



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

ELEKTROMAGNETICKÝ MODEL SYNCHRONNÍHO STROJE SPOUŠTĚNÉHO ZE SÍTĚ

ELECTROMAGNETIC MODEL OF A LINE-START SYNCHRONOUS MACHINE

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Miroslav Lípa

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Jan Bárta, Ph.D.

BRNO 2022

Bakalářská práce

bakalářský studijní program **Silnoproudá elektrotechnika a elektroenergetika**

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

Student: Miroslav Lípa

ID: 220770

Ročník: 3

Akademický rok: 2021/22

NÁZEV TÉMATU:

Elektromagnetický model synchronního stroje spouštěného ze sítě

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Vytvořte literární rešerši na stav poznání synchronních strojů spouštěných ze sítě.
2. Vytvořte literární rešerši na téma způsobu modelování synchronních strojů spouštěných ze sítě.
3. Vypočítejte parametry zadaného synchronního stroje spouštěného ze sítě prostřednictvím ekvivalentního magnetického obvodu.
4. Verifikujte navržený ekvivalentní magnetický obvod pomocí výpočtu konečně prvkovými metodami na elektromagnetickém modelu stroje.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] PYRHONEN, J.; JOKINEN t.; HRABOVCOVÁ V. Design of rotating electrical machines. John Wiley and Sons, 2007. ISBN 978-0-470-69516-6.
- [2] J.R. HENDERSHOT, T.J.E. MILLER . Design of Brushless Permanent-Magnet Machines. Motor Design Books LLC; Second Edition edition, 2010. ISBN 978-0984068708.
- [3] A. E. Fitzgerald, Ch. Kingsley, S. Umans "Electric Machinery", McGraw-Hill Companies Inc., 2003. 688 s. ISBN 0-07-112193-5

Termín zadání: 7.2.2022

Termín odevzdání: 31.5.2022

Vedoucí práce: Ing. Jan Bárta, Ph.D.

prof. Ing. Petr Toman, Ph.D.
předseda rady studijního programu

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Abstrakt

Cílem této práce je porovnání metodiky při výpočtu elektrického stroje. Hlavní metoda využívá elektromagnetický model tvořený odporovou sítí, která je porovnávána s metodou konečných prvků s využitím prostředí Ansys Maxwell. Pro výpočet reluktanční sítě je využit programovací jazyk Python. Práce rozebírá synchronní stroj s permanentními magnety, který může být spuštěn přímo ze sítě, protože obsahuje klec nakrátko. Při ustáleném stavu tedy stroj dosahuje vyšší účinnosti než asynchronní stroj. V první kapitole jsou popsány základní principy synchronního stroje spouštěného ze sítě, v druhé kapitole jsou vysvětleny způsoby, jak je možné modelovat elektrické stroje. Třetí kapitola popisuje odvození odporové sítě pro zkoumaný stroj a je zde uveden celý elektromagnetický návrh. Čtvrtá kapitola ukazuje postupný výpočet, popisuje vzniklé problémy a zjednodušení, také je zde ukázáno porovnání s metodou konečných prvků.

Klíčová slova

Elektromagnetický model, Permanentní magnety, MKP, Synchronní stroj spouštěný ze sítě, Ekvivalentní odporová síť, Python, Ansys Maxwell

Abstract

The main goal of the work was to compare two effective methods used for calculating the electric machine. The primary method uses an electromagnetic model made of a resistance network, which is compared to a finite element method using an Ansys Maxwell environment. The resistance network is calculated in the Python programming language. The work deals with a synchronous machine with permanent magnets that can be run directly from the source, because it contains the squirrel cage. Thus, at steady state, the machine achieves greater efficiency than the asynchronous machine. The first chapter describes the basic principles of a line-start synchronous machines, the second chapter shows the ways in which electrical machines can be modelled. The third chapter describes the derivation of the resistance network for the assigned machine, the whole electromagnetic design is given here. The fourth chapter shows the gradual calculation, describing the simplifications and problems that have arisen, it also shows a comparison with the finite element method.

Keywords

Line-start synchronous machine, Equivalent reluctance network, Permanent magnets, Squirrel cage, Finite element method, Python, Ansys Maxwell

Bibliografické citace:

LÍPA, Miroslav. *Elektromagnetický model synchronního stroje spouštěného ze sítě*. Brno, 2022. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/142813>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky. Vedoucí práce Jan Bárta.

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma „Elektromagnetický model synchronního stroje spouštěného ze sítě.“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne

Podpis autora

Poděkování

Chtěl bych poděkovat vedoucímu mé bakalářské práce Ing. Janu Bártovi, Ph.D. za jeho odbornou, efektivní, profesionální a vytrvalou pomoc při zpracování mé bakalářské práce. Dále bych chtěl poděkovat rodině a blízkým kamarádům za neustálou podporu po celou dobu mého studia.

V Brně dne

Podpis autora

Obsah

Seznam obrázků	1
Seznam tabulek	3
Seznam symbolů a zkratk	3
1 Úvod	10
2 Synchronní stroje spouštěné ze sítě	14
2.1 Představení	14
2.2 Dělení synchronních strojů spouštěných ze sítě, jejich výhody a nevýhody ...	15
2.3 Princip synchronního stroje spouštěného ze sítě s permanentními magnety ..	16
2.4 Rozběh SySPMSS - Asynchronní část	17
2.5 Synchronizace.....	19
2.6 Ustálený stav SySPMSS - Synchronní část.....	22
3 Modelování synchronního stroje spouštěného ze sítě	23
3.1 Obecný matematický model	23
3.2 Odporová síť.....	24
3.3 Úvod do magnetických obvodů	25
3.4 Induktor s permanentním magnetem	26
3.5 Elektromagnetické zatížení stroje	27
3.6 Modelování pomocí reluktanční sítě	28
3.7 Reluktance vzduchové mezery	29
4 Návrh ekvivalentního magnetického obvodu	31
4.1 Odvození vzorců pro magnetický obvod při stavu naprázdno	31
4.2 Navržení odporové sítě.....	32
5 Výpočet synchronního stroje spouštěného ze sítě	35
5.1 Zadaný stroj.....	35
5.2 Postup výpočtu.....	35
5.3 Výpočet magnetického odporu	36
5.4 Výpočet permeability	39
5.5 Výpočet celkového momentu	42
5.6 Výpočet reaktance v d-ose	43
5.7 Výpočet pro q-osu.....	47
5.8 Výpočet reaktancí	49

<i>Závěr</i>	53
<i>Literatura</i>	55

Seznam obrázků

1.1	Uložení permanentních magnetů	13
1.2	Struktura rotoru reluktančního stroje	13
2.1	Cena neodymu v hodnotách Čínského jüanu od roku 2012 až do současnosti	14
2.2	Struktury strojů spouštěných ze sítě SySPMSS a SRSSS	15
2.3	Struktura stroje SySPMSS, který je rozebírán v této práci	17
2.4	Rozběhový moment s magnety a bez magnetů	18
2.5	Synchronní moment v závislosti na zátěžném úhlu při startu	20
2.6	Synchronizace v závislosti na celkové setrvačnosti a zátěžném úhlu	21
2.7	Závislosti momentů na zátěžném úhlu	22
3.1	Ekvivalent elektrického a magnetického obvodu ukazující cívku	25
3.2	Základní model induktoru a magnetizační křivka železného jádra	26
3.3	Základní model induktoru s přidaným magnetem a upravená magnetizační křivka železného jádra	26
3.4	Ekvivalent elektrického a magnetického obvodu ukazující permanentní magnet	27
3.5	Zobrazení 2D modelu reluktance	28
3.6	Reluktanční modely odporové sítě rozděleny podle dimenzí.	28
3.7	Hodnoty reluktancí podle tvarů zkoumaných objektů	29
3.8	Reluktance vzduchové mezery	30
4.1	Navržená odporová síť synchronního stroje s permanentními magnety spouštěného ze sítě	32
4.2	Navržená odporová síť zobrazena v magnetickém obvodu	33
5.1	Zobrazené vzdálenosti pro výpočet reluktancí v řezu stroje	37
5.2	Hodnoty magnetické indukce s významnými body v řezu stroje pro stav naprázdno	41
5.3	Navržená reluktanční síť pro výpočet d-osy	43
5.4	Porovnání magnetických indukcí ve vzduchové mezeře pro d-osu	46
5.5	Navržená reluktanční síť pro výpočet q-osy	47
5.6	Porovnání magnetických indukcí ve vzduchové mezeře pro q-osu	49
5.7	Momentová charakteristika	52

5.8	Porovnání celkových momentů stroje	52
-----	--	----

Seznam tabulek

5.1	Parametry zadaného stroje	35
5.2	Hodnoty délek a šířek pro výpočet jednotlivých reluktancí	36
5.3	Postupné výsledky výpočtů pro délku cest vzduchové mezery	38
5.4	Průřezy pro výpočet jednotlivých reluktancí	39
5.5	Vypočtené velikosti spřaženého magnetické toku	40
5.6	Porovnání magnetických indukcí z MKP a reluktanční sítě.	41
5.7	Porovnání výsledků indukovaného napětí	42
5.8	Odvození magnetomotorického napětí pro drážky statoru reluktanční sítě	44
5.9	Vypočtené hodnoty koeficientů spřaženého magnetického toku	45
5.10	Hodnota magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro q-osu	46
5.11	Magnetomotorické napětí pro jednotlivé zuby pro výpočet q-osy	47
5.12	Výsledky koeficientů spřažených magnetických toků	48
5.13	Hodnota magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro q-osu	48
5.14	Velikost napětí spojená se špičkovými hodnotami indukce ve vzduchové mezeře	50
5.15	Hodnoty napětí v q-ose a d-ose	50
5.16	Porovnání hodnot reaktancí v q-ose a d-ose	51
5.17	Porovnání výsledků hodnot poměru L_q/L_d	51

Seznam symbolů a zkratek

Značka	Veličina	Jednotka
a	Délka strany, počet paralelních větví, operátor natočení	[m], [-], [-]
a_1	Délka strany	[m]
a_2	Délka strany	[m]
A_i	Průřez	[m ²]
A_{jr1}	Průřez pro reluktanci jha rotoru jedna	[m ²]
A_{jr2}	Průřez pro reluktanci jha rotoru dva	[m ²]
A_{js}	Průřez pro reluktanci jha statoru	[m ²]
A_{pm}	Průřez pro reluktanci permanentního magnetu	[m ²]
A_{rm}	Průřez pro reluktanci rotorového mostu	[m ²]
A_{vm}	Průřez pro reluktanci vzduchové mezery	[m ²]
A_x	Průřez pro zvolenou reluktanci	[m ²]
A_{zr}	Průřez pro reluktanci zubu rotoru	[m ²]
A_{zs}	Průřez pro reluktanci zubu statoru	[m ²]
A_{ϕ_x}	Průřez pro osu x	[m ²]
A_{ϕ_y}	Průřez pro osu y	[m ²]
B	Magnetická indukce	[T]
b	Šířka magnetu, délka strany	[m]
b_{1s}	Šířka drážky statoru	[m]
b_{1r}	Šířka drážky rotoru	[m]
B_{ave}	Průměrná magnetická indukce	[T]
B_i	Magnetická indukce	[T]
B_{jr1}	Magnetická indukce jha rotoru jedna	[T]
B_{jr2}	Magnetická indukce jha rotoru dva	[T]
B_{js}	Magnetická indukce jha statoru	[T]
B_{max}	Maximální hodnota magnetické indukce	[T]
B_p	Základní složka magnetické indukce vzduchové mezery	[T]
B_{pd}	Magnetická indukce vzduchové mezery v d-ose	[T]
B_{pm}	Magnetická indukce vytvořená permanentním magnetem	[T]
B_{pq}	Magnetická indukce vzduchové mezery v q-ose	[T]
B_r	Remanentní magnetická indukce	[T]
B_{rm}	Magnetická indukce rotorového mostu	[T]

Značka	Veličina	Jednotka
d_{jr1}	Šířka jha rotoru jedna	[m]
d_{jr2}	Šířka jha rotoru dva	[m]
d_{js}	Šířka jha statoru	[m]
d_{pm}	Šířka permanentního magnetu	[m]
D_r	Průměr rotoru	[m]
d_{rm}	Šířka rotorového mostu	[m]
D_{ryi}	Průměr kružnice tvořené vrcholy drážek rotoru	[m]
D_{se}	Vnější průměr statoru	[m]
D_{sin}	Vnitřní průměr statoru	[m]
d_{vm}	Šířka vzduchové mezery	[m]
d_x	Šířka zvolené reluktance	[m]
d_{zr}	Šířka zubu rotoru	[m]
d_{zs}	Šířka zubu statoru	[m]
f	Frekvence	[Hz]
f_s	Synchronní frekvence	[Hz]
H	Intenzita magnetického pole	[Am ⁻¹]
h_1	Výška	[m]
h_2	Výška	[m]
H_i	Intenzita magnetického pole	[Am ⁻¹]
H_{pm}	Intenzita magnetického pole permanentního magnetu	[Am ⁻¹]
h_{yr}	Vzdálenost od vrcholu rotorových drážek po hřídel stroje	[m]
h_{ys}	Vzdálenost od vrcholu statorových drážek po vnější okraj statoru	[m]
I	Proud	[A]
I_m	Magnetický proud	[A]
I_{st}	Proud statoru	[A]
i_u	Proud fází U	[A]
i_v	Proud fází V	[A]
i_w	Proud fází W	[A]
J	Proudová hustota	[Amm ⁻²]
J_{str}	Setrvačnost stroje	[kgm ²]
$J_{zát}$	Setrvačnost zátěže	[kgm ²]

Značka	Veličina	Jednotka
k_c	Carterův faktor	[-]
k_{cs}	Carterův faktor pro stator	[-]
k_{cr}	Carterův faktor pro rotor	[-]
k_n	Koeficient toku pro drážku	[-]
k_w	Činitel vinutí	[-]
l	Délka závitů cívky	[m]
l_{cu}	Délka měděného vodiče	[m]
L_d	Indukčnost v ose d	[H]
l_{fe}	Délka svazku železa	[m]
l_i	Délka cesty pro magnetický tok	[m]
l_{jr1}	Délka cesty pro magnetický tok jha rotoru jedna	[m]
l_{jr2}	Délka cesty pro magnetický tok jha rotoru dva	[m]
l_{js}	Délka cesty pro magnetický tok jha statoru	[m]
l_{pm}	Délka cesty pro magnetický tok permanentního magnetu	[m]
L_q	Indukčnost v ose q	[H]
l_{rm}	Délka cesty pro magnetický tok rotorového mostu	[m]
l_{vm}	Délka cesty pro magnetický tok vzduchové mezery	[m]
l_{zr}	Délka cesty pro magnetický tok zubu rotoru	[m]
l_{zs}	Délka cesty pro magnetický tok zubu statoru	[m]
$l_{\phi x}$	Délka pro osu x	[m]
$l_{\phi y}$	Délka pro osu y	[m]
M	Točivý moment	[Nm]
m	Počet fází	[-]
M_e	Celkový točivý moment	[Nm]
m_{fe}	Hmotnost železa ve stroji	[kg]
M_{rel}	Reluktanční točivý moment	[Nm]
M_{syn}	Synchronní točivý moment	[Nm]
M_{pm}	Točivý moment tvořený permanentními magnety	[Nm]
n	Jmenovité otáčky	[min ⁻¹]
N	Počet závitů cívky	[-]
n_1	Jmenovité otáčky statorového pole	[min ⁻¹]
p	Počet pólových dvojic	[-]
P_{cu}	Ztráty způsobené teplem	[W]
P_{fe}	Ztráty v železe	[W]

Značka	Veličina	Jednotka
$P_{fe,v}$	Ztráty v železe vířivými proudy	[W]
$P_{fe,h}$	Ztráty v železe vzniklé hysterezí	[W]
P_{p0}	Maximální výkon	[W]
P_{sw}	Šířka pólového nastavce	[°el.]
q	Počet drážek na fázi a pól	[-]
Q_r	Počet drážek rotoru	[-]
Q_s	Počet drážek statoru	[-]
R	Odpor	[Ω]
r	Poloměr	[m]
R_i	Reluktance	[H ⁻¹]
R_{jr1}	Reluktance jha rotoru jedna	[H ⁻¹]
R_{jr2}	Reluktance jha rotoru dva	[H ⁻¹]
R_{js}	Reluktance jha statoru	[H ⁻¹]
R_m	Reluktance	[H ⁻¹]
R_{mf}	Reluktance feritového jádra	[H ⁻¹]
R_{mr}	Reluktance ve směru radiální osy	[H ⁻¹]
R_{mx}	Reluktance v ose x	[H ⁻¹]
R_{my}	Reluktance v ose y	[H ⁻¹]
$R_{m\phi}$	Reluktance ve směru obvodové osy	[H ⁻¹]
R_{pm}	Reluktance permanentních magnetů	[H ⁻¹]
R_{rm}	Reluktance rotorového mostu	[H ⁻¹]
R_{rot}	Reluktance rotoru	[H ⁻¹]
R_{vm}	Reluktance vzduchové mezery	[H ⁻¹]
R_{vmt}	Reluktance vzduchové mezery pro jednotlivý zub	[H ⁻¹]
$r_{vněj}$	Vnější průměr	[m]
r_{vnit}	Vnitřní průměr	[m]
R_{zr}	Reluktance zubu rotoru	[H ⁻¹]
R_{zs}	Reluktance zubu statoru	[H ⁻¹]
s	Skluz	[-]
S	Plocha	[m ²]
S_{cu}	Plocha mědi ve vinutí	[m ²]
s_{kri}	Kritický skluz	[-]
U_0	Indukované napětí naprázdno	[V]
U_{0max}	Amplituda indukovaného napětí	[V]
u_i	Indukované napětí	[V]
U_m	Magnetomotorické napětí	[A]
U_s	Amplituda napětí	[V]

Značka	Veličina	Jednotka
U_{sd}	Amplituda napětí v d-ose	[V]
U_{sq}	Amplituda napětí v q-ose	[V]
V_{cu}	Objem mědi ve vinutí	[m ³]
V_{fe}	Objem železa	[m ³]
X_d	Reaktance v d-ose	[Ω]
X_q	Reaktance v q-ose	[Ω]
α_s	Úhel drážky	[°]
γ	Otevření drážky	[-]
γ_s	Otevření statorové drážky	[-]
γ_r	Otevření rotorové drážky	[-]
δ	Délka vzduchové mezery, zátěžný úhel	[m], [°el.]
δ_e	Ekvivalentní délka vzduchové mezery	[m]
ϵ_h	Koeficient hysterezních ztrát	[-]
ϵ_v	Koeficient ztrát vířivými proudy	[-]
λ_m	Magnetická vodivost	[H]
μ	Permeabilita prostředí	[Hm ⁻¹]
μ_0	Permeabilita vakua	[Hm ⁻¹]
μ_r	Relativní permeabilita	[-]
μ_{rpm}	Relativní permeabilita permanentního magnetu	[-]
μ_i	Permeabilita prostředí	[Hm ⁻¹]
μ_{pm}	Permeabilita permanentního magnetu	[Hm ⁻¹]
ρ_{cu}	Hustota mědi	[kgm ⁻³]
ρ_{fe}	Hustota železa	[kgm ⁻³]
σ	Úhel vektorů toku	[°]
τ_s	Drážková rozteč statoru	[m]
τ_r	Drážková rozteč rotoru	[m]
Φ	Elementární magnetický tok	[Wb]
Ψ_i	Spřažený magnetický tok	[Wb]
Ψ_{jr1}	Spřažený magnetický tok jha rotoru	[Wb]
Ψ_{jr2}	Spřažený magnetický tok jha rotoru	[Wb]
Ψ_{js}	Spřažený magnetický tok jha statoru	[Wb]
Ψ_{pm}	Spřažený magnetický tok v permanentních magnetech	[Wb]
Ψ_{rm}	Spřažený magnetický tok v rotorovém mostu	[Wb]

Značka	Veličina	Jednotka
Ψ_{t0}	Koeficient spřaženého magnetického toku pro zub nula	$[TA^{-1}]$
Ψ_{t1}	Koeficient spřaženého magnetického toku pro zub jedna	$[TA^{-1}]$
Ψ_{t2}	Koeficient spřaženého magnetického toku pro zub dva	$[TA^{-1}]$
Ψ_{t3}	Koeficient spřaženého magnetického toku pro zub tři	$[TA^{-1}]$
Ψ_{t4}	Koeficient spřaženého magnetického toku pro zub čtyři	$[TA^{-1}]$
Ψ_{tn}	Koeficient spřaženého magnetického toku pro zvolený zub	$[TA^{-1}]$
Ψ_{vm}	Spřažený magnetický tok ve vzduchové mezeře	$[Wb]$
Ψ_{zr}	Spřažený magnetický tok v zubu rotoru	$[Wb]$
Ψ_{zs}	Spřažený magnetický tok v zubu statoru	$[Wb]$
ω	Úhlová rychlost	$[rads^{-1}]$
ω_s	Synchronní úhlová rychlost	$[rads^{-1}]$

Zkratka	Popis
AS	Asynchronní stroj
CNY	Čínský jüan
JR	Jho rotoru
JS	Jho statoru
MKP	Metoda konečných prvků
NdFeB	Permanentní magnet, slitina neodyma, železa a bóru
PM	Permanentní magnet
SySSS	Synchronní stroj spouštěný ze sítě
SySPMSS	Synchronní stroj s permanentními magnety spouštěný ze sítě
SRSSS	Synchronní reluktanční stroj spouštěný ze sítě
SS	Stejnoseměrný stroj
SyS	Synchronní stroj
VM	Vzduchová mezera
ZR	Zub rotoru
RM	Rotorový most

1 Úvod

Výpočet elektrického stroje dokáže být velmi náročný. Existuje několik metod, které se v dnešní době užívají, avšak nejčastěji je to metoda konečných prvků, kterou využívá prostředí jako například Ansys Maxwell. Tyto metody bývají velmi přesné, ale také velmi výpočtově náročné. Další účinná dnes využívaná metoda je vytvoření elektromagnetického modelu pomocí odporové sítě. Její výhoda spočívá v nižší výpočtové náročnosti oproti metodě konečných prvků, přičemž ztráta přesnosti není natolik výrazná v porovnání s rychlostí a efektivností. Tato práce rozebírá obě již zmíněné metody. Hlavní výpočet je tvořen elektromagnetickým modelem vypočteným pomocí odporové sítě, kdy každá část stroje je rozdělena na zvolené odpory. Pro tyto odpory platí určité hodnoty reluktance, magnetické indukce a spřaženého toku. Celý výpočet je ověřován metodou konečných prvků s využitím prostředí Ansys Maxwell, ze kterého jsou odečteny všechny potřebné vstupní hodnoty pro odporovou síť.

Práce se zabývá inovativním synchronním motorem s permanentními magnety spouštěným ze sítě, který vznikl kombinací dvou různých motorů tak, aby převzal jejich dobré vlastnosti. Struktura tohoto stroje je velmi podobná tomu asynchronnímu, avšak díky ustálenému stavu je synchronní stroj mnohem účinnější, téměř o deset procent. Asynchronní stroje mají několik výhod, jako je například jednoduchost, houževnatost, využitelnost, díky čemuž jsou velmi oblíbené. Z důvodu jejich velké obliby se podílejí i na velké spotřebě elektrické energie, což znamená, že při dnešním neustálém zvyšování nároků na účinnost a s příchodem nových tříd účinnosti je možné, že v budoucnu budou asynchronní stroje právě nahrazeny těmi synchronními.

Bakalářská práce navazuje na autorovu semestrální práci na téma Modelování synchronních strojů spouštěných ze sítě a čerpá z ní [1]. Práci lze rozdělit do několika kapitol. V úvodu jsou obecně popsány elektrické točivé stroje, jejich základní principy, využití a konstrukce. V první kapitole je popsán základní princip funkce stroje spouštěného ze sítě, jeho dobré a špatné vlastnosti, dále jsou detailně popsány jednotlivé jevy při rozběhu, synchronizaci a ustáleném stavu. V druhé kapitole je popsána teorie modelování elektrických strojů, důraz je kladen na odporovou síť a magnetické obvody, které tato práce využívá. Ve třetí kapitole je odvozen výpočet zadaného synchronního stroje spouštěného ze sítě pomocí modelu odporové sítě. Čtvrtá kapitola postupně zobrazuje výpočet reluktanční sítě od začátku, uvažuje vzorce odvozené ve třetí kapitole a využívá je pro výpočet indukovaného napětí naprázdno, poté jsou vypočteny reaktance v d-ose a q-ose pro získání celkového momentu. V práci jsou vždy postupně porovnány výsledné hodnoty s metodou konečných prvků.

Elektrické točivé stroje

V úvodu je popsáno, proč jsou pro nás elektrické stroje tak důležité. Následuje stručný náhled všech známých topologií strojů.

Stejnoseměrné stroje (SS)

Řadí se mezi nejstarší využívané stroje, mají menší velikost, a tím i menší hmotnost než střídavé stroje, velice populární byly generátory (dynama). Dle [2] byly SS motory hojně využívány z důvodu jednoduché změny otáček a tím i momentu pomocí změny proudu v kotvě, tvořily vysoký záběrný moment, a používaly se na místech, kde bylo nutné měnit počet otáček podle potřeby zátěže. Tyto stroje fungují na principu vložení elektromagnetu (rotoru) do magnetického pole, které je tvořeno severním a jižním pólem statoru. Na rotor se připojí zdroj napětí, a tím se začne tvořit moment, který bude točit rotorem, avšak aby se rotor nezastavil, je potřeba zajistit, aby neustále docházelo ke změně směru proudu, tuto funkci zajišťuje komutátor. Dle [3] se SS stroje dají rozdělit pomocí jejich buzení, a to na sériově, cize, paralelně, nebo kompaundně buzený stroj. Tyto stroje vyžadují neustálou údržbu komutátoru a kartáčů, které se zanášejí uhlíkem. Publikace [2] uvádí, že rozmach v oblasti výkonových přístrojů a strojů zapříčinil pokles popularity SS, protože ostatní stroje nevyžadují tak náročnou údržbu. Vývoj sice umožnil konstrukci bezkartáčových SS pomocí elektrické komutace, ale k široce používané střídavé síti se přidaly frekvenční měniče, které umožnily měnit otáčky motoru podle frekvence. Tyto výkonové měniče se staly velmi oblíbené pro základní účelové aplikace díky jejich dostupnosti a účinnosti. Měly několik výhod, například možnost vybrat si účinný stroj pro správnou aplikaci, tím se ušetřila cena i dopad na životní prostředí, tato vlastnost byla ještě výhodnější u aplikací, kde stroj pracuje několik hodin. Měniče frekvencí si obzvlášť osvojily asynchronní motory.

Indukční neboli asynchronní stroje (AS)

Nejčastěji využívané jako motory, byly jedny z nejpobulárnějších vůbec a stále jsou, je to způsobeno jejich nízkou cenou a odolností. Zdroj [4] uvádí, že se AS dokážou samy rozběhnout po připojení na síť. Jmenují se asynchronní, protože magnetické pole rotoru se točí se skluzem vůči magnetickému poli statoru. Tato dvě magnetická pole na sebe navzájem působí a vytvářejí moment, avšak skluz rotoru musí být vždy větší než nula, nebo se rotor zastaví. Naštěstí stav, kde by se skluz rovnal nule je prakticky nemožný, rotor bude zpomalován jeho zátěží, dodatečně i třením a dalšími ztrátami. Podle publikace [2] je nevýhodou AS jeho relativně malý účinník a účinnost díky velkým joulovým ztrátám, které vznikají v rotoru z důvodu přítomnosti proudu.

Synchronní stroje (SyS)

Ze zdroje [4] vychází, že SyS jsou brány jako neúčinnější stroje, které byly zatím vynalezeny a používají se převážně jako generátory elektrické energie, nicméně se zvyšujícími se nároky na účinnost z důvodu vlivu na životní prostředí se čím dál tím častěji objevují i jako motory. V těchto strojích vzniká moment pomocí působení magnetického toku permanentních magnetů nebo elektromagnetů vůči rotujícímu magnetickému poli statoru. Dále z publikace [2] vyplývá, že tento princip produkuje velmi vysokou hustotu momentu, díky tomu má SyS velmi vysokou účinnost a účinník je skoro jedna. Vysoká účinnost je také způsobena tím, že vznikají menší joulovy ztráty než u AS, protože rotorem neteče téměř žádný proud, ale toto tvrzení platí jen pro motory s permanentními magnety.

Mají několik způsobů provedení, následuje stručný popis jednotlivých konstrukcí, které vychází z [5].

a) S hladkým rotorem

1) Elektricky buzené (elektromagnet)

Používají se jako generátory dosahující vysokých výkonů a také vysokých otáček.

2) Rotor s permanentními magnety na povrchu

Jak bylo zmíněno, stroje s magnety na povrchu dosahují menších účinností než stroje s vnořenými magnety. Je to z důvodu větší hustoty magnetického toku ve vzduchové mezeře. Podle [6] je tento jev zapříčiněn umístěním magnetů přímo na okraji rotoru, což znamená, že jsou blíže statoru, a tím pádem dochází k menším ztrátám magnetického toku. Větší hustota způsobuje vyšší moment ve stroji, tato vlastnost se jeví jako dobrá, ale s vyšší hustotou toku se zvyšuje i parazitní reluktanční moment, který bude při rozběhu i při ustáleném stavu tvořit vibrace, a tím i hluk.

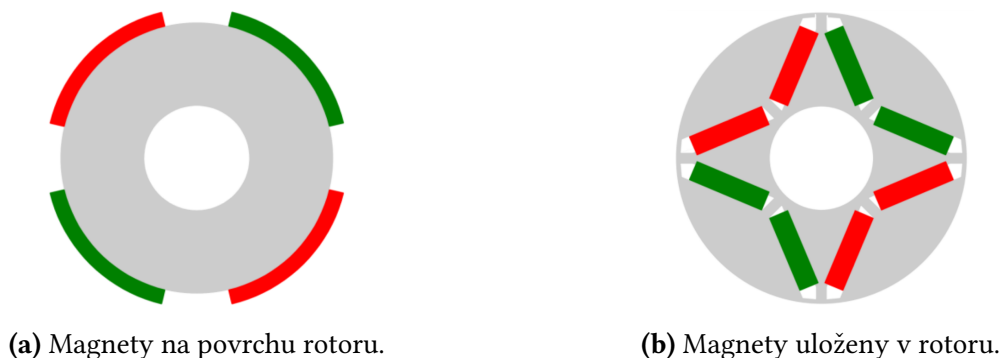
b) S vyniklými póly

1) Elektricky buzené (elektromagnet)

Dosahují malých a středních výkonů. Používají se jako malé motory pro domácí zařízení, motory pro pohony lodí, anebo jako generátory nouzového napájení.

2) Rotor s vnořenými magnety

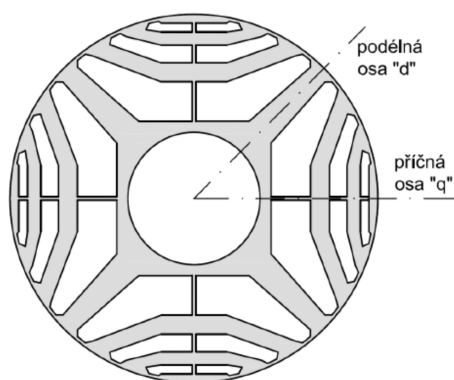
Dle [6] se používají nejčastěji jako čtyřpólové, mají vyšší účinnost než stroje s magnety na povrchu. Permanentní magnety jsou uloženy v rotoru, čemuž se musí přizpůsobit i konstrukce. Aby se magnety daly vložit do rotoru, musí se buď zvětšit celková velikost rotoru, nebo naopak zmenšit průměr hřídele, anebo rozběhové klece. Dobrou vlastností tohoto stroje je větší odolnost vůči demagnetizaci, protože vnořené magnety jsou v rotoru schované. Tato konstrukce také generuje větší synchronní moment v ustáleném stavu díky většímu reluktančnímu momentu oproti verzi s magnety na povrchu.



Obr. 1.1: Uložení permanentních magnetů, převzato z [5].

c) Speciální synchronní stroje s reluktančním momentem

Tyto stroje neobsahují žádné magnety, hlavní reluktanční moment je tvořen pouze reluktancí. Dle [7] je jeho rotor uzpůsoben pomocí specifických tvarů plechů tak, aby vznikl co největší reluktanční moment. Reluktanční moment vzniká poměrem indukčností L_d/L_q v d-ose a q-ose. V d-ose má magnetický tok nejlehčí cestu, tato osa se vyznačuje nejnižším magnetickým odporem neboli nejnižší reluktancí. V q-ose má tok naopak cestu nejtěžší, protože musí cestovat přes bariéry, které jsou izolované. D-osa se vyznačuje nejvyšším magnetickým odporem. Magnetické siločáry vznikají ve statoru po připojení třífázového napětí, poté princip reluktance závisí na zákonu zachování energie, to znamená, že se magnetický tok neustále snaží najít nejsnazší cestu přes rotor zpět do statoru. Když se zuby rotoru nachází v pozici, kde je magnetický odpor nejvyšší, magnetický tok otočí rotorem tak, aby měl nejsnazší cestu. V tento okamžik se však nachází další zub rotoru v nevýhodné pozici, magnetický tok opět hledá místo s nižší reluktancí, což opět způsobí další otočení rotoru. Díky neustálému opakování tohoto jevu se rotor začne točit. Poměr indukčností L_d/L_q odpovídá hodnotám reluktance.

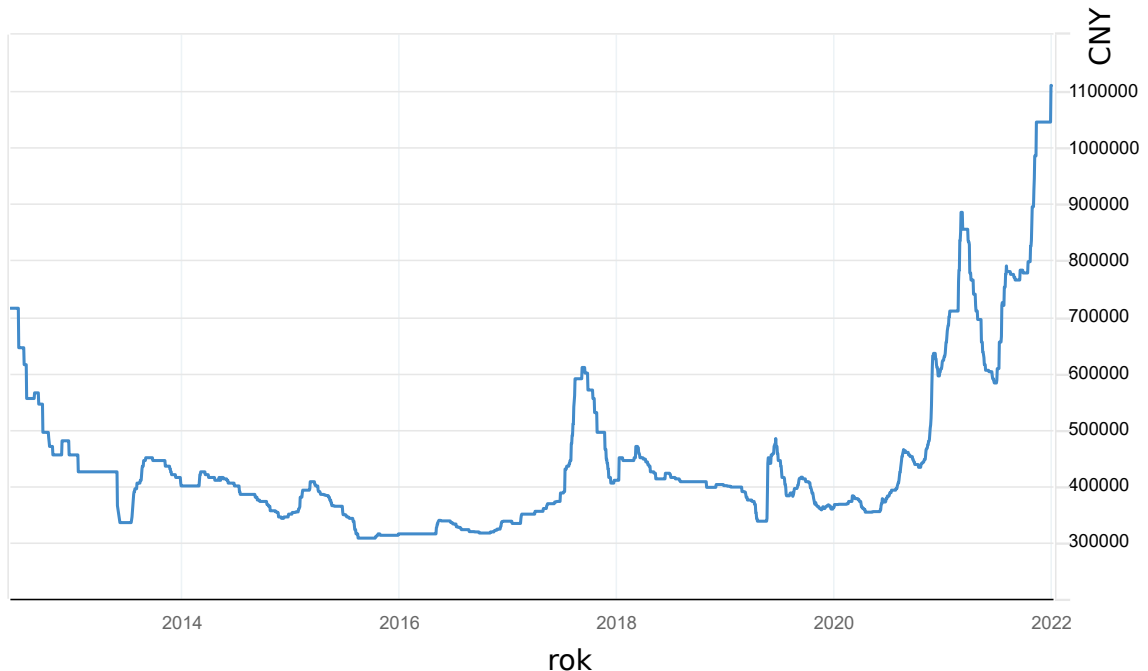


Obr. 1.2: Struktura rotoru reluktančního stroje, převzato z [8].

2 Synchronní stroje spouštěné ze sítě

2.1 Představení

Synchronní stroj spouštěný ze sítě (SySSS) vznikl spojením dvou různých strojů. Pro rozběh využívá vlastnosti indukčního stroje a pro ustálený stav vlastnosti synchronního stroje. Existují dva typy, a to synchronní reluktanční stroj spouštěný ze sítě (SRSSS) a synchronní stroj s permanentními magnety spouštěný ze sítě (SySPMSS). V této bakalářské práci se budeme věnovat SySPMSS. Jak už bylo zmíněno, tyto stroje obsahují permanentní magnety, které umožňují získat vyšší účinnost a účinník v porovnání se stejně velkým asynchronním strojem. Publikace [9] uvádí, že se první zmínky a nápady o SySPMSS objevují přibližně okolo roku 1950, avšak v této době trhem nabízené materiály na magnety nebyly příliš kvalitní a většinou vykazovaly špatné vlastnosti. Z tohoto důvodu tento nápad na návrh stroje nenašel své využití a bylo od něj upuštěno, protože nedosahoval potřebných hodnot účinnosti a výkonu. Podle [10] postupem času kolem roku 1980 vznikají tzv. neodymové magnety kombinací prvků neodyma, železa a bóru (NdFeB). Tyto magnety z důvodu jejich vlastností a nízké ceny zapříčinily nový rozvoj SySPMSS, dle [6] vynikají vysokou remanentní energií a energetickou hustotou. Zdroj [11] uvádí, že v posledních letech cena těchto magnetů velmi vzrostla, a to z důvodu zdražení vzácných kovů neodyma.



Obr. 2.1: Cena neodymu v hodnotách Čínského jüanu od roku 2012 až do současnosti.

Z obrázku (2.1) můžeme vyčíst, že první nárůst ceny byl v roce 2010, v roce 2012 cena

začala stagnovat, a poté rapidně klesla na původní cenu, avšak při rozmachu elektroautomobilů cena začala opět rychle růst a každým rokem se zvyšuje několikanásobně. S růstem cen magnetů vzrostla i cena SySPMSS, proto se výrobci snaží co nejvíce minimalizovat využití magnetů nebo jejich použitý objem bez kompromisů na výkon stroje, a tím co nejvíce snížit cenu. Dle [12] někteří výrobci dokonce vyvíjejí své vlastní permanentní magnety, aby se vyhnuli vysokým tržním cenám.

Podle [6] byla při vývoji SySSS snaha o stroj, který by měl lepší účinnost než asynchronní stroj, a zároveň by stále využíval schopnosti přímého rozběhu po připojení na síť bez potřeby použití frekvenčního měniče. Stavba SySPMSS je velmi podobná AS, stator je složen ze statorových plechů stejně jako u AS. Rotor je složen z kotvy nakrátko a z permanentních magnetů. Kotva nakrátko vytváří asynchronní moment, který je využíván pro rozběh stroje. Permanentní magnety vytváří velkou část synchronního momentu, ten je využíván pro přeskok stroje do synchronismu a následného udržení tohoto stavu.

2.2 Dělení synchronních strojů spouštěných ze sítě, jejich výhody a nevýhody

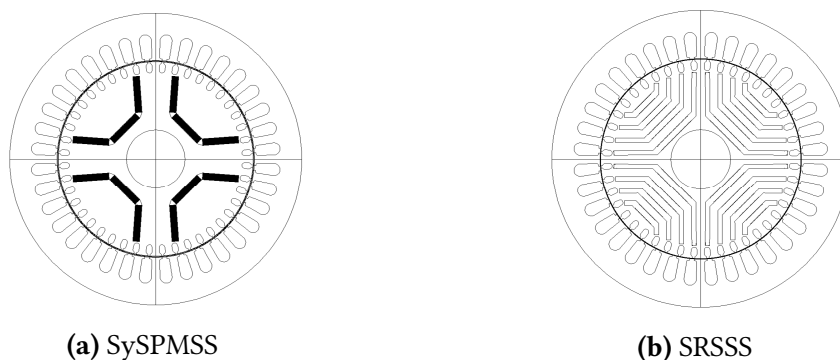
Aktuálně existují dva typy synchronních strojů spouštěných ze sítě, a to:

a) Synchronní stroj s permanentními magnety spouštěný ze sítě (SySPMSS)

Permanentní magnety tvoří velkou část synchronního momentu, k této části se přidá ještě malý reluktanční moment, čímž vzniká celkový synchronní moment. Zdroj [6] uvedl, že se nejčastěji jedná o čtyřpólový stroj z důvodu vhodné konstrukce a umístění magnetů.

b) Synchronní reluktanční stroj spouštěný ze sítě (SRSSS)

Tento stroj žádné permanentní magnety nebo elektromagnety nevyužívá a synchronní vlastnosti závisí pouze na celkovém reluktančním momentu. Tyto stroje jsou ekonomicky dostupnější, ale nedosahují tak vysokých účinností jako stroje s permanentními magnety. Dle [7] jejich moment závisí na poměru indukčností v d-ose a q-ose.



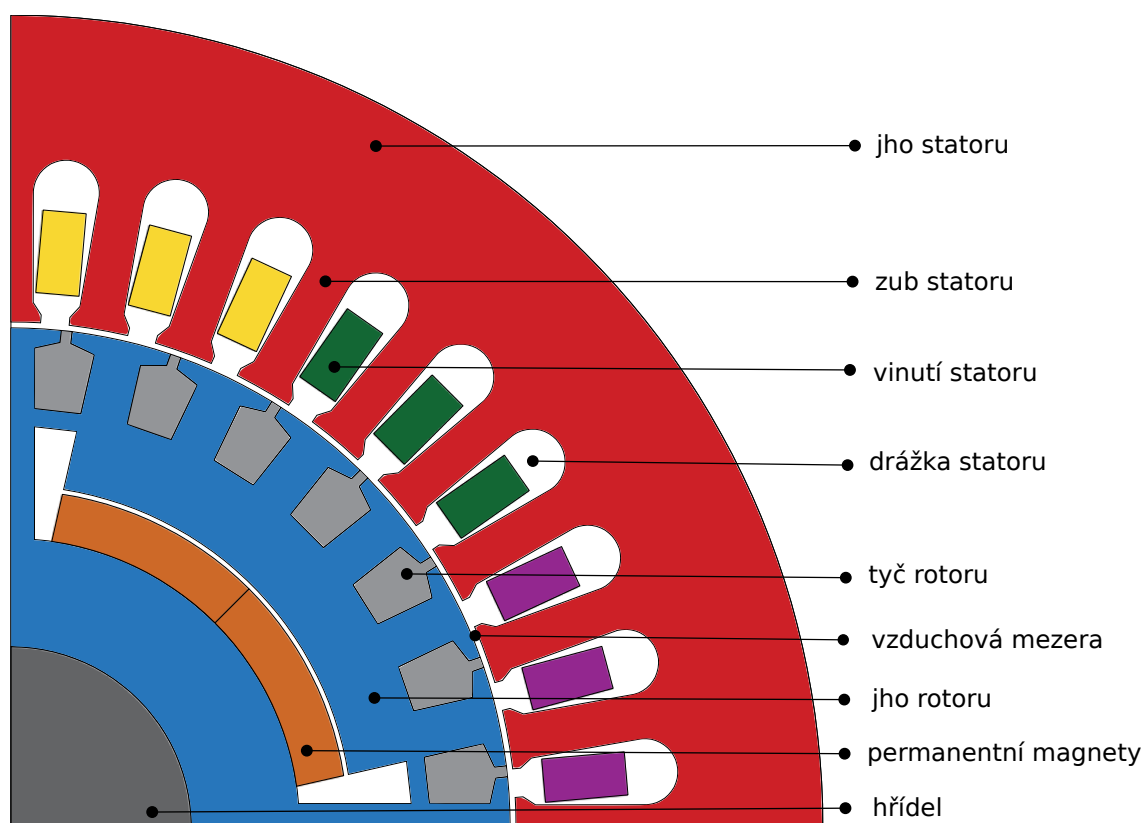
Obr. 2.2: Struktury strojů spouštěných ze sítě, upraveno a převzato z [9].

Publikace [9] uvedla jako velkou výhodou SySSS využití kladných vlastností obou strojů, a to přímý rozběh ze sítě a vysokou účinnost. Při synchronní rychlosti nepoteče v rotoru SySPMSS teoreticky žádný proud, tudíž v něm nevznikají žádné joulovy ztráty a pracovní teplota bude nižší, což zvyšuje celkovou účinnost stroje oproti asynchronnímu stroji. Stroj SySPMSS má také vysoký účinek, protože magnety generují vysokou hodnotu magnetického toku ve vzduchové mezeře. Tento jev způsobuje, že bude zapotřebí nižší proud ve statoru pro zmagnetování. Z toho vyplývá, že statorem poteče nižší proud, díky kterému budou nižší joulovy ztráty v mědi, a to dále zvýší účinnost. U SRSSS bude účinnost a účinek o něco nižší, protože tento stroj nevyužívá žádné magnety a vzniklý reaktanční moment nebude tak vysoký jako u SySPMSS. Další výhodou SySSS uvažujeme větší vzduchovou mezeru, která nám sníží přídavné a harmornické ztráty.

Dále publikace [9] uvedla, že naopak velkou nevýhodou je vysoká cena tohoto stroje. To je způsobeno komplexní konstrukcí a návrhem, spojení dvou různých strojů je podmíněno úspěšnou synchronizací, která je technicky náročná, protože ve stroji vznikají parazitní jevy snižující schopnost synchronizace, viz kapitola o synchronizaci 2.5. Pro stroj SySPMSS je také nevýhodou neustále stoupající cena permanentních magnetů, která zvyšuje cenu stroje.

2.3 Princip synchronního stroje spouštěného ze sítě s permanentními magnety

Z [13] vyplývá, že rotující magnetické pole vzniká ve statoru, kde jsou umístěny cívky pravidelně ve dvojicích. Po přivedení třífázového napětí na stator vznikne v každé dvojici cívek magnetický tok. Cívky jsou od sebe posunuty o sto dvacet stupňů stejně jako fáze v distribuční síti. Tímto vznikne rotující magnetické pole s fázovým posunem o sto dvacet stupňů. Pokud vložíme do tohoto rotujícího magnetického pole rotor, začne se v kleci díky magnetickému toku indukovat napětí, a to způsobí i vznik proudu. Daný proud poté vytvoří své vlastní rotující magnetické pole, které reaguje s polem statoru a vzniká asynchronní moment, který rozpohybuje rotor. Rotor se točí se skluzem, tudíž skoro synchronními otáčkami. Jakmile rotor dosáhne dostatečných otáček, synchronní moment překlopí rotor do synchronismu. Stroj v synchronismu se bude otáčet synchronní rychlostí a bude vykazovat vlastnosti synchronního stroje. V [9] je uvedeno, že stroj vznikl jako hybrid, je poměrně důležité a náročné udržet rovnováhu mezi oběma momenty. Pokud bude synchronní moment příliš vysoký, stroj se nikdy nerozběhne po připojení ke zdroji. Pokud bude naopak synchronní moment příliš malý a asynchronní velký, stroj nikdy nepřeskočí do synchronismu, proto je důležité udržovat poměr momentů v rovnováze. Tento princip platí pro všechny stroje spouštěné ze sítě, všechny totiž využívají kotvu nakrátko, avšak chování stroje v synchronním režimu záleží na konstrukci.



Obr. 2.3: Struktura stroje SySPMSS, který je rozebírán v této práci

2.4 Rozběh SySPMSS - Asynchronní část

V této části bude rozebírán rozběh SySPMSS a problémy s ním spojené, princip jsme si už popsali v předchozí části. Po připojení stroje k síti se během rozběhu začíná tvořit záběrný (asynchronní) moment. Aby se rotor roztočil, musí být záběrný moment větší než součet momentu brzdného a momentu zátěžného. Dle [9] a [6] zátěžný moment odpovídá charakteru zátěže, zatímco brzdný moment vzniká otáčením permanentních magnetů, které vytváří indukované napětí naprázdno s odlišnou frekvencí než při synchronním stavu, toto napětí vytváří proud, jenž budí další magnetický tok. Spojením tohoto toku s tokem magnetů ve vzduchové mezeře vzniká brzdný moment. Velikost proudu lze omezit velikostí impedance statoru. Velikost brzdného momentu závisí na skluzu. Tudíž brzdný moment bude největší při malých otáčkách a se zvyšujícími se otáčkami tento moment téměř vymizí. Díky této vlastnosti jsou vhodné aplikace, kde se zátěžný moment zvyšuje s rychlostí otáčení stroje. Brzdný moment snižuje synchronizační schopnost a při nízkém záběrném momentu může dokonce zastavit rozběh, může také za vznik pulsačního momentu, který při návrhu zanedbáváme, protože jeho vliv na poměrně rychlý start stroje je malý. Brzdný moment lze také ovlivnit topologií stroje, například pokud bude mít stroj magnety na povrchu, bude indukované napětí příliš vysoké a tímto napětím bude brzdný moment dále zvyšován, synchronizace proto potrvá

delší dobu a pro stroje bude obtížnější dostat se do synchronismu. Skluz, který ovlivňuje brzdňý proud, lze vypočítat stejně jako u AS, a to:

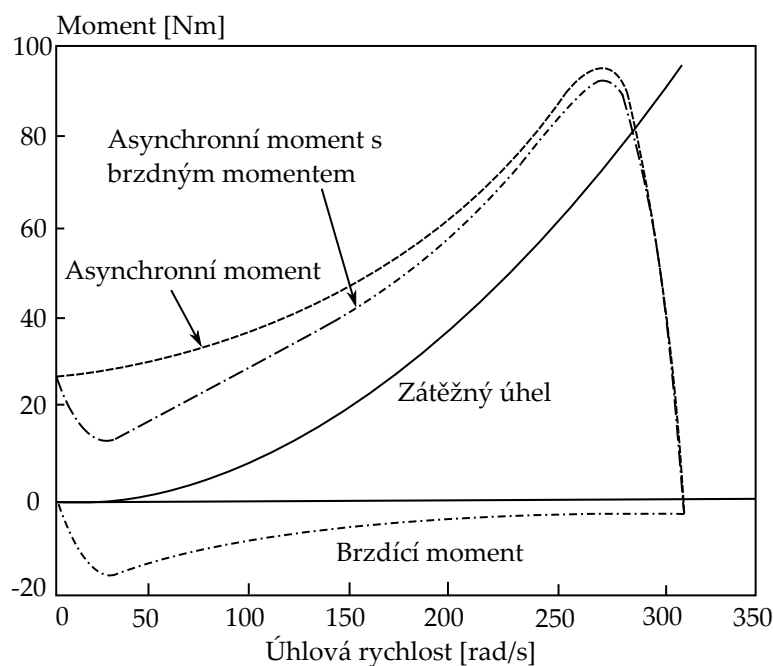
$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \quad (2.1)$$

Kde n jsou jmenovité otáčky magnetického pole rotoru a n_1 jsou jmenovité otáčky magnetického pole statoru.

Otáčky statoru lze definovat jako:

$$n_1 = \frac{60 \cdot f}{p} \quad (2.2)$$

Kde f je jmenovitá frekvence stroje a p je počet pólových dvojic stroje.



Obr. 2.4: Rozběhový moment s magnety a bez magnetů, překresleno z [9].

V obrázku (2.4) znázorňuje křivka asynchronního momentu rozběh bez PM. Můžeme vidět, že při nízké úhlové rychlosti dosahuje brzdňý moment maxima. Dále je zobrazeno, jak se sníží asynchronní moment přidáním PM do rotoru. Pro zredukování tohoto parazitního jevu je nutné buď snížit objem permanentních magnetů, nebo reluktanci stroje, avšak toto je nežádoucí, protože pro správnou synchronizaci je důležitý dostatečný synchronní moment, který je právě tvořen reluktancí a permanentními magnety. V této práci je efekt reluktančního momentu při startu zanedbán, protože je velmi malý, a proto příliš neovlivní rozběh stroje.

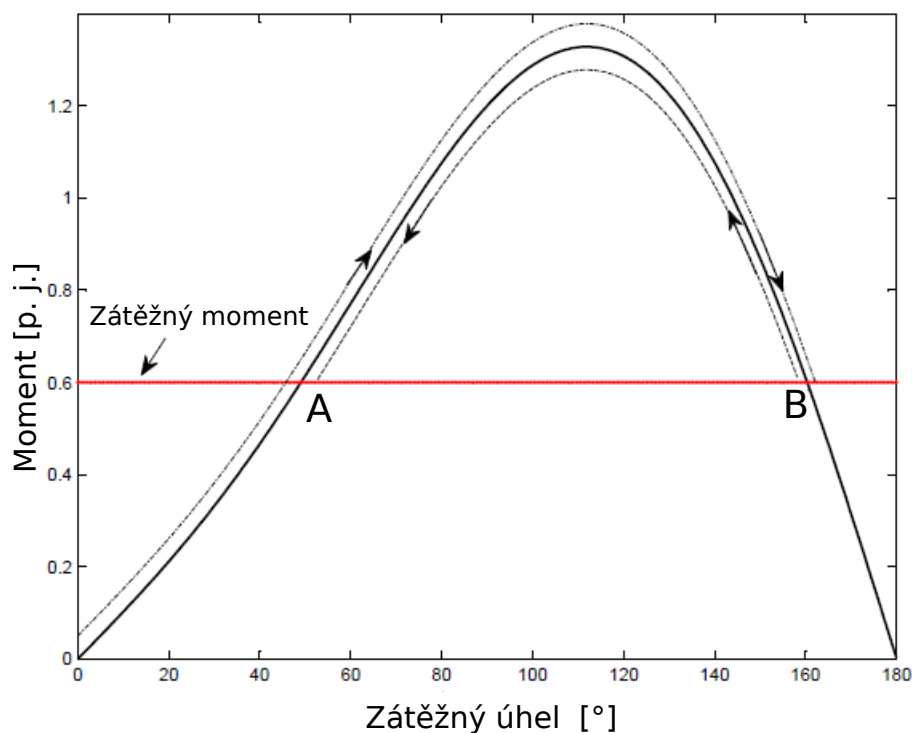
Důležitost natočení pro rozběh stroje

Z publikace [9] vyplývá, že po připojení napětí ke stroji vznikne magnetický tok statoru, který reaguje na magnetický tok tvořený magnety v rotoru. Moment, který vznikne touto reakcí dvou toků závisí na úhlu vektorů toku. Pokud budeme brát v potaz, že velikost vektorů bude neměnná, lze konstatovat, že při úhlu σ od nuly do π bude vzniklý moment kladný, a tím pádem i vhodný pro rozběh. Nejlepší stav nastane při úhlu $\pi/2$, kdy je kladný moment maximální. Při úhlu π do 2π bude vzniklý moment záporný, což zhoršuje schopnost rozběhu. V praxi je využíván kvůli mechanickým omezením start při nulovém úhlu σ .

2.5 Synchronizace

Podle [9] je proces synchronizace okamžik, kdy asynchronní moment, tvořený kotvou nakrátko, roztočí rotor téměř na synchronní otáčky. V této chvíli by měl mít rotor dostatečný synchronní moment pro překlopení stroje ze stavu rozběhu na ustálený stav. Dále dle [6] různé parazitní jevy, jako je například třecí moment, brání přeskoku do synchronizace. Zátěžný úhel se při rozběhu stroje neustále mění, tento jev je způsoben relativní změnou úhlové rychlosti statorového a rotorového vektoru toku. Při nízké rychlosti rotoru je relativní úhlová rychlost velmi vysoká, což bude mít za příčinu častou změnu zátěžného úhlu. To způsobí, že při nízkých otáčkách bude efekt synchronního momentu na akcelerační moment velmi malý. S vyšší rychlostí otáčení rotoru se relativní úhlová rychlost zmenší a změna zátěžného úhlu se také zpomalí. To způsobí pomalejší změnu synchronního momentu, který se začne podílet na velikosti akceleračního momentu. Synchronizace začne, když bude rotor zrychlovat s kladným skluzem a synchronním momentem. Se zrychlujícím rotorem se bude zvyšovat i zátěžný úhel. Při určité hodnotě otáček rotoru převyší synchronní moment ten zátěžný a dále poroste. Rotor bude zrychlovat až do momentu synchronizace. Po synchronizaci vysoký moment zrychlí rotor nad synchronní otáčky, avšak zátěžný úhel začne klesat, protože úhel σ bude záporný a stroj se následně ustálí na velikosti zátěžného momentu. Nižší hodnota skluzu je vhodná pro snadnější synchronizaci, protože bude potřeba méně energie pro přechod.

Ze zdroje [9] vyplývá, že na obr. (2.5) je vyobrazena závislost synchronního momentu na zátěžném úhlu. Červená přímka znázorňuje zátěž. Jak už bylo popsáno výše, v bodě **A** nastane okamžik, kdy synchronní moment překoná velikost zátěžného momentu a dále se bude zvyšovat. Stroj se zesynchronizuje, pokud se dostane na hodnotu synchronních otáček před dosažením bodu **B**. V bodě **B** je skluz nulový. Pokud synchronizace úspěšně proběhne, zátěžný úhel se převrátí a začne klesat. Rotor se vrátí do bodu **A**, ve kterém se ustálí a pracuje v ustáleném stavu.



Obr. 2.5: Synchronní moment v závislosti na zátěžném úhlu při startu, upraveno a převzato z [9].

Parametry, které ovlivňují synchronizaci:

1) Objem použitých permanentních magnetů

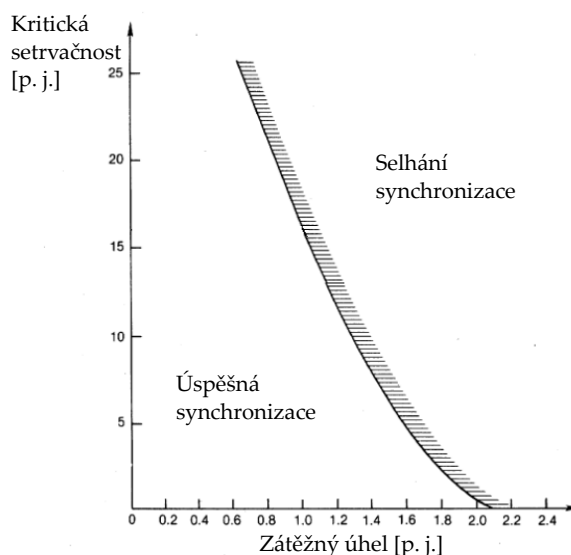
Podle [9], jak už bylo zmíněno v předchozích kapitolách, zvětšením objemu permanentních magnetů získáme větší magnetický tok ve vzduchové mezeře, což zvyšuje synchronní moment a také synchronizaci, ale zároveň se zvýší brzdňný moment, který zpomaluje akceleraci stroje, a tím i synchronizaci. Z tohoto důvodu je potřeba při návrhu velikosti magnetů dbát na vyváženost ve stavu rozběhu a v ustáleném stavu.

2) Zdroj napájení

Z publikace [6] můžeme vyvodit, že synchronní moment vytvořený permanentními magnety závisí lineárně na napájecím napětí, tím pádem je synchronizace nepřímo ovlivněna napájecím napětím. S vyšším napětím bude vyšší i rozběhový moment, a tím i zrychlení stroje. Stroje využívající hlavně reluktanční moment mají zpravidla vyšší citlivost na napětí než stroje, které využívají moment získaný magnetickým tokem z permanentních magnetů.

3) Celková setrvačnost

Dle [9] je schopnost synchronizace snížena se zvyšující setrvačností. Setrvačnost je závislá na zátěžném momentu a při změně zátěže se výrazně mění. Kritickou setrvačností lze popsat jako maximální možnou hodnotu momentu setrvačnosti pro danou hodnotu zátěžného momentu, po které stroj nedosáhne synchronizace.



Obr. 2.6: Synchronizace v závislosti na celkové setrvačnosti a zátěžném úhlu, upraveno z [9].

Z obrázku (2.6) lze vyčíst, že kritická setrvačnost klesá s rostoucím zátěžným úhlem.

4) Poměr indukčností L_d/L_q

Z publikací [9] a [8] vyplývá, že zvýšením poměru indukčností je získán vyšší reluktanční moment stroje, toto zvyšování má hranici, po které se začne reluktanční moment snižovat. Vyšší reluktanční moment zvyšuje účinnost stroje, synchronní moment, a tím i lepší schopnost synchronizace. S vyšším poměrem indukčností se bude zvyšovat i účinnost, při nízkých hodnotách poměru poroste účinnost velmi rychle, ale poté se změna zpomalí. Tato vlastnost je důležitá pro stroj SRSSS, ale je užitečná i pro typ stroje SySPMSS, kde je možnost snížit objem magnetů a ztrátu v synchronním momentu vykompenzovat pomocí zvýšení tohoto poměru.

Dle [6] je pro synchronizaci také důležité, aby hodnota skluzu nepřekročila hodnotu kritického skluzu. Kritický skluz je popsán rovnicí, která vychází z Newtonova zákona o celkové setrvačnosti soustavy, P_{p0} představuje maximální výkon, J_{str} setrvačnost stroje a $J_{zát}$ setrvačnost zátěže.

$$s_{kri} = \frac{1}{\frac{\omega_s}{p}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot P_{p0}}{\pi \cdot (J_{str} + J_{zát}) \cdot f_s}} \quad (2.3)$$

Po překlopení stroje do synchronního stavu může dojít k překročení nejvyššího možného momentu. Tento maximální moment je schopen vytáhnout stroj ze synchronismu, avšak stále může dojít k opětovné synchronizaci do synchronního stavu pod podmínkou, že bude skluz rotoru nižší než ten kritický.

2.6 Ustálený stav SySPMSS - Synchronní část

V ustáleném stavu využívá stroj SySPMSS vlastnosti synchronního stroje. Vyznačuje se vysokým synchronním momentem, který je tvořen interakcí magnetických toků statoru a magnetů. K tomuto momentu se přidá také malý reluktanční moment. Dle [6] moment tvořený permanentními magnety lze stanovit pomocí:

$$M_{\text{syn}} = \frac{p \cdot m}{\omega_s} \cdot \frac{U_s \cdot U_0}{X_d} \cdot \sin\delta \quad (2.4)$$

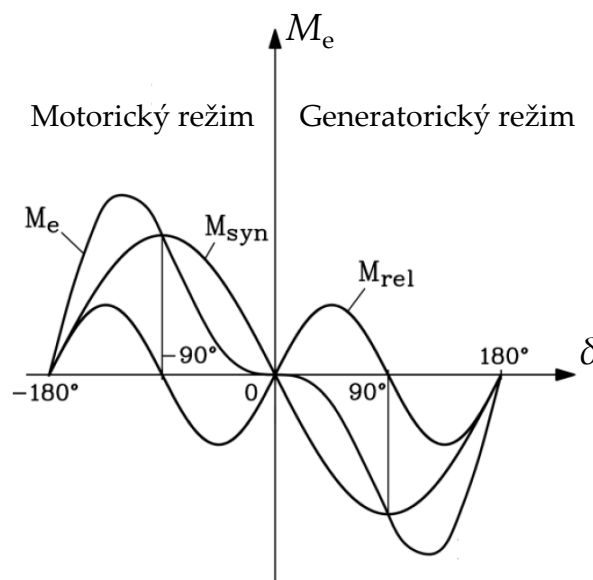
Reluktanční moment vychází z rovnice:

$$M_{\text{rel}} = \frac{p \cdot m}{\omega_s} \cdot \frac{U_s^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot \sin 2\delta \quad (2.5)$$

Spojením těchto vzorců je získán vzorec pro celkový moment:

$$M_e = -\frac{p \cdot m}{\omega_s} \left(\frac{U_s \cdot U_0}{X_d} \cdot \sin\delta + \frac{U_s^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot \sin 2\delta \right) \quad (2.6)$$

V následujícím grafu jsou zobrazeny momentové charakteristiky, které byly popsány pomocí rovnic (2.4), (2.5) a (2.6).



Obr. 2.7: Závislosti momentů na zátěžném úhlu, upraveno z [6].

3 Modelování synchronního stroje spouštěného ze sítě

Proces návrhu stroje je rozdělen do několika kroků. Dle [14] je první krok při navrhování modelu elektrického točivého stroje zadání specifických požadovaných parametrů stroje. Další z částí vývoje nového stroje zahrnuje mechanický návrh, elektromagnetický návrh a tepelný návrh stroje. Všechny návrhy můžeme sestavit například pomocí odporové sítě, kterou využívá tato práce. Jako další krok při návrhu elektrického stroje se navrhují ložiska a jako poslední krok je návrh zdroje napájení. Je pravděpodobné, že se konstruktér několikrát vrátí k různým návrhům, například když stroj nedosahuje potřebné účinnosti, přehřívá se, nebo je ve vysokých otáčkách příliš mechanicky namáhán.

3.1 Obecný matematický model

Publikace [15] uvedla, že při modelování pomocí matematických modelů zavádíme několik zjednodušení, jako je zanedbání vysokých harmonických. Vliv oteplení stroje je možné zanedbat, ale většinou je brán v potaz, dále také předpokládáme, že je trojfázová síť souměrná soustava, což znamená, že všechny fáze mají stejnou impedanci a indukčnost. Při výpočtu zanedbáváme ztráty vzniklé v železe hysterezí nebo vířivými proudy a mechanické ztráty se přidají k zátěžnému momentu. V této práci magnetizační charakteristiku uvažujeme nelineární, ale pro výpočet matematického modelu je možné uvažovat i lineární a šířku vzduchové mezery za neměnicí se. Všechny tato zjednodušení snižují přesnost výpočtu, je tedy důležité před návrhem matematického modelu zvážit, nakolik je přesnost důležitý faktor. Poté zdroj [15] uvedl, že existuje několik různých metod, jak popsat matematický model, například metoda souměrných složek, nebo metody užívající vektorové počty a také metoda časových fázorů. Používáme dva způsoby zápisu, a to pomocí matic nebo prostorových vektorů.

Dále je popsáno několik druhů matematického modelu.

Clarkova a Parkova transformace

Zdroj [15] popsal, jak se Parkova transformace používá k zjednodušování trojfázových sítí na ekvivalentní dvojfázové sítě pro zjednodušení výpočtů. Pokud je podmínka symetrie splněna pro zdroj napětí, pak platí i pro další veličiny, jako je magnetický tok. Dále zdroj [16] uvedl, že Clarkova transformace umožňuje přetransformovat třífázovou síť na dvojfázovou, kde budou fáze posunuty o devadesát stupňů. Dle [17] se Parkova transformace používá po Clarkově, kdy se přetransformovaný dvojfázový systém ještě převede na systém d, q .

Metoda konečných prvků

Dle [18] je metoda konečných prvků (MKP) velmi populární, využívají ji počítačové programy, jako je například ANSYS, CAD nebo FEMM. Tato metoda usnadňuje výpočet elektromagnetického pole, což je pro klasický analytický výpočet velmi náročné. Metoda využívá jako základ Maxwellovy rovnice, které numericky počítá, a tím vzniká jakýsi model elektromagnetického pole, jenž nám umožňuje lépe si zobrazit slabiny navrženého stroje. Zdroj [19] uvedl, že při neustále rostoucí poptávce po výkonných elektrických strojích jsou odpovídající analýzy problémem. Analytický přístup využívá výhody rychlého výpočtu a uzavřeného řešení, ale není vhodný pro praktické stroje s komplikovanou nebo inovativní strukturou. Numerické metody, jako je MKP, je možné aplikovat na nové struktury strojů. Nevýhodou této metody je dlouhý výpočtový čas, který se stanovuje pomocí časového kroku. MKP se také používá pro točivé elektrické stroje, kde právě poloha rotoru může způsobit horší přesnost. S otáčením stroje jsou konečné prvky ve vzduchové mezeře neměnné.

3.2 Odporová síť

Z publikace [20] vyplývá, že principem odporové sítě je vytvořit ekvivalentní elektrický model, který odpovídá zadanému stroji, v našem případě SySPMSS. Pro vytvoření modelu využijeme analogie Hopkinsonova a Ohmova zákona. Tyto analogie nám poté umožňují určovat různé hodnoty reálného stroje přepočítáním hodnot z navrženého elektrického modelu. Pomocí dalších analogií můžeme zjistit také například oteplení strojů v chodu nebo dynamické účinky. Abychom mohli správně navrhnout takový model, musíme podrobně znát všechny vlastnosti stroje jako například velikost, druhy materiálů a celkovou konstrukci. Ekvivalentní model vzniká rozdělením stroje na části, které jsou zobrazeny v řezu. V tomto řezu poté přidělíme důležitým částem, jako je například zub statoru, jejich vlastní odporový prvek, který odpovídá magnetické reluktanci v daném místě. Po přiřazení všech důležitých odporových prvků pro různé části stroje vznikne spojením uzlů, viz obrázek (4.1), již dříve zmíněná odporová síť. Pro tuto síť poté dle analogických vzorců stanovíme v našem případě magnetické vlastnosti obvodu, jako je magnetický tok.

Modelování synchronního stroje pomocí tepelné sítě

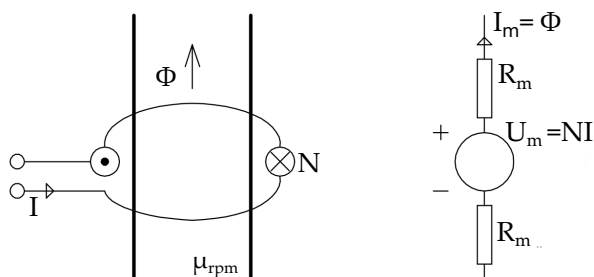
Jak bylo zmíněno v sekci o odporové síti 3.2, pro výpočet oteplení stroje můžeme také využít odporovou síť. Z publikace [21] vyplývá, že výpočet tepelné sítě odpovídá teplu vzniklému při chodu stroje. Teplo vzniká frekvencí, hustotou magnetického toku a proudem v částech strojů. Proudění tepla ve strojích je analogické proudění elektrického proudu, proto lze aplikovat metodu odporové sítě a pomocí analogie vypočítat potřebné hodnoty.

3.3 Úvod do magnetických obvodů

V této práci se budeme pohybovat v magnetických obvodech pro elektromagnetický návrh. Z publikace [20] vychází, že magnetické pole vzniká okolo vodičů, ve kterých protéká elektrický proud. Magnetické pole je možné zesílit pomocí spirálovitého tvaru vodiče neboli cívky, poté sílu magnetického pole určuje počet závitů. Dalším zdrojem magnetického pole jsou permanentní magnety. Princip magnetického obvodu spočívá v soustředění magnetického pole do magneticky vodivé dráhy, která má nízkou magnetickou reluktanci neboli magnetický odpor. Magnetické vodivé dráhy poté s magnetickým tokem tvoří tzv. diskrétní magnetický obvod. Takový obvod je popsán jako obvod, ve kterém je cesta magnetického toku přesně určena a ohraničena geometrií dráhy. Magnetický obvod soustředí magnetické pole do žádoucího pracovního prostoru, abychom jej mohli správně využít pro různé aplikace, jako je například odporová síť.

Cívka v magnetickém obvodu

Pro magnetický obvod aplikujeme magnetoelektrickou analogii.



Obr. 3.1: Ekvivalent elektrického a magnetického obvodu ukazující cívku, upraveno z [22].

Pro magnetoelektrické napětí platí:

$$U_m = N \cdot I = H \cdot l \quad (3.1)$$

Kde N je počet závitů cívky, I je proud tekoucí cívku, H je intenzita magnetického pole a l je délka cívky.

Z publikace [22] vyplývá, že hodnota magnetického napětí vytvořená cívku v magnetickém obvodu má v elektrických strojích jinou velikost, protože cívky nejsou umístěny vedle sebe, ale v drážkách statoru.

Pro magnetický proud platí:

$$I_m \approx \Phi = B \cdot S \quad (3.2)$$

Kde Φ je magnetický tok a B je magnetická indukce.

Pro magnetickou vodivost platí:

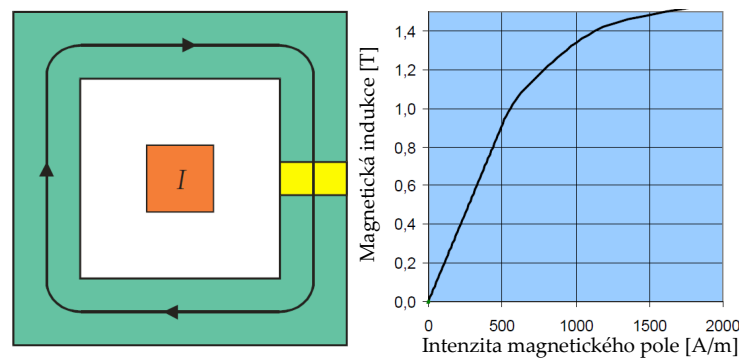
$$\lambda_m = \frac{I_m}{U_m} = \frac{B \cdot S}{H \cdot l} = \mu \cdot \frac{S}{l} \quad (3.3)$$

Z magnetické vodivosti vyvodíme vzorec pro magnetický odpor:

$$R_m = \frac{1}{\lambda_m} = \frac{l}{\mu \cdot S} \quad (3.4)$$

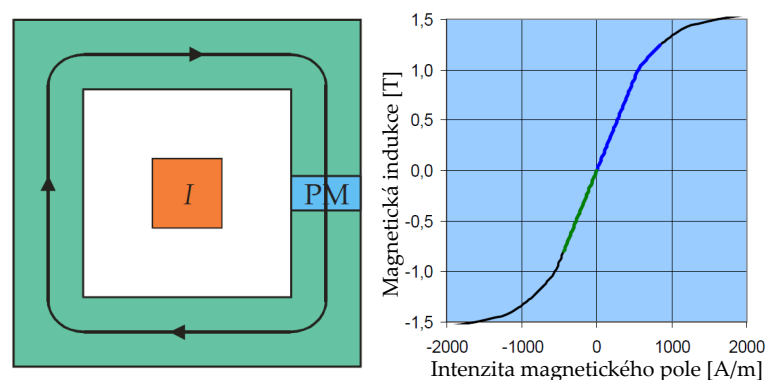
3.4 Induktor s permanentním magnetem

Z publikace [14] vyplývá, že u cívky s železným jádrem vzniká problém s přesycením jádra. Tento jev můžeme vidět v grafu magnetizační křivky, kdy lineární část průběhu je velmi omezena.



Obr. 3.2: Základní model induktoru a magnetizační křivka železného jádra, upraveno z [14].

Pokud přidáme permanentní magnet do cívky, upravíme tak magnetizační křivku, zvětšíme lineární oblast, a tím pracovní oblast.



Obr. 3.3: Základní model induktoru s přidaným magnetem a upravená magnetizační křivka železného jádra, upraveno [14].

Permanentní magnety v magnetickém obvodu

Dle [22] jsou permanentní magnety v magnetickém obvodu vyjádřeny jako zdroj napětí s magnetickými odpory, které představují reluktanci. Magnetoelektrické napětí může být jednoduše popsáno:

$$\Phi = B_r S \quad (3.5)$$

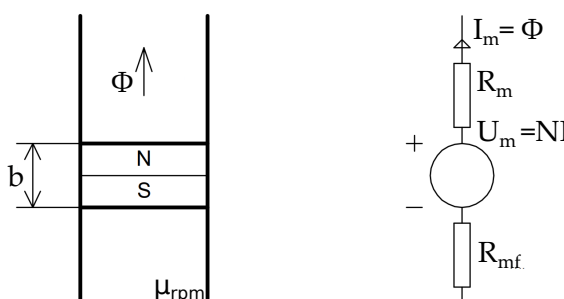
Kde B_r je hodnota remanentní hustoty magnetického toku permanentních magnetů.

$$U_m = \Phi \cdot R_m = B_r S \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} \quad (3.6)$$

Kde μ_{rpm} je relativní hodnota permeability permanentního magnetu.

Po úpravě dostaneme:

$$U_m = \frac{B_r l}{\mu_0 \mu_r} \quad (3.7)$$



Obř. 3.4: Ekvivalent elektrického a magnetického obvodu ukazující permanentní magnet, upraveno z [22].

3.5 Elektromagnetické zatížení stroje

Při návrhu je také potřeba myslet na elektromagnetické zatížení stroje, a to z důvodu jeho využitelnosti. Podle [14] je elektromagnetické zatížení vyjádřeno pomocí magnetické indukce B a hustoty elektrického proudu J . Tyto veličiny mají relativní konstantní velikost určenou pomocí magnetické saturace a nárůstu teploty. Zatížení úzce souvisí s těmito ztrátami. Účinnost chlazení určuje vyšší mez pro dovolené nejvyšší ztráty, a tím pádem ztráty a chlazení určují vyšší mez nejvyššího možného trvalého výkonu získaného ze stroje.

Ztráty způsobené teplem:

$$P_{cu} = I^2 \cdot R = I^2 \cdot \rho_{cu} \cdot \frac{l_{cu}}{S_{cu}} = \left(\frac{I}{S_{cu}} \right)^2 \cdot \rho_{cu} \cdot l_{cu} \cdot S_{cu} = J^2 \cdot \rho_{cu} \cdot V_{cu} \quad (3.8)$$

Ztráty v železe:

$$P_{fe} = P_{fe,h} + P_{fe,v} = m_{fe} \cdot (\varepsilon_h \cdot f + \varepsilon_v \cdot f^2) \cdot \hat{b}^2 = \rho_{fe} \cdot V_{fe} \cdot (\varepsilon_h \cdot f + \varepsilon_v \cdot f^2) \cdot \hat{b}^2 \quad (3.9)$$

$P_{fe,h}$ vyjadřuje hysterezní ztráty stroje a $P_{fe,v}$ vyjadřuje ztráty vířivými proudy. ε vyjadřuje koeficienty těchto ztrát, které udává výrobce těchto materiálů.

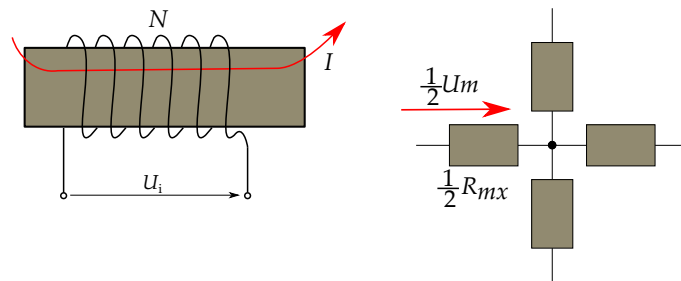
3.6 Modelování pomocí reluktanční sítě

Ze zdroje [23] vyplývá, že elektromagnetické ekvivalentní obvody začínají být přijímány jako alternativa k metodě konečných prvků pro modelování elektromechanických zařízení. Hlavními výhodami této metody je dostatečná přesnost vzhledem k mírné výpočetní náročnosti a flexibilita velikosti modelu. Reluktanční síť vychází z analogie elektrického obvodu, kde v magnetickém obvodu je proud nahrazen magnetickým tokem, indukované napětí je nahrazeno magnetomotorickým napětím a odpor reluktancí. Navržené reluktance mohou mít různé dimenze a tvary.

Základní prvky 2D modelu reluktance

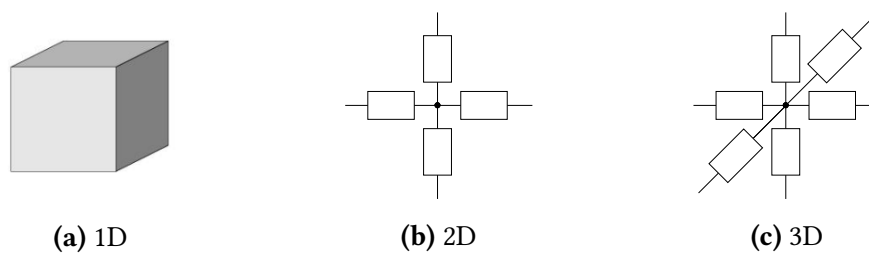
Podle [14] je magnetická reluktance neboli magnetický odpor popsán magnetickým odporem materiálu. Proud tekoucí cívkou o počtu závitů N indukuje napětí. Pro elektromagnetický model platí:

$$R_m = \frac{l}{\mu S} = \frac{U_m}{\phi} \quad (3.10)$$



Obr. 3.5: Zobrazení 2D modelu reluktance.

Modely reluktance podle dimenze



Obr. 3.6: Reluktanční modely odporové sítě rozděleny podle dimenzí, upraveno z [14].

Pro 2D model je odvozen vzorec:

$$R_{mx} = \frac{l_{\phi x}}{\mu A_{\phi x}} \quad (3.11)$$

$$R_{my} = \frac{l_{\phi y}}{\mu A_{\phi y}} \quad (3.12)$$

Pro odporové prvky v této práci budeme pro jednoduchost uvažovat konstantní hodnotu permeability. Ze zdroje [20] vyplývá, že pro náročnější požadavky na přesnost a pro různé jevy, jako je změna magnetického toku při buzení, je potřeba uvažovat měnící se hodnotu permeability.

Hodnoty reluktancí podle tvarů zkoumaných objektů

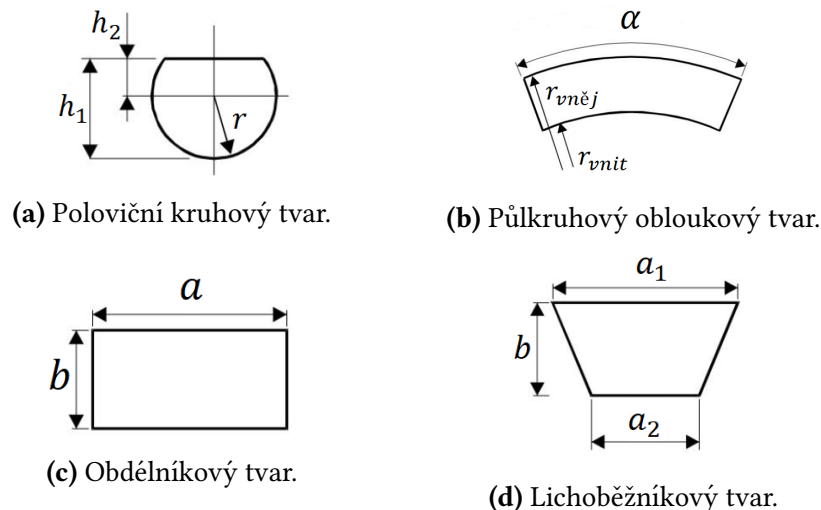
Dále z [14] vyplývá, že hodnoty reluktancí závisí na tvaru zkoumaného objektu, například pro tvar obdélníku (3.7c) vypočítáme reluktanci pomocí:

Ve směru radiální osy:

$$R_{mr} = \frac{1}{\mu l} \frac{b}{a} \quad (3.13)$$

Ve směru obvodové osy:

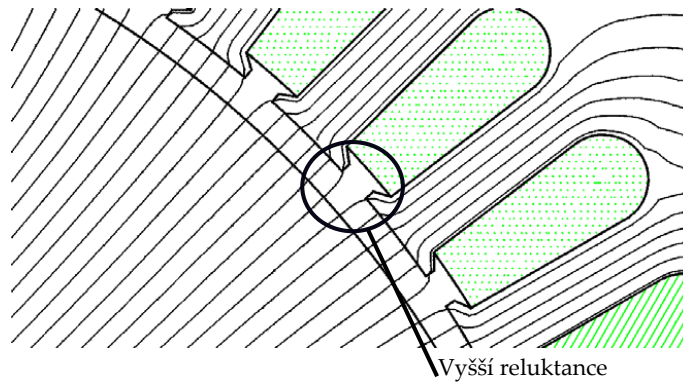
$$R_{m\phi} = \frac{1}{\mu l} \frac{a}{b} \quad (3.14)$$



Obr. 3.7: Hodnoty reluktancí podle tvarů zkoumaných objektů, upraveno z [14].

3.7 Reluktance vzduchové mezery

Ze zdroje [14] vyplývá, že z důvodu konstrukce statorového drážkování je vzduchová mezera brána jako mírně větší reluktance pro magnetický tok, než by samotná vzduchová mezera představovala.



Obr. 3.8: Reluktance vzduchové mezery, upraveno z [14].

Klasická analýza tento fakt bere v potaz a počítá s ním pomocí Carterova faktoru, který je definován jako poměr maximální a průměrné hodnoty hustoty magnetického toku.

$$k_c = \frac{B_{\max}}{B_{\text{ave}}} \quad (3.15)$$

Tento faktor se vynásobí s fyzickou délkou vzduchové mezery nad drážkovou roztečí.

$$k_c = \frac{\tau_s}{\tau_s - \gamma b_{1s}} \quad (3.16)$$

Tato rozteč závisí na poměru drážek a délce vzduchové mezery.

Úhel otevření zjistíme pomocí vzorce:

$$\gamma = \frac{1}{1 + 5 \frac{\delta}{b_{s1}}} \quad (3.17)$$

Saturace rotorového mostu

Zdroj [14] popisuje, že je nezbytné při vytváření modelu stroje uvažovat saturaci rotorového mostu. Bez této saturace by hlavní část magnetického toku protékla mostem bez přechodu přes vzduchovou mezeru. Také se jedná o nejvíce kritické místo pro výpočet.

4 Návrh ekvivalentního magnetického obvodu

Následující celá kapitola čerpá a využívá znalosti získané ze zdroje [24], jedná se o přednáškovou prezentaci předmětu „Design of electrical machines.“ z Finské Univerzity Aalto.

4.1 Odvození vzorců pro magnetický obvod při stavu naprázdno

Odvozování vzorců pro magnetický obvod při stavu naprázdno se provádí pro zjištění hodnoty indukovaného napětí. Odvození vysvětluje výpočet nejdříve pro magnetomotorické napětí pro jednotlivé části stroje, poté zobrazuje odvození magnetomotorického napětí pro permanentní magnet. Ve výsledné rovnici napětí je popsáno celkové získané napětí, ze kterého je možné vyvodit finální rovnici, již bude tato práce využívat. $I_{st} = 0$

Odvození pro magnetomotorické napětí

První Maxwellova rovnice v integrálním tvaru:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I \quad (4.1)$$

Pro stav naprázdno platí $I=0$:

$$\sum_{i=1}^n H_i l_i = 0 \quad (4.2)$$

Odvození pro jednotlivé materiály části stroje

$$B_i = \mu_i H_i \quad (4.3)$$

Po úpravě a přidání l_i z toho vyplývá:

$$H_i l_i = \frac{l_i}{\mu_i} B_i = \frac{l_i}{\mu_i} \Psi_i \quad (4.4)$$

Odvození pro permanentní magnety

$$B_{pm} = B_r + \mu_{pm} H_{pm} \quad (4.5)$$

Po úpravě:

$$H_{pm} l_{pm} = \frac{l_{pm}}{\mu_{pm}} (B_{pm} - B_r) = \frac{l_{pm} \Psi_{pm}}{\mu_{pm} A_{pm}} - \frac{l_{pm} B_r}{\mu_{pm}} \quad (4.6)$$

Rovnice magnetomotorického napětí:

$$\sum_{i=1}^n H_i l_i = \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\mu_i A_i} \Psi_i - \frac{l_{pm} B_r}{\mu_{pm}} = 0 \quad (4.7)$$

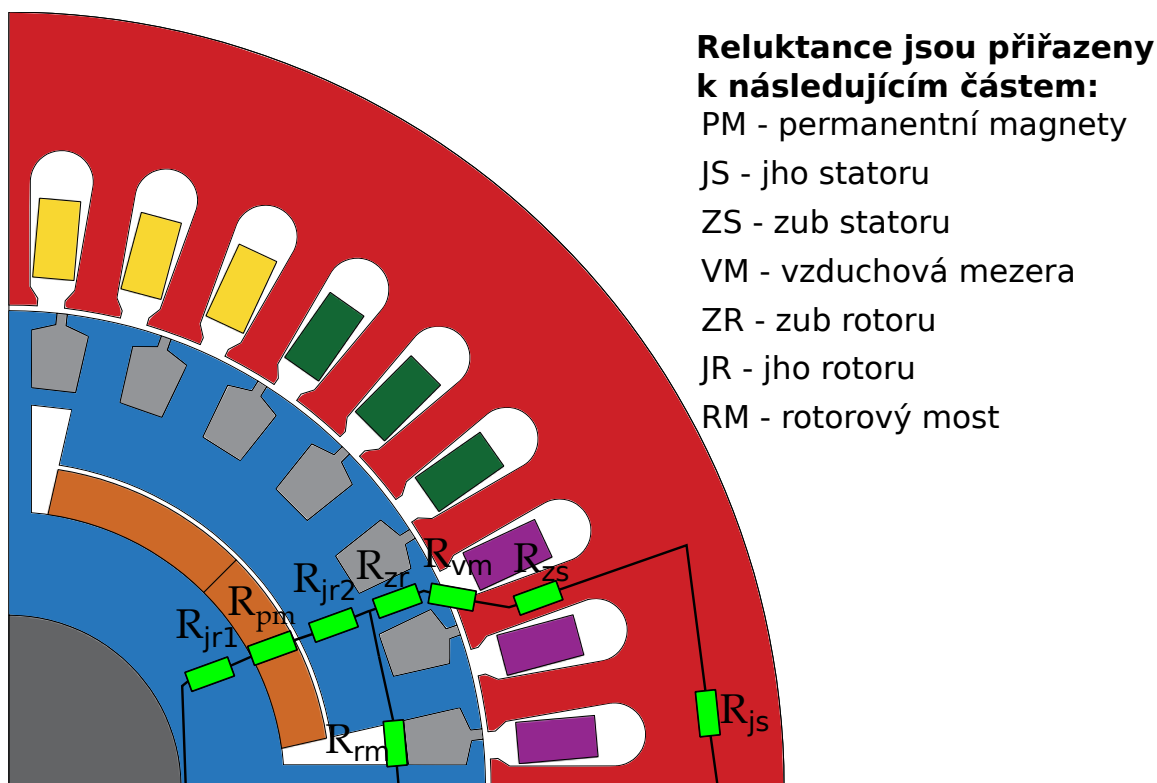
Rovnice pro spřažený magnetický tok s koeficienty reluktance:

$$\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\mu_i A_i} \Psi_i = \sum_{i=1}^n R_i \Psi_i = \frac{B_r l_{pm}}{\mu_{pm}} \quad (4.8)$$

Zachování spřaženého magnetického toku:

$$\sum_{i=1}^n \Psi_i = 0 \quad (4.9)$$

4.2 Navržení odporové sítě



Obr. 4.1: Navržená odporová síť synchronního stroje s permanentními magnety spouštěného ze sítě.

Geometrie zkoumaného stroje pochází z programu Ansys Maxwell.

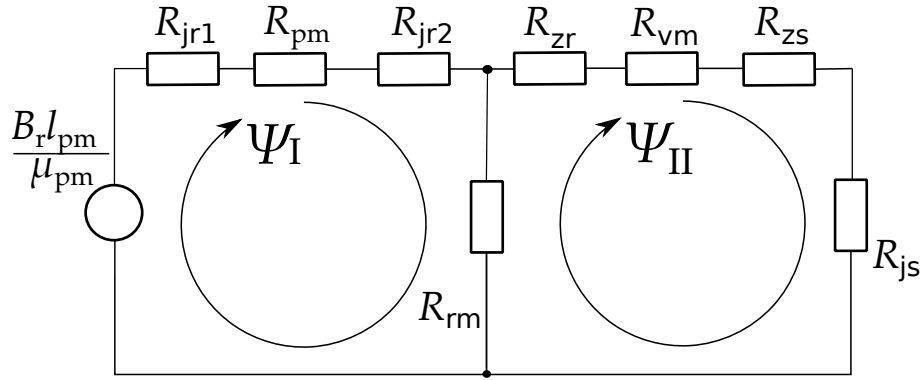
Obrázek (4.1) zobrazuje navrženou odporovou síť na zadané geometrii SySPMSS. V rotoru uvažujeme dva odpory R_{jr1} a R_{jr2} reprezentující jho rotoru, a to z důvodu rozdělení jha magnetem na dvě části. Dále odpor R_{pm} reprezentující permanentní magnet, nasycený rotorový most pomocí odporu R_{rm} a jako poslední část, kterou v rotoru navrhujeme, je zub, který je popsán odporem R_{zr} . Mezi statorem bereme vzduchovou mezeru jako odpor R_{vm} . Na statoru máme první odpor R_{zs} v zubu statoru a v jhu statoru je umístěn druhý odpor R_{js} . Odpory jsou orientovány ve směru magnetického toku, spojeny za sebou.

Rovnice odporové sítě magnetického obvodu pro synchronní stroj s permanentními magnety spouštěný ze sítě, odvozen dle analogie 2. Kirchhoffova zákona podle obrázku (4.2):

$$R_{pm} \Psi_{pm} + R_{jr1} \Psi_{jr1} + R_{jr2} \Psi_{jr2} + R_{rm} \Psi_{rm} = \frac{B_r l_{pm}}{\mu_{pm}} \quad (4.10)$$

$$R_{zr} \Psi_{zr} + R_{vm} \Psi_{vm} + R_{zs} \Psi_{zs} + R_{js} \Psi_{js} - R_{rm} \Psi_{rm} = 0 \quad (4.11)$$

Pro přehlednost z obrázku vyneseme toto zapojení:



Obr. 4.2: Navržená odporová síť zobrazena v magnetickém obvodu.

Z obrázků (4.2) a (4.1) můžeme určit pravidla, která platí pro rovnice (4.10) a (4.11), kdy ve směru se toky rovnají a naopak:

$$\Psi_{jr1} = \Psi_{pm} = \Psi_{jr2} \quad (4.12)$$

$$\Psi_{zr} = \Psi_{vm} = \Psi_{zs} = \Psi_{js} \quad (4.13)$$

$$\Psi_{rm} = \Psi_{pm} - \Psi_{vm} \quad (4.14)$$

Dále aplikujeme rovnice rovnosti (4.12), (4.13) a (4.14).

V první rovnici (4.10) je vyjádřeno Ψ_{pm} uvažováním rovnice (4.12), kdy se spřažené toky rovnají. V druhé rovnici (4.11) je vyjádřeno Ψ_{vm} opět uvažováním rovnice (4.13). Za spřažený magnetický tok Ψ_{rm} v obou rovnicích dosadíme (4.14). Po úpravě dostaneme:

$$(R_{pm} + R_{jr1} + R_{jr2} + R_{rm}) \Psi_{pm} - R_{rm} \Psi_{vm} = \frac{B_r dl_{pm}}{\mu_{pm}} \quad (4.15)$$

$$R_{rm} \Psi_{pm} - (R_{zr} + R_{vm} + R_{zs} + R_{js} + R_{rm}) \Psi_{vm} = 0 \quad (4.16)$$

Z druhé rovnice (4.16) vytkneme rovnici pro spřažený magnetický tok Ψ_{vm} :

$$\Psi_{vm} = \frac{R_{rm} \Psi_{pm}}{R_{zr} + R_{vm} + R_{zs} + R_{js} + R_{rm}} \quad (4.17)$$

Dosadíme do první rovnice (4.15) za spřažený magnetický tok Ψ_{vm} :

$$(R_{pm} + R_{jr1} + R_{jr2} + R_{rm}) \Psi_{pm} - R_{rm} \frac{R_{rm} \Psi_{pm}}{R_{zr} + R_{vm} + R_{zs} + R_{js} + R_{rm}} = \frac{B_r l_{pm}}{\mu_{pm}} \quad (4.18)$$

Pro zkrácení vzorce si definujeme odpor R_x :

$$R_x = R_{zr} + R_{vm} + R_{zs} + R_{js} + R_{rm} \quad (4.19)$$

Po úpravě dostaneme finální vzorec pro spřažený magnetický tok Ψ_{pm} :

$$\Psi_{pm} = \frac{R_x}{[R_x \cdot (R_{pm} + R_{jr1} + R_{jr2} + R_{rm}) - R_{rm}R_{rm}]} \frac{B_r l_{pm}}{\mu_{pm}} \quad (4.20)$$

Vzorec dosadíme do druhé rovnice (4.16) za spřažený magnetický tok Ψ_{pm} :

$$R_{rm} \frac{R_x}{[R_x \cdot (R_{pm} + R_{jr1} + R_{jr2} + R_{rm}) - R_{rm}R_{rm}]} \frac{B_r l_{pm}}{\mu_{pm}} - R_x \Psi_{vm} = 0 \quad (4.21)$$

Po úpravě dostaneme finální vzorec pro spřažený magnetický tok Ψ_{vm} :

$$\Psi_{vm} = \frac{R_{rm}}{[R_x \cdot (R_{pm} + R_{jr1} + R_{jr2} + R_{rm}) - R_{rm}R_{rm}]} \frac{B_r d_{pm}}{\mu_{pm}} \quad (4.22)$$

Tímto způsobem vypočteme chtěné hodnoty spřaženého magnetického toku Ψ_{pm} a Ψ_{vm} .

5 Výpočet synchronního stroje spouštěného ze sítě

V této části bude podrobně popsán výpočet reluktanční sítě a také jeho porovnání. Celá čtvrtá kapitola čerpá z odvození ve třetí kapitole a dále využívá znalosti obdržené z přednáškových prezentací předmětu „Design of electrical machines.“ dle [25] z Finské Univerzity Aalto.

5.1 Zadaný stroj

Parametry stroje, který rozebírá tato práce, jsou uvedeny v následující tabulce:

Tab. 5.1: Parametry zadaného stroje

Počet pólových dvojic p	2
Počet drážek na fázi a pól q	3
Počet závitů v drážce N_s	35
Počet paralelních větví a	1
Činitel vinutí statoru k_w	0,96
Frekvence zdroje napájení f	50 Hz
Jmenovité otáčky n	1500 min^{-1}
Efektivní hodnota napájecího napětí U	230 V
Špičková hodnota proudu jedné fáze I	4,04 A
Počet drážek statoru Q_s	36
Počet drážek rotoru Q_r	28
Délka svazku železa l_{fe}	160 mm
Radiální délka vzduchové mezery δ	0,5 mm
Vnější průměr statoru D_{se}	135 mm
Vnitřní průměr statoru D_{sin}	84 mm
Průměr rotoru D_r	83 mm
Šířka pólového nástavce P_{sw}	147.3°el.
Materiál plechů statoru	M470-50A
Materiál plechů rotoru	M470-50A

5.2 Postup výpočtu

Pro výpočet elektromagnetického modelu navrženého pomocí reluktační sítě byl využit programovací jazyk Python. Uvažována byla navržená reluktanční síť z předchozí kapitoly 4.1. Následuje podrobné popsání postupu výpočtu. První část výpočtu se zabývá výpočtem reluktancí ve zvolených místech, pomocí nich bylo poté možné ověřit velikosti magnetických indukcí pro zvolená místa s metodou konečných prvků, dále byla

přepočtena hodnota magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro výpočet indukovaného napětí naprázdno. Hodnota indukovaného napětí byla opět zkontrolována pomocí MKP. Další krok výpočtu popisuje rovnici celkového momentu, pro jehož výpočet je potřeba vypočítat hodnoty reaktancí v d-ose a q-ose. Metoda pokračuje výpočtem magnetických toků v d-ose, pomocí kterých je zjištěna hodnota magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Stejný postup je opakován pro q-osu. Další krok výpočtu obsahuje výpočet napětí, ze kterých jsou zjištěny hodnoty reaktancí. Všechny známé hodnoty jsou dosazeny do rovnice celkového momentu (2.6), jež je upravena na hodnoty amplitud napětí a je získán graf o závislosti momentu točivého stroje na zátěžném úhlu. Celý výpočet je postupně ověřován pomocí prostředí Ansys Maxwell, které využívá metodu konečných prvků.

5.3 Výpočet magnetického odporu

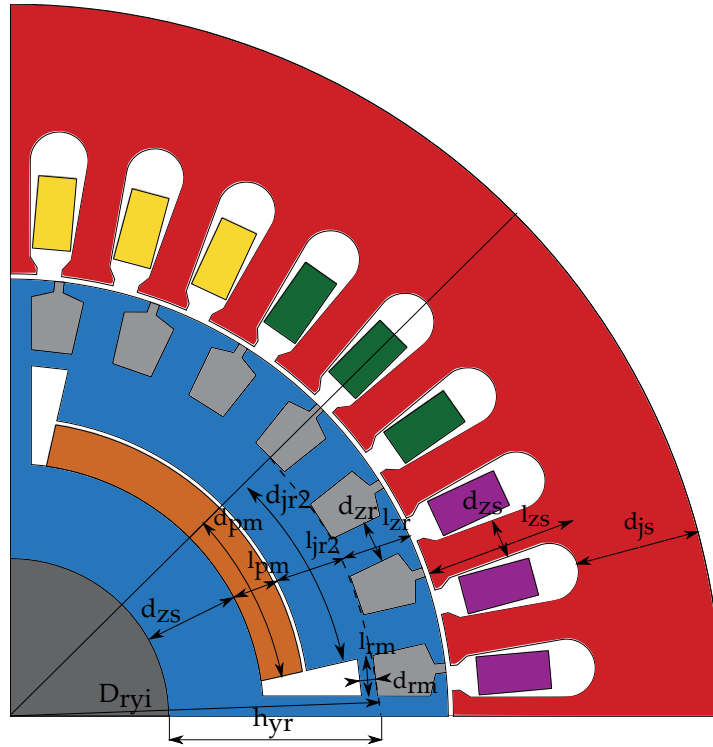
Ze vzorce pro reluktanci (3.4) vyplývá, že je nejdříve potřeba zjistit šířky pro výpočet průřezů a délky cest pro zvolené reluktance, také je potřeba zjistit hodnoty permeabilit. Potřebné vzdálenosti jsou získány z programu Ansys Maxwell a některé jsou dopočteny pomocí vzorců. Na následujícím obrázku lze vidět, jak byly hodnoty vzdáleností odečteny.

Dále je možné si povšimnout několika chybějících vzdáleností, jedná se o l_{vm} , l_{jr1} , l_{js} a d_{vm} . Tyto vzdálenosti nemohly být odečteny přímo z modelu, ale pro přesnost musely být vypočteny pomocí vzorců.

V tabulce jsou vypsány hodnoty veličin z obrázku (5.1). Veličina l_x představuje délku cesty magnetického toku pro jednotlivé reluktance. Veličina d_x představuje šířku odporu pro výpočet průřezu jednotlivých reluktancí.

Tab. 5.2: Hodnoty délek a šířek pro výpočet jednotlivých reluktancí.

l_{jr1}	19,60 mm	d_{jr1}	9,02 mm
l_{pm}	4,40 mm	d_{pm}	16,56 mm
l_{jr2}	6,56 mm	d_{jr2}	19,70 mm
l_{zr}	6,55 mm	d_{zr}	3,94 mm
l_{rm}	3,70 mm	d_{rm}	1,50 mm
l_{vm}	0,57 mm	d_{vm}	26,87 mm
l_{zs}	13,64 mm	d_{zs}	3,73 mm
l_{js}	48,43 mm	d_{js}	11,85 mm



Obr. 5.1: Zobrazené vzdálenosti pro výpočet reluktancí v řezu stroje.

Z publikace [26] vyplývá, že pro délku cesty magnetického toku reluktance jha rotoru l_{jr1} platí:

$$l_{jr1} = \frac{\pi \cdot (D_{ryi} - h_{yr})}{2 \cdot p} \cdot \frac{1}{2} \quad (5.1)$$

Parametr D_{ryi} představuje průměr kružnice, kterou tvoří vrcholy rotorových drážek a parametr h_{yr} představuje vzdálenost mezi vrcholem rotorové drážky a okrajem hřídele. Vzorec je poté vynásoben jednou polovinou, aby platil pouze pro polovinu pólu.

Dle [26] pro délku cesty magnetického toku reluktance jha statoru l_{js} platí:

$$l_{js} = \frac{\pi \cdot (D_{se} - d_{js})}{2 \cdot p} \cdot \frac{1}{2} \quad (5.2)$$

Vzorec je opět vynásoben jednou polovinou, aby platil pouze pro polovinu pólu.

Poslední délka, která musela být přepočtena, byla radiální délka vzduchové mezery. Tato hodnota musela být upravena Carterovým faktorem z důvodu vyšší reluktance tvořené zubem rotoru a statoru, viz sekce o Carterově faktoru 3.7. Postup výpočtu je proveden dle zdroje [27]. Nejdříve je potřeba zjistit hodnotu drážkové rozteče.

Pro stator τ_s :

$$\tau_s = \frac{\pi \cdot (D_{sin})}{Q_s} \quad (5.3)$$

Pro rotor τ_r :

$$\tau_r = \frac{\pi \cdot (D_r)}{Q_s} \quad (5.4)$$

Poté je potřeba vypočítat velikost otevření statorové drážky. Šířka statorové drážky je $b_{1s} = 2.4 \text{ mm}$:

$$\gamma_s = \frac{2}{\pi} \left[\operatorname{atan} \left[\frac{b_{1s}}{2 \cdot \delta} \right] - \frac{2 \cdot \delta}{b_{s1}} \cdot \ln \left[\sqrt{1 + \left(\frac{b_{1s}}{2 \cdot \delta} \right)^2} \right] \right] \quad (5.5)$$

Jako další krok je výpočet Carterova faktoru pro stator:

$$k_{cs} = \frac{\tau_s}{\tau_s - \gamma_s b_{1s}} \quad (5.6)$$

Dále vynásobíme získaným Carterovým faktorem pro stator délku vzduchové mezery:

$$\delta_e = \delta \cdot k_{cs} \quad (5.7)$$

Pro rotor opakujeme podobný postup, avšak uvažujeme ekvivalentní hodnotu mezery δ_e . Šířka rotorové drážky je $b_{1r} = 0.9 \text{ mm}$:

$$\gamma_r = \frac{2}{\pi} \left[\operatorname{atan} \left[\frac{b_{1r}}{2 \cdot \delta_e} \right] - \frac{2 \cdot \delta_e}{b_{1r}} \cdot \ln \left[\sqrt{1 + \left(\frac{b_{1r}}{2 \cdot \delta_e} \right)^2} \right] \right] \quad (5.8)$$

Pro výpočet Carterova faktoru pro rotorovou drážku aplikujeme stejný vzorec jako pro výpočet statoru (5.6), avšak dosazeny jsou hodnoty odpovídající rotoru. Jako velikost otevření drážky uvažujeme vypočtenou hodnotu γ_r .

$$k_{cr} = \frac{\tau_r}{\tau_r - \gamma_r b_{1r}} \quad (5.9)$$

Tab. 5.3: Postupné výsledky výpočtů pro délku cest vzduchové mezery.

τ_s	7,34 mm
τ_r	9,33 mm
γ_s	0,5
k_{cs}	1,19
δ_e	0,6 mm
γ_r	0,22
k_{cr}	1,02

Po zjištění obou potřebných Carterových faktorů je možné dosadit do vzorce pro délku cesty magnetického toku vzduchové mezery l_{vm} :

$$l_{vm} = k_{cs} \cdot k_{cr} \cdot \delta \quad (5.10)$$

Poslední hodnota, kterou bylo potřeba vypočíst je vzdálenost šířky vzduchové mezery. Pro šířku d_{vm} uvažujeme střední obvodovou délku vzduchové mezery. Platí tento vzorec:

$$d_{vm} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{D_{sin} + D_r}{2}\right)}{4 \cdot p} \cdot \frac{P_{sw}}{180} \quad (5.11)$$

Kde veličina P_{sw} představuje šířku pólového nástavce v elektrických úhlech. Je stanovena jako úhel, ve kterém permanentní magnet tvoří magnetický tok, avšak pro správnou hodnotu je přepočítána na elektrické stupně pomocí počtu pólových dvojic.

Tímto postupem byly určeny všechny potřebné délky. Jako poslední krok je potřeba vypočíst hodnoty průřezů jednotlivých reluktancí. Pro získání průřezů vynásobíme hodnoty šířky d_x pouze délkou svazku železa l_{fe} .

$$A_x = d_x \cdot l_{fe} \quad (5.12)$$

Vypočtené průřezy zvolených reaktancí jsou postupně zobrazeny v následující tabulce:

Tab. 5.4: Průřezy pro výpočet jednotlivých reluktancí.

A_{jr1}	1,44 mm ²
A_{pm}	2,65 mm ²
A_{jr2}	3,15 mm ²
A_{zr}	2,21 mm ²
A_{rm}	0,24 mm ²
A_{vm}	4,38 mm ²
A_{zs}	2,09 mm ²
A_{js}	1,90 mm ²

5.4 Výpočet permeability

Jakmile známe hodnoty průřezů a délky cest magnetického toku, tak nám pro výpočet stačí získat hodnoty permeabilit pro zvolené reluktance. Materiál plechů, které stroj používá známe. Zkoumaný stroj má stejný materiál plechů rotoru i statoru. Z vlastností plechu M470-50A zjistíme jeho B-H křivku. Dále je potřeba odhadnout průměrné hodnoty magnetické indukce v místech navržené reluktance pro vztahný bod interpolace. Pro reluktanci vzduchové mezery platí pouze permeabilita vakua. Pro výpočet reluktance permanentního magnetu je využita permeabilita, která je tvořena permeabilitou vakua a relativní permeabilitou získanou z materiálu magnetu. Pomocí odhadnutých hodnot a interpolace odečteme hodnoty permeabilit.

Permeabilita rotorového mostu

Při interpolaci nastává problém s permeabilitou rotorového mostu, kdy interpolace pro saturovanou oblast vede k nekonvergenci řešení. Hodnota magnetické indukce je buď velmi malá z důvodu vysoké reluktance rotorového mostu, nebo naopak velmi vysoká, kdy se všechny tok snaží téct přes rotorový most, zatímco ostatními reluktancemi tok teče minimálně. Hodnota permeability rotorového mostu musela být pevně nastavena tak, aby hodnoty magnetických indukcí v místech reluktancí odpovídaly co nejvíce těm získaným pomocí metody MKP, ale zároveň musela být splněna podmínka hodnoty indukovaného napětí. Indukované napětí muselo být co nejbližší hodnotě získané pomocí MKP.

Spražený magnetický tok

Další část výpočtu využívá rovnice odvozené z předchozí kapitoly 4.2. Pomocí získaných hodnot reluktance pro jednotlivé části stroje je možné dosadit do vzorce a vypočítat sprážený magnetický tok tvořený permanentním magnetem:

$$\begin{aligned} \Psi_{pm} &= \\ &= \frac{(R_{zr} + R_{vm} + R_{zs} + R_{js} + R_{rm})}{[(R_{zr} + R_{vm} + R_{zs} + R_{js} + R_{rm})(R_{pm} + R_{jr1} + R_{jr2} + R_{rm}) - R_{rm}R_{rm}]} \frac{B_r l_{pm}}{\mu_{pm}} \end{aligned} \quad (5.13)$$

Kde hodnota B_r představuje hodnotu remanentní indukce magnetu, která je získána z materiálu magnetu. Postup je zopakován i pro druhou rovnici:

$$\begin{aligned} \Psi_{vm} &= \\ &= \frac{R_{rm}}{[(R_{zr} + R_{vm} + R_{zs} + R_{js} + R_{rm})(R_{pm} + R_{jr1} + R_{jr2} + R_{rm}) - R_{rm}R_{rm}]} \frac{B_r d_{pm}}{\mu_{pm}} \end{aligned} \quad (5.14)$$

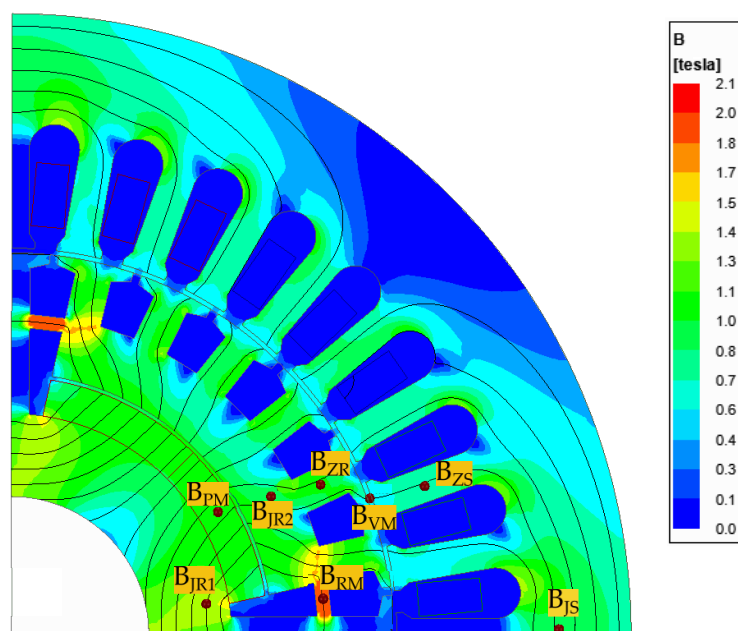
Vypočtené sprážené magnetické toky:

Tab. 5.5: Vypočtené velikosti spráženého magnetické toku.

Ψ_{pm} [mWb]	2,29
Ψ_{vm} [mWb]	1,79

Pomocí hodnot spráženého toku Ψ_{pm} a Ψ_{vm} získáme hodnoty magnetických indukcí všech navržených reluktancí. Tyto reluktance jsou následně zkontrolovány s modelem vytvořeným v prostředí Ansys Maxwell.

Následuje obrázek z prostředí Ansys Maxwell, ve kterém lze vidět řez stroje ve stavu naprázdno.



Obr. 5.2: Hodnoty magnetické indukce s významnými body v řezu stroje pro stav naprázdno.

Na obrázku jsou také body v místech uvažovaných reluktancí. Pro tyto body jsou v tabulce (5.6) uvedeny hodnoty magnetických indukcí. Místa pro odečet magnetických indukcí z prostředí byly zvolena, tak aby odpovídala navrženým reluktancím. Z obrázku je vidět, že hodnoty indukce se dokáží lišit pouhým posunutím kurzoru. S určitou odchylkou by však měly odpovídat těm získaným z reluktanční sítě.

Pro porovnání jsou zde ukázány také výsledky z prostředí Ansys Maxwell.

Tab. 5.6: Porovnání magnetických indukcí z MKP a reluktanční sítě.

	Ansys Maxwell	Reluktanční síť	Absolutní odchylka	Relativní odchylka
B_{jr1} [T]	1,39	1,59	0,20	14,39 %
B_{pm} [T]	1,00	0,87	-0,13	13,00 %
B_{jr2} [T]	0,91	0,73	-0,18	-19,78 %
B_{zr} [T]	1,00	0,81	-0,19	19,00 %
B_{rm} [T]	1,92	2,07	0,15	7,81 %
B_{vm} [T]	0,5	0,41	-0,09	-11,39 %
B_{zs} [T]	0,79	0,86	0,07	8,86 %
B_{js} [T]	0,94	0,95	0,01	1,06 %

Z těchto výsledků je vidět, že hodnoty magnetické indukce získané z reluktanční

sítě se pohybují s odchylkou. Průměrná relativní odchylka je necelých dvanáct procent. Tato chyba je způsobena několika faktory. První faktor je nastavování permeability pro rotorový most. Další faktor může být nepřesné zvolení délek pro výpočet průřezů reluktancí nebo délek pro cestu magnetického toku. Je také potřeba zmínit, že hodnoty získané z prostředí Ansys Maxwell jsou velmi proměnné, například z obrázku (5.2) je vidět, že mezi prostředními drážkami je větší indukce než mezi drážkami spodními a horními. Tudíž lze uvažovat hodnoty získané z reluktanční sítě jako správné.

Indukované napětí

Pro výpočet hodnoty indukovaného napětí naprázdno využijeme vypočtenou hodnotu magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Nejdříve je potřeba zjistit její hodnotu základní složky. Tuto hodnotu zjistíme tak, že budeme uvažovat obdélníkový tvar magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Pro základní složku indukce ve vzduchové mezeře potom platí:

$$B_p = \frac{2 \cdot B_{vm}}{\pi} \cdot \left[\cos \left(\frac{180 - P_{sw}}{2} \right) - \cos \left[\left(\frac{180 - P_{sw}}{2} \right) + P_{sw} \right] \right] \quad (5.15)$$

Po zjištění hodnoty základní složky indukce $B_p = 0,50$ T je možné vypočíst hodnotu indukovaného napětí naprázdno pomocí vzorce:

$$U_0 = p \cdot (2 \cdot q \cdot N_s) \cdot k_w \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot B_b \cdot l_{fe} \cdot D_{sin}}{2 \cdot p \cdot \sqrt{2}} \right) \quad (5.16)$$

Tab. 5.7: Porovnání výsledků indukovaného napětí.

	Ansys Maxwell	Reluktanční síť
U_0	151,58 V	151,60 V

Z tabulky (5.7) je vidět, že vypočtené indukované napětí je skoro stejné jako to získané pomocí MKP.

5.5 Výpočet celkového momentu

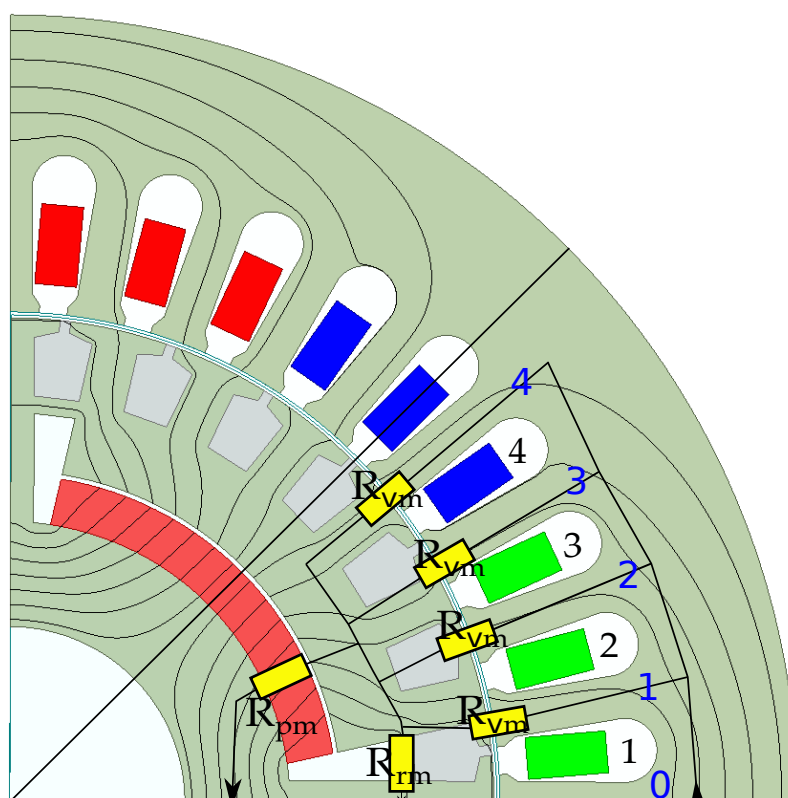
Po získání hodnoty indukovaného napětí můžeme pokračovat s výpočtem celkového momentu, který stroj vytváří. Pro synchronní stroj s permanentními magnety v našem případě platí:

$$M_e = -\frac{3p}{2\omega} \left[\frac{U_{max} \cdot U_{0max}}{X_d} \cdot \sin\delta + \frac{U_{max}^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{X_d} - \frac{1}{X_q} \cdot \sin 2\delta \right) \right] \quad (5.17)$$

Kromě parametrů stroje je v rovnici velikost indukovaného napětí a také velikosti reaktancí, tudíž pro výpočet celkového momentu, který stroj vytváří, potřebujeme znát hodnoty reaktancí v d-ose a q-ose. Tyto hodnoty získáme z velikosti napětí v d-ose a q-ose. Také je nutné podotknout, že tato rovnice uvažuje amplitudy hodnot napětí.

5.6 Výpočet reaktance v d-ose

Pro výpočet reaktance v d-ose je vytvořena nová reluktanční síť. Permeabilitu uvažujeme stejnou jako v předchozím výpočtu. Rozdíl oproti předchozí reluktanční síti je, že magnetický tok ve stroji vzniká statorovým proudem, který je rozdělen přes drážky a magnetomotorické napětí je různé pro každý statorový zub. Tato odporová síť pro d-osu uvažuje dvě reluktance reprezentující rotor R_{pm} a R_{rm} . Magnetický tok tekoucí přes jho rotoru se poté rozděluje do pěti zubů, kde pro zub nula je uvažována poloviční hodnota. Pro každý zub je stanovena reluktance vzduchové mezery. Kolem drážek jsou vytvořeny smyčky, pro které platí rovnice magnetomotorického napětí. Použitím těchto rovnic jsou stanoveny jednotlivé rovnice pro koeficienty spráženého magnetického toku. Pořadí fází ve statorových drážkách je ukázáno na obrázku (5.3), pro zelené drážky fáze U, pro modré drážky fáze W a pro červené drážky fáze V. Každé fázi náleží tři drážky.



Obr. 5.3: Navržená reluktanční síť pro výpočet d-osy.

Pro výpočet uvažujeme ideální třífázový proud. Pro tuto pozici rotoru platí pro d-osu:

$$i_u = i, i_v = -i, i_w = 0 \quad (5.18)$$

Potom pro tyto proudy platí:

$$i_u + i_v + i_w = 0 \quad (5.19)$$

Dále dle indexů drážek bude magnetomotorické napětí, které je tvořeno počtem závitů v drážce a tekoucím proudem:

Tab. 5.8: Odvození magnetomotorického napětí pro drážky statoru reluktanční sítě.

Drážka č. 1	$N_s i$
Drážka č. 2	$N_s i$
Drážka č. 3	$N_s i$
Drážka č. 4	0

Pro smyčky kolem drážek platí:

Drážka č. 1

$$R_{vm} \cdot \Psi_{t2} - R_{vm} \cdot \Psi_{t1} = N_s i \quad (5.20)$$

Drážka č. 3

$$R_{vm} \cdot \Psi_{t3} - R_{vm} \cdot \Psi_{t2} = N_s i \quad (5.21)$$

Drážka č. 4

$$R_{vm} \cdot \Psi_{t4} - R_{vm} \cdot \Psi_{t3} = 0 \quad (5.22)$$

Z těchto smyček vyplývá výpočet koeficientů spřaženého magnetického toku:

$$\Psi_{t0} = 0 \quad (5.23)$$

$$\Psi_{t1} = \Psi_{t3} - \frac{2 \cdot N_s i}{R_{vm}} \quad (5.24)$$

$$\Psi_{t2} = \Psi_{t3} - \frac{N_s i}{R_{vm}} \quad (5.25)$$

$$\Psi_{t4} = \Psi_{t3} \quad (5.26)$$

Pro výpočet koeficientů spřaženého magnetického toku je potřeba ještě dopočíst hodnotu celkové reluktance rotoru a také upravit hodnotu reluktance vzduchové mezery pro jednotlivé zuby. Pro tuto hodnotu reluktance rotoru platí dle schématu (5.3) klasické paralelní spojení dvou odporů:

$$R_{rot} = \frac{R_{pm} \cdot R_{rm}}{R_{pm} + R_{rm}} \quad (5.27)$$

Hodnotu reluktance vzduchové mezery je potřeba upravit tak, aby platila pouze pro jednotlivé zuby pólového nástavce:

$$R_{vmt} = \frac{Q_s \cdot P_{sw}}{4 \cdot p \cdot 180} \cdot R_{vm} \quad (5.28)$$

V dalším kroku je uvažováno magnetomotorické napětí skrz zub statoru číslo tři až do rotoru. V tomto okamžiku bude pro magnetomotorické napětí platit:

$$R_{vm} \cdot \Psi_{t3} + R_{rot} \cdot (\Psi_{pm} + \Psi_{rm}) = 3N_s i \quad (5.29)$$

Součin koeficientů toků Ψ_{pm} a Ψ_{rm} , které protékají přes vzduchovou mezeru a poté je rozdělen na další magnetické toky tekoucí přes zuby statoru, pro koeficienty jednotlivých zubů platí tato rovnice:

$$\Psi_{pm} + \Psi_{rm} = \Psi_{t1} + \Psi_{t2} + \Psi_{t3} + \Psi_{t4} \quad (5.30)$$

Po dosazení a úpravě do rovnice 5.29 dostaneme koeficient pro spřažený tok zubu tři:

$$R_{vm} \cdot \Psi_{t3} + R_{rot} \cdot \left(\Psi_{t3} - \frac{2 \cdot N_s \cdot i}{R_{vm}} + \Psi_{t3} - \frac{N_s \cdot i}{R_{vm}} + \Psi_{t3} + \Psi_{t3} \right) = 3 \cdot N_s i \quad (5.31)$$

Dále upravíme:

$$\Psi_{t3} \cdot (R_{vm} + 4 \cdot R_{rot}) = N_s i \cdot \left(3 + \frac{3 \cdot R_{rot}}{R_{vm}} \right) \quad (5.32)$$

Finální vzorec pro koeficient spřaženého toku tekoucího z rotoru přes zub číslo tři bude:

$$\Psi_{t3} = \frac{3 \cdot R_{vm} + 3 \cdot R_{rot}}{R_{vm} \cdot (R_{vm} + 4 \cdot R_{rt})} \cdot N_s i \quad (5.33)$$

Pomocí vypočteného koeficientu magnetické toku pro třetí zub statoru je možné dopočítat i ostatní koeficienty magnetického toku. V prostředí Python bylo tohoto dosaženo pomocí sekvence, která postupně vypočítala všechny magnetické toky v zubech statoru. Následně se všechny magnetické toky sečetly a pomocí magnetomotorického napětí a reluktance se dopočítaly hodnoty koeficientů magnetického toku Ψ_{pm} a Ψ_{rm} . Vypočtené hodnoty lze vidět v tabulce níže.

Tab. 5.9: Vypočtené hodnoty koeficientů spřaženého magnetického toku.

Ψ_{t0}	Ψ_{t1}	Ψ_{t2}	Ψ_{t3}	Ψ_{t4}	Ψ_{pm}	Ψ_{rm}
0,00	$-1,66 \cdot 10^{-6}$	$7,48 \cdot 10^{-7}$	$3,16 \cdot 10^{-6}$	$3,16 \cdot 10^{-6}$	$1,35 \cdot 10^{-6}$	$4,05 \cdot 10^{-6}$

Pro d-osu je ještě potřeba dopočít velikost magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Tato hodnota je získána pomocí integrace magnetického toku v zubech. Aplikujeme

lichoběžníkovou metodu. Z publikace [28] vyplývá, že při použití této metody zjednodušíme zvolené intervaly křivky na lichoběžníky.

$$B_{pd} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} B_r(\varphi) \sin p\varphi d\varphi = \frac{8}{\pi} \sum_{n=0}^4 \frac{2\pi k_n}{Q_s} \frac{\Psi_{tn}}{\tau_s l_{fe}} \sin(np\alpha_s) \quad (5.34)$$

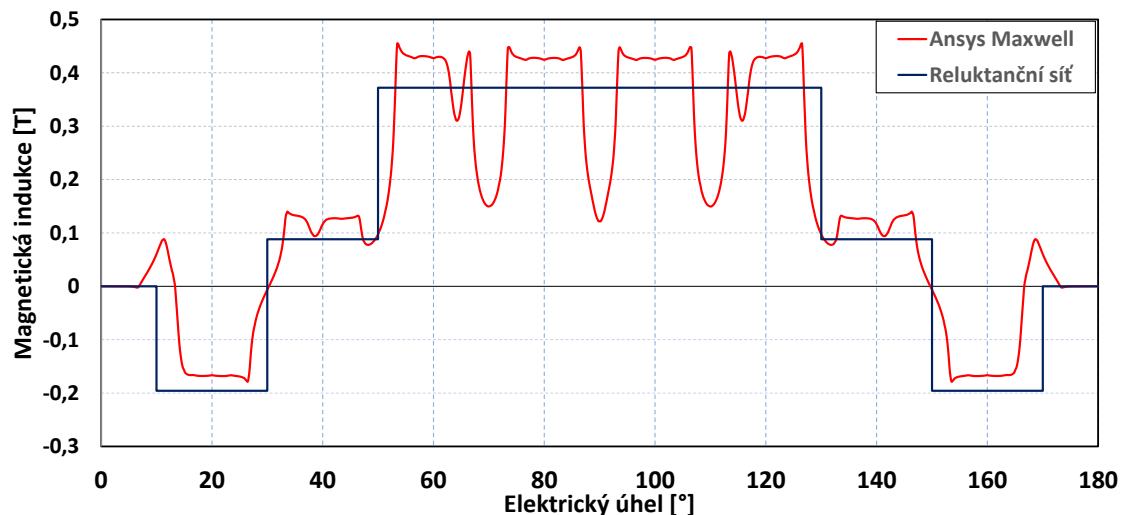
Kde k_n je koeficient, který bude 0,5 pouze pro první zub, a to z důvodu použití pouze polovičky zubu. α_s představuje úhel, který popisuje pootočení zubu vůči druhému zubu, v tomto případě se α_s rovná desíti stupňům.

Tab. 5.10: Hodnota magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro q-osu.

B_{pd} [mT/A]	$1,90 N_s i$
-----------------	--------------

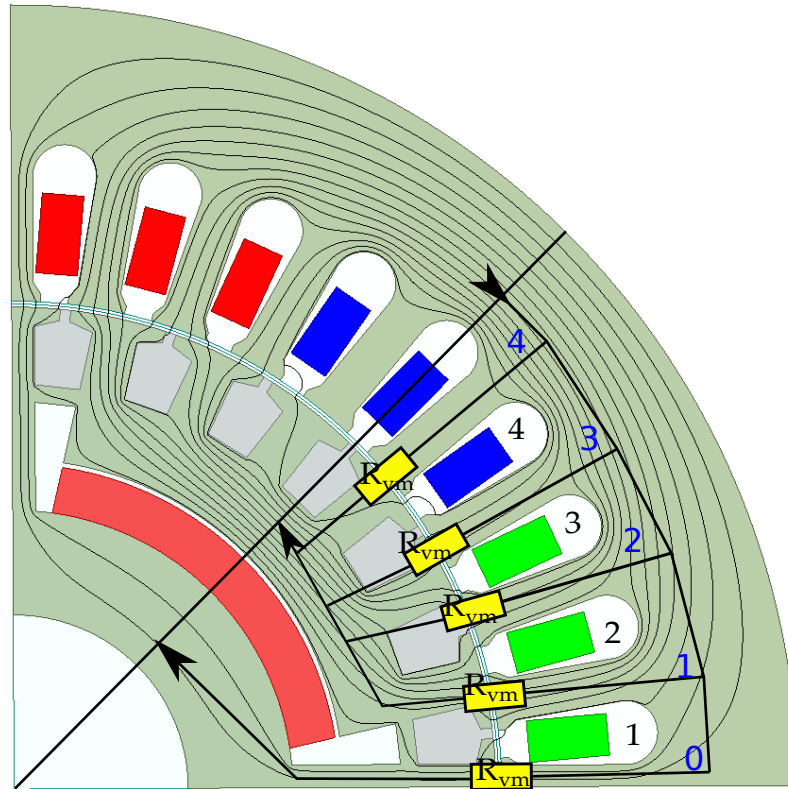
Pro ukázkou je zde přidán graf (5.4), jenž porovnává přesnou hodnotu magnetické indukce vzduchové mezery z prostředí Ansys Maxwell a hodnotu indukce vypočtenou z reluktanční sítě v d-ose.

Červená křivka představuje přesnou hodnotu indukce, která je získána z rozhraní Ansys Maxwell. Modrá křivka zobrazuje vypočtený průběh magnetické indukce prostřednictvím odporové sítě. Střední hodnota magnetické indukce pro jednotlivé úhly se pohybuje s odchylkou v úrovni středních hodnot skutečného průběhu. Z tohoto důvodu lze uvažovat průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro d-osu jako správný.



Obr. 5.4: Porovnání magnetických indukci ve vzduchové mezeře pro d-osu.

5.7 Výpočet pro q-osu



Obr. 5.5: Navržená reluktanční síť pro výpočet q-osy.

Pro výpočet q-osy byla sestavena nová reluktanční síť. Tato síť zahrnuje reluktanci pouze vzduchové mezery pro jednotlivé zuby stroje. Opět jsou stanoveny magnetomotorické rovnice, podle kterých jsou odvozeny koeficienty spřaženého magnetického toku. Pro výpočet magnetického toku q-osy uvažujeme ideální třífázový proud:

$$i_u = \frac{1}{2}i, i_v = \frac{1}{2}i, i_w = -i \quad (5.35)$$

Pro tento proud platí: $i_u + i_v + i_w = 0$

Od zuba nula až po zub čtyři platí pro magnetomotorické napětí, které je tvořeno počtem závitů v drážce a tekoucím proudem:

Tab. 5.11: Magnetomotorické napětí pro jednotlivé zuby pro výpočet q-osy.

Zub č. 0	$3N_s \cdot i$
Zub č. 1	$2,5N_s \cdot i$
Zub č. 2	$2N_s \cdot i$
Zub č. 3	$1,5N_s \cdot i$
Zub č. 4	0

Po stanovení těchto magnetomotorických napětí je možné odvodit rovnice pro koeficienty spráženého magnetického toku pro každý zub od zuba nula až po zub čtyři:

$$\Psi_{t0} = \frac{3 \cdot N_s i}{R_{vm}} \quad (5.36)$$

$$\Psi_{t1} = \frac{2.5 \cdot N_s i}{R_{vm}} \quad (5.37)$$

$$\Psi_{t2} = \frac{2 \cdot N_s i}{R_{vm}} \quad (5.38)$$

$$\Psi_{t3} = \frac{1.5 \cdot N_s i}{R_{vm}} \quad (5.39)$$

$$\Psi_{t4} = 0 \quad (5.40)$$

Vypočtené koeficienty sprážených magnetických toků v q-ose:

Tab. 5.12: Výsledky koeficientů sprážených magnetických toků.

Ψ_{t0}	Ψ_{t1}	Ψ_{t2}	Ψ_{t3}	Ψ_{t4}
$7,22 \cdot 10^{-6}$	$6,02 \cdot 10^{-6}$	$4,81 \cdot 10^{-6}$	$3,61 \cdot 10^{-6}$	0,00

Opět je pro q-osu potřeba aplikovat metodu lichoběžníku, která rozdělí intervaly křivky. Tímto získáme hodnotu magnetické indukce ve vzduchové mezeře.

$$B_{pq} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} B_r(\varphi) \cos p \varphi d\varphi = \frac{8}{\pi} \sum_{n=0}^4 \frac{2\pi k_n}{Q_s} \frac{\Psi_{tn}}{\tau_s l_{fe}} \cos(np\alpha_s) \quad (5.41)$$

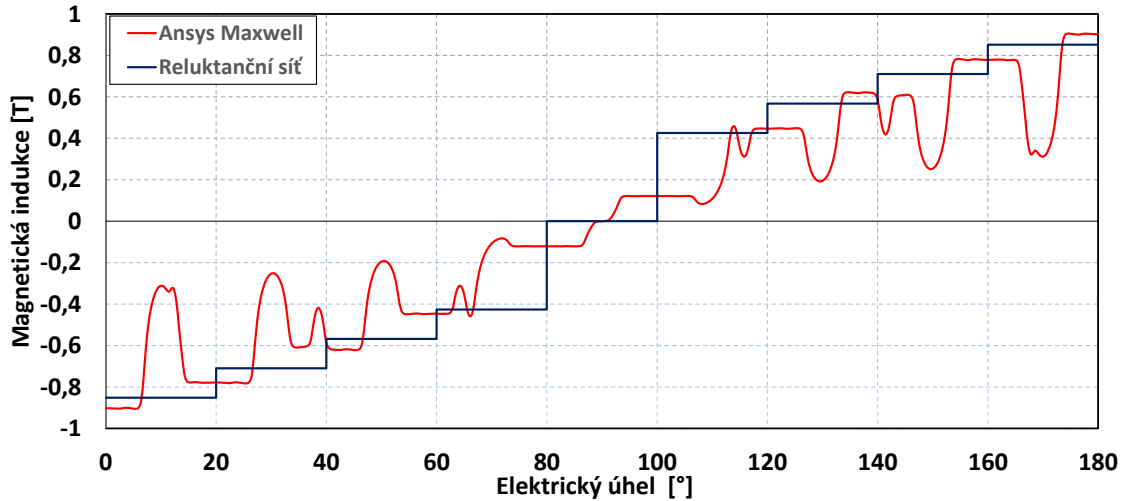
Kde k_n a α_s jsou parametry, pro které platí stejné hodnoty jako při výpočtu d-osy.

Tab. 5.13: Hodnota magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro q-osu.

$B_{pq} \text{ [mT/A]}$	$6,32 N_s i$
-------------------------	--------------

Pro porovnání je zde opět přidán graf ukázaný v obr. (5.6), který porovnává přesnou hodnotu magnetické indukce vzduchové mezery z prostředí Ansys Maxwell a hodnotu indukce vypočtenou pro q-osu.

Červená křivka opět představuje přesnou hodnotu magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro q-osu, která je získána z prostředí Ansys Maxwell. Stejně jako u výpočtu d-osy, modrá křivka zobrazuje vypočtený průběh magnetické indukce prostřednictvím odporové sítě. Opět je průběh velmi podobný, velikost střední hodnoty indukce pro určitý úhel se s odchylkou pohybuje ve stejných velikostech střední hodnoty přesného průběhu. Opět lze magnetickou indukci obdrženu z reluktanční sítě pro q-osu uvažovat jako správnou.



Obr. 5.6: Porovnání magnetických indukcí ve vzduchové mezeře pro q-osu.

5.8 Výpočet reaktancí

Jako další krok při výpočtu reaktancí je potřeba popsat, jakým způsobem byly uvažovány proudy pro výpočet d-osy a q-osy.

Při výpočtu magnetického toku na d-ose byly uvažovány proudy:

$$i_u = i, i_v = -i, i_w = 0 \quad (5.42)$$

Tyto proudy lze popsat jako prostorový vektor:

$$\begin{aligned} i_s &= \frac{2}{3} \cdot (i_u + a \cdot i_v + a^2 \cdot i_w) = \frac{2}{3}(i - a \cdot i) = \\ &= \frac{2}{3} \left[1 - \left(-\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right] \cdot i = \left(1 - j \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \cdot i \end{aligned} \quad (5.43)$$

Kde a je operátor natočení. Pro absolutní hodnotu vektoru i_s potom platí $|i_s| \approx 1,16 \cdot i$, tuto hodnotu je potřeba uvažovat při výpočtu napětí v d-ose.

Pro q-osu byly uvažovány proudy:

$$i_u = \frac{1}{2}i, i_v = \frac{1}{2}i, i_w = -i \quad (5.44)$$

Jako prostorový vektor:

$$\begin{aligned} i_s &= \frac{2}{3} \cdot (i_u + a \cdot i_v + a^2 \cdot i_w) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot i + a \cdot \frac{1}{2} \cdot i - a^2 \cdot i \right) = \\ &= \frac{2}{3} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \left(-\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right] \cdot i = \frac{1}{2} \cdot (1 + j\sqrt{3}) \cdot i \end{aligned} \quad (5.45)$$

Pro absolutní hodnotu vektoru i_s potom platí $|i_s| = 1 \cdot i$. Z rovnic prostorového vektoru pak vychází, že je uvažován větší prostorový vektor pro d-osu než pro q-osu.

Napětí v d-ose a v q-ose

Pro statorové fázové napětí použijeme stejnou rovnici jako pro výpočet indukovaného napětí (5.16), avšak není dosazeno za hodnotu magnetické indukce:

$$U_0 = p \cdot (2 \cdot q \cdot N_s) \cdot k_w \cdot \left(\frac{\omega \cdot l_{fe} \cdot D_{se}}{2 \cdot p} \right) \cdot B \quad (5.46)$$

Hodnota napětí získaná z reluktanční sítě:

Tab. 5.14: Velikost napětí spojená se špičkovými hodnotami magnetické indukce.

U_0 [V/T]	$426,19 \cdot B$
-------------	------------------

Tato hodnota napětí je přímo spojená s maximálními hodnotami magnetické indukce v mezeře a statorovým fázovým napětím. Pro hodnotu napětí také platí, že je brána jako amplituda napětí prostorového vektoru.

Za veličinu magnetické indukce dosadíme vypočtené hodnoty indukce v d-ose, viz (5.34) a q-ose viz (5.41).

$$U_{sd} = \frac{U_0 \cdot B_{sd} \cdot N_s i_s}{1,16} \quad (5.47)$$

Pro výpočet napětí d-osy je uvažována větší délka prostorového vektoru i_s .

$$U_{sq} = U_0 \cdot B_{sq} \cdot N_s i_s \quad (5.48)$$

Výsledné hodnoty jsou zobrazeny v tabulce:

Tab. 5.15: Hodnoty napětí v q-ose a d-ose.

U_{sd} [V/A]	$24,54 \cdot i_s$
U_{sq} [V/A]	$93,27 \cdot i_s$

Po získání hodnot napětí v d-ose a q-ose je možné obdržet hodnoty reaktancí. Z předchozího výpočtu je vidět, že hodnota napětí v d-ose a q-ose je přímo spojená s hodnotou velikosti prostorového vektoru proudu. Tento fakt byl zaveden při výpočtu koeficientů spřaženého toku v d-ose a q-ose. Díky tomu pro velikosti napětí platí jednotka volt na ampér, a tím pádem získáme jednotku ohm. S tímto uvažováním lze poté stanovit hodnoty reaktancí:

$$U_{sd} = X_d \quad (5.49)$$

$$U_{sq} = X_q \quad (5.50)$$

Dostaneme hodnoty reaktancí:

Tab. 5.16: Porovnání hodnot reaktancí v q-ose a d-ose.

	Anslys Maxwell	Reluktanční síť	Absolutní odchylka	Relativní odchylka
X_d [Ω]	33,30	24,54	-8.76	-26,31 %
X_q [Ω]	73,83	93,27	19.44	26,33 %

Z tabulky (5.16) lze vyčíst, že výpočet reaktance v d-ose a q-ose nebyl úplně přesný. Hodnoty reaktancí se liší s relativní odchylkou 26 %, což je relativně vysoká chyba. Pro zvýšení přesnosti při výpočtu d-osy a q-osy by byla potřeba přidat další odpory do navržené sítě, například do jha statoru. Pro porovnání s metodou konečných prvků je ještě vypočten poměr indukčností L_q/L_d :

$$L_d = \frac{X_d}{2\pi \cdot f} \quad (5.51)$$

$$L_q = \frac{X_q}{2\pi \cdot f} \quad (5.52)$$

Tabulka vytvořená z vypočtených hodnot získaných L_q/L_d poměrů:

Tab. 5.17: Porovnání výsledků hodnot poměru L_q/L_d .

	Anslys Maxwell	Reluktanční síť	Absolutní odchylka	Relativní odchylka
L_q/L_d	2.22	3.84	1.63	73.30 %

Vzniklá chyba ve výpočtu hodnot reaktancí se propsala i do velikosti chyby poměru L_q/L_d . Jako finální krok dosadíme vypočtené reaktance do rovnice pro výpočet celkového momentu. Napájecí napětí a indukované napětí naprázdno je potřeba dosadit jako hodnoty amplitudy.

$$M_e = -\frac{3 \cdot p}{2 \cdot \omega} \left[\frac{U_s \cdot U_{0\max}}{X_d} \cdot \sin\delta + \frac{U_s^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{X_d} - \frac{1}{X_q} \cdot \sin 2\delta \right) \right] \quad (5.53)$$

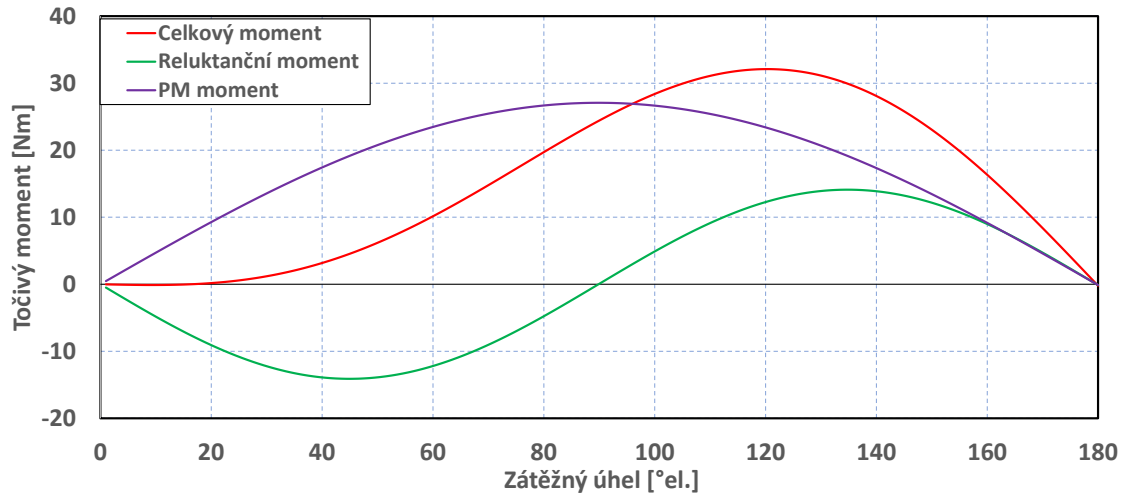
Za zátěžný úhel delta δ je dosazován úhel od nuly až po sto osmdesát stupňů elektrických. Tímto způsobem je získána charakteristika celkového točivého momentu v závislosti na zátěžném úhlu. Pro ukázkou je zde vypočtena reluktační složka momentu tvořená poměrem indukčností a popsána v sekci o reluktančním momentu 2.5:

$$M_{rel} = \frac{3 \cdot p}{2 \cdot \omega} \cdot \left[\frac{U_s^2 \cdot (X_d - X_q) \cdot \sin(2\delta)}{2 \cdot X_d \cdot X_q} \right] \quad (5.54)$$

Stejným způsobem je zde také popsána složka momentu tvořená permanentním magnetem:

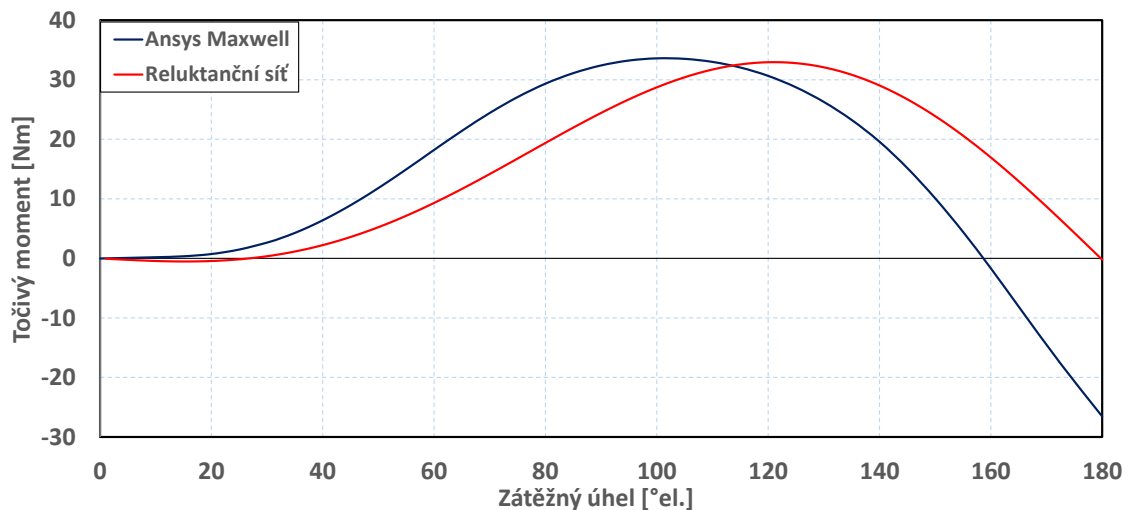
$$M_{pm} = \frac{3 \cdot p}{2 \cdot \omega} \cdot \left(\frac{U_s \cdot U_{0\max} \cdot \sin\delta}{X_d} \right) \quad (5.55)$$

Následuje graf, který zobrazuje všechny vypočtené momenty z elektromagnetického modelu. Jedná se o celkový moment stroje tvořený reluktančním momentem a momentem tvořeným permanentními magnety.



Obr. 5.7: Momentová charakteristika.

V prostředí Ansys Maxwell byla také vypočtena momentová charakteristika, kdy byl stroj nastaven na fixní jmenovité otáčky a měnil se zátěžný úhel δ . Pro srovnání je zde přidáno porovnání momentových charakteristik:



Obr. 5.8: Porovnání celkových momentů stroje.

Z grafu je vidět, že se získaná momentová charakteristika z reluktanční sítě liší. Momentová charakteristika počítaná pomocí MKP má rychlejší nárůst a rychlejší pád. Jmenovitý moment zkoumaného stroje je $M_e = 9.61 \text{ Nm}$. Tato hodnota točivého momentu se pro metodu konečných prvků nachází při zátěžném úhlu 46°el , zatímco pro

vypočtený elektromagnetický model se tato hodnota točivého momentu nachází při zátěžném úhlu 58° el. Způsobená chyba vznikla propsáním chyby reaktancí a taky zjednodušeným výpočtem odporové sítě, při kterém se zanedbal odpor fáze statoru.

ZÁVĚR

Tato bakalářská práce se zabývala výpočtem a porovnáním elektromagnetického modelu synchronního stroje s permanentními magnety spouštěného ze sítě pro dvě různé metody.

V úvodu jsou popsány základní principy, konstrukce a využití točivých elektrických strojů. Na úvod navázala první kapitola, ve které byly představeny synchronní stroje spouštěné ze sítě, bylo popsáno jejich rozdělení, pro oba dva typy jsou poté vysvětleny jejich výhody a nevýhody. Dále je popsána základní funkce synchronního stroje spouštěného ze sítě při rozběhu neboli v asynchronní části při synchronizaci, což je pro tento typ stroje nejkritičtější moment a nakonec při ustáleném stavu, kdy stroj pracuje v synchronním stavu.

Ve druhé kapitole je popsáno modelování synchronního stroje spouštěného ze sítě. Tato kapitola klade důraz na odporovou síť z důvodu jejího využití v této práci. Jsou zde také popsány další metody, jako je například matematický model nebo metoda konečných prvků. Důraz je také kladen na magnetické obvody, které jsou základem reluktanční sítě. Je popsána základní analogie magnetického obvodu k elektrickému, hlavní principy a také využití permanentního magnetu v magnetickém obvodu. V poslední části druhé kapitoly je vysvětlen způsob modelování pomocí reluktanční sítě a také je vysvětlen problém s reluktancí vzduchové mezery. S tímto bylo uvažováno i při výpočtu.

Na začátku třetí kapitoly je ukázáno odvození základních vzorců pro stav naprázdno. Poté je navržena nová odporová síť, pro kterou jsou stanoveny rovnice magneto-motorického napětí. Řešení bylo inspirováno prezentacemi ze cvičení z Finské Aalto Univerzity. Pro ukázkou je zde vyneseno i náhradní magnetický obvod. Dále postupným upravováním a dosazováním jsou získány rovnice pro spřažený magnetický tok permanentního magnetu Ψ_{pm} a rovnice pro spřažený magnetický tok tekoucí přes rotorový most Ψ_{rm} , podle kterých je poté realizován výpočet.

Pro výpočet reluktanční sítě byl sestaven v programovacím jazyce Python kód. Výpočet využil vstupních veličin z elektromagnetického modelu vytvořeného v prostředí Ansys Maxwell. V poslední kapitole jsou přesně popsány postupné kroky výpočtu. První část této kapitoly je věnována výpočtu zvolených reluktancí, všechny potřebné vstupní hodnoty byly odečteny přímo z geometrie elektromagnetického modelu a některé musely být pro přesnost vypočteny. Výpočet magnetického odporu je ověřen metodou konečných prvků, a to pomocí hodnot magnetických indukcí v geometrii stroje obr. (5.2). Velikosti magnetických indukcí se pohybovaly s relativní

průměrnou odchylkou dvanácti procent, což lze uvažovat jako správné hodnoty. Odchylka mohla vzniknout z důvodu proměnlivosti magnetické indukce ve struktuře stroje a použitých zjednodušení, kde nebylo možné přesně stanovit vzdálenosti cest pro magnetický tok. Dále mohla také vzniknout nepřesným nastavením hodnoty permeability rotorového mostu. Pomocí ověřené indukce ve vzduchové mezeře bylo možné vypočítat hodnotu indukovaného napětí naprázdno, která odpovídala té dosažené z prostředí Ansys Maxwell. Další část této kapitoly zahrnuje výpočet reaktance v d-ose a q-ose. Pro tyto osy byly navrženy nové odporové sítě. Při výpočtu byly porovnány magnetické indukce ve vzduchové mezeře jednotlivých os s MKP. Z obr. (5.4) pro d-osu a obr. (5.6) pro q-osu lze vidět, že se střední hodnota průběhů pohybuje s menší odchylkou. Tato odchylka může být způsobena zjednodušeným výpočtem koeficientů spřaženého toku. Pro zvýšení přesnosti by bylo vhodné přidat do odporové sítě další odpor, například reluktanci jha statoru, avšak chyba není natolik velká a průběhy se dají uvažovat jako správné. Z vypočtených hodnot magnetických indukcí v osách byly vypočteny hodnoty reaktance pomocí napětí. V této části vznikla poměrně velká chyba, kdy se relativní odchylka jednotlivých hodnot rovnala dvaceti šesti procentům. Chybný výpočet mohl být způsoben několika faktory. Jeden z hlavních faktorů je nedostatečná přesnost hodnoty magnetické indukce v mezeře. Chyba mohla vzniknout při výpočtu koeficientů spřaženého toku, kdy pro výpočet reluktance rotoru byly použity hodnoty reluktance vzduchové mezery a rotorového mostu, které nemusely být úplně přesně nastaveny.

Poslední část výpočtu ověřila momentovou charakteristiku obr. (5.7), kde z porovnání lze vidět, že charakteristika obdržená z reluktanční sítě předbíhá skutečnou momentovou charakteristiku o určitou velikost elektrického úhlu. Zátěžný úhel pro jmenovitou hodnotu momentu je zhruba o deset stupňů elektrických větší. Původ chyby není úplně jasný, určitou chybu vytvořily špatné hodnoty reaktancí a také zjednodušený výpočet. Dále je potřeba zmínit, že výpočet pomocí reluktanční sítě neuvažoval hodnotu odporu statorové fáze, což by mohlo způsobit neposunutí charakteristiky do záporných hodnot.

V bakalářské práci byl proveden návrh elektromagnetického modelu pomocí odporové sítě, který byl následně porovnán prostřednictvím metody konečných prvků. Práce přináší detailní popis postupu návrhu odporové sítě pro SySPMSS a i přes nepřesný výpočet oproti MKP může sloužit jako dobrý zdroj informací k dalšímu modelování v budoucích pracích. Předmětem v navazující práci by mohl být optimalizovaný elektromagnetický návrh odporové sítě se zvýšenou přesností ověřený hodnotami naměřenými na skutečném zkoumaném stroji.

Literatura

- [1] Lípa Miroslav. “Modelování synchronních strojů spouštěných ze sítě”. semestrální práce. Brno: Vysoké učení v Brně, Fakulta Elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky, 2022.
- [2] Damiano Mingardi. “Analysis, design and test of high efficiency electrical machines with a rotor winding”. Dissertation thesis. Italy, University of Padova, Department of Industrial Engineering: University of Padova, Department of Industrial Engineering, 2018.
- [3] Jan Bárta. *Stejnoseměrné stroje*. Prezentace ze cvičení. Brno, 2021.
- [4] Čestmír Ondrušek. *Elektrické stroje*. Skriptum. Brno.
- [5] Jan Bárta. *Synchronní stroje*. Prezentace ze cvičení. Brno, 2021.
- [6] Iveta Fajmonová. “Návrh synchronního stroje spouštěného ze sítě”. Bakalářská práce. Brno: Vysoké učení v Brně, Fakulta Elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky, 2018.
- [7] Radek Martínek. “Elektromotory malého výkonu”. Diplomová práce. Brno: Vysoké učení v Brně, Fakulta Elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky, 2017.
- [8] Jakub Žíla. “Návrh rotoru synchronního reluktančního stroje spouštěného ze sítě pro průmyslové aplikace”. Diplomová práce. Brno: Vysoké učení v Brně, Fakulta Elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky, 2019.
- [9] Amit Kumar JHA. “Optimization of line start permanent magnet synchronous motor for magnet cost reduction”. Master Thesis. Sweden, Stockholm, Royal Institute of Technology: Royal Institute of Technology, The School of Electrical Engineering, Electrical Energy Conversion, 2012.
- [10] J.F. Bell. “Permanent magnet materials”. In: *IEE Colloquium on Permanent Magnet Machines and Drives*. 1993, s. 1/1–1/4.
- [11] *Neodymium*. 2021. URL: <https://tradingeconomics.com/commodity/neodymium>.

- [12] Eric Onstad. *China frictions steer electric automakers away from rare earth magnets*. URL: <https://www.reuters.com/business/autos-transportation/china-frictions-steer-electric-automakers-away-rare-earth-magnets-2021-07-19/>.
- [13] *Teorie střídavého motor*. Youtube, 2019. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=dhYSffj414%5C&t=240s>.
- [14] Antero Arkkio. *Presentation from lectures, Design of electrical machines*. Prezentace ze cvičení. Helsinki, Finland, 2021.
- [15] Michal Vojtěchovský. “Modelování a simulace dynamických vlastností synchronních strojů”. Diplomová práce. Liberec: Technická univerzita v Liberci, Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií, 2003.
- [16] Bc. Michal Padalík. “Algoritmy při odbuzování řízení střídavý motorů”. Diplomová práce. Brno: Vysoké učení v Brně, Fakulta Elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav automatizace a měřicí techniky, 2008.
- [17] Martin Daniel. “Modelování synchronních strojů s permanentními magnety v nestandardních situacích”. Bakalářská práce. Brno: Vysoké učení v Brně, Fakulta Elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav automatizace a měřicí techniky, 2015.
- [18] *Metoda konečných prvků v elektrotechnické praxi*. 2003. URL: <http://www.elektrorevue.cz/clanky/03024/index.html>.
- [19] Y. Zhang et al. “A Finite Element–Analytical Method for Electromagnetic Field Analysis of Electric Machines With Free Rotation”. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 42.10 (2006), s. 3392–3394. DOI: [10.1109/TMAG.2006.879441](https://doi.org/10.1109/TMAG.2006.879441).
- [20] Jan Čech. “Synchronní lineární motory s permanentními magnety”. Bakalářská práce. Brno: Vysoké učení v Brně, Fakulta Elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky, 2018.
- [21] Juha Pyrhönen et al. *Design of rotating electrical machines*. Great Britain, Chippenham, Wiltshire: CPI Antony Rowe, 2008. ISBN: 978-0-470-69516-6.
- [22] Peter Sporní. “Model synchronního stroje s PM založeného na ekvivalentní reaktanční síti”. Diplomová práce. Brno: Vysoké učení v Brně, Fakulta Elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky, 2010.
- [23] Marco Amrhein a Philip T. Krein. “3-D Magnetic Equivalent Circuit Framework for Modeling Electromechanical Devices”. In: *IEEE Transactions on Energy Conversion* 24.2 (2009), s. 397–405. DOI: [10.1109/TEC.2009.2016134](https://doi.org/10.1109/TEC.2009.2016134).
- [24] Antero Arkkio. *Presentation from lectures, Design of electrical machines*. Prezentace ze cvičení. Helsinki, Finland, 2021.

- [25] Antero Arkkio. *Presentation from lectures, Design of electrical machines*. Presentace ze cvičení. Helsinki, Finland, 2021.
- [26] Juha Pyrhönen, Tapani Jokinen a Valéria Hrabovcová. *Design of rotating electrical machines*. 2nd ed. Chichester: Wiley, 2014. ISBN: 978-1-118-58157-5.
- [27] Juha Pyrhönen, Tapani Jokinen a Valéria Hrabovcová. “Design of rotating electrical machines, Three-phase squirrel cage motor”. Chichester, 2014.
- [28] *Numerická integrace*. 2017. URL: <https://is.muni.cz/el/sci/jaro2018/C2140/um/ch07.pdf>.