

Projektová metoda jako nástroj rozvoje logického myšlení

Diplomová práce

Studijní program:
Studijní obor:

M7503 Učitelství pro základní školy
Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Autor práce:
Vedoucí práce:

Šárka Müllerová
doc. RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.
Katedra matematiky a didaktiky matematiky





Zadání diplomové práce

Projektová metoda jako nástroj rozvoje logického myšlení

Jméno a příjmení: Šárka Müllerová
Osobní číslo: P16000584
Studijní program: M7503 Učitelství pro základní školy
Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň základní školy
Zadávací katedra: Katedra matematiky a didaktiky matematiky
Akademický rok: 2019/2020

Zásady pro vypracování:

Anotace:

Projektové vyučování představuje moderní metodu výuky, která nevede žáky k pouhému memorování, ale poskytuje prostor pro kreativní řešení úkolu. Jeho využitím žáci rozvíjejí klíčové kompetence, které mohou uplatnit nejen ve škole, ale i v budoucím profesním životě. Projektová metoda učí žáky spolupracovat, diskutovat, formulovat a obhajovat vlastní názory a propojit získané znalosti z různých oblastí. Diplomová práce je zaměřena na uplatnění těchto principů v rámci rozvoje logického myšlení žáků.

Cíl:

Zpracovat problematiku projektového vyučování z historického a současného pohledu. Navrhnout a zpracovat projekt s cílem rozvíjet logické myšlení žáků s přesahem do různých tématických okruhů a uplatněním mezipředmětových vztahů. Projekt realizovat a vyhodnotit jeho přínos vymezeným oblastem rozvoje žáka.

Požadavky:

Znalost Rámcového vzdělávacího programu a obsahu učiva na 1. stupni základní školy, průběžná práce ve škole. Vymezení terminologie a teoretických východisek pro projektové vyučování a rozvoj logického myšlení.

Metody:

Navržení souboru aktivit a činností k realizaci projektu.

Příprava a vymezení výzkumného problému k problematice projektové výuky, dotazníkové šetření s učiteli a testování žáků.

Realizace zpracovaného projektu ve škole. Zhodnocení efektivity a přínosu z hlediska rozvoje žáka.

Případová studie žáka.

Zpracování a vyhodnocení získaných dat včetně jejich interpretace.

Rozsah grafických prací:
Rozsah pracovní zprávy:
Forma zpracování práce:
Jazyk práce:

tištěná/elektronická
Čeština



Seznam odborné literatury:

COUFALOVÁ, J.: Projektové vyučování pro první stupeň základní školy: náměty pro učitele. Praha: Fortuna, 2006.

FOŘTÍK, V.: Zábavná matematika a logika pro bystré děti. Praha: Fragment, 2018.

KASPER, T. - KASPEROVÁ, D.: Dějiny pedagogiky. Praha: Grada, 2008.

KRATOCHVÍLOVÁ, J.: Teorie a praxe projektové výuky. 2. vydání. Brno: Masarykova univerzita, 2016.

LOKŠOVÁ, I. – LOKŠA, J.: Pozornost, motivace, relaxace a tvořivost dětí ve škole. Praha: Portál, 1999.

OPAVA, Z.: Matematika kolem nás. Praha: Albatros, 1989.

Internetové zdroje:

Learning and Teaching Mathematics.

Dostupné: <http://www.education.com/reference/article/learning-and-teaching-mathematics/>

Vedoucí práce:

doc. RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Datum zadání práce:

1. prosince 2019

Předpokládaný termín odevzdání:

1. května 2021

prof. RNDr. Jan Pícek, CSc.
děkan

L.S.

doc. RNDr. Jaroslav Mlýnek, CSc.
vedoucí katedry

V Liberci dne 18. prosince 2019

Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci jsem vypracovala samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Jsem si vědoma toho, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědoma povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má diplomová práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědoma následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

13. dubna 2021

Sárka Müllerová

Poděkování

Tímto bych ráda poděkovala vedoucí mé práce, paní docentce RNDr. Janě Příhonské, Ph.D., za její cenné rady, náměty, inspiraci, čas, který mi věnovala, a především za milý a vstřícný přístup po celou dobu vzniku této diplomové práce.

Anotace

Diplomová práce se zabývá problematikou týkající se možností rozvoje schopností žáků prvního stupně základních škol řešit problémové úlohy. Věnována je především rozvoji logického myšlení žáků, a to prostřednictvím projektové metody. Pojmenovává a vymezuje kompetence, které je třeba u žáků rozvíjet a které vedou k osvojení si rozličných strategií řešení problémových úloh.

Klíčová slova

Logické myšlení, problémové úlohy, projektová metoda, strategie řešení, žák na prvním stupni základní školy.

Abstract

This diploma thesis deals with issues as regards possible ways of development and progress the abilities of primary school pupils to solve problem tasks. It's focused on development of pupil's logical thinking by means of the project method. It defines and determines competence of pupils that are necessary to develop and that are leading to the adoption of different ways and strategies of solving problems tasks.

Key words

Logical thinking, problem tasks, project method, solution strategy, primary school pupil.

Obsah

I	Úvod	9
II	Teoretická část	10
2.1	Logika v matematice v RVP ZV	10
2.2	Řešitelské strategie	11
2.3	Výukové metody	12
2.3.1	Klasické metody	12
2.3.2	Aktivizující metody	13
2.3.3	Komplexní výukové metody	13
2.4	Projektová metoda	14
2.4.1	Historie projektové metody	14
2.4.2	Projektová metoda v české pedagogice	15
2.4.3	Projekty v dnešní době	16
2.4.4	Kritéria třídění projektů	17
2.4.5	Role učitele při projektové výuce	18
2.4.6	Plánování projektu	18
2.4.7	Realizace projektu	19
2.4.8	Prezentace výstupu projektu	19
2.4.9	Hodnocení projektu	19
2.4.10	Přednosti projektové metody	20
2.4.11	Úskalí projektové metody	21
2.4.12	Kompenzace nedostatků projektové metody	23
2.5	Příprava projektu	23
2.5.1	Volba tématu	23
2.5.2	Volba délky projektu	24
2.5.3	Osnova projektu	25
2.5.4	Materiální zajištění projektu	25

2.5.5	Uskutečnění projektu	25
2.5.6	Vyhodnocení projektu.....	26
III	Prakticko-výzkumná část.....	27
3.1	Praktická část a její cíle.....	27
3.1.1	Vytvoření projektu zaměřeného na rozvoj logického myšlení u žáků.....	27
3.1.2	Projekt „ <i>Matematika klíčem ke všem záhadám a tajemstvím</i> “	28
3.2	Výzkumná část a její cíle a obsah	32
3.2.1	Stanovení výzkumných předpokladů.....	32
3.2.2	Charakteristika použitých metod	34
3.2.3	Charakteristika výzkumného vzorku	37
3.2.4	Realizace experimentu	38
3.2.5	Charakteristika zadávaných úloh – předoperační test.....	38
3.2.6	Charakteristika zadávaných úloh – projekt.....	45
3.2.7	Charakteristika zadávaných úloh – hra AZ kvíz.....	57
3.2.8	Dotazníkové šetření mezi pedagogy – využívání projektové metody při výuce matematiky na 1. st. ZŠ.....	67
3.2.9	Případová studie žáka 3. ročníku základní školy.....	68
3.2.10	Interpretace výsledků.....	73
3.2.11	Ověření výzkumných předpokladů.....	101
3.2.12	Reflexe z projektu	103
IV	Závěr.....	107
	Seznam použité literatury	109
	Seznam použitých symbolů a zkratk.....	111
	Seznam obrázků.....	112
	Seznam grafů	114
	Seznam příloh	115

I Úvod

Téma této diplomové práce jsem si vybrala proto, že řešení logických úloh mě zajímá a baví, ale především proto, že prostřednictvím své pedagogické praxe jsem zjistila, že žáci, které jsem učila na prvním stupni, nemají z řešení logických úloh velkou radost. To, co jsem považovala za zpestření výuky, většina žáků přijímala s despektem. Úlohy je, dle jejich slov, nebavily, nerozuměli jim a nechtěli nad nimi přemýšlet. Samozřejmě toto neplatilo vždy a pro všechny žáky, nicméně pro významnou část žáků bohužel ano.

Při řešení úloh využívali především metodu pokus-omyl, přičemž jako řešení žáci předkládali první, co je napadlo. Pokud jejich řešení nebylo správné, během velmi krátké chvíle ho upravili, aniž by se ale úlohou více zabývali. Téměř u všech žáků chyběla zpětná kontrola jejich výsledků vzhledem k zadání úlohy. Nepřemýšleli nad jinými možnými způsoby řešení. Navíc je často ani nezajímala správný výsledek řešení úlohy.

Toto ve mně vyvolávalo pocit zmaru, ale protože je rozvoj logického myšlení u žáků podle mě velmi důležitý i pro běžný život, nechtěla jsem se vzdát a snažila se vymyslet jiný způsob, jak takové úlohy žákům předkládat, zvolit jiný způsob jejich motivace, přijít s něčím, co by je oslovilo a probudilo v nich chuť takové úlohy řešit. Proto vznikl projekt s názvem „*Matematika klíčem ke všem tajemstvím a záhadám*“ a zároveň i téma mé diplomové práce.

Projekt je určen pro žáky třetího ročníku základních škol. Přestože v Rámcovém vzdělávacím programu (RVP) najdeme tyto typy úloh zařazené až do druhého období prvního stupně, domnívám se, že začít rozvíjet logické myšlení u žáků můžeme již dříve. A to se zřetelím na jejich dosavadní schopnosti a dovednosti v oblasti matematického myšlení. Úlohy tohoto typu navíc vyžadují, a tím pádem i rozvíjejí, nejen matematickou, ale často i čtenářskou gramotnost žáků. Projektová metoda je velmi vhodná k propojení vyučovaných předmětů a podpoře mezipředmětových vztahů. Dále se v ní kombinují dovednosti z různých oblastí života žáků. Vybízí je k vzájemné podpoře, spolupráci a respektu.

Projekt byl realizován na Základní škole Bělá pod Bezdězem, kde pracuji. Setkal se s velkým nadšením žáků, které povzbudilo kolegyně k budoucí realizaci projektu ve svých třídách. Tím projekt splní svůj primární cíl – rozvíjet logické myšlení žáků.

II Teoretická část

V teoretické části diplomové práce se v první kapitole věnuji logice v matematice jako jedné z oblastí RVP ZV. Další kapitola představuje řešitelské strategie, které jsou uplatňovány při řešení logických úloh. Následuje kapitola, jež je věnována výukovým metodám obecně. Podrobněji se poté věnuji metodě projektové, která tvoří hlavní pilíř této diplomové práce.

Při psaní této práce jsem využívala různé zdroje, ze kterých jsem buď parafrázovala, nebo přímo citovala. Přímá citace je v textu vždy označena kurzívou a dána do uvozovek.

2.1 Logika v matematice v RVP ZV

Logika je dle Opavy věda, která se zabývá studiem správného myšlení, jinak řečeno se zabývá otázkami, jak lze správně usuzovat [11 s. 218]. Podle webu education.com je právě matematika tím předmětem, který učí žáky logickému myšlení. Řešením problémových úloh se žáci učí jednotlivým krokům – definování problému, vymyšlení způsobu jeho řešení, implementování řešení a vyhodnocení výsledků, které přispívají k rozvoji dovednosti naučit se řešit problémové situace, se kterými se denně setkávají [7].

Vyučovací předmět matematika nalezneme v RVP ZV ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace. Tato vzdělávací oblast klade důraz na porozumění základním myšlenkovým postupům a pojmům matematiky a vztahům mezi nimi. Důraz ve výuce matematiky na základních školách je kladen na aktivní činnosti při práci s matematickými objekty pro užívání matematiky v reálných situacích.

Vzdělávací obor Matematika a její aplikace a jeho obsah je rozdělen do čtyř tematických okruhů [12 s. 26]:

- Čísla a početní operace (1. stupeň),
- závislosti, vztahy a práce s daty,
- geometrie v rovině a prostoru,
- nestandardní aplikační úlohy a problémy.

Okruh „*Nestandardní aplikační úlohy a problémy*“ je oblast, které se tato diplomová práce nejvíce dotýká. Jak je v RVP uvedeno, řešení problémových úloh je často nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, zároveň ale vyžaduje po žácích uplatnění logického myšlení. „*Žáci se učí řešit problémové situace a úlohy z běžného života, pochopit a analyzovat problém, utřídit údaje a podmínky, provádět situační náčrt, řešit optimalizační úlohy*“ [12 s. 26].

Očekávané výstupy pro výše zmiňovanou oblast jsou definovány až pro druhé období, a to následovně: „*Žák řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky*“ [12 s. 29]. Jako učivo RVP ZV uvádí slovní úlohy, číselné a obrázkové řady, magické čtverce, prostorovou představivost.

2.2 Řešitelské strategie

Eisenmann a kol. uvádí, že řešení úlohy je kognitivní proces, který je možný realizovat jedním ze tří následujících způsobů, a to v přímé závislosti na schopnostech, dovednostech a angažovanosti toho, kdo úlohu řeší [4]:

- Pokus,
- přímý způsob,
- heuristická strategie.

Strategii pokusu označuje Eisenmann a kol. jako nejprimitivnější způsob řešení úlohy, kdy je řešitel motivován pouze z vnějšku. Přímý způsob řešení je založen na schopnosti řešitele aplikovat algoritmus nebo uplatnit naučenou znalost. Při uplatnění heuristické strategie nemá žák znalosti, které by mohl uplatnit při přímém řešení úlohy, je však vnitřně motivován úlohu vyřešit. Některé tyto strategie jsou jednoduché a žáci je mohou využít spontánně, a to na základě předchozích zkušeností [4].

Při řešení logických úloh je dle mého názoru pro žáky 1. stupně výhodné využít řešení pomocí obrázku, kdy si problém nakreslí (načrtnou) a vnímají ho i jinými smysly, než jen sluchem. Další strategie, která se v některých úlohách dá velmi efektivně využít, je metoda experimentu, kdy si žáci úlohu vyzkouší v reálu, např. manipulací s objekty nebo zinscenováním dané situace. Další strategií řešení pro určité typy úloh je využití tabulky, ta už je však dle mého názoru pro žáky náročnější.

Je pravděpodobné, že ne všichni žáci budou schopni samostatně tyto řešitelské strategie uplatnit. Proto jsem zvolila právě projektovou metodu jako prostředek pro rozvoj logického myšlení a s ním spojené schopnosti uplatňování, hledání a kombinování různých řešitelských strategií. Žáci využijí sociálního učení, protože organizační formou projektu budou skupiny, ve kterých se budou žáci vzájemně učit novým věcem. Ne vždy a u všech úloh totiž zvolí všichni členové skupiny shodnou řešitelskou strategii, což bude mít nespornou výhodu v tom, že žáci budou poznávat a aplikovat i jiné možné způsoby řešení, a budou tak získávat nové zkušenosti.

2.3 Výukové metody

Označením výuková metoda rozumíme dle Skalkové způsoby záměrného uspořádání činností jak učitele, tak žáků, které směřují ke stanoveným cílům. Metody jsou prostředkem k realizaci vazby cíle a pedagogického procesu s jeho výsledkem [13 s. 181-182].

Jak uvádí Maňák, výuková metoda je neadekvátnějším operativním nástrojem, který učitel má, protože výuková metoda je zprostředkovatelem zajišťujícím dosažení edukačních cílů [9 s. 21].

Výukové metody lze rozdělovat podle více hledisek. Maňák je rozděluje do tří základních skupin – metody klasické, aktivizující a komplexní, které následně dále dělí.

2.3.1 Klasické metody

Metody slovní

Slovní metody jsou podle Maňáka vyprávění, vysvětlování, přednáška, práce s textem a rozhovor [9 s. 49]. Skalková uvádí, že slovo – ať už mluvené či psané – má v procesu vyučování velký význam. Slovní metody ve výuce vystupují jak samostatně, tak i jako doplňující ke všem ostatním metodám [13 s. 186].

Metody názorně demonstrační

Umožňují žákům přímý styk se skutečností, kterou právě poznávají. Přirozeně rozvíjejí představivost žáků, konkretizují abstraktní pojmy a spojují nové skutečnosti s realitou [13 s. 195]. Maňák sem řadí předvádění a pozorování, práci s obrazem a instruktáž [9 s. 49].

Metody dovednostně-praktické

Tyto metody mají nezastupitelné místo mezi současnými metodami. Vytvářejí totiž základnu pro praktické, technické, pracovní a manipulační aktivity žáků. Řadíme sem metody vytváření dovedností, napodobování, dále manipulování, laborování a experimentování a produkční metody [9 s. 92-103].

2.3.2 Aktivizující metody

Jak uvádí Maňák na Metodickém portálu RVP, z názvu těchto metod vyplývá, že důraz je kladen na bezprostřední účast žáků na procesu výuky, jejich zapojení do aktivit, na myšlení, řešení problémů a na jejich vlastní učební aktivity [10]. Patří sem metody diskuzní, situační, heuristické, metody řešení problémů, metody inscenační a didaktické hry [9 s. 49].

2.3.3 Komplexní výukové metody

Maňák uvádí, že komplexní výukové metody rozšiřují klasické a aktivizační metody o prvky organizačních forem, didaktických prostředků a výrazněji reflektují celkové cíle výchovy a vzdělávání [9 s. 131]. *„Předností komplexních výukových metod je postižení většího úseku didaktické reality ve výuce, tak jak se jeví vnějšimu pozorovateli a praktickému uživateli“*[9 s. 132].

Maňák mezi komplexní výukové metody řadí frontální výuku, partnerskou výuku, individuální a individualizovanou výuku, samostatnou práci žáků, kritické myšlení, brainstorming, výuku dramatem, otevřené učení, učení v životních situacích, televizní výuku, výuku podporovanou počítačem, sugestopedii a superlearning, hypnopedii a projektovou výuku [9 s. 49]. Projektová výuka dle Maňáka částečně navazuje na metodu řešení problémů, ale v jejím pojetí jde o komplexnější problémové úlohy, a také

výukové plány a záměry mají širší praktický dosah. Žáci účastníci se projektu navíc přebírají za své aktivity odpovědnost. Učení v projektech umožňuje volbu rozličných výukových forem [9 s. 168-169].

„Učení v projektech vykazuje značnou pestrost v pojetí projektů, celkově však znamená obohacení metodického repertoáru, neboť představuje cenný příspěvek k alternativní kultuře učení a výuky“ [9 s. 168].

2.4 Projektová metoda

V této kapitole se věnuji projektové metodě – její historii a současnosti. Dále uvádím kritéria, dle kterých projekty dělíme, a vymezuji roli učitele v této metodě. V neposlední řadě se věnuji plánování a realizací projektů, a také přínosům a úskalím, která tato metoda přináší.

2.4.1 Historie projektové metody

Projektová metoda není, jak by se mnohým mohlo zdát, výdobytkem dnešní doby. Jedná se o metodu, jejíž počátek nalezneme na přelomu 19. a 20. století v USA.

Právě přelom 19. a 20. století byl podle Coufalové ve znamení zvyšující se kritiky tzv. „tradiční školy“. Kritické hlasy vyčítaly tradiční škole především nerespektování osobnosti žáka, jeho zájmů, prožitků a individuálních předpokladů [2 s. 7]. Propagátoři reformního hnutí dle Kasperových prosazovali mimo jiné pedocentrismus, svobodnou výchovu, respekt k dítěti, globalizaci ve vyučování a činnostní učení. Právě v tomto období zažila projektová metoda velký rozvoj. U jejího zrodu byl John Dewey, který stál i za koncepcí tzv. progresivní pedagogiky, která za základ výuky pokládá čin [6 s. 113, 118]. Kratochvílová označuje Deweyho za tvůrce teoretického rámce projektové metody. Jak uvádí, vkládal Dewey naději do spojení školy se životem. Školu chtěl „*učinít místem pobytu dítěte, kde se učí přímo životem, místo aby byla jen učebnou, v níž se mu zadávají úkoly, které mají abstraktní povahu a vzdálený vztah k životu*“ [7 s. 27].

Kratochvílová dále zmiňuje, že Dewey definoval jako cíle výuky a vzdělávání snahu o přirozený vývoj a společenskou zdatnost – využívat a zprostředkovávat získané zkušenosti a vzdělání k obohacení každé individuality. Těmto cílům a pojetí výchovy

musela plně odpovídat koncepcce vyučování, výběr učiva a také metody výuky. Základem bylo nalezení takové učební látky, která by jedince zaměstnala ve zvláštních činnostech, aby měla cíl, účel nebo zájem pro člověka samotného, a tak rozvíjela jeho myšlení [7 s. 27]. „V tomto pojetí učební látky nacházíme kořeny projektové výuky – řešení problému, hledání smyslu činnosti a směřování k získaným zkušenostem a realizaci smysluplného díla. Při řešení problémů kladl důraz na problémy pravé a přirozené, které by byly skutečnými problémy žáka“ [7, s. 27–28].

William Heard Kilpatrick, doktor filozofie, pedagog a žák Johna Deweyho, byl zakladatelem projektové metody a dostal pragmatickou pedagogiku do škol. Prosadil její aktivizující obsah vyučování a metody založené na řešení problémů – tzv. projektové metody [7 s. 28]. Kilpatrickovi dle Coufalové nešlo ve výuce o zvládnutí učiva po obsahových stránkách předmětů, ale především o rozvoj osobnosti žáka. Zdůrazňoval význam samotného zájmu žáků a navrhl učební látku koncentrovat v projektech. Projekty měly přímou vazbu na život dětí a na jejich individuální potřeby [2 s. 8]. Kasperovi uvádí, že učební látka v projektech byla seskupena kolem konkrétních úkolů, které děti řešily. Výsledek řešení následně žák představil, konzultoval a porovnával se spolužáky [6 s. 119].

2.4.2 Projektová metoda v české pedagogice

Přelom 19. a 20. století, jenž byl v USA ve znamení reformního hnutí, u nás zcela podléhal tradici a také vlivu herbartovské filozofie a psychologie. Ve výuce převládalo pedantství, potřeby žáků byly přehlíženy. Počátkem 20. století se, pod vlivem celosvětového hnutí a pragmatismu, který k nám pronikal z USA, začaly objevovat snahy o novou, svobodnější školu [7 s. 29].

Předními propagátory projektové metody na našem území byli především Václav Příhoda, Jan Uher, Stanislav Vrána a Karel Velemínský, kteří studovali přímo u Johna Deweyho. Ministerstvem školství bylo od školního roku 1929/1930 povoleno zřízení tzv. pokusných škol, které měly za úkol ověřovat nové přístupy ke vzdělání. A právě zde byla v různých podobách projektová metoda uplatňována. Ve školách začalo docházet jak ke změnám v organizaci – diferencování žáků podle jejich schopností, potřeb a zájmů, tak ke změnám metod, z nichž jedna byla metoda projektová [2 s. 8–9].

Konec 30. let 20. století a okupace Československa dle Kratochvílové zastavuje reformní pedagogické hnutí ve školách a zároveň činnost škol pokusných. Následná vláda Komunistické strany Československa znamenala, že se výchova a vzdělávání staly politickým jevem, založeným na základech vědeckého světového názoru marxismu-leninismu. To na více jak 40 let přerušilo snahy předválečného reformního hnutí a o projektové metodě tak nenalezneme zmínku ani v koncepčních pedagogických dokumentech, ani v odborných textech.

Po roce 1989 změna společenských a politických poměrů způsobila obrat a potřebu jiného způsobu výchovy a vzdělávání. Důvodů ke změně ve školství nebylo málo, největší kritika padala především na přílišnou dominanci autority učitelů, nedocení žák jako osobnosti, mnoho jednostranných a také nevhodných metod ve výuce, přetěžování žáků nadbytečnými informacemi a v neposlední řadě způsob hodnocení. Následovaly tedy změny organizační i koncepční. V 90. letech 20. století se na některých školách opět začíná objevovat projektová výuka. Hlavní propagátorkou byla Jitka Kašová [7 s. 30–33].

2.4.3 Projekty v dnešní době

Pro projektovou metodu je dnes v našich školách dostatek prostoru. Důraz je kladen na činnostní pojetí vyučování, na aktivní podíl žáků na vlastním vzdělávání a rozvoji, a také na řešení takových úkolů, které vycházejí z životních situací, se kterými se žáci běžně setkávají. Zároveň je ale třeba si uvědomit, že ne vše se dá učit pomocí projektové metody. Není totiž možné opomíjet vnitřní systémy věd a předmětů. Je nutné brát ohled na systematizaci učiva, např. v matematice, která vyžaduje systematické strukturování poznatků [2 s. 9].

Na druhou stranu – a tato práce nechť je toho důkazem – projektovou metodu lze na prvním stupni využít v matematice i v případě, že žáci řeší problém, na jehož vyřešení jim jejich dosavadní úroveň znalostí a dovedností zcela nestačí – a to z toho důvodu, že problém je z jiné oblasti matematických dovedností, které ještě nebyly zcela rozvíjeny, ale zároveň tento deficit nebrání žákovi problém úspěšně vyřešit. V mém projektu jde o rozvoj logického myšlení. To se nevyučuje tak, jako např. základní početní operace, což vyplývá z jeho podstaty. Nepředkládáme žákům přesný návod, jak kterou logickou úlohu řešit. K vyřešení úlohy žák potřebuje zkušenosti s takovými úlohami, a také

schopnost propojit si jednotlivé zkušenosti mezi sebou a využít je k řešení zdánlivě odlišných problémových úloh. Pochopitelně, že i logické úlohy často vyžadují k správnému řešení využití určitých konkrétních početních dovedností. Zde je tedy nezbytné respektovat systematizaci učiva a výběr problémových úloh přizpůsobit schopnostem žáků.

2.4.4 Kritéria třídění projektů

Typy projektů je podle Coufalové možné rozlišovat podle různých kritérií – podle účelu, učiva a vyučovacích předmětů. Dále dle organizace, délky trvání, místa konání a navrhovatele.

- Účel projektu – před přípravou každého projektu je nutné si rozmyslet a stanovit to, co bude hlavní cíl. Zda cílem projektu bude získávání nových dovedností, objevení nových poznatků, procvičení dosavadních znalostí a dovedností a jejich uplatňování v pro žáky nových situacích, nebo zda chceme naučit žáky pracovat ve skupině. Je zřejmé, že jednotlivé typy projektů se mohou v jednom projektu překrývat a jeden typ se tak stává součástí typu jiného projektu.
- Učivo a vyučovací předměty – musíme se rozhodnout, zda bude projekt zaměřen na jeden předmět, nebo bude vzájemně propojovat učivo z různých předmětů.
- Organizace – způsob, kterým pojmem organizaci projektu, souvisí s předchozím bodem. Projekt může probíhat v příslušných hodinách, například máme-li projekt zaměřen na jeden předmět, pak bude probíhat v hodinách tohoto předmětu. Projekt lze ale realizovat i mimo daný předmět, obzvláště, pokud v sobě projekt integruje více předmětů.
- Délka trvání – toto kritérium projekty dělí na krátkodobé (s trváním např. jednoho školního dne), střednědobé, které trvají několik týdnů až měsíců a dlouhodobé, které jsou plánované na celý školní rok.
- Místo konání – projekt je možné realizovat ve školní třídě, mimo školu, během školy v přírodě. Práce na projektu může probíhat i v domácím prostředí žáků, kdy navazují na práci, kterou dělali ve škole. Vhodné je i část práce umístit do prostředí, které navazuje přirozeně na spojení s životní realitou, což je jeden ze znaků projektového vyučování.

- Navrhovatel projektu – projekt může vzniknout jako reakce na potřeby a zájmy žáků, takovému projektu říkáme žákovský nebo spontánní. Dalším typem projektů jsou projekty umělé, připravené učitelem. Možná je i vzájemná kombinace těchto typů projektů, kdy úvodní impulz vychází od žáků, nebo učitele a dále je pak rozvíjen druhým subjektem [2 s. 11–12].

2.4.5 Role učitele při projektové výuce

Role učitele je podle Coufalové při projektovém vyučování výrazně jiná než role, kterou má v průběhu tradičního vyučování. Během projektové výuky učitel nepředává žákům hotové poznatky, ale vstupuje do role poradce, který navozuje situace, ve kterých žák sám začne pocíťovat potřebu nového poznání, vytváří takové podmínky, které žákovi umožní objevování. Rozvíjí se tak i samotný vztah mezi učitelem a jeho žáky. Stávají se spíše partnery, kteří společnými silami vytváří dílo, z něhož vyplývá díl odpovědnosti jak pro žáka, tak pro učitele. Jiná je i příprava na vyučování. I sebelepší příprava projektu nám nemůže zaručit to, že během práce bude mít učitel méně práce, protože žáci budou samostatně pracovat a svou práci si i sami organizovat. Často bývá opak pravdou. Projekt totiž s sebou nese spoustu situací, se kterými se dopředu nepočítalo a na které je třeba okamžitě reagovat. A právě tyto nepředvídatelné a neplánované situace se stávají nenahraditelnými při rozvoji žáků [2 s. 12].

2.4.6 Plánování projektu

Plánování projektu hraje významnou roli pro jeho zdárný průběh. Fázi plánování bychom v žádném případě neměli podcenit. Měli bychom jí věnovat dostatek času, protože pouze důkladné a promyšlené plánování je cesta vedoucí k zdárnému průběhu.

- Definování podnětu jako komplexního úkolu nebo problému k řešení. Při stanovení daného projektu je nutné ujasnit si v žákovské rovině základní účel a smysl projektu, který bude odpovídat na otázku: „Proč?“ projekt uskutečnit a pomáhá při definování výstupů projektu. V učitelské rovině je si třeba analyzovat projekt na základě svých předchozích zkušeností z hlediska rozvoje osobnosti žáka ve všech jeho rovinách a definovat si cíle v kognitivní, sociální a psychomotorické rovině.

- Definování výstupu projektu – podoba závěrečného produktu.
- Příprava časového plánu – kdy, jak dlouho, s prodlevami × nepřetržitě.
- Volba prostředí, kde se projekt uskuteční.
- Vymezení účastníků projektu.
- Promyšlení organizace – způsobu, jakým bude projekt realizován a jeho průběh.
- Zajištění vhodných podmínek pro projekt – zajištění materiálu, pomůcek nezbytných pro samotnou realizaci projektu.
- Definování způsobu hodnocení [7 s. 41].

2.4.7 Realizace projektu

Při samotné realizaci projektu by se dle Kratochvílové mělo postupovat podle plánu, který je již v této fázi prodiskutován. Žáci sbírají materiál, který třídí, analyzují, kompletují. Pedagog je v této fázi poradcem, který usměrňuje práci žáků, ale pouze v případě, kdy by hrozil ze strany žáků určitý odklon od jejich záměrů a cílů [7 s. 42].

2.4.8 Prezentace výstupu projektu

Jedná se o prezentaci výsledků, ke kterým žáci dospěli. Výstup může mít podobu písemnou, ústní nebo praktického výrobku. Závěrečným výstupem projektu tedy může být např. kniha, časopis, výstava, model, beseda, přednáška, koncert aj. Samotná prezentace může probíhat jako prezentace pro rodiče, spolužáky ze třídy nebo školy, pro veřejnost [7 s. 42].

2.4.9 Hodnocení projektu

Projekt hodnotíme jako celistvý proces. Od jeho naplánování, přes jeho průběh, až po výsledek, a to jak z pohledu žáků, tak z pohledu učitele. Při hodnocení se opíráme o předem stanovená kritéria. Hodnocení nám slouží také jako pomoc při přípravách dalších projektů [7 s. 42–43].

2.4.10 Přednosti projektové metody

Jednou z předností, která vyplývá z projektů, je integrace učiva. Coufalová uvádí, že: „*Integrace je chápána jako koncentrace učiva, která poskytuje jednotný pohled na daný problém, vytváří mezipředmětové vztahy v rámci zvoleného tématu, umožňuje žákovi chápat skutečnost jako celek a budovat si ucelený obraz okolního světa*“ [2 s. 13]. Integraci v projektové výuce bychom neměli chápat jen jako mechanické spojení předmětů, které se nějakým způsobem prolínají. Integrace by měla respektovat souvislosti a vzájemné vztahy mezi vzdělávacími obsahy předmětů a globálního poznávání.

Další zcela nespornou předností podle Coufalové je motivace žáků. Ta je především v prvních letech školní docházky vnější. Systém vnitřní motivace se utváří až později. Při přípravě projektů bychom měli mít na mysli to, že přeměnu převážně vnější motivace na motivaci vnitřní můžeme podpořit vhodně zvolenými učebními činnostmi. Motivace má v projektové výuce nenahraditelnou roli. Učitel je ve většině projektů na 1. stupni tím, kdo přináší první podnět, představuje žákům problém, zapojuje je do řešení problému. Žáci jsou v této fázi motivováni z vnějšku. Postupem času se při práci na projektu u některých žáků probouzí motivace vnitřní, žáci cítí odpovědnost za práci na projektu, projekt se stává jejich dílem [2 s. 14].

Možnosti, které zvyšují motivaci žáků, jsou dle Lokšových mnohostranné a je jen na učiteli, které metody bude využívat. Mezi principy zvyšování motivace patří i princip skupinové kooperace. Ta se dá velmi efektivně využít právě při skupinové práci na projektech. Dalším principem ke zvyšování motivovanosti žáků, pro jehož aplikaci je projektová metoda jako stvořená, je princip hledání problémů a jejich rozpoznání [8 s. 36, 43].

Další nespornou výhodou, která podle Coufalové vyplývá přímo z podstaty projektového vyučování, je přirozenost a blízkost k životní realitě. Projektová metoda ve své podstatě umožňuje podněcovat aktivitu dětí a zaměřovat jejich úsilí na řešení problémů z reálného života. Na 1. stupni základních škol jsou projekty nejčastěji zaměřeny na upevňování a procvičování učiva, kdy žáci uplatňují to, co se naučili, v reálných situacích. Poznávají tak ale i to, že jim třeba jejich stávající vědomosti nestačí při řešení problémů, že potřebují získat další nové poznatky. Tak se projekt sám o sobě stává motivací pro další učení [2 s. 14].

Přednosti projektové metody – dimenze žáka

Jak uvádí Kratochvílová, projektová metoda umožňuje žákovi: zapojit se do prací na projektu podle jeho individuálních možností, získávat motivaci k učení, rozvíjet samostatnost, získávat zkušenosti pomocí experimentu a praktických činností, učit se pracovat s informačními zdroji, učit se řešit problémy, konstruovat svá poznání, využít svých znalostí a dovedností a získávat nové dovednosti řídicí, organizační, plánovací, hodnotící, získávat celkový pohled na řešený problém, učit se spolupráci, kooperaci, komunikaci, respektu k ostatním, rozvíjí sebezpoznání, sebehodnocení, sebeúctu, pomáhá uvědomit si své místo a své hodnoty, zažít estetický prožitek, rozvíjet tvořivost, aktivitu a fantazii [7 s. 53].

Přednosti projektové výuky – dimenze učitele

Přednosti projektové metody neplynou jen směrem k žákům, ale i k učitelům. Projektová metoda učitelům umožňuje učit se být poradcem, vnímat svého žáka jako celek, rozšířit své organizační dovednosti, používat nové možnosti hodnocení a sebehodnocení [7 s. 53].

Přednosti projektové metody – dimenze procesu učení se

Učení v projektové metodě má kromě teoretické podoby i podobu činnostní, má celostní povahu, koncentruje se kolem určitého jádra, přičemž integruje vědomosti a dovednosti vícero oborů, konstruuje žákovo poznání, respektuje individualitu každého žáka a rozvíjí celou jeho osobnost, vytváří mezi žáky a učitelem partnerský vztah a komunikaci [7 s. 54].

Přednosti projektové metody – dimenze okolního prostředí

Projektová metoda propojuje školu s okolním světem, zapojuje rodiče a okolí do vyučování a zvyšuje jejich zájem o žáka, školu a vyučování. Výstupy projektů následně obohacují nejen žáky a školu, ale také jejich okolí. [7 s. 54].

2.4.11 Úskalí projektové metody

Jako každá metoda ve výuce má i ta projektová svá úskalí. Je nezbytné vědět, jaká to jsou, protože velké spoustě z nich se dá účinně předcházet, a tím se alespoň částečně vyhnout neúspěchům, které by žáky a učitele mohly odrazovat od dalších projektů.

Coufalová definuje, že nejcennější pro žáky jsou projekty spontánní. Ty jsou ale spíše výjimkou. Většina námětů na projekty vychází směrem od učitele. Pokud ale učitel svoje žáky dobře nezná, může se jím připravený projekt minout očekávaným účinkem. Dále je nutné, aby si učitel promyslel jak obsah, tak organizaci projektu. Ovšem, co je důležité, je to, že během samotného průběhu projektu musí učitel odstoupit do pozadí a odtud projekt řídit. A právě to je pro některé učitele velmi náročné. Dalším významným úskalím je, že projektová metoda sice vede ke spolupráci žáků, ale jako taková často vyhovuje žákům nadprůměrným a průměrným. Pokud selže příprava projektu a především schopnost učitele reagovat na situace vzniklé při samotné práci na projektu, může se stát, že se slabší žáci do řešení nezapojí a nechávají práci na ostatních spolužácích [2. s. 19].

Úskalí projektové metody – dimenze žáka

Podle Kratochvílové řešení projektu vyžaduje vysokou časovou dotaci. Žáci často nemají potřebné kompetence, které potřebují k řešení problému, např. dovednost čtení, psaní aj. Dalším úskalím je neschopnost žáků zajistit si příslušné a vhodné zdroje informací. V neposlední řadě je zde třeba uvést fakt, že žák není schopen splnit cíle projektu [7 s. 54].

Úskalí projektové metody – dimenze učitele

Jedním z nejvýznamnějších úskalí projektové metody je časová náročnost přípravy. Náročné je i hodnocení projektu, a to jak z časového hlediska, tak i z pohledu způsobů hodnocení. Kvůli nesystematičnosti a nesoustavnosti budí projektová metoda dojem neschopnosti plnit obsahy vzdělávání. Pokud učitel projekty realizuje pravidelně a často, přičemž spolupráce a podpora ostatních učitelů, vedení školy a rodičů je nedostatečná, může se u něho dostavit ztráta motivace a únava. Projektová metoda vyžaduje po učiteli teoretickou vybavenost, zkušenosti s projekty, schopnost plánování a nároky na spolupráci s okolím [7 s. 54–55].

Úskalí projektové metody – dimenze procesu učení se

Úskalím je nerespektování principu posloupnosti a systematičnosti vzdělávání, opomíjení fází procvičování a opakování. Dále také materiální náročnost, požadavky na úpravu organizace vyučování. Náročný je proces učení na flexibilní jednání žáků i učitele [7 s. 55].

Úskalí projektové metody – dimenze okolního prostředí

Projektová metoda může být svému okolí na obtíž. Okolí, které není o této metodě dostatečně informováno, na ni může nahlížet jako na hru, ne jako na vyučovací proces, kterým ale ve skutečnosti plnohodnotně je [7 s. 55].

2.4.12 Kompenzace nedostatků projektové metody

Na první pohled je z výše uvedeného jasné, že pozitiva plynoucí z projektové metody převažují nad negativy, není žádných pochybností o jejich kvalitách. Nedostatky, které ale často plynou z nedostatečné teoretické vybavenosti učitelů a žáků k řešení projektů a také z nesprávné a nedostatečné informovanosti okolí, můžeme podle Kratochvílové účinně kompenzovat. Především je nutné profesně připravovat učitele na projektovou výuku, zvyšovat povědomí okolí o projektech a prezentovat veřejně výstupy projektů a vytvářet vhodné podmínky pro projektovou výuku, a to pomocí [7 s. 55]:

- Kvalitní přípravy studentů pedagogiky v řešení projektů,
- dalšího vzdělávání pedagogických pracovníků,
- podporou ze strany vedení školy, ostatních pedagogů, rodičů a okolí,
- pečlivé přípravy pedagogů na projekt,
- materiálním a prostorovým zajištěním,
- přístupem k informačním zdrojům,
- výměnou zkušeností mezi pedagogy,
- nadšením pro projektovou výuku a vlastním přesvědčením.

2.5 Příprava projektu

V této kapitole se věnuji samotné přípravě projektu. Nejdříve se zaměřuji na volbu tématu a volbu délky projektu, dále na osnovu a materiální zajištění projektu. Nakonec se věnuji uskutečnění a vyhodnocení projektu.

2.5.1 Volba tématu

Jako první bychom si dle Coufalové měli zvolit téma. Volba tématu je pro projektovou metodu klíčová. Na volbu tématu lze nahlédnout ve třech rovinách – žák nebo

učitel, život nebo fantazie, učivo dané školním vzdělávacím programem nebo situace ze života žáků.

V první rovině – žák nebo učitel – se ve škole nejčastěji setkáváme s variantami, že téma přinese, rozpracuje a předem vše připraví učitel, případně učitel předloží námět, žáci ho přijmou, rozpracují a sami předkládají další náměty. Další možností je, že podnět vzejde od žáků, a ti ho společně s učitelem dále zpracovávají.

Při výběru tématu máme volbu mezi tématem ze života nebo fantazie. Jedním z pilířů projektové metody je propojení prostředí školy se skutečným životem a reálnými situacemi. Zde je nutné si uvědomit, že pro žáky 1. stupně je hranice mezi fantazií a reálným životem nejasná. Žáci jsou schopni plynule přecházet z jednoho do druhého, a proto není důvod projekty založené na dětské fantazii nerealizovat a vyhýbat se jim.

Při rozhodování se mezi tématem plynoucím ze školního vzdělávacího programu, nebo situacemi ze života, hraje roli to, jak k projektu přistupujeme. Pakliže projekt nebereme jen jako něco, čím žákům chceme zpestřit výuku, musí nám zvolené téma umožnit naplnit cíle výchovy a vzdělávání dané Školním vzdělávacím programem, potažmo Rámcovým vzdělávacím programem. Je proto nutné při přípravě projektu velmi pečlivě promýšlet návaznosti jak směrem do minulosti, tak do budoucnosti. Měli bychom dodržet vertikální a horizontální návaznost učiva. Právě to je nezbytné u předmětů jako je matematika, kde se vyžaduje systematické strukturování poznatků.

Na vědomí ale musíme brát i fakt, že přílišná snaha učitele naplnit výchovně-vzdělávací cíle někdy vede k zařazování činností, které jsou absurdní a nemají s realitou běžného života nic společného. Didaktická transformace by měla být taková, aby nenarušovala souvislosti s životní realitou a nevnucovala žákům k řešení absurdní problémy [2 s. 21–23].

2.5.2 Volba délky projektu

V souvislosti působení na žáka je z časového hlediska podle Coufalové vhodnější projekt dlouhodobý. Ten také dává více času a možností na reakci učitele na náměty od žáků. Žáci mají v dlouhodobém projektu více času na volbu strategií řešení problému i na samotné zpracování. Naproti tomu jednodenní projekty, které jsou zařazovány izolovaně, budou jistě zpestřením výuky, ale minimální bude přínos projektu na rozvoj osobnosti

žáka. I tomu se dá však zabránit – pokud učitel běžně ve své výuce využívá i jiné aktivizující metody, které podporují samostatnost a tvořivost žáků při řešení problémů, potom i krátkodobý projekt může mít žádoucí účinek a může být i završením práce žáků [2 s. 25].

2.5.3 Osnova projektu

Při tvorbě osnovy je nutné brát v potaz aktuální úroveň vědomostí a dovedností našich žáků, což po učiteli opět žádá výbornou znalost svých žáků, viz úskalí projektové výuky. To platí především v projektu, kde budou žáci objevovat nové poznatky, protože právě tam budou žáci navazovat a stavět na tom, co již znají a umí. Vyloučit pochopitelně nemůžeme ani to, že žáci sami objeví skutečnost, že se musí napřed naučit něco, co jim dále pomůže při učení něčeho dalšího na toto navazujícího [2 s. 26].

2.5.4 Materiální zajištění projektu

Žáci při práci na projektu pracují volně s informačními zdroji. Při přípravě projektu si tedy musíme uvědomit, jaké informace budou žáci potřebovat získat a zajistit jim dostupnost k těmto informacím. Zřídit můžeme třídní knihovnu, zajistit přístup na internet, dodávat denní tisk aj. Kromě těchto materiálů, zajišťujících získání potřebných informací, je nezbytné zajistit i další materiál, který budou žáci potřebovat. Není ale nutné, a dokonce ani žádoucí, aby učitel chystal žákům, veškeré dostupné materiály, zvláště jde-li o materiály, které si mohou žáci vyrobit sami. Energie, kterou učitel vkládá do přípravy něčeho, co si zvládnou zajistit a připravit žáci sami, by měla být využita jinak, např. do promýšlení cílů projektu a organizování činností žáků [2 s. 27].

2.5.5 Uskutečnění projektu

Samotná práce se ve většině projektů odehrává ve skupinách. Skupiny mohou vznikat jak spontánně, tak řízeně učitelem. Pro komunikaci s učitelem je výhodné, aby si samotní žáci v rámci svých skupin zvolili jednoho zástupce. Toho by měli ostatní členové skupiny respektovat. Respekt ale i skupinovou práci se musí žáci naučit. Z tohoto důvodu je nutné průběžné zařazování úkolů (menšího rozsahu než je projekt), při kterých budou mít možnost se respektu i skupinové práci naučit, do běžné výuky. Určení optimálního

počtu žáků ve skupinách není možné jednoznačně definovat, protože každý projekt vyžaduje jiný typ skupiny [2 s. 27].

2.5.6 Vyhodnocení projektu

Sebereflexe nepřichází na řadu až na konci projektu, ale probíhá po celou dobu jeho trvání. Žáci si odpovídají na otázky: „*Umím to? Dokážu to?*“ Učitel hledá individuální přístupy k žákům v každé fázi projektu, motivuje je, reaguje na nastalé situace. Během práce na projektu se dostávají jak pocity uspokojení, tak pocity nespokojenosti, a to u žáků i učitele. Oba tyto pocity by měly být impulzem k zamyšlení se nad svou prací. Proto chyba nesmí být vnímána jako neúspěch, ale jako podnět pro další práci.

Nejvhodnějším typem hodnocení v projektové metodě je hodnocení slovní. To nám mnohem lépe dokáže postihnout, jak aktivní přístup žák měl, jaký je posun v jeho vědomostech a dovednostech, jaký vliv měla jeho práce na práci celé skupiny. Hodnocení provádíme v průběhu práce i po uzavření určité etapy. U střednědobých a dlouhodobých projektů hodnotíme výsledky za daný den, a následně za celý projekt.

Učitel by měl při hodnocení klást žákům otázky typu: „*Co ses dnes naučil? Co ti nešlo? Chceš se do příště něco naučit? Jaká byla práce ve vaší skupině? Chtěl bys něco na práci skupiny vylepšit? Co se ti v projektu líbilo nebo nelíbilo? Proč? Co příště změnit, aby to bylo lepší?*“ Otázky, které by měl učitel klást sám sobě, jsou např. tyto: „*Bylo pro mé žáky toto téma vhodné? Měla práce na projektu smysl? Přijali žáci téma za své a dále jej rozvíjeli? Umožnil projekt žákům objevit nové poznatky? Podpořil projekt vzájemnou spolupráci žáků? Byla jsem schopna sledovat práci žáků a jejich pokroky? Dokázala jsem žákům poradit v náročných situacích? Umožnil projekt vlastní hodnocení žáků, a to jak v průběhu, tak na závěr? Dostali žáci dostatek prostoru pro hodnocení?*“ [2 s. 27–28].

III Prakticko-výzkumná část

V praktické části této diplomové práce se věnuji rozvoji logického myšlení u žáků třetího ročníku základních škol s využitím projektové metody. Součástí praktické části je definování cílů a vytvoření projektu, pomocí něhož budu rozvíjet logické myšlení žáků.

Ve výzkumné části posuzuji vliv projektové metody na rozvoj logického myšlení u žáků prostřednictvím hry, která ověří či vyvrátí mnou stanovený předpoklad. Další součástí je případová studie jednoho vybraného žáka z výzkumného vzorku a výsledky dotazníkového šetření mezi učiteli prvního stupně vztahující se k využívání projektové metody při výuce matematiky a dále zjišťuje spokojenost učitelů s kvantitou logických úloh v učebnicích a pracovních sešitech, které využívají při výuce, v neposlední řadě také zjišťuje názor učitelů na míru schopnosti jejich žáků řešit logické úlohy.

3.1 Praktická část a její cíle

Tato část diplomové práce představuje po všech stránkách projekt s názvem „*Matematika klíčem ke všem záhadám a tajemstvím*“. Hlavním cílem praktické části diplomové práce bylo vytvoření projektu, který se bude primárně věnovat rozvoji logického myšlení žáků a který zároveň nabídne dvacet problémových úloh, které se dají do hodin matematiky na prvním stupni základních škol zařadit i samostatně, bez nutnosti využití projektu jako takového.

Projekt má i další sekundární cíle jako je rozvoj spolupráce a kooperace žáků, rozvoj komunikačních schopností, respektu k názorům a postojům ostatních žáků. Dále rozvíjí jak matematickou, tak čtenářskou gramotnost žáků na prvním stupni. Vybízí žáky ke kreativě při skupinové práci, upevňuje a vytváří nové vztahy ve třídě.

3.1.1 Vytvoření projektu zaměřeného na rozvoj logického myšlení u žáků

Zpracování projektu se všemi úlohami je přiloženo k této diplomové práci jako samostatný celek (v podobě brožury) tak, aby ho mohl kdokoliv použít při svých hodinách matematiky. Úlohy lze využít i samostatně, jako obohacení výuky bez nutnosti zařazení projektu jako celku.

3.1.2 Projekt „*Matematika klíčem ke všem záhadám a tajemstvím*“

Cíle projektu:

- Rozvoj logického myšlení žáků,
- vytvoření kladného postoje žáků k logickým úlohám,
- rozvoj spolupráce a úcty ke spolužákům,
- rozvoj tvořivosti,
- rozvoj čtenářské a matematické gramotnosti.

Očekávané výstupy:

- Žáci porozumí významu slovních spojení „logické myšlení“, „logické úlohy“,
- žáci si vytvoří vzorce a postupy k řešení určitých typů logických úloh,
- žáci budou umět navrhnout a využít různé postupy řešení úloh,
- žáci budou dodržovat pravidla slušného chování, budou respektovat názory a návrhy ostatních členů skupiny,
- žáci budou umět respektovat stanovená pravidla.

Klíčové kompetence:

- K učení: žák se bude umět přizpůsobit výukovým aktivitám, které jsou dané projektem, žák dokáže propojit dřívější zkušenosti s řešením logických úloh s novými zkušenostmi a využít jich k řešení logických úloh, žák dokáže vyhledat informace z různých informačních zdrojů, které má k dispozici ve třídě, žák bude schopen posoudit svůj osobní pokrok při řešení logických úloh, žák dokáže určit a pojmenovat překážky, které mu brání v řešení logických úloh,
- komunikativní: žák komunikuje úměrně svým schopnostem se členy své skupiny, naslouchá postupům, které ostatní členové skupiny navrhnou, žák se zapojuje do diskuze, kde vhodným způsobem obhajuje svůj názor na řešení dané úlohy, žák se aktivně zapojuje do společenského dění během celého projektu,
- k řešení problémů: žák vybírá vhodnou možnost způsobu řešení úloh a dokáže ji obhájit, žák vyhledává potřebné informace a využívá je k řešení problémových úloh, žák řeší nastalé problémy uvážlivě a s ohledem na celou skupinu, žák dokáže aplikovat postupy, které zná při řešení nových obdobných problémů,

- sociální a personální: žák spolupracuje se svými spolužáky ve skupině, žák se aktivně podílí na vytvoření pravidel spolupráce ve skupině a tato pravidla dodržuje, žák ve skupině přispívá k diskusi při řešení úloh a zpracovávání indicií, žák se podílí na vytvoření příjemné atmosféry ve skupině, navazuje a udržuje vztahy se spolužáky a respektuje je,
- občanské: žák spolupracuje se všemi členy skupiny, nikoho ke spolupráci neodmítá, žák dodržuje základní společenské normy,
- pracovní: žák zachází bezpečně s nástroji a materiály, které používá při výtvarném zpracování indicií, žák pracuje podle instrukcí daných skupinou tak, aby pozitivně ovlivňoval kvalitu práce celé skupiny, žák rozpozná dobře splněný úkol, žák dodržuje zásady bezpečnosti a ochrany zdraví po celou dobu trvání projektu.

Průřezová témata:

Osobnostní a sociální výchova:

- Práce ve skupinách,
- rozvoj mezilidských vztahů,
- podpora vzájemné pomoci a respektu,
- rozvoj schopností poznávání, sebepoznávání, sebepojetí, seberegulace, kreativity.

Výchova demokratického občana:

- Rozvíjí a podporuje komunikativní a prezentační schopnosti a dovednosti,
- vede k uvažování o problémech v širších souvislostech,
- vede ke kritickému myšlení a empatii.

Mediální výchova:

- Rozvíjí komunikační schopnosti při prezentaci projektu,
- přispívá k využívání vlastních schopností při týmové práci,
- přispívá ke schopnosti přizpůsobit vlastní činnost potřebám a cílům skupiny.

Mezipředmětové vztahy:

Český jazyk:

- Rozvoj čtenářské gramotnosti,
- obohacování slovní zásoby o matematické výrazy.

Výtvarná výchova a pracovní činnosti:

- Osvojování si rozličných výtvarných technik (kresba, malba),
- práce s různými druhy materiálů (prostorová tvorba) při výtvarném zpracování indicií.

Prvouka:

- Žáci se pomocí získaných indicií, ze kterých si odvodí heslo, dozvídají informace o králi Václavovi II. a o jeho vztahu k hradu Bezdězu.

Učivo:

- Řešení nestandardních matematických úloh,
- procvičení již známých algoritmů,
- propedeutika rovnic a množinových operací,
- poznávání historie blízkého okolí obce, ve které žijeme,
- řešení různých výtvarných problémů.

Časový plán a prostory:

Projekt bude probíhat v kmenové učebně dané třídy. Časová dotace projektu je dvacet jedna vyučovací hodina.

- Jedna hodina na předoperační test,
- deset hodin na řešení úloh z projektu – 2 úlohy/hodina,
- šest hodin na výtvarné zpracování získaných indicií,
- dvě hodiny na prezentaci výstupů jednotlivých skupin,
- dvě na závěrečnou hru „AZ kvíz“.

Organizační forma:

Žáci vytvoří šest skupin po čtyřech členech. Rozdělení do skupin je řízené učitelem tak, aby se součet bodů, které členové skupiny získali ve vstupním testu, pohyboval v rozmezí 44–46 bodů.

Výukové formy:

Aktivizující skupinová výuka.

Motivace:

Jako motivace bude žákům doručen dopis stylizovaný do středověkých zpráv.

Pomůcky:

Žáci využijí své výtvarné potřeby, které mají ve třídě a které běžně využívají při hodinách výtvarné výchovy a pracovních činností. Učitel dále zajistí materiály, které žáci mohou dle vlastního výběru využít na zpracování indicií – čtvrtky formátu A2, nůžky, lepidlo, barevné papíry, ruličky od toaletního papíru, kartony, krabice různých velikostí, látky, papírové desky na vkládání listů s úlohami. Učitel si dále připraví záznamový arch, do něhož bude zaznamenávat průběh cesty jednotlivých skupin k cíli, viz příloha PIII.

Průběh projektu:

- **Motivace:** Jako motivace bude žákům doručen dopis stylizovaný do středověkých zpráv, a to v podobě pergamenu s pečetí, jehož prostřednictvím neznámý pisatel žádá žáky o pomoc, viz příloha PII.
- **Činnosti žáků:** Projekt probíhá v přesně určených hodinách, a to 3x týdně jednu vyučovací hodinu. Každou tuto hodinu žáci řeší dvě úlohy, které dostává každý člen skupiny vytisknuté na listu papíru. Po vyřešení každé úlohy získávají žáci jednu indicii, která jim pomůže při hádání hesla. Tyto indicie si skupina zapisuje do svých skupinových desek, do kterých zároveň vkládá pracovní listy s úlohami. Kromě těchto hodin pracují žáci na projektu i v hodinách výtvarné výchovy a pracovních činností, kde získané indicie výtvarně zpracovávají a tvoří tak jeden z výstupů projektu – výtvarně pojatou myšlenkovou mapu, která je přivedla k odhalení hesla.
- **Činnosti učitele:** Učitel je během řešení úloh pasivní, do aktivní role přechází ve chvíli, kdy mu žáci předkládají řešení úlohy. Učitel posoudí správnost řešení – pokud je řešení správné, přidá dané skupině tři pole v cestě na záznamovém archu směrem k cíli, pokud řešení není správné, poskytne skupině jednu náповědu k řešení úlohy. Pokud po této náповědě skupina úlohu vyřeší, připíše jim učitel dvě pole na záznamovém archu cesty, pokud je řešení opět nesprávné, poskytne učitel druhou a poslední náповědu. Jestliže skupina po druhé náповědě úlohu vyřeší správně, získává jedno postupové pole, pokud nesprávně, nepostupuje o žádné pole vpřed.

- **Výstupy:** Prezentace výtvarného zpracování všech indicií, které vedly k odhalení hesla. Během prezentace jednotlivé skupiny předkládají ostatním skupinám způsoby řešení, které aplikovaly při řešení úloh. Soustředí se především na úlohy, které jim dělaly potíže a musely při jejich řešení využít nápovědy. Ostatní skupiny, které nápovědy využít nemusely, předávají spolužákům své způsoby řešení. Skupiny si tak vzájemně mezi sebou vymění informace a zkušenosti s řešením problémových úloh.
- **Zakončení projektu:** Příchod herce ztvárnujícího Václava II. do třídy, kde žákům povypráví o svém věznění na Bezdězu. Výlet na hrad Bezděz.

3.2 Výzkumná část a její cíle a obsah

Výzkumná část diplomové práce je zaměřena na ověření či vyvrácení výzkumných předpokladů stanovených před samotným započítím projektu. Cílem této části diplomové práce je potvrdit pozitivní vliv projektové metody na rozvoj logického myšlení u žáků prvního stupně, konkrétně u žáků třetího ročníku, tedy žáků, kteří jsou na konci prvního období prvního stupně.

Obsahem výzkumné části je v prvé řadě stanovení výzkumných předpokladů, dále jsou zde popsány: předoperační test, projekt „*Matematika klíčem ke všem záhadám a tajemstvím*“, závěrečná hra typu AZ kvíz. Je zde uveden popis výzkumného vzorku, průběh a realizace projektu a závěrečné hry.

Další částí je případová studie jednoho žáka z výzkumného vzorku a výsledky dotazníkového šetření mezi pedagogy. Poslední částí je interpretace výsledků a ověření výzkumných předpokladů.

3.2.1 Stanovení výzkumných předpokladů

Výzkumné předpoklady jsem si stanovila tři. Všechny vyplývají z mých dosavadních poznatků, které jsem získala během své učitelské praxe pozorováním žáků při řešení logických úloh.

P1: *Velká část žáků nemá dostatečně rozvinuté logické myšlení.*

Zdůvodnění **P1**:

Většina žáků má velké obtíže při řešení logických úloh. Bez pomoci a nápovědy nejsou ve většině případů schopni úlohy vyřešit správně, a to především proto, že nehledají všechna možná správná řešení, neporozumí zadání nebo nechápou souvislosti.

Ověřovací metoda:

Způsob ověření předpokladu **P1** bude probíhat prostřednictvím předoperačního testu, který bude zadán paralelně ve dvou třídách třetího ročníku. Test je sestaven z patnácti problémových logických úloh. Výsledky tohoto testu mimo jiné stanoví i počáteční úroveň schopnosti řešit logické úlohy. Předpoklad **P1** bude považován za potvrzený, jestliže žáci nezískají v průměru více než 15 bodů, což je zároveň i vstupní bodový vklad každého žáka, viz kapitola 3.2.5 Charakteristika zadávaných úloh – předoperační test. Tento předpoklad bude dále ověřen pomocí dotazníkové šetření mezi pedagogy, viz příloha PIV.

P2: *Žáci většinu úloh řeší metodou pokus-omyl bez dostatečného pochopení zadání a s absencí využití metody experimentu nebo obrázku a bez zpětné kontroly výsledku vzhledem k zadání.*

Zdůvodnění **P2**:

Z mých vlastních předchozích zkušeností jasně vyplývá, že většina žáků se snaží problémové úlohy řešit cestou „nejmenšího odporu“. Často se snaží úlohu řešit tipem. Pokud řešení není správné, tipnou si jiné. Tato řešení navíc velmi často neodpovídají charakteru zadání.

Ověřovací metoda:

K ověření předpokladu **P2** bude sloužit střednědobý projekt, jehož součástí bude dvacet logických úloh. Projekt proběhne už pouze v jedné vybrané třídě třetího ročníku.

P3: *Žáci po předchozí zkušenosti s řešením logických úloh budou schopni aplikovat nové postupy na podobné typy úloh.*

Zdůvodnění P3:

Žáci nahodile zkouší jednotlivé metody, nejsou schopni si uvědomit souvislosti v typově podobných úlohách, jejich postupy jsou víceméně zautomatizované. Po realizaci projektu předpokládám uvědomělé využívání řešitelských postupů.

Ověřovací metoda:

Způsob ověření předpokladu P3 bude probíhat s využitím hry typu AZ kvíz. Této hry se zúčastní opět obě třídy třetího ročníku. Dle mého předpokladu by měla třída, která prošla projektem, aplikovat a zúročit své zkušenosti nabyté v projektu, a získat tak ve hře ta pole, pod kterými budou ukryté logické úlohy. A to proto, že budou při řešení úloh rychlejší, zváží možnosti případných dalších správných řešení a najdou je.

3.2.2 Charakteristika použitých metod

Tato kapitola obsahuje jednotlivé charakteristiky předoperačního testu, projektu „*Matematika klíčem ke všem záhadám a tajemstvím*“ a závěrečné hry AZ kvíz. Jsou zde vymezeny jejich cíle a způsoby provedení.

3.2.2.1 Předoperační test

Cílem předoperačního šetření je stanovení úrovně schopností žáků třetího ročníku základních škol řešit logické úlohy. Toto šetření probíhá současně ve dvou paralelních třídách (dále třída A, třída B). K tomuto účelu jsem sestavila test, viz příloha PI, obsahující patnáct úloh, které jsou zaměřené na využití logického myšlení a úsudku při řešení daných úloh, dále schopnosti správně porozumět a zpracovat informace obsažené v zadání každé úlohy, jež vedou k jejímu správnému vyřešení. Test řeší každý žák samostatně s časovou dotací 45 minut. Jednotlivé úlohy jsou ohodnoceny určitým počtem bodů dle jejich obtížnosti, podle které jsou v testu i řazeny. Prvních pět úloh je ohodnoceno jedním bodem, dalších pět dvěma body a posledních pět třemi body. Výjimkou jsou úlohy číslo 9 a 15, které se bodují dle pokynů u nich uvedených, viz kapitola 3.2.5 Charakteristika zadávaných úloh – předoperační test. Za každou správně vyřešenou úlohu získávají žáci určený počet bodů, za každou chybně vyřešenou úlohu se žákům odečítá jeden bod, za každou nevyřešenou úlohu se nezískává ani neodečítá žádný

bod. Aby se žáci nedostali do mínusových bodů, každý žák obdrží na počátku 15 bodů. Maximální počet bodů je 45.

Výsledky tohoto testu slouží nejen ke stanovení úrovně počátečních schopností k řešení logických úloh u žáků ve třídách A i B, ale i k vytipování nejproblematictějších úloh, se kterými měli žáci největší problémy při řešení, a dále způsobů řešení jednotlivých úloh. Výsledky testu jsou také vodítkem k vytvoření skupin, nyní již jen ve třídě A, které budou pracovat na projektu. Ty budou sestaveny tak, aby v každé skupině byli žáci, kteří v testu získali nadprůměrný, průměrný i podprůměrný počet bodů. Z motivačního hlediska žáci nebudou obeznámeni s klíčem, podle kterého jsou skupiny tvořeny.

3.2.2.2 Projekt „*Matematika klíčem ke všem záhadám a tajemstvím*“

Projekt je koncipován jako výprava za záchranou neznámého vězně, uvězněného neznámo kde. Vězeň je osvobozen ve chvíli, kdy žáci odhalí jeho jméno a místo, kde je vězněn. Toto odhalí pomocí indicií, které dostanou za každou správně vyřešenou úlohu. Jednotlivé úlohy budou žákům zasílány jako listy od neznámého vězně. Samotným listům bude předcházet doručení dopisu od onoho neznámého vězně, který poslouží jako úvodní motivace, viz příloha PII.

Jelikož se naše škola nachází ve městě Bělá pod Bezdězem, které má velmi bohatou a pestrou historii, projekt se týká hradu Bezděz. Neznámý vězeň, který prostřednictvím úvodního motivačního dopisu požádá žáky o pomoc, je Václav II., který byl na Bezdězu vězněn v dětských letech.

V projektu budou žáci řešit dvacet úloh, které jim bude vždy po dvou dvakrát týdně neznámý posílat. Za správné vyřešení získá skupina indicii, kterou výtvarně zpracuje a umístí na čtvrtku formátu A2, která bude na konci tvořit výstup z celého projektu a který budou jednotlivé skupiny prezentovat. Aby nedocházelo k přenosu informací a správných řešení mezi jednotlivými skupinami, musí skupiny obě obdržené úlohy vyřešit za jednu vyučovací hodinu. Pokud nebudou skupiny schopné úlohy v daném čase vyřešit, obdrží ode mě nápovědu – maximálně dvě nápovědy na jednu úlohu. Ta ovšem bude znamenat zdržení v cestě, která se bude zaznamenávat každé skupině. Skupina postupuje ve čtvercovém poli kupředu o tři místa svisle nahoru vždy, když vyřeší úlohu. Pokud využije skupina jednu nápovědu, po které úlohu vyřeší, posouvá se nahoru o dvě pole. Pokud využije skupina obě nápovědy, po kterých úlohu

vyřeší, posouvá se o jedno pole nahoru. V případě, že skupina nebude ani po dvou nápovědách úlohu schopna správně vyřešit v daném čase, neposouvá se nikam. List se záznamy cest (viz příloha PIII) jednotlivých skupin bude umístěn ve třídě na nástěnce. K osvobození neznámého je tedy nutná i co nejrychlejší cesta.

Dvojice úloh, které jsou doručovány žákům, mají stejný nebo velmi podobný didaktický cíl stanovený tak, aby byla rozvíjena vždy určitá oblast matematického myšlení. Na řešení úloh se podílí celá skupina společně. Některé z úloh jsou ale koncipovány tak, aby každý člen skupiny vyřešil svou část, se kterou mu ostatní nepomáhají, z těchto dílčích řešení se posléze získá řešení celé úlohy.

Indicie, získané za správně vyřešené úlohy a následně výtvarně zpracované, napoví žákům hesla, kterými jsou Václav II. a Bezděz. Indicie jsou uvedeny u každé úlohy, viz kapitola 3.2.6 Charakteristika zadávaných úloh – projekt.

Jak je vidno, projekt kromě rozvíjení logického myšlení podporuje mezipředmětové vztahy hned několika vzdělávacích oblastí, kromě oblasti Matematika a její aplikace se jedná o oblasti: Člověk a jeho svět (prvouka), Umění a kultura (výtvarná výchova), Člověk a svět práce (pracovní činnosti) a Jazyk a jazyková komunikace (český jazyk). Dále posiluje a rozvíjí vztahy mezi žáky, vzájemnou komunikaci, toleranci a úctu k ostatním. Tímto způsobem jsou dále rozvíjeny klíčové kompetence.

3.2.2.3 Hra AZ kvíz

Hra inspirovaná stejnojmennou televizní soutěží poslouží k porovnání obou tříd třetího ročníku – a to třídy A, která pracovala na projektu a řešila úlohy a třídy B, která se projektu nezúčastnila. Hra, její průběh a výsledky, zodpoví předpoklad **P3**.

Ve hře je šestnáct otázek, které skrývají matematické úlohy. Úlohy jsou zaměřené nejen na logickou úvahu, ale z části i na běžné matematické úlohy a příklady. Obě třídy vytvoří n-členné týmy, které budou mezi sebou soutěžit. Pravidla jsou téměř shodná s televizní soutěží. Všech 16 soutěžních polí skrývajících úlohy je seskupeno do podoby trojúhelníku. Týmy střídavě vybírají pole a řeší úlohy. Pokud tým, který volil pole, správně vyřeší úlohu v časovém limitu deseti minut, získává bod pro svou třídu. Pokud se mu úlohu vyřešit nepodaří, dostává příležitost soupeř, který začal úlohu řešit zároveň

s vybírajícím týmem, čili nedostává žádný čas na řešení, jen na odpověď. Cílem je správně zodpovědět co nejvíce otázek, a získat tak co nejvíce bodů.

Úlohy jsou pod čísla označující jednotlivá pole vkládána zcela náhodně, protože i žáci volí náhodně, a tudíž není možné předvídat, která pole si která skupina zvolí. Úlohy, které nejsou přímo zaměřeny na logické uvažování, jsou do hry vloženy záměrně proto, aby i žáci třídy B měli možnost úspěšně vyřešit takové matematické úlohy, se kterými se v běžné výuce setkávají a neztráceli tak motivaci a chuť do soutěžení.

Hra je interaktivní, žáci vyberou pole, které se otočí a odhalí otázku. Po správném zodpovězení otázky, tedy vyřešení úlohy, se týmu připíše bod v podobě smajlíku. Protože by bylo pro žáky velmi obtížné řešit úlohy pouze z interaktivní tabule, každý tým vždy dostane danou otázku vytištěnou na papíře, který jim zároveň poskytne prostor pro písemné řešení. Po zodpovězení otázky se žákům zobrazí správná odpověď i s různými možnostmi řešení. Protože několik úloh je vhodné řešit experimentálně, dám každé třídě na začátku hry k dispozici papíry, nůžky a kostky – to vše bez dalších doplňujících instrukcí.

3.2.3 Charakteristika výzkumného vzorku

Pro výzkumnou část diplomové práce jsem si zvolila dvě třetí třídy ze Základní školy Bělá pod Bezdězem, příspěvková organizace, kde zároveň pracuji jako učitelka. Ani v jedné z těchto tříd nevyučuji žádný předmět. Nicméně žáci obou tříd mě znají a já znám je. Třída, kterou označuji dále jako B, se bude v experimentu účastnit předoperačního testu a následně až závěrečné hry. Projekt je určen pouze pro třídu, kterou nadále označuji jako třídu A.

Do třídy A chodí 24 žáků, z toho 10 dívek. Jeden žák má diagnostikováno ADHD. Poruchy učení ve třídě u nikoho diagnostikovány nejsou. Ve třídě nejsou řešeny žádné závažnější problémy a to ani v rovině kázeňské, ani v rovině prospěchové. Kolektivní vztahy jsou dobré. Je zde několik skupinek, které jsou celkem pevně dané, ovšem nijak nepřátelské k ostatním skupinám. Dále je tu pár jedinců, kteří nepatří do žádné skupiny, ale úplně mimo kolektiv nestojí.

V této třídě projekt jako takový prozatím nikdy realizován nebyl. Žáci jsou ale zvyklí na práci ve skupinách. Třída je velmi tvořivá a ráda se realizuje ve výtvarné

výchově a pracovních činnostech. Jejich třídní učitelka, Mgr. Blanka Řepková, mi potvrdila moje pohnutky vedoucí ke stanovení předpokladu **P2** – podle jejího sdělení má s touto třídou obdobné zkušenosti s řešením logických úloh, jako mám já, kdy její žáci tyto úlohy řeší bez nadšení a také využívají především metodu pokus-omyl, přičemž se snaží mít tyto úlohy vyřešené co nejrychleji.

V předoperačním testu získala třída A 273 bodů. Při počtu 24 žáků je průměrný počet bodů na jednoho žáka 11, 38 bodů. Klíč pro vytvoření vyrovnaných skupin je, že součet bodů jednotlivých žáků ve skupině dosahuje 44 až 46 bodů při počtu šesti skupin po čtyřech žácích. Třída B dosáhla v předoperačním testu 278 bodů při počtu 21 žáků. Průměrně tedy připadá na jednoho žáka 13, 24 bodů. Z toho vyplývá, že je na tom třída B v úspěšnosti řešení logických úloh lépe než třída A, ve které bude probíhat projekt.

3.2.4 Realizace experimentu

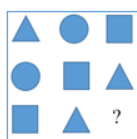
První fází experimentu bylo zadání předoperačních testů paralelně v obou třídách. Toto proběhlo v září roku 2020. Druhou fází experimentu byl projekt s názvem „*Matematika klíčem ke všem záhadám a tajemstvím*“, který probíhal v období, kdy byli žáci třetích ročníků fyzicky ve škole, a to od 23. 11. 2020 do 15. 12. 2020. Závěrečnou fází byla soutěžní hra typu AZ kvíz, která měla prokázat, že třída A, která prošla projektem, dokáže aplikovat a zúročit své získané zkušenosti při řešení logických úloh v projektu a ve hře tak dosáhne lepších výsledků než třída B, ve které projekt realizován nebyl.

Pro odlišení jednotlivých úloh v předoperačním testu, projektu a AZ kvízu jsou úlohy značeny následovně: úlohy v předoperačním testu PT1 až PT15, v projektu PR1 až PR20, v AZ kvízu AZ1 až AZ16.

3.2.5 Charakteristika zadávaných úloh – předoperační test

Část úloh, ze kterých je složen předoperační test, je převzata a mnou modifikována z publikace od Václava Fořtíka: *Zábavná matematika a logika pro bystré děti*. V textu a seznamu zdrojů je tato kniha označena [5]. Jedná se o úlohy PT4, PT6, PT7, PT8, PT12, PT13, PT14 a PT15.

PT1 Dopln správný tvar, který patří místo otazníku. (1 bod)



Obr. 1 Zadání úlohy PT1

Didaktický cíl: Koncepční identifikace tvarů a nalezení pravidla, podle kterého jsou tvary řazeny v jednotlivých řadách a sloupcích.

Sledované kompetence: Žáci identifikují geometrické útvary, které mají před sebou, dokáží si uvědomit, že jejich umístění v řadách a sloupcích není náhodné, ale řídí se určitým pravidlem. Toto pravidlo jsou následně schopni aplikovat, aby odvodili, který tvar patří namísto otazníku.

Řešení: Namísto otazníku patří kruh. V každé řadě i sloupci se vždy nachází právě jeden kruh, právě jeden trojúhelník a právě jeden čtverec.

PT2 Dopln, co patří místo otazníku. (1 bod)



Obr. 2 Zadání úlohy PT2

Didaktický cíl: Koncepční identifikace tvarů, abstrakce vzorů (aplikace a konkretizace vzoru).

Sledované kompetence: Žáci jsou schopni objevit pravidlo, podle kterého je symbolická řada utvářena. Toto pravidlo pak dokáží aplikovat, aby odvodili, který symbol je nahrazen otazníkem.

Řešení: Místo otazníku patří ◀. Pravidlo je, že se střídají 4 znaky v pořadí zleva doprava.

PT3 Vyřeš úlohu. (1 bod)

Součet dvou čísel je 20, jejich rozdíl je roven 8. O jaká čísla se jedná?

Didaktický cíl: Propojení matematické a čtenářské gramotnosti, práce s textem, vnímání matematických operací, kombinace dvou podmínek.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží uvědomit, co je součet, rozdíl a jsou schopni tyto dvě operace vhodně zkombinovat, aby došli ke správnému výsledku.

Řešení: Řešením jsou čísla 14 a 6. Neboť $14 + 6 = 20$; $14 - 6 = 8$.

PT4 Urči, které z nabízených slov patří mezi slova modře napsaná. (1 bod)

[vlastní modifikace dle 5 s. 45]

MRKEV, PAPRIKA, TŘEŠEŇ, KVĚTÁK

JABLKO, HRUŠKA, ŠVESTKA

Didaktický cíl: Koncepční identifikace znaku, klasifikace pojmů, schopnost porovnat, analyzovat na základě společné vlastnosti.

Sledované kompetence: Žáci jsou schopni nalézt společný znak modře zapsaných slov, tj. prvků jedné množiny – ovoce.

Řešení: Třešeň – jediné ovoce. Zbývající zmíněná slova označují zeleninu.

PT5 Dopln, který znak patří místo otazníku. (1 bod)

-	+	×
+	×	-
×	-	?

Obr. 3 Zadání úlohy PT5

Didaktický cíl: Úloha je založena na stejném principu jako úloha 1 – koncepční identifikace znaků a nalezení pravidla, podle kterého jsou znaky řazeny v jednotlivých řadách a sloupcích. V této úloze se ale navíc přidává i vnímání barev. Podmínky pro zachování pravidla jsou tedy již dvě – znaky a barvy.

Sledované kompetence: Žáci jsou schopni propojit dva aspekty – tvar a barvu. Dokáží identifikovat jednotlivé znaky, objevit a následně aplikovat pravidlo, které určuje jejich umístění.

Řešení: Místo otazníku patří červené plus \oplus . V každé řadě a sloupci je právě jeden znak modrý, jeden červený, jeden zelený. Dále je v každé řadě a sloupci jedno plus \oplus , jedno krát \otimes a jedno minus \ominus .

PT6 Dopln̄ správné číslo, které patří místo otazníku. (2 body) [vlastní modifikace dle 5 s. 27]



Obr. 4 Zadání úlohy PT6

Didaktický cíl: Objevení společného znaku mezi čísly, aplikace poznatku.

Sledované kompetence: Žáci jsou schopni uvědomit si vztah mezi stejně barevnými výsečemi s čísly, které v osmiúhelníku stojí naproti sobě, tento vztah potom dokáží aplikovat, aby zjistili, které číslo chybí.

Řešení: Místo otazníku patří číslo 4. V horní polovině osmiúhelníku jsou čísla, ze kterých po vynásobení číslem 2 získáme číslo, které stojí v osmiúhelníku naproti násobenému číslu a má stejnou barvu.

PT7 Vyřeš úlohu. (2 body)

Na dvoře bylo 40 nohou a 16 hlav. Kolik by tam mohlo být slepic a koz? [vlastní modifikace dle 5 s. 55]

Didaktický cíl: Rozvoj kombinatorického myšlení – systematické zvažování a hledání různých kombinací, propedeutika diofantických rovnic, rozvoj schopnosti porozumět slovnímu zadání úlohy, práce s tabulkou.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží uvědomit, kolik nohou má slepice, kolik koza a jaký je celkový počet zvířat na dvoře. Žáci jsou schopni najít způsob, jakým budou vhodně kombinovat počty zvířat, aby splnili podmínky zadání. Žáci budou schopni systematicky měnit údaje – na jedné straně přidávat a na straně druhé ubírat.

Řešení: Kozy jsou 4, slepic je 12, viz ukázka řešení Obr. 5.

kozy	1	2	3	4	5	6	7	8
slepice	15	14	13	12	11	10	9	8
nohy								
celkem	34	36	38	40	42	44	46	48

Obr. 5 Tabulkové schéma k řešení úlohy PT7

PT8 Vyřeš úlohu. (2 body)

Ve čtyřech domech vedle sebe bydlí čtyři lidé. Při pohledu na domy zepředu platí, že: [vlastní modifikace dle 5 s. 53]

Pan Jan bydlí víc napravo než pan Karel.

Pan Karel a paní Zuzana nejsou sousedé.

Paní Simona bydlí třetí zleva.

Doplň jména do domů:



Obr. 6 Zadání úlohy PT8

Didaktický cíl: Rozvoj pravolevé orientace, uspořádání prvků, relace, práce s textem.

Sledované kompetence: Žáci dokáží využít logickou úvahu, která povede k vyřešení úlohy.

Řešení:



Obr. 7 Ukázka řešení úlohy PT8

PT9 Označ pravdivou větu: (2 body)

- a) Sestra mojí matky je má teta.
- b) Matka mého otce je má babička.
- c) Syn mé matky je můj bratranec.
- d) Syn mého dědečka je můj bratr.

Didaktický cíl: Rozvoj logického úsudku, argumentace, uvědomování si možnosti vícero správných řešení. Práce s textem.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží správně roztrždit informace, které mají, dále si jsou schopni uvědomit, že se jedná o čtyři rozdílné celky, které musí posuzovat odděleně.

Řešení: Pravdivé věty jsou možnosti a, b. Nepravdivé věty jsou možnosti c, d. Syn mé matky je můj bratr nikoliv bratranec. Syn mého dědečka je můj otec nebo strýc, nikoliv bratr.

Způsob hodnocení: Tato úloha je hodnocena dvěma body. Ty žáci získají v případě, že označí obě správné možnosti. Pokud označí pouze jednu správnou možnost, bude jim přidělen jeden bod.

PT10 Doplně do řady správné číslo místo otazníku. (2 body)

1 2 3 5 8 13 ? 34

Obr. 8 Zadání úlohy PT10

Didaktický cíl: Rozvoj schopnosti analyzovat logické řady a vztahy mezi čísly.

Sledované kompetence: Žáci dokáží objevit pravidlo, které tvoří číselnou řadu a správně ho aplikovat, aby zjistili, které číslo v řadě chybí.

Řešení: Do řady patří místo otazníku číslo 21. Pravidlo je, že každé číslo počínaje třetím, je součtem dvou předchozích.

PT11 Vyřeš úlohu – které číslo představuje: ■, ●, ▲? (3 body)

● + ● = 10	■ = ?
▲ + ● = 7	● = ?
■ + ▲ = 6	▲ = ?

Obr. 9 Zadání úlohy PT11

Didaktický cíl: Propedeutika rovnic, jejich soustav a metod řešení.

Sledované kompetence: Žáci jsou schopni si uvědomit, že je nutné respektovat určitá pravidla a správně vyhodnotit informace, které mají k dispozici. Dále dokáží propojit symbol s číselným znakem.

Řešení: ● = 5; ▲ = 2; ■ = 4

PT12 Vyřeš úlohu. (3 body)

Adam, Marie, Dominik a Lucka jsou sourozenci. Každý je jinak starý. Seřad' je od nejstaršího, když víš, že: Adam se narodil hned po Marii. Lucka je druhá nejstarší.
[vlastní modifikace dle 5 s. 53]

Didaktický cíl: Rozvoj chápání vztahů mezi prvky, logický úsudek, práce s textem.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží správně roztrdit informace, které mají k dispozici a vzájemně zkombinovat všechny podmínky, které vyplývají ze zadání.

Řešení: Dominik – Lucka – Marie – Adam.

PT13 Vyřeš úlohu. (3 body)

Všechny mé kočky až na dvě jsou bílé. Všechny mé kočky až na dvě jsou černé. Všechny mé kočky až na dvě jsou mourovaté. Kolik mám koček? [vlastní modifikace dle 5 s. 51]

Didaktický cíl: Rozvoj schopnosti přeformulování tvrzení, formulace ekvivalentních výroků (tvrzení), rozvoj logického úsudku.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží zadání přeformulovat tak, aby oba výroky měly stejnou platnost – výrok „*Všechny mé kočky až na dvě jsou bílé.*“ přeformulují následovně: „*Dvě z mých koček nejsou bílé.*“

Řešení: Kočky mám tři – jednu bílou, jednu černou a jednu mourovatou.

PT14 Vyřeš úlohu. (3 body)

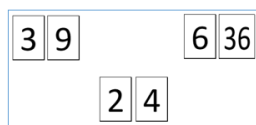
Dívám se na fotografii a vidím sebe a své dítě, ale nevidím syna. Kdo je na fotografii?
[vlastní modifikace dle 5 s. 43]

Didaktický cíl: Rozvoj schopnosti porozumět textu, představivosti, logického úsudku.

Sledované kompetence: Žáci si umí představit, jako kdo se dívají na fotografii a jsou schopni si uvědomit vztahy mezi jednotlivými prvky.

Řešení: Na fotografii jsem já a moje dcera.

PT15 Najdi další dvojice, které sem patří. (3 body) [vlastní modifikace dle 5 s. 21]



Obr. 10 Zadání úlohy PT15

Didaktický cíl: Rozvoj chápání vztahů mezi dvěma prvky, uvědomování si možnosti vícero správných řešení.

Sledované kompetence: Žáci dokáží nalézt vztah mezi dvěma prvky, který je platný ve všech udaných dvojicích. Z něho jsou následně schopni vyvodit další dvojice. Žáci si uvědomí, že pravidlo je obecné a že z jeho aplikace lze vyvodit nekonečně mnoho dvojic.

Řešení: Pravidlem je, že číslo vpravo je druhou mocninou čísla vlevo, respektive svým vlastním násobkem. Dvojice, které mohou být řešením, jsou např.: 1-1; 4-16; 5-25; 7-49.

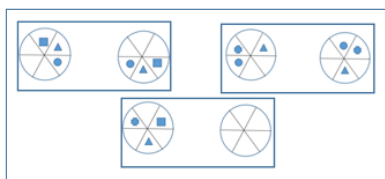
Způsob hodnocení: Úloha je ohodnocena třemi body. Ty žáci získají v případě, že uvedou alespoň dvě možná správná řešení. V případě, že uvedou právě jedno správné řešení, získají body dva.

3.2.6 Charakteristika zadávaných úloh – projekt

Část úloh, které jsou použity v projektu, je inspirována a mnou dále modifikována publikací od Václava Fořtíka: *Zábavná matematika a logika pro bystré děti*. V textu a v seznamu zdrojů je tato kniha označena [5]. Jedná se o úlohu PR1.

Úlohy PR4, PR8, PR10, PR11, PR14, PR16, PR19 a PR20 jsou převzaty a mnou upraveny z publikace od Ireny Budínové, Růženy Blažkové, Mileny Vaňurové a Heleny Durnové: *Matematika pro bystré a nadané žáky: úlohy pro žáky 1. stupně ZŠ, jejich rodiče a učitele*. V textu a v seznamu zdrojů je tato kniha označena [1]. Úlohy PR6 a PR18 jsou z této publikace převzaty doslovně.

PR1 Dokresli tvary do prázdného kruhu. [vlastní modifikace dle 5 s. 38]



Obr. 11 Zadání úlohy PR1

Didaktický cíl: Koncepční identifikace tvarů a nalezení pravidla, podle kterého se řídí poloha jednotlivých symbolů. Rozvoj usuzování a systematičnosti.

Sledované kompetence: Žáci dokáží identifikovat jednotlivé symboly a jsou schopni nalézt pravidlo, které řídí jejich umístění v kruhu, a účinně ho aplikovat.

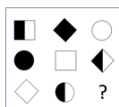
Řešení: Umístění symbolů se otočí o dvě pole po směru hodinových ručiček.



Obr. 12 Ukázka řešení úlohy PR1

Indicie: KRTEK

PR2 Doplně správný tvar místo otazníku.



Obr. 13 Zadání úlohy PR2

Didaktický cíl: Koncepční identifikace tvarů a nalezení pravidla, podle kterého jsou tvary řazeny v jednotlivých sloupcích a řadách.

Sledované kompetence: Žáci jsou schopni si uvědomit, že řazení jednotlivých tvarů do sloupců a řad je řízeno dvěma pravidly. Jedno pravidlo ovlivňuje samotné umístění tvarů a druhé část jeho vybarvené plochy. Žáci tyto dva aspekty dokáží propojit.

Řešení: ■ V každém sloupci a řadě se vždy nachází právě jeden čtverec, jeden kruh a jeden čtverec postavený na vrchol. Vybarvení jejich ploch je také řízeno pravidlem – v každém sloupci a řadě je právě jeden tvar vybarven celý, právě jeden je vybarven z jedné poloviny a právě jeden je nevybarven.

Indicie: KÁMEN

PR3 Vyřeš úlohu.

Na náměstí stojí 4 domy. Jeden je zelený, jeden žlutý, jeden modrý a jeden bílý. V jednom z těchto domů bydlí Vítek. Při pohledu zepředu platí, že jeho dům nestojí vedle žlutého domu, je více vpravo než modrý dům, ale zároveň více vlevo než dům bílý. Žlutý dům stojí nejvíce vlevo ze všech ostatních domů. Kde bydlí Vítek a jakou barvu má jeho dům?



Obr. 14 Zadání úlohy PR3

Didaktický cíl: Rozvoj pravolevé orientace, uspořádání prvků, relace, porozumění textu.

Sledované kompetence: Žáci využívají logickou úvahu a jsou schopni správně pracovat s textem zadání.

Řešení: Vítek bydlí v zeleném domě.



Obr. 15 Ukázka řešení úlohy PR3

Indicie: VĚŽ

PR4 Vyřeš úlohu.

V autobuse na prvních dvou sedačkách sedí za sebou čtyři děti. Adam, Jana, Matyáš a Lenka. Při pohledu ze zadní části autobusu platí, že Adam nesedí před Janou, Matyáš nesedí před Adamem, Lenka sedí vlevo vedle Jany, Jana sedí za Matyášem. Jak děti sedí v autobuse? [vlastní modifikace dle 1 s. 55]

Didaktický cíl: Rozvoj schopnosti vyhodnocovat a analyzovat dané informace, rozvoj logické úvahy. Rozvoj představivosti a prostorového vnímání – před, za, vpravo, vlevo.

Sledované kompetence: Žáci dokáží analyzovat a uspořádat prvky a najít systém, podle kterého jsou prvky uvedeny v zadání úlohy.

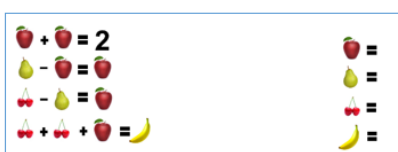
Řešení:

Adam	Matyáš
Lenka	Jana

Obr. 16 Ukázka řešení úlohy PR4

Indicie: BRÁNA

PR5 Nahrad' symboly ovoce čísly tak, aby příklady byly správně. Každý symbol ovoce představuje různé číslo.



Obr. 17 Zadání úlohy PR5

Didaktický cíl: Propedeutika rovnic, jejich soustav a metod řešení. Rozvoj systematického řešení, rozmyšlení a usuzování.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží uvědomit, že k vyřešení úlohy je nutné respektovat určitá pravidla, dále jsou schopni správně vyhodnotit informace, které mají k dispozici a dokáží správně propojit symbol s číselným znakem.

Řešení: V případě, že jablko plus jablko se rovná 2, je snadno odvoditelné, že jablko odpovídá 1. Od tohoto výpočtu se odvíjí další výpočty, kdy si žáci postupně dosazují za symboly konkrétní čísla, která si před tím odvodili.

Jablko ~ 1, hruška ~ 2, třešně ~ 3, banány ~ 7



Obr. 18 Ukázka řešení úlohy PR5

Indicie: KAPLE

PR6 Místo písmen A, B, C dosad' číslice tak, aby byl příklad správně. Písmena A, B, C představují různé číslice. [1 s. 31]

$$\begin{array}{r} ABC \\ CCC \\ \hline 964 \end{array}$$

Obr. 19 Zadání úlohy PR6

Didaktický cíl: Rozvoj logického úsudku a zdůvodňování, dedukčního způsobu myšlení, operací s přirozenými čísly.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží uvědomit, kterou matematickou operaci jim předkládá zadání, aplikují zákonitosti a pravidla písemného sčítání. Žáci jsou schopni nahradit písmena čísly tak, aby dané zákonitosti dodrželi. Dále si dokáží uvědomit, že A a C nemohou být rovny nule.

Řešení: Existují dvě řešení:

- 1) $A = 7; B = 4; C = 2$
- 2) $A = 1; B = 8; C = 7$

Indicie: STUDNA

PR7 Uspořádej následující věty tak, aby šly co nejlogičtěji za sebou.

- A) Hodila jsem po Pepovi bačkoru, ale ta vylétla otevřenými dveřmi na chodbu.
- B) Ráno jsem přišla do školy a v šatně se přezula do bačkor.
- C) Když zazvonilo na konec hodiny matematiky, paní učitelka odešla ze třídy a nechala otevřené dveře.
- D) Pepa mi vzal z lavice penál a utíkal ke dveřím.
- E) První hodinu jsme měli matematiku.
- F) Paní učitelka se vrátila do třídy s mou bačkorou v ruce. Trefila ji do zad, když stála na chodbě. Dostala jsem poznámku.

Didaktický cíl: Vytváření správného úsudku a práce s textem.

Sledované kompetence: Žáci jsou schopni si pozorně přečíst text, najít v něm logické časové návaznosti a vytvořit správnou dějovou linku.

Řešení: B – E – C – D – A – F

Indicie: CIMBUŘÍ

PR8 Vyřeš úlohu.

Jaké číslo následuje v řadě místo otazníků? Každý ze skupiny řeší pouze jedno zadání. Po vyřešení všech číselných řad, sečtete čísla, která jste doplnili, a tak získáte řešení tohoto úkolu. [vlastní modifikace z 1 s. 50]

A) 1 2 4 7 11 ?
B) 1 3 9 27 ? 3 1
C) 1 1 2 3 5 8 13 ?
D) 4 7 14 17 24 27 ?

Obr. 20 Zadání úlohy PR8

Didaktický cíl: Rozvoj schopnosti analyzovat logické řady a vztahy mezi čísly.

Sledované kompetence: Žáci dokáží odhalit pravidlo, podle kterého je číselná řada tvořena a toto aplikovat tak, aby získali číslo chybějící v řadě.

Řešení:

A) 16; řada s postupně rostoucím rozdílem

B) 9; zrcadlová řada

C) 21; následující člen je součtem předchozích dvou členů

D) 34; kombinovaná řada, dvě na sobě nezávislé řady vložené do sebe, řídící se jedním pravidlem, v tomto případě přičítáme číslo 10.

$$16 + 9 + 21 + 34 = 80$$

Indicie: KAPLIČKY

PR9 Urči číslo, které patří místo otazníku.

2	3	4	5	6	7
32	23	54	45	?	?

Obr. 21 Zadání úlohy PR9

Didaktický cíl: Rozvoj chápání vztahů mezi čísly.

Sledované kompetence: Žáci jsou schopni aplikovat své znalosti o číslech.

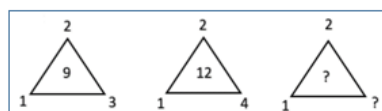
Řešení: Platí, že jednociferná čísla z horní poloviny čtverce tvoří dvouciferná čísla v dolní polovině.

6	7
76	67

Obr. 22 Ukázka řešení úlohy PR9

Indicie: ZIMA, CHLAD

PR10 Urči, která čísla patří místo otazníků. [vlastní modifikace dle 1 s. 51]

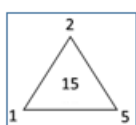


Obr. 23 Zadání úlohy PR10

Didaktický cíl: Rozvoj schopnosti analyzovat pravidla rozmístění čísel v geometrickém tvaru – trojúhelníku.

Sledované kompetence: Žáci dokáží objevit a vzájemně zkombinovat dvě pravidla. Jsou schopni najít pravidlo, které tvoří vztah mezi jednotlivými čísly na vrcholech trojúhelníku a následně objevit další pravidlo, které určuje číslo ve středu trojúhelníku. Tato pravidla umí správně aplikovat, aby úlohu vyřešili.

Řešení: Platí, že součet dvou čísel označujících vrcholy 1 a 2 se násobí číslem označujícím třetí vrchol trojúhelníka.



Obr. 24 Ukázka řešení úlohy PR10

Indicie: MALÝ A VELKÝ KOPEC

PR11 Vyřeš úlohu.

Chlapci stojí v řadě jeden za druhým. Kolik jich je? [vlastní modifikace dle 1 s. 56]

Didaktický cíl: Rozvoj schopností vedoucích k řešení tzv. problémových úloh. Rozvoj čtenářské gramotnosti a matematického úsudku, představivosti, schopnosti analyzovat a uspořádat prvky.

Sledované kompetence: Žáci si umí správně uvědomit vztah mezi slovním označením řadové číslovky a jeho spojitost s pořadím.

Řešení: Chlapci jsou 3. Jeden chlapec stojí za druhým v pořadí, tj. na třetím místě.

Indicie: LIBERECKÝ KRAJ

PR12 Vyřeš úlohu.

Jirka má třikrát více kuliček než Maruška. Jestliže by dal Jirka Marušce 10 kuliček, měli by stejně. Kolik kuliček má Jirka a kolik jich má Maruška?

Didaktický cíl: Rozvoj schopnosti analyzovat a uspořádat prvky. Rozvoj čtenářské a matematické gramotnosti, úsudku.

Sledované kompetence: Žáci jsou schopni matematizace slovní úlohy.

Řešení: Jirka má 30 kuliček, Maruška 10.

Indicie: SVATÝ

PR13 Vyřeš úlohu.

Na číselném zámku jsou tři kotouče s čísly od 1 do 5. Kolik číselných kombinací je možné na zámku nastavit, když víte, že na prvním místě je číslo 3, na třetím místě je číslo 5 a žádné číslo se nesmí opakovat? Všechny možné kombinace čísel napiš.

Didaktický cíl: Rozvoj kombinatorického myšlení, rozvoj systematického způsobu řešení, propedeutika permutací a variací. Práce s textem.

Sledované kompetence: Žáci jsou schopni si uvědomit, jaká čísla se budou v dané trojici objevovat, které pozice jsou ze zadání obsazené a jak a které číslice jim zbydou na umístění na druhé místo. Dokáží respektovat a správně zkombinovat všechny zadáním dané podmínky.

Řešení: Možné jsou tři kombinace. 315; 325; 345

Indicie: NÁMĚSTÍ

PR14 Vyřeš úlohu.

Kolik koleček musí být na pravé straně poslední váhy, aby nastala rovnováha jako u předešlých dvou vah? [vlastní modifikace dle 1 s. 31]



Obr. 25 Zadání úlohy PR14

Didaktický cíl: Rozvoj schopnosti pracovat s přirozenými čísly, propedeutika rovnic, jejich soustav a metod řešení.

Sledované kompetence: Žáci umí odhalit a respektovat určitá pravidla, která jsou nutná ke správnému vyřešení úlohy, dokáží propojit symbol s číselným znakem a uvědomit si rovnosti vyplývající ze zadání.

Řešení: Tři kolečka. Vycházíme z rovnosti, která je dána na prvních dvou vahách. Pokud jsou tři trojúhelníky rovny jednomu obdélníku, můžeme si na druhých vahách místo obdélníku dosadit tři trojúhelníky. Tím získáme další rovnost – čtyři trojúhelníky jsou rovny dvěma kolečkům, z toho plyne, že dva trojúhelníky jsou rovny jednomu kolečku. Na posledních vahách pak opět místo obdélníků dosadíme trojúhelníky – dva obdélníky jsou rovny šesti trojúhelníkům a šest trojúhelníků je rovno třem kolečkům.

Indicie: 2.

PR15 Vyřeš úlohu.

Na parkovišti stojí osobní automobily a jízdní kola. Celkem tam je 15 dopravních prostředků, které mají dohromady 40 kol. Kolik aut a jízdních kol stojí na parkovišti?

Didaktický cíl: Rozvoj kombinatorického myšlení – systematického zvažování a hledání různých kombinací, propedeutika diofantických rovnic. Rozvoj schopnosti pracovat s tabulkou, rozvoj schopnosti práce s textem.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží uvědomit, kolik kol má osobní automobil, kolik jízdní kolo a kolik dopravních prostředků je na parkovišti celkem. Žáci objeví způsob, jak budou dopravní prostředky navzájem kombinovat, aby úlohu správně vyřešili. Žáci jsou schopni systematicky měnit údaje – na jedné straně přidávat a na straně druhé ubírat.

Řešení: Na parkovišti je 5 automobilů, tzn. 20 kol, a 10 jízdních kol, tedy 20 kol. Celkem tedy 40 kol, viz ukázka řešení Obr. 26.

automobily	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
jízdní kola	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5
kola celkem	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50

Obr. 26 Tabulkové schéma k řešení úlohy PR15

Indicie: JMENOVEC SPÍ V BLANÍKU

PR16 Vyřeš úlohu.

Doplň číslo místo otazníku. Číslo uprostřed strany obdélníku je součtem jiných dvou čísel v obdélníku. Každý ze skupiny řeší jeden obdélník. Součtem doplněných čísel získáte správnou odpověď. [vlastní modifikace dle 1 s. 51]

5	12	6
17		11
7	16	?

2	10	14
13		16
8	19	?

9	20	1
14		10
11	4	?

18	27	4
16		22
9	11	?

Obr. 27 Zadání úlohy PR16

Didaktický cíl: Rozvoj schopnosti analyzovat pravidla, která řídí sestavení čísel v obdélníku.

Sledované kompetence: Žáci si uvědomí, u které matematické operace je výsledkem součet, ze zadání dokáží vyčíst, kde součet najdou a zároveň kolik sčítanců mají hledat.

Řešení: Vždy dvě čísla u vrcholů jedné strany obdélníku se sčítají a jejich součet je číslo ve středu obdélníku vedlejší strany ve směru hodinových ručiček od sčítanců. Řešením celé úlohy je součet doplněných čísel: $10 + 3 + 5 + 5 = 23$.

5	12	6
17		11
7	16	10

2	10	14
13		16
8	19	5

9	20	1
14		10
11	4	3

18	27	4
16		22
9	11	5

Obr. 28 Ukázka řešení úlohy PR16

Indicie: DEN ČESKÉ STÁTNOSTI

PR17 Vyřeš úlohu.

V truhlici je pět zlatých a pět stříbrných klíčů. K otevření zámku potřebujeme buď dva klíče zlaté, nebo dva klíče stříbrné. Kolik nejméně klíčů musíte vyndat, abyste si byli jistí, že máte dva klíče ze stejného kovu? Klíče taháte z truhlice za naprosté tmy a nemůžete tedy vidět, jaké klíče jste si vytáhli.

Didaktický cíl: Rozvoj logického úsudku.

Sledované kompetence: Žáci si musí uvědomit, kolik stejných klíčů potřebují a jaké možnosti výběru mají. Dále musí vytřídit informaci o počtu klíčů v truhle jako nadbytečnou.

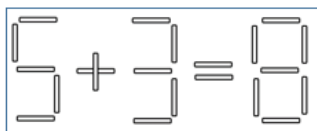
Řešení: Klíče musíme vyndat právě tři.

Indicie: STŘEDOVĚK

PR18 Vyřeš úlohu.

Odstraň (vybarvi červeně) tři tyčinky tak, aby byla vytvořena nová platná rovnost.

[1 s. 59]

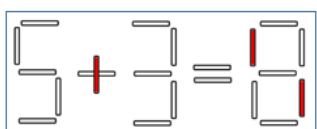


Obr. 29 Zadání úlohy PR18

Didaktický cíl: Rozvoj představivosti, upevnění početních spojů.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží správně uvědomit vztahy mezi jednotlivými čísly vzhledem k početní operaci a vytvořit obměnu tak, aby vznikl nový příklad s platnou rovností.

Řešení:



Obr. 30 Ukázka řešení úlohy PR18

Indicie: KLAUS, HAVEL, ČTVRTEK

PR19 Vyřeš úlohu.

Pět koček chytí za 5 minut pět myši. Kolik koček chytí za 60 minut 60 myši? [vlastní modifikace dle 1 s. 52]

Didaktický cíl: Rozvoj funkčního myšlení a úsudku, propedeutika pojmu funkce.

Sledované kompetence: Žáci si při řešení této obtížné úlohy dokáží uvědomit dvě lineární závislosti – kočky a čas a dále čas a myši. Jsou schopni si uvědomit závislost času na počtu chycených myši a toto pravidlo aplikovat k vyřešení úlohy.

Řešení: Pět koček.

Indicie: KRÁL

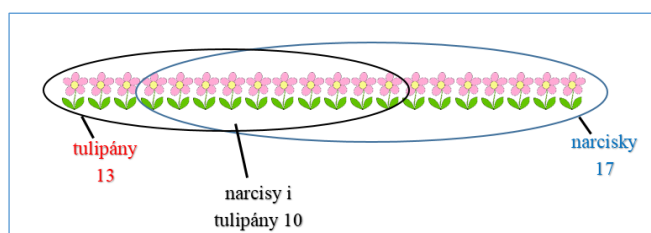
PR 20 Vyřeš úlohu

V zahradnictví si nakoupilo 20 zákazníků cibulky tulipánů nebo narcisů. Cibulky tulipánů si koupilo 13 zákazníků, cibulky narcisek si koupilo 17 zákazníků. Kolik zákazníků si koupilo cibulky tulipánů i narcisů? [vlastní modifikace dle 1 s. 47]

Didaktický cíl: Rozvoj logického úsudku, představivosti, práce s textem – analýza informací plynoucích ze zadání. Využití obrázku jako řešitelské strategie. Propedeutika množinových operací.

Sledované kompetence: Ze zadání úlohy dokáží žáci analyzovat počty zákazníků a produktů, které kupují. Jsou schopni analyzovat situaci, řešit složenou slovní úlohu, tvořit dílčí úlohy.

Řešení: Cibulky narcisů i tulipánů si koupilo 10 zákazníků.



Obr. 31 Ukázka řešení úlohy PR20

Indicie: JEDEN UŽ PŘED NÍM BYL

3.2.7 Charakteristika zadávaných úloh – hra AZ kvíz

Část úloh ve hře AZ kvíz je inspirována a mnou následně modifikována publikací od Václava Fořtíka: *Zábavná matematika a logika pro bystré děti*. V textu a v seznamu zdrojů je tato kniha označena [5]. Jedná se o úlohu AZ1. Úlohy AZ15 a AZ16 jsou převzaty doslovně.

Úlohy AZ2, AZ7, AZ11, AZ13 jsou převzaty a mnou upraveny z publikace od Ireny Budínové, Růženy Blažkové, Mileny Vaňurové a Heleny Durnové: *Matematika pro bystré a nadané žáky: úlohy pro žáky 1. stupně ZŠ, jejich rodiče a učitele*. V textu a v seznamu zdrojů je tato kniha označena [1]. Úlohy AZ10 a AZ14 jsou z této publikace převzaty doslovně.

AZ1 Vyřeš úlohu

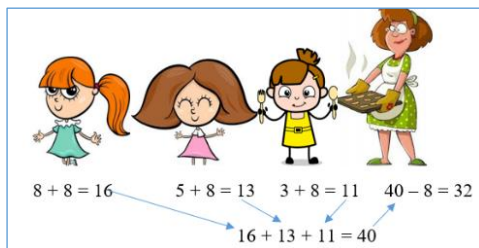
Matka má tři dcery ve věku 8, 5 a 3 roky. Za 8 let bude součet jejich věků shodný s věkem jejich matky v tu dobu. Kolik let je matce dnes? [vlastní modifikace dle 5 s. 65]

Didaktický cíl: Rozvoj úsudku, schopnosti analyzovat.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží ze zadání analyzovat informace, uvědomí si dílčí potřebné úlohy, respektive jim dojde, že se jedná o složenou slovní úlohu.

Řešení: Matce je dnes 32 let.

$$(8 + 8) + (5 + 8) + (3 + 8) = 40; 40 - 8 = 32$$



Obr. 32 Ukázka řešení úlohy AZ1

AZ2 Vyřeš úlohu.

Dvě osoby sní balíček rýže za 6 dní. Za kolik dní sní stejný balíček rýže 3 osoby, když je spotřeba stejná? [vlastní modifikace dle 1 s. 52]

Didaktický cíl: Rozvoj funkčního myšlení, propedeutika nepřímé úměrnosti.

Sledované kompetence: Žáci si jsou schopni uvědomit, že více osob sní balíček rýže za kratší dobu než méně osob.

Řešení: Tři osoby sní balíček rýže za 4 dny. Možné způsoby řešení viz Obr. 33a, b.

2 os.....6 dní
1 os.....12 dní
3 os.....4 dny

Obr. 33a Ukázka řešení úlohy AZ2

počet osob	1	2	3	4
počet dní	12	6	4	3

Obr. 33b Ukázka řešení úlohy AZ2

AZ3 Vyřeš úlohu

Na dvorku jsou kachny a kozy. Celkem je tam 5 hlav a 14 nohou. Kolik může být na dvorku koz a kachen?

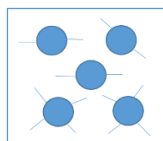
Didaktický cíl: Rozvoj kombinatorického myšlení – systematického zvažování a hledání různých kombinací, propedeutika diofantických rovnic. Využití tabulky k evidenci všech možností.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží správně uvědomit, kolik nohou má kachna, kolik koza a kolik zvířat je na dvorku celkem. Žáci umí objevit způsob, jakým budou zvířata vzájemně kombinovat, aby splnili podmínky zadání. Žáci jsou schopni systematicky měnit údaje – na jedné straně přidávat a na straně druhé ubírat. Žáci dokáží pracovat s textem a tabulkou.

Řešení: Na dvorku jsou 3 kachny a 2 kozy. Viz ukázky řešení Obr. 34a pomocí tabulkového schéma, Obr. 34b s využitím grafu.

kachny	1	2	3	4
kozy	4	3	2	1
nohy celkem	18	16	14	12

Obr. 34a Ukázka řešení úlohy AZ3



Obr. 34b Ukázka řešení úlohy AZ3

AZ4 Vyřeš úlohu.



Obr. 35 Zadání úlohy AZ4

Didaktický cíl: Rozvoj logického úsudku a zdůvodňování, rozvoj dedukčního způsobu myšlení, upevnění matematických operací s přirozenými čísly.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží uvědomit, kterou matematickou operaci jim předkládá zadání, její zákonitosti a pravidla písemného sčítání. Dokáží nahradit písmena čísly tak, aby dané zákonitosti dodrželi. Žáci si uvědomí, že A a C nemohou být rovny nule a dále si uvědomí možnost vícero řešení.

Řešení: Logický úsudek – najít jasný vztah, podle něhož správně nahradíme první písmeno číslicí, v našem případě se jedná o písmeno A, kdy je jasné že $A + A = 4$; tzn., že $A = 2$ nebo $A = 7$, po doplnění jedné z těchto variant už žáci jednoduše dopočítají ostatní neznámé a po doplnění druhé varianty získají druhé možné řešení. Pro $A = 2$ platí, že $B = 1, C = 5$. Pro $A = 7$ platí, že $B = 5, C = 0$.

522	077
<u>112</u>	<u>557</u>
634	634

Obr. 36 Ukázka řešení úlohy AZ4

AZ5 Vyřeš úlohu.

Anička, Lenka a Hanka jdou na maškarní ples. Na výběr mají 3 kostýmy – 1 čarodějnici, 1 princeznu, 1 šaška. Kolika způsoby si mohou dívky kostýmy rozdělit?

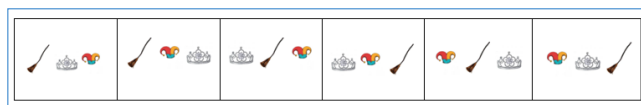
Didaktický cíl: Rozvoj schopnosti správně analyzovat text, chápání kvantifikátoru, rozvoj kombinatorického myšlení, propedeutika permutací.

Sledované kompetence: Žáci si uvědomí, kolik je dívek a zároveň kolik kostýmů je k dispozici. Žáci správně pochopí kvantifikátor „právě jeden“.

Řešení: Kostýmy si dívky mohou rozdělit šesti způsoby. Pro žáky je v tomto případě vhodné řešení pomocí výčtu prvků v tabulkovém schéma (viz Obr. 37a) nebo pomocí obrázků (viz Obr. 37b).

	ANIČKA	LENKA	HANKA
1.	Č	P	Š
2.	Č	Š	P
3.	P	Č	Š
4.	P	Š	Č
5.	Š	P	Č
6.	Š	Č	P

Obr. 37a Ukázka řešení úlohy AZ5



Obr. 37b Ukázka řešení úlohy AZ5

AZ6 Vyřeš úlohu.

Doplň číslo místo otazníku.

6	4	10
7	7	14
5	6	?

Obr. 38 Zadání úlohy AZ6

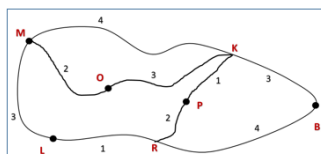
Didaktický cíl: Rozvoj schopnosti analyzovat pravidla, která řídí sestavení čísel ve čtverci, procvičení operace sčítání.

Sledované kompetence: Žáci umí správně analyzovat vstupní informace, správně využívají početní operace.

Řešení: Místo otazníku patří číslo 11. Součtem prvních dvou čísel v každém řádku získáme číslo třetí. $6 + 4 = 10$; $7 + 7 = 14$; $5 + 6 = 11$, nebo inverzní operací – odčítáním: $10 - 4 = 6$; $14 - 7 = 7$; $11 - 6 = 5$

AZ7 Vyřeš úlohu.

Michal (M) má donést babičce (B) nákup, léky a noviny. Pro nákup musí dojít do obchodu (O), pro léky do lékárny (L) a pro noviny na poštu (P). Jeho cesta může vést i kolem kostela (K) nebo kolem rybníku (R). Jakou cestou se má vydat, aby toto vše koupil a donesl babičce a zároveň, aby jeho cesta byla co nejkratší? [vlastní modifikace dle 1 s. 81]



Obr. 39 Zadání úlohy AZ7

Didaktický cíl: Rozvoj matematické a čtenářské gramotnosti. Procvičování sčítání a porovnávání čísel. Orientace v plánku.

Sledované kompetence: Žáci jsou schopni orientovat se v grafu, porovnávat dvě čísla, umí využít správnou početní operaci.

Řešení: Nejkratší cesta je M – O – K – P – R – L – R – B.

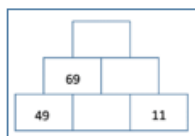
$$M - L - M - O - K - P - K - B: 3 + 3 + 2 + 3 + 1 + 1 + 3 = 16$$

$$M - L - R - P - K - O - B: 3 + 1 + 2 + 1 + 3 + 3 + 3 = 16$$

$$M - O - K - P - R - L - R - B: 2 + 3 + 1 + 2 + 1 + 1 + 4 = 14$$

AZ8 Vyřeš úlohu.

Doplň čísla do pyramidy.

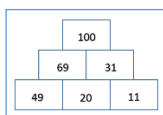


Obr. 40 Zadání úlohy AZ8

Didaktický cíl: Rozvoj matematického úsudku a procvičení pamětného nebo písemného sčítání a odčítání.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží uvědomit a logicky odvodit, která matematická operace je zde vhodná pro vyřešení pyramidy a umí ji správně použít.

Řešení: Pyramidu žáci doplní buď pomocí pamětného, nebo písemného sčítání.



Obr. 41 Ukázka řešení úlohy AZ8

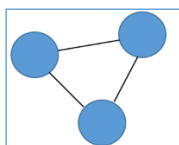
AZ9 Vyřeš úlohu.

Maruška má narozeniny. Popřát ji přišly kamarádky Anička a Blanka. Každá dívka si přitukne s každou. Kolikrát se ozve cinknutí skleniček?

Didaktický cíl: Rozvoj kombinatorického myšlení – propedeutika kombinací, čtenářské gramotnosti, rozvoj řešitelských strategií.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží správně přečíst zadání úlohy a následně si uvědomit, že každá dívka si přitukává s dalšími dvěma, přičemž platí, že přituknutí Marušky s Aničkou je to samé, jako přituknutí Aničky s Maruškou. Žáci dokáží využít při řešení různé řešitelské strategie, např. experiment.

Řešení: Cinknutí skleniček se ozve třikrát.



Obr. 42 Ukázka řešení úlohy AZ9

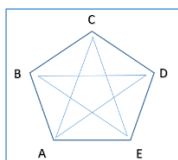
AZ10 Vyřeš úlohu.

Pět dětí, Alena, Bára, Cyril, Daniel a Ema hrají tenis každý s každým. Kolik zápasů celkem sehrají? [1 s. 74]

Didaktický cíl: Rozvoj kombinatorického myšlení – propedeutika kombinací. Rozvoj představivosti, řešitelských strategií a čtenářské gramotnosti.

Sledované kompetence: Stejně jako v předchozí úloze jsou žáci schopni si uvědomit, že zápas mezi Alenou a Bárou je stejný, jako zápas mezi Bárou a Alenou. Hledají rozličné možnosti řešení.

Řešení: Celkem sehrají 10 zápasů. Stejně jako u předchozí úlohy je vhodné řešení pomocí obrázku, viz Obr. 43a, nebo výčtem prvků (viz Obr. 43b).



Obr. 43a Ukázka řešení úlohy AZ10

A – B	A – C	A – D	A – E
B – C	B – D	B – E	
C – D	C – E		
D – E			

Obr. 43b Ukázka řešení úlohy AZ10

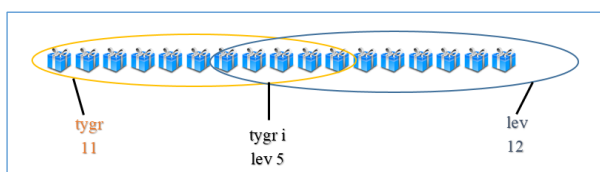
AZ11 Vyřeš úlohu

Třída 3. C jela na výlet do ZOO. Výletu se zúčastnilo 18 žáků. V obchodě se suvenýry si 11 žáků koupilo plyšového tygra, 12 žáků si koupilo plyšového lva. Kolik žáků si koupilo plyšového tygra i lva? [vlastní modifikace dle 1 s. 47]

Didaktický cíl: Rozvoj logického úsudku, představivosti, čtenářské gramotnosti, schopností vedoucích k nalezení způsobu grafického zápisu řešení. Propedeutika množinových operací.

Sledované kompetence: Ze zadání úlohy dokáží žáci analyzovat počty žáků a typy suvenýrů, které si zakoupili. Jsou schopni řešit složenou slovní úlohu, tvořit dílčí úlohy a analyzovat situaci.

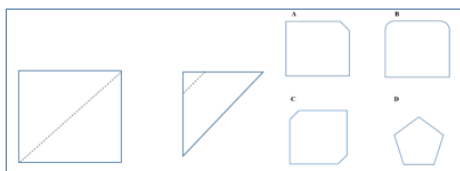
Řešení: Žáků, kteří si koupili suvenýry tygra i lva, bylo 5 (viz ukázka řešení Obr. 44).



Obr. 44 Ukázka řešení úlohy AZ11

AZ12 Vyřeš úlohu.

Máme papír ve tvaru čtverce. Přehneme ho tak, aby vznikl trojúhelník, a odstříhneme rohy tak, jak je naznačeno na obrázku. Co nám po rozložení vznikne?

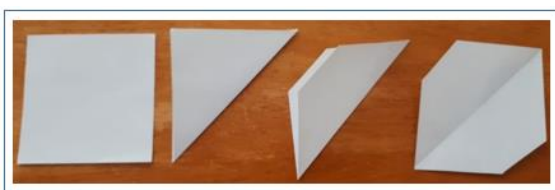


Obr. 45 Zadání úlohy AZ12

Didaktický cíl: Rozvoj geometrické představivosti a vnímání rovinných útvarů.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží představit, které vrcholy čtverce se po přehnutí na sebe promítnou a uvědomí si, které vrcholy odstřihávají a co po jejich odstřížení a následném rozložení vznikne. Žáci využívají experimentální ověření.

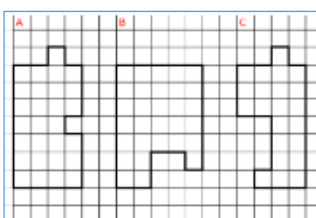
Řešení: Po opětovném rozložení vznikne obrazec C, viz ukázka experimentálního řešení na Obr. 46.



Obr. 46 Ukázka řešení úlohy AZ12

AZ13 Vyřeš úlohu.

Ověřte, zda tvrzení: „*Obrazec A má větší obvod než obrazec B, a zároveň menší než obrazec C.*“ je pravdivé. [vlastní modifikace dle 1 s. 70]



Obr. 47 Zadání úlohy AZ13

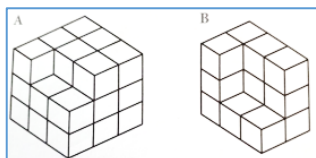
Didaktický cíl: Procvičení výpočtů obvodů geometrických obrazců bez nutnosti znalosti příslušných vzorců, rozvoj čtenářské gramotnosti – porozumění informací z textu.

Sledované kompetence: Žáci umí najít způsob, jak zjistit obvody obrazců a následně rozhodnout o pravdivosti tvrzení.

Řešení: Tvrzení není pravdivé. Všechny 3 obrazce mají shodný obvod.

AZ14 Vyřeš úlohu.

Kolik krychlí je potřeba odebrat, aby ze stavby A vznikla stavba B? [1 s. 65]



Obr. 48 Zadání úlohy AZ14 [1 s. 65]

Didaktický cíl: Rozvoj prostorové představivosti, řešitelských strategií.

Sledované kompetence: Žáci si jsou schopni uvědomit, že ne všechny krychle, které je potřeba odebrat, jsou na obrázku vidět a dokáží je zahrnout do celkového součtu odebíraných krychlí. Hledají různé možnosti řešení.

Řešení: Krychlí je třeba odebrat 11, viz ukázka experimentálního řešení na Obr. 49.



Obr. 49 Ukázka řešení úlohy AZ14

AZ15 Vyřeš úlohu

Rozdíl času mezi Prahou a New Yorkem je 7 hodin. Pokud je v Praze 19:00, v New Yorku je poledne.

John normálně vstává v New Yorku v 8:30 hodin. Pokud mu zavolám z Prahy ve dvě odpoledne, vzbudím ho? [5 s. 65]

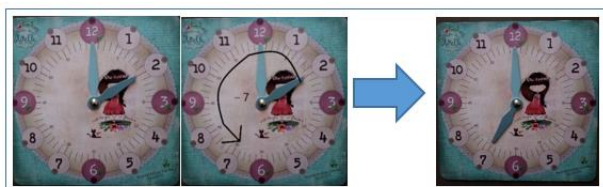
Didaktický cíl: Rozvoj schopnosti práce s textem, logického úsudku a řešitelských strategií, procvičení práce s časem a jednotkami času.

Sledované kompetence: Žáci si dokáží ze zadání úlohy uvědomit vztah mezi časy v New Yorku a v Praze, ten pak umí správně aplikovat. Jsou schopni si uvědomit, kolik hodin

představuje termín „poledne“. Žáci dokáží využít svých znalostí získaných v jiných vzdělávacích oblastech, např. Člověk a jeho svět. Volí rozličné způsoby řešení.

Řešení: Pokud zavolám ve dvě hodiny odpoledne, tedy ve 14:00 z Prahy do New Yorku, Johna vzbudím, protože budu volat v 7:00.

$$14 - 7 = 7$$



Obr. 50 Ukázka řešení úlohy AZ15

AZ16 Vyřeš úlohu.

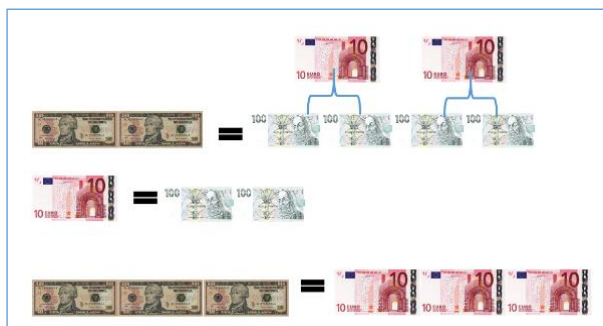
Víte, že 20 dolarů můžete vyměnit za 400 Kč; 200 Kč můžete vyměnit za 10 euro. Kolik dostanete euro, když máte 30 dolarů? [5 s. 62]

Didaktický cíl: Propedeutika číselných soustav, rozvoj schopnosti práce s textem, úsudku, dedukce, procvičení základních početních operací, rozvoj řešitelských strategií.

Sledované kompetence: Žáci dokáží určit vztahy mezi jednotlivými měnami a ty pak správně aplikovat. Hledají rozličné způsoby řešení.

Řešení: Za 30 dolarů dostanete 30 euro.

20\$ odpovídá 400 Kč; 10€ odpovídá 200 Kč a 200 Kč odpovídá 10\$ → 10€ odpovídá 10\$



Obr. 51 Ukázka řešení úlohy AZ16

3.2.8 Dotazníkové šetření mezi pedagogy – využívání projektové metody při výuce matematiky na 1. st. ZŠ

Dotazníkové šetření probíhalo výhradně on-line. Jeho cílem bylo zjistit, zda učitelé, kteří vyučují matematiku na 1. st. ZŠ, jsou spokojeni jak s počtem logických úloh v učebnicích a pracovních sešitech, které používají, tak se schopností jejich žáků takové úlohy řešit. Dále se dotazník zaměřoval na to, zda vyučující využívají v hodinách matematiky projektovou metodu. Zúčastnilo se ho celkem 60 respondentů z několika krajů – Středočeského, Libereckého a Královéhradeckého, přičemž největší podíl tvořili respondenti s učitelskou praxí delší než 10 let (31,7 %). Nejmenší skupinou respondentů (18 %) byla skupina učitelů s délkou praxe 2–5 let.

Dotazovaní nejčastěji vyučují matematiku s využitím učebnic/pracovních sešitů od nakladatelství Alter (35 %), jak ale výzkum ukázal, s počtem logických úloh v nich je spokojeno pouze 33,3 %, zbytek vyučujících je s učebními materiály od Alteru nespokojen. Nespokojenost s počtem logických úloh převládla i u nakladatelství SPN, v tomto případě je nespokojeno 62,5 % dotazovaných. Druhá nejčastěji využívaná publikace byla od nakladatelství Nová škola. Zde byli respondenti s počtem logických úloh v nich výrazně spokojenější (65 %). Téměř 100% spokojenost s kvantitou logických úloh byla zaznamenána u učebnic od nakladatelství Fraus.

Nedostatek logických úloh v materiálech, které využívají při výuce matematiky, řeší vyučující nejčastěji tak, že si je sami vymyslí (60 %). Téměř 30 % dotazovaných toto řeší za pomoci internetu – nejčastěji uvádí zejména stránky: <https://matika.in/cz/>, <https://umimematiku.cz/>, a také čerpají z jiných knižních publikací, než jsou učebnice, podle kterých učí.

Celkem 34,2 % odpovídajících uvedlo, že si myslí, že schopnost řešit logické úlohy je u jejich žáků spíše nerozvinutá. Jako nejčastější obtíže u žáků uvádějí: nepochopení textu zadání, neschopnost a lenost hledat řešení, nedostatek představivosti a pozornosti. Tento výsledek potvrzuje předpoklad **P1**. Jen o málo méně respondentů uvedlo, že schopnost jejich žáků řešit logické úlohy je spíše rozvinutá.

Projektovou metodu využívá v hodinách matematiky 51,7 % dotázaných. Ti, co ji nevyužívají, uvádí jako nejčastější důvody nedostatek času jak na přípravu projektu, tak na jeho realizaci v hodinách.

3.2.9 Případová studie žáka 3. ročníku základní školy

Žák, kterého jsem si pro tuto případovou studii zvolila, je můj syn, v této práci mu budu říkat Vítek.

Vítek je 9letý žák třetího ročníku běžné základní školy. Vyrůstá v úplné, plně funkční rodině, společně s o tři roky starším bratrem. Vítek je zdravý, normálně se vyvíjející chlapec. Nemá diagnostikovanou žádnou poruchu učení ani chování. Je sportovně založený – hraje závodně házenou, rád jezdí na kole, koloběžce, lyžuje. Ačkoliv je jeho čtenářský projev v pásmu průměru ve srovnání s jeho spolužáky a jeho schopnost porozumět textu je také na velmi dobré úrovni, dává před knihou přednost počítačovým hrám.

Vítek je přátelský, neagresivní, ale zároveň velmi svéhlavý, náladový s občasnými nepřiměřenými reakcemi i na slabé podněty. Ve škole se takto ale neprezentuje. Tam je naprosto bezproblémovým žákem, který respektuje autority i své spolužáky. Vítek je občas nepozorný, někdy, především při zvýšené únavě, mu delší dobu trvá zaměřit a udržet svou pozornost žádoucím směrem. Jeho pracovní tempo odpovídá průměru třídy, často se snaží plnění zadaného úkolu uspíšit, vynechá zpětnou kontrolu, což následně vede ke zvýšené chybovosti. Z vyučovaných předmětů má dle vlastního hodnocení nejraději anglický jazyk, výtvarnou a tělesnou výchovu. Matematika ho podle jeho vyjádření „moc nebaví“. Na otázku: „*Proč tě matematika nebaví?*“ kladenou před započítím projektu odpověděl, že ho nebaví u toho přemýšlet – obzvláště u slovních úloh. Učivo zvládá dobře, bývá hodnocen výbornými, vyjma českého jazyka, ve kterém je v současné době hodnocen chvalitebně. V třídním kolektivu je Vítek oblíbený, pevně začleněný a je jednou z vůdčích osobností třídy.

Předoperační test

Při řešení problémových matematických úloh se v úspěšnosti řešení pohyboval před započítím projektu v pásmu podprůměru. To plně reflektuje i jeho výsledek dosažený v předoperačním testu, kde získal pouze 7 bodů. Časovou dotaci, která činila 45 minut, nevyužil celou. Test měl hotov za 31 minut. Během samotného řešení úloh v testu se Vítek často rozhlížel po třídě, ale ne proto, aby se mohl podívat k někomu jinému na jeho řešení. Spíše se jen tak rozhlížel, aby se po chvilce, především potom, co se setkal s mým pohledem, vrátil k řešení úloh. Na Vítkovi bylo zjevné, že ho samotné

úlohy moc neoslovují a jejich řešení ho nebaví. Zadání četl několikrát pouze u některých úloh, u žádné úlohy si nedělal zpětnou kontrolu výsledku svého řešení v kontextu se zadáním.

První úlohu nevyřešil Vítek správně. Místo modrého kruhu doplnil modrý nevybarvený trojúhelník, který navíc neměl ani tvar jako trojúhelníky v zadání. To, že použil správnou modrou barvu, přisuzuji tomu, že psal modrým perem, a nad barvou jako takovou ani nepřemýšlel. Úlohu vyřešil velmi rychle, s tím, že se jen na necelou půl minutu podíval na zadané tvary. Nehledal žádná pravidla, která by určovala umístění jednotlivých tvarů v řadách a sloupcích. Po skončení projektu jsem se ke všem úlohám z předoperačního testu s Vítkem vrátila a požádala ho o revizi. Předložila jsem mu jeho test, který viděl poprvé od té doby, kdy ho odevzdal. První úlohu vyřešil ve velmi krátkém čase s tím, že si sám nadával, co to tam tehdy napsal. Dokázal správně vysvětlit pravidla, podle kterých doplnil správný tvar.

Úlohu číslo dvě Vítek neřešil, přeskočil ji a nevrátil se k ní ani později. Při revizi mu zhruba minutu trvalo, než pochopil, že se symboly v daném pořadí pořád opakují. Poté již dokázal správně určit chybějící symbol.

Jako řešení **třetí úlohy** uvedl Vítek číselnou řadu desítek od 10 do 100. Co ho vedlo k tomuto řešení, nedokázal vysvětlit ani on sám. Při revizi tuto úlohu nebyl schopen sám vyřešit. Ale projevil zájem o vysvětlení. Ukázalo se, že ne zcela dobře chápe pojmy součet a rozdíl.

Úlohu číslo čtyři vyřešil Vítek správně. Při revizi ji označil jako „úplně easy“. U následující **páté úlohy**, obdobně jako u úlohy první, Vítek doplnil znak, který se v zadání vůbec neobjevoval, navíc nedodržel ani barevnost. Při revizi úlohu vyřešil správně. **Šestou úlohu** neřešil vůbec, přičemž při revizi ji byl schopen vyřešit správně. **Sedmá** a zároveň jedna z nejproblematičtějších úloh mu dělala problémy. O její řešení se pokusil, ale stejně jako většina jeho spolužáků ji řešil sečtením hlav a nohou. Ani při revizi ji nevyřešil správně. Velmi podobně na tom byl i s **osmou úlohou**. Určil chybně dům paní Simony, což byla jasně daná informace. Navíc změnil i jedno z daných jmen – Jana překřtil na Ivu. Vítek v této úloze nedodržel ani jednu podmínku plynoucí ze zadání. Úlohu nevyřešil správně ani při revizi.

Naproti tomu **úlohu číslo devět** vyřešil správně, označil obě správné odpovědi a získal tak maximální počet bodů. **Desátou úlohu** vyřešil Vítek chybně, do číselné řady

dosadil číslo 30. Při revizi ale úlohu vyřešil správně. U **jedenácté úlohy** Vítek vůbec nepochopil zadání. Řešil ji tak, že spojil výsledky rovnice se znaky. Při revizi úlohu vyřešil velmi rychle a správně. U **úlohy číslo dvanáct** Vítek správně dodržel podmínku, že Lucka je druhá nejstarší, ale další danou podmínku již nedodržel. Děti seřadil následovně: Adam, Lucka, Marie, Dominik. Při revizi chyby neopakoval a úlohu vyřešil správně. Při řešení **třinácté úlohy** postupoval Vítek obdobně jako ostatní žáci, kteří úlohu řešili, a to tak, že si sestavil příklad $2 + 2 + 2 = 6$. Správně ji vyřešit nezvládl ani při revizi.

Problém mu dělala i **úloha číslo čtrnáct**. Zde jako odpověď uvedl: „*Na fotografii sin je za fotákem.*“ Nedokázal ji vyřešit ani při revizi. Poslední **patnáctá úloha** nebyla vyřešena správně, Vítek jako řešení uvedl čísla 32, 34, 36. Při revizi úlohu řešil správně.

Test hned po jeho prvotním napsání hodnotil jako velmi těžký. Následně při revizi sám připustil, že to není až tak těžké. Dokonce sám určoval, které úloze v projektu se některá z úloh v předoperačním testu podobá. Našel podobnost a byl u některých úloh schopen aplikovat postup, který předtím použil v projektu. Vítkův předoperační test je přiložen jako příloha PV.

Projekt

Již při čtení motivačního dopisu vykazovalo Vítkovo chování jeho radost a zájem. To dokládá i fakt, že se mě následně doma ptal na to, kdo je onen pisatel a předkládal mi své tipy. Toto běžně nedělá, bylo proto zřejmé, že ho dopis zaujal a namotivoval. Ptal se, kdy přijde první úloha, co tam bude, a snažil se získat jakoukoliv informaci nad rámec toho, co se dozvěděl ve škole.

Při rozdělování do skupin měl Vítek velkou radost, že sdílí skupinu se svým kamarádem Alešem, ostatní dva členy přijmul bez komentáře nebo nějakého gesta. Během rozdělování rolí ve skupině Vítek navrhoval jako vedoucího skupiny Aleše, k čemuž se přidal i zbytek skupiny. Vítek sám sebe navrhl a následně jmenoval na strážce ticha, aniž by se jakkoliv zajímal o názor ostatních. Do rozdělování zbývajících dvou rolí Vítek nezasahoval.

Už při vymýšlení jména skupiny vytvořili Vítek a Aleš silný tandem, který celou skupinu vedl. Při řešení prvních dvou úloh byl Vítek zbrklý, zadání rychle přečetl a hned se snažil doplňovat chybějící tvary. Aleš se nechal Vítkem strhnout a první, co je napadlo, doplnili, a přinesli ke kontrole v domnění, že získají indicii nejrychleji ze všech skupin.

Opak byl ovšem pravdou, jejich řešení nebylo správné a nakonec museli využít i nápověd. V této chvíli Vítek zjistil, že se nevyplácí spěchat a inicioval skupinovou poradou, ve které se usnesli na vzájemné kontrole, do které se zapojí vždy celá skupina před každým odevzdáním řešení.

Vítek se ale i přes toto usnesení ne vždy úplně zapojoval do práce při řešení úloh. Někdy mu trvalo delší dobu, než se dostatečně zkoncentroval a začal se zapojovat do práce se skupinou. Jindy si hrál s tužkou a zadání úlohy si přečetl až po Alešově výzvě. Bylo očividné, že některé dny byl unavený, což vedlo k nesoustředěnému výkonu.

Při řešení úloh se Vítek občas nechával vést Alešem. Sice mu byl „k ruce“, ale pravým řešitelem některých úloh byl právě Aleš. Přesto Vítek nebyl, většinu času, pouze pasivní. Často dokázal dát několik podnětů, které vedly ke správnému řešení. Vítek byl velmi často také tím členem skupiny, který se snažil přimět ke spolupráci členy skupiny, kteří v daný okamžik nespolečně pracovali. Během projektu se také začal chovat zodpovědněji a přestal upřednostňovat rychlost nad kvalitou úsudku. Při obhajobě svého řešení před ostatními členy skupiny prokazoval trpělivost a ochotu vysvětlit ostatním svůj způsob řešení.

Role strážce ticha mu úplně nesedla – z celé jeho skupiny bylo nejčastěji nejvíce slyšet právě jeho. Ovšem zbytek skupiny hlídal a tlumenost hlasů si dokázal vyžádat. Při výtvarném zpracovávání získaných indicií byl Vítek velmi aktivní a přemýšlel nad nimi ve vztahu k heslu.

Očekávala jsem, že se Vítek doma bude snažit získat další nápovědy k indiciím. To se ale nestalo, Vítek nepátral ani po dalších zadáních úloh. Ve škole ale velmi živě diskutoval především s Alešem o indiciích. Bylo zjevné, že ho to velmi baví. A to i přes to, že Vítek se obvykle pro školní záležitosti nechává motivovat jen velmi obtížně. Do učení nebo vypracování domácích úkolů ho musím spíše nutit. Proto bylo velice zajímavé sledovat, jak velký význam má vhodně zvolená motivace a metoda výuky na výkon žáka. Vítkova chuť a zápal významně převyšovaly okamžiky, kdy se Vítek místo řešení úloh díval z okna nebo si s něčím hrál.

Hra AZ kvíz

Při řešení úloh v rámci hry AZ kvíz si Vítek počínal o poznání lépe než v předoperačním testu. Pečlivě, a to i vícekrát po sobě, si pročítal zadání úloh. Dokonce

jsem několikrát zaznamenala, jak si zadání přeformuloval do jemu srozumitelnějšího znění. Toto lze považovat za významný posun oproti předoperačnímu testu, kdy si Vítek zadání přečetl jen jednou a pokud ho nepochopil, dále se o jeho pochopení nesnažil. Vítkovo řešení úloh z AZ kvízu je přiloženo v příloze PVI.

První úloha AZ kvízu nečinila Vítkovi problémy. Vyřešil ji správně. U **druhé úlohy** si Vítek udělal zápis, na který je zvyklý při řešení slovních úloh. Postupoval tak, že si určil, za kolik dní sní balíček rýže jedna osoba a posléze si sestavil správný příklad k vyřešení úlohy. Řešení **třetí úlohy** potvrzuje u Vítkova předpoklad **P3**. K řešení využil obrázek, kde si znázornil hlavy a přidával nohy. Úloha tohoto typu se objevila jak v předoperačním testu, kde ji Vítek nevyřešil, tak v projektu, kde jeho skupina úlohu vyřešila bez nápovědy.

Čtvrtá úloha taktéž nedělala Vítkovi problém, vyřešil ji správně, ovšem uvedl pouze jedno možné řešení. Možností, že by mohlo existovat další řešení, se vůbec nezabýval. Při řešení **páté úlohy**, která je kombinatorická, mě Vítek mile překvapil. Využil obrázků a při řešení postupoval zcela logicky a jasně. Kombinatorické úlohy nebyly obsaženy ani v předoperačním testu, ani v projektu. Je proto velmi zajímavé, že i další dvě takto zaměřené úlohy – **devátou a desátou** – vyřešil správně. **Šestá a osmá úloha** nedělala Vítkovi sebemenší problém. Přikládám to i faktu, že podobné úlohy se objevují v jeho pracovním sešitě (Matematika pro 3. ročník, SPN) a nejsou pro něho ničím novým. U **sedmé úlohy** Vítek nevyzkoušel všechny možnosti. Rozepsal pouze dvě možné cesty a ostatními možnostmi a jejich porovnáním se nezabýval.

Jedenáctou úlohu, jejíž modifikace byla i v projektu, Vítek vyřešil, stejně jako v projektu, bez využití obrázku nebo množin. Udělal si sice nákres lva a tygra a připsal k nim jejich počty, ale pak ji vyřešil početně. **Dvanáctá úloha** přímo vybízela k experimentálnímu způsobu řešení. Vítek ho také využil, což pro mě bylo opět velmi milé zjištění. **Třináctou úlohu** řešil Vítek správným způsobem, ale chyboval při počítání. Zároveň také nezodpověděl otázku, která byla v zadání. U **čtrnácté úlohy** Vítek spočítal pouze viditelné kostky, což je chybné řešení. S **úlohou patnáct** se nezaobíral vůbec, napsal pouze „nevím“. Poslední **šestnáctou úlohu** začal Vítek nadějně, ale nedotáhl řešení do konce.

Neúspěch při řešení posledních třech úloh lze pravděpodobně připisovat i únavě. Vítek nebyl nucen řešit všechny úlohy najednou. Rozložil si je na dvě poloviny, ale i tak

na něm při řešení posledních úloh byla znatelná únava. Celkově mě však jeho přístup mile překvapil. Byl ochotný spolupracovat, což u něho pravidlem není, úlohy řešil s chutí a především jim věnoval čas. Nesnažil se pospíchat, jako tomu bylo u předoperačního testu. Velmi snadno si poradil s úlohami kombinatorickými. Myslím, že Vítkovi projekt velmi prospěl. Konkrétně se jedná o posun ve čtení a pochopení zadání přečteného textu, dále ve využívání i dalších řešitelských strategií, jako je řešení pomocí obrázku nebo experimentu, namísto pouhého využívání metody pokus-omyl.

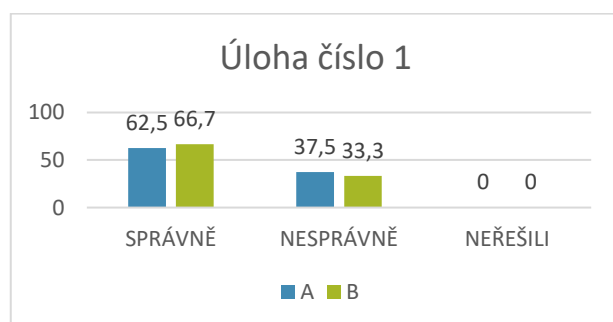
3.2.10 Interpretace výsledků

Tato kapitola je věnována interpretaci výsledků předoperačního testu včetně vzájemného porovnání výsledků tříd 3. A a 3. B. Dále výsledků řešení projektových úloh a nakonec výsledků závěrečné hry AZ kvíz.

Zadání jednotlivých úloh je v této kapitole uváděno již jen jako připomenutí, proto jsou obrázky zmenšené a nepopsané. Zdroje, ze kterých jsem se inspirovala, zde již také neuvádím, stejně tak bodové hodnocení jednotlivých úloh v předoperačním testu. Značení jednotlivých úloh zůstává stejné tak, jak je uvedeno v kapitole 3.2.4 Realizace experimentu.

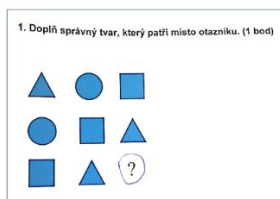
3.2.10.1 Výsledky předoperačního testu

PT1 Doplně správný tvar, který patří místo otazníku.



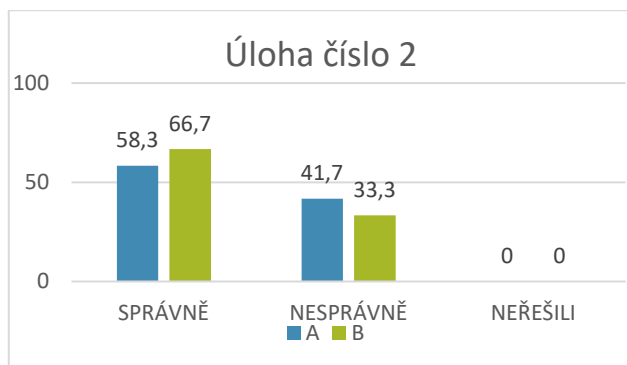
Graf 1 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT1

Chybovost: V této úloze se jako nejčastější chyba objevovala záměna kruhu za kružnici. Toto přisuzuji spíše nepozornosti žáků a snaze mít úlohu rychle vyřešenou. Záměna tvaru byla pouze ve dvou případech v každé třídě.



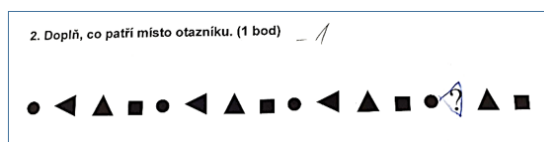
Obr. 52 Ukázka žakovského řešení úlohy PT1

PT2 Doplně, co patří místo otazníku. ● ◀ ▲ ■ ● ◀ ▲ ■ ● ◀ ▲ ■ ● ? ▲ ■



Graf 2 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT2

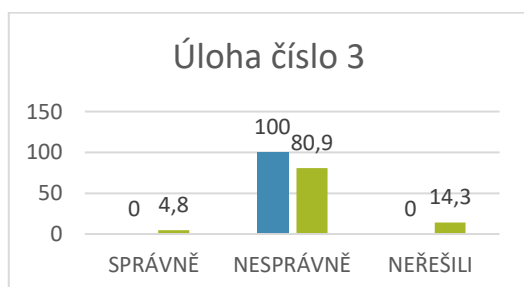
Chybovost: Nejčastější chyba byla v tom, že žáci sice doplnili správný tvar, ale nevybarvili ho. Stejně jako v předchozí úloze toto může plynout z roztržitosti, nebo to může signalizovat preferenci tvaru nad ostatními znaky, jako je např. jeho vybarvenost. Jiný tvar byl pouze v jednom případě.



Obr. 53 Ukázka žakovského řešení úlohy PT2

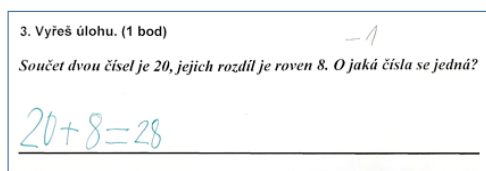
PT3 Vyřeš úlohu.

Součet dvou čísel je 20, jejich rozdíl je roven 8. O jaká čísla se jedná?



Graf 3 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT3

Chybavost: V obou třídách žáci nejčastěji řešili úlohu tak, že obě čísla sečetli a jako správnou odpověď uvedli 28. Objevilo se i několik případů, kdy čísla naopak odečetli. Jak lze vyčíst z grafu, tak ve třídě A neodpověděl jediný žák správně. Zároveň všichni žáci z této třídy se o řešení úlohy pokusili. Výsledky mě překvapily, protože úlohy tohoto typu žáci v hodinách řeší, jak jsem u jejich vyučujících ověřila.

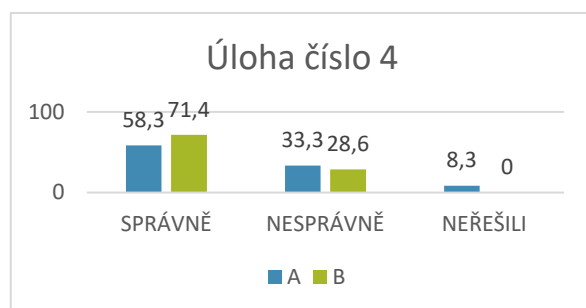


Obr. 54 Ukázka žakovského řešení úlohy PT3

PT4 Urči, které z nabízených slov patří mezi slova modře napsaná.

MRKEV, PAPRIKA, TŘEŠEŇ, KVĚTÁK

JABLKO, HRUŠKA, ŠVESTKA



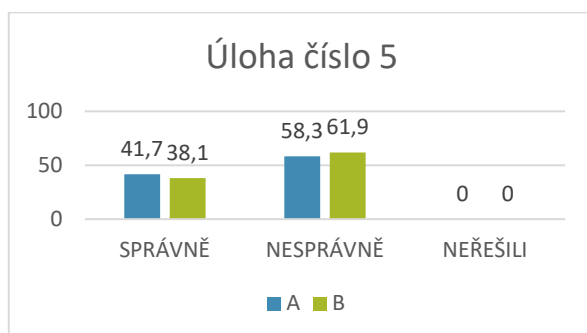
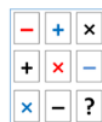
Graf 4 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT4

Chybavost: Nejčastější chybou bylo, že žáci nevybírali do modré řady, ale z ní. Ve třídě B toto neudělal žádný žák, v této třídě žáci chybovali při výběru – místo třešně vybrali jeden z nabízených druhů zeleniny.



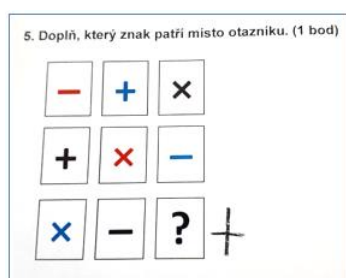
Obr. 55 Ukázka žakovského řešení úlohy PT4

PT5 Dopln, který znak patří místo otazníku.



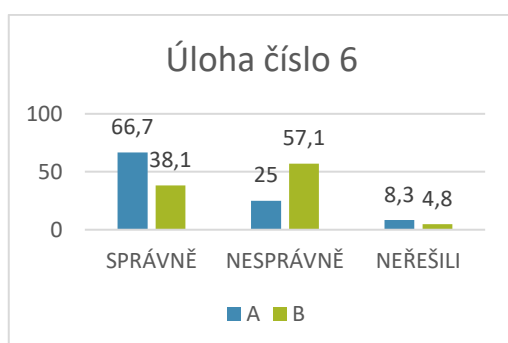
Graf 5 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT5

Chybuvost: Nejčastěji se v této úloze objevovala, a to u obou tříd, chyba spočívající v chybné barvě správně doplněného znaménka, přičemž všechny potřebné barvy žáci k dispozici měli, viz Obr. 56. Opět se zdá, stejně jako u úlohy 2, že preferencí může být daný znak, tedy, že došlo k odtržení obou podmínek a respektování pouze jednoho znaku. Ve třídě A čtyři žáci doplnili znaménko, které se v zadání vůbec neobjevovalo, navíc v nesprávné barvě.



Obr. 56 Ukázka žákovského řešení úlohy PT5

PT6 Dopln správné číslo, které patří místo otazníku.



Graf 6 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT6

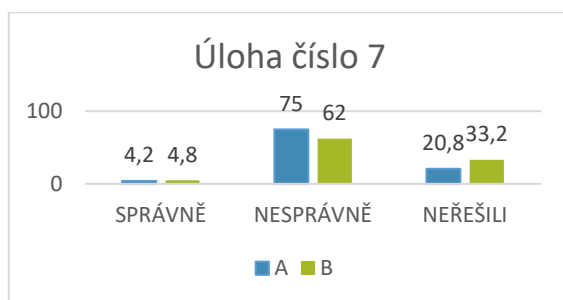
Chybavost: Nejčastější chybou v obou třídách bylo doplnění čísla 1, viz Obr. 57. Žáci rozpoznali daný vztah mezi protějšími čísly, ale nerespektovali druhou podmínku, a to, že výsledek násobení je číslo v dolní polovině osmiúhelníku.



Obr. 57 Ukázka žakovského řešení úlohy PT6

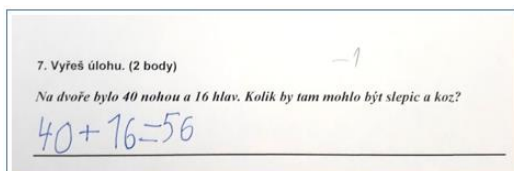
PT7 Vyřeš úlohu.

Na dvoře bylo 40 nohou a 16 hlav. Kolik by tam mohlo být slepic a koz?



Graf 7 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT7

Chybavost: Žáci obou tříd nejčastěji chybovali v tom, že sečetli kozy a slepice dohromady a jako výsledek uváděli číslo 56, viz Obr. 58. Ve třídě A i B úlohu správně vyřešil pouze jeden žák. V obou třídách se žádný z žáků nepokusil o jakékoliv řešení pomocí obrázku nebo tabulky.



Obr. 58 Ukázka žakovského řešení úlohy PT7

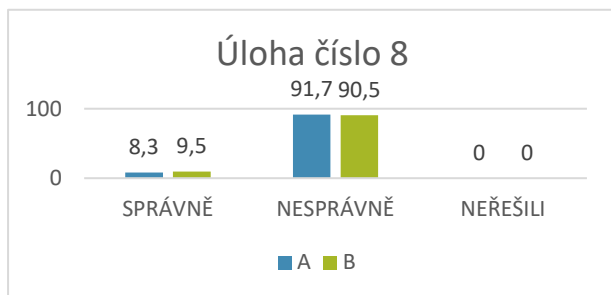
PT8 Vyřeš úlohu.

Ve čtyřech domech vedle sebe bydlí čtyři lidé. Při pohledu na domy zepředu platí, že:

Pan Jan bydlí víc napravo než pan Karel.

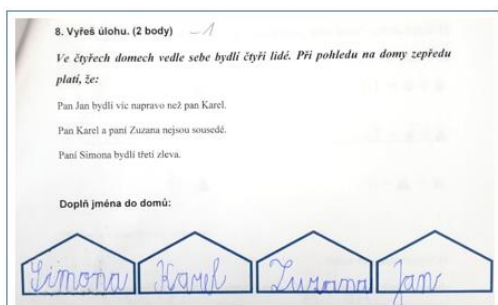
Pan Karel a paní Zuzana nejsou sousedé.

Paní Simona bydlí třetí zleva.

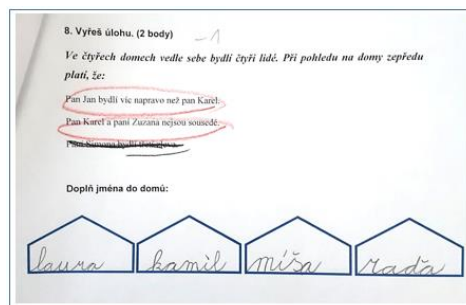


Graf 8 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT8

Chybovost: Nejčastější příčinou nesprávného vyřešení úlohy bylo chybné zpracování informace, která byla jasně dána v zadání – označení domu, kde bydlí paní Simona, viz Obr. 59a. Tato chyba byla dominantní. Ve třídě A tři žáci do domů doplnili jména svá a svých spolužáků viz Obr. 59b. I v této úloze přičítám nesprávné řešení nedostatečnému přečtení a rozebrání informací, které jasně plynou ze zadání. Tato úloha se navíc vyskytuje v učebnici matematiky pro 3. ročník a žáci obou tříd ji se svými vyučujícími řešili.



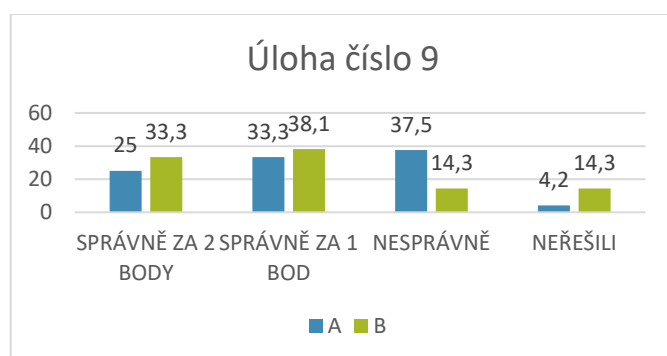
Obr. 59a Ukázka žákovského řešení úlohy PT8



Obr. 59b Ukázka žákovského řešení úlohy PT8

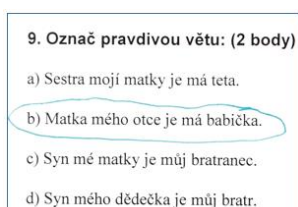
PT9 Označ pravdivou větu:

- a) Sestra mojí matky je má teta.
- b) Matka mého otce je má babička.
- c) Syn mé matky je můj bratranec.
- d) Syn mého dědečka je můj bratr.



Graf 9 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT9

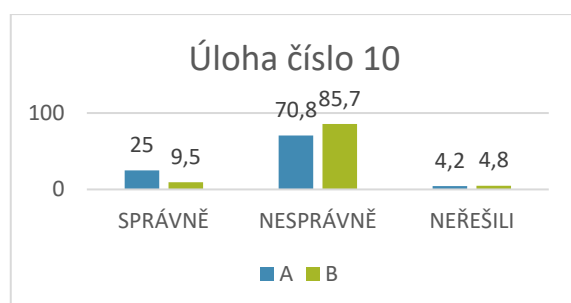
Chybovost: Jako nejčastější chyba zde bylo především to, že žáci označili pouze jednu správnou odpověď, viz Obr. 60. Jako druhá nejčastěji opakovaná chyba bylo označení odpovědi d.



Obr. 60 Ukázka žákovského řešení úlohy PT9

PT10 Doplně do řady správné číslo místo otazníku.

1 2 3 5 8 13 ? 34



Graf 10 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT10

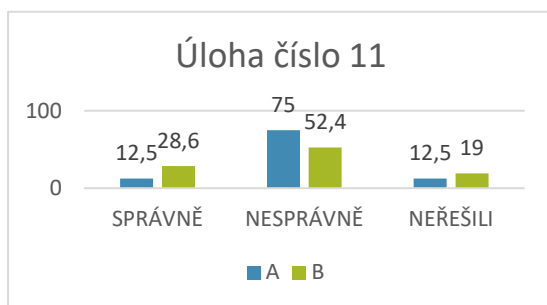
Chybavost: Ve třídě A se nejčastěji chybně objevovala různá čísla. Méně časté, ale přesto výrazné, bylo doplnění čísla 4, a to v obou třídách, viz Obr. 61. To poukazuje na to, že žáci sečetli číslice v čísle 13, které stojí v řadě před otazníkem.



Obr. 61 Ukázka žakovského řešení úlohy PT10

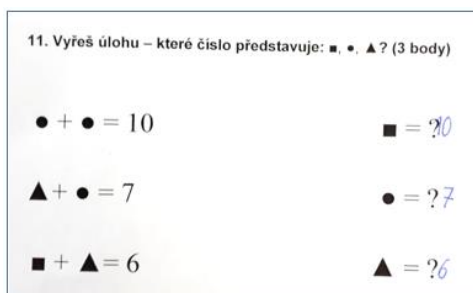
PT11 Vyřeš úlohu – které číslo představuje: ■, ●, ▲?

● + ● = 10	■ = ?
▲ + ● = 7	● = ?
■ + ▲ = 6	▲ = ?



Graf 11 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT11

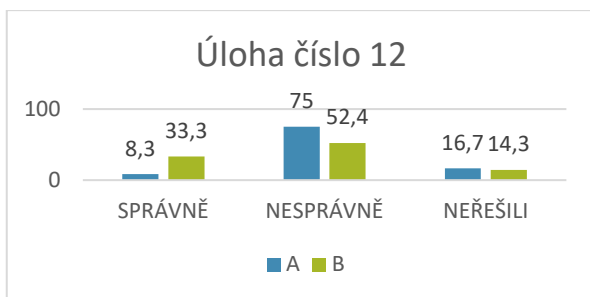
Chybavost: Nejčastější chybou u této úlohy bylo, že žáci za uvedené tvary dosadili čísla daná v zadání, tedy 6, 10, 7, viz Obr. 62. To znamená, že žáci se vůbec nepokusili propojit daný symbol s číselným znakem.



Obr. 62 Ukázka žakovského řešení úlohy PT11

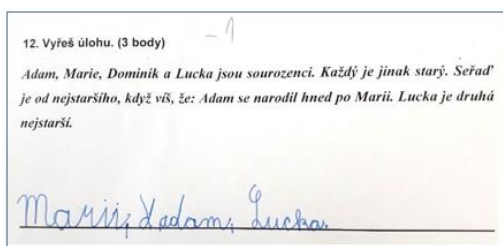
PT12 Vyřeš úlohu.

Adam, Marie, Dominik a Lucka jsou sourozenci. Každý je jinak starý. Seřad' je od nejstaršího, když víš, že: Adam se narodil hned po Marii. Lucka je druhá nejstarší.



Graf 12 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT12

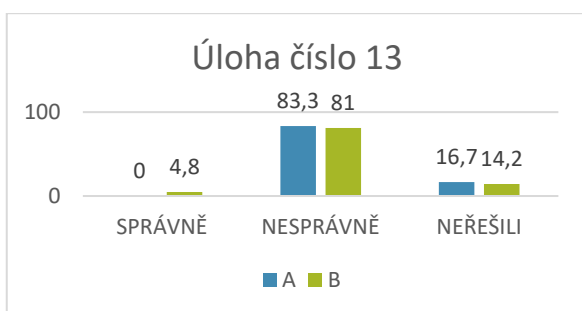
Chybovost: Zde se v obou třídách nejčastěji opakovala chyba spočívající v tom, že žáci vynechali jedno dítě ze zadání. Dále umisťovali Dominika chybně na poslední místo. I v této úloze se často objevovalo chybné zpracování jasně dané informace, tj. Lucie, u níž bylo jasně dáno, že je druhá nejstarší, se objevovala na všech různých jiných pozicích, viz Obr. 63.



Obr. 63 Ukázka žakovského řešení úlohy PT12

PT13 Vyřeš úlohu.

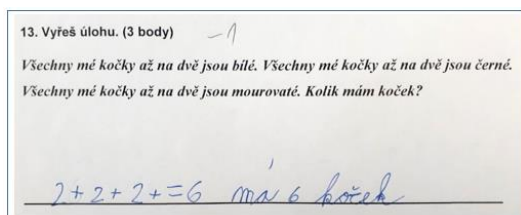
Všechny mé kočky až na dvě jsou bílé. Všechny mé kočky až na dvě jsou černé. Všechny mé kočky až na dvě jsou mourovaté. Kolik mám koček?



Graf 13 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT13

Chybovost: Tato úloha byla vyřešena pouze jedním žákem ze třídy B. Naprostá většina žáků odpovídala tak, že koček je 6. To poukazuje na to, že uváděné počty koček sečetli,

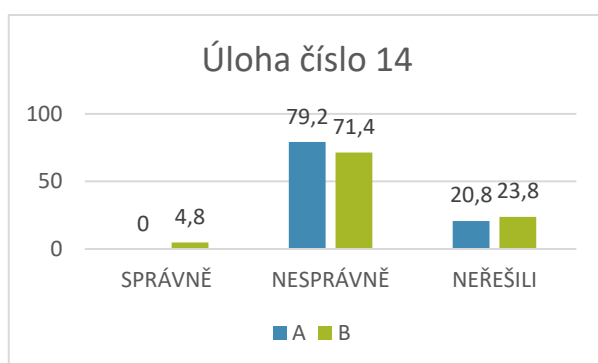
aniž by si dané výroky/informace přeformulovali, viz Obr. 64. Tato úloha patřila mezi nejdiskutovanější.



Obr. 64 Ukázka žakovského řešení úlohy PT13

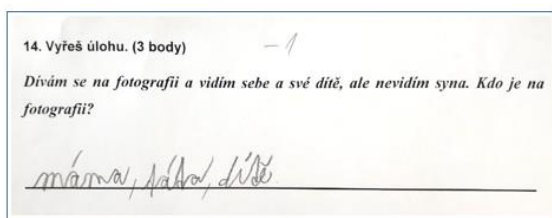
PT14 Vyřeš úlohu.

Dívám se na fotografii a vidím sebe a své dítě, ale nevidím syna. Kdo je na fotografii?



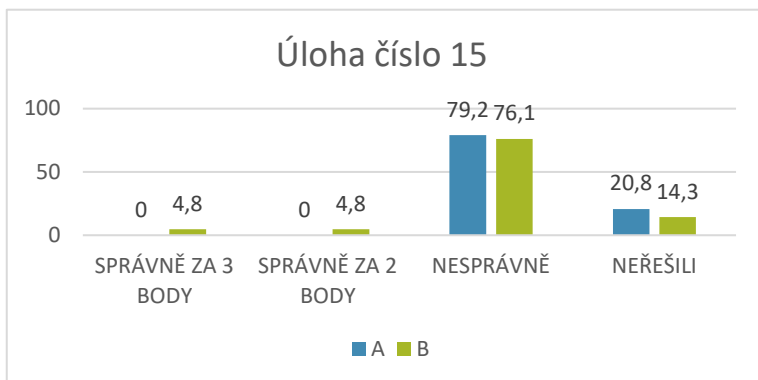
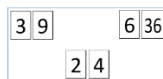
Graf 14 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT14

Chybovost: Ve třídě A neodpověděl správně žádný žák. Ve třídě B pouze jeden. Nejčastější chybnou odpovědí bylo, že žáci uváděli, že na fotografii jsou oni nebo dítě a jejich/jeho matka nebo otec, viz Obr. 65. Žáci se nedokázali oprostit od své osoby a vžít se do role pozorovatele. Zavádějící pro ně zřejmě byla formulace: „*dívám se na fotografii*“.



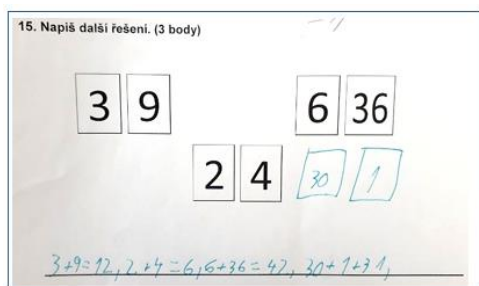
Obr. 65 Ukázka žakovského řešení úlohy PT14

PT15 Najdi další dvojice, které sem patří.



Graf 15 Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT15

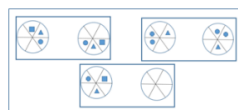
Chybovost: Ve třídě A se i u této úlohy nenašel žák, který by ji vyřešil. Žáci nenašli dané pravidlo. Většinou zadaná čísla sčítali a odčítali, uváděli např. jako řešení: $3 + 9 = 12$. Stejně jako žák, jehož záznam řešení zobrazuje Obr. 66. Pouze jeden žák ze třídy B uvedl i vícero možných řešení a získal tak 3 body. Další jeden z též třídy uvedl alespoň jedno správné řešení a získal tak 2 body.



Obr. 66 Ukázka žakovského řešení úlohy PT15

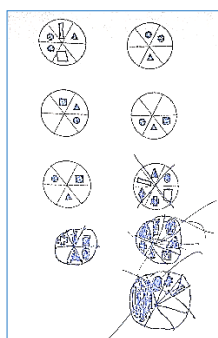
3.2.10.2 Výsledky projektu

PR1 Dokresli tvary do prázdného kruhu.

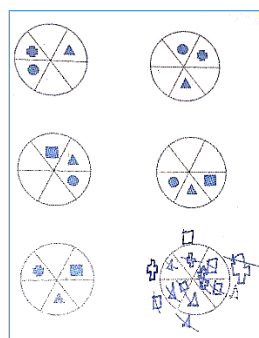


Komentář k řešení úlohy: První úloha v projektu dělala žákům velké obtíže. Všech šest skupin muselo využít nápovědy, a přesto čtyři z nich (ani pomocí dvou nápověd) úlohu nevyřešily. Nejčastěji skupiny chybovaly v umístění symbolů. Nenašly pravidlo, podle kterého se symboly v kruhu posouvají. Množství využitých nápověd přisuzují ale také tomu, že žáci v této třídě mají ve zvyku chodit s řešením problémových úloh za svou vyučující se vším, co je zrovna napadne a v podstatě tak zkouší, zda se do správného

řešení „trefí“, to dokazuje Obr. 67a i Obr. 67b. Ve chvíli, kdy jsem zaznamenávala jejich bodový zisk z této úlohy, a tedy i posun na cestě k neznámému, si ale žáci uvědomili, že plýtvat nápovědami zcela bez rozmyslu, kontroly a společné konzultace řešení úlohy v rámci skupiny, se nevyplácí.



Obr. 67a Ukázka žákovského řešení úlohy PR1

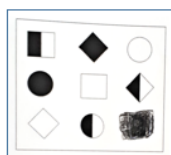


Obr. 67b Ukázka žákovského řešení úlohy PR1

PR2 Doplně správný tvar místo otazníku.



Komentář k řešení úlohy: Tato úloha žákům výraznější problémy nedělala. Pravidla, která určují umístění jednotlivých tvarů, objevily skupiny velmi rychle. S úlohou si neporadila pouze jedna skupina. Přisuzuji toto především tomu, že si daná skupina správně nerozvrhla čas na obě úlohy a svou pozornost soustředila jen na úlohu číslo 1.



Obr. 68 Ukázka žákovského řešení úlohy PR2

PR3 Vyřeš úlohu.

Na náměstí stojí 4 domy. Jeden je zelený, jeden žlutý, jeden modrý a jeden bílý. V jednom z těchto domů bydlí Vítek. Při pohledu zepředu platí, že jeho dům nestojí vedle žlutého domu, je více vpravo než modrý dům, ale zároveň více vlevo než dům bílý. Žlutý dům stojí nejvíce vlevo ze všech ostatních domů. Kde bydlí Vítek a jakou barvu má jeho dům?

Komentář k řešení úlohy: Stejně jako předchozí úloha i tato žákům nedělala obtíže. Nevyřešila ji pouze jedna skupina. Tento výsledek byl pro mě překvapující vzhledem k nízké úspěšnosti řešení obdobné úlohy (úloha číslo 8) v předoperačním testu (viz

podkapitola 3.2.10.1 Výsledky předoperačního testu). Jak dokazuje Obr. 69, žáci dokázali najít chybu a opravit ji.

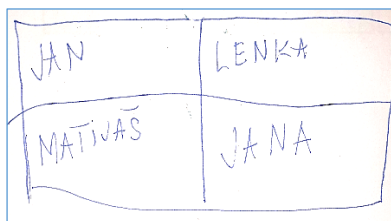


Obr. 69 Ukázka žakovského řešení úlohy PR3

PR4 Vyřeš úlohu.

V autobuse na prvních dvou sedačkách sedí za sebou čtyři děti. Adam, Jana, Matyáš a Lenka. Při pohledu ze zadní části autobusu platí, že Adam nesedí před Janou, Matyáš nesedí před Adamem, Lenka sedí vlevo vedle Jany, Jana sedí za Matyášem. Jak děti sedí v autobuse?

Komentář k řešení úlohy: Při řešení této úlohy měly jednotlivé skupiny velké problémy. Napoprvé, a tedy bez využití nápovědy, ji vyřešila pouze jedna skupina, s jednou nápovědou také pouze jedna. Zbylé čtyři skupiny ji nebyly schopné vyřešit vůbec. Problémy jim dělala především pravolevá a předozadní orientace. Další problém byl v nedostatečném pročtení zadání, kdy žáci nepracovali se zadanými jmény, viz Obr. 70a. Jak je evidentní z Obr. 70b, žáci si zadání zakreslovali různými způsoby. Ačkoliv je v zadání uveden stejný počet dětí, jako byl počet žáků ve skupinách, jedinou skupinu nenapadlo, si danou situaci převést do reality a ve třídě simulovat. Žáci nebyli schopni si správně analyzovat zadání, neprováděli kontrolu v kontextu se zadáním, nehledali další způsoby řešení, které by vedlo ke správné odpovědi.

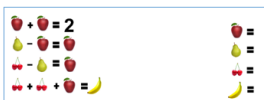


Obr. 70a Ukázka žakovského řešení úlohy PR4

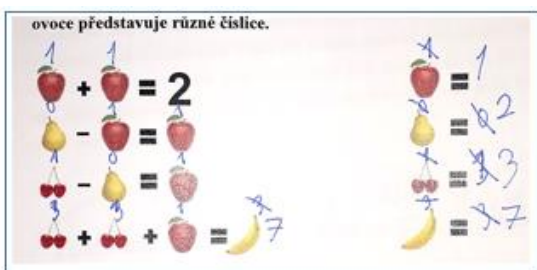


Obr. 70b Ukázka žakovského řešení úlohy PR4

PR5 Nahrad' symboly ovoce čísly tak, aby příklady byly správně. Každý symbol ovoce představuje různé číslo.



Komentář k řešení úlohy: Všechny skupiny úlohu vyřešily správně napoprvé. Tento výsledek byl pro mě opět zajímavý, protože i tato úloha byla do projektu zařazena kvůli velmi nízkému počtu správných řešení obdobné úlohy v předoperačním testu (úloha číslo 11). Očekávala jsem tedy problémy při řešení. Mile mě překvapilo, s jakou lehkostí si skupiny s řešením poradily, i když na Obr. 71 je zřetelně vidět vliv ostatních členů skupiny na ty členy, kteří si s úlohou rady nevěděli, toto usuzuji z toho, že výsledky na tomto obrázku v pravé části jsou sice správné, ale nevycházejí ze zápisu na levé straně.

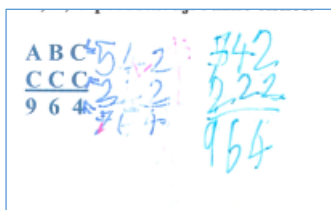


Obr. 71 Ukázka žákovského řešení úlohy PR5

PR6 Místo písmen A, B, C dosad' číslice tak, aby byl příklad správně. Písmena A, B, C představují různé číslice.

$$\begin{array}{r} ABC \\ CCC \\ \hline 964 \end{array}$$

Komentář k řešení úlohy: S touto úlohou si napoprvé správně poradily tři skupiny. Dvě skupiny využily jedné nápovědy a jedna skupina obou možných nápověd. Řešení úlohy tedy do zdárného konce dovedly všechny skupiny. Nicméně ani jedna skupina nepředložila obě možná správná řešení, jak je vidět i na Obr. 72.

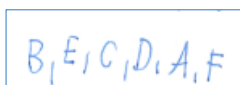


Obr. 72 Ukázka žákovského řešení

PR7 Uspořádej následující věty tak, aby šly co nejlogičtěji za sebou.

- A) Hodila jsem po Pepovi bačkoru, ale ta vylétla otevřenými dveřmi na chodbu.
- B) Ráno jsem přišla do školy a v šatně se přezula do bačkor.
- C) Když zazvonilo na konec hodiny matematiky, paní učitelka odešla ze třídy a nechala otevřené dveře.
- D) Pepa mi vzal z lavice penál a utíkal ke dveřím.
- E) První hodinu jsme měli matematiku.
- F) Paní učitelka se vrátila do třídy s mou bačkorou v ruce. Trefila ji do zad, když stála na chodbě. Dostala jsem poznámku.

Komentář k řešení úlohy: Tato úloha nečinila žákům žádné obtíže. Řešení napříč skupinami vypadalo podobně, jako řešení zachycené na Obr. 73. Nevyřešila ji pouze jedna skupina, která zároveň ale ani nečerpala nápovědy – z mého pozorování vyplynulo, že skupina se zaobírala druhou ten den zadávanou úlohu a na tuto zcela zapomněla.



Obr. 73 Ukázka žákovského řešení úlohy PR7

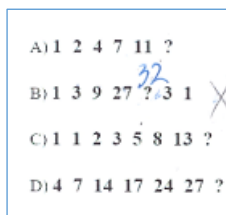
PR8 Vyřeš úlohu

Jaké číslo následuje v řadě místo otazníků? Každý ze skupiny řeší pouze jedno zadání. Po vyřešení všech číselných řad, sečtete čísla, která jste doplnili, a tak získáte řešení tohoto úkolu.

- | |
|----------------------|
| A) 1 2 4 7 11 ? |
| B) 1 3 9 27 ? 3 1 |
| C) 1 1 2 3 5 8 13 ? |
| D) 4 7 14 17 24 27 ? |

Komentář k řešení úlohy: Zadané číselné řady způsobily jednotlivým skupinám značné obtíže. Žáci ve skupinách byli disciplinovaní a opravdu řešili pouze svou jednu řadu. Tím se také potvrdilo jedno z úskalí projektu, a to, že někteří slabší žáci se svou skupinou nechávají „táhnout“ a na práci na jednotlivých úkolech se podílejí jen minimálně. Napoprvé neuspěla ani jedna skupina. Dvě skupiny úlohu nevyřešily vůbec. Nejčastější chyba byla, že skupiny, které sice správně vyřešily všechny řady, nesečetly doplněná čísla tak, jak zadání úlohy vyžadovalo. Co se týče chybovosti v jednotlivých řadách, největší obtíže způsobovala žákům zrcadlová řada pod písmenem B. Žáci se, navzdory tomu, že

se v této řadě nic nepočítá, snažili k jednotlivým číslům něco přičítat, či odčítat, viz Obr. 74.

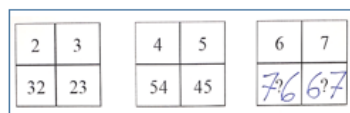


Obr. 74 Ukázka žakovského řešení úlohy PR8

PR9 Urči číslo, které patří místo otazníku.

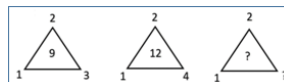
2	3	4	5	6	7
32	23	54	45	?	?

Komentář k řešení úlohy: Podle očekávání tato úloha nedělala žákům žádné obtíže a všechny skupiny ji vyřešily napoprvé, stejně jako žák, jehož řešení je na Obr. 75.

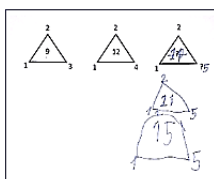


Obr. 75 Ukázka žakovského řešení úlohy PR9

PR10 Urči, která čísla patří místo otazníků.



Komentář k řešení úlohy: Ani tato úloha žákům nečinila problémy. Pouze dvě skupiny využily po jedné nápovědě, která jim stačila ke správnému vyřešení úlohy, viz Obr. 76. Žáci bez větších problémů dokázali odhalit a správně zkombinovat obě pravidla, která bylo nutné aplikovat, aby žáci doplnili správná čísla.



Obr. 76 Ukázka žakovského řešení úlohy PR10

PR11 Vyřeš úlohu.

Chlapci stojí v řadě jeden za druhým. Kolik jich je?

Komentář k řešení úlohy: Během řešení této úlohy měli žáci obtíže. Ani jedna skupina si situaci nesimulovala. Jako řešení předkládaly skupiny počty 10, 15, 4 a nejčastěji 2, viz

Obr. 77a. Dvě skupiny nepotřebovaly nápovědu, zbylé skupiny nápověd využily a úlohu za jejich pomoci vyřešily. Vítek, jehož případová studie je součástí této práce, viz kapitola 3.2.9 Případová studie žáka 3. ročníku základní školy, řešil úlohu pomocí obrázku, viz Obr. 77b.



Obr. 77a Ukázka žakovského řešení úlohy PR11

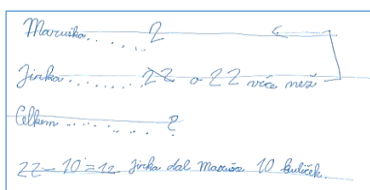


Obr. 77b Ukázka žakovského řešení úlohy PR11

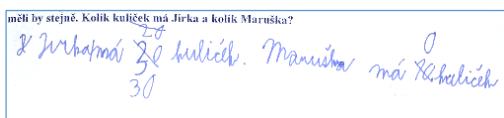
PR12 Vyřeš úlohu.

Jirka má třikrát více kuliček než Maruška. Jestliže by dal Jirka Marušce 10 kuliček, měli by stejně. Kolik kuliček má Jirka a kolik jich má Maruška?

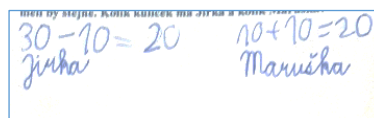
Komentář k řešení úlohy: Tři skupiny úlohu vyřešily správně napoprvé a v krátkém čase. Dvě skupiny úlohu nevyřešily vůbec. Tato úloha přispěla k rozvoji řešitelských strategií u žáků, protože žáci využívali různých postupů. Obr. 78a ukazuje využití zažitého postupu při řešení slovních úloh, které ale v tomto případě ke správnému řešení nevedlo. Obr. 78b signalizuje metodu pokus-omyl. Obr. 78c ukazuje na přímou spojitost s počtem kuliček Marušky, kdy 10 krát 3 je 30 a od toho se odvíjel další postup.



Obr. 78a Ukázka žakovského řešení úlohy PR12



Obr. 78b Ukázka žakovského řešení úlohy PR12

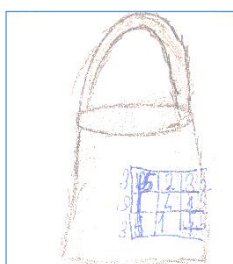


Obr. 78c Ukázka žakovského řešení úlohy PR12

PR13 Vyřeš úlohu.

Na číselném zámku jsou tři kotouče s čísly od 1 do 5. Kolik číselných kombinací je možné na zámku nastavit, když víte, že na prvním místě je číslo 3, na třetím místě je číslo 5 a žádné číslo se nesmí opakovat? Všechny možné kombinace čísel napiš.

Komentář k řešení úloze: Žáci s touto úlohou měli obtíže. Nejčastější chybou bylo, že si žáci nedostatečně přečetli zadání a jako řešení úlohy deklamovali pouze jednu možnou kombinaci. Pouze jedna skupina úlohu zvládla správně vyřešit napoprvé bez nutnosti nápovědy. Obr. 79a, b signalizují potřebu žáků si vizualizovat problém s reálnou představou zámku.



Obr. 79a Ukázka žakovského řešení úlohy PR13



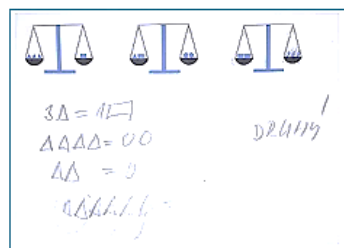
Obr. 79b Ukázka žakovského řešení úlohy PR13

PR14 Vyřeš úlohu.

Kolik koleček musí být na pravé straně poslední váhy, aby nastala rovnováha jako u předešlých dvou vah?



Komentář k řešení úlohy: Tuto úlohu jsem považovala za tu, která bude žákům způsobovat při řešení obtíže. Mé domněnky ale nebyly správné. Žáci se s úlohou popasovali velmi dobře. Pět skupin úlohu vyřešilo správně bez nápovědy. Zajímavé opět je, že řešení předkládaly skupiny s absencí zachycení dílčích kroků. Jedna skupina musela využít obou možných nápověd, které jsou zachycené na Obr. 80, aby úlohu dokázaly zdárně vyřešit.

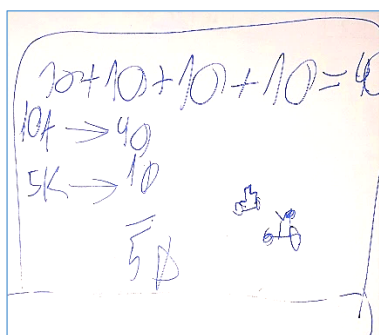


Obr. 80 Ukázka žakovského řešení úlohy PR14

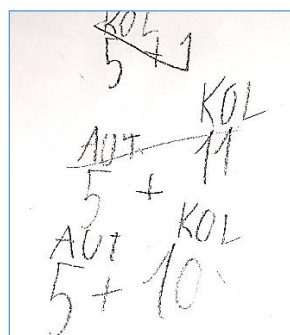
15. Vyřeš úlohu

Na parkovišti stojí osobní automobily a jízdní kola. Celkem tam je 15 dopravních prostředků, která mají dohromady 40 kol. Kolik aut a jízdních kol stojí na parkovišti?

Komentář k řešení úlohy: Stejný typ úlohy dělal v předoperačním testu žákům značné problémy. V této třídě ji dokázal vyřešit pouze jeden žák. Z tohoto důvodu jsem očekávala problémy i při řešení této úlohy. A opět jsem byla mile překvapena, když čtyři skupiny úlohu vyřešily bez pomoci nápovědy. Dvě skupiny využily obou nápověd, přičemž jedna poté úlohu dokázala správně vyřešit, druhá ne. Zajímavé je, že ani u této úlohy si žáci neudělali žádný náskres, ale pracovali pouze s čísly, která sčítali, viz Obr. 81 a, b.



Obr. 81a Ukázka žakovského řešení úlohy PR15



Obr. 81b Ukázka žakovského řešení úlohy PR15

PR16 Vyřeš úlohu

Doplň číslo místo otazníku. Číslo uprostřed strany obdélníku je součtem jiných dvou čísel v obdélníku. Každý ze skupiny řeší jeden obdélník. Součtem doplněných čísel, získáte správnou odpověď.

5	12	6
17		11
7	16	?

2	10	14
13		16
8	19	?

9	20	1
14		10
11	4	?

18	27	4
16		22
9	11	?

Komentář k řešení úlohy: Tato úloha způsobovala žákům určité potíže. Nedokázali najít pravidlo, které určuje chybějící číslo. Žák, který je autorem řešení zachyceném na Obr. 82 pravidlo, že se sčítají dvě čísla, zřejmě našel, protože výsledek 18 poukazuje na součet čísel 7 a 11, která ve čtverci jsou, nicméně nepřišel na to, která čísla má sčítat. Bez nápovědy zvládla správně vyřešit úlohu pouze jedna skupina, jedna skupina úlohu naopak nevyřešila ani za pomoci dvou nápověd, další skupina úlohu také nevyřešila, ale ani si nepřišla pro nápovědy. Tato skupina si nerozvrhla správně čas, nechala si na tuto

úlohu málo času a rozhodla se taktizovat. Zkoušela úlohu řešit bez nápověd ve zbytku času, což se jí ale nepodařilo. Byl to ale mnou první zaznamenaný taktický krok vůbec. Zbývající tři skupiny úlohu vyřešily s pomocí nápověd.

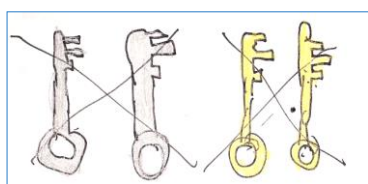
5	12	6	18 ↑ 15 18
17		11	
7	16	?	

Obr. 82 Ukázka žákovského řešení úlohy PR16

PR17 Vyřeš úlohu.

V truhlici je pět zlatých a pět stříbrných klíčů. K otevření zámku potřebujeme buď dva klíče zlaté, nebo dva klíče stříbrné. Kolik nejméně klíčů musíte vyndat, abyste si byli jistí, že máte dva klíče ze stejného kovu? Klíče taháte z truhlice za naprosté tmy a nemůžete tedy vidět, jaké klíče jste si vytáhli.

Komentář k řešení úlohy: I tato úloha dělala žákům potíže. Pouze jedna skupina ji vyřešila bez nutnosti nápovědy. Ostatních pět skupin nápovědy využilo ke konečnému správnému řešení. Ani během řešení této úlohy žáci nevyužili možnost experimentálního řešení. Žádnou ze skupin nenapadlo úlohu převést do reality a vyzkoušet si ji vyřešit za pomoci experimentu, např. s využitím pastelek. Jako nejčastější řešení se objevovalo, že je nutné vyndat 4 klíče. Jak ukazuje Obr. 83, žáci zřejmě nesprávně pochopili zadání a domnívali se, že musí mít dva klíče od každého kovu. Nicméně ani toto by správný výsledek nebyl.



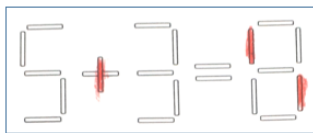
Obr. 83 Ukázka žákovského řešení úlohy PR17

PR18 Vyřeš úlohu.

Odstraň (vybarvi červeně) tři tyčinky tak, aby byla vytvořena nová platná rovnost.

$$5 + 3 = 8$$

Komentář k řešení úlohy: V pořadí osmnáctá úloha žákům naopak žádné větší problémy nedělala. Všechny skupiny ji vyřešily v poměrně krátké době (max. 10 minut) napoprvé a hned správně. Žáci v jednotlivých skupinách měli k dispozici krabičku zápalek. K sestavení příkladu z nich se ale rozhodla pouze jedna skupina.

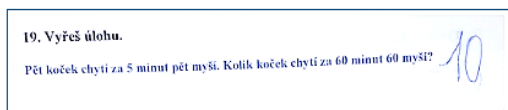


Obr. 84 Ukázka žakovského řešení úlohy PR18

PR19 Vyřeš úlohu.

Pět koček chytí za 5 minut pět myši. Kolik koček chytí za 60 minut 60 myši?

Komentář k řešení úlohy: U této úlohy jsem předpokládala velké obtíže při řešení, vzhledem k faktu, že zde žáci musí aplikovat dvě lineární závislosti. Tato má domněnka se ale nepotvrdila. Úlohu vyřešily všechny skupiny. Z toho čtyři skupiny nepotřebovaly žádnou nápovědu, jedna skupina využila jednu nápovědu a další skupina nápovědy dvě, tyto skupiny jako řešení nejprve uváděly 10 koček, viz Obr. 85.



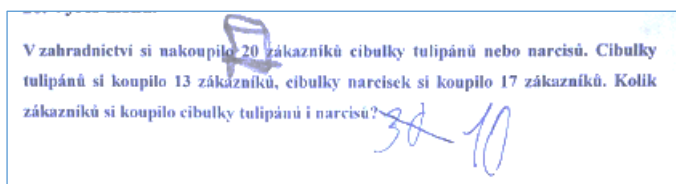
Obr. 85 Ukázka žakovského řešení úlohy PR19

PR20 Vyřeš úlohu.

V zahradnictví si nakoupilo 20 zákazníků cibulky tulipánů nebo narcisů. Cibulky tulipánů si koupilo 13 zákazníků, cibulky narcisek si koupilo 17 zákazníků. Kolik zákazníků si koupilo cibulky tulipánů i narcisů?

Komentář k řešení úlohy: Poslední úloha projektu nebyla z mého pohledu pro žáky snadná. Ovšem žáci si s ní poradili víceméně bez větších obtíží. Napoprvé ji dokázaly správně vyřešit tři skupiny, jedna skupina využila jedné nápovědy, dvě skupiny využily obou možných nápověd. Skupiny úlohu řešily početně bez jakéhokoliv nákresu nebo náznaku množin. U skupin, které musely využít nápověd, se nejčastěji objevovala chybná odpověď, ve které skupiny uváděly jako řešení číslo vyšší než počet zákazníků, který v zahradnictví byl, viz Obr. 83. Toto příkládám tomu, že si žáci nedostatečně přečetli

zadání, neujasnili si z něho, co je dané a co mají řešit. Dále si svou odpověď nedali do kontextu se zadáním.



Obr. 86 Ukázka žakovského řešení úlohy PR20

3.2.10.3 Výsledky hry AZ kvíz

AZ1 Vyřeš úlohu.

Matka má tři dcery ve věku 8, 5 a 3 roky. Za 8 let bude součet jejich věků shodný s věkem jejich matky v tu dobu. Kolik let je matce dnes?

Komentář k řešení úlohy: Třída A byla v řešení této úlohy úspěšnější. Polovina žáků odpověděla správně. Třída B měla všechny odpovědi chybné. Chyba, která téměř u všech nesprávných odpovědí byla, je ta, že žáci úlohu nedokončili. Zjistili správně, kolik let bude matce za 8 let a v této fázi skončili, viz Obr. 87. Nespočítali, kolik let je matce dnes, a tak nezodpověděli kladenou otázku. Tím se opět potvrzuje předpoklad **P2**. Třída A naopak tím, že byla v této úloze úspěšnější, potvrzuje předpoklad **P3**.

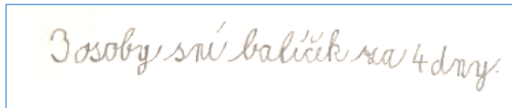
$8+8=16$
 $5+8=13$
 $3+8=11$
 $\frac{11}{40}$
Matce je 40 let.

Obr. 87 Ukázka žakovského řešení úlohy AZ1

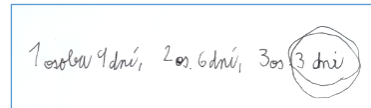
AZ2 Vyřeš úlohu.

Dvě osoby sní balíček rýže za 6 dní. Za kolik dní sní stejný balíček rýže 3 osoby, když je spotřeba stejná?

Komentář k řešení úlohy: I v této úloze byla třída A (viz Obr. 88a) úspěšnější, než třída B, kde neodpověděl správně nikdo. Nejčastější chybnou odpovědí bylo uvedení počtu 3 dní, viz Obr. 88b.



Obr. 88a Ukázka žákovského řešení úlohy AZ2



Obr. 88b Ukázka žákovského řešení úlohy AZ2

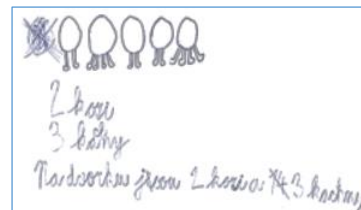
AZ3 Vyřeš úlohu.

Na dvorku jsou kachny a kozy. Celkem je tam 5 hlav a 14 nohou. Kolik může být na dvorku koz a kachen?

Komentář k řešení úlohy: Tato úloha nečinila problémy ani jedné třídě. Obě měly 100% úspěšnost. Nicméně znázornění obrázkem jsem zaznamenala pouze u Vítka, viz příloha PVI a dalších žáků ze třídy A viz Obr. 89 a, b. Zde se tedy potvrzuje předpoklad **P3**.



Obr. 89a Ukázka žákovského řešení úlohy AZ3

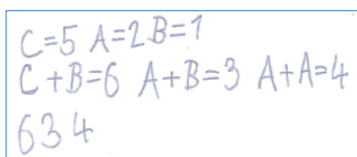


Obr. 89b Ukázka žákovského řešení úlohy AZ3

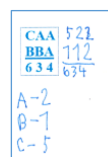
AZ4 Vyřeš úlohu.

CAA
BBA
634

Komentář k řešení úlohy: Ani tato úloha nečinila žádné třídě problémy. Správné řešení uvedl každý žák. Možností existence dalšího řešení se nezabýval nikdo, viz Obr. 90a, b.



Obr. 90a Ukázka žákovského řešení úlohy AZ4

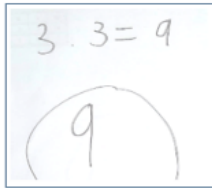


Obr. 90b Ukázka žákovského řešení úlohy AZ4

AZ5 Vyřeš úlohu.

Anička, Lenka a Hanka jdou na maškarní ples. Na výběr mají 3 kostýmy – 1 čarodějnici, 1 princeznu, 1 šaška. Kolika způsoby si mohou dívky kostýmy rozdělit?

Komentář k řešení úlohy: Tato úloha žákům obou tříd činila obtíže. Lépe si vedla třída A. Nejčastěji žáci uváděli řešení 9, kdy vynásobili tři dívky se třemi kostýmy, viz Obr. 91.



Obr. 91 Ukázka žákovského řešení úlohy AZ5

AZ6 Vyřeš úlohu.

Doplň číslo místo otazníku.

6	4	10
7	7	14
5	6	?

Komentář k řešení úlohy: Tato úloha byla pro žáky dle jejich slov velmi jednoduchá. Jak dokazuje Obr. 92, úloha jim nedělala žádný problém. Přičítám to faktu, že podobné typy úloh mají v pracovním sešitě matematiky.

6	4	10
7	7	14
5	6	11

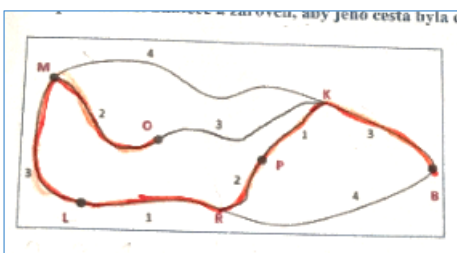
Obr. 92 Ukázka žákovského řešení úlohy AZ6

AZ7 Vyřeš úlohu.

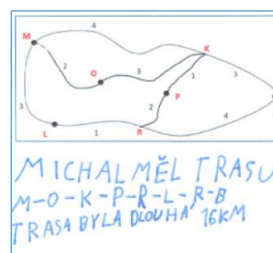
Michal (M) má donést babičce (B) nákup, léky a noviny. Pro nákup musí dojít do obchodu (O), pro léky do lékárny (L) a pro noviny na poštu (P). Jeho cesta může vést i kolem kostela (K) nebo kolem rybníku (R). Jakou cestou se má vydat, aby toto vše koupil a donesl babičce a zároveň, aby jeho cesta byla co nejkratší?



Komentář k řešení úlohy: I zde byla úspěšnější třída A. Chybou bylo, že si žáci nevytyčili všechny cesty a neporovnali jejich součet, viz Obr. 93a. Škála jejich odpovědí byla pestrá, většinou udávali součet roven 16, viz Obr 93b.



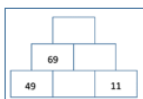
Obr. 93a Ukázka žákovského řešení úlohy AZ7



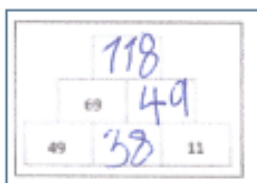
Obr. 93b Ukázka žákovského řešení úlohy AZ7

AZ8 Vyřeš úlohu.

Doplň čísla do pyramidy.



Komentář k řešení úlohy: Třída A řešila tuto úlohu bezchybně, třída B s 50% úspěšností. Nejčastěji žáci chybovali hned při doplňování prvního čísla, viz Obr. 94.

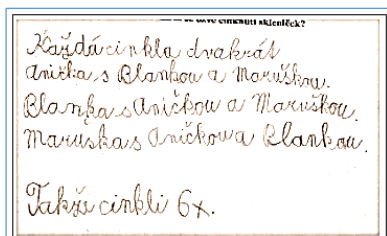


Obr. 94 Ukázka žákovského řešení úlohy AZ8

AZ9 Vyřeš úlohu.

Maruška má narozeniny. Popřát ji přišly kamarádky Anička a Blanka. Každá dívka si přitukne s každou. Kolikrát se ozve cinknutí skleniček?

Komentář k řešení úlohy: V této úloze byla úspěšnější třída B. Žáci často uváděli, že se cinknutí ozvalo 6krát. To by poukazovalo na to, že si neuvědomili fakt, že pokud si přitukne Anička s Blankou, je to to samé, jako když si cinkne Blanka s Aničkou. V záznamu Obr. 95 je vidět systematickost, kdy úvaha je správná, ale závěr chybný.

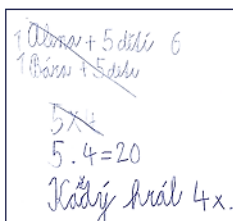


Obr. 95 Ukázka žákovského řešení úlohy AZ9

AZ10 Vyřeš úlohu.

Pět dětí, Alena, Bára, Cyril, Daniel a Ema hrají tenis každý s každým. Kolik zápasů celkem sehrají?

Komentář k řešení úlohy: I zde byla úspěšnější třída B. Stejně jako v předchozí úloze, se i zde často objevila odpověď, že sehráli 20 zápasů, což je opět dvojnásobek správného řešení, viz Obr. 96.

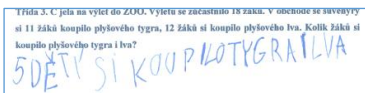


Obr. 96 Ukázka žákovského řešení úlohy AZ10

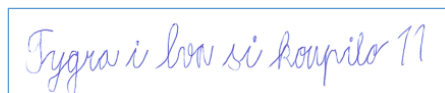
AZ11 Vyřeš úlohu.

Třída 3. C jela na výlet do ZOO. Výletu se zúčastnilo 18 žáků. V obchodě se suvenýry si 11 žáků koupilo plyšového tygra, 12 žáků si koupilo plyšového lva. Kolik žáků si koupilo plyšového tygra i lva?

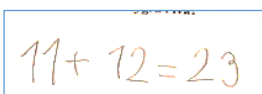
Komentář k řešení úlohy: Tato úloha dělala menší obtíže třídě B. Je to velmi zajímavé především proto, že úloha tohoto typu se objevila v projektu, kde žákům třídy A nečinila větší obtíže, viz podkapitola 3.2.10.2 Výsledky projektu, úloha 20. Žákovská řešení byla rozmanitá, viz Obr. 97 a, b, úlohu neřešili pomocí obrázku, pouze početně. Tam ve většině případů skončili u čísla 23, viz Obr. 97c, ke kterému došli součtem žáků, kteří si zakoupili lva a žáků, kteří si zakoupili tygra. Zde se opět potvrzuje předpoklad **P2**, kdy žáci svůj výsledek nekonfrontovali se zadáním úlohy. Podle předpokladu **P3**, měli být žáci třídy A úspěšnější, což se v této úloze nepotvrdilo.



Obr. 97a Ukázka žákovského řešení úlohy AZ11



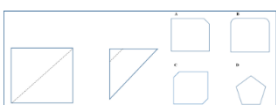
Obr. 97b Ukázka řešení úlohy AZ11



Obr. 97c Ukázka žákovského řešení úlohy AZ11

AZ12 Vyřeš úlohu.

Máme papír ve tvaru čtverce. Přehneme ho tak, aby vznikl trojúhelník, a odstříhneme rohy tak, jak je naznačeno na obrázku. Co nám po rozložení vznikne?



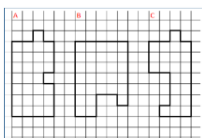
Komentář k řešení úlohy: Úloha vybízející k experimentálnímu řešení byla pro žáky, dle jejich tvrzení, jednoduchá. Více než polovina žáků ji také experimentálně řešila, viz foto Vítka, Obr. 98. Obě třídy byly stejné úspěšné.



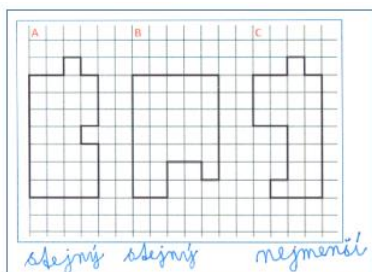
Obr. 98 Ukázka žakovského řešení úlohy AZ12

AZ13 Vyřeš úlohu.

Ověřte, zda tvrzení: „*Obrazec A má větší obvod než obrazec B, a zároveň menší než obrazec C.*“ je pravdivé.



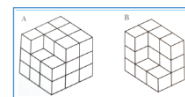
Komentář k řešení úlohy: Při řešení této úlohy byla úspěšnější třída B. Žáci při řešení postupovali většinou správně, pokud chybovali, jednalo se o chybu v součtu, viz Obr. 99, nebo o chybu z nepozornosti.



Obr. 99 Ukázka žakovského řešení úlohy AZ13

AZ14 Vyřeš úlohu.

Kolik krychlí je potřeba odebrat, aby ze stavby A vznikla stavba B?



Komentář k řešení úlohy: Tentokrát, na rozdíl od úlohy č. 12, žáci strategii experimentu nevyužili. Úspěšnější byla třída B, což opět nepotvrzuje předpoklad **P3**. Nejčastější chybou bylo odečtení pouze viditelných krychlí. Ze třídy B je i žákyně, jejíž řešení zachycuje Obr. 100, kde dokreslila krychle do zadání, ne do tvaru, který jsme získali po odebrání krychlí.



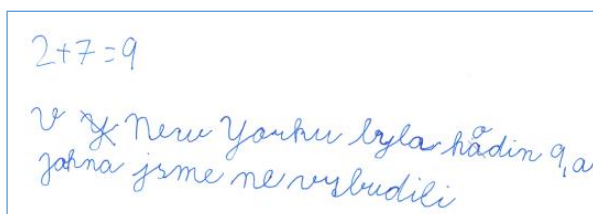
Obr. 100 Ukázka žakovského řešení úlohy AZ14

AZ15 Vyřeš úlohu.

Rozdíl času mezi Prahou a New Yorkem je 7 hodin. Pokud je v Praze 19:00, v New Yorku je poledne.

John normálně vstává v New Yorku v 8:30 hodin. Pokud mu zavolám z Prahy ve dvě odpoledne, vzbudím ho?

Komentář k řešení úlohy: Zde byla výrazně lepší třída A. Žáci správně určili, že poledne je 12:00, pak ale často chybovali při počítání posunu času. Jeden žák postupoval experimentálně, kdy si pomocí hodin přetáčel čas. Obr. 101 je ukázkou řešení žákyně ze třídy B, která sečetla rozdíl času s časem, kdy máme volat.

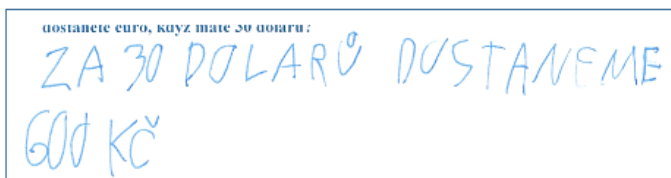


Obr. 101 Ukázka žakovského řešení úlohy AZ15

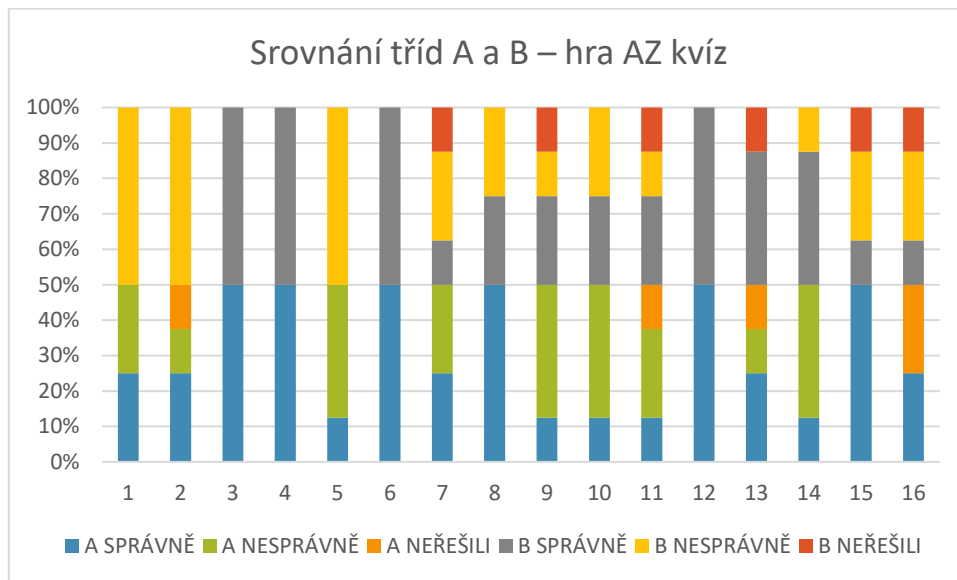
AZ16 Vyřeš úlohu.

Víte, že 20 dolarů můžete vyměnit za 400 Kč; 200 Kč můžete vyměnit za 10 euro. Kolik dostanete euro, když máte 30 dolarů?

Komentář k řešení úlohy: V řešení poslední úlohy byli úspěšnější žáci z třídy A. Ve třídě B se opakovala odpověď 600 Kč, viz Obr. 102. Zde se tedy opět potvrzuje předpoklad **P2** – žáci odpovídali na něco jiného, než na co jsem se v úloze ptala. A zároveň se potvrzuje i předpoklad **P3**, protože třída A byla při řešení této úlohy úspěšnější.



Obr. 102 Ukázka žakovského řešení úlohy AZ16



Graf 16 Srovnání úspěšnosti tříd A a B ve hře AZ kvíz

Komentář ke Grafu 16

Z grafu lze vyčíst vyšší úspěšnost třídy B v úlohách 9, 10, 11, 13 a 14, ačkoliv by podle předpokladu **P3** měla být úspěšnější třída A. Domnívám se, že tento fakt mohl být způsoben tím, že úlohy řešili žáci doma, bez mého přímého dozoru a předpokládám tak možný vliv rodičů na řešení. Ovšem stejný vliv na řešení mohli mít i rodiče žáků třídy A.

Další příčinou je, dle mého názoru, i to, že jsem se žáky třídy A nemohla přičiněním pandemických opatření zakončit projekt společnou prezentací výsledků s předáním si zkušeností a strategií řešení mezi jednotlivými skupinami.

3.2.11 Ověření výzkumných předpokladů

Tato kapitola je věnována zhodnocení všech tří předem stanovených výzkumných předpokladů **P1**, **P2**, **P3** na základě výsledků daných ověřovacích metod, které jsou podrobně popsány v kapitole 3.2.10 Interpretace výsledků.

P1: *Velká část žáků nemá dostatečně rozvinuté logické myšlení.*

Ověřovací metoda: předoperační test, dotazník pro pedagogy

Předpoklad P1 potvrzen.

Zdůvodnění vyhodnocení **P1**:

Předpoklad **P1** byl potvrzen na základě výsledků předoperačního testu, kdy žáci obou tříd dosáhli v součtu velmi nízkého počtu bodů. Z celkového počtu možných 45 bodů/1 žák, dosáhli žáci ve třídě A celkového součtu 273 bodů. Při počtu 24 žáků je průměrný počet bodů na jednoho žáka 11, 38. Třída B dosáhla v předoperačním testu celkového součtu 278 bodů při počtu 21 žáků. Průměrně tedy připadá na jednoho žáka 13, 24 bodů. Předpoklad **P1** by byl vyvrácen, kdyby žáci dosáhli počtu více než 15 bodů. Takového výsledku dosáhlo ve třídě A 5 žáků a ve třídě B 6 žáků. Výsledek zároveň dokládá, že počáteční úroveň schopností řešit problémové úlohy byla u obou tříd srovnatelná.

Další metodou k potvrzení předpokladu **P1** byl dotazník pro pedagogy, kde se nejčastěji objevovala odpověď, že schopnost řešit logické úlohy není u žáků dostatečně rozvinutá. Tímto se předpoklad **P1** potvrdil.

P2: *Žáci většinu úloh řeší metodou pokus-omyl bez dostatečného pochopení zadání a s absencí využití metody experimentu nebo obrázku a bez zpětné kontroly výsledku vzhledem k zadání.*

Ověřovací metoda: projekt „*Matematika klíčem ke všem záhadám a tajemstvím*“

Předpoklad P2 potvrzen.

Zdůvodnění vyhodnocení **P2**:

Předpoklad **P2** byl potvrzen na základě realizace projektu, během kterého se prokázalo, že žáci mají tendence úlohy řešit bez dostatečného přečtení zadání úlohy, bez následné kontroly jejich výsledku s charakterem zadání a dále bez využití jiných řešitelských strategií, jako je např. řešení pomocí obrázku nebo experimentu. Toto vše je konkrétně popsáno v podkapitole 3.2.10.2 Výsledky projektu. Zde jsou podrobně vypsané postupy řešení, které žáci při řešení volili. Z komentářů je patrné, že žáci v naprosto minimální míře využívali obrázku nebo experimentu a také to, že výsledek předkládali bez kontroly vzhledem k zadání.

P3: Žáci po předchozí zkušenosti s řešením logických úloh budou schopni aplikovat nové postupy na podobné typy úloh.

Ověřovací metoda: Hra typu AZ kvíz

Předpoklad P3 potvrzen.

Zdůvodnění vyhodnocení **P3**:

Předpoklad **P3** byl potvrzen na základě výsledků obou tříd ve hře AZ kvíz. Kritérium pro potvrzení předpokladu **P3** bylo stanoveno tak, že pokud třída A získá ve hře více polí než třída B, je předpoklad **P3** potvrzen.

Třída A získala 7 polí, třída B získala 5 polí, 4 pole získaly obě třídy společně, protože zde dosáhly stejného počtu správných odpovědí. Je ovšem důležité říci, že žáci třídy A neaplikovali ve všech případech postupy, a také nevyužili řešitelské strategie, které v projektu využili. Toto dosvědčuje již výše zmíněný fakt, viz kapitola 3.2.10.3 Výsledky hry AZ kvíz, kde třída B byla úspěšnější v pěti úlohách, ačkoliv neprošla projektem. Jak jsem již uvedla, přičítám toto tomu, že jsem se žáky třídy A kvůli pandemii nemohla uskutečnit závěrečnou prezentaci jejich výtvarných zpracování indicií, spojenou s předáváním postupů a strategií, které daná skupina uplatnila při řešení úloh, ostatním skupinám.

3.2.12 Reflexe z projektu

Celý projekt hodnotím jako zdařilý. Žáci projevovali nadšení již při čtení motivačního dopisu. Živě o něm diskutovali, zajímali se o něj. Protože rozdělení do skupin bylo mnou řízené, obávala jsem se reakcí žáků na složení jednotlivých skupin. Obavy se ale ukázaly jako zbytečné, žáci složení skupin vůbec neřešili. Před doručením prvních dvou úloh žáci vymýšleli názvy svých skupin a rozdělovali si jednotlivé role – vedoucí skupiny, strážce ticha, sekretář a hlavní výtvarník. Toto vše se obešlo bez dohadů, což udivilo jak mě, tak třídní učitelku této třídy. Žáci v této třídě totiž až do této chvíle projekt neměli. Na skupinovou práci jsou ale zvyklí, v okamžiku byli schopní poskládat lavice tak, aby mohly skupiny pohodlně pracovat a přitom měly vlastní prostor v dostatečné vzdálenosti od zbylých skupin. Tím se značně zkrátil čas při přípravě na každou projektovou hodinu.

Během řešení jednotlivých úloh mě mnohokrát překvapilo, jak se s úlohou žáci popasovali. Obecně lze říci, že u úloh, u kterých jsem předpokládala obtíže, se mé domněnky nepotvrdily. Našly se samozřejmě skupiny, kterým úlohy dělaly potíže, ale v celkovém pohledu se s úlohami, mnou vytipovanými jako problémovými, vypořádali velmi dobře. A naopak u některých úloh, o kterých jsem se domnívala, že nebudou žákům způsobovat větší obtíže, se problémy s řešením objevily. Žáci v nich častokrát hledali něco, co tam nebylo a zbytečně se v nich zamotávali.

Velký podíl na úspěšném řešení úloh je bezesporu schopnost umět si správně přečíst, pochopit a analyzovat informace plynoucí ze zadání, dále schopnost si ujasnit to, co se má vyřešit, na co se úloha ptá. Zde jde ruku v ruce čtenářská gramotnost s matematickou. Žáci si často zadání přečetli pouze jednou, což se u většiny žáků projevilo jako nedostatečné. Žáci se k zadání nevraceli, a to ani ve chvíli, kdy úlohu vyřešili. Nezamysleli se, zda to, co označili za své řešení dané úlohy, je v kontextu se zadáním reálné a je odpovědí na zadanou otázku. Dalším faktem vyplývajícím z projektu je to, že žáci se zadané úlohy vůbec nepokoušejí řešit experimentálně, a to ani v případech, kdy vše, co pro experiment potřebovali, měli plně k dispozici. Stejně tak nevyužívali experiment jako jeden ze způsobů řešení, žáci nevyužívali ani možnost si zadání znázornit a úlohu řešit pomocí obrázku. Dle mého pozorování lze konstatovat, že žáci ve většině úloh nejdříve hledali a především aplikovali základní početní operace, které znají. Často, když v zadání byla uvedena nějaká čísla, žáci je jednoduše sečetli, odečetli nebo vynásobili. Nicméně sociální učení je pro žáky velmi přínosné, protože ne každý člen skupiny úlohy řešil takto a právě prostřednictvím vzájemné skupinové komunikace se snažil zbytku skupiny vysvětlit způsob, kterým úlohu řešil on sám. Vzájemné naslouchání a schopnost přijímat názory jiných neprobíhaly vždy a v každé skupině hladce. Žáci se díky projektu těmito dovednostem učí a dále je rozvíjí. Tím, jak projekt postupoval, se žáci ve skupinách učili i taktickému myšlení. Rozdělovali si ten den zadané úlohy, aby ušetřili čas, nepředkládali mi jako řešení to, co je napadlo jako první, přemýšleli více o správnosti svého řešení, ve skupinách si výsledky porovnávali, konzultovali. Samozřejmě, že si členové skupin dokázali mezi sebou i hlasitě vyměňovat názory, ale žádný konflikt nebyl tak vážný, aby si ho žáci nedokázali ve skupině vyřešit sami, bez mého zásahu. Toto ale nebylo nic, co bych předem neočekávala a bylo by spíše neobvyklé, kdyby se to nedělo. To, že žáci diskutovali, argumentovali a vymýšleli důkazy pro jejich pravdu, je bezesporu posouvá dál v naplňování jejich kompetencí.

V průběhu projektu nabírala konkrétní podoby i výše popsaná úskalí projektového vyučování. Příkladem uvádím třeba to, že určití žáci se opravdu dokáží ve skupině „schovat“ a nechat se vést zbytkem skupiny. To se projevilo především v úlohách č. 8 a č. 16, kdy každý člen skupiny musel vyřešit jednu dílčí úlohu. Někteří členové skupin museli využít nápověd, a tím zpomalovali v cestě celou skupinu. Některé skupiny kvůli určitým jedincům úlohu nevyřešily vůbec. Ale ani přes tento fakt jsem nezaznamenala nějakou formu výčitek na adresu neúspěšného řešitele z řad zbylých členů skupin. Naopak, ostatní žáci většinou tyto žáky povzbuzovali. Žáci, kteří nebyli prospěšní skupině v řešení úloh, byli ale aktivní při výtvarném zpracování indicií, nebo při hledání hesel. Zkrátka většina žáků si na projektu našla to „svoje“.

Dalším úskalím projektového vyučování je nutková potřeba učitele vstupovat do projektu více, než je žádoucí. Schopnost udržet se v pozadí je pro některé učitele velmi nesnadná. Musím říci, že já sebe sama také několikrát přistihla při tom, že vstupuji do prostoru skupin více, než je nezbytně nutné. Včas jsem se vždy zastavila, ale musím přiznat, že bylo těžké žákům neradit, nenaznačovat, nenabízet jiné alternativy řešení. Musela jsem se doslova držet „v povzdálí“, abych neviděla, jakým způsobem úlohu řeší. I když se toto úskalí může nezasvěceným zdát jako velmi snadno odbouratelné, není tomu (dle mé vlastní zkušenosti) tak. Je velmi náročné utlumit své ego a touhu pomoci žákům. Projektová výuka nerozvíjí v mnoha směrech jen žáky samotné, ale obohacuje o cenné dovednosti a především zkušenosti i pedagogy, kteří projekt připravují.

Dalším nezanedbatelným úskalím je materiální zajištění projektu. V tomto případě mi velmi pomohlo, že třídní učitelka třídy má specializaci zaměřenou na výuku výtvarné výchovy. Proto je její třída vybavena velkým množstvím rozličných materiálů, které mně, potažmo žákům, dala volně k dispozici.

S touto třídou se mi pracovalo opravdu dobře. Běžně ji neučím, ale protože jsme malá škola, znají žáci mě a já je. Pro obě strany se tedy jednalo o premiéru při vzájemné spolupráci, která dle mého mínění proběhla velmi dobře. Žáci se na projektové hodiny těšili, a i když to není zrovna výchovné, jejich paní učitelka jim několikrát vyhrožovala, že projekt nebude, pokud nepřestanou zlobit. Co je pro mě velmi potěšující, je to, že tato výhružka fungovala. Žáci měli opravdový zájem o projekt, chovali se ku prospěchu své skupiny, nenapovídali svým kamarádům z jiných skupin. Jakmile jsem vybarvila jejich posun v cestě za neznámým, žáci se seběhli k nástěnce a kontrolovali svůj bodový zisk,

stav ostatních skupin a vzájemně se povzbuzovali. Dokonce i kombinovali: „*Pokud vyřešíme příští úlohy za tři body a Šmouláci jen za jeden, předběhneme je.*“ Zkrátka ve třídě panovala zdravá rivalita, která nebyla na škodu.

Jediné, co mě opravdu mrzí, je to, že kvůli uzavřeným školám nám nebyla umožněna závěrečná prezentace výstupů jednotlivých skupin. Měla jsem naplánováno, že si jednotlivé skupiny ukáží své výtvarné zpracování indicií, sdělí si navzájem hesla, která z indicií odvodily a především si navzájem předají zkušenosti s řešením jednotlivých úloh. Určí, která úloha pro ně byla nejproblematictější a proč. Ostatní skupiny předají této skupině svou zkušenost a svou řešitelskou strategii, která byla při řešení úlohy výhodná a vedla ke správnému řešení.

IV Závěr

Jak bylo předesláno v úvodu této práce, vedly mě k realizaci celého projektu a všemu, co k němu patřilo, pohnutky pramenící z určité neschopnosti dostatečně namotivovat žáky k tomu, aby s radostí a chutí řešili logické úlohy. První myšlenky na téma projektu mě napadly již dva roky před samotnou realizací. Projekt, a s ním celá prakticko-výzkumná část, byl původně naplánován k realizaci v druhém pololetí školního roku 2019/2020 a v úplně jiné třídě než nakonec probíhal. Pandemická situace, která v březnu roku 2020 uzavřela poprvé školy, tak zhatila mé plány. Třída, pro kterou jsem projekt chystala a která měla již hotový předoperační test, odešla do čtvrtého ročníku do jiné budovy a mně přišli žáci prvního ročníku. Proto jsem začala od samého začátku v současném třetím ročníku.

Tentokrát jsem již nemeškala a začala hned v září s předoperačním šetřením. Následné podzimní uzavření nebylo pro třetí ročníky naštěstí tak dlouhé a během prosince jsme mohli úspěšně realizovat projekt. Ten se sice musel obejít bez závěrečné prezentace, která by byla pro žáky jistě velkým přínosem, ale v celkovém kontextu situace to беру jako daň za možnost realizace projektu. Hesla mi ale žáci poslali on-line. A při jejich odhalování byli úspěšní, viz příloha PVI.

Závěrečná hra AZ kvíz musela proběhnout on-line formou, ale tím, že byla od samého počátku koncipována jako interaktivní, nebylo nijak složité ji tímto způsobem zrealizovat. Díky ochotě rodičů, kteří mi vyfotografovali výpočty svých potomků, jsem mohla přiřadit fotografie žákovských výpočtů i ke všem úlohám v AZ kvízu. Hru jsme si zahráli v on-line prostředí. Musela jsem ovšem přistoupit k omezení počtů soutěžících žáků. Původně byla hra plánována ve škole, ale ani tam by mi nebylo umožněno seskupit obě třídy do jedné učebny. Proto jsem vybrala vzorek žáků z obou tříd tak, aby složení skupiny třídy A odpovídalo počtem získaných bodů v předoperačním testu i složení skupiny třídy B.

I přes veškeré překážky, které s sebou pandemie nesla, se nakonec podařilo realizovat téměř vše, co bylo naplánováno. Další, co se prozatím nepodařilo realizovat, je plánovaný výlet na hrad Bezděz a návštěva herce – bývalého žáka naší školy, který se věnuje ochotnickému divadlu – v roli Václava II. ve třídě.

Odezva na projekt ze strany žáků je z podstatné části kladná a pozitivní, viz příloha PVI. Projekt je bavit, do řešení úloh byli zapálení, zajímali se osud Václava II. Toto vše mě utvrdilo v tom, že má velký smysl hledat různé způsoby motivace, volit vhodné výukové metody pro konkrétní hodiny a snažit se najít to neoptimálnější pojetí výuky.

Ačkoliv se během realizace celé prakticko-výzkumné části objevovaly větší nebo menší překážky, nepochybovala jsem o jejím zdárném dokončení. Jsem velice ráda, že se žákům projekt i hra AZ kvíz líbily a že zájem o jeho realizaci projevily i některé mé kolegyně. Mně osobně dala realizace prakticko-výzkumné části cenné zkušenosti do mé další pedagogické praxe.

Seznam použité literatury

- [1] BUDÍNOVÁ I., BLAŽKOVÁ R., VAŇUROVÁ M., DURNOVÁ H. *Matematika pro bystré a nadané žáky: úlohy pro žáky 1. stupně ZŠ, jejich rodiče a učitele*. 2. vydání. Brno: Edika, 2018. ISBN 9788026612759.
- [2] COUFALOVÁ, J. *Projektové vyučování pro první stupeň základní školy: náměty pro učitele*. Praha: Fortuna, 2006. ISBN 8071689580.
- [3] *Education* [online]. Aktualizace 20. 10. 2016 [vid. 17. 3. 2021]. Dostupné z: <https://www.education.com/magazine/article/math-matters/>
- [4] EISENMANN, P., PŘIBYL, J., NOVOTNÁ, J., BŘEHOVSKÝ, J., CIHLÁŘ, J. Volba řešitelských strategií v závislosti na věku. *Scientia in education* [online]. 2017, roč. 8, č. 2, [vid. 16. 2. 2021]. ISSN 1804-7106. Dostupné z: <https://ojs.cuni.cz/scied/article/view/432>
- [5] FOŘTÍK, V. *Zábavná matematika a logika pro bystré děti*. Ilustroval ŠPLÍCHAL, A. Praha: Fragment, 2020. ISBN 9788025338773.
- [6] KASPER, T., KASPEROVÁ, D. *Dějiny pedagogiky*. Praha: Grada, 2008. Pedagogika (Grada). ISBN 9788024724294.
- [7] KRATOCHVÍLOVÁ, J. *Teorie a praxe projektové výuky*. 2. vydání. Brno: Masarykova univerzita, 2006. ISBN 9788021081635.
- [8] LOKŠOVÁ, I., LOKŠA, J. *Pozornost, motivace, relaxace a tvořivost dětí ve škole*. Praha: Portál, 1999. Pedagogická praxe. ISBN 807178205x.
- [9] MAŇÁK, J., ŠVEC, V. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003 ISBN 8073150395.
- [10] MAŇÁK, J. Aktivizující výukové metody. In: *Metodický portál RVP: Články* [online]. 23. 11. 2011 [vid. 21. 1. 2021]. ISSN 1802-4785. Dostupné z: <https://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/14483/aktivizujici-vyukove-metody.html/>
- [11] OPAVA, Z. *Matematika kolem nás*. Praha: Albatros, 1989.
- [12] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání* [online]. In: Praha: MŠMT, 2017 [vid. 20. 1. 2021]. Dostupné z: <http://www.nuv.cz/file/4986/>

- [13] SKALKOVÁ, J. *Obecná didaktika: vyučovací proces, učivo a jeho výběr, metody, organizační formy vyučování*. Praha: Grada, 2007. ISBN 9788024718217.

Seznam použitých symbolů a zkratek

–	minus
. (×)	krát
+	plus
=	rovná se
~	odpovídá
3. A. 3. B	označení třetích tříd
A, B	označení tříd
ADHD	Attention Deficit Hyperactivity Disorder
apod.	a podobně
AZ	AZ kvíz
max.	maximálně
např.	například
Obr.	obrázek
PT	předoperační test
PR	projekt
P1 – P3	předpoklad 1 – předpoklad 3
RVP	Rámcový vzdělávací program
RVP ZV	Rámcový vzdělávací program Základního vzdělávání
tzv.	tak zvaný
USA	Spojené státy americké
ZOO	zoologická zahrada

Seznam obrázků

Obr. 1	Zadání úlohy PT1
Obr. 2	Zadání úlohy PT2
Obr. 3	Zadání úlohy PT5
Obr. 4	Zadání úlohy PT6
Obr. 5	Tabulkové schéma k řešení úlohy PT7
Obr. 6	Zadání úlohy PT8
Obr. 7	Ukázka řešení úlohy PT8
Obr. 8	Zadání úlohy PT10
Obr. 9	Zadání úlohy PT11
Obr. 10	Zadání úlohy PT15
Obr. 11	Zadání úlohy PR1
Obr. 12	Ukázka řešení úlohy 1 v projektu
Obr. 13	Zadání úlohy PR2
Obr. 14	Zadání úlohy PR3
Obr. 15	Ukázka řešení úlohy PR3
Obr. 16	Ukázka řešení úlohy PR4
Obr. 17	Zadání úlohy PR5
Obr. 18	Ukázka řešení úlohy PR5
Obr. 19	Zadání úlohy PR6
Obr. 20	Zadání úlohy PR8
Obr. 21	Zadání úlohy PR9
Obr. 22	Ukázka řešení úlohy PR9
Obr. 23	Zadání úlohy PR10
Obr. 24	Ukázka řešení úlohy PR10
Obr. 25	Zadání úlohy PR14
Obr. 26	Tabulkové schéma k řešení úlohy PR15
Obr. 27	Zadání úlohy PR16
Obr. 28	Ukázka řešení úlohy PR16
Obr. 29	Zadání úlohy PR18
Obr. 30	Ukázka řešení úlohy PR18

Obr. 31	Ukázka řešení úlohy PR20
Obr. 32	Ukázka řešení úlohy AZ1
Obr. 33a, b	Ukázky řešení úlohy AZ2
Obr. 34a, b	Ukázky řešení úlohy AZ3
Obr. 35	Zadání úlohy AZ4
Obr. 36	Ukázka řešení úlohy AZ4
Obr. 37a, b	Ukázky řešení úlohy AZ5
Obr. 38	Zadání úlohy AZ6
Obr. 39	Zadání úlohy AZ7
Obr. 40	Zadání úlohy AZ8
Obr. 41	Ukázka řešení úlohy AZ8
Obr. 42	Ukázka řešení úlohy AZ9
Obr. 43a, b	Ukázky řešení úlohy AZ10
Obr. 44	Ukázka řešení úlohy AZ11
Obr. 45	Zadání úlohy AZ12
Obr. 46	Ukázka řešení úlohy AZ12
Obr. 47	Zadání úlohy AZ13
Obr. 48	Zadání úlohy AZ14
Obr. 49	Ukázka řešení úlohy AZ14
Obr. 50	Ukázka řešení úlohy AZ15
Obr. 51	Ukázka řešení úlohy AZ16
Obr. 52–66	Ukázky žákovského řešení úloh PT1–PT15
Obr. 67–86	Ukázky žákovského řešení úloh PR1–PR20
Obr. 87–102	Ukázky žákovského řešení úloh AZ1–AZ16

Seznam grafů

Graf 1	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT1
Graf 2	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT2
Graf 3	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT3
Graf 4	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT4
Graf 5	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT5
Graf 6	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT6
Graf 7	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT7
Graf 8	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT8
Graf 9	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT9
Graf 10	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT10
Graf 11	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT11
Graf 12	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT12
Graf 13	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT13
Graf 14	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT14
Graf 15	Srovnání úspěšnosti tříd A a B v úloze PT15
Graf 16	Srovnání úspěšnosti tříd A a B ve hře AZ kvíz

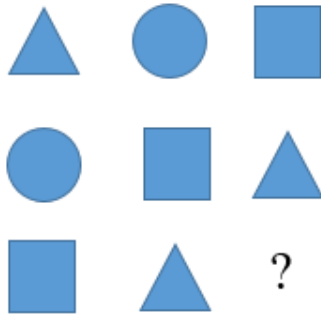
Seznam příloh

Příloha PI	Předoperační test vzor
Příloha PII	Motivační dopis – projekt
Příloha PIII	Záznamový arch cesty skupin – projekt
Příloha PIV	Dotazník pro pedagogy
Příloha PV	Ukázka žákovského řešení předoperačního testu
Příloha PVI	Ukázka řešení úloh z AZ kvízu
Příloha PVII	Ukázky reflexí žáků – projekt
Příloha PVIII	Fotodokumentace – projekt
Příloha PIX	Fotodokumentace – AZ kvíz

Příloha PI: Předoperační test vzor

Jméno:

1. Doplně správný tvar, který patří místo otazníku. (1 bod)



2. Doplně, co patří místo otazníku. (1 bod)



3. Vyřeš úlohu. (1 bod)

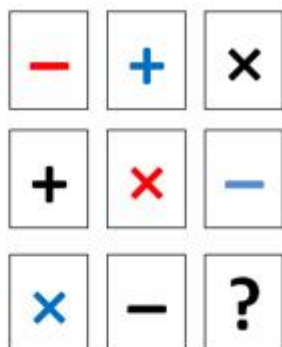
Součet dvou čísel je 20, jejich rozdíl je roven 8. O jaká čísla se jedná?

4. Urči, které z nabízených slov patří mezi slova modře napsaná. (1 bod)

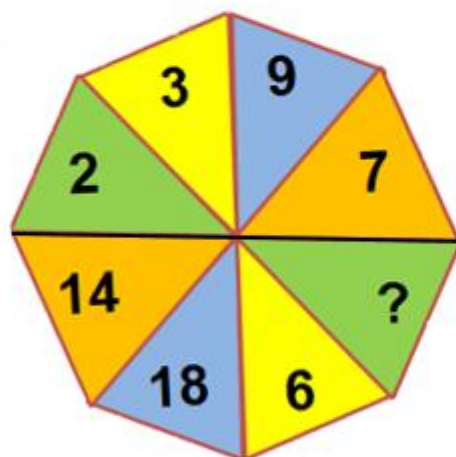
MRKEV, PAPRIKA, TŘEŠEŇ, KVĚTÁK

JABLKO, HRUŠKA, ŠVESTKA

5. Doplň, který znak patří místo otazníku. (1 bod)



6. Doplň správné číslo, které patří místo otazníku. (2 body)



7. Vyřeš úlohu. (2 body)

Na dvoře bylo 40 nohou a 16 hlav. Kolik by tam mohlo být slepic a koz?

8. Vyřeš úlohu. (2 body)

Ve čtyřech domech vedle sebe bydlí čtyři lidé. Při pohledu na domy zepředu platí, že:

Pan Jan bydlí víc napravo než pan Karel.

Pan Karel a paní Zuzana nejsou sousedé.

Paní Simona bydlí třetí zleva.

Doplň jména do domů:



9. Označ pravdivou větu: (2 body)

- a) Sestra mojí matky je má teta.
- b) Matka mého otce je má babička.
- c) Syn mé matky je můj bratranec.
- d) Syn mého dědečka je můj bratr.

10. Doplň do řady správné číslo místo otazníku. (2 body)

1 2 3 5 8 13 ? 34

14. Vyřeš úlohu. (3 body)

Dívám se na fotografii a vidím sebe a své dítě, ale nevidím syna. Kdo je na fotografii?

15. Napiš další řešení. (3 body)

3 9

6 36

2 4

Příloha PII: Motivační dopis – projekt

Vážená dítětko školou povinná,

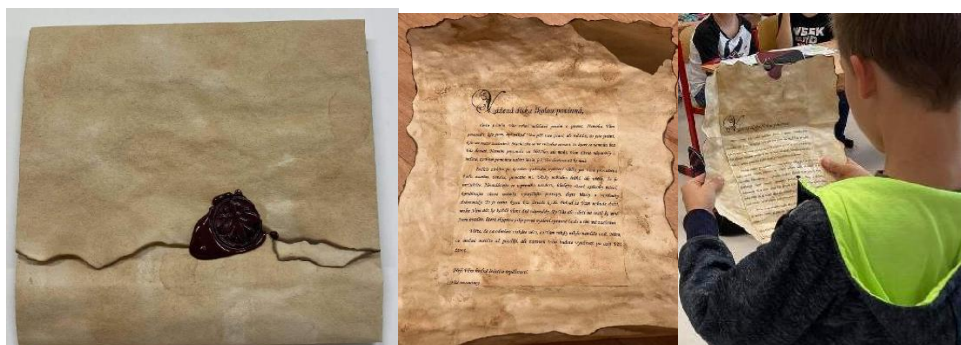
tímto psaním Vás velmi naléhavě prosím o pomoc. Nemohu Vám prozradit, kdo jsem, ani odkud Vám píši toto psaní, ale vězte, že jste jediná, kdo mě může zachránit. Nacházím se ve svízelné situaci, ze které se nemohu bez Vás dostat. Nesmím prozradit nic bližšího, ale mohu Vám dávat nápovědy – indicie, ty Vám pomohou nalézt heslo, jež Vás dostane až ke mně.

Indicie získáte po každém správném vyřešení úlohy, jež Vám pravidelně budu zasílat. Prosím, pomozte mi. Úlohy nebudou lehké, ale věřím, že je rozluštíte. Nevzdávejte se u prvního nezdaru, hledejte různé způsoby řešení, kombinujte různé metody, vymýšlejte postupy, dejte hlavy a myšlenky dohromady. To je cesta, která Vás dovede k cíli. Pokud se Vám nebude dařit, mohu Vám dát ke každé úloze dvě nápovědy. Ty Vás ale zdrží na cestě ke mně. Jsem zvědav, která skupina jako první vysloví správně heslo, a tím mě zachrání.

Věřte, že za odměnu získáte něco, co Vám nikdy nikdo nemůže vzít. Něco, co možná oceníte až později, ale zároveň toho budete využívat po celý Váš život.

Přeji Vám hodně štěstí a trpělivosti.

Váš neznámý



Příloha PIII: Záznam cesty – projekt

The form consists of six vertical columns for recording a journey. Each column is topped with a colored cloud: blue, yellow, green, purple, orange, and red. Below each cloud is a vertical stack of small rectangular boxes for notes. To the left of the columns is a small illustration of a yellow building with a red roof, likely representing the starting point or a key location of the journey.

Příloha IV: Dotazník pro pedagogy

Dotazník pro pedagogy k DP „Projektová metoda jako nástroj rozvoje logického myšlení“

Vážení kolegové, prosím Vás o vyplnění dotazníku k mé diplomové práci. Děkuji všem, kteří jej vyplní.

Šárka Müllerová

1. Jak dlouhá je vaše učitelská praxe?

- a) 0–2 roky
- b) 2–5 let
- c) 5–10 let
- d) více než 10 let

2. Od jakého nakladatelství jsou učebnice/pracovní sešity matematiky, které využíváte při výuce?

- a) Alter
- b) Fraus
- c) Nová škola
- d) Prodos
- e) SPN
- f) Taktik
- g) jiné nakladatelství – napište jaké:

3. Zdá se vám, že ve vašich učebnicích/pracovních sešitech matematiky je dostatek logických úloh?

- a) ano
- b) ne

4. Jak řešíte případný nedostatek logických úloh v učebnicích a pracovních sešitech?

- a) vymýšlím si je
- b) čerpám z těchto zdrojů:
- c) nijak

5. Myslíte si, že schopnost řešit logické úlohy je u vašich žáků dostatečně rozvinutá?

- a) ano
- b) spíše ano
- c) spíše ne
- d) ne

Pokud jste zvolili odpověď c), nebo d), napište, s čím mají podle vás žáci největší obtíže:

.....

6. Využíváte při svých hodinách matematiky projektovou metodu?

- a) ano
- b) ne

7. Pokud projektovou metodu nevyužíváte, vyberte důvod/y. Označte všechny platné odpovědi.

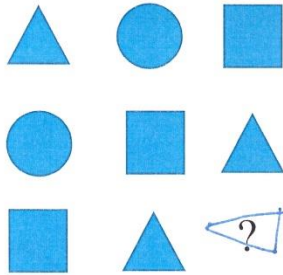
- a) nemám dostatek času na přípravu projektu
- b) nemám dostatek času realizovat projekt v hodinách
- c) nemám dostatečné materiální zajištění
- d) nemám podporu svých kolegů a vedení
- e) neztotožňuji se s projektovou metodou jako takovou, nepovažuji ji za prospěšnou pro své žáky
- f) jiný důvod – napište jaký:

Příloha PV: Ukázka žakovského řešení předoperačního testu

Jméno:

15-8-~~7~~

1. Doplně správný tvar, který patří místo otazníku. (1 bod) - 1



2. Doplně, co patří místo otazníku. (1 bod) - 0



3. Vyřeš úlohu. (1 bod)

Součet dvou čísel je 20, jejich rozdíl je roven 8. O jaká čísla se jedná? - 1

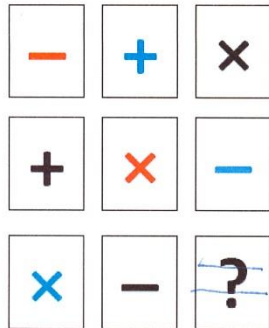
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

4. Urči, které z nabízených slov patří mezi slova modře napsaná. (1 bod) /

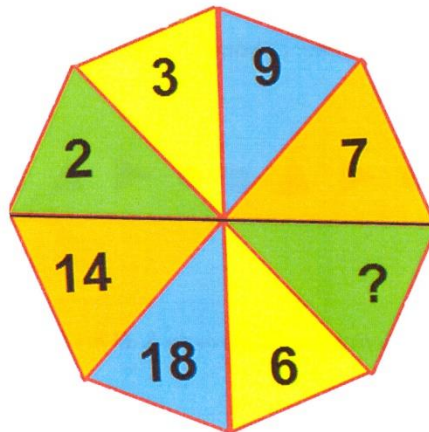
MRKEV, PAPRIKA, TŘEŠEŇ, KVĚTÁK

JABLKO, HRUŠKA, ŠVESTKA

5. Dopln, který znak patří místo otazníku. (1 bod) -1



6. Dopln správné číslo, které patří místo otazníku. (2 body) 0



7. Vyřeš úlohu. (2 body)

Na dvoře bylo 40 nohou a 16 hlav. Kolik by tam mohlo být slepic a koz? -1

Celkem na dvoře bylo $40 + 16 = 56$

8. Vyřeš úlohu. (2 body) - 1

Ve čtyřech domech vedle sebe bydlí čtyři lidé. Při pohledu na domy zepředu platí, že:

Pan Jan bydlí víc napravo než pan Karel.

Pan Karel a paní Zuzana nejsou sousedé.

Paní Simona bydlí třetí zleva.

Doplň jména do domů:



9. Označ pravdivou větu: (2 body) 2

- a) Sestra mojí matky je má teta.
- b) Matka mého otce je má babička.
- c) Syn mé matky je můj bratranec.
- d) Syn mého dědečka je můj bratr.

10. Doplň do řady správné číslo místo otazníku. (2 body) - 1

1 2 3 5 8 13 30 34

11. Vyřeš úlohu – které číslo představuje: ■, ●, ▲? (3 body) -1

$$\bullet + \bullet = 10 \quad \blacksquare = ?$$

$$\blacktriangle + \bullet = 7 \quad \bullet = ?$$

$$\blacksquare + \blacktriangle = 6 \quad \blacktriangle = ?$$

12. Vyřeš úlohu. (3 body) -1

Adam, Marie, Dominik a Lucka jsou sourozenci. Každý je jinak starý. Seřad' je od nejstaršího, když víš, že: Adam se narodil hned po Marii. Lucka je druhá nejstarší.

Adam Lucka Marie Dominik

13. Vyřeš úlohu. (3 body) -1

Všechny mé kočky až na dvě jsou bílé. Všechny mé kočky až na dvě jsou černé. Všechny mé kočky až na dvě jsou mourovaté. Kolik mám koček?

celkem koček má 6

$$2 + 2 + 2 = 6$$

14. Vyřeš úlohu. (3 body)

-1

Dívám se na fotografii a vidím sebe a své dítě, ale nevidím syna. Kdo je na fotografii?

Na fotografii sin je ma fotografem.

15. Napiš další řešení. (3 body)

-1

3 9

6 36

2 4

32, 34, 36,

Příloha PVI: Ukázka řešení úloh z AZ kvízu

Úloha č. 1

$$\begin{aligned} 8+8 &= 16 \\ 8+5 &= 13 & 16+13+11 &= 40 \\ 8+3 &= 11 \\ & & 40-8 &= 32 \end{aligned}$$


Úloha č. 2

2... 6
1... 12
3... 12:3=4
Tři osady smíjí nejvíce marky

Úloha č. 3


2. nový 3. starý

Úloha č. 4



$$\begin{array}{r} 522 \\ 112 \\ \hline 634 \end{array}$$

Úloha č. 5

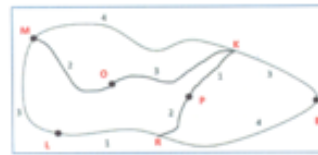


a l H
H a l
l H a
H l a
a H l
l a H

Úloha č. 6

6	4	10
7	7	14
5	6	11

Úloha č. 7



$$\begin{aligned} 3+3+2+3+1+1+3 &= 16 \\ 2+2+3+1+2+1+3 &= 14 \end{aligned}$$

Úloha č. 8

100
37
21

Úloha č. 9

3

Úloha č. 10

a₁ c₁ d₁
ac ~~cd~~ 10
 c₁
a₁ b₁ d₁
 a₁ b₁
bc

Úloha č. 11

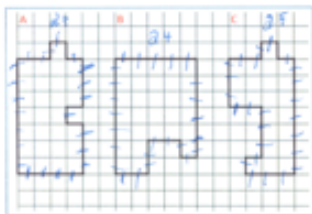


$$27 - 12 = 5$$

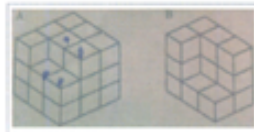
Úloha č. 12



Úloha č. 13



Úloha č. 14



4 kostky

Úloha č. 15

revid

Úloha č. 16

$$20 = 400 = 20 \text{ EURO}$$

$$30 = 500 = \dots$$

Příloha PVII: Ukázky reflexí žáků – projekt



Příloha PVIII: Fotodokumentace – projekt



Příloha PIX: Fotodokumentace – AZ kvíz

