

ABSTRAKT

V diplomové práci jsou shrnuty a popsány jednotlivé druhy kmitání, jejich příčiny a dopady na obrábění. Byly stanoveny metody pro určení stabilních podmínek obrábění. Cílem provedeného experimentu bylo změření frekvenční odezvy funkce frézky se zvoleným nástrojem a sestavení diagramu stability protostroj.

Klíčová slova

Chvění, diagram stability, tloušťka třísky, šířka třísky, frekvenční odezva funkce

ABSTRACT

This diploma thesis is concerning about summarizing and describing types of vibrations, their causes and influences to the machining. The stable conditions of machining were pointed out. The experiment was conducted in which the frequency response function of specific milling machine was measured. Then the stability lobe diagram was constructed.

Keywords

Chatter, stability lobe diagram, chip thickness, chip width, frequency response function

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

SISMILICH, Vladimír. *Název: Diplomová práce*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 58 s., 0 příloh., prof. Ing. Miroslav Píška, CSc.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma *Vibrace a jejich vlivy na lidské zdraví* zpracoval samostatně a že jsem použil odbornou literaturu a prameny uvedené v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

Datum 28.5.2010

.....
Vladimír Sismilich

Poděkování

Děkuji tímto prof. Ing. Miroslavu Píškovi, CSc. za zajištění vhodné pracovní podmínky a za poskytnutí potřebných informací a materiálů pro vypracování diplomové práce a také firmě Brüel&Kjaer za poskytnutí testovacího softwaru.

OBSAH

ABSTRAKT.....	4
PROHLÁŠENÍ.....	5
PODĚKOVÁNÍ.....	6
ÚVOD.....	9
1 TEORETICKÝ ROZBOR VZNIKU CHVĚNÍ AVIBRACÍ PŘI FRÉZOVÁNÍ.....	10
1.1 Historie výzkumu	10
1.2 Frézování.....	10
1.2.1 Kinematika obráběcího procesu.....	11
1.3 Typy kmitání	12
1.3.1 Volné kmitání.....	12
1.3.2 Vynucené kmitání	13
1.3.3 Samobuzené kmitání	15
1.4 Chvění při řezání kovů.....	16
1.5 Mechanismus samobuzeného kmitání při řezání kovů.....	16
1.6 Limitní podmínky pro stabilní obrábění.....	20
1.7 Řezné podmínky ovlivňující stabilitu obrábění.....	24
1.8 Diagram stability – lobe diagramy	26
2 SÍLY VYNUCENÉ KMITÁNÍ VE FRÉZOVÁNÍ.....	31
2.1 Přesnost frézování stopkovou frézou: p římézuby.....	31
2.2 Vynucené kmitání a jeho důsledky jako nepříznivý vliv na povrchu.....	32
2.3 Síly působící při obrábění stopkovou frézou se zuby do šroubovice	33
3 MATEMATICKÝ POPISEK KMITÁNÍ PŘI FRÉZOVÁNÍ.....	36
3.1 Průběh základních goniometrických funkcí	36
3.2 Přenosová funkce soustavy s jedním stupněm volnosti	38
3.3 Měření modálních parametrů.....	41
3.3.1 Dynamické měření na obráběcích strojích.....	42
4 NÁVRH EXPERIMENTU.....	44
4.1 Návrh experimentu pro technologii frézování	44
4.2 Použití technického vybavení	44

4.2.1 Obráběcí řízení.....	44
4.2.2 Nástroj.....	44
4.2.3 Měřicí řízení.....	46
5 PRŮBĚH EXPERIMENTU.....	48
5.1 Připojení řídicí soustavy kpo čítači frézce	48
5.2 Měření silového impulsu	49
5.3 Stanovení odezvy na silový impuls	50
5.4 Měření frekvenční odezvy funkce	51
5.5 Vyhodnocení získaných závislostí	51
ZÁVĚR.....	55
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ.....	57
SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATK A SYMBOLŮ.....	58

ÚVOD

V současném obráběním pro účely je proces vysokorychlostního frézování důležitou technologií.

Frézovací proces je nejvíce efektivní, pokud odběr materiálu je co možná nejvyšší, zatímco kvalita obráběného povrchu zůstává stejná. Hlavními faktory ovlivňujícími rychlost odběru materiálu jsou otáčky v řetězu, hloubka řezu a posuv. V průběhu frézování může při jisté kombinaci axiální hloubky řezu a rychlosti v řetězu vzniknout chvění, anglicky "chatter", což jsou nežádoucí vibrace řezného nástroje nebo obrobku při obrábění.

Chvění v obráběním procesu je nežádoucí, protože v jeho důsledku dochází ke zhoršení kvality povrchu obrobku. To má za následek snížení přesnosti, rychlejší opotřebení řezného nástroje, zvýšené zatížení stroje a dochází ke vzniku hluku. Všechny výše uvedené negativní vlastnosti způsobené chvěním se mohou objevit, pokud dojde ke zvýšení řezného výkonu, aniž by byly určeny dynamické vlastnosti obráběcího stroje.

Dynamické vlastnosti se stanovují pomocí tzv. *Modální analýzy*, nejčastěji základě sestavují diagram stability neboli "*Stability lobe diagram*". Diagram stability zobrazuje závislost šířky záběru ostří na otáčkách v řetězu. Na jeho základě se nastavují optimální podmínky pro obrábění, aniž by se vyskytlo chvění.

1 TEORETICKÝ ROZBOR VZNIKU CHVĚNÍ A VIBRACÍ PŘI FRÉZOVÁNÍ

Obráběcí stroj, nástroj a obrobek tvoří obráběcí systém s dynamickými charakteristikami. Kmitání jednotlivých prvků obráběcího systému představuje průvodní jev řezného procesu [8]. Je důležité rozlišit tři základní skupiny mechanického kmitání, jako je přirozené kmitání, vynucené a samobuzené kmitání.

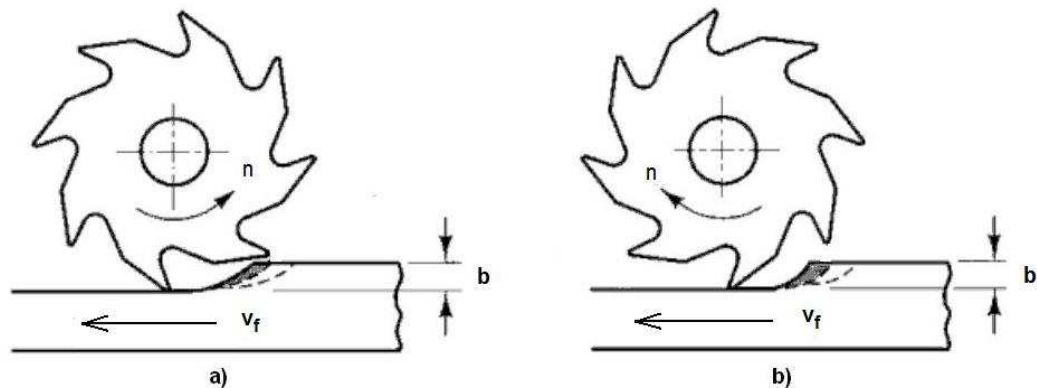
1.1 Historie výzkumu

Oblast výzkumu stability obráběcího procesu má dlouhou historii. Z řady českých vědců byl profesorem J. Tlustý, který se věnoval práci v oblasti vibrací po celý život a získal mnohá ocenění. On a jeho spolupracovníci sestavili teorii, díky které jsme schopni dnes porozumět základním principům regenerativního kmitání a jeho důsledkům na povrch obráběného materiálu, chování řezného nástroje a stroje. Tlustý a Poláček v [4] a Tobias v [10] konstatovali, že tloušťka třísky je důležitým parametrem pro vznik chvění. Tobias a Fishwick v [11] stanovili grafické znázornění stability obrábění ve formě grafů, které představovaly závislost řezných parametrů, jako jsou otáčky vřetene a šířka třísky. Z těchto tzv. "Lobe diagramů" lze určit, zda je obrábění stabilní či nikoliv.

1.2 Frézování

Frézování je obráběcí metoda, při které se materiál obrobku odebrává řity otáčejícího se nástroje. Posuv nejčastěji koná součást, převážně ve směru kolmém k osě nástroje. U moderních frézovacích strojů jsou posunové pohyby plynule měnitelné a mohou se realizovat ve všech směrech (obráběcí centra, víceosé CNC frézky). Řezný proces je přerušovaný a každý zub frézy odřezává krátké třísky proměnné tloušťky.

Z technologického hlediska se v závislosti na aplikovaném nástroji rozlišuje frézování válcové obr. 1.1 (frézování obvodem) a frézování čelní obr. 1.2. Od těchto základních způsobů se odvozují některé další, jako frézování kružnicí a planetové.



Obr.1.1 Kinematika válcového frézování – podle [12]

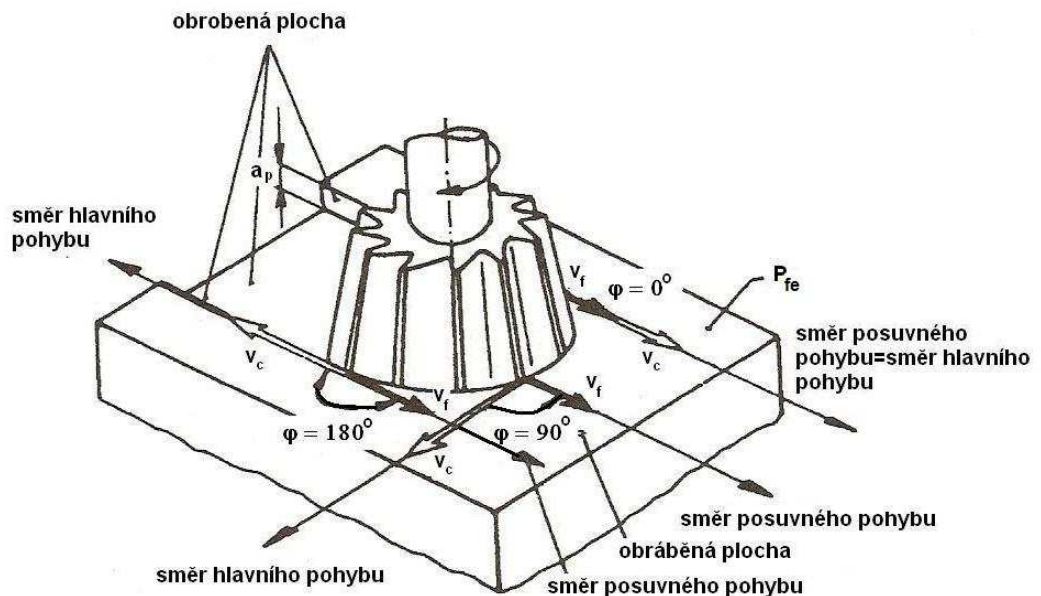
Při **nesousledném frézování** obr.1.1a) je smysl rotace nástroje proti směru posuvu obrobku. Obrobená plocha vzniká při vstupu nástroje do obrobku. Tloušťka třísky se postupně mění z nulové hodnoty na hodnotu maximální. Když členití třísky nedojde k okamžiku její nulové tloušťky, ale po určitém skluzu b řítu po ploše vytvořené předcházejícím zubem, což má za následek zvýšené silové účinky a rychlejší opotřebení řítu. Řezné síly působí tímto způsobem frézování složku, která odtahuje obrobek od stolu směrem nahoru.

Při **sousledném frézování** obr.1.1b) je smysl rotace nástroje ve směru posuvu obrobku. Maximální tloušťka třísky vzniká při vniknutí zubu do obrobku. Obrobená plocha se vytváří, když zub vychází ze záběru. Řezné síly působí směrem do pracovního stolu. Sousledné frézování může probíhat pouze na přizpůsobeném stroji s řízením v úliapředpětím mezi posunovým šroubem a maticí stolu frézky. V opačném případě způsobuje v úliapředpětím stejnoměrný posuv, přičemž může dojít k poškození nástroje, popřímo nástroje.

1.2.1 Kinematika obráběcího procesu

Válcové frézování se uplatňuje při práci s válcovými a tvarovými frézami. Zuby frézy jsou tvořeny pouze po obvodu nástroje, hloubka odebrání h se nastavuje kolmo na osu frézy a na směr posuvu. Obrobená plocha je rovnoběžná s osou otáčení frézy. V závislosti na kinematice obráběcího procesu se rozlišuje frézování sousledné a nesousledné obr.1.1.

Čelní frézování se uplatňuje při práci s čelními frézami s břitzy vytvořenými na obvodu čelena stroje viz obr. 1.2. Čelní frézování se také dělí s ohledem na polohu osy frézy vzhledem k frézované ploše na symetrické a nesymetrické [8].



Obr. 1.2 Čelní frézování – kinematika pohybu nástroje a obrobku ve třech bodech nástroje – podle [8]

1.3 Typy kmitání

1.3.1 Volné kmitání

Přirozené nebo také volné kmitání vzniká, pokud je vibrační soustava na obr. 1.3 jednoduchou kombinací pružiny, tlumiče a závaží, které je vychýleno ze své rovnovážné polohy a potom volně, aby se mohlo volně pohybovat.

Výsledkem je pohyb se snižující se amplitudou a frekvencí totožnou s přirozenou tlumicí frekvencí soustavy $f_d = f_n$.

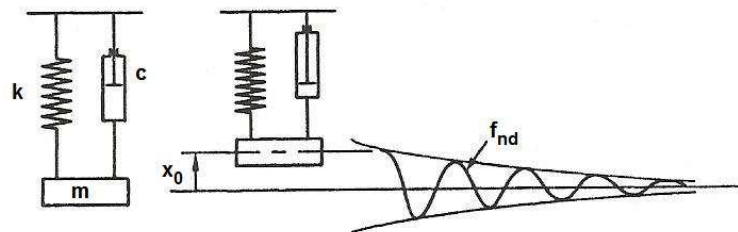
Na soustavu nepůsobí žádná vnější síla. Diferenciální rovnice tohoto pohybu je

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (1.1)$$

kde x je dráha, kterou těleso vykonává, \dot{x} je rychlost tělesa a \ddot{x} je jeho zrychlení. Její řešení závisí na počátečních podmínkách. Pro počáteční výchýlení x_0 a nulovou počáteční rychlost:

$$x = x_0 e^{-\lambda t} \cos(2\pi \cdot f_d \cdot t + \varphi). \quad (1.2)$$

Volné kmitání se v praxi vyskytuje málo díky jeho krátkému trvání a pomíjivému charakteru.



Obr.1.3 Volné kmitání – podle [3]

K řešení takovéto soustavy je nutné, aby její parametry splňovaly tyto podmínky:

- soustava je absolutně tuhá a nedochází k tlumení,
- pružina je absolutně tuhá a nehmotná,
- tlumič je nepoddajný a nehmotný.

1.3.2 Vynucené kmitání

Vynucené kmitání vzniká, pokud na jednotlivé prvky obráběcí soustavy působí vnější periodická síla F dle rov. 1.3.

Faktory způsobující vynucené kmitání:

a) Silové impulsy vznikající v obráběcí soustavě

- nevyváženost rotujících hmot,
- přímočaré vratné pohyby hmot.

b) Periodicky působený rezný proces

- periodická změna průřezů řísky,
- diskontinuální rezné procesy (hoblování, obrážení).

c) Silové impulsy vnesené do obráběcího systému pro základy obráběcího stroje [8].

$$F = F_0 \cos 2\pi ft . \quad (1.3)$$

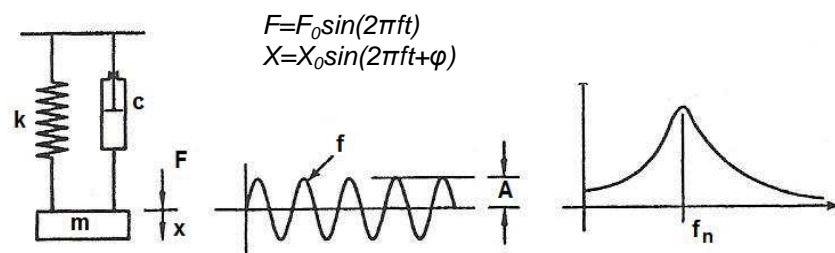
Výsledný pohyb po počáteční přechodné periodě, kde je také přítomno přirozené kmitání, se ustálí do stavu, ve kterém je amplituda A konstantní a frekvence kmitání f je stejná jako frekvence budící síly [1].

Amplituda A kmitání závisí na amplitudě síly F_0 , tuhosti k , natlumení soustavy c a na poměru f / f_n , což je poměr budící frekvence a přirozené frekvence soustavy. Pro $f = f_n$ vzniká rezonance a tedy amplituda kmitání je maximální obr. 1.4.

Vynucené kmitání se vyskytuje u všech druhů strojů, u kterých je generována periodická síla. Tento jev způsobují hlavně nevyvážené rotující součásti nebo vratné jevy. Avšak tyto vibrace jsou značné pouze v případě rezonance.

V obrábění se vyskytuje velké vynucené kmitání pouze v oblastech finišování a dokončovacích operací jako je vystružování a broušení, kde vibrace způsobují zvlnění obráběného povrchu. Tento problém nastává opět v případě rezonance.

Ve frézování je vynucené kmitání způsobeno periodickou složkou rezné síly.



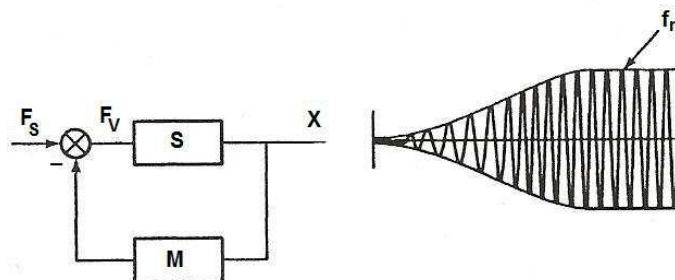
Obr. 1.4 Vynucené kmitání - podle [3]

1.3.3 Samobuzené kmitání

Samobuzené kmitání vzniká díky vnitřnímu mechanismu (tvořící uzavřený obvod) v soustavě zobrazené na obr. 1.5. Tento mechanismus je schopen vytvoření stálého, neperiodického vnitřního zdroje energie a generování periodické síly během vibrací soustavy takové, která sama podporuje vibrace.

Na rozdíl od vynuceného kmitání, které vzniká působením na soustavu periodické síly, akde hlavním parametrem tohoto kmitání je amplituda, dojde-li ke kmitání samobuzenému, roste až do svého maximálního limitu, který je dán soustavou samotnou.

Jedná-li o samobuzené kmitání, pak je to kvůli působení obráběcího nástroje v důsledku obráběcího procesu. Jednou z základních příčin vzniku chvění je, že se vřeteno a nástroj dostanou do vlivu dynamických sil generovaných nestabilním kmitáním buzeným rezným procesem [2].



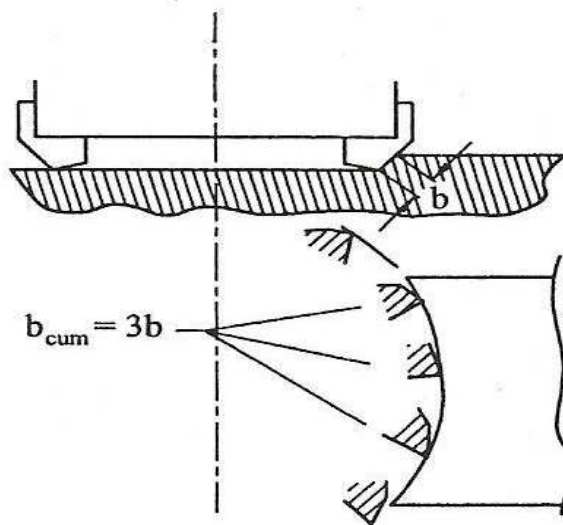
Obr. 1.5 Samobuzené kmitání - podle [3]

1.4 Chvění při řezání kovů

Chvění je samobuzený typ kmitání, který vzniká při řezném procesu, pokud je tloušťka řízky příliš velká s ohledem na dynamickou hmotnost soustavy. Při takových podmínkách se tyto vibrace rychle objevují a rostou. Řezná síla se stane periodicky proměnnou a dosahuje značných amplitud. Dojde k regeneraci zvláště obráběného povrchu a tloušťka řízky se mění ve velkém rozsahu. Chvění se snadno rozpoznatelné podle zvuku spojeného s vibracemi, podle stopy, kterou zanechává na povrchu obráběné plochy a podle vzhledu řízky. Dojde-li ke chvění, je obrábění většinou nepřijatelné, protože dochází k velkým změnám hodnot proměnné řezné síly, což může způsobit poškození nástroje nebo některých částí stroje. Současně musí být dodržena tloušťka řízky a rychlost odběru materiálu musí být pod hranicí, po jejímž překročení vzniká chvění. S ohledem na tyto skutečnosti je chvění často faktor, který limituje rychlost odběru materiálu pod hodnotu, které odpovídají charakteristiky stroje jako je výkon otáčivý moment v řetězu.

1.5 Mechanismus samobuzeného kmitání při řezání kovů

Hlavním řezným parametrem rozhodujícím, zda dojde ke vzniku chvění je šířka řezu (šířka řízky) b na obr. 1.6. Pro dostatečně tenkou řízku je řezný proces stabilní bez chvění. Ke chvění dochází a nabývá na síle pro všechny hodnoty $b > b_{lim}$. Hodnota b_{lim} závisí na dynamických charakteristikách soustavy, na materiálu obrobku, řezné rychlosti, posuvu a geometrii nástroje. Při řezání musí být také zvažována kritická šířka řízky b_{cum} , která je součtem všech šířek řízky všech zubů závěru.

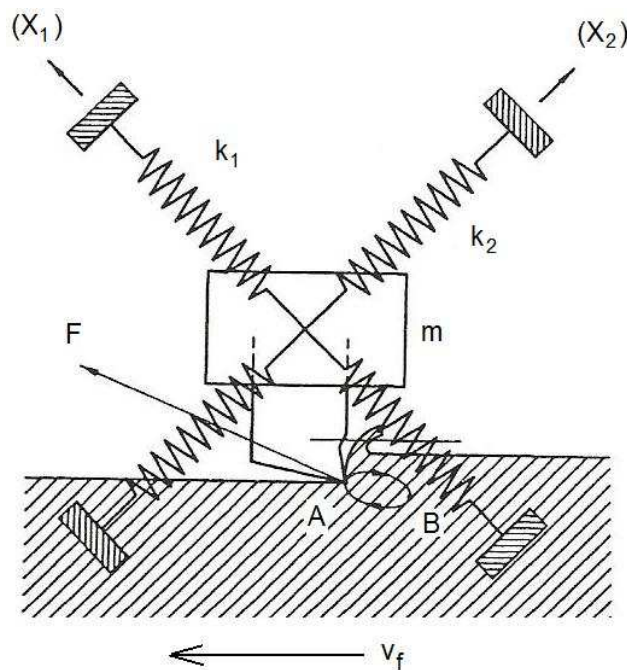


Obr.1.6 Úhrnná tloušťka tří zubů pro 3zubý válcový ozubený přívod – podle [3]

Existují dva hlavní důvody vzniku chvění v řezání kovů:

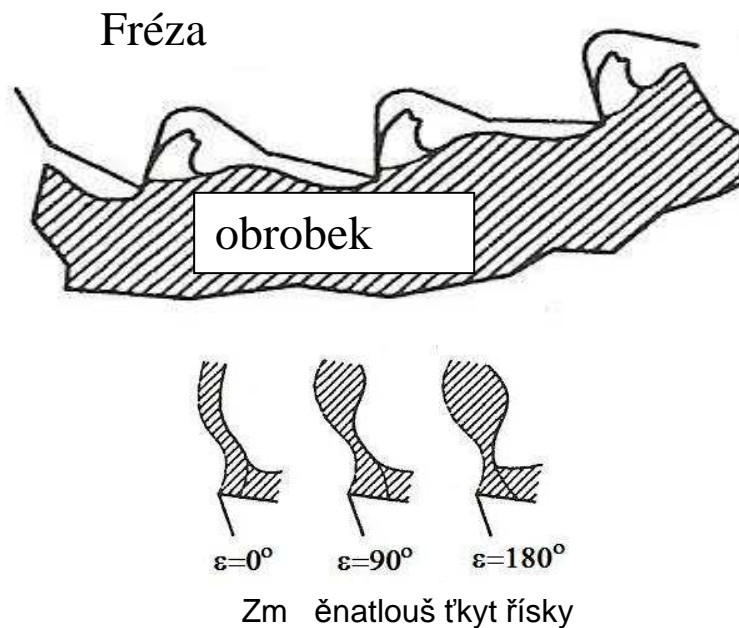
- princip polohové vazby,
- regenerace vlnitosti povrchu.

Princip polohové vazby je mechanismus samobuzených vibrací, který vzniká pouze v situaci, kdy existují relativní vibrace mezi nástrojem a obrobkem současně alespoň ve dvou směrech v rovině ortogonálního řezu, viz obr.1.7. Nástroj je připojen k tělesu zavěšenému na dvou sadách na sebe kolmých pružin. Současně vibrace ve směru X_1 a X_2 , se stejnou frekvencí a fázovým posunem, jsou výsledkem eliptického pohybu. Obrobek se pohybuje stálou rychlostí v_f , nástroj se pohybuje po eliptické dráze ve směru šípek. Pro část periodického pohybu, kdy je pohyb nástroje z bodu $A \rightarrow B$, působí síla proti tomuto pohybu a tak mu odebrává energii. Během pohybu z bodu $B \rightarrow A$ síla "tlačí" nástroj a dodává mu energii. Jelikož se pohyb $B \rightarrow A$ nachází hlouběji v řezu, síla F je větší než při pohybu $A \rightarrow B$. Energie dodaná silou F periodickému pohybu v oblasti $B \rightarrow A$ je větší než energie odebraná v oblasti $A \rightarrow B$. Pravidelně vzniká přebytek energie, který zachovává vibrace proti ztrátám vzniklým tlumením.



Obr.1.7 Principi polohové vazby se dvěma vzájemně kolmými stupni volnosti – podle [3]

Regenerace vlnitosti povrchu viz obr. 1.8, je způsobena odběrem třísky z povrchu obráběného nástrojem při jakémkoliv obrábění, který byl vytvořen stejným nástrojem v předchozím kroku, jako je povrch vytvořený při soustružení v předchozí otáčce nebo ve frézování předěšlým zubem frézy. Pokud dojde k vzájemné vibraci mezi nástrojem a obráběným povrchem, pak dochází k regeneraci vlnitosti na obráběném povrchu. Nástroj v následujícím kroku narazí na vlněný povrch a jak dloušitka třísky, tak i řezná síla mění periodicky svou hodnotu. Takto vzniklé vibrace, závislé na zmíněných podmínkách, mohou být alespoň tak velké jako v předěšlém kroku. Nově vytvořený povrch je opět vlněný. Tímto způsobem se nepřetržitě vytváří další vlnění.



Obr. 1.8 Regenerace vlnitosti povrchu, Zm ěnatlouš tkyt řisky závisí na fázi mezi vibracemi dvou následujících kroků - podle [3]

Vznik vlnitosti je ovlivněn druhem operace. Mezi jednotlivými záběry zubu nástroj vychází ze záběru a jeho vibrace slábnou. Na počátku dalšího řezu semohou jeho vibrace volně působit na fázi pro maximální obnovu vibrací.

Regenerace vlnitosti na povrchu je popsána rov. 1.4

$$p = N + \frac{\varepsilon}{2\pi} = \frac{f_{ch}}{n} \quad (1.4)$$

Číslo p se skládá z celého počtu N a číselného zlomku $\varepsilon / 2\pi$.

Pokud bude úhel posunutí ε nabývat hodnot $\varepsilon = 2k\pi$, kde $k=1,2,3,\dots$, na bude platit podmínka pro mez stability dle rov. 1.1. Dynamická síla dle rov. 1.10 namez stability jenulová a obrábění bude stabilní.

Naopak při $\varepsilon = \frac{3}{2}k\pi$ je budící síla nejvyšší a soustava bude mít nejvyšší sklon k nestabilitě. Z tohoto vyjádření regulujeme otáčky tak, aby platila podmínka $\varepsilon = 2k\pi$. Rov. 1.4 můžeme upravit

$$N + \frac{\varepsilon}{2\pi} = \frac{f_{ch}}{n} \quad (1.5)$$

odkud stanovíme otáčky tak, aby levá strana rov. 1.5 byla celočíselná bez zbytku vlny [2].

Pokud tomu tak bude, existuje řejmě otáčeková řada

$$n = \frac{f_{ch}}{N} \quad (1.6)$$

kde $N=1,2,3,\dots$, které se zvoleným nástrojem zaručí obrábění bez chvění.

Maximální hodnota otáček bez chvění je

$$n = \frac{60 f_{ch}}{m \cdot N} \quad (1.7)$$

1.6 Limitní podmínky pro stabilní obrábění

Teorie chvění je založena na několika zjednodušeních, u kterých bylo experimentálně prokázáno, že přílišným chvěním je důležitější činností nastabilitu.

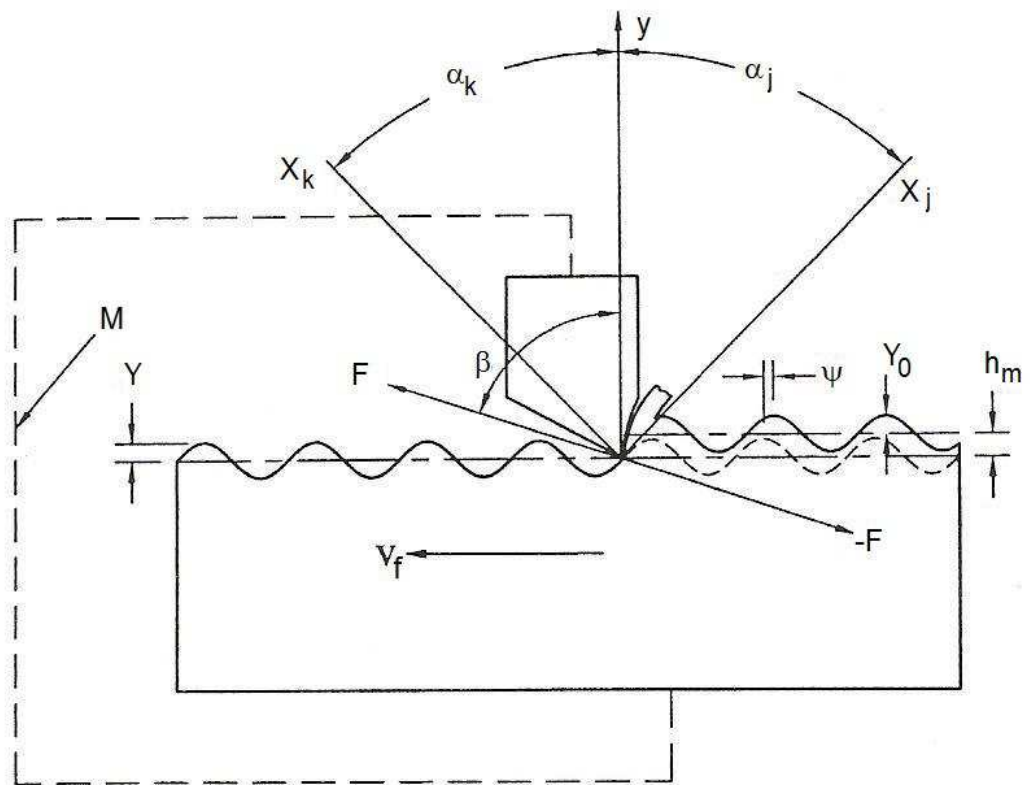
Zjednodušení jsou následující:

- vibrační soustava stroje je lineární, což znamená, že odezva soustavy je přímo úměrná odpovídajícímu buzení. V praxi se nesetkáme se soustavami čistě lineárními, avšak pro popis vlastností zkoumaných soustav (*modální analýza*) uvažujeme nejlepší možnou lineární aproximaci systémové odezvy [10],
- směrné proměnné řezné síly je stále stejné,
- proměnná složka řezné síly závisí pouze na vibracích ve směru normálu na obráběném povrchu,
- hodnoty proměnné složky řezné síly se mění okamžitě shodnotou tloušťky řízky,
- frekvence kmitání a vzájemný fázový posun vlnění následných překrývajících se řezech nejsou ovlivněny vztahem vlnové délky a délkou řezu; tento předpoklad odpovídá řezu nekonečné délce.

Teoriechv ěníp ředpokládálineárníkmitavousoustavuap ři řešenít ěchto soustav se m ěří odezvvové funkce, které jsme schopni m ěřit na obráb ěcích strojích. P řes mechanickou složitost obráb ěcích stroj ů m ůžeme zm ěřit jejich modálníinterpretace. Linearitasystémustanovujet řizákladníp ředpoklady:

- superpozice – ur ěuje nezávislost po řadí p ři skládání budících ůčinků,
- homogenita – ur ěuje nezávislost na velikosti amplitud budícího signálu,
- reciprocita –p ředpokládá existenci symetrie a tedy místo ů ěinku buzeníamístozjiš ťováníodezvyje voln ězam ěnitelnép řizískání shodnéhodnotyp řenosu[10].

Podmínky pro limitní obráb ění jsou odvozeny sodkazem na obr. 1.9. Schéma obráb ění je zobrazeno jako uchycení obrobku na jedné stran ě a nástroj na stran ě druhé. Mezi nimi dochází krelativnímu pohybu ve s m ěru rychlosti posuvu v_f . Takové uspo řádání tvo ří vibra ění soustavu, která je charakterizována jednotlivými módy vibrací ve sm ěrech X_k a X_j . Každý z nich reprezentuje volnost relativního pohybu mezi nástrojem a obrobkem a má specifický sm ěr. Vibra ění složka, což je kolmice kobráb ěnému povrchu, vytváří zvlňění samplitudou Y_0 v jednom řezu a v následujícím amplitudu Y . Sm ěry jednotlivých režim ů vibrací jsou m ěřeny od osy y pomocí odpovídajících hodnot ůhl ů α_i .



Obr.1.9 Znárodnění regenerace vlnitost zahrnující sílu, vlnitost povrhu a vibrace

Proces samobuzení vibrací probíhá v uzavřené soustavě, ve které vibrace způsobují změny síly a opačně. Síla závisí na vibracích v nejméně dvou následujících řezech. Maximální hodnota řezné síly při stabilním frézování je

$$F_{stat} = K_s b h \quad (1.8)$$

kde h tloušťka třísky skládající se z ustálené hodnoty h_m (střední tloušťka třísky); změny Y_0 v "horní vrstvě", což je zvlnění na povrchu z předchozího kroku; změny Y v "dolní vrstvě" kvůli vibracím v probíhajícímu kroku.

$$h = h_m + (Y_0 - Y)e^{j\omega t} \quad (1.9)$$

Jelikož se jedná o lineární systém, můžeme zapsat vztah mezi amplitudou budící síly F a amplitudou změny tloušťky třísky h :

$$F_{dyn} = K_s b (Y_0 - Y) \quad (1.10)$$

kde b je šířka třsky ($Y_0 + Y$) a m je hmotnost tělesa.

Podmínka pro stabilní obrábění může být formulována tak, že vibrace neodeznívají, ani se nezvyšují po každém záběru zubu nebo také, že jejich maximální hodnoty $|Y_0|$ a $|Y|$ se rovnají:

$$\frac{|Y_0|}{|Y|} = 1 \quad (1.11)$$

Limitní hodnota šířky třsky je vyjádřena rovnicí

$$b_{\text{lim}} = \frac{-1}{2K_s \operatorname{Re}(G)_{\text{neg}}} \quad (1.12)$$

Šířka třsky je kladné číslo, proto rov. 1.12 může platit pouze pro zápornou část funkce $\operatorname{Re}G(\omega)$. Mimoto, ze všech hodnot b , které vyhovují rov. 1.12 existuje jedna minimální šířka třsky, tj. maximální hodnota, při které je obrábění stabilní. Tato hodnota je kritická limita pro stabilitu a odpovídá největší negativní hodnotě $\operatorname{Re}G(\omega)$

$$b_{\text{lim,cr}} = \frac{-1}{2K_s \operatorname{Re}(G)_{\text{min}}} \quad (1.13)$$

- pro šířky třsky $b < b_{\text{lim}}$ je řezný proces stabilní, nedochází k žádným samobuzeným vibracím,
- pro šířky třsky $b > b_{\text{lim}}$ se objeví chvění a buzení nástroje.

V praxi se amplitudy chvění ustálí na konečné hodnotě.

Rov. 1.12 má velký praktický význam. Je používána k analýze a designu konstrukcí s maximální stabilitou a co nejmenší vahou. Nabízí definování kritérií pro dynamické vlastnosti konstrukcí stroj-nástroj.

Nástroj obrábí vlněný povrch a při tom sám kmitá. Kmity a vlnění povrchu jsou v fázi posunutý o úhel ϕ :

$$\phi = 2\pi - 2 \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Re}(G)}{\operatorname{Im}(G)} \quad (1.14)$$

kde $\operatorname{Re}(G)$ je reálná složka přenosové funkce a $\operatorname{Im}(G)$ je imaginární složka.

Rov. 1.14 platí, pokud $|Y_0| = |Y|$.

Je-li periodická vzrůstající síla působící na povrchu obrobku kmitání nástroje, pak bude i periodická změna tloušťky právně odřezávané třísky.

Do vibrační soustavy zahrneme vřetenou, jeho uložení, hmotnost rotoru motoru, pokud je integrovaný uvnitř vřetena, upínání nástroje a nástroj. Této kmitavé soustavě budeme říkat "vřetenová jednotka". Frekvencechvření, daná modálními vlastnostmi vřetenové jednotky, které tato soustava podléhá, může být blízká zubové nebo dokonce číselné frekvenci [2].

1.7 Řezné podmínky ovlivňující stabilitu obrábění

Pro vibrace a následně změny tloušťky třísky je odezva vyvolaná proměnnou silou úměrná šířce třísky b . S dostatečně malou hodnotou b je obrábění vždy stabilní. Jakmile se ale hodnota b zvyšuje, dojde k dosažení a překročení limitní hodnoty b_{lim} a následně ke chvění.

Podmínky ovlivňující stabilitu obrábění:

- materiál obrobku,
- posuv,
- řezná rychlost,
- geometrie nástroje.

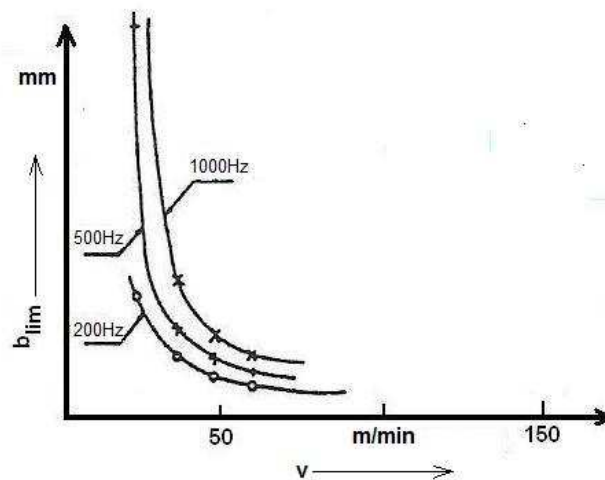
Vliv materiálu obrobku je spojen s řezným odporem K_s . Tento vliv je popsán zrov. 1.12. Pokud řezný odpor K_{sA} materiálu A bude $1,5K_{sB}$, pak právě materiál B bude mít 1,5x nižší hodnotu b_{lim} .

Vliv posuvu f je vliv střední tloušťky třísky h_m . Mezi těmito dvěma parametry je přímá úměrnost. Vliv h na b_{lim} je hlavně spojován s ovlivněním hodnoty K_s .

Hodnota K_s klesá, pokud h roste. U operací jako je soustružení nebo vyvrtávání se stabilita zvyšuje se zvětšujícím se posuvem. Často je b_{lim} menší pro malé posuvy. Operace, pro které je tenká tříška typická, jsou více

náchylné chvění. Nicméně tento efekt nemůže být aplikován stejnou mírou na frézování, kde se chvění obvykle z většího ustájení rychlosti posuvu. Ve většině frézovacích operací má tříška na počátku záběru nulovou tloušťku (nesousledné frézování) nebo nulovou tloušťku třísky (sousedné frézování). Nastávají ale také okamžiky, kdy kombinace tenká tříška/malý posuv snižují stabilitu. Pokud zastavíme posuv, pak se na okamžik objeví chvění jako odraz toho, že se řezný nástroj postupně dostává ze záběru a tak bude mít tloušťka třísky nulovou hodnotu. Efekt posuvu může mít jak stabilizační (soustružení), tak i destabilizační účinky, které ale většinou nejsou příliš silné.

Řezná rychlost a její vliv na stabilitu je často spojován s tlumením při řezném procesu. Dle rov. 1.10 je proměnná složka řezné síly úměrná změně tloušťky třísky a je předpokládáno, že koeficient $K_s b$ je reálné číslo, což znamená, že nedochází k žádnému fázovému posunu mezi dvěma změnami tloušťky třísky. K fázovému posunu může dojít při generování proměnné síly, znamenající vznik tlumení v kmitavém pohybu nástroje při tvorbě třísky. Takovéto tlumení je významné při velmi malých řezných rychlostech, pod 25 m/min a hlavně nižších než 10 m/min. Zvýšení stability za těchto řezných rychlostí je velmi výrazné. Diagram na obr. 1.11 je typický pro obrábění uhlíkových ocelí. Vyjadřuje změny limitní hodnoty šířky třísky b_{lim} jako funkci řezné rychlosti pro soustavy s různými přirozenými frekvencemi: 200, 500 a 1000 Hz. Pro poslední dvě zmíněvané frekvence nedojde k výskytu chvění za rychlosti pod 25 m/min a pro systém s nejnižší přirozenou frekvencí při rychlosti menší než 10 m/min. Tento silný stabilizační efekt je využíván v praxi. Některé operace, které jsou neodmyslitelně spjaté s problematikou chvění kvůli vysoké hodnotě šířky třísky, mohou být prováděny pouze při velmi nízkých řezných rychlostech. Z diagramu stability na obr. 1.12 je zřejmé, že hlavně při vysokých rychlostech, snižují přímou souvislost účinky řetena, dochází k velmi vysokému nárůstu stability.

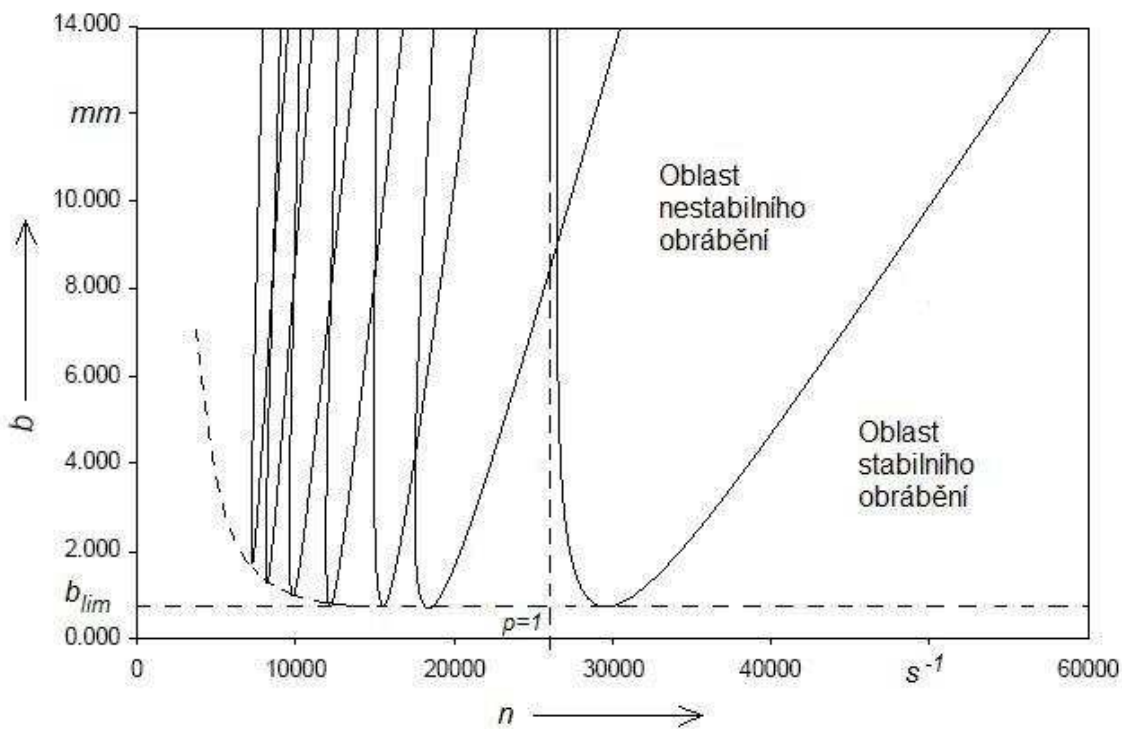


Obr.1.11 Ovlivnění stability díkynízké řezné rychlosti

1.8 Diagram stability–lobediagramy

Diagram stability je graf oddělující nestabilní kombinaci šířky třísky a otáčky v řetene (otáčky, při kterých vzniká chvění) od kombinací stabilních. Řez za stabilních podmínek je možný v oblasti pod hranicí stability. Naopak nestabilní podmínky jsou nad touto hranicí.

Na obr. 1.12 je vidět, že je často možné zvýšit hodnotu šířky řezu, aniž by se vyskytlo chvění, současným zvýšením otáček v řetena než jejich snižováním. Toto chování je jeden z důležitých důvodů, jak charakterizovat dynamickou odezvu řezného nástroje a vytvořit tak odpovídající diagram stability.



Obr.1.12 Ukázkadiagramu stability

Graf na obr. 1.12 je vyhodnocen tak, že je uvažován obálka všech lobes "laloků", jako hranici mezi stabilní oblastí pod touto obálkou a oblastí chvění nad touto obálkou. Maximální míra stability, dovolující obrábění při nejvyšší hodnotě hloubky řezu je získána při rychlosti v řetene, při které je zubová frekvence f_z stejná jako p-řirozená frekvence soustavy f_n .

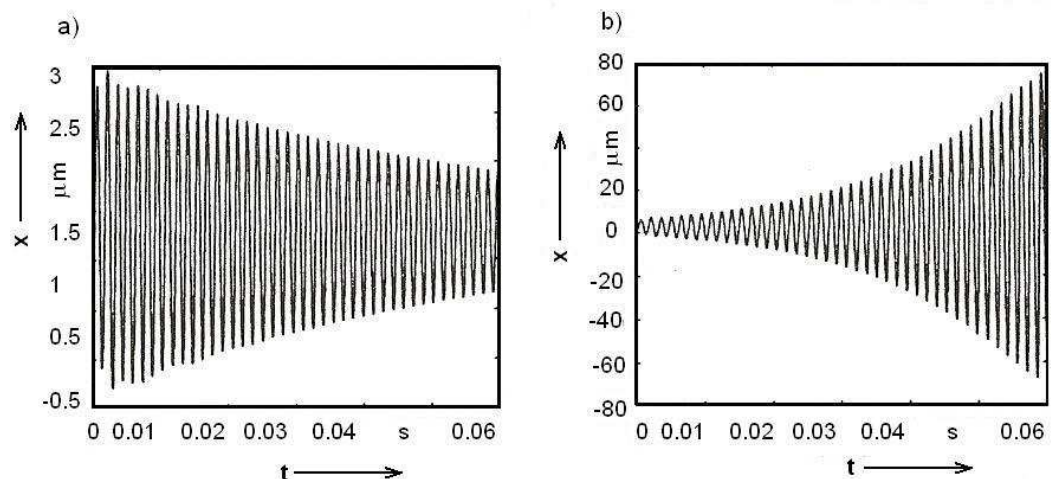
"Laloky" se zmenšují se snižujícími se otáčkami naopak. "Laloky", mezi kterými je mezera určující nejvyšší míru stability je možno najít v blízkosti hodnot $p = 1(N + 1)$, kde N je celočíselná část hodnoty počtu vln mezi zuby rezného nástroje a p je jejich celkový počet.

Pro menší rezné rychlosti je N vyšší a maxima stability jsou blízko u sebe a nejsou moc vysoké. To znamená, že pro mnoho vln, které vzniknou mezi následujícími záběry zubů je změna stability vlivem rychlosti v řetene nevýznamná. Sotáčkami v řetene, blízcími se $n = f_n / m$ (jedna vlna mezi zuby), může být podstatné zvýšení stability docíleno zvolením p rezných hodnoty otáček. Jedním z důležitých důvodů je, v případě frézování, kde může být počet vlnění způsobených chvěním mezi zuby nástrojem nízký, plynule měnit otáčky

vřetene, tak abychom byli schopni zvolit rychlost co nejprůzračnější pro obrábění.

Mezinástrojemaobrobkemexistujen ěkolikvýznamnýchdruh ůvibracia diagramstabilityobsahujen ěkolikdruh ů“lobes”.Nicmén ěpouzejedentypje dominantní a obsahuje jednu nejv ětší “mezeru” indikující otá ěky v řetene pro nejhlubšístabilní řez.

Pro vhodné simulace, viz obr. 1.14, jsou dostupné softwary. Tyto testy mohou být naprogramovány přes velkou rozsah otá ěek v řetene a hloubek řezu. Poskytnuté grafy vibrací a silových amplitud pokrývají celou škálu kombinací řezných podmínek axiálních, radiálních hloubek řezu a otá ěek vřetene. K získání těchto “map” je nezbytné změření dynamických charakteristik (přenosová funkce) všech nástrojů použitých během jednotlivých operací.



Obr. 1.14 Simulace chvění při řezování a) pro $b=1\text{mm}$, stabilní b) pro $b=2\text{mm}$, nestabilní – podle [3]

Alternativní metodou k nalezení nejvíce stabilních podmínek je použití kontrolního systému propojujícího mikrofon k zachycení a zpracování zvuku frézovací operace. Tak se určuje v reálném čase frekvence chvění, která je stejná jako zubová frekvence a vypočítá se ideální rychlost. Tento postup je založen na předpokladu, že frekvence chvění je velmi blízká přirozené frekvenci dominantního vibračního módu.

Samostatné vlivy řezných parametrů na chvění:

- šířka třísky b při frézování: zvětšováním hodnoty b má za následek změnu stavu z stabilního na nestabilní,
- tloušťka třísky h , posuv na zub f_z mají velmi malý vliv na limitní hodnotu b_{lim} ,
- řezná rychlost v_c : při malých řezných rychlostech pro cestlumení potlačuje chvění. Můžeme tedy použít vyšší hodnoty b_{lim} ,
- otáčky vřetene: vliv otáček má přímou spojitost s řeznou rychlostí. Správnou volbou n se může hodnota b_{lim} podstatně zvýšit.

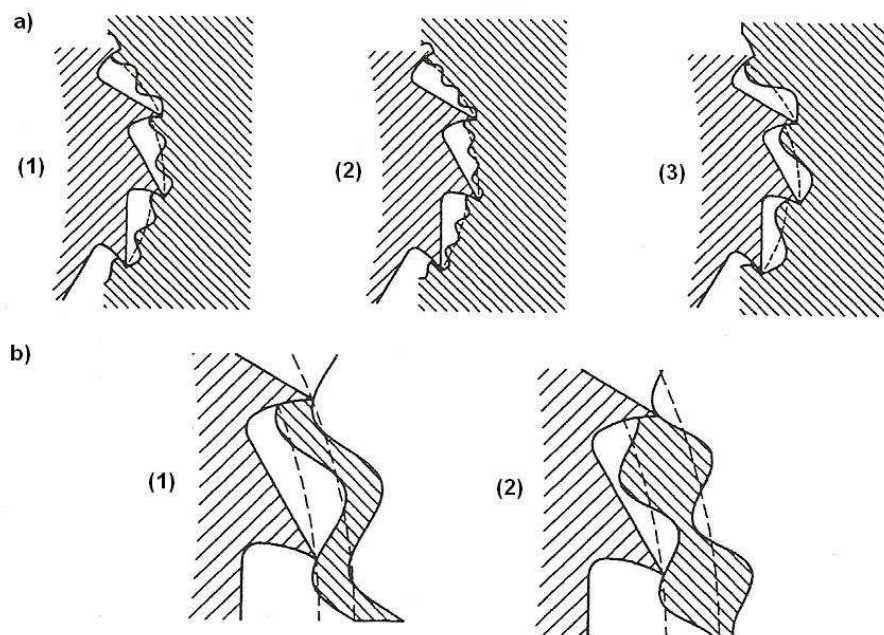
Posunutí nástroje v úhlu ε na povrchu obrobku je dáno fázovým úhlem ε , který se mění s rychlostí vřetene. V rov. 1.4 pro určení fáze mezi následujícím zvlněním je rychlost vřetene nahrazena počtem zubů m a otáčkami vřetene n . Otáčky vřetene jsou při frézování vyšší než při soustružení

$$v_c = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{1000} \quad (1.15)$$

kde d je průměr nástroje, který je mnohem menší než průměr obrobku při soustružení. Místo $d=200\text{ mm}$ při soustružení, použijeme například čelní frézu o průměru $d=100\text{ mm}$ nebo stopkovou frézu o průměru $d=19\text{ mm}$.

Uveďme například frézování oceli danou stopkovou frézou se čtyřmi zuby $m=4$, zubová frekvence je $f_z = m \cdot n = v / (\pi d) = 167,53\text{ s}^{-1}$ je získaná s řeznou rychlostí $v = 150\text{ m/min}$. Při $n = 167,53\text{ s}^{-1}$ je pak zubová frekvence $f_z = 670,13\text{ s}^{-1}$. Předpokládejme přirozenou frekvenci stopkové frézy $f_n = 880\text{ s}^{-1}$. Počet vln mezi zuby je $p = 880 / 670,13 = 1,31$. Získat proto samou fázi (stejný počet částečných vln) například po četvln $p = 2,31$, rychlost vřetene by se musela zvýšit o 76%. V takovém rozsahu se stabilizace chvění velmi značně. Ve frézování a především ve vysokorychlostním frézování, může mít změna rychlosti vřetene velmi silný efekt na zvětšení hloubky řezu a té odpovídající rychlosti odběru materiálu.

Tento vliv je na obr. 1.13. V horní části je ukázáno, jak jsou vlny, které jsou při frézování vytvořeny zubem na povrchu při chvění, znovu přeřezány následujícím zubem. Z rychlosti vřetene ($a1$) vznikne mezi zuby několik vln jejich část. Při ($a2$) je rychlost vřetene nižší. Frekvence generování vln se nezmění, protože se stále jedná o frekvenci $f_{ch,p}$ říkteré vzniká při chvění a je blízká přiřazené frekvenci nástroje f_n . Na ($a3$) se rychlost vřetene zvýšila, objevila se pouze jedna malá část vlny. Na ($b1$) se mezi zuby nachází pouze jedna vlna. Ačkoliv by byly vibrace předpokládány, jsou vlny vytvořené dvěma následujícími zuby ve fázi, což má za následek, že nedochází ke změně tloušťky třísky a ke změně síly. Tyto vibrace nebudou znovu vybudeny a odezní. Toto je stabilní případ. Na ($b2$) je mezi zuby jeden a půl vlny pro totožnou amplitudu vibrací, ale tloušťka třísky se mění dvojnásobnou amplitudou, což generuje sílu, která se pohybuje ve velkém rozsahu a budí tak další vibrace.



Obr.1.13 Vliv řezné rychlosti na počet vln mezi zuby řezného nástroje – podle [3]

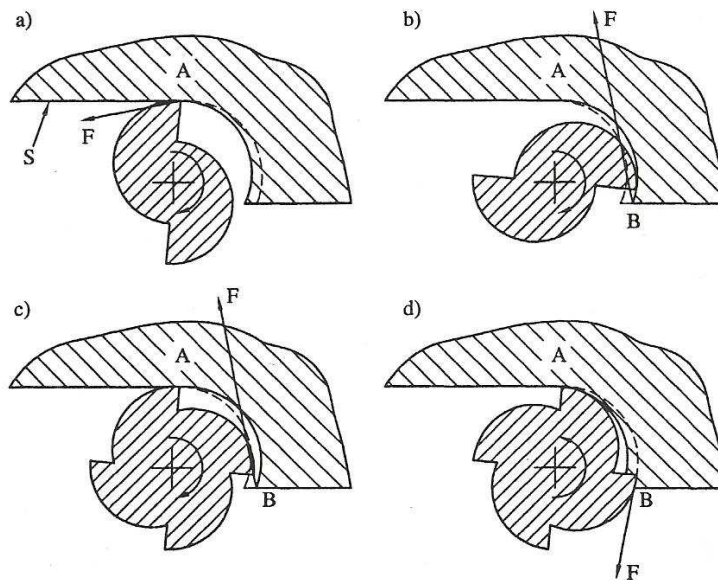
2 SÍLY AVYNUCENÉ KMITÁNÍ VE FRÉZOVÁNÍ

2.1 Přesnost frézování stopkovou frézou: p římné zuby

U zjednodušeného p řístupu se p ředpokládá řezný nástroj s p římnými zuby a s okamžitou odezvou na zatížení (statický p řístup).

Na obr. 2.1 jsou zjednodušené stopkové frézy s p římnými zuby. V nesousledném frézování (a) až (c) se stopková fréza v většinou vychyluje směrem k obrobku. Každý zub je postupně zatížen malou silou $F_{vbod\ \dot{e}\ A}$, která dosahuje svého maxima v bodě B. V bodě A každý zub vytváří obrobek s povrchem S. V p řípadě dvou p řítných fréz (a) nedochází prakticky k žádnému vychýlení, pokud se zub nachází v bodě A. v (b) dojde k velkému vychýlení, avšak jelikož obrábíme dvou p řítným nástrojem, tak v bodě A není vzájemně žádný zub, který by toto vychýlení zanesl na obráběný povrch. Pokud ale čtyřbřitá fréza (c) obrábí v radiální hloubce řezu alespoň tak velké jako je poloměr nástroje, pak dojde k přenesení vychýlení na obráběný povrch. V sousledném frézování (d) je situace obdobná, avšak nástroj je vychýlen směrem od obrobku. Veskutečnost zuby nejsou p římné, ale jsou ve šroubovici a vztah mezi silovým zatížením, vychýlením a tvarem obráběného povrchu je mnohem komplikovanější.

Z předchozího odstavce vyplývá, že pro řezné nástroje s p římnými zuby jsou preferovanější dvou p řítné frézy. Ačkoliv se vyskytuje značné odchýlení p ří obráběného povrchu frézou, obráběný povrch je relativně přesný a neovlivněný těmito odchýlkami. Aplikace tohoto p ředpokladu je pouze v p řípadech nízkých otáček v řetence, p ří kterých je zubová frekvence mnohem nižší než p řírozená frekvence vibrační soustavy nástroje.



Obr.2.1 Síly působící na stopkovou frézu a jejich vliv na přesnost obráběného povrchu - podle [3]

2.2 Vynucené kmitání jeho důsledek jako nepřesnost obrobeného povrchu

Harmonická síla produkuje harmonické deformace a vibrace o stejné frekvenci jako má síla. Amplituda vibrací nezáleží pouze na amplitudě síly a na tuhosti soustavy, ale také na poměru frekvence síly f_F a přirozené frekvence soustavy f_n . Pokud jsou tyto dvě frekvence stejné, nastává rezonance a vibrace jsou maximální. Posunutí jsou pak změněna o fázi zůstávající zasilou úhel, který závisí výhradně na poměru frekvencí.

Existuje vzájemný vliv mezi reznou silou a posunutím, jelikož posunutí ovlivňuje tloušťku řízky, která má vliv na sílu. Tento vzájemný vliv se nazývá regenerace deformací vtisknutých na povrch a vytváří tak základ pro chvění. Avšak v případě vynuceného kmitání hraje regenerace deformací malou úlohu.

2.3 Síly působící při obrábění stopkovou frézou se zuby do šroubovice

Uvažujme stopkovou frézu se zuby do šroubovice. Změna řezné síly je zásadní pro její vliv na vyvnutou kmitání a přesnost obráběného povrchu.

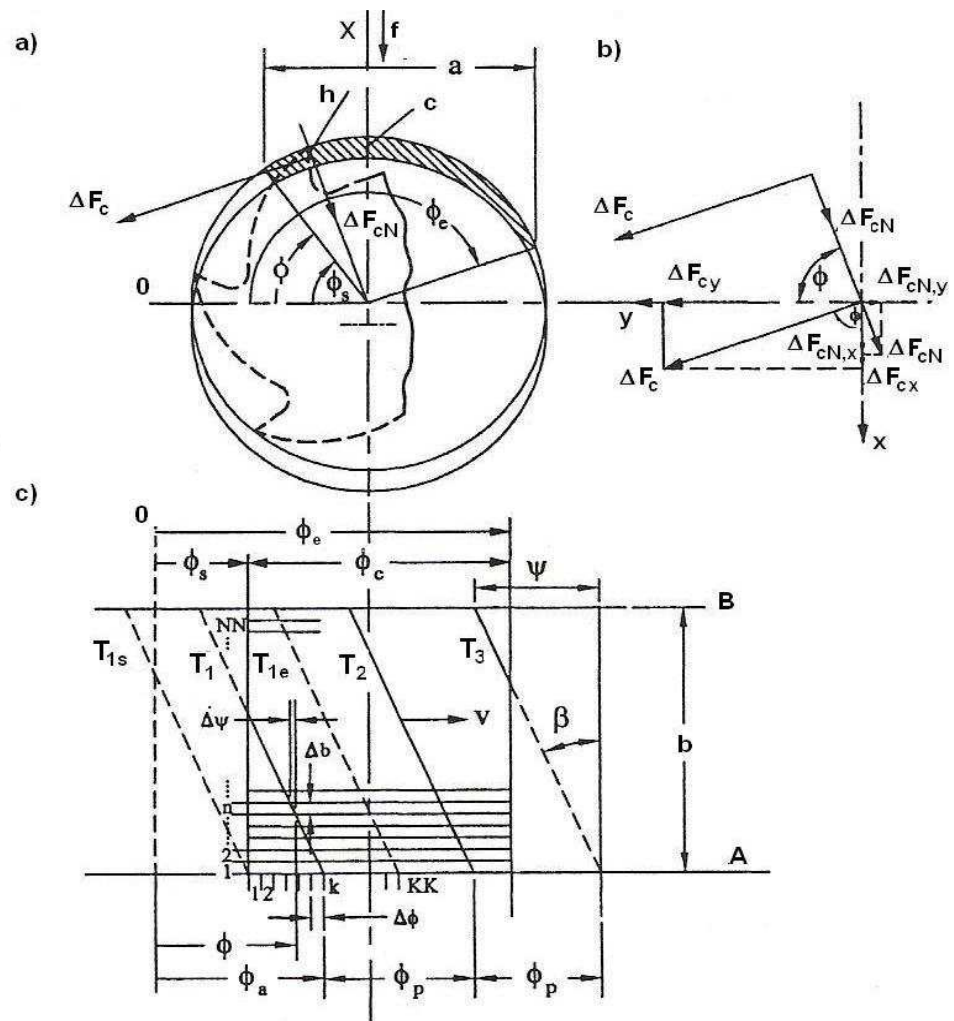
Analýza je založena na diagramech na obr. 2.2 diagram (a) zobrazujících element řezného nástroje na obrobku s radiální hloubkou (šířkou) řezu a a úhlem záběru ϕ měřeného od pozice 0 až do záběru v rozsahu $\phi_s < \phi < \phi_e$. Řezný úhel je $\phi_c = \phi_e - \phi_s$. Axiální hloubka řezu je b . Směr posuvu f obrobku proti rotujícímu nástroji je vyznačen a posuv na zub je f_z . Část zuby od řezávací třísky otlouštěje podél rovnice

$$h = f_z \cdot \sin \phi. \quad (2.1)$$

Na diagramu (c) je pohled na "rozbalený" povrch nástroje. Axiální hloubka řezu b je v rozsahu od A do B. Každé ostří zuby je při rozbalení rovnou čarou skloněnou pod úhlem β (úhel šroubovice). Všechny ostří se pohybují obvodovou rychlostí v_c . Jejich pozice je znázorněna zjednodušeně pomocí úhlu ψ . Správné určení jejich pozice je pak pomocí obvodové vzdálenosti ($r \cdot \phi$), kde r je poloměr nástroje. Záběr zubů leží v rozsahu úhlu ψ , který získáme pomocí rovnice

$$\psi = \frac{b \tan \beta}{r}. \quad (2.2)$$

Nicméně skutečný záběr jakéhokoliv zuby je pouze částečně v oblasti, která je mezi úhly ϕ_s a ϕ_e . V tomto případě jsou záběry tří zubů T_1 , T_2 a T_3 . Ostřív záběru jsou vynešeny nepřerušovanou čarou, ostatní jsou čárkované.



Obr.2.2 Diagram skládání síl při řízení profilu zuby do šroubovice podle [3]

Změna řezné síly je periodická v souladu se "zubovou periodou", která se shoduje s rotací porzte či ϕ_p . Pak je tedy možné uvažovat napo částku řezu zub T_1 na úrovni A , kdy $\phi_a = \phi_s$ a sledovat pohyb tohoto zubaždochvíle, kdy $\phi_a = \phi_s + \phi_p$. Zub T_1 se bude pohybovat v tomto rozmezí z pozice označené jako T_{1s} do pozice T_{1e} . Zuby T_2 a T_3 se pohybují shodně, ale v ředstihu ϕ_p respektive $2\phi_p$. Poloha každého zubaž v rozsahu ϕ_p sem řní ří růstkově ato o $\Delta\phi$ spo čtem krok ů k z celkového po čtu KK krok ů. Každý b řituvažujeme za skládající se z ří růstků po čtu n z celkového po čtu NN element ů, ležící chna úhlu $\Delta\psi$ a mající výšku Δb .

Element řezné složky síly ΔF_c je úměrný odpovídající elementárnímu pásmu řísky.

$$\Delta F_c = K_s \Delta b \cdot h = K_s \Delta b \cdot c \sin \phi = C \sin \phi. \quad (2.3)$$

Kde $C = K_s \Delta b \cdot c$

Amplituda normálové složky síly je

$$\Delta F_{cN} = 0,3 \cdot \Delta F_c. \quad (2.4)$$

K získání celkové síly zatěžující osu nástroje v jakýkoliv okamžik, to je v jakékoliv úhlové pozici, je nutné započítat elementární síly působící na části ostří, které jsou v záběru. Tyto síly mají odlišné směry. Na obr. 2.2b) jsou síly ΔF_c a ΔF_{cN} posunuty do osy nástroje a rozloženy do složek odpovídajícím pevným osám X a Y .

Potom:

$$\begin{aligned} \Delta F_{cx} &= \Delta F_c \cos \phi = C \sin \phi \cos \phi \\ \Delta F_{cy} &= \Delta F_c \sin \phi = C \sin^2 \phi \\ \Delta F_{nx} &= 0,3 \Delta F_c \sin \phi = 0,3 \Delta F_{cy} \\ \Delta F_{ny} &= -0,3 \Delta F_c \cos \phi = -0,3 \Delta F_{tx} \end{aligned} \quad (2.5)$$

tedy

$$\begin{aligned} F_x &= \sum_{i=1}^n (\Delta F_{cxi} + \Delta F_{nxi}) \\ F_y &= \sum_{i=1}^n (\Delta F_{cyi} + \Delta F_{nyi}) \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$F = (F_x^2 + F_y^2)^{1/2}. \quad (2.7)$$

Rovnice 2.6 se vztahují na všechny elementy všech zubů zapojených do řezného procesu v daný okamžik.

Počet ostří m , které mohou být v záběru současně je maximálně tolik, kolik se jejich vejdou do rozptěti řezného záběru $\phi_c = \phi_e - \phi_s$

$$m = \frac{\phi_c + \psi}{\phi_p} + 1, \quad (2.8)$$

přičemž m leží v množině celých čísel.

3 MATEMATICKÝ POPIS KMITÁNÍ PŘI ŘÍZENÍ

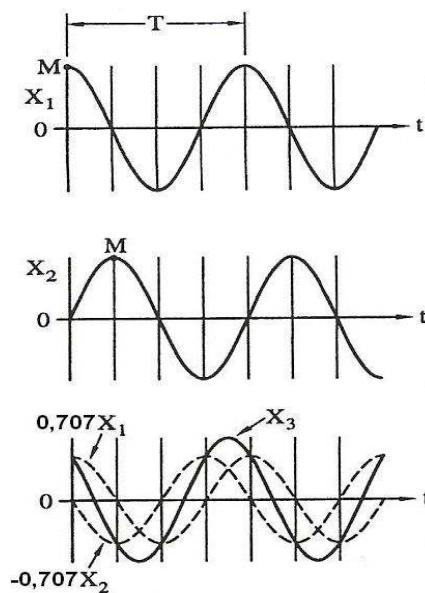
3.1 Průběhy základních goniometrických funkcí

K efektivnímu řešení úloh zabývajících se vibracemi, je nutné zrekapitulovat matematické vyjádření harmonických průběhů goniometrických funkcí. Harmonické průběhy funkcí sinus a kosinus jsou na obr. 3.1 a jsou popsány

$$x_1 = A \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (3.1)$$

a

$$x_2 = A \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (3.2)$$



Obr. 3.1 Průběhy funkcí sinus, kosinus a jejich superpozice – podle [3]

kde A je amplituda pohybu, $\omega = 2\pi f$ je úhlová rychlost (rad/s) a f frekvence pohybu vyjádřená v s^{-1} . Je zřejmé, že x_1 a x_2 jsou identické, s rozdílem, že x_2 je posunutá o časovou hodnotu $T/4$ oproti x_1 . Proto je například maximální hodnota M nalezena u x_1 o $T/4$ dříve než u x_2 . Funkce sinus a kosinus jsou periodické po 360° . Proto je perioda $T = 1/f$ vyjádřena:

$$\omega T = 2\pi,$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad \omega = 2\pi f. \quad (3.3)$$

Časový posun mezi x_1 a x_2 je čtvrtinaperiody

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

a

$$\sin \omega t = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \quad (3.4)$$

Je možno říci, že kosinus p ředbíhá sinus o 90°. Záleží na stavu funkce v čase $t=0$ a na počátku měření času. Proto funkce x_3 , jejíž záznam začíná osminuperiody ($\phi = 45^\circ$) později než funkce kosinus je vyjádřena

$$\begin{aligned} x_3 &= A \cos(\omega t + \phi) = A(\cos \omega t \cos \phi - \sin \omega t \sin \phi) \\ x_3 &= A \cos \phi \cos \omega t - A \sin \phi \sin \omega t \end{aligned} \quad (3.5)$$

Pro $\phi = 45^\circ$, $\sin \phi = \cos \phi = 0,707$,

$$x_3 = 0,707A(\cos \omega t - \sin \omega t) = 0,707(x_1 - x_2). \quad (3.6)$$

Pro jiný fázový posun ϕ by byla harmonická funkce soumou všech funkcí sinus a kosinus stejné frekvence, ale jiné amplitudy.

Výše uvedené lze znázornit pomocí vektorů v komplexní rovině (na obr. 3.2a). Harmonická funkce je popsána vektorem o délce A rotujícím úhlovou rychlostí ω :

$$X = Ae^{j\omega t} = A(\cos \omega t + j \cdot \sin \omega t). \quad (3.7)$$

Sinová složka je imaginární a kosinová složka reálná část vektoru. Skutečná hodnota funkce v kterémkoliv okamžiku je reálná kosinová složka. Znázornění v komplexní rovině dovoluje vyjádřit vztah mezi fázemi. Pokud na obr. 3.2b) měření času vektoru začíná vpočáteční pozici znázorněná fázovým posunem ϕ , který vymezuje "komplexní amplitudu", potom

$$X = Ae^{j\omega t} = A(\cos \omega t + j \cdot \sin \omega t). \quad (3.8)$$

Na obr. 3.2c) je průběh funkce sinus, takže po částečné pozice vektoru je X_1 ($\varphi = -\pi/2$); kosinová funkce má po čátek v X_2 ($\varphi = 0$) a funkce sfázovým posunem $\varphi = \pi/4$ za čínáv X_3 .

Pomocí těchto vektorů lze harmonické funkce popsat:

$$x = X e^{j\omega t} \quad (3.9)$$

kde komplexní amplituda je vektor samotný.

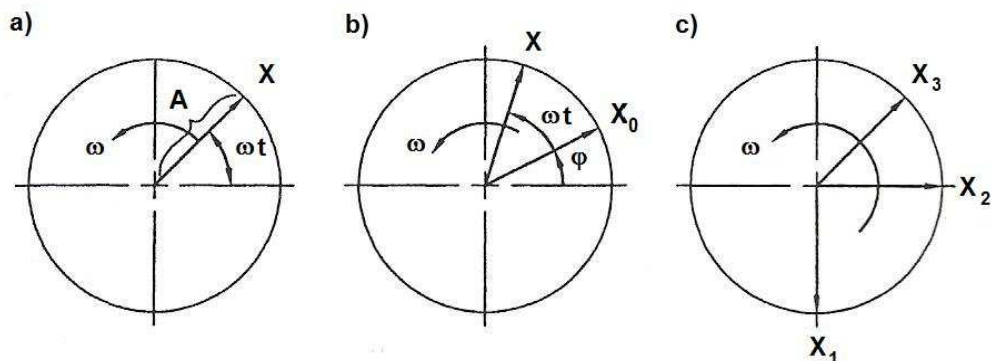
Proto

P

$$X = A e^{j\phi},$$

r

$$X_1 = A e^{-j\pi/2}, \quad X_2 = A, \quad \text{a} \quad X_3 = A e^{j\pi/4}. \quad (3.10)$$



Obr. 3.2 Harmonické proměnné jako vektory v komplexní rovině – podle [3]

3.2 Přenosová funkce soustavy s jedním stupněm volnosti

Přenosová funkce v (Transfer function) je spojena s vynucenými vibracemi; vyjadřuje vztah mezi periodickou silou F a kmity X , vznikající díky této síle. Tato charakteristika popisuje velmidobě vibrující soustavu a protože také použitelná v případě samobuzených vibrací.

V soustavě s n stupni volnosti se mohou vibrace šířit do n směrů. V praxi se soustavy s jedním stupněm volnosti příliš nevyskytují, avšak složitější konstrukce můžeme rozložit na tyto soustavy a snáze je řešit. Přenosová funkce nejjednodušší vibrační soustavy je na obr. 1.4. Skládá se ze závaží napojeného na pružinu tuhostí k , která je připojena za druhý konec.

Paralelněspružinoujezapojentlumi čstlumícímkoeficientem c . Nasoustavu působíharmonickyproměnnásíla F :

$$F = F_0 e^{j\omega t} \quad (3.11)$$

Kde F_0 je amplituda a ω je frekvence síly. Diferenciální rovnice pohybu soustavy vyjadřuje rovnováhu sil působících na závaží.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 e^{j\omega t} \quad (3.12)$$

Řešení pro ustálený stav má tvar

$$x = X e^{j\omega t} \quad (3.13)$$

následně $\dot{x} = j\omega \cdot x$ a $\ddot{x} = -\omega^2 x$.

Řešení rovnice 3.13 pro komplexní amplitudu je

$$X = \frac{F_0}{k - m\omega^2 + jc\omega} \quad (3.14)$$

apřenosová funkce G je poměr výstupní amplitudy X na vstupní amplitudu F_0

$$G = \frac{X}{F_0} = \frac{1}{k - m\omega^2 + jc\omega} \quad (3.15)$$

Pomocí substituce

$k/m = \omega_n^2$, což je druhá mocnina přirozené frekvence soustavy,

$c/2\sqrt{km} = \zeta$ je poměr tlumení soustavy,

je přenosová funkce vyjádřena jako

$$G = \frac{X}{F_0} = \frac{1/k}{1 - \omega^2/\omega_n^2 + 2j\zeta\omega/\omega_n} \quad (3.16)$$

V rov. 3.16 je funkce vyjádřena jako poměr úhlové frekvence ω budící síly a přirozené úhlové frekvence soustavy ω_n . V rovnici 3.16 lze ω nahradit pomocí f :

$$G = \frac{X}{F_0} = \frac{1/k}{1 - f^2/f_n^2 + 2j\zeta \cdot f/f_n} \quad (3.17)$$

Přenosová funkce je poměr vektorů komplexních amplitud. Obvykle se volí vektor amplitudy síly jako reálný (jako vektor X_2 na obr. 3.2) a stanovuje se posun φ , který vektor F_0 předbíhá vektor X .

Pro stručnost vyjádření, napíšme $p = f / f_n$, pak je rov. 3.17 ve tvaru

$$G = \frac{X}{F_0} = \frac{1/k}{1 - p^2 + 2j\zeta p} \quad (3.18)$$

Jeden ze způsobů, jak vyjádřit přenosovou funkci pomocí amplitudy $|G|$:

$$|G| = \frac{1/k}{\sqrt{(1 - p^2)^2 + 4\zeta^2 p^2}} \quad (3.19)$$

Přenosová funkce lze ale také vyjádřit použitím reálné složky $\text{Re}(G)$ a imaginární složky $\text{Im}(G)$ jako funkce p :

$$\text{Re}(G) = \frac{(1/k)(1 - p^2)}{(1 - p^2)^2 + 4\zeta^2 p^2} \quad (3.20)$$

$$\text{Im}(G) = \frac{-(1/k)(2\zeta p)}{(1 - p^2)^2 + 4\zeta^2 p^2} \quad (3.21)$$

Rov. 3.19, 3.20 a 3.21 jsou vyjádřeny grafy na obr. 3.3. Tlumičí poměry jsou označeny písmenem ζ .

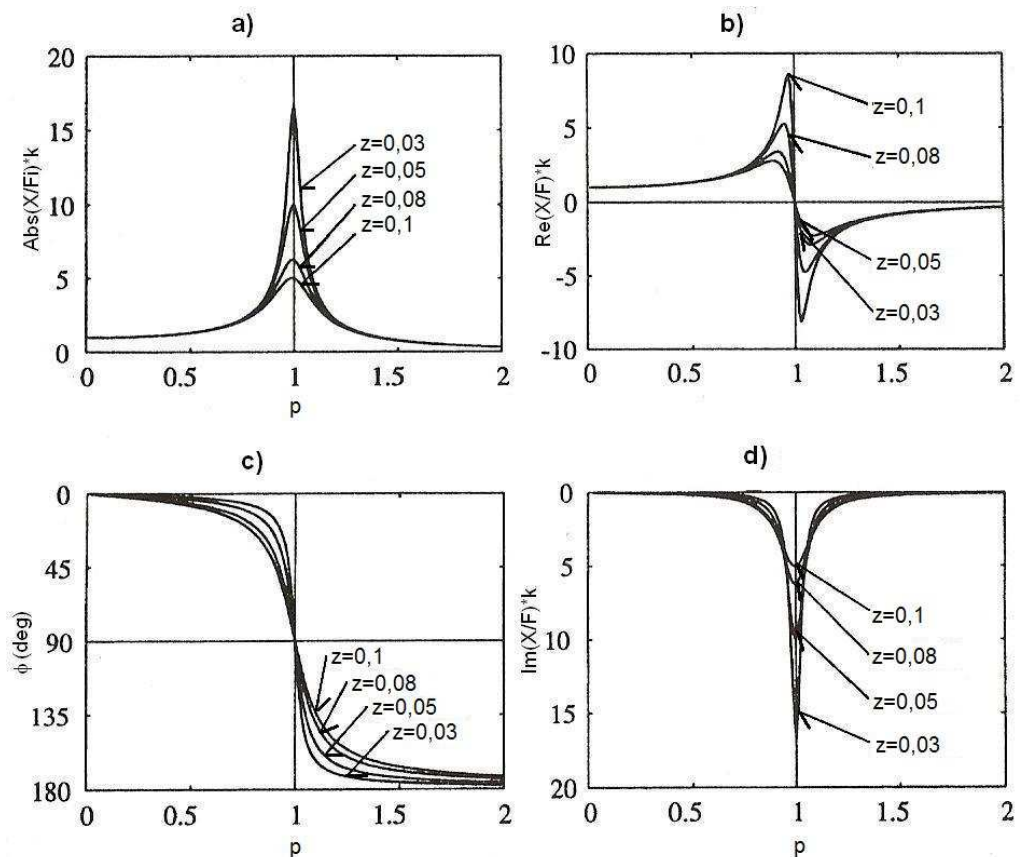
Speciální vlastnosti přenosové funkce:

- při $(f / f_n) = 0$, je hodnota přenosové funkce $G = 1/k$ čistě reálná,
- při $(f / f_n) = 1$, je fázové posunutí přesně $\varphi = \pi / 2$. Tento stav se nazývá resonance. Hodnota G vypočtená dle rov. 3.22 je čistě imaginární a je velmi blízko své maximální negativní imaginární hodnotě.

$$G = \frac{-j}{2k\zeta} \quad (3.22)$$

- Maximální hodnota $|G|$ se objevuje blízko stavu resonance při podmínkách $\frac{f}{f_n} = \sqrt{1 - \zeta^2}$ a tato hodnota je přibližně

$$|G|_{\max} \approx 1 / 2k\zeta \quad (3.23)$$



Obr.3.3P řenosová funkce pro jeden stupeň volnosti vyjádřující poměr amplitudy harmonického kmitu a amplitudy harmonické síly; a) , c) vyjádření maximálních hodnot a) reálné a d) imaginární část – podle [3]

3.3 Měření modálních parametrů

Modální analýza má velký význam v technické diagnostice. Díky této metodě a určených výsledných modálních vlastností systému můžeme získat úplný dynamický popis mechanické soustavy. Většina problémů spojených s nadměrným hlukem či nežádoucími vibracemi v technické praxi je způsobena parametry samotné soustavy. Tyto vlastnosti se vypočítávají a následně vyhodnocují v rámci zkoušek modální analýzy. Díky těmto parametrům dokážeme predikovat výsledné vlastnosti systému.

Kvysledným parametrům modální analýzy patří:

- vlastní frekvence soustavy,
- vlastní tvary kmitů,
- vlastní tlumení tvarů kmitů.

Modální analýzu můžeme provádět buď v teoretické rovině jako výpočtovou anebo v rovině praktického provedení experimentálního měření reálné soustavy. Hodnoty vypočtené jsou často porovnávány shodnotami naměřenými, avšak v technické praxi se jen zřídka shodují. Při matematickém modelování kmitavého chování jsou sestaveny pohybové rovnice a výsledné vlastnosti modální analýzy vypočteny užitím tzv. *modální transformace*. Tato transformace spočívá v náhradě soustavy vzájemně vázaných homogenních diferenciálních rovnic soustavou nezávislých, izolovaně řešitelných homogenních diferenciálních rovnic. Složitější soustavy pohybových rovnic je v mnohých případech nutné podrobit matematickému zjednodušení, které může vést k možným chybám. Teoretická modální analýza se stává nenahraditelnou v případě neexistence reálné soustavy, ale pouze softwarového modelu. Při experimentální modální analýze se určují parametry dané soustavy pomocí experimentálně naměřené vhodné množiny dat frekvenční odezvyové funkce $H(\omega)$. Jen korektně provedená experimentální modální analýza je přesnější určování modálních parametrů [10].

3.3.1 Dynamická měření na obráběcích strojích

Hlavním důvodem, proč frekvenční odezvyové funkce - FRF (frequency response function) používají, je jednoduchost, s jakou lze pomocí nich popsat odezvu reálného systému. Zkoumaná konstrukce je buď jen málo měřitelnou silou. Měří se odezva konstrukce a budicí síla. Podělením těchto dvou signálů se získá již zmíněná přenosová funkce dle rov. 3.18. Pro identifikaci vlastních frekvencí a tlumení stačí provést měření jedné FRF. Pokud chceme zjistit tvar kmitání, je třeba opakovat měření v různých bodech naměřené konstrukci. Změření provedených v těchto bodech se sestaví model konstrukce. Jako budiče se používají modální kladivá nebo vibrátory.

Připoužití druhé skupiny metod se modální parametry odhadují nepřímo, pouze na základě měření odezvy zkoumané konstrukce [11].

Provybuzení vibrací se nejčastěji používá rázové kladívko obr. 4.3.

Dynamická odezva soustavy může být určena v průběhu vývojové fáze nebo až je soustava/stroj podroben impulsovému silovému testování. Pomocí FFT analyzátoru je přenosová funkce soustavy určena ze silového pulsu generovaného dopadem kladívka a odezva tohoto pulsu měřena akcelerometrem. Touto metodou získáme rozsáhlé informace o frekvenci a tlumícího chování soustavy během testu.

Ocelová hlava rázového kladívka je vybavena nízkým odporovým senzorem, na který se dodávají násady různých tvrdostí. Je možné zvolit mezi ocelovou, plastovou, PVC a gumovou násadou společně s přídatnou záteží nakladívko, umožňující korektní nastavení a testovanou strukturu.

Další metodou je nepřímé odhadování modálních parametrů a to pouze na základě měření odezvy zkoumané konstrukce. Při tzv. *R-D testech* je stroj buzen odstředivými silami vznikajícími při rotaci v řetěna. Měření je nutné provést při různých otáčkách. Důvodem je, že se tím přeladují frekvence budicích sil. Při R-D testu stroje jsou měřeny otáčky a autospektra vibrací. Výsledkem je třírozměrná mapa, kde maxima značí vlastní frekvence stroje. Podle vzorkovací frekvence měřeného signálu rozeznáváme dvě metody: spektrální analýzu a harmonickou analýzu. Při spektrální analýze je vzorkovací frekvence konstantní. Při zpracování signálu probíhá FFT algoritmus (algoritmus rychlé fourierovy transformace). Spektrální mapa je potom složena z autospekter a řetěsou jsou otáčky. Nevýhodou je rozřazení signálu vyšších řádů. Důsledkem je, že se ve spektrální mapě osa frekvence transformuje na řádovou. Tato metoda odstraňuje výhodu řazení signálu, na každou otáčku připadá stejný počet vzorků. R-D testy se tedy získají údaje o vlastních frekvencích [11].

4 NÁVRH EXPERIMENTU

4.1 Návrh experimentu protechnologii frézování

Cílem experimentu byla predikce samobuzených vibrací a konstrukce diagramu stability, pro vybranou konfiguraci nástroj-stroj. Měření probíhá za klidového stavu stroje pomocí rázového kladívka a vyhodnocovacího softwaru.

Při experimentu vyhodnotíme:

- vyhodnocení získaných datodezvořevé funkce a jejich přepočítání,
- určení kritické hodnoty šířky řízky $b_{lim,cr}$,
- určení limitních hodnot šířky řízky b_{lim} a otáček n ,
- sestavení diagramu stability pomocí získané závislosti.

4.2 Použitá technická vybavení

4.2.1 Obráběcí zařízení

Experiment byl proveden na konzolové vertikální frézce FGH32 obr. 4.1



Obr. 4.1 Konzolová frézka FGH32

4.2.2 Nástroj

Pro experimentální měření byla použita válcová čelní fréza o průměru $\varnothing d=32\text{mm}$, ČŠN 222146.



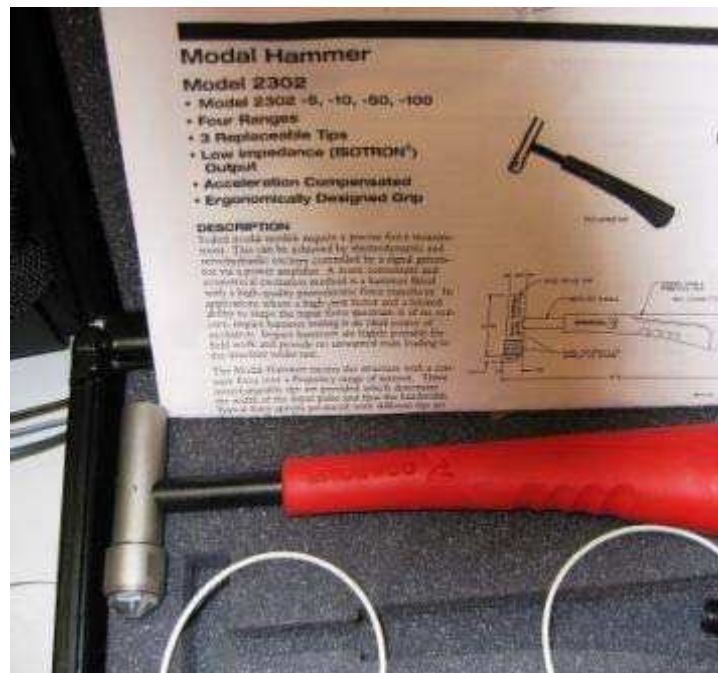
Obr.4.2 Vální fréza

Ačkoliv by lap ře experimentu použitavální frézasezuby vešrou bovíci. Pro zjednodušení bude uvažována fréza o stejném pr ůměru, ale srovnými zuby zd ůvodu zachování konstantní hodnoty tlouš ťky t řisky h při frézování, pomocí které je vypo čítán m ěrný řezný odpor K_s . U frézse zuby vešroubovici se m ění tlouš ťka t řisky h v závislosti na úhlu šroubovice a na pozici zubu v záb ěru.

4.2.3M ěřícíza řízení

Zařízení kprovedení a vyhodnocení experimentu zap ůjčila firma Brüel&Kjaer.

Delta Tron impact force hammer, model 2302-5, ENDEV CO. Rázové kladívkojenaobr.4.3.



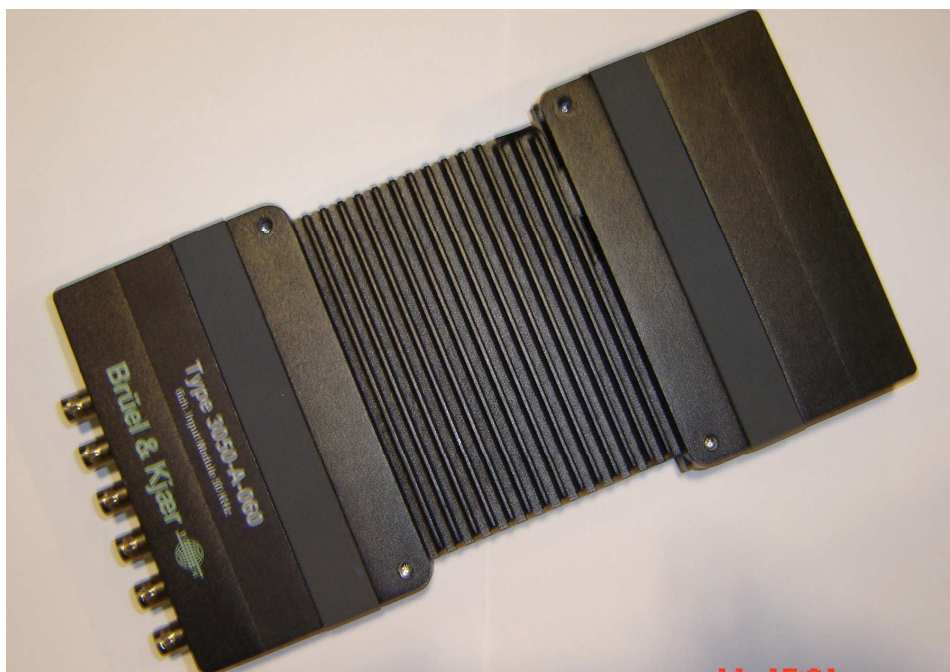
Obr.4.3Rázovékladívko

Delta Tron akcelerometr Type 4394 pro rozsah frekvencí 1-25000Hz, obr.4.4.



Obr.4.4Piezoelektrickýakcelerometr

Hardware pro propojení notebooku s klávesnicí a akcelerometrem
Brüel & Kjær, type 3050-A-060, input module 50Hz, obr. 4.5



Obr. 4.5 Propojovací zařízení Brüel & Kjær

Notebook ASUS s vyhodnocovacím softwarem Pulse LabShop Version
13.5.0 od firmy Brüel & Kjær, obr. 4.6.

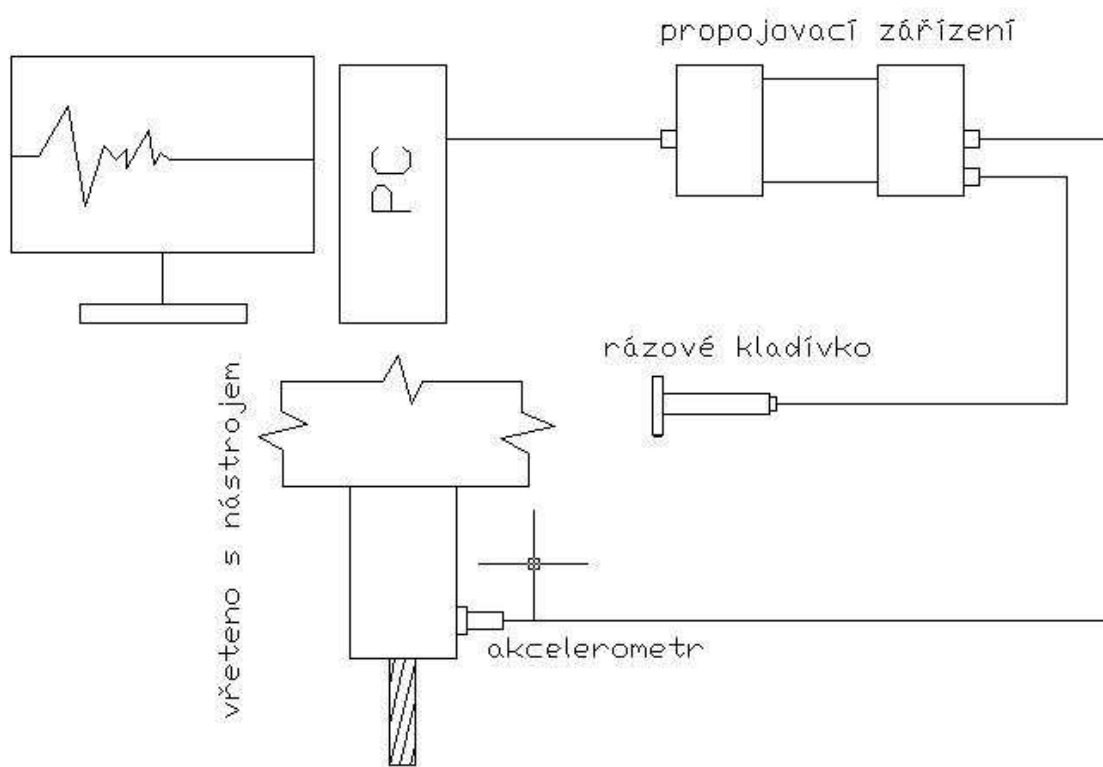


Obr. 1.6 Notebook s vyhodnocovacím softwarem

5 PRŮBĚH EXPERIMENTU

5.1 Připojení řídicí soustavy ke čítači frézce

Notebook byl propojen kabelem s propojovacími zařízením, kterým bylo následně připojeno kladívko a akcelerometr, který byl pomocí magnetové hlavičky připevněn na vřeteno frézky. Schéma zapojení je znázorněno na obr. 5.1.



Obr. 5.1 Schéma zapojení řídicí soustavy ke frézce

5.2 Měření silového impulsu

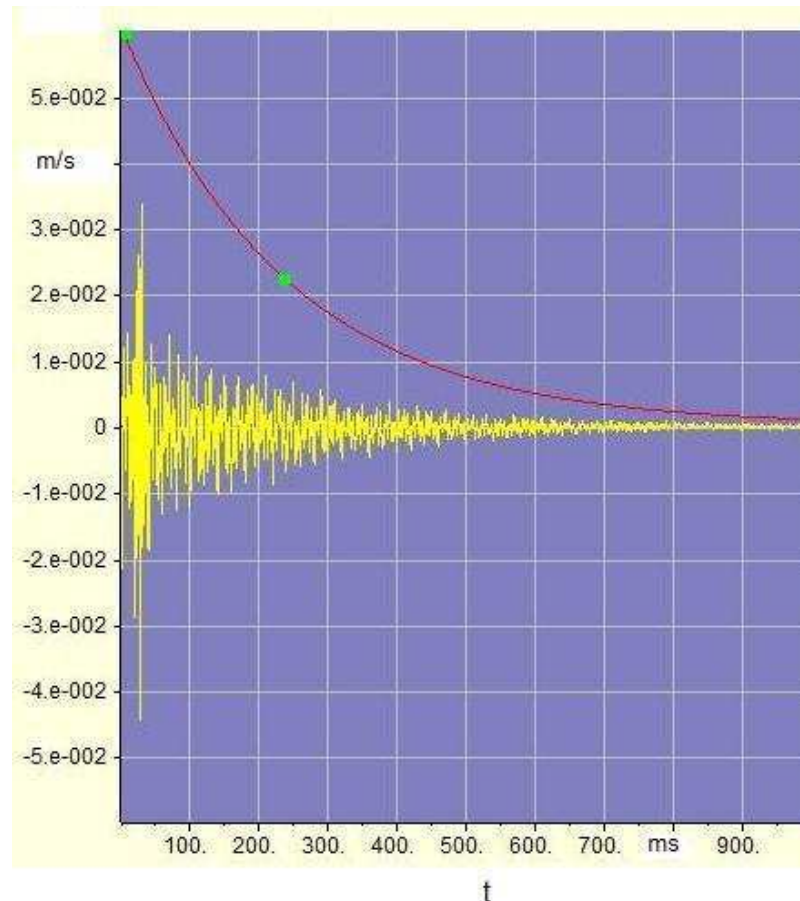
Nastavení softwaru pro měření probíhalo následně. Nejprve bylo nutné určit, při jakém silovém impulsu bude měřicí soustava schopna zaznamenat odezvu systému na tento impuls. Bylo provedeno několik poklepů rázovým kladívkem v oblasti vrcholů řetěna v průběhu času a z nich vybrán jeden silový impuls viz obr. 5.2.



Obr. 5.2 Stanovení impulsu síly, při kterém systém změní odezvu.

5.3 Stanovení odezvy na silový impuls

Pokud je nastavena velikost síly, pak při které se pustím řešení odezvy, pak tuto odezvu stanovíme pomocí jednoho poklepu kladivka na vřeteno frézky. Pomocí softwaru změříme odezvu obr. 5.3. Tato odezva se nachází pod exponenciální křivkou, aby bylo lépe vidět, jak dochází k jejímu útlumu.

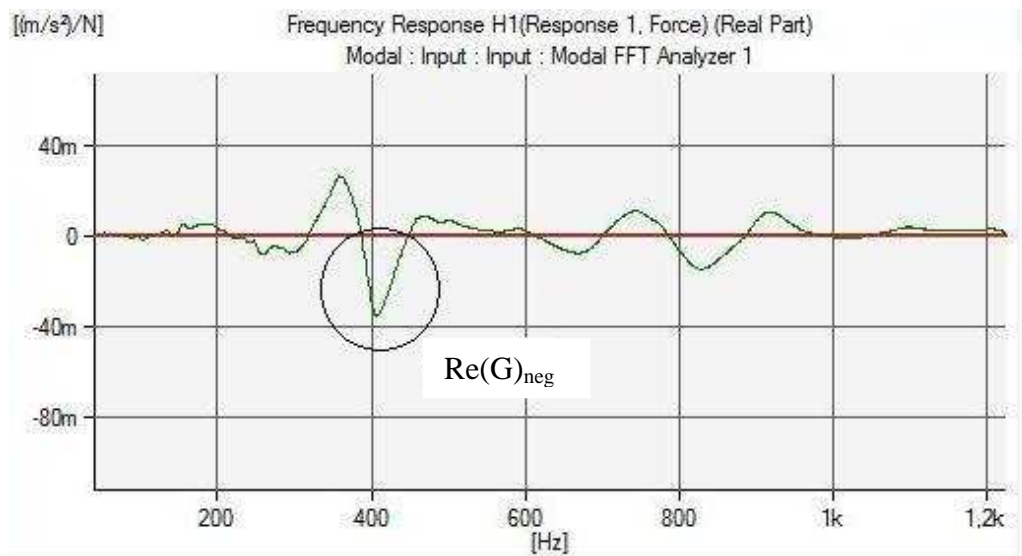


Obr. 5.3 Odezva vřetena frézky nástroje na poklep prázového kladívka a

5.4 Měření frekvenční odezvy funkce

Poprovedení předšlých měření bylo provedeno záznamu frekvenční odezvy funkce na obr. 5.4. Pro korektní průběh je třeba zvolit více poklepů pro částečnou eliminaci nežádoucího zvuku a otřesů způsobených vlivem prostředí.

Z odezvy funkce se zaměříme pouze na negativní část nejpoddanějšího, dominantního tvaru kmitu.



Obr. 5.4 Frekvenční odezva funkce

5.5 Vyhodnocení získaných závislostí

Z programu extrahujeme data frekvenční odezvy funkce získaná z měření. Pro další zpracování byl použit program Microsoft Excel. Na vypracování diagramu stability jsou určena data z záporné části reálné složky odezvy funkce, viz obr. 5.4.

Po nalezení maximální negativní hodnoty $\text{Re}G(f)_{\min}$ byla vyčítána kritická hodnota šířky řísky $b_{\text{lim},cr}$ dle rov. 1.11:

- $b_{\text{lim},cr} = 0,32 \text{ mm}$.

Hodnota rezného odporu K_s byla určena pro reálné podmínky obrábění protlouškou řísky h .

Uvažovaný polotovar je z oceli 15260 obsahem uhlíku $C=0,25-0,55\%$, tvrdost HB150. Pro výpočet K_s byly použity hodnoty z tab. 5.1.

Tab. 5.1. Materiálové charakteristiky oceli 15260

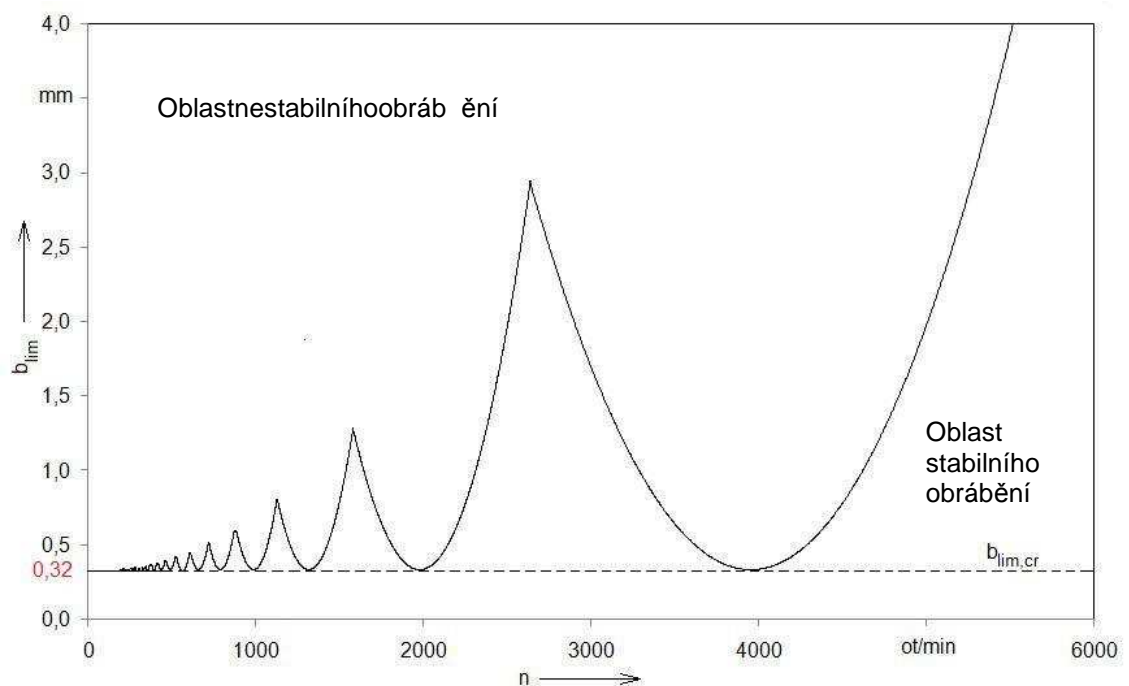
15260	$k_{c1} [MPa]$	$m_e [-]$	$h [mm]$
	1600	0,25	0,02

pak

$$K_s = \frac{k_{c1}}{h^{m_e}} \quad (5.1)$$

$$K_s = \frac{1600}{0,02^{0,25}} = 4254 MPa . \quad (5.2)$$

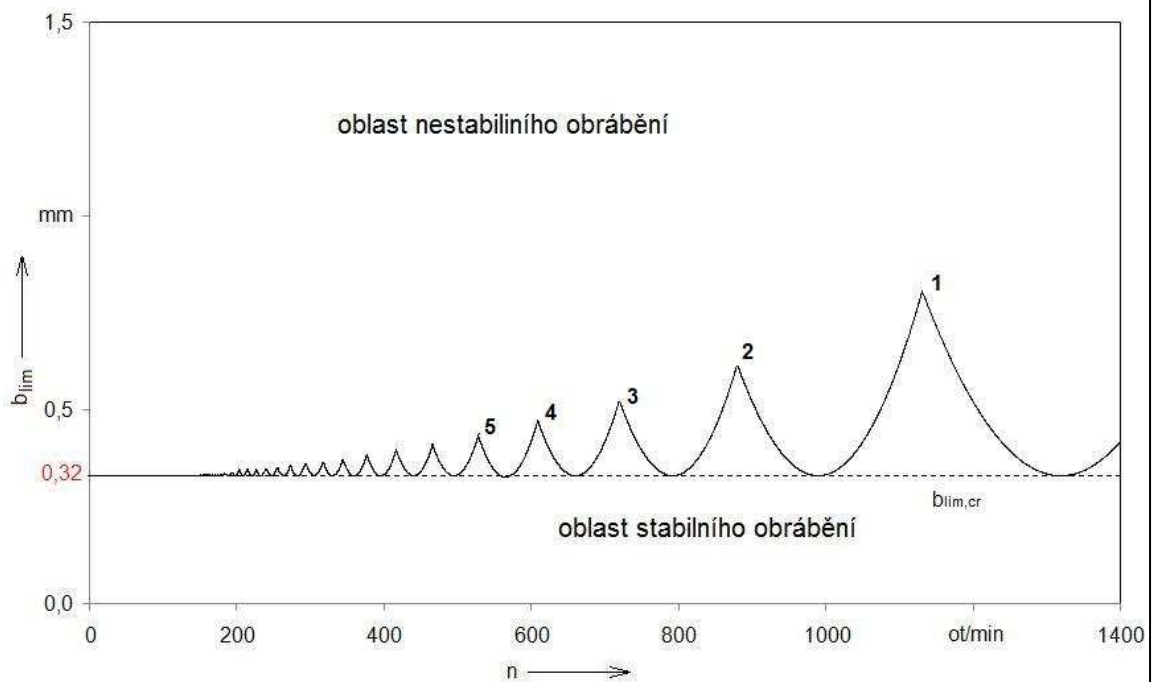
Pomocí hodnot získaných z průběhu odezvy funkce výpočítáme limitní šířky b_{lim} dle rov. 1.12 a jim odpovídající otáčky v řetěna dle rov. 1.7. Šířka třísky b_{lim} je v digramu na ose y a otáčky v řetěne n jsou na ose x. Z této závislosti stanovíme diagram stability.



Obr. 5.4 Diagram stability sestavený z naměřených dat z provedeného experimentu

Diagram stability, viz obr. 5.4, je sestaven pro všechny negativní hodnoty odezvové funkce. V praxi se však vyskytují omezení, které nedovolují využít tento diagram v plném rozsahu. V tomto případě je obrábění limitováno maximálními otáčkami v řetěncové frézce, na které by experiment proveden.

Základní řada otáček nastavitelných pro frézku FGH 32 je v rozsahu 31,5-1400 ot/min. Diagram budete tedy upraven pro tento rozsah obr. 5.5:



Obr. 5.5 Diagram stability pro rozsah otáček frézky FGH 32

Ztako upraveného diagramu lze vyčíst, při jakých otáčkách v řetene bude frézování stabilní při různých nejvyšších hodnotě šířky řísky b_{lim} . Ostatní limitní hodnoty otáček a šířek řísky lze najít pomocí průsečíků jednotlivých "lobů". Hodnoty prvních pěti jsou uvedeny v tabulce 5.2.

Tab. 5.2 Hodnoty otáček a šířek řísky

	n [1/min]	b_{lim} [mm]
1	1124	0,81
2	877	0,62
3	718	0,52
4	607	0,46
5	527	0,42

Měření pomocí rázového kládívka lze provádět na jakémkoliv obráběcím stroji. Je však třeba dbát na skutečnost, že v reálném řezání už byt dosaženo pouze v prostředí, kde nedochází k pravidelným otřesům, které získané závislosti značně znehodnocují.

ZÁVĚR

Cílem diplomové práce byla analýza vibrací a jejich vliv na obrábění kovů. Teoretický rozbor byl ověřen experimentem, jehož provedením a vyhodnocením byly stanoveny parametry testované soustavy, na jejichž základě byly určeny mezní hodnoty pro stabilní obrábění. Po provedení experimentu pomocí rázového kladívka byla získána data pro sestrojení diagramu stability pro zvolenou frézku FGH 32. Diagram stability byl sestaven, jak pro celý rozsah dat získaných v průběhu experimentu, tak pro rozsah otáček frézky 31,5 – 1400 ot/min, čímž byly stanoveny okrajové podmínky pro tento graf. Experiment byl proveden za klidového stavu frézky. Měření bylo navrženo pro frézku, kde byla upnutá válcová čelní fréza $\varnothing d = 32 \text{ mm}$ se zuby ve šroubovici. Pro výpočet stanovení limitních hodnot šířky třísky byl uvažován jako obráběný materiál 15260 a pro obrábění zvolena hodnota ekvivalentní tloušťky třísky $h = 0,02 \text{ mm}$, pro kterou byl dopočítán měrný řezný odpor $K_s = 4254 \text{ MPa}$.

Pro zvolený typ frézy (zuby do šroubovice) tloušťka třísky h není konstantní, proto bylo zavedeno zjednodušení a byla uvažována fréza se zuby přímými, kde hodnota h nabývá konstantní hodnoty během řezu.

Byla vypočítána kritická limitní šířka třísky $b_{\text{lim},cr} = 0,32 \text{ mm}$, která určuje hranici mezi obráběním stabilním a nestabilním. Bude-li zvolena hodnota $b < b_{\text{lim},cr}$, pak je splněna podmínka pro stabilní obrábění pro jakékoli zvolené otáčky v rozsahu. Experiment byl proveden v prostorách dílny VUT v podmínkách, kdy byl vždy vchodu alespoň jeden další stroj. Lze tedy předpokládat, že naměřená data mohou být ovlivněna vibracemi ostatních strojů a nadměrným hlukem. Pokud by probíhal další měření a to i jiných strojích, pak by bylo vhodné zajistit, aby v prostoru dílny nebyl v provozu žádný další stroj.

Testovací souprava byla zapůjčena pro provedení experimentu od firmy Brüel & Kjaer. Měření pomocí rázového kladívka je praktické a práce s vyhodnocovacím softwarem je velmi intuitivní. Hodnota nám zapůjčené soupravy je přibližně 500 tis. korun. Cena se může zdát vysoká, avšak po

instruktáži zabírající pouze několik hodin je možné provádět měření na profesionální úrovni.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] TLUSTÝ, J.; KROENIGSBERGER, F. *Specifications and Tests of Machine Tools*. Manchester: UMIST, April, 1970.
- [2] BACH, P. *Perspektivy vývoje frézovacích vřeten* .[s.l.], 2006. 26 s. Prednáška.
- [3] TLUSTÝ, J. *Manufacturing processes and equipment* .New York: Prentice Hall, 1999. 928 s.
- [4] TLUSTÝ, J.; M. POLÁČEK. *Stability of the Machine Tool Against Self Excited Vibration in Machining* .Pord. Eng. Res. Conf. ASME, Pittsburgh, 1963
- [5] MERRIT, H.E. *Tudory of Self-Excited Machina Tool Chatter* .ASME J. for Eng. In industry 87(1965):447-54
- [6] TLUSTÝ, J. *Machine Dynamics* .Chapter 4 in Handbook of High-Speed Machining Technology. Ed. R. I. King. New York: Chapman and Hall, 1985.
- [7] TLUSTÝ, J.; F. ISMAIL. *Special Aspects of Chatter in Milling* .Trans. ASME, J. of Vib, Stress, and Reliability in Des. 105(Jan .1983):24-32
- [8] KOČMAN, K.; PROKOP, J. *Technologie obrábění druhé. Vysoké učení technické: AKADEMICKÉ NAKLADATELSTVÍ CERM, s.r.o. Brno, 2005. 270 s. ISBN 80-214-3068-0*
- [9] PÍŠKA, M.; HUMÁR, A. *Testování řezivosti nových nástrojových materiálů*. MMP Průmyslové spektrum - Speciální vydání. Září 2004. ISSN 1212-2572., s. 98-110
- [10] TOBIAS, S.A. *Machine Tool Vibrations* .London: Blackie & Son, 1965. 24 s.
- [11] TOBIAS, S.A.; FISHWICK, W. *The Chatter of Lathe Tools under Orthogonal Cutting Conditions* .Transactions of the ASME 1958. 80, 1079 s.
- [12] A. YOUSSEF, H.; EL-HOFY, H. *Machining technology: machine tools and operations* [online]. New York: CRC Press, 2008 [cit. 2010-05 -19]. Dostupné z WWW: <<http://books.google.cz/books>

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

Zkratka/Symbol	Jednotka	Popis
FRF	-	Frekvenční odezva funkce
TR	-	Prerušovací funkce
FFT	-	Rychlá Fourierova transformace
A	mm	amplituda pohybu
n	ot/min	otáčky
b	mm	šířka řísky
b_{lim}	mm	limitní šířka řísky
$b_{lim,cr}$	mm	kritická limitní šířka řísky
b_{cum}	mm	Úhrnná šířka řísky pro všechny zuby v záběru
h	mm	tloušť řísky
h_m	mm	střední tloušť řísky
Y	mm	změna tloušť řísky v probíhajícím řezu
Y_0	mm	změna tloušť řísky v předchozím řezu
v_f	m/min	rychlost posuvu
v_c	m/min	řezná rychlost
a_p	mm	axiální hloubka řísky
P_{fe}	-	pracovní rovina
f_d	s^{-1}	přirozená tlumivá frekvence soustavy
m	kg	hmotnost
c	kg/s	tlumivý koeficient
k	N/m	tuhost
\dot{x}	m/s	rychlost
\ddot{x}	m/s^2	zrychlení
x	m	dráha
x_0	m	vychýlení
t	s	čas
φ	rad	fázový posun
f	s^{-1}	frekvence
f_n	s^{-1}	přirozená frekvence
f_F	s^{-1}	frekvence síly
A	mm	amplituda pohybu
F_0	N	amplituda síly
F	N	síla
F_{dyn}	N	dynamická síla
F_{stat}	N	Statická řezná síla
X	mm	velikost vibrace
X_0	mm	amplituda vibrace
F_v	N	proměnná síla
F_s	N	stálá síla
ε	rad	úhel posunutí
p	-	celkový počet vln
N	-	počet celých vln
f_{ch}	s^{-1}	frekvence chvění

m	-	počet zubů nástroje
$X_{j,k}$	-	směrová složka j -tého harmonického módu
K_s	MPa	řezný odpor
$Re(G)_{neg}$	$(m/s^2)/N$	negativní hodnota reálného frekvenčního zesílení
$Re(G)_{min}$	$(m/s^2)/N$	minimální hodnota reálného frekvenčního zesílení
$Re(G)$	-	reálná složka frekvenčního zesílení
$Im(G)$	-	imaginární složka frekvenčního zesílení
f_z	s^{-1}	zubová frekvence
f_z	mm	posuv zubů
ω	rad/s	úhlová rychlost
ω_n	rad/s	přirozená úhlová frekvence
T	s	perioda pohybu
d	mm	průměr nástroje
r	mm	poloměr nástroje
ϕ	rad	úhel záběru
ϕ_s	rad	počáteční úhel záběru
ϕ_e	rad	koncový úhel záběru
ϕ_c	rad	řezný úhel
β	rad	úhel sklonu šroubovice
ψ	rad	rozsah záběru zubu
$T_{1,2,3}$	-	zuby nástroje
T_{is}	-	počáteční pozice zubu v záběru
T_{ie}	-	pozice zubu vycházejícího ze záběru
ϕ_p	-	rozetč
ΔF_c	N	elementární řezná síla
ΔF_{cN}	N	elementární normálová složka síly
F_x	N	síla v ose x
F_y	N	síla v ose y
ζ	$N \cdot m^{-1}$	poměrný útlum
G	m/N	zesílení funkce soustavy
H	m/s	frekvenční odezva funkce
k_{c1}	MPa	úhelná řezná síla
m_e	-	
z	-	útlumící poměr