

Univerzita Palackého v Olomouci

Přírodovědecká fakulta

Katedra experimentální fyziky/Společná laboratoř optiky



Digitální holografie a její aplikace v prostředí Matlab

Diplomová práce

Vypracovala: Bc. Petra Nováková

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Dušan Mandát

Studijní obor: magisterské studium Aplikovaná fyzika

Forma studia: prezenční

Datum odevzdání: 9.8.2011

Bibliografická identifikace

Autor: Bc. Petra Nováková

Název práce: Digitální holografie a její aplikace v prostředí Matlab

Typ práce: Diplomová práce

Pracoviště: Katedra experimentální fyziky

Vedoucí práce: Mgr. Dušan Mandát

Rok obhajoby práce: 2011

Abstrakt:

Práce se zabývá holografií a digitální holografií, interferencí světla, záznamem světla a fotoelasticitami. Je brán zřetel především na holografii. Využívá se programovacího prostředí Matlab na tvorbu aplikací v tomto prostředí. Byla navržena experimentální sestava pro holografický záznam a využití digitální holografie.

Klíčová slova: holografie, digitální holografie, holografická interference, fotoelasticimetrie, holografická fotoelasticimetrie, holografická mikroskopie.

Počet stran: 83

Jazyk: český

Bibliographical identification

Author: Bc. Petra Nováková

Title: Digital holography and Matlab applications

Type of thesis: graduation thesis

Department: Department of Experimental physics

Supervisor: Mgr. Dušan Mandát

The year of presentation: 2011

Abstract:

This work treats holography and digital holography, the interference of light, recording light and photoelasticimetry. It describes interference, photoelasticimetry and holography. Matlab was used to produce application in this environment. Experimental assembly was designed for holographic recording and use of digital holography.

Keywords: holography, digital holography, holographic interference, photoelasticity, holographic photoelasticity, holographic microscopy.

Number of pages: 83

Language: czech

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci vypracovala samostatně pod vedením Mgr. Dušana Mandáta, a že jsem použila zdrojů, které cituji a uvádím v seznamu použitých zdrojů.

V Olomouci dne

.....

podpis

Touto cestou bych chtěla poděkovat vedoucímu práce Mgr. Dušanovi Mandátovi za ochotu mou práci vést a být mi nápomocen.

Tato práce vznikla za podpory studentského projektu Univerzity Palackého „Koherentní a nelineární optika – Vybrané kapitoly II.“, IGA PřF – 2011-009.

Obsah:

Úvod	8
1. Vývoj holografie	9
2. Vybrané vlnové vlastnosti světla	13
2.1 Vlnová podstata světla	13
2.2 Interference	15
2.3 Fourierovská optika	18
2.4 Difrakce	19
2.4.1 Fraunhoferova difrakce	22
2.4.2 Fresnelova difrakce	23
3. Holografie	24
3.1 Záznam hologramu	24
3.1.1 Záznamové materiály	26
3.2 Rekonstrukce hologramu	28
3.3 Klasifikace hologramů	31
4. Digitální holografie	35
4.1 Digitální záznam hologramu	35
4.2 Numerická rekonstrukce hologramu	40
5. Fotoelasticimetrie	44
5.1 Princip fotoelasticimetrie	46
6. Významné holografické aplikace	51
6.1 Holografická interferometrie	51
6.2 Holografická fotoelasticimetrie	53
6.3 Holografická mikroskopie	55
6.4 Využití hologramů	57
7. Prostředí Matlab	61
7.1 Historie Matlabu	61
7.2 Vlastnosti Matlabu	62
8. Experimentální část	64
8.1 Vybavení experimentu	64

8.2 Experimentální soustava	66
8.3 Výsledky měření	67
Závěr	76
Seznam použitých zdrojů	77
Seznam symbolů	81
Přílohy	82

Úvod

Lidé odedávna zobrazovali to, co viděli kolem sebe, různými způsoby (ve formě maleb, soch, ...) a za různým účelem (malování příběhů, náboženské důvody, portréty,...). Touha po přesnosti zobrazování se vyvíjela spolu s lidským myšlením, až dospěla do fáze, kdy lidé chtěli tímto způsobem objekty nejen pozorovat, ale také blíže zkoumat

Tato diplomová práce s názvem „Digitální holografie a její aplikace v prostředí Matlab“ čtenáře seznamuje s problematikou digitální holografie nejen jako s zobrazovací metodou, ale také jako s metodou měřící. Práce nepřináší žádnou významnou inovaci či převratný objev, cílem však je přehledně seřadit základní poznatky o principech digitální holografie a její aplikaci v kombinaci spolu s jinými metodami. Práce tak volně navazuje na mou bakalářskou práci „Aplikace fotoelasticimetrie pro zjištění vnitřního napětí ve skle“ obhájenou v roce 2009, viz. kapitola 6.2 Holografická fotoelasticimetrie.

V práci jsou zachyceny základní principy holografie a digitální holografie. Pro svou dobrou rozlišovací schopnost je digitální holografie dobře využitelná v průmyslu. S pomocí této metody je možné nacházet poruchy povrchu, měřit deformace, či např. vibrace v určitém směru. Součástí práce je tedy i návrh a realizace experimentu pro holografický záznam.

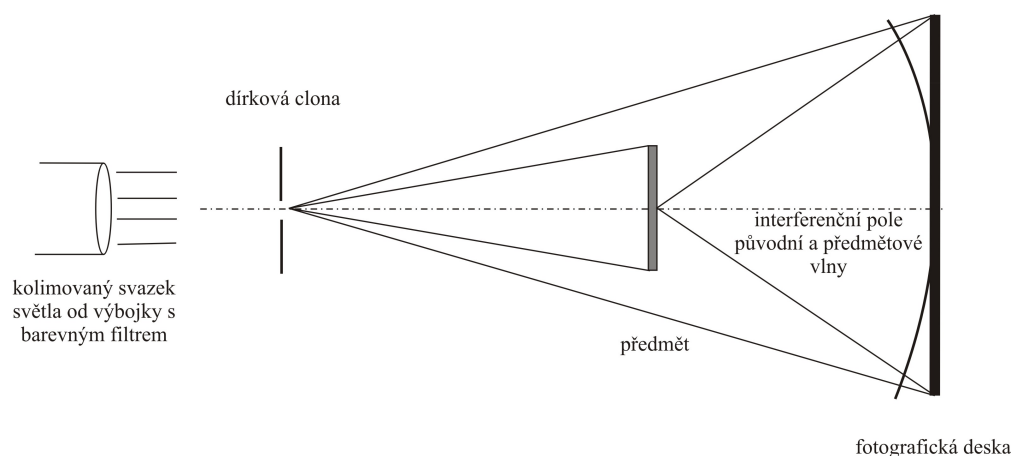
Cílem práce je seznámení se a pochopení problematiky okolo digitální holografie a její aplikací.

1. Vývoj holografie

Pojem holografie je složen ze dvou slov původem z řečtiny : *holos* (v překladu celkový, úplný) a *graphein* (v překladu záznam). Název holografie byl vymyšlen maďarsko-anglickým fyzikem Dénesem Gáborem (1900 – 1979) [1]. Spojením těchto slov chtěl naznačit základní myšlenku holografie jako metodu záznamu optického signálu, která zohledňuje i jeho komplexní charakter. To znamená, že zachovává i amplitudu a fázi, díky čemuž máme v konečném důsledku zachován 3-dimenzionální charakter zaznamenávaného objektu.

Vývoj holografie je z historického hlediska podmíněn znalostí optických jevů, které holografie využívá, především interference a difrakce. Základy těmto jevům byly položeny v 17. století. První poznatky o difrakci vzešly od fyzika F. M. Grimaldiho (1618 – 1663), interference byla poprvé pozorována a popsána fyzikem R. Hookem (1635 – 1703).

Teoretické základy byly holografii položeny právě D. Gáborem, který byl v roce 1971 oceněn Nobelovou cenou za fyziku [3]. Gábor pojal holografii jako metodu rekonstrukce vlnoplochy. Jako proces, kdy koherentní vlna rozptýlená na předmětu (předmětová) interferuje (skládá se) s původní nepozměněnou vlnou (referenční) a vzniklý interferenční obrazec je zaznamenán na vhodné záznamové médium.



Obrázek 1 Gáborovo uspořádání záznamu hologramu.

Gábor se tomuto experimentu věnoval jako k možnosti, jak se vyrovnat s aberacemi a zvýšit rozlišovací mez elektronového mikroskopu. Toho chtěl dosáhnout za pomoci hologramu získaného elektronovým svazkem. Avšak zdrojem světla byly výbojky vyzařující úzké spektrální čáry a barevné filtry propouštějící velmi malý rozsah vlnových délek. Neboť je to zdroj nedokonale koherentního světla, byl výsledný obraz přezářen pozadím a reálný obraz splynul s imaginárním, protože šlo o osové uspořádání experimentu.

Proto hlavní rozmach holografie nadešel až s vývojem laseru jako zdroje vysoce koherentního záření v roce 1960. O dva roky později se podařilo americkým vědcům E. N. Leithovi a J. Upatnieksovi zobrazit první kvalitnější trojrozměrný záznam [5]. Gáborovu myšlenku vylepšili o uspořádání mimoosové, čímž oddělili předmětový svazek a referenční, tím tedy i reálný a imaginární obraz a vypořádali se tak s problémem přezáření.



Obrázek 2 E.N. Leith a J. Upatnieks při práci v laboratoři [4].

Podobně se s problémem v témže roce vypořádal i ruský fyzik J. N. Denisjuk, který však osově uspořádání zachoval, ale rozdělil směr referenčního a předmětového svazku při záznamu (svazky jsou při záznamu opačně) [6].

Holografie se tedy jevila jako výborná metoda pro záznam a rekonstrukci kompletního vlnového pole, a to i ve viditelné oblasti spektra. Navíc tato metoda, krom působivého 3-D zobrazení, poskytovala informaci i hloubce a paralaxe. V druhé polovině šedesátých let byla holografie považována za část optiky s nejprogresivnějším vývojem, vznikala spousta publikací a odborných článků věnujících se této problematice. Převážně holografická interferometrie našla své uplatnění v aplikační výzkumné i vývojové praxi v mnoha oborech.

Holografické interferometrii jako metodě využívající srovnání dvou či více vlnových polí se začal věnovat K. Stetson [7]. Základem metody je pozorování změny fáze vlnového pole. Nejprve bylo tohoto jevu využito k měření vibrací či deformací nebo stanovení změn indexu lomu, neboť intenzita a charakter výsledných interferenčních proužků je úměrná změně pozorované veličiny. To nám umožňuje v různých materiálech pozorovat defekty či různá poškození (např. změny na povrchu) nedestruktivní optickou cestou.

Další vývoj holografie je již spojen s pokrokem ve zpracování obrazu. Rozvoj počítačové techniky umožnil digitalizaci dat, objekty byly nahrávány TV kamerou. Význačným bodem bylo propojení s Fourierovou transformací, která je vhodným flexibilním nástrojem k práci s harmonickými funkcemi intenzity zaznamenaných interferogramů včetně jejich extrémních hodnot. Avšak stále bylo velmi náročné zavést počítačové zpracování hologramů do praktických průmyslových aplikací, které stále využívaly k záznamu fotografických desek, fototermoplastických filmů, fotorefraktivních krystalů, apod. K vyřešení tohoto problému vedly dvě cesty. První z nich byla metoda ESPI – Electronic speckle pattern interferometry (popř. DSPI – digital speckle pattern interferometry) a druhou digitální holografie – DH, respektive digitální holografická interferometrie – DHI.

První poznatky o digitální holografii byly pořízeny okolo roku 1967 J. W. Goodmanem a R. W. Lawrenceem [8]. Tito fyzici využili k záznamu vidikon (snímací obrazová elektronka využívající vnitřní fotoelektrický jev). Výpočet

zaznamenaného pole o rozměrech 256x256 pixelů trval přibližně pět minut, což je velice příznivá doba ve srovnání s dobou zpracování fotografického hologramu získávaného klasickou konvenční metodou.

Tématům okolo generování hologramu počítačem a počítačové rekonstrukci hologramů se věnuje ve svých spisech z roku 1971 i T. S. Huang, čínský profesor fyziky [9]. Pojednává o Fourierově transformaci hologramů i o numerické rekonstrukci Fresnelových hologramů. Digitální holografii je však věnována pozornost především ruské skupiny okolo fyziků L. P. Yaroslavského a N. S. Merzlyakova. Jejich práce *Methods of Digital Holography* byla roku 1980 přeložena do angličtiny.

Dalšího významnějšího vývojového kroku se digitální holografie dočkala až v roce 1994. Mladý fyzik U. Schnars pod vedením W. Jüptnera představil ve své disertační práci nový koncept digitální holografie [10]. Mimoosový Fresnelův hologram nahrával pomocí CCD kamery a ten pak matematicky zrekonstruoval. Z digitální náhrávky hologramu tak dokázal numericky zrekonstruovat celé komplexní vlnové pole.

Od té doby patří digitální holografie, hlavně tedy digitální holografická interferometrie, mezi uznávané měřicí metody, ale své využití nachází i jako například ochrana proti padělání, či jako způsob uchovávání informace. Krom těchto funkčních aplikací je využíváno i jejího estetického charakteru v reklamě, dekoracích i v uměleckých pracích.

2. Vybrané vlnové vlastnosti světla

Abychom správně pochopili digitální holografii, je potřeba porozumět klasické holografii a optickým jevům, které ji doprovázejí. Mezi ty patří především interference a difrakce jako projevy vlnové podstaty světla.

2.1 Vlnová podstata světla

Na světlo lze nahlížet dvěma způsoby. Jedním z nich je vnímání světla jako vlnění se svou přidruženou frekvencí a vlnovou délkou, druhým způsobem je pohled na světlo jako na proud částic s příslušnou hybností a hmotností.

Nás zajímá především vlnový charakter světla se svými typickými vlnovými projevy. Jde tedy o příčné elektromagnetické vlny charakterizované časově proměnným elektrickým a magnetickým polem. Matematicky lze optickou vlnu popsat pomocí reálné funkce polohy $\mathbf{r} = (x, y, z)$ a času t . Takovou funkci potom nazýváme vlnovou funkcí ve tvaru $u(\mathbf{r}, t)$ a šíření optické vlny je pak dáno vlnovou rovnicí ve tvaru:

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1),$$

kde: c je rychlost světla v prostředí,
 t je čas,
 ∇^2 je Laplaceův operátor ve tvaru:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.2),$$

kde: x, y, z jsou kartézské prostorové souřadnice.

Vlnová rovnice je lineární a platí pro ni princip superpozice.

V případě obecné monochromatické vlny můžeme vyjádřit vlnovou funkci s časovou harmonickou závislostí ve tvaru:

$$u(\mathbf{r}, t) = a(\mathbf{r}) \cos[2\pi\nu t + \varphi(\mathbf{r})] \quad (2.3),$$

kde: $a(\mathbf{r})$ je amplituda,

ν je frekvence,

$\varphi(\mathbf{r})$ je fáze (platí: $\omega = 2\pi\nu =$ úhlová frekvence).

Funkce $u(\mathbf{r}, t)$ je pouze reálnou částí komplexní vlnové funkce. Pokud chceme vyjádřit komplexní vlnovou funkci, tzn. její reálnou i imaginární část, získáme funkci ve tvaru:

$$U(\mathbf{r}, t) = a(\mathbf{r}) \exp[i\varphi(\mathbf{r})] \exp(i2\pi\nu t) \quad (2.4),$$

kteřá také musí vyhovovat vlnové rovnici.

Neboť část $a(\mathbf{r}) \exp[i\varphi(\mathbf{r})]$, kterou chápeme jako komplexní amplitudu $U(\mathbf{r})$, je časově nezávislá, lze monochromatickou vlnu o frekvenci f jednoduše popsat vlnovou funkcí ve tvaru:

$$U(\mathbf{r}, t) = U(\mathbf{r}) \exp(i2\pi\nu t) \quad (2.5),$$

Dosazením této funkce do vlnové rovnice získám diferenciální rovnici, která se nazývá Helmholtzova:

$$(\nabla^2 + k^2)U(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.6),$$

kde: k je vlnové číslo, pro které platí:

$$k = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{\omega}{c} \quad (2.7).$$

Velikost komplexní amplitudy $|U(\mathbf{r})|$ představuje amplitudu vlny a pro optickou intenzitu platí:

$$I(\mathbf{r}) = |U(\mathbf{r})|^2 \quad (2.8).$$

Optická intenzita je v čase neměnná. Argument $\arg\{U(\mathbf{r})\}$ reprezentuje fázi vlny a platí:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \arg\{U(\mathbf{r})\} = 2\pi q \quad (2.9),$$

kde: q je celé číslo.

Což znamená, že vlnoplochy jsou stejné konstantní fáze.

2.2 Interference

Interference je základním projevem vln různé fyzikální podstaty a prokazuje vlnovou podstatu světla. Je výsledkem principu superpozice, představuje složení dvou nebo více vln s ohledem na fázi kmitu vektoru elektrické intenzity. Interferencí se mohou skládané vlny zesilovat, či zeslabovat (konstruktivní či destruktivní interference).

Interference je pozorovatelná pouze tehdy, jsou-li vzájemné fázové rozdíly mezi skládanými vlnami stálé v čase (alespoň po dobu pozorování). Pokud je tato podmínka splněna, mluvíme o vlnách časově koherentních – fázově sladěných (koordinovaných). Pokud se fázový rozdíl skládaných vln velmi rychle mění v čase, nelze změny intenzity zaznamenat. Výsledek pozorování je

pak algebraickým součtem intenzit skládaných vln, vlny jsou fázově nekoherentní (nekoordinované).

Podmínky interference pro monochromatické vlny:

1. Vlny musí být izochronní (mají stejnou kruhovou frekvenci).
2. Skládané vlny jsou časově koherentní (stálý fáz. rozdíl po dobu pozorování).
3. Jsou-li vlny lineárně polarizované, musí pocházet od stejného lineárně polarizovaného světla nebo ze stejné kmit. složky nepolarizovaného světla. Leží-li kmitosměry skládaných vln v navzájem kolmých rovinách, vlny neinterferují.
4. Interference je tím výraznější, čím jsou velikosti amplitud skládaných vln větší a hodnotově bližší.

Časová podmínka koherence: zdroj vyzařuje vln. balíky o konečné době trvání. Čím je tato doba trvání větší, tím je záření monochromatictější a z pohledu časové koherence kvalitnější. Mírou časové koherence je koherentní čas nebo délka.

Prostorová podmínka koherence: vyjadřuje vztah mezi dvěma vlnami ve dvou různých bodech prostoru ve stejném časovém okamžiku. Mírou prostorové koherence je koherentní šířka (největší příčný rozměr zdroje, v jehož oblasti ještě zdroj vyzařuje koordinovaně). Čím je prostorová šířka větší, tím zdroj vyzařuje kvalitněji z pohledu prostorové koherence.

Skládáme-li dvě monochromatické vlny s komplexními amplitudami $U_1(\mathbf{r})$ a $U_2(\mathbf{r})$, ve výsledku získáme monochromatickou vlnu o stejné frekvenci, jejíž komplexní amplituda bude ve tvaru:

$$U(\mathbf{r}) = U_1(\mathbf{r}) + U_2(\mathbf{r}) \quad (2.10).$$

Optická intenzita výsledné vlny je pak rovna:

$$I = |U|^2 = |U_1 + U_2|^2 = |U_1|^2 + |U_2|^2 + U_1^* U_2 + U_1 U_2^* \quad (2.11),$$

kde: U^* je komplexně sdružená amplituda.

Intenzita součtu dvou vln je tvořena nejen součtem jejich intenzit, ale je přítomen i interferenční člen příslušný interferenci mezi oběma vlnami. Interferenční člen může nabývat kladných i záporných hodnot (konstruktivní nebo destruktivní interference).

Výsledná interferenční rovnice je:

$$I = I_1 + I_2 + 2|\gamma(t_2 - t_1)|\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi \quad (2.12),$$

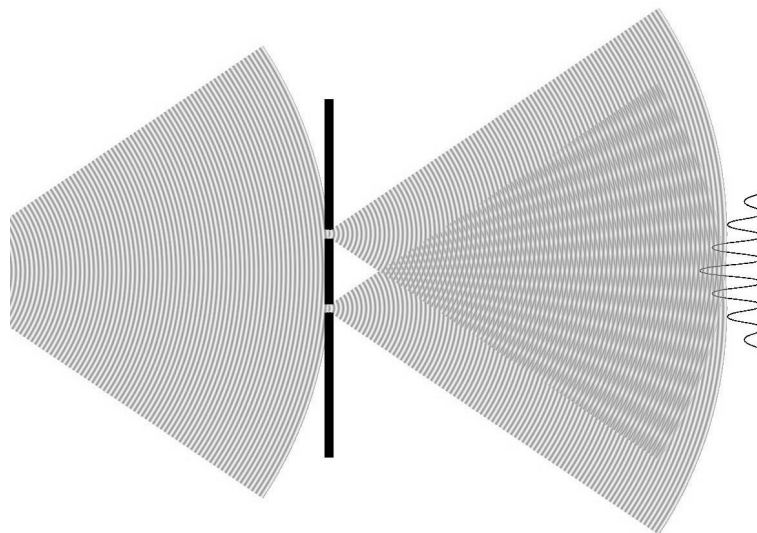
kde: φ je fázový rozdíl mezi vlnami,

$|\gamma(t_2 - t_1)|$ je stupeň koherence.

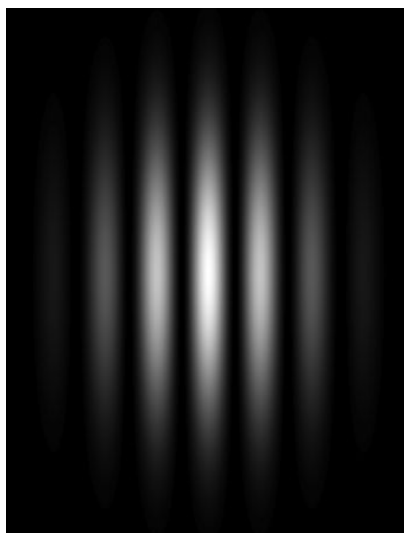
Pro kontrast (viditelnost) K výsledných interferenčních proužků pak platí:

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_1 - I_2}|\gamma|}{I_1 + I_2} \quad (2.13).$$

Historicky je interference spojena s tzv. Youngovým experimentem [11]. Anglický fyzik T. Young předvedl v roce 1801 svůj pokus v Londýně. Do zatemněné místnosti přicházelo sluneční světlo úzkou štěrbinou a dále pak bylo rozděleno do dvou svazků paprsků pomocí dvojice štěrbin v malé vzájemné vzdálenosti.



Obrázek 3 Průchod vlnění dvouštěrbínou [11].



Obrázek 4 Pozorovaný interferenční obraz po průchodu světla dvouštěrbínou [11].

Když světlo ze štěrbin dopadlo na stínítko umístěné ve větší vzdálenosti, byly pozorovány světlé a tmavé proužky.

2.3 Fourierovská optika

Fourierovská optika sleduje optický signál z hlediska amplitudy a fáze nebo z úhlového spektra. Šíření světelných vln popisuje na základě harmonické

analýzy, pomocí harmonické funkce s frekvencí ν a amplitudou $U(\nu)$ ve tvaru $U(\nu)\exp(i2\pi\nu t)$.

Amplituda světelné vlny, která vychází ze zobrazovaného předmětu, se rozkládá na prostorové harmonické složky. Tyto složky pak prochází světelnou soustavou, tedy jednotlivými optickými prvky zcela nezávisle na sobě, můžeme je tedy individuálně zpracovávat.

Na základě Fourierova teorému můžeme komplexní funkci, která splní určité podmínky, zapsat ve tvaru integrálu z harmonických funkcí právě s různými frekvencemi a komplexními amplitudami.

Fourierova transformace $U(\nu)$ funkce $u(t)$ má tvar:

$$U(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)\exp(-i2\pi\nu t)dt. \quad (2.14)$$

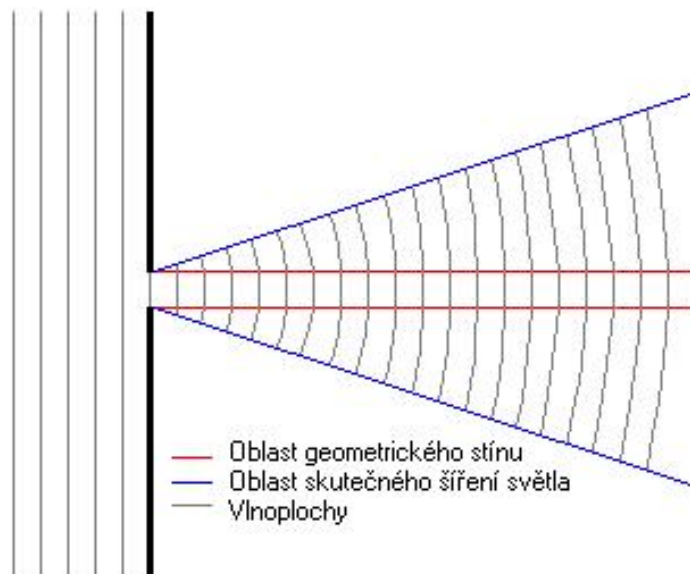
Inverzní Fourierova transformace pak:

$$u(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(\nu)\exp(i2\pi\nu t)d\nu. \quad (2.15)$$

Tyto funkce $U(\nu)$ i $u(t)$ spolu tvoří Fourierovský pár. Mezi nejdůležitější vlastnosti Fourierovy transformace patří linearita, symetrie, platnost konvolučního teorému a Parsevalova teorému.

2.4 Difrakce

Ohyb je přirozená vlastnost vlnění libovolného typu a původu, která se projevuje tím, že vlnění postupuje i ve směrech odlišných od podmínek přímočarého šíření (vlnění se dostává i do míst vymezeného geometrického stínu).



Obrázek 5 Ohyb světla na štěrbině [12].

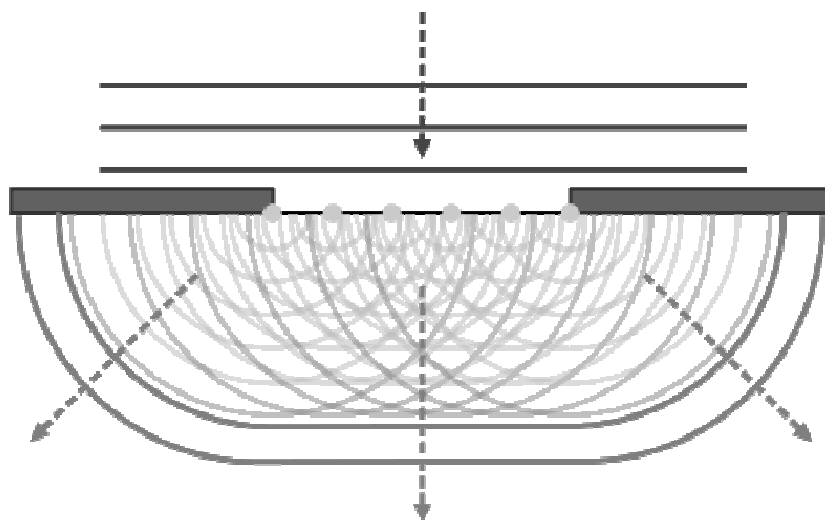
Na stínítku umístěném za překážkou můžeme pak pozorovat ohybový (difrakční) obrazec v podobě světlých a tmavých proužků o různé šířce. Tento obrazec je způsoben interferencí světelného vlnění, které přichází z různých bodů vlnoplochy a tedy s různým dráhovým rozdílem. Ohybové jevy se projevují hlavně v případě, že rozměry překážky jsou srovnatelné s vlnovou délkou světla, která je velmi malá, tudíž difrakci lze nejlépe pozorovat především na úzkých štěrbinách, malých otvorech, apod.

Řešení difrakční úlohy spočívá v tom, že známe rozložení amplitudy a fáze světelné vlny na určité ploše (často vymezené stínítkem či transparentem) a hledáme rozložení amplitudy v jiném místě. Existují dva přístupy řešení :

1. řešení difrakčního integrálu - pomocí Huygens-Fresnelova principu,
 - pomocí matematických Kirchhoffových zákonů,
2. řešení vlnové rovnice s danými okrajovými podmínkami.

Podle Huygens-Fresnelova principu lze každý bod vlnoplochy považovat za bodový zdroj sekundárních sférických vln o stejné frekvenci, jakou má vlna

primární. Výslednou vlnu v libovolném bodu prostoru tak dostaneme jako superpozici všech těchto sekundárních vln.



Obrázek 6 Difrakce podle Huygens-Fresnelova principu [13].

Pomocí tohoto principu je možné řešit praktické úlohy, které souvisí s ohybem světla. Nejčastěji se jedná o určení komplexní amplitudy, která je příčně omezená nějakým otvorem v nepropustném stínítku.

Abychom mohli pozorovat difrakční obrazec, je nutné, aby bylo splněno Rayleighovo kritérium pro rozlišení dvojice bodů, které platí pro nekoherentní zdroje o stejné intenzitě. Podle tohoto kritéria můžeme dva body rozlišit tehdy, když maximum difrakčního obrazce jednoho bodu splývá s prvním minimum difrakčního obrazce druhého bodu.

Rozlišujeme dva typy difrakce – Fresnelovu a Fraunhoferovu. Fresnelovy ohybové jevy můžeme pozorovat v případě kulové vlny, což nastává v blízkosti bodového zdroje. K Fraunhoferově difrakci dochází tehdy, je-li vlna rovinná, tedy ve větší vzdálenosti od zdroje.

2.4.1 Fraunhoferova difrakce

Na základě této teorie je průchod světla aperturou popsán pomocí dopadající vlny násobené aperturní funkcí $p(x,y)$ a její další šíření za clonou je popsáno pomocí Fraunhoferovy aproximace. Tuto aproximaci lze použít v případě, že vzdálenost l mezi clonou a rovinou pozorování je dostatečně velká, aby pro Fresnelovo číslo platilo:

$$N_F = \frac{b^2}{\lambda l} = 1 \quad (2.16),$$

kde: b je šířka clony,

l je vzdálenost mezi clonou a rovinou pozorování.

Fourierova transformace $P(v_x, v_y)$ aperturní funkce $p(x,y)$ má pak tvar:

$$P(v_x, v_y) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, y) \exp[i2\pi(v_x x + v_y y)] dx dy . \quad (2.17)$$

Intenzita světla v bodě (x,y) ve Fraunhoferově difrakčním obrazci je úměrná čtverci velikosti Fourierovy transformace aperturní funkce $p(x,y)$, přičemž platí:

$$v_x = \frac{x}{\lambda l}, v_y = \frac{y}{\lambda l} . \quad (2.18)$$

Fraunhoferova difrakce na kruhovém otvoru vytváří Airyho obrazec s centrální oblastí o úhlovém poloměru:

$$\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D} , \quad (2.19)$$

kde: D je poloměr kruhové apertury.

2.4.2 Fresnelova difrakce

Teorie Fresnelovy difrakce vychází z předpokladu, že dopadající vlna je vynásobena aperturní funkcí a bezprostředně za clonou se šíří podle Fresnelovy aproximace. Fresnelův difrakční obrazec je určen konvolucí normované aperturní funkce $p(X, Y)$ a $\exp[-i\pi(X^2 + Y^2)]$, přičemž platí:

$$X = \frac{x}{\sqrt{\lambda l}}, Y = \frac{y}{\sqrt{\lambda l}}. \quad (2.20).$$

3. Holografie

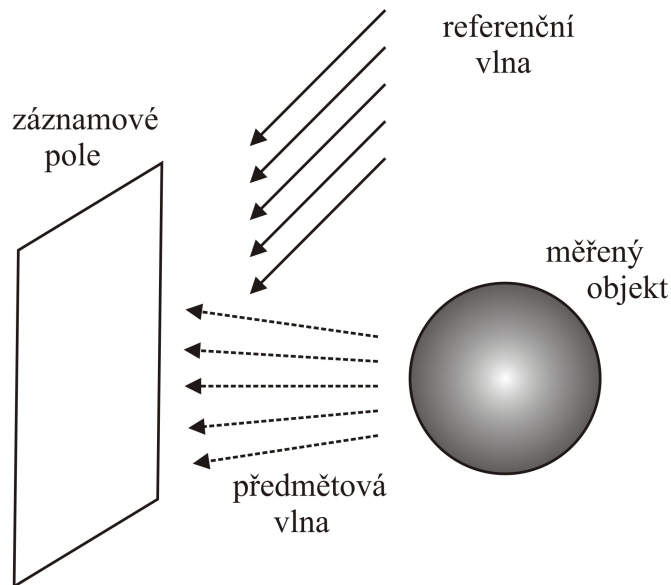
Holografie je metoda pro záznam optického signálu, která zohledňuje i jeho komplexní charakter. Zahrnuje úplný záznam a následnou rekonstrukci optických vln. Úplným záznamem je myšleno, že je zaznamenána amplituda i fáze signálu.

Tato metoda nám umožňuje realizovat obecné transformace vlnoplochy a lze ji jako měřicí metodu využít i pro interferometrické srovnání ploch. Její podstatnou výhodou je, že zachovává 3-dimenzionální charakter měřeného objektu.

Hologramem pak nazýváme transparent obsahující kódovaný záznam optické vlny. Transparent nese informaci o velikosti a fázi předmětové vlny, neboť holografický kód je založen na kombinaci původní vlny (předmětové) se známou referenční vlnou a také na zaznamenání jejich interferenčního obrazce v rovině $z = 0$. Záznam založený na interferenčním principu slouží k převedení informace o fázi referenční vlny na modulaci intenzity interferenčního pole, které lze zaznamenat.

3.1 Záznam hologramu

Klasický hologram tedy vzniká záznamem interferenčního pole referenční vlny U_r a předmětové vlny U_p .



Obrázek 7 Princip holografie.

Svazek koherentních laserových paprsků dostatečně široký pro zaznamenání celého předmětu je pomocí optických prvků (např. děliče svazku) rozdělen na předmětovou a referenční vlnu. Předmětová vlna dopadá na pozorovaný objekt a následně se od něj odráží na prostředek záznamu, kde dochází k interferenci s referenční vlnou. Vzniklý interferenční obrazec - hologram je záznamem nepravidelně rozmístěných interferenčních maxim a minim.

Pro intenzitu zaznamenávaného interferenčního pole platí:

$$I = |U_r + U_p|^2 = |U_r|^2 + |U_p|^2 + U_r^* U_p + U_r U_p^* \quad (3.1)$$

Propustnost transparentu i intenzita v interferenčním obrazci silně závisí na rozdílu fází obou vln.

Výsledné interferenční pole je zaznamenáno na vhodné záznamové médium. Podle typu záznamového média rozlišujeme holografii klasickou a digitální.

Podle způsobu, jakým dopadají vlny na transparent rozlišujeme hologram transmisní a reflexní. V případě transmisního hologramu dopadají při záznamu obě vlny z téže strany desky a při rekonstrukci je rekonstruovaná vlna v opačném poloprostoru než zdroj. Pokud při záznamu vlny dopadají každá z opačné strany, jedná se o hologram reflexní a při rekonstrukci je zdroj i rekonstruovaná vlna ve stejném poloprostoru. Reflexní hologram lze díky vysoké selektivitě vůči změně vlnové délky rekonstrukční vlny rekonstruovat bílým (polychromatickým) světlem.

3.1.1 Záznamové materiály

Pro klasický záznam hologramu je potřeba použít záznamová média splňující několik základních požadavků. Nejdůležitějším je asi dostatečná rozlišovací schopnost, neboť hustota interferenčních proužků zaznamenávaného pole je značně vysoká, perioda se obvykle pohybuje kolem 500 nm u transmisních hologramů, u reflexních může být i o polovinu menší. Také je důležitá dostatečná citlivost materiálu na použité záření. Kvalitu záznamu může ovlivnit i expoziční doba, je žádoucí, aby byla co nejmenší.

V případě klasické holografie lze jako záznamová média využít materiály, které mají vysokou rozlišovací schopnost, což je výhoda oproti digitální holografii. Avšak na druhou stranu, pro digitální záznamy se využívají CCD nebo CMOS čipy, jejichž nespornou výhodou je vysoká rychlost pořízení hologramu a numerické vyhodnocení výsledků.

Fotografický materiál

Často využívaným záznamovým materiálem jsou halogenstříbrné emulze. Tento fotografický materiál je tvořen citlivou vrstvou zrn halogenidu stříbra rozptýlených v želatině na skleněné nebo filmové podložce. Velikost těchto zrn se pohybuje na úrovni desítek nanometrů. Působením fotonů vzniká latentní obraz, který je tvořen zárodky kovového stříbra. Po vyvolání a ustálení podložky získáme konečný obraz tvořený kovovým stříbrem v želatině. Zrna

halogenidu tvoří mřížku kopírující proužky zaznamenávaného interferenčního pole.

Halogenstříbrné emulze jsou důležitým materiálem pro záznam obrazových prvků, patří k nejcitlivějším využívaným materiálům s dobrou difrakční účinností. Rozlišovací schopnost fotografických materiálů je až 5000 čar/mm. Jejich nevýhodou je částicový charakter materiálu, neboť zrna způsobují rozptyl světla a způsobují tak parazitní šum.

Dichromovaná želatina

Pro záznam objemových fázových hologramů se využívá dichromovaná želatina. Tento záznamový materiál je tvořen ve vodě rozpustnými chromany a dvojjchromany spolu s organickými makromolekulárními látkami (želatina, rybí olej, škrob). Expozicí dochází ke zpevnění makromolekulárních vazeb želatiny, což způsobuje změnu hustoty materiálu a tohoto efektu lze využít k prostorové modulaci indexu lomu.

Dichromovaná želatina neobsahuje žádná zrna, na kterých by mohlo docházet k rozptylu jako u fotografických materiálů. Další předností je také vysoká rozlišovací schopnost a difrakční účinnost. Nevýhodou je nízká citlivost a nutnost záznamu v modrozelené oblasti, neboť v této oblasti vyzařuje málo použitelných zdrojů (nejčastěji se proto využívá argonový laser). Tato metoda je také velice citlivá na vzdušnou vlhkost, což může zkomplikovat udržení konstantních vlastností zaznamenaného hologramu.

Další záznamová média

Existuje celá řada dalších možných záznamových materiálů. Aplikačně důležité jsou fotorezisty, jejichž velkou předností je reliéfní charakter struktury, což lze využít při kopírování hologramů a umožňuje velkoobjemovou produkci hologramů. Zajímavými záznamovými materiály jsou fotopolymery nebo fotochromní látky.

Nicméně se zdokonalující se digitální technikou je čím dál více využíváno digitálních senzorů.

materiál	reverzibilita	zpracování	typ modulace	expoziční energie mJ/cm ²	spektrální citlivost nm	rozlišení čar/mm
SHG	ne	mokrý	ampl/fázová	0.01 - 1	400 - 700	1000 - 10000
DCG	ne	mokrý	fázová	50 - 100	350 - 500	>10000
fotorezisty	ne	mokrý	fázová reliéf.	5 - 100	UV - 500	3000
fotopolymery	ne	žádné/suché	fázová	10 - 100	UV - 650	8000
fotorefraktivní	ano	žádné	fázová	1 - 1000	350 - 500	1000 - 10000
termoplasty	ano	žádné/suché	fázová reliéf.	0.01 - 0.1	400 - 700	500
CCD	ano	žádné	amplitudová	~0.000001	400 - 700	150

Obrázek 8 Přehled záznamových materiálů [9].

Na obrázku 8 je uveden přehled užívaných záznamových materiálů a jejich vlastností, výhod a nevýhod pro srovnání. Zkratka SHG představuje halogenstříbrné emulze a zkratka DCG představuje dichromovanou želatinu. Z tabulky je patrné, že nejvyšší rozlišení má dichromovaná želatina, ale oproti CCD je nutná mnohem větší expoziční energie. Podobně jako dichromovaná želatina jsou na tom fotorefraktivní a fotopolymerní záznamové materiály.

3.2 Rekonstrukce hologramu

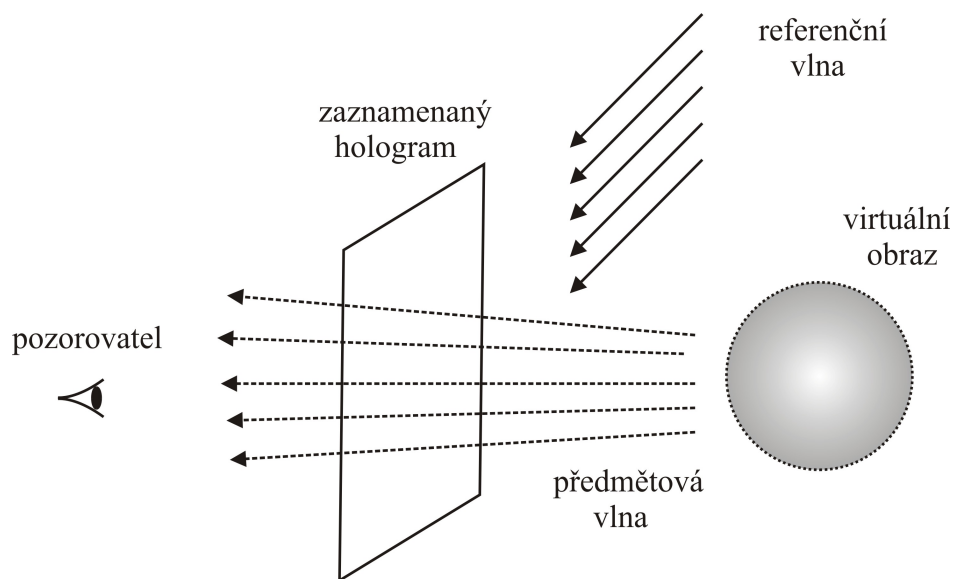
Detekované interferenční pole na hologramu představuje obecnou optickou mřížku. V důsledku difrakce vznikající průchodem rekonstrukční vlny hologramem dostáváme kromě ohybového (difrakčního) maxima nultého řádu i maxima plus a minus prvního řádu charakterizující původní objekt. Ostatní difrakční řády pro nás nejsou důležité. Za určitých podmínek je ohybový obraz stejný jako předmět při záznamu hologramu co se týče velikosti, tvaru, polohy a bez optických aberací.

K dekódování informace v hologramu a k zpětné rekonstrukci předmětové vlny se opět využívá vlny referenční. Referenční vlnou osvítíme hologram a výsledkem je vlna o komplexní amplitudě:

$$U = U_r I_r + U_r I_p + U_p I_r + U_r^2 U_p^* \quad (3.2)$$

První dva členy na pravé straně rovnice představují referenční vlnu modulovanou součtem intenzit obou vln. Třetí člen na pravé straně rovnice představuje původní předmětovou vlnu násobenou intenzitou referenční vlny. Je-li intenzita referenční vlny konstantní, tvoří tento člen požadovanou rekonstruovanou vlnu. Čtvrtý člen na pravé straně je verze původní vlny modulovaná funkcí U_r^2 .

V případě klasické holografie je vyvolávaný hologram vložen do původního schématu, ze kterého byl odstraněn zaznamenávaný objekt. Na hologram dopadá pouze původní referenční vlna a přes hologram můžeme pozorovat virtuální obraz zaznamenávaného objektu, viz. následující obrázek.



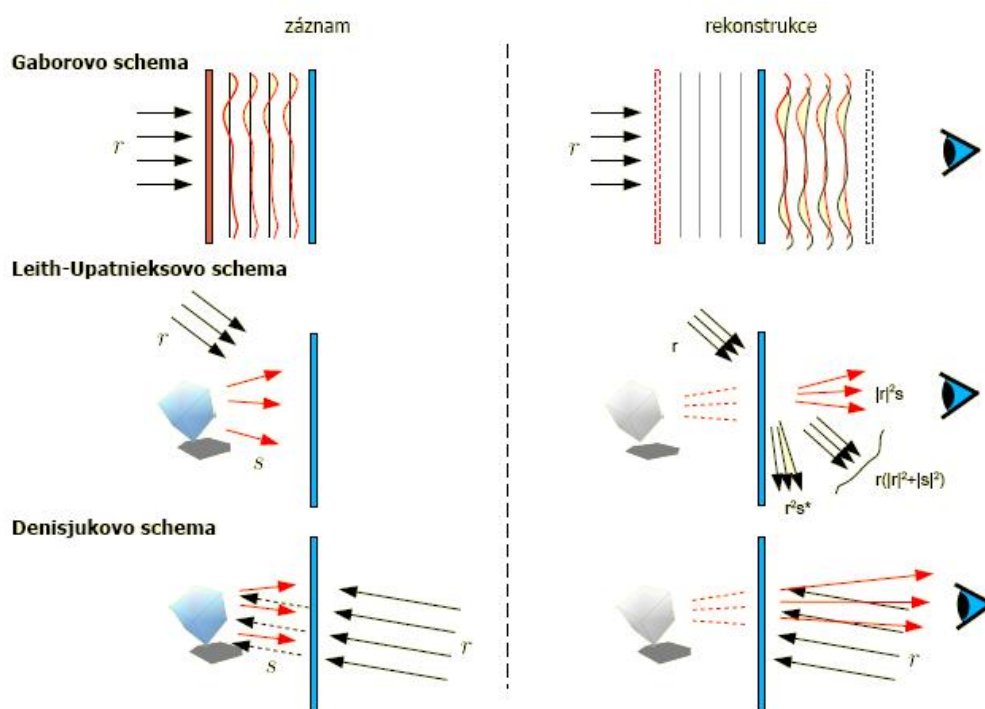
Obrázek 9 Rekonstrukce hologramu.

Při rekonstrukci hologramu musí spojnice každého bodu pozorovaného obrazu a oka pozorovatele protínat hologram. Rozsah takových úhlů, ve kterém

je rekonstrukce pozorovatelná, souvisí s velikostí hologramu a s vzájemnou polohou objektu a hologramu.

Při rekonstrukci je nutné přísně dbát na koherenci zdroje, hologram lze rekonstruovat pouze stejným laserem, který jsme použili při záznamu hologramu. Hologram lze v podstatě chápat jako kvaziperiodickou strukturu, neboť má zřetelnou nosnou frekvenci a tím pádem lze využívat zákonitosti platné pro periodické mřížky. Pro difrakci pak platí stejné zákonitosti jako pro mřížky (Braggova podmínka, mřížková rovnice) a hologram může vykazovat vlastnosti tenké i objemové struktury.

Klasických způsobů, jak zaznamenat a zrekonstruovat hologram, je několik, všechny využívají základních myšlenek, které jsem zde uvedla. Na následujícím obrázku je pro lepší orientaci uveden přehled základních schémat.



Obrázek 10 Přehled základních schémat [9].

Na obrázku 10 nám písmeno s značí vlnu signální, tedy předmětovou, nesoucí informaci o měřeném objektu. Písmeno r pak označuje vlnu referenční. Vlevo vidíme vždy, jakým způsobem obě vlny dopadají na záznamové médium a v pravé části obrázku pak způsob rekonstrukce hologramu.

V případě Bavorova i Denisjukova schématu se jedná o hologramy osové, Leith-Upatnieksovo schéma představuje typ mimo-osového hologramu.

3.3 Klasifikace hologramů

Klasifikace hologramů bývá prováděna podle nejrůznějších hledisek, zpravidla pak podle některé charakteristické vlastnosti holografického zobrazení.

Nejjednodušší je klasifikace podle tloušťky citlivé záznamové vrstvy. Pokud je tloušťka vrstvy zanedbatelně malá oproti prostorové frekvenci interferenčního pole, hologram je nazýván plošným (tenkým), v opačném případě objemovým. O jaký typ hologramu se jedná rozhoduje parametr Q :

$$Q = \frac{2\pi\lambda t}{nh^2} \quad (3.3)$$

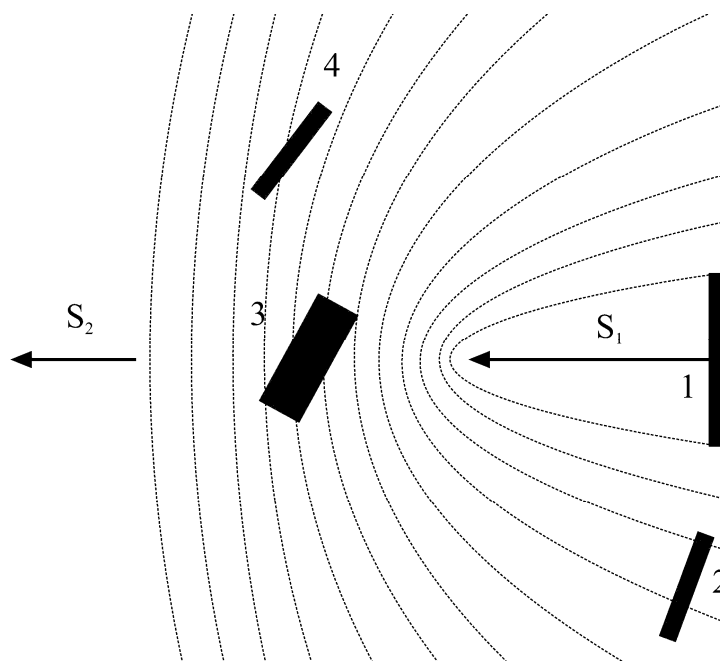
kde: λ je vlnová délka světla,
 h je tloušťka citlivé vrstvy,
 n je index lomu záznamového média,
 d rozteč interferenčních proužků.

Pokud je $Q < 1$, pak se jedná o hologram plošný, pokud $Q \geq 10$, pak je hologram považován za objemový. Hranice mezi oběma typy však není jednoznačně určena.

Podle způsobu, jakým dopadají paprsky na záznamové médium, rozlišujeme holografii reflexní a transmisní, viz. kapitola 3.1 Záznam hologramu.

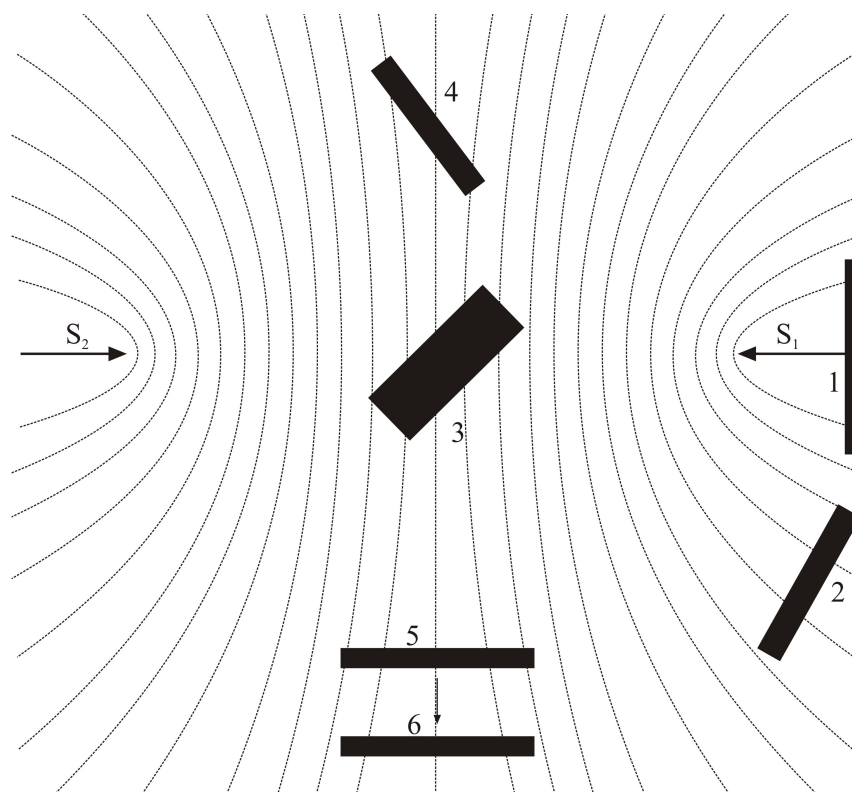
Podle umístění hologramu v prostoru interferenčního pole jsou hologramy klasifikovány tak, že přímo uvádějí typy holografické techniky. Ke vzniku hologramu může docházet buď interferencí jedné rovinné a jedné kulové vlny nebo interferencí dvou kulových vln.

Holografické sestavy lze takto rozdělit na osově a mimosově. V případě osově holografie je mezi předmětovým a referenčním svazkem prakticky nulový úhel, což zapříčiňuje malou hustotu interferenčních proužků v rovině záznamu hologramu. Hologramy vzniklé touto metodou bývají též nazývány Gaborovy. Osová holografie je použitelná pouze pro záznam transparentních objektů. Poněkud větší využití mají mimosově sestavy, kdy je mezi předmětovým a referenčním svazkem nenulový úhel a hustota interferenčních proužků v rovině záznamu je podstatně větší. Takto vznikají hologramy podle metody Leith-Upatniekse i hologramy podle Denisjuka.



Obrázek 11 Řez interferenčním polem - interference rovinné a kulové vlny.

Na obrázku 11 můžeme vidět, jak vznikají různé typy hologramů v interferenčním poli rovinné vlny s vlnou kulovou. S1 představuje zdroj kulové vlny a S2 zdroj rovinné vlny.



Obrázek 12 Řez interferenčním polem dvou kulových vln.

Na obrázku 12 vidíme interferenční pole dvou kulových vln. Černé obdélníky v obou případech představují vznik hologramů v interferenčním poli. Hologram v místě 1 je hologramem osovým, Bavorova typu, hologram v místě 2 je typem Leith a Upatnieksova hologramu pořízeným mimosovou holografií. Hologram v místě 3 je Denisjukova typu, hologram v místě 4 je stejného typu jako hologram v místě 2, ale s tím rozdílem, že v druhém případě je jeden svazek opačný. Hologram umístěný v místě 5 je pořízen díky bezčočkové Fourierovské holografie a v místě 6 se jedná o hologram Fraunhoferova typu.

Dále lze hologramy klasifikovat podle typu vzniklé optické mřížky na hologramy amplitudové a fázové. Změnou absorpčních vlastností záznamového prostředí vzniká amplitudový záznam. V případě fázového záznamu jsou ovlivňovány vlastnosti záznamového prostředí, které mají vliv na změnu fáze procházející světelné vlny. Fáze světelné vlny je určována optickým dráhovým rozdílem a fázový záznam může být tedy realizován buď změnou indexu lomu

nebo změnou geometrické dráhy. Charakter obou modulací je samozřejmě modifikován reálnými charakteristickými vlastnostmi konkrétního použitého záznamového prostředí.

Také rozlišujeme holografii Fraunhoferovskou a holografii Fresnelovskou. V případě Fraunhoferovské holografie je holografický záznam záznamem interferenčního obrazce, který vzniká interferencí deformované světelné vlny ve vzdálené oblasti a koherentní vlny nedeformované světelné vlny. Obě vlny lze definovat jako rovinné. V praxi je realizováno vzdáleným a relativně malým předmětem, přičemž nezáleží na vzájemné úhlové poloze obou svazků. Ohyb na mřížce je popsán Fourierovou transformací. V případě Fresnelovské holografie se jedná o záznam interferenčního obrazce vznikajícího interferencí vlny deformované (difragované) v blízké oblasti a referenční nedeformované koherentní světelné vlny, přičemž nezáleží na tom, zda se jedná o vlnu rovinnou nebo kulovou.

Difragovaný obraz předmětu v blízké oblasti lze popsat Fourierovou transformací pouze v případě, že je použito transformace optického svazku, zpravidla pomocí optické čočky (na rozdíl od fraunhoferovského zobrazení). Transformace optickou čočkou, která zavádí ve vyjádření světelné vlny přídavnou kvadratickou fázi, má tvar Fresnelovy vlnové funkce. U takto ovlivněné amplitudy ohybové vlny může být při vhodném uspořádání dosaženo toho, že její vyjádření je pouze Fourierovou transformací.

S výhodou lze podobného efektu využít při tzv. kvazifourierovském uspořádání. Při tomto uspořádání v podstatě nevzniká přídavná kvadratická fáze, takže v relativně malé oblasti interference dvou vln stejné křivosti je dosaženo mřížky s konstantní prostorovou frekvencí. Uspořádání na způsob kvazifourierovské holografie předpokládá umístění předmětového i referenčního bodu v téže rovině rovnoběžné s rovinou hologramu. Toto holografické uspořádání přináší významnou výhodu při záznamu hologramu na fotocitlivé materiály s nízkou rozlišovací schopností.

4. Digitální holografie

Digitální holografie se zabývá hologramy, kterou jsou v určité formě produkovány počítačem. Existují dva různé pohledy, jak digitální holografii vnímat. Jedním způsobem je, že ji vnímáme jako technologii, která umožňuje zpracovávat holografická data pomocí CCD (Charge coupled device) kamery nebo podobného zařízení, takže získáváme číselné údaje o nahrávaném objektu (v klasické holografii získáváme díky optické rekonstrukci vzhled objektu). Hologram pořízený digitální cestou pak představuje opticky nahuštěná data, která zpracováváme počítačem.

Druhý přístup vnímá digitální holografii jako proces, kdy jsou data nejdříve vygenerovaná počítačem a optický vzor, který se vytváří na fotografických destičkách, se může vytisknout, přičemž není vlastně po celou dobu potřeba žádný objekt jako předloha.

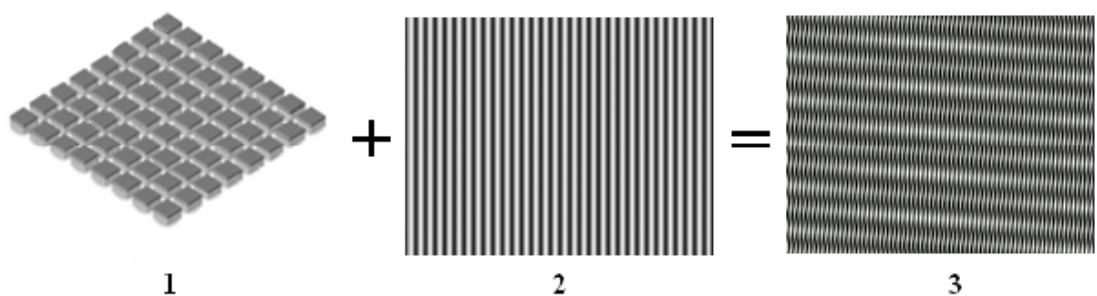
Digitální holografie simuluje nahrávací proces optické holografie. V závislosti na použitém algoritmu jsou vlnoplochy rozptýlené od objektu, skládány a poté zpracovávány počítačem, kde jsou pak definované numericky.

4.1 Digitální záznam hologramu

Vzhledem k velmi příznivému vývoji záznamových médií během několika posledních desítek let, se stala digitální holografie vcelku populární měřicí metodou. Digitalizace totiž umožnila efektivní zpracování a hlavně rychlé vyhodnocování naměřených dat. V případě klasické holografie je získávání a zpracovávání dat časově velmi náročné, proto se fotografické záznamové materiály nahrazují digitálním záznamem realizovaným formou CCD nebo CMOS (Complimentary metal oxide semiconductor) polí. Tyto detektory jsou složeny z fotosenzitivních buněk (pixelů), většinou čtvercových, a mají ortogonální strukturu. Zaznamenaný obraz je ve formě

matice $M \times N$ bodů, kde M je počet řádků a N počet sloupců matice odpovídající počtu pixelů na čipu.

Přednosti digitálního záznamu nespočívají pouze v snadném získávání a ukládání dat, ale také v možnostech další práce s nimi. Lze je jednoduše upravovat a zpracovávat pomocí různých matematických operací a algoritmů. Digitální záznam má však také svá omezení daná konečným rozlišením digitálního senzoru. Důležitým parametrem u snímacích čipů je vzdálenost mezi jednotlivými snímacími body (pixely). Tato vzdálenost předurčuje schopnost čipu zaznamenávat maximální hustotu interferenčních proužků, tedy maximální prostorovou frekvenci. Pokud je prostorová frekvence zaznamenávaného interferenčního obrazce vyšší než prostorová frekvence pixelů na čipu, vzniká tzv. moiré (viz. obrázek 13). Zaznamenaný obraz je pak deformovaný a lze ho jen stěží dále analyzovat.



Obrázek 13 Schéma vzniku moiré [15].

Maximální snímatelná prostorová frekvence ν_{\max} interferenčního obrazce je dána Shannon-Nyquistovým vzorkovacím kritériem :

$$\nu_{\max} = \frac{1}{2\Delta x} \quad (4.1)$$

kde: Δx je velikost pixelu.

Velikost pixelu udává vzdálenost dvou sousedních snímacích bodů v řádku (nebo ve sloupci). Vzhledem k ortogonální struktuře CCD i CMOS čipů, je nutné vzít ohled na vzorkovací kritérium pro výškovou i délkovou souřadnici na čipu. Význam tohoto kritéria se projeví především u mimo-osové holografie. U záznamových snímačů (např. snímač 3,5x3,5 μm), které mají jasně určené velikosti a vzdálenosti jednotlivých pixelů, je maximální úhel mezi předmětovým a referenčním svazkem dán vztahem:

$$\theta_{\max} = \frac{\lambda}{2\Delta x} = 0,0904 \quad \text{rad} = 5,2^\circ \quad (4.2),$$

pro $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$,

kde: λ je vlnová délka použitého světla.

Pro prostorovou frekvenci vzniklého obrazce pak platí:

$$v = \frac{2}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} \quad (4.3).$$

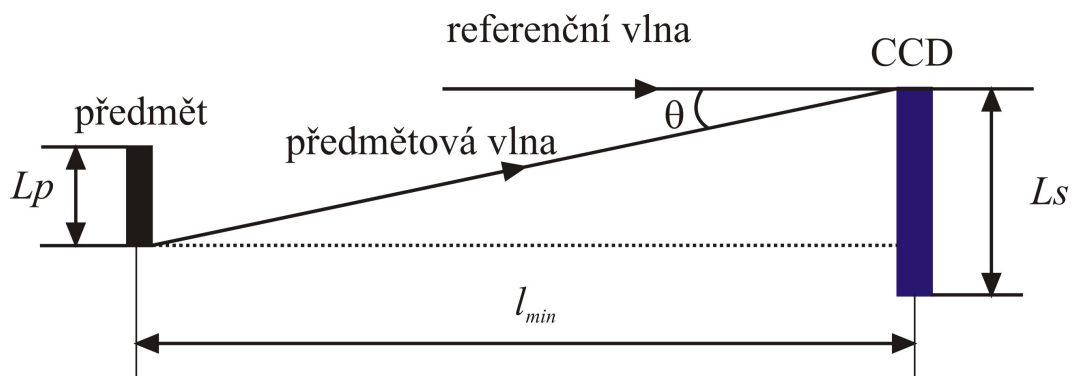
Pro správné nastavení minimální povolené vzdálenosti l mezi senzorem a měřeným objektem pro osovou holografii platí:

$$l_{\min} = \frac{\Delta x}{\lambda} (x \cdot \Delta x + L_p) \quad (4.4),$$

kde: L_p je výška objektu,

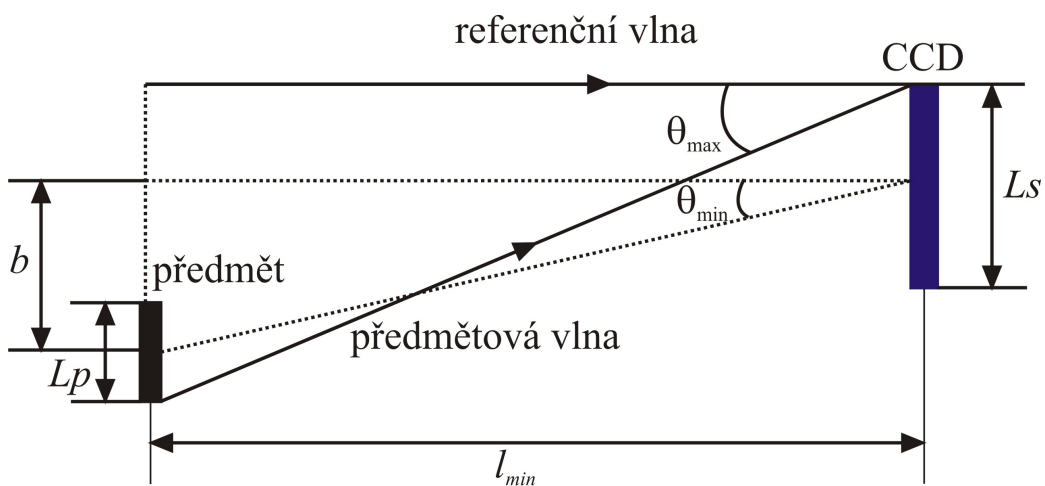
$x \cdot \Delta x$ je velikost čipu.

Následující obrázek znázorňuje jednoduché schéma pro zaznamenání osového hologramu. L_p značí výšku objektu a L_s výšku senzoru.



Obrázek 14 Záznam osového hologramu.

Případ záznamu v mimosové holografii je naznačen na obrázku 15.



Obrázek 15 Záznam mimo-osového hologramu.

Pro minimální difrakční úhel vzhledem k prostorové frekvenci ν platí:

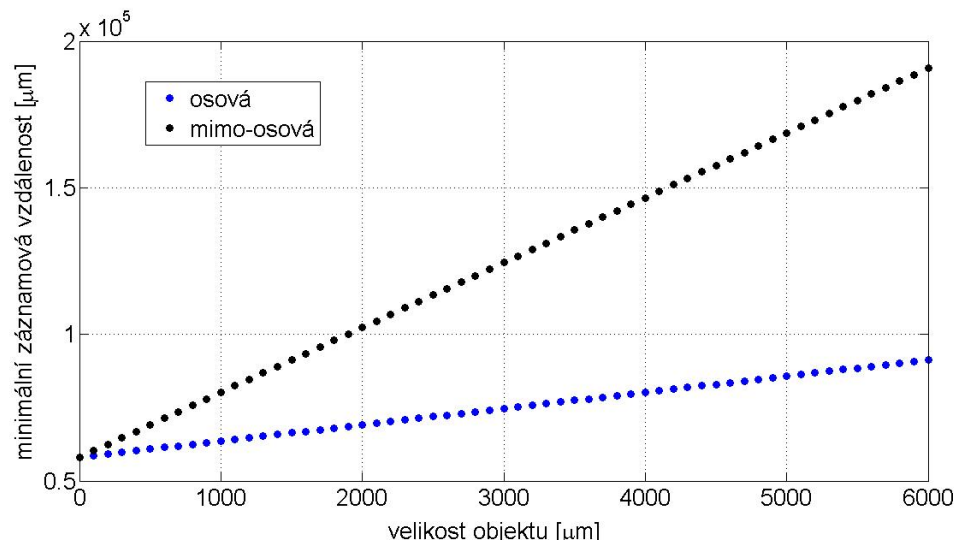
$$\theta_{\min} = \sin^{-1}(3\nu\lambda) = \frac{3L_p}{2l} \quad (4.5).$$

Pro minimální povolenou vzdálenost pak v mimosové holografii platí:

$$l_{\min} = \frac{x \cdot \Delta x + L_p + 2b}{2\nu} = \frac{\Delta x}{\lambda} (x \cdot \Delta x + 4L_p) \quad (4.6),$$

kde: $b = \theta_{\min} l_{\min}$.

V případě osově i mimosové holografie z rovnic pro minimální záznamovou vzdálenost vyplývá, že minimální záznamová vzdálenost roste lineárně s velikostí objektu, viz. následující obrázek.



Obrázek 16 Závislost minimální vzdálenosti záznamu na velikosti objektu.

Jak lze vyčíst z Obrázku 8 Přehled záznamových médií, rozlišovací schopnost CCD senzoru (i v závislosti na rozměrech pixelu konkrétního CCD) je mnohem nižší než v případě klasického záznamového prostředí. Z Shannon-Nyquistova vzorkovacího kritéria pak tedy vyplývají omezení na velikost snímaného objektu i jeho vzdálenost od CCD. Pro větší objekty či objekty blízko je pak potřeba vhodně upravit měřicí uspořádání využitím dalších optických prvků. Avšak povětšinou je pro praktické aplikace rozlišení digitálních senzorů dostačující.

Dalšími parametry, na které musíme brát ohled při výběru senzoru jsou šum (tepelný vliv v elektronických součástkách), citlivost (vztah mezi energií, která dopadá na detektor a elektrickým nábojem, který se po dopadu vytvoří), kvantová účinnost (pravděpodobnost, že foton dopadající na čip, generuje pár elektron-díra) a také čas nutný k pořízení jednoho záběru.

Záznamová média jako jsou CCD senzory, kamery nebo i lidské oko jsou považovány za kvadratické detektory, což znamená, že zaznamenávají pouze intenzitu světla, nikoliv fázi. Informaci o fázi, které vypovídá o hloubkové struktuře objektu, ztrácíme a musíme tedy její hodnoty zjistit výpočtem. Proces takového výpočtu je založen na zkoumání rozložení a změny intenzity interferenčního obrazce. Algoritmus na vyhodnocení fáze není jednoduchý, většina hodnot fáze není spočtena přímo, ale je interpolována.

Rozdíl fází daného objektu pro různé stavy přímo odráží charakteristickou změnu mezi jednotlivými stavy. Odtud lze získat hodnoty např. deformace, rozložení indexu lomu, rozložení teplot teplotního pole,....

4.2 Numerická rekonstrukce hologramu

Digitální rekonstrukce hologramu probíhá kompletně v počítači, hologram se zaznamenává pomocí čipu a je uložen v nepozměněné bezztrátové podobě a dále softwarově analyzován. Rekonstrukce vychází ze znalosti chování světelných vln v některých speciálních případech optických uspořádání.

Obecně lze zaznamenaný hologram vyjádřit Rayleigh-Sommerfeldovým difrakčním integrálem [16].

$$U_{RS}(x', y', z') = -\frac{i}{\lambda_s} \int U_0(x, y, 0) \frac{\exp(ikr)}{r} \cos \theta dx dy \quad (4.7),$$

$$\text{kde: } r = [(x'-x)^2 + (y'-y)^2 + z^2]^{1/2},$$

k je vlnové číslo,

θ je difrakční úhel.

Tento integrál popisuje pomocí známých parametrů optické soustavy interferenční pole v rovině hologramu (např. pomocí vzdálenosti mezi předmětovou a záznamovou rovinou, křivosti referenční vlny nebo třeba na základě parametrů použitých optických prvků). Rekonstrukce pomocí tohoto integrálu je však poměrně složitá a v praxi se téměř vůbec nepoužívá.

V praxi se využívá zjednodušení parametrů soustavy. Takovým zjednodušením by mohlo být třeba posunutí předmětové roviny do velké vzdálenosti od roviny hologramu. Rekonstrukci pak můžeme provést pomocí Fresnelovy nebo Fourierovy transformace. Nejčastěji se setkáme s aplikací dvojrozměrné Fourierovy transformace popisující rekonstrukci hologramu, který vznikl interferencí dvou rovinných vln.

Numerická rekonstrukce hologramu vyplývá z digitální skalární teorie difrakce. Obecně výpočet zahrnuje konvoluční difrakční integrál spolu s Fresnelovou transformací [38].

$$U(x', y') = \frac{1}{i\lambda} \exp\left\{ ikl \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda}(x'^2 + y'^2) \right] \right\} \cdot \iint h(x, y) R(x, y) \exp\left[\frac{i2\pi}{\lambda}(x'x + y'y) \right] dx dy \quad (4.8)$$

kde: l rekonstrukční vzdálenost,
 $R(x,y)$ rekonstrukční vlna,
 $h(x,y)$ nahraný hologram,
 λ vlnová délka použitého světla.

Abychom mohli použít Fresnelovu transformaci, je nutno vzdálenost l mezi objektem a senzorem podrobit této podmínce:

$$l^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} \left[(x'-x)^2 + (y'-y)^2 \right]^2 \quad (4.9).$$

Pokud si vezmeme $R(x,y)$ jako komplexní amplitudu referenční vlny a $P(x,y)$ jako komplexní amplitudu vlny předmětové, bude mít výsledná vlnoplocha po ozáření jednoduchou rovinnou vlnou s amplitudou B v případě osového uspořádání tvar:

$$U(x, y) \propto Bt_b + B|P(x, y)|^2 + BR^*(x, y)P(x, y) + BR(x, y)P^*(x, y) \quad (4.10),$$

kde: t_b je konstanta.

V případě mimo-osové holografie musím vzít v potaz ještě difrakční úhel θ , takže rekonstruovaný hologram bude ve tvaru:

$$U(x, y) \propto Bt_b + B\left[|P(x, y)|^2 + aP(x, y)\exp(i2\pi v y) + aP^*(x, y)\exp(-i2\pi v y)\right] \quad (4.11),$$

kde: a je reálná amplituda referenční vlny,
 v je prostorová frekvence.

Fourierovu transformaci lze použít v případě, pokud předmět a zdroje referenčního svazku umístíme do velké vzdálenosti od snímacího čipu. Pak lze považovat vlny dopadající na čip za rovinné. Další možností, kdy můžeme užít Fourierovu transformaci, je umístění předmětu a bodového zdroje referenčního svazku do přibližně stejné vzdálenosti od snímacího čipu. Potom můžeme říci, že na čip dopadá referenční i předmětová vlna přibližně o stejné křivosti. Tuto metodu označujeme taky někdy jako bezčočkovou digitální Fourierovskou holografii, neboť světlo ze zdroje dopadá přímo na povrch snímacího čipu.

Algoritmus dvourozměrné diskretní Fourierovy transformace má tvar:

$$U(m,n) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} u(x,y) \exp\left(\frac{-2\pi t m x}{M}\right) \exp\left(\frac{-2\pi t n y}{N}\right) \quad (4.12),$$

kde: $m = 0,1,\dots,M-1,$

$n = 0,1,\dots,N-1.$

$U(m,n)$ představuje Fourierův obraz (spektrum) a funkce $u(x,y)$ nabývá nenulových hodnot na intervalu $(0 \leq x \leq M-1) \times (0 \leq y \leq N-1)$, což je vlastně matice hodnot, která odpovídá zaznamenanému hologramu na čipu.

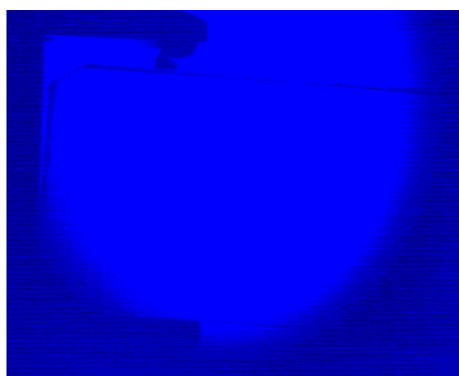
K rekonstrukci hologramu lze užít i inverzní Fourierovu transformaci, která hologram zrekonstruuje také, ale horizontálně převrácený.

5. Fotoelasticimetrie

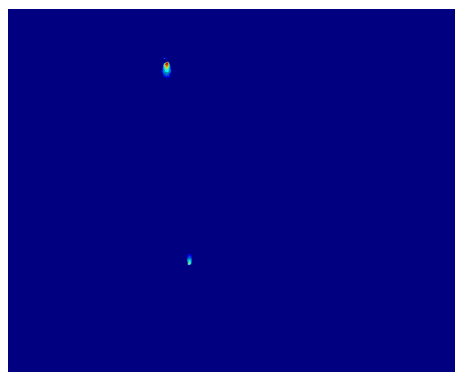
Fotoelasticimetrie je experimentální metoda, pomocí níž můžeme rozlišovat vnitřní napětí v materiálu. Vlivem napětí může materiál měnit některé své vlastnosti, což nemusí být vždy žádoucí. Základní podmínkou fotoelasticimetrie je, že materiál musí být pro světlo transparentní.

První náznaky využití metody fotoelasticimetrie se objevily v roce 1860, kdy D. Brewster uveřejnil informace o tom, že zpozoroval na skle v polarizovaném světle barevné obrazce, které byly způsobeny vlivem napětí [23]. Tato metoda se tedy začala uplatňovat na měření okrajového napětí, postupem času se však stávala více a více propracovanější. Nyní se můžeme setkat i s reflexní fotoelasticitami - nanesením speciální reflexní látky přímo na povrch skutečné konstrukce a pozorováním odraženého polarizovaného světla lze změřit napětí.

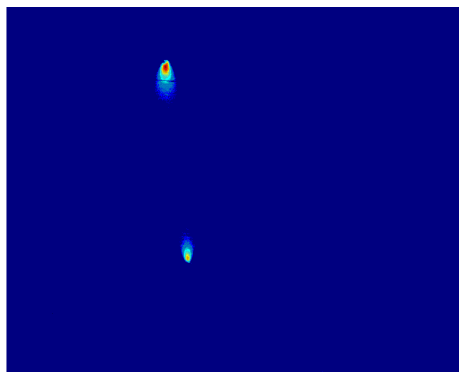
Fotoelasticimetrie je založena na určení dvojlomu vznikajícího v materiálu vlivem působení například mechanických sil. Vnitřní napětí může vzniknout účinkem vnějšího napětí (tlaku, tahu, řezání). Názorný příklad vzniku vnitřního napětí na vzorku skla Simax zatěžovaného mechanickým stiskem dvou šroubů je na těchto obrázcích:



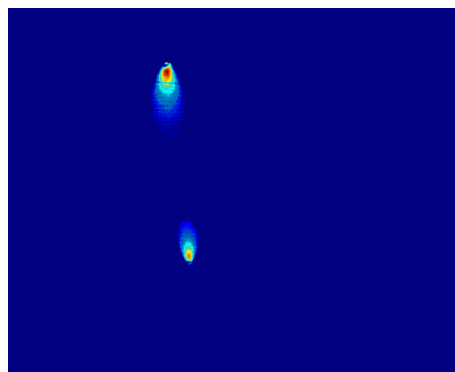
Obrázek 17 Nezatížený vzorek.



Obrázek 18 Slabě zatížený vzorek.



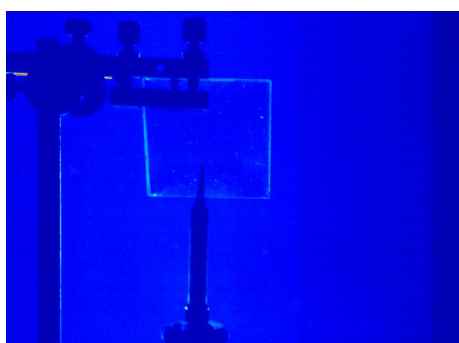
Obrázek 19 Středně silně zatížený vzorek.



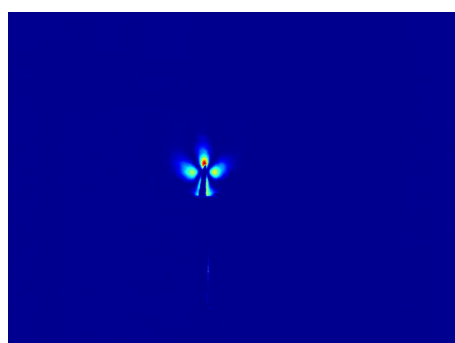
Obrázek 20 Silně zatížený vzorek.

Na obrázcích pozorujeme vzorek skla Simax, který je na spodní a horní hraně zatěžován stiskem dvou šroubů. Stisk byl postupně větší a větší a vzorek byl analyzován fotoelastimetrickou metodou. Na obrázcích 17-20 můžeme dle barvy analyzovat stupeň napětí a určit kritické oblasti a směr šíření vnitřního napětí.

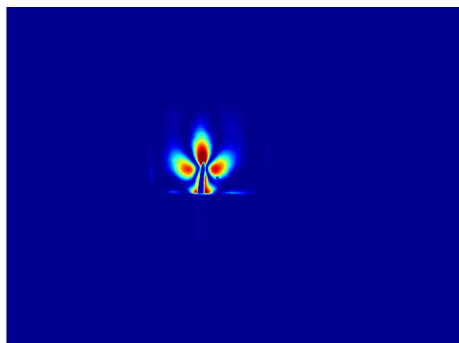
Další příčina vzniku napětí může být účinkem teplotního rozdílu na povrchu a uvnitř materiálu. Příklad vzniku vnitřního pnutí na vzorku skla Simax zapříčiněného lokálním zahříváním středu vzorku je patrný na těchto obrázcích:



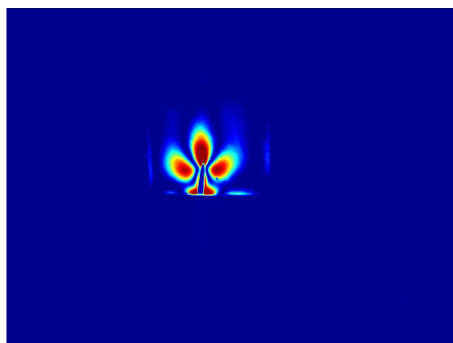
Obrázek 21 Zahřívání vzorku Os.



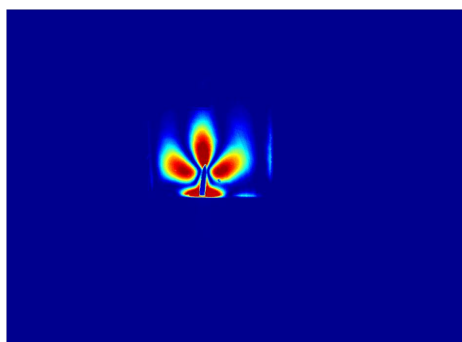
Obrázek 22 Zahřívání vzorku 30s.



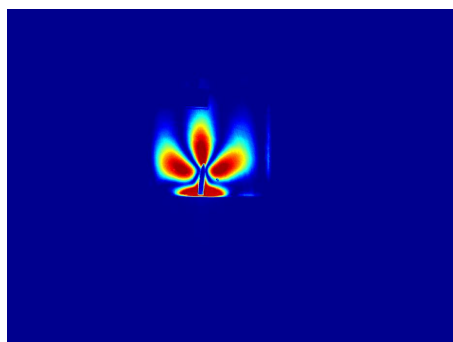
Obrázek 23 Zahřívání vzorku 60s.



Obrázek 24 Zahřívání vzorku 90s.



Obrázek 25 Zahřívání vzorku 120s.



Obrázek 26 Zahřívání vzorku 150s.

Vzorek skla Simax byl na středu zahříván a pomocí fotoelasticimetrie jsme v daných časových intervalech snímali, jak se šíří vzorkem tepelná zátěž.

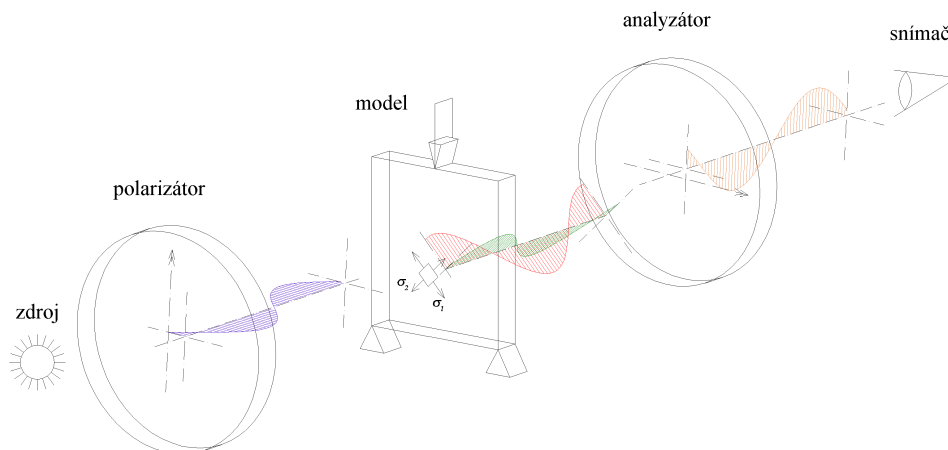
Zdrojem obrázků 17-26 je bakalářská práce „Aplikace fotoelasticimetrie pro zjištění vnitřního napětí ve skle“ [24].

Dalším možným zdrojem vnitřního pnutí je účinek rozdílné roztažnosti v místě svaru materiálu nebo materiálů s různým koeficientem roztažnosti.

5.1 Princip fotoelasticimetrie

Jak bylo výše zmíněno, fotoelasticimetrie je založena na určení dvojlomu vznikajícího v materiálu. Dvojlom zapříčiní, že se procházející světelný

paprsek rozloží na dva paprsky, z nichž se pak každý šíří jinou rychlostí a kmitá v jiné rovině šíření.



Obrázek 27 Polariskop [25].

K měření se používá optická soustava nazývaná polariskop, viz. obrázek 27. Polariskop je tvořen zdrojem světla, polarizátorem, vzorkem, analyzátozem a snímačem.

Polarizátor a analyzátor jsou optické filtry, které stácejí světelné paprsky. Pokud usměřují paprsky do jedné roviny, stačí nám k realizaci polarizační filtr, který propouští paprsky, které kmitají v rovině kolmé na osu filtru. Takto získáme lineárně polarizované světlo. Za lineárně polarizované považujeme takové světlo, jehož vektor elektrické intenzity kmitá stále v jedné přímce. Stupeň polarizace závisí na úhlu dopadu paprsku, lineárně polarizované světlo má stupeň polarizace roven 1.

Pokud usměřujeme dvě lineárně polarizované a navzájem kolmé světelné vlny se stejnou amplitudou a frekvencí, získáme kruhově polarizované světlo. Avšak světelné vlny musí mít mezi sebou fázový rozdíl $\pi/2$ (čehož můžeme jednoduše dosáhnout použitím čtvrtvlnové destičky, která má pootočenou optickou osu o 45° od optické osy polarizačního filtru).

Mezi polarizátorem a analyzátozem se nachází měřicí prostor. Do něj umístíme zkoumaný model. Při měření model zatěžujeme (např. mechanicky

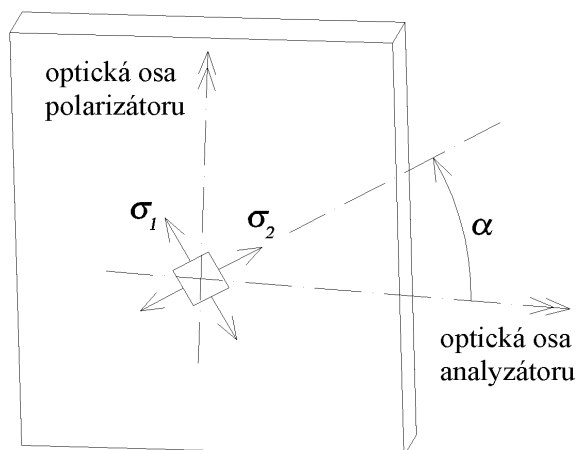
nebo tepelně,...) a pozorujeme, jak se usměrněné paprsky vlivem napětí rozkládají a vzniká fázový posun. Pozorováním těchto rozložených paprsků procházejících posléze analyzátozem, můžeme pozorovat rozložení tzv. izoklín a izochron. Tyto čáry nám vlastně vytváří interferenční obrazce. Izoklínou nazýváme křivku, jejíž body mají stejný sklon hlavních napětí. Izochromou nazýváme křivku, jejíž body mají stejný rozdíl hlavních napětí. Izochromy závisí na velikosti zatížení, zobrazují se jako barevné přechody při použití bílého světla.

Fotoelasticimetrie je hlavně metodou názornou, pomoci ní můžeme snadno určit rozložení napětí ve zkoumaných vzorcích a snadno jednotlivé výsledky srovnávat.

Rovnice fotoelasticimetrie slouží k určení rozdílu hlavních napětí ve zkoumaném modelu. Pro lineární polariskop platí [25]:

$$I = I_0 \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi n \quad (5.1)$$

- kde:
- α je úhel mezi směry hlavních napětí v daném bodě a osami filtrů,
 - m je řád izochromatické čáry,
 - I_0 je intenzita světla vycházejícího ze zdroje.



Obrázek 28 Rozložení směrů napětí [25].

V místech, kde je nulová intenzita, vznikají izkolíny a izochromy, to znamená, že musí platit:

$$\sin^2 2\alpha = 0 \quad \text{Pro } \alpha = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots \quad (5.2)$$

Stejně tak je intenzita světla nulová v bodech, pro které platí:

$$\text{Pro } \sin^2 \pi m = 0 \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5.3)$$

Řád izochromatické čáry m je roven:

$$m = \frac{d}{k} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (5.4)$$

Pro rozdíl hlavních napětí platí:

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{mk}{d} \quad (5.5)$$

kde: k je optická citlivost materiálu,

d je tloušťka materiálu.

Optickou citlivost materiálu k charakterizujeme jako:

$$k = \frac{\lambda}{C} \quad (5.6)$$

kde: λ je vlnová délka světla,

C je materiálová konstanta.

Pro vyšetřování interferenčních izochromatických křivek je vhodné světlo monochromatické.

Dnes má fotoelasticimetrie vcelku široké uplatnění v nejrůznějších oborech, např.: v geologii, v biomechanice, k různým experimentálním analýzám, ve stavebnictví a také třeba v průběhu výroby skleněných výrobků při kontrolování vnitřního pnutí.

6. Významné holografické aplikace

Holografie má široké spektrum uplatnění nejen sama jako taková, ale i ve spojení s jinými optickými metodami. To stejné platí i pro holografii digitální. Pro představu zde uvádím několik nejzákladnějších aplikací holografie, resp. digitální holografie.

6.1 Holografická interferometrie

Holografická interferometrie má svou nenahraditelnou úlohu mezi měřicími metodami již několik desítek let. Tato technika je velmi univerzální, lze ji využít na širokou škálu různých měření od deformací těles, přes vibrace až k teplotním nebo tlakovým měřením. Tato celoplošná, bezkontaktní a diferenční měřicí metoda je dnes široce využívána v mnoha oblastech výzkumu a nedestruktivního testování jako nenahraditelná bezdotyková metoda.

Holografická interferometrie je založena na možnosti interference rekonstruované vlny s jinou koherentní vlnou. Jestliže se tyto vlny od sebe moc neliší, lze z makroskopicky viditelného interferenčního obrazce stanovit vzájemnou diferenci obou vln a nezáleží na tom, zda charakterizují dvě různá tělesa nebo jedno těleso ve dvou různých polohách.

Oproti klasické interferometrii je holografická interferometrie dokonalejší, neboť zachovává všechny výhody klasické metody a k tomu navíc odstraňuje některé její nedostatky. Umožňuje totiž stanovení rozdílů tvarů nebo struktur složitých trojrozměrných absorpčních i fázových předmětů a díky vysoké intenzitě laserových zdrojů dovoluje studovat i vlny odražené od matných povrchů a z technického hlediska klade minimální nároky na kvalitu optických prvků. Podle povahy interferujících vln můžeme pracovat buď s metodou jednoho hologramu nebo s metodou dvou hologramů.

Metoda jednoho hologramu (též nazývána metoda v reálném čase) je realizována tak, že nejprve je proveden záznam hologramu předmětu. Hologram je pak osvětlen původní referenční vlnou, která je vlastně nyní vlnou

rekonstrukční. Výsledkem je rekonstruovaný obraz předmětu v původní velikosti a poloze. Při rekonstrukci je současně osvětlen i předmět, takže vlna rekonstruovaná i předmětová spolu mohou interferovat.

Metoda dvou hologramů je pro změnu realizována tak, že zpravidla na tentýž hologram jsou nezávisle zaznamenány dva stavy měřeného objektu, tedy dva hologramy. V obou případech dostáváme ve výsledku interferenční pole světlých a tmavých proužků. Intenzita je v obecném případě modulována kosinovou funkcí, jejíž argument charakterizuje diferenci obou poloh předmětu.

Co se týče průmyslových aplikací, kdy je potřeba hromadnějších měření, zejména v oblasti defektoskopie nebo jsou potřeba různá kontrolní měření, je nutno vzít ohled i na ekonomickou stránku věci a využívají se záznamové materiály menší kvality (s nízkou rozlišovací schopností). Pro tyto situace je ideální holografické interferometrické zobrazování na způsob kvazifourierovské holografie.

Holografickou interferometrii lze využít i k vyšetřování dynamických jevů. Při studiu rázových nebo neperiodických jevů je potřeba využít laserových zdrojů s velkými výkony (pulsní lasery) a dvě krátké expozice vzhledem k probíhajícímu jevu. Tyto expozice mohou být voleny buď náhodně nebo s vazbou na nějakou jinou charakteristickou veličinu (např. hluk, chvění).

Studium periodických jevů je zpravidla prováděno tzv. stroboskopickou metodou, která je založena na přesném načasování probíhajícího jevu a expozic přesně definovaných ve dvou fázích probíhajícího jevu. Počet opakování expozic závisí na výkonu použitého světelného zdroje a na vlastnostech záznamového materiálu.

Nesporné výhody má digitalizace holografické interferometrie, neboť se tak vyhneme složitému vyvolávání hologramu a získáme obraz a tedy i výsledky v reálném čase. Můžeme tak provádět okamžitá měření a provádět kontinuální měření.

6.2 Holografická fotoelasticimetrie

Zajímavou měřicí metodou vnitřního napětí materiálu je holografická fotoelasticimetrie. Tato metoda využívá jak základních principů holografie, tak fotoelasticimetrie, což umožňuje přesnou analýzu napětí v materiálu.

Jedny z prvních poznatků o této metodě byly představeny již v roce 1987 fyziky G. M. Brownem a J. L. Sullivanem [26].

Metoda spočívá v určení kalibračních koeficientů reprezentujících absolutní i relativní rozložení světelné intenzity. Koeficienty odpovídající součtu napětí a odchylky jsou určeny metodou nejmenších čtverců z dat celkového napětí odpovídajícímu teoretickému rozložení napětí v kalibračním vzorku. K vyhodnocení je zapotřebí celkem jedenácti snímků, osm z nich se týká fázového posunu a tři z nich světlému a tmavému poli jako pozadí.

K získání přesných výsledků o vnitřním napětí nestačí pouze experimentální data, ale je potřeba také výpočetní analýza. K základnímu výpočtu potřebujeme data ze čtyř snímků vzorku, které můžeme získat experimentálně pomocí kruhové polariskopie. Snímky znázorňují vzorek v světlém a tmavém poli, pokaždé v zatíženém a nezatíženém stavu. Pomocí relativního zpomalení fázového posunu δ můžeme vyjádřit jednotlivé intenzity v tvaru:

$$\begin{aligned} I_1 &= B, \\ I_2 &= I_0 \sin^2 \pi\delta + B, \\ I_3 &= I_0 + B, \\ I_4 &= I_0 \cos^2 \pi\delta + B, \end{aligned} \tag{6.1}$$

kde: B je pozadí,
I₀ je amplituda intenzity světla,
δ je relativní zpoždění.

Zpětně nám k určení relativního zpoždění stačí znát jen tři z výše uvedených rovnic, musí platit:

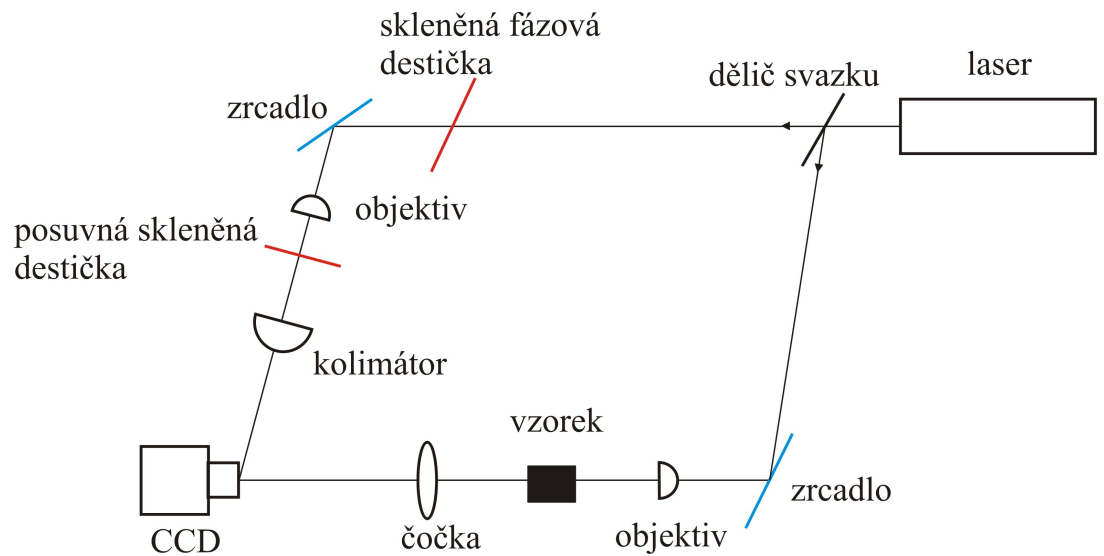
$$\delta = (2\pi)^{-1} \cos^{-1} \left(\frac{I_4 - I_2}{I_4 + I_2 - 2I_1} \right). \quad (6.2)$$

A s využitím znalosti rozdílu hlavních napětí musí také pro relativní zpoždění platit:

$$\delta = \frac{Kd(\sigma_1 - \sigma_2)}{\lambda}, \quad (6.3)$$

kde: d je tloušťka materiálu,
K je konstanta.

Experimentální data můžeme získat pomocí holografického fotoelasticimetrického interferometru, jehož schéma je znázorněno na následujícím obrázku:



Obrázek 29 Holografický-fotoelasticimetrický interferometr.

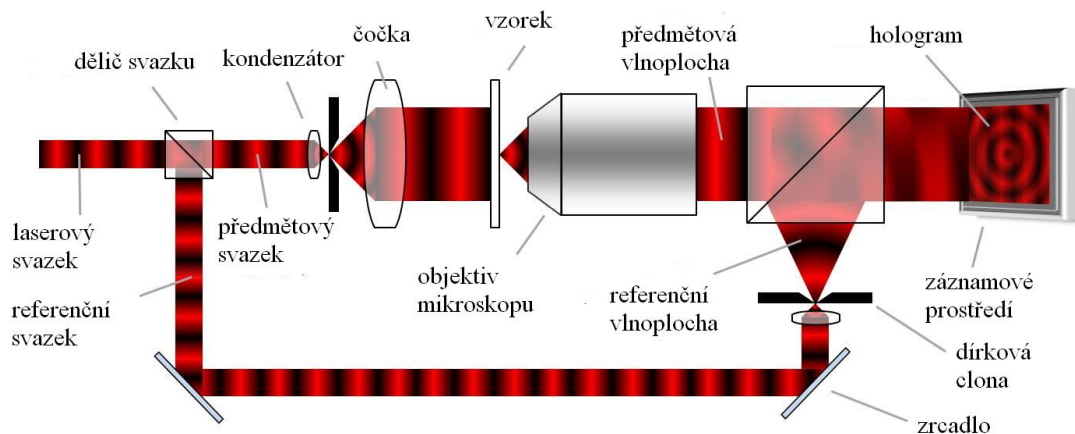
6.3 Holografická mikroskopie

Holografická mikroskopie je spojením klasické mikroskopie s výhodou fázového rozlišení, které umožňuje holografie. Díky tomu můžeme získat v reálném čase trojrozměrný obraz s rozlišením kolem 5 nm ve vertikálním směru, v horizontálním je rozlišení podobné jako u světelného mikroskopu, tedy je rovno přibližně polovině vlnové délky použitého světla. Takto je možné pozorovat drobné nerovnosti různých materiálů, či změny na povrchu pozorovaného objektu. Metoda je vhodná pro vzorky transparentní i reflexní.

Kromě informace o šířce a délce vzorku máme i informaci o třetím rozměru a můžeme takto vytvářet pseudo 3-D obrazy a měřit vlastnosti vzorku ve všech třech směrech. Měření v reálném čase umožňuje pozorovat biologické vzorky (i živé buňky), ale také zkoumat deformace či vibrace materiálu.

V případě pozorování biologických vzorků je tato metoda velice oblíbená, neboť holografická mikroskopie dovoluje pozorovat např. i buňky, které by při pozorování běžným mikroskopem musely být barevně označeny. Jedná se tedy i metodu neinvazní vzhledem ke vzorku a je tak možné zachovávat v roztocích i živé buňky a sledovat jejich vývoj, pohyb a další změny.

Díky digitální holografické mikroskopii můžeme zachycený hologram dále zpracovávat numericky a upravovat tak aberace a deformace obrazu vzniklé na optických systémech mikroskopu. Zlepšení výsledného obrazu dosáhneme pomocí numerických čoček, které jsou definovány povětšinou v polynomičtém tvaru a v programu na zpracování obrazu jsou automaticky započteny při zkoumání posuvu fáze nebo amplitudy.



Obrázek 30 Princip holografické mikroskopie [27].

Obrázek 30 charakterizuje princip digitální holografické mikroskopie. K vytvoření hologramu je zapotřebí koherentní světelný svazek, který je rozdělen na předmětový a referenční. Předmětový svazek je kondenzátorem rozšířen, aby zachytil celý pozorovaný objekt. Předmětová vlnoplocha je zachycena objektivem mikroskopu. Interferencí předmětové a referenční vlnoplochy pak získáme hologram, který můžeme dále zpracovávat.

Pro srovnání digitální holografie s ostatními mikroskopickými metodami (OM – optická mikroskopie, COM – konfokální optická mikroskopie, SEM – skenovací elektronová mikroskopie, TEM – transmisní elektronová mikroskopie, AFM – mikroskopie atomových sil, SNOM – skenování optická mikroskopie v blízkém poli) zde uvádím následující tabulku, viz. obrázek 31.

mikroskopická metoda	základní princip získání informace	rozišení vertikální	rozišení horizontální	3D	zachování života	vliv na vzorek	optický řez	real time záznam
OM	kontrast intenzity světla	-	okolo 0,5 μ m	ne	ano	průhledné vzorky se musí barvit	není možný	možný
DHM	holografie-fázový posun	okolo 5nm	okolo 0,5 μ m	ano	ano	není nutné žádné ovlivňování	není možný	možný
COM	zaostření světél. paprsku na určitý bod vzorku a zbytek odfiltrován	až 10nm	až 0,35 μ m	ano	ano	není nutné žádné ovlivňování	možný	není možný
SEM	skenující odražený paprsek elektronů od povrchu vzorku	okolo 5nm	okolo 0,5nm	ano	Ne	nutné pokovování vzorku	není možný	není možný
TEM	intenzita prošlých elektronů	-	okolo 0,5nm	ne	Ne	fixace, odvodnění, tenký řez	není možný	není možný
AFM	vychýlení sondy působením Van der Waalsovými silami mezi atomy	10 ⁻²⁰ m	okolo 1nm	ano	Ne	není nutné žádné ovlivňování	není možný	není možný
SNOM	rastrování vzorku v blízkém poli - bez difrakce	okolo 5nm	asi 50nm	ano	ano	není nutné žádné ovlivňování	není možný	není možný

Obrázek 31 Srovnání mikroskopických metod [17].

Z tabulky je patrné, že nevýhoda digitální holografie, která spočívá v nižším rozlišení v horizontálním směru oproti elektronové mikroskopii, je kompenzována právě možností měření v reálném čase, získáním 3-D obrazu objektu a neovlivňováním vzorku. V ostatních směrech je holografická mikroskopie kvalitativně srovnatelná s dalšími uvedenými metodami.

6.4 Využití hologramů

Hologramy jako takové mají také dnes velmi široké spektrum využití. Především slouží k zobrazení předmětů, což je přínosné například k zpřístupnění vzácných objektů díky velké hloubce obrazové scény a širokému úhlu pozorování. Pro tento účel s výborně hodí právě digitální holografie.

Zajímavou aplikací je využití hologramu k datovému záznamu. Svazek paprsku je rozdělen na referenční a předmětový, předmětový projde maticí světlých a tmavých pixelů, které představují jednotlivé datové bity. Pak dojde k interferenci s referenčním svazkem uvnitř destičky citlivé na světlo. Pokud výslednou matici zpětně osvítíme referenčním svazkem pod stejným úhlem, pod kterým záznam vznikl, získáme původní data. Hustotu dat lze ovlivnit použitím různé frekvence nebo úhlem referenčního svazku paprsku. Ukládání dat touto metodou umožňuje trojrozměrný zápis díky krystalům fotopolymery reagujícího na světlo. Ty tvoří datovou vrstvu média. Za použití správného typu média by rychlost zápisu mohla dosáhnout 1 Gb za sekundu, u rychlosti čtení jsou experti více optimističtější, předpokládají až 1 Tb za sekundu. Nevýhodou je, že tento materiál neumožňuje přepisovat dříve nahraná data, tím pádem tedy není možnost opravit případné chyby. Nespornou výhodou je však rychlost vyhledávání, čtení, zápis a také velká kapacita. Dle odhadu se s holografickým diskem můžeme setkat kolem roku 2020 [18].

S hologramy se často setkáváme jako s bezpečnostními prvky. V lisované formě se používají jako zabezpečovací prvky např. pro bankovky, doklady totožnosti či jiné produkty, které je potřeba chránit proti padělání. Takové hologramy se vytváří synteticky. Obrazce na hologramech nevznikají snímáním reálného předmětu, ale vytvářejí se podle návrhu vzniklého v grafickém studiu. Tento postup je typický pro ochranné a identifikační hologramy. Hologram se skládá z vhodně uspořádaných difrakčních mřížek, přičemž každá mřížka je tvořena soustavou jednotlivých čar s takovou hustotou, že jejich vzdálenosti jsou srovnatelné s vlnovou délkou záření, a proto se na takových strukturách projevuje ohyb (difrakce) světla. Tento jev je patrný i při osvětlení běžným bílým světlem, kdy na hologramu dochází k rozkladu světla. U hologramů s různě poskládanými mřížkami potom dochází podle úhlu dopadajícího světla ke změnám obrazců, jejich barev, popř. k různým pohybovým efektům. Základní vlastností hologramů, důležitou z hlediska jejich použití pro identifikaci a ochranu výrobků, je nemožnost vyrobit je běžnými polygrafickými technologiemi. Pro dosažení dostatečně jemné struktury je nutné použít speciální výrobní postupy – laserovou nebo

elektronovou litografií. Okopírování hologramu je nesnadné a v případě hologramů zaznamenaných synteticky elektronovou litografií až nemožné nejen pro náročnou výrobní technologii, ale také pro to, že hologramy mohou navíc obsahovat množství skrytých ochranných prvků, např. nanopísma nebo motivy viditelné pouze při osvětlení laserovým světlem.

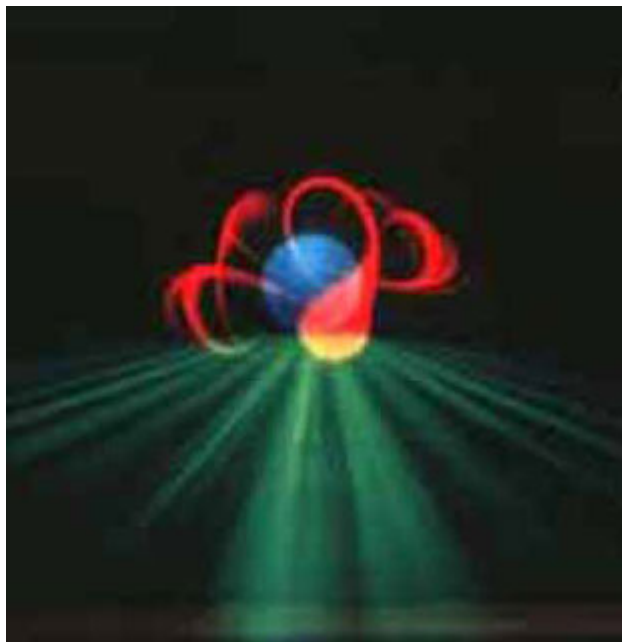


Obrázek 32 Hologramy jako bezpečnostní prvky [19].

Zajímavým spojením je využití hologramů jako uměleckých objektů. Holografické umění je často výsledkem spolupráce mezi vědci a umělci. Za jednoho z prvních nejznámějších průkopníků je považován Salvator Dalí, který i v roce 1972 představil svou výstavu uměleckých hologramů v New Yorku. Nebyla to však první výstava tohoto typu, ta se konala už v roce 1968 v Cranbrook na Akademii Umění v Michiganu. Další, mediálně velmi známou výstavou, byla pak výstava v roce 1970 v galerii Finch College v New Yorku [20].

Během následujících let byla pak provedena řada studií na uměleckých školách a nejvýznamnější centra holografického umění vznikaly v New Yorku a v Soulu. Dnes víceméně používají umělci holografické prvky ne jako jediný prostředek, ale začleňují je do díla jako celku. Nejrozsáhlejší sbírky uměleckých hologramů a také on-line katalogy umění hologramů lze najít

v MIT museu (Massachusetts Institute of Technology) [21] nebo také ve sbírkách Jonathana Rosse [22].



Obrázek 33 Event Horizon [21].

Obrázek 33 Event Horizont představuje jeden z prvních uměleckých hologramů Rudieho Berkhouta. Jedná se o holografii v bílém světle a výsledný hologram je vytvořen ze tří hologramů, Berkhout použil speciálně vytvořené holografické optické prvky pro vytvoření části snímku. Dílo lze nalézt v MIT museu.

Budoucnost je pro hologramy velice příznivá. S rozvojem nových technologií se začíná hologramů využívat i v zábavním průmyslu, v případě 3-D promítání v kinech, 3-D televizních displejů či v mobilním průmyslu.

7. Prostředí Matlab

Matlab je interaktivní programovací jazyk pro vědecko-technické a inženýrské výpočty. Toto programové prostředí vytvořila společnost MathWorks. MathWorks je americká firma zabývající se počítačovými matematickými počítačovými softwary se sídlem v Massachusetts, která vznikla v roce 1984 a dnes již zaměstnává přes 2000 lidí v 15 různých zemích světa [28].

7.1 Historie Matlabu

Matlab (**matrix laboratory**) umožňuje počítání s obdélníkovými komplexními maticemi (tedy i s vektory), snadné vykreslování 2D i 3D grafů funkcí, implementaci algoritmů, počítačovou simulaci, analýzu a prezentaci dat i vytváření aplikací včetně uživatelského rozhraní. Původně byl jazyk určen pro matematické účely, ale časem byl upraven, byly přidány nové funkce a rozšíření, rozrostl se různými směry a dnes je využitelný v široké paletě aplikací. Je používán pro vědecké i výzkumné účely vědeckotechnických pracovníků i studentů, nejčastěji v ekonomických a technických oborech.

Matlab vytvořil na konci sedmdesátých let profesor Cleve Moler, který v té době působil na Univerzitě v Novém Mexiku na Katedře informačních technologií. Vlastní programovací jazyk vychází z jazyka Fortran (**formula translator**), což je imperativní programovací jazyk, který v 50. letech 20. století navrhla firma IBM pro vědecké výpočty a numerické aplikace. Fortran se však zdál Molerovi příliš složitý a chtěl vytvořit pro své studenty něco jednoduššího. Vytvořil tedy Matlab, který začal být velice oblíbený i na dalších univerzitách. V roce 1983 když byl Cleve Moler na návštěvě na Stanfordské Univerzitě se o Matlab začal zajímat Jack Little, který v softwaru uviděl ekonomický potenciál. Do této doby byl Matlab zdarma. Jakc Little přepsal Matlab do jazyka C, přidal některé další funkce a knihovny a v roce 1984 založili Little, Moller a Steve

Bergert společnost MathWorks, která dále pokračovala ve vývoji a nabídla produkt na trh.

První oficiální verze byla pro PC XT a byla vydána kolem roku 1985. Potýkala se však se základním problémem nedostatku paměti a z toho plynoucího omezení na maximální velikost matic. Velké obliby se až dočkala verze Matlab 386, která byla určena pro PC s 32bitovým procesorem Intel 80386, a která využívala virtuální paměť, neboť pokud program umí pracovat s virtuální pamětí, může tak využívat více operační paměti. Tato skutečnost sice vedla k zpomalení výpočtů, ale umožnila provádět výpočty na velkých maticích [29].

7.2 Vlastnosti Matlabu

Nejnovější verze Matlab R2011a vyšla letos v dubnu a je k dispozici pro operační systémy Windows, Linux i Mac OS X.

Matlab se tedy dnes využívá zejména pro inženýrské výpočty, při tvorbě algoritmů, k analýze dat, k vědecké a inženýrské grafice i při tvorbě aplikací (jako grafické rozhraní). Základní vlastností je, že veškeré objekty jsou v Matlabu považovány za prvky matice. Tyto prvky mohou představovat nejen čísla či proměnné, ale také složitější struktury (obrázky). Výkonnost Matlabu je zvyšována pomocí navazujících softwarů, které jsou tvořeny především jednotlivými soubory programu, tzv. toolboxy, které bývají zpravidla přímo orientovány na nějaký daný problém. Toolboxy obsahují vždy uceleným způsobem, včetně dokumentace a příkladů, zpracovaný určitý obor numerické matematiky, analytické matematiky, statistiky, systémového přístupu k regulacím a další obory, ve kterých nachází Matlab uplatnění. Dále mohou výkon pozitivně ovlivnit i programy sestavené uživatelem, tzv. m-files.

Proměnné v Matlabu nemají po deklaraci určený datový typ a mění svůj datový typ během své existence. Základním druhem proměnné je matice, která může obsahovat čísla v různých formátech (celočíselná, komplexní,...), znaky, symbolické proměnné a struktury, které mohou obsahovat další matice nebo

struktury. Matice mohou mít prakticky libovolný počet rozměrů. Jsou vždy obdélníkové a všechny prvky jedné matice musí být stejného typu.

8. Experimentální část

Experimentální část této práce zahrnuje záznam interferenčního pole a zpětnou numerickou rekonstrukci hologramu.

8.1 Vybavení experimentu

Jako zdroj koherentního záření jsme použili He-Ne laser Melles Griot 05-LHR-911 HeNe IIIb, který vyzařuje na vlnové délce 632,8 nm (červená) a má výkon až 30 mW.



Obrázek 34 Laser Melles Griot [39].

Laserový svazek byl objektivem usměrněn do dírkové clony o rozměrech 75 μm (prostorový filtr, který vyčistí svazek) a dál rozdělen děličem svazku, který má dělicí parametr 50% na 50% pro červenou barvu, na referenční a předmětovou větev. Dále byla dráha každé větve řízena pomocí zrcátek a dalšího děliče svazku. Veškeré tyto optické prvky jsou značky ThorLabs.

Pro záznam hologramu jsem použili CMOS kamera Lw620/Lw625 výrobce Lumenera [40]. Tato kamera má rozlišení 6 Mpixelů a umožňuje monochromatický záznam.



Obrázek 35 CMOS kamera [40].

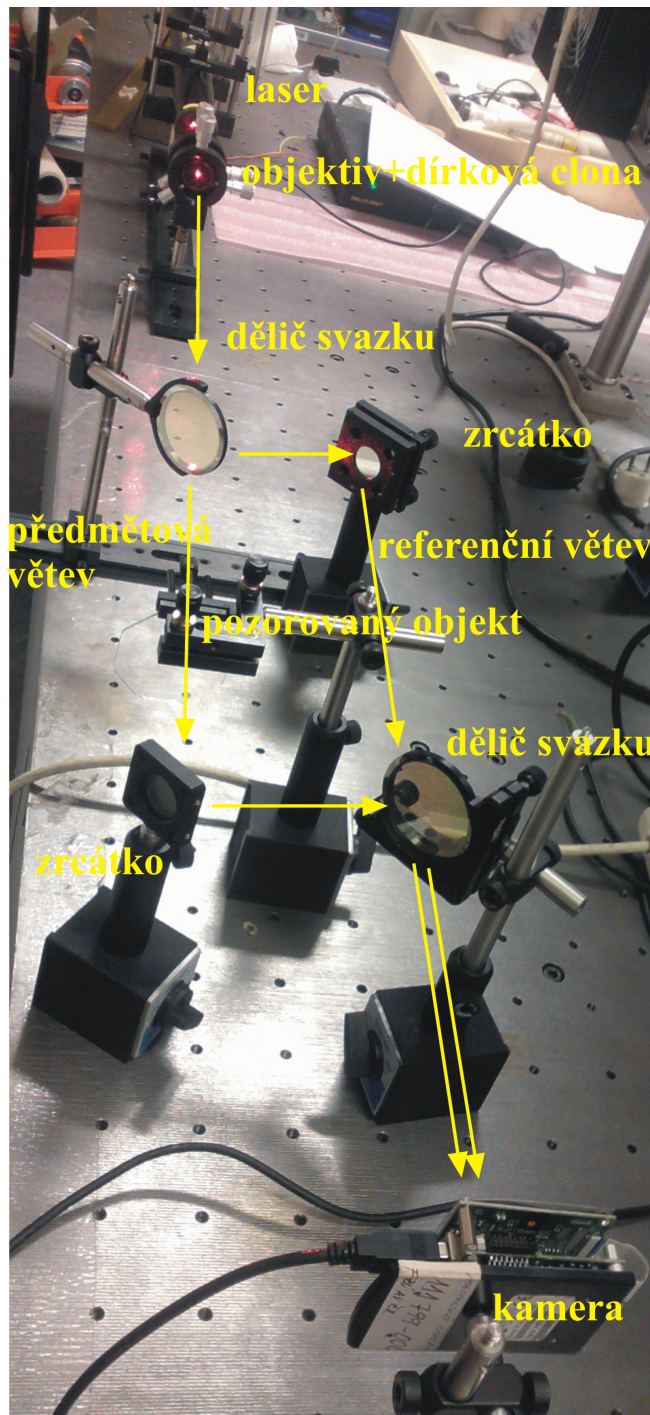
Podrobnější specifikace parametrů této kamery:

Image Sensor:	1" CMOS
Effective Pixels:	3000 x 2208
Pixel Size:	3.5 μ m x 3.5 μ m
Shutter:	Rolling / Half Global Shutter
Frame Rate:	5.12fps at full resolution, 73.6fps at 640x480
Dynamic Range:	standard mode 56dB ~100dB in multi-slope intergarion mode
Exposure:	Auto / Manual
White Balance:	Auto / Manual
Power Requirement:	USB bus power or external 5VDC, 500mA
Power Consumption:	about 2.5W
Operating Temperature:	0°C to +50°C
Operating Humidity:	up to 95%, non-condensing
Interface:	High-speed USB 2.0
Lens Mount:	C-Mount
Frame Buffer:	1 frame buffer (optional expansion to 8 frames)
Dimensions (W x H x D):	51 x 64 x 41 mm (board level) 57 x 98 x 40 mm (enclosed)
Weight:	board version: approx. 150g, housed version: approx. 300g

Obrázek 36 Vlastnosti CMOS senzoru [40].

8.2 Experimentální soustava

Pro záznam hologramu jsme využili tuto experimentální soustavu.



Obrázek 37 Experimentální soustava.

Laserový svazek je po průchodu objektivem a dírkovou clonou rozdělen pomocí děliče svazku na předmětovou a referenční větev. Tato sestava představuje osový záznam hologramu. Předmětový svazek je po průchodu vzorkem pomocí zrcátka a dalšího děliče svazku nasměrován na kameru, kde dochází k interferenci se svazkem referenčním (pro transparentní hologram). V případě reflexního hologramu se místo zrcátka umístěného v předmětové větvi vkládá měřený objekt.

Pomocí interferenčního záznamu jsme taky provedli ověření vzorkovací frekvence kamery pro případ dvou rovinných a rovinné a sférické vlny.

8.3 Výsledky měření

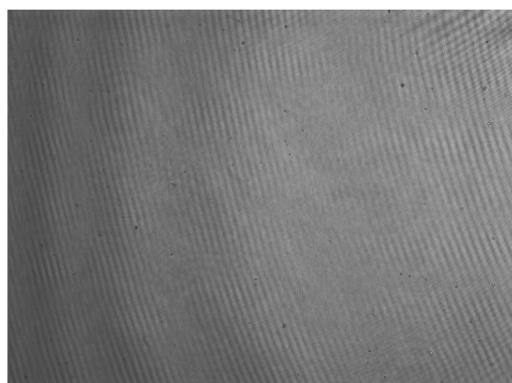
Měření jsem provedla pro dvě rovinné vlny, dále pro rovinnou a sférickou vlnu a také jsem provedla záznam transparentního hologramu.

Záznam dvou rovinných vln:



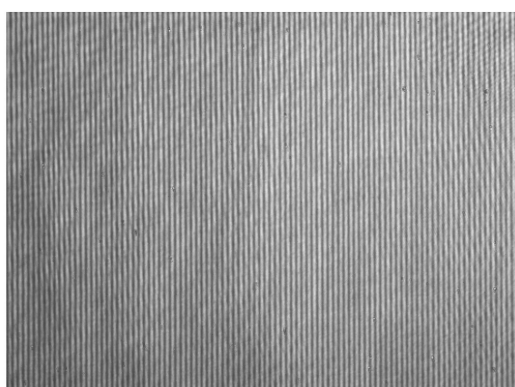
referenční vlna

+



předmětová vlna

=

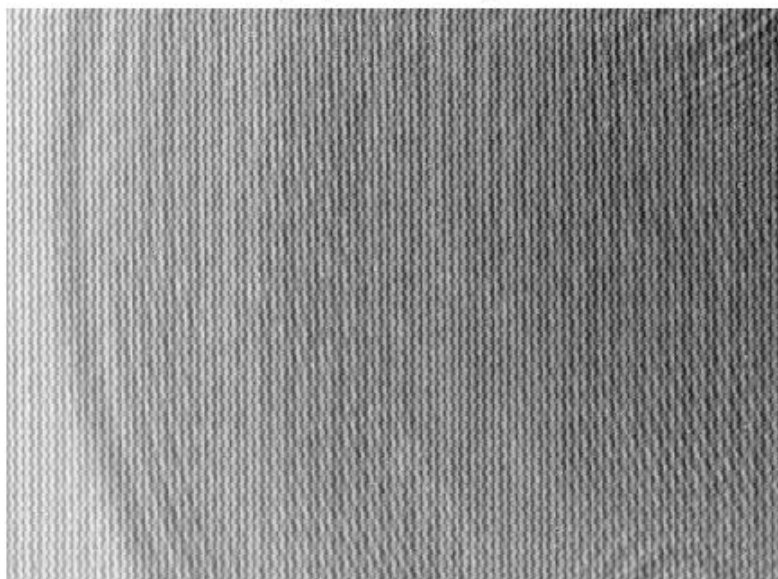


výsledné interferenční
pole

Obrázek 38 Záznam dvou rovinných vln.

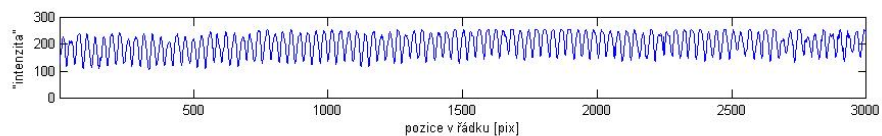
Digitální záznam hologramu dvou rovinných vln:

Digitally sampled hologram

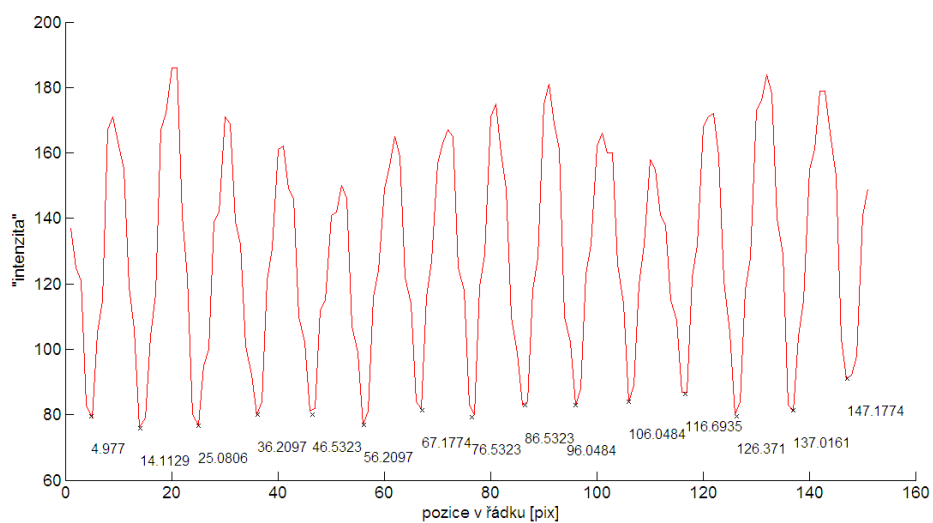


Obrázek 39 Digitální záznam hologramu dvou rovinných vln.

Z digitálního záznamu je patrné, že struktura má periodický charakter. V Matlabu můžeme provést výpočet periody. Pokud si vykreslíme jeden řádek záznamu, lze z jeho průběhu odečíst hodnoty periody v pixelech a dále dopočítat periodu čar/mm.



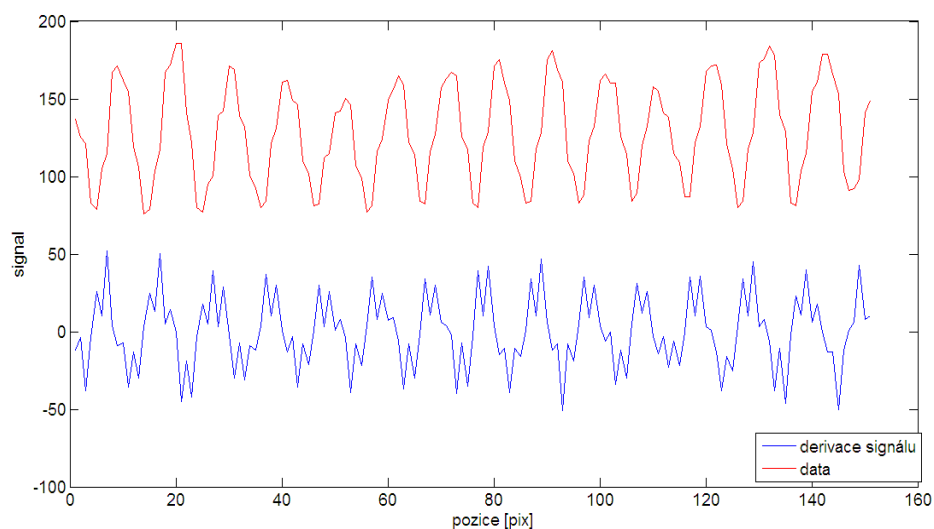
Obrázek 40 Řádek signálu.



Obrázek 41 Výpočet periody. Numerické hodnoty udávají pozici minim a z nich se dále počítá perioda signálu.

Ze znalosti rozměru $1\text{pix} = 3,5\ \mu\text{m}$ můžeme jednoduše dopočítat (viz. Přílohy, skript Perioda struktury), že frekvence je 9,4čar/mm.

Dalším možným způsobem výpočtu je derivace signálu z jehož průběhu lze pak vypočítat frekvenci, viz. následující obrázek.



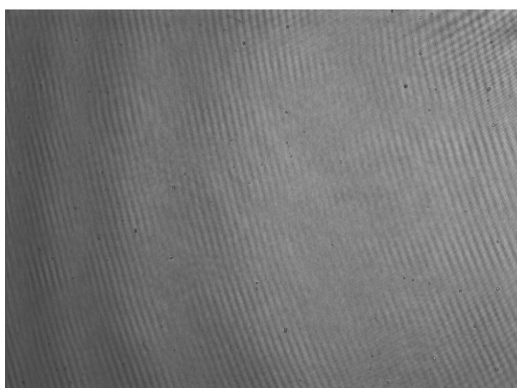
Obrázek 42 Derivace signálu.

Záznam rovinné a sférické vlny:



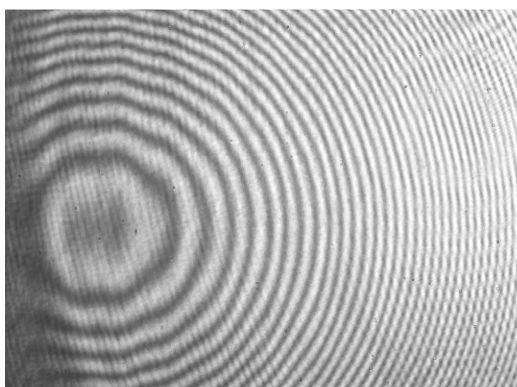
referenční vlna

+



předmětová vlna

=

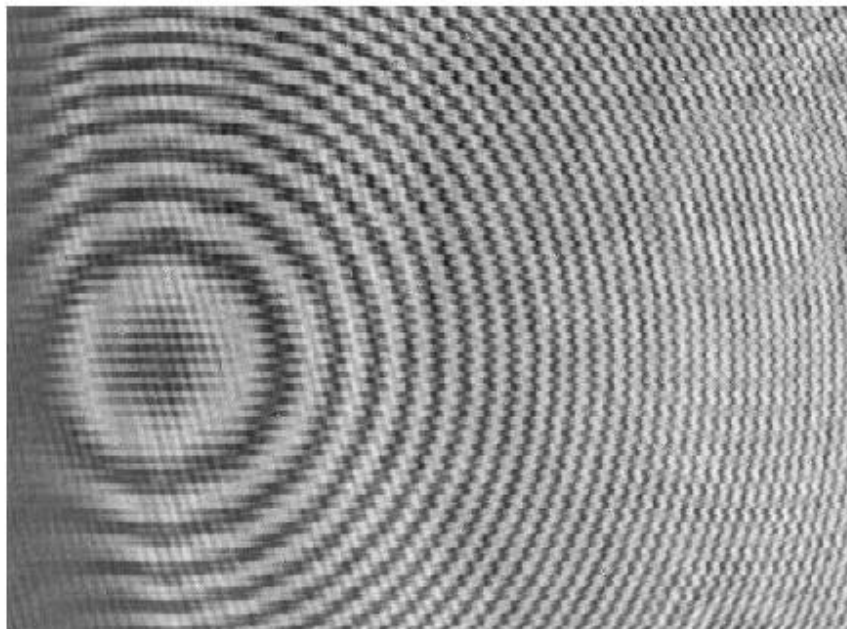


výsledné interferenční
pole

Obrázek 43 Záznam rovinné a sférické vlny.

Digitální záznam hologramu rovinné a sférické vlny:

Digitally sampled hologram



Obrázek 44 Digitální záznam rovinné a sférické vlny.

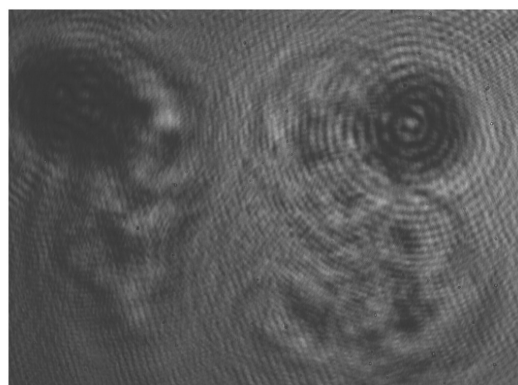
V tomto případě vznikají periodické kroužky, jejichž hustota je dána parametry sférické vlny.

Záznam transparentního hologramu:



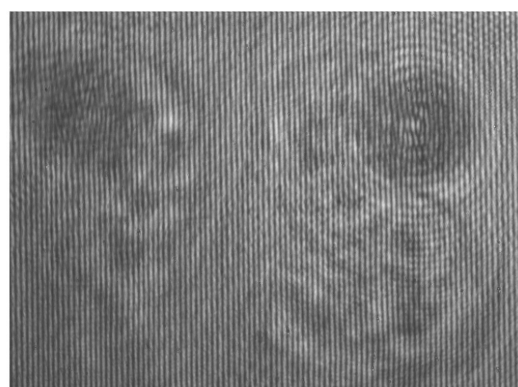
referenční vlna

+



předmětová vlna

=



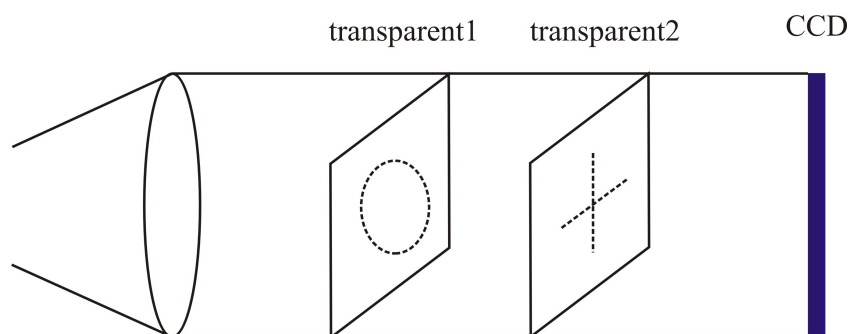
výsledné interferenční
pole

Obrázek 45 Záznam transparentního hologramu.

V případě transparentního hologramu došlo po záznamu k numerické rekonstrukci hologramu na základě skriptu, viz. Přílohy.

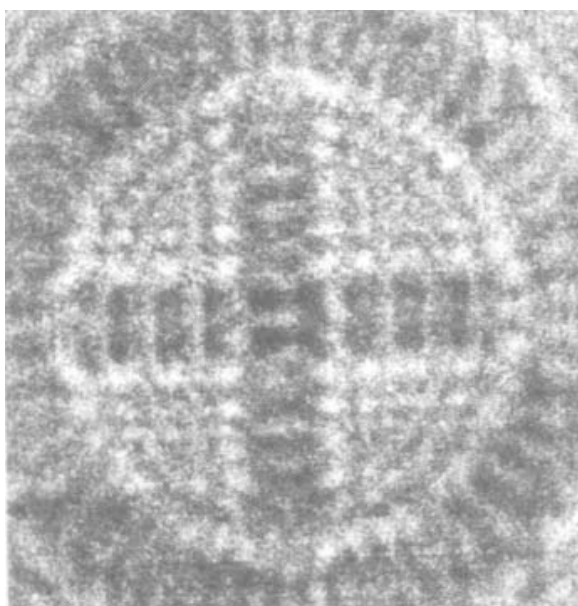
Provedli jsme filtraci zaznamenaného signálu (odfiltrování šumu, vadných pixelů), dále proběhla Fourierova transformace a zpětná Fourierova transformace. Výsledná numerická rekonstrukce hologramu se však nepovedla, zřejmě z důvodu špatné kvality transparentu.

Pro příklad byla využita naměřená data z [38] a rekonstruována pomocí algoritmu. Jedná se také o osovou holografii a předmětová vlna byla rekonstruována ve dvou vzdálenostech od detekčního zařízení odpovídajících jednotlivým pozicím transparentu, viz. následující obrázky.



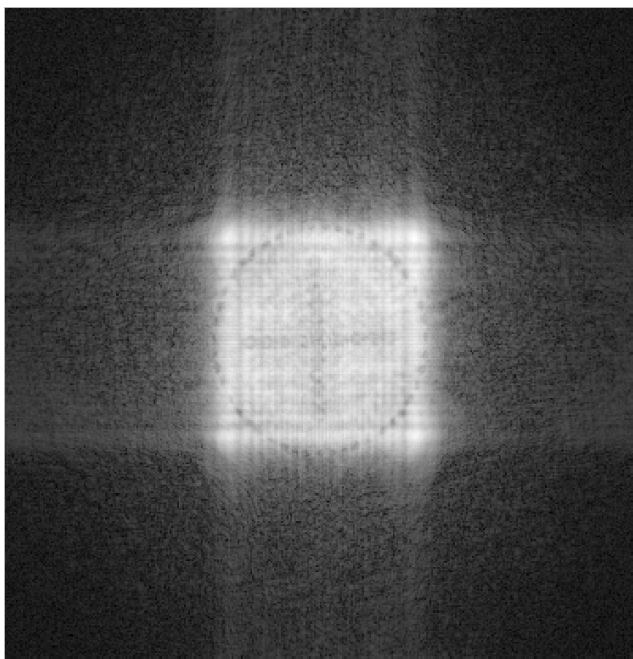
Obrázek 46 Schéma soustavy pro záznam hologramu [38].

Digitální záznam hologramu:

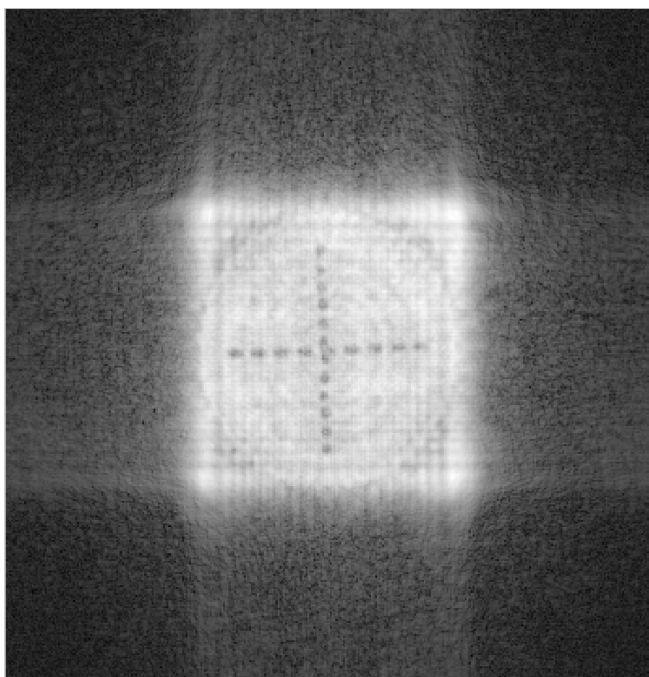


Obrázek 47 Digitální záznam hologramu [38].

Numerická rekonstrukce hologramu v závislosti na rekonstrukční vzdálenosti:



Obrázek 48 Numerická rekonstrukce transparentu 1 [38].



Obrázek 49 Numerická rekonstrukce transparentu 2 [38].

Závěr

Diplomová práce byla zaměřena na uvedení základních principů a poznatků o digitální holografii. V první kapitole je stručně popsán vývoj holografie a základní objevy a experimenty, které stály u zrodu holografie. Další kapitola popisuje vybrané vlnové vlastnosti světla, které s holografii úzce souvisí.

Kapitoly tři a čtyři jsou již věnovány přímo holografii a digitální holografii, přičemž snahou bylo uspořádat a rozumně popsat poznatky o holografii, způsobech záznamu hologramu i rekonstrukce hologramu.

Pátá kapitola pojednává o fotoelasticimetrii jako o jednoduché subjektivní metodě pro hodnocení vnitřního napětí, což se jeví v kombinaci s digitální holografii jako zajímavá měřicí technika. Na tuto kapitolu právě přímo navazuje kapitola šest, ve které jsou shrnuty základní principy a využití holografie jako měřicí metody v kombinaci spolu s dalšími optickými metodami a dále se v této kapitole hovoří i o využití hologramů v dnešní době.

V sedmé kapitole je stručně představeno programovací prostředí Matlab a jeho vlastnosti, které jsou využity v této práci.

Poslední kapitola popisuje experimentální ověření zákonitostí digitální holografie a výsledky experimentu. Provedla jsem jednoduchý záznam interferenčního pole pro dvě rovinné vlny, rovinou a sférickou vlnu a jeho vyhodnocení. Dále jsme také provedla záznam transparentního hologramu, který se ale bohužel nezdařilo úspěšně zpětně numericky zrekonstruovat, nejspíše vlivem špatné kvality transparentu.

Digitální holografie je velice progresivní metodou, která nalézá uplatnění v mnoha moderních aplikacích. Doufám tedy, že má práce přinesla přehledné shrnutí a umožnila čtenáři pochopení vlastností a principů této metody

Reference

- [1] D. Gabor, *A new microscopic principle*, Nature, vol. 161, pp. 777-778 (1948).
- [2] D. Gabor, *Microscopy by reconstructed wavefronts*, Proceedings of the Royal Society A, 197, 454-487 (1949).
- [3] Nobel prize in Physics, *Denis Gabor*, citováno v dubnu 2011. Dostupné na:
http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1971/gabor-autobio.html.
- [4] L'Holographie, *Emmett Leith et Juris Upatnieks*, citováno v dubnu 2011. Dostupné na: <http://tpe-holographie.tk/#grand1petit2,%2019.3>.
- [5] E. N. Leith, J. Upatnieks, *Reconstructed wavefronts and communication theory*, Journal of the Optical Society of America, 52, 1123-1130 (1962).
- [6] Y. Denisyuk, *On the reproduction of the optical properties of an object by the wave field of its scattered radiation*, Optics & Spectroscopy, 15, 279-284 (1963).
- [7] R. L. Powell, K. A. Stetson, *Interferometric vibration analysis by wavefront reconstruction*, Journal of Optical Society of America, vol. 55, pp. 1593-1598 (1965).
- [8] J. W. Goodman, R. W. Lawrence, *Digital image formation from electronically detected holograms*, Appl. Phys. Lett., 11(3):77-79, (1967).
- [9] T. S. Huang, *Digital holography*, Proc. IEEE, 59(9):1335-1346, (1971).
- [10] U. Schnars, *Direct phase determination in hologram interferometry with use of digitally recorded holograms*, Journ. Opt. Soc. Amer. A, 11(7):2011-2015, (1994).
- [11] Wikipedia, *Young's experiment*, citováno v dubnu 2011. Dostupné na: http://en.wikipedia.org/wiki/Double-slit_experiment.

- [12] *Difrakce*, webové stránky Masarykovy Univerzity, Brno, citováno v květnu 2011, dostupné na:
<http://amper.ped.muni.cz/~xstibor/Pozor/Diffract.htm> .
- [13] Wikipedia, *Huygensův-Fresnelův princip*, citováno v květnu 2011.
 Dostupné na:
http://cs.wikipedia.org/wiki/Huygens%C5%AFv_princip.
- [14] M. Škereň, *Computer Generated Optical Diffractive Structures*, CTU (2006).
- [15] A. Himmer, *Digitální holografie se dvěma referenčními svazky a polarizačním rozlišením při jedné expozici*, Soutěžní práce o cenu děkana, Univerzita Palackého Olomouc, Přírodovědecká fakulta, Katedra optiky, (2008).
- [16] U. Schnars, W. Jueptner, *Digital Holography*, Springer, Berlin, (2005).
- [17] J. Marek, *Digitální holografická mikroskopie*, Univerzita Palackého Olomouc, Přírodovědecká fakulta, Katedra experimentální fyziky, (2010).
- [18] L. Loukota, *Integrální fotografie a Digitální holografie*, bakalářská práce, Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra informatiky a výpočetní techniky, (2010).
- [19] Science photo library, Security holograms on credit cards, citováno v červenci 2011, dostupné na:
http://www.sciencephoto.com/images/download_lo_res.html?id=842400083.
- [20] Holophile, citováno v červnu 2011, dostupné na:
<http://holophile.com/history.htm>.
- [21] Massachusetts Institute of Technology, citováno v červenci 2011, dostupné na: <http://web.mit.edu/museum/collections/holography.html>.

- [22] Sbírký Jonathana Rosse, citováno v červenci 2011, dostupné na:
<http://www.jrholocollection.com/>.
- [23] Wikipedia, *David Brewster*, citováno v březnu 2009, dostupné na:
http://en.wikipedia.org/wiki/David_Brewster.
- [24] P. Nováková, *Aplikace fotoelasticimetrie pro zjištění vnitřního napětí ve skle*, bakalářská práce, Univerzita Palackého Olomouc, Přírodovědecká fakulta, Katedra optiky, (2009).
- [25] J. Vrba, P. Frantík, *Úvod do fotoelasticimetrie*, učební text, (2001).
- [26] G. M. Brown, J. L. Sullivan, *New computer automated Holo-Photoelastic Method for measuring planar principal stress magnitudes and orientation*, SPIE Proc., 746, 79-84, (1987).
- [27] Wikipedia, *Digital holographic microscopy*, citováno v čerenci 2011, dostupné na:
http://en.wikipedia.org/wiki/Digital_holographic_microscopy.
- [28] MathWorks Company, citováno v červenci 2011, dostupné na:
http://www.mathworks.com/company/?s_cid=global_nav.
- [29] Altius Directory, *MATLAB Programming Language*, citováno v červenci 2011, dostupné na:
<http://www.altiusdirectory.com/Computers/matlab-programming-language.php>.
- [30] *Holografie*, přednášky, citováno v dubnu 2011. Dostupné na:
<http://vega.fjfi.cvut.cz/>.

- [31] P. Psota, V. Lédl, J. Václavík, *MatLab Gui pro měření deformací digitální holografickou interferencí*, Technická univerzita v Liberci, Ústav řízení systémů a spolehlivosti, (2008).
- [32] B. E. A. Saleh, M. C. Teich, *Základy fotoniky*, Matfyzpress, ISBN 80-85863-01-4, (1994).
- [33] J. Čuberka, *Digitální holografie*, bakalářská práce, Univerzita Palackého Olomouc, Přírodovědecká fakulta, Katedra optiky, (2010).
- [34] M. Škereň, P. Fiala, *Holografická generace 3D obrazu: přehled přístupů*, *Jemná mechanika a optika* 54, s. 139, (2009).
- [35] M. Hrabovský, *Některé možnosti využití holografické interferometrie v experimentálním výzkumu funkčních částí čerpací techniky*, kandidátská disertační práce, Univerzita Palackého Olomouc, Přírodovědecká fakulta, (1978).
- [36] T. Kreis, *Handbook of holographic interferometry: Optical and Digital methods*, WILEY-VCH, Weinheim, (2005).
- [37] T. Kreis, *Holographic interferometry: Principles and Methods*, Akademie Verlag, 1. edice, Berlin, (1996).
- [38] A. K. Asundi, *MATLAB® for photomechanics – A Primer*, Elsevier Science Ltd, Oxford, (2002).
- [39] Laser Melles Griot, citováno v červenci 2011, dostupné na:
<http://gazerback.com/view.php?id=494&t=Melles-Griot-05-LHR-911-HeNe-IIIb-Laser-30mW-632-8nm>.
- [40] CMOS senzor, citováno v červenci 2011, dostupné na:
http://www.framos.eu/lumenera_usb_lw620lw625.html?&L=0.

Seznam symbolů:

a	amplituda
c	rychlost světla v prostředí
C	materiálová konstanta
d	rozteč interferenčních proužků
D	poloměr kruhové apertury
h	tloušťka
I	optická intenzita
k	vlnové číslo
K	kontrast
l	vzdálenost
L_P	výška předmětu
L_S	výška senzoru
m	řád izochromatické čáry
n	index lomu
N_F	Fresnelovo číslo
R	rekonstrukční vlna
t	čas
ν	frekvence
x, y, z	kartézské prostorové souřadnice
Δx	velikost pixelu
Δ^2	Laplaceův operátor
φ	fáze
Θ_{\max}	maximální úhel
λ	vlnová délka

Přílohy

Skript vytvořený v programovacím prostředí Matlab pro výpočet periody struktury:

```
a = imread ('interfA.bmp');
a= double(a);
c=a(200,100:250);
plot(c,'r');
hold on

for i =1:15
[x(i),y(i)] = ginput(1);
plot(x(i),y(i),'xk','MarkerSize',3),
drawnow
text(x(i),y(i)-10,txlabel(num2str(x(i))))
end

x=x*3.5*3;
d=diff(x);
per=mean (d),
frekv= 1000/per,
```

Skript vytvořený v programovacím prostředí Matlab pro numerickou rekonstrukci hologramu:

```
H1=imread('H1','jpg');
H=double(H1);
[Ny Nx]=size(H);

figure(1);
```

```

imshow(H,[],'notruesize');
title(Digitální hologram);
disp('vložení vstupních parametrů:');
lambda=input('vlnová délka zdroje (micron)=');
dxh=input('rozlišení osa X (micron)=');
dyh=input('rozlišení osa Y (micron)=');
D=input('rekonstrukční vzdálenost(mm)=');
D=D*1000;
C1=pi/(lambda*D);

for k=1:Ny
    for l=1:Nx
        r(k,l)=((k-Ny/2)^2)*(dyh^2)+((l-Nx/2)^2)*(dxh^2);
    end
end

w=exp(i*C1.*r);
H=H.*w;

U=fft2(H);
U=fftshift(U);
I=(U.*conj(U));
clear H;

disp('Figure No.2: Numerická rekonstrukce hologramu');
figure(2);
imshow(I.^(1/6),[],'notruesize');

```