

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
KATEDRA ALGEBRY A GEOMETRIE

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Základní modely ve slovních úlohách



Vedúci diplomovej práce:
Doc. RNDr. Stanislav Trávníček, CSc.
Rok odovzdania: 2010

Vypracovala:
Bc. Jana Dunajčíková
M-Dg, II. ročník

Prehlásenie

Prehlasujem, že som diplomovú prácu spracovala samostatne pod vedením
Doc. RNDr. Stanislava Trávníčka, CSc. s použitím uvedenej literatúry.

V Olomouci 31.08.2010

PodĎakovanie

Ďakujem Doc. RNDr. Stanislavovi Trávníčkovi, CSc. za pomoc a rady, ktoré mi pomohli pri spracovaní zadanej témy. Chcela by som poďakovať aj pani Martě Konířovej, pracovníčke Muzea Komenského v Přerově a Kubovi, který mi pomohol bojovať s TeXom.

Obsah

Úvod	5
1 Analýzy slovných úloh a ich riešenie	7
1.1 Delenie slovných úloh	8
1.1.1 Delenie slovných úloh podľa oblastí matematiky	8
1.1.2 Delenie slovných úloh podľa kontextu úlohy	9
1.2 Riešenie slovných úloh	11
2 Slovné úlohy zamerané na zmesi a spoločnú prácu	19
2.1 Súbor úloh na zmes	20
2.1.1 Zliatiny	20
2.1.2 Chémia	26
2.1.3 Potraviny	31
2.1.4 Lieh	36
2.1.5 Zlato, striebro	39
2.1.6 Víno	42
2.1.7 Voda	45
2.1.8 Strelný prach	46
2.1.9 Stavba	47
2.1.10 Zdravotníctvo	48
2.1.11 Textil	48
2.1.12 Nezaradené	49
2.2 Súbor úloh o spoločnej práci	52
2.2.1 Práca s pôdou	52
2.2.2 Všeobecná práca	58
2.2.3 Práca na stavbe	64
2.2.4 Práca vo výrobe	68
2.2.5 Práca s uhlím	72
2.2.6 Práca s písmom a tlačou	74
2.2.7 Práca s textilom	76
2.2.8 Výkopové práce	77
2.2.9 Potravinárska práca	79
2.2.10 Práca na železnici	80
2.2.11 Rôzna práca	80
2.3 Súbor nadobudnutých poznatkov	83

3	Modely použité na riešenie sledovaných slovných úloh	87
3.1	Zmes	87
3.1.1	Typ T1	88
3.1.2	Typ T2	89
3.1.3	Typ T3	90
3.1.4	Typ T5	90
3.1.5	Typ T6	91
3.1.6	Typ T7	91
3.1.7	Lineárne rovnice o jednej neznámej	93
3.1.8	Sústavy lineárnych rovníc o dvoch neznámych	94
3.1.9	Sústavy lineárnych rovníc o troch neznámych	96
3.1.10	Sústava lineárnych rovníc o štyroch neznámych	98
3.1.11	Lineárne nerovnice	99
3.1.12	Percentá	100
3.1.13	Diely	102
3.1.14	Úsudok	103
3.2	Spoločná práca	105
3.2.1	Využitie vzorca (1):	105
3.2.2	Úloha 345	108
3.2.3	Jednoduchá trojčlenka	110
3.2.4	Zložená trojčlenka	111
3.2.5	Lineárne rovnice o jednej neznámej	112
3.2.6	Sústavy lineárnych rovníc o dvoch neznámych	114
3.2.7	Sústavy lineárnych rovníc o troch neznámych	115
3.2.8	Sústavy lineárnych rovníc o štyroch neznámych	119
3.2.9	Lineárne nerovnice	120
3.2.10	Najmenší spoločný násobok	121
3.2.11	Percentá	122
3.2.12	Úsudok	123
3.3	Príklady s obtiažnym riešením	124
4	Záver	126
5	Literatúra	128
5.1	Učebnice a zbierky	128
5.2	Odborná literatúra	134

Úvod

Po prečítaní vypísaných tém na diplomovú prácu ma téma „Základní modely ve slovních úlohách“ hneď zaujala. Niekoľko dní som si ešte nechala na premyslenie, ale po rozhovore s Doc. RNDr. Trávníčkom, CSc. som bola rozhodnutá. Vedela som, že daná téma je náročná na čas strávený v Muzeu Komenského v Přerově, ale pustila som sa do nej s elánom. Snažila som sa pravidelne cestovať do Přerova a neúnavne brať do ruky knihy, z ktorých dýchala história matematiky. Zbierky matematických príkladov, ktoré som mala možnosť čítať boli, teda sú, naozaj historické dokumenty. Prešlo ich mojimi rukami okolo tristo, aj keď príklady som použila len z niektorých. Pôvodne som sa zamerala na štyri témy – spoločná práca, zmesi, vek a čísla. Nakoľko sa ukázalo, že práca zaoberajúca sa všetkými témami, by bola veľmi rozsiahla a aj napriek tomu, že príklady som mala zozbierané na všetky, po dohovore s vedúcim diplomovej práce som od dvoch posledných upustila.

Prácu som rozdelila do štyroch základných kapitol.

Prvá je venovaná slovným úlohám. Snažila som sa priblížiť pojem slovnej úlohy v matematike, ukázala som v nej niektoré delenia slovných úloh podľa rôznych kritérií a venovala som sa v krátkosti aj riešeniu slovných úloh v školách. Uvádzam v nej aj typické modely pre riešenie mnou skúmaných skupín príkladov.

Druhá kapitola je najobjemnejšia. Obsahuje príklady k daným témam. Ne-delila som ich podľa historického obdobia, ale podľa toho, na výpočet čoho boli zamerané. Až v takýchto skupinách som sa zamerala na roky výskytu. Do tejto kapitoly som zaradila aj poznatky, ktoré som získala štúdiom prípravných materiálov. Uvádzam niektoré duplicitné príklady, slová, ktorých význam som nepoznala a typy škôl v minulosti.

Tretia obsahuje modely, ktorými sa príklady predchádzajúcej kapitoly dajú

riešiť. Ku každému modelu uvádzam niekoľko vypočítaných vzorových príkladov. V jej závere som sa snažila zhrnúť skúsenosti, ktoré som pri riešení príkladov získala.

Posledná kapitola je záver.

Súčasťou mojej diplomovej práce je aj príloha, v ktorej sú k modelom a vzorovým príkladom tretej časti pridelené všetky príklady z druhej časti, ktoré majú rovnaký spôsob riešenia.

1. Analýzy slovných úloh a ich riešenie

Počas povinnej praxe som neraz musela odpovedať na otázky: „Prečo sa to musíme učiť? K čomu mi to bude? Na čo to využijeme?“ Samozrejme každého zaujímalo, kde sa s danou preberanou látkou stretne v reálnom živote. Občas bol problém odpovedať, inokedy zas odpovedí bolo veľmi veľa. Na ukážku aplikácie matematiky nám slúžia slovné úlohy. Medzi starými učebnicami, ktoré som študovala, som často našla také, ktoré obsahovali slovné príklady zamerané na konkrétne odvetvia. Hutníctvo, krajčírstvo, ba dokonca učebnice pre ženy v domácnosti. Každý z nich si v svojej učebnici našiel matematiku potrebnú pre jeho budúcnosť. Človek si rýchlejšie vstrebe vedomosti pre neho užitočné ako tie, ktoré považuje za zbytočné. Keď sa s odstupom času vrátim do mojej triedy na strednú geodetickú školu vidím, že to je naozaj tak. Na geodetické či kartografické výpočty sa nikto nesťažoval, no matematiku nemala rada polovica triedy. Pritom išlo len o správne ”zabalenie” čistej matematiky.

Všeobecne je známe, že žiaci nemajú radi slovné úlohy. Napriek tomu sú slovné úlohy do výuky matematiky zaraďované. Očakáva sa, že práve prostredníctvom nich sa prehĺbi záujem žiaka o matematiku, že ho budú motivovať, rozvíjať jeho schopnosť matematického myslenia. Do vyučovania by mali byť zaradené slovné úlohy, ktoré sa čo najviac podobajú tým, ktoré ľudia riešia v bežnom živote. Žiaci oveľa radšej riešia numerické príklady. Je to asi aj preto, že pri numerických príkladoch je hneď vidieť, čo treba riešiť. Pri slovných úlohách musia prv úlohu rozanalyzovať, nájsť vzťah medzi číselnými údajmi, nachádzajúcimi sa v úlohe a využiť svoje teoretické poznatky.

1.1. Delenie slovných úloh

V literatúre, ktorú som počas prípravy na písanie mojej diplomovej práce študovala, som sa stretla s rôznym delením slovných úloh. Najvýstižnejšie delenie pre túto prácu som našla v [78] a to delenie podľa oblastí matematiky a podľa kontextu úlohy.

1.1.1. Delenie slovných úloh podľa oblastí matematiky

Slovné úlohy sa podľa špecializácie matematiky delia na *matematické* a *nematematické* úlohy.

Slovné *matematické* úlohy sú také, v ktorých sa používajú matematické pojmy ako čísla, zlomky, rovnice a pod., ale nie sú vyjadrené matematickými vzťahmi a riešiteľ si ich musí sám zostaviť. Tieto úlohy sú ďalej delené:

Aritmetické

Pr. Ktorým číslom treba vydeliť číslo 125, aby sme dostali číslo 5.

Algebraické

Pr. Súčet čísla a jeho druhej mocniny je číslo 380. Určite toto číslo.

Geometrické

Pr. Určite množinu všetkých bodov roviny, ktoré majú rovnakú vzdialenosť od priamky p .

Slovné úlohy s *nematematickým* obsahom sú úlohy, v ktorých sa vyskytuje aspoň jeden termín nepatriaci do matematiky.

Pr. Robotníci pracovali pri rýpaní pôdy 6 hodín bez stroja a 2 hodiny so strojom a vyrýpali v danej dobe 44 m^3 pôdy. Keby boli pracovali 3 hodiny bez

stroja a 4 hodiny so strojom, boli by vyrýpali 70 m^3 pôdy. Koľko m^3 vyrýpali bez stroja a koľko so strojom za 1 hodinu? (Predpokladáme nemeniace sa ostatné podmienky úlohy)

[1956, 64]

1.1.2. Delenie slovných úloh podľa kontextu úlohy

Podľa *kontextu* delíme slovné úlohy na:

- úlohy o pohybe,
- úlohy o spoločnej práci,
- úlohy o zmesiach,
- úlohy o obsahu,
- úlohy o delení celku na časti, a iné.

Bližšie definujem len tie, ktorými sa budem v nasledujúcich častiach mojej diplomovej práce venovať.

Úlohy o spoločnej práci sa vyznačujú tým, že v nich vystupuje viac subjektov o rôznej výkonnosti, ktoré vykonávajú spoločne alebo súčasne určitú činnosť. Neznámou veličinou býva individuálna, alebo spoločná výkonnosť, prípadne množstvo práce.

Pr. Dvaja tesári položia v ôsmich dňoch 300 m^2 podlahy. Aké sú denné výkony každého z nich, ak jeden tesár položí denne o 5 m^2 podlahy viacej než druhý?

[1974, 52]

Pr. 3 pisári majú opísať 105 archov. Jeden opíše za tri hodiny 5 archov, druhý za 9 hodín 13 archov a tretí za 4 hodiny 7 archov. Za koľko hodín vykonajú všetci dohromady túto prácu?

[1907, 11]

Pr. Hospodárka má niekoľko kilogramov ľanu, ktorý chce dať spriať. Prvá slúžka jej hovorí, že by ho spriadla za 36 dní, druhá by potrebovala 48 dní a tretia spriadne denne o $\frac{1}{8}$ kg viacej než druhá. Ak pradá všetky tri dohromady, sú hotové za 8 dní. Koľko kilogramov ľanu bolo?

[1882, 6]

Úlohy o zmesiach sú úlohy, ktoré zisťujú optimálne zloženie zmesí (teplota, koncentrácia, cena, ...) alebo ich jednotlivých zložiek. Výslednú zmes nejde napäť rozložiť na jednotlivé diely čiže zložky. V zadaní týchto úloh sa stretávame so zmiešaním roztokov rôznych koncentrácií, so sledovaním rôznych teplôt kvapalín, s prípravou zliatin z kovov a zmesami rôznych surovín.

Pr. Do 10 litrov roztoku 25% kyseliny soľnej máme priliať 60% roztok tak, aby vzniknutý roztok obsahoval aspoň 40%, ale najviac 45% kyseliny. Koľko litrov druhého roztoku je k tomu treba? Všetky percentá sú objemové.

[1979, 53]

Pr. Vo vani je 78 l vody, ktorá má 22 °C. Koľko litrov vody s teplotou 42 °C musíme doliať do vane, aby voda mala po premiešaní 26 °C?

[2002, 69]

Pr. Je treba zhotoviť 1023 kg bronzu, v ktorom je 88,5 % medi, 7 % cínu a $4\frac{1}{2}$ % zinku. Koľko kg medi, cínu a zinku musíme k tomu vziať?

[1888, 7]

Pr. Kravské mlieko obsahuje priemerne $87\frac{1}{2}$ % vody, $4\frac{3}{5}$ % cukru, 3,9 % syra, 3,5 % masla a $\frac{1}{2}$ % soli. Koľko z ktorej látky je obsiahnutého v 2 hl a v $7\frac{1}{2}$ hl mlieka?

[1907, 11]

1.2. Riešenie slovných úloh

Pri riešení slovných úloh majú žiaci problém popísať nematematický jav, určitú reálnu situáciu, matematickými prostriedkami napr. rovnicami, vzorcami, funkciami a pod. Schopnosť riešiť slovné úlohy je vlastne schopnosť aplikovať teoretické poznatky z matematiky. Použitie matematických metód pri riešení praktických problémov sa nazýva *matematizácia reálnych situácií*.

V [77] sa uvádza:

„Dovednosť matematizovať reálne situácie lze považovať za dôležitou súčasť všeobecného vzdelání. Jde o to, aby se studenti a žáci naučili dívat na ni jako na cyklický proces, který má několik fází, začíná v nějaké reálné situaci a končí řešením uspokojivým pro praxi.

Shrňme si, jaký je přínos učení se a provádění matematizace. Řešitel se učí:

a) Analyzovat reálné situace, formulovat problémy, provádět abstrakce, k vybranému problému vybírat nebo zjišťovat relevantní informace a formulovat zadání praktických úloh.

b) Vytvářet matematické modely a užitím matematiky řešit problémy s praktickými náměty.

Přitom platí, že matematický model zobrazuje jen některé stránky reálné situace a jen do určité míry, pokud jde o hranice platnosti, přesnosti a spolehlivosti, že daná situace může být popsána různými modely a zase i různé situace mohou být popsány tímž modelem.

c) Aplikovat teoretická řešení v praxi, přihlížet k potřebám praxe, kriticky posuzovat, zda je řešení pro praxi dostačující.

d) Řešitel získává pro život dovednosti využití matematiky při řešení praktických problémů.

e) Dozvídá se, jaké problémy (typy problémů) se v praxi řeší a lépe pak chápe problémy svého prostředí.

f) Přesvědčuje se o tom, že matematika je užitečná věda.“

Slovné úlohy nám pomáhajú naučiť sa riešiť problémy reálnych situácií. V rade potrebných krokov, ktoré musíme postupne absolvovať, je veľmi dôležité nájsť správny matematický model. Tvorba modelov je popísaná vo viacerých štúdiách napr. [77], [79]. Ja by som sa chcela pozastaviť pri modeloch, ktoré sú úzko viazané s príkladmi so zameraním na zmesi a spoločnú prácu. Podrobne sú popísané v článkoch [75] a [76].

Model pre príklady na zmesi z [75]:

1. zložka zmesi má hmotnosť m_1 a cenu c_1 Kč za jednotku, 2. zložka zmesi má hmotnosť m_2 a cenu c_2 za jednotku a výsledná zmes má hmotnosť m_3 a cenu c_3 za jednotku, do ktorej sú zahrnuté ceny obidvoch zložiek. Modelom úloh o zmesiach je teda sústava:

$$m_1 + m_2 = m_3$$

$$m_1c_1 + m_2c_2 = m_3c_3$$

Z toho, že v sústave sú dve rovnice, nám vyplýva, že v úlohách sú vždy štyri z uvedených šiestich premenných zadane a dve neznáme sa počítajú. Pritom však zadávame najviac dve z premenných m_i , pretože hodnota tretej vyplýva už priamo z prvej rovnice sústavy. Podľa toho môžeme v týchto úlohách rozlíšiť tieto typy:

T1: Zadané: c_1, c_2, m_3, c_3 , neznáme: m_1, m_2 ;

T2: Zadané: c_1, m_2, c_2, c_3 , neznáme: m_1, m_3 ;

 Zadané: m_1, c_1, c_2, c_3 , neznáme: m_2, m_3 ;

T3: Zadané: m_2, c_2, m_3, c_3 , neznáme: m_1, c_1 ;

 Zadané: m_1, c_1, m_3, c_3 , neznáme: m_2, c_2 ;

T4: Zadané: c_1, m_2, m_3, c_3 , neznáme: m_1, c_2 ;

 Zadané: m_1, c_2, m_3, c_3 , neznáme: m_2, c_1 ;

T5: Zadané: c_1, m_2, c_2, m_3 , neznáme: m_1, c_3 ;

 Zadané: m_1, c_1, c_2, m_3 , neznáme: m_2, c_3 ;

T6: Zadané: m_1, m_2, c_2, c_3 , neznáme: m_3, c_1 ;

 Zadané: m_1, c_1, m_2, c_3 , neznáme: m_3, c_2 ;

T7: Zadané: m_1, c_1, m_2, c_2 , neznáme: m_3, c_3 ;

Vzorový príklad uvádzam pri type vtedy, ak som našla príklad ním riešiteľný medzi mnou zozbieranými príkladmi.

Pr. T1 Vinárnik má dva druhy vína. Liter jedného stojí 48 kr., liter druhého 60 kr. Koľko z každého druhu musí zmiešať, aby obdržal 120 litrov zmiešaniny, ktorej liter by mal cenu 56 kr.?

[1885, 2]

Riešenie:

$$\text{Zadané: } c_1 = 48, c_2 = 60, m_3 = 120, c_3 = 56$$

$$m_1 + m_2 = 120 \implies m_1 = 120 - m_2$$

$$48m_1 + 60m_2 = 56 \cdot 120$$

$$48 \cdot (120 - m_2) + 60m_2 = 6720$$

$$12m_2 = 960$$

$$m_2 = 80 \qquad m_1 = 40$$

Odpoveď: Vinárnik na potrebné namiešanie zmesi potrebuje 40 l vína po 48 kr. a 80 l vína po 60 kr.

Pr. T2 Obchodník s čajom chce ku 320 kg čaju za 5,50 K pridať lepší druh, ktorého kg stojí 8,50 K tak, aby kg zmesi stál 6,50 K. Koľko kg lepšieho druhu musí pridať?

[1908, 10]

Riešenie:

$$\text{Zadané: } m_1 = 320, c_1 = 5,50, c_2 = 8,50, c_3 = 6,50$$

$$\begin{aligned}
320 + m_2 &= m_3 \\
5,50 \cdot 320 + 8,50m_2 &= 6,50m_3 \\
\hline
1760 + 8,50m_2 &= 2080 + 6,50m_2 \\
2m_2 &= 320 \\
m_2 &= 160 \qquad m_3 = 480
\end{aligned}$$

Odpoved: Obchodník musí pridať 160 kg čaju lepšieho druhu.

Pr. T3 Strieborník má zhotoviť dvojramenný svietnik 40 lotov ťažký z 11tilového striebra. Koľko lového striebra musí pridať k 24 lotom 15tilového?

[1864, 13]

Riešenie:

$$\text{Zadané: } m_2 = 24, c_2 = 15, m_3 = 40, c_3 = 11$$

$$\begin{aligned}
m_1 + 24 &= 40 \\
m_1 \cdot c_1 + 15 \cdot 24 &= 40 \cdot 11 \\
\hline
16c_1 &= 80 \\
c_1 &= 5
\end{aligned}$$

Odpoved: Strieborník musí pridať 16 lotov 5tilového striebra.

Pr. T5 Určité množstvo bezvodého liehu bol rozriedený s 24 % vody, čím sa obdržal 93 l lieh rozriedený. Koľko bolo liehu bezvodého a koľko percentná bola vzniknutá zmes?

[1907, 11]

Riešenie:

$$\text{Zadané: } c_1 = 100, m_2 = \frac{24}{100}m_1, c_2 = 0, m_3 = 93$$

$$\begin{array}{r}
m_1 + \frac{24m_1}{100} = 93 \\
m_1 \cdot 100 + 0 \cdot \frac{24m_1}{100} = 93 \cdot c_3 \\
\hline
m_1 = 75 \\
100m_1 = 93c_3 \\
\hline
7500 = 93c_3 \\
c_3 \doteq 80,6
\end{array}$$

Odpoved: Bezvodého liehu bolo 75 l a vzniknutá zmes bola 80,6%.

Pr. T6 K 5 litrom vody s teplotou 90°C sa prilialo ešte 10 litrov vody neznámej teploty. Voda mala potom teplotu 40°C. Akú teplotu mala voda, ktorú sme priliali?

[1974, 52]

Riešenie:

$$\underline{\text{Zadané: } m_1 = 5, c_1 = 90, m_2 = 10, c_3 = 40}$$

$$\begin{array}{r}
5 + 10 = m_3 \\
5 \cdot 90 + 10c_2 = m_3 \cdot 40 \\
\hline
450 + 10c_2 = 600 \\
c_2 = 15
\end{array}$$

Odpoved: Voda, ktorú sme priliali mala teplotu 15°C.

Pr. T7 Kaviarník zmiešal tri druhy kávy: 6 kg po 1,32 zľ., 8 kg po 1,20 zľ. a 10 kg po 1,08 zľ. Koľko stojí 1 kg zmesi?

[1886, 14]

Riešenie:

Zadané: $m_1 = 6, c_1 = 1,32, m_2 = 8, c_2 = 1,20, m_3 = 10, c_3 = 1,08$

$$6 + 8 + 10 = m_4$$

$$\underline{6 \cdot 1,32 + 8 \cdot 1,20 + 10 \cdot 1,08 = m_4 \cdot c_4}$$

$$m_4 = 24$$

$$\underline{28,32 = 24c_4}$$

$$c_4 = 1,18$$

Odpoveď: 1 kg zmesi stojí 1,18 zľ.

Model pre príklady na spoločnú prácu z [76]:

Skúmame prípad, kedy dvaja pracovníci majú v určitom čase spoločne vykonať určitú prácu, ktorú by však každý z nich dokázal vykonať aj samostatne. Nejakú dobu pred plánovaným koncom práce však jeden z nich prácu opustí, takže ju musí dokončiť jeho kolega sám. Pre prehľadnosť necháme pracovať "prvého pracovníka" a odchádzať od práce bude "druhý pracovník".

Časové situácie, ktoré sa v tejto "reálnej situácii" vyskytujú:

t_1 ... za ako dlho by spoločnú prácu vykonal 1. pracovník,

t_2 ... za ako dlho by spoločnú prácu vykonal 2. pracovník,

t_3 ... za ako dlho vykonajú zadanú prácu obaja spoločne,

t_4 ... ako dlho pred plánovaným koncom spoločnej práce odišiel 2. pracovník,

t_5 ... ako dlho trvá celkovo práca, ak pracujú najprv obaja a potom len jeden (prvý),

t_6 ... o koľko sa práca predĺžila tým, že odišiel 2. pracovník,

$t_7 \dots$ za ako dlho po zahájení práce odišiel 2. pracovník,
 $t_8 \dots$ ako dlho pracoval 1. pracovník sám.

Platia tu vzťahy:

$$\frac{1}{t_3} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \quad (1)$$

$$1 = \frac{t_5}{t_1} - \frac{t_3 - t_4}{t_2} \quad (2)$$

$$t_6 = t_5 - t_3 \quad (3)$$

$$t_7 = t_3 - t_4 \quad (4)$$

$$t_8 = t_4 + t_6 \quad (5)$$

Zadáva jú sa tri z týchto ôsmich hodnôt a zo vzorcov (1) až (4) sa vypočítajú všetky zostávajúce. Vzhľadom k (1) však môžeme zadať len dve z hodnôt t_1, t_2, t_3 (označíme 123), pretože zadaním ľubovoľných dvoch je tretia hodnota vzorcom (1) už jednoznačne určená. Podobne vzhľadom k (3) možno v prípade 356 zadať tiež najviac dve a rovnako je to v prípadoch 247 a 468.

Vzorový príklad uvádzam pri type vtedy, ak som našla príklad ním riešiteľný medzi mnou zozbieranými príkladmi.

Pr. Vzorec (1) Dvaja kosci pokosia lúku. Keby ju A sám pokosil za 5 dní a B sám za 7 dní. Kedy by ju pokosili dohromady?

[1864, 13]

Riešenie:

A	5 dní
B	7 dní
Spolu	<u>x dní</u>

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{12}{35} = \frac{1}{x}$$

$$x = \frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}$$

Odpoved: Kosci by lúku spolu pokosili za $2\frac{11}{12}$ dňa.

Pr. Úloha 345 Dvojica natieračov má dokončiť prácu za 18 dní. Po pätnástich dňoch jeden z natieračov ochorel a druhý dokončil sám prácu za sedem a pol dňa. Za akú dobu by urobil každý z natieračov celú prácu sám?

[1986, 55]

Riešenie:

t_3 18 dní

t_4 3 dní

t_5 22,5 dní

t_1, t_2 ? dní

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{18} \Rightarrow t_2 = \frac{18t_1}{t_1 - 18}$$

$$\frac{22,5}{t_1} + \frac{15}{t_2} = 1$$

$$t_1 = \frac{t_3 \cdot (t_5 + t_4 - t_3)}{t_4}$$

$$t_1 = \frac{18 \cdot (22,5 + 3 - 18)}{3}$$

$$t_1 = 45 \quad t_2 = \frac{18 \cdot 45}{45 - 18} = 30$$

Odpoved: Jeden natierač by urobil celú prácu sám za 45 dní, druhý za 30 dní.

2. Slovné úlohy zamerané na zmesi a spoločnú prácu

Príklady, ktoré v tejto kapitole uvádzam, som vybrala z učebníc a zbierok matematiky vydaných v rokoch 1864 až 2008. Za každým príkladom uvádzam rok vydania zbierky a číslo zbierky, v ktorej sa nachádzal (zoznam použitej literatúry je na konci práce) a rok vydania zbierky. Niektoré príklady sa vyskytovali aj v dvoch zbierkach. V takých prípadoch za príkladom uvádzam obidve. Do percentuálneho hodnotenia som ich brala ako dva príklady. Pôvodne som mienila príklady deliť na základe historických medzníkov vo vývoji spoločnosti, ale potom som sa rozhodla pre iný postup. Príklady som delila na základe obsahu, teda na základe toho, na výpočet čoho sú zamerané. Hranice medzi jednotlivými skupinami sa dosť prelínajú a niektoré príklady by sa dali zadeliť aj do viacerých skupín. Takto vytvorené skupiny som sledovala a hodnotila, v ktorých rokoch sa vyskytovali. Na základe ich výskytu bolo vidieť, že niektoré skupiny boli historickým vývojom ovplyvnené a niektoré vôbec. V globále by sa dalo povedať, že príklady na spoločnú prácu historický vývoj ovplyvnil menej ako skupiny príkladov na zmes, ktoré sa menili na základe spoločenského vývoja.

2.1. Súbor úloh na zmes

Zliatiny	18,32 %	1864 - 2007
Chémia	15,84 %	1864 - 2008
Potraviny	14,85 %	1903 - 2007
Lieh	10,89 %	1882 - 1995
Zlato, striebro	9,90 %	1864 - 1931
Víno	7,43 %	1864 - 1907
Voda	3,96 %	1882 - 2008
Strelný prach	3,47 %	1882 - 1958
Stavba	2,97 %	1903 - 1934
Zdravotníctvo	1,48 %	1956
Textil	1,48 %	1960
Nezaradené	9,41 %	1892 - 1986

Z uvedenej tabuľky vyplýva, že aj keď skupina *Zlato, striebro* a skupina *Víno* majú pomerne vysoké percentuálne zastúpenie, vyskytovali sa len v určitom časovom období. Tu je vidieť, že spoločenský vývoj ovplyvnil zastúpenie v príkladoch o zmesi. Je to pochopiteľné, že príklady v týchto skupinách boli aktuálne v čase, keď zlatníci a vinohradníci mali vysoké percentuálne zastúpenie aj v spoločnosti. Pozoruhodné je, že príklady zmesi v skupine *Stavba* sa vyskytovali len v rokoch 1903 - 1934. Zdravotníctvo a textil sa objavili každý len v jednej zbierke úzko viazanej na odbor. Zaujímavá je aj skupina *Potraviny*, ktorú som ešte rozdelila na podskupiny podľa druhu potravín. Najväčšie zastúpenie v rámci potravín má káva 26,67 %, ale vyskytuje sa len v rokoch 1864 - 1911.

2.1.1. Zliatiny

Pr. Meď sa má spojiť s korkom v jeden kus, ktorý by vážil 3 sent. 25 lib. a mal by špecifickú váhu dubového dreva (0.65). Koľko libier medi a koľko libier korku by sa muselo spojiť, ak je špecifická váha medi 9 a korku 0,24?

[1864, 13]

Pr. Pakfong je zliatina z $53\frac{1}{2}$ dielu medi, 29 dielov zinku a $17\frac{1}{2}$ dielov niklu. Koľko pripadne každej hmoty na 12 kg pakfongu?

[1882, 6]

Pr. Kg cínu je za 3 zl. a kg olova za 60 kr. Cinár urobil 18 q zmiešaniny z cínu a olova a predával kg za 2 zl. 20 kr. Koľko obsahovala zmiešanina cínu a koľko olova?

[1886, 14]

Pr. Kovolitec zmiešal 6 kg niklu po 2 zl. 60 kr. s 5 kg zinku po $67\frac{1}{2}$ kr. a s 9 kg medi po 1 zl. 20 kr. Dostal tým zmiešatinu, z ktorej v obchode zleje nové striebro. Aká bola cena 1 kg zmesi?

[1886, 14]

Pr. Je treba zhotoviť 1023 kg bronzu, v ktorom je 88,5 % medi, 7 % cínu a $4\frac{1}{2}$ % zinku. Koľko kg medi, cínu a zinku musíme k tomu vziať?

[1888, 7]

Pr. Na panvicu pri strojoch sa berie 80 dielov cinku, $14\frac{1}{2}$ dielov antimónu a $5\frac{1}{2}$ dielov medi. Koľko ktorej látky je treba na 12 kg ťažkú panvicu?

[1895, 47]

Pr. Na obyčajný argentán (pakfong) sa berie 8 dielov medi, $3\frac{1}{2}$ dielov cinku a $2\frac{1}{2}$ dielov niklu. Koľko kilogramov každej čiastky musíme vziať na 100 kg argentanu?

[1895, 47]

Pr. Zvonár chce na uliatie zvonu ťažkého 1250 kg použiť zvonovinu takej akosti, aby na každých 78 dielov medi prišlo 19 dielov cínu a 3 diely zinku. Koľko kg medi, cínu a zinku musí zobrať?

[1903, 61]

Pr. Kovolitec chce pripraviť 128 kg mosadze. Ak berie vždy 70 dielov medi na 30 dielov zinku, koľko kg každého kovu bude potrebovať?

[1903, 61]

Pr. Pakfong je zmes 55 dielov medi, 25 dielov zinku a 20 dielov niklu. Koľko kg jednotlivých kovov by bolo treba ku 60 kg pakfongu?

[1903, 61]

Pr. Mäkká pájka klampiarska, ktorá sa topí už pri 170°C , sa skladá zo 17 dielov cínu a 10 dielov olova. Koľko kg každého kovu je treba ku 12 kg pájky?

[1903, 61]

[1912, 19]

Pr. Mechanik chce pripraviť 15 kg amalgámu. Ak berie na 2 diely zinku 1 diel cínu a 4 diely ortuti (Singer-ov amalgám), koľko kg jednotlivých kovov vezme?

[1903, 61]

Pr. Auripigment používaný vo farbiarstve obsahuje 60,9 % arzénu, zvyšok je síra. Koľko arzénu a síry je obsiahnutého v 5 kg auripigmentu?

[1903, 61]

Pr. K liatiu stolných zvončekov používa sa vo Francúzsku zmes zvaná "alžírsky kov". Skladá sa z 94,5 % cínu, 5 % medi a 0,5 % antimonu. Koľko kg každého kovu musíme vziať na 20 kg zmesi?

[1903, 61]

Pr. Kujné železo obsahuje 220 dielov, oceľ 60 dielov a listina 18 dielov váhy uhlíka. Koľko kg uhlíka je v 1 q menovaných druhov železa?

[1905, 12]

Pr. Kovolitec potrebuje 10 kg zliatiny z medi a cínu, ktorej 1 kg by stál 2,1 K. Ak stojí 1 kg medi 2 K, 1 kg cínu 2,4 K, koľko kg ktorého druhu musí vziať?

[1907, 11]

Pr. 1 kg zliatiny manganinu, z ktorej sa vyrábajú drôty na vinutie cievok pri elektrickom prúde, obsahuje 84 dkg medi, 12 dkg mangánu a 4 dkg niklu. V akom pomere sú menované kovy v manganine?

[1909, 3]

Pr. Odliatok zo žltej mosadze váži 460 kg. Koľko je v odliatku medi a koľko zinku, ak obsahuje žltá mosadz 7 dielov medi a 3 diely zinku?

[1910, 58]

Pr. Koľko medi, koľko zinku a koľko cínu obsahuje 1 kg bronzu, z ktorého sa razia dvoj-haliere (300 kusov) a haliere (600 kusov), ak je bronz zliatina 95 dielov medi, 4 dielov cínu a 1 diel zinku?

[1910, 58]

Pr. Mosadz sa skladá zo 7 dielov medi a 3 dielov zinku. Koľko kg medi a zinku zleje kovolitec na 42,5 mosadze?

[1911, 59]

Pr. Pakfong je zmes 55 dielov medi, 25 dielov zinku a 20 dielov niklu. Koľko kg každého tohto kovu bude potreba na 60 kg pakfongu?

[1912, 19]

Pr. Mäkká pájka klampiarska sa skladá zo 17 dielov cínu a 10 dielov olova. Koľko kg každého kovu bude treba na 12 kg pájky?

[1912, 19]

Pr. Domáca ruda obsahuje 31 % kovu, cudzia 55 %. Koľko % kovu obsahuje zmes, ak sa používa domáca ruda v dvojnásobnom množstve?

[1941, 22]

Pr. Koľko q surového železa sa 4,1 % C treba pridať k zavážke do Siemens - Martinovy pece, skladajúca sa z 60 q odpadkov kujnoželezných s 0,12% C a z 30 q odpadkov ocelotinových s 1,2 % C, aby zmes mala 1,5 % uhlíku?

[1941, 22]

Pr. Vypočítajte mernú váhu mosadze, ktorá obsahuje 70 % medi a 30 % zinku, ak je merná váha medi 8,8 kg na dm^3 a merná váha zinku 7 kg na dm^3 .

[1941, 22]

Pr. Klampiarska pájka je zliatina cínu s olovom v pomere 5:4. Koľko kg oboch kovov bude potreba pre 1,5 kg pájky?

[1941, 22]

Pr. Koľko wolframu obsahuje wolframová oceľ o mernej váhe 8,45 g na cm^3 , ak je merná váha wolframu 19,1 g na cm^3 a merná váha ocele 7,5 g na cm^3 ?

[1941, 22]

Pr. Mäkká pájka je zliatina cínu a olova. Jeden druh tejto pájky obsahuje 40 % cínu a zvyšok olova. Tohoto druhu bolo v dielni 36 kg. Určite pomer: a) váhy cínu k váhe olova, b) váhy olova k váhe pájky, c) váhy cínu k váhe pájky.

[1956, 32]

Pr. Pájka obsahuje cín ($7,2 \frac{g}{cm^3}$) a olovo ($11,3 \frac{g}{cm^3}$). Koľko olova a koľko cínu obsahuje 41 cm³ pájky, ak váži: 396 g, 379 g, 408 g?

[1959, 34]

Pr. Pájka obsahuje cín ($7,2 \frac{g}{cm^3}$) a olovo ($11,3 \frac{g}{cm^3}$). Koľko cínu a koľko olova obsahuje pájka, ak váži 500 g a jej špecifická váha je: a) 9,66 g na cm³, b) 9,25 g na cm³, c) 9,947 g na cm³

[1959, 34]

Pr. Pájka obsahuje cín ($7,2 \frac{g}{cm^3}$) a olovo ($11,3 \frac{g}{cm^3}$). Koľko percent cínu a koľko percent olova obsahuje ak váži a) 60 cm³ pájky 57,96 g, b) 2 dm³ pájky 18500 g.

[1959, 34]

Pr. Pájka obsahuje meď ($8,7 \frac{g}{cm^3}$) a zinok ($6,86 \frac{g}{cm^3}$). Koľko medi a koľko zinku obsahuje 60 cm³ pájky, ak váži 458 g, 461 g, 485 g?

[1959, 34]

Pr. Rudná zmes má obsahovať 4,56 t železa a 320 kg mangánu. Vsádzame železnú rudu s obsahom 60 % železa a 0,1 % mangánu, mangánovú rudu s obsahom 2 % železa a 26 % mangánu. Koľko železnej a koľko mangánovej rudy musí obsahovať vsádzka?

[1959, 34]

Pr. Koľko kg olova, antimonu a cínu je obsiahnutého v 536 kg písmovej rudy, obsahujúcej 5 % cínu, 14 % antimonu a 81 % olova?

[1960, 42]

Pr. Železná ruda obsahuje 32 % železa. Koľko ton železa sa získa z 550 t rudy za predpokladu, že sa všetko železo vytaví?

[1986, 55]

Pr. V 1 kg ložiskového bronzu je 150 g olova, 80 g cínu a zvyšok je meď. Vyjadrite zložky v percentách.

[2007, 71]

2.1.2. Chémia

Pr. Vo vode môžeme rozpustiť až 37 % kuchynskej soli. Koľko kg soli bolo by možné rozpustiť v $\frac{1}{2}$ hl (50 kg) vody?

[1903, 61]

Pr. Vzduch je zmiešanina kyslíka a dusíka. Na 79 dielov dusíka sa vyskytuje 21 dielov kyslíka. Koľko dusíka a kyslíka obsahuje školská trieda, ktorá má obsah 266 m³?

[1903, 61]

Pr. V rumelke je 86 % ortuti a 14 % síry. Koľko ortuti a síry je v 150 dkg rumelky?

[1910, 57]

Pr. Koľko kyslíka a koľko dusíka je v 80 m³ vzduchu, ak je v 100 dieloch vzduchu 21 dielov kyslíka a 79 dielov dusíka?

[1910, 57]

Pr. Vzduch je zmiešanina 79 % dusíku a 21 % kyslíku. Koľko m³ dusíku a koľko m³ kyslíku má vzduch v našej školskej triede?

[1911, 59]

Pr. Koľko sladkej vody je nutné pridať k 100 kg morskej vody, aby zmes obsahovala a % soli, ak jej morská voda obsahuje 3,5 %? Urobte rozbor.

[1936, 62]

Pr. Máme dva roztoky peroxidu vodíka: 30% a 3%. Roztoky potrebujeme zmiešať tak, aby sme dostali 12% roztok. Aký je správny pomer?

[1953, 73]

Pr. Koľko kg chloridu železitého je treba na namiešanie 126 kg 5 % roztoku na leptanie valcov?

[1960, 42]

Pr. Koľko litrov vody je treba odpariť zo 400 kg 10% roztoku sódy, aby sme dostali 16% roztok?

[1965, 48]

Pr. Vypočítajte koncentráciu roztoku, ktorý vznikne zmiešaním 2,65 l $3\frac{3}{4}$ % roztoku, 7,05 l 5,5% roztoku, 1,5 l vody a 0,95 l rozpustnej látky.

[1965, 48]

Pr. Máme zistiť koncentráciu roztoku vzniknutého zmiešaním a litrov p % a b litrov q % roztoku, c litrov rozpustnej látky a d litrov rozpúšťadla.

[1965, 48]

Pr. Máme pripraviť 0,5 l 40% kyseliny sírovej zmiešaním kyseliny 62% a 15%. Koľko ktorej kyseliny vezmeme do roztoku?

[1965, 48]

Pr. Horčík (Mg) je vlastne zmes troch izotopov. Prvého, atómovej hmoty 24, je 78,6%, druhého, atómovej hmoty 25, je 10,1%, tretieho, atómovej hmoty 26, je 11,3%. Koľko ktorého izotopu je v 6 g Mg? Aká je atómová hmota prírodného horčíka?

[1967, 49]

Pr. V akom množstve vody je treba rozpustiť 3,5 g soli, aby vznikol 21% roztok?

[1967, 49]

Pr. Máme v zásobe litrové fľaše 18%, 14% a 11% roztoku kyseliny octovej. Koľko fliaš každého roztoku je treba zmiešať, aby sme dostali 30 litrov 12% roztoku, ak máme použiť všetky tri druhy a vieme, že použijeme pre dva druhy rovnaký počet fliaš?

[1968, 51]

Pr. Koľko kuchynskej soli je treba pridať do 1170 g 10% roztoku, aby vznikol roztok 12,5%?

[1974, 52]

Pr. Do 10 litrov roztoku 25% kyseliny soľnej máme priliať 60% roztok tak, aby vzniknutý roztok obsahoval aspoň 40% ale najviac 45% kyseliny. Koľko litrov druhého roztoku je k tomu treba? Všetky percentá sú objemové.

[1979, 53]

Pr. V morskej vode je asi 3,5 % soli. Koľko soli zostane po odparení 10 kg morskej vody?

[1986, 55]

Pr. Koľko kilogramov železa a koľko kilogramov síry obsahuje 100 kg sulfidu železnatého (FeS), ak sú relatívne atómové hmotnosti železa 56, síry 32?

[1986, 55]

Pr. Kyselina sírová sa skladá z vodíka, síry a kyslíka, pričom pomer hmotností vodíka a síry je 1:16 a pomer hmotností kyslíka a síry je 2:1. Koľko každého prvku obsahuje 1 225 g kyseliny?

[1988, 67]

Pr. Koľko 96% kyseliny sírovej a koľko vody treba na prípravu jedného litra 78% kyseliny sírovej?

[1988, 67]

Pr. Zlomková zliatina A obsahuje 1,5 % Si, 1,4 % Mn, 0,4 % P a 0,3 % S. Zlomková zliatina B obsahuje 0,5 % Si, 1,6 % Mn, 0,2 % P a 0,2 % S. Zlomková zliatina C obsahuje 3 % Si, 0,5 % Mn, 0,5 % P a 0,05 % S. Koľko každej zliatiny A, B, C treba na výrobu 100 kg zliatiny D, ktorá by obsahovala 2% Si, 1% Mn, 0,4 % P, a 0,15 % S?

[1988, 67]

Pr. Jedno kvapalné hnojivo obsahuje 20 % dusíka, 10 % fosforu, 5 % draslíka a druhé kvapalné hnojivo obsahuje 15 % dusíka, 20 % fosforu. Zistite, koľko prvého a koľko druhého kvapalného hnojiva treba na prípravu 10 litrov tretieho kvapalného hnojiva, ktoré by obsahovalo a) 19 % dusíka, 12 % fosforu, 4 % draslíka, b) 28 % dusíka, 20 % fosforu, 4 % draslíka.

[1988, 67]

Pr. Surovina I pre magnezitové stavivo obsahuje 80 % MgO, surovina II pre chromitové stavivo obsahuje 50 % Cr₂O₃. Koľko kg suroviny I a II potrebujeme na výrobu 100 kg magnezitovo-chromitového staviva, ktoré by obsahovalo 48 % MgO a 20 % Cr₂O₃?

[1988, 67]

Pr. V chemickom laboratóriu je k dispozícii 20% roztok a 35% roztok kyseliny sírovej. Koľko litrov prvého a koľko litrov druhého roztoku musíme zmiešať, aby sme dostali 29% roztok?

[1995, 68]

Pr. Máme k dispozícii 20%, 30% a 40% roztoky nejakej kyseliny. Koľko litrov ktorého roztoku musíme zmiešať, aby sme dostali 15 litrov 35% roztoku?

[1995, 68]

Pr. V 1 kg sulfidu olovnatého PbS je 866 g olova. Koľko ton čistého olova získame z 0,85 t sulfidu olovnatého?

[2007, 71]

Pr. Koľko gramov kuchynskej soli máme rozpustiť v 600 g vody, aby sme získali 20 % roztok?

[2007, 71]

Pr. Koľko g vody musíme priliať do 240 g 84% roztoku CuSO₄, aby vznikol roztok 60%? (Vyjadrite hmotnosť kryštalického CuSO₄ v pôvodnom a vo výslednom roztoku a porovnajte ich.)

[2007, 71]

Pr. Koľko percentný roztok vznikne zmiešaním 120 g 28% roztoku NaCl a 0,2 kg 42% roztoku NaCl? (Vyjadrite hmotnosť kryštalickeho NaCl v jednotlivých roztokoch a vo výslednom roztoku.)

[2007, 71]

Pr. Koľko gramov kyseliny s koncentráciou 55 % je treba zmiešať so 150 g kyseliny s koncentráciou 40 %, aby vznikol roztok kyseliny s koncentráciou 50 %?

[2007, 71]

Pr. V nádobe je 8 litrov 26% roztoku kyseliny soľnej. Koľko percentný musí byť druhý roztok tej istej kyseliny, aby po zmiešaní jeho 10 litrov s 8 litrami prvého roztoku vznikol roztok najmenej 50% a najviac 60%?

[2008, 72]

2.1.3. Potraviny

Pr. Kupec predáva dva druhy kávy a to 8 lib. druhu A a 7 lib. druhu B za 11 zl. 44 kr. a 11 lib. druhu A a 15 lib druhu B za 19 zl. 60 kr. Za koľko predáva libru každého druhu?

[1864, 13]

Pr. Obchodník zmieša tri druhy kávy a síce 64 kg po 1 zl. 60 kr., 61 kg po 1 zl. 85 kr. a 75 kg po 1 zl. 65 kr. Koľko stojí 1 kg zmesi?

[1882, 6]

Pr. Kaviarnik zmiešal tri druhy káv: 6 kg po 1,32 zl., 8 kg po 1,20 zl. a 10 kg po 1,08 zl. Koľko stojí 1 kg zmesi?

[1886, 14]

Pr. Kupec má dva druhy kávy, metrický cent po 360 K a horšieho druhu po 270 K. Ak prijal zákazku na 3 q po 310 K, koľko vezme z každého druhu na zmes?

[1895, 47]

Pr. Zmiešaním kávy po 3,6 K a 2,6 K chce obchodník dostať 60 kg kávy po 3,2 K. Koľko kg z ktorého druhu musí zobrať?

[1907, 11]

Pr. Obchodník chce zmiešať 2 druhy kávy, kg za 4 K 60 h a 5 K 90 h, tak, aby dostal 26 kg zmesi za 5 K. Ako to ma zmiešať?

[1908, 10]

Pr. Kupec zmieša zbytky zo štyroch rôznych druhov káv a to: 15 kg za 4 K 10 h, 16 kg za 3 K 90 h, 32 kg za 4 K a 12 kg za 4 K 40 h. Koľko stojí jeden liter zmesi?

[1908, 10]

Pr. Kupec zmieša 10 kg kávy à 3,8 K, 5 kg à 3,44 K a 5 kg à 3,28 K. Koľko K získa na zmesi, ak ju predáva za 4 K?

[1911, 59]

Pr. Křupař má dva druhy pšeničnej múky: metrický cent po 19 K a po 16 K. Koľko vezme od každého druhu na 12 q, ak má byť metr. cent po 18 K?

[1895, 47]

Pr. Pekár chce namiešať 100 kg múky po 30 h zo štyroch druhov, ktorých 1 kg stojí 35 h, 32 h, 27 h, 24 h. Koľko kg každého druhu vezme, aby dostal potrebné množstvo a v žiadanej cene?

[1903, 61]

Pr. Křupař má múku po 35 h a 30 h. Žena chce 25 kg múky po 32 h. Ako to musí křupař namiešať, aby dostal potrebnú múku?

[1909, 60]

Pr. Kravské mlieko obsahuje priemerne $87\frac{1}{2}\%$ vody, $4\frac{3}{5}\%$ cukru, 3,9 % syra, 3,5 % masla a $\frac{1}{2}\%$ soli. Koľko z ktorej látky je obsiahnutého v 2 hl a v $7\frac{1}{2}$ hl mlieka?

[1907, 11]

Pr. Mlieko obsahuje $12\frac{1}{2}\%$ svojej váhy smotanu a smotana dáva 32 % svojej váhy masla. Koľko l mlieka sa potrebuje na 1 kg masla, ak je hustota mlieka 1,03?

[1907, 11]

Pr. Dvanásť litrov mlieka zmiešaného s vodou malo hmotnosť 12,24 kg. Hmotnosť jedného litru nezriedeného mlieka je 1,03 kg. Koľko vody sa prilialo do mlieka?

[1974, 52]

Pr. Zo smotany o tučnosti 36 % a z mlieka o tučnosti 3,85 % je treba vyrobiť 65 l šľahačky o tučnosti 33 %. Koľko litrov každej zo surovín k tomuto spotrebujeme?

[1986, 55]

Pr. Vo veľkoobchode sa má namiešať z cukríkov druhu A po 25 Kčs a druhu B po 52 Kčs za 1 kg 1 q zmesi po 32 Kčs. Koľko kg každého druhu bude v zmesi?

[1960, 65]

Pr. Jeden kilogram cukrovíniiek druhu A stojí 70 Kčs, druhu B stojí 90 Kčs. Má sa namiešať 20 kg zmesi obidvoch druhov cukrovíniiek v cene 75 Kčs za 1 kg. Aká bude hmotnosť cukrovíniiek druhu A a aká bude hmotnosť cukrovíniiek B v tejto zmesi?

[1974, 52]

Pr. Ak zmiešame 40 kg čokoládových cukríkov v cene 30 Kč za 0,1 kg s 20 kg orieškových cukríkov, dostaneme zmes, ktorej cena má byť aspoň 24 Kč za 0,1 kg a najviac 27 Kč za 0,1 kg. Aká môže byť cena za 0,1 kg orieškových cukríkov?

[2007, 71]

Pr. Vypočítajte cenu 1 kg zmesi čokoládových cukríkov, ktorá vznikla zmiešaním 4 kg druhu po 90 Kč za 1 kg, 3 kg druhu po 110 Kč za 1 kg, 2 druhu po 95 Kč za 1 kg a 1 kg druhu po 140 Kč.

[2007, 71]

Pr. Kg sadla je za 140 h, kg loja hovädzieho za 68 h. Ako zmieša pani loj a sadlo, aby pripravila 10 kg masnoty po 1 K?

[1909, 60]

Pr. Vývar z mäsa obsahuje 95,5 % vody, 2,5 % tuku a 2 % bielkovín. Koľko vody, tuku a bielkovín je v 820 kg vývaru z mäsa?

[1960, 40]

Pr. K niekoľkým l octu po 16 h sa prilialo 6 l vody, čím sa dostal ocot po 12 h. Koľko l octu sa rozriedilo?

[1907, 11]

Pr. Kupec zmieša tri druhy vinného octu, l po 3,30 Kč, 3,50 Kč a 4 Kč. Ak vezme od každého druhu rovnako veľa, aká je cena l zmesi?

[1932, 25]

Pr. Obchodník s čajom chce ku 320 kg čaju za 5,50 K pridať lepší druh, ktorého kg stojí 8,50 K tak, aby kg zmesi stál 6,50 K. Koľko kg lepšieho druhu musí pridať?

[1908, 10]

Pr. Chmeliar nakúpil tri druhy chmeľu a síce mestský chmeľ po 160 zl., okresný po 150 zl, a krajný po 140 zl. za setný. Ak predá prvého 20 setn., druhého 28 setn. a tretieho 45 setn, dostane 15133 zl. Ak druhý krát predá prvého 12 setn., druhého 18 setn a tretieho 33 setn, dostane celkom 10215 zl. 90 kr. A ak tretí krát predá prvého 37 setn., druhého 28 setn. a tretieho 43 setn., dostane celkom 16834 zl. 90 kr. Koľko percent zarobil na každom druhu?

[1864, 13]

Pr. Recept na šumivé prášky, ktoré s trochou vína a malinovej šťavy dajú vynikajúci občerstvujúci nápoj, znie: na 10 práškov potrebujeme 15 g bikarbonátu a 12 g kyseliny vínnej. Koľko stojí 1 prášok, ak sa predáva 1 kg bikarbonátu za 64 h a $\frac{1}{2}$ kg kyseliny vínnej za 2,4 K? Koľko práškov urobíme z 1 kg bikarbonátu? Koľko potrebujeme k tomuto množstvu kyseliny vínnej? Akú majú všetky tie prášky cenu skutočnú a akú obchodnú, ak počítame 1 dávku za 4 h?

[1898, 18]

Pr. Včelár premieša 50 kg medu so 4 l vody a 10 kg cukru za 70 h. Vzniknutú zmes speňaží za 67 K. Akú mal tržbu za 1 kg medu?

[1908, 10]

Pr. Pri výrobe pomazánky sa zmieša 16 kg syra prvého druhu v cene 86 Kč za 1 kg so syrom druhého druhu v cene 92 Kč za 1 kg. Koľko kg syra druhého druhu je treba, ak má byť cena 1 kg pomazánky aspoň 88 Kč a najviac 90 Kč?

[2007, 71]

Pr. a) Marta chcela pomôcť maminke pri príprave pohostenia a rozhodla sa, že upeče koláč z lineckého cesta. K tomu si našla tento predpis: 0,3 kg masla, 0,25 kg práškového cukru, 4 žĺtky, 0,6 kg hladkej múky, 6 lyžíc smotany, citrónová kôra a pol lyžičky jedlej sódy. Keď však vážila potrebné suroviny, zistila, že má len 0,225 kg masla. koláč aj tak upiekla podľa predpisu a všetci boli spokojní. Ako zmenila množstvo ostatných surovín? b) Určite množstvo surovín pre prípad, že máte upiecť koláč z lineckého cesta v 2,5 krát väčšom množstve. c) Linecké cesto máte urobiť z 2 kg múky. Koľko dáte ostatných surovín? d) Z akého množstva surovín upečiete koláč, ak bude stačiť v tretinovom množstve vzhľadom k predpisu.

[2007, 71]

Pr. Pri príprave jedál môžeme používať materiálové normy a zistiť tak správny pomer k príprave chutného jedla pre ľubovoľný počet osôb. Napr. pri príprave hovädzieho guláša môžeme použiť nasledujúcu normu pre štyri osoby, ktorá uvádza množstvo surovín v gramoch: hovädzia kližka 300, cibuľa 120, cesnak 4, tuk 60, paradajkový pretlak 8, hladká múka 32, soľ 12, korenie + majoránka + kmín 0,8 a paprika sladká 6. Prepočítajte tieto množstvá surovín pre 3 osoby, 7 osôb, 10 osôb a 24 osôb

[2007, 71]

2.1.4. Lieh

Pr. Nieкто má 3 Hl liehu 68 stupňového a 2 Hl 84 stupňového. Ak zmiešame oba druhy, koľko stupňov má zmes?

[1882, 6]

Pr. Ktosi má 100 l 80% liehu, liter po 50 kr. Koľko litrov vody musí priliať k tomu liehu, aby liter stál iba 40 kr., a koľko percent bude mať lieh?

[1882, 6]

Pr. Koľko l vody je treba priliať ku 50 l liehu 87%, aby zmes bola 80%?

[1885, 2]

Pr. Určité množstvo bezvodého liehu bol rozriedený s 24 % vody, čím sa obdržal 93 l lieh rozriedený. Koľko bolo liehu bezvodého a koľko percentná bola vzniknutá zmes?

[1907, 11]

Pr. S koľkými l 85% liehu je zmiešaný $22\frac{1}{2}$ l 65% liehu, aby sme dostali lieh 70%?

[1907, 11]

Pr. Na živočíšne preparáty sa hodí 60% lieh, ktorý sa pripraví z takého liehu, 10 l z liehu 88% a z vody?

[1909, 60]

Pr. Koľko stupňová je zmiešanina liehu, obsahujúca 40 l liehu 95%, 60 l 80%, 20 l 75% a 50 l vody?

[1910, 58]

Pr. Zmiešaním liehu 84% a 60% sa dostal 75% lieh; keby sa do zmesi vzalo silnejšieho liehu o 5 l menej a slabšieho o 5 l viacej, bola by zmes 72%. Koľko litrov z každého druhu obsahuje pôvodná zmes?

[1924, 1]

[1936, 62]

[1965, 48]

Pr. Voda a lieh sú zmiešaniny v pomere 5:3. Koľko litrov vody je v 100 l takto zriedeného liehu a koľko je tam čistého liehu?

[1931, 24]

Pr. Obchodník má čistý lieh a lieh 80%. Chce ho zmiešať tak, aby obdržal lieh 85% a to 10 hl. Koľko hl musí dať z každého druhu do zmesi?

[1932, 25]

Pr. Do a litrov $p\%$ roztoku bolo pridaných b litrov vody. Koľko percentný roztok vznikol?

[1950, 30]

Pr. V dvoch nádobách je roztok rôznej koncentrácie. Ak zmiešame 5 l prvého roztoku a 7 l druhého roztoku, dostaneme roztok 75%. Ak zmiešame 5 l prvého roztoku a 1 l druhého roztoku, dostaneme roztok 70%. Určite, koľko percentný roztok je v každej nádobe.

[1955, 33]

Pr. Ak zmiešame 2,4 litru jedného druhu alkoholu s 1,8 litru iného druhu, získame alkohol 70%. Ak použijeme 4 litre prvého druhu a 1,6 litru druhého druhu, získame 75% alkohol. Koľko percent čistého alkoholu obsahujú obidva druhy alkoholu?

[1956, 32]

Pr. Aké množstvo roztoku 70% liehu a aké množstvo 60% je treba zmiešať, aby vzniklo 100 g roztoku liehu 65%? (Bez prihliadania k zmenám vzniknutých miešaním)

[1958, 38]

Pr. Vo veľkoobchode sa má namiešať 250 l 50% alkoholu. Koľko l alkoholu 92% a alkoholu 40% je nutné zmiešať?

[1960, 65]

Pr. Koľko litrov 60% a koľko litrov 80% liehu je možné vyrobiť zo 100 litrov 90% liehu a 35 litrov čistej vody?

[1968, 51]

Pr. Koľko percentný lieh dostaneme, ak zmiešame 6 litrov 60% liehu so 4 litrami 90% liehu?

[1974, 52]

Pr. Akú hmotnosť roztoku 80% liehu a 60% liehu je treba vziať, aby zmiešaním vzniklo 250 g 70% liehu?

[1974, 52]

Pr. V nádobe bolo spočiatku 20 l čistého liehu. Po odliatí časti jej objemu bola doplnená vodou. Po odliatí toho istého množstva zmesi ako prvýkrát bola opäť doplnená vodou. Tým vznikol v nádobe 25% lieh. Aké množstvo kvapaliny bolo vždy odliateho?

[1986, 55]

Pr. Koľko litrov 16% alkoholu a koľko litrov 7% alkoholu musíme zmiešať, aby sme dostali 50 litrov 10% alkoholu?

[1986, 55]

2.1.5. Zlato, striebro

Pr. Strieborník chce z $9\frac{3}{4}$ a $13\frac{5}{8}$ lotového striebra zmiesiť $15\frac{1}{2}$ hrivien $12\frac{1}{2}$ lotového. Koľko hrivien každého druhu k tomu potrebuje?

[1864, 13]

Pr. Strieborník má 15 a 10 lové striebro. Ak má zhotoviť stolné náčinie 13 lové a 80 lotov ťažké, koľko striebra z každého druhu mu je treba?

[1864, 13]

Pr. Strieborník má zhotoviť dvojramenný svietnik 40 lotov ťažký z 11tilového striebra. Koľko lového striebra musí pridať k 24 lotom 15tilového?

[1864, 13]

Pr. Strieborník má 360 lotov čistého striebra, niekoľko lotov odoberie a také množstvo lotov pridá medi. Z tejto zmesi vezme druhý krát o 38 lotov viacej než prvý krát a pridá znova k medi, pričom bolo v tejto zmesi 90 lotov striebra . Koľko lotov striebra ubral prvý krát?

[1864, 13]

Pr. Zlatník zliat 1 hřivnu 20 karátového, 2 hřivny 17 karátového a 3 hřivny 16 karátového zlata. Koľko karátov čistého zlata obsahuje 1 hřivna zmesi?

[1882, 6]

Pr. Strieborník zliat 3 hrivny 14 lotového a 5 hrivien 10 lotového striebra. Koľko lotov čistého striebra mala 1 hrivna zmesi?

[1882, 6]

Pr. Strieborník potrebuje striebro, ktoré by malo 0,820 čistého striebra. Zleje tri druhy obsahujúce 0,630, 0,726 a 0,900 čistého striebra. Koľko musí vziať z každého druhu, aby dostal 4 Kg a 200 g zliatiny?

[1882, 6]

Pr. Zlatník zleje 126 g zlata se 24 g medi. Akej akosti je zlato?

[1882, 6]

Pr. Koľko gramov medi sa musí pridať ku $93\frac{1}{2}$ g čistého zlata, aby sa dostalo 0,850 čistého zlata?

[1882, 6]

Pr. Zlatník zleje rýdze zlato se zlatom akosti 920, 850 a 750 tisícinné po rovnakých dieloch. Koľko tisícinnej akosti je zliatina?

[1886, 14]

Pr. Zlatník má dva druhy striebra 760 a 650 tisícinne, on však potrebuje 700tisícinné. Koľko vezme každého druhu?

[1886, 14]

Pr. Zlatník zleje 40 dkg striebra č. 4ho (0,750) a 20 dkg striebra č. 2ho (0,900). Akého čísla bude zmes?

[1895, 47]

Pr. V rakúskom zlatníku je na 10 g rýdneho striebra 1 g medi. Koľko gramov váži zlatník, ak je v ňom $11\frac{1}{9}$ rýdneho striebra?

[1905, 46]

Pr. Zliatina, obsahujúca 9 dielov striebra a 8 dielov medi, váži 11,9 kg. S koľkými kg medi ju musíme roztaviť, aby obsahovala vzniknutá zliatina 7 dielov striebra a 12 dielov medi?

[1907, 11]

Pr. 1 kg nového striebra obsahuje $\frac{11}{20}$ kg medi, $\frac{1}{4}$ kg zinku, $\frac{1}{5}$ kg niklu. Koľko každého kovu obsahuje 25 dkg tejto zmesi?

[1910, 57]

Pr. Koľko tisícín rýdneho striebra má strieborná kanvica, zliata z 2 kg striebra a 50 dkg medi?

[1911, 59]

Pr. Zlatník má tri rozličné zliatiny zlata, striebra a medi. Prvá obsahuje 12 dkg zlata, 24 dkg striebra a 36 dkg medi. Druhá 15, 20, 15 dkg. Tretia 24, 16, 8 dkg týchto kovov. Koľko z každej zliatiny je potrebné použiť k pripraveniu zliatiny, ktorá by obsahovala 30 dkg zlata, 36 dkg striebra a 34 dkg medi.

[1924, 1]

[1936, 62]

Pr. 4 kg zliatiny zlata ($s = 19,2$) a medi ($s = 8,8$) má špec. hmotu $17\frac{1}{4}$. Koľko zlata a koľko medi je v zliatine?

[1924, 1]

Pr. Meď a striebro sú v zliatine v pomere 8:92. Koľko g ktorého kovu je v 150 g zliatiny?

[1931, 24]

2.1.6. Víno

Pr. Vinár predáva žejdlík vína za 25 korún a za 18 korún. Rád by zmiešal z týchto druhov vedro, aby mohol predávať žejdlík za 20 korún. Koľko žejdlíkov musí zmiešať od každého druhu?

[1864, 13]

Pr. Vinár chce do 60 pinet vína, ktorého pintu predáva po 72 korún, priliať toľko vody, aby mohol predávať pintu po 60 korún. Koľko vody musí primiešať?

[1864, 13]

Pr. Vinár má dva druhy vína. Ak zmieša 3 pinty lepšieho s 5 pintami horšieho, môže predávať pint za 84 kr. a ak zmieša 11 pinet lepšieho s 33 pintami horšieho, môže pint predávať za 80 kr. Za koľko predával pint lepšieho a horšieho vína?

[1864, 13]

Pr. Vinár ma tri druhy vína. 3 pinty druhu A, 4 pinty druhu B a pint druhu C, ktoré predáva dohromady za 6 zl. 92 kr., 2 pinty druhu A, pint druhu B a 3 pinty druhu C za 4 zl. 96 kr. a 5 pintov druhu C predáva za toľko, za koľko dve pinty druhu B a 2 pinty druhu A. Za koľko predáva pint každého druhu?

[1864, 13]

Pr. Pinta vína je za a a iného druhu za b grajciarov. Ak sa má zmiešať m pinet oboch druhov, tak aby bola pinta za c grajciarov, koľko pinet sa musí vziať od každého druhu?

[1864, 13]

Pr. Vinár kúpi tri druhy vína a síce 1.druhu 4 Hl po 25 zl. 50 kr., 2. druhu 6 Hl po 22 zl. 50 kr. a 3. druhu 15 Hl po 18 zl. 60 kr.. Akú hodnotu má 1 Hl zmesi?

[1882, 6]

Pr. Vinár má dva druhy vína, liter po 72 kr. a 56 kr.. V akom pomere musí oba zmiešať, aby mohol predávať liter za 68 kr.?

[1882, 6]

Pr. Vinár potrebuje 100 litrov vína, liter po 1 zl. 20 kr.. On má ale len víno, liter po 1 zl. 35 kr. a po 1 zl. 10 kr. Koľko litrov každého druhu musí zmiešať, aby dostal potrebné víno?

[1882, 6]

Pr. Vinárnik má dva druhy vína. Liter jedného stojí 48 kr., liter druhého 60 kr. Koľko z každého druhu musí zmiešať, aby obdržal 120 litrov zmiešaniny, ktorej liter by mal cenu 56 korún?

[1885, 2]

Pr. Vinárnik zmiešal 4 hl vína po 24 zl., 3 hl po 28 zl. a 5 hl po 30 zl. . Koľko stojí 1 hl zmesi?

[1886, 14]

Pr. Krčmár predáva liter vína po 1,28 K. Ak chce mať z neho víno po 96 h, koľko litrov vody prileje do 60 litrov vína?

[1895, 47]

Pr. Na čučoriedkové víno, ktoré má chuť a liečivú moc ako burgundské, potrebujeme 60 % vody, 28 % čučoriedok a 12 % medu. Koľko stojí 15 l tohto vína, ak je 1 kg čučoriedok za 16 h a 1 kg medu za 1,2 K?

[1898, 18]

Pr. Hospodárka robila ovocné víno podľa receptu: 50 % ríbezlí (1 kg po 36 h), 40 % egrešov (1 kg po 36 h), 10 % malín (1 kg po 40 h). Koľko ovocia treba zmiešať na 105 l vína, ak dá 1 kg ovocia priemerne 0,6 l šťavy a ak je vo vyrobenom víne 60 % vody? Koľko stojí 1 l tohto vína, ak treba do 1 l hotového vína asi 30 dkg cukru (1 kg po 80 h)?

[1898, 18]

Pr. V nádobe je zmes vína a vody. Pomer vína k vode je 2:3. Ak prilejeme 2 l vína, zmení sa predchádzajúci pomer v pomer 3:2. Koľko l vína a koľko vody bolo pôvodne v nádobe?

[1907, 11]

Pr. Vinárnik dostal zmiešaním 9 hl vína s 5 hl iného vína zmes, ktorej 1 hl stál 67 K. Aká bola cena 1 hl každého druhu, ak boli ceny v pomere 36:29?

[1907, 11]

2.1.7. Voda

Pr. Ku kúpeľu sa potrebujú 4 hektolitry vody teplej 25°C . Ak je však voda už teplá 33°C , musí sa k nej priliat studená. Koľko hektolitrov teplej a studenej vody sa musí zmiešať, ak má studená voda teplotu 9°C ?

[1882, 6]

Pr. Na kúpeľ je treba 15 puten vody po 30°C , riečna voda má 16°C . Koľko sa pridá z kotla vody teplej 96°C ?

[1909, 60]

Pr. Koľko vody 96°C treba pridať k riečnej vode 16°C , aby sa pripravilo 100 l vody s teplotou 32°C ?

[1909, 60]

Pr. Koľko litrov vody 100°C teplej a 12°C teplej musíme zmiešať, aby sme dostali 44 l vody 40°C ?

[1965, 48]

Pr. K 5 litrom vody s teplotou 90°C sa prilialo ešte 10 litrov vody neznámej teploty. Voda mala potom teplotu 40°C . Akú teplotu mala voda, ktorú sme priliali?

[1974, 52]

Pr. Vo vani je 78 l vody, ktorá má 22°C . Koľko litrov vody s teplotou 42°C musíme doliať do vane, aby voda mala po premiešaní 26°C ?

[2002, 69]

Pr. Do 20 l vody 16°C teplej bolo naliate 8 litrov vriacej vody. Akú teplotu mal kúpeľ?

[2007, 71]

Pr. Koľko litrov vody 48°C teplej je nutné pridať do 1,2 hl vody 8°C teplej, aby zmes mala teplotu 24°C ?

[2008, 72]

2.1.8. Strelný prach

Pr. V strelnom prachu je množstvo leadku a uhlia v pomere 16:5, množstvo leadku a síry v pomere 10:3. Koľko Kg treba týchto látok na 5934 Kg prachu?

[1882, 6]

Pr. Strelný prach sa skladá z uhlia, síry a leadku a síce je 4 krát toľko leadku čo síry a 3 krát toľko síry čo uhlia. Koľko kilogramov každej tejto látky sa musí zobrať na 160 Kg prachu?

[1882, 6]

Pr. Strelný prach je zmiešanina uhlia, síry a leadku a to sa berie 4 krát toľko leadku čo síry a 3 krát toľko síry čo uhlia. Koľko každej látky je obsiahnutého v 320 kg prachu?

[1892, 15]

Pr. Strelný prach sa skladá zo 16 dielov salnytru, 3 dielov uhlia a 2 dielov síry. Koľko treba zobrať každej látky na 126 kg prachu?

[1895, 47]

Pr. Strelný prach je zmes 100 dielov salnytru, 13 dielov síry a 14 dielov dreveného uhlia. Koľko každej látky je potreba na výrobu 5 q 8 kg strelného prachu?

[1911, 59]

Pr. Strelný prach obsahuje 16 dielov leadku, 3 diely uhlia a 2 diely síry. Koľko kg každej látky obsahuje 357 kg prachu?

[1958, 38]

Pr. V určitom množstve strelného prachu je 48 kg leadku. Určite toto množstvo.

[1958, 38]

2.1.9. Stavba

Pr. Dva druhy sadry, ktorých 100 kg stojí 8 K a 10 K 10 h, je treba zmiešať tak, aby 100 kg zmesi stálo 8 K 80 h.

[1903, 61]

Pr. 1 m³ haseného vápna a 2 m³ piesku dá $2\frac{1}{2}$ m³ malty. Koľko m³ vápna a piesku je treba na 108 m³ malty?

[1905, 46]

Pr. Dobrá malta sa dosiahne, ak vezmeme na $\frac{2}{5}$ m³ vápna $\frac{3}{4}$ m³ piesku a $\frac{1}{5}$ m³ cementu. Koľko ktorej zo spomínaných súčastí je obsiahnutých v $11\frac{1}{4}$ m³ malty?

[1907, 11]

Pr. Betón sa skladá z 1 dielu cementu, 3 dielov piesku a 5 dielov štrku; a) koľko každej látky je potreba ku príprave 15 m³ betónu? b) Vyjadrite pomerné čísla v percentách.

[1911, 59]

Pr. Štukatér má sadru 100 kg za 8 K a 100 kg za 10 K 10 h a chce zmiešať oba druhy tak, aby mala zmes cenu 8 K 80 h. Ako to má zmiešať?

[1912, 19]

Pr. Ak zmiešame s 1 m³ vyhaseného vápna hydraulického s $2\frac{1}{2}$ m³ piesku, dostaneme se 2,975 m³ malty vyhovujúcej do sucha i do mokra. Koľko vápna treba primiešať k 9 m³ piesku? Koľko m³ takej malty obdržíme z 9 m³ piesku?

[1934, 20]

2.1.10. Zdravotníctvo

Pr. Masť Aphlox (na opuchy ďasien) v plechovke váhy 200 g obsahuje podľa nálepky na plechovke: Iodum 0,012 g, Methyl salicyl 0,018 g, Ac. boricum 0,097 g, Ac. salicyl 0,431 g, Bolus alba 86,9 g, Glycerinum ad 200 g. Vypočítajte, aké množstvo jednotlivých zložiek je treba k výrobe 450 g (160 g) tejto masti?

[1956, 32]

Pr. Oxycyanát ortuťnatý (očný liek) sa zrieduje v pomere 1:750. V koľkých mililitroch vody bude nutné rozpustiť 0,425 g tohto liečiva?

[1956, 32]

Pr. Koľko gramov lieku dáte do $\frac{3}{4}$ litru vody, ak máte pripraviť roztok 3%?

[1956, 32]

2.1.11. Textil

Pr. Do zmesi k výrobe priadze bolo určenej 30 % buničiny. Koľko kilogramov vlny musíme dodať, ak máme dostať 1850 kg zmesi?

[1960, 39]

Pr. K výrobe priadze bolo určenej 8000 kg suroviny, ktorá bola zmiešaná s 60 % vlny a 40 % buničiny. Koľko kilogramov vlny a koľko buničiny bolo spracovaných?

[1960, 39]

Pr. K zmiešaniu zmesi v mykacej pracovne sme použili 216 kg austrálskej vlny, 504 kg tuzemskej vlny a 72 kg vlny novozélandskej. V akom pomere sú v zmesi jednotlivé druhy vlny?

[1960, 39]

2.1.12. Nezaradené

Pr. Na pečatný červený vosk potrebujeme 4 diely živice (terpentínu), 1 diel kriedy, 6 dielov rumelky a 6 dielov šelaku. Koľko každej látky je obsiahnutej v 320 kg vosku?

[1892, 15]

Pr. Tmel na spojovanie skla s kovom sa vyrába nasledujúcim spôsobom: Na 15 g kopalú (fermeže) sa uvarí 13 g ľanového oleja, k tomu sa pridajú 3 g živice modrinovej (terpentínu), 2 kg silic zo živice (oleja terpentínového), 5 kg hustého klihu a k tejto kaši sa primieša 10 g haseného vápna. Koľko každej z týchto látok je treba na kg tohto tmelu?

[1895, 17]

Pr. Na 1 kg tekutého záhradníckeho vosku je treba 850 g živice a 150 g liehu. Aká je cena za 1 kg tohto vosku, ak je 1 kg živice za 1,10 K a kg liehu za 1,2 K?

[1895, 17]

Pr. K zhotoveniu stromovice čítal hospodár tento recept: 66 % hliny, 17 % uhaseného vápna, 17 % čerstvého kravského lajna a vody. Koľko treba k príprave tuhého cesta z týchto látok. Koľko vezme vyššie uvedených látok na výrobu 15 kg stromovice?

[1898, 18]

Pr. Hospodár zhotovil 2 kg štepárskeho vosku podľa receptu: 38 % svetlej smrekovej živice, 7,5 % vosku, 11 % zovretého hnedého oleja, 38 % žltého okru a 5,5% liehu. Koľko dal jednotlivých látok?

[1898, 18]

Pr. Obchodník zmieša $2\frac{3}{4}$ l po 30 h s $4\frac{3}{4}$ l tovaru drahšieho. Aká je cena 1 l tohto druhu, ak stojí 1 l zmesi 49 h?

[1907, 11]

Pr. Pečatný vosk obsahuje 5 dielov terpentínu, 7 dielov rumelky, 6 dielov šelaku a 2 diely kriedy. a) Koľko ktorej látky je obsiahnutej v 3,6 kg pečatného vosku? b) Ako ťažký je a koľko z ktorej látky obsahuje pečatný vosk, v ktorom je o 8 dkg rumelky viacej než terpentínu?

[1907, 11]

Pr. Rumelka je zložená (podľa váhy) z 200 dielov ortuti a 32 dielov síry. Koľko je potreba každej látky na výrobu 29 kg rumelky?

[1911, 59]

Pr. Voskár zmieša 3 kg vosku à 4,8 K s 2 kg loju à 0,7 K. Za koľko je kg zmesi?

[1911, 59]

Pr. Amoniakálny superfosfát obsahuje 9 % kyseliny fosforečnej a 9 % dusíku. Za akú cenu je 100 kg tohto hnojiva ak stojí 1 kg kyseliny fosforečnej 3,5 Kč a 1 kg dusíku 16 Kč?

[1929, 27]

Pr. Štepársky vosk mazľavý za tepla sa zhotovuje zo 75 dielov bielej smoly, 5 dielov vtáčieho lepu, 3 diely loja, 5 dielov včelieho vosku, 2 dielov potaše a 3 dielov ozokeritu. Koľko ktorej suroviny bude treba na zhotovenie 1 kg štep. vosku?

[1934, 26]

Pr. Na zhotovenie štep. vosku za studena mazľavého je treba 63 dielov bielej smoly, 4 dielov ozokeritu, 5 dielov loja, 5 dielov včelieho vosku, 2 dielov potaše a 15 dielov 90% liehu. Koľko každej suroviny bude treba na zhotovenie 1 kg štep. vosku?

[1934, 26]

Pr. Dva druhy suroviny se miesi v pomere 3:4. Koľko z oboch druhov bude potreba pre 17,5 q zmesi?

[1941, 22]

Pr. K výrobe porcelánu je potreba 25 dielov koalinu, 2 diely kremenca a 1 diel sadry. Koľko kg koalinu, kremenca a sadry je treba na prípravu 252 kg zmesi?

[1958, 36]

Pr. Maštalná mrva obsahuje 0,48 % dusíku, 0,25 % kyseliny fosforečné a 0,70 % drasla. Koľko týchto živín dodáme na 1 ha pri dávke 450 q maštálnej mrvy?

[1959, 41]

Pr. Do mastiacej emulzie sa zmieša olej s vodou a amoniakom v pomere 10:32:2,5. Koľko litrov jednotlivých prísad je treba k získaniu 180 l emulzie?

[1960, 39]

Pr. Zmiešame dva druhy priemyslového uhlia. Ak vezmeme 25 q lepšieho a 45 q horšieho uhlia, má zmes cenu 705 Kčs. Ak vezmeme 45 q lepšieho a 25 q horšieho uhlia, má zmes cenu 765 Kčs. Koľko stojí 1 q lepšieho a koľko 1 q horšieho uhlia?

[1968, 50]

[1969, 74]

Pr. Zmes dvoch druhov tovaru sa predávala po 37 Kčs za 1 kilogram. V akom pomere boli zmiešané, ak bola cena jedného druhu 40 Kčs za 1 kilogram a cena druhého druhu 36 Kčs za 1 kilogram?

[1986, 55]

2.2. Súbor úloh o spoločnej práci

Práca s pôdou	20 %	1864 - 2007
Všeobecná práca	18,42 %	1864 - 2008
Práca na stavbe	14,21 %	1882 - 2007
Práca vo výrobe	13,68 %	1864 - 2007
Práca s uhlím	5,79 %	1949 - 2007
Práca s písmom a tlačou	5,26 %	1864 - 2003
Práca s textilom	4,74 %	1882 - 2007
Výkopové práce	4,21 %	1882 - 2007
Potravinárska práca	2,63 %	1934 - 1986
Práca na železnici	2,11 %	1924 - 1964
Rôzna práca	8,95 %	1911 - 2007

V skupinách s väčším percentuálnym zastúpením sa príklady vyskytovali pomerne rovnomerne vo všetkých sledovaných rokoch 1864 – 2008. Niektoré skupiny príkladov sa vyskytovali v kratšom časovom období. *Práca na železnici* sa vyskytla len v rokoch 1924 – 1964, *Potravinárska práca* 1934 – 1986 a *Práca s písmom a tlačou* 1864 – 1949 a 1 krát v roku 2003.

2.2.1. Práca s pôdou

Pr. Hospodár najal žencov A a B na pšenicu. Žnec A by ju požal za 8 hodín a B za 9 hodín. Keďže sa skôr ako začali prácu začalo mračiť, pomohol im hospodár sám a požal za hodinu $\frac{1}{8}$ merice viacej ako druhý žnec, tak že boli za $2\frac{1}{2}$ hodiny hotoví. Koľko meríc bolo pšenice?

[1864, 13]

Pr. Dvaja kosci pokosia lúku. Ak by ju A sám pokosil za 5 dní a B sám za 7 dní. Kedy by ju pokosili dohromady?

[1864, 13]

Pr. Záhrada je zryľovaná 6 ľuďmi za $5\frac{1}{2}$ dňa. Za koľko dní bude zryľovaná 11 ľuďmi? Koľko ľudí by bolo treba, aby bola zryľovaná za 3 dni?

[1894, 16]

Pr. Poľná práca by bola urobená za 10 dní 15 robotníkmi. Po 4 dňoch práce ubudnú 3 robotníci. Koľko bude práca trvať celkovo?

[1894, 16]

Pr. Dvaja kosci kosia lúku. Keby ju prvý kosil sám, bol by hotový za 6 dní a keby ju kosil sám druhý, bol by hotový za 8 dní. Za koľko dní ju pokosia obaja?

[1895, 47]

Pr. 8 koscov pokosí lúku za 35 hod. Koľko koscov ju pokosí za 28 hod.?

[1905, 46]

Pr. Za $5\frac{1}{2}$ vypleje 12 robotníc 4 ha repy. Za koľko dní vypleje 11 robotníc 3 ha repy?

[1905, 46]

Pr. Z troch žencov pokosil by prvý pole za 30, druhý za 24 a tretí za 20 dní. Za koľko dní pokosili by všetci spoločne toto pole?

[1907, 11]

Pr. A pokosí 1 ár žita za 30 min., B za 40 min., C za 36 min.. Kedy budú mať všetci súčasne pokosený celý počet árov a koľko árov by pokosili A, B, C samostatne?

[1910, 57]

Pr. Česáč chmela A načese vertel za 54 min., B za 1 hod. 7 min. 30 sk. keď majú súčasne načesaný celý počet vertelov, odnášajú. Kedy to bude, koľko každý načesal a koľko dostal každý, ak dostávajú za vertel 22 h?

[1910, 57]

Pr. 4 kosci pokosia za 4 dni lúku 200 m dlhú a 150 m širokú, ak pracujú denne 10 hodín. Koľko koscov pokosí za 8 dní po 12 hodinách lúku 300 m dlhú a 180 m širokú?

[1910, 58]

Pr. 10 koscov pokosilo by lúku za 8 hodín. Keď boli v polovici, 2 kosci odišli. Koľko hodín pracovali ostatní?

[1911, 59]

Pr. Ak pracuje na žatve 15 žencov 11 hodín denne, požne na statku všetko žito za 6 dní. Za koľko dní o 10 hodinovej pracovnej dobe vykoná tú istú prácu 18 žencov?

[1911, 59]

Pr. Statkár najal 10 žencov, ktorí mali pokosiť pole za 3 dni. Pred prácou však pribral ešte 5 žencov. Kedy bolo pokosené?

[1924, 23]

Pr. Otec so synom požnú lúku majúcu rozlohu 10 árov. Otec požne za hodinu 100 m^2 , syn 60 m^2 . Ak začnú o piatej ráno, o koľkej budú hotoví?

[1924, 1]

Pr. 2 ženy zožnú za deň 62 ha repy pri dennej mzde 12 kč. Za ako dlho požne 20 žien 4,5 ha repky a akú mzdu dostanú?

[1929, 27]

Pr. 10 koscov pokosí lúku za 18 dní. Za koľko dní ju pokosí za rovnakých podmienok 30 koscov?

[1934, 26]

Pr. 9 robotníč potrebuje k osadeniu poľa zemiakmi 3,5 dňa. Koľko robotníč bude treba, aby vysádzanie bolo skončené za 1,5 dňa (2, 1, 5)?

[1934, 26]

Pr. Za 4 hodiny vysadili členovia JRD 60 riadkov zemiakov. Koľko hodín budú potrebovať pri rovnakom pracovnom tempe na vysadenie zvyšku poľa, ktoré má 240 riadkov?

[1952, 31]

Pr. Jednotné roľnícke družstvo obhospodarovalo 300 ha pozemkov. Keby mali o 3 traktory viacej, skončili by prácu o 6 dní skorej. Koľko mali traktorov, keď každý traktor urobí 15 ha denne?

[1955, 33]

Pr. Dvaja traktoristi zorali JRD pridelenú plochu pola spoločne za 6 dní. Koľko dní by pracoval na celej pridelenej ploche jeden traktorista, prvý alebo druhý, keď prvý traktorista potreboval o päť dní viacej než druhý?

[1958, 37]

Pr. Tri robotnice vysadili za deň 4700 sadeníc paradajok. Prvá pracovala v norme, druhá vysadila o 200 sadeníc viacej a tretia vysadila o 300 sadeníc viacej než prvá. Koľko kusov bola norma?

[1959, 41]

Pr. Dve brigády mali vyplieť 2170 m² škôlky. Prvá vyplela 35 m² za 1 hodinu, druhá len 27 m² za hodinu. Za koľko hodín vypleli škôlku?

[1959, 41]

Pr. Dve skupiny robotníč mali vyplieť 2170 m² lesnej škôlky. Prvá vyplela 35 m² za 1 hodinu, druhá len 27 m² za hodinu. Za koľko hodín vypleli škôlku?

[1961, 66]

Pr. Dvomi mláťačkami sa vymláti celá úroda za 4 dni. Keby bola vymlátená polovica úrody prvou mláťačkou a potom zbytok druhou mláťačkou, trvalo by mlátenie 9 dní. Za koľko dní by sa vymlátila celá úroda každou mláťačkou?

[1968, 51]

Pr. Traja traktoristi zorali celkom 117 ha pola. Druhý traktorista zorol o 12 ha viacej než prvý. Tretí $1\frac{1}{2}$ krát toľko ako prvý. Koľko zorol každý z nich?

[1968, 50]

Pr. Jedným kolesovým a dvoma pásovými traktormi sa denne zorie 13 ha poľa. Na zoranie 232 ha poľa je treba po 8 dní troch kolesových a štyroch pásových traktorov. Akú dennú normu má kolesový a akú pásový traktor?

[1968, 50]

Pr. Družstevné pole bude zorané dvoma traktormi o rôznych výkonoch. Prvým by bolo zorané za a hodín, druhým o 3 hodiny skorej. Za ako dlho bude zorané oboma traktormi súčasne?

[1968, 51]

Pr. Keby traktorista zorol za deň o 2 ha viac než plánoval, zorol by za 9 dní viac než 84 ha. Keby denne zorol o 1 ha menej než plánoval, zorol by za 12 dní nanajvýš 84 ha. Koľko hektárov musí zorať priemerne denne?

[1969, 74]

Pr. Dva traktory zorú pole za 4 hodiny. Keby prvý traktor zoral polovicu poľa a druhý traktor prácu dokončil, trvala by orba 9 hodín. Za koľko hodín zorie pole každý traktor zvlášť?

[1985, 54]

[2008, 72]

Pr. Na chmeľovú brigádu odišlo n brigádnikov, z ktorých každý odpracoval t hodín. Traja brigádnici však museli odísť o 5 hodín skorej. Koľko hodín celkovo brigáda odpracovala?

[1986, 55]

Pr. Skupina zväzákov pracovala na poľnohospodárskej brigáde. Za splnenie úlohy mala dostať odmenu 4800 Kčs. Do skupiny boli však zaradení ďalší traja pracovníci, takže odmena pripadajúca na jedného pracovníka sa znížila o 80 Kčs. Koľko zväzákov bolo pôvodne v skupine?

[1986, 55]

Pr. Každý člen zväzáckej skupiny odpracoval v patronátnom JRD 10 hodín. Do splnenia záväzku skupiny ešte chýbalo 50 odpracovaných hodín. Keby každý zväzák odpracoval 11 hodín, bol by záväzok prekročený o 10 hodín. Určite, koľko členov mala zväzácka skupina a koľko hodín sa skupina zaviazala odpracovať.

[1986, 55]

Pr. Prvý traktorista porie ľan poľa za a hodín, druhý má výkonnejší stroj a zoral by ten istý ľan o 5 hodín skorej než prvý. Vyjadrite akú časť ľanu za hodinu: a) zorie prvý traktorista, b) by zoral druhý traktorista, c) by zorali obidvaja traktoristi spoločne.

[2007, 71]

Pr. O školskú záhradu sa staralo 76 žiakov. Boli rozdelení do dvoch skupín A a B. V skupine A každý žiak celkovo odpracoval 6 hod, v skupine B 4 hod. Celkovo žiaci odpracovali 352 hod. Koľko žiakov bolo v každej skupine?

[2007, 71]

Pr. Skupina pracovníkov lesného závodu by vysadila stanovený počet stromkov za 10 hod, skupina brigádnikov ten istý počet za 18 hod. Za koľko hodín by stanovený počet stromkov vysadili obe skupiny, keby pracovali súčasne?

[2007, 71]

Pr. Robotnice vysadili prvý deň y stromkov, druhý deň o 30 stromkov viacej než prvý deň a tretí o 40 stromkov viacej než druhý deň. Koľko stromkov vysadili celkovo za tri dni?

[2007, 71]

2.2.2. Všeobecná práca

Pr. Tri sily pracujú na tej istej jednotke práce. Keby ju sila A sama vykonala za t jednotiek času, sila B za t' a sila C za t'' jednotiek času. Kedy by všetky sily vykonali spolu túto prácu?

[1864, 13]

Pr. Oddelenia A a B ukončili akúsi prácu za a dní, B a C za b dní, A a C za c dní, B a D za d dní. Za koľko dní by ju vykonalo každé oddelenie samostatne a za koľko všetky dohromady?

[1864, 13]

Pr. Ak vykoná 6 robotníkov istú prácu za 14 dní, za koľko dní vykoná tú istú prácu 15 robotníkov?

[1882, 6]

Pr. Ku zhotoveniu istej práce posielala A 5 robotníkov po 8 dní, B 6 robotníkov po 10 dní a C 8 robotníkov po 7 dní. Za vykonanú prácu dostanú dohromady 124 zl. 80 kr. Koľko dostane každý?

[1882, 6]

Pr. Ak vykoná 14 robotníkov nejakú prácu za 4 dni, za koľko dní ju vykonajú za rovnakých podmienok 4 robotníci?

[1886, 14]

Pr. 5 robotníkov vykoná prácu za 8 dní, 10 robotníkov bude potrebovať iba polovicu času, totiž 4 dni, k tej istej práci potrebovať. V akom pomere je množstvo robotníkov a v akom množstvo dní?

[1888, 7]

Pr. 5 robotníkov pracujúcich 12 hodín denne vykoná prácu za 6 dní.

- a) Koľko dní potrebujú 3 robotníci pracujúci denne 6 hodín?
- b) Koľko hodín denne musia pracovať 4 robotníci, aby boli hotoví za 9 dní?
- c) Koľko robotníkov pracujúcich denne 5 hod. bude hotových za 18 dní?

[1894, 16]

Pr. 8 robotníkov potrebuje k nejakej práci 12 dní. Koľko dní bude pracovať 6 robotníkov? Koľko robotníkov bude treba, ak má byť práca hotová za 16 dní?

[1894, 16]

Pr. Robotníci pracujú v štyroch oddeleniach. Keby pracovali oddelenia A a B, ukončili by akúsi prácu za 12 dní. Oddelenia B a C by však to isté urobili za 20 dní, A a C za 15 dní a B a D za 21 dní. Kedy by túto prácu ukončilo každé oddelenie samostatne a kedy všetky dohromady?

[1864, 13]

Pr. V akom pomere sú práce dvoch robotníkov, ak pracuje prvý 8 dní denne po 10 hodín a druhý 6 dní denne po 8 hodín?

[1895, 47]

[1905, 46]

Pr. Ak vykoná 18 robotníkov prácu za 15 dní, pričom pracujú denne po $12\frac{1}{2}$ hodín, koľko hodín denne bude musieť pracovať 15 robotníkov, ak majú tú istú prácu skončiť za 20 dní?

[1895, 47]

Pr. Továrnik prijal prácu, ktorú by skončilo 18 robotníkov za 54 dní, keby denne pracovali po 10 hod. Za koľko dní bude táto práca dokončená, keď sa ešte 6 robotníkov priberie a denne budú pracovať po 9 hodín?

[1895, 47]

Pr. Určitú prácu by vykonalo 84 robotníkov za 42 dní, denne pracujúcich po 10 hod. Avšak z práce vystúpilo po 7 dňoch 14 robotníkov. Za koľko dní budú robotníci, ktorí zostali, s touto prácou hotoví, ak pracujú denne 12 hodín?

[1905, 46]

Pr. 16 robotníkov by vykonalo určitú prácu za 34 dní. Po 10 dňoch boli 4 robotníci prepustení. Za koľko dní dokončia (potom) prácu ostatní?

[1907, 11]

Pr. 30 robotníkov vykonalo za 16 dní $\frac{2}{7}$ práce, potom pribrali 18 robotníkov. V koľkých dňoch dokončia všetci zvyšok práce?

[1909, 3]

Pr. Jeden robotník by vykonal nejakú prácu za 45 dní. Udajte, ako závisí pracovná doba na počte robotníkov.

[1924, 1]

Pr. V dielni pracovali 3 robotníci nie rovnako obratní. Robotník A vykonal za 3 hodiny toľko práce ako B za $2\frac{1}{2}$ hod. a ako C za 2 hod. Majster im platil podľa množstva práce vykonanej v rovnakej dobe. Ich spoločná mzda bola za týždeň 740 Kč. Koľko z nej dostal každý?

[1932, 25]

Pr. 30 robotníkov vykonalo za 18 dní $\frac{3}{8}$ práce, potom pribrali 15 robotníkov. V koľkých dňoch dokončia všetci zvyšok práce?

[1932, 25]

Pr. V továrni vypočítali, že pri 9 hodinovej dennej práci by bola urobená akási zákazka za 35 pracovných dní. Za koľko dní bude táto práca skončená, ak budú pri rovnako usilovnej práci každý deň $1\frac{1}{2}$ hodiny nadčasovať? Koľko hodín dennej práce treba pridať, aby zákazka bola urobená už za 24 dní?

[1934, 20]

Pr. Z dvoch brigád, jedna vykoná určitú prácu za dobu o 10 hodín kratšiu než druhá. Keby pracovali spoločne, urobili by túto prácu za 12 hodín. Za ako dlho vykoná danú prácu každá brigáda sama?

[1955, 33]

Pr. Robotník Spilka vykoná určitú úlohu za 5 hodín. Robotník Hána tú istú úlohu vykoná za 3 hodiny. Za koľko hodín vykonajú túto úlohu obaja robotníci, ak budú pracovať spoločne?

[1958, 38]

Pr. Dvaja robotníci vykonajú spolu určitú prácu za 15 dní. Prvý robotník by túto prácu vykonal za d dní. Za koľko dní by túto prácu vykonal druhý robotník, keby tiež pracoval sám? Urobte diskusiu výsledku vzhľadom k parametru d . Pre ktoré d má rovnica kladný koreň?

[1960, 45]

Pr. Prvý strihač dokončí istú prácu za 108 minút, druhý tú istú prácu za 144 minút a tretí za 180 minút. Za koľko minút by skončili túto prácu, keby ju robili spoločne? Za koľko minút by bola práca urobená, keby na nej pracoval prvý strihač s tretím? Za koľko minút by prácu skončil druhý strihač spoločne s tretím?

[1960, 39]

Pr. Robotník vykoná určitú prácu za t hodín, učeň za $(t+1)$ hod. Za koľko hodín ju vykonajú, ak pracujú spoločne?

[1964, 44]

Pr. Dvaja robotníci by vykonali určitú prácu spoločne za 12 dní. Keby prvý vykonal polovicu práce a druhý ju po ňom dokončil, trvala by práca celkom 25 dní. Za koľko dní by túto prácu vykonal každý robotník sám?

[1968, 50]

Pr. Závodý A a B by vykonali určitú prácu spoločne za $8\frac{2}{5}$ mesiacov, závodý A a C by tú istú prácu vykonali za 7 mesiacov a závodý B a C za 6 mesiacov. Za ako dlho by túto prácu vykonal každý závod sám?

[1968, 50]

Pr. Jeden z dvoch závodov môže splniť určitú objednávku o 4 dni skôr než druhý. Pri spoločnej práci by obidva závody splnili za 24 dní päťkrát väčšiu objednávku. Za aký čas by splnil celú objednávku každý závod sám?

[1968, 51]

[2002, 69]

[2008, 72]

Pr. V dielni sú tri stroje. Na prvých dvoch strojoch ide vykonať určitú prácu za 12 hodín, na prvom a treťom stroji ide vykonať túto prácu za 14 hodín a na druhom a treťom stroji za 16 hodín 48 minút. Za ako dlho by bolo možné vykonať túto prácu na každom stroji zvlášť?

[1985, 54]

Pr. Zručnému robotníkovi trvá pracovná operácia o 7 minút menej než druhému robotníkovi. Určite, koľko pracovných operácií vykoná každý z robotníkov za 4 pracovné hodiny, ak zručný robotník ich za túto dobu urobí o 28 viacej než druhý robotník.

[1986, 55]

Pr. Podnik potrebuje na splnenie určitej zákazky pri dvojsmennej prevádzke 21 dní. Za koľko dní by zákazku splnil pri trojsmennej prevádzke?

[2002, 69]

Pr. Určitú prácu vykonalo a robotníkov za b dní. Koľko robotníkov treba zamestnať, aby prácu dokončili o 6 dní skôr?

[2003, 70]

Pr. Dvaja robotníci spoločne môžu byť s určitou prácou hotoví za 12 dní. Po 8 dňoch spoločnej práce bol jeden z nich odvolaný a druhý dokončil sám túto prácu za ďalších 10 dní. Za koľko dní by ju urobil každý sám?

[2008, 72]

2.2.3. Práca na stavbe

Pr. Keď 20 robotníkov, ktorí pracujú denne 12 hodín, nasype za 5 týždňov hrádzu dlhú 600 m, za koľko týždňov zhotoví 12 robotníkov, keď denne pracujú 10 hodín, takú istú hrádzu?

[1882, 6]

Pr. Ak postaví 16 murárov za 20 dní múr, za koľko dní ho postaví za rovnakých okolností 10 murárov?

[1888, 7]

Pr. K vyvedeniu 4 m³ rovného tehlového muriva v prízemí bez omietky je treba 3 murárskych dní. Koľko bude treba ku vyvedeniu 16,6 m³ toho istého muriva?

[1903, 61]

Pr. Murári pracujú denne 8 hodín a postaví múr za 18 dní. Za koľko dní by ho postavili, keby denne pracovali 12 hodín? Koľko hodín denne by museli pracovať, aby stavbu múru dokončili za 16 dní?

[1905, 12]

Pr. 3 podnikatelia prevzali stavbu hrádze za 4830 K. Na stavbe pracovalo od podnikateľa A 18 robotníkov 25 dní, od B 20 robotníkov 36 dní a od C 45 robotníkov 20 dní. Koľko dostal ktorý podnikateľ?

[1907, 11]

Pr. Cestu vydláždilo by 8 dláždičov za 28 dní. Keď pracovali 8 dní, pribraní boli ešte 2 robotníci na týždeň (6 dní). Ako dlho bude po uplynutí tohto týždňa určených 8 dláždičov ešte pracovať?

[1907, 11]

Pr. Ak urobí 320 zákopníkov poľné opevnenie za 7 dní, koľko vojakov toho istého oddelenia treba pribrať, aby opevnenie bolo hotové za 3 dni?

[1908, 10]

Pr. Ak postaví 5 murárov múr za 6 dní, za koľko dní by ho postavilo 8?

[1911, 59]

Pr. Dvaja murári omietajú múr. Prvý by ho omietol za 8 dní, druhý za 12 dní. Za koľko dní budú s prácou hotoví?

[1924, 1]

Pr. Na stavbe cesty bolo zamestnaných 75 ľudí pracujúcich 10 hodín denne. Stavba bola rozpočítaná na 150 dní. Po 60 dňoch odišlo 15 robotníkov na inú stavbu. Koľko hodín denne by museli ostatní potom pracovať, aby bola práca dokončená len o 10 dní neskôr, než bolo pôvodne myslené?

[1934, 20]

[1949, 38]

Pr. 8 murárov postavilo múr za 15 dní. Za koľko dní postavia rovnaký múr 7 murári? Koľko murárov postavilo by taký múr za 24 dní? Aký význam má tu lomený výsledok?

[1934, 20]

Pr. 2 robotníci vybielia strop za 120 minút. Za ako dlho vykoná túto prácu a) 1 robotník b) 3 robotníci c) 120 robotníkov?

[1943, 21]

Pr. 30 robotníkov upraví cestu za 24 dní. Koľko robotníkov vykoná rovnakú prácu za 36 dní?

[1943, 21]

Pr. V závode pracovalo a robotníkov. Jedného dňa prešlo do iného úseku práce b robotníkov. O koľko % musia zvyšní zvýšiť svoj priemerný denný výkon, ak chcú dodržať výrobný plán?

[1950, 30]

Pr. Robotníci pracovali pri rýpaní pôdy 6 hodín bez stroja a 2 hodiny so strojom a vyrýpali v danej dobe 44 m^3 pôdy. Keby boli pracovali 3 hodiny bez stroja a 4 hodiny so strojom, boli by vyrýpali 70 m^3 pôdy. Koľko m^3 vyrýpali bez stroja a koľko so strojom za 1 hodinu? (Predpokladáme nemeniace sa ostatné podmienky úlohy)

[1956, 64]

Pr. Brigáda upravila 1500 m cesty v danom čase. Zaviazala sa, že zvýši svoju výkonnosť o 15 %. Chorobou niekoľkých členov bola spôsobená absencia 5 % z počtu členov brigády. Potom bolo upravené 1800 m cesty v danom čase. O koľko % bol záväzok zvýšený prácou zvyšných členov brigády?

[1958, 38]

Pr. 600 mužov postaví za 21 dní cestu dlhú 3500 m a širokú 4 m. Koľko dní budú potrebovať na ďalších 12 km, ak bude cesta širšia o $\frac{1}{2}$ m a príde im na pomoc 300 brigádnikov s rovnakou výkonnosťou?

[1961, 66]

Pr. Dvaja montéri mali vykonať montáž za 24 dní. Po 16 dňoch jeden z montérov ochorel a druhý potom dokončil prácu za ďalších 16 dní. Za ako dlho by vykonal montáž každý robotník sám?

[1968, 50]

[1969, 74]

Pr. Dvaja tesári položia v ôsmich dňoch 300 m^2 podlahy. Aké sú denné výkony každého z nich, ak jeden tesár položí denne o 5 m^2 podlahy viacej než druhý?

[1974, 52]

Pr. Traja zvárači s rovnakou výkonnosťou zvarali konštrukciu z novoduru. Pretože dvaja z nich postupne behom práce ochoreli, vykonal robotník A 1,5 krát toľko, čo robotník B a robotník B 3,5 krát toľko, čo robotník C. Ako sa rozdelili o čiastku 11 232 Kčs, ktorú dostali za prácu?

[1974, 52]

Pr. Dvojica natieračov má dokončiť prácu za 18 dní. Po pätnástich dňoch jeden z natieračov ochorel a druhý dokončil sám prácu za sedem a pol dňa. Za akú dobu by urobil každý z natieračov celú prácu sám?

[1986, 55]

Pr. Skupina šiestich dláždičov mala v pláne vydláždiť 1728 m^2 chodníka. Jeden z dláždičov bol však presunutý do inej skupiny. Vedúci vypočítal, že každý zo zvyšných piatich pracovníkov musí zvýšiť svoj denný výkon o $4,8 \text{ m}^2$, aby skupina splnila plán a mohla dostať prémie. Aký bol pôvodný denný výkon každého dláždiča a koľko dní museli dláždiči pracovať?

[1986, 55]

Pr. Dvaja technici majú dokončiť prácu za 18 dní. Po 15 dňoch jeden technik išiel na iné pracovisko a druhý dokončil prácu za 7,5 dňa. Za aký čas by vykonal túto prácu každý z nich sám?

[1986, 55]

[2002, 69]

Pr. Štyria murári by dokončili stavbu domu za 15 pracovných dní. Koľko murárov by muselo na stavbe pracovať, aby bola dokončená o tri dni skorej?

[2007, 71]

2.2.4. Práca vo výrobe

Pr. Stolárska jednota má zhotoviť 24 stoličiek za 4 dni. Táto práca sa odkáže trom skupinám, z ktorých prvý by ju vykonal za 12 dní a druhý by sám zhotovil 13 stoličiek za 6 dní (teda denne čo prvý a $\frac{1}{6}$ stoličiek). Kedy by žiadaných 24 stoličiek urobil tretí úd? (deň = 11 hodín).

[1864, 13]

Pr. Dvaja delostrelci zhotovili dohromady 1000 patrónov a spotrebovali na to rovnako veľa prachu. Jeden z nich vraví druhému: "Keby som bol toľko patrónov naplnil, koľko ty, bol by som spotreboval 18 kg prachu." Odvetí mu oslovený: "Ja by som na tvoje patróny vystačil s 8 kg prachu." Koľko patrónov naplnil každý a koľko prachu spotrebovali obaja?

[1885, 2]

Pr. Ak urobí 18 robotníkov za 6 týždňov po 5 dňoch pri 10 hodinovej práci denne 420 kusov, koľko kusov urobí denne 42 robotníkov za 5 týždňov po 6 dňoch pri 8 hodinovej práci?

[1886, 14]

Pr. Robotník pracujúci denne 12 hodín urobí za týždeň 4 kolesá. Za koľko dní urobia 3 robotníci, ak pracujú len 8 hod. denne, kolesá ku ôsmim vozom?

[1886, 14]

Pr. Ak zhotoví 6 robotníkov 84 kusov tovaru za 5 dní, pri práci 8 hodín denne, koľko kusov zhotoví 14 robotníkov za 22 dní, ak pracujú denne 10 hodín?

[1910, 58]

Pr. Tri robotníčky Jitka, Eva a Božena, zložili za deň 90 strojčekov. Jitka zložila o 6 strojčekov viacej než Božena, Božena o 3 menej než Eva. Koľko strojčekov zložila každá?

[1949, 29]

Pr. Každý z dvoch robotníkov mal zhotoviť 400 rovnakých súčiastok. Jeden z nich zhotoví za hodinu o 5 súčiastok viacej než druhý. Koľko hodín pracoval každý, ak na celú prácu bolo treba celkom 36 pracovných hodín?

[1953, 63]

Pr. Každý z dvoch robotníkov zhotovil 600 rovnakých súčiastok. Prvý z nich vyrobil za každú hodinu o 5 súčiastok viacej než druhý. Koľko hodín pracoval ktorý, ak na celú prácu bolo treba celkom 54 pracovných hodín?

[1955, 33]

Pr. V jednom závode se vyrobí za pracovný týždeň 900 kolies na bicykel. V druhom závode to isté množstvo za 4 dni. Koľko kolies sa vyrobí v oboch závodoch za smenu?

[1958, 36]

Pr. Robotník opracoval za hodinu x polotovarov. Úderník ich za rovnakú dobu vyrobil o 20 viacej. Koľko ich vyrobili dohromady, ak robotník pracoval y hodín denne a z dní a úderník o 2 hodiny denne dlhšie než robotník, tiež z dní?

[1958, 36]

Pr. Výkon troch robotníkov je v pomere 10 : 12 : 15. Koľko súčiastok každý vyrobil, ak ich za smenu dohromady vyrobili 148?

[1958, 36]

Pr. Dvaja robotníci vyrobili dohromady za pracovný týždeň 268 polotovarov. Prvý ich vyrobil o 32 viacej než druhý. Koľko ich zhotovil každý sám?

[1958, 36]

Pr. Každý z dvoch robotníkov mal zhotoviť 420 rovnakých súčiastok. Úderník zhotovil za jednu hodinu o 12 súčiastok viacej než druhý robotník. Koľko hodín pracoval každý robotník, ak na celú prácu bolo treba celkom 24 pracovných hodín?

[1958, 37]

Pr. Každý z dvoch robotníkov má zhotoviť 400 rovnakých výrobkov. Jeden z nich lepšou výrobnou metódou vyrobí o 5 kusov za hodinu viacej než druhý. Koľko hodín potrebuje každý z nich na výrobu tej série, keď na celú prácu potrebujú obaja dohromady 36 hodín?

[1960, 45]

Pr. Robotník vybrúsil za a hodín p súčiastok. Druhý robotník pracoval o 2 hodiny menej a vyrobil q súčiastok. Koľko súčiastok vybrúsili obaja spoločne za 1 hodinu?

[1964, 44]

Pr. V dielni majú zhotoviť 265 rovnakých súčiastok. Robotník A vyrobí jednu súčiastku za hodinu, robotník B za 50 minút a robotník C za 45 minút. Za koľko osemhodinových smien budú s výrobou hotoví, ak budú pracovať spoločne?

[1964, 44]

Pr. Zo skupiny 15 robotníkov nastúpilo pri chrípkovej epidémii do práce len $\frac{2}{3}$ z tohto počtu. Vyrobili však $\frac{5}{6}$ z plánovaných 72 kusov výrobkov. Koľko robotníkov pracovalo a koľko kusov výrobkov pripadlo na každého z nich?

[1974, 52]

Pr. Závod A vyrába mesačne o 15 % výrobkov viac než závod B. Dohromady vyrábajú obidva závody 7 740 výrobkov za mesiac. Koľko výrobkov vyrába mesačne závod B?

[1979, 53]

Pr. Závod mal za určitý počet týždňov vyrobiť 30 000 výrobkov. Pretože týždenne vyrobil o 500 kusov viac, než predpokladal plán, splnil túto úlohu o 2 týždne skorej. Za koľko týždňov splnil úlohu?

[1979, 53]

Pr. V prvej dielni sa za zmenu vyrobilo 441 súčiastok, v druhej 336 súčiastok. Pritom v prvej dielni bolo o jedného pracovníka viac. Každý pracovník prvej dielne vyrobil priemerne o 7 súčiastok viac, ako priemerne vyrobil pracovník druhej dielne. Koľko pracovníkov bolo v každej dielni a koľko súčiastok vyrobil priemerne pracovník každej dielne?

[1985, 54]

Pr. Výroba plánovaného počtu výrobkov trvá na dvoch strojoch rôznej konštrukcie 18 dní. Po 15 dňoch bolo nutné jeden zo strojov odstaviť. Na druhom stroji potom dorobili potrebný počet výrobkov za 7,5 dňa. Za ako dlho by sa vyrobil plánovaný počet výrobkov na každom z oboch strojov?

[1986, 55]

Pr. Dva závody, jeden v Beroune, druhý v Prahe, vyrábajú tie isté výrobky. Aby spoločne vyrobili 300 výrobkov, musí berounský závod pracovať 10 dní a pražský závod 15 dní. Dohromady vyrobia obidva závody 25 výrobkov denne. Aká je denná produkcia závodu v Beroune a aká v Prahe?

[1986, 55]

Pr. Nábytkárske dielne v Plzni, Prahe a Brne vyrábajú rovnaký druh stoličiek. Dielne v Plzni a v Prahe sú spoločne schopné pokryť objednávku svojou výrobou

za 42 dní. Dielne v Plzni a v Brne by ju pokryli výrobou za 35 dní a dielne v Prahe a Brne za 30 dní. Vypočítajte, za akú dlhú dobu by pokryla objednávku každá dielňa sama?

[1986, 55]

Pr. Robotník vyrobí za 7 hodín p súčiastok. Žiak strednej odbornej školy na praxi za tú istú dobu vyrobí o q súčiastok menej. Koľko súčiastok vyrobia obaja spoločne a) za 7 hodín, b) za jednu hodinu?

[2007, 71]

Pr. Sedem stolárov by splnilo zákazku za 12 dní. Za koľko dní by túto zákazku splnilo šesť stolárov?

[2007, 71]

Pr. Sústružník a jeho učeň mali za smenu opracovať 70 súčiastok. Sústružník prekročil normu o 20 % a učeň o 10 %. Opracovali tak za smenu 81 súčiastok. Akú normu mal sústružník a akú učeň?

[2007, 71]

2.2.5. Práca s uhlím

Pr. Skupina baníkov rúbala 480 q uhlia týždenne. O týždeň neskôr sa rovnako početná skupina iných baníkov zaviazala, že za 6 týždňov narúbe o $\frac{1}{2}$ viacej než 1. skupina za 7 týždňov. Koľko q uhlia narúbala týždenne táto skupina?

[1949, 29]

Pr. X baníkov nakope denne p vozíkov uhlia. Ak jeden z nich ochorie, koľko vozíkov dobrovoľne nakope každý zo zvyšných baníkov, aby sa ťažba neznížila? Koľko vozíkov uhlia by nakopalo pri tomto zvýšenom výkone všetkých x baníkov?

[1950, 30]

Pr. 20 baníkov sa zaviazalo, že vyťaží za mesiac 400 t uhlia nad plán. O koľko ton si majú zvýšiť úmerne svoj záväzok, ak sa k nim pridá ďalších 5 baníkov?

[1952, 31]

Pr. Mládežnícka úderka nakopala v bani za 5 dní 7 vagónov uhlia navyše. O koľko vagónov viacej nakopú pri takom výkone za 20 dní?

[1952, 31]

Pr. Skupina baníkov narúbala 660 q uhlí za týždeň. Rovnako početná skupina baníkov sa v budúcom vzornom týždni práce zaviazala, že narúbe o dve tretiny viacej než narúbala 1. skupina za 5 dní. Koľko narúbala táto skupina?

[1958, 36]

Pr. Úderník narúbal priemerne za hodinu x q uhlia. Nezpracovaný robotník narúbal za hodinu $\frac{3}{4}$ toho, čo úderník. Koľko narúbali obaja dohromady za y hodín za smenu a za z smien?

[1958, 36]

Pr. Dvaja baníci, z ktorých jeden bol úderník, sa zaviazali, že narúbu 1485 ton uhlia do 1. mája. Úderník sám by splnil záväzok za 45 smien, druhý baník za 90 smien. Za koľko smien splnia záväzok, ak budú pracovať spoločne? Koľko ton uhlia vyťažil každý baník?

[1958, 37]

Pr. V prvom porube pracuje trikrát viacej baníkov než v treťom a v druhom päťkrát viacej než v treťom porube. Ak pridáme k prvému porubu 17 baníkov, bude ich práve toľko, ako keď uberieme z druhého porubu 9 baníkov. Koľko baníkov pracuje v treťom porube?

[1959, 43]

Pr. V bani 1. máje sa zaviazali tri brigády socialistickej práce, že vyťažia viacej uhlia nad stanovený plán a to: prvá brigáda 128 t, druhá brigáda o 35 t viacej než prvá a tretia brigáda o 49 viacej než druhá. Koľko ton uhlia vyťažila každá brigáda nad stanovený plán a koľko ton uhlia vyťažili tieto brigády celkovo?

[1959, 43]

Pr. 18 baníkov narúbalo za 6 smien 576 q uhlia. Za koľko smien narúbe 96 baníkov 2 240 q? (smena = 8 hodín)

[1967, 49]

Pr. Baníci mali za smenu vyťažiť 660 t uhlia. Úlohu však splnili na 105 %. Koľko ton uhlia vyťažili?

[2007, 71]

2.2.6. Práca s písmom a tlačou

Pr. Kedy vysádzu traja sádzači tlačiarenský arch, ak by ho A vysádzal za 3 dni, B za $2\frac{1}{2}$ a C za $3\frac{3}{4}$ dňa?

[1864, 13]

Pr. Z troch opisovateľov napíše A za 8 hodín 7 archov, B za 5 hodín $3\frac{1}{2}$ archov a C každú hodinu arch. Keby by všetci opísali $196\frac{7}{8}$ archov, ak by písali denne 9 hodín a prvý zaháľal v tom čase 2 dni, druhý deň a tretí 4 dni?

[1864, 13]

Pr. Sádzač A vysadí 5 archov v osmerke za 20 dní, sádzač B za 28 dní a sádzač C vysadí o dva listy viacej ako B. Kedy by vysadili tých 5 archov dohromady?

[1864, 13]

Pr. Dve pisárky opisujú rukopis, ktorý má 60 strán. Ak prvá z nich začne písať o 2,5 h neskoršie než druhá, potom každá z nich opíše polovicu rukopisu. Keby obe pisárky začali písať súčasne, potom by za 5 hod opísali 55 stránok rukopisu. Za ako dlho by každá pisárka opísala rukopis sama?

[1968, 50]

[1969, 74]

Pr. 3 pisári majú opísať 105 archov. Jeden opíše za tri hodiny 5 archov, druhý za 9 hodín 13 archov a tretí za 4 hodiny 7 archov. Za koľko hodín vykonajú všetci dohromady túto prácu?

[1907, 11]

Pr. Zbierku listín opísali by pisári A a B za $3\frac{1}{2}$ dňa. Ak ale píše najprv iba A $1\frac{1}{2}$ dňa a potom B $2\frac{1}{2}$ dňa, opísaná bude polovička daných listín. Koľko dní potreboval by ktorý, aby opísal (sám) všetky listiny?

[1907, 11]

Pr. Rukopis diela bol rozdelený medzi 15 sádzačov, ktorí s ním majú byť hotoví za 7 dní. Po 3 dňoch však museli 4 sádzači byť ináč zamestnaní. Ako skoro dokončili ostatní sádzači prácu?

[1908, 10]

Pr. A, B a C píšu spoločne adresy a sú hotoví za 30 minút. A a B by boli s touto pracou hotoví za 40 minút, B a C by potrebovali 45 minút. Za ako dlho by túto prácu urobil A sám, B sám, C sám?

[1949, 28]

Pr. Dve pisárky dostali za úlohu prepísať na stroji prednášku. Skúsenejšia z nich by mohla vykonať celú prácu za dve hodiny, menej skúsenejšia za tri hodiny. Za aký čas prepíšu túto prednášku, ak si rozdelia prácu tak, aby čas bol čo najkratší?

[2003, 70]

2.2.7. Práca s textilom

Pr. Hospodárka má niekoľko kilogramov ľanu, ktorý chce dať spriať. Prvá slúžka jej hovorí, že by ho spriadla za 36 dní, druhá by potrebovala 48 dní a tretia spriadne denne o $\frac{1}{8}$ kg viacej než druhá. Ak pradá všetky tri dohromady, sú hotové za 8 dní. Koľko kilogramov ľanu bolo?

[1882, 6]

Pr. 5 tkáčov utká za 3 týždne, ak pracujú týždenne po 6 dní, deň má 10 pracovných hodín, 180 kusov látky dlhých 75 m. Koľko tkáčov utká 162 kusov tej istej látky 50 m dlhej za 2 týždne, ak pracujú týždenne 5 dní, denne po 9 hodín?

[1905, 46]

Pr. 15 tkáčov utká za 8 týždňov po 6 dňoch, deň má 10 pracovných hodín, 750 m plátna $1\frac{1}{5}$ m širokého. Koľko tkáčov utká za 5 týždňov po 5 dňoch, deň má 8 pracovných hodín 800 m plátna širokého $1\frac{1}{2}$ m?

[1907, 11]

Pr. Dvaja robotníci pracujú na tkaní tej istej látky. Prvý utká 6 m za 2 dni, druhý za $2\frac{1}{2}$ dňa. V akom pomere sú ich denné mzdy?

[1908, 10]

Pr. Ak pracuje 16 robotníč v továrni 9 hodín, vyrobí za 8 týždňov 60 kusov látky po 32 m; a) koľko kusov látky po 36 m utká 24 robotníč za 6 týždňov, ak pracujú denne 12 hodín? b) koľko robotníč pracujúcich denne 10 hodín vyrobí za 4 týždne 48 kusov po 25 m? c) za koľko týždňov utká 14 robotníč pracujúcich denne 11 hodín 66 kusov po 35 m?

[1911, 59]

Pr. Žehliar A vyžehlí zimníky za 15 hodín, žehliar B rovnaký počet zimníkov za 10 hodín. Za koľko hodín by vyžehlili tieto zimníky, keby pracovali spoločne?

[1960, 39]

Pr. V ručnej tkáčovni dosiahol prvý tkáč za smenu 2300 prehodov, druhý 2450, tretí 2150 a štvrtý 2750 prehodov. Uvedte tieto čísla do pomeru a porovnajte tkáčov vzostupne podľa pomeru prehodov.

[1960, 39]

Pr. Podľa plánu zostávalo utkať na šiestich (rovnakých) strojoch do konca mesiaca 1728 m^2 látky, keď bolo treba jeden stroj odstaviť. Vedenie dielne rozhodlo, že každý zo zostávajúcich strojov zvýši svoj denný výkon o $4,8 \text{ m}^2$, aby bol plán splnený. Vypočítajte, aký bol (nezvýšený) denný výkon každého stroja a koľko dní zostávalo do konca mesiaca?

[1986, 55]

Pr. Šesť krajčírok by danú zákazku dokončilo za 20 pracovných dní. Koľko krajčírok musí na zákazke pracovať, aby bola zhotovená o päť pracovných dní skorej?

[2007, 71]

2.2.8. Výkopové práce

Pr. Ak vykope 60 robotníkov priekop dlhý 570 m, široký 26 m a hlboký 5 m za 126 dní, keď pracujú denne $7\frac{1}{2}$ hodiny, koľko robotníkov vykope priekop tak isto hlboký, ale dlhý 273 m a široký 19 m za 189 dní, keď pracujú denne 7 hodín?

[1882, 6]

Pr. Dvaja robotníci majú vykopať priekop 83 metrov dlhý. Robotník A vykope denne 4 m, robotník B $3\frac{1}{2}$ m. A začal už v pondelok ráno, B začal pracovať až v stredu. Koľko dní musia ešte pracovať dohromady?

[1882, 6]

Pr. Dvaja robotníci kopú priekop 150 m dlhý oproti sebe. Prvý vykope denne o $\frac{1}{2}$ m viac než druhý. Ak by boli za 8 dní hotoví, koľko metrov urobil každý denne?

[1895, 47]

Pr. Ak vykope 30 robotníkov za deň 100 m priekopu, vykope a robotníkov l m. V akom pomere sú a a l ?

[1908, 10]

Pr. Dvaja robotníci pracujú na kopaní priekopu. A vykope za deň $7\frac{1}{2}$ m, B za 6 dní 35 m. Keby pracovali obaja súčasne, boli by s prácou hotoví za 24 dní. Koľko dní bude trvať práca, ak pracuje najprv A sám a až po 16 dňoch príde B?

[1908, 10]

Pr. Jeden robotník by vykonal istú prácu (napr. vykopal by nejaký priekop) za 9 dní, druhý za 10 dní, tretí za 12 dní a štvrtý až za 15 dní. Aký diel práce urobia za deň, ak budú pracovať všetci dohromady?

[1910, 56]

Pr. Dvaja robotníci kopú ryhu pre kanalizáciu dĺžky 34,85 m. Prvý robotník vykope za $\frac{1}{2}$ hodiny $2\frac{3}{4}$ m ryhy, druhý robotník za 0,8 hodiny 1,8 m ryhy. Za koľko hodín budú s prácou hotoví?

[1974, 52]

Pr. Dvanásť robotníkov urobí výkopové práce spojené s rekonštrukciou elektrickej trate za 40 dní. Koľko robotníkov je potreba pribrať, aby boli urobené za 24 dní?

[2007, 71]

2.2.9. Potravinárska práca

Pr. V dobe čo najkratšej sa má pomlieť 1220 q obilia. V mlyne A pomelú za 4 hod. 8,2 q, v B za 5 hod. 17 q, v C za 3 hod. 13 q. Koľko q obilia je každému mlynu pridelené, aby bolo pomleté, čo najskôr?

[1934, 26]

Pr. Traja robotníci pracovali u odstredieviek. Prvý odstredil celkom $20\frac{1}{5}$ q cukru, druhý o $2\frac{3}{4}$ q viacej než prvý a tretí o $3\frac{1}{2}$ menej než druhý robotník. Koľko q cukru každý odstredil a koľko q cukru odstredili celkom?

[1960, 40]

Pr. 5 robotníkov sťahovalo sadlo z bravčových polovíc. Prácu mali plánovanú na 3 dny pri osemhodinovej pracovnej dobe. Druhý deň bol jeden robotník odvolaný na iné pracovisko. Za koľko dní celkovo bude práca urobená, ak budú zvyšní 4 robotníci pracovať 10 hodín denne?

[1960, 40]

Pr. 6 robotníkov vykosťovalo mäso. Prácu mali rozpočítanú na 8 hodín. Po piatich hodinách práce dvaja robotníci boli odvolaní na iné pracovisko. Za koľko hodín dokončili zvyšní robotníci prácu?

[1960, 40]

Pr. Pekársky robotník vyrobí za hodinu o 150 rožkov viac než učeň. Za 4 hodiny vyrobili obaja spoločne 9800 kusov rožkov. Aký je hodinový výkon robotníka a aký učňa?

[1986, 55]

2.2.10. Práca na železnici

Pr. Ak vyhádže 6 robotníkov za deň 15 vagónov uhlia, koľko vagónov vyhádže za deň 14 robotníkov?

[1924, 23]

Pr. Za ako dlho vyložia spoločne 3 robotníci vagón tehiel, ak prvý by ho sám vyložil za a hodín, druhý za b hodín, tretí za c hodín?

[1950, 30]

Pr. 5 robotníkov vykladalo vagónové zásielky privezeného mäsa. Prácu mali skončiť za 8 hodín. Po troch hodinách práce boli niekoľkí robotníci odvolaní na iné pracovisko. Pretože vykládka musela byť skončená ten istý deň, pracovali zvyšní robotníci ešte $8\frac{1}{3}$ hodiny. Koľko robotníkov bolo odvolaných na iné pracovisko?

[1960, 40]

Pr. Dvaja robotníci zložia vagón uhlia za 3 hodiny. Za koľko hodín zložia 4 robotníci 4 vagóny uhlia?

[1964, 44]

2.2.11. Rôzna práca

Pr. Na dráhe odhadzovali sneh 3 nádeníci 2 dni, 4 nádeníci 6 dní a 2 nádeníci 10 dní. Koľko K dostal každý nádeník, ak bolo k výplate prichystaných 125 K?

[1911, 59]

Pr. V dielni pracovali 4 stroje, každý o výkone $N = 5$ kW x hodín a n dní, 2 stroje o výkone 8 kW y hodín a n dní a 3 stroje o výkone 15 kW y hodín a o jeden deň menej než ostatné stroje. Koľko kW hodín spotrebovali dohromady?

[1958, 36]

Pr. Učeň A zalícoval za deň o $\frac{1}{3}$ viacej okenných krídel než učeň B. Obaja zalícovali za deň 21 krídel. Koľko zalícoval každý za deň?

[1958, 35]

Pr. Robotník a učeň vyčistili spoločne 420 vlysov. Robotník vyčistil 3 krát viacej než učeň. Koľko kusov vyčistil každý?

[1958, 35]

Pr. Robotník okoval 10 okien za 5 hodín, učeň okoval rovnaký počet za 8 hodín. Koľko okien okovali spoločne za 1 hodinu?

[1958, 35]

Pr. Dvaja predáci mali rovnakú normu. Po práci porovnávali vzájomne svoje výkony a zistili, že prvý už splnil $\frac{3}{4}$ normy, kým druhý len $\frac{1}{3}$ normy. Prvý mal o 5 vozíkov viacej. Koľko vozíkov bola norma?

[1959, 43]

Pr. V baliarni zabalí robotníčka A partiu tovaru za 4 hod., robotníčka B tu istú partiu za 5 hod. Za ako dlho zabalia obe spoločne tu istú partiu tovaru?

[1960, 65]

Pr. 8 retušérov vyretušuje za 6 hodín 53 negatívov. Koľko retušérov je treba zamestnať, aby týchto 53 negatívov bolo hotových za 4 hodiny?

[1960, 42]

Pr. Závod má 5000 zamestnancov. 200 z nich odpracovalo na dobrovoľných brigádach pri stavbe pionierskeho tábora po 16 hodinách, 325 pri búraní starej kotolne po 28 hodinách a 2356 pri poľnohospodárskych brigádach na okrese po 8 hodinách. Koľko brigádnických hodín bolo v závode odpracovaných? Koľko zamestnancov neodpracovalo ani jednu hodinu? Ak hodnotíme jednu brigádnicku hodinu čiastkou 3 Kčs, určite, aký obnos ušetrili brigádnici štátnemu rozpočtu.

[1960, 39]

Pr. Údržbár sa zaviazal, že urobí opravárske práce v závode za 24 dní. Pretože bolo treba dobu opráv skrátiť, dostal na výpomoc robotníka, s ktorým vykonal všetky opravy za $13\frac{1}{3}$ dňa. Ako dlho by trvala práca samotnému pomocníkovi?

[1968, 50]

[1969, 74]

Pr. Traja výrobcovia štetcov zhotovili za týždeň 604 maliarskych štetcov. Druhý ich urobil o 15 viac a tretí o 25 viac než prvý. Koľko štetcov vyrobil každý zo šetkárov za týždeň?

[1986, 55]

Pr. Jedna balička zabalí určité množstvo tovaru za 12 hodín, druhá balička zabalí ten istý tovar za 7,5 hodiny. Za ako dlho by zabalili ten istý tovar obidve baličky spoločne?

[1986, 55]

Pr. Robotník spoločne s učňom vyčistili 336 vlysov. Výkonnosť robotníka bola pritom trikrát väčšia než výkonnosť učňa. Koľko vlysov vyčistil robotník a koľko učeň?

[1986, 55]

Pr. Robotník zalícoval za smenu o $\frac{2}{3}$ viacej okenných krídel než učeň. Dohromady zalícovali 24 krídel. Koľko krídel zalícoval za smenu robotník a koľko učeň?

[1986, 55]

Pr. Pri úpravách bežeckej lyžiarskej trate odpracovalo 32 dobrovoľníkov celkom 256 h. Koľko hodín odpracoval priemerne jeden dobrovoľník?

[2007, 71]

Pr. Pri jarnom upratovaní by odvoz železného šrotu nákladným autom trval 15 hod, jedným traktorom by trval trikrát dlhšie. Za koľko hodín bude odvezený železný šrot, ak bude odvoz urobený nákladným autom a dvoma rovnako výkonnými traktormi súčasne?

[2007, 71]

2.3. Súbor nadobudnutých poznatkov

V závere tejto kapitoly by som chcela napísať zopár skutočností, ktoré ma pri písaní predchádzajúcej časti zaujali.

◆ Pri pozornom čítaní predchádzajúcich príkladov sa dá zistiť, že okrem úplne zhodných príkladov, na ktoré som upozornila už v úvode tejto kapitoly, sa nachádzajú zhody čiastočné.

Úplná zhoda príkladov

Pr. Jeden z dvoch závodov môže splniť určitú objednávku o 4 dni skôr než druhý. Pri spoločnej práci by obidva závody splnili za 24 dní päťkrát väčšiu objednávku. Za aký čas by splnil celú objednávku každý závod sám?

[1968, 51]

[2002, 69]

[2008, 72]

Zmenené niektoré číselné hodnoty

Pr. Každý z dvoch robotníkov mal zhotoviť 400 rovnakých súčiastok. Jeden z nich zhotoví za hodinu o 5 súčiastok viacej než druhý. Koľko hodín pracoval každý, ak na celú prácu bolo treba celkom 36 pracovných hodín?

[1953, 63]

Pr. Každý z dvoch robotníkov zhotovil 600 rovnakých súčiastok. Prvý z nich vyrobil za každú hodinu o 5 súčiastok viacej než druhý. Koľko hodín pracoval ktorý, ak na celú prácu bolo treba celkom 54 pracovných hodín?

[1955, 33]

Zhoda v číselných hodnotách aj zadaní, zmena vo vykonávateľoch práce

Pr. Dva traktory zorú pole za 4 hodiny. Keby prvý traktor zorol polovicu poľa a druhý traktor prácu dokončil, trvala by orba 9 hodín. Za koľko hodín zorie pole každý traktor zvlášť?

[1985, 54]

[2008, 72]

Pr. Dvomi mláťačkami sa vymláti celá úroda za 4 dni. Keby bola vymlátená polovica úrody prvou mláťačkou a potom zvyšok druhou mláťačkou, trvalo by mlátenie 9 dní. Za koľko dní by sa vymlátila celá úroda každou mláťačkou?

[1968, 51]

♦ V zadaniach príkladov, hlavne zo starších učebníc, som sa stretla so starými mierami a slovami, ktoré som nepoznala. Pre riešenie nebolo potrebné dané pojmy dešifrovať, ale zo záujmu som si ich vyhľadala.

Žejdlík - stará česká objemová jednotka $\doteq 0,358$ l

Pinta - česká objemová miera $\doteq 1,91$ l

Libra - česká libra $\doteq 0,513$ kg

Putňa - uhorská dutá miera $\doteq 25$ kg hroznových bobúľ (drevené vedro)

Hřivna - jednotka $\doteq 0,253$ kg

Lot - jednotka $\doteq 16,06$ g $\doteq \frac{1}{32}$ lib.

Měřiče - univerzálny názov pre rôzne jednotky a miery

Věrtel - stará česká jednotka objemu používaná pre sypké látky

Křupař - predajca múky

Písmovina - zliatina, mäkký kov, ktorý sa v tekutom stave leje do písmových matric

Osmerka - označenie formátu knihy, ktorej každá zložka vznikla preložením archu papiera na 8 listov

Šelak - prírodná živica (využíva sa na úpravu dreva, v potravinárstve E 904)

Klih - druh lepidla živočíšneho pôvodu

Silice - éterické oleje, vytvárané rastlinami ako ochrana pred bylinožravcami (využíva sa pri liečivách)

Fermež - upravený ľanový olej (využitie pri napúšťaní dreva)

Buničina - rastlinný polysacharid (na výrobu papiera, technická celulóza)

Ozokerit, koalín - horniny

◆ Počas bádania v starých učebniciach som sa stretla, ako vidno v názvoch kníh v použitej literatúre, s rôznymi druhmi škôl. Keďže školstvo nie vždy fungovalo ako v súčasnej dobe, zaujímalo ma ako to bolo v minulosti. K tomu mi pomohla knižka [80]:

Gymnázium - po reforme v roku 1849 vzniklo spojením šesťročných gymnázií s dvomi ročníkmi filozofického štúdia osemročné gymnázium. Prvé štyri roky, nižší stupeň, boli zamerané elementárne. Ďalšie štyri, vyšší stupeň, poskytovali filologicko-historické a matematicko-prírodovedné vzdelanie.

Reálka - prvá šesťročná reálka bola otvorená v roku 1849. Bola organizovaná dvojstupňovo. Nižší stupeň mal tri ročníky teoretické a jeden ročník praktický. Podmienkou nástupu na vyšší stupeň bolo absolvovanie tretieho ročníka nižšieho stupňa.

Reálne gymnáziá - vznikali v šesťdesiatych rokoch 19. storočia ako kombinácia nižších reálok a nižších gymnázií.

Obecná škola - 1. až 5. rok školskej dochádzky.

Meštianska škola - 6. až 8. rok školskej dochádzky. Prevzala úlohu nižšieho stupňa reálok.

3. Modely použité na riešenie sledovaných slovných úloh

V tejto kapitole sa zaoberám riešením predchádzajúcich príkladov. Pri riešení využívam modely nižšie uvedené v tabuľkách. Medzi nimi sú aj modely, ktoré som už bližšie popísala v druhej kapitole. Pomocou každého modelu je vyriešených niekoľko vzorových príkladov. Riešenie nie je vždy jednoznačné, pretože niektorý príklad sa dá riešiť viacerými spôsobmi.

3.1. Zmes

Typ T1	21,55 %
Typ T2	10,77 %
Typ T3	0,51 %
Typ T5	0,51 %
Typ T6	1,3 %
Typ T7	11,79 %
Lineárne rovnice o jednej neznámej	7,18 %
Sústavy lineárnych rovníc o dvoch neznámych	12,82 %
Sústavy lineárnych rovníc o troch neznámych	4,10 %
Sústavy lineárnych rovníc o štyroch neznámych	0,51 %
Lineárne nerovnice	2,05 %
Percentá	8,72 %
Diely	13,33 %
Úsudok	5,13 %

3.1.1. Typ T1

Pr. Obchodník chce zmiešať 2 druhy kávy, kg za 4 K 60 h a 5 K 90 h, tak, aby dostal 26 kg zmesi za 5 K. Ako to má zmiešať?

[1908, 10]

Riešenie:

$$\underline{\text{Zadané: } c_1 = 460, c_2 = 590, m_3 = 26, c_3 = 500}$$

$$m_1 + m_2 = 26 \implies m_1 = 26 - m_2$$

$$460m_1 + 590m_2 = 500 \cdot 26$$

$$460 \cdot (26 - m_2) + 590m_2 = 13000$$

$$130m_2 = 1040$$

$$m_2 = 8 \qquad m_1 = 18$$

Odpoveď: Obchodník na potrebnú zmes potrebuje 18 kg kávy po 4 K 60 h a 8 kg kávy po 5 K 90 h.

Pr. Máme pripraviť 0,5 l 40% kyseliny sírovej zmiešaním kyseliny 62% a 15%. Koľko ktorej kyseliny vezmeme do roztoku?

[1965, 48]

Riešenie:

$$\underline{\text{Zadané: } c_1 = 62, c_2 = 15, m_3 = 0,5, c_3 = 40}$$

$$m_1 + m_2 = 0,5 \implies m_1 = 0,5 - m_2$$

$$62m_1 + 15m_2 = 40 \cdot 0,5$$

$$62 \cdot (0,5 - m_2) + 15m_2 = 20$$

$$-47m_2 = -11$$

$$m_2 = 0,2 \qquad m_1 = 0,3$$

Odpoveď: Do roztoku vezmeme 0,3 l 62% kyseliny a 0,2 l 15% kyseliny.

3.1.2. Typ T2

Pr. Vinár chce do 60 pinet vína, ktorého pintu predáva po 72 korún, priliať toľko vody, aby mohol predávať pintu po 60 korún. Koľko vody musí primiešať?

[1864, 13]

Riešenie:

$$\underline{\text{Zadané: } m_1 = 60, c_1 = 72, c_2 = 0, c_3 = 40}$$

$$60 + m_2 = m_3$$

$$\underline{72 \cdot 60 + 0 \cdot m_2 = 40 \cdot m_3}$$

$$40m_3 = 4320$$

$$m_3 = 108 \qquad m_2 = 48$$

Odpoved': Vinár musí primiešať 48 pinet vody.

Pr. Koľko gramov kyseliny s koncentráciou 55 % je treba zmiešať so 150 g kyseliny s koncentráciou 40 %, aby vznikol roztok kyseliny s koncentráciou 50 %?

[2007, 71]

Riešenie:

$$\underline{\text{Zadané: } c_1 = 55, m_2 = 150, c_2 = 40, c_3 = 50}$$

$$m_1 + 150 = m_3$$

$$\underline{55m_1 + 40 \cdot 150 = 50m_3}$$

$$55m_1 + 6000 = 50m_1 + 7500$$

$$5m_1 = 1500$$

$$m_1 = 300 \qquad m_3 = 450$$

Odpoved': Treba pridať 300 gramov kyseliny s koncentráciou 55 %.

3.1.3. Typ T3

Pr. Strieborník má zhotoviť dvojramenný svietnik 40 lotov ťažký z 11tilového striebra. Koľko ľového striebra musí pridať k 24 lotom 15tilového?

[1864, 13]

Riešenie:

$$\underline{\text{Zadané: } m_2 = 24, c_2 = 15, m_3 = 40, c_3 = 11}$$

$$m_1 + 24 = 40$$

$$\underline{m_1 \cdot c_1 + 15 \cdot 24 = 40 \cdot 11}$$

$$16c_1 = 80$$

$$c_1 = 5$$

Odpoveď: Strieborník musí pridať 16 lotov 5tilového striebra.

3.1.4. Typ T5

Pr. Určité množstvo bezvodého liehu bol rozriedený s 24 % vody, čím sa obdržal 93 l lieh rozriedený. Koľko bolo liehu bezvodého a koľko percentná bola vzniknutá zmes?

[1907, 11]

Riešenie:

$$\underline{\text{Zadané: } c_1 = 100, m_2 = \frac{24m_1}{100}, c_2 = 0, m_3 = 93}$$

$$\begin{array}{r}
m_1 + \frac{24m_1}{100} = 93 \\
m_1 \cdot 100 + 0 \cdot \frac{24m_1}{100} = 93 \cdot c_3 \\
\hline
m_1 = 75 \\
100m_1 = 93c_3 \\
\hline
7500 = 93c_3 \\
c_3 \doteq 80,6
\end{array}$$

Odpoveď: Bezvodého liehu bolo 75 l a vzniknutá zmes bola 80,6%.

3.1.5. Typ T6

Pr. Obchodník zmieša $2\frac{3}{4}$ l po 30 h se $4\frac{3}{4}$ l tovaru drahšieho. Aká je cena 1 l tohto druhu, ak stojí 1 l zmesi 49 h?

[1907, 11]

Riešenie:

$$\begin{array}{r}
\text{Zadané: } m_1 = 2\frac{3}{4}, c_1 = 30, m_2 = 4\frac{3}{4}, c_3 = 49 \\
\hline
2\frac{3}{4} + 4\frac{3}{4} = m_3 \\
2\frac{3}{4} \cdot 30 + 4\frac{3}{4} \cdot c_2 = m_3 \cdot 49 \\
\hline
c_2 = 60
\end{array}$$

Odpoveď: 1 l drahšieho druhu stojí 60 h.

3.1.6. Typ T7

Pr. Obchodník zmieša tri druhy kávy a síce 64 kg po 1 zl. 60 kr., 61 kg po 1 zl. 85 kr. a 75 kg po 1 zl. 65 kr. Koľko stojí 1 kg zmesi?

[1882, 6]

Riešenie:

Zadané: $m_1 = 64, c_1 = 160, m_2 = 61, c_2 = 185, m_3 = 75, c_3 = 165$

$$64 + 61 + 75 = m_4$$

$$\underline{160 \cdot 64 + 185 \cdot 61 + 165 \cdot 75 = c_4 \cdot m_4}$$

$$m_4 = 200$$

$$\underline{33900 = m_4 \cdot c_4}$$

$$33900 = 200c_4$$

$$c_4 = 169,5 \doteq 170$$

Odpoved: 1 kg zmesi stojí 1 zl. 70 kr.

Pr. Koľko percentný lieh dostaneme, ak zmiešame 6 litrov 60% liehu so 4 litrami 90% liehu?

[1974, 52]

Riešenie:

Zadané: $m_1 = 6, c_1 = 60, m_2 = 4, c_2 = 90$

$$6 + 4 = m_3$$

$$\underline{6 \cdot 60 + 4 \cdot 90 = m_3 \cdot c_3}$$

$$m_3 = 10$$

$$\underline{360 + 360 = m_3 \cdot c_3}$$

$$10c_3 = 720$$

$$c_3 = 72$$

Odpoved: Dostaneme 72% lieh.

3.1.7. Lineárne rovnice o jednej neznámej

Pr. Strelný prach sa skladá z uhlia, síry a ledku a síce je 4 krát toľko ledku čo síry a 3 krát toľko síry čo uhlia. Koľko kilogramov každej tejto látky sa musí zobrať na 160 kg prachu?

[1882, 6]

Riešenie:

Uhlia	x kg
Síry	$3 \cdot x$ kg
Ledku	$4 \cdot 3 \cdot x$ kg
Strelný prach	160 kg

$$x + 3x + 12x = 160$$

$$16x = 160$$

$$x = 10$$

Odpoveď: Na 160 kg strelného prachu potrebujeme 10 kg uhlia, 30 kg síry a 120 kg ledku.

Pr. Vypočítajte cenu 1 kg zmesi čokoládových cukríkov, ktorá vznikla zmiešaním 4 kg druhu po 90 Kč za 1 kg, 3 kg druhu po 110 Kč za 1 kg, 2 kg druhu po 95 Kč za 1 kg a 1 kg druhu po 140 Kč.

[2007, 71]

Riešenie:

4 kg cukríkov	po 90 Kč
3 kg cukríkov	po 110 Kč
2 kg cukríkov	po 95 Kč
1 kg cukríkov	po 140 Kč
Zmes cukríkov	po x Kč

$$4 \cdot 90 + 3 \cdot 110 + 2 \cdot 95 + 1 \cdot 140 = x$$

$$1020 = x$$

$$1020 : 10 = 102$$

Odpoveď: Cena zmesi za kilogram je 102 Kč.

3.1.8. Sústavy lineárnych rovníc o dvoch neznámých

Pr. Zmiešame dva druhy priemyslového uhlia. Ak vezmeme 25 q lepšieho a 45 q horšieho uhlia, má zmes cenu 705 Kčs. Ak vezmeme 45 q lepšieho a 25 q horšieho uhlia, má zmes cenu 765 Kčs. Koľko stojí 1 q lepšieho a koľko 1 q horšieho uhlia?

[1968, 50]

Riešenie:

1 q lepšieho	x Kčs
1 q horšieho	y Kčs
25 q lep. a 45 q hor.	705 Kčs
45 q lep. a 25 q hor.	765 Kčs

$$25x + 45y = 705$$

$$45x + 25y = 765$$

$$5x + 9y = 141 \implies x = \frac{141 - 9y}{5}$$

$$9x + 5y = 153$$

$$9 \cdot \frac{141 - 9y}{5} + 5y = 153$$

$$1269 - 81y + 25y = 765$$

$$56y = 504$$

$$y = 9 \quad x = \frac{141 - 81}{5} = 12$$

Odpoved: 1 q lepšieho uhlia stojí 12 Kčs a 1 q horšieho uhlia stojí 9 Kčs.

Pr. Vinárnik dostal zmiešaním 9 hl vína s 5 hl iného vína zmes, ktorej 1 hl stál 67 K. Aká bola cena 1 hl každého druhu, ak boli ceny v pomere 36:29?

[1907, 11]

Riešenie:

9 hl vína po x K

5 hl vína po y K

14 hl vína po 64 K

Pomer cien 36:29

$$\frac{x}{y} = \frac{36}{29} \implies x = \frac{36}{29}y$$

$$9x + 5y = 14 \cdot 67$$

$$9 \cdot \frac{36}{29}y + 5y = 938$$

$$\frac{324y}{29} + 5y = 938$$

$$324y + 145y = 27202$$

$$469y = 27202$$

$$y = 58 \quad x = \frac{36}{29} \cdot 58 = 72$$

Odpoved: Cena prvého druhu bola 72 K a druhého druhu 58 K.

3.1.9. Sústavy lineárnych rovníc o troch neznámych

Pr. Zlomková zliatina A obsahuje 1,5 % Si, 1,4 % Mn, 0,4 % P a 0,3 % S. Zlomková zliatina B obsahuje 0,5 % Si, 1,6 % Mn, 0,2 % P a 0,2 % S. Zlomková zliatina C obsahuje 3 % Si, 0,5 % Mn, 0,5 % P a 0,05 % S. Koľko každej zliatiny A, B, C treba na výrobu 100 kg zliatiny D, ktorá by obsahovala 2% Si, 1% Mn, 0,4 % P, a 0,15 % S?

[1988, 67]

Riešenie:

Množstvo A x

Množstvo B y

Množstvo C z

Pre prvky v zliatine D platí:

$$Si : \quad \frac{x}{100} \cdot 1,5 + \frac{y}{100} \cdot 0,5 + \frac{z}{100} \cdot 3 = 2$$

$$Mn : \quad \frac{x}{100} \cdot 1,4 + \frac{y}{100} \cdot 1,6 + \frac{z}{100} \cdot 0,5 = 1$$

$$P : \quad \frac{x}{100} \cdot 0,4 + \frac{y}{100} \cdot 0,2 + \frac{z}{100} \cdot 0,5 = 0,4$$

$$S : \quad \frac{x}{100} \cdot 0,3 + \frac{y}{100} \cdot 0,2 + \frac{z}{100} \cdot 0,05 = 0,15$$

$$\begin{array}{r}
15x + 5y + 30z = 2000 \\
14x + 16y + 5z = 1000 \\
4x + 2y + 5z = 400 \\
30x + 20y + 5z = 1500 \\
\hline
3x + y + 6z = 400 \implies y = 400 - 3x - 6z \\
14x + 16y + 5z = 1000 \\
4x + 2y + 5z = 400 \\
6x + 4y + z = 300 \\
\hline
14x + 16 \cdot (400 - 3x - 6z) + 5z = 1000 \\
4x + 2 \cdot (400 - 3x - 6z) + 5z = 400 \\
6x + 4 \cdot (400 - 3x - 6z) + z = 300 \\
\hline
34x + 123z = -5400 \\
2x + 7z = 400 \implies x = \frac{400 - 7z}{2} \\
\hline
6x + 23z = 1300 \\
\hline
34 \cdot \frac{400 - 7z}{2} + 123z = 5400 \\
6 \cdot \frac{400 - 7z}{2} + 23z = 1300 \\
\hline
6800 - 119z + 123z = 5400 \\
1200 - 21z + 23z = 1300 \\
\hline
z = -350 \quad \text{nevyhovuje} \\
z = 50 \quad y = 25 \quad x = 25
\end{array}$$

Odpoved: Na prípravu 100 kg zliatiny požadovaného zloženia je potrebné 25 kg zliatiny A, 25 kg zliatiny B a 50 kg zliatiny C.

3.1.10. Sústava lineárnych rovníc o štyroch neznámých

Pr. Koľko litrov 60% a koľko litrov 80% liehu je možné vyrobiť zo 100 litrov 90% liehu a 35 litrov čistej vody?

[1968, 51]

Riešenie:

$$\begin{array}{rcl}
 90\% & \dots\dots\dots & x_1 \text{ l} \\
 0\% & \dots\dots\dots & y_1 \text{ l} \\
 60\% & \dots\dots\dots & x_1 + y_1 \text{ l} \\
 90\% & \dots\dots\dots & x_2 \text{ l} \\
 0\% & \dots\dots\dots & y_2 \text{ l} \\
 80\% & \dots\dots\dots & x_2 + x_1 \text{ l} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$90x_1 = (x_1 + y_1) \cdot 60$$

$$90x_2 = (x_2 + y_2) \cdot 80$$

$$x_1 + x_2 = 100 \implies x_1 = 100 - x_2$$

$$y_1 + y_2 = 35 \implies y_1 = 35 - y_2$$

$$90 \cdot (100 - x_2) = (100 - x_2 + 35 - y_2) \cdot 60$$

$$90x_2 = 80x_2 + 80y_2$$

$$900 - 30x_2 + 60y_2 = 0$$

$$x_2 = 8y_2$$

$$30 - 8y_2 - 2y_2 = 0$$

$$y_2 = 5 \quad x_2 = 40 \quad y_1 = 30 \quad x_1 = 60$$

$$x_1 + y_1 = 90 \quad x_2 + y_2 = 45$$

Odpoveď: Je možné vyrobiť 90 l 60% liehu a 45 l 80% liehu.

3.1.11. Lineárne nerovnice

Pr. Ak zmiešame 40 kg čokoládových cukríkov v cene 30 Kč za 0,1 kg s 20 kg orieškových cukríkov, dostaneme zmes, ktorej cena má byť aspoň 24 Kč za 0,1 kg a najviac 27 Kč za 0,1 kg. Aká môže byť cena za 0,1 kg orieškových cukríkov?

[2007, 71]

Riešenie:

40 kg čokoládových	30 Kč za 0,1 kg
20 kg orieškových	x Kč za 0,1 kg
60 kg zmesi	$24 \leq \text{Kč za } 0,1 \text{ kg} \leq 27$

$$60 \cdot 24 \leq 40 \cdot 30 + 20x \leq 27 \cdot 60$$

$$1440 \leq 1200 + 20x \leq 1620$$

$$220 \leq 20x \leq 420$$

$$12 \leq x \leq 21$$

Odpoved: Cena orieškových cukríkov je aspoň 12 Kč za 0,1 kg a najviac 21 Kč za 0,1 kg.

Pr. Pri výrobe pomazánky sa zmieša 16 kg syra prvého druhu v cene 86 Kč za 1 kg so syrom druhého druhu v cene 92 Kč za 1 kg. Koľko kg syra druhého druhu je treba, ak má byť cena 1 kg pomazánky aspoň 88 Kč a najviac 90 Kč?

[2007, 71]

Riešenie:

16 kg 1. druhu	86 Kč za 1 kg
x kg 2. druhu	92 Kč za 1 kg
16 + x kg pomazánky	$88 \leq \text{Kč za } 1 \text{ kg} \leq 90$

$$\begin{aligned}
(16 + x) \cdot 88 &\leq 16 \cdot 86 + 92x \leq 16 + 90x \\
1408 + 88x &\leq 1376 + 92x \leq 1440 + 90x \\
1408 + 88x &\leq 1376 + 92x & 1376 + 92x &\leq 1440 + 90x \\
32 &\leq 4x & 2x &\leq 64 \\
8 &\leq x & x &\leq 32 \\
8 &\leq x \leq 32
\end{aligned}$$

Odpoved: Syra druhého druhu treba aspoň 8 kg a najviac 32 kg.

3.1.12. Percentá

Pr. Mlieko obsahuje $12\frac{1}{2}\%$ svojej váhy smotanu a smotana dáva 32% svojej váhy masla. Koľko l mlieka sa potrebuje na 1 kg masla, ak je hustota mlieka 1,03?

[1907, 11]

Riešenie:

Smotana	12,5 % z mlieka
Maslo	32 % zo smotany
Na 1 kg masla	x l mlieka ($\rho = 1,03$)
Smotana	12,5 % z x
Maslo	32 % z $\frac{x \cdot 1,03}{100} \cdot 12,5$

$$32 \cdot \frac{\frac{x \cdot 1,03}{100} \cdot 12,5}{100} = 1$$

$$32 \cdot \frac{x \cdot 1,03}{100} \cdot 12,5 = 100$$

$$32 \cdot x \cdot 1,03 \cdot 12,5 = 10000$$

$$412x = 10000$$

$$x = 24,27$$

Odpoved: Na 1 kg masla sa spotrebuje 24,27 l mlieka.

Pr. Kravské mlieko obsahuje priemerne $87\frac{1}{2}\%$ vody, $4\frac{3}{5}\%$ cukru, 3,9 % syra, 3,5 % masla a $\frac{1}{2}\%$ soli. Koľko z ktorej látky je obsiahnutého v 2 hl a v $7\frac{1}{2}$ hl mlieka?

[1907, 11]

Riešenie:

Vody	$87\frac{1}{2}\%$
Cukru	$4\frac{3}{5}\%$
Syra	3,9 %
Masla	3,5 %
Soli	$\frac{1}{2}\%$

V 2 hl = 200 l ?

$$87,5\% \text{ z } 200 = 1750 \text{ l}$$

$$4,6\% \text{ z } 200 = 9,2 \text{ l}$$

$$3,9\% \text{ z } 200 = 7,8 \text{ l}$$

$$3,5\% \text{ z } 200 = 7 \text{ l}$$

$$\underline{0,5\% \text{ z } 200 = 1 \text{ l}}$$

V $7\frac{1}{2}$ hl = 750 l ?

$$87,5\% \text{ z } 750 = 656,25 \text{ l}$$

$$4,6\% \text{ z } 750 = 34,5 \text{ l}$$

$$3,9\% \text{ z } 750 = 29,5 \text{ l}$$

$$3,5\% \text{ z } 750 = 26,25 \text{ l}$$

$$0,5\% \text{ z } 750 = 3,75 \text{ l}$$

Odpoved: V 2 hl mlieka je 1750 l vody, 9,2 l cukru, 7,8 l syra, 7 l masla a 1 l soli.
V $7\frac{1}{2}$ hl mlieka je 656,25 l vody, 34,5 l cukru, 29,5 l syra, 26,25 l masla a 3,75 l soli.

3.1.13. Diely

Pr. Pečatný vosk obsahuje 5 dielov terpentínu, 7 dielov rumelky, 6 dielov šelaku a 2 diely kriedy.

- Koľko ktorej látky je obsiahnutej v 3,6 kg pečatného vosku?
- Ako ťažký je a koľko z ktorej látky obsahuje pečatný vosk, v ktorom je o 8 dkg rumelky viacej než terpentínu?

[1907, 11]

Riešenie:

Terpentínu	5 dielov
Rumelky	7 dielov
Šelaku	6 dielov
Kriedy	2 diely
Pečatný vosk	<u>20 dielov látok</u>

a) 3,6 kg pečatného vosku:

$$\frac{3,6}{20} \cdot 5 = 0,9$$

$$\frac{3,6}{20} \cdot 7 = 1,26$$

$$\frac{3,6}{20} \cdot 6 = 1,08$$

$$\frac{3,6}{20} \cdot 2 = 0,36$$

b) 8 dkg R viacej ako T:

$$\frac{R}{T} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{R}{T} = \frac{x+8}{x}$$

$$\frac{x+8}{x} = \frac{7}{5}$$

$$5 \cdot (x+8) = 7x$$

$$5x + 40 = 7x$$

$$40 = 2x$$

$$x = 20 \implies x + 8 = 28$$

$$20 + 28 + 6 \cdot 4 + 2 \cdot 4 = 80$$

Odpoved': V 3,6 kg pečatného vosku je 0,9 kg terpentínu, 1,26 kg rumelky, 1,08 kg šelaku a 0,36 kg kriedy. Pečatný vosk, v ktorom je o 8 dkg rumelky viac ako terpentínu obsahuje 20 dkg terpentínu, 28 dkg rumelky, 20 dkg šelaku, 8 dkg kriedy, tzn. že je ťažký 80 dkg.

3.1.14. Úsudok

Pr. 1 kg zliatiny manganinu, z ktorej sa vyrábajú drôty na vinutie cievok pri elektrickom prúde, obsahuje 84 dkg medi, 12 dkg mangánu a 4 dkg niklu. V akom pomere sú menované kovy v manganine?

[1909, 3]

Riešenie:

$$84 : 12 : 4$$

$$21 : 3 : 1$$

Odpoved': Menované kovy sú v pomere 21 : 3 : 1.

Pr. Betón sa skladá z 1 dielu cementu, 3 dielov piesku a 5 dielov štrku; a) koľko každej látky je potreba ku príprave 15 m³ betónu? b) Vyjadrite pomerné čísla v percentách.

[1911, 59]

Riešenie:

$$1 + 3 + 5 = 9$$

$$\frac{15}{9} = 1,67$$

$$1,67 \cdot 1 = 1,67 \dots\dots \frac{1,67}{0,15} = 11,13\%$$

$$1,67 \cdot 3 = 5 \dots\dots \frac{5}{0,15} = 33,33\%$$

$$1,67 \cdot 5 = 8,33 \dots\dots \frac{8,33}{0,15} = 55,53\%$$

Odpoved: Ku príprave 15 m³ betónu je potreba 1,67 m³ cementu, 5 m³ piesku a 8,33 m³ štrku v pomere 11,13 % : 33,33 % : 55,53 %.

3.2. Spoločná práca

Využitie vzorca (1)	18,89 %
Úloha 345	2,78 %
Jednoduchá trojčlenka	18,89 %
Zložená trojčlenka	13,89 %
Lineárne rovnice o jednej neznámej	26,11 %
Sústavy lineárnych rovníc o dvoch neznámych	6,67 %
Sústavy lineárnych rovníc o troch neznámych	3,33 %
Sústavy lineárnych rovníc o štyroch neznámych	1,11 %
Lineárne nerovnice	0,56 %
Najmenší spoločný násobok	1,11 %
Percentá	1,11 %
Úsudok	5,55 %

3.2.1. Využitie vzorca (1):

Pr. Jeden z dvoch závodov môže splniť určitú objednávku o 4 dni skorej než druhý. Pri spoločnej práci by oba závody splnili za 35 dní šesťkrát väčšiu objednávku. Za akú dobu by splnil celú objednávku každý závod zvlášť?

[1968, 51]

Riešenie:

- 1. závod objednávku sám x dní
- 2. závod objednávku sám $x - 4$ dní
- Spolu 6 krát väčšiu objednávku 35 dní

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-4} = \frac{6}{35} \quad x > 4$$

$$35 \cdot (x-4) + 35x = 6x \cdot (x-4)$$

$$6x^2 - 94x - 140 = 0$$

$$3x^2 - 47x - 70 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{47 \pm \sqrt{2209 - 840}}{6} = \frac{47 \pm 37}{6}$$

$$x = \frac{5}{3} \quad \text{nevyhovuje}$$

$$x = 14$$

Odpoved': Prvý závod by objednávku splnil za 14 dní, druhý za 10 dní.

Pr. Dvaja robotníci kopú ryhu pre kanalizáciu dĺžky 34,85 m. Prvý robotník vykope za $\frac{1}{2}$ hodiny $2\frac{3}{4}$ m ryhy, druhý robotník za 0,8 hodiny 1,8 m ryhy. Za koľko hodín budú s prácou hotoví?

[1974, 52]

Riešenie:

1. robotník	$\frac{1}{2}$ hod.	$2\frac{3}{4}$ m
2. robotník	0,8 hod.	1,8 m
Spolu	x hod.	34,85 m
1. robotník	1 hod.	$2,75 \cdot 2$ m
2. robotník	1 hod.	$\frac{1,8}{0,8}$ m

$$\frac{1}{5,5} + \frac{1}{2,25} = \frac{x}{34,38}$$

$$x \cdot (5,5 \cdot 2,25) = 34,38$$

$$7,75x = 34,38$$

$$x \doteq 4,5$$

Odpoved': S pracou budú hotoví za 4,5 hodiny.

Pr. Družstevné pole bude zorané dvoma traktormi o rôznych výkonoch. Prvým by bolo zorané za a hodín, druhým o 3 hodiny skorej. Za ako dlho bude zorané oboma traktormi súčasne?

[1968, 51]

Riešenie:

1. traktor a hodín
2. traktor $a - 3$ hodín
Spolu x hodín

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a-3} = \frac{1}{x} \quad a \neq 3, a \neq 0$$

$$\frac{x}{a} + \frac{x}{a-3} = 1$$

$$x \cdot (a-3) + ax = a \cdot (a-3)$$

$$x \cdot (2a-3) = a \cdot (a-3)$$

$$x = \frac{a \cdot (a-3)}{2a-3} \quad \text{zo zadania vyplýva: } a > 3$$

Odpoved': Pole bude zorané za $\frac{a \cdot (a-3)}{2a-3}$ hodín.

3.2.2. Úloha 345

Pr. Dvaja robotníci by vykonali určitú prácu spoločne za 12 dní. Keby prvý vykonal polovicu práce a druhý ju po ňom dokončil, trvala by práca celkom 25 dní. Za koľko dní by túto prácu vykonal každý robotník sám?

[1968, 50]

$$\begin{array}{ll}
 t_3 & \dots\dots\dots 12 \text{ dní} \\
 t_4 & \dots\dots\dots 4 \text{ dní} \\
 t_5 & \dots\dots\dots 18 \text{ dní} \\
 \underline{t_1, t_2} & \dots\dots\dots ? \text{ dní}
 \end{array}$$

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{12} \implies t_2 = \frac{12t_1}{t_1 - 12}$$

$$\frac{18}{t_1} + \frac{8}{t_2} = 1$$

$$t_1 = \frac{t_3 \cdot (t_5 + t_4 - t_3)}{t_4}$$

$$t_1 = \frac{12 \cdot (18 + 4 - 12)}{4}$$

$$t_1 = 30 \qquad t_2 = \frac{12 \cdot 30}{30 - 12} = 20$$

Odpoveď: Jeden robotník by túto prácu vykonal sám za 30 dní, druhý za 20 dní.

Pr. Dvaja montéri mali vykonať montáž za 24 dní. Po 16 dňoch jeden z montérov ochorel a druhý potom dokončil prácu za ďalších 16 dní. Za ako dlho by vykonal montáž každý robotník sám?

[1968, 50]

$$\begin{array}{ll}
 t_3 & \dots\dots\dots 24 \text{ dní} \\
 t_4 & \dots\dots\dots 8 \text{ dní} \\
 t_5 & \dots\dots\dots 32 \text{ dní} \\
 \underline{t_1, t_2} & \dots\dots\dots ? \text{ dní}
 \end{array}$$

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{24} \implies t_2 = \frac{24t_1}{t_1 - 24}$$

$$\frac{32}{t_1} + \frac{16}{t_2} = 1$$

$$t_1 = \frac{t_3 \cdot (t_5 + t_4 - t_3)}{t_4}$$

$$t_1 = \frac{24 \cdot (32 + 8 - 24)}{8}$$

$$t_1 = 48 \qquad t_2 = \frac{24 \cdot 48}{48 - 24} = 48$$

Odpoved: Každý robotník by montáž urobil sám za 48 hodín.

3.2.3. Jednoduchá trojčlenka

Pr. Ak vykoná 6 robotníkov istú prácu za 14 dní, za koľko dní vykoná tú istú prácu 15 robotníkov?

[1882, 6]

Riešenie:

$$\begin{array}{|l} \uparrow 15 \text{ robotníkov} \dots\dots\dots x \text{ dní} \\ \hline 6 \text{ robotníkov} \dots\dots\dots 14 \text{ dní} \\ \downarrow \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{6}{15} &= \frac{x}{14} \\ x &= 5,6 \end{aligned}$$

Odpoved': 15 robotníkov vykoná danú prácu za 5,6 dňa.

Pr. Ak postaví 16 murárov za 20 dní múr, za koľko dní ho postaví za rovnakých okolností 10 murárov?

[1888, 7]

Riešenie:

$$\begin{array}{|l} 16 \text{ murárov} \dots\dots\dots 20 \text{ dní} \uparrow \\ \hline 10 \text{ murárov} \dots\dots\dots x \text{ dní} \\ \downarrow \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{20} &= \frac{16}{10} \\ x &= 32 \end{aligned}$$

Odpoved': 10 murárov postaví múr za 32 dní.

3.2.4. Zložená trojčlenka

Pr. 18 baníkov narúbalo za 6 smien 576 q uhlia. Za koľko smien narúbe 96 baníkov 2 240 q? (smena = 8 hodín)

[1967, 49]

Riešenie:

$$\begin{array}{|l} \uparrow 18 \text{ baníkov} \dots\dots\dots 576 \text{ q} \dots\dots\dots 6 \text{ smien} \\ \downarrow 96 \text{ baníkov} \dots\dots\dots 2240 \text{ q} \dots\dots\dots x \text{ smien} \end{array}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{18}{96} \cdot \frac{2240}{576}$$

$$x = 4\frac{3}{8}$$

Odpoved': 96 baníkov narúbe 2240 q za $4\frac{3}{8}$ smien.

Pr. 5 robotníkov pracujúcich 12 hodín denne vykoná prácu za 6 dní.

- a) Koľko dní potrebujú 3 robotníci pracujúci denne 6 hodín?
- b) Koľko hodín denne musia pracovať 4 robotníci, aby boli hotoví za 9 dní?
- c) Koľko robotníkov pracujúcich denne 5 hod. bude hotových za 18 dní?

[1894, 16]

Riešenie:

a)

$$\begin{array}{|l} \uparrow 5 \text{ rob.} \dots\dots\dots \text{po } 12 \text{ hod.} \dots\dots\dots 6 \text{ dní} \\ \downarrow 3 \text{ rob.} \dots\dots\dots \text{po } 6 \text{ hod.} \dots\dots\dots x \text{ dní} \end{array}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{12}{6} \cdot \frac{5}{3}$$

$$x = 20$$

Odpoved: 3 robotníci pracujúci denne 6 hodín potrebujú 20 dní.

b)

$$\begin{array}{|l} \uparrow 5 \text{ rob.} \dots\dots\dots \text{po } 12 \text{ hod.} \dots\dots\dots 6 \text{ dní} \\ \hline 4 \text{ rob.} \dots\dots\dots \text{po } y \text{ hod.} \dots\dots\dots 9 \text{ dní} \\ \downarrow \end{array}$$

$$\frac{y}{12} = \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{4}$$

$$y = 10$$

Odpoved: Aby boli 4 robotníci hotoví za 9 dní, musia pracovať denne 10 hodín.

c)

$$\begin{array}{|l} \uparrow 5 \text{ rob.} \dots\dots\dots \text{po } 12 \text{ hod.} \dots\dots\dots 6 \text{ dní} \\ \hline z \text{ rob.} \dots\dots\dots \text{po } 5 \text{ hod.} \dots\dots\dots 18 \text{ dní} \\ \downarrow \end{array}$$

$$\frac{z}{5} = \frac{12}{5} \cdot \frac{6}{18}$$

$$z = 4$$

Odpoved: 4 robotníci pracujúci denne po 5 hodín bude hotových za 18 dní.

3.2.5. Lineárne rovnice o jednej neznámej

Pr. Traja zvárači s rovnakou výkonnosťou zvárali konštrukciu z novoduru. Pretože dvaja z nich postupne behom práce ochoreli, vykonal robotník A 1,5 krát toľko čo robotník B a robotník B 3,5 krát toľko čo robotník C. Ako sa rozdelili o čiastku 11 232 Kčs, ktorú dostali za prácu?

[1974, 52]

Riešenie:

Zvárač C	x práce
Zvárač B	$3,5 \cdot x$ práce
Zvárač A	$1,5 \cdot 3,5 \cdot x$ práce
Spolu zarobili	<u>11232 Kčs</u>

$$x + 3,5x + 1,5 \cdot 3,5x = 11232$$

$$9,75x = 11232$$

$$x = 1152$$

Odpoved: Zvárač A zarobil 6048 Kčs, zvárač B 4032 Kčs a zvárač C 1152 Kčs.

Pr. Dvaja tesári položia v ôsmich dňoch 300 m² podlahy. Aké sú denné výkony každého z nich, ak jeden tesár položí denne o 5 m² podlahy viacej než druhý?

[1974, 52]

Riešenie:

Dvaja za 8 dní	300 m ² dlážky
Jeden za 1 deň	x m ² dlážky
Druhý za 1 deň	<u>$y = x + 5$ m² dlážky</u>

$$8 \cdot (x + x + 5) = 300$$

$$8x + 8x + 40 = 300$$

$$16x = 260$$

$$x = 16,25 \quad y = 16,25 + 5 = 21,25$$

Odpoved: Jeden tesár položí denne 16,25 m² a druhý tesár 21,25 m².

3.2.6. Sústavy lineárnych rovníc o dvoch neznámých

Pr. Dva traktory zorú pole za 4 hodiny. Keby prvý traktor zoral polovicu pola a druhý traktor prácu dokončil, trvala by orba 9 hodín. Za koľko hodín zorie každý traktor zvlášť?

[1985, 54]

Riešenie:

1. traktor celé pole x hod.

2. traktor celé pole y hod.

Spolu celé pole 4 hod.

Postupne celé pole 9 hod.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 9$$

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{y} = 1$$

$$x + y = 18$$

$$4y + 4x = xy$$

$$x = 18 - y$$

$$4y + 4(18 - y) = (18 - y)y$$

$$4y + 72 - 4y = 18y - y^2$$

$$y^2 - 18y + 72 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{+18 \pm \sqrt{324 - 288}}{2} = \frac{18 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{18 \pm 6}{2}$$

$$y_1 = 6 \quad x_1 = 18 - 6 = 12$$

$$y_2 = 12 \quad x_2 = 18 - 12 = 6$$

Odpoveď: Jeden traktor zorie celé pole za 12 hodín, druhý za 6 hodín.

Pr. Dvaja robotníci by vykonali určitú prácu spoločne za 12 dní. Keby prvý vykonával polovicu práce a druhý ju po ňom dokončil, trvala by práca celkom 25 dní. Za koľko dní by túto prácu vykonával každý robotník sám?

[1968, 50]

Riešenie:

Spolu celú prácu 12 dní
 Každý polovicu práce 25 dní
 Prvý robotník sám x dní
 Druhý robotník sám y dní

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \quad x \neq 0, y \neq 0$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 25 \quad \implies \quad x = 50 - y$$

$$\frac{1}{50 - y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$$

$$y^2 - 50y + 600 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{50 \pm 10}{2}$$

$$y = 30 \quad x = 20$$

Odpoveď: Jeden robotník by sám urobil prácu za 20 dní, druhý za 30 dní.

3.2.7. Sústavy lineárnych rovníc o troch neznámých

Pr. Závody A a B by vykonali určitú prácu spoločne za $8\frac{2}{5}$ mesiacov, závody A a C by tú istú prácu vykonali za 7 mesiacov a závody B a C za 6 mesiacov. Za ako dlho by túto prácu vykonával každý závod sám?

[1968, 50]

Riešenie:

$$\begin{array}{ll}
 A + B & \dots\dots\dots 8,4 \text{ mesiacov} \\
 A + C & \dots\dots\dots 7 \text{ mesiacov} \\
 B + C & \dots\dots\dots 6 \text{ mesiacov} \\
 A & \dots\dots\dots x \text{ mesiacov} \\
 B & \dots\dots\dots y \text{ mesiacov} \\
 \underline{C} & \dots\dots\dots z \text{ mesiacov}
 \end{array}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8,4} \quad x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{6}$$

$$8,4y + 8,4x = xy$$

$$7z + 7x = xz \implies x = \frac{7z}{z-7}$$

$$6z + 6y = yz \implies y = \frac{6z}{z-6}$$

$$8,4 \cdot \frac{6z}{z-6} + 8,4 \cdot \frac{7z}{z-7} = \frac{7z}{z-7} \cdot \frac{6z}{z-6}$$

$$8,4 \cdot 6z \cdot (z-7) + 8,4 \cdot 7z \cdot (z-6) = 42z^2$$

$$67,2z^2 - 10,5z = 0$$

$$z \cdot (z - 10,5) = 0$$

$$z = 0 \vee z = 10,5$$

$$y = \frac{10,5 \cdot 6}{10,5 - 6} = 14 \quad x = \frac{10,5 \cdot 7}{10,5 - 7} = 21$$

Odpoveď: Závod A by vykonal túto prácu za 21 dní, závod B za 14 dní a závod C za 10,5 dní.

Pr. V dielni sú tri stroje. Na prvých dvoch strojoch ide vykonať určitú prácu za 12 hodín, na prvom a treťom stroji ide vykonať za 14 hodín a na druhom a treťom stroji za 16 hodín 48 minút. Za ako dlho by bolo možné vykonať túto prácu na každom stroji zvlášť?

[1985, 54]

Riešenie:

1. a 2. stroj	12 hod.
1. a 3. stroj	14 hod.
2. a 3. stroj	16 hod. 48 min.
1. stroj sám	x hod.
2. stroj sám	y hod.
3. stroj sám	z hod.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \quad x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{14}$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{16,8}$$

$$12y + 12x = xy \implies x = \frac{12y}{y-12}$$

$$14z + 14x = xz$$

$$16,8z + 16,8y = yz$$

$$14z + 14 \cdot \frac{12y}{y-12} = \frac{12y}{y-12} \cdot z$$

$$16,8z + 16,8y = yz$$

$$14zy - 168z + 168y = 12yz$$

$$16,8z + 16,8y = yz$$

$$2yz - 168z + 168y = 0$$

$$16,8z + 16,8y - yz = 0 \implies y = \frac{-16,8z}{16,8 - z}$$

$$2 \cdot \frac{-16,8z}{16,8 - z} \cdot z - 168z + 168 \cdot \frac{-16,8z}{16,8 - z} = 0$$

$$-33,6y^2 - 168 \cdot (16,8 - z) - 2822,4z = 0$$

$$134,4y^2 - 5644,8z = 0$$

$$z^2 - 42z = 0$$

$$z \cdot (z - 42) = 0$$

$$z = 42$$

$$y = \frac{-16,8 \cdot 42}{16,8 - 42} = 28$$

$$x = \frac{12 \cdot 28}{28 - 12} = 21$$

Odpoved: Na prvom stroji by bolo možné túto prácu vykonať za 21 hodín, na druhom za 28 a na treťom za 42 hodín.

3.2.8. Sústavy lineárnych rovníc o štyroch neznámych

Pr. Robotníci pracujú v štyroch oddeleniach. Keby pracovali oddelenia A a B, ukončili by akúsi prácu za 12 dní. Oddelenia B a C by však to isté urobili za 20 dní, A a C za 15 dní a B a D za 21 dní. Kedy by túto prácu ukončilo každé oddelenie samostatne a kedy všetky dohromady?

[1864, 13]

Riešenie:

Oddelenia A a B	12 dní
Oddelenia B a C	20 dní
Oddelenia A a C	15 dní
Oddelenia B a D	21 dní
Všetky spolu	x dní
<u>Samostatne</u>	<u>? dní</u>

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{12} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{A} = \frac{1}{12} - \frac{1}{B}$$

$$\frac{1}{B} + \frac{1}{C} = \frac{1}{20} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{20} - \frac{1}{B}$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{C} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{B} + \frac{1}{D} = \frac{1}{21}$$

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{B} + \frac{1}{20} - \frac{1}{B} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{21} - \frac{1}{D}$$

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{20} - \frac{2}{21} - \frac{2}{D} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{2}{D} = \frac{1}{15} - \frac{1}{12} - \frac{1}{20} + \frac{2}{21}$$

$$D = 70 \quad B = 30 \quad C = 60 \quad A = 20$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} + \frac{1}{D} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60} + \frac{1}{70} = \frac{1}{x}$$

$$x = 8,75$$

Odpoved': Oddelenie A by túto prácu ukončilo za 20 dní, B za 30 dní, C za 60 dní a oddelenie D za 70 dní. Keby všetky oddelenia pracovali spolu, ukončili by túto prácu za 8,75 dňa.

3.2.9. Lineárne nerovnice

Pr. Keby traktorista zoral za deň o 2 ha viac než plánoval, zoral by za 9 dní viac než 84 ha. Keby denne zoral o 1 ha menej než plánoval, zoral by za 12 dní nanajvýš 84 ha. Koľko hektárov musí zorať priemerne denne?

[1969, 74]

Riešenie:

Denný plán	x ha
$(x + 2)$	9 dní > 84 ha
$(x - 1)$	12 dní ≤ 84 ha
$(x + 2) \cdot 9 > 84$	$(x - 1) \cdot 12 \leq 84$
$9x + 18 > 84$	$12x - 12 \leq 84$
$x > \frac{66}{9}$	$x \leq 8$

Odpoved': Aby boli splnené dané podmienky, traktorista musí zorať priemerne viac ako $7\frac{2}{3}$ ha a zároveň nanajvýš 8 ha.

3.2.10. Najmenší spoločný násobok

Pr. A pokosí 1 ár žita za 30 min., B za 40 min., C za 36 min.. Kedy budú mať všetci súčasne pokosený celý počet árov a koľko árov pokosí A, B, C samostatne?

[1910, 57]

Riešenie:

$$30 = 5 \cdot 3 \cdot 2$$

$$40 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$36 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$$

$$NSN[30, 40, 36] = 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 360$$

$$\frac{360}{30} = 12$$

$$\frac{360}{40} = 9$$

$$\frac{360}{36} = 10$$

Odpoveď: Celý počet árov budú mať súčasne pokosených za 6 hodín. A pokosí za 6 hodín 12 árov žita, B 9 árov a C pokosí za 6 hodín 10 árov žita.

Pr. Česáč chmela A načese vertel za 54 min., B za 1 hod. 7 min. 30 sk. keď majú súčasne načesaný celý počet vertelov, odnášajú. Kedy to bude, koľko každý načesal a koľko dostal každý, ak dostávajú za vertel 22 h?

[1910, 57]

Riešenie:

$$3240 = 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$4050 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2$$

$$NSN[3240, 4050] = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16200$$

$$16200 \text{sk.} = 270 \text{min.} = 4,5 \text{hod.}$$

$$\frac{270}{54} = 5 \quad 5 \cdot 22 = 110$$

$$\frac{16200}{4050} = 4 \quad 4 \cdot 22 = 88$$

Odpoved: Celý počet vertelov majú načesaný za 4,5 hodiny. A načesal 5 vertelov a zarobil si 110 h, B načesal 4 vertele a zarobil si 88 h.

3.2.11. Percentá

Pr. Baníci mali za smenu vyťažiť 660 t uhlia. Úlohu však splnili na 105 %. Koľko ton uhlia vyťažili?

[2007, 71]

Riešenie:

$$100 \% \dots\dots\dots 660 \text{ t}$$

$$\underline{105 \% \dots\dots\dots x \text{ t}}$$

$$1 \% \dots\dots\dots 6,6$$

$$6,6 \cdot 105 = 693$$

Odpoved: Baníci vyťažili 693 t uhlia.

3.2.12. Úsudok

Pr. 5 robotníkov vykoná prácu za 8 dní, 10 robotníkov bude potrebovať iba polovicu času, totiž 4 dni, k tej istej práci potrebovať. V akom pomere je množstvo robotníkov a v akom množstvo dní?

[1888, 7]

Riešenie:

5 robotníkov 8 dní
10 robotníkov 4 dni

Množstvo robotníkov pomer: $\frac{1}{2}$

Množstvo dní pomer: $\frac{2}{1}$

Odpoveď: Množstvo robotníkov je v pomere 1 : 2, množstvo dní v pomere 2 : 1.

Pr. Ak vykope 30 robotníkov za deň 100 m priekopu, vykope a robotníkov l m. V akom pomere sú a a l ?

[1908, 10]

30 robotníkov 100 m
 a robotníkov l m

$$\frac{a}{l} = \frac{3}{10}$$

Odpoveď: a ku l sú v pomere 3 : 10.

Pr. Zo skupiny 15 robotníkov nastúpilo pri chrípkovej epidémii do práce len $\frac{2}{3}$ z tohto počtu. Vyrobili však $\frac{5}{6}$ z plánovaných 72 kusov výrobkov. Koľko robotníkov pracovalo a koľko kusov výrobkov pripadlo na každého z nich?

[1974, 52]

Riešenie:

15 robotníkov	72 výrobkov
$\frac{2}{3}$ z 15 nastúpilo	$\frac{5}{6}$ z 72 výrobkov

$$\frac{2}{3} \cdot 15 = 10$$

$$\frac{5}{6} \cdot 72 = 60$$

$$\frac{60}{10} = 6$$

Odpoveď: Do práce nastúpilo 10 robotníkov. Na jedného z nich pripadlo vyrobiť 6 kusov výrobkov.

3.3. Príklady s obtiažnym riešením

Nasledovné príklady sú ťažko riešiteľné nie z dôvodu obtiažnosti matematického riešenia, ale z dôvodu kuriózneho alebo neúplného zadania.

▼ **Pr.** Vinár predáva žejdlík vína za 25 korún a za 18 korún. Rád by zmiešal z týchto druhov vedro, aby mohol predávať žejdlík za 20 korún. Koľko žejdlíkov musí zmiešať od každého druhu?

[1864, 13]

Je predpoklad, že v čase výskytu príkladu, vedro malo pevne stanovený objem.

▼ **Pr.** V jednom závode sa vyrobí za pracovný týždeň 900 kolies na bicykel. V druhom závode to isté množstvo za 4 dni. Koľko kolies sa vyrobí v oboch závodoch za smenu?

[1958, 36]

Vo viacerých príkladoch bolo treba určiť koľko dní má pracovný týždeň. Vtedy bolo treba vedieť, koľko pracovných dní mal týždeň v čase vydania učebnice, zbierky. Dá sa to samozrejme riešiť aj s ľubovoľným počtom pracovných dní. V tomto príklade ešte nevieme či deň = smena v závode?

▼ **Pr.** Strieborník potrebuje striebro, ktoré by malo 0,820 čistého striebra. Zleje tri druhy obsahujúce 0,630, 0,726 a 0,900 čistého striebra. Koľko musí vziať z každého druhu, aby dostal 4 Kg a 200 g zliatiny?

[1882, 6]

Pr. Pekár chce namiešať 100 kg múky po 30 h zo štyroch druhov, ktorých 1 kg stojí 35 h, 32 h, 27 h, 24 h. Koľko kg každého druhu vezme, aby dostal potrebné množstvo a v žiadanej cene?

[1903, 61]

Pr. V určitom množstve strelného prachu je 48 kg ledku. Určite toto množstvo.

[1958, 38]

Pr. Koľko kg chloridu železitého je treba na namiešanie 126 kg 5 % roztoku na leptanie valcov?

[1960, 42]

Pr. Máme k dispozícii 20%, 30% a 40% roztoky nejakej kyseliny. Koľko litrov ktorého roztoku musíme zmiešať, aby sme dostali 15 litrov 35% roztoku?

[1995, 68]

Predchádzajúce príklady nemajú dostačujúce zadanie.

4. Záver

Prvým krokom pri písaní mojej diplomovej práce "Základné modely v slovných úlohách" bolo zozbierať príklady na zmesi a spoločnú prácu z čo najväčšieho rozpätia rokov. Preštudovala som niekoľko desiatok starých učebníc a zbierok a príklady som vybrala zo 74. Pochádzali z rokov 1864 až 2008. Príklady som delila podľa obsahu zadania, teda podľa toho, na výpočet čoho sú zamerané. Takto vytvorené skupiny som sledovala a hodnotila, v ktorých rokoch sa vyskytovali. Na základe ich výskytu bolo vidieť, že niektoré skupiny boli historickým vývojom ovplyvnené a niektoré vôbec. V globále by sa dalo povedať, že príklady na spoločnú prácu historický vývoj ovplyvnil menej ako skupiny príkladov na zmes, ktoré sa menili v závislosti od spoločenského vývoja. Potom som príklady prerozdělila podľa matematických modelov, ktorými boli riešiteľné. Priamo v diplomovej práci je ku každému modelu riešenie vzorového príkladu. Zadenie všetkých príkladov z druhej kapitoly k uvedeným modelom uvádzam v prílohe, ktorá je súčasťou mojej diplomovej práce. Zastúpenie jednotlivých modelov pri riešení príkladov som vyhodnotila aj percentuálne. Pri oboch skupinách najväčšie percentuálne zabezpečenie mali modely, ktoré boli špeciálne vyvinuté na konkrétny model. Celkovo sa dá povedať, že príklady na zmes aj spoločnú prácu sú vo veľkom percentuálnom zastúpení riešiteľné lineárnymi rovnicami, prípadne sústavami lineárnych rovníc. Pri oboch skupinách sa vyskytuje aj niekoľko príkladov na nerovnice, percentá a pod.

V budúcnosti by bolo zaujímavé urobiť nasledovný výskum:

Dvom skupinám žiakov by sa zadali viaceré príklady rovnakej témy (napr. na zmes). Jedna skupina by mala bežné príklady z učebníc, druhá s tými istými číselnými hodnotami prispôbené súčasnosti. Dvoja robotníci by sa zamenili za dvoch brigádnikov pracujúcich vo fastfoode, zmes ocot a voda za strik biele víno a sprite a pod. Zadané príklady by sa museli riešiť viacerými modelmi. Bola by som zvedavá, ako by sa s takouto skutočnosťou riešitelia vyrovnali, nakoľko škola k tomuto nevedie. V rámci vyučovania sa vždy riešia príklady na práve preberanú

tému. Bolo by zaujímavé, či naozaj témy slovných úloh vplývajú na chuť vyriešiť ich. Dopadli by žiaci s príkladmi s aktuálnymi témami lepšie?

Uvedomujem si, že zvolený štýl písania mojej diplomovej práce nemusí celkom spĺňať odborné kritériá, ale v rámci hesla priblížiť matematiku k populárnejším predmetom som sa to snažila zjednodušiť - zrozumiteľniť.

Tejto práci vďačím za možnosť stretnúť sa priamo s históriou matematiky prostredníctvom starých učebníc.

5. Literatúra

5.1. Učebnice a zbierky

- [1] Bydžovský, B., Vojtěch, J.: Sbírka úloh z matematiky pro vyšší třídy středních škol, Praha, 1924
- [2] Hromádko, F., Strnad, A.: Sbírka úloh z algebry pro vyšší třídu středních škol, Praha, 1885
- [3] Fryček, L.: Počtárství na českých školách měšťanských v úlohách, Kutná Hora, 1909
- [4] Čech, E.: Aritmetika pro první třídu středních škol, Praha, 1943
- [5] Huka, J.: Matematika pro mistrovské školy strojnické a elektrotechnické, Praha, 1941
- [6] Šikola, J.: Arithmetika pro čtvrtou třídu gymnasií a realných gymnasií, Táboř, 1882
- [7] Starý, V., Machovec, F.: Arithmetika pro nižší třídy gymnasií, Praha, 1888
- [8] Martinec, J.: Kneidlova početnice pro třetí třídu měšťanských škol, Praha, 1936
- [9] Muk, J.: Aritmetika pro nižší třídy škol středních, Díl I., Praha, 1931
- [10] Posejpal, V.: Arithmetika pro ústavy ku vzdělání učitelů a učitelek, Praha, 1908
- [11] Domin, K.: Arithmetika v úlohách pro ústavy učitelské, Kutná Hora, 1907
- [12] Horčíčka, J., Nešpor, J.: Početnice pro měšťanské školy chlapecké i dívčí, díl první, Praha, 1905

- [13] Smolík, J.: Rovnice prvního a druhého stupně o jedné, dvou a více neznámých pro gymnasia a vyšší školy reálné, Praha, 1864
- [14] Ratolíska, J., B.: Sbíрка početních příkladů ze života živnostenského, Praha 1886
- [15] Taftl, E.: Algebra vyšším třídám středních škol českých, Praha, 1892
- [16] Zdrahal, A., Burghauser, G.: Počtárství a měřictví pro školy rolnické a zimní hospodářské, Chrudim, 1894
- [17] Kneidl, F., Marhan, M.: Početnice pro měšťanské školy chlapecké, 1895
- [18] Orlický, J.: Příklady početní vzaté ze života rolnického pro žáky rolnické, Čejkovice, 1898
- [19] Řehořovský, V.: Počtárství živnostenské, pro žáky živnostenských škol pokračovacích, jakož i pro samotné živnostníky, Praha, 1912
- [20] Červenka, L.: Aritmetika pro druhou třídu středních škol, Praha, 1934
- [21] Čech, E.: Aritmetika pro první třídu středních škol, Praha, 1943
- [22] Huka, J.: Matematika pro mistrovské školy strojnické a elektrotechnické, Praha, 1941
- [23] Bendl, R., Muk, J.: Arithmetika pro nižší třídy škol středních, díl II, Praha, 1924
- [24] Frida, A., Pižl, A.: Matematika pro obchodní akademie, Algebra, Praha, 1931
- [25] Toman, F.: Příručky k přijímacím zkouškám do ústavů učitelských, obchodních škol, obchodních akademií, škol průmyslových, lesnických. Úkoly z počtů a měřictví, České Budějovice, 1932
- [26] Březina, J., Jeřábek: Učebnice pro lidové školy hospodářské, Počty, Měřické tvaroznalství a zemědělské účetnictví pro lidové školy hospodářské, Praha, 1934

- [27] Boleloucký, F., Teplý, S., Voleník, B.: Učebnice pro zemědělské školy, Početnice pro nižší školy zemědělské, Praha, 1929
- [28] Čech, E.: Aritmetika pro II. třídu středních škol, Praha, 1949
- [29] Bílek, J., Čech, E., Hruša, K., Jozífek, V., Prášil, K., Rakušan, K.: Aritmetika pro třetí třídu středních škol, Praha, 1949
- [30] Bílek, J., Čech, E., Hruša, K., Jozífek, V., Prášil, K., Rakušan, K.: Aritmetika pro čtvrtou třídu středních škol, Praha, 1950
- [31] Kníže, G., Kurfürst, J., Zelina, L., Vlček, J., Cajnarová, J., Petřkovský, J.: Sběrka úloh k početnicím pro třetí až pátý postupný ročník národních škol, Praha, 1952
- [32] Kotlík, J., Kabele, J.: Matematika pro I. ročník zdravotnických škol, Praha, 1956
- [33] Vyšín, J., Hruška, K., Kraemer, E., Kropua, J., Lečko, I.: Matematika pro pedagogické školy pro vzdělávání učitelek mateřských škol, Praha, 1955
- [34] Barták, J., Pelc, Z.: Aplikovaná matematika pro I. a II. ročník odborných učilišť a učňovských škol učební obory v hutnictví, Praha, 1959
- [35] Sekanina, J.: Matematika I pro odborná učiliště a učňovské školy, Praha, 1958
- [36] Hladovec, V., Jozífek, V., Kunc, A.: Matematika pro odborná učiliště a učňovské školy I., Praha, 1958
- [37] Pospíšil, A., Aulický, V.: Matematika - učební text pro I. ročník hospodářských škol se čtyřletým studiem, Praha, 1958
- [38] Jozífek, V., Hradecký, F., Huka, J.: Matematika pro mimořádné způsoby studia na průmyslových školách (dvouleté studium), Praha, 1958

- [39] Rüffer, B., Galusek, Š.: Aplikovaná matematika pro I. a II. ročník odborných učilišť a učňovských škol, učebné obory v textilu a oděvnictví, Praha, 1960
- [40] Charvát, A., Řepka, V., Kvíčala, J.: Aplikovaná matematika pro I. a II. ročník odborných učilišť a učňovských škol učební obory v potravinářském průmyslu, Praha, 1960
- [41] Pelant, V.: Aplikovaná matematika pro I. a II. ročník odborných učilišť a učňovských škol učební obory zemědělství, Praha, 1959
- [42] Šisler, A., Kubiček, K.: Aplikovaná matematika pro I. a II. ročník odborných učilišť a učňovských škol učební obory polygrafického průmyslu, Praha, 1960
- [43] Galus, F., Cerman, J., Matysek, A. Skopal, J.: Aplikovaná matematika pro I. a II. ročník odborných učilišť hornických, Praha, 1959
- [44] Jelínek, M.: Algebra pro střední školy pro pracující, učebnice pro posluchače televizních kursů matematiky, Praha, 1964
- [45] Hyška, A., Robek, A., Hustá, A.: Algebra pro 12. ročník DSS, pokusná učebnice, Praha, 1960
- [46] Tůma, F.: Arithmetika pro II. třídu škol reálných, Praha, 1905
- [47] Tůma, F.: Arithmetika pro III. a IV. třídu škol gymnasiálních, Praha, 1895
- [48] Krieglstein, E.: Matematika pro I. ročník středních průmyslových škol a středních zemědělských technických škol, Praha 1965
- [49] Grundman, Z.: Řešené příklady z matematiky pro střední průmyslové školy, Praha, 1967
- [50] Zedek, M., Krňan, F., Svoboda, J., Rován, K.: Matematika pro I. ročník středních všeobecně vzdělávacích škol, Praha, 1968
- [51] Benda, P., Daňková, B., Skála, J.: Sbírka maturitních příkladů z matematiky, Praha 1968

- [52] Kepka, J., Jozífek, J., Horák, S.: Matematika pro I. ročník odborných učilišť a učňovských škol, Praha, 1974
- [53] Barták, J.: Matematika pro III. ročník odborných učilišť a učňovských škol, Praha, 1979
- [54] Bušek, I.: Řešené maturitní úlohy z matematiky, Praha, 1985
- [55] Jirásel, F., Braniš, K., Horák, S., Vacek, M.: Sběrka úloh z matematiky pro SOŠ a studijní obory SOU 1. část, Praha, 1986
- [56] Červenka, L.: Arithmetika pro II. třídu středních škol, Praha, 1910
- [57] Bendl, R., Muk, J.: Arithmetika pro nižší třídy škol středních, díl II, Praha, 1910
- [58] Kneidl, F.: Početnice pro druhou třídu měšťanských škol chlapeckých, Praha, 1910
- [59] Horčíčka, J., Nešpor, J.: Početnice pro měšťanské školy dívčí II, Praha, 1911
- [60] Úlehla, J.: Početnice pro měšťanské školy dívčí stupeň třetí, Praha, 1909
- [61] Řehořovský, V.: Počtárství živnostenské, Praha, 1903
- [62] Bydžovský, B., Teplý, S., Vyčichlo, F., Vojtěch, J.: Sběrka úloh z matematiky pro IV.-VIII. třídu středních škol, Praha, 1936
- [63] Balada, F., Čech, E., Holubář, J., Hruša, K., Chytilová, M., Janová, V., König, B., Mastný, E., Rössler, K., Srb, J., Šimek, J., Tuláček, A., Zelinka, R.: Matematika pro I. třídu gymnasií, Praha, 1953
- [64] Kraemer, E., Hradecký, F., Jozífek, V.: Sběrka řešených úloh z matematiky, 6. až 8. postupný ročník, Praha, 1956
- [65] Vorlíček, M.: Aplikovaná matematika pro I. a II. ročník odborných učilišť a učňovských škol, učebné obory v obchodu a pohostinství, Praha, 1960

- [66] Pelant, V.: Aritmetika pro čtyřleté zemědělské technické školy, Praha, 1961
- [67] Krajňáková, D., Míčka, J., Macháčová, Ľ.: Zbierka úloh z matematiky, Praha, Bratislava, 1988
- [68] Boček, L., Bočková, J., Charvát, J.: Matematika pro gymnázia, Praha, 1995
- [69] Burjan, J., Hrdina, Ľ., Maxian, M.: Prehľad matematiky pre žiakov stredných škôl 1. časť, Martin, 2002
- [70] Berová, M., Janisková, J., Kolbaská V.: Riešené príklady z matematiky pre gymnázia a stredné školy, Bratislava, 2003
- [71] Hudcová, M., Kubičíková, L.: Sbírka úloh z matematiky pro SOU a SOŠ, Praha, 2007
- [72] Janeček, F.: Sbírka úloh z matematiky pro střední školy, Praha, 2008
- [73] Pereľman, J. I.: Zaujímavá algebra, Bratislava, 1953
- [74] Rován, K., Balala, J., Fecek, P., Malina, Š., Minárik, A., Petrák, M., Smida, J., Šimčíšková, V., Vlachynský, Z., Zoldy, M.: Zbierka riešených úloh z algebry, Bratislava, 1969

5.2. Odborná literatura

- [75] Trávníček, S.: Úlohy o směsích. MFI, 20 (2010/11), č.3, v tisku
- [76] Trávníček, S.: Úlohy o společné práci. MFI, 20 (2010/11), č.4, v tisku
- [77] Trávníček, S.: Matematizace reálných situací. MFI, 11 (2001/02), č.7, str. 388 - 398
- [78] Novotná, J.: Analýza řešení slovních úloh, Praha, 2000
- [79] Fischer, R., Malle, G.: Člověk a matematika, SPN Bratislava, 1992
- [80] Kuzmin, M., N.: Vývoj školství a vzdělání v Československu, ACADEMIA Praha, 1981