TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta přírodovědně-humanitní
a pedagogická

Didaktická hra jako nástroj pro rozvoj logicko-kombinačního myšlení žáka

Diplomová práce

Studijní program: M7503 – Učitelství pro základní školy
Studijní obor: 7503T047 – Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Autor práce: **Markéta Novotná**
Vedoucí práce: doc. RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.

Liberec 2017

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická
Akademický rok: **2014/2015**

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:	**Markéta Novotná**
Osobní číslo:	**P12000030**
Studijní program:	**M7503 Učitelství pro základní školy**
Studijní obor:	**Učitelství pro 1. stupeň základní školy**
Název tématu:	**Didaktická hra jako nástroj pro rozvoj logicko-kombinačního myšlení žáka**
Zadávající katedra:	**Katedra primárního vzdělávání**

Zásady pro vypracování:

Cíl: Cílem diplomové práce je vypracovat soubor didaktických her, které budou rozvíjet logicko-kombinační schopnosti žáka při řešení praktických problémů. Hry budou situovány do reálného prostředí.
Metody: Mapování a analýza učebnice, resp. problematických úloh (zejména kombinatorických) z hlediska rozvoje kombinačního myšlení žáka. Vytvoření souboru didaktických her v různých motivačních prostředích. Praktické ověření souboru ve škole. Vyhodnocení účinnosti navrženého souboru.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná**

Seznam odborné literatury:

Hejný, M a kol.: Teória vyučovania matematiky 2. SPN Bratislava, 1990
Lokšová, I. - Lokša, J..: Pozornost, motivace, relaxace a tvořivost dětí ve škole. Portál, Praha 1999
Opava, Z.:Matematika kolem nás. Albatros Praha, 1989
Plocki, A. - Tlusty, P.: Pravděpodobnost a statistika pro začátečníky a mírně pokročilé. Prometheus, 2007
Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.
Příjmací testy z matematiky pro nižší ročník víceletých gymnázií.
Sbírky úloh.
Učebnice matematiky pro první stupeň základní školy.
Zajímavá a zábavná matematika.

Vedoucí diplomové práce: **doc. RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.**
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Datum zadání diplomové práce: **17. března 2015**
Termín odevzdání diplomové práce: **20. prosince 2016**

M. Brzezina

doc. RNDr. Miroslav Brzezina, CSc.
děkan

L.S.

J. Perný

doc. PaedDr. Jaroslav Perný, Ph.D.
vedoucí katedry

dne 2/6/15

Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tom případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Současně čestně prohlašuji, že tištěná verze práce se shoduje s elektronickou verzí, vloženou do IS STAG.

Datum:

Podpis:

Poděkování

Na tomto místě bych ráda poděkovala zejména vedoucí své práce, paní docentce RNDr. Janě Příhonské, Ph.D., za odbornou pomoc, cenné připomínky, vstřícný přístup a čas, který mi při tvorbě mé práce věnovala. Velké díky patří také mé rodině, a všem blízkým, kteří mi byli oporou nejen při psaní diplomové práce ale i v průběhu celého studia. Radce Osterové a Zuzaně Novotné za pomoc s ilustrací.

Anotace

Diplomová práce se zabývá problematikou jedné z mnoha matematických oblastí, a to kombinatoriky na prvním stupni základních škol. Vymezuje její základní pojmy a pojednává o významu a možnostech využití didaktických her v této oblasti na prvním stupni ZŠ. Zaměřuje se především na rozvoj logicko-kombinačního myšlení žáků mladšího školního věku a rozvojem řešitelských strategií žáků při řešení kombinatorických úloh. Součástí diplomové práce je soubor didaktických her pro rozvoj logicko-kombinačního myšlení využitelný v praxi.

Klíčová slova (česky)

kombinatorika, logicko-kombinační myšlení, žák mladšího školního věku, řešitelské strategie, didaktická hra

Summary

The thesis has focus on the problems in the mathematical field, exactly combinatory on the first grade of a basic school. It has defined its main names and dealt with the importantce and varieties of using didactic games in this area on the first grade at a basic school. It aims especially to progress of logical-combinatory thinking of junior pupils. Using the variety strategies for pupils´ solvers at solving combinatory tasks. The part of the thesis is assamblage of didactic games for developing logical-combinatory thinking applicable in the practise.

Keywords

combinatorics, logical-combinatorial thinking, a pupil of primary school, solving strategies, didactic game

Obsah

1 Úvod

Problematice matematické disciplíny nazývající se kombinatorika není na základních školách věnováno příliš pozornosti. Já sama jsem se s touto disciplínou setkala až při studiu na střední škole. Naučili jsme se vzorce, které jsme aplikovali v několika slovních úlohách, látku jsme procvičili, zopakovali testem a kapitola byla uzavřena. Následně jsem se opět s problematikou kombinatorických úloh setkala při přípravě ke státní maturitní zkoušce z matematiky. Ani tehdy jsem jí nevěnovala tolik pozornosti.

Až ve třetím ročníku studia na vysoké škole jsem si v předmětu Matematika pro praxi 1 uvědomila, že k řešení kombinatorických úloh netřeba vzorců. Tyto úlohy se dají řešit s využitím obrázků, grafů, tabulek i experimentálními pokusy. Všechny tyto metody jsou běžně hojně využívány na prvním stupni základních škol. Vznikl tedy nápad, jak implementovat kombinatorické úlohy do učiva na prvním stupni základních škol pomocí didaktických her. Díky charakteru kombinatorických úloh dochází k rozvoji logicko-kombinačního myšlení. To je třeba rozvíjet u žáků již v útlém věku. Proto jsem se rozhodla vytvořit soubor didaktických her, které jsou žákům prvního stupně blízké, aby i u nich hravou nenásilnou formou mohlo dojít k tomuto rozvoji.

Kombinatorika je všude klem nás aniž bychom si to někteří z nás uvědomovali. Téměř každý den se rozhodujeme mezi různými možnostmi, hledáme možné kombinace odění, uspořádání publikací v knihovně, apod.

Zvolení tématu diplomové práce tak při studiu předmětu Matematika pro praxi 1 bylo po vypracování seminární práce první volbou. Hlavním cílem diplomové práce je vytvoření a praktické ověření účinnosti souboru didaktických her, které rozvíjejí logicko-kombinační myšlení žáků mladšího školního věku. A to tak, aniž by žáci museli znát kombinatorické vztahy a vzorce. Důraz je kladen zejména na rozvoj řešitelských strategií využívajících grafické zaznamenání problému.

Poznatky z prakticko-výzkumné části a vytvořený soubor didaktických her bych ráda dál rozšířila a poskytla jej budoucím kolegům i dalším pedagogům základních škol. Tím bych ráda podpořila rozvoj logicko-kombinačního myšlení i u žáků prvního stupně základních škol.

2 Teoretická část

V první kapitole teoretické části diplomové práce se budu zabývat didaktickou hrou jako metodou využívanou ve vyučovacích hodinách matematiky na prvním stupni základních škol. Cílem je představit stručné dělení a historii didaktických her. Dále představit výběr didaktických her aplikovaných v hodinách matematiky.

Ve druhé kapitole přibližuji jednu z oblastí matematiky, a to kombinatoriku. Cílem je přiblížit historii kombinatoriky a seznámit se se základními pojmy. Pozornost je věnována kombinatorickému myšlení žáka mladšího školního věku.

Poslední kapitola je zaměřena na kombinatorické hry, které je možno využít v hodinách matematiky a jsou zaměřeny na aplikaci kombinatorických principů v běžném životě.

2.1 Didaktická hra

Hra je jedna z hlavních činností a vůdčích typů činností především u dětí již od útlého věku. (Opravilová, 1988). Jelikož je několika generacemi ověřená jako účinný pomocník pří výchově a vzdělávání, můžeme ji tedy označit například jako prostředek pro poznávání okolního světa v prvních měsících a letech života, jako prostředek pro seznámení se s rolemi v životě dospělých v předškolním věku nebo prostředek pro rozvoj rozumových schopností v mladším školním věku. Hra baví nejen děti, ale i dospělé. V každé životní etapě má hra však své specifické rysy a význam (Mišurcová, Fišer, Fixl, 1989, s. 7).

Hra by měla být dobrovolnou spontánní činností. Hra konaná na rozkaz, tedy hra nařízená není hrou ve vlastním slova smyslu, ale pouhou její reprodukcí (Mišurcová, Fišer, Fixl, 1989, s. 7). Přestože si při hře hrajeme „jakoby“ na něco nebo s něčím, měla by nám hra přibližovat skutečnost. Hra přináší uspokojení a radost, což je také jeden z nejvýznamnějších rysů hry. Přesto musí mít svůj řád, ve kterém je zapotřebí dodržet určitý čas, vymezený prostor a pravidla hry určená pro každého zapojeného hráče.

Díky hravému způsobu učení dochází k postupnému přechodu od spontánní hravé činnosti k účelné a záměrné práci, a to především v předškolním věku (Mišurcová, Fišer, Fixl, 1989, s. 7).

2.1.1 Charakteristika didaktické hry

„Didaktická hra je analogie spontánní činnosti dětí, která sleduje (pro žáky ne vždy zjevným způsobem) didaktické cíle. Může se odehrávat v učebně, tělocvičně, na hřišti, v obci, v přírodě. Má svá pravidla, vyžaduje průběžné řízení, závěrečné vyhodnocení. Je určena jednotlivcům i skupinám žáků, přičemž role pedagogického vedoucího mívá široké rozpětí od hlavního organizátora až po pozorovatele. Její předností je stimulační náboj, neboť probouzí zájem, zvyšuje angažovanost žáků na prováděných činnostech, podněcuje tvořivost, spontaneitu i soutěživost, nutí je využívat různých poznatků a dovedností, zapojovat životní zkušenosti. Některé didaktické hry se blíží modelovým situacím z reálného života“ (Průcha, J., Walterová, Mareš, 1998, s. 48).

Didaktickou hru využívají zejména učitelé nejnižších ročníků základní školy. Zapojují ji do vyučování s cílem posílit zájem žáků při osvojování nových vědomostí a poznatků. (Skalková, 1999, s. 200)

2.1.2 Historie didaktických her

Hra provází lidstvo od dávných dob. Netrvalo dlouho, aby přišla na řadu i didaktická (intelektuální) hra. Proto využití didaktické hry k účelům výchovně-vzdělávacím má dlouhou historii.

Již středověcí myslitelé věnovali hře pozornost a doporučovali dětem vyšších společenských vrstev učit se hravým způsobem. Například učit se číst za pomoci písmenek z různých dostupných materiálů (dřevo, slonovina) té doby (Mišurcová, Fišer, Fixl, 1989, s. 9). Těchto způsobů se i v pozdějších letech držela Marie Montessori, která podobně využívá didaktických pomůcek nejen pro výuku čtení a psaní.

Za nejstarší a nejrozšířenější didaktickou hru lze považovat šachy. Uvádí se, že byly vymyšleny v Indii. K nám do Evropy se dostaly přes Persii a Arábii. Putováním hry napříč světem a léty se měnila pravidla. Ve 12. století se šachy hojně hrály v Itálii, kde již můžeme mluvit o pravidlech takových, jak jsou známy v dnešní době nám. Je to didaktická hra, která rozvíjí především kombinační schopnosti (viz kapitola 2.1.5 Didaktické kombinatorické hry).

Pro potřeby názornosti ve výchově a vzdělávání, na které byl kladen důraz, vznikalo grafické zobrazování. Tím vznikali první hry s obrázky, které zprvu napomáhali například studiu heraldiky, která byla nezbytnou součástí přípravy šlechticů. Pro žáky z měšťanských vrstev Thomas Murner připravil formou hry s kartami Dialektiku v obrazcích (Mišurcová, Fišer, Fixl, 1989, s. 10). Toto první dílo, které lze považovat za didaktickou hru, bylo vytištěno v roce 1510 v Krakově.

Po Thomasi Murnerovi začal na přelomu 16. a 17. století na názornost ve výchově a ve vyučování upozorňovat také český myslitel, filosof, spisovatel a především pedagog Jan Amos Komenský. Názornost, chápána jako přímá žákova zkušenost, byla jedna z jeho pěti zásad vyučování. Podle Mišurcové (1989) kladl na hru u nejmenších dětí stejnou důležitost pro jejich zdravý vývoj jako výživu a spánek.

2.1.3 Dělení didaktických her

V mnoha publikacích se setkáme s různými druhy dělení her. Přikláním se k základnímu dělení her podle Mišurcové, jelikož v tomto dělení se objevuje intelektuální, neboli didaktická hra, se kterou budu následně pracovat.

Dělení her (Mišurcová, Fišer, Fixl , 1989, str. 32):

A) Tvořivé hry
   a) *předmětové* – takové, při kterých rozvíjí smysly a poznává předměty s jejich vlastnostmi kolem sebe díky manipulaci s nimi
   b) *úlohové (námětové)* – takové, při kterých se seznamuje s rolí a činnostmi dospělého, napodobuje vztahy mezi nimi
   c) *dramatizační (snové)* – takové, pro něž je předpokladem představivost dítěte, aby si mohlo vysnít děje, postavy i rozhovory
   d) *konstruktivní* – takové, při nichž záměrně manipuluje s materiály, předměty a pomůckami, které připomínají skutečnost vzhledem nebo svou funkcí

B) Hry s pravidly
   a) *pohybové* – takové, pro které je základ pohybová aktivita

b) *intelektuální (didaktické)* – takové, při nichž je v popředí pedagogický záměr s rozvojem nejčastěji rozumové schopnosti (dále také mravní, estetická či pracovní výchova)

Mišurcová (1989, str. 36) následně dělí didaktické hry tímto způsobem:

a) *funkční hry* – přelévání vody, přikrývání nádoby pokličkou a odkrývání
b) *námětové hry* – na listonoše, na průvodčího, na koně
c) *napodobivé hry* – mytí nádobí, holení, utírání prachu
d) *fantastické hry* – ošetřování loutky, hovor s vymyšlenou osobou
e) *konstruktivní hry* – stavění, vystřihování, řezání, zatloukání hřebíků
f) *hlavolamné* a skládací hry – skládání obrazců z rozhozených kostek, otvírání kouzelných skříněk
g) *kombinační hry* – šach, dáma, rébusy, křížovky

Toto dělení bylo vybráno záměrně, protože se zde objevuje skupina didaktických her, zaměřených přímo na kombinatoriku, na kterou se zaměřuji v praktické části diplomové práce. Přesto bych ráda uvedla alespoň jedno typově odlišné rozdělení didaktických her od jiných autorů. A to od Hanuše a Chytilové (2009), kteří hru rozdělují na skupiny podle výchovných cílů, tedy na hry rozvíjející:

a) jazykovou inteligenci
b) hudební inteligenci
c) matematicko-logickou inteligenci
d) prostorovou inteligenci
e) pohybovou inteligenci
f) intrapersonální inteligenci
g) interpersonální inteligenci
h) vztah k přírodě

Jak je vidět, rozdělení didaktických her se liší v závislosti na autorech. Shodují se však na rozdělení podle části vyučovací jednotky, ve které se hra využívá. Může se jednat o hru motivační, hru pro získání nových znalostí a zkušeností nebo o hru na upevnění znalostí (Kožuchová, Korčáková, 1998, s. 105).

2.1.4 Didaktické hry v matematice

Tématu didaktických her v matematice se věnuje například Marie Volfová (1992). Domnívá se, že didaktická hra v matematice vyvolává u žáků radost, práceschopnost, uspokojení a zájem o podobné činnosti. Zájem tak může přispět ke vzniku poznávacího zájmu o matematiku jako takovou, případně již vzniklý zájem upevní.

Zároveň připomíná myšlenku Gardnera (1963), že *„Věčná lidská potřeba hrát si, leží i v čisté matematice, v rodišti člověka, který našel klíč ke složitému hlavolamu, a radosti matematika, který překonal ještě jednu překážku na cestě k řešení složitého vědeckého problému. Oba jsou zaujati hledáním pravé (skutečné) krásy – toho jasného, přesně určeného, záhadného a úchvatného řádu, který leží v základě všech jevů.“*

Existuje mnoho her, které se dají využít ve vyučování matematiky. Nejčastěji se jedná o matematické hádanky, hlavolamy či například početní řetězce. Spoustu her si přizpůsobíme a pozměníme právě tak, aby vyhovovaly cílům ve vyučování matematiky. Například úprava vědomostní hry Riskuj, bývá oblíbena v různých školních předmětech. Stačí otázky zaměřující se na všeobecný přehled nahradit matematickou úlohou, hádankou nebo početním příkladem.

Níže se zaměřuji na didaktické hry, které jsou využívány především v hodinách matematiky zaměřených na rozvoj logického myšlení a matematických schopností. První skupinou matematických hlavolamů a hříček (Dudeney, 1995) jsou *Aritmetické a algebraické problémy*. Za další skupinu bychom mohli považovat *Geometrické problémy*. Pro příklad matematických didaktických her uvádím ještě skupinu třetí, a to *Záhady magických čtverců a matematické lotto*.

2.1.4.1 Aritmetické a algebraické problémy

Do této kapitoly můžeme zařadit například číselné rébusy a algebrogramy. Jedná se o hravé úlohy, které zapojují logické myšlení. Cílem těchto úloh je nahradit číslicí jiné znaky (např. písmeno, obrázek, piktogram) a to tak, aby stejné symboly byly zaměněny za stejnou číslici. Zároveň musí být dodržen matematický vztah. Takovéto úlohy bývají zařazovány nejen do matematických olympiád, ale také do vyučovacích hodin. Ať pro zpestření výuky, nebo pro rozvoj logického úsudku u žáků. Pokud jsou pro původní symboly použita písmena, nazýváme tyto rébusy algebrogramy. Vznikají-li sledem písmen smysluplná slova, říkáme těmto úlohám alfametrické problémy. (Volfová, 1992)

2.1.4.2 Geometrické problémy

Mezi geometrické problémy, hádanky a hry můžeme zařadit úlohy zabývající se například rozkladem a skládáním různých obrazců. Mezi ně patří také tangram. Jedná se o několik tisíciletí starou čínskou skládanku ze sedmi dílů pravidelného čtyřúhelníku (Dudeney, 1995).

Čtverec rozdělený na sedm dílů podle určitých pravidel lze využívat pro stavění obrazců, kde se jednotlivé díly nesmějí překrývat. Další podmínkou, která musí být při sestavování splněna je ta, že musí být využity všechny díly tangramu. Tento takzvaný tangram nalézá uplatnění především ve vyučování geometrie, konkrétně v učivu planimetrie. Děti je možné před první prací s tangramem motivovat příběhem o zrození tohoto hlavolamu jako M. Zapletal v Knize hlavolamů. Uvádí, že před mnoha dávnými časy v mocné čínské říši panoval císař jménem Jü, který pocházel z prostého selského rodu a oplýval neobyčejným inženýrským uměním. Jednoho dne se u jeho brány objevil prostý vesničan, který mu představil tento hlavolam jako sedm nefritových destiček, které by měl složit do jednoho velkého čtverce, případně poté sestavit na dva stejné menší čtverce. Pokud splní panovník tyto úkoly, bude moci být seznámen s jinou hrou. (Volfová, 1992, s. 1).

Podobné úlohy lze řešit také s řeckým křížem. Takový kříž je spojením pěti shodných čtverců. Úkolem je například rozdělit kříž na 5 částí tak, aby sestavením vznikl čtverec. Další možností je rozdělení čtverce na pět částí tak, aby vznikly dva řecké kříže stejné velikosti (Dudeney, 1995, s. 33).

2.1.4.3 Záhady magických čtverců a matematické lotto

Matematické lotto je hra spočívající v překrývání tabulky kartičkami, na kterých bývá nějaký příklad, který žák spočítá a položí do tabulky na pozici s týž výsledkem. Druhé strany kartiček mohou žákům vyobrazovat souvislé linie, případně obrázek. Díky tomu se žákovi nabízí práce s chybou. Může tak pracovat s touto hrou individuálně. Hra je často využívána na prvním stupni základních škol k upevnění základních matematických operací, jako jsou například spoje násobilky (Volfová, 1992, s. 4).

Magické čtverce, velmi starý druh matematických rébusů. V nejjednodušší podobě po sobě jdoucí celá čísla uspořádaná do čtverce tak, aby všechny řádky, sloupce a obě uhlopříčky dávaly stejný součet. Magické čtverce nemusí být nutně jen součtové, ale mohou být taktéž rozdílové, součinové a podílové (Dudeney. 1995).

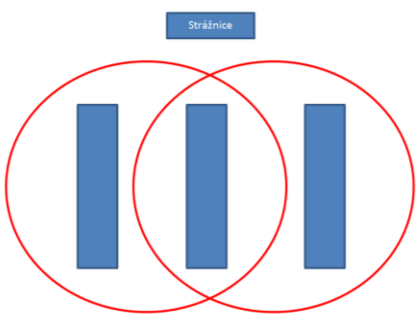
2.1.5 Didaktické kombinatorické hry

Z běžného života lze za nejznámější kombinatorickou hru považovat jakoukoliv hru se šachovnicí. Šachy doputovaly do Evropy asi ve 13. - 14. století z původní indické hry čaturanga. Na šachovnici je hrána i Dáma, která je mladší verzí šachů.

Pro účely rozvoje logicko-kombinačního myšlení není důležité, aby žáci znali hru šachy. Pouze v některých úlohách přijde k užitku žákova znalost vlastností některých šachových figurek (pohyby figurek po šachovnici). Lze žákům zadávat úlohy zaměřené na počet možností rozmístění figurek po šachovnici, podle předem určených pravidel. Například rozmístění věží tak, aby byla všechna pole střežena nebo obsazena (Volfová, 1992, s. 23).

Významnými kombinatorickými hlavolamy jsou i bludiště a jim podobné hlavolamy. Děti se s nimi mohou setkávat i v dětských časopisech či jiných magazínech a novinách.

Jedním z takových hlavolamů je i hra s názvem „Obchůzka nočního hlídače“ zmíněna v knize Hra a hračka v životě dítěte (Mišurcová, Fišer, Fixl, 1989). Dítě má za úkol hledat různé možnosti cest obchůzky hlídače, která má jisté podmínky. Hlídač smí jít pouze po vyznačených cestách (červené kruhy), musí projít všechny cesty, avšak po žádné cestě nesmí jít dvakrát. Zároveň vždy musí obchůzka začínat a končit v místě před strážnicí. Správnou odpovědí je 24 možných cest (Mišurcová, 1989, s. 130).



Obr. č. 1 Obchůzka nočního hlídače 1

Dalším příkladem kombinatorické hry možno uvést skládanku Polyomino (domino, trimino, tetramino, pentamino). V této hře má jedinec za úkol tvořit obrazce z několika jednotkových čtverců. Podmínkou je, že obrazce nelze přemisťovat tak, aby se kryly. U domina je tedy možný pouze jeden obrazec, u trimina již dva obrazce a u tetramina obrazců pět. Volfová uvádí, že prozatím není nejspíš znám vzorec pro závislost počtu tvarů na počtu čtverců (Volfová, 1992, s. 17).

2.2 Kombinatorika

Druhá kapitola teoretické části diplomové práce se zabývá jednou z disciplín matematiky, a to kombinatorikou, která se zabývá výběrem prvků z konečné předem dané množiny prvků a řeší uspořádání těchto prvků podle určitých pravidel. Na rozdíl od dalších matematických disciplín, kterými jsou například algebra či geometrie, v kombinatorice pracujeme pouze s konečnými množinami (Calda, Dupač, 2003).

2.2.1 Historie kombinatoriky

Kombinatoriku a její vznik nelze s přesností určit. Její kořeny objevujeme několik tisíc let před naším letopočtem. Pravděpodobně se první náznaky objevují v roce 2200 př. n. l. v posvátné knize I-ťing (Kniha proměn). Zde se objevuje pojem „konfigurace“ neboli zobrazení množiny prvků do konečné abstraktní množiny se zadanou strukturou.

Jedny z prvních kombinatorických úloh se ovšem objevily nejspíš v Indii. Již v 6. století př. n. l. se mohli čtenáři jistého lékařského spisu Susruta dočíst, že 63 různých chutí lze namíchat ze základních šesti příchutí. V témže století lze předpokládat využití vzorců u tehdejšího výrobce parfémů Varahamihiru, který uvažoval, že mícháním 4 z 16 základních ingrediencí získá 1820 vůní. Tuto úvahu pravděpodobně nezjistil pouhým vypisováním (Příhonská, 2013, s. 10).

Později ve třetím století se objevuje kniha s hebrejským názvem Sefer Yetzirah. V té jsou obsaženy úlohy na využití faktoriálů. Jiní židovští a islámští autoři se zabývali úlohami o sestavování slov z daného počtu písmen. Zobecnění těchto úloh přichází až v 11. století ve Francii, kde rabín Abraham ibn Ezra pozorováním hvězd odvodil pravidlo pro výpočet k-prvkových kombinací ze 7 prvků. O dvě století později se objevují již kombinatorické důkazy a matematici tak odvozují složitější vztahy, než běžně používáme.

Hybnou silou v rozvoji kombinatoriky a teorie pravděpodobnosti byly hazardní hry v 16. století provozované vyšší společenskou vrstvou. Jednalo se o různé loterie, karetní hry a hry v kostky. Právě ve zmiňovaných hrách se využívalo kombinatorických úloh. Řešily se problémy, kolika způsoby může na dvou kostkách padnout daný počet či kolika způsoby lze získat v jedné hře dvě karty stejné hodnoty, apod. Jako první začal takovéto kombinace počítat italský matematik Niccolo Tartaglia při hře v kostky (Příhonská 2013, s. 11).

V 17. století se kombinatorika začínala objevovat jako samostatná matematická disciplína, což dle Mačáka (1997, s. 18) souviselo zejména s formováním teorie pravděpodobnosti. Přispěli k tomu významní matematici jako např. Pascal, Fermat, Bernoulli, Leibniz, Euler či Laplace. Zkoumali taktéž matematické jevy při řešení dalších hazardních her (Příhonská, 2013, s. 12).

Za první samostatné práce věnované kombinatorické problematice považujeme zavedení známého Pascalova trojúhelníku v *Traktát o aritmetických trojúhelnících* (1654). Období budování kombinatoriky jako samostatné matematické disciplíny a její poznatky obsahuje posmrtně vydaná kniha Jakoba Bernoulliho *Ars conjectandi* (Umění předpokládat) z roku 1713.

Kombinatorika je úzce spojena s ostatními matematickými disciplínami. Její uplatnění nalezneme především v algebře, teorii čísel, geometrii, teorii her, ale také v topologii či matematické analýze. Díky zvýšenému zájmu o problémy diskrétní matematiky se v posledních letech kombinatorika bouřlivě rozvíjí a její využití nalezneme v mnoha oborech (dopravní a výrobní průmysl, logistika a jiné plánování, při sestavování a luštění šifer, her, aj.) (Příhonská, 2013, s. 13).

2.2.2 Základní pojmy kombinatoriky

„Má-li každé pravidlo výjimku, pak kombinatorická pravidla jsou výjimkou, neboť žádnou výjimku nemají.“ Calda a Dupač (2001, s. 8). V kombinatorice pracujeme s konečnou množinou N všech přirozených čísel obsahujících n prvků. Z nich pak vybíráme množiny či uspořádané k-tice. Platí, že $k \in N; n \in N$.

K řešení velké části kombinatorických úloh nám poslouží dvě jednoduchá pravidla. A to kombinatorické pravidlo součtu a kombinatorické pravidlo součinu.

Kombinatorické pravidlo součtu

Jestliže jsou $A_1, A_2, \dots A_k$ konečné množiny, které mají po řadě $n_1, n_2, \dots n_k$ prvků, a jsou-li každé tyto dvě množiny disjunktní, pak počet prvků množiny $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k$ je roven $n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

(Příhonská 2013, s. 16)

Kombinatorické pravidlo součinu

Jestliže množina A_1 obsahuje n_1 prvků, množina A_2 obsahuje n_2 prvků, množina A_k obsahuje n_k prvků, pak počet všech možných uspořádaných k-tic, jejichž první člen lze vybrat n_1 způsoby, druhý člen po výběru prvního členu n_2 způsoby… k-tý člen po výběru všech předcházejících členů n_k způsoby, je roven součinu $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$

$$\prod_{i=1}^{k} n_i$$

(Příhonská 2013, s. 16)

U žáků se na 1. stupni ZŠ tato pravidla nezavádějí. Taktéž se ani nezavádějí další pojmy, jimiž jsou variace, permutace či kombinace. Přesto považuji za vhodné tyto pojmy dále definovat a uvést jejich charakteristiku, protože je dále využívám v praktické části. Základní kombinatorické principy se při řešení kombinatorických úloh využívají jako vhodné řešitelské strategie již na prvním stupni.

Variace bez opakování

k-členná variace z n prvků $(k, n \in N, k \leq n)$: uspořádaná k-tice sestavená z těchto prvků tak, že každý prvek se v ní vyskytuje nejvýše jednou.

Počet $V(k,n)$ je: $V(k,n) = n\,(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)$

$$\frac{n!}{(n-k)!}$$

(Mikulčák, Charvát, 2003, s. 51)

Příklady variací bez opakování:

- hledání všech trojciferných čísel z číslic 1, 3, 5, 7 bez opakování stejných cifer
- hledání všech trojbarevných věží z kostek, jsou-li k dispozici kostky modré, červené, zelené, bílé a žluté, pokud se barvy neopakují

Variace s opakováním

k-členná variace s opakováním z n prvků $(k, n \in N)$: uspořádaná k-tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše k-krát.

Počet $V'(k, n)$ je:

$$\boldsymbol{n^k}$$

(Mikulčák, Charvát, 2003, s. 51)

Příklady variací s opakováním:

- hledání všech trojciferných čísel z číslic 1, 3, 5, 7 mohou-li se stejné číslice v čísle opakovat
- hledání všech SPZ vozidel, je-li k dispozici 21 písmen a 9 cifer a jsou-li ve tvaru: číslice, písmeno, číslice a k tomu čtyřciferné číslo

Faktoriál

Pro n přirozené číslo je $n! = n(n-1)(n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$

Pro $n = 0$ je $0! = 1$

Symbol n! Čteme jako "n faktoriál"

(Calda, Dupač, 2003, s. 33)

Permutace bez opakování

Permutace z n prvků $(n \in N)$: uspořádaná n-tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje právě jednou.

Počet $P(n)$ je:

$$\boldsymbol{n}!$$

(Mikulčák, Charvát, 2003, s. 51)

Příklady permutací bez opakování:

- hledání způsobů zasedacího pořádku čtyř žáků na čtyřech židlích v řadě
- počet všech možných pořadí pěti žáků v soutěži

Permutace s opakováním

Permutace s opakováním z n prvků ($n \in N$): uspořádaná k-tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje aspoň jednou.

Počet $P'(k_1, k_2, \dots, k_n)$ jestliže se jednotlivé prvky opakuj k_1-krát, k_2-krát… k_n-krát ($k_1, k_2, \dots, k_n \in N$, $k_1 + k_2 + \dots + k_n = k$ je:

$$\frac{(\boldsymbol{k_1 + k_2 + \dots + k_n})!}{\boldsymbol{k_1}! \cdot \boldsymbol{k_2}! \cdot \dots \cdot \boldsymbol{k_n}!}$$

(Mikulčák, Charvát, 2003, s. 52)

Příklady permutací s opakováním:

- hledání počtu anagramů slov, kde se opakují písmena, např. ABRAKA
- hledání způsobů, jimiž jde seřadit pět kuliček (2 červené, 2 modré, 1 bílá) do řady

Kombinační číslo

Pro n, k celá nezáporná čísla. $k \leq n$, je:

$$\binom{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{k}} = \frac{\boldsymbol{n}!}{\boldsymbol{k}!\,(\boldsymbol{n-k})!}$$

Symbol $\binom{n}{k}$ čteme jako „n nad k“.

(Calda, Dupač, 2003, s. 33)

Kombinace bez opakování

k-členná kombinace z n prvků ($k, n \in N$, $k \leq n$): neuspořádaná k-tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše jednou.

Počet $K(k, n)$ je:

$$\binom{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{k}}$$

(Mikulčák, Charvát, 2003, s. 52)

Příklady kombinací bez opakování:

- hledání kolika způsoby je možno utvořit ze 4 mužů a 3 žen šestičlennou skupinu v niž budou právě dvě ženy
- hledání všech možností koupě třech různých pohledů z 6 různých pohledů v nabídce

Kombinace s opakováním

k-členná kombinace s opakováním z n prvků $(k, n \in N)$: neuspořádaná k-tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše k-krát.

Počet $K'(k, n)$ je:

$$\binom{\boldsymbol{n+k-1}}{\boldsymbol{k}}$$

(Mikulčák, Charvát, 2003, s. 52)

Příklady kombinací s opakováním:

- hledání všech možností koupě třech pohledů z 6 různých pohledů v nabídce
- hledání všech možností koupě 15 čokolád, pokud jsou k dispozici 3 druhy v obchodě

2.2.3 Kombinatorické myšlení žáka mladšího školního věku

Kombinační myšlení dětí rozvíjíme již v útlém věku doma či v mateřských školách. Děti staví věže z barevných kostek, rovnají předměty a hrají nejrůznější hry (Zýková, 2011). Proto bychom měli navázat na jejich zkušenosti a zapojovat do výuky takové problémy a aktivity, které podporují další rozvoj kombinačního myšlení.

Scholtzová (2003, s. 5) uvádí důvody, proč bychom kombinatoriku měli zařazovat do vyučování. Především jde o její atraktivnost. Žáci se prostřednictvím kombinatorických úloh v matematice setkávají se zajímavými problémy, které jim poskytují možnost zkoumání, experimentování a objevování.

Podle Blažkové, Matouškové, Vaňurové (1998) pojem rozvoj kombinačního myšlení zahrnuje vytváření a rozvíjení specifických schopností a dovedností. Jde o tyto schopnosti:

- uvědomit si vztahy mezi zkoumanými objekty
- uvědomit si, zda v daném souboru mohou existovat skupiny prvků s požadovanými vlastnostmi
- provést výběr prvků z nějaké skupiny podle určitého pravidla
- provést rozdělování prvků dané skupiny podle určitého požadavku
- provést uspořádání prvků dané skupiny podle určitého požadavku
- najít metodu vyhledávání všech skupin prvků s požadovanou vlastností (např. výčtem prvků, graficky, s využitím vztahů nebo vzorců)
- rozhodnout, zda jde o uspořádané nebo neuspořádané skupiny
- rozlišit, zda se prvky ve skupinách opakovat mohou či nemohou
- najít pravidlo pro vyhledávání všech skupin splňujících podmínky dané úlohy

Kombinační myšlení potřebuje každý z nás. S přibývajícím věkem by si měl každý žák uvědomit potřebu organizace práce, tedy systematizaci každé činnosti. Měli bychom proto pro žáky vytvořit vhodné podněty v podobě například simulačních her. Většina z nás si ani neuvědomuje, že v životě kombinuje denně a to od rána do večera (co si obléct, čeho se nasnídat, jaké spoje využít k cestování, sled pracovních povinností, sled volnočasových aktivit, jak se prostřídat v koupelně, apod.) Na výběr máme mnoho možností, jen je účelně zkombinovat. Různé činnosti vedou žáky od prvních nahodilých pokusů k systematičnosti a celistvosti kombinačního myšlení. Žák pochopí, že mnohé věcí okolo nás se dějí systematicky.

2.3 Matematika v Rámcovém vzdělávacím programu

Reforma školství přinesla nový pohled na vzdělávání. Žák by tak neměl být pouze pasivním příjemcem vědomostí, ale měl by se stát aktivním člověkem samostatně řešícím problémy, se kterými se v životě setká. To díky Rámcovým vzdělávacím programům (dále jen „RVP“), které charakterizují cíle vzdělávacích oblastí, potažmo definují očekávané výstupy. U žáků by mělo dojít k osvojení si šesti klíčových kompetencí. Každá klíčová kompetence je charakterizována obecně a její obsah přizpůsoben konkrétní vzdělávací oblasti Rámcového vzdělávacího programu Základního vzdělávání (dále jen „RVP ZV“). Na základě RVP ZV jsou tvořeny Školní vzdělávací programy základních škol, které si upravují jednotlivé školy individuálně, ale tak, aby byly v souladu s RVP ZV.

Matematika a její aplikace, jak tuto vzdělávací oblast přesně nazývá RVP ZV, je založena na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálném životě. Cílem je tak umožnit nabytí vědomostí, dovedností a základní matematické gramotnosti (RVP ZV, 2016).

Oblast je rozdělena do čtyř okruhů, a to: *Čísla a početní operace* na prvním stupni (na druhém stupni na něj navazuje a dále ho prohlubuje tematický okruh *Číslo a proměnná*), *Závislosti, vztahy a práce s daty*, *Geometrie v rovině a v prostoru* a *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*.

2.3.1 Pojetí matematiky na prvním stupni ZŠ

Na prvním stupni je matematika hojně zastoupena. Dle RVP ZV je k dispozici pro první stupeň 22 hodin matematiky týdně. Pro každý okruh oblasti Matematika a její aplikace jsou stanoveny očekávané výstupy (za 1. a 2. období) a doporučené učivo (RVP ZV, 2016, s. 31 – 34).

- Číslo a početní operace

  <u>1. období</u>

  „Žák používá přirozená čísla k modelování reálných situací, počítá předměty v daném souboru, vytváří soubory s daným počtem prvků. Čte, zapisuje a porovnává přirozená čísla do 1 000, užívá a zapisuje vztah rovnosti a nerovnosti. Užívá lineární uspořádání; zobrazí číslo na číselné ose. Provádí zpaměti jednoduché početní operace s přirozenými čísly. Řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje a modeluje osvojené početní operace.“ (RVP ZV, 2016, s. 31).

  <u>2. období</u>

  „Žák využívá při pamětném i písemném počítání komutativnost a asociativnost sčítání a násobení. Provádí písemné početní operace v oboru přirozených čísel. Zaokrouhluje přirozená čísla, provádí odhady a kontroluje výsledky početních operací v oboru přirozených čísel. Řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje osvojené početní operace v celém oboru přirozených čísel. Modeluje a určí

část celku, používá zápis ve formě zlomku. Porovná, sčítá a odčítá zlomky se stejným jmenovatelem v oboru kladných čísel. Přečte zápis desetinného čísla a vyznačí na číselné ose desetinné číslo dané hodnoty. Porozumí významu znaku „−“ pro zápis celého záporného čísla a toto číslo vyznačí na číselné ose.“ (RVP ZV, 2016, s. 32).

- Závislosti, vztahy a práce s daty

1. období

„Žák orientuje se v čase, provádí jednoduché převody jednotek času. Popisuje jednoduché závislosti z praktického života. Doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel.“ (RVP ZV, 2016, s. 32).

2. období

„Žák vyhledává, sbírá a třídí data. Čte a sestavuje jednoduché tabulky a diagramy.“ (RVP ZV, 2016, s. 33).

- Geometrie v rovině a prostoru

1. období

„Žák rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci. Porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky. Rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině.“ (RVP ZV, 2016, s. 33).

2. období

„Žák narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici); užívá jednoduché konstrukce. Sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran. Sestrojí rovnoběžky a kolmice. Určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu. Rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru.“ (RVP ZV, 2016, s. 33).

- Nestandartní aplikační úlohy a problémy

2. období

„Žák řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.“ (RVP ZV, 2016, s. 34).

Pojetí matematiky se odvíjí od ŠVP každé ze základních škol. Také bezpochybně souvisí s přístupem jednotlivých učitelů matematiky. Učitelé by měli naučit žáky využívat osvojené vědomosti a dovednosti v reálném životě, rozvíjet osvojení si aplikace získaných kompetencí v životě.

2.3.2 Kombinatorika v učivu na prvním stupni ZŠ

Úlohy rozvíjející logicko-kombinační myšlení souvisí dle mého názoru nejvíce s tematickými okruhy *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*, *Závislosti, vztahy a práce s daty*. Při řešení kombinatorických úloh žáci na prvním stupni ZŠ hledají existující postupy a řešitelské strategie, které v běžných úlohách většinou nevyužívají. Pracují s informacemi ze zadání úlohy na vlastním uvážení. Úspěšnost řešení kombinatorických úloh tedy není primárně závislá na již osvojených vědomostech a dovednostech souvisejících jen s početními operacemi. Pocit úspěchu a naplnění může tak prožít i žák jindy neúspěšný (Scholtzová, 2003).

V posledních letech je v matematice trend popularizace této oblasti, díky zařazovaní tzv. nestandardních matematických úloh. Takové úlohy vyžadují tvořivost, originalitu a cílem je tak vzbudit u žáků zájem o matematiku. V porovnání se standardními úlohami tedy není zapotřebí využití pamětných znalostí, osvojených vzorců či algoritmů, nabízí se různé řešitelské strategie (Gerová, 2007).

Mezi nestandardní úlohy patří právě i kombinatorické úlohy. Kombinatorika hraje právě v rozvoji matematického myšlení důležitou roli. Význam je především v rozvoji logického myšlení a kombinačního myšlení (obecné kombinační schopnosti). Lze ji tak považovat jako stavební kámen pro řešení různých pravděpodobnostních problémů (Příhonská, 2013).

Proč bychom měli kombinatoriku zařazovat do vyučování, uvádí Scholtzová (2003, s. 5). „*Základem je atraktivnost kombinatoriky. Žáci se prostřednictvím jejích úloh sekávají se zajímavými problémy, které umožňují experimentování, objevování a propojení matematiky každodenním životem.*“

Při řešení kombinatorických úloh na prvním stupni ZŠ se nejčastěji objevují tyto řešitelské strategie (využívám je i v praktické části DP):

- kreslení obrázku (s využitím barev)
- kreslení diagramu (např. stromového)
- výpis možností
- užití grafu (např. uzlového)

- pokus (experiment) – náhodný či systematický
- využití tabulky
- logická úvaha
- využití matematického příkladu

Při zapojování kombinatorických problémů do výuky na prvním stupni by měli učitelé postupovat následujícím způsobem (Bálint In Scholtzová 2003, s. 5):

1. *„Žáci hledají nejprve jednu, potom několik možností. Učitel si tak ověří, zda pochopili zadání a vědí, co mají hledat.*
2. *Žáci hledají co nejvíce různých možností řešení úlohy.*
3. *Žáci hledají všechny možnosti řešení. Měli by si být jistí, že našli všechny možnosti – to je možné tehdy, pokud objeví určitý pořádek/systém v hledání možností.“*

3 Prakticko-výzkumná část

Prakticko-výzkumná část diplomové práce se skládá ze dvou podkapitol. První, tedy praktická část seznamuje s cílem. Dál vytvořením souboru didaktických her, které rozvíjejí logicko-kombinační myšlení žáků mladšího školního věku. V závěru seznamuje s plánem realizace ověření tohoto souboru.

Výzkumná část ověřuje efektivitu souboru didaktických her. Díky experimentu budou ověřeny, případně vyvráceny předpoklady, vztahující se k části souboru didaktických her. Je zde popsán experimentální vzorek, průběh realizace a závěrečné vyhodnocení. Experimentální šetření bude probíhat formou testů, pozorování a dotazníků.

3.1 Praktická část

Praktická část diplomové práce předkládá soubor didaktických her rozvíjejících logicko-kombinační myšlení žáka mladšího školního věku. Tento soubor je samostatnou přílohou diplomové práce. Efektivita vytvořeného souboru je ověřována ve výzkumné části práce.

3.1.1 Cíl praktické části

Cílem praktické části bylo vytvoření souboru didaktických her, které lze využít k rozvoji logicko-kombinačního myšlení žáka mladšího školního věku, tedy žáka prvního stupně základní školy. Prvostupňoví učitelé budou moci z tohoto sborníku čerpat již vytvořené hry nebo se jimi nechat inspirovat.

Hry jsou vymyšlené tak, aby propojovaly matematické principy a jejich využití s reálnými životními zkušenostmi (nákupy, sázení, apod.). Pro snazší motivování žáků, jsou všechny hry vsazeny do třech motivačních prostředí. Aby došlo k rozvoji logicko-kombinačního myšlení tak, jak předpokládám, je potřebné si s žáky zahrát všechny hry, které v daném prostředí jsou.

U každé hry uvádím:

- název hry
- motivaci
- cíle k procvičení
- cíle rozvíjení
- způsob realizace – formu práce
- předpokládaný čas realizace
- potřebné pomůcky
- popis aktivity
- případně využívané pracovní listy.

3.1.2 Vytvoření souboru didaktických kombinatorických her

Po studiu dostupné literatury, prohlížení si učebnic a dostupných materiálů k výuce kombinatoriky na základních školách, po řádném prostudování RVP ZV jsem se pustila do vymyšlení patnácti didaktických her rozvíjejících logicko-kombinační myšlení.

Námět her jsem zasadila do třech motivačních prostředí. A to:

- Večerníčkové prostředí
- Kouzelnické prostředí
- Ztroskotané prostředí

Prostředí byla vybrána na základě vypozorovaných zájmů během praxí při studiu. Pohádky jsou u žáků mladšího školního věku velmi oblíbené. Velký ohlas má u dětí stále fantastický svět kouzelného prostředí. Zejména díky literárnímu dílu Harry Potter. Poslední prostředí vzniklo na základě Souběžné praxe 1, kde se mi v rámci výuky výtvarné výchovy potvrdil zájem o literaturu staršího charakteru. Mám na mysli dílo Daniela DeFoa Robinson Crusoe. Díky této zkušenosti, jsem se rozhodla poslední prostředí motivovat právě ztroskotáním na ostrově.

Soubor všech didaktických her je volnou přílohou této diplomové práce.

3.1.3 Plán realizace výzkumné části

K ověření funkčnosti souboru didaktických her jsem vybrala první z motivačních prostředí – Večerníčkové prostředí. Pokusím se potvrdit stanovené předpoklady, které uvádím v kapitole 3.2.6 Interpretace výsledků.

Vybrané prostředí obsahuje pět didaktických her. Plánuji oslovit základní školu Vrchlického, kde budu plnit svou již druhou souvislou praxi. Prostředí i pracovníci jsou mi zde známí. Představuji si, že pro ověření budu potřebovat využít jeden paralelní ročník.

Na počátku praxe rozdám žákům obou tříd vstupní testy. Následně budu pracovat se třídou, která je podle učitelů prvního stupně slabší. Realizaci her plánuji uskutečnit v horizontu dvou měsíců, aby mezi jednotlivými hrami i testy byl časový odstup. Po realizování her, připomenu žákům názvy her, aby byli schopni hry v anonymním dotazníku ohodnotit. To učiním pouze s pracovním výzkumným vzorkem.

Závěrem působení ve škole bude vypracování výstupního testu opět v obou třídách (experimentální i kontrolní). Porovnání výsledků vstupních a výstupních testů bude jedním z prostředků k potvrzení nebo vyvrácení funkčnost sborníku her.

3.2 Výzkumná část

Tato část ověřuje efektivitu praktické části, tedy souboru didaktických her rozvíjejících logicko-kombinační myšlení žáka mladšího školního věku.

Počátek stanovuje předpoklady rozvoje logicko-kombinačního myšlení, které budou po realizaci vybraných her a následnému ověření potvrzeny nebo vyvráceny.

3.2.1 Cíl a obsah

Cílem výzkumné části práce je potvrdit efektivitu a funkčnost souboru navržených didaktických her, aby mohly být využívány učiteli v praxi s cílem rozvíjet logicko-kombinačního myšlení žáka mladšího školního věku ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace. Nejčastěji v tematickém okruhu této oblasti nazývajícím se „*Nestandardní aplikační úlohy a problémy*“.

Jejím obsahem je prvotní stanovení předpokladů, které se budou ověřovat na výzkumném vzorku. Pro potřeby ověření budou využity následující metody:

- pozorování,
- vstupní a výstupní test,
- dotazník pro žáky,
- závěrečné vyhodnocení sebraných dat.

Výzkumná část dále charakterizuje výzkumný vzorek složený ze dvou čtvrtých tříd ZŠ, popisuje průběh realizace experimentu s jednou z paralelních tříd. Na závěr interpretuje získaná data, která jsou nezbytně nutná pro závěrečné zhodnocení pravdivosti či nepravdivosti stanovených předpokladů.

3.2.2 Stanovení předpokladů

K ověření stanoveného cíle jsem se zaměřila na tři oblasti, které považuji za klíčové z hlediska úspěšnosti v řešení kombinatorických úloh: předchozí zkušenosti, prostředí, ve kterém žáci pracují, resp. řeší úlohy a použitou metodu řešení úlohy. Na základě toho jsem stanovila tři výzkumné předpoklady P1 – P3.

A) PŘEDCHOZÍ ZKUŠENOSTI

Chci zjistit, jak předchozí zkušenosti s řešením kombinatorických úloh ovlivňují čas potřebný k vyřešení jiných kombinatorických úloh.

P1: Předchozí zkušenosti s řešením typových kombinatorických úloh výrazně ovlivňují potřebný čas k řešení.

Komentář:

Předpokládám, že seznámí-li se žák s kombinatorickými úlohami a metodami jejich řešení, bude následující obdobně náročné úlohy řešit v kratším čase, než úlohy předchozí. Za vymezený čas zvládne tedy vyřešit více úloh.

Experimentální třída, ve které tedy budu žáky seznamovat s typovými úlohami prostřednictvím didaktických her, by měla výstupní test zpracovat rychleji, než test vstupní. Zároveň by kratší čas zpracování neměl ovlivnit úspěšnost v řešených úlohách.

Metoda ověření: Zadaný test a záznam z realizace testů

Porovnání času, za jaký žáci zpracovali vstupní a výstupní test. Začátek bude zahájen pro všechny žáky ve stejný okamžik otočením listu se zadáním. Bude-li mít žák test vypracovaný, přijde list odevzdat, a následně mu na list bude napsán čas, ve kterém odevzdává.

Zároveň je nutné porovnat úspěšnost řešení v jednotlivých úlohách, zda nedošlo k neúspěšnému řešení na úkor času.

B) PROSTŘEDÍ DIDAKTICKÉ HRY

Chci zjistit, zda prostředí didaktické hry pozitivně ovlivní práci se zadanými informacemi, jejich kritické posouzení, utřídění a následné využití.

P2: Využitím didaktické hry se u žáků rozvíjí schopnosti třídění a vyhodnocování vstupních informací, což pozitivně ovlivňuje úspěšnost řešení.

Komentář:

Předpokládám, že řešení kombinatorických úloh rozvíjí u žáků schopnost posuzovat a třídit informace v zadání úloh, které jsou důležité od těch méně důležitých. Toto třídění a vybírání informací ovlivňuje úspěšnost v řešení.

Experimentální třída, ve které budu pracovat s didaktickou hrou, bude systematicky pracovat s vyhledáváním důležitých informací v textu zadání. Mělo by tedy dojít ke zlepšení úspěšnosti vyřešení zadaných úloh. Kontrolní třída s tímto seznámena nebude, proto nepředpokládám výrazný progres v úspěšnosti řešení úloh ve výstupním testu.

Metoda ověření: Vstupní a výstupní test

Porovnání úspěšnosti výsledků řešených úloh ve vstupních a výstupních testech v experimentální třídě oproti kontrolní třídě.

C) METODA ŘEŠENÍ

Chci zjistit, zda žákům pomáhá při řešení kombinatorických úloh grafické znázornění.

P3: Použití grafického znázornění jako řešitelské strategie pozitivně ovlivňuje úspěšné vyřešení úlohy.

Komentář:

Předpokládám, že grafické znázornění jako prostředek vizualizace problému a jedna z metod řešení kombinatorických problémů pomáhá žákům najít všechny možnosti řešení. Tím je ovlivněna celková úspěšnost v řešení. Žáci experimentální třídy budou během mého působení v hodinách matematiky seznámeni s různými typy grafického zápisu. Předpokládám proto, že je využijí při zpracovávání výstupního testu, což ovlivní celkovou úspěšnost v testu.

Metoda ověření: Výstupní test

Porovnání úspěšnosti řešení výstupního testu v závislosti na použité metodě řešení u experimentální a kontrolní třídy.

3.2.3 Použité metody

3.2.3.1 Vstupní test

Didaktický test, sloužící ke zjištění úrovně vědomostí žáků, v tomto případě v matematické oblasti kombinatoriky. Jedná se o nestandardizovaný test, zjišťující počáteční úroveň znalostí. Cílem je zjistit využívané řešitelské strategie (grafické zpracování, vypisování, početní zpracování) a čas potřebný k řešení.

Test obsahuje tři slovní úlohy z prostředí reálného života. Žáci nejsou omezeni ve způsobu řešení. Vypracování testu bude u experimentální i kontrolní třídy probíhat v hodinách matematiky. Žáci začnou test zpracovávat ve stejný okamžik, přičemž po odevzdání bude zaznamenán čas odevzdání jejich práce. Tento test bude východiskem pro ověření efektivity souboru didaktických her.

3.2.3.2 Pozorování při realizaci jednotlivých didaktických her

Záměrné, cílevědomé a plánovité zrakové vnímání žáků během realizace her. Toto pozorování nebude žákům zřejmé. Jelikož se jedná o realizaci, kterou budou řídit, pozorování bude probíhat přímou formou. Nelze toto pozorování strukturovat předem, jelikož samotný průběh hodin realizace bude ovlivňován individualitou experimentálního vzorku.

Budou zaznamenávány dotazy žáků v průběhu realizace, strategie řešení her a reakce žáků na hru jako takovou. Záznamy těchto dat budou využity a popsány v kapitole 3.2.5 Realizace experimentu u jednotlivých hodin realizace.

3.2.3.3 Výstupní test

Didaktický test, sloužící ke zjištění úrovně vědomostí žáků po realizaci experimentální činnosti, dík které by mělo dojít k rozvoji logicko-kombinačního myšlení. Jedná se o nestandardizovaný test. Cílem je zjistit využívané řešitelské strategie (grafické zpracování, vypisování, početní zpracování) a čas potřebný k řešení.

Test obsahuje tři slovní úlohy z prostředí reálného života, které jsou typově podobné úlohám vstupního testu. Žáci nebudou omezeni ve způsobu řešení. Vypracování testu bude u experimentální i kontrolní třídy opět probíhat v hodinách matematiky. Žáci začnou test zpracovávat ve stejný okamžik, přičemž po odevzdání bude zaznamenán čas odevzdání jejich práce. Tento test bude východiskem pro ověření efektivity souboru didaktických her.

3.2.3.4 Dotazník

Písemné anonymní zjišťování sloužící k vyhodnocení oblíbenosti části souboru didaktických her u žáků v co nejvýše možné objektivní formě. Ve výzkumné části budou využity dva dotazníky. První zjišťující právě oblíbenost her obsahuje tři části. První škálové hodnocení jednotlivých her s možností zdůvodnění výběru odpovědi na škále, druhá část zjistující nejobtížnější hru opět s možností zdůvodnění a třetí část zjišťující úroveň porozumění her formou výběru odpovědi na škále.

Druhý dotazník hodnotí a zjišťuje informace po absolvování výstupního testu, kde je zjišťována obtížnost jednotlivých úloh formou škály, porozumění zadání úloh formou škály a výběrem pravdivých výroků zhodnocení využití vědomostí získaných při realizaci her ve výstupním testu.

3.2.4 Charakteristika výzkumného vzorku

Výzkumnou část jsem realizovala částečně v rámci své souvislé praxe na podzim roku 2016 na základní škole Vrchlického. Jedná se o běžnou sídlištní školu v Liberci, která vzdělává žáky od první do deváté třídy. Na této škole se řídí ŠVP s názvem „Pavlovická škola“. Tento ŠVP se charakterizuje vzděláváním a výchovou žáků v příjemném prostředí s menším počtem žáků. Klade důraz na vzdělávání a výchovu v oblasti výpočetních technologií, cizojazyčných dovedností a v oblasti sportu. Cílem je žáky připravit na vstup do života pro výběr povolání, ve kterém budou uplatňovat zdravé sebeuvědomění, úctu ke druhým a týmovou spolupráci.

Kombinatorika jako aritmetické počítání v ŠVP své zastoupení nemá. Je možné ji však objevit jako součást některých výstupních cílů. Jedním z takových cílů, je vést žáky k osvojení si řešení slovních úloh z praktického života. V části ŠVP charakterizující vzdělávací oblast Matematika a její aplikace pro 1. stupeň lze naleznout výchovně-vzdělávací strategii k osvojení klíčových kompetencí k řešení problémů, která nejlépe vystihuje cíl této práce. A to, že učitel: *„umožňuje vyhledávat různé varianty řešení záhadných úloh, nenechá je se odradit případným nezdarem a vede je vytrvale k hledání konečného řešení problému“* (ŠVP, 2010). Snaží se o zapojení žáků do matematických olympiád, kde mají možnost se také setkávat s takovýmito úlohami. Školní vzdělávací program „Pavlovická škola“ po prostudování říká, že by žák na konci 4. ročníku měl umět řešit jednoduché slovní úlohy s provedením zkráceného zápisu. Na konci 5. ročníku je žák dle ŠVP schopen sestavit nejen výpočet slovní úlohy rovnicí, ale také ověřit správnost řešení úvahou. V 5. ročníku je tento dílčí cíl brán jako opakování a prohlubování znalostí z nižších ročníků.

Na základě této skutečnosti, jsem se rozhodla, že ideální bude využití čtvrtých tříd této školy, jelikož ještě nemají prohloubené dovednosti tak, jak definuje ŠVP na konci 2. období 1. stupně. Experimentální třídou mi byla k dispozici 4. B, pod vedením třídní učitelky Mgr. Jany Pelinkové. V této třídě jsem plnila zároveň svou poslední souvislou praxi, proto mi zde byla nabídnuta větší časová dotace hodin. Kontrolní třídou byla paralelní 4. A s třídní učitelkou Kateřinu Lukáčovou.

Ve třídě 4. A je celkem 22 žáků (10 dívek a 12 chlapců), ve třídě 4. B je 24 žáků (10 dívek a 14 chlapců). Celkový studijní průměr z matematiky na konci 3. třídy byl ve 3. A 1,18 a ve 3. B 1,27. Podle těchto dat, jsem předpokládala, že v matematice by měla být úspěšnější třída 3. A. Jsem si vědoma, že kvalifikace známkou není objektivní pro posuzování tohoto experimentu.

3.2.5 Realizace experimentu

Počátek experimentu začal zadáním vstupních testů v obou čtvrtých třídách (viz kapitola 3.2.1. Vstupní test). Následně jsem pracovala s třídou 4. B, která se tak stala mojí experimentální třídou. V této třídě jsem během pěti vyučovacích hodin matematiky realizovala 5 didaktických her zaměřených na rozvíjení logicko-kombinačního myšlení žáků.

Žáky jsem pozorovala při řešení kombinatorických úloh a zejména sledovala jejich řešitelské strategie. Snažila jsem se poukázat na důležitost prvotního zpracování zadání úlohy, vytřídění informací ze zadání a následné řešení didaktickou hrou. Úlohy byly předem obohacovány o motivační prostředí, do něhož byly didaktické hry zasazeny. Jednotlivým hrám ve vyučovacích hodinách a žákovským strategiím se budu následně věnovat v kapitole 3.2.5.2 Experimentální činnost

Po dokončení pěti experimentálních didaktických her, jsem jednu vyučovací hodinu věnovala připomenutí a zopakování obsahu her, aby mohli žáci anonymně zhodnotit hry v dotazníku her (viz kapitola 3.2.3. Žákovské hodnocení didaktických her). Pro ověření stanovených předpokladů (viz kapitola 3.1. Předpoklady) jsem žákům obou tříd zadala výstupní test (viz kapitola 3.2.4. Výstupní test). Následně žáci dostali k vyplnění dotazník zabývající se obtížností výstupního testu a připraveností na něj (viz kapitola 3.2.5. Žákovské hodnocení po absolvování testu), který také posloužil jako zpětná vazba k realizaci experimentu.

Experiment probíhal během deseti vyučovacích hodin.

3.2.5.1 Vstupní test

Vstupní test byl zadán žákům čtvrtých tříd na počátku experimentu v hodině matematiky. Cílem tohoto testu bylo zmapovat počáteční úroveň žáků v řešení kombinatorických úloh. Dále vypozorovat jejich řešitelské strategie, zda si pomáhají při řešení úloh nějakým grafickým znázorněním či vypisováním možností řešení. Posledním cílem bylo změřit čas potřebný k vyřešení testu.

Zadávány byly slovní úlohy, které obsahově odpovídaly problémům z reálného života. Žáci nebyli omezováni ve způsobu řešení.

Úlohy vstupního testu

1. ***Maminka potřebuje zaplatit v obchodě za nákup školních pomůcek 100 Kč. V peněžence má pouze kovové mince v hodnotě 10 Kč, 20 Kč a 50 Kč. Kolika způsoby může maminka paní prodavačce zaplatit požadovanou částku přesně?***

První úloha vstupního testu má charakter kombinace bez opakování. Důležité je si zde uvědomit, že nezáleží na pořadí výběru mincí, kterými danou částku zaplatíme. Lze tu sledovat rozvoj různých řešitelských strategií. V této úloze si můžeme povšimnout systematizace v zaznamenávání si nalezených výsledných řešení. Žáci hledají možnosti, jak zaplatit přesnou částku 100 Kč pouze uvedenými mincemi.

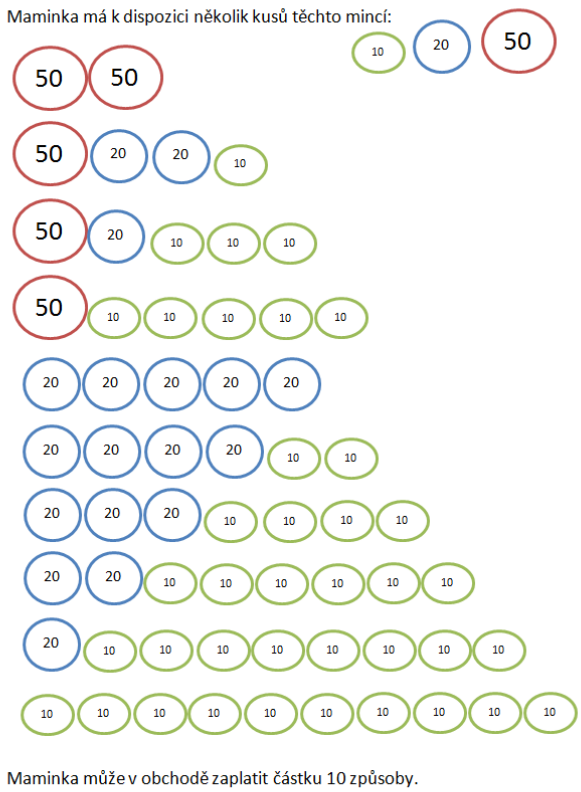
Správnou slovní odpovědí je tedy například: „Maminka může zaplatit požadovanou částku přesně 10 způsoby."

Bodování této slovní úlohy bylo následovné: 1 možnost = 1 bod

Celkem tedy v této úloze mohli žáci získat 10 bodů. Pouhá slovní odpověď není bodována.

Vzorová řešení úlohy:

Graficky



Obr. č. 2 VsT vzor 1 Řešitelská strategie Ú1

Výpisem početně

50 + 50 = 100

50 + 20 + 20 + 10 = 100

50 + 20 + 10 + 10 + 10 = 100

50 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100

20 + 20 + 20 + 20 + 20 = 100

20 + 20 + 20 + 20 + 10 + 10 = 100

20 + 20 + 20 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100

20 + 20 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100

20 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100

10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100

Obr. č. 3 VsT vzor 2 Řešitelská strategie Ú1

2. ***Na vlakovém nádraží řeší logistik, jakým způsobem postavit vagóny za sebe. Potřebuje na sebe navázat jeden vagón se dřevem, jeden vagón s uhlím, jeden vagón s benzínem a jeden vagón s koksem. Kolik existuje variant finální podoby vlku, který bude složen jen z těchto vagónů?***

Druhá úloha je na využití variací bez opakování a je laděna dopravní tematikou. Žáci by si měli uvědomit, že proměnou posledních dvou vagónů vzniká jiná souprava vlaku. Takto lze proměnit i další vagóny, aby se soupravy od sebe odlišovaly. I v této úloze lze sledovat různé řešitelské strategie a systematizaci v zaznamenávání si nalezených výsledných řešení. Žáci hledají možnosti zapřažení různých vagónů za sebe tak, aby každým nalezeným řešením vznikla odlišná souprava vlaku.

Správnou slovní odpovědí je tedy například: „Čtyři různé nákladní vagóny lze zapřáhnout 24 způsoby tak, aby pokaždé vznikla odlišná souprava vlaku.“

Bodování této slovní úlohy bylo následovné: 1 možnost = 1 bod

Jedna možnost je jedna souprava vlaku složeného ze čtyř různých nákladních vagónů.

Celkem tedy v této úloze mohli žáci získat 24 bodů. Pouhá slovní odpověď není bodována.

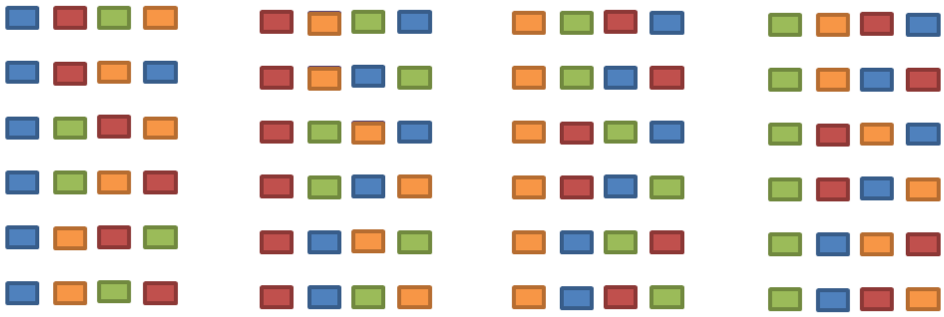
Vzorová řešení úlohy:

Graficky

Nejprve každému nákladnímu vagónu přidělíme právě jednu barvu:

- vagón na dřevo
- vagón na koks
- vagón na uhlí
- vagón na benzín

Následně systematicky řadíme jednotlivé vagóny do soupravy za sebe.



Seřazením dostáváme výsledných 24 možností.

Obr. č. 4 VsT vzor 3 Řešitelská strategie Ú2

Výpisem početně

Nejprve každému nákladnímu vagónu přidělíme právě jednu barvu:

- vagón na dřevo D
- vagón na koks K
- vagón na uhlí U
- vagón na benzín B

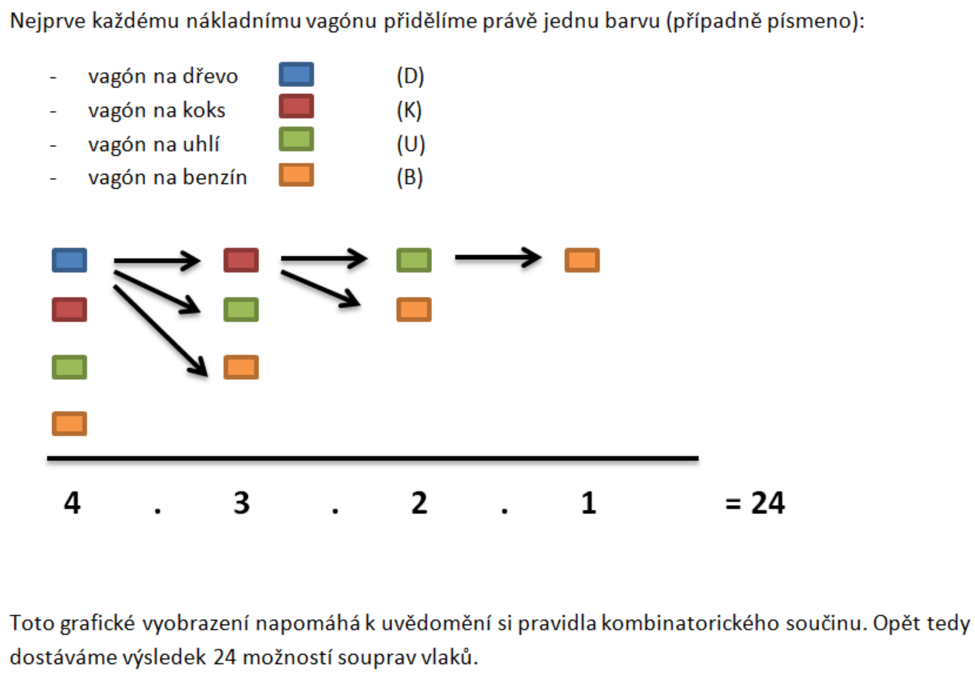
Následně systematicky řadíme jednotlivé vagóny (PÍSMENA) do soupravy za sebe.

D – U – K – B	K – D – B – U	U – D – K – B	B – D – K – U
D – U – B – K	K – D – U – B	U – D – B – K	B – D – U – K
D – K – U – B	K – B – D – U	U – K – D – B	B – K – D – U
D – K – B – U	K – B – U – D	U – K – B – D	B – K – U – D
D – B – K – U	K – U – B – D	U – B – K – D	B – U – K – D
D – B – U – K	K – U – D – B	U – B – D – K	B – U – D – K

Seřazením dostáváme opět výsledných 24 možností.

Obr. č. 5 VsT vzor 4 Řešitelská strategie Ú2

Graficky – logický strom *(na základě kombinatorického pravidla součtu)*



Obr. č. 6 VsT vzor 5 Řešitelská strategie Ú2

Vzorcem

Využití definovaných vztahů slouží jako nadstavba pouze pro pedagogy jako kontrola správnosti výpočtu předchozími strategiemi.

$$P(n) = n!$$

$$P(4) = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

3. ***Paní učitelka vybírá dvojici žáků, která by šla reprezentovat školu v matematické olympiádě. V prvním kole ze všech dětí paní učitelka vybrala pět žáků, a to Tomáše, Kateřinu, Sandru, Otu a Filipa. Kolik má paní učitelka variant dvojic, které na matematickou olympiádu půjdou?***

Třetí úloha je na využití kombinací bez opakování. Žáci mají vybírat z pěti možných fiktivních žáků dvojice, kdy je opět důležité si uvědomit, že nezáleží na pořadí fiktivních žáků. V této úloze opět můžeme sledovat různé řešitelské strategie a systematizaci v zaznamenávání si nalezených výsledných řešení. Je možné si povšimnout i zjednodušování si zápisu například zkrácením fiktivních žákovských jmen.

Správnou slovní odpovědí je tedy například: „Paní učitelka může z pěti žáků vytvořit 10 různých dvojic.“

Bodování této slovní úlohy bylo následovné: 1 možnost = 1 bod

Jedna možnost je brána jako jedna dvojice z výběru pěti žáků

Celkem tedy v této úloze mohli žáci získat 10 bodů. Pouhá slovní odpověď není bodována.

Vzorová řešení úlohy:

Graficky

Nejprve každému žáku přiřadíme symbolicky obličej pomocí barevného puntíku

- Tomáš
- Sandra
- Filip
- Kateřina
- Ota

Následně tvoříme dvojice těchto puntíků. Nezáleží na pořadí, který puntík bude první.

Součtem dvojic zjišťujeme, že je možné vytvořit z pěti dětí 10 různých dvojic.

Obr. č. 7 VsT vzor 6 Řešitelská strategie Ú3

Výpisem

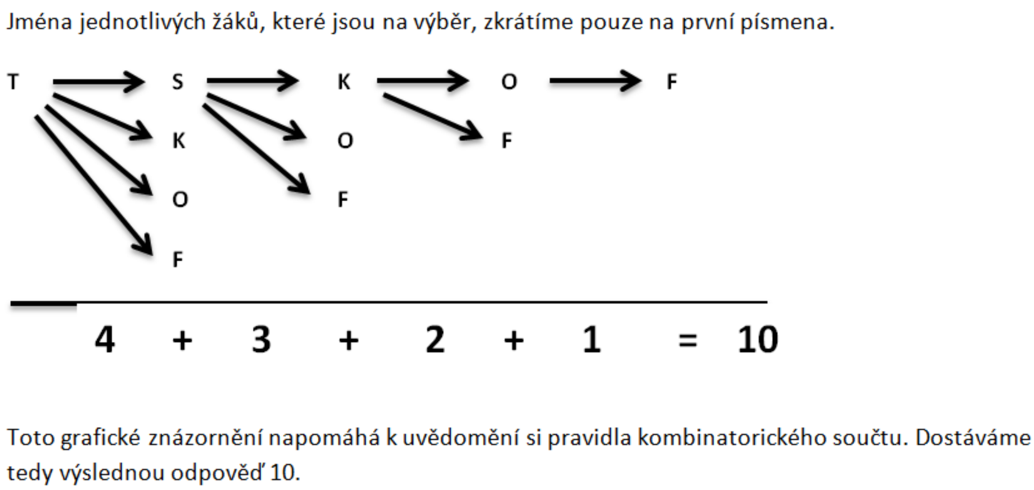
Vypisujeme dvojice pomocí jmen, případně pomocí prvního písmene jména.

Tomáš + Sandra	*Tomáš + Kateřina*	*Tomáš + Filip*	*Tomáš + Ota*
Sandra + Kateřina	*Sandra + Filip*	*Sandra + Ota*	
Filip + Kateřina	*Filip + Ota*		
Kateřina + Ota			

Součtem nalezených dvojic se dostáváme k výsledku 10.

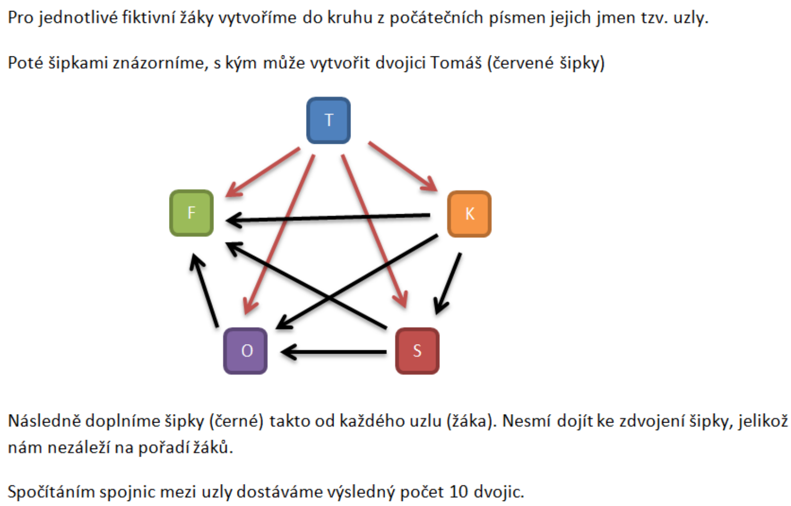
Obr. č. 8 VsT vzor 7 Řešitelská strategie Ú3

Graficky – logický strom *(na základě kombinatorického pravidla součtu)*



Obr. č. 9 VsT vzor 8 Řešitelská strategie Ú3

Graficky - uzlový graf



Obr. č. 10 VsT vzor 9 Řešitelská strategie Ú3

Vzorcem

Využití definovaných vztahů slouží jako nadstavba pouze pro pedagogy jako kontrola správnosti výpočtu předchozími strategiemi

$$\boldsymbol{K(k,n)} = \binom{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{k}} = \frac{\boldsymbol{n}!}{\boldsymbol{k}!\,(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{k})!}$$

$$\boldsymbol{K}(\mathbf{2},\mathbf{5}) = \binom{\mathbf{5}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{5}!}{\mathbf{2}!\,(\mathbf{5}-\mathbf{2})!} = \frac{\mathbf{5}\cdot 4\cdot 3!}{\mathbf{2}!\cdot \mathbf{3}!} = \frac{\mathbf{5}\cdot 4}{\mathbf{2}} = \mathbf{10}$$

3.2.5.2 Experimentální činnost

Experimentální didaktické hry pro rozvoj logicko-kombinačního myšlení žáků jsem realizovala ve třídě 4. B v počtu 24 žáků. Realizace probíhala v měsících říjen – prosinec 2017.

Před zahájením experimentu, jsem požádala podpisem souhlas všech rodičů na účast žáka v experimentálním šetření pro účely mé závěrečné diplomové práce a zároveň o souhlas s pořizováním fotografií opět pro účely dokumentace mé diplomové práce.

Tato experimentální činnost trvala osm vyučovacích hodin matematiky, ve kterých žáci řešili pět kombinatorických úloh formou didaktické hry. Pro zvýšení motivace žáků byly hry zasazeny do motivačního prostředí s tematikou pohádek před spaním. Postavy z večerníčkových pohádek si žáci vybírali v hodinách sami.

Pro přehlednost nese každá didaktická hra vlastní název, ke kterému se budu později vracet v závěrečném dotazníku (viz kapitola 3.2.4. Dotazník).

Popisuji řešitelské strategie a přístupy žáků, zaznamenávám jejich dotazy a připomínky a dále odkazuji na přílohu Soubor řešených úloh, ze kterého jsem experimentální hry vybírala. V něm jsou úlohy podrobněji rozpracovány z hlediska cílů, metod, pomůcek, řešitelských strategií a dalších námětů, jež vyplynuly právě z realizace. Soubor didaktických her obsahuje dalších deset didaktických her, zasazených do jiných dvou motivačních prostředí. U každé úlohy je uvedeno jedno z možných řešení a následný postup se žáky.

V následujících řádcích se věnuji popisu jednotlivých vyučovacích hodin, kdy se didaktické hry realizovaly.

1. hodina

„Večerníček jede na olympiádu“

Na olympiádu reprezentovat svou pohádku mohou jet jen dvě večerníčkové postavy ze šesti. Kolik existuje dvojic vytvořených z těchto postav? Hledáme všechna možná řešení.

Motivace

Jako úvodní motivaci jsem využila diskuzi se žáky o jejich oblíbených večerníčkových postavičkách. Jejich nápady jsem zapisovala na lístečky, které jsem následně vložila do pytlíčku. Dalším krokem bylo náhodné vybrání šesti žáků, si z pytlíčku losovali svou večerníčkovou postavu, která jim byla připevněna na horní část těla.

Zbylým žákům sedícím v lavici zadám úkol, vymýšlet dvojice z jejich spolužáků (večerníčkových postav). Pokud vymysleli dvojici, která ještě nebyla vymyšlena, zaznamenali ji na tabuli. Samostatně si uvědomili, že nezáleží na pořadí postav pro tvoření dvojic (tzn. Pat + Bob je stejná dvojice jako Bob + Pat). Jelikož žáci byli rychlejší, než jsem předpokládala, ukončila jsem toto společné vymýšlení zhruba po 7 minutách. Všichni se posadili do lavice a na papír měli zjistit, kolik je všech možných dvojic.

Žákovské strategie

Všichni žáci zvolili strategii řešení pomocí vypisování celých jmen večerníčkových postav. Pouze jeden z nadaných žáků, byl rychlejší než ostatní se slovy: „stačí si udělat ve vypisování řád a systém“, což mě překvapilo.

Po ukončení jejich vypisování, jsme docílili společně ke správnému výsledku. Využila jsem nadaného žáka, aby představil zbylým dětem svůj „řád a systém“, který vypadal následovně.

Pat + **Škubánek**

Pat + **Eda**

Pat + **Bob**

Pat + **Krakonoš**

Pat + **Žížalák**

Škubánek + **Eda**

Škubánek + **Bob**

Škubánek + **Krakonoš**

Škubánek + **Žížalák**

Eda + **Bob**

Eda + **Krakonoš**

Eda + **Žížalák**

Bob + **Krakonoš**

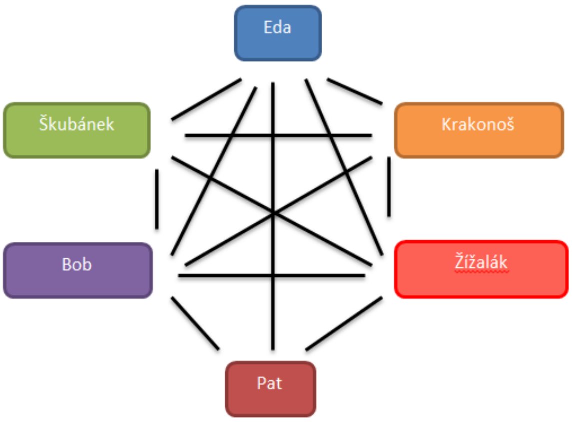
Bob + **Žížalák**

Krakonoš + **Žížalák**

Obr. č. 11 realizace - řešitelská strategie 1 DH1 - výpis řešení

Žáci obdivovali jeho systematizaci v postupu řešení. Uznávali, že většina z nich měla v hledání posledních možných dvojic nepořádek. Z mého pozorování, jsem zaznamenala, že opravdu přeskakovali z jedné postavy ke druhé. Tudíž měli obtížnější kontrolu, zda další jimi vymyšlená dvojice už ve výpisu není zaznamenána.

Pro usnadnění řešení při jiné úloze v dalších hodinách, jsem jim představila strategii řešení pomocí uzlového grafu. Terminologicky, jsme opravdu pracovali s tímto názvoslovím. Pro každou postavu jsme na tabuli zaznamenali jeden uzel. Následně byli žáci vyvoláváni, aby tvořili mezi jednotlivými uzly (postavami) spojnice, které znamenají vytvořené dvojice. Obrázek na tabuli vypadal následovně:



Obr. č. 11 realizace - řešitelská strategie 2 DH1 - uzlový graf

Žákům se tento postup řešení líbil, jelikož byl dle jejich slov rychlejší. Následovalo závěrečné ukončení této didaktické hry připomenutím, jak jsme úlohu řešili, jaké máme možnosti řešení takové úlohy, jak názýváme nově naučený způsob řešení a že nám při tvoření podobných dvojic nezáleží na pořadí.

2. hodina

„Pohádka před spaním“

Máme pět pohádkových postav, a to: Rákosníčka, Karkulku, Amálku, Šmudlu a Gargamela. V televizním programu jsou dva volné časy, do kterých musíme zajistit dvě pohádky. První volné místo je od 19:00 a druhé volné místo je od 20:00. Po sobě jdoucí pohádky nesmí být stejné. Kolik existuje možností vyplnění mezer v televizním programu, předpokládáme-li, že oba časy budou obsazené pohádkami z možných pěti.

Motivace

Úvodní motivací byla i tentokrát diskuze se žáky na téma pohádek před spaním a o tištěném televizním programu. Pobídla jsem je, aby se vžili do role zaměstnance televizní stanice, který má za úkol vymyslet sled dvou po sobě jdoucích odlišných pohádek, které budou zaznamenány to televizního programu.

Pro tuto hru jsem vybrala náhodně pět žáků, kteří ještě pro uskutečňování her vybráni nebyli. Těm jsem na obličej tělovými barvami zaznamenala jednu z postav, kterou mají zaměstnanci televizní stanice k dispozici. Byli nadšeni z této části hry. Poté byli vybráni další dva žáci, jejichž úkolem bylo držet imitaci televizní obrazovky. Zbylí žáci v lavicích už následně vybírali dvojice zástupců pohádek do programu. Reprezentanti pohádek procházeli televizní obrazovkou tak, jak by to ve skutečnosti mohlo vypadat. Nalezené možnosti jsme zapisovali na tabuli.

Žákovské strategie

Tentokrát jsem musela žáky upozornit, že záleží na pořadí vybraných dvojic, jelikož je rozdíl, která z pohádek bude dávat jako první. Po osmi nalezených možnostech všichni žáci usedli do lavic a hledali všechna možná řešení s vybídnutím, aby zkusili i jiný postup řešení. Této pobídky se chytli pouze tři žáci, kteří si pamatovali možnost řešení úlohy pomocí uzlového grafu. Ti, kteří tak učinili, si však na rozdíl od zbývajících uvědomili i tentokrát problematiku uspořádání dvojic. Proto jejich uzlové grafy měly zdvojené spojnice.

Jeden z žáků šel postup zaznamenat a připomenout i ostatním. Následně jsem žákům představila postup řešení pomocí tabulky, který pro ně byl nový.

Obr. č. 12 realizace - řešitelská strategie 3 DH2 - řešení tabulkou

Obr. č. 13 realizace - řešitelská strategie 4 DH2 - uzlový graf

Žáci si v této úloze nebyli jisti uspořádáním (záleží/nezáleží na pořadí). Nejspíš z tohoto důvodu se nám aktivita prodloužila a trvala déle, než jsem předpokládala zhruba o 10 minut. V průběhu hry jsem si uvědomila, že v zadání úlohy bych změnila časy z pozdních večerních na podvečerní. To čistě z výchovného hlediska, protože děti by měly chodit spát kolem osmé hodiny večerní.

3. Hodina

„Štěstí po pohádce na dobrou noc“

Budeme-li sázet na šťastná čísla, která během chvilky vylosujeme a nebudeme vědět, v jakém pořadí se vylosovala, kolik existuje dvojic čísel, v případě, že každé číslo je v losovacím stroji pouze jednou? Pokud by nám záleželo i na pořadí, v jakém jsme čísla vsadili my a v jakém je vylosoval stroj, kolik by bylo tehdy variant?

Motivace

Žáci byli motivování hádankou, co mohou sledovat v televizi po pohádce na dobrou noc, než je rodiče uloží ke spánku. Běžně jim aktivita sázení je neumožněna z věkového hlediska, tak si ji alespoň vyzkoušeli, aby poznali, že je to velmi o náhodě. Ukázala jsem jim šťastný klobouk, do kterého jsem vložila právě pět míčků očíslovaných číslicemi 1 – 5. Řekla jsem jim, že si právě zkusíme tipovat, jaké dvojice čísel budou vylosovány.

Dvojice žáků jsem po úvodní motivaci, kde se dozvěděli o tipování a losování šťastných čísel, vyzývala k tabuli. Jeden z žáků na zadní stranu tabule zapsal svůj tip, která dvě čísla se domnívá, že budou vytažena z klobouku. Následně druhý z žáků vylosoval dva míčky. V tomto případě nezáleželo na pořadí vylosování míčků ani na uspořádání čísl na losu (zadní strana tabule). Žáci se tak radovali z 100% shody, z 50% shody nebo z 0% shody. Tímto způsobem jsem nechala prostřídat všechny žáky v některé roli. Celkem jsme tedy losovali dvanáctkrát.

Následně jsem se zeptala žáků, zda si myslí, že už máme na losu vypsané všechny možnosti dvojic čísel. Někteří vykřikovali *ano*, jiní *zajisté ne*. Proto jsem je pobídla k hledání všech možných dvojic míčků. S podmínkou, že míček nesmí být do klobouku vrácen. Žáci měli k dispozici list papíru, který mohli libovolně využít. Záměrně žákům nebylo mnou sděleno, jak list položit (horizontálně/vertikálně).

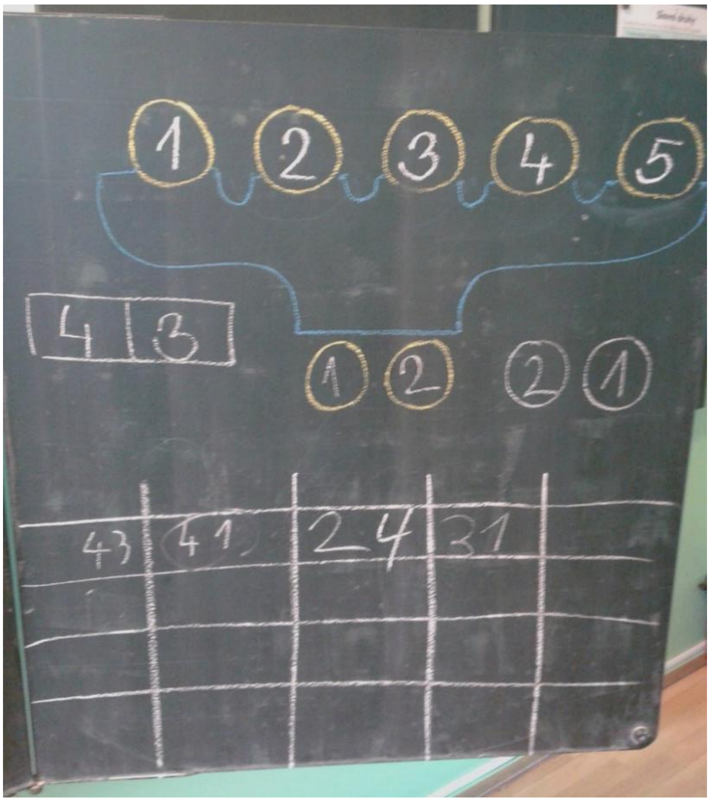
Žákovské strategie

V tomto případě měli žáci brzy nalezena všechna řešení. Všichni správně položili list papíru a vepisovali dvojice řešení do předtištěné tabulky. Tuto skutečnost jsem čekala, proto jsem žákům zadala úkol, zda si myslí, že pokud by záleželo na pořadí vylosovaných míčků, bude odpověď stejná. Většina žáků vykřikla, že to bude určitě více možností. Proto jsem jim dala čas, aby se tedy pokusily nalézt všechny.

Všichni žáci pokračovali ve vypisování dvojic do předtištěné tabulky. Osmnácti žákům z celkového počtu 24 se podařilo nalézt správné řešení všech možností. Společně jsme provedli kontrolu celkového počtu nalezených řešení.

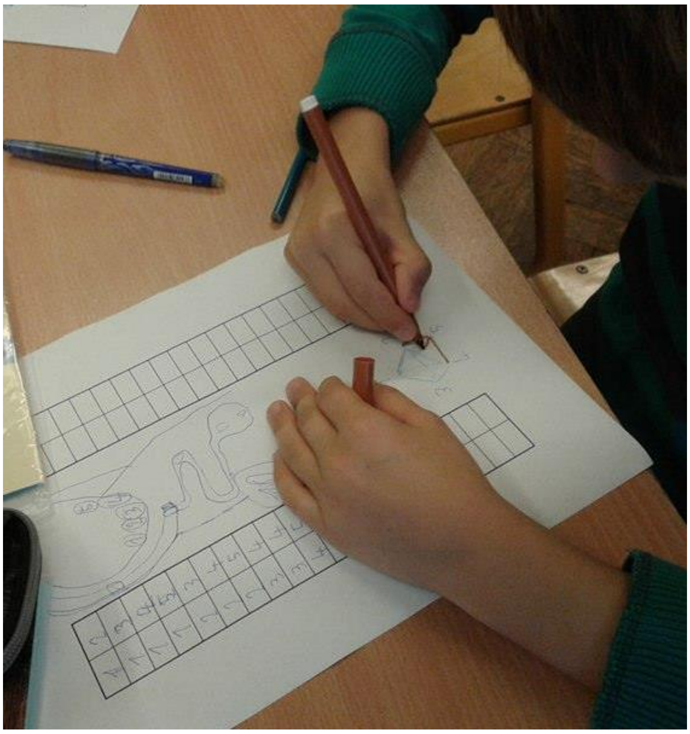
Poté jsem žáky seznámila s řešitelskou strategií pomocí uzlového grafu, kde spojnice mezi jednotlivými míčky (uzly) byly dvojité. Žáky tato strategie dvojitých spojnic zaujala, protože je „jednodušší“ než vypisovat dvojice. Také jsem je následně seznámila ještě s řešitelskou strategií pomocí grafického znázornění logického stromu.

Předpokládaný čas u této hry včetně následující práce (seznámení s dalšími možnostmi řešitelských strategií) se prodloužil o 5minut. Žákům se tato hra líbila. V pracovních listech jsem při pozorování jejich činnosti objevila i překreslený zápis z tabule v průběhu motivační části (viz Obr. č. 15 realizace - řešitelská strategie 5 - výpisováním)



Obr. č. 15 realizace - řešitelská strategie 6 - výpisováním

Obr. č. 16 realizace - řešitelská strategie 7 - uzlový graf



Obr. č. 17 realizace - řešitelská strategie 8 - pracovní list

4. Hodina

„Večerníčkovy kameny“

Kolik existuje možností hledaného zadání ve hře Večerníčkovy kameny (hra Logic), máme-li k dispozici čtyři tvary, z nichž tvoříme řadu pouze ze tří tvarů (tvary se v řadě nesmí opakovat).

Motivace

Žákům byla na úplném počátku hodiny vysvětlena pravidla hry. Pravidla jsme si demonstrovali na tabuli, kde bylo předem nakreslené herní pole, které žáci obdrželi v papírové podobě s hracími kameny.

Žákovské strategie

Během aktivity jsem musela jednotlivé dvojice žáků (protihráčů) obcházet, zda opravdu porozuměli pravidlům. Případné nesrovnalosti jsem jim vysvětlila individuálně. Pokud došlo k neporozumění, tak v případě, že žáci odstraňovali řadu kamenů, které ji protihráč ohodnotil. Opakovali tedy již v minulosti v téže hře použitou možnost postavení řady.

Po pochopení pravidel všemi žáky, jsem nechala hrát žáky dalších 7 minut. Dle reakcí je hra velmi bavila, jelikož nechtěli ukončit hraní. Bohužel během pozorování při hře, jsem došla k závěru, že někteří jedinci v průběhu hry mění prvotní zadání hádané řady, proto spoluhráč nemůže nalézt výsledný vyhrávající obraz hádané řady.

Následným úkolem bylo nalézt všechny možné řady, které lze ve hře využít. Toto bylo samostatným úkolem ve dvojicích. Po pěti minutách, kdy žáci seskupováním kamenů na hrací plochu nebo překreslováním tvarů do listu hrací plochy zaznamenávali nalezená řešení, jsem hledání ukončila. Následovalo hlasování v celkovém počtu nalezených řešení. Pouhých pět dvojic našlo všechna správná řešení. Dvě dvojice žáků nalezla více možností řešení, jelikož některé možnosti řad zopakovali.

Po prozrazení výsledného řešení, jsem žákům na tabuli ukázala, jak lze řešit takovouto úlohu, a jak si udělat systém, aby na žádné řešení nezapomněli. Po ukončení hodiny, jsem se setkala s velkým ohlasem, kdy jsem musela jít okopírovat hrací plochy i hrací kameny, aby žáci tuto hru mohli hrát i s rodiči doma.

Obr. č. 18 realizace - řešitelská strategie 9 - průběh hry

Obr. č. 19 realizace - řešitelská strategie 10 - průběh hry

5. Hodina

„Kolik stojí večerníček?“

Tvá oblíbená plyšová postavička stojí v ceně 10 – 100Kč. Rozhodni se, kolik korun máš zaplatit a najdi všechny způsoby, jakými lze částku zaplatit přesně z mincí 10Kč, 20Kč a 50Kč.

Motivace

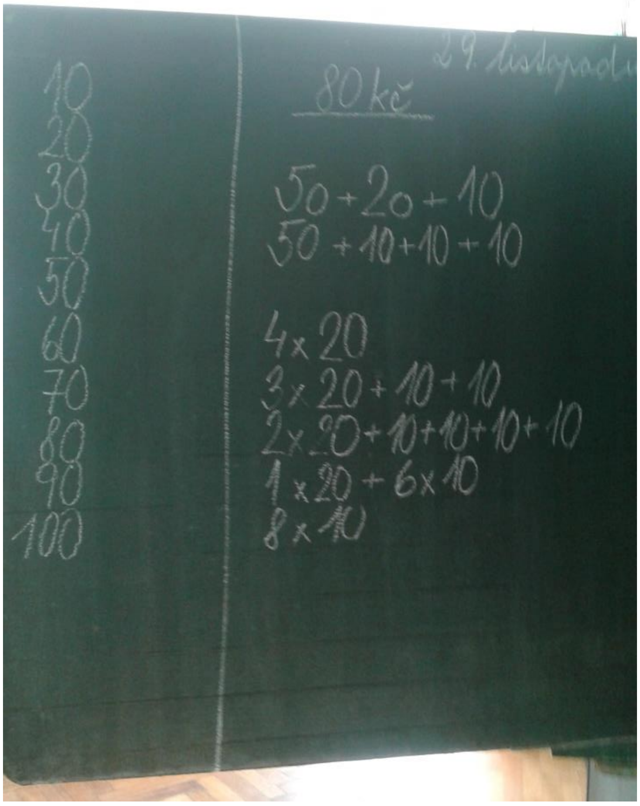
S žáky jsem se formou diskuze bavila o tom, jakou mají oblíbenou pohádkovou postavu. Mnoho žáků jmenovalo postavy, které jsme využívali při předchozích hrách. Spoustu dalších žáků dále jmenovalo postavy z knih, které aktuálně čtou. Nejvíce zaujala postava Harryho Pottera, kterého jsme četli v předchozí hodině Českého jazyka.

Zeptala jsem se žáků, zda by chtěli mít svou oblíbenou postavičku doma v podobě plyšáka. Na ukázku jsem jim přinesla svého oblíbeného plyšáka, na kterého jsem čekala do dospělosti. Žáci souhlasili. Vysvětlila jsem jim, že si ve skupinách po čtyřech zahrajeme na obchod s hračkami. Jeden z žáků byl nakupující, druhý byl prodavač, třetí platící a čtvrtý kontrolor. Každý žák si prošel všemi rolemi. Pro způsob úhrady smyšlené platby byly využity barevně odlišené papírky. Každá barva znamenala jinou nominální hodnotu.

Žákovské strategie

Žáci se do těchto rolí vžili podstatně rychle. Někteří se nechtěli v rolích střídat, ale toto narušení bylo v krátkém čase odstraněno. Ve všech skupinách fungoval účel rolí skvěle. Všichni věděli, co mají ve své roli dělat, jakou mají funkci. Během prostřídání rolí jsem zaznamenala, že každý prodejce vymýšlí jinou prodejní cenu. Proto nebyla možnost poukázat u jedné skupiny v prodejích na více jak dva možné způsoby platby.

Proto jsme si následně na tabuli společně ukázali kolika způsoby je možné z mincí 10Kč, 20Kč a 50Kč zaplatit částku 80Kč. Žáci byli z tolika možností překvapeni. V závěru hodiny dostali možnost namalovat si svou oblíbenou postavičku k příkladům, jak složit částku k zaplacení jejich postavičky.



Obr. č. 20 realizace - řešitelská strategie 11 - vypisováním

Obr. č. 21 realizace - řešitelská strategie 12 - vypisováním s ilustrací

3.2.5.3 Žákovské hodnocení didaktických her

Po dokončení realizace experimentu, jsem část jedné vyučovací hodiny věnovala připomenutí realizovaných didaktických her žákům experimentální třídy. To z toho důvodu, abych v závěru mohla žákům právě této třídy rozdat k vyplnění anonymní dotazníky týkající se hodnocení proběhlých didaktických her. Pomocí promítané prezentace byly žákům připomenuty názvy jednotlivých her, průběh her a vybrané strategie řešení her (kombinatorických úloh).

Důležitým upozorněním po rozdání dotazníků bylo, že se jedná o anonymní vyplnění. Tudíž dotazník netřeba podepisovat, aby neměli strach z pravdomluvného hodnocení (viz příloha PIII: Dotazník 1 vzor).

Anonymní dotazníkové hodnocení se skládá ze tří částí. První částí je škálové hodnocení jednotlivých her s možností slovního komentáře.

Otázka č. 1

„Ohodnoť jednotlivé didaktické hry podle toho, jak Tě bavily, na škále 1 – 4 zakroužkováním."

V nabídce škály jsou čtyři možnosti odpovědi, a to s následující:

1 – hry mě moc bavily
2 – hry mě spíše bavily
3 – hry mě spíše nebavily
4 – hry mě nebavily

Druhá otázka v hodnocení je zaměřena na zhodnocení obtížnosti aktivit.

Otázka č. 2

„Která aktivita si myslíš, že byla těžká a proč?"

Výběr aktivity stačí jednoduše zakroužkovat a následně odůvodnit slovní odpovědí jejich výběr.

Třetí částí je opět škálové hodnocení. Tentokrát týkající se porozumění zadání jednotlivých aktivit. Přesné znění úkolu je takové:

Otázka č. 3

„Rozuměl jsi vždy zadání a pravidlům hry? Ohodnoť na škále 1 – 4 zakroužkováním".

Přičemž jednotlivé body škály jsou míněny takto:

1 – rozhodně rozuměl
2 – většinou rozuměl
3 – většinou nerozuměl
4 – rozhodně nerozuměl

Cílem tohoto dotazníku, je ověření části souboru didaktických her rozvíjejících logicko-kombinační myšlení z pohledu žáka. Zda výběr her je pro žáky atraktivní a srozumitelný.

3.2.5.4 Výstupní test

Výstupní test byl opět zadán všem žákům čtvrtých tříd po ukončení experimentu v hodině matematiky. Cílem tohoto testu bylo ověřit úroveň žáků experimentálního vzorku v řešení kombinatorických úloh. Výstupní test sloužil jako jedna z metod k ověření předpokladů celého experimentu.

Jedním z předpokladů, který test ověřuje, je využití řešitelských strategií, jako například využití grafického znázornění pro pomoc při hledání řešení kombinatorických úloh. Dalším cílem bylo změřit čas potřebný k vyřešení testu po experimentální činnosti, která obsahovala pět didaktických her rozvíjejících logicko-kombinatorické myšlení.

Slovní úlohy byly vymýšleny jako ve vstupním testu tak, aby odpovídaly zkušenostem z reálného života. Aby mohlo být vyhodnocení experimentu co nejvíce objektivní, byly úlohy výstupního testu velmi podobné testu vstupnímu. To i díky dvouměsíčnímu odstup mezi vstupním a výstupním testem.

Úlohy výstupního testu

1. ***Maminka potřebuje zaplatit v obchodě za nákup ovoce 100 Kč. V peněžence má pouze po několika kusech kovové mince v hodnotě 10 Kč, 20 Kč a 50 Kč. Kolika způsoby může maminka paní prodavačce zaplatit požadovanou částku přesně?***

První úloha vstupního testu má charakter kombinace bez opakování. Důležité je si zde uvědomit, že nám nezáleží na pořadí mincí. Lze tu sledovat rozvoj různých řešitelských strategií. V této úloze si můžeme povšimnout systematizace v zaznamenávání si nalezených výsledných řešení. Žáci hledají možnosti, jak zaplatit přesnou částku 100 Kč pouze mincemi 10 Kč, 20 Kč, 50 Kč.

Správnou slovní odpovědí je tedy například: „Maminka může zaplatit požadovanou částku přesně 10 způsoby.“

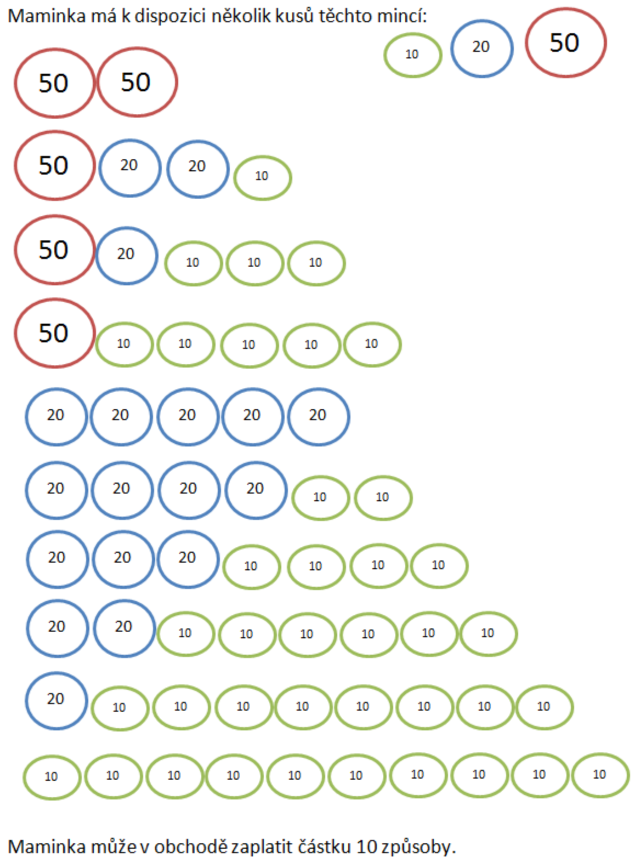
Bodování této slovní úlohy bylo následovné: 1 možnost = 1 bod

Jednou možností je však vnímáno složení částky 100 Kč jedním způsobem, přičemž nezáleží na pořadí mincí.

Celkem tedy v této úloze mohli žáci získat 10 bodů. Pouhá slovní odpověď není bodována.

Vzorová řešení úlohy:

Graficky



Obr. č. 22 VT vzor 1 Řešitelská strategie Ú1

Výpisem početně

50 + 50 = 100

50 + 20 + 20 + 10 = 100

50 + 20 + 10 + 10 + 10 = 100

50 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100

20 + 20 + 20 + 20 + 20 = 100

20 + 20 + 20 + 20 + 10 + 10 = 100

20 + 20 + 20 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100

20 + 20 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100

20 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100

10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100

Obr. č. 23 VT vzor 2 Řešitelská strategie Ú1

2. ***Péťa dostal ve školce za úkol postavit věž ze čtyř různobarevných kostek. Jedna kostka je červená, druhá modrá, třetí žlutá a čtvrtá je zelená. Všechny kostky musí být použity v řadě nad sebou, každé patro bude mít tak jinou barvu. Kolika způsoby může tuto věž postavit? Záleží na barvách jednotlivých pater.***

Druhá úloha je variací bez opakování s tematikou stavitelství. Žáci by si měli uvědomit, že pokud postaví libovolnou věž, tak pouhou obměnou vrchních dvou kostek, vzniká věž nová. Při řešení této úlohy můžeme sledovat různé řešitelské strategie a systematizaci v zaznamenávání si nalezených výsledných řešení.

Správnou slovní odpovědí je tedy například: „Ze čtyř různobarevných kostek může Péťa postavit 24 od sebe odlišných věží.“

Bodování této slovní úlohy bylo následovné: 1 možnost = 1 bod

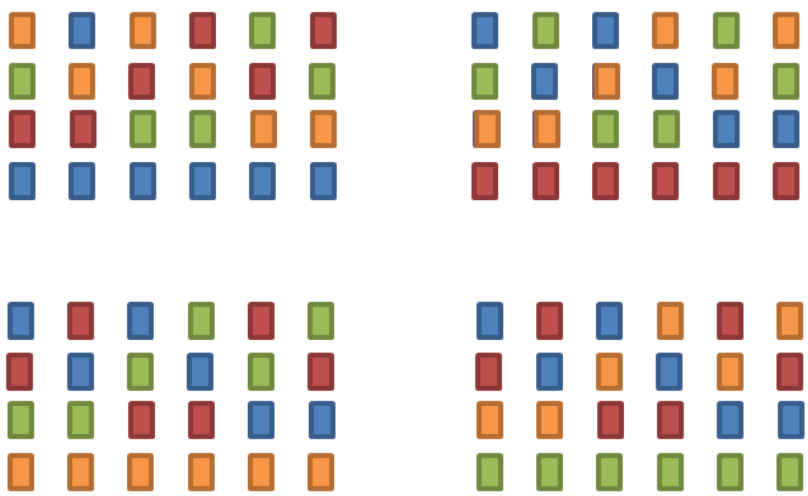
Jednou možností je myšlena věž, která je ojedinělá od předchozích a přesto splňuje podmínky, a to využití všech čtyř různobarevných kostek.

Celkem tedy v této úloze mohli žáci získat 24 bodů. Pouhá slovní odpověď není bodována.

Vzorová řešení úlohy:

Graficky

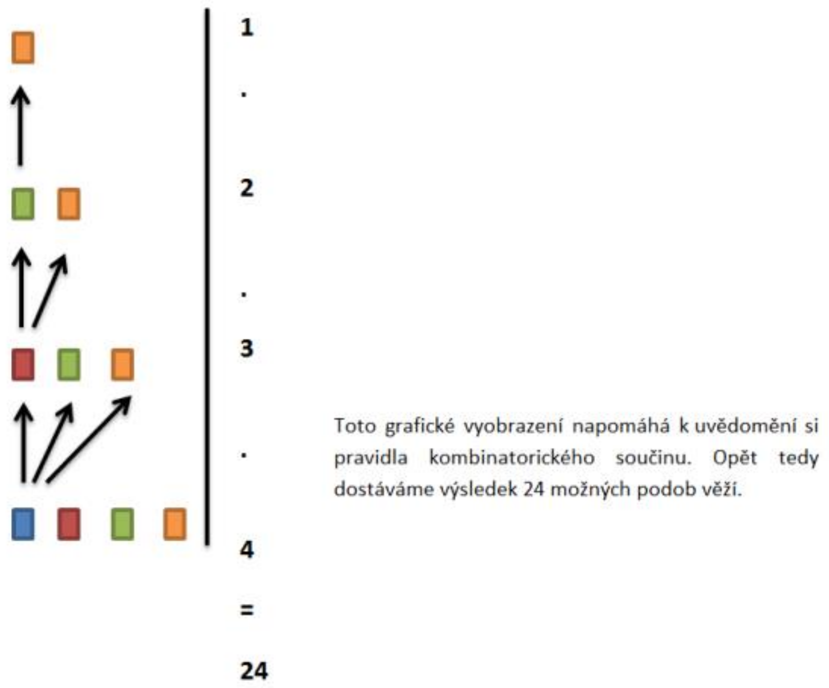
Systematické skládání kostek na sebe do podoby různých věží.



Seskládáním dostáváme výsledných 24 možností.

Obr. č. 24 VT vzor 3 Řešitelská strategie Ú2

Graficky – logický strom *(na základě kombinatorického pravidla součtu)*



Obr. č. 25 VT vzor 4 Řešitelská strategie Ú2

Vzorcem

Využití definovaných vztahů slouží jako nadstavba pouze pro pedagogy jako kontrola správnosti výpočtu předchozími strategiemi. Jeho využití na škole nepředpokládám.

$$P(n) = n!$$

$$P(4) = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

3. ***Máte k dispozici v obchodě pět různých druhů pohlednic, ale koupit si můžete jen dvě. Kolik existuje variant zakoupených dvojic pohledů?***

Třetí úloha je na využití kombinací bez opakování. Žáci hledají z pěti možných pohledů v obchodě všechny dvojice, kdy je opět důležité si uvědomit, že nezáleží na pořadí kupovaných pohlednic. Opět zde lze sledovat různé řešitelské strategie a systematizaci v zaznamenávání si nalezených výsledných řešení.

Správnou slovní odpovědí je tedy například: „Z pěti pohlednic můžeme zakoupit 10 variant dvojic pohledů.“

Bodování této slovní úlohy bylo následovné: 1 možnost = 1 bod

Jednou možností rozumíme jednu dvojici pohledů z výběru pěti, která ještě v řešeních není zaznamenána.

Celkem tedy v této úloze mohli žáci získat 10 bodů. Pouhá slovní odpověď není bodována.

Vzorová řešení úlohy:

Graficky

Různé motivy pohledů k sobě přikládáme do dvojic tak, abychom vytvořili všechny možné kombinace. Nezáleží na pořadí, který pohled bude ve dvojici první.

Součtem dvojic zjišťujeme, že je možné vytvořit z pěti různých pohledů 10 různých dvojic.

Obr. č. 26 VT vzor 5 Řešitelská strategie Ú3

Výpisem

Vypisujeme dvojice pohledů například pomocí čísel.

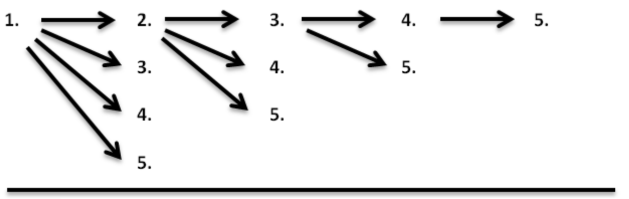
1 + 2	*1 + 3*	*1 + 4*	*1 + 5*
2 + 3	*2 + 4*	*2 + 5*	
3 + 4	*3 + 5*		
4 + 5			

Součtem nalezených dvojic se dostáváme k výsledku 10.

Obr. č. 27 VT vzor 6 Řešitelská strategie Ú3

Graficky – logický strom *(na základě kombinatorického pravidla součtu)*

Jednotlivé pohledy si očíslujeme a spojujeme možné dvojice.



4 + 3 + 2 + 1 = 10

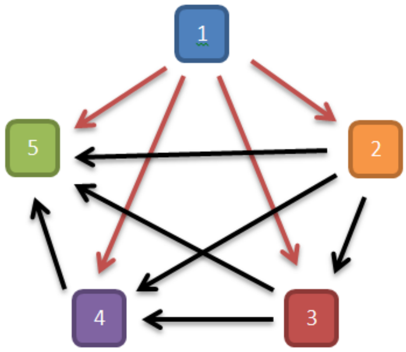
Toto grafické znázornění napomáhá k uvědomění si pravidla kombinatorického součtu. Dostáváme tedy výslednou odpověď 10.

Obr. č. 28 VT vzor 7 Řešitelská strategie Ú3

Graficky – uzlový graf

Pro jednotlivé očíslované pohledy vytvoříme do kruhu tzv. uzly.

Poté šipkami znázorníme, které pohledy můžeme zakoupit s 1. pohledem (červené šipky).



Následně doplníme šipky (černé) takto od každého uzlu (pohledu). Nesmí dojít ke zdvojení šipky, jelikož nám nezáleží na pořadí zakoupených pohledů.

Spočítáním spojnic mezi uzly dostáváme výsledný počet 10 dvojic.

Obr. č. 29 VT vzor 8 Řešitelská strategie Ú3

Vzorcem

Využití definovaných vztahů slouží jako nadstavba pouze pro pedagogy jako kontrola správnosti výpočtu předchozími strategiemi

$$\boldsymbol{K(k,n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}}$$

$$\boldsymbol{K(2,5) = \binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{5\cdot 4\cdot 3!}{2!\cdot 3!} = \frac{5\cdot 4}{2} = 10}$$

3.2.5.5 Žákovské hodnocení po absolvování testu

Poslední aktivitou žáků experimentální třídy v této výzkumné části bylo vyplnění anonymního dotazníku, který je zařazen v příloze (viz příloha PIV: Dotazník 2 vzor) hodnocení po absolvování testu. Tento dotazník byl postupně rozdáván žákům bezprostředně po dokončení výstupního testu s připomínkou, že dotazník je anonymní, netřeba ho tedy podepisovat.

Jeho složení je ze tří částí, kdy prvním úkolem je zhodnotit obtížnost jednotlivých úloh testu pomocí škály 1 – 4.

1 – velmi lehké
2 – lehké
3 – obtížné
4 – velmi obtížné

Následujícím úkolem je opět škálové hodnocení, které se tentokrát zaměřuje na porozumění zadání úloh. Význam škály je následující:

1 – rozhodně rozuměl
2 – většinou rozuměl
3 – většinou nerozuměl
4 – rozhodně nerozuměl

Následně jsem chtěla zjistit, jak realizované hry ovlivnily využití jednotlivých metod řešení kombinatorických úloh v závěrečném/výstupním testu. Žáci měli na výběr z následujících možností (zakroužkovali odpověď, se kterou se ztotožnili):

- *Ano, ve vstupním testu jsem nevěděla, jak úlohy řešit.*
- *Ano, využil/a jsem uzlový graf k řešení.*
- *Ano, využil/a jsem tabulku k řešení.*
- *Ano, využil/a jsem systematické vypisování k řešení.*
- *Nevím, že hry byly podobné úlohám v testu.*
- *Ne, hry nebyly podobné úlohám v testu.*
- *Ne, nemohl/a jsem využít uzlový graf k řešení.*
- *Ne, nemohl/a jsem využít tabulku k řešení.*
- *Ne nemohl/a jsem využít systematické vypisování k řešení.*

Cílem tohoto anonymního dotazníku je zjistit, které typy úloh z hlediska využívaných řešitelských strategií žákům připadají obtížné a zda úlohám rozumí.

3.2.6 Interpretace výsledků

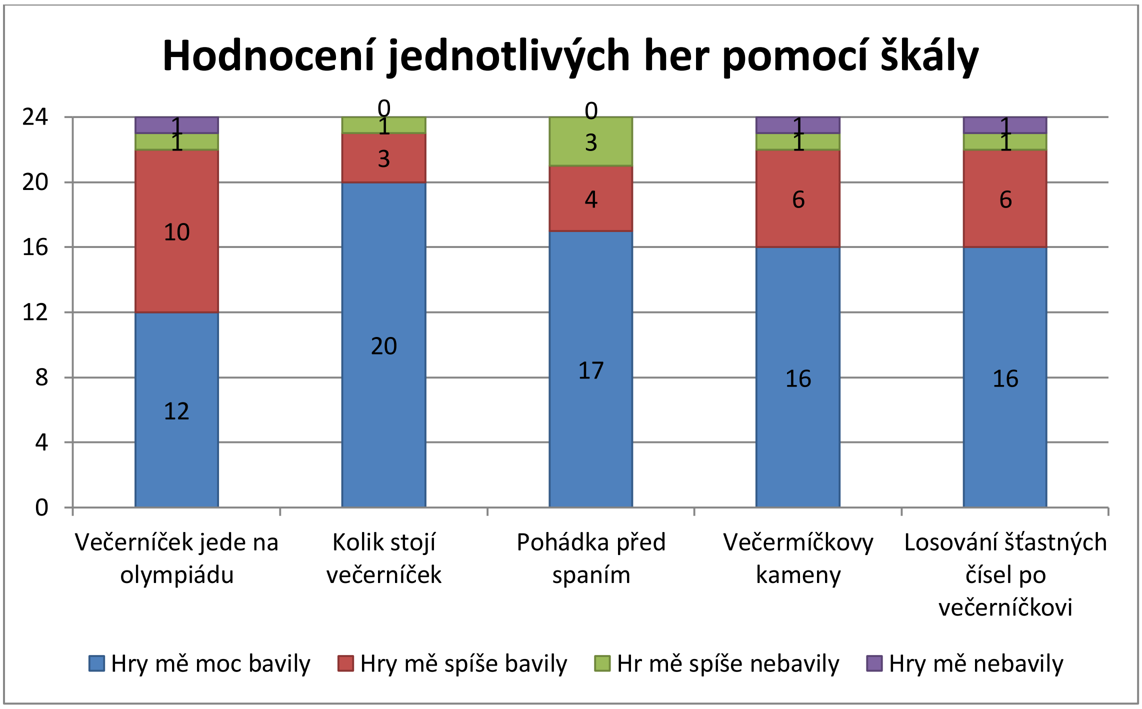
V této kapitole budou shrnuty nasbíraná data získaná od žáků experimentální i kontrolní třídy. Jsou zde podkapitoly zaměřující se na vyhodnocení žákovských dotazníků zjišťujících úspěšnost a oblíbenost realizovaných her. Následně vyhodnocení vstupních a výstupních testů zaměřených na jednotlivé úlohy testů. V závěru vyhodnocení žákovského hodnocení obtížnosti úloh výstupního testu.

3.2.6.1 Žákovské hodnocení didaktických her

Dotazník (viz příloha PIII: Dotazník 1 vzor) vypracovalo 24 žáků experimentální třídy (10 dívek a 12 chlapců) po připomenutí průběhu didaktických her. Žákům bylo předem oznámeno, že se jedná o anonymní dotazník. Byl kladen důraz na upřímné odpovídání otázek obsažených v dotazníku. Cílem bylo zjistit oblíbenost her a jejich porozumění při zadávání co nejvíce objektivní způsobem.

Níže již k výsledkům vyhodnocení těchto dotazníků.

- První graf poukazuje na oblíbenost realizovaných didaktických her. Žáci hodnotili každou hru na škále 1 – 4. Následně měli možnost u každé hry slovně odůvodnit své hodnocení. Tuto možnost nevyužili všichni žáci. Případně neodůvodnili všechny hry.



Graf 1 Hodnocení jednotlivých her – četnost odpovědí

Z grafu 1 je jednoznačně čitelná úspěšnost realizovaných her u žáků. Prvně realizovaná hra je oblíbená u poloviny žáků. Další hry jsou maximálně kladně hodnoceny více jak polovinou žáků.

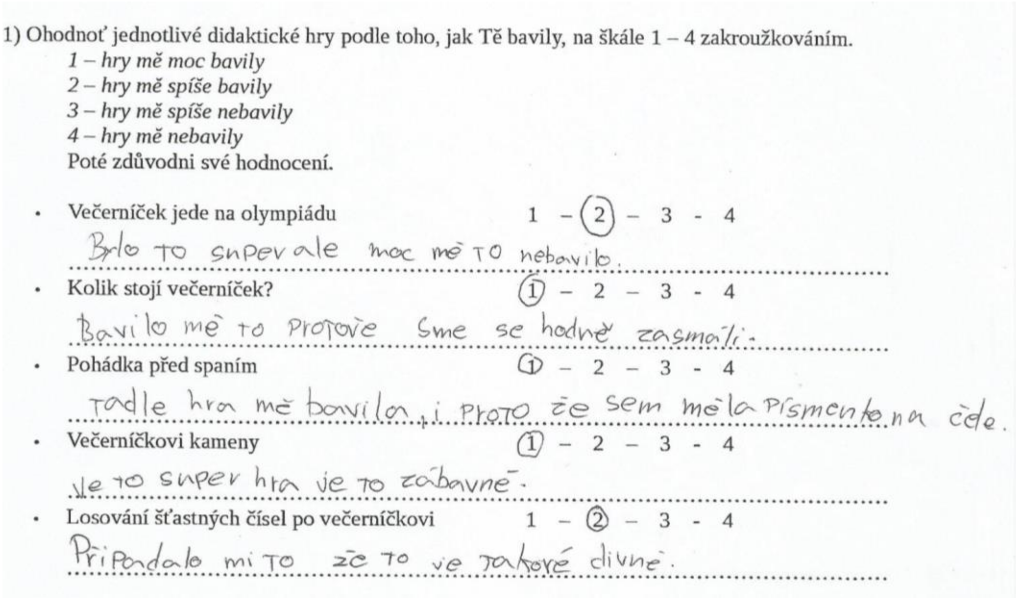
Hra „*Večerníček jede na olympiádu*“ byla první realizovanou hrou. Slovně byl výběr škály komentován takto: 10x zábava, 4x super, 4x nudnější, 3x těžké (neporozumění).

Druhou hrou bylo *„Kolik stojí večerníček“*. Zde jsou vybrané nejčastější slovní komentáře: 8x zábava, 5x super, 3x chytrá, 3x nezábavná.

Následující hra *„Pohádka před spaním“* se setkala s ohodnocením slovy: 9x zábava, 4x krásná, 2x zajímavá. Dokonce se objevila odpověď „Protože jsem si procvičil kombinování“.

„Večerníčkovy kameny“: 5x zábava, 4x nepobavení se, 3x kreativní, 2x těžší, 2x nejlepší.

„Losování šťastných čísel po večerníčkovi“: 9x zábava, 6x moc dobré, 2x divné.



1) Ohodnoť jednotlivé didaktické hry podle toho, jak Tě bavily, na škále 1 – 4 zakroužkováním.

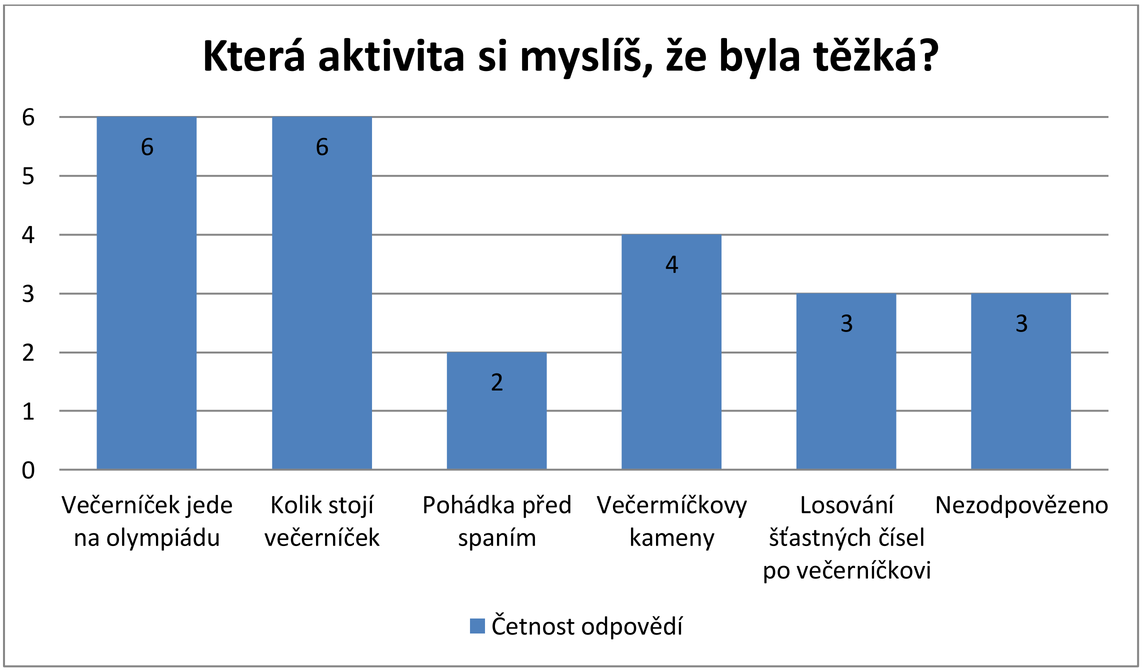
1 – hry mě moc bavily
2 – hry mě spíše bavily
3 – hry mě spíše nebavily
4 – hry mě nebavily

Poté zdůvodni své hodnocení.

- Večerníček jede na olympiádu 1 – 2 – 3 - 4
  Bylo to super ale moc mě to nebavilo.
- Kolik stojí večerníček? 1 – 2 – 3 - 4
  Bavilo mě to protože sme se hodně zasmáli.
- Pohádka před spaním 1 – 2 – 3 - 4
  Tadle hra mě bavila, i proto že sem měla písmenka na čele.
- Večerníčkovi kameny 1 – 2 – 3 - 4
  Je to super hra je to zábavné.
- Losování šťastných čísel po večerníčkovi 1 – 2 – 3 - 4
  Připadalo mi to že to je takové divné.

Obr. č. 30 ŽDH 1 Ukázka odpovědi první otázky

- Následující graf 2 zobrazuje vyhodnocení druhé otázky dotazníku, kde měli žáci za úkol vybrat jednu z realizovaných her, která byla dle jejích úsudku nejtěžší. Opět měli možnost výběr doprovodit slovním komentářem.

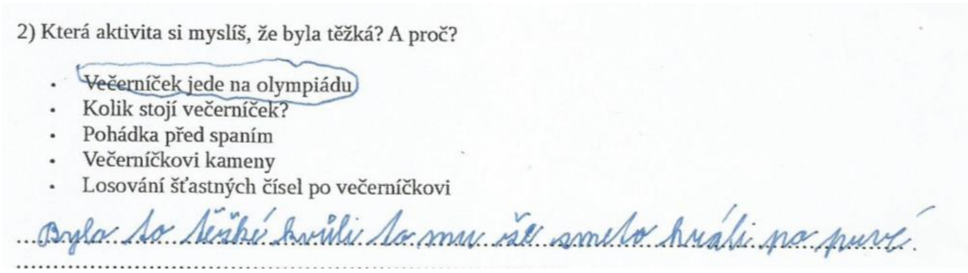


Graf 2 Hodnocení obtížnosti didaktických her – četnost odpovědí

Výběr první hry, jako té nejobtížnější, si dle výskytu slovních komentářů interpretuji takto: Hra byla nejtěžší, protože se jednalo o první hru charakteru kombinatorické úlohy. Žáci nevěděli, co mají dělat, jelikož neznali ukončení hry. Až v průběhu hry zjistili, že hra (úloha) může mít více řešení.

Četnost výskytu si dle komentářů vysvětluji takto: Hra byla náročná, jelikož byla velmi početní, došlo k nedorozumění ve střídání rolí hráčů. Byla náročná, jelikož se manipulovalo s imitací peněz.

U zbylých her nebylo k interpretování dostatek slovních odpovědí. Třetí hra byla vybrána, protože byla dlouhá (1x četnost odpovědi), stejně tak byl jeden výskyt stejné odpovědi u čtvrté hry. Poslední hra byla jednou odůvodněna jako těžká, protože bylo těžké si najít systém zapisování řešení.

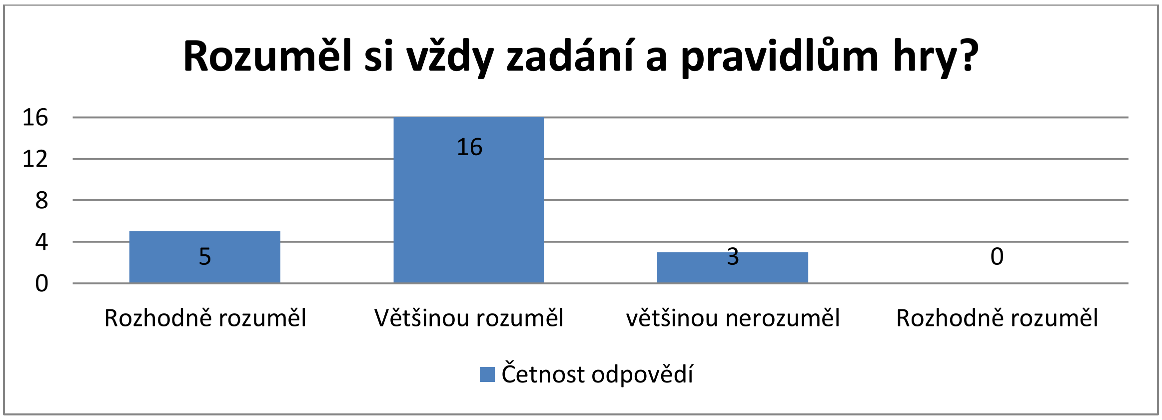

2) Která aktivita si myslíš, že byla těžká? A proč?

- Večerníček jede na olympiádu
- Kolik stojí večerníček?
- Pohádka před spaním
- Večerníčkovi kameny
- Losování šťastných čísel po večerníčkovi

Bylo to těžké kvůli to mu še smělo hráli na první

Obr. č. 31 ŽDH 2 Ukázka odpovědi druhé otázky

- Poslední otázkou bylo zjišťováno porozumění při zadávání her. Žáci opět hodnotili porozumění pomocí škály 1 - 4. Ovšem tentokrát svůj výběr neodůvodňovali.



Graf 3 Hodnocení porozumění zadání her - četnost odpovědí

Nejvyšší výskyt (nadpoloviční) shledáváme u odpovědi „většinou rozuměl“. Tato informace koresponduje se slovními komentáři u hodnocení jednotlivých her (slovní komentář u grafu 2), jelikož i zde někteří žáci poznamenali prvotní neporozumění hry.

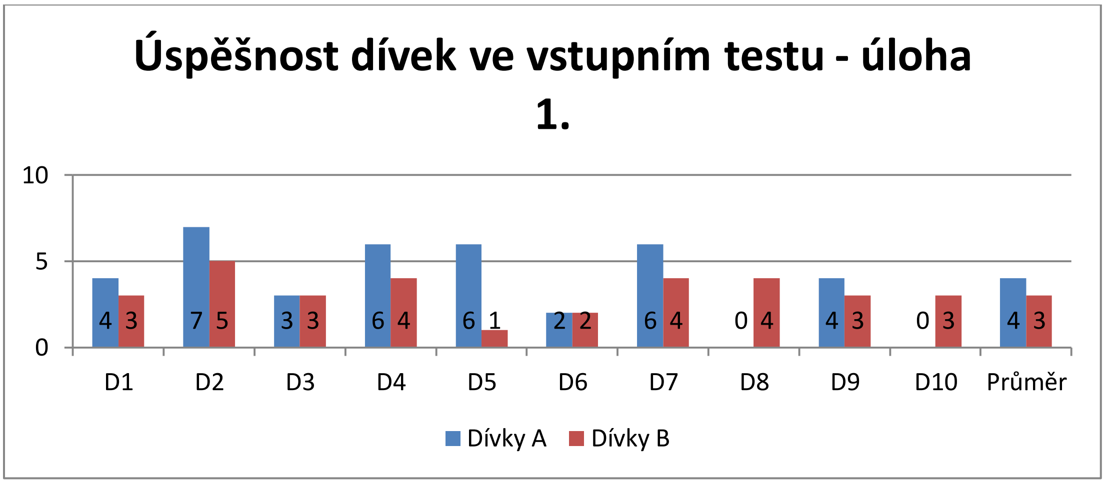
3.2.6.2 Výsledky vstupního testu

Vstupní test (viz příloha PI: Vstupní test vzor) řešilo celkem 46 žáků. 22 žáků z kontrolní třídy 4. A (12 chlapců a 10 dívek) a 24 žáků (14 chlapců a 10 dívek) ze třídy 4. B, se kterou jsem během celého experimentu procvičovala řešení kombinatorických úloh pomocí didaktických her. Žáci měli na vypracování vstupního testu jednu vyučovací hodinu a mohli v testu získat maximálně 44 bodů. Celkový počet získaných bodů v testu ukazuje Graf 19. Následně se zaměřuji na zhodnocení výsledků jednotlivých úloh testu.

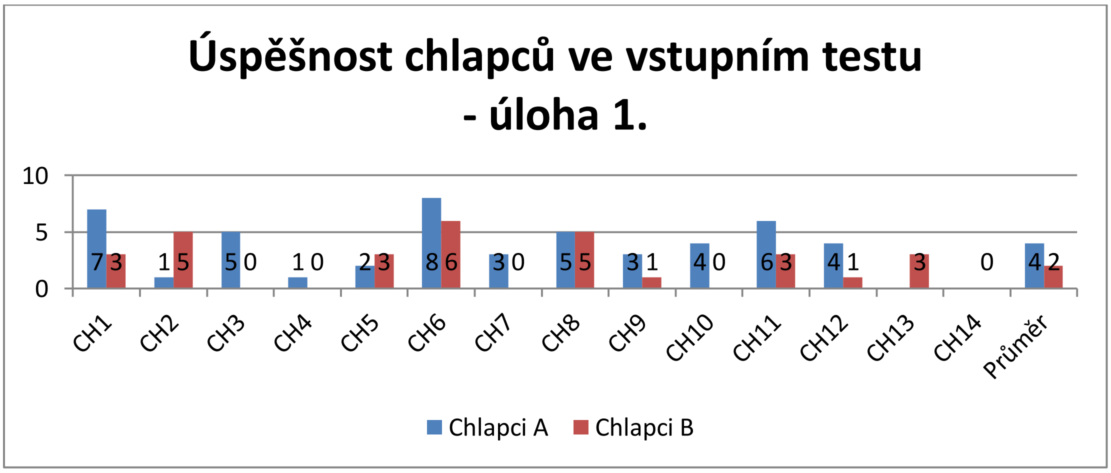
Úloha 1. – Ú1

Maminka potřebuje zaplatit v obchodě za nákup školních pomůcek 100 Kč. V peněžence má pouze kovové mince v hodnotě 10 Kč, 20 Kč a 50 Kč. Kolika způsoby může maminka paní prodavačce zaplatit požadovanou částku přesně?

Žáci zde mohli získat maximálně 10 bodů. Následující grafy poukazují na počty získaných bodů u dívek a chlapců v obou třídách.



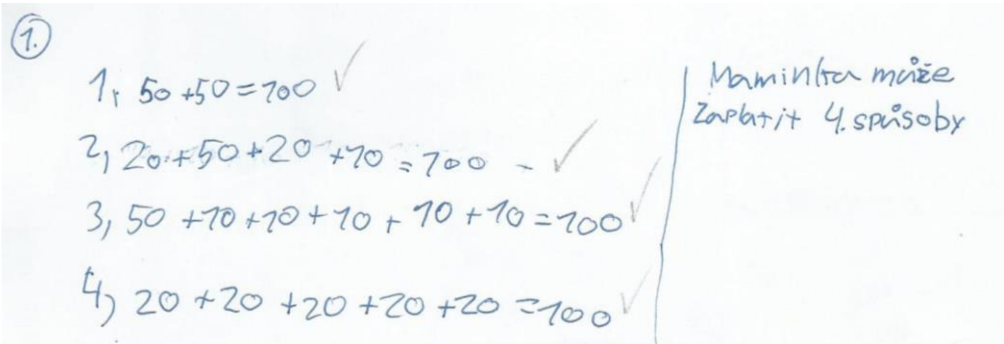
Graf 4 Úspěšnost dívek VsT Ú1



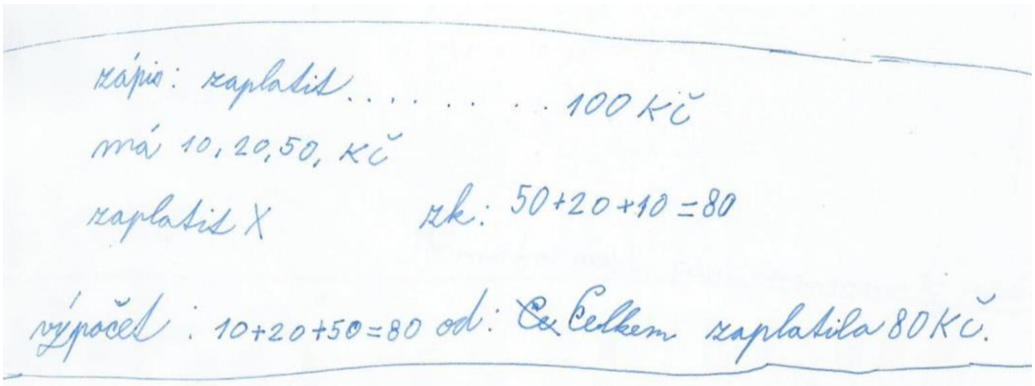
Graf 5 Úspěšnost chlapců VsT Ú1

Z těchto grafů (Graf 4 a Graf 5) je patrné, že jak v případě dívek, tak chlapců byla úspěšnější kontrolní třída. Tento fakt potvrzuje předpoklad, že kontrolní třída bude díky studijním výsledkům na konci třetího ročníku úspěšnější.

Pokud žáci v této úloze získali alespoň dva body, jejich strategie řešení tkvěla ve vypisování jednotlivých možností řešení. Neúspěšní řešitelé započali svou strategii pokusem o klasický zápis řešení slovní úlohy, s nimiž nemohli dále pracovat. Proto našli maximálně jedno řešení.



Obr. č. 32 VsT 1 Ukázka úspěšného řešení Ú1

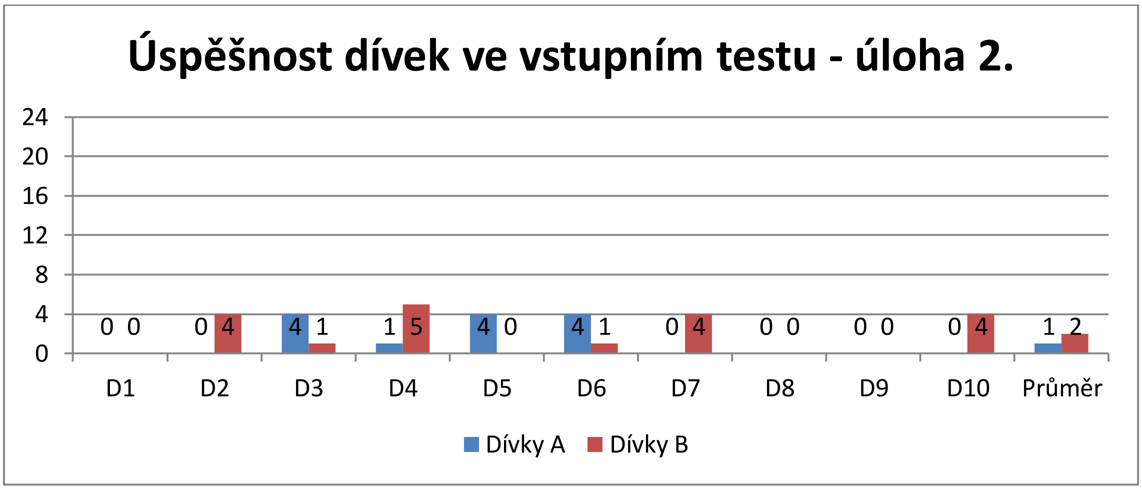


Obr. č. 33 VsT 2 Ukázka neúspěšného řešení Ú1

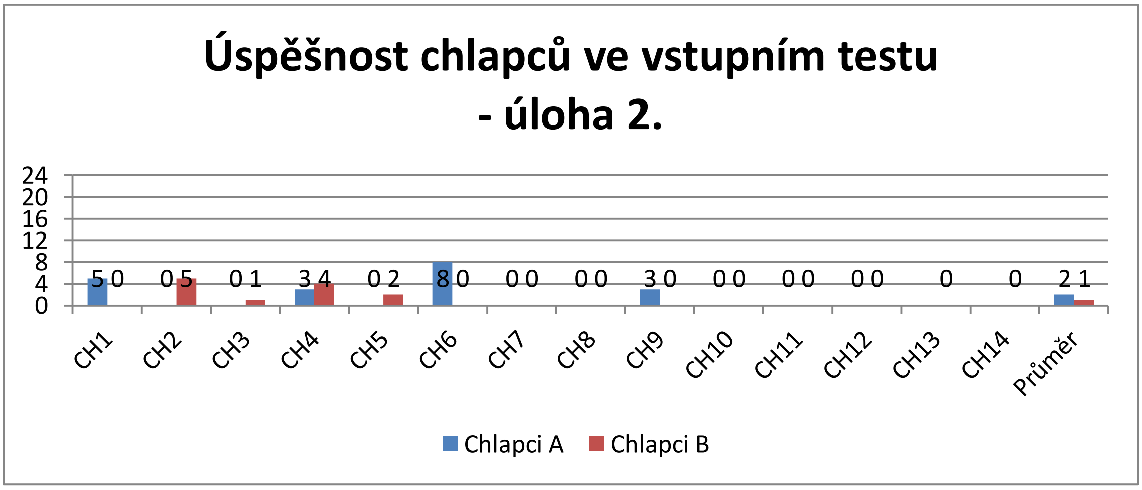
Úloha 2. – Ú2

Na vlakovém nádraží řeší logistik, jakým způsobem postavit vagóny za sebe. Potřebuje na sebe navázat jeden vagón se dřevem, jeden vagón s uhlím, jeden vagón s benzínem a jeden vagón s koksem. Kolik existuje variant finální podoby vlaku, který bude složen jen z těchto vagónů?

Žáci zde mohli získat maximálně 24 bodů. Následující grafy poukazují na počty získaných bodů u dívek a chlapců v obou třídách.



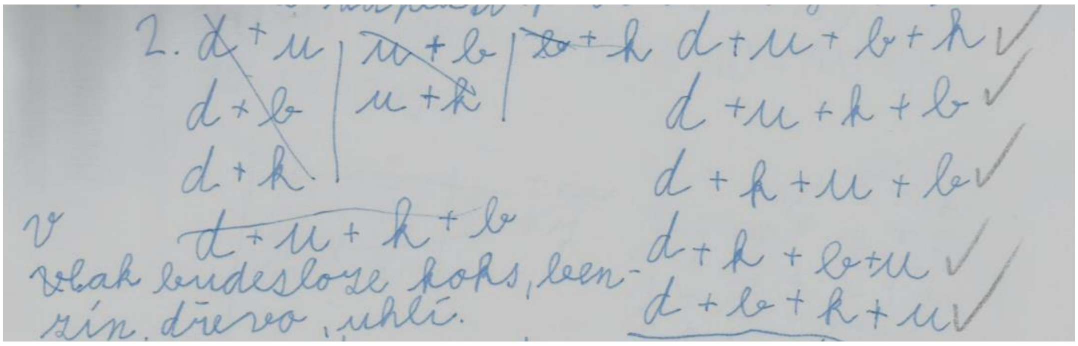
Graf 6 Úspěšnost dívek VsT Ú2



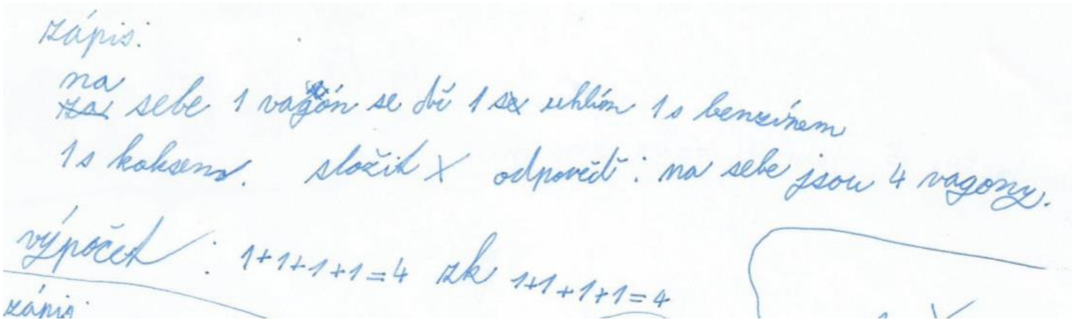
Graf 7 Úspěšnost chlapců VsT Ú2

Jak je vidět, tato úloha byla ve vstupním testu velmi náročná a neúspěšná pro žáky. Alespoň jeden bod získalo více dívek, než chlapců. Přesto je průměr získaných bodů vyrovnaný mezi dívkami a chlapci.

Neúspěšnost žáků zapříčiňují především dvě skutečnosti. První jest, že žáci úlohu vůbec nevypracovali. Druhým faktorem jest, že uvedli do testu pouze odpověď, bez jakéhokoli záznam výpočtu (řešení). Dvanáct žáků z celkového počtu bylo schopné formou slovního vypisování uspořádání nalézt cca 1/6 celkového řešení.


2. d + u | u + b | b + k   d + u + b + k
d + b | u + k | d + u + k + b
d + k | d + k + u + b
v   d + u + k + b
vlak bude sloze koks, benzín, dřevo, uhlí.   d + k + b + u
d + b + k + u

Obr. č. 34 VsT 3 Ukázka úspěšného řešení Ú2

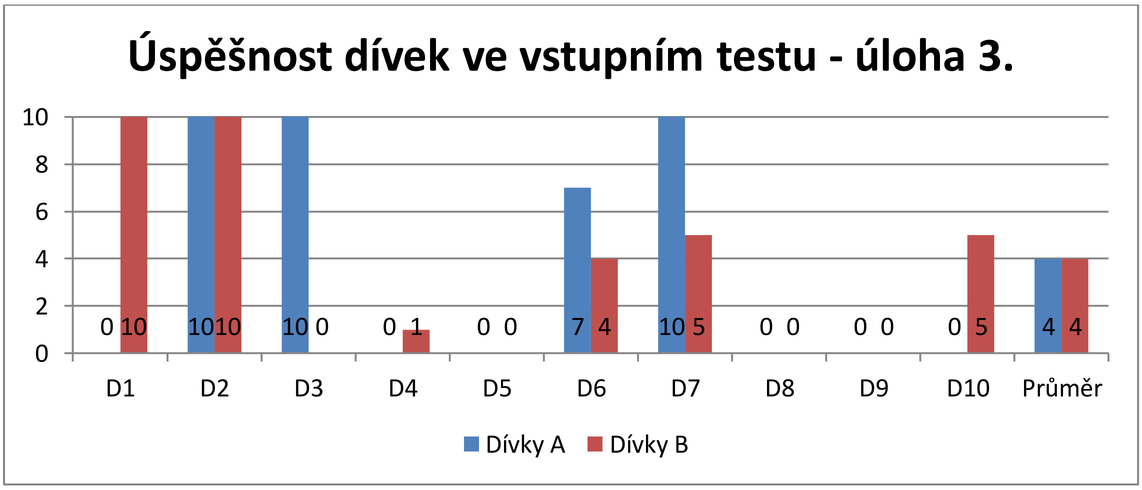

zápis:
na sebe 1 vagón se dá 1 se uhlím 1 s benzínem
1 s koksem. složit odpověď: na sebe jsou 4 vagony.
výpočet: 1+1+1+1=4 zk 1+1+1+1=4

Obr. č. 35 VsT 4 Ukázka neúspěšného řešení Ú2

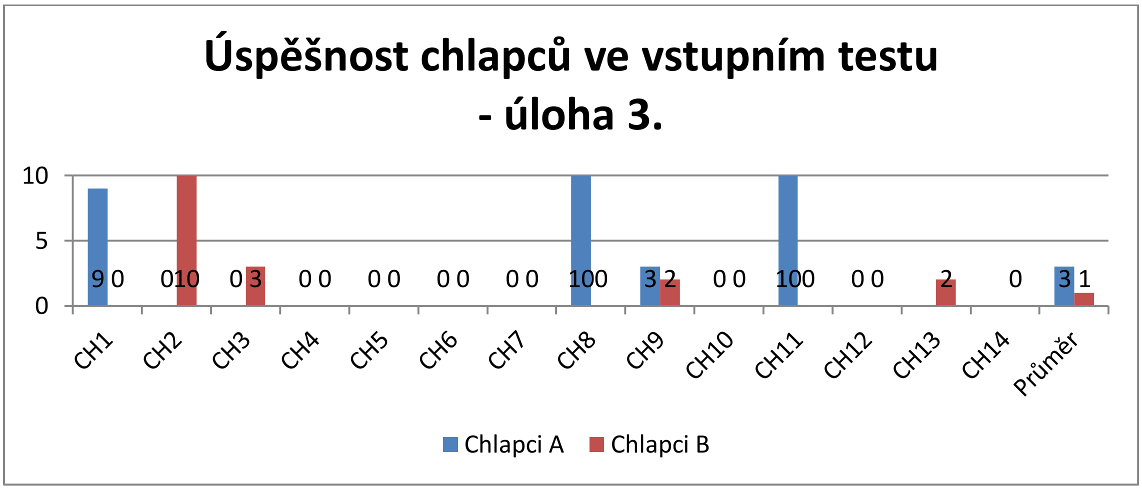
Úloha 3. – Ú3

Paní učitelka vybírá dvojici žáků, která by šla reprezentovat školu v matematické olympiádě. V prvním kole ze všech dětí paní učitelka vybrala pět žáků, a to Tomáše, Kateřinu, Sandru, Otu a Filipa. Kolik má paní učitelka variant dvojic, které na matematickou olympiádu půjdou?

Žáci zde mohli získat maximálně 10 bodů. Následující grafy poukazují na počty získaných bodů u dívek a chlapců v obou třídách.



Graf 8 Úspěšnost dívek VsT Ú3

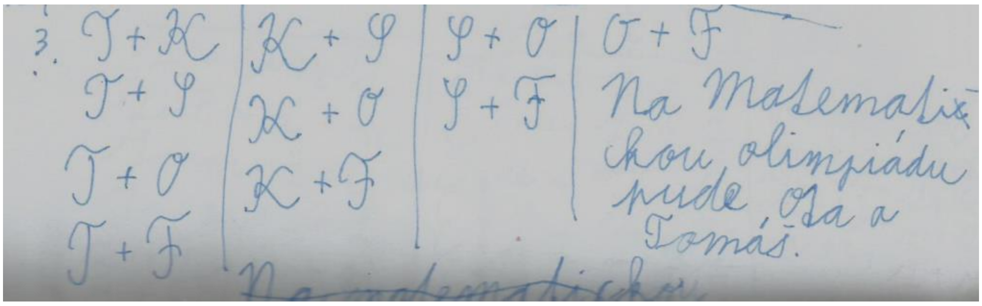


Graf 9 Úspěšnost chlapců VsT Ú3

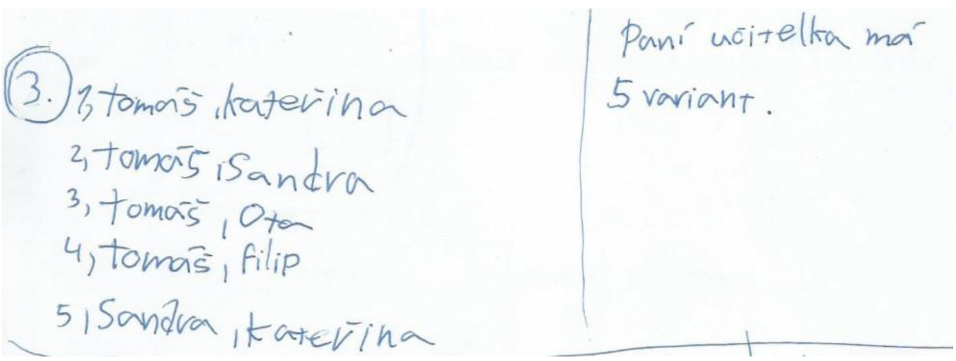
V poslední úloze vstupního testu opět vynikaly především dívky obou tříd ve srovnání s chlapci. Jednak s to projevuje četností dosažení maximálního počtu bodů, zároveň také četnost výskytu získání alespoň jednoho bodu v úloze.

Úspěšní řešitelé využili strategii řešení ve většině případů vytvořením systematizace ve vypisování jednotlivých jmen. Ve dvou případech se objevilo zkrácení zápisu jmen na pouhé prvopočáteční písmeno vlastního jména.

Neúspěšnost byla zapříčiněna častým tvořením matematických operací (sčítání, odčítání, násobení, dělení) ze zadaných čísel. Dále také neřešením úlohy.



Obr. č. 36 VsT 5 Ukázka úspěšného řešení VsT Ú3



Obr. č. 37 VsT 6 Ukázka neúspěšného řešení VsT Ú3

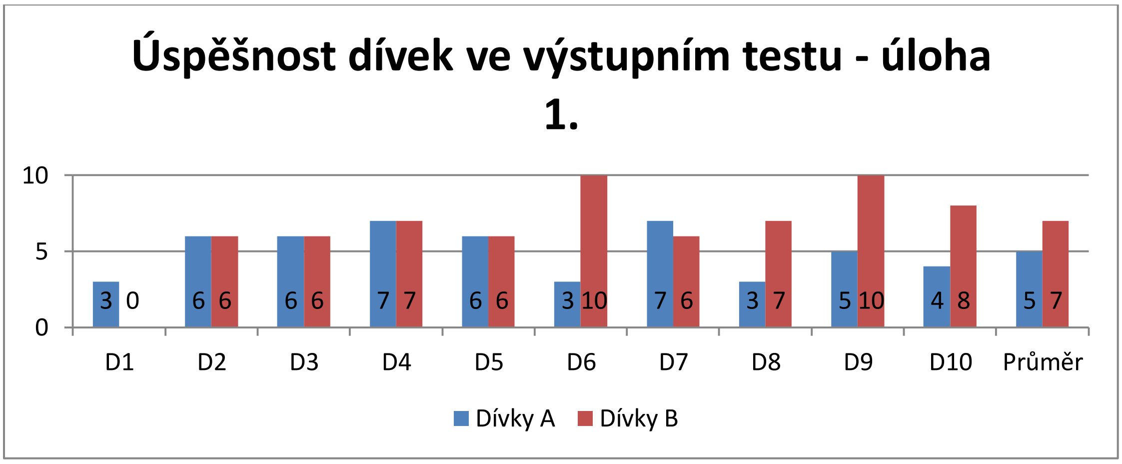
3.2.6.3 Výsledky výstupního testu

Výstupní test (viz příloha PII: Výstupní test vzor) řešilo opět celkem 46 žáků. Z kontrolní třídy 4. A 22 žáků (12 chlapců a 10 dívek) a ze třídy 4. B, se kterou jsem během experimentu procvičovala řešení kombinatorických úloh pomocí didaktických her přesně 24 žáků (14 chlapců a 10 dívek). Žáci měli na vypracování vstupního testu jednu vyučovací hodinu a mohli v testu získat maximálně 44 bodů. Celkový počet získaných bodů v testu ukazuje graf 19. Následně se zaměřuji na zhodnocení výsledků jednotlivých úloh testu.

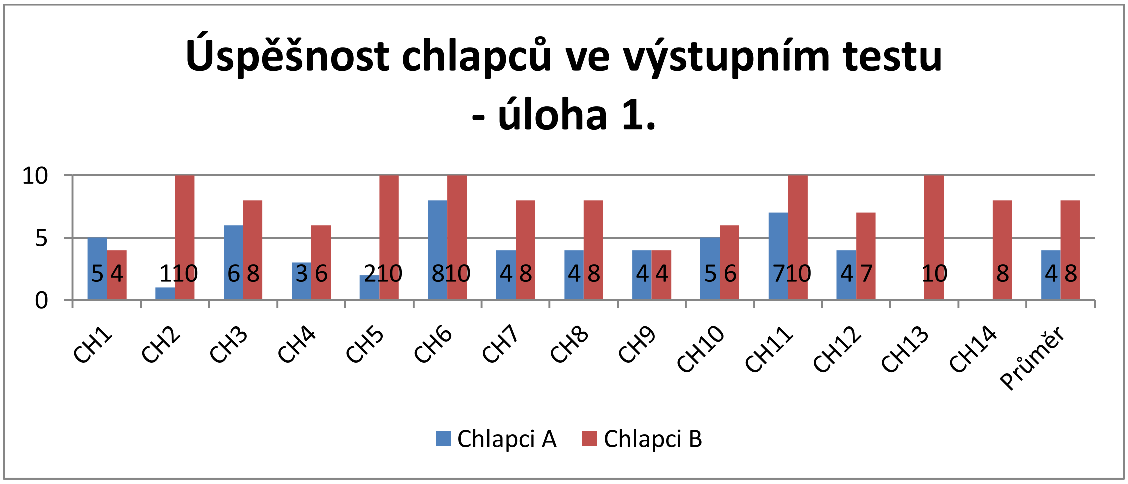
Úloha 1. – Ú1

Maminka potřebuje zaplatit v obchodě za nákup školních pomůcek 100 Kč. V peněžence má pouze kovové mince v hodnotě 10 Kč, 20 Kč a 50 Kč. Kolika způsoby může maminka paní prodavačce zaplatit požadovanou částku přesně?

Žáci zde mohli získat maximálně 10 bodů. Následující grafy vyjadřují počty získaných bodů u dívek a chlapců v obou třídách.



Graf 10 Úspěšnost dívek VT Ú1

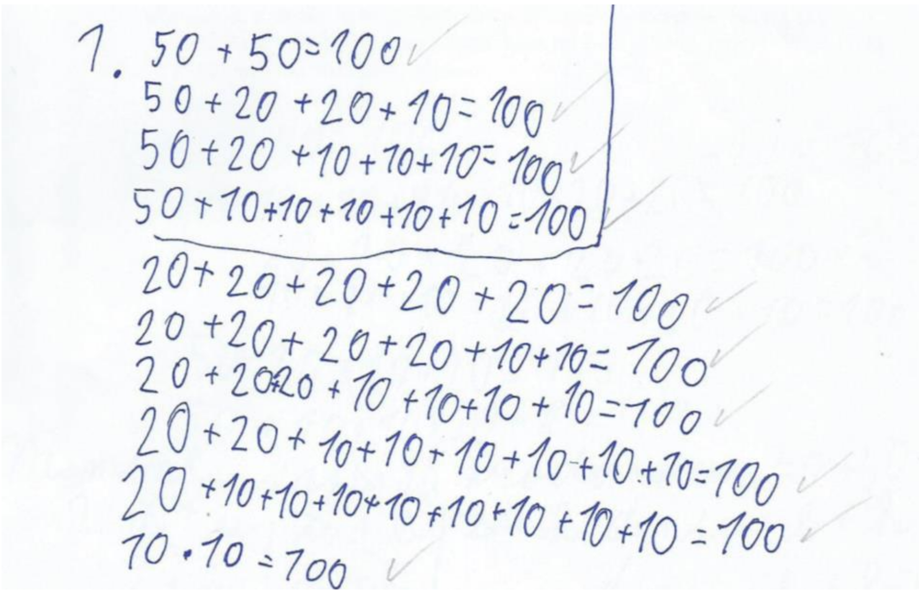


Graf 11 Úspěšnost chlapců VT Ú1

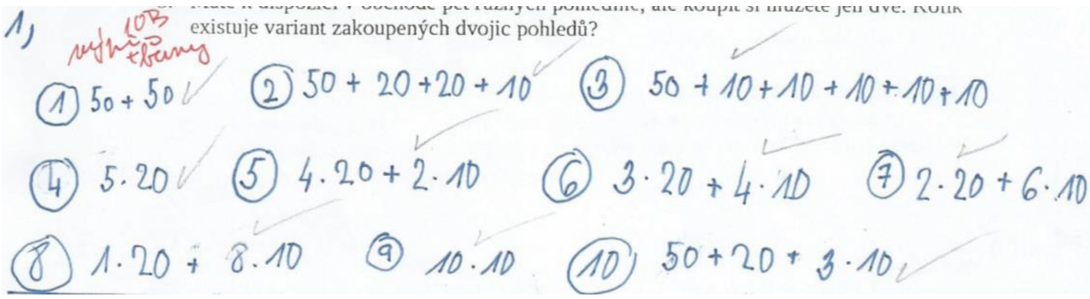
V první úloze výstupního testu lze zpozorovat vyšší úspěšnost experimentální třídy. U dívek není rozdíl v průměru získaných bodů tak rapidní, jako u chlapců. V porovnání s výsledky vstupního testu (Graf 4 a Graf 5) se celková úspěšnost řešitelů pozvedla v obou třídách. Větší progres pozorujeme u žáků experimentální třídy.

U úspěšných řešitelů experimentální třídy se v polovině případů ukazuje využití řešitelské strategie pomocí vypisování rozkladu čísla 100. Čtyři žáci využili grafické znázornění – zakreslování mincí/bankovek. Taktéž kontrolní třída využívá strategii vypisování. Na rozdíl od experimentální třídy nenachází všechna řešení úlohy. Paradoxně dochází ke zlepšení v řešení u chlapců experimentální třídy v porovnání s výsledky vstupního testu.

Neúspěšní řešitelé dělali nejčastěji chyby díky předčasnému ukončení hledání všech možných řešení, případně opakovali jeden druh řešení ve skladbě jiného uspořádání po sobě jdoucích mincí.



Obr. č. 38 VT 1 Ukázka úspěšného řešení Ú1

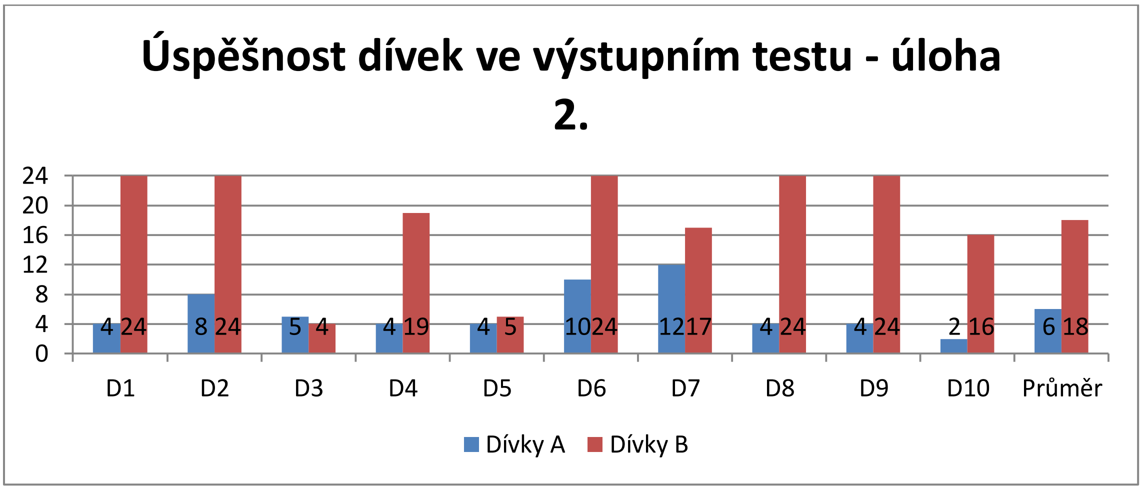


Obr. č. 39 VT 2 Ukázka úspěšného řešení Ú1

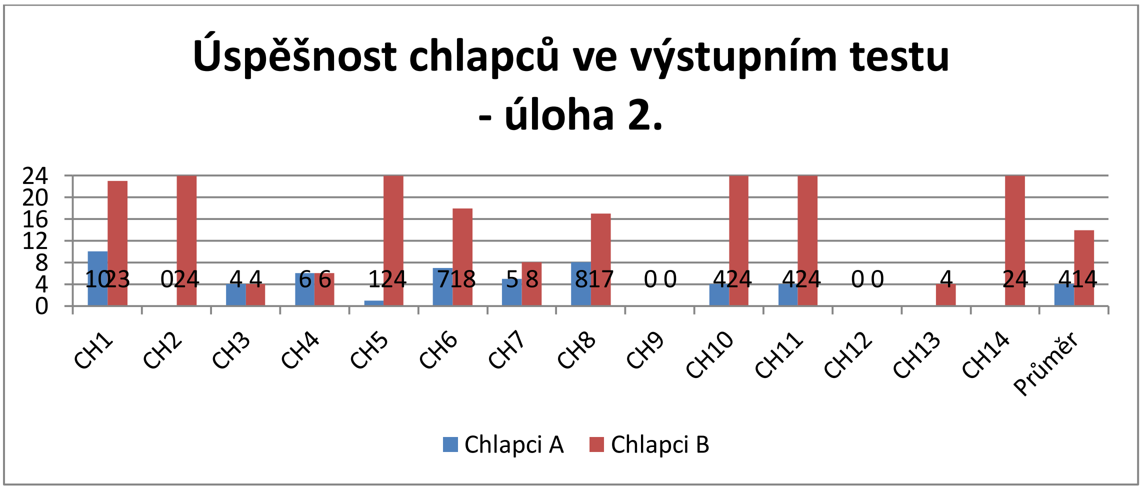
Úloha 2. – Ú2

Péťa dostal ve škole za úkol postavit věž ze čtyř různobarevných kostek. Jedna kostka je červená, druhá modrá, třetí žlutá a čtvrtá je zelená. Všechny kostky musí být použity v řadě nad sebou, každé patro bude mít tak jinou barvu. Kolika způsoby může tuto věž postavit? Záleží na barvách jednotlivých pater.

Žáci zde mohli získat maximálně 24 bodů. Následující grafy vyjadřují počty získaných bodů u dívek a chlapců v obou třídách.



Graf 12 Úspěšnost dívek VT Ú2

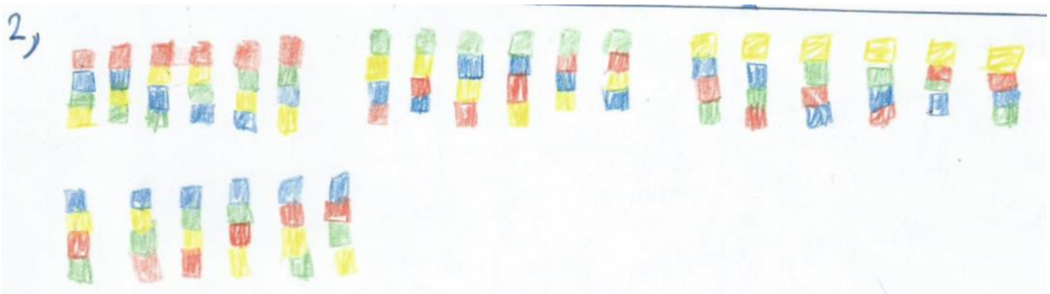


Graf 13 Úspěšnost chlapců VT Ú2

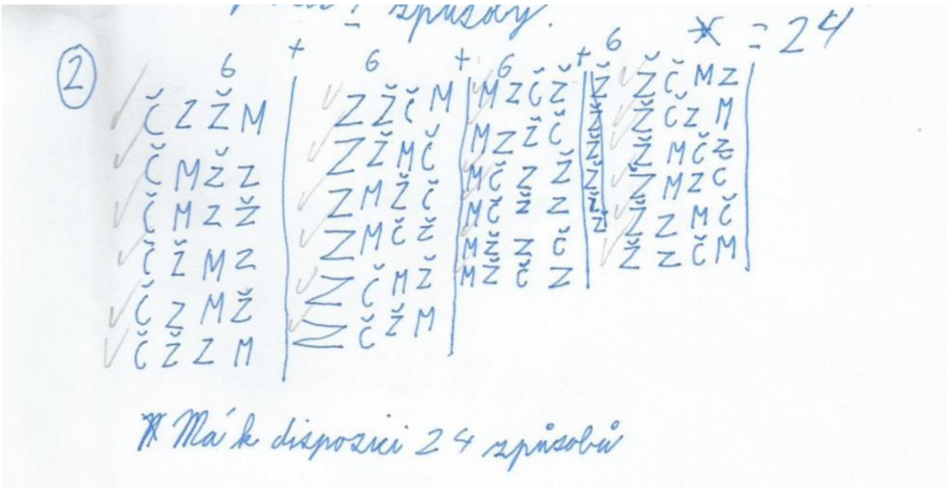
Z grafů lze vyčíst, že v této úloze výstupního testu byla úspěšnější děvčata v obou třídách. U experimentální třídy došlo ve srovnání se vstupním testem (Graf 6 a Graf 7) k expresivnímu nárůstu výsledného hodnocení. Téměř polovina žáků této třídy dosáhla maximálního možného počtu získaných bodů.

U úspěšných řešitelů se v testech setkáváme se systematickým grafickým znázorňováním. Většina řešitelů využívá k řešení znázorňování pomocí barev. U dalších čtyř žáků experimentální třídy se setkáváme se zjednodušeným zápisem pomocí prvopočátečních písmen či čísel.

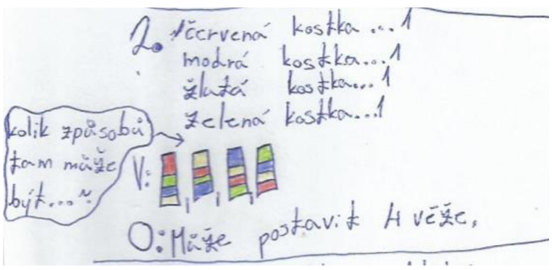
Nízká úspěšnost žáků kontrolní třída byla způsobena v nízkém počtu nalezených řešení. Devět žáků z 22 došlo k pouhé 1/6 výsledných řešení. I tito neúspěšní žáci využívali při řešení zakreslování barevných kostek.



Obr. č. 40 VT 3 Ukázka úspěšného řešení Ú2 graficky



Obr. č. 41 VT 4 Ukázka úspěšného řešení Ú2 vypisováním

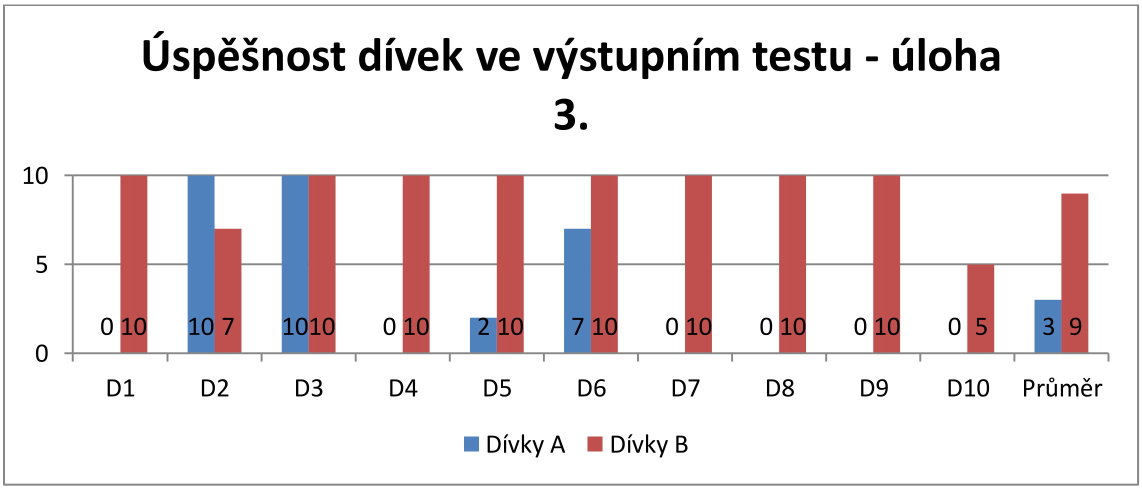


Obr. č. 42 VT 5 Ukázka neúspěšného řešení Ú2 - pouze 1/6 řešení

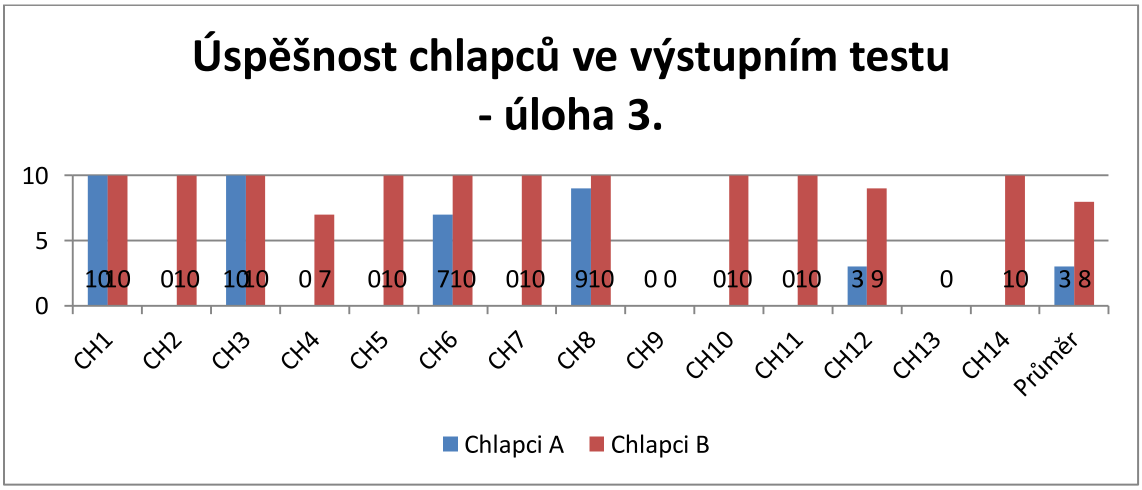
Úloha 3. – Ú3

Máte k dispozici v obchodě pět různých druhů pohlednic, ale koupit si můžete jen dvě. Kolik existuje variant zakoupených dvojic pohledů?

Žáci zde mohli získat maximálně 10 bodů. Následující grafy vyjadřují počty získaných bodů u dívek a chlapců v obou třídách.



Graf 14 Úspěšnost dívek VT Ú3

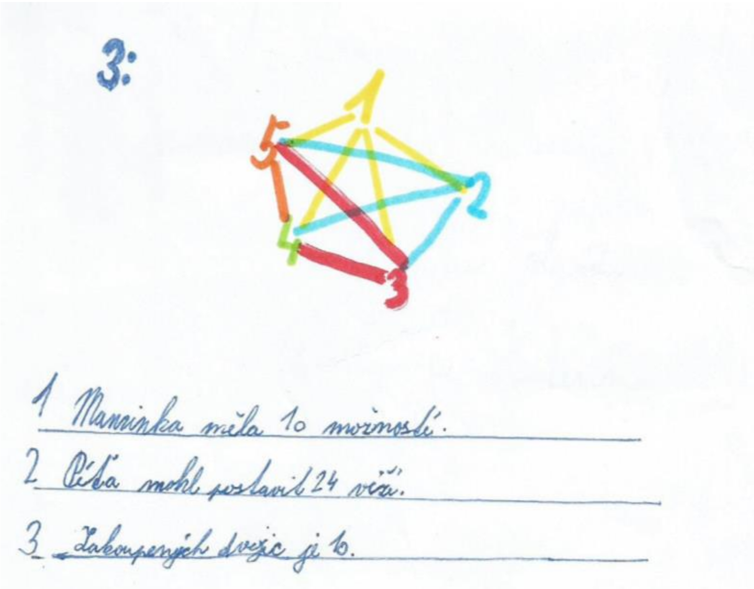


Graf 15 Úspěšnost chlapců VT Ú3

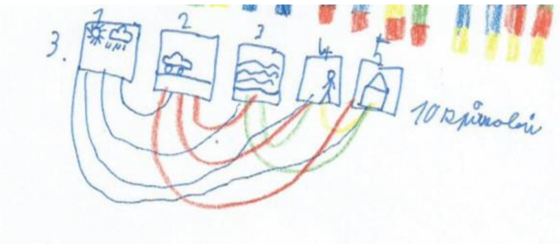
Závěrečná úloha výstupního testu se stala velmi úspěšnou v řešení experimentální třídy. Tři čtvrtiny třídy dosáhlo maximálního počtu možných získaných bodů. Porovnání průměrů dokazuje rozvoj kombinatorického myšlení u žáků experimentální třídy.

Úspěšnost žáků experimentální třídy tkvěla ve využití uzlového grafu, jenž jim byl představen jako jedna z možných strategií při řešení experimentálních didaktických her. Uzlový graf byl celkově využit osmi žáky experimentální tříd. Dalších šest žáků této třídy využilo systematické psaní dvojic pomocí číslic. Za zmínku stojí také pět žáků, kteří zvolili strategii řešení pomocí spojnic mezi barevně odlišnými obrazci, které měly znázorňovat pohledy.

Šest žáků kontrolní třídy neuspělo zvolením špatné strategie řešení. Pokoušeli se úlohu řešit pomocí matematických operací (sčítání, odčítání, násobení, dělení). Dalších pět žáků nevypracovalo úlohu vůbec.



Obr. č. 43 VT 6 Ukázka úspěšného řešení Ú3 uzlovým grafem



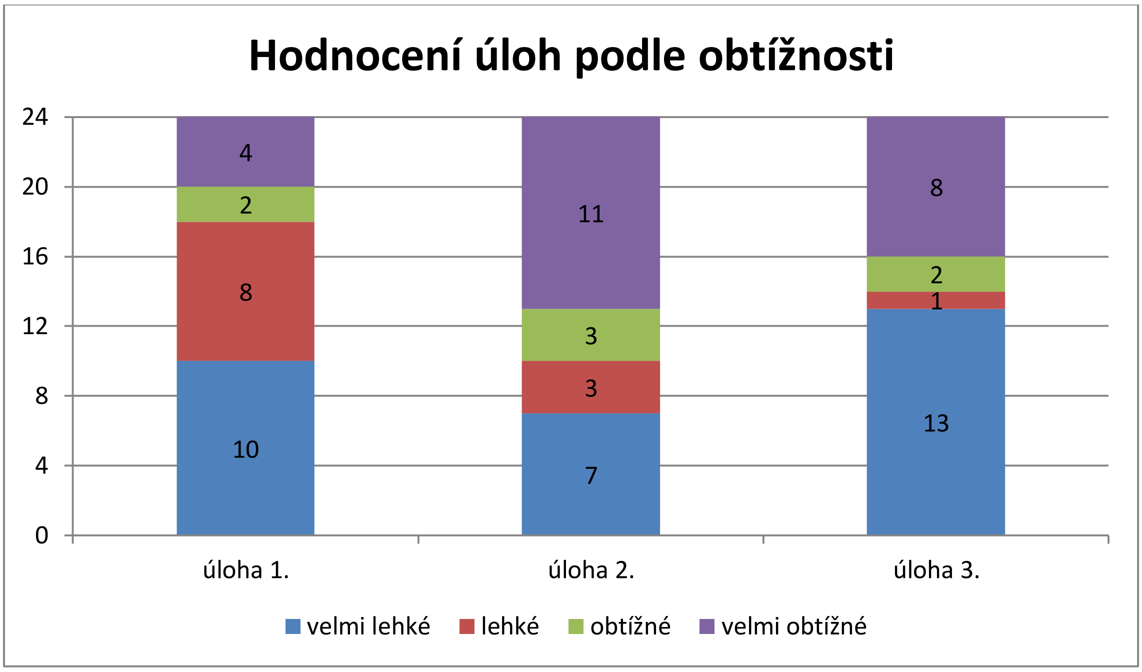
Obr. č. 44 VT 7 Ukázka úspěšného řešení Ú3 spojováním

Obr. č. 45 VT 8 Ukázka úspěšného řešení Ú3 vypisováním

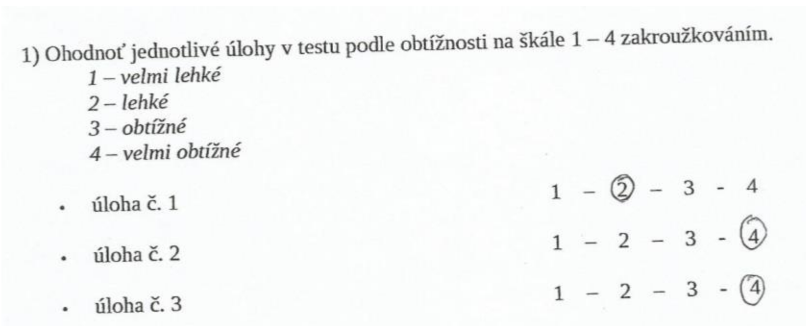
3.2.6.4 *Výsledky žákovského hodnocení po absolvování testu*

Poslední prací žáků v experimentální části bylo vyplnění anonymního dotazníku po vypracování výstupního testu. Dotazník zjišťoval reflexi žáků na obtížnost úloh výstupního testu. Dále sebereflektoval využití aplikace didaktických her při vypracovávání výstupního testu.

Graf 16 poukazuje hodnocení obtížnosti pomocí škály. Nejobtížnější úlohou se žákům zdála úloha druhá. Zde je nejvíce zastoupena četnost odpovědí jako velmi obtížné. Naopak dle četnosti se zdá žákům velmi lehká úloha třetí. Úloha první v poměru žákům připadá velmi lehká až lehká.



Graf 16 Hodnocení obtížnosti úloh VT - četnost odpovědí



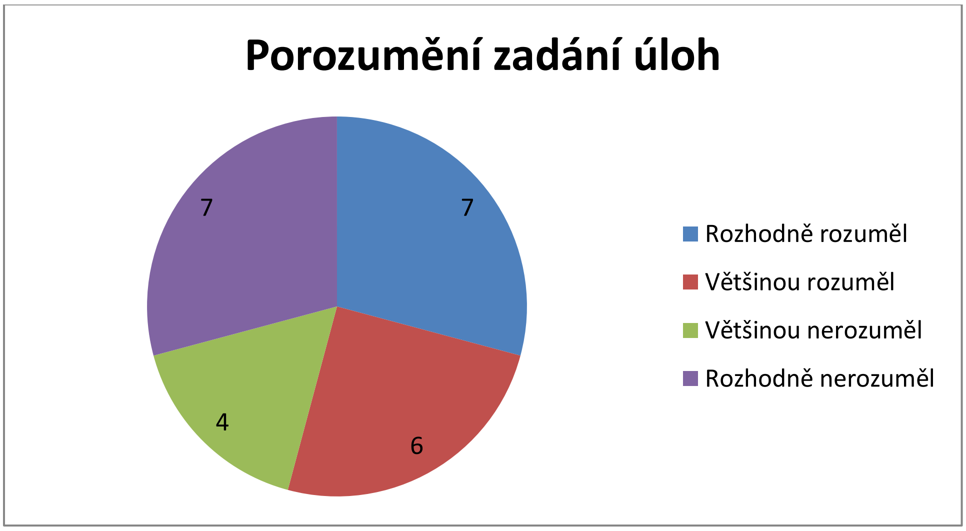
1) Ohodnoť jednotlivé úlohy v testu podle obtížnosti na škále 1 – 4 zakroužkováním.

1 – velmi lehké
2 – lehké
3 – obtížné
4 – velmi obtížné

- úloha č. 1 1 – 2 – 3 - 4
- úloha č. 2 1 – 2 – 3 - 4
- úloha č. 3 1 – 2 – 3 - 4

Obr. č. 46 ŽDT 1Ukázka odpovědi první otázky

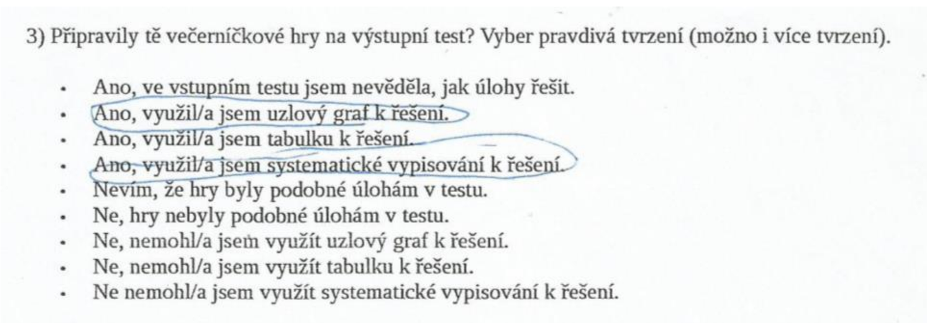
V druhém grafu (Graf 17) se setkáváme s tím, že téměř polovina žáků většinou nebo vůbec nerozuměla zadání úloh. Přesto v průměru celkového hodnocení testu si žáci experimentální třídy vedli velmi dobře a to konkrétně ziskem nadpoloviční většiny z maximálně možných bodů.



Graf 17 Hodnocení porozumění zadání úloh VT - četnost odpovědí

Při sebereflektování využití poznatků z didaktických her při vypracovávání výstupního testu byly zjištěny tyto informace:

- 10 žáků si je vědomo, že hry napomohli ve výstupním testu úlohy řešit ve srovnání se vstupním testem
- 7 žáků si je vědomo, že při vypracovávání testu využilo uzlový graf (ve skutečnosti jej využilo 8 žáků)
- 9 žákům bylo nápomocno systematické vypisování při řešení úloh
- 6 žáků si není jistých v podobnost didaktických her a úloh výstupního testu
- 5 žáků si je jisto, že didaktické hry nepomohly k nácviku řešení úloh
- 4 žáci si jsou vědomi, že v úlohách výstupního testu nebylo možné využít tabulku jako strategii řešení


3) Připravily tě večerníčkové hry na výstupní test? Vyber pravdivá tvrzení (možno i více tvrzení).

- Ano, ve vstupním testu jsem nevěděla, jak úlohy řešit.
- Ano, využil/a jsem uzlový graf k řešení.
- Ano, využil/a jsem tabulku k řešení.
- Ano, využil/a jsem systematické vypisování k řešení.
- Nevím, že hry byly podobné úlohám v testu.
- Ne, hry nebyly podobné úlohám v testu.
- Ne, nemohl/a jsem využít uzlový graf k řešení.
- Ne, nemohl/a jsem využít tabulku k řešení.
- Ne nemohl/a jsem využít systematické vypisování k řešení.

Obr. č. 47 ŽDT 2 Ukázka odpovědi druhé otázky

3.2.7 Vyhodnocení předpokladů

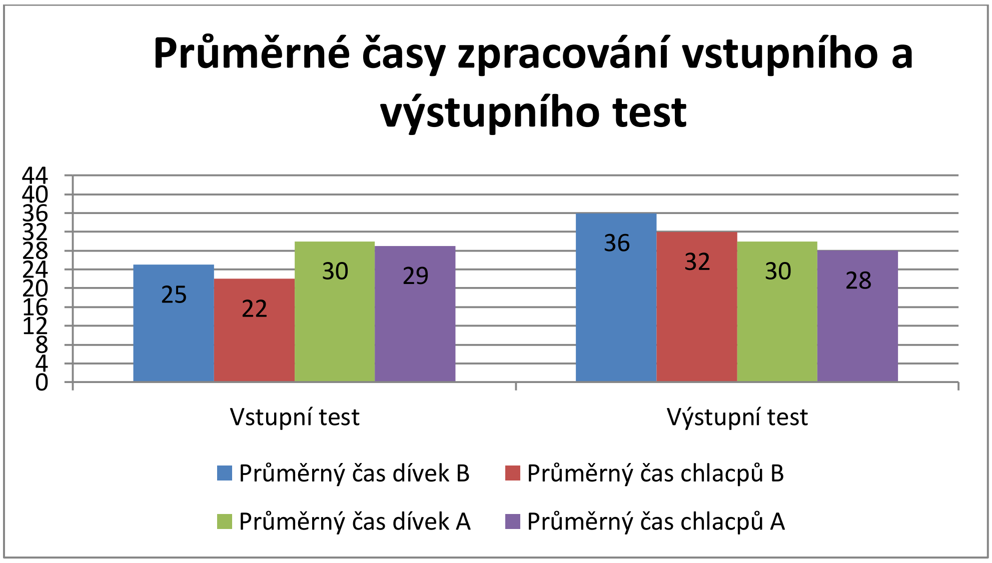
Následující podkapitoly vyhodnocují jednotlivě předem stanovené předpoklady P1 – P3. Informace k vyhodnocení předpokladů jsou v závislosti na interpretaci výsledků (viz kapitola 3.2.6 Interpretace výsledků a její podkapitoly).

3.2.7.1 Vyhodnocení P1

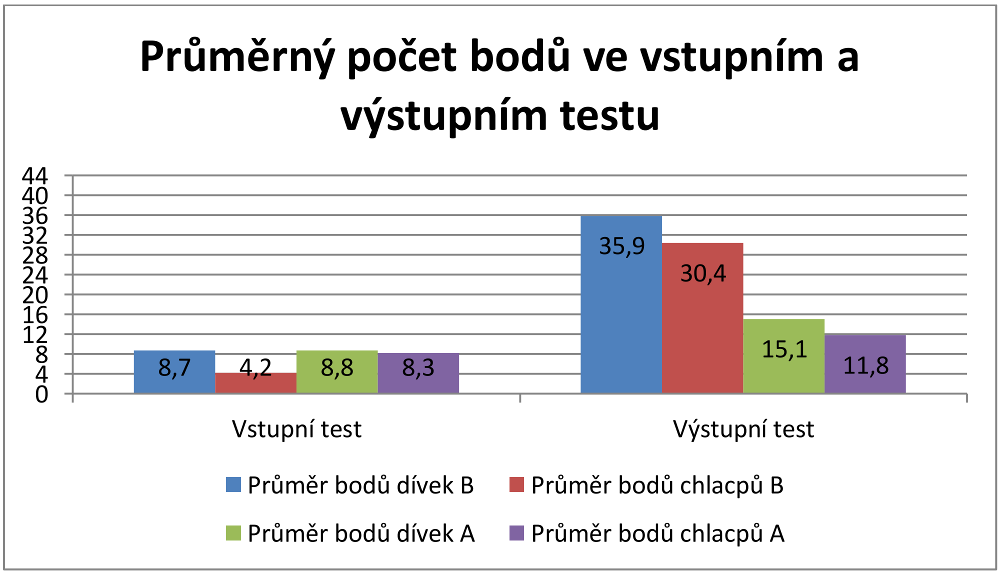
P1: Předchozí zkušenosti s řešením typových kombinatorických úloh výrazně ovlivňují potřebný čas k řešení.

Metoda ověření: Zadaný test a záznam z realizace testů

Předpoklad P1 vyvrácen.



Graf 18 Průměrné časy žáků VsT a VT v minutách



Graf 19 Průměr získaných bodů VsT a VT

<u>Komentář:</u> Předpoklad, který měl být potvrzen porovnáním časů jednotlivých žáků při vypracovávání vstupního a výstupního testu. Jak je možné vidět na grafu (Graf 18) u žáků experimentální třídy došlo k inverzi předpokladu. Průměr časů vypracování u dívek i chlapců narostl.

Tento jev si vysvětluji tím, že žáci strávili více času nad hledáním všech možných řešení kombinatorických úloh, a tak došlo k progresu jejich úspěšnosti řešení. Toto je možné shledat na dalším grafu (Graf 19). Progres úspěšnosti je i potvrzen splněním předpokladu P3, kdy žákům pravděpodobně déle trvalo řešit úlohy jimi vybranou strategií, která byla náročnější v grafickém znázornění na čas.

Jen u pouhé jedné dívky a jednoho chlapce došlo ke snížení času zpracování výstupního testu. Ani u jednoho z nich nebyla tato skutečnost na úkor úspěšnosti testu.

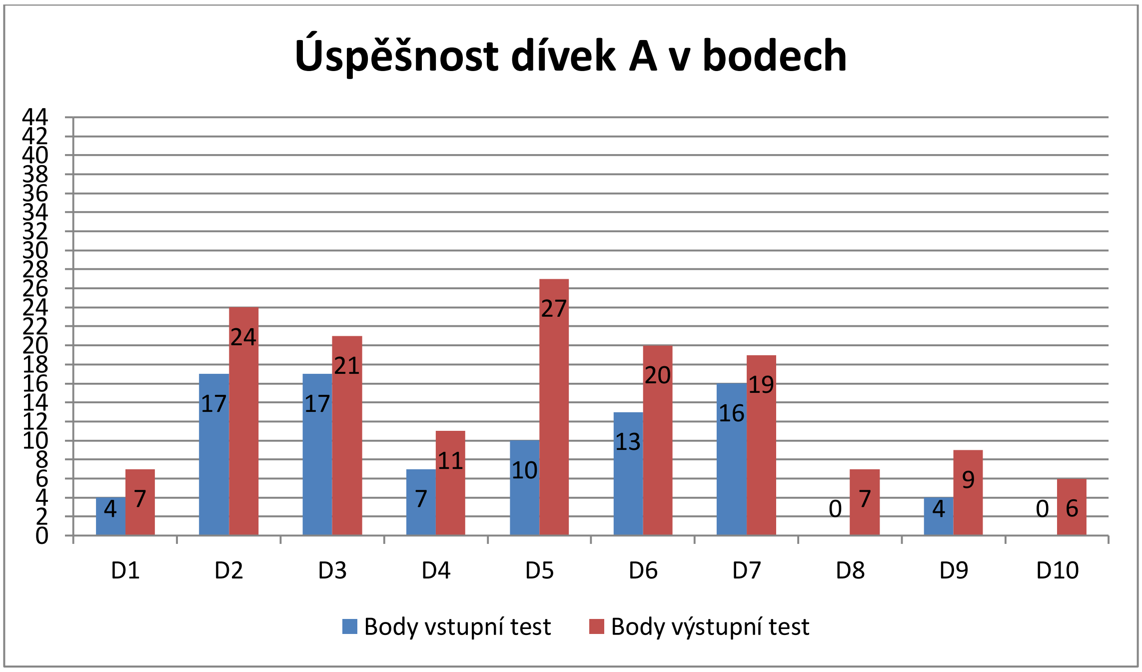
Přestože tento předpoklad byl experimentem vyvrácen, následujícími splněnými předpoklady je dokázán rozvoj logicko-kombinačního myšlení u žáků mladšího školního věku pomocí didaktických her, což je stěžejní pro celou tuto diplomovou práci.

3.2.7.2 Vyhodnocení P2

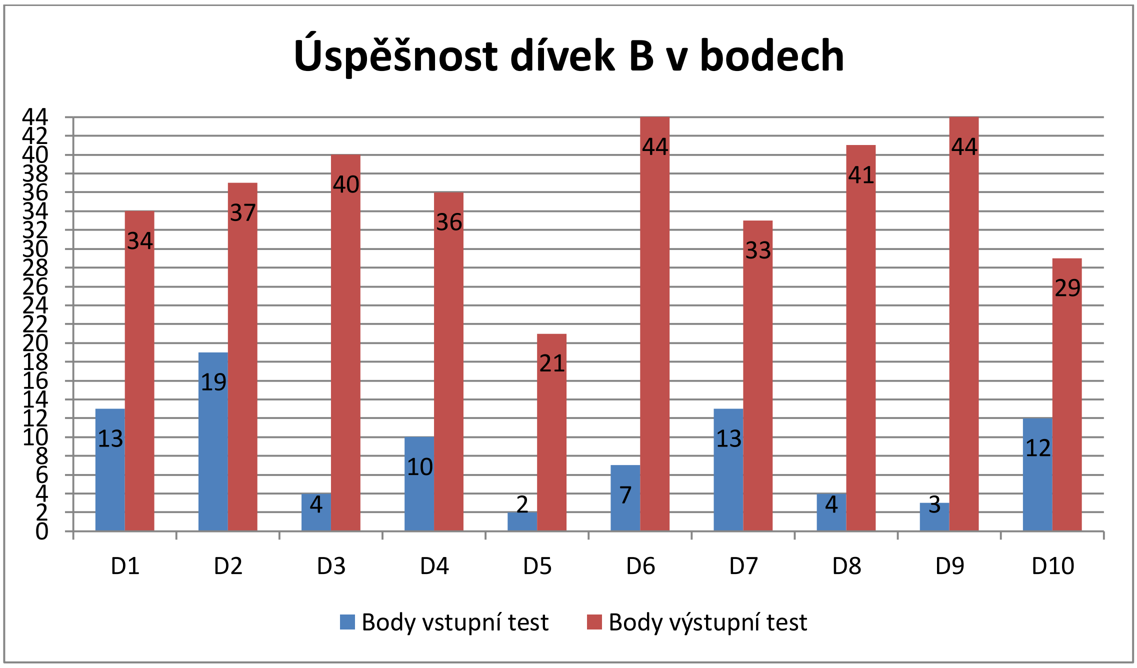
P2:Využitím didaktické hry se u žáků rozvíjí schopnosti třídění a vyhodnocování vstupních informací, což pozitivně ovlivňuje úspěšnost řešení.

<u>Metoda ověření:</u> Vstupní a výstupní test

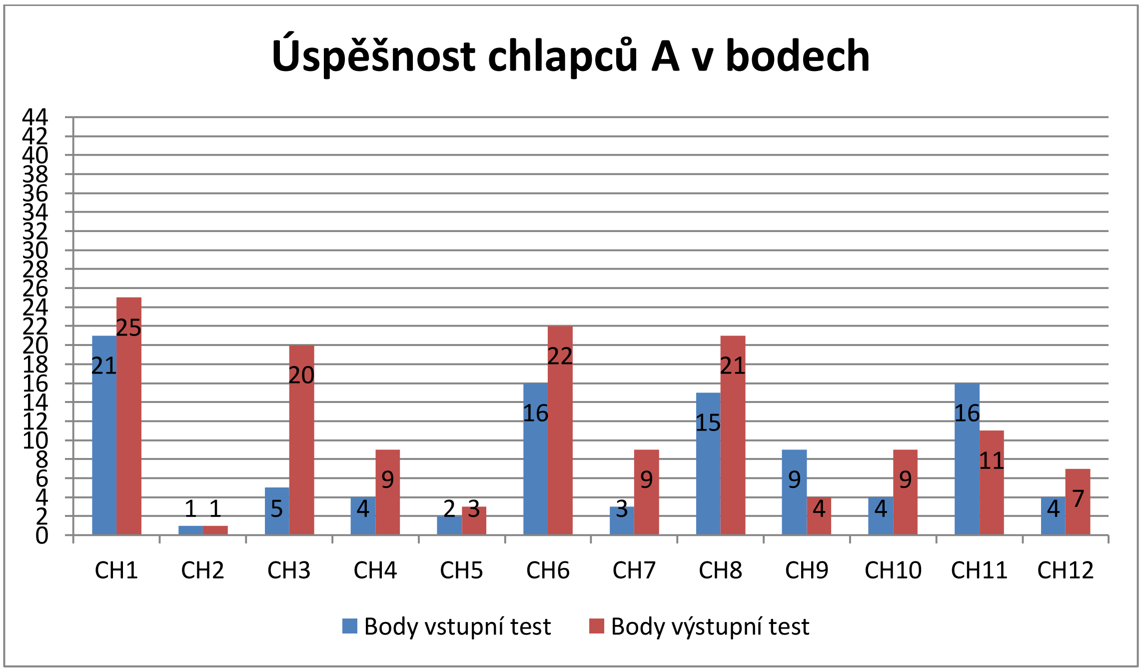
Předpoklad P2 potvrzen.



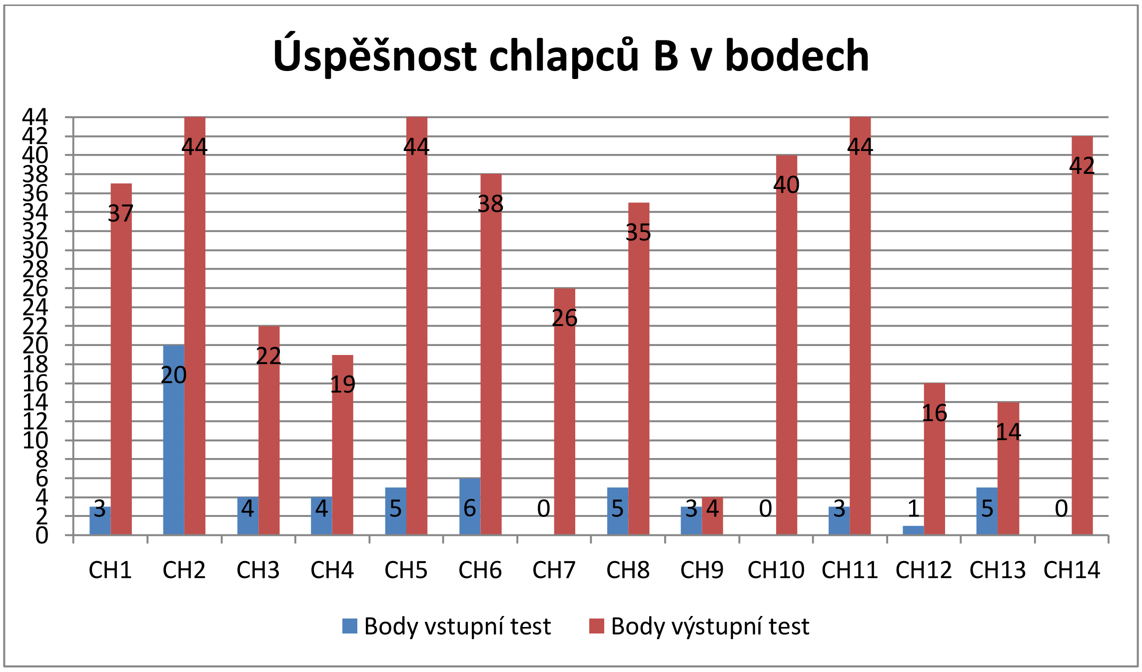
Graf 20 Úspěšnost dívek kontrolní třídy VsT a VT



Graf 21 úspěšnost dívek experimentální třídy VsT a VT



Graf 22 Úspěšnost chlapců kontrolní třídy VsT a VT



Graf 23 Úspěšnost chlapců experimentální třídy VsT a VT¨

Komentář: Z grafů (Graf 20 - 23) je patrné potvrzení předpokladu P2. Žáci experimentální třídy mají jednoznačný progres v řešení kombinatorických úloh po realizaci experimentálních didaktických her sloužících na rozvoj logicko-kombinačního myšlení žáků mladšího školního věku.

Pozitivní nárůst úspěšnosti je znatelný především u chlapců experimentální třídy, kteří ve vstupním testu měli úspěšnost velmi nízkou. Dívky této třídy dopadly ve vstupním testu lépe než chlapci, i u nich došlo ke zvýšení spěšnosti výstupního testu.

Výsledky žáků kontrolní třídy ukazují u některých taktéž zlepšení (vyšší zisk bodů), ale nejedná se o tak markantní rozdíl.

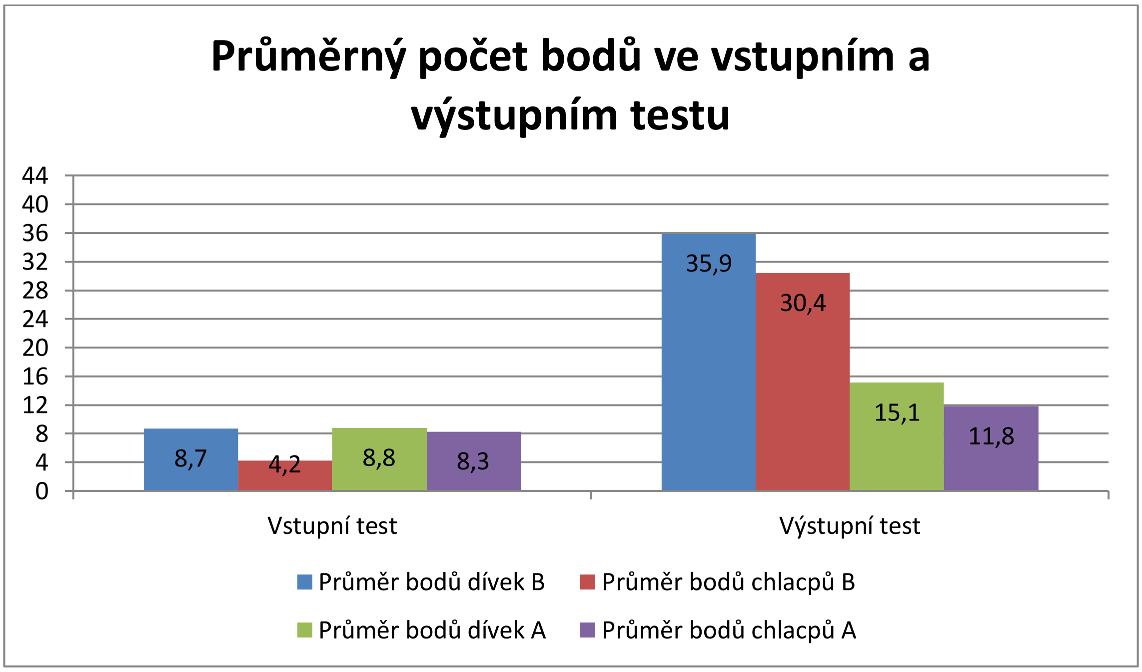
Lze tedy po srovnání vstupních a výstupních testů obou tříd konstatovat, že realizace didaktických her pozitivně ovlivňuje úspěšnost řešení kombinatorických úloh. Tato úspěšnost byla ovlivněna seznámením se s řešitelskými strategiemi při realizování her, které dokazuje vyhodnocení předpokladu P3.

3.2.7.3 Vyhodnocení P3

P3: Použití grafického znázornění jako řešitelské strategie pozitivně ovlivňuje úspěšné vyřešení úlohy

Metoda ověření: Výstupní test

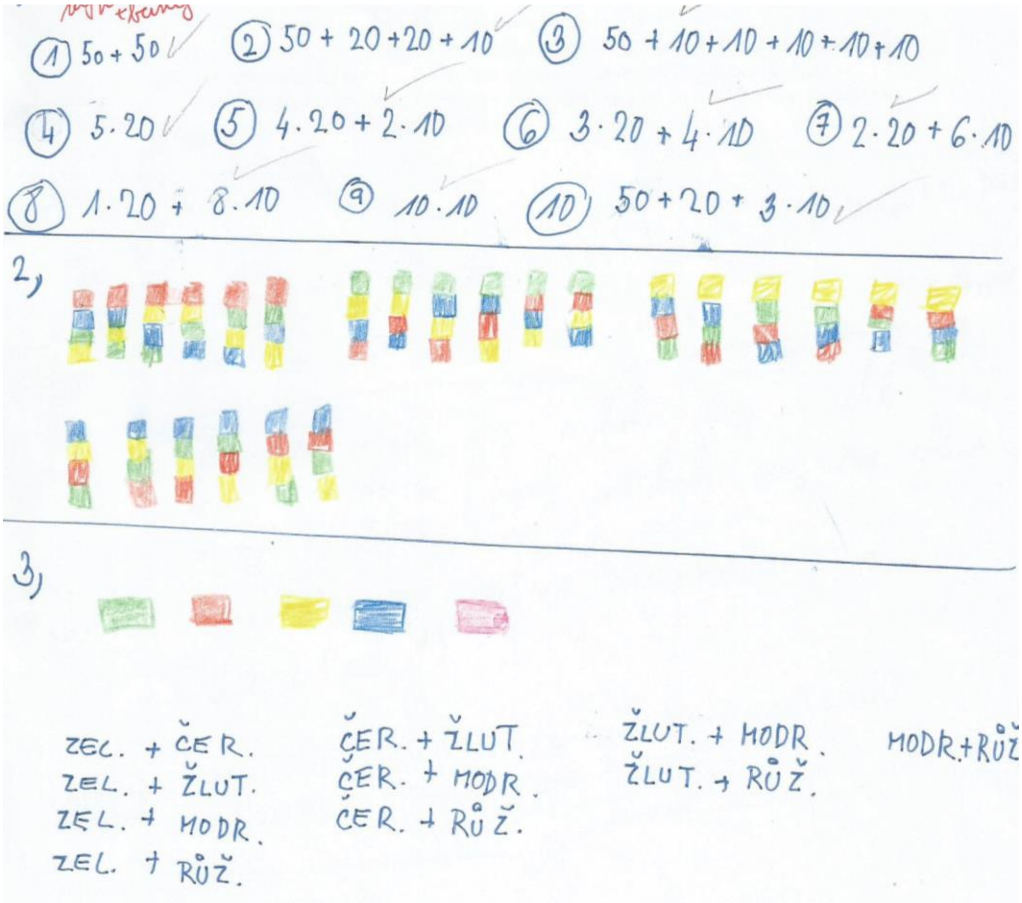
Předpoklad P3 potvrzen.



Graf 24 Průměr úspěšnosti chlapců a dívek VsT a VT

Komentář: Opět využívám graf (Graf 24), kde je znázorněn průměrný počet bodů jednotlivě u dívek a chlapců ve vstupním a výstupním testu. Je zde vidět značný nárůst bodů žáků experimentální třídy. Tento jev si vysvětluji tak, že žáci pomocí realizace experimentálních her se seznámili s různými strategiemi řešení, které byly doprovázeny návody na grafické zaznamenávání řešení.

Žáci využívali hojně uzlové grafy, které jim byly v hodinách přestaveny. Dále bylo hojně zastupováno systematické vypisování slov, zkrácených slov nebo čísel (nahrazení slov). Srovnání mezi vstupními a výstupními testy poukazovalo na velmi časté zastoupení barev. Ve vstupních testech tyto strategie žáci nevyužívali ani v kontrolní třídě ani v experimentální třídě. Díky seznámení se se strategiemi a kombinatorickými úlohami byli žáci experimentální třídy ve výstupním testu úspěšnější.



Obr. č. 48 VT 9 Ukázka grafických řešitelských strategií

4 Závěr

V teoretické části diplomové práce bylo zachyceno postavení matematické disciplíny – kombinatoriky – v RVP ZV na prvním stupni. Zabývala jsem se charakteristikou, druhy a využitím didaktických her ve výuce matematiky. Nastínila jsem stručně historický vývoj kombinatoriky a základní principy této matematické disciplíny. Na kombinatoriku jsem nahlížela především z pohledu využití na prvním stupni základních škol.

Studiem RVP ZV a ŠVP experimentální školy se ukázalo, že na prvním stupni se kombinatorice nevěnuje příliš pozornosti. Je možné se pouze domnívat, že učitelé zapojují kombinatorické úlohy do výuky alespoň jako nestandardní úlohy. Cílem mé práce bylo přispět k začlenění kombinatoriky na první stupeň formou didaktických her. Měl být tedy vytvořen soubor didaktických her, který by rozvíjel logicko-kombinační myšlení žáků mladšího školního věku.

Souboru a ověření jeho efektivity jsem se věnovala v prakticko-výzkumné části diplomové práce. Praktická část osvětluje vznik souboru didaktických her. Následně výzkumná část ověřuje na základě stanovených předpokladů jeho efektivitu.

Efektivita byla experimentem ověřena u žáků čtvrtých tříd liberecké základní školy. Ověření proběhlo na základě srovnání vstupních (viz kapitola 3.2.6.2 Výsledky vstupního testu) a výstupních (viz kapitola 3.2.6.3 Výsledky výstupního testu) testů kontrolní a experimentální třídy, kde byly didaktické hry realizovány (viz kapitola 3.2.5.2 Eperimentální činnost). Důraz byl kladen na osvojení si různých řešitelských strategií, zejména těch grafických (obrázek, graf, tabulka).

Vyhodnocením výsledků testů a následným jejich porovnáním, byly potvrzeny dva předpoklady z předem tří stanovených. Ukázalo se, že realizované hry měly pozitivní vliv na rozvoj řešitelských strategií při řešení kombinatorických úloh. U žáků došlo ke zvýšení úspěšnosti na základě využití grafického znázornění a systematického vypisování si nalezených řešení. Dále bylo vyvráceno, že by díky didaktickým hrám došlo ke snížení potřebného času na vypracování kombinatorických úloh. Tento jev se vysvětluje časovou náročností řešení (systematizace, grafické znázornění, vyšší počet nalezených řešení).

Na základě zmiňovaných skutečností (ověření předpokladů a efektivity navrženého souboru didaktických her) si dovoluji tvrdit, že cíl diplomové práce byl splněn. Problematika aplikace kombinatorických úloh a problémů na prvním stupni mě během psaní diplomové práce velmi zaujala. Domnívám se, že zapojením nestandardních, tedy i kombinatorických, úloh do hodin matematiky nabízí žákům nové poznání a rozvoj logicko-kombinačního myšlení. Díky hravé formě nenásilně. Proto by se učitelé měli snažit o zapojování takovýchto nestandardních úloh. Využití těchto aktivit může učinit matematiku hravou, zábavnější, a tím pro žáky atraktivnější.

Věřím a doufám, že vypracovaný soubor didaktických her pro rozvoj logicko-kombinačního myšlení bude pro učitele v praxi přínosem. Je zpracován formou volné přílohy. Jednotlivé hry jsou zasazeny do třech motivačních prostředí a dále jsou zpracovány z hlediska cílů, metod a různých řešitelských strategií.

Předpokladem do budoucna je následovné rozvíjení kombinačního myšlení také u žáků staršího školního věku na druhém stupni základních škol, kde se nabízí postupné zavádění kombinatorických vztahů. Soubor je možné doplňovat o další didaktické hry, případně již sepsané hry gradovat jejich náročností.

Těším se, až budou hry v praxi využívány mnou nebo i budoucími kolegyněmi a získám tak další zpětnou vazbu od žáků i případných kolegyň. Bude tak možné ověření efektivity na větším vzorku žáků.

5 Seznam použité literatury

[1] BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ, 1998. *Náměty k rozvíjení kombinačního myšlení.* první. Brno: PdF MU.

[2] CALDA, Emil a Václav DUPAČ, 1999. *Matematika pro gymnázia: kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 4. upr. vyd. Praha: Prometheus. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-147-7.

[3] ČAPEK, Robert, 2015. *Moderní didaktika: lexikon výukových a hodnoticích metod*. Praha: Grada. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-3450-7.

[4] DUDENEY, Henry Ernest, 1995. *Matematické hlavolamy a hříčky*. Praha: Olympia. ISBN 80-7033-380-4.

[5] GARDNER, Martin, 1963. *More Mathematical Puzzles and Diversions from Scientific American*. London: G. Bell & Sons.

[6] GEROVÁ, Ľubica, 2007. *Príprava žiakov so záujmom o matematiku na 1. stupni základnej školy.* 1. vyd. Bánská Bystrica: Pedagogická fakulta UMB Banská Bystrica, Občanské združenie Pedagóg. ISBN 978-80-8083-470-8.

[7] HANUŠ, Radek a Lenka CHYTILOVÁ, 2009. *Zážitkově pedagogické učení*. Praha: Grada. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-2816-2.

[8] KOŽUCHOVÁ, M., KORČÁKOVÁ, E., 1998. *Využitie didaktické hry*. Komenský, **122**(5/6). ISSN 0323-0449.

[9] KREJČOVÁ, Eva a Marta VOLFOVÁ, 2001. *Didaktické hry v matematice*. Vyd. 3. Hradec Králové: Gaudeamus. ISBN 80-7041-423-5.

[10] LOKŠOVÁ, Irena a Jozef LOKŠA, 2003. *Pozornost, motivace, relaxace a tvořivost dětí ve škole*. Praha: Portál, 1999. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-205-x.

[11] LOKŠOVÁ, Irena. *Tvořivé vyučování*. Praha: Grada. Výchova a vzdělávání. ISBN 80-247-0374-2.

[12] MIKULČÁK, Jiří, 2003. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy*. Praha: Prometheus. ISBN 978-80-7196-264-9.

[13] MIŠURCOVÁ, Věra, Jiří FIŠER a Viktor FIXL, 1989. *Hra a hračka v životě dítěte*. 2. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství. Knihy pro rodiče (SPN).

[14] OPRAVILOVÁ, Eva, 1988. *Dítě si hraje a poznává svět: metodika rozvíjení poznání dětí v mateřské škole*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství. Učebnice pro střední školy (Státní pedagogické nakladatelství).

[15] PRŮCHA, Jan, Jiří MAREŠ a Eliška WALTEROVÁ, 1998. *Pedagogický slovník*. 2. rozš. a přeprac. vyd. Praha: Portál. ISBN 80-7178-252-1.

[16] PŘÍHONSKÁ, Jana, 2014. *Kombinatorické problémy: aplikace a metody řešení*. Liberec: Technická univerzita v Liberci. ISBN 978-80-7494-017-0.

[17] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*, 2016 [online]. In: Praha: MŠMT, [cit. 2017-03-15]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/t/rvp

[18] SCHOLTZOVÁ, Iveta, 2003. *Inovačné trendy vo vyučovaní matematiky na 1. stupni základnej školy: Rozvíjanie kombinatorického myslenia* [online]. Metodickopedagogické centrum v Prešove, [cit. 2017-03-20]. Dostupné z: http://www.mcpo.edu.sk/modules/umpdownloads/viewcat.php?cid=36

[19] SKALKOVÁ, Jarmila, 1999. *Obecná didaktika*. Praha: ISV. Pedagogika (ISV). ISBN 80-85866-33-1.

[20] SKALKOVÁ, Jarmila, 2007. *Obecná didaktika: vyučovací proces, učivo a jeho výběr, metody, organizační formy vyučování*. Praha: Grada. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-1821-7.

[21] *Školní vzdělávací program (ŠVP): 5.3.02 Učební osnovy - Matematika a její aplikace*, 2010 [online]. In: Liberec, [cit. 2017-03-15]. Dostupné z: http://vrchlickeho.cz/vyuka/skolni-vzdelavaci-program-svp/

[22] VOLFOVÁ, Marta, 1992. *Didaktická hra ve vyučování matematiky: Náměty pro zájmovou činnost v matematice: Metodický materiál pro učitele matematiky na základních a středních školách*. Hradec Králové: Gaudeamus. ISBN 8070414928.

[23] ZÝKOVÁ, Kristýna, 2011. *Logika, statistika a kombinatorika na 1. stupni základní školy. Metodický portál: Články* [online], [cit. 2012-03-13]. Dostupné z:http://clanky.rvp.cz/clanek/c/ZVB/10477/LOGIKA-STATISTIKA-AKOMBINATORIKA-NA-1-STUPNI-ZAKLADNI-SKOLY.html/

6 Seznam použitých symbolů a zkratek

–	minus
!	faktoriál
. (x)	krát
+	plus
=	rovná se
$\in$	náleží
$\prod$	součin řady
$\leq$	neostrá nerovnost – menší nebo roven
$\cup$	sjednocení
3. A, 3. B	označení třetích tříd
4. A, 4. B	označení čtvrtých tříd
A_1 (A_2, A_k)	konečné množiny
apod.	a podobně
DH1 – DH2	didaktická hra 1 – didaktická hra 2
i	imaginární jednotka
k	proměnná
K (K´)	kombinace (s opakováním)
Kč	Koruna česká
n (n_1, n_2, n_k)	proměnné
N	obor přirozených čísel
Obr.	obrázek
P	permutace
P1 – P3	předpoklad 1 – předpoklad 3
př. n. l.	před naším letopočtem
RVP ZV	Rámcový vzdělávací program Základního vzdělávání
RVP	Rámcový vzdělávací program
str. (s.)	strana
ŠVP	Školní vzdělávací program
tzv.	takzvaný
Ú1 – Ú3	úloha 1 – úloha 3
V	variace

VsT	vstupní test
VT	výstupní test
ZŠ	Základní škola
ŽDH	žákovský dotazník her
ŽDT	žákovský dotazník test

7 Seznam obrázků

8 Seznam grafů

9 Seznam příloh

Příloha PI	Vstupní test vzor
Příloha PII	Výstupní test vzor
Příloha PIII	Dotazník 1 vzor
Příloha PIV	Dotazník 2 vzor
Příloha PV	Souhlas rodičů
Příloha PVI	Ukázka vstupní test
Příloha PVII	Ukázka výstupní test
Příloha PVIII	Ukázka dotazník 1
Příloha PIX	Ukázka dotazník 2

Příloha PI: Vstupní test vzor

Jméno a příjmení: Datum:

1. Maminka potřebuje zaplatit v obchodě za nákup školních pomůcek 100 Kč. V peněžence má pouze kovové mince v hodnotě 10 Kč, 20 Kč a 50 Kč. Kolika způsoby může maminka paní prodavačce zaplatit požadovanou částku přesně?
2. Na vlakovém nádraží řeší logistik, jakým způsobem postavit vagóny za sebe. Potřebuje na sebe navázat jeden vagón se dřevem, jeden vagón s uhlím, jeden vagón s benzínem a jeden vagón s koksem. Kolik existuje variant finální podoby vlku, který bude složen jen z těchto vagónů?
3. Paní učitelka vybírá dvojici žáků, která by šla reprezentovat školu v matematické olympiádě. V prvním kole ze všech dětí paní učitelka vybrala pět žáků, a to Tomáše, Kateřinu, Sandru, Otu a Filipa. Kolik má paní učitelka variant dvojic, které na matematickou olympiádu půjdou?

Příloha PII: Výstupní test vzor

Jméno a příjmení: Datum:

1. Maminka potřebuje zaplatit v obchodě za nákup ovoce 100 Kč. V peněžence má pouze po několika kusech kovové mince v hodnotě 10 Kč, 20 Kč a 50 Kč. Kolika způsoby může maminka paní prodavačce zaplatit požadovanou částku přesně?
2. Péťa dostal ve školce za úkol postavit věž ze čtyř různobarevných kostek. Jedna kostka je červená, druhá modrá, třetí žlutá a čtvrtá je zelená. Všechny kostky musí být použity v řadě nad sebou, každé patro bude mít tak jinou barvu. Kolika způsoby může tuto věž postavit? Záleží na barvách jednotlivých pater.
3. Máte k dispozici v obchodě pět různých pohlednic, ale koupit si můžete jen dvě. Kolik existuje variant zakoupených dvojic pohledů?

Příloha PIII: Dotazník 1 vzor

Anonymní dotazník žáků k hodnocení didaktických her

1) Ohodnoť jednotlivé didaktické hry podle toho, jak Tě bavily, na škále 1 – 4 zakroužkováním.

1 – hry mě moc bavily
2 – hry mě spíše bavily
3 – hry mě spíše nebavily
4 – hry mě nebavily

Poté zdůvodni své hodnocení.

- Večerníček jede na olympiádu 1 – 2 – 3 – 4

  ……………………………………………………………………………………
- Kolik stojí večerníček? 1 – 2 – 3 – 4

  ……………………………………………………………………………………
- Pohádka před spaním 1 – 2 – 3 – 4

  ……………………………………………………………………………………
- Večerníčkovi kameny 1 – 2 – 3 – 4

  ……………………………………………………………………………………
- Losování šťastných čísel po večerníčkovi 1 – 2 – 3 – 4

  ……………………………………………………………………………………

2) Která aktivita si myslíš, že byla těžká? A proč?

- Večerníček jede na olympiádu
- Kolik stojí večerníček?
- Pohádka před spaním
- Večerníčkovi kameny
- Losování šťastných čísel po večerníčkovi

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

……………………………………

3) Rozuměl jsi vždy zadání a pravidlům hry? Ohodnoť na škále 1 – 4 zakroužkováním.

1 – rozhodně rozuměl
2 – většinou rozuměl
3 – většinou nerozuměl
4 – rozhodně nerozuměl

1 – 2 – 3 – 4

Děkuji za vyplnění tohoto dotazníku.

Příloha PIV: Dotazník 2 vzor

Anonymní dotazník žáků k hodnocení po absolvování testu

1) Ohodnoť jednotlivé úlohy v testu podle obtížnosti na škále 1 – 4 zakroužkováním.

1 – velmi lehké
2 – lehké
3 – obtížné
4 – velmi obtížné

- úloha č. 1 1 – 2 – 3 – 4
- úloha č. 2 1 – 2 – 3 – 4
- úloha č. 3 1 – 2 – 3 – 4

2) Rozuměl jsi vždy zadání úloh? Ohodnoť na škále 1 – 4 zakroužkováním.

1 – rozhodně rozuměl
2 – většinou rozuměl
3 – většinou nerozuměl
4 – rozhodně nerozuměl

1 – 2 – 3 – 4

3) Připravily tě večerníčkové hry na výstupní test? Vyber pravdivá tvrzení (možno i více tvrzení).

- Ano, ve vstupním testu jsem nevěděla, jak úlohy řešit.
- Ano, využil/a jsem uzlový graf k řešení.
- Ano, využil/a jsem tabulku k řešení.
- Ano, využil/a jsem systematické vypisování k řešení.
- Nevím, že hry byly podobné úlohám v testu.
- Ne, hry nebyly podobné úlohám v testu.
- Ne, nemohl/a jsem využít uzlový graf k řešení.
- Ne, nemohl/a jsem využít tabulku k řešení.
- Ne nemohl/a jsem využít systematické vypisování k řešení.

Děkuji za vyplnění tohoto dotazníku.

Příloha PV: Souhlas rodičů

Souhlasím se zapojením mé dcery/syna ……………………………………………
do praktické experimentální části závěrečné diplomové práce studentky a praktikantky Markéty Novotné. Ve vyučovacích hodinách matematiky bude v následujících týdnech provádět experiment zaměřený na rozvoj logicko-kombinačního myšlení žáka mladšího školního věku. Experimentem budou dva srovnávací testy a několik didaktických her mezi nimi. Zároveň prosím a svolení k fotodokumentaci, opět jen pro účely zpracování diplomové práce.

Děkuji předem za svolení.

V ………………… dne ………………… Podpis…………………

studentka
Markéta Novotná
5. ročník Učitelství pro první stupeň ZŠ
TUL – denní studium magisterské

Souhlasím se zapojením mé dcery/syna ……………………………………………
do praktické experimentální části závěrečné diplomové práce studentky a praktikantky Markéty Novotné. Ve vyučovacích hodinách matematiky bude v následujících týdnech provádět experiment zaměřený na rozvoj logicko-kombinačního myšlení žáka mladšího školního věku. Experimentem budou dva srovnávací testy a několik didaktických her mezi nimi. Zároveň prosím a svolení k fotodokumentaci, opět jen pro účely zpracování diplomové práce.

Děkuji předem za svolení.

V ………………… dne ………………… Podpis…………………

studentka
Markéta Novotná
5. ročník Učitelství pro první stupeň ZŠ
TUL – denní studium magisterské

Příloha PVI: Ukázka vstupní test

9:28

10B

21 min

Jméno a příjmení: Maya Prevčilová Datum: 4. října

4B 1. Maminka potřebuje zaplatit v obchodě za nákup školních pomůcek 100 Kč. V peněžence má pouze kovové mince v hodnotě 10 Kč, 20 Kč a 50 Kč. Kolika způsoby může maminka paní prodavačce zaplatit požadovanou částku přesně?

5B 2. Na vlakovém nádraží řeší dispečer, jakým způsobem postavit vagóny za sebe. Potřebuje na sebe napojit jeden vagón se dřevem, jeden vagón s uhlím, jeden vagón s benzínem a jeden vagón s koksem. Kolik existuje variant finální podoby vlaku, který bude složen jen z těchto vagónů?

1B 3. Paní učitelka vybírá dvojici žáků, která by šla reprezentovat školu v matematické olympiádě. V prvním kole ze všech dětí paní učitelka vybrala pět žáků, a to Tomáše, Kateřinu, Sandru, Otu a Filipa. Kolik má paní učitelka variant dvojic, které na matematickou olympiádu půjdou?

1/6

1.

1, 50 + 50 = 100 ✓

2, 20 + 50 + 20 + 10 = 100 ✓

3, 50 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100 ✓

4, 20 + 20 + 20 + 20 + 20 = 100 ✓

Maminka může zaplatit 4 způsoby

3.

1, tomaš, katerina

2, tomaš, Sandra

3, tomaš, Ota

4, tomaš, filip

5, Sandra, katerina

Paní učitelka má 5 variant.

2.

1, uhlím, koxem, drevem, benzínem

2, koxem, uhlím, benzinem, drevem

3, drevem, benzínem, uhlím, koksem

Eksistuje několik variant.

Příloha PVII: Ukázka výstupní test

Jméno a příjmení: TOMÁŠ BLASCHKE Datum: ~~4~~ 2.12. 2016 43 44B

38min

10B. 1. Maminka potřebuje zaplatit v obchodě za nákup ovoce 100 Kč. V peněžence má pouze po několika kusech kovové mince v hodnotě 10 Kč, 20 Kč a 50 Kč. Kolika způsoby může maminka paní prodavačce zaplatit požadovanou částku přesně?

systém 24 barevný 2. Péťa dostal ve školce za úkol postavit věž ze čtyř různobarevných kostek. Jedna kostka je červená, druhá modrá, třetí žlutá a čtvrtá je zelená. Všechny kostky musí být použity v řadě nad sebou, každé patro bude mít tak jinou barvu. Kolika způsoby může tuto věž postavit? Záleží na barvách jednotlivých pater.

3. Máte k dispozici v obchodě pět různých pohlednic, ale koupit si můžete jen dvě. Kolik existuje variant zakoupených dvojic pohledů?

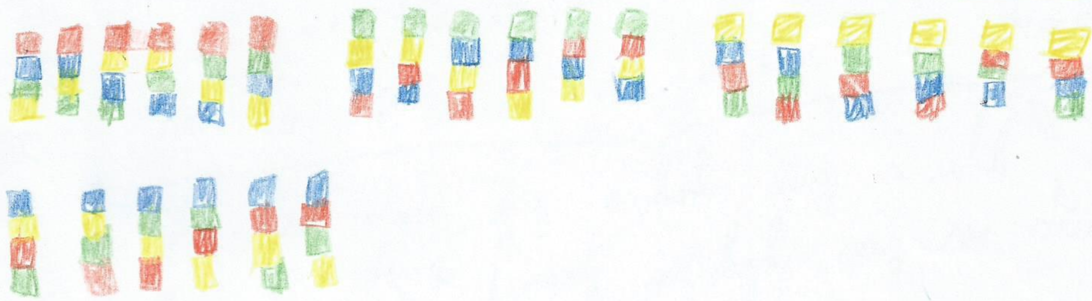
1, 10B výčet

1 50 + 50 2 50 + 20 + 20 + 10 3 50 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10

4 5·20 5 4·20 + 2·10 6 3·20 + 4·10 7 2·20 + 6·10

8 1·20 + 8·10 9 10·10 10 50 + 20 + 3·10

2,



3,

ZEL. + ČER. ČER. + ŽLUT. ŽLUT. + MODR. MODR. + RŮŽ.
ZEL. + ŽLUT. ČER. + MODR. ŽLUT. + RŮŽ.
ZEL. + MODR. ČER. + RŮŽ.
ZEL. + RŮŽ.

Příloha PVIII: Ukázka dotazník 1

Anonymní dotazník žáků k hodnocení didaktických her

1) Ohodnoť jednotlivé didaktické hry podle toho, jak Tě bavily, na škále 1 – 4 zakroužkováním.

1 – hry mě moc bavily
2 – hry mě spíše bavily
3 – hry mě spíše nebavily
4 – hry mě nebavily
Poté zdůvodni své hodnocení.

- Večerníček jede na olympiádu 1 – 2 – 3 - 4

Protože jsem to byla novi hra.

- Kolik stojí večerníček? 1 – 2 – 3 - 4

Protože byla sranda

- Pohádka před spaním 1 – 2 – 3 - 4

Zajímave.

- Večerníčkovi kameny 1 – 2 – 3 - 4

Protože jsme hádaly kameny

- Losování šťastných čísel po večerníčkovi 1 – 2 – 3 - 4

Nebyla to úplná nuda

2) Která aktivita si myslíš, že byla těžká? A proč?

- Večerníček jede na olympiádu
- Kolik stojí večerníček?
- Pohádka před spaním
- Večerníčkovi kameny
- Losování šťastných čísel po večerníčkovi

Pracovali jsme s penězma

3) Rozuměl jsi vždy zadání a pravidlům hry? Ohodnoť na škále 1 – 4 zakroužkováním.

1 – rozhodně rozuměl
2 – většinou rozuměl
3 – většinou nerozuměl
4 – rozhodně nerozuměl

1 – 2 – 3 - 4

Děkuji za vyplnění tohoto dotazníku.

Příloha PIX: Ukázka dotazník 2

Anonymní dotazník žáků k hodnocení po absolvování testu

1) Ohodnoť jednotlivé úlohy v testu podle obtížnosti na škále 1 – 4 zakroužkováním.

1 – velmi lehké
2 – lehké
3 – obtížné
4 – velmi obtížné

- úloha č. 1 — 1 – 2 – 3 - 4
- úloha č. 2 — 1 – 2 – 3 - 4
- úloha č. 3 — 1 – 2 – 3 - 4

2) Rozuměl jsi vždy zadání úloh? Ohodnoť na škále 1 – 4 zakroužkováním.

1 – rozhodně rozuměl
2 – většinou rozuměl
3 – většinou nerozuměl
4 – rozhodně nerozuměl

1 – 2 – 3 - 4

3) Připravily tě večerníčkové hry na výstupní test? Vyber pravdivá tvrzení (možno i více tvrzení).

- Ano, ve vstupním testu jsem nevěděla, jak úlohy řešit.
- Ano, využil/a jsem uzlový graf k řešení.
- Ano, využil/a jsem tabulku k řešení.
- Ano, využil/a jsem systematické vypisování k řešení.
- Nevím, že hry byly podobné úlohám v testu.
- Ne, hry nebyly podobné úlohám v testu.
- Ne, nemohl/a jsem využít uzlový graf k řešení.
- Ne, nemohl/a jsem využít tabulku k řešení.
- Ne nemohl/a jsem využít systematické vypisování k řešení.

Děkuji za vyplnění tohoto dotazníku.