pro účely prezentované práce poskytla přímo společnost AIMAR LOGISTICS, jednoznačně plyne, že podobnou trasu je nutné absolvovat přibližně 6krát za měsíc nebo 72krát za rok. Nákladní vozidlo, jímž je veškeré zboží do jednotlivých minimarketů dopravováno, přitom spotřebovává průměrně 9 litrů dieselového paliva na 100 kilometrů. Při zohlednění cen pohonných hmot v roce 2024 v Kazachstánu, kde stojí jeden litr dieselového paliva v přepočtu 18 Kč, je zřejmé, že by společnost AIMAR LOGISTICS mohla ročně v přepočtu ušetřit 1 404 Kč. Také by bylo možné ušetřit na mzdě řidiče. Při průměrném zrychlení trasy o 24 minut za rok by společnost ušetřila na mzdě řidiče v přepočtu asi 2 880 Kč. Celková úspora nákladů by tak v tomto případě činila 4 284 Kč.

V tomto případě tedy zjištěné výsledky a hodnoty jasně potvrzují, že řešení získané pomocí OpenSolver je lepší (optimálnější) ve srovnání se současným řešením uplatňovaným společností AIMAR LOGISTICS. Proto by bylo nanejvýš vhodné, aby společnost vymezila osm až deset základních využívaných tras a ty optimalizovala tak, aby posloužily jako vhodná šablona a aby je bylo možné modifikovat v souladu s jejími měnícími se potřebami. Toto přijaté opatření by bylo pro společnost velmi přínosné i v okamžiku, kdy by firma začala ve svém podnikání růst a expandovat a pořídila by si další nákladní automobil či rovnou několik dalších automobilů.

Výhodou a zároveň užitkem vypočítaného řešení prostřednictvím OpenSolver je to, že je výrazně efektivnější než řešení doposavad používané společností AIMAR LOGISTICS. Na druhé straně však nelze přehlížet ani možné nevýhody a problémy.

Jednou z nesporných nevýhod je v daném případě časová náročnost sestavení matematického modelu. Za určitou nevýhodu lze považovat také skutečnost, že by si řidiči museli osvojit potřebné znalosti matematických metod.

6 Závěr

Předkládaná bakalářská práce se podrobně zabývala otázkou optimalizace tras kazašské společnosti AIMAR LOGISTICS, jejímž předmětem podnikání je rozvoz vody, nealkoholických nápojů do minimarketů ve více než milionové Astaně. Jak známo, jedině společnost, která systematicky přezkušuje veškeré vnitropodnikové i mezipodnikové pohyby zboží a toky materiálů za účelem identifikace racionalizačních potenciálů až ke snížení nákladů (tj. naplňuje vnitřní logistické cíle), má možnost obstát ve srovnání se svými konkurenty. Logistika totiž nemá jen poukazovat na potenciál ke snížení nákladů a ten také prakticky využívat, ale neméně důležitou cílovou veličinou, jíž má sledovat a v praxi sleduje, je i zvyšování kvality orientované na zákazníka. V daném případě je řeč především o kvalitě dodávek a poskytovaného servisu. A právě zde sledovaná redukce průběžných časů, zvýšení flexibility, zlepšení dodržování termínů, zlepšení dodavatelské připravenosti, zkrácení dodacích časů či redukce společných nákladů, to vše jsou důležitá kritéria z řady významných cílových kritérií při zavádění logistiky orientované na náklady či na trh.

V teoretické části byl podrobněji vysvětlen pojem logistika a zmíněno, že má svůj původ v oblasti vojenství a zásobování armády. Dále byl definován pojem operační výzkum, přiblížena jeho historie a uvedena klasifikace. Prostor získalo také pojednání o jednotlivých fázích řešení rozhodovacího procesu dle Jana Fábryho, na jejichž základě byla zpracována praktická část této práce.

Poté byla přehledně rozebrána statická úloha obchodního cestujícího s časovými okny. A dále byl představen doplněk, který byl použit k řešení statické úlohy obchodního cestujícího, tj. OpenSolver – doplněk pro tabulkový kalkulátor MS Excel, jenž nejen rozšiřuje, ale rovněž i přidává funkce již vestavěnému řešiteli v MS Excel.

Ve vlastní práci byla nejprve představena kazašská společnost AIMAR LOGISTICS a popsán jí používaný optimalizační systém. Poté byl řešen vytyčený okružní dopravní problém dle fází rozhodovacího procesu uvedených v teoretické části. Závěrečná interpretace výsledků a jejich zhodnocení utváří klíčovou část celé práce, kde se zároveň odhaluje přínos i hodnota provedeného výzkumu. Výsledky této práce poskytují ucelený pohled na možnosti optimalizace dopravy ve společnosti AIMAR LOGISTICS.

Navržené trasy jednoznačně prokázaly a potvrdily úspornost a efektivnost tím, že oproti původním trasám nově zkrátily celkovou délku tras. Výsledky řešení na výzkumu participující společnost AIMAR LOGISTICS velmi ochotně převzala k internímu projednání i k případnému následnému praktickému použití. Vzhledem k tomu, že doprava probíhá ve zkoumaném případě pouze nepravidelně, existuje o to intenzivnější potřeba častějšího optimalizování využívaných tras, a to především při začleňování dalších míst do okružních tras.

Proto by bylo vhodné, jak již bylo shora opakovaně zdůrazněno, vytvořit několik základních tras, které by mohly sloužit jako důležitý parametr šablony.

7 Seznam použitých zdrojů

BOX, George E. P. a LUCEÑO, Alberto, 1997. *Statistical control by monitoring and feedback adjustment*. New York: Wiley. ISBN 978-0-4711-9046-2.

DRAHOTSKÝ, Ivo a ŘEZNÍČEK, Bohumil, 2003. *Logistika – procesy a jejich řízení*. Praxe manažera (Computer Press). Brno: Computer Press. ISBN 80-7226-521-0.

FÁBRY, Jan, 2006. *Dynamické okružní a rozvozní úlohy*. Praha. Disertační práce. Vysoká škola ekonomická, Fakulta informatiky a statistiky.

FÁBRY, Jan, 2007. *Matematické modelování*. Praha: Oeconomica. ISBN 978-80-245-1266-2.

FÁBRY, Jan, 2011. *Matematické modelování*. Praha: Professional Publishing. ISBN 978-80-7431-066-9.

FÁBRY, Jan, 2019. *Operační výzkum pro prezenční a kombinovanou formu studia*. Mladá Boleslav: ŠAVŠ. ISBN 978-80-87042-84-7.

FIALA, Petr a kol., 2010. *Operační výzkum: nové trendy*. Praha: Professional Publishing. ISBN 978-80-7431-036-2.

JABLONSKÝ, Josef, 1996. *Operační výzkum.* Praha: Vysoká škola ekonomická. ISBN 80-7079-031-8.

JABLONSKÝ, Josef, 1998. *Operační výzkum*. 2. vyd. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze: Ediční oddělení VŠE Praha. ISBN 80-7079-597-2.

JABLONSKÝ, Josef, 2007. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. 3. vyd. Praha: Professional Publishing. ISBN 978-80-86946-44-3.

KISLINGEROVÁ, Eva, 2007. *Úvod do podnikového hospodářství*. 2. vyd. Praha: C. H. Beck. ISBN 978-80-7179-897-2.

KLAPKA, Jindřich; DVOŘÁK, Jiří a POPELA, Pavel, 1996. *Metody operačního výzkumu*. Brno: Vysoké učení technické. ISBN 80-214-0817-0.

PELIKÁN, Jan, 2001. *Diskrétní modely v operačním výzkumu*. Brno: Professional Publishing. ISBN 80-86419-17-7.

RAIS, Karel, 2005. *Základy optimalizace a rozhodování*. 10. vyd. Brno: Zdeněk Novotný, ISBN 80-7355-051-2.

SIXTA, Josef a MAČÁT, Václav, 2005. *Logistika: teorie a praxe*. Business books (CP Books). Brno: CP Books. ISBN 80-251-0573-3.

SIXTA, Josef a ŽIŽKA, Miroslav, 2009. *Logistika: metody používané pro řešení logistických projektů*. Praxe manažera (Computer Press). Brno: Computer Press. ISBN 978-80-251-2563-2.

SVATOŠ, M. a kol., 2009. *Zahraniční obchod: Teorie a praxe*. Praha: Grada. ISBN 978-80-247-6732-1.

ŠUBRT, Tomáš a kol., 2011. *Ekonomicko-matematické metody*. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk. ISBN 978-80-7380-345-2.

Internetové zdroje

BRADLEY, Hax, 1977. *Applied Mathematical Programming* [online]. [cit. 2024-03-05]. ISBN 978-0-2010-0464-9. Dostupné z: http://web.mit.edu/15.053/www/AMP.htm

CSCMP, 2024. [online]. Supply Chain Management Definitions and Glossary [cit. 2024-03-05]. Dostupné z: https://cscmp.org/CSCMP/Educate/SCM_Definitions_and_Glossary_of_Terms.aspx

Logistics. In: *Oxford Learners Dictionaries* [online]. [cit. 2024-03-05]. Dostupné z: https://www.oxfordlearnersdictionaries.com/definition/english/logistics?q=logistics

MEOLA, Andrew, 2016. Logic. In: *Dictionary Merriam-webster* [online]. [cit. 2024-03-06]. Dostupné z: https://www.merriam-webster.com/dictionary/logic

OpenSolver, 2024. [online]. [cit. 2024-03-03]. Dostupné z: https://opensolver.org/

8 Seznam obrázků, tabulek a zkratek

8.1 Seznam obrázků

8.2 Seznam tabulek

8.3 Seznam zkratek

ČLA	Česká logistická asociace z.s.
MTZ	Miller, Tucker, Zemlin
TSPTW	Traveling salesman problem with time windows

Přílohy

Příloha A: Seznam objednávek (základní)

Číslo	Adresa	Do	Objem (kg)
1	Kabanbai batyr, 21B	12:00	106
3	Nurzhol, 14a	12:00	66
4	Saryarka, 33/1a	15:00	128
5	Shalkode, 2b	16:00	154
6	Kabanbai batyr, 62	15:00	112
7	Kabanbai batyr, 53	17:00	237
8	Dinmukhamed Konaev	16:00	84
9	Republic Avenue, 26	17:00	143
10	Kazhymukan, 13/2	12:00	110
11	Abylai khan, 38a	17:00	137
12	Turan, 37/1	15:00	95
13	Syganak, 4a	14:00	162
14	Bogenbai batyr, 34/4a	16:00	182
15	Turan, 55e	17:00	176
16	Tole bi, 59	16:00	262

Příloha B: Seznam objednávek (Scénář 1)

Číslo	Adresa	Do	Objem (kg)
1	Nurzhol, 14a	12:00	253
2	Saryarka, 33/1a	15:00	187
3	Shalkode, 2b	16:00	315
4	Kabanbai batyr, 53	17:00	122
5	Republic Avenue, 26	17:00	285
6	Abylai khan, 38a	17:00	205
7	Turan, 37/1	15:00	347
8	Bogenbai batyr, 34/4a	16:00	136
9	Turan, 55e	17:00	291

Příloha C: Seznam objednávek (Scénář 2)

Číslo	Adresa	Do	Objem (kg)
1	Kabanbai batyr, 21B	12:00	271
2	Shalkode, 2b	16:00	382
3	Kabanbai batyr, 62	15:00	356
4	Dinmukhamed Konaev, 14g	16:00	123
5	Republic Avenue, 26	17:00	319
6	Kazhymukan, 13/2	12:00	204
7	Syganak, 4a	14:00	189
8	Bogenbai batyr, 34/4a	16:00	167
9	Tole bi, 59	16:00	297

Příloha D: Seznam objednávek (Scénář 3)

Číslo	Adresa	Do	Objem (kg)
1	Beibitshilik 35a	12:00	215
2	Dostyk 9/2	15:00	327
3	Kabanbai batyr 21B	17:00	313
4	Turan 32a	10:00	231
5	Alexandra boraeva 13a	17:00	309
6	Mangilik el 10a	11:00	243
7	Prospect of the Republic 1/1a	14:00	305
8	Nurgisa Tledinova 3/3g	12:00	206

Příloha E: Matice vzdáleností v kilometrech (základní)

Číslo	Adresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	Sklad	0	0,3	0,4	0,2	0,4	0,5	0,5	0,3	0,2	0,4	0,3	0,3	0,4	0,2	0,5	0,3
2	Kabanbai batyr, 21B	0,3	0	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0	0,1	0,2	0,1	0,1
3	Nurzhol, 14a	0,4	0,1	0	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,4	0,2	0,1	0,1
4	Saryarka, 33/1a	0,2	0,2	0,2	0	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,2	0,2	0,1	0,2	0	0,2	0,2
5	Shalkode, 2b	0,4	0,3	0,2	0,4	0	0,4	0,4	0,2	0,3	0,2	0,2	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3
6	Kabanbai batyr, 62	0,5	0,2	0,2	0,3	0,4	0	0,1	0,2	0,3	0,3	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2
7	Kabanbai batyr, 53	0,5	0,1	0,1	0,3	0,4	0,1	0	0,2	0,3	0,3	0,3	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2
8	Dinmukhamed Konaev	0,3	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0	0,2	0,2	0,2	0,1	0,2	0,2	0,1	0,1
9	Republic Avenue, 26	0,2	0,2	0,2	0,1	0,3	0,3	0,3	0,2	0	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1	0,2	0,2
10	Kazhymukan, 13/2	0,4	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2
11	Abylai khan, 38a	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0	0,3	0,3	0,2	0,3	0,3
12	Turan, 37/1	0,3	0	0,1	0,1	0,3	0,1	0,2	0,1	0,2	0,2	0,3	0	0,1	0,1	0,1	0,1
13	Syganak, 4a	0,4	0,1	0,4	0,2	0,4	0,2	0,3	0,2	0,3	0,3	0,3	0,1	0	0,2	0,1	0,1
14	Bogenbai batyr, 34/4a	0,2	0,2	0,2	0	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,2	0,2	0,1	0,2	0	0,2	0,2
15	Turan, 55e	0,5	0,1	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1	0,1	0,2	0	0,1
16	Tole bi, 59	0,3	0,1	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1	0,1	0,2	0,1	0

Příloha F: Matice vzdáleností v kilometrech (Scénář 1)

Číslo	Adresa	1	3	4	5	7	9	11	12	14	15
1	Sklad	0,0	0,5	0,2	0,5	0,6	0,2	0,3	0,4	0,2	0,6
2	Nurzhol, 14a	0,5	0,0	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,3	0,1
3	Saryarka, 33/1a	0,2	0,3	0,0	0,5	0,4	0,1	0,3	0,2	0,0	0,2
4	Shalkode, 2b	0,5	0,3	0,5	0,0	0,5	0,4	0,2	0,3	0,5	0,4
5	Kabanbai batyr, 53	0,6	0,2	0,4	0,5	0,0	0,4	0,4	0,2	0,4	0,2
6	Republic Avenue, 26	0,2	0,2	0,1	0,4	0,4	0,0	0,2	0,2	0,1	0,3
7	Abylai khan, 38a	0,3	0,2	0,3	0,2	0,4	0,2	0,0	0,3	0,3	0,4
8	Turan, 37/1	0,4	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	0,3	0,0	0,2	0,1
9	Bogenbai batyr, 34/4a	0,2	0,3	0,0	0,5	0,4	0,1	0,3	0,2	0,0	0,3
10	Turan, 55e	0,6	0,1	0,2	0,4	0,2	0,3	0,4	0,1	0,3	0,0

Příloha G: Matice vzdáleností v kilometrech (Scénář 2)

Číslo	Adresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Sklad	0,0	0,4	0,5	0,7	0,4	0,2	0,5	0,5	0,2	0,4
2	Kabanbai batyr, 21B	0,4	0,0	0,3	0,2	0,1	0,3	0,3	0,1	0,3	0,1
3	Shalkode, 2b	0,5	0,3	0,0	0,5	0,3	0,4	0,2	0,5	0,5	0,4
4	Kabanbai batyr, 62	0,7	0,2	0,5	0,0	0,2	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3
5	Dinmukhamed Konaev, 14g	0,4	0,1	0,3	0,2	0,0	0,2	0,2	0,2	0,3	0,1
6	Republic Avenue, 26	0,2	0,3	0,4	0,4	0,2	0,0	0,2	0,3	0,1	0,2
7	Kazhymukan, 13/2	0,5	0,3	0,2	0,4	0,2	0,2	0,0	0,4	0,2	0,3
8	Syganak, 4a	0,5	0,1	0,5	0,3	0,2	0,3	0,4	0,0	0,3	0,1
9	Bogenbai batyr, 34/4a	0,2	0,3	0,5	0,3	0,3	0,1	0,2	0,3	0,0	0,3
10	Tole bi, 59	0,4	0,1	0,4	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1	0,3	0,0

Příloha H: Matice vzdáleností v kilometrech (Scénář 3)

Číslo	Adresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Sklad	0,0	0,2	0,5	0,4	0,4	0,2	0,4	0,2	0,3
2	Nurzhol, 14a	0,2	0,0	0,3	0,2	0,3	0,1	0,3	0,1	0,2
3	Saryarka, 33/1a	0,5	0,3	0,0	0,0	0,1	0,2	0,1	0,2	0,3
4	Shalkode, 2b	0,4	0,2	0,0	0,0	0,1	0,2	0,1	0,1	0,3
5	Kabanbai batyr, 53	0,4	0,3	0,1	0,1	0,0	0,2	0,1	0,2	0,3
6	Republic Avenue, 26	0,2	0,1	0,2	0,2	0,2	0,0	0,2	0,0	0,3
7	Abylai khan, 38a	0,4	0,3	0,1	0,1	0,1	0,2	0,0	0,1	0,4
8	Turan, 37/1	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2	0,0	0,1	0,0	0,3
9	Bogenbai batyr, 34/4a	0,3	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,4	0,3	0,0