



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI  
Fakulta mechatroniky, informatiky  
a mezioborových studií ■

# MĚŘENÍ A MODELOVÁNÍ HYSTEREZNÍ SMYČKY FEROMAGNETIK ZA RŮZNÝCH PODMÍNEK BUZENÍ

## Diplomová práce

*Studijní program:* N2612 – Elektrotechnika a informatika  
*Studijní obor:* 3902T005 – Automatické řízení a inženýrská informatika  
*Autor práce:* **Bc. Jakub Eichler**  
*Vedoucí práce:* Ing. Miroslav Novák, Ph.D.



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI  
Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií  
Akademický rok: 2014/2015

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Jakub Eichler**  
Osobní číslo: **M13000208**  
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**  
Studijní obor: **Automatické řízení a inženýrská informatika**  
Název tématu: **Měření a modelování hysterezní smyčky feromagnetik za různých podmínek buzení**  
Zadávající katedra: **Ústav mechatroniky a technické informatiky**

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Pomocí počítačem řízeného experimentu sledujte vliv parametrů buzení (zejména amplituda a frekvence), zátěže a počátečních podmínek na tvar hysterezní smyčky při aplikaci harmonického napětí.
2. Posuďte chyby a reprodukovatelnost měření.
3. Na základě výsledků pro buzení harmonickým napětím simulujte aparaturu pro buzení harmonickým proudem.
4. Ze simulace zjistěte, za jakých podmínek je proudové buzení realizovatelné. Navrhněte aparaturu, proveďte měření za různých podmínek a ověřte kvalitu proudového buzení.
5. Naměřené výsledky se pokuste modelovat různě složitými modely, od lineárního až po sofistikovaný Preisachův model. Zjistěte meze jejich použití.

Rozsah grafických prací: **dle potřeby dokumentace**

Rozsah pracovní zprávy: **40–50 stran**

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

- [1] ČSN EN 60404-2 Magnetické materiály - Metody měření magnetických vlastností ocelových tabulí a pásů pro elektrotechniku Epsteinovým přístrojem. ČNI, 1999
- [2] MAYERGOYZ, Isaak. Mathematical models of hysteresis and their applications. Elsevier, 2003, ISBN 0-1-480873-5
- [3] BERTOTTI, G., MAYERGOYZ, I. The science of hysteresis. Vol. 1, 2 and 3. Elsevier, 2006. ISBN 978-0-2-369431-7

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Miroslav Novák, Ph.D.**


Ústav mechatroniky a technické informatiky

Konzultant diplomové práce: **prof. RNDr. Miloslav Košek, CSc.**


Ústav mechatroniky a technické informatiky

Datum zadání diplomové práce: **10. října 2014**

Termín odevzdání diplomové práce: **15. května 2015**

  
prof. Ing. Václav Kopecký, CSc.  
děkan



  
doc. Ing. Milan Kolář, CSc.  
vedoucí ústavu

V Liberci dne 10. října 2014

## Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Současně čestně prohlašuji, že tištěná verze práce se shoduje s elektronickou verzí, vloženou do IS STAG.

Datum: 15. 5. 2015

Podpis: 

## **Poděkování**

Tímto bych chtěl poděkovat ing. Miroslavu Novákovi Ph.D za odborné vedení a cenné rady, které přispěly k realizaci této diplomové práce. Dále bych chtěl poděkovat konzultantu prof. RNDr. Ing. Miloslavu Koškovi, CSc. za cenné rady a pomoc se skripty pro MATLAB.

## Abstrakt

Nové feromagnetické materiály s vynikajícími vlastnostmi mají téměř pravoúhlou hysterezní smyčku. V důsledku silné nelinearity je počítačový návrh zařízení s těmito materiály obtížný. Vyžaduje model, který by zahrnoval hysterezi. Vhodným řešením jde použít Preisachův model. Zhruba řečeno, model sestává z hypotetických částic, dipólů, s pravoúhlou, ale jinak obecnou hysterezní smyčkou. Při změně magnetického pole se určité dipóly převrátí a tím se změní magnetizace. Uspořádání dipólů je takové, že model respektuje předchozí historii. Práce se zabývá praktickým využitím Preisachova modelu. Byl vytvořen algoritmus pro jeho technickou aplikaci. Poněvadž Preisachův model není běžně známý a obtížnější pro pochopení, práce, kromě základních vztahů, vysvětluje jeho mechanismus na počítačové simulaci. Podmínkou aplikace modelu pro konkrétní feromagnetický materiál je znalost jeho váhové funkce, která v podstatě popisuje hustotu dipólů. Její určení však není jednoduché. Především bylo nutno zajistit přesný experiment, který měří sadu hysterezních smyček při specifickém buzení, a to nestandardním způsobem – harmonickým proudem. To si vynutilo měření při frekvenci 1 Hz. Dále bylo zapotřebí numericky eliminovat experimentální chyby. Váhovou funkci jsme určovali jednak odhadem, jednak systematicky. Při odhadu jsme používali kombinaci hustot pravděpodobnosti a dosáhli dobrého souhlasu s experimentem pro žíhané jádro. Perspektivní je však systematické určení pomocí derivací magnetizace. Poněvadž derivaci nelze přímo aplikovat na experimentální data v důsledku chyb, aproximovali jsme ji v několika krocích. Zvolená metoda aproximace nevyhovovala v okolí nulového budícího pole, kde jsou informace nejdůležitější. Bude nutno hledat její modifikace, poněvadž systematická metoda v principu umožňuje automatizované určení váhové funkce.

**Klíčová slova:** Hystereze, Preisachův model, feromagnetické látky, měření hysterezní smyčky, Preisachova funkce.

## Abstract

New ferromagnetic materials exhibiting excellent properties have almost rectangular hysteresis loop. As a result of strong nonlinearity the computer design of devices having these materials is difficult. The model including hysteresis is necessary. A suitable solution is to use the Preisach model. The model contains hypothetical elements, dipoles having rectangular but otherwise general hysteresis loop. If the magnetic field changes, some dipoles overturn and magnetization changes, too. The dipole arrangement respects previous history. The work deals with practical application of Preisach model based on its algorithm. Since the Preisach model is not well-known and difficult to understand, the work explains it by the mean of computer simulation. The condition of effective model application is the knowledge of its weighting function that has a meaning of dipole density. Its determination is not a simple task. It is necessary to make an exact experiment that measures a set of loops at specific excitation by the non-standard use of harmonic current. This needed measurement at frequency of 1 Hz. Also the elimination of experimental errors was necessary. The weighting function was determined partly by estimation, partly by a systematic manner. In the estimation method we have used the combination of probabilistic function and reached good agreement with experiment for annealed core. However, the perspective approach is the systematic way by the use of the derivation of magnetization. Since the derivation is not applicable directly to experimental data, because of errors, it was applied in several steps. The result was not satisfied in vicinity of zero fields, where the information is the most important one. The modifications should be searched, since this perspective method makes possible the automated determination of weighting function.

**Key words:** Hysteresis, Preisach model, ferromagnetic substances, measurement of hysteresis loop, Preisachova function.

## Obsah

Prohlášení.....	4
Poděkování.....	5
Úvod.....	10
1 Teorie.....	11
1.1 Magnetické vlastnosti feromagnetických látek.....	11
1.2 Obecný Preisachův model.....	12
1.3 Matematická interpretace obecného Preisachova modelu.....	13
1.4 Použití v magnetismu.....	14
1.5 Geometrická implementace.....	16
1.6 Speciální hysterezní smyčky.....	17
1.7 Určení váhové funkce.....	19
1.8 Numerická implementace modelu.....	23
2 Experiment.....	24
2.1 Měřicí metoda.....	24
2.2 Možnosti měření.....	25
2.3 Simulace proudového buzení.....	26
2.4 Vzorky.....	30
2.5 Aparatura.....	30
2.6 Harmonický průběh budícího proudu.....	34
2.7 Problém s ofsetem.....	36
3 Výpočty.....	39
3.1 Předzpracování dat.....	39
4 Výsledky.....	45
4.1 Napěťové buzení.....	45
4.2 Proudové buzení.....	47
4.3 Základní aplikace Preisachova modelu.....	48
4.4 Váhová funkce metodou pokus – omyl.....	50
4.5 Systematické určení váhové funkce.....	50
5 Diskuse.....	55
Závěr.....	58
Použitá literatura.....	59
Přehled prací autora.....	60

OBRÁZEK 1 ELEMENTÁRNÍ HYSTEREZNÍ SMYČKA .....	13
OBRÁZEK 2 HYSTERONY A JEJICH VÁHY PRO VÝSTUPNÍ INTEGRÁL [3].....	14
OBRÁZEK 3 HYSTEREZNÍ SMYČKA MAGNETICKÉ DOMÉNY .....	15
OBRÁZEK 4 OMEZUJÍCÍ TROJÚHELNÍK PRO PREISACHŮV MODEL .....	16
OBRÁZEK 5 MONOTÓNŇNÍ RŮST VSTUPU .....	17
OBRÁZEK 6 MONOTÓNŇNÍ POKLES VSTUPU.....	17
OBRÁZEK 7 HYSTERON NA PŘEPONĚ TROJÚHELNÍKU T .....	18
OBRÁZEK 8 HYSTERON NA VÝŠCE TROJÚHELNÍKU T .....	18
OBRÁZEK 9 MATICE ELEMENTÁRNÍCH HYSTERONŮ PREISACHOVA MODELU.....	18
OBRÁZEK 10 DÍLČÍ SMYČKA – MONOTÓNŇNÍ NÁRŮST INTENZITY .....	20
OBRÁZEK 11 DÍLČÍ SMYČKA – POKLES Z LOKÁLNÍHO MAXIMA. ....	20
OBRÁZEK 12 PREISACHŮV DIAGRAM PRO NÁRŮST Z OBR. 10.....	20
OBRÁZEK 13 PREISACHŮV DIAGRAM PRO POKLES Z OBRÁZKU 11.....	21
OBRÁZEK 14 INTEGRACE PŘES ROZDÍLOVÝ TROJÚHELNÍK .....	22
OBRÁZEK 15 PŘÍMÁ DEMAGNETIZACE.....	23
OBRÁZEK 16 UPRAVENÁ DEMAGNETIZACE.....	23
OBRÁZEK 17 PRINCIPIELNÍ SCHÉMA PROUDOVÉHO BUZENÍ .....	26
OBRÁZEK 18 VÝSLEDEK APROXIMACE PŘECHODOVÉ CHARAKTERISTIKY ZESILOVAČE.....	28
OBRÁZEK 19 PŘEVOD INDUKCE NA INTENZITU .....	28
OBRÁZEK 20 SIMULAČNÍ SCHÉMA PROUDOVÉHO BUZENÍ .....	28
OBRÁZEK 21 VÝSLEDEK SIMULACE.....	29
OBRÁZEK 22 ROZDÍL MEZI IDEÁLNÍM A SATUROVANÝM ZESILOVAČEM.....	29
OBRÁZEK 23. APARATURA PRO HARMONICKÉ NAPĚŤOVÉ BUZENÍ .....	31
OBRÁZEK 24. APARATURA PRO HARMONICKÉ PROUDOVÉ BUZENÍ. ....	31
OBRÁZEK 25 BUDÍCÍ PROUD PŘI PROUDOVÉM BUZENÍ A VÝCHOZÍ ZÁPORNÉ POLARIZACI .....	31
OBRÁZEK 26 VÝSLEDEK MĚŘENÍ.....	32
OBRÁZEK 27 ZAKMITNUTÍ PŘI PŘEPÍNÁNÍ NAPĚTÍ, $T = 4S$ , $T = 4,5 S$ A $T = 5 S$ . ....	33
OBRÁZEK 28 ZÁKMIT (ŠPIČKA) NA SEKUNDÁRNÍM NAPĚTÍ.....	34
OBRÁZEK 29. VYBRANÉ PRŮBĚHY PROUDU PRO Kladná MAXIMA. ....	34
OBRÁZEK 30. ČASOVÝ PRŮBĚH PROUDU PŘI MAXIMÁLNÍM BUZENÍ.....	35
OBRÁZEK 31. SPEKTRUM VYŠŠÍCH HARMONICKÝCH PRO VYBRANÉ ČASOVÉ PRŮBĚHY. ....	36
OBRÁZEK 32 POSUN SMYČEK ZPŮSOBENÝ OFSETEM .....	37
OBRÁZEK 33. VÝLEDNÉ SMYČKY PRO DALŠÍ ZPRACOVÁNÍ .....	38
OBRÁZEK 34 REDUKCE OFSETU PRO SESTUPNÉ ČÁSTI DÍLČÍCH SMYČEK .....	40
OBRÁZEK 35 PRŮBĚHY ZÁKLADNÍCH VÁHOVÝCH FUNKCÍ.....	41
OBRÁZEK 36 ČASOVÉ PRŮBĚHY PROUDU PŘI NAPĚŤOVÉM BUZENÍ.....	45
OBRÁZEK 37 DETAILS HYSTEREZNÍCH SMYČEK PŘI NAPĚŤOVÉM BUZENÍ.....	46
OBRÁZEK 38 HYSTEREZNÍ SMYČKY PŘI ODPOROVÉ ZÁTĚŽI.....	46
OBRÁZEK 39 HYSTEREZNÍCH SMYČKY PŘI VÝSTUPU NAKRÁTKO.....	47
OBRÁZEK 40 PRŮMĚRNÁ A KRAJNÍ HYSTEREZNÍ SMYČKY PRO STŘEDNÍ BUZENÍ. ....	47
OBRÁZEK 41 PRŮMĚRNÁ A KRAJNÍ HYSTEREZNÍ SMYČKY PRO MAXIMÁLNÍ BUZENÍ. ....	47
OBRÁZEK 42 DÍLČÍ HYSTEREZNÍ SMYČKY PRO ZÁPORNOU POČÁTEČNÍ POLARIZACI A PROUDOVÉ BUZENÍ. ....	48
OBRÁZEK 43 ÚPLNÁ SIMULACE PREISACHOVA MODELU.....	49
OBRÁZEK 44 REDUKOVANÁ (RYCHLÁ) SIMULACE PREISACHOVA MODELU .....	49
OBRÁZEK 45 BUDÍCÍ POLE S TŘETÍ HARMONICKOU .....	49
OBRÁZEK 46 MINORITNÍ HYSTEREZNÍ SMYČKY .....	49
OBRÁZEK 47 POROVNÁNÍ SMYČKY MĚŘENÉ A VZNIKLÉ HLEDÁNÍM VÁHOVÉ FUNKCE.....	50
OBRÁZEK 48 NUMERICKÁ DERIVACE EXPERIMENTÁLNÍCH DAT.....	51
OBRÁZEK 49 HYSTEREZNÍ SMYČKA ZÍSKANÁ SOUČINEM FUNKCÍ ARCTG PO KOREKCÍCH.....	51
OBRÁZEK 50 SESTUPNÉ VĚTVE HYSTEREZNÍCH SMYČEK PO KOREKCÍCH .....	51
OBRÁZEK 51 PŘÍKLADY APROXIMACE POMOCÍ FUNKCE ARCTG PRO SILNÁ BUDÍCÍ POLE .....	52
OBRÁZEK 52 PŘÍKLADY APROXIMACE POLYNOMICKOU REGRESÍ PRO SLABÁ BUDÍCÍ POLE .....	52
OBRÁZEK 53 APROXIMACE PARAMETRU POSUV FUNKCE ARCTG.....	53
OBRÁZEK 54 DERIVACE APROXIMUJÍCÍ FUNKCE PARAMETRU POSUV.....	53
OBRÁZEK 55 APROXIMACE PARAMETRU KOEFICIENT FUNKCE ARCTG .....	54
OBRÁZEK 56 APROXIMACE KOEFICIENTU $C_2$ POLYNOMICKOU REGRESÍ. ....	54
OBRÁZEK 57 DVOUROZMĚRNÁ APROXIMACE MAGNETIZACE PRO SILNÁ BUZENÍ. ....	54
OBRÁZEK 58 DVOUROZMĚRNÁ APROXIMACE MAGNETIZACE PRO SLABÁ BUZENÍ. ....	54
OBRÁZEK 59 VÁHOVÁ FUNKCE PRO SLABÉ BUZENÍ .....	54
OBRÁZEK 60 SOUVISLOST MEZI BUDÍCÍM PROUDEM A INDUKOVANÝM NAPĚTÍM.....	55





## Úvod

Feromagnetické materiály se i v současné době důsledně miniaturizace používají stále častěji v mnoha oblastech elektrotechniky. Dalším aspektem je to, že se vyvíjejí nové materiály s vynikajícími parametry. Ty však na druhé straně mají téměř pravouhlou hysterezní smyčku a tudíž jsou silně nelineární.

Naše pracoviště se zabývá studiem přechodných dějů transformátorů: zapínacího proudu, ferorezonance a podobně, při kterých magnetické obvody pracují v nelineární části charakteristiky. Pro studium těchto jevů je důležitý kvalitní počítačový model hystereze magneticky měkkých materiálů. Cílem této práce je realizovat takový model a najít metody nastavení jeho parametrů tak, aby byla co nejlepší shoda s provedenými experimenty.

Základem pro model je detailní a přesný experiment [1]. Jako kvalitní model pro tyto účely se jeví Jiles-Athertonův nebo Preisachův model, kterému jsou pro jeho univerzálnost věnovány monografie [2, 3]. Standardní lineární modely [6, 7] jsou pro tyto účely nepoužitelné. Preisachův model vznikl před 80 lety [8]. Preisachově modelu je i v současné literatuře věnována poměrně velká pozornost. Jedná se zejména o určení váhové funkce, která je klíčovým parametrem modelu.

V monografii [3] se dokazuje, že váhová funkce je dvojitou parciální derivací magnetizace měřené specifickým způsobem. Pouze práce [9] vychází z tohoto návrhu, z magnetizace vytváří váhovou funkci a tu analyticky aproximuje. Není však popsáno, jak z experimentální funkce získá váhovou funkci s vysokou přesností, když má použít derivaci. Ostatní práce vycházejí ze zvoleného analytického tvaru váhové funkce a snaží se odhadnout jeho parametry z maximálního souhlasu s experimentem. Z kvalitativní analýzy se dá ukázat, že váhová funkce má mít poměrně ostré maximum. Z toho tyto práce vycházejí.

V práci [10] používají poměrně složitý matematický výraz pro magneticky měkké materiály. V práci [11], pro magneticky tvrdé materiály, se používá váhová funkce blízká Cauchyho hustotě pravděpodobnosti, avšak má více parametrů. Shoda s experimentem je přijatelná. Nový přístup k určení váhové funkce je pomocí neuronových sítí [12], výhodou je především efektivní algoritmus. Motivující je ale přehledová práce [13], která pojednává o využití všeobecně známých statistických funkcí. Pro některé jejich kombinace dosahuje dobré shody s experimentem.

Jiný přístup zvolili na TU v Liberci [14]. Hysterezní smyčku aproximovali pomocí harmonických a snažili se najít závislost jejich amplitudy a fáze na buzení. Bohužel, v oblasti silných buzení se tuto závislost nepodařilo najít.

V této práci se zabýváme praktickým využitím Preisachova modelu. Zejména jsme se soustředili na otázku, zda lze přímo z naměřené magnetizace určit váhovou funkci. Tomu se odborná literatura vyhýbá, alespoň podle našich znalostí. V teoretické části popisujeme mechanismus funkce modelu. V experimentální části se zabýváme metodami, jak získat spolehlivá data pro realizaci modelu. Výpočetní část se zabývá zpracováním dat s cílem redukce experimentálních chyb a popisem aproximace dat za účelem získání váhové funkce, která je klíčovým parametrem modelu zahrnujícím použitý materiál. V části výsledky se zmiňujeme o významných experimentálních výsledcích, zejména však popisujeme dílčí výsledky pro získání váhové funkce.

# 1 Teorie

Feromagnetické látky využívané v mnoha technických oblastech z důvodu jejich vynikajících magnetických vlastností mají poměrně složitý popis, poněvadž vykazují silnou nelinearitu navíc spojenou s hysterezí. To klade vysoké nároky na přesnost návrhu a dodržení pracovních podmínek a vede ke komplikovanému nebo málo přesnému návrhu zařízení založených na využití těchto materiálů.

Pro popis magnetických vlastností feromagnetických látek existují modely různé úrovně, přičemž platí, že čím vyšší je úroveň, tím přesnější je popis, ale také tím rostou nároky na popis modelu, získání jeho parametrů a početní zpracování. Existuje několik kategorií modelů:

1. Lineární model používaný v magnetických obvodech, který je v každé učebnici [7].
2. Linearizovaný model, který lze úspěšně použít, pokud se budící veličina mění málo v okolí pracovního bodu. Stejně jako předchozí model je v učebnicích [6].
3. Nelineární model bez hystereze, který se používá v teorii obvodů pro popis nelineárních prvků [6]. Jeho použití není jednoduché.
4. Nelineární model s hysterezí, který nalezneme jen ve specializovaných monografiích [2, 3]. Nejznámějším z nich je Preisachův model.

V této práci se soustředíme na aplikaci Preisachova modelu, kterému je věnována tato teoretická kapitola. Před jeho popisem se zmíníme o magnetických veličinách, které sledujeme. Následuje vysvětlení Preisachova modelu a pak způsob jeho identifikace na základ experimentu.

## 1.1 Magnetické vlastnosti feromagnetických látek

Při fyzikálním popisu feromagnetických látek používáme tyto veličiny. Intenzita magnetického pole  $H$  vyvolaná průtokem proudu cívkou je budící veličina<sup>1</sup>. Jako odezva vznikne magnetické pole popsané obecně magnetickou indukcí  $B$ . V látce, pokud je přítomna, dochází k magnetizaci  $M$ .

K vysvětlení magnetizace je nutno zavést magnetický dipól, což je smyčka protékaná proudem. Ten budí magnetické pole. Uvažujme pro jednoduchost rovinnou smyčku o ploše  $S$ , kterou po okraji protéká proud  $I$ . Pak pro tento dipól definujeme magnetický moment

$$m = SI. \tag{1}$$

---

<sup>1</sup> Magnetické veličiny jsou vektorové, zde však pro jednoduchost používáme skaláry. To odpovídá experimentu, kde se snažíme získat homogenní magnetické pole.

Z dipólu dostaneme elementární dipól tak, že proud  $I$  roste nade všechny meze a plocha  $S$  konverguje k nule, ale tak, aby jejich součin nabýval konečné hodnoty  $m$  podle (1).

Dále se omezíme jen na feromagnetickou látku, která obsahuje náhodně orientované elementární dipóly. Jejich momenty se navzájem ruší, takže celkový moment látky je nulový. Vlivem magnetického pole se náhodně orientované elementární dipóly natáčejí do směru pole. V objemové jednotce látky vznikne magnetický moment  $M$ , který nazveme magnetizací. Pokud je v objemové jednotce látky  $N$  elementárních dipólů a každému přísluší složka momentu  $m_r$  do směru pole, pak je magnetizace dána vztahem

$$M = Nm_r. \quad (2)$$

Ve skutečnosti je tento děj komplikovanější, podrobnosti jsou v monografii [7]. Elementární dipóly jsou spontánně zmagnetované malé oblasti zvané domény, u nichž nemá smysl hovořit o hysterezní smyčce. Též jejich „natáčení“ do směru pole je komplikovanější, nejprve se vhodně orientované zvětšují, orientované proti magnetickému poli se zmenšují. Pak se tyto poslední domény skokem orientují částečně do směru pole, přesněji do směru snadné magnetizace dané krystalickou strukturou látky. Nakonec se natáčejí do směru pole, což má na magnetizaci malý efekt.

Pro další úvahy je důležitý vztah mezi makroskopickými magnetickými veličinami

$$B = \mu_0(H + M) = \mu_0H + J, \quad (3)$$

kde  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m je permeabilita vakua.

Cílem experimentu je určit magnetizaci  $M$ . Obvykle se však měří magnetická indukce  $B$ . Rozdíl mezi magnetickou polarizací  $J$  a indukcí je podle vztahu (3) je  $\Delta_{B-\mu_0M} = \mu_0H$ . Poněvadž maximální magnetická intenzita  $H_{\max}$  nepřekročí hodnotu 1 kA/m, je rozdíl  $\Delta_{B-\mu_0M} \approx 1$  mT, což je pod hranicí experimentální chyby. Není tedy v tomto případě nutno rozlišovat mezi magnetizací násobenou  $\mu_0$  a magnetickou indukcí.

Základním popisem feromagnetické látky je hysterezní smyčka získaná experimentálně. Protože se při experimentu měří magnetická indukce, budeme ji uvádět jako závislost magnetické indukce na intenzitě magnetického pole,  $B = f(H)$ , ačkoliv by teoreticky měla být na svisté ose magnetizace, tedy  $M = g(H)$ . Výše jsme ale ukázali, že rozdíl je zanedbatelný. K teoretickému určení závislosti  $B = f(H)$  by měl sloužit Preisachův model.

## 1.2 Obecný Preisachův model

Všechny hysterezní nelinearity je možno rozdělit do dvou skupin [2, 3] a to:

1. S lokální pamětí
2. S nelokální pamětí

U první skupiny výstup závisí na aktuálním výstupu a vstupech v předchozích časech. U druhé skupiny je výstup závislý navíc i na posledních extrémních hodnotách vstupů. Preisachův model spadá do kategorie modelů s nelokální pamětí.

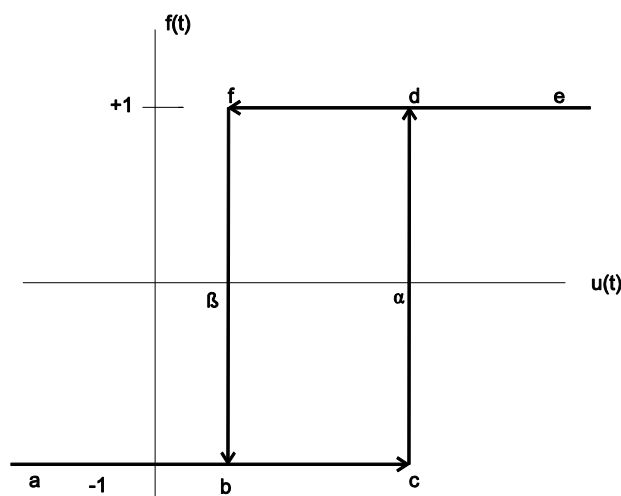
Původ tohoto modelu lze dohledat až v článku E. Preisach [8], který byl zveřejněn roku 1935. Preisachův přístup byl zcela intuitivní, založen na předpokladech fyzikálního mechanismu hystereze, proto byl zprvu označován za fyzikální model hystereze. Znáám je především v oblasti magnetizmu, kde byl ohniskem výzkumu.

Paralelně s vývojem v oblasti magnetizmu byl model testován a studován také D. H. Everettem [4] na absorpční hysterezi, což ukázalo, že model není omezen jen pro popis v oblasti magnetizmu.

V letech 1970 až 1980 provedl M. Krasnoselskii (ruský matematik) studii hysterezních systémů a zjistil, že Preisachův model obsahuje obecnou matematickou myšlenku [5]. Tím jej odpoutal od fyzické podstaty, a stvořil čistě matematický popis.

### 1.3 Matematická interpretace obecného Preisachova modelu

Nechť máme nekonečnou sadu nejjednodušších operátorů hystereze  $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$ , každý z těchto operátorů je reprezentován obdélníkovou smyčkou, viz obrázek 1, veličiny  $\alpha$  a  $\beta$  jsou hodnoty pro přepínání „nahoru“ a „dolů“. Platí  $\alpha > \beta$ , elementární operátory mohou nabývat pouze dvou výstupních hodnot  $+1$  a  $-1$ . Jinak řečeno, tyto operátory mohou být interpretovány jakožto dvoupolohová relé se stavy „zapnuto“ a „vypnuto“, odpovídající po řadě  $\hat{\gamma}_{\alpha\beta} u(t) = +1$  a  $\hat{\gamma}_{\alpha\beta} u(t) = -1$ .



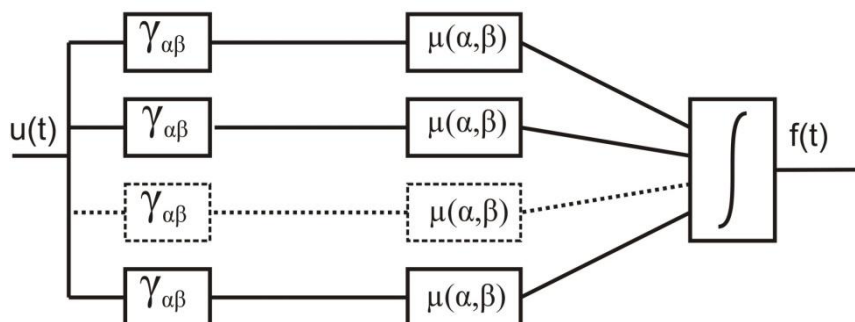
Obrázek 1 Elementární hysterezní smyčka

Pro proměnný vstup  $u(t)$  procházíme hysterezní smyčkou podle obr. 1. Pokud se vstup monotónně zvyšuje, jdeme podle obr. 1 cestou abcde, snižuje-li se monotónně, jdeme cestou edfba. Operátor  $\gamma_{\alpha\beta}$  s hysterezí pod obr. 1 nazveme hystereron.

Spolu se sadou operátorů  $\gamma_{\alpha\beta}$  uvažujme váhovou funkci  $\mu(\alpha, \beta)$ , na kterou se často odkazuje jako na Preisachovu funkci. Poté lze odezvu  $f(t)$  Preisachova modelu na podnět  $u(t)$  zapsat následujícím vztahem

$$f(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \hat{\gamma}(\alpha, \beta) u(t) d\alpha d\beta. \quad (4)$$

Je zřejmé, že Preisachův model je interpretován jako spojitý systém paralelně spojených hysteronů, znázorněných na obrázku 2. Každý hysteron má stejný vstup  $u(t)$ , jejich výstupy jsou váženy Preisachovou funkcí  $\mu(\alpha, \beta)$  a integrovány přes všechny vhodné hodnoty  $\alpha$  a  $\beta$ , čímž je získán výstup  $f(t)$  [3].

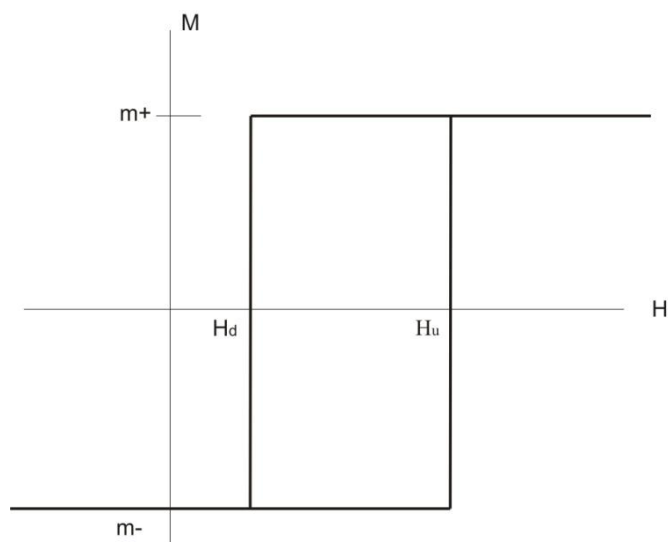


Obrázek 2 Hysterony a jejich váhy pro výstupní integrál [3]

## 1.4 Použití v magnetismu

Z hlediska struktury obsahuje feromagnetická látka spontánně zmagnetizované malé oblasti nazývané magnetické domény. V prvním přiblížení můžeme předpokládat, že domény mají obdélníkovou hysterezní smyčku, uvedenou na obrázku 3, která má stejnou funkci jako základní operátor hystereze  $\gamma_{\alpha\beta}$ . Symboly  $H_u$  a  $H_d$  jsou označeny hodnoty intenzity magnetického pole, při nichž se doména polarizuje po řadě „nahoru“ a „dolů“. Při polarizaci nahoru (za podmínky  $H > H_u$ , kde  $H$  je vnější magnetické pole) je magnetický moment domény  $m+$ , při polarizaci dolů (za podmínky  $H < H_d$ ) nabývá tento moment hodnoty  $m-$ . V tomto modelu uvedené magnetické momenty nabývají u každé domény stejné hodnoty.

Doméně přísluší hysterezní smyčka, která je popsána operátorem  $m(H_u, H_d)$ . Magnetický materiál je složen z velkého množství takovýchto domén. Magnetické domény mají určitou distribuci intenzit  $H_u$  a  $H_d$ , kterou popisuje distribuční funkce  $\varphi(H_u, H_d)$ . Tato funkce má stejný účel jako váhová funkce  $\mu(\alpha, \beta)$  v rovnici (4). Použitím magnetických domén a jejich distribučních funkcí je Preisachův model v magnetizmu definován vzorcem (5)



**Obrázek 3** hysterezní smyčka magnetické domény

$$M(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \varphi(H_u, H_d) \cdot \hat{m}(H_u, H_d) H(t) dH_u dH_d \quad (5)$$

kde  $M$  je magnetizace definovaná jako dipólový moment objemové jednotky. Pro operátor hystereze platí:

$$\hat{m}(H_u, H_d) H(t) = m^+, \quad (6)$$

pokud je doména magnetizována „nahoru“ a

$$\hat{m}(H_u, H_d) H(t) = m^-, \quad (7)$$

pokud je doména magnetizována „dolů“.

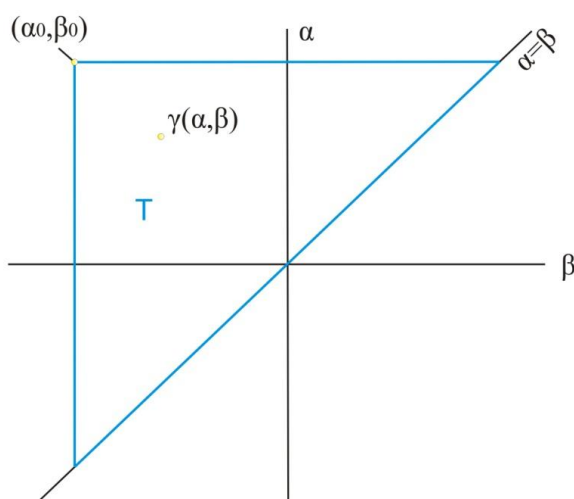
Tato definice je stanovena na pojmech a veličinách z magnetizmu, a proto ji lze nazývat magnetickou definicí. Magnetická definice je ekvivalentem obecné definice uvedené v rovnici (4).

Mnoho elementárních hysterezních smyček (téměř všechny) u magnetických domén v Preisachově modelu jsou smyčky asymetrické ( $H_u \neq -H_d$ ). Tento problém se fyzikálně nevztahuje na domény samotné (jednotlivé smyčky), ale je vysvětlován vzájemnou interakcí domén. Jinak řečeno, každá doména „cítí“ nejen aplikované magnetické pole  $H(t)$ , ale i interaktivní pole od domén v okolí, které se může lišit mezi jednotlivými doménami. Tím dojde k posunutí smyčky. Toto vysvětlení nebere v potaz, že interakční pole závisí na konkrétních stavech magnetizace, tvarech a umístění částic. Tato informace není v Preisachově modelu obsažena. Pokud by byly použity pouze symetrické smyčky s operátorem  $\hat{m}(H_u, -H_u)$ , pak by model tvořený jejich superpozicí byl schopen popsat pouze symetrické smyčky.

## 1.5 Geometrická implementace

Geometrická implementace značně usnadní matematické zkoumání Preisachova modelu. Tento přístup je založen na faktu, že existuje přímý vztah mezi operátory  $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$  a souřadnicemi bodů  $(\alpha, \beta)$  v polorovině  $\alpha > \beta$ , každý bod této poloroviny se ztotožňuje s jedním operátorem  $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$ , jehož přepínací hodnoty „nahoru“ a „dolů“ jsou v tomto pořadí souřadnicemi bodů  $\alpha$  a  $\beta$ .

Mějme rovnostranný pravoúhlý trojúhelník  $T$  (obrázek 4), jehož přepona je na přímce  $\alpha = \beta$ , a jeho pravý úhel je v bodě o souřadnicích  $(\alpha_0, \beta_0)$ , přičemž platí, že  $\alpha_0 = -\beta_0$ . Tento omezující trojúhelník bude vymezovat nenulovou oblast Preisachovy funkce  $\mu(\alpha, \beta)$ , tj. mimo něj bude funkce nabývat nulových hodnot. Poznamenejme, že počátek souřadné soustavy ( $\alpha = \beta = 0$ ) je uprostřed přepony na obrázku 4. Hodnoty  $\alpha$  pro přepínání nahoru jsou na svislé ose, zatímco hodnoty  $\beta$  pro přepínání dolů jsou na ose vodorovné, což se na první pohled může jevit trochu nelogické.

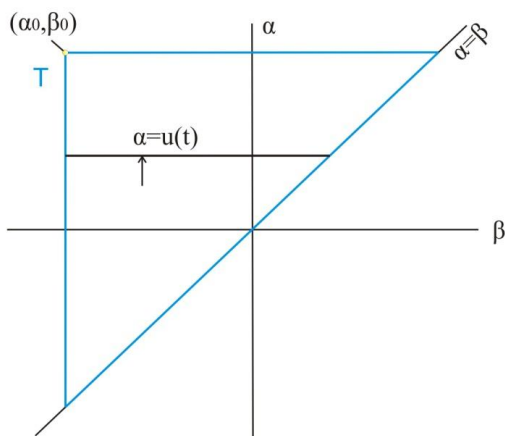


Obrázek 4 Omezující trojúhelník pro Preisachův model

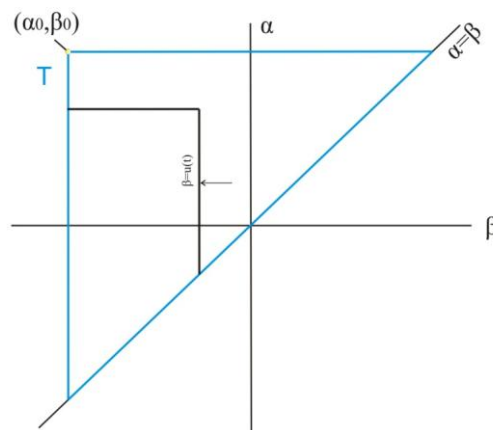
Výchozí stav Preisachova modelu leží nalevo od bodu  $\beta_0$ , to znamená, že vstup je pod tímto minimem a všechny částice uvnitř omezujícího trojúhelníku jsou překloupeny „dolů“, jinak řečeno nacházíme se ve stavu záporného nasycení.

Nyní mějme vstup  $u(t)$ , který monotónně narůstá. Jelikož narůstá tak všechny částice  $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$  jejichž spínací hodnota  $\alpha$  je pod hodnotou aktuálního vstupu  $u(t)$  jsou překloupeny směrem „nahoru“. Tím dojde k rozdělení trojúhelníku  $T$  na dva geometrické útvary, první leží pod úsečkou přetínající trojúhelník na přímce  $\alpha = u(t)$  a všechny její částice  $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$  jsou přepnuty „nahoru“, druhý útvar má všechny částice směrem „dolů“ viz obrázek 5.





Obrázek 5 Monotónní růst vstupu



Obrázek 6 Monotónní pokles vstupu

Při dosažení maxima dojde k monotónnímu poklesu vstupu  $u(t)$ , to se projeví dalším dělením trojúhelníku, tentokrát vertikální úsečkou kde všechny částice s vyšší vypínací hodnotou  $\beta$  než je aktuální jsou přepnuty směrem „dolů“ viz obrázek 6

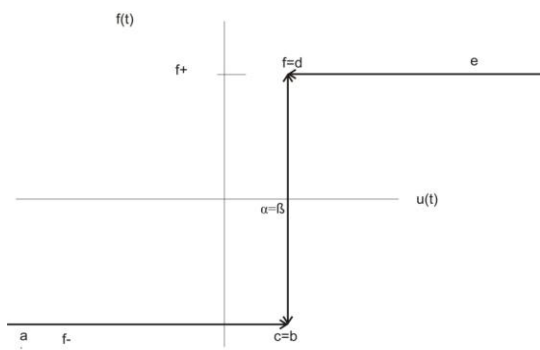
Trojúhelník je v každém časovém okamžiku rozdělen na dvě geometrické části („nahoru“ a „dolů“ přepnutou) sadou hraničních úseček, jež uchovávají informaci o lokálních maximech a minimech vstupního signálu  $u(t)$ . Tyto hranice mohou být smazány následujícími extrémy vstupního signálu (stírací vlastnosti), pokud je tento extrém převyšuje. Detaily jsou v monografiích [2, 3].

## 1.6 Speciální hysterezní smyčky

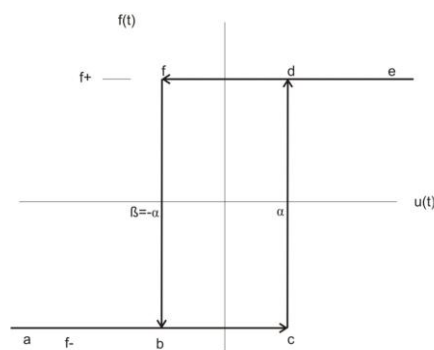
Hysterony v trojúhelníku  $T$ , např. obrázku 4, mají meze pro překlápění ze stavů „dolů“ a „nahoru“ rovny souřadnicím těchto bodů, z toho plyne, že v každém bodě je smyčka jiná. Pro přepnutí platí, že zde hysteron nemá hysterezi, neboť jsou zde stejné překlápěcí úrovně „nahoru“ a „dolů“ ( $\alpha = \beta$ ), jak je uvedeno na obrázku 7. Symetrické smyčky mající operátory  $\gamma_{\alpha\beta}$ , které leží na výšce trojúhelníku ( $\alpha = -\beta$ ) a jsou znázorněny na obrázku 8.

Systematicky jsou elementární hysterezní smyčky znázorněny na obrázku 9. Je jich sice málo, jinak by se nezobrazily ani jejich hlavní rysy, nicméně jsou vidět zákonitosti. Především se potvrzuje, že na hlavní diagonále, či na přeponě, není hystereze. Symetrické hysterezní smyčky jsou jen na vedlejší diagonále, neboli výšce Presisachova trojúhelníku. Ostatní smyčky jsou nesymetrické. Největší asymetrie se dosahuje na odvěsnách. Na vodorovné (horní) odvěsně je fixována pravá svislá část hysterezní smyčky ( $\alpha = \alpha_0$ ). Levá svislá část se přesouvá od  $\beta = \beta_0 > 0$  do  $\beta = -\beta_0 < 0$ . Současně se hysterezní smyčka stává tlustší a tlustší. Pro svislou odvěsnu je fixována levá svislá část hysterezní smyčky. Jak se postupuje vzhůru, smyčka se stále rozšiřuje, což dobře ilustruje obrázek 9.

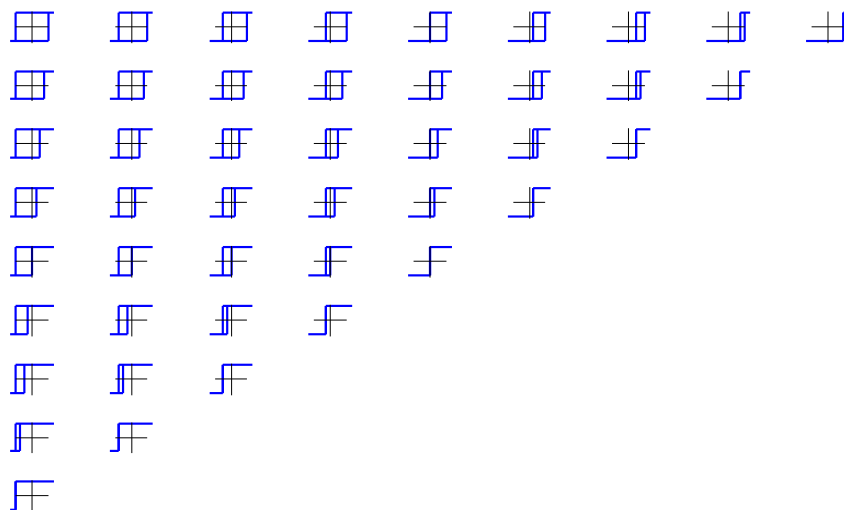
Obecně platí, že čím je větší vzdálenost od přepony trojúhelníku  $T$ , tím je širší smyčka hysteronu, to je zobrazeno na obrázku 9.



Obrázek 7 Hysteron na přeponě trojúhelníku T



Obrázek 8 Hysteron na výšce trojúhelníku T



Obrázek 9 Matice elementárních hysteronů Preisachova modelu

Jelikož u hysteronů platí obecný vztah (4), můžeme na základě geometrické interpretace modelu rozdělit Preisachův trojúhelník do částí s orientací všech operátorů „nahoru“, kterou označíme jako  $S_+$ , a na část s orientací „dolů“ s označením  $S_-$ . Pak vztah (4) přejde na názornější vztah

$$f(t) = \iint_{S_+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{S_-} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (8)$$

Jednoduchý příklad oblastí  $S_+$  a  $S_-$  je na obrázku 6. Hranicí jsou dřívější lokální extrémy pro růst a pokles magnetické intenzity budícího pole.

Poněvadž pro elementární magnetické momenty feromagnetika platí

$$m_+ = -m_- = |m|,$$

pro feromagnetikum dostaneme vztah analogický ke vztahu (5)

$$M(t) = \int_{S_+} \varphi(H_u, H_d) dH_u dH_d - \int_{S_-} \varphi(H_u, H_d) dH_u dH_d, \quad (9)$$

kde  $\varphi(H_u, H_u)$  se nazývá distribuční funkce. Ta je normována k jedné, takže prakticky je nutno tuto funkci vynásobit elementárním magnetickým momentem  $m+$ , abychom integrací získali přímo magnetizaci. Pro jednoduchost tuto konstantu ve vztahu (9) neuvádíme.

## 1.7 Určení váhové funkce

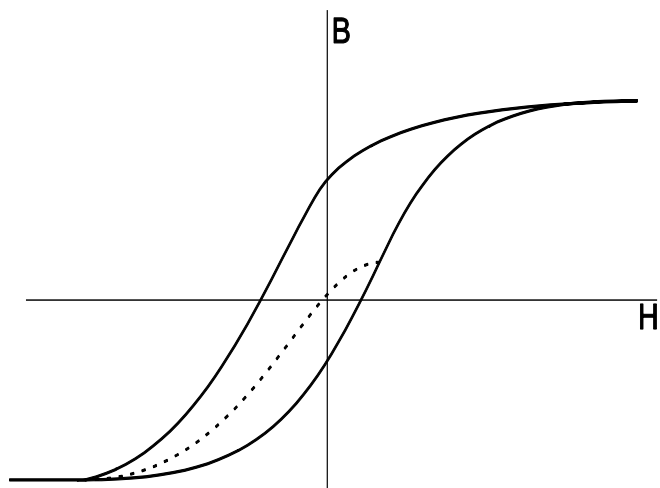
Váhovou funkci lze v principu určit buď prakticky z experimentu, nebo teoreticky ze strukturního modelu feromagnetika. Druhá možnost je mimořádně náročná a proto se omezíme na popis praktického určení váhové funkce. Budeme přímo uvažovat feromagnetickou látku.

Ve výchozím stavu je intenzita magnetického pole  $H$  pod minimální hodnotou, takže vzorek je polarizován záporně. Minimální hodnotu označme  $H_{\min}$ . Magnetické pole se pak monotónně zvyšuje. Jeho okamžitou hodnotu označíme  $H_u$ , počáteční je  $H_{u\min}$ . Po určité době dosáhne hodnoty  $H_u^{(1)}$  a začne se monotónně snižovat. Situace v tomto okamžiku lokálního maxima je na obrázku 10, kde jde o hodnoty magnetizace. Na obrázku 12 jde o popis pomocí Preisachova modelu. Hranicí mezi polarizací nahoru a dolů je vodorovná úsečka o svislé souřadnici  $H_u^{(1)}$  podle obrázku 10. Hodnota magnetizace v lokálním maximum necht' je  $M(H_u^{(1)})$ . Vzestupnou část dílčí hysterezní smyčky nazveme vzestupnou větví. Začíná v bodě  $H_u^{(\min)}$  a končí v  $H_u^{(1)}$ . Pod ní by se již žádná vzestupná větev neměla nacházet.

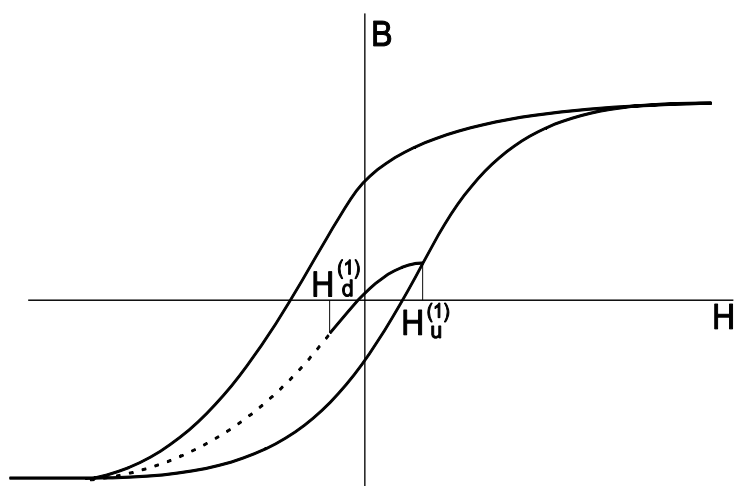
Při následném monotónním snižování označíme působící pole jako  $H_d$ . V určitém okamžiku průběžného poklesu je stav znázorněn na obrázku 11. Na tomto obrázku jde o klesající část dílčí hysterezní smyčky, kterou nazveme klesající (sestupná) větev prvního řádu, poněvadž přímo navazuje na rostoucí (vzestupnou) větev. Na obrázku 13 je použit Preisachův diagram pro tento stav, kterému přísluší intenzity  $H_u^{(1)}$  a  $H_d^{(1)}$ . Novou hranicí mezi kladnou a zápornou polarizací v důsledku poklesu intenzity budícího pole je nyní svislá úsečka o souřadnici  $H_d^{(1)}$ . Vodorovná hranice o souřadnici  $H_u^{(1)}$  se nezměnila. Magnetizaci ve sledovaném stavu ( $H_u^{(1)}, H_d^{(1)}$ ) označme  $M(H_u^{(1)}, H_d^{(1)})$ .

K jejímu určení použijeme modifikovanou změnu magnetizace na sestupné větvi prvního řádu s touto definicí

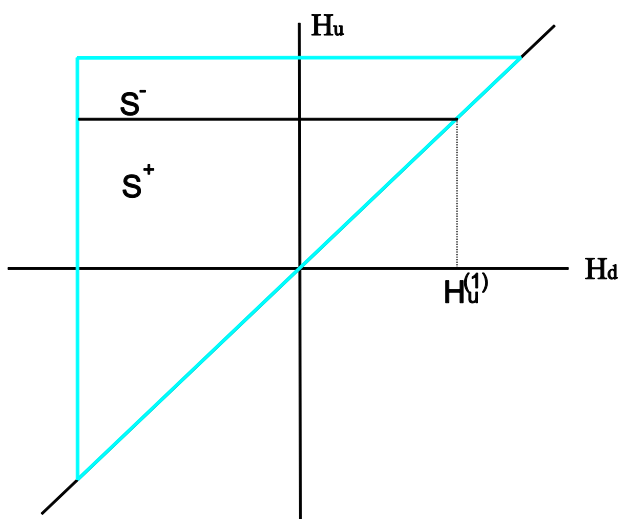
$$\Delta M(H_u^{(1)}, H_d^{(1)}) = \frac{1}{2} \left( M(H_u^{(1)}) - M(H_u^{(1)}, H_d^{(1)}) \right). \quad (10)$$



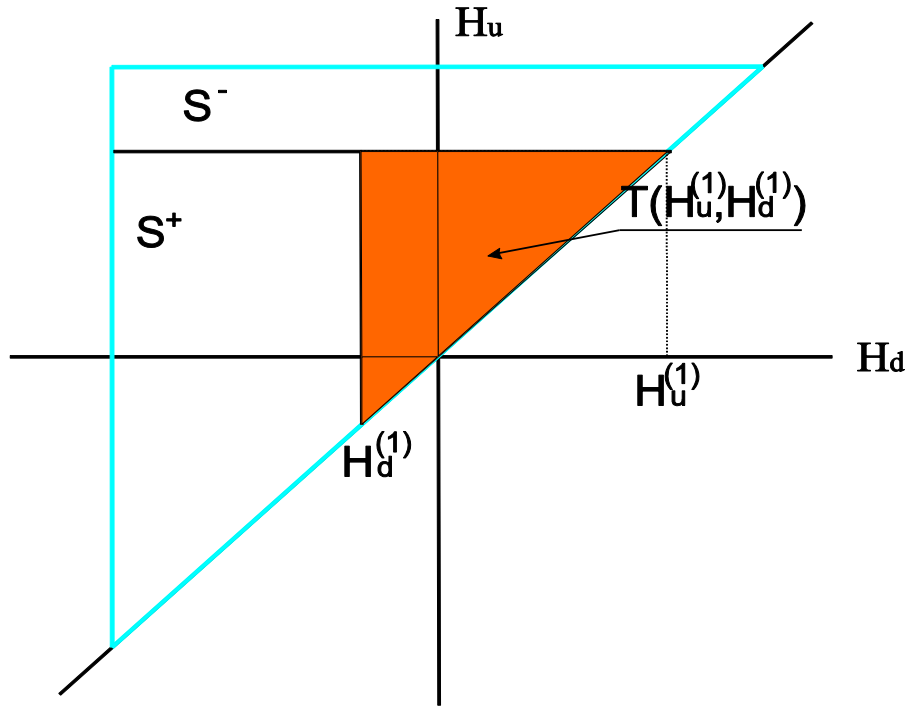
Obrázek 10 Dílčí smyčka – monotónní nárůst intenzity



Obrázek 11 Dílčí smyčka – pokles z lokálního maxima.



Obrázek 12 Preisachův diagram pro nárůst z obr. 10



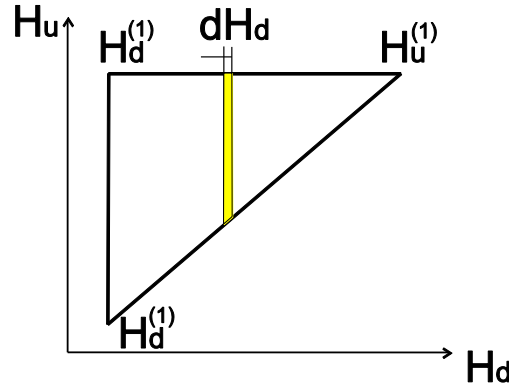
Obrázek 13 Preisachův diagram pro pokles z obrázku 11

Nyní zbývá najít tuto hodnotu modifikované změny magnetizace pomocí váhové funkce. Vyjdeme z Preisachova diagramu. Magnetizaci  $M(H_u^{(1)})$  odpovídá kladně polarizovaná oblast pod vodorovnou hranicí na obrázku 12, zatímco magnetizaci  $M(H_u^{(1)}, H_d^{(1)})$  přísluší oblast s kladnou polarizací, která je pod zalomenou hranicí na obrázku 13. Geometrický rozdíl mezi těmito oblastmi je trojúhelník  $T(H_u^{(1)}, H_d^{(1)})$  na obrázku 13. K vypočtení rozdílu mezi magnetizacemi  $M(H_u^{(1)})$  a  $M(H_u^{(1)}, H_d^{(1)})$  vyjdeme ze vztahu (10), který používá kladně orientovanou oblast  $S^+$  a záporně polarizovanou oblast  $S^-$ . Z porovnání obrázků 12 a 13 je zřejmé, že kladně orientovaná oblast se zmenšila o trojúhelník  $T(H_u^{(1)}, H_d^{(1)})$ , zatímco záporně orientovaná se o tentýž trojúhelník zvětšila. Magnetizace se tedy zmenšila o dvojnásobek magnetizace příslušné tomuto trojúhelníku, tj. platí vztah

$$M(H_u^{(1)}, H_d^{(1)}) - M(H_u^{(1)}) = -2 \iint_{T(H_u^{(1)}, H_d^{(1)})} \hat{m}(H_u, H_d) dH_u dH_d . \quad (11)$$

Pomocí vztahů (10) a (11) pro modifikovanou změnu magnetizace dostaneme vztah

$$\Delta M(H_u^{(1)}, H_d^{(1)}) = \iint_{T(H_u^{(1)}, H_d^{(1)})} \hat{m}(H_u, H_d) dH_u dH_d . \quad (12)$$



Obrázek 14 Integrace přes rozdílový trojúhelník

Explicitní tvar integrálu ve vztahu (12) má tvar (13).

$$\Delta M(H_u^{(1)}, H_d^{(1)}) = \int_{H_d^{(1)}}^{H_u^{(1)}} \left( \int_{H_d^{(1)}}^{H_u^{(1)}} \hat{\varphi}(H_u, H_d) dH_u \right) dH_d. \quad (13)$$

Integrace je naznačena na obrázku 14. Vnitřní integrál je po svislém pásku, jeho spodní hrana se posouvá, zatímco horní hrana je pevná. Vnější integrál pak sčítá výsledky pro tyto svislé pásy. Lze snadno ukázat, že pro jednotkovou váhovou funkci ( $\varphi(H_u, H_d) = 1$ ) dostaneme obsah trojúhelníku a to i pro případ, kdy směrnice přepony není rovna jedné.

V integrálu (13) jsou obojí meze (integrace podle  $H_u$  i podle  $H_d$ ) proměnné, takže váhovou funkci lze získat dvojí parciální derivací modifikované změny magnetizace

$$\varphi(H_u^{(1)}, H_d^{(1)}) = \frac{\partial^2 \Delta M(H_u^{(1)}, H_d^{(1)})}{\partial H_u^{(1)} \partial H_d^{(1)}}. \quad (14)$$

S ohledem na vztah mezi modifikovanou změnou magnetizace a vlastní magnetizací (vztah (10)) lze váhovou funkci vyjádřit pomocí parciální derivace magnetizace

$$\varphi(H_u, H_d) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Delta M(H_u, H_d)}{\partial H_u \partial H_d}. \quad (15)$$

Zde již používáme obecné hodnoty  $H_u$  i  $H_d$  a nikoliv krajní  $H_u^{(1)}, H_d^{(1)}$ . Tento vztah by měl být základem pro experimentální určení distribuční funkce, která je klíčovým parametrem Preisachova modelu. Bohužel, vyskytují se v něm dvě parciální derivace, takže bude jeho aplikace velmi náchylná na experimentální chyby.

V odvození jsme vycházeli ze stavu záporné polarizace, tj. budící pole má minimální (zápornou) hodnotu a nejdříve narůstá. Lze vycházet i z opačného stavu kladné polarizace, kdy budící pole má maximální (kladnou) hodnotu a postupně klesá. Postup je analogický a je uveden v práci [3]. Dojdeme k témuž závěru, ale s jedním zásadním poznatkem, že váhová funkce musí být symetrická vzhledem k vedlejší diagonále, tj.

$$\varphi(-H_d, -H_u) = \varphi(H_u, H_d). \quad (16)$$

## 1.8 Numerická implementace modelu

Při praktické realizaci Preisachova modelu, musíme využít výpočetní techniku, která má nevýhodu v tom, že nedokáže pracovat ve spojité oblasti i když se o to často snažíme. Použijeme tedy diskretní verzi modelu. V diskretním modelu jsou všechny integrály převedeny na sumy a diferenciály na diference. Pokud ještě navíc uvažujeme konstantní diference, tj. pravidelnou mřížku v Preisachově trojúhelníku, viz např. obrázek 9. obecný vztah (4) po úpravách přejde na tento vztah

$$f(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i \mu(\alpha_i, \beta_j) \gamma(\alpha_i, \beta_j) u(t). \quad (17)$$

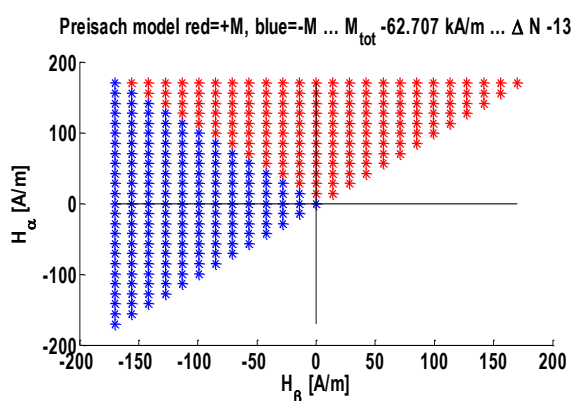
Analogicky, ze vztahu pro spojitý popis (5) přejdeme na tento diskretní vztah, pokud jsou splněny předchozí podmínky

$$M(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i \varphi(H_{ui}, H_{dj}) m(H_{ui}, H_{dj}) H(t). \quad (18)$$

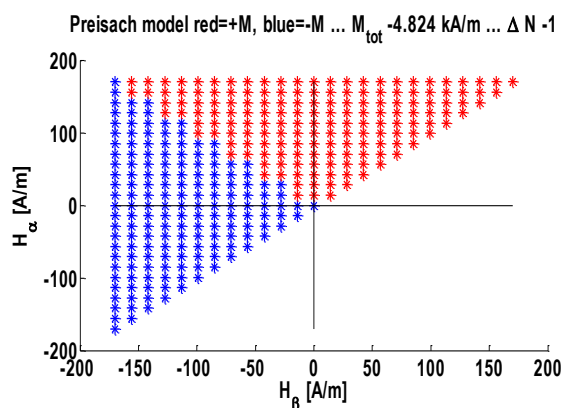
Pokud nejsou diference konstantní, jsou vztahy (17) a (18) složitější a méně přehledné, proto je neuvádíme. Navíc jsme pracovali jen s konstantními diferencemi, tj. se vztahem (18). Aplikace diskretního modelu a získané výsledky jsou v dalších kapitolách, zde se pouze zmíníme o základním problému, který je důležitý pro experiment.

Při diskretním zpracování je problémem konečný počet částic  $m(H_{ui}, H_{dj})$ , jejichž počet určuje velikost kroku mezi přepínacími úrovněmi  $H_{ui}$  a  $H_{dj}$  sousedních částic. Vznikají určité problémy, např. získání demagnetizovaného stavu tím, že budící intenzitu periodicky snižujeme. Přímou aplikací se dostaneme do stavu, kdy pro hodnoty  $H_{ui} \leq -H_{dj}$  jsou všechny částice překlopeny „dolů“ a ostatní „nahoru“, viz obrázek 14. Při „doslovné“ implementaci této nerovnosti budou částice na vedlejší diagonále překlopeny „dolů“, tím bude ale vyšší počet záporně zmagnetizovaných částí, než kladně zmagnetizovaných a tím nedojde k úplné demagnetizaci. To názorně ukazuje obrázek 14. Lepším řešením je taková změna budícího pole, aby se na vedlejší diagonále polarita periodicky střídala, což je znázorněno na obrázku 15. Zde je již rozdíl maximálně jeden kvantovací krok.

Numerické hodnoty na obrázcích 15 a 16 byly získány z Preisachova modelu pro teoretický případ s konstantní váhovou funkcí. V praxi má váhová funkce poměrně ostré maximum právě na vedlejší diagonále, hodnoty zbytkové magnetizace mohou být daleko vyšší a lišit se daleko výrazněji.



Obrázek 15 Přímá demagnetizace



Obrázek 16 Upravená demagnetizace

## 2 Experiment

Váhová funkce  $\varphi(H_{ui}, H_{dj})$  je klíčovým parametrem Preisachova modelu. K jejímu určení je nutná sada hysterezních smyček. Jejich běžné měření vychází z demagnetizovaného stavu, který se dosáhne střídavým přepínáním budícího proudu při snižování jeho intenzity. Na konci předchozí kapitoly jsme u diskrétního modelu ukázali, že takto nemusíme získat ideální demagnetizovaný stav. V praxi to může platit i pro analogový případ. Navíc aplikace Preisachova modelu od nulového buzení není pro tento výchozí stav jasná, je jej nutno jej chápat jako stav bezprostředně následující po předchozí demagnetizaci, což v praxi nebývá.

Proto jsme se rozhodli měřit sadu přechodových křivek podle předchozí kapitoly v souladu s doporučením v práci [3]. Jinými slovy, poněvadž Preisachův model vychází ze záporné saturace (v našem případě), při identifikačním měření musíme vyjít ze záporné saturace, což znamená, že signál který budeme používat, musí mít záporný offset.

V této kapitole popíšeme experiment. Začneme s principem, zmíníme se o možnostech jeho realizace. Uvedeme použitou aparaturu a zmíníme se o problémech, které měření přineslo.

### 2.1 Měřicí metoda

Použijeme standardní měřicí metodu uzavřeného magnetického obvodu, v našem případě toroidu. Magnetické pole budíme proudem  $i_1(t)$  a pro intenzitu  $H$  platí vztah

$$H(t)l = N_1 i_1(t), \quad (19)$$

kde  $N_1$  je počet závitů primárního vinutí a  $l$  je délka střední siločáry. Pro okamžitou hodnotu indukovaného napětí  $u_2(t)$  na sekundárním vinutí platí vztah

$$u_2(t) = -\frac{d\Phi_c}{dt} = -\frac{SdB}{dt} N_2, \quad (20)$$

kde  $\Phi_c$  je cívkový tok,  $\Phi_c = \Phi_0 N_2$ , kde  $N_2$  je počet závitů sekundárního vinutí,  $\Phi_0$  je magnetický tok tekoucí jedním závitkem, přičemž  $\Phi_0 = BS$ , kde  $B$  je magnetická indukce a  $S$  je plocha příčného průřezu toroidu.

Magnetickou indukci získáme ze vztahu (20) integrací

$$B = B_0 - \frac{1}{N_2 \cdot S} \int u_2(t) dt. \quad (21)$$

Symbolem  $B_0$  je označena integrační konstanta.

Při měření a jeho vyhodnocení se postupuje tak, že intenzitu magnetického pole určíme z budícího proudu  $i_1(t)$  podle vztahu (19). Magnetickou indukci pak získáme integrací (analogovou nebo numerickou) podle vztahu (21). Vhodnou volbou časového počátku se dosáhne toho, že konstanta  $B_0$  je nulová- Z integrálu (21) je zřejmé, že malá stejnosměrná složka napětí  $u_2(t)$  (nazývaná offset) způsobí systematický posuv časového průběhu indukce nahoru nebo dolů, tzv. ujíždění (drift) nuly. Ten je největším problémem, jak při analogové, tak numerické integraci.



## 2.2 Možnosti měření

U hysterezní smyčky se jedná se o dynamické měření, viz zejména vztah (21), budící veličina se mění periodicky. Poněvadž je materiál nelineární, existují tyto odchylky oproti lineárnímu případu

- Neplatí princip superpozice.
- Může existovat více stabilních stavů.
- Dochází k buzení harmonických.

Zejména třetí odchylka vyžaduje harmonické buzení jak nejjednodušší a nejsnadněji zpracovatelný případ buzení.

V zásadě může být harmonické buzení primární cívky vzorku dvojí

- Napět'ové
- Proudové

Běžně se používá napět'ové buzení, poněvadž tvrdé zdroje harmonického napětí, zejména síťové frekvence, jsou všude. Obvykle je ještě budící napětí symetrické vůči nule, tedy se měří s nulovým ofsetem. Při tomto buzení je budící proud a tedy i jím vytvářené magnetické pole neharmonické, zkreslené.

Proudové buzení je vhodnější, budící magnetické pole je harmonické, tedy má nejjednodušší časový průběh. Indukované napětí je pak zkreslené, stejně tak i napětí na primární cívce. Zásadní problém je v tom, že tvrdé zdroje poměrně velkého harmonického proudu jsou vzácností. Je tedy nutné jej sestavit. Existují nejméně tři odlišné přístupy.

- Použít standardní zdroj napětí a k němu do série zařadit poměrně velký srážecí odpor. Tím vytváříme měkký zdroj napětí, který se chová jako zdroj proudu.
- Použít programovatelný zdroj napětí a časový průběh napětí odvodit z časového průběhu proudu při harmonickém buzení napětím.
- Zpětnovazební zdroj

Druhá možnost je náročná zejména z hlediska získání správného časového průběhu napětí, zatímco první možnost je jednoduchá. Z hlediska spotřeby energie je druhé řešení výhodné, poněvadž při prvním způsobu se převážná většina energie mění v teplo na srážecím odporu. S ohledem na jednoduchost jsme dali přednost metodě srážecího odporu.

Srážecí odpor  $R_s$  můžeme odhadnout, pokud předpokládáme, že primární vinutí je lineární a tedy u něho můžeme definovat indukčnost  $L_1$ . Pokud je napětí zdroje  $U_0$ , pak na primárním vinutí bude napětí

$$U_1 = U_0 \frac{j\omega L_1}{R_s + j\omega L_1}, \quad (22)$$

kde  $\omega = 2\pi f$  je úhlová frekvence. Vztah (22) byl odvozen z teorie obvodů.

Aby zapojení fungovalo jako zdroj proudu, musí být napětí  $U_1$  na primárním vinutí alespoň desetkrát menší, než napětí zdroje  $U_0$ ,  $U_0 < U_0/10$ . To také vede ze vztahu (22) na podmínku

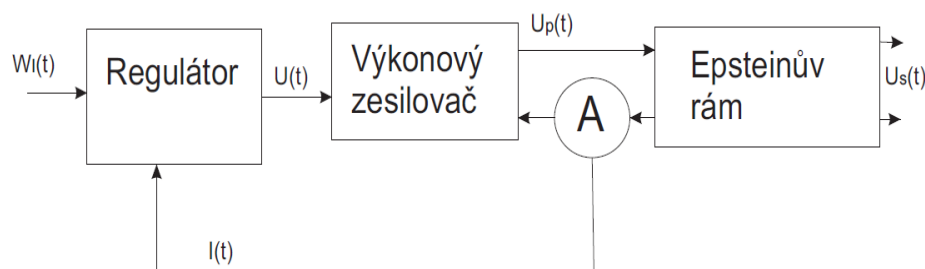
$$R_s > 10 \omega L_1. \quad (23)$$

Poněvadž primární indukčnost našeho vzorku je cca 1 H, při síťové frekvenci by srážecí odpor musel být alespoň 3 k $\Omega$ . Při napětí zdroje 300 V by pak tekla maximální proud 0.1 A. K dosažení stavu nasycení je však zapotřebí proud alespoň 3 A. Proto je nutno snížit frekvenci. Při nejnižší možné frekvenci 1 Hz vychází srážecí odpor kolem 60  $\Omega$ .

Je také ještě nutno volit kompromis mezi úbytkem napětí a výkonovou zatížitelností odporu. Při proudu 3 A je na něm výkon přes 500 W.

### 2.3 Simulace proudového buzení

Pro měření hysterezních smyček je vhodný proudový zdroj, ale je problém na rozdíl od napěťových zdrojů jej vytvořit. Principiální schéma jak jej realizovat pro buzení Epsteinova rámu je na obrázku 17.



Obrázek 17 principiální schéma proudového buzení

Výkonový zesilovač je standardní zesilovač určený pro audiotechniku. Konkrétně jde o dva moduly s označením SDA500NPN, což je zesilovač disponující efektivním (RMS) výkonem 500 W do zátěže 4  $\Omega$ . Jedná se o celo-tranzistorové zapojení s výkonovými tranzistory MJ15003 nebo jejich ekvivalenty 2N3773. Zesilovač má implementovanou elektronickou ochranu proti destrukci zkratem na výstupu. Ochrana se aktivuje při připojení zátěže menší než 0,5  $\Omega$ .

Zesilovač je určen pro připojení zátěže minimálně 4  $\Omega$ , ale jelikož zde je, s cílem zvýšit výkon, použito můstkové zapojení, neměla by zátěž mít nižší impedanci než 8  $\Omega$ . Základní parametry zesilovače jsou v tab. 1.

**Tabulka 1 parametry výkonového zesilovače [15]**

Výstupní výkon RMS pro 4Ω	Větší než 500 W
Výstupní výkon RMS pro 8Ω	Větší než 300 W
Minimální impedance zátěže	4 Ω
Výkonová šířka pásma	50 kHz
Frekvenční charakteristika	5 Hz-50 kHz {-1 dB}
Odstup rušivých napětí	Více než 110 dB
Vstupní citlivost	5 V
Zkreslení	Méně než 0,01 %
Vstupní impedance	10 kΩ
Napájení	Symetricky 80 V

Pro simulaci v Simulinku je možné připojit přímo blok zesilovač (gain), ten, bohužel, nerespektuje vlastnosti reálného zesilovače, nýbrž se chová jako ideální zesilovač. Ideální zesilovač má nekonečnou šířku pásma, kde má všude naprosto shodné zesílení a dále má lineární fázový v celém sledovaném frekvenčním pásmu. Nemá ani omezení na výstupní napětí. Je proto zapotřebí upravit blok pro zesilovač.

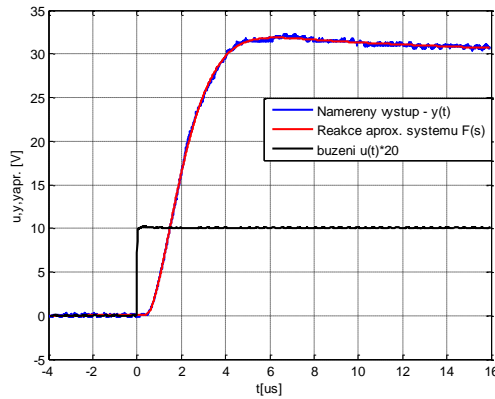
Systémy s dynamikou jsou v Simulinku (v MATLABu) popsány pomocí přenosové funkce (obrazový přenos). Obrazový přenos je podíl Laplaceova obrazu výstupu k Laplaceově obrazu vstupu při nulových počátečních podmínkách. Tento podíl lze psát ve tvaru racionální lomené funkce

$$F(s) = \frac{b_n s^n + \dots + b_1 s + b_0}{a_m s^m + \dots + a_1 s + a_0}. \quad (24)$$

Úkolem je najít koeficienty ve vztahu (24), což nazýváme identifikací přenosové funkce, většinou se volí  $a_0 = 1$ . Existují různé metody, zaměřili jsme se na tu nejjednodušší, pomocí jednotkového skoku a optimalizace koeficientů pomocí MATLABu a funkce *fminsearch*.

Z průběhu přechodové charakteristiky, jsme odhadli strukturu modelu na model třetího řádu s jednou nulou, popsaný rovnicí

$$F(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1}. \quad (25)$$

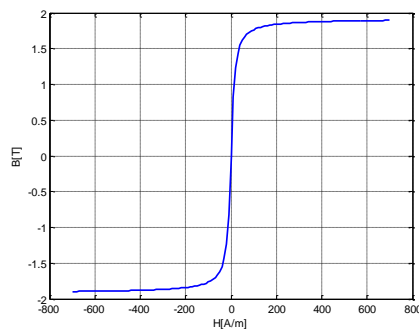


Obrázek 18 Výsledek aproximace přechodové charakteristiky zesilovače

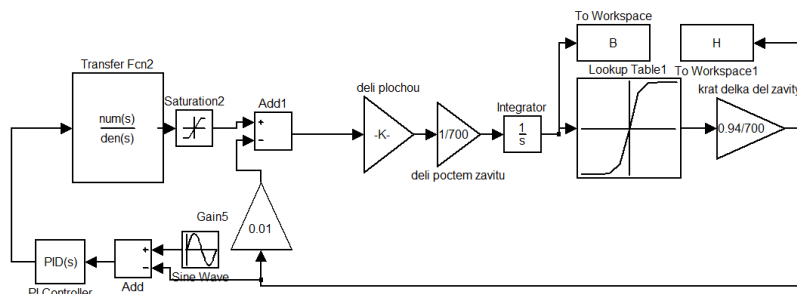
Na obrázku 18 je vidět shoda měřených dat a aproximovaného průběhu. Tento průběh je dán přenosovou funkcí

$$F(s) = \frac{15,9 \cdot 10^{-4} s + 56,0}{25,9 \cdot 10^{-18} s^3 + 45,4 \cdot 10^{-12} s^2 + 26,6 \cdot 10^{-6} s + 1}. \quad (26)$$

Ze vztahů (19) a (21) vyplývá přepočítání pro převod proudu na intenzitu magnetického pole respektive přepočítání pro převod napětí na indukci. Tudíž už je jen potřeba realizovat převod indukce na intenzitu. V Simulinku je možno použití *lookup table* u níž je problém s tím, že musí mít vstupní vektor monotónní. Tím vzniká problém s hysterezí, jež není možno implementovat do tohoto bloku. Problém jsme vyřešili komutační křivkou.

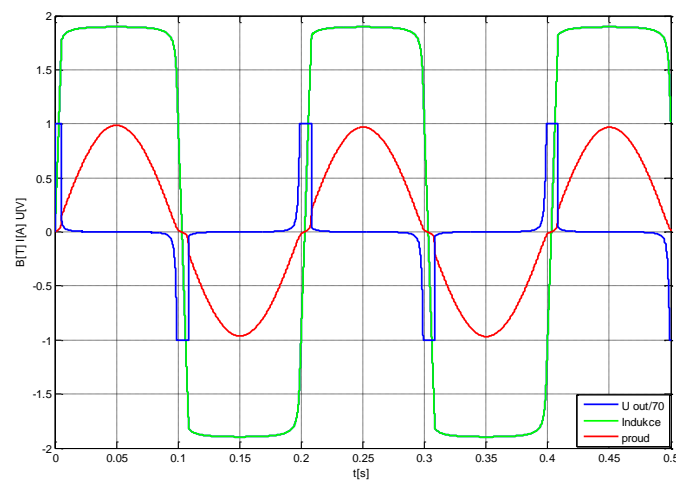


Obrázek 19 převod indukce na intenzitu

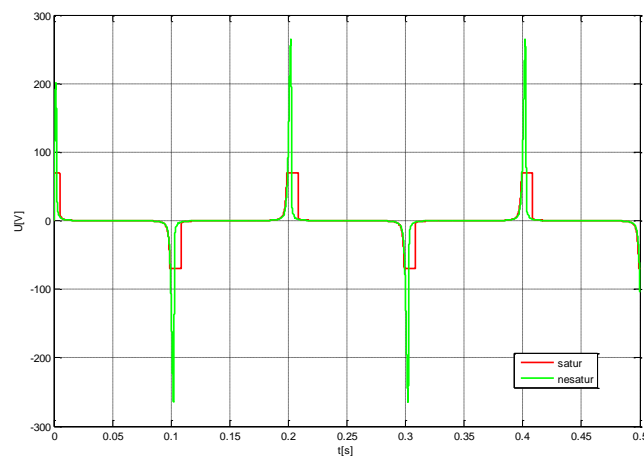


Obrázek 20 simulační schéma proudového buzení

Regulační smyčka je řízena pomocí PI regulátoru, výkonový zesilovač je tvořen přenosovou funkcí, doplněn o saturaci na symetrických 70 V a je zajištěn i výstupní odpor, který je realizován prostým odečtením násobku proudu (násobeno vnitřním odporem) od výstupního napětí. Toto napětí je děleno jak počtem vinutí primáru Epsteinova rámu, tak plochou vzorku a jeho integrací získáme výslednou indukci. Indukce je pomocí *lookup table* převedena na intenzitu magnetického pole. Intenzita magnetického pole je převedena pouhým násobením délkou střední siločáry magnetického obvodu Epsteinova rámu a dělením počtem závitů na primárním vinutí. I když se vlivem integrátoru stává regulovaná soustava astatickou, je potřeba použít regulátor s integrační složkou, neboť přenos poruchy není schopen P regulátor úplně potlačit.



Obrázek 21 Výsledek simulace



Obrázek 22 Rozdíl mezi ideálním a saturovaným zesilovačem

Z obrázku 21 je vidět, že plně harmonický proud nelze za těchto podmínek realizovat. Hlavním omezujícím faktorem, je saturační napětí zesilovače, na obrázku 22 jsou průběhy napětí pro omezení saturací i bez ní. Proudové harmonické buzení je tedy realizovatelné při použití zesilovače s podstatně vyšším saturačním napětím, anebo pro nižší frekvence či menší proudy, kde pak nastává problém s nedostatečným sycením jádra kvůli nízké intenzitě.

## 2.4 Vzorky

Pro měření byly použity toroidní transformátory od JKeltra s žíhaným i nežíhaným jádrem. Základní parametry materiálu pro žíhané i nežíhané jádro udává tabulka 2.

Tabulka 2. Parametry vzorků

Parametr	Jednotka	Žíhané jádro	Nežíhané jádro
Měrné ztráty	W/kg	1,2 <sup>*1</sup>	0,8 <sup>*1</sup>
Koercitivní intenzita $H_c$	A/m	28,5	24,5
Remanentní indukce $B_r$	T	1,52	0,67
Maximální indukce $B_{max}$	T	1,83 <sup>*2</sup>	1,55 <sup>*2</sup>

<sup>\*1</sup> při 1,7T 50Hz pro žíhané jádro a 1,55 T 50 Hz pro nežíhané jádro

<sup>\*2</sup> při 1330 A/m pro žíhané jádro a při 670 A/m pro nežíhané jádro

Základní parametry toroidu jsou v tabulce 3. Malý rozdíl poloměrů (o velikosti 3 cm) zajistí, že pole v průřezu je přibližně homogenní.

Tabulka 3. Parametry toroidu

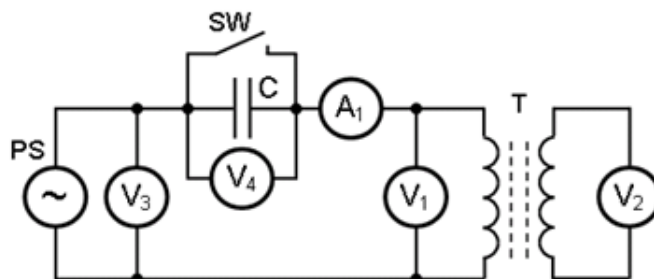
Parametr	Jednotka	Žíhané	Nežíhané
Vnější průměr	m	0,22	0,22
Vnitřní průměr	m	0,16	0,16
Výška jádra	m	0,03	0,03
Délka střední indukční čáry	m	$0,19\pi$	$0,19\pi$
Počet závitů primárního vinutí	-	100	100
Počet závitů sekundárního vinutí	-	300	300

## 2.5 Aparatura

K měření hysterezních smyček jsme použili obě navržené metody

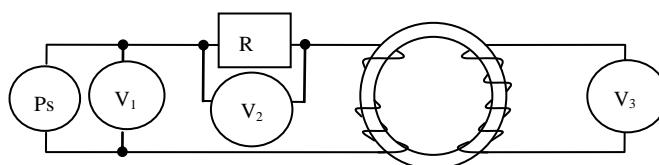
- Buzení z harmonického zdroje napětí na demagnetizovaných vzorcích. To se týkalo zejména úvodních experimentů.
- Buzení harmonickým zdrojem proudu, přičemž výchozím stavem byl záporně polarizovaný vzorek tak, jak se navrhuje v publikaci [3] a naznačeno v úvodu této kapitoly.

Schéma aparatury pro napěťové buzení z demagnetizovaného stavu je na obrázku 23. Používá se programovatelný napájecí zdroj PS a přístroje měřící všechny vstupní a výstupní obvodové veličiny. Oproti standardnímu zapojení je zde navíc kondenzátor o velké kapacitě, který nepustí stejnosměrnou složku proudu. Zdroj napětí obsahuje malou stejnosměrnou složku napětí. Poněvadž stejnosměrný odpor primárního vinutí je malý, teče jím nezanedbatelný proud, který stejnosměrně magnetizuje jádro a tím zkresluje měření.



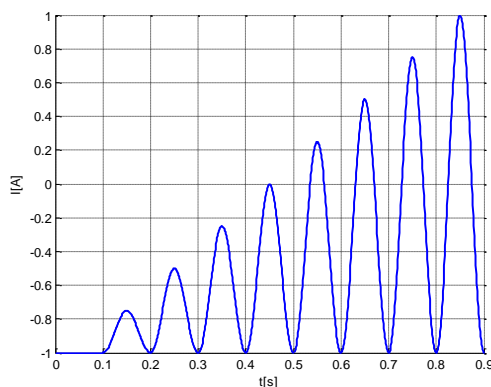
**Obrázek 23. Aparatura pro harmonické napěťové buzení.**

Pro měření při harmonickém proudovém buzení bylo použito zapojení podle obrázku 24. Klíčovým prvkem je srážecí odpor R, jinak je to opět standardní zapojení. Měří se napětí zdroje, napětí na srážecím odporu a sekundární napětí. Budící proud se určí z napětí na srážecím odporu. Oddělovací kondenzátor nemohl být použit, poněvadž se používá proudový ofset.



**Obrázek 24. Aparatura pro harmonické proudové buzení.**

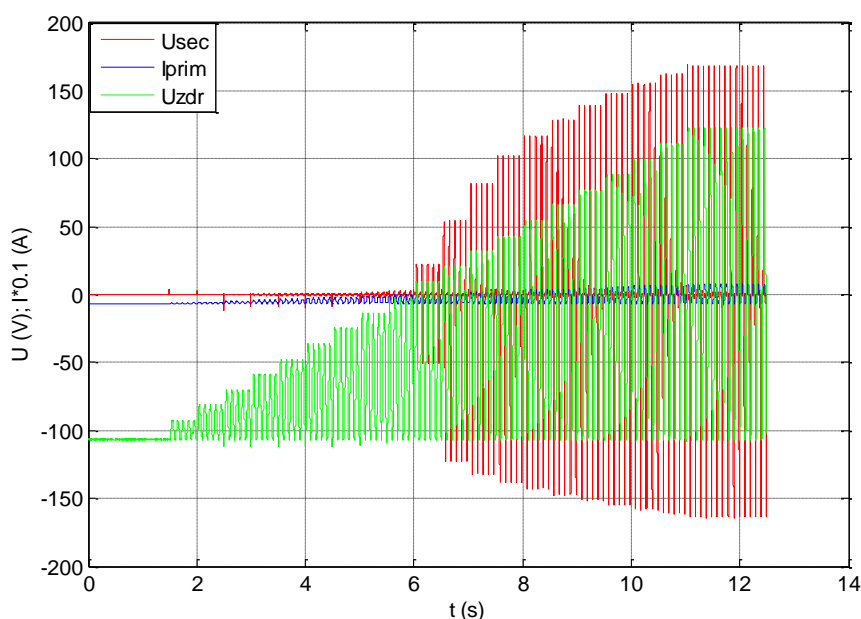
Úkolem aparatury pro proudové buzení je naměřit sadu smyček, jejichž velikost se bude postupně zvyšovat, ale budou se vracet stále do stejného výchozího bodu se záporným buzením. Schematicky je časový průběh buzení pro získání sady přechodových křivek znázorněn na obrázku 25.



**Obrázek 25 Budící proud při proudovém buzení a výchozí záporné polarizaci**

Celý experiment je založen na počítačem řízeném zdroji Kikusui PCR 2000LA a měřicí kartě od Nation instruments NI USB 6212. Ke zdroji je přiřazen programovatelný odpor Meatest M-192 jehož použití je vhodnější než klasického reostatu, neboť nemá téměř žádnou parazitní indukčnost. Jeho hodnota je nastavena na  $60 \Omega$ .

Předepsaný průběh proudu, analogický průběhu na obrázku 25, se získá programováním časového průběhu napětí zdroje. To se převádí na proud na srážecím odporu. Časový průběh napětí je možné velmi jednoduše generovat pomocí příkazu pro sekvenci. To ale s sebou nese omezení v podobě malého počtu možných kroků, sekvence zdroje je omezena na 100 kroků.

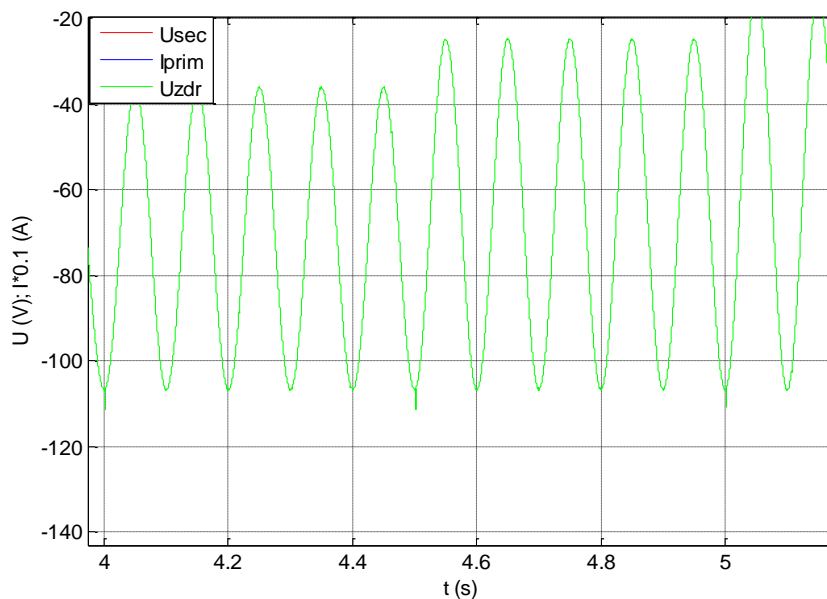


**Obrázek 26** výsledek měření

Reálné průběhy jsou na obrázku 26. Pro každou úroveň harmonického proudového buzení se generují nejméně tři periody napětí zdroje, aby bylo možné se vyhnout přechodovým jevům. To je dobře vidět na zvětšeném výřezu z obrázku 26, který je uveden na obrázku 27. Z obrázku 26 je zřejmé, že primární proud i sekundární napětí rychle rostou při vysokých hodnotách napětí zdroje.

Problém tohoto měření je v tom, že při přepínání na vyšší amplitudu zdroj provede skok napětí správně, až na krátký časový úsek během přepínání, kde se objeví záporná napěťová špička, která je vidět na obrázku 27, kde je zvětšená část průběhu napětí zdroje, aby byl tento jev lépe vidět. Je to pro časový okamžik asi 4 s; 4,5 s a 5 s na obrázku 26.

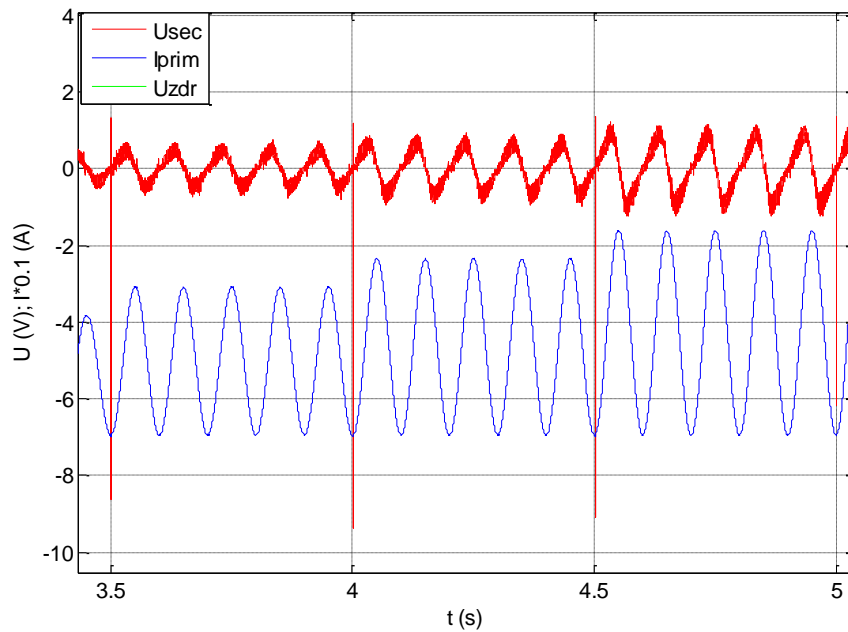




**Obrázek 27** Zakmitnutí při přepínání napětí,  $t = 4\text{ s}$ ,  $t = 4,5\text{ s}$  a  $t = 5\text{ s}$ .

Tento skok se výrazně projeví na sekundárním napětí, které dále zpracováváme, viz obrázek 28. Špička, i když malá, je též na proudu primárním vinutím. Vytváří ale velkou špičku sekundárního napětí, neboť toto napětí je násobkem časové derivace proudu.

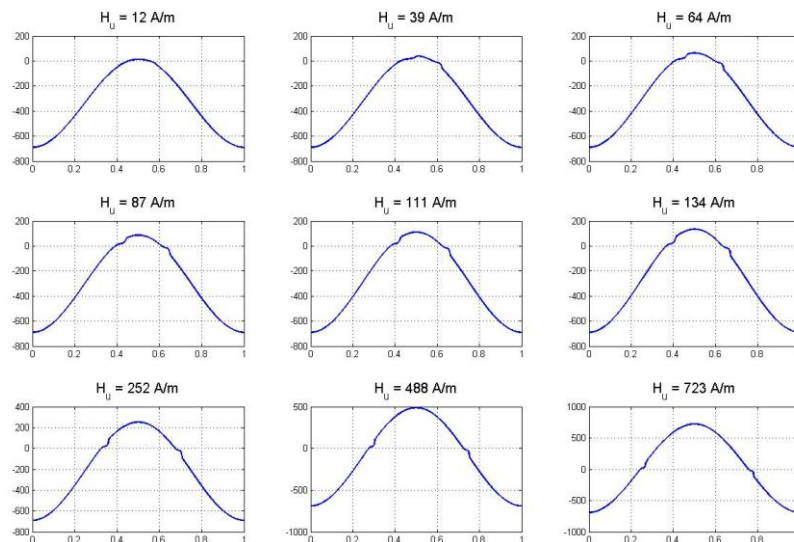
Na sekundárním vinutí nastává zákmit pro časové okamžiky 3 s; 3,5 s; 4 s; 4,5 s a 5s, viz obrázek 28. Tento napěťový zákmit je na sekundárním vinutí výrazný. Na druhé straně sekundární napětí se zpracovává integrací, takže se zákmit nemusí výrazně projevit. Teoreticky se v matematice dokazuje, že hodnota integrálu se nezmění, když integrovanou funkci změněme na spočetné množině bodů. V našem případě je však integrace nahrazena sumací, takže toho pravidlo platí jen velmi omezeně. Nicméně matematickými metodami lze vliv zákmitu redukovat či dokonce eliminovat.



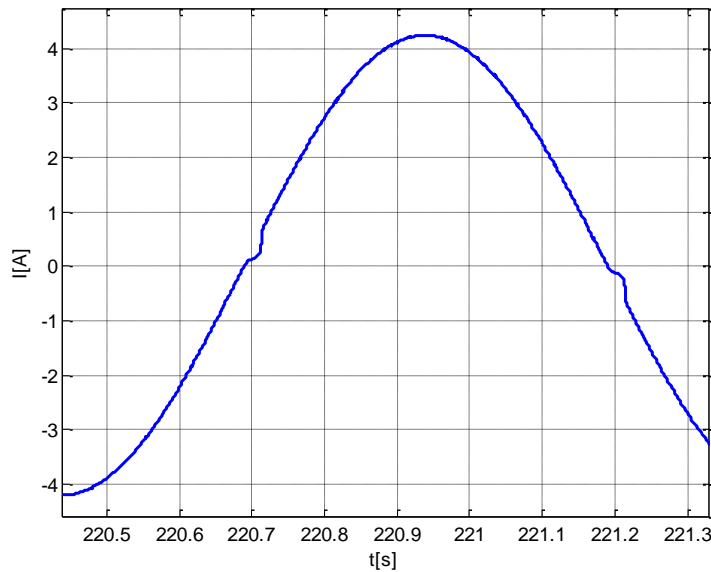
Obrázek 28 Zákmit (špička) na sekundárním napětí

## 2.6 Harmonický průběh budícího proudu

Důležité je také ověřit, do jaké míry poskytuje zapojení harmonický proud. Průběhy proudu pro kladné buzení jsou na obrázku 29. Je vidět, že u průběhů s kladným maximem dochází k odchylce od pravidelného průběhu při průchodu nulou. Detailněji je to vidět na obrázku 30 pro maximální buzení. V blízkosti nuly jsou odchylky zřetelné.



Obrázek 29. Vybrané průběhy proudu pro kladná maxima.

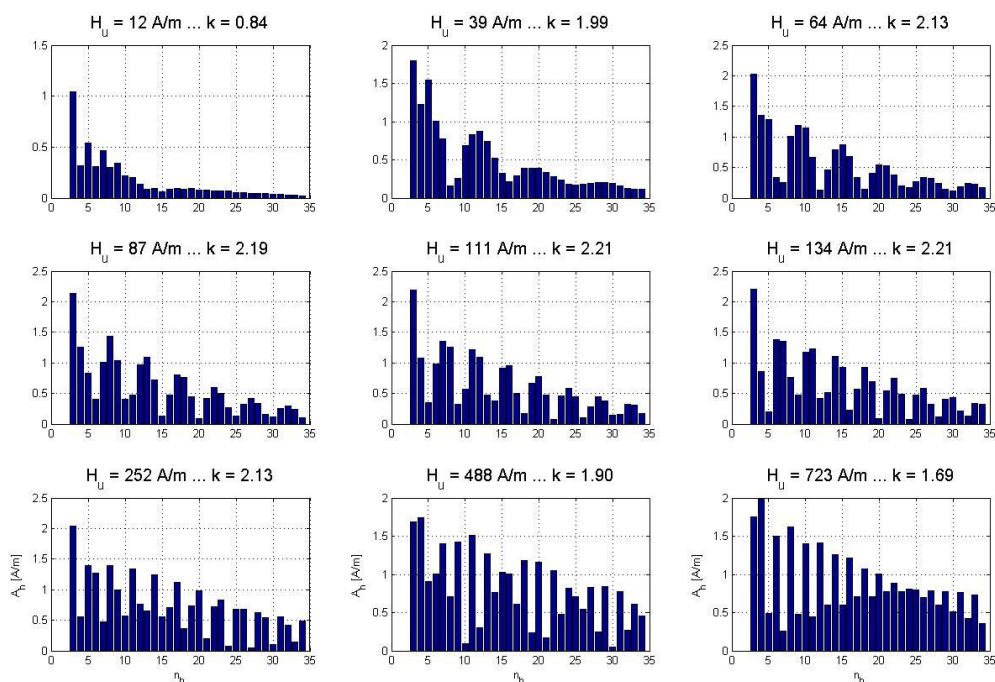


**Obrázek 30. Časový průběh proudu při maximálním buzení.**

Odchytky patrné v okolí průchodu nulou mohou být způsobeny tím, že nemáme k dispozici ideální proudový zdroj, ale nahrazujeme jej zdrojem napěťovým a sériovým rezistorem. Proud by mohl být více „harmonický“ za použití vyššího napětí a většího předřadného odporu. Použití vyššího napětí by bylo možné při jiném měřicím řetězci, nejvíce omezujícím faktorem ale zde je programovatelný odpor, poněvadž obsahující interní ochranu, jež jej při vyšším napětí než 250 V (efektivní hodnota) vypínala.

Odchytky od ideálního harmonického průběhu lze posuzovat ze spektra, které získáme pomocí Fourierovy transformace. Digitální data umožňují aplikovat rychlou Fourierovu transformaci, FFT. Na obrázku 31 je podstatná část vyšších harmonických. Na obrázku 31 je potlačena stejnosměrná složka a základní harmonická. Navíc je nutno odečíst od čísla harmonické jedničku, poněvadž MATLAB přiřazuje stejnosměrné složce index 1 a první harmonické index 2. Levá horní část obrázku 31 je případ bez deformace průběhu při průchodu nulou, ostatní tuto deformaci mají, viz obrázek 31. Je vidět, že spektrum se zhoršilo asi dvakrát.

Důležitější posouzení kvality průběhu je zkreslení. Použili jsme obvyklé definice z teorie obvodů – odmocnina ze součtu čtverců vyšších harmonických ku první harmonické. Pro případ bez deformace (levá horní část obrázku 31) je zkreslení pod 1 procento. To se považuje za (velmi) malé. Deformace časového průběhu v okolí průchodu nulou zhorší zkreslení asi dvakrát. Pořád je to ale ještě malé zkreslení. Zkreslení je dáno i tvarem hysterezní smyčky, neboť vzniká vždy v oblasti strmého růstu a kolene, jež se u různých materiálů liší.



Obrázek 31. Spektrum vyšších harmonických pro vybrané časové průběhy.

## 2.7 Problém s ofsetem

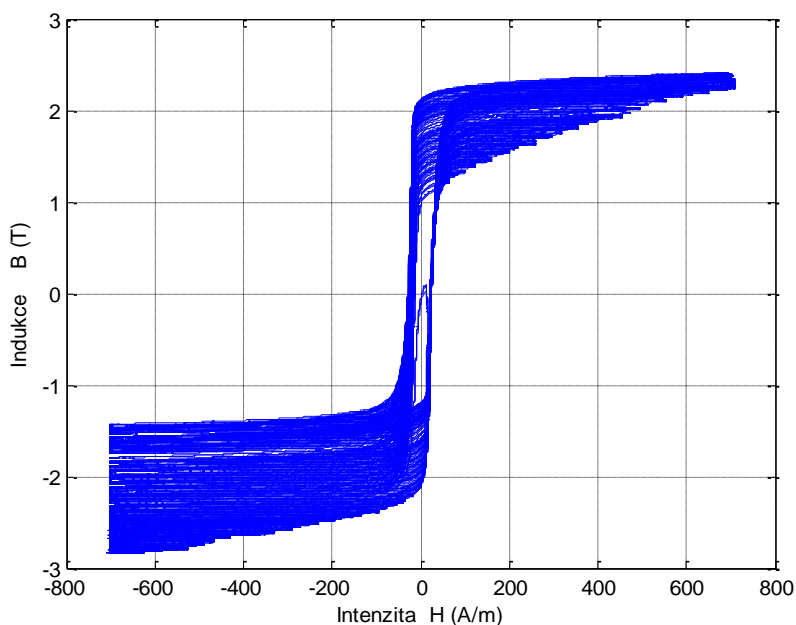
Ze změřených časových průběhů obvodových veličin (např. na obrázku 26) je potřeba vytvořit průběhy časové funkce magnetické indukce a intenzity magnetického pole. Proud převedeme na intenzitu magnetického pole pomocí Ampérova zákona (rovnice (19)), jedná se pouze o násobení konstantou. Tudíž zde není žádný problém, ten ale nastává u převodu sekundárního napětí na magnetickou indukci.

Tento problém je dán tím, že průběh sekundárního napětí je podle vztahu (21) nutno integrovat. Poněvadž data jsou digitální, je nutno aplikovat numerickou integraci. Numericky to není žádný problém, v MATLABu jej řeší funkce `cumsum`, jež provede kumulativní součet.

Praktické provedení však naráží na vážné komplikace. Především ve vztahu (21) je integrační konstanta  $B_0$ . Při metodě založené na demagnetizaci je sekundární napětí souměrné. Integrační konstanta bude nulová, pokud se provede integrace přes celý počet period. Detaily jsou v další kapitole. Tento postup lze aplikovat i pro metodu se zápornou počáteční polarizací. Bez ohledu na silný budící proud, na sekundární vinutí se přenášejí jen časové změny.

Bližší vysvětlení může vypadat takto. Napětí, které budeme integrovat, je měřeno na sekundárním vinutí transformátoru, tudíž i přes stejnosměrný ofset primárního proudu by na sekundárním vinutí neměl být žádný ofset napětí, neboť podle Faradayova indukčního zákona (21) je nutno, aby docházelo ke změně magnetického indukčního toku, v jehož důsledku se ve vinutí indukuje napětí. Jinými slovy, transformátor nepřenáší stejnosměrné napětí.

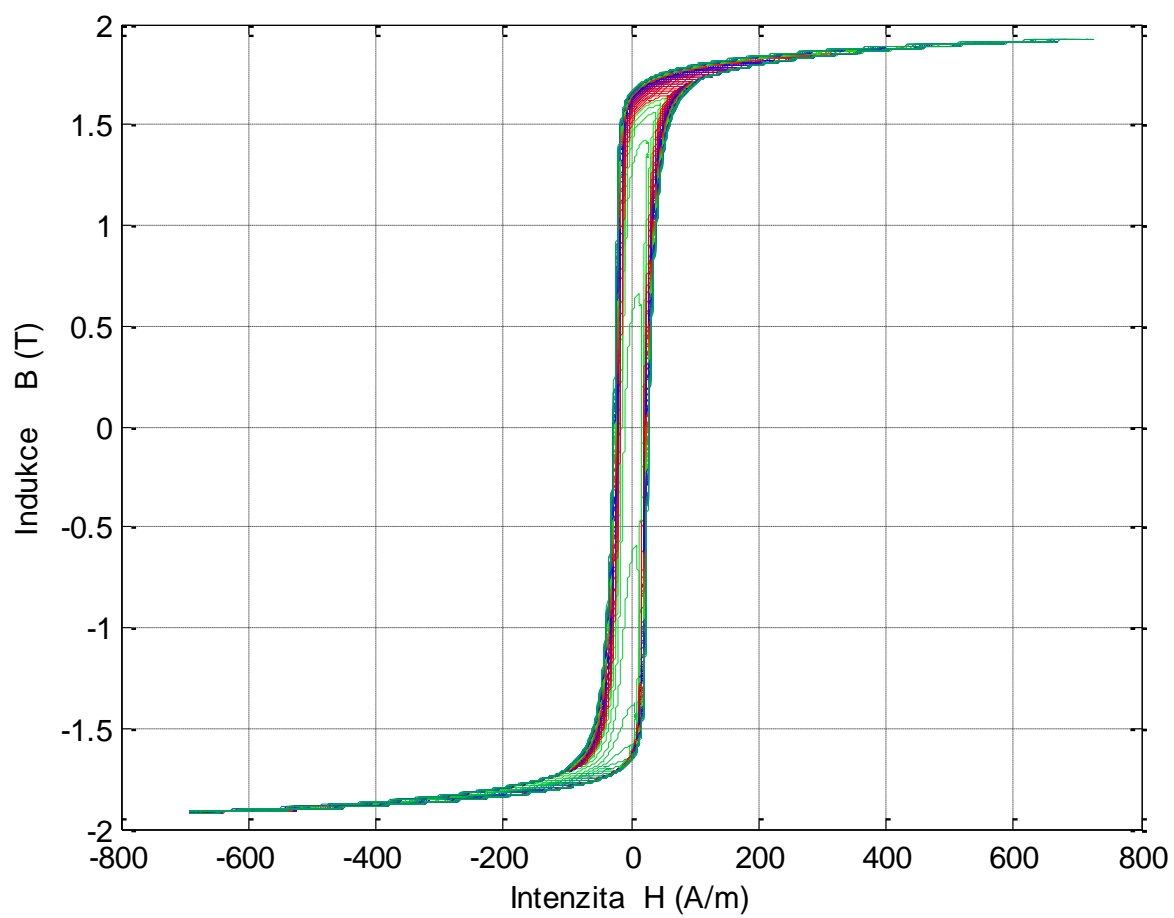
Problém nastává v důsledku toho, že výstupní napětí má nenulovou střední hodnotu (ofset). Jednou z příčin může být u metody záporného nasycení to, že stejnosměrná složka primárního proudu není konstantní. To vede k pomalému posuvu počátečního pracovního bodu na hysterezní smyčce. Druhým důvodem, společným pro obě metody, může být i to, že v měřicím řetězci jsou měřicí karty, které do měření zavádějí ofset. Bohužel, ofset napětí se nedá měřit přímo, a proto se jej pokoušíme kompenzovat dodatečně. Víme jen, že je malý vůči maximální amplitudě, ale neznáme jeho znaménko, natož hodnotu, a ani nevíme, zda je konstantní. Jeho projev je však zřetelný. Integrace ofsetové složky je integrací konstanty, která vede k tomu, že výsledné hysterezní smyčky se v každém dalším průchodu posouvají po vertikální ose. Tento důsledek je vidět na obrázku 32, kde postupně došlo k posuvu hysterezních smyček až o více než 1 Tesla. Poznamenejme, že v tomto případě se jednalo o úvodní, spíše orientační, měření.



**Obrázek 32** Posun smyček způsobený ofsetem

Problém s ofsetem byl komplikovaný a pokusy k jeho odstranění zkreslovaly tvar hysterezních smyček. Proto byla použita jednoduchá kompenzace, kdy se po krátký časový úsek nastavila nulová amplituda a z ní se odečetla střední hodnota napětí, to ovšem nestačilo. Museli jsme počáteční bod smyček nastavit vždy do stejného bodu.

Po redukci problému s ofsetem pro další zpracování nastal problém s malým počtem smyček v okolí nuly. Proto byl navýšen počet měření, což bylo zajištěno zmenšením kroku intenzity magnetického pole mezi jednotlivými smyčkami na méně než 10 A/m. Výsledek měření je vidět z obrázku 33, kde jsou již data připravená k určení váhové funkce.



Obrázek 33. Výsledné smyčky pro další zpracování

## 3 Výpočty

Konečným cílem práce je z naměřené sady hysterezních smyček, bez ohledu na metodu, získat popis váhové funkce. Z ní je potom pomocí algoritmu pro Preisachův model určit odezvu na libovolné buzení. Zpracování dat má v podstatě tři stupně: předzpracování (preprocessing), vlastní zpracování (processing), a použití (postprocessing). U předzpracování jde o zejména o redukci systematických chyb vzniklých při měření, dále pak o vytvoření klesajících větví prvního řadu. Vlastní zpracování se snaží najít váhovou funkci. Aplikace pak simuluje chování materiálu v praxi. Jednotlivé části nyní probereme podrobněji.

### 3.1 Předzpracování dat

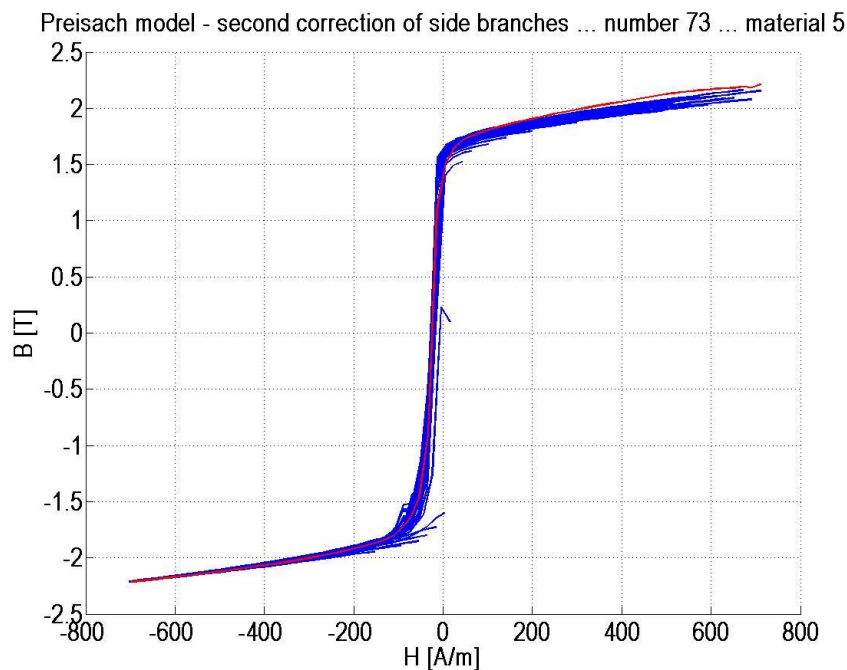
Cílem této etapy je odstranit nebo alespoň snížit systematické chyby v naměřených digitálních průbězích. Hlavním problémem je správná realizace numerické integrace. Tu lze rozdělit na dva základní případy: výběr celého počtu period a redukce offsetu.

Výběr celého počtu period zajistí numerickou integraci bez konstanty. Navíc po odstranění driftu umožní průměrování a tím zvýšení přesnosti měření. Je jednoduchý u metody s demagnetizací. Zde se vybírá z průchodu nulou u budícího napětí, což je nejpřesnější. Jen se musí dát pozor, aby se zjišťoval vzestupný (nebo sestupný) průchod. U metody záporného nasycení je nutno použít výstupní napětí, které je nízké a tím přesnost klesá. Poněvadž je nízká frekvence a velký počet bodů, lze také z dat vybrat počáteční okamžik a zadat počet period. Tím se určí konečný okamžik. Poněvadž je frekvence nastavena velmi přesně, lze očekávat dobré výsledky.

Redukce offsetu je složitější. U metody demagnetizace se používala lineární regrese, na vybraný průběh. Zjištěná přímka popisovala drift a odečetla se od naměřených hodnot. Další možností je zjistit lokální amplitudu po uplynutí stejné doby po vzestupném průchodu nulou. Takto získané body popisují drift nuly. V ideálním případě by měli mít stejnou pořadnici. To je složitější přístup, avšak platí to i pro případ, že drift nuly není lineární. Obě metody jsme odzkoušeli.

U metody záporného nasycení je určení driftu složitější. Zpočátku jsme vycházeli z maximální smyčky pro konec buzení. Ta by měla být symetrická. Pokud nebyla, posunuli jsme ji. Tím se získá výchozí bod pro všechny smyčky, které pak byly posunuty tak, aby vycházely z tohoto bodu. Výsledek pro měření na obrázku 27 je na obrázku 34. Jsou uvedeny jen sestupné části smyček určené pro další zpracování. I tak je vidět výrazné zlepšení.

Je nutno dodat, že získání těchto průběhů proběhlo poněkud složitěji, ale nebudeme zde uvádět detaily. Navíc se jednalo o úvodní měření, jejichž cílem bylo získat přijatelná data pro další zpracování.



Obrázek 34 Redukce offsetu pro sestupné části dílčích smyček

### 3.2 Určení váhové funkce

K určení váhové funkce, která je klíčovým parametrem Preisachova modelu, lze přistupovat dvěma základními způsoby:

1. Metodou pokusů a omylů,
2. Systematickou metodou.

Oba přístupy v dalším popíšeme podrobněji.

#### 3.2.1 Metoda pokusů a omylů

U této metody se snažíme uhádnout, nebo odhadnout tvar váhové funkce na základě jednoduchých úvah. Dosažený průběh (pokus) se obvykle odchyluje od experimentu, zejména v počáteční fázi. V následujícím kroku se proto snažíme tyto odchylky (omyly) korigovat.

Při této metodě jsme vycházeli z těchto úvah. Nejjednodušší váhová funkce je konstanta. Její aplikace však vede na smyčky, které se liší od experimentu. Další jednoduchá váhová funkce je jednotkový impuls,  $\delta$ -funkce. V modelu to znamená výběr jedné z elementárních smyček. Poněvadž je experimentální smyčka symetrická v oblasti nárůstu vůči svislé ose, bude se příslušná elementární smyčka vybírat na vedlejší diagonále. Její poloha se pak určí ze šířky experimentální smyčky, což je vzdálenost mezi průsečíky smyčky s vodorovnou osou. Zde již nastupuje metoda pokus – omyl.



Tato první aproximace má tvar pravoúhlé smyčky a liší se od experimentální všude mimo prudký nárůst a pokles. V dalším kroku sečteme  $\delta$ -funkci a konstantní funkci. Tím se vodorovné úseky aproximace rozšíří a shoda je lepší. Opět pomocí pokusů a omylů dojdeme k takové konstantní funkci, že shoda v tomto kroku je optimální. Další zlepšení aproximace je v tom, že  $\delta$ -funkci rozmažeme. K tomu se dobře hodí hustota pravděpodobnosti normálního rozdělení, případně dalších. Zkoušeli jsme tyto možnosti

Normální rozdělení

$$W_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\left(\frac{x-\mu}{2\sigma}\right)^2}. \quad (24)$$

Cauchyho rozdělení

$$W_c(x) = \frac{1}{\pi\sigma} \cdot \frac{1}{1+[(x-\mu)/\sigma]^2}. \quad (25)$$

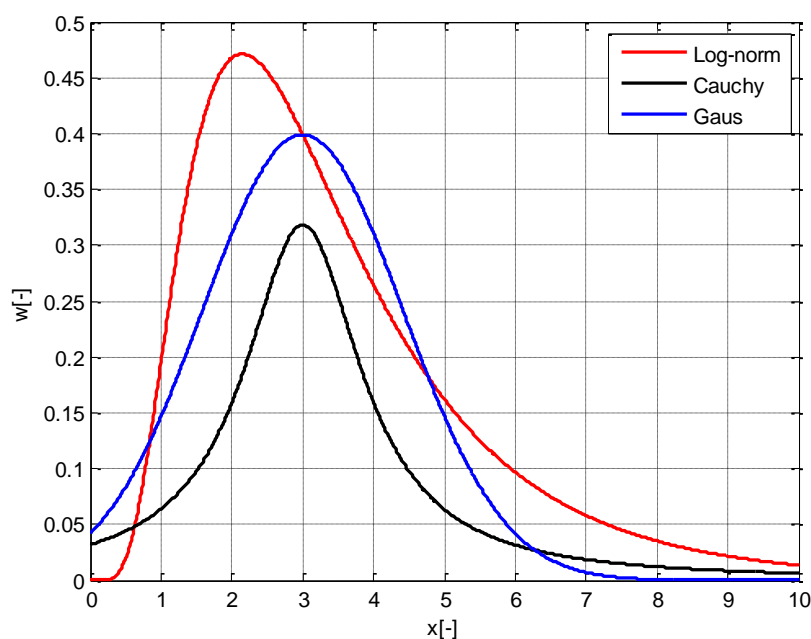
Logaritmicko-normální rozdělení

$$W_l(x) = \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \cdot e^{-\frac{\ln^2(x/\mu)}{2\sigma/\mu}}. \quad (26)$$

V těchto vztazích je symbolem  $w$  označena hustota pravděpodobnosti,  $\mu$  je střední hodnota a  $\sigma$  směrodatná odchylka. Při praktické aplikaci značíme střední hodnotu dvojicí intenzit  $H_{d0}$  a  $H_{u0}$ , která odpovídá zjištěnému maximu, obvykle na vedlejší diagonále. Rozdíl  $x-\mu$  je pak vzdálenost mezi běžným bodem o souřadnicích  $(H_d, H_u)$  a polohou maxima  $(H_{d0}, H_{u0})$

$$x-\mu = \sqrt{(H_d - \mu)^2 + (H_u - \mu)^2}. \quad (27)$$

Dvourozměrné průběhy hustot pravděpodobnosti jsou isotropní. Jednorozměrné průběhy jsou pro srovnání uvedeny na obrázku 35 pro  $\mu = 3$  a  $\sigma = 1$ .



Obrázek 35 Průběhy základních váhových funkcí

Sada výpočtů ukázala, že vhodnější je použít součin dvou rozdělení z navržených (24) až (26). Dále je spolehlivější hledat optimum pomocí funkce *fmnisearch* z MATLABu při použití algoritmu pro Preisachův model, viz např. vztah (18).

### 3.2.2 Systematický přístup

V teoretické části jsme ukázali pomocí vztahu (15), že váhová funkce vznikne parciálními derivacemi magnetizace podle proměnných  $H_u$  a  $H_d$ . Derivaci je však obtížné aplikovat přímo na experimentální data, neboť derivace zvýrazňuje nahodilé i systematické chyby experimentu. Proto nejprve data aproximujeme vhodnou analytickou funkcí. Tu lze derivovat s libovolnou přesností. Prvním problémem je, že magnetizace je funkcí dvou proměnných. Nejjednodušší bude tedy aproximovat ji podle jedné z nich a na výsledek aplikovat aproximaci podle druhé proměnné.

Základem aproximace je spolehlivě aproximovat naměřené sestupné větve dílčích hysterezních smyček. Pak by se z nich měla aproximovat celá magnetizace. Vyzkoušeli jsme několik kombinací.

- A. Polynomická regrese. Nevýhodou této běžně používané metody byla oscilace aproximace kolem experimentálních dat.
- B. Použití racionální lomené funkce dobře aproximovalo kladnou nebo zápornou větev. U aproximace celé větve se objevily oscilace. Tato metoda by byla komplikovaná a proto jsme od ní upustili.
- C. Aproximace sestupné větve pomocí funkce *arctg* nebo funkce s podobným průběhem např. hyperbolický tangens, *tgh*, pro pole  $H_d$ . Jeho amplituda bude opět *arctg* pro pole  $H_u$  s jinými parametry. Tímto způsobem se podařilo dosáhnout dílčího úspěchu.
- D. Použití zobecněné funkce *arctg* pro proměnnou  $H_d$ . Její parametry budou funkcí pole  $H_u$ . Ty by se měli aproximovat jinou vhodnou funkcí. Tento postup se jevil jako nejschůdnější a tak jsme se jím zabývali.

Pro aproximaci přechodových větví prvního řádu jsme použili zobecněnou funkci *arctg* ve tvaru:

$$M(H_u, H_d) = A \cdot \text{arctg}(k_a(H_d - H_0)) + k_1 H_d, \quad (23)$$

kde  $A$  je amplituda,  $k_a$  je koeficient funkce *arctg*,  $H_0$  je posun a  $k_1$  je konstanta dodatečného lineárního členu. Obecně jsou tyto „konstanty“ funkcí vzestupného budícího pole  $H_u$ , tj.  $A=A(H_u)$ ,  $k_a=k_a(H_u)$ ,  $H_0=H_0(H_u)$  a  $k_1=k_1(H_u)$ . Zobecnění spočívá v použití lineárního členu  $k_1 H_d$ .

Váhová funkce je parciální derivací podle vztahu

$$\varphi(H_u^{(1)}, H_d^{(1)}) = \frac{\partial^2 \Delta M(H_u^{(1)}, H_d^{(1)})}{\partial H_u^{(1)} \partial H_d^{(1)}}. \quad (24)$$

Zde proměnné  $H_u^{(1)}, H_d^{(1)}$  určují bod  $[H_u^{(1)}, H_d^{(1)}]$  na větvi prvního řádu. Přitom  $H_u^{(1)}$  určuje větev sestupné křivky prvního řádu a teprve  $H_d^{(1)}$  bod na ní.

Pro derivaci magnetizace podle  $H_d^{(1)}$  dostaneme z (23) výraz <sup>2</sup>

$$\frac{\partial(H_u, H_d)}{\partial H_d} = \frac{A k_a}{1 + [k_a \cdot (H_d - H_0)]^2} + k_1. \quad (25)$$

Uvědomíme-li si že koeficienty jsou funkcí  $H_u$  je lepší ale méně přehledný tvar vzta-  
hu:

$$\frac{\partial(H_u, H_d)}{\partial H_d} = \frac{A(H_u) k_a(H_u)}{1 + [k_a(H_u) \cdot (H_d - H_0(H_u))]^2} + k_1(H_u). \quad (26)$$

Pro druhou derivaci podle  $H_u$  pak získáme z (26) poměrně složitý vztah:

$$\frac{\partial(H_u, H_d)}{\partial H_d} = \frac{[A' k_a + A k_a'] \cdot [1 + [k_a \cdot (H_d - H_0)]^2] - 2A k_a (k_a (H_d - H_0)) \cdot [k_a' H_d - k_a' H_0 - k_a H_0']}{(1 + [k_a (H_d - H_0)]^2)^2} + k_1'. \quad (27)$$

Symbolem čárka značíme derivaci „koeficientů“ podle proměnné  $H_u$  tj.

$$A' = \frac{dA}{dH_u} \quad k_a' = \frac{dk_a}{dH_u} \quad k_1' = \frac{dk_1}{dH_u} \quad H_0' = \frac{dH_0}{dH_u}. \quad (28)$$

Zkušební výpočty ukázaly, že aproximace modifikovanou funkcí *arctg* (23) funguje dobře jen tehdy, když se aproximuje velká část větve. Minimálně by měly být všechny zápor-  
né hodnoty  $H_d$ , což je splněno pro velké (prakticky kladné) intenzity  $H_u$ . Pro malé hodnoty  $H_u$   
se nabízí polynomičká regrese. Průběh magnetizace v závislosti na  $H_d$  lze aproximovat poly-  
nomem stupně  $M-1$  s  $M$  koeficienty.

$$M(H_u, H_d) = C_1 H_d^{M-1} + C_2 H_d^{M-2} + \dots + C_{M-1} H_d + C_M = \sum_{i=1}^M C_i H_d^{M-i}. \quad (29)$$

Koeficienty  $C_i$  jsou podobně jako u aproximace funkcí arkustangens funkcí intenzity  
 $H_u$ , můžeme je opět aproximovat polynomem stupně  $N-1$  tj.

$$M(H_u, H_d) = C_{i1} H_u^{N-1} + C_{i2} H_u^{N-2} + \dots + C_{i, N-1} H_u + C_{iN} = \sum_{j=1}^N C_{ij} H_u^{N-j}. \quad (30)$$

Kombinací vztahů (29) a (30) dostaneme

$$M(H_u, H_d) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M C_{ij} H_d^{M-i} H_u^{N-j}. \quad (31)$$

Např. pro  $N = M = 4$  vypadá vztah (31) takto

$$\begin{aligned} M(H_u, H_d) = & C_{11} H_d^3 H_u^3 + C_{12} H_d^3 H_u^2 + C_{13} H_d^3 H_u + C_{14} H_d^3 + C_{21} H_d^2 H_u^3 + \\ & C_{22} H_d^2 H_u^2 + C_{23} H_d^2 H_u + C_{24} H_d^2 + C_{31} H_d H_u^3 + C_{32} H_d H_u^2 + C_{33} H_d H_u + \\ & C_{34} H_d + C_{41} H_u^3 + C_{42} H_u^2 + C_{43} H_u + C_{44}. \end{aligned} \quad (32)$$

Aproximaci pomocí dvou polynomů lze numericky provádět různými způsoby  
v závislosti na použitém výpočetním systému. Při použití MATLABu v úvahu přicházejí tyto  
dva způsoby:

---

<sup>2</sup> Pro jednoduchost používáme  $H_u, H_d$  místo  $H_u^{(1)}, H_d^{(1)}$

- I. Polynomickou regresí se experimentální průběh nejprve aproximuje pro proměnnou  $H_d$  podle vztahu (29). Intenzita  $H_u$  je parametrem aproximovaných křivek. Závisí tedy na ní koeficienty  $C_i$  regrese. Takto tedy získáme ke každé hodnotě  $H_u$  koeficienty  $C_i$  a ty pak opět aproximujeme polynomickou regresí. Tím vlastně získáme koeficienty  $C_{ij}$  v (31). Dosazením konkrétních hodnot těchto koeficientů pro dané  $H_u$  do (29) získáme aproximované hodnoty pro  $H_d$ , tedy dvourozměrný aproximovaný průběh magnetizace.
- II. Vyjdeme z obecného vztahu (31) a použijeme funkci *fminsearch* v MATLABu tj. snažíme se najít optimální hodnoty  $C_{ij}$ .

První metoda funguje vždy a výsledek dostaneme na první pokus. Druhá metoda dává různé výsledky pro různé pokusy, pokud dosazujeme různé počáteční hodnoty koeficientů  $C_{ij}$ . Můžeme tedy získat lepší aproximaci než u první metody.

Výsledek samozřejmě závisí v obou případech na počtu stupňů polynomů. Obecně neplatí, že kvalita aproximace narůstá se zvyšujícím se stupněm polynomů.

### 3.3 Aplikace Preisachova modelu

Numerická aplikace Preisachova modelu je založena na vztahu (18). V předzpracování je nutno vložit do uzlů Preisachova trojúhelníku hodnoty váhové funkce. Pokud je analytická, např. kombinace vztahů (24) až (26), lze sít volit libovolně hustou. Dále je nutno definovat budící funkci. Nastavení dipólů k dané hodnotě budící magnetické intenzitě musí respektovat, zda budící funkce roste či klesá. Toho se dosáhne pomocí logické proměnné. Výpočet dvou sum v (18) se pak již naprogramuje snadno. Po zpracování modelu se uloží výsledky a případně se graficky zobrazí.

Lze připravit několik variant programu od případu, kdy se provádí pouze výpočet a po jeho skončení se graficky zobrazí hlavní výstup, až po názorný program, který graficky zobrazuje v sadě oken průběh výpočtu, např. bod na budící funkci, poloha vodorovné nebo svislé úsečky v Preisachově trojúhelníku, časový průběh odezvy a hysterezní smyčku. Příklad je uveden v části výsledky.

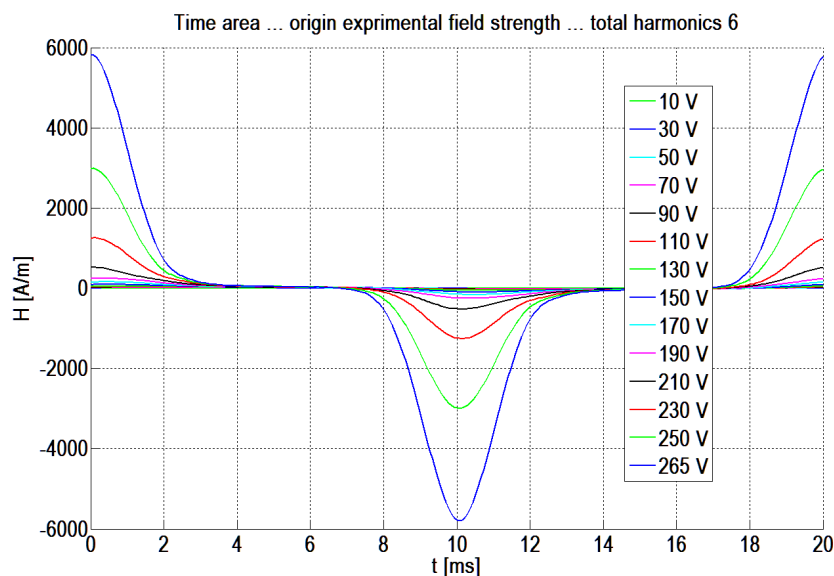
## 4 Výsledky

V této kapitole popíšeme základní dosažené výsledky. Na rozdíl od předchozích kapitol tyto výsledky nebudou řazeny logicky, ale spíše časově, podle toho, jak teoretické, výpočetní a experimentální fáze probíhaly.

### 4.1 Napět'ové buzení.

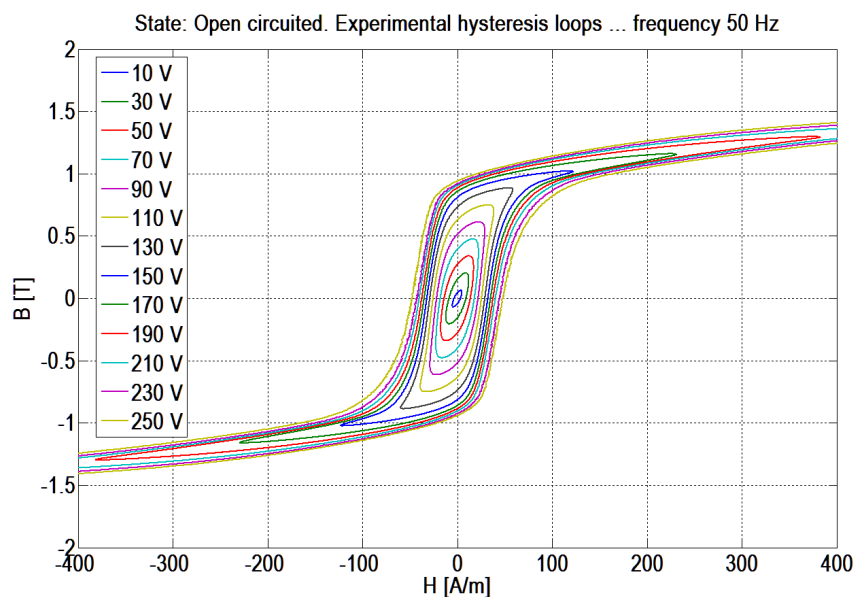
V začátcích řešení jsme se soustředili na sledování parametrů při harmonickém napět'ovém buzení, jednalo se zejména o amplitudu budícího napětí, vliv zátěže na sekundárním vinutí a vliv frekvence. Zpracování naměřených dat bylo popsáno v předchozí kapitole, proto zde uvedeme jen typické výsledky.

Průběh proudu, respektive intenzity magnetického pole, pro rostoucí amplitudu budícího napětí jsou na obrázku 36. S ohledem na pozdější využití byly časové průběhy aproximovány s využitím maximálně 6 harmonických, což nevedlo ke ztrátě detailů ani při maximálním buzení. Parametrem je amplituda budícího napětí. Je zřejmé pulzování proudu v blízkosti nasycení.



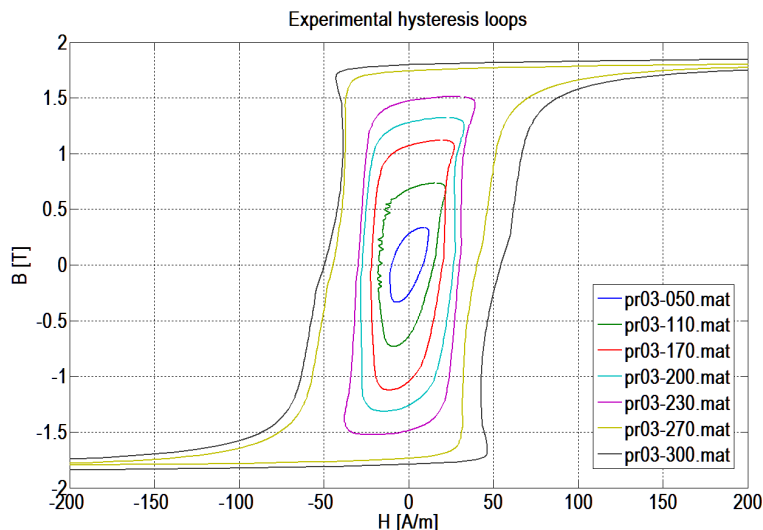
Obrázek 36 Časové průběhy proudu při napět'ovém buzení

Sada hysterezních smyček pro tentýž případ je na obrázku 37. Aby byly vidět smyčky pro nízké buzení, jsou vyšší hodnoty budícího pole odříznuty.



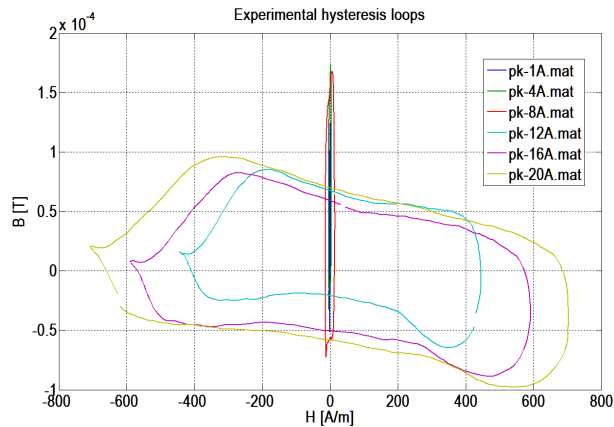
**Obrázek 37** Detaily hysterezních smyček při napět'ovém buzení

Uvedené grafy jsou pro buzení naprázdno. Sledovali jsme rovněž vliv zátěže zapojené do sekundární strany. Hysterezní smyčky pro odporovou zátěž jsou na obrázku 38, parametrem je budící napětí zašifrované v legendě. V porovnání s obrázkem 37 pro případ naprázdno je zřejmé zkreslení. Důvodem může být to, že se proudy primárním a sekundárním vinutím odečítají, takže výsledný proud může být malý a tudíž se více uplatňují experimentální chyby.



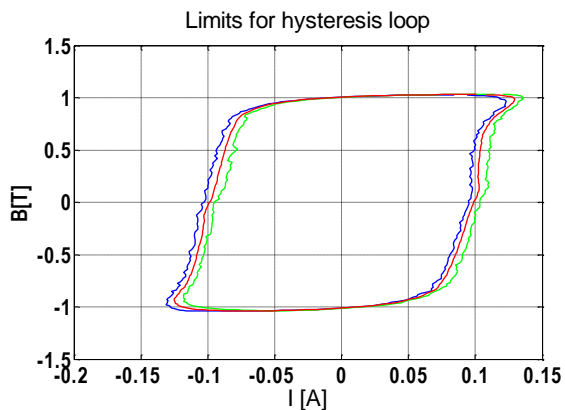
**Obrázek 38** Hysterezní smyčky při odporové zátěži

Opačným případem k sekundárnímu vinutí naprázdno je sekundární strana nakrátko. Příklady „hysterezních“ smyček jsou na obrázku 39. Parametrem je nyní proud uvedený v legendě. Proud ve vinutích se po odečtení téměř ruší, napětí na zkratu je malé, takže smyčky mají neobvyklý tvar. Je vůbec otázkou, zda lze mluvit o hysterezních smyčkách. Praktický význam nemají, jsou uvedeny jen pro úplnost.

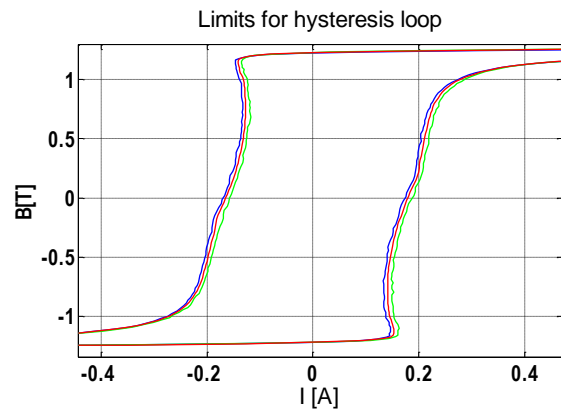


Obrázek 39 Hysterezních smyčky při výstupu nakrátko.

Sledování vlivu frekvence je experimentálně náročné. Při vyšší frekvenci narůstá impedanci primárního vinutí a nelze dosáhnout stavu nasycení. Při nižších frekvencích naopak stav nasycení nastává brzo, při nízkém budícím napětí. Není tedy jednoduché výsledky porovnat, proto je ani neuvádíme.



Obrázek 40 Průměrná a krajní Hysterezní smyčky pro střední buzení.



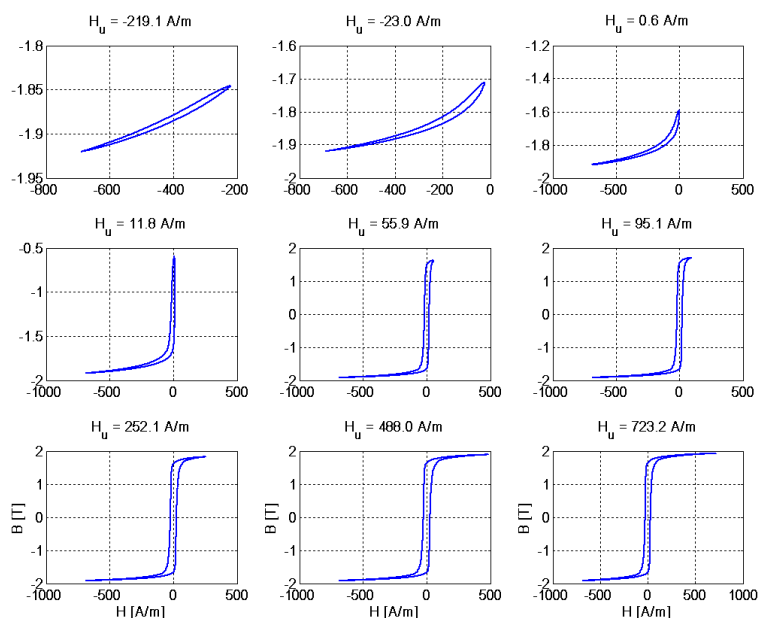
Obrázek 41 Průměrná a krajní hysterezní smyčky pro maximální buzení.

Sledovali jsme také přesnost měření. Střední a krajní hysterezní smyčky pro střední buzení při odporové zátěži jsou na obrázku 40. Pro silné buzení není na celkovém obrázku hysterezní smyčky rozdíly vidět, proto musíme vzít jeho zvětšenou střední část, která je na obrázku 41. V obou případech můžeme hrubě odhadnout relativní chybu na 10 %. To je chyba obvykle udávaná pro magnetická měření. Je ale nutno podotknout, že se nejedná o doporučené měření hysterezní smyčky. U měření naprázdno by byla chyba poněkud menší.

## 4.2 Proudové buzení.

Proudové buzení z hlediska experimentu jsme poměrně podrobně popsali v části experiment a jeho výsledky se zřetelem na určení váhové funkce jsou použity v dalších částech této kapitoly.

Získané výsledky byly dále použity pro zjištění parametrů Preisachova modelu. Poněvadž výchozí stav se zápornou magnetizací se běžně nepoužívá, uvedeme v této části na obrázku 42 typické dílčí hysterezní smyčky zejména v okolí nulového pole, kde se výrazně a rychle mění při rostoucí amplitudě buzení. Je nutno si všimnout, že stupnic na vodorovné ose se liší případ od případu, proto je kvantitativní porovnání obtížné.



Obrázek 42 Dílčí hysterezní smyčky pro zápornou počáteční polarizaci a proudové buzení.

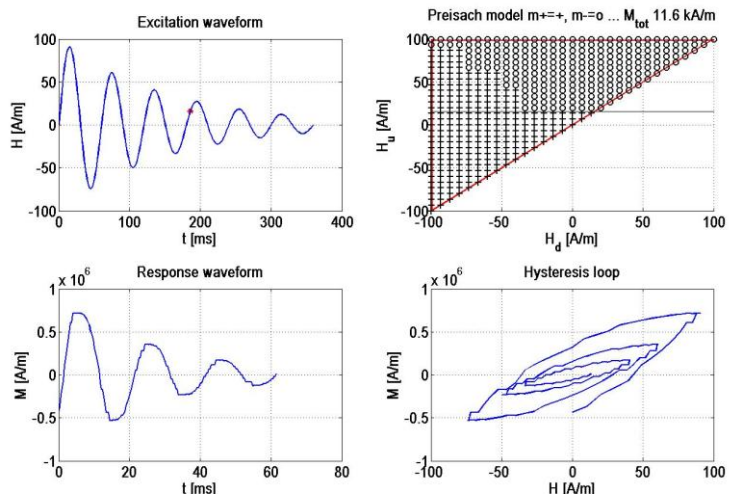
### 4.3 Základní aplikace Preisachova modelu

Preisachův model jsme implementovali jednak z výukového hlediska s cílem ukázat jak funguje, jednak pro provádění výpočtů. U výukového modelu převládají grafické výstupy pro jednotlivé kroky. V názorné a pomalé formě je grafický výstup na obrázku 43. Obsahuje 4 okna, z nichž nejdůležitější je pravé horní okno s Preisachovým trojúhelníkem. Budící průběh je v levém horním okně a pracovní bod ve formě křížku se po něm posouvá. S pohybem pracovního bodu je spojen pohyb vodorovné (pro růst buzení) nebo svislé (pro pokles buzení) úsečky Preisachova trojúhelníku. S pohyby úseček je spojeno přepólování dipólů. Program provede okamžitý součet dipólových momentů a výsledek doplní do grafu v levém dolním okně, který prezentuje odezvu. Konečně v pravém dolním okně se postupně vytváří hysterezní smyčka.

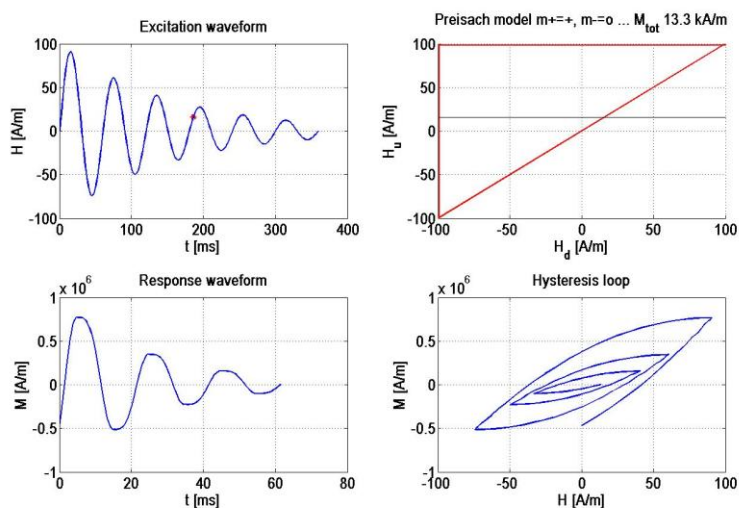
Tento způsob simulace je časově náročný, nejvíce času spotřebuje překlápění dipólů. Proto je nutno volit malý počet uzlů v Preisachově trojúhelníku, což vede k hrubému (skokovému) tvaru odezvy a zejména hysterezní smyčky.

V rychlejší verzi, podle obrázku 44, se v Preisachově trojúhelníku pohybují jen úrovně. Pak je možno volit jemnější mříž a výsledné křivky mají hladký průběh.



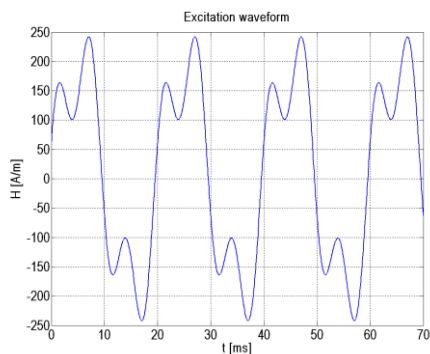


Obrázek 43 Úplná simulace Preisachova modelu.

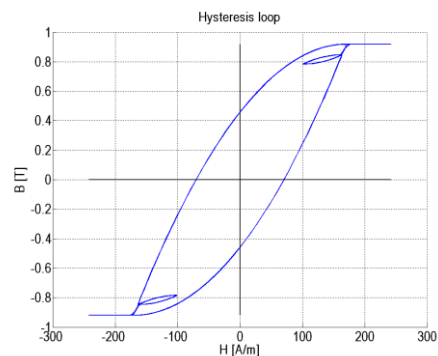


Obrázek 44 Redukovaná (rychlá) simulace Preisachova modelu

Další verze je určena pro výpočty, u nichž je důležitějším kritériem rychlost. Jako příklad zde uvedeme minoritní smyčky získané přítomností třetí harmonické. Budící funkce je na obrázku 45, třetí harmonická má fázový posuv  $45^\circ$ . Na výsledné hysterezní smyčce, obrázek 46, vznikají dvě minoritní smyčky. Jejich polohu lze posouvat změnou fázového posuvu třetí harmonické. Tento obrázek má především ukázat schopnosti modelu.



Obrázek 45 Budící pole s třetí harmonickou

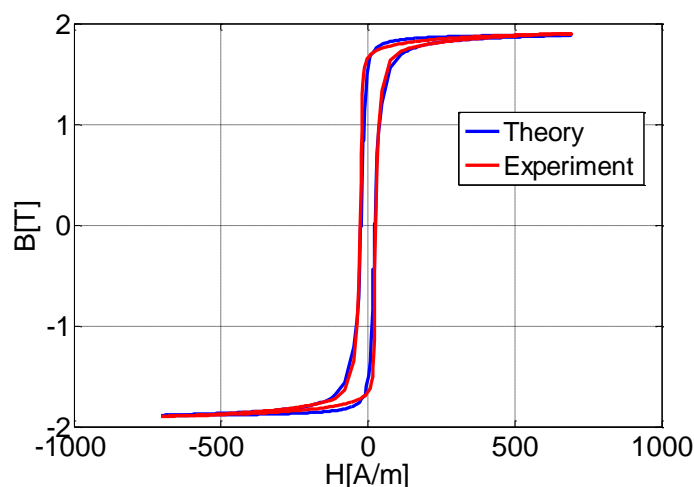


Obrázek 46 Minoritní hysterezní smyčky

#### 4.4 Váhová funkce metodou pokus – omyl

Předchozí část ukázala, že numerická implementace Preisachova modelu je správná. K praktickému využití nyní zbývá jen určit váhovou funkci pro zvolený materiál a to z experimentálních dat. Bohužel se ukázalo se, že toto je ten nejsložitější krok.

Nejprve jsme se pokusili váhovou funkci odhadnout. V předchozí kapitole v části 3.2.1 jsme vysvětlili, že k tomu se jeví jako vhodné funkce pro hustotu pravděpodobnosti. Jelikož hysterezní smyčka není funkcí intenzity neboť pro jednu hodnotu má (téměř) vždy dvě odpovídající hodnoty indukce, muselo být kritériu shody pro nejmenší čtverce aplikováno na časový průběh indukce. Výsledek optimalizace je vidět z obrázku 47.



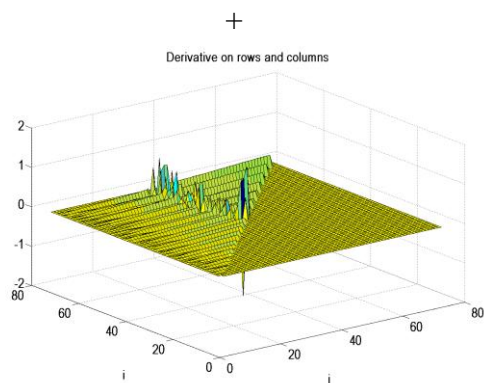
Obrázek 47 Porovnání smyčky měřené a vzniklé hledáním váhové funkce

#### 4.5 Systematické určení váhové funkce

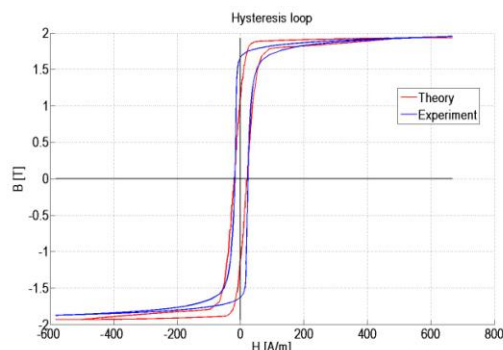
Systematické určení váhové funkce vychází ze vztahu (15). Hodnota naměřené magnetizace závisí na historii. V našem případě dílčí smyčky je historie dána intenzitou  $H_u$ , od níž začíná klesající větev, a intenzitou  $H_d$  v bodě na této větvi. Parciální derivace je pak podle obou proměnných  $H_d$  i  $H_u$ . Je všeobecně známo, a zde to již bylo řešeno, že používání derivace se při zpracování experimentu vyhýbáme, poněvadž zvýrazňuje experimentální chyby, zatímco integrace je potlačuje. To také potvrzuje obrázek 48, který byl získán z plochy magnetizace podle obou proměnných. Je vidět několik lokálních maxim umístěných zhruba na přímce. Není zde však žádný řád, ani nelze vypožorovat tendenci.

Proto je nutno zvolit jiný přístup. Jak bylo již naznačeno v kapitole 3, je nutno naměřený průběh magnetizace aproximovat podle obou proměnných. Jako první pokus jsme použili součin dvou funkcí arctg, každá z nich s jinými parametry a pro jinou proměnnou. Aplikovali jsme ji na méně přesné orientační měření. Vyšla hysterii smyčka s poloviční šířkou a poněkud odchýlená. Po korekci jsme získali výsledek podle obrázku 48. Přibližná shoda byla i pro slabší buzení. I když je shoda přijatelná, tato metoda není pro praktické použití vhodná, poněvadž ji nelze použít obecně a ani z ní nejdou získat další výsledky.

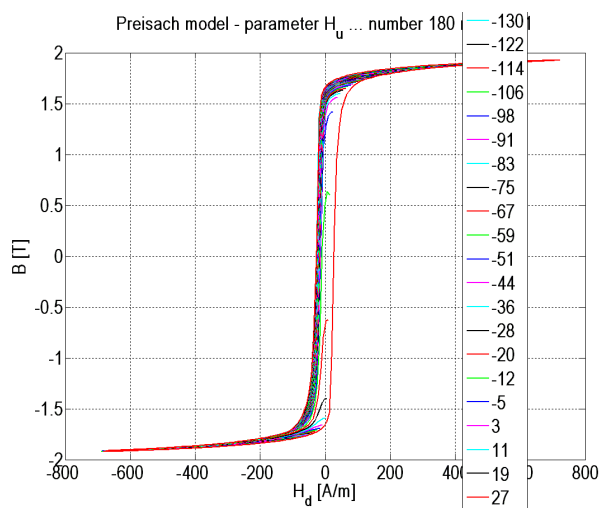
Rozhodli jsme se proto provést důslednou aproximaci. Podkladem byla nejpodrobnější a nejpřesnější experimentální data. Prvním krokem je získat sestupné oblouky. I na těchto datech bylo nutno kompenzovat malý ofset a u oblouků v blízkosti nuly vynechat vzestupnou část.



**Obrázek 48** Numerická derivace experimentálních dat



**Obrázek 49** Hysterezní smyčka získaná součinem funkcí arctg po korekcích



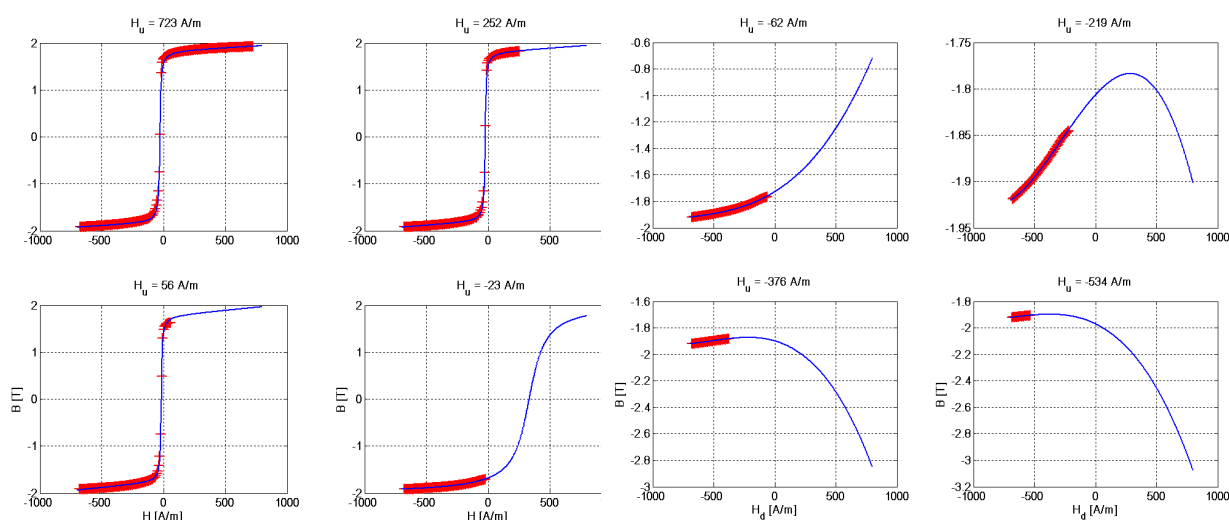
**Obrázek 50** Sestupné větve hysterezních smyček po korekcích

Výsledek je na obrázku 50. Jsou zobrazeny úplné větve, proto nejsou vidět detaily. Pro nízká i vysoká pole sestupné větve začínají na vzestupné větvi, pro maximální buzení, nacházející se vpravo od nich. Ve střední části je mezera, větve nevycházejí z krajní pravé. Ta je způsobena částečně tím, že bylo nutno malý úsek vynechat, poněvadž zde sestupná větve narůstala. Druhou příčinou jsou experimentální nepřesnosti, vzestupní větve nebyly přesně na větvi pro maximální buzení, ale mírně vlevo od ní. Detaily pro nedostatek místa neuvádíme.

Parametrem křivek na obrázku 50 je intenzita  $H_u$ . Křivky jsou tedy pro vodorovné řádky na Preisachově trojúhelníku, kde je proměnná  $H_d$ . Krok parametru  $H_u$ ,  $\Delta H_u$ , je asi 8 A/m, tedy dosti malý. Křivky jsou blízko sebe až na střední část, viz obrázek 50.

Po získání křivek následuje jejich aproximace. Pro silná budící pole, kdy proměnná  $H_d$  končí kladnou hodnotou, jsme použili aproximaci modifikovanou funkcí  $\text{arctg}$  definovanou vztahem (23). Aproximace proběhla automaticky s použitím funkce  $fminsearch$  z MATLABu. Příklady aproximace jsou na obrázku 51. Obrázek má upozornit na rozsah aproximace, proto nejsou vidět detaily. Při zvětšení se ale potvrdí, že aproximace je v celém rozsahu dobrá. Až do parametru  $H_u \approx 40$  A/m se poloha aproximační funkce téměř nemění. Pod touto hodnotou sice ještě také dobře aproximuje, ale posouvá se zřetelně doprava, jak ukazuje pravý dolní graf na obrázku 51.

Pro slabé buzení, kdy je krajní hodnota proměnné  $H_d$  záporná, se k aproximaci použila polynomičká regrese, viz např. vztah (29). Vybrané výsledky pro polynom třetího stupně jsou na obrázku 52.



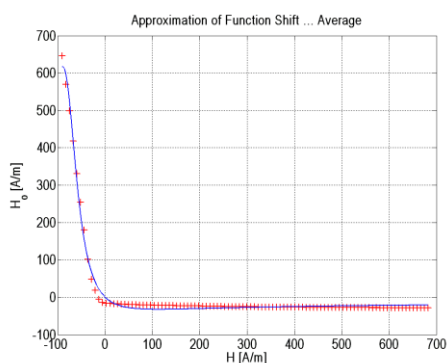
**Obrázek 51** Příklady aproximace pomocí funkce  $\text{arctg}$  pro silná budící pole

**Obrázek 52** Příklady aproximace polynomičkou regresí pro slabá budící pole

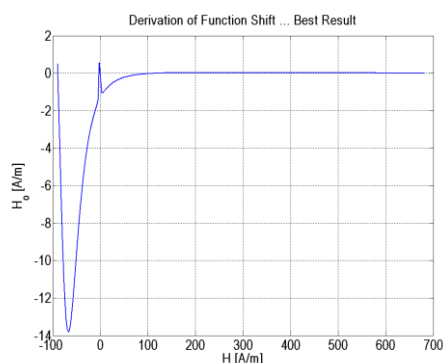
Na obrázku 52 je ponechán celý rozsah intenzity  $H_d$ , i když se aproximuje jen malá část dat. Je to z toho důvodu, abychom připomněli, že aproximace platí jen v oblasti dat. Mimo tuto oblast se aproximující polynom chová nepředvídatelně, jak ukazuje obrázek 52.

Parametry aproximující funkce  $\text{arctg}$  i koeficienty aproximujícího polynomu jsou funkcí magnetické intenzity  $H_u$ , která na sestupných větvích obrázku 50 i na aproximacích na obrázcích 51 a 52 vystupuje jako parametr. Nejjednodušší je použít k aproximaci těchto parametrů a koeficientů polynomičkou regresí. U koeficientů byla v podstatě úspěšná, v případě aproximace parametrů ale selhala. Zde jsme museli použít aproximaci pomocí procedury  $fminsearch$  z MATLABu. Z přijatelných výsledků se pak ručně vybíral nejméně špatný a výběr proběhl ve dvou krocích.

Příklad aproximace posuvu  $H_0$  funkce  $\arctg$  ve vztahu (23) je na obrázku 53. Aproximace se tváří přijatelně, problém však nastává, když provedeme derivaci, která je na obrázku 54. Koeficienty derivace jsme získali numericky, pomocí funkce *polyder* MATLABu. V blízkosti nuly se objeví pík, který ukazuje, že aproximující racionální funkce má v těsné blízkosti nuly pól. Přitom na samotné funkci (obrázek 53) se tento pól, při daném zvětšení, neprojevuje.



**Obrázek 53** Aproximace parametru posuv funkce  $\arctg$ .



**Obrázek 54** Derivace aproximující funkce parametru posuv.

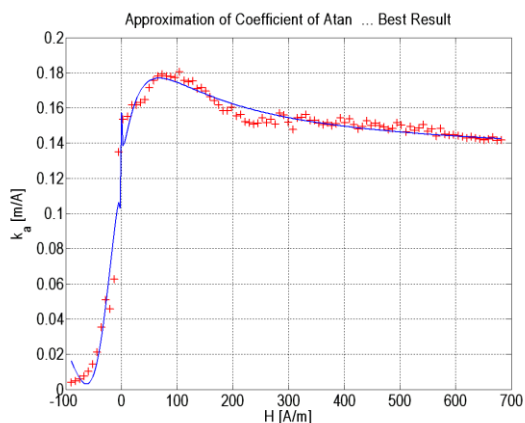
U aproximace ostatních parametrů byly výsledky ještě horší. Asi nejhůře dopadla aproximace koeficientu  $k_a$  funkce  $\arctg$  ve vztahu (23). Je uvedena na obrázku 55. Zde je zřetelný pól v blízkosti nulové intenzity. O derivaci jsme se již ani nepokoušeli. Pro ostatní dva parametry byly výsledky obdobné, proto je pro přehlednost a nedostatek místa neuvádíme.

Poznamenejme ještě, že aproximaci parametrů provádíme od intenzity  $H_u = -100$  A/m, i když křivky byly aproximovány i pro  $H_u = -200$  A/m. Důvodem je silné kolísání parametrů pod intenzitou -100 A/m, které nepřipustí přijatelnou aproximaci.

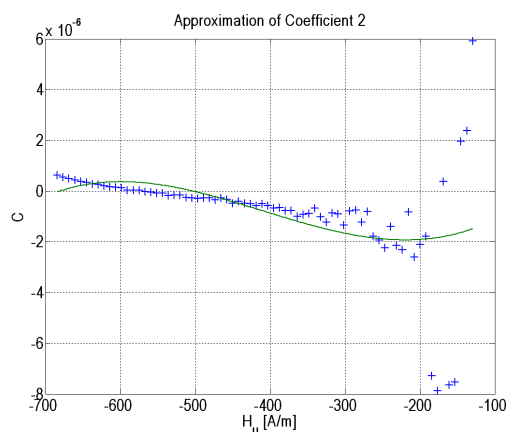
Aproximace koeficientů polynomů pro slabé pole se s přijatelnou přesností realizuje polynomickou regresí. Příklad regrese pro koeficient  $C_2$  j na obrázku 56. Aproximace je přijatelná pro hodnoty  $H_u < -200$  A/m. Pro vyšší hodnoty je rozptyl bodů příliš vysoký. Pro ostatní koeficienty dopadla aproximace obdobně.

Poněvadž nyní v principu máme analytický vztah pro výzvu funkci jako pro silná, tak pro slabá buzení, můžeme se ji pokusit zobrazit. Získali jsme sice sadu parametrických křivek, ale omezíme se jen na dvourozměrné zobrazení ploch. Magnetizace pro kladné buzení je dvourozměrně uvedena na obrázku 57. Platí pro kladné intenzity.

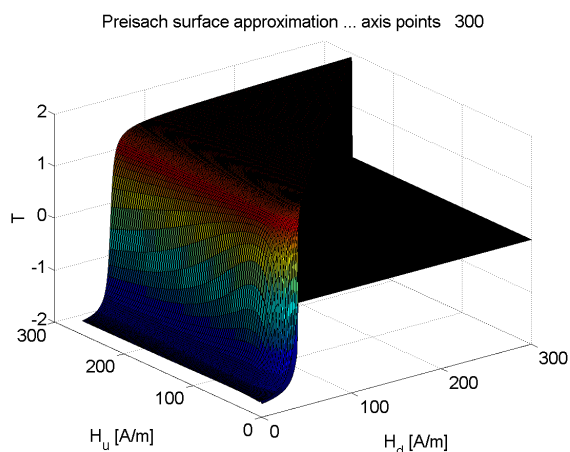
Magnetizace pro slabá buzení,  $H < -200$  A/m, je na obrázku 58. Zde je možná i derivace, proto je na obrázku 59 uvedena váhová funkce pro slabé buzení.



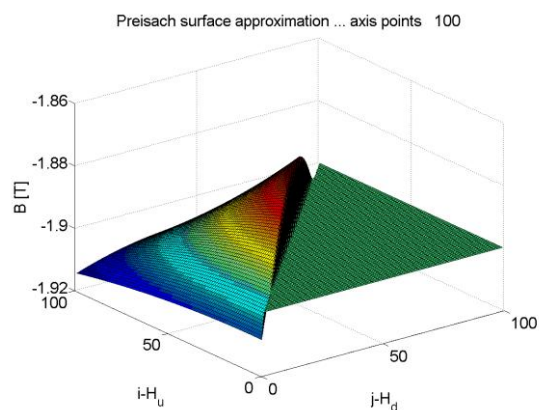
**Obrázek 55** Aproximace parametru koeficient funkce arctg.



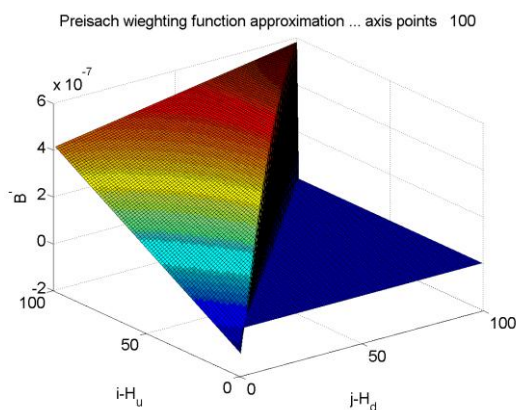
**Obrázek 56** Aproximace koeficientu  $C_2$  polynomicickou regresí.



**Obrázek 57** Dvourozměrná aproximace magnetizace pro silná buzení.



**Obrázek 58** Dvourozměrná aproximace magnetizace pro slabá buzení.



**Obrázek 59** Váhová funkce pro slabé buzení

## 5 Diskuse

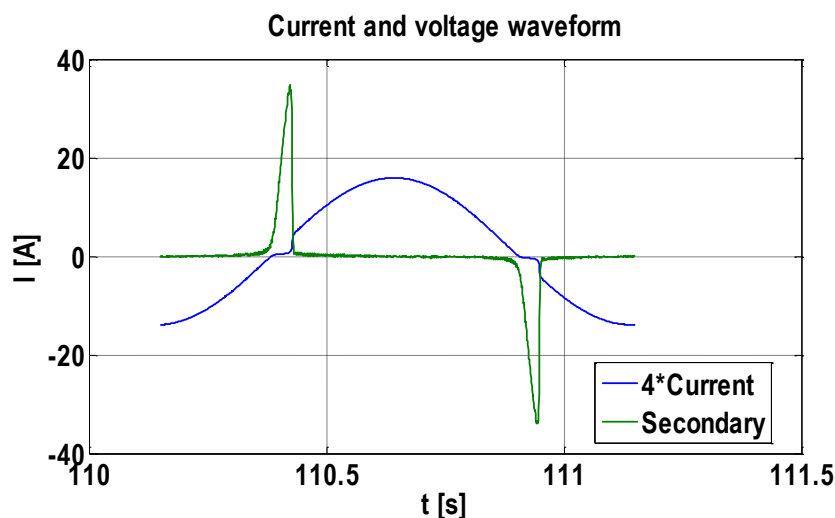
Cílem práce bylo získat experimentální výsledky a výpočetní software pro spolehlivý a přesný model feromagnetických látek. Ten by se uplatnil mj. při analýze přechodových jevů, kdy reálné proudy jsou až desetkrát vyšší než předpovídá lineární model obvodu. Další uplatnění je pro ustálený stav, kdy dochází při malé zátěži transformátoru k silnému zkreslení proudu v primárním (i sekundárním) obvodu. Řešení však naráželo na řadu problémů, jak experimentálních, tak zejména teoretických.

Teoreticky, po stránce simulace, se ukazuje jako nejvhodnější Preisachův model [3], který je dostatečně obecný a spolehlivý na jedné straně, na druhé straně se snadno numericky aplikuje. V experimentální oblasti jde o změření sady hysterezních smyček pro postupně narůstající budící intenzitu magnetického pole. Z nich se odvozuje klíčový parametr modelu, váhová funkce.

V teorii [3], se dokazuje, že při měření je nutno vycházet ze stavu nasycení, ať záporného, nebo kladného, přičemž běžně se vychází z demagnetizovaného stavu. I když to není přímo přikázáno, je vhodné zařídit buzení harmonickým proudem, přičemž běžné je napěťové buzení. Obě podmínky jsme při experimentu zajistili.

Zdroj proudu jsme realizovali tím nejjednodušším způsobem, pomocí srážecího odporu. V návrhu jsme měli i druhý způsob buzení pomocí předepsaného průběhu budícího napětí na primárním vinutí, které zajistí harmonický primární proud. Návrh, který popisujeme v části 2.3, jsme simulovali při použití modelů reálných součástek, takže by měl fungovat. Časový průběh simulovaného napětí se jen málo liší od naměřeného při použití srážecího odporu. K realizaci nedošlo pro nedostatek času a proto, že použité řešení fungovalo bez problémů.

S novým způsobem buzení se objevily některé nové problémy. Především budící proud nebyl dostatečně harmonický. Dochází k deformaci v blízkosti průchodu nulou. Vysvětlení vyplývá z obrázku 60. Proudový zdroj není dostatečně tvrdý a při náhlém krátkodobém zvýšení impedance poklesne proud. Přesně harmonický proud ale není nutný.



Obrázek 60 Souvislost mezi budícím proudem a indukovaným napětím

Daleko horší byl drift nuly, tedy systematické posouvání po sobě následujících hysterezních smyček. Příčina i řešení jsou popsány v práci. Nakonec se podařilo tento jev výrazně potlačit. Nicméně při silném buzení při malém skoku amplitudy buzení se sousední křivky mohou protínat. Zde je na vině nedostatečná přesnost měření, v literatuře se uvádí, že chyba by měla být 1 mT. Tuto přesnost zdaleka nedosahujeme. Je to tedy nutno brát jako omezení, které musíme při použití výsledků respektovat. Na druhé straně by měl vývoj experimentu pokračovat také s cílem dalšího zvýšení přesnosti.

V teoretické oblasti jsme numericky implementovali Preisachův model a ukázali, že i při nejjednodušší váhové funkci z něho kvalitativně plynou známé jevy, mj. minoritní smysly. Cílem však bylo získat váhovou funkci, která je úplnou charakteristikou materiálu v tomto modelu, z experimentálních dat. Použili jsme dvě metody: odhad této funkce a její systematické určení.

Metoda odhadu má výhodu v rychlosti a jednoduchosti. Vychází z toho, že váhová funkce má poměrně ostré maximum. Postačuje hysterezní smyčka pro maximální buzení. Ručně se najde poloha maxima, zvolí vhodná aproximující funkce a numericky se najdou její parametry. Nevýhodou je menší přesnost, pro jiná buzení mohou být odchylky. Základním problémem je však spolehlivost. Zde se objevily některé potíže. V našem případě jsme dospěli k dobré shodě pro žíhané jádro, které má smyčku blízkou pravoúhlé. Ta se také snadno modeluje pomocí Preisachova modelu. Naopak pro nežíhaný materiál, který má smyčku skloněnou, se nepodařila získat dobrá shoda.

Proto jsme značné úsilí věnovali systematické metodě. Ta má za úkol nalézt váhovou funkci ze sady naměřených dílčích smyček. Teoreticky by bylo možné plně automatizované zpracování, počínaje měřením, pokračuje úpravami výsledků a jejich zpracováním a konče výstupem s parametry v matematickém popisu váhové funkce, nebo jejím grafem. Prakticky jsme to řešili v mnoha na sobě navazujících krocích. Při tom někdy bylo třeba osobního zásahu, např. při definici sestupných větví v blízkosti nulového buzení.

Zásadní problém je v tom, že váhová funkce se určuje z naměřené magnetizace dvěma parciálními derivacemi podle rostoucí a klesající intenzity magnetického pole. Nutností bylo modelovat co nejpřesněji magnetizaci matematickou funkcí dvou proměnných. Postup byl ten, že jsme zvolili vhodnou funkci pro vodorovný směr (intenzita  $H_d$ ) a její parametry byly funkcí svislého směru, intenzita  $H_u$ . Další komplikace byla v tom, že pro vysoké hodnoty  $H_u$  bylo nutné použít jinou funkci, než pro nízké. Pak se ukázalo, že parametry jako funkce  $H_u$  lze dobře aproximovat v menším rozsahu. Navíc vadil pól v blízkosti nulové intenzity magnetického pole. Výsledkem bylo to, že aproximace byla vyhovující jen pro kladné hodnoty intenzit a pak pro záporné od nejnižší do asi -200 A/m. V intervalu - 200 A/m až 0 A/m, kde je nejvíce informací, nebyla žádná vyhovující aproximace.



Je nutno připomenout, že v literatuře jsme se s aplikací tohoto postupu nesetkali. Možná ovšem, že jsme nehledali důkladně. Jedním z vysvětlení může být jeho složitost, což se nám potvrdilo. Nicméně, s ohledem na důležitost výsledků, by se mělo přejít k dalším pokusům. Např. by se provedla aproximace podle jedné proměnné, derivovala se, provedla se aproximace derivace podle druhé proměnné a znovu se podle ní derivovala. Jiný přístup by aproximoval přímo funkci dvou proměnných, např. součin dvou funkcí arctg. Také by se mohlo aproximovat jak při záporném, tak při kladném nasycení a z výsledků vzít průměr.

Možná je podle [3] i metoda interpolace, ta však naráží na nižší přesnost měření, sestupné křivky se při silném buzení mohou protínat, pokud nebyl zvolen dostatečně velký krok parametru. Přitom právě tato oblast je z praktického hlediska nejdůležitější. V důsledku této potíže jsme tuto metodu zatím neaplikovali. Navíc není v přímé souvislosti s mechanismem Preisachova modelu, nevyužívá změnu polarizace dipólů.

I když se dosáhly dobré výsledky, problémů k řešení je celá řada.

## Závěr

Především bychom měli zdůraznit, že Preisachův model byla úplně nová problematika, se kterou nebyly žádné zkušenosti, natož nějaké výsledky. Z hlediska našeho pracoviště můžeme proto většinu dosažených výsledků označit jako nové. Nová je především numerická implementace Preisachova modelu, která je ve dvou formách, jednak pro pedagogické účely, jednak pro rychlé výpočty v aplikacích. Grafická simulace funkce Preisachova modelu umožňuje jeho rychlé pochopení a správné aplikování.

Novým výsledkem je váhová funkce vypočtená pro žíhané jádro. Nebyla sice získána systematickou metodou, nicméně je plně využitelná. Její aplikace vede k dobré shodě s experimentem. Navíc jsme získali názornou představu o tvaru váhové funkce. I když je teoreticky nenulová v celém Preisachově trojúhelníku, významné hodnoty jsou jen kolem maxima na vedlejší diagonále. Pro žíhaný materiál jádra je toto maximum hodně ostré. Lze předpokládat, že tento tvar bude mít i pro jiné materiály.

Pokusili jsme se aplikovat systematickou metodu určení váhové funkce podle monografie [3]. I když nevedla k plnému úspěchu, získali jsme cenné dílčí poznatky z oblasti aproximací různých experimentálních průběhů. Jde asi o náročný problém, protože jsme nezjistili, že by někdo tímto směrem úspěšně postupoval.

Z experimentální oblasti stojí určitě za zmínku plně automatizovaná měřicí aparatura, která velmi rychle umožní měření podle speciálních požadavků. Důležité je, že jsme hysterezní smyčky měřili při proudovém buzení, což je také pro naše pracoviště nová metoda. Byl zvolen srážecí odpor, v rezervě je metoda řízeného napětí ověřená podrobnou simulací. Také byl použit nový způsob měření ze stavu záporného nasycení, který dobře definuje počáteční podmínky.

Z hlediska zadání byly splněny všechny body, což lze v práci na různých místech nalézt. Některým jsme věnovali maximum pozornosti, jiným možná trochu méně v závislosti na dílčích výsledcích při řešení zadání. Provedli jsme řadu měření při buzení harmonickým napětím za různých podmínek a jeho přesnost odhadli na 10 % (body 1 a 2 zadání). Provedli jsme úspěšnou simulaci proudového buzení, ale jako schůdnější se ukázalo použití srážecího odporu (body 3 a 4 zadání). Na této aparatuře jsme provedli mnoho měření, část je v práci uvedena. Většinu úsilí jsme věnovali aplikaci Preisachova modelu (bod 5 zadání). Zde jsme dosáhli praktické výsledky, mezi jiným váhovou funkci pro modelování žíhaného jádra.

Aplikace Preisachova modelu je složitý problém, který nelze obsáhnout v rámci jedné diplomové práce. Možné další směry řešení jsou naznačeny v diskusi. Tato práce je základem, z něhož lze úspěšně vycházet při na dalším řešení.

## Použitá literatura

- [1] ČSN EN 60404-2 Magnetické materiály – Metody měření magnetických vlastností oceleových tabulí a pásů pro elektrotechniku Epsteinovým přístrojem. ČNI, 1999
- [2] MAYERGOYZ, Isaak. Mathematical models of hysteresis and their applications. Elsevier, 2003, ISBN 0-1--480873-5
- [3] BERTOTTI, G., MAYERGOYZ, I. The science of hysteresis. Vol. 1, 2 and 3. Elsevier, 2006. ISBN 978-0--2-369431-7
- [4] Everet D. H., A General approach to hysteresis. Trans. Faraday Soc. 48(8),749(1952).
- [5] Kranoselskii M and Pokrovskii A. Systems with hysteresis, Nauka, Moscow(1983)
- [6] Mikulec M., Havlíček V. Základy teorie elektrických obvodů 1 ČVUT, 1997 ISBN 80-01-02519-5
- [7] Patočka M. Magnetické jevy a obvody ve výkonové elektronice, měřicí technice a silnoproudé elektrotechnice VUTIUM, 2011, ISBN 978-80-214-4003-6
- [8] Preisach E. Z., über die magnetische nachwirkung: Zeitschrift für fysik, 94, 277-302 (1935).
- [9] Füsü J. Analytical Aproximation of Preisach distribution Functions IEEE Trans. on Magnetics, VOL. 39, NO. 3, MAY 2003, pp. 1 – 4.
- [10] Consolo G., Finocchio G., Carpentieri M., Cardelli E. and Azzerboni B. About identification of scalar Preisach function of soft magnetic materials. IEEE Trans. on Magnetics, VOL. 42, NO. 4, APRIL 2006, pp. 1 – 4.
- [11] Rouve L - L., Waeckerle Th., Kedous - Lebouc A. Application of Preisach model to grade oriented steels: Comparison of different characterizations for Preisach function  $p(\alpha, \beta)$ . IEEE Trans. on Magnetics, VOL. 31, NO. 6, NOVEMBER 1995, pp. 1 – 3.
- [12] Cirrincione M., Miceli R., Ricco Galluzzo G. and Trapanese M. Preisach function identification by neural networks IEEE Trans. on Magnetics, VOL. 38, NO. 5, SEPTEMBER 2002, pp. 1 – 3.
- [13] Pruksanubal P., Binner A. and Gonschorek K. H, Determination of distribution functions and parameters for the Preisach hysteresis model. Electromagnetic Compatibility Division Dresden University of Technology, Mommsen Str.13, 01069 Dresden, GERMANY, pp. 1 – 4.
- [14] KOŠEK Miloslav, NOVÁK Miroslav. Simple and Robust Equivalent Circuit of Real Transformer for harmonic excitation. In. Proc. Computational Problems of Eletrical Engineering and Advanced Methods of the Theory of Electrical Engineering, CPEE -AMTEE, Univ. of West Bohemia in Pilsen, 4-6. Sept. 2013, pp. IV-10.
- [15] [www.zesilovace.cz](http://www.zesilovace.cz): Stránky o elektronice, ozvučování a zesilovačích. [online]. [cit. 2014-05-23]. Dostupné z: [www.zesilovace.cz](http://www.zesilovace.cz)

## Přehled prací autora

NOVÁK, Miroslav, Jakub EICHLER a Miloslav KOŠEK. Efficient and robust approximation of magnetizing characteristics. In: *Technical computing Prague 2013: Sborník příspěvků 21. ročníku konference*. 1. vyd. Prague: ICT Prague Press, 2013, s. 46. ISBN 978-80-7080-863-4, ISSN 2336-1662. Dostupné z www:

<[http://www2.humusoft.cz/www/papers/matlab13/046\\_novak.pdf](http://www2.humusoft.cz/www/papers/matlab13/046_novak.pdf)><http://books.google.cz/books?id=9QQuAgAAQBAJ>

EICHLER Jakub, NOVÁK Miroslav. Jednoduchá a přesná aproximace charakteristik zesilovače pomocí racionální lomené funkce. In: Studentská konference Fakulty Mechatroniky, informatiky a mezioborových studií. 27. května 2014, Liberec

NOVÁK Miroslav, KOŠEK Miloslav, EICHLER Jakub. Effective Approximation of Transfer Characteristics of Low Frequency Amplifier. In 19<sup>th</sup> Intern. Conf. on Applied Electronic. ed. 1. Plzeň : Západočeská univerzita v Plzni, 2014. s. 229-232. ISSN 1803-7232, ISBN 978-80-261-0276-2

NOVÁK Miroslav, EICHLER Jakub, KOŠEK Miloslav. Simple and Accurate Methods for Amplifier Characteristic Approximation. In. Proc. Computational Problems of Electrical Engineering and Advanced Methods of the Theory of Electrical Engineering, CPEE - AMTEE, Univ. of Zilina, 4-6. Sept. 2013, pp. 40. ISBN 978-80-554-0910-8

### Přijaté k publikaci

EICHLER Jakub, KOŠEK Miloslav, NOVÁK Miroslav. Simple Analysis and Use of Preisach Model for Ferromagnetic Materials. ECMSM 2015

EICHLER Jakub, KOŠEK Miloslav, NOVÁK Miroslav. Two Methods of Scalar Preisach Function Identification for Grain Oriented Steel. AP2015

EICHLER Jakub, KOŠEK Miloslav, NOVÁK Miroslav. Application of Preisach Model to Low Loss Ferromagnetic Materials. Measurements 2015