



Ekonomická
fakulta
Faculty
of Economics

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Ekonomická fakulta
Katedra aplikované matematiky a informatiky

Diplomová práce

Vězňovo dilema

Vypracovala: Čapková Tereza Bc.
Vedoucí práce: RNDr. Tomáš Roskovec Ph.D.

České Budějovice 2023

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH

Ekonomická fakulta
Akademický rok: 2021/2022

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: Bc. Tereza ČAPKOVÁ
Osobní číslo: E21030
Studijní program: N0613A140025 Aplikovaná informatika
Specializace: Podniková informatika
Téma práce: Věžňovo dilemma
Zadávající katedra: Katedra aplikované matematiky a informatiky

Zásady pro vypracování

Věžňovo dilemma je základní příklad nekooperativní hry, využívaný při výuce teorie her i v praxi nejen v ekonomii. V literatuře najdeme mnoho pohledů na tento problém, od počítačových simulací přes ekonomické pozorování až po matematické modely a psychologické studie. Cílem práce je studovat iterované věžňovo dilemma, které řeší přístup při opakované hře v reakci na předchozí jednání druhého hráče. Studentka si problematiku podrobně nastuduje po teoretické stránce a následně na základě sebraných dat prozkoumá jednání dobrovolníků a navrhne nejvhodnější přístup na základě informací, které máme o druhém hráči.

Metodický postup:

1. Studentka si nastuduje odbornou literaturu a napíše rešerši nejvýznamnějších článků k tématu.
2. Studentka připraví web, který bude srozumitelnou formou vysvětlovat problematiku a umožní dobrovolníkům, aby hraním vložili data o svém rozhodnutí v situaci.
3. Studentka data zpracuje a vytvoří návrhy řešení optimálního situace dle parametrů hráče.
4. Studentka konfrontuje shromážděná data s literaturou a klasickými doporučovými strategiemi.
5. Závěr a doporučení.

Rozsah pracovní zprávy: 50 – 60 stran
Rozsah grafických prací: dle potřeby
Forma zpracování diplomové práce: tištěná


Seznam doporučené literatury:

1. Binmore, K. G. (2014). *Teorie her: a jak může změnit váš život*. Dokořán.
2. Clark, K., & Sefton, M. (2001). The Sequential Prisoner's Dilemma: Evidence on Reciprocation. *The Economic Journal*, 111(468), 51-68. <<http://www.jstor.org/stable/2667842>>
3. Nash, J. F. (1950). Equilibrium points in N-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 36(1), 48-49. <<https://doi.org/10.1073/pnas.36.1.48>>
4. Neumann, J. V., & Morgenstern, O. (2007). In *Theory of games and economic behavior: Sixtieth-anniversary edition*. Princeton University Press.

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Tomáš Roskovec, Ph.D.
Katedra aplikované matematiky a informatiky


Datum zadání diplomové práce: 11. ledna 2022

Termín odevzdání diplomové práce: 14. dubna 2023



doc. Dr. Ing. Dagmar Škodová Parmová
děkanka

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
Ekonomická fakulta
Studentská 13 (26)
370 05 České Budějovice



doc. RNDr. Tomáš Mrkvička, Ph.D.
vedoucí katedry

V Českých Budějovicích dne 25. ledna 2022

Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

..... 9.4.2023

Datum



.....
Podpis studenta

Poděkování

Chtěla bych touto cestou vyjádřit velké poděkování vedoucímu této diplomové práce RNDr. Tomášovi Roskovcovi Ph.D., který mi byl neustále k ruce a jehož přístup předčil všechna má očekávání. Děkuji za příjemnou spolupráci, věnovaný čas a za předané zkušenosti. Bez vašich cenných rad a nápomocí bych nedokázala tuto práci dokončit. Dále bych chtěla poděkovat mému bratrovi Bc. Tomášovi Čapkovi, který mi vždycky stál po boku jako mentor v oblasti programování. Jeho odbornost a trpělivost mi pomohly překonat mnoho překážek v programovací části této diplomové práce. Nesmím zapomenout poděkovat i doc. RNDr. Janě Klicnarové Ph.D. za její cenné rady v oblasti statistiky. V neposlední řadě patří poděkování i mým rodičům za jejich neustálou podporu a povzbuzování během celého mého studia. Byli mým největším zdrojem síly a inspirace.

Obsah práce

| | | |
|-------|--|----|
| 1 | Úvod..... | 8 |
| 1.1 | Cíl práce | 8 |
| 2 | Přehled řešené problematiky | 10 |
| 2.1 | Teorie her | 10 |
| 2.1.1 | Vznik teorie her | 10 |
| 2.2 | Matematické modely rozhodovacích situací | 12 |
| 2.2.1 | Antagonistický konflikt (hra s konstantním součtem, jednomaticová hra)..... | 13 |
| 2.2.2 | Neantagonistický konflikt (hra s nekonstantním součtem, dvoumaticová hra)..... | 14 |
| 2.3 | Vězňovo dilema..... | 15 |
| 2.3.1 | Původ vězňova dilematu..... | 16 |
| 2.3.2 | Nashův rovnovážný bod ve vězňově dilematu | 17 |
| 2.3.3 | Aplikace vězňova dilematu v ekonomii | 18 |
| 2.4 | Iterované vězňovo dilema | 21 |
| 2.4.1 | Strategie | 22 |
| 2.4.2 | Turnaj strategií..... | 25 |
| 2.4.3 | Počet kol | 27 |
| 2.4.4 | Reciprocita..... | 27 |
| 2.4.5 | Modifikace iterovaného vězňova dilematu..... | 29 |
| 3 | Metodika..... | 31 |
| 4 | Řešení a výsledky | 32 |
| 4.1 | Turnaj strategií | 32 |
| 4.1.1 | Pseudoevoluční algoritmus..... | 34 |
| 4.2 | Turnaje lidí proti předem definovaným strategiím | 36 |
| 4.2.1 | Pojmy..... | 36 |
| 4.2.2 | Model situace..... | 37 |
| 4.2.3 | Ukládání dat..... | 39 |
| 4.2.4 | Populace | 41 |
| 4.2.5 | Srovnání lidí se základními strategiemi | 44 |
| 4.2.6 | Chování lidí proti jednotlivým AI | 48 |
| 4.2.7 | χ^2 test dobré shody | 51 |
| 4.2.8 | Nejlepší strategie | 52 |
| 5 | Závěr..... | 55 |
| 6 | Summary and keywords | 57 |
| 7 | Seznam literatury..... | 58 |

| | | |
|----|----------------------|----|
| 8 | Seznam obrázků | 60 |
| 9 | Seznam tabulek..... | 61 |
| 10 | Seznam grafů | 62 |
| 11 | Seznam příloh..... | 63 |
| 12 | Přílohy | 64 |

1 Úvod

V polovině 20.století se díky zásluze několika vědců vyvinula nová disciplína aplikované matematiky s názvem teorie her. Tato disciplína studuje strategické situace, ve kterých strany, nazývané hráči, dělají rozhodnutí, která jsou na sobě závislá. Tato vzájemná závislost znamená, že rozhodnutí jednoho hráče může ovlivnit výsledky, kroky i strategie ostatních hráčů. Teorie her poskytuje matematický rámec pro analýzu mnoha situací a předpovídání jejich výsledků a chování.

Tradiční pojetí teorie her ve svém jádru předpokládá, že hráči jsou racionální. To znamená, že pečlivě zváží všechny možné výsledky svých činů a zvolí ten, který maximalizuje jeho vlastní užitek. Ukazuje se, že v realitě lidé nehledají vždy pro sebe to nejlepší. Často v nás zvítězí lidskost, a tak místo soutěžení s ostatními hráči spolupracujeme, nebo jim dokonce pomáháme na úkor vlastního blaha. V některých případech jsou rozhodnutí tak náročná, že nelze očekávat optimalizaci při jejich provádění a lidé rozhodují pocitově nebo intuitivně. Rozhodnutí tedy není vždy jen o výši užitku, ale také o pocitech či důvěře daných stran. Tím se v modernějším pojetí stává teorie her předmětem zkoumání i oborů mimo matematiku, jako jsou například sociologie, aplikovaná psychologie, experimentální ekonomie či behaviorální ekonomie.

Tato diplomová práce se zabývá speciální hrou zvanou věžňovo dilema v iterované formě, kdy opakujeme hru mezi hráči v několika kolech a hráči mají možnost měnit strategii na základě zkušeností z předchozích her, tedy pracují se zkušeností a odhadem druhého hráče.

V teoretické části se zaměřujeme na zavedení a představení věžňova dilema, a to jak v klasické formě, tak v iterované. V praktické části poznatky testujeme pomocí webové aplikace simulující ekonomický střet zákazníka a řemeslníka, díky níž sbíráme data o chování různých skupin hráčů. Na závěr jsou data pomocí statistických analýz vyhodnocena a jsou vyvozeny závěry o vhodných strategiích.

1.1 Cíl práce

Cílem práce je vyhodnotit vhodné strategie v případě iterovaného věžňova dilematu podle informací o druhém hráči (např. pohlaví, věk), také analyzovat které údaje o hráčích jsou význačné pro změnu jeho chování, do jaké míry se strategie hráčů shodují se známými strategiemi z turnajů AI. To provádíme sběrem dostatečného množství dat

pomocí vlastní webové aplikace simulující situaci z reálného života podle vzoru iterovaného vězňova dilematu. V této webové aplikaci hrají různé AI strategie, proti kterým budou uživatelé (hráči) hrát. Tato data poté budou zanalyzována pomocí pozorování/statistických metod a budou z nich vyvozeny závěry.

2 Přehled řešené problematiky

2.1 Teorie her

Teorie her je disciplína aplikované matematiky, která studuje strategické situace, ve kterých více jednotlivců nebo skupin, nazývaných „hráči“, činí rozhodnutí, která se vzájemně ovlivňují. Je to nástroj používaný k modelování a analýze chování lidí a organizací ve strategických situacích, jako jsou například soutěže, diplomacie, obchod, marketing atd.

Teorie her je založena na konceptu „hry“, což je situace, ve které si hráči musí vybrat mezi různými způsoby jednání na základě svých potenciálních výher, které jsou výsledkem nejen zvolené strategie hráče ale i zvolených strategií ostatních hráčů. Tyto hry mohou být jednoduché, jako například karetní hra pro dva hráče, nebo složitější, jako je vyjednávání více stran či akciový trh. Volby každého hráče se nazývají „strategie“ a možné výsledky hry se nazývají „výplaty“. Výplaty mohou být buď kladné (zisky) nebo záporné (ztráty) a určují, jak dobře se má každý hráč po odehrání hry (von Neumann & Morgenstern, 1944).

Jedním z klíčových poznatků teorie her je, že volby učiněné jedním hráčem mohou výrazně ovlivnit rozhodnutí ostatních hráčů. Hráči tedy musí předvídat činy ostatních, aby udělali to nejlepší rozhodnutí. V důsledku toho se akce hráčů mohou stát vzájemně závislé, což vede ke složitým a často nepredikovatelným výsledkům.

2.1.1 Vznik teorie her

Myšlenka her, které zrcadlí konflikty i jiné situace reálného světa, není nic nového. Jako příklad můžeme uvést sbírku velšských lidových pohádek Mabinogion z 12.století, kde v jedné z pohádek dva válčící panovníci hrají šachy, zatímco jejich vojsko válčí poblíž. Pokaždé, když jeden král zajme figurku, dorazí posel, aby informoval druhého, že ztratil klíčovou jednotku nebo celou divizi. Tento příběh tak jasně odkazuje na vojenský původ šachů. Dalším příkladem pak jsou hry vyvinuté pruskou armádou v 19.století zvané Kriegsspiel, které měly za cíl naučit důstojníky taktiku bojiště (Poundstone, 1992).

O první vědecké články na téma teorie her se postaral francouzský matematik Emile Borel už v roce 1921. Borel použil jako příklad poker a blafování. Byl si také vědom potenciálu aplikace teorie her, a to hlavně v ekonomii a vojenských simulacích. Borel se později stal ministrem a dále se teorii her nevěnoval. Jeho nejdůležitějším přínosem

pro teorii her je položení základních otázek, tedy pro jaké hry existuje nejlepší strategie a jak takovou strategii nalezneme.

O rozvoj teorie her se postaral americký matematik maďarského původu John von Neumann několik let poté. Klíčovým článkem teorie her je jeho článek „The theory of parlour games“ z roku 1928, kde dokázal proslulý minimax teorém. Tento výsledek okamžitě dodal oboru matematickou hodnotu. Von Neumann chtěl, aby teorie her oslovila větší publikum než matematické – největší potenciál viděl v ekonomické aplikaci. Proto se spojil s rakouským ekonomem z Princetonské univerzity Oskarem Morgensternem a společně vydali známou knihu Teorie her a ekonomické chování (1944).

Dalším klíčovým vědcem je John Nash, který teorii her dále rozšířil a v roce 1994 za tento přínos získal Nobelovu cenu za ekonomii. Studoval speciálně nekooperativní hry, kde jsou koalice zakázány. Nash se primárně zabýval hrami s nenulovým součtem a hrami tří nebo více hráčů. Hra s nenulovým součtem je situace, kdy výhra jednoho nemusí nutně znamenat prohru druhého a prohra nemusí nutně znamenat, že vyhraje druhá strana, jinými slovy, součet výplat není nula. Ve své práci z roku 1950 dokázal existenci rovnovážného bodu. Tento bod byl pak na jeho počest nazván Nashův rovnovážný bod. Situace v tomto bodu je stav, kdy mají všichni hráči zvolenou strategii, ale žádnému se nevyplatí provést změnu, protože za předpokladu, že všichni ostatní svou strategii zachovají, byla by jeho změna nevýhodná. Tento koncept se často používá při analýze tržních vztahů a je považován za jeden z klíčových konceptů v ekonomii.

Merill Flood byl prvním, kdo analyzoval racionalitu hráčů v teorii her. Flood zkoumal racionalitu pomocí svých známých vymyšlením různých historek, které měly nastiňovat reálné situace. Pozoroval, zda se lidé budou opravdu rozhodovat podle von Neumann-Morgenstern teorie nebo Nashova rovnovážného bodu. Jeho poznatkem bylo, že lidé se nechovají vždy racionálně, což publikoval ve svém článku v roce 1951. K jeho výzkumům se později připojil Melvin Dresher a společně zkoumali Nashovu rovnováhu v reálném světě pomocí experimentů a speciálně právě iterovaných verzí her. V jejich zkoumání 100 po sobě jdoucích her dvou lidí zjistili, že k Nashově rovnováze došlo pouze čtrnáctkrát (Flood, 1958).

Dresher samotnou hru a poznatky sdílel se svým kolegou Albertem Tuckerem. Oddělení psychologie Stanfordské univerzity požádalo Tuckera, aby měl přednášku o teorii her v květnu 1950. Hra, kterou mu Dresher ukázal, mu utkvěla v paměti. Cítil, že je

to zajímavé z mnohem širšího hlediska než teorie her, a rozhodl se o tom se studenty diskutovat. Vzhledem k tomu, že publikum psychologů mělo v teorii her málo zkušeností, Tucker se rozhodl, že potřebuje hru představit jako součást příběhu. Tucker vymyslel dnes již dobře známé věžňovo dilema (Poundstone, 1993).

Je důležité zmínit, že paralelně s teorií her se vyvíjela i teorie užitku. Vznikala totiž otázka, kterým výsledkům dávají hráči přednost před jinými a jak tyto priority zahrnovat do matematických modelů. Například u nedeterministických her může být náhodná odměna s garantovaným ziskem lákavější než náhodná odměna vyššího průměru s rizikem ztráty. I když tyto dva směry vznikaly společně, je teorie užitku dnes považována za samostatnou disciplínu, protože má velký význam i mimo tento obor (Mañas, 1974).

2.2 Matematické modely rozhodovacích situací

V následujícím textu přebíráme definice a zavádění pojmů z několika zdrojů: Mañas (1991) a Klicnarová (2022). Tyto definice v kapitole již nezapisujeme jako citace.

Teorie her se opírá o matematické modelování konfliktních či rozhodovacích situací. Matematicky lze tyto situace modelovat ve formě soustavy matematických objektů, např. množin či zobrazení, pro naše potřeby však volíme základní matematické modely, konkrétně hru v normálním tvaru.

Vystupující osoby, instituce či mechanismy nazýváme hráči. Hráči drží rozhodovací pravomoc, pomocí níž ovlivňují konečné výsledky. Hráčů je vždy konečný počet a mluvíme o množině hráčů $Q = \{1, 2, \dots, N\}$.

Daná rozhodnutí hráčů se nazývají strategie. Ke každému hráči $i \in Q$ tedy přísluší množina, která obsahuje souhrn jeho možných strategií. Tato množina se také nazývá prostor strategií hráče i .

V modelové situaci tedy každý hráč i volí určitou strategii $x_i \in X_i$. Zvolené strategie všech hráčů tvoří dohromady N -tici $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]$. Tato N -tice strategií určuje pro každého z hráčů důsledek vyplývající z jeho účasti v rozhodovací situaci.

Předpokládáme-li, že tento důsledek lze charakterizovat funkcí nabývající číselných hodnot, můžeme každému hráči přiřadit funkci $M_i(\mathbf{x})$, $i = 1, 2, \dots, N$, která je modelovou kvantitativní charakteristikou důsledku rozhodovací situace pro hráče i , tedy situace, která vznikla v důsledku rozhodnutí všech hráčů. Tyto funkce se nazývají výplatní funkce. Funkční hodnota výplatní funkce se nazývá výplata.

Hru v normální tvaru tedy zapíšeme jako posloupnost matematických objektů:

$$\{Q, X_1, X_2, \dots, X_N; M_1(x), M_2(x), \dots, M_N(x)\}.$$

V dalším textu uvažujeme pouze hry, kde $N = 2$.

2.2.1 Antagonistický konflikt (hra s konstantním součtem, jednomaticová hra)

Antagonistickým konfliktem rozumíme hru s konstantním součtem, kde proti sobě stojí dva racionální hráči a platí, že o co více jeden získá, o to více druhý ztratí – např. sázky mezi dvěma lidmi nebo dělba prémie. Jedná se tedy o rozdělování pevné částky, jejíž výše nezávisí na herní situaci.

Matematickým modelem antagonistického konfliktu je hra v normálním tvaru s konstantním součtem, a protože se v našem případě jedná o hru, kde $N = 2$, zjednodušíme značení: položíme $X_1 = X, X_2 = Y$ a prvky X označíme x , prvky Y označíme y :

$$\{Q = \{1, 2\}; X, Y; M_1(x, y); M_2(x, y)\},$$

kde pro všechna $(x, y) \in X \times Y$ platí $M_1(x, y) + M_2(x, y) = \text{konstantní}$.

Speciálním případem antagonistické hry je hra s nulovým součtem. Základním modelem je hra v normálním tvaru s konečným počtem strategií. Strategie hráčů v takovém modelu můžeme očíslovat přirozenými čísly, takže lze položit

$$X = \{1, 2, \dots, U\},$$

$$Y = \{1, 2, \dots, V\}.$$

Výplatní funkce $M_i(x, y)$ nabývá pouze konečně mnoha hodnot. Tuto funkci lze přehledně zapsat do tabulky, kde čísla řádků odpovídají číslům strategií hráče 1 a čísla sloupců strategií hráče 2. Označíme-li $M(x, y) = a_{xy}$ pro $x \in X, y \in Y$, můžeme výplatní funkci zcela popsat pomocí matice s prvky a_{xy} . Tuto matici nazýváme maticí hry:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

Těmto hrám se také říká jednomaticové, protože ze znalosti výplatní matice prvního hráče, dokážeme zapsat výplatní matici druhého hráče.

Obecným řešením jednomaticových her je hledání takové strategie, při které hráč dosahuje maximální možné výplaty, ovšem za předpokladu, že i druhý hráč je racionální (volí své strategie tak, aby také maximalizoval svou výplatu či minimalizoval své ztráty).

Rozlišujeme také ryzí a smíšené strategie. Ryzí strategie hráče představuje řešení, kdy jako optimální řešení volíme jednu z možných strategií a toto rozhodnutí nezávisí na tom, zda budeme hrát jednou či opakovaně. Může se však stát, že taková strategie neexistuje, a proto používáme strategie smíšené. Smíšená strategie hráče znamená náhodné střídání jeho strategií a je určena rozložením pravděpodobností na prostoru ryzích strategií. Příkladem hry, kde neexistuje řešení v ryzích strategiích je kámen-nůžky-papír.

Uvažujme tedy hru kámen-nůžky-papír. V této hře proti sobě hrají dva hráči a každý volí jednu ze tří strategií (kámen, nůžky, papír). Řekněme, že hráči hrají o deset korun. Pokud oba hráči zvolí stejnou strategii, jedná se o remízu a zisk bude nulový. Pravidla této hry zná každý, přepíšme tedy tuto situaci do výplatní matice hráče A:

$$\begin{array}{c}
 \text{Kámen} \\
 \text{Nůžky} \\
 \text{Papír}
 \end{array}
 \begin{array}{ccc}
 \text{Kámen} & \text{Nůžky} & \text{Papír} \\
 \left[\begin{array}{ccc}
 0 & -10 & 10 \\
 10 & 0 & -10 \\
 -10 & 10 & 0
 \end{array} \right].
 \end{array}$$

Tato hra skutečně nemá jednu strategii, která by převažovala nad ostatními, jak je v matici jasně vidět. Kdyby tomu tak bylo, hra by nebyla tolik populární při rozhodování tolika sporů.

Rozhodování o strategiích se může řídit různými pravidly. Jako příklad uvedeme jedno z rozhodovacích pravidel – minimax, který se používá pro minimalizaci nejhorší možné ztráty. Jinými slovy, hráč zvažuje všechny nejlepší reakce soupeře na jeho strategie a zvolí strategii tak, aby byl nejhorší možný výsledek co nejlepší, tedy hodnotí strategie podle výplaty v případě, že soupeř volí strategii, která by byla proti volbě hráče tou nejlepší.

2.2.2 Neantagonistický konflikt (hra s nekonstantním součtem, dvoumaticová hra)

Při neantagonistickém konfliktu/hře každý z hráčů sleduje své zájmy, které ovšem nemusí být v protikladu se zájmy protihráče. Slovo protihráč je relativní, jde spíše o druhého hráče a jeho zisk nemusí být nutně naše ztráta. Použijeme-li jako model hru v normálním tvaru, zapisujeme ji ve formě:

$$\{Q = \{1, 2\}; X, Y; M_1(x, y); M_2(x, y)\},$$

kde $M_1(x, y) + M_2(x, y) = \varphi(x, y)$. Zájmy účastníků spíše mohou být jen z části protichůdné, a to vede k možnosti koordinace voleb rozhodnutí za účelem dosažení oboustranných výhod.

Tato hra se také nazývá dvoumaticová, protože pro zapsání výplat potřebujeme dvě matice. Řádky odpovídají strategiím hráče 1 a sloupce strategiím hráče 2:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}.$$

Typicky však zapisováno do jedné tabulky, jinak též dvoumatice. Na průsečíku každého řádku a sloupce zapíšeme dvě čísla, z nichž levé odpovídá výhře hráče 1 a pravé výhře hráče 2:

$$\begin{bmatrix} (a_{11}, b_{11}) & \cdots & (a_{1n}, b_{1n}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (a_{m1}, b_{m1}) & \cdots & (a_{mn}, b_{mn}) \end{bmatrix}.$$

U her neantagonistických konfliktů musíme rozlišit, zda hráči spolupracují nebo ne, rozlišujeme tedy hry kooperativní a nekooperativní.

V kooperativních hrách mohou hráči v mnoha případech dosáhnout vyšších zisků, pokud se spolu dohodnou, jak hrát. V mnoha případech není z principu problému možné, aby hráči spolupracovali (např. legislativa). V případě, kdy je dohoda možná, a obě strany souhlasí, je výplatní maticí součet jejich zisku neboli součet matic $A + B$.

V nekooperativních hrách se jedná o jakousi soutěž mezi jednotlivými hráči, kdy každý chce maximalizovat svůj zisk či minimalizovat svoji ztrátu. Řešením těchto situací v teorii je Nashův rovnovážný bod – tedy bod, kdy mají všichni hráči zvolenou strategii, ale žádnému se nevyplatí provést změnu, protože za předpokladu, že všichni ostatní svou strategii zachovají, byla by jeho změna nevýhodná.

Tato diplomová práce je zaměřena na speciální případ nekooperativní hry s nenulovým nekonstantním součtem zvaným věžňovo dilema.

2.3 Věžňovo dilema

Teorie her ve svém jádru předpokládá, že hráči jsou racionální a zvolí strategii, která jim poskytne největší užitek. To znamená, že pečlivě zváží všechny možné výsledky svých činů a zvolí ten, který maximalizuje jejich vlastní zisky. Tento předpoklad v realitě většinou není splněn a poukázalo na něj právě věžňovo dilema. Věžňovo dilema představuje situaci, kde jsou od sebe dva hráči odděleni a rozhodují se nezávisle a pouze na základě odhadu druhého hráče, nikoli znalosti jeho tahu. Každá strana za sebe rozhoduje, zda s druhou stranou spolupracovat nebo ne.

V tomto scénáři jsou dva vězni drženi v oddělených celách a není jim dovoleno spolu komunikovat. Úřady nabídnou každému vězni dohodu: pokud se jeden vězeň přizná a druhý bude mlčet, přiznávající se vězeň půjde na svobodu a tichý vězeň si odpyká dlouhý trest vězení. Pokud se oba vězni přiznají, odsedí si oba kratší trest odnětí svobody, než když se přizná pouze jeden. Pokud oba mlčí, pak si oba odpykají velmi nízký trest.

Na první pohled se může zdát, že racionálním rozhodnutím každého vězně by bylo přiznat se, protože by to vedlo k nejkratšímu možnému trestu. Pokud se však oba vězni rozhodnou tímto způsobem, odpykají si nakonec dohromady delší trest, než kdyby oba mlčeli.

Vězňovo dilema upozorňuje na potenciální úskalí racionálního rozhodování v situacích, kdy výsledky našich voleb závisí na volbách druhých. V situacích reálného života může tento typ scénáře nastat, když jednotlivci soutěží o omezený zdroj, jako je zaměstnání nebo povýšení, nebo když dvě nebo více zemí vyjednávají smlouvu nebo obchodní dohodu. V těchto situacích může být lákavé učinit rozhodnutí pouze na základě vlastního zájmu, ale může to vést k horším výsledkům pro všechny zúčastněné strany. Tento postup je vhodný pro hry s nulovým součtem, tedy tam, kde se dělí určité statky a cokoliv získá druhá strana, nezískám já, a ne nutně v neantagonistických hrách.

Vězňovo dilema také vyvolává důležité otázky o povaze lidské spolupráce a podmínkách, za kterých k ní pravděpodobně dojde. V některých případech se jednotlivci mohou rozhodnout spolupracovat ze smyslu pro spravedlnost nebo z touhy udržet si dobrou pověst. V jiných případech může být spolupráce usnadněna přítomností institucí nebo mechanismů, které prosazují pravidla nebo tresty za nespolečnost.

2.3.1 Původ vězňova dilematu

Vězňovo dilema bylo navrženo Melvinem Dresherem a Merrill Floodem, dvěma vědci z RAND Corporation v roce 1950, ale jméno dostalo podle Alberta W. Tuckera, jak již bylo zmíněno výše. Původní znění bylo formulováno zhruba tímto způsobem:

Dva bankovní lupiči, Alice a Bob, byli zatčeni a jsou vyslýcháni v oddělených místnostech. Neexistují žádné důkazy a lupiče je možno usvědčit pouze tehdy, kdy se alespoň jeden z nich přizná. Oba lupiči tedy stojí před volbou, zda spolupracovat se svým komplicem a mlčet, nebo zda svědčit ve prospěch obžaloby. Dle této volby mohou nastat následující situace:

- Pokud budou oba spolupracovat a mlčet, bude je policie moci odsoudit pouze na základě mírnějšího obvinění, což pro každého z nich znamená jeden rok vězení (1 rok pro Alici + 1 rok pro Boba = celkem 2 roky vězení).
- Pokud jeden z nich bude vypovídat a druhý ne, pak ten, kdo vypovídat, bude osvobozen a druhý dostane pět let (0 let pro toho, kdo vypovídat + 5 let pro toho, kdo je odsouzen = celkem 5 let).
- Pokud však budou oba svědčit proti tomu druhému, dostane každý z nich tři roky vězení za částečnou odpovědnost za loupež (3 roky pro Alici + 3 roky pro Boba = 6 let vězení celkem).

Tyto sankce lze zapsat i pomocí výplatní matice, kde výplaty představují počet let ve vězení a první hráč je Bob. První strategií obou hráčů je zapírat, tedy spolupracovat s hráčem druhým a strategií dva obou hráčů je přiznat se a tím nespolupracovat s druhým hráčem:

$$\begin{array}{c} \text{Hráč 2 (Bob)} \\ \text{Hráč 1 (Alice)} \end{array} \begin{bmatrix} (1, 1) & (5, 0) \\ (0, 5) & (3, 3) \end{bmatrix}.$$

2.3.2 Nashův rovnovážný bod ve věžňově dilematu

Jedním z klíčových konceptů v teorii her je Nashova rovnováha nebo také Nashův rovnovážný bod. Nashova rovnováha je situace, kdy si každý hráč zvolil strategii, která je optimální vzhledem ke strategiím ostatních hráčů. Jinými slovy, žádný hráč nemůže mít prospěch z jednostranné změny strategie.

Pokud se vrátíme do zavedení věžňova dilematu z části výše, můžeme si situaci rozebrat: V tomto případě má každý lupič vždy motivaci svědčit, bez ohledu na to, jak se rozhodne ten druhý. Z pohledu Alice, pokud Bob mlčí, může Alice buď spolupracovat s Bobem a odsedět si rok ve vězení, nebo svědčit a dostat se na svobodu. Je zřejmé, že v tomto případě by pro ni bylo lepší Boba zradit. Na druhou stranu, pokud Bob bude svědčit proti Alici, pak má na výběr buď mlčet a odsedět si pět let, nebo promluvit a odsedět si tři roky ve vězení. Opět je zřejmé, že raději by si odseděla tři roky než pět.

V obou případech, ať už Bob spolupracuje s Alicí, nebo se přikloní k obžalobě, bude pro Alici lepší, když se přikloní k obžalobě a bude svědčit. Jelikož Bob stojí před úplně stejnou volbou, i pro něj bude lepší, když bude svědčit.

Tuto situaci nazýváme paradox věžňova dilematu. Oba lupiči mohou minimalizovat celkový trest odnětí svobody, pouze pokud budou oba spolupracovat a mlčet (celkem

dva roky). Oba však čelí otázce důvěry spolu s dalšími podněty, které je přimějí ke zradě. Nakonec si oba odsedí maximální společný celkový trest odnětí svobody, tedy šest let. Téhož pozici v matici odpovídá Nashův rovnovážný bod.

2.3.3 Aplikace věžňova dilematu v ekonomii

Příkladem aplikace věžňova dilematu v ekonomii je situace oligopolu. Pro zjednodušení se bavíme o duopolu, kde figurují pouze dvě velké firmy a rozhodují se, jakou cenu nastaví svému produktu. Firmy se rozhodují mezi nižší cenou a vyšší cenou. Pokud by se obě firmy rozhodly nastavit cenu vyšší – rovnoměrně si rozdělí trh a získají vyšší zisky. Pokud však jedna firma nastaví nižší cenu než druhá, získá firma s nižší cenou celý trh a velké zisky, zatímco firma s vyšší cenou ztratí celou pozici na trhu. Když se obě firmy rozhodnou pro nižší cenu, rozdělí si rovnoměrně trh, ale získají menší zisk než při vyšších cenách. Ekonomická teorie říká, že firmy si při tomto trestném jednání nemohou důvěřovat, a proto nenasadí vyšší cenu. Z pozorování z reality však omezení počtu subjektů na trhu často vede k navýšení cen, přestože kartelová politika je zákonem zakázána (např. mobilní operátoři v České republice). Situaci duopolu ilustrujeme ve výplatní matici (Tabulka 1):

Tabulka 1: Výplatní matice duopolu

| | | Firma 1 | |
|---------|------------|--|--|
| | | Vyšší cena | Nižší cena |
| Firma 2 | Vyšší cena | <ul style="list-style-type: none"> • F1: Vysoké zisky, férový podíl trhu • F2: Vysoké zisky, férový podíl trhu | <ul style="list-style-type: none"> • F1: Vysoké zisky, celý trh • F2: Ztráta pozice na trhu |
| | Nižší cena | <ul style="list-style-type: none"> • F1: Ztráta pozice na trhu • F2: Vysoké zisky, celý trh | <ul style="list-style-type: none"> • F1: Nižší zisky, férový podíl trhu • F2: Nižší zisky, férový podíl trhu |

Zdroj: vlastní tvorba

Dnes můžeme nalézt mnoho článků na téma aplikace vězňova dilematu do širokého množství různých ekonomických situací. Tuto nastíněnou situaci oligopolu do hloubky řeší Ginevičius a Krivka (2008) včetně ryzích i smíšených strategií.

Velmi zajímavá je aplikace od Carilliho a Dempstera (2001), kteří modelovali chování rakouských bankéřů a investorů maximalizujících zisk, v případě, kdy je tržní úroková sazba pod základní sazbou časové preference. Studie se zabývala porovnáním Mises-Hayekovy teorie cyklických fluktuací, která předpokládá zvýšení bankovních rezerv vytvořených centrální bankou, které vrazí klín mezi nominální úspory dostupné pro investice a skutečné úspory založené na časové preferenci účastníků trhu. To vede k dočasnému zvýšení investičních výdajů, které je ale odsouzeno k neúspěchu kvůli nedostatku skutečných úspor k jeho udržení. Pomocí převedení této situace do vězňova dilematu a aplikování minimax teorie došli k závěru, že pokud je firma v situaci, kdy je tržní úroková míra pod přirozenou úrokovou mírou, vybere si vždy možnost zvýšit své investice, protože pokud by tak neučinila a ostatní firmy ano, dojde k rapidnímu snížení jejich zisků, a to si nemůže dovolit. A to i v situaci, kdy tržní úroková míra klesne pod přirozenou a nedojde k žádné změně základní časové preference.

O jednotlivých konkrétních ekonomických aplikacích hovoří Holt a Capra (2000). Jako první příklad uvádějí situaci turisty. Turista totiž velmi pravděpodobně neudělá opakovaný nákup, a prodejce tak může mít motivaci nabízet produkty nízké kvality za vyšší

ceny, protože opačným scénářem vlastně nic navíc nezískává. Vzhledem k změnám technologických možností může být tato situace nyní velmi ovlivněna nárůstem recenzí na webu či sociálních sítích, což vede k větší motivaci prodejců nabízet kvalitní produkty či služby. Autoři jako druhý příklad uvádí situaci bankrotu. Když se hodnota dlužné firmy sníží pod celkovou částku půjček věřitelů, každý věřitel má soukromou motivaci zlikvidovat svůj úvěr, aby získal peníze zpět. Pokud se všichni věřitelé pokusí o likvidaci, firma bude muset prodat svá aktiva, často za ceny, které neumožňují všem věřitelům získat zpět své investice. V tomto případě by pro věřitele mohlo být výhodnější, kdyby firmě umožnili reorganizaci a pokračování v provozu, zvláště když hodnota aktiv firmy při likvidaci je nižší než hodnota firmy v provozu. V tomto prostředí je úlohou konkurzního práva pomoci věřitelům uniknout z vězňova dilematu a místo likvidace nechat dlužnou firmu reorganizovat.

V této době velkého rozvoje marketingu, obzvláště v oblasti online marketingu, nesoupeří firmy jen v oblasti cen, ale také v oblasti reklam. Zaměříme se opět na situaci duopolu, tentokrát v konkrétnější verzi – tabákový průmysl a dvě společnosti Camel a Marlboro (Mankiw, 1999).

Pokud by obě firmy využily inzerci, v situaci duopolu si rozdělí trh na půl. Z jejich zisku je však odečtena suma nákladů na reklamu. V případě, že ani jedna z firem nevyužije inzerci, trh je opět rozdělen na polovinu, ale zisk je větší kvůli nulovým nákladům na reklamu. Když jedna firma bude inzerovat a druhá nikoliv, plyne jí zisk z přechodu zákazníků od konkurenční firmy. Oběma firmám by se tedy nejvíce vyplatilo neinzerovat vůbec, ale při strachu z rozhodnutí konkurence budou obě inzerovat. Situaci ilustrujeme do slovní výplatní matice (Tabulka 2):

Tabulka 2: Zisky firem při rozhodování o reklamě

| | | Rozhodnutí firmy Marlboro | |
|------------------------|-------------|---|---|
| | | Inzerovat | Neinzerovat |
| Rozhodnutí firmy Camel | Inzerovat | <ul style="list-style-type: none"> • 3 mld. USD zisku pro každou z firem | <ul style="list-style-type: none"> • Marlboro získá 2 mld. USD zisku • Camel získá 5 mld. USD zisku |
| | Neinzerovat | <ul style="list-style-type: none"> • Marlboro získá 5 mld. USD zisku • Camel získá 2 mld. USD zisku | <ul style="list-style-type: none"> • 4 mld. USD zisku pro každou z firem |

Zdroj: Mankiw, 1999

Zvolili jsme příklad tabákových společností z důvodu, že tato situace byla otestována v praxi. V roce 1971 byl ve Spojených státech schválen zákon zakazující televizní reklamu na cigarety. Ve chvíli, kdy tento zákon vstoupil v platnost, reklamy na cigarety z televizí zmizely, ale zisky tabákových společností rostly. Tento zákon vyřešil tabákovým společnostem vězňovo dilema tím, že je přinutil k rozsahu výroby v podmínkách spolupráce (Mankiw, 1999). Je však nutné dodat, že prodej cigaret na dospělé osobu a den v USA od zavedení tohoto zákona vykazuje dlouhodobě klesající trend (Ritchie & Roser, 2013).

2.4 Iterované vězňovo dilema

Iterované vězňovo dilema je model používaný v teorii her ke studiu toho, jak se jednotlivci rozhodují v opakovaných interakcích, které představují jednotlivá opakování situace popsatelné vězňovým dilematem. Vychází z klasického vězňova dilematu s jediným rozdílem opakování hry. Tento model se často používá k vysvětlení sociálních vztahů a chování v různých situacích, jako jsou například mezinárodní vztahy, ekonomické transakce, a dokonce i mezilidské vztahy.

Ve zjednodušené formě se hra zahazuje tím, že obě strany dostanou možnost spolupracovat nebo nespolečupracovat. Pokud obě strany spolupracují, obě strany získají určité výhody. Pokud však jedna strana nespolečupracuje a druhá spolupracuje, nespolečupracující

získá větší výhody, zatímco spolupracující strana přijde o výhody. Pokud obě strany nespolupracují, obě strany přijdou o výhody. Protože se hra opakuje několikrát, jejich rozhodnutí v každém kole mohou ovlivnit výsledky budoucích kol. To umožňuje možnost spolupráce a rozvoj důvěry mezi hráči. Přičemž dle Nashe je optimálním řešením nespolečné, které vede k maximalizaci zisku. Například hráč může začít kooperovat, ale pokud druhý hráč nespolečne, může se rozhodnout pro nespolečné v příštím kole.

Výsledek iterovaného vězňova dilematu může záviset na řadě faktorů, včetně konkrétních strategií přijatých hráči, počtu odehraných kol a relativních odměn za spolupráci a zradu.

2.4.1 Strategie

Existují různé strategie pro iterované vězňovo dilema, včetně těch, které se snaží vytvořit důvěru a kooperaci, a těch, které se snaží využít zradu k vlastnímu prospěchu. Výsledky těchto strategií se mohou lišit v závislosti na tom, jaké jsou cíle hráčů a jaké jsou podmínky hry.

Pokud se hraje pouze jedno kolo, měli bychom dle Nashe nespolečne. Pokud nás čekají kola dvě, pak Nash tvrdí, že v posledním kole budeme nespolečne, což považuje za nejlepší, a proto se i na předposlední kolo dívá jako na jediné. Tímto způsobem lze odvodit od konce, že dle Nashe se zdá být nejlepší strategií nespolečne v posledním, předposledním i všech předcházejících kolech.

Nyní uvádíme výčet jednotlivých strategií (Case, 2017), které jsme v praktické části využili pro tvorbu protihráčů. V některých případech se jedná o klasické strategie používané v modelech teorie her. Níže popisujeme jednotlivé myšlenky strategií a jejich výhody a nevýhody:

- Holubice (také naivní či kooperativní)
- Jestřáb (také podrazák či nekooperativní)
- Mstitel
- Kopírák (také zub za zub)
- Pavlov
- Zlatokopka
- Náhodné (také osel)

Holubice (Anděl, Naivka) zahrnuje vždy volbu spolupráce bez ohledu na akce druhého hráče. Tato strategie je založena na myšlence, že spolupráce je vždy nejlepší

dlouhodobou strategií, i když vede ke krátkodobým ztrátám (pokud ovšem nehraje proti jestřábovi či zlatokopce).

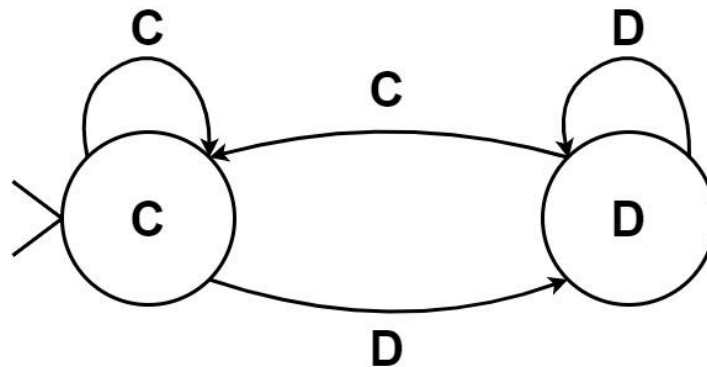
Jestřáb (Ďábel, Podrazák) vždy volí nespolupráci bez ohledu na činy druhého hráče. Tato strategie je založena na myšlence, že nespolupráce je vždy nejvýnosnější strategií, i když vede k dlouhodobým nákladům.

Mstitel začíná spoluprací a poté spolupracuje do té doby, než ho protihráč podvede. Po nespolupráci od protihráče pokračuje do konce hry už jen nespoluprací. Strategie mstitele má jednu velkou nevýhodu, kdy po jedné nespolupráci protihráče už nikdy ne naváže spolupráci, i kdyby to bylo výhodné.

Kopírák (Tit for tat) na začátku hry spolupracuje a následně kopíruje vždy předchozí tah soupeře. Tato strategie je účinná, protože odměňuje spolupráci a trestá za nespolupráci, což může povzbudit ke spolupráci i druhého hráče. Strategii Kopíráka můžeme modelovat i pomocí konečného automatu pro lepší pochopení (Obrázek 1):

Obrázek 1: Konečný automat strategie Kopírák

Pozn. C – spolupráce, D – nespolupráce

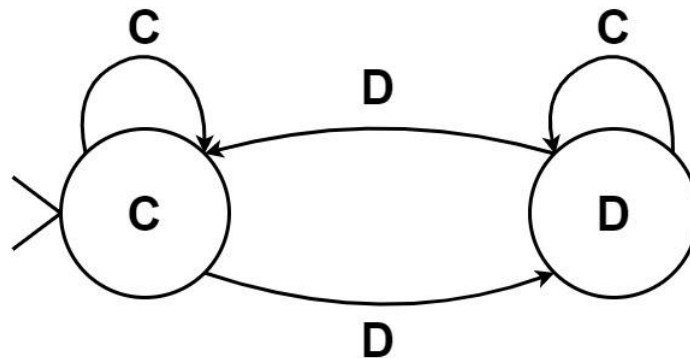


Zdroj: vlastní tvorba

Pavlov (Nowak & Sigmund, 1993) je strategie velmi jednoduchá a řídí se základním mechanismem: pokud soupeř spolupracoval, tak zachovávám svou strategii a pokud nespolupracoval, tak svou strategii obměním. Tuto strategii můžeme zapsat pomocí konečného automatu (Obrázek 2):

Obrázek 2: Konečný automat strategie Pavlov

Pozn. C – spolupráce, D – nespoupráce



Zdroj: vlastní tvorba

Zlatokopka volí v prvotních fázích hry vždy spolupráci a v pokročilých kolech přestane spolupracovat a spolupráci už nikdy nezahájí. Tato strategie vůbec nebere v potaz chování druhého hráče a doufá, že zradou v posledních kolech získá něco pro sebe. Zlatokopka funguje v případě omezeného počtu kol, pokud nevíme, kolik iterací budeme mít, je těžké odhadovat, kdy změnit svou strategii na nespoupráci pro maximalizaci zisku.

Náhodná strategie spočívá ve výběru spolupráce nebo zrady náhodně, bez ohledu na akce druhého hráče nebo výsledky předchozích kol. Tuto strategii má smysl vložit do modelu jako simulaci chaotického a nespolehlivého chování hráče, který nezávisle na svém rozhodnutí nemá schopnost nebo morálku chovat se racionálně a držet svou strategii. Dlouhodobě je to vždy nevýhodná strategie, protože nebudí důvěru ani nezneužívá důvěřivost, takže jakákoliv strategie řídicí se chováním soupeře ji porazí. V praxi se tato strategie nevyskytuje, protože se nesnaží vyhrát a také je velmi těžké zůstat náhodným hráčem, protože jsme téměř vždy ovlivněni pocitem a zkušenostmi, v turnajích se používá, protože testuje základní schopnost jiných strategií.

Obecně můžeme říci, že strategie, které ignorují chování partnera, jsou nevýhodné. Jedinou strategií, která má šanci, je Jestřáb, z důvodu, že mu nehrozí zneužití. Na druhou stranu nikdy nemůže získat maximální zisk, protože neumožňuje budování důvěry.

Pokud se omezíme jen na strategie v našem modelu, tak strategie, které reagují na protihráče, jsou klíčem k maximalizaci zisků. Používáním těchto strategií můžeme dát protihráči druhou šanci – nespoupráce totiž vždy nemusí být jednoznačným úmyslem protihráče. Příkladem z praxe může být například zpoždění dodávky materiálu či špatná

komunikace/pochopení. Pokud se tedy díváme na reálné situace z dlouhodobého hlediska, může být díky vybudované důvěře jedna či několik málo nespoluprací odpuštěno.

Důležité je říci, že navržené strategie používají jen omezenou informaci (typicky kolo předchozí) a čím větší informaci bude moci strategie používat, tím lepší může být. V reálném světě jsou to například dlouholeté zkušenosti či již vybudovaná důvěra/nedůvěra. Z některých výzkumů (Levínský, Neyman, & Zelený, 2020) je však patrné, že ne vždy je delší paměť jednoznačnou výhodou, jak by se mohlo zdát.

2.4.2 Turnaj strategií

Robert Axelrod společně s William D. Hamiltonem (1981) publikovali studii pojednávající o výsledcích počítačového turnaje (Axelrod, 1980), kde proti sobě nasimulovali různé strategie a pomocí pseudoevolučního algoritmu (nedochází k vývoji, ale jen vymírání a klonování) turnaj vyhodnotili. Tyto strategie předložil odborníci na her v ekonomii, sociologii, politologii a matematice.

Obrázek 3: Výplatní matice hráče A využita pro turnaj strategií

| | | Player B | |
|----------|------------------|--------------------------------------|--|
| | | C Cooperation | D Defection |
| Player A | C Cooperation | R=3 Reward for mutual cooperation | S=0 Sucker's payoff |
| | D Defection | T=5 Temptation to defect | P=1 Punishment for mutual defection |

Zdroj: (Axelrod & Hamilton, The Evolution of Cooperation, 1981)

Výplatní matice (Obrázek 3) je definována pomocí typických pravidel. V matici tedy platí:

$$T > R > P > S \text{ a } R > \frac{S + T}{2}$$

Jeich turnaj nevyužívá klasický evoluční algoritmus, kdy je předem dáno, že se každý setká s každým, ale zahrnuje realističtější předpoklad, že počet interakcí není pře-

dem pevně stanoven. Namísto toho existuje určitá pravděpodobnost, že po aktuální interakci se tytéž jedinci znovu setkají. Délka hry byla stanovena na 200 kol. Celkem bylo vyzkoušeno 14 různých strategií a jedna absolutně náhodná strategie.

Přestože na turnaji hrálo tolik strategií a některé z nich byly velmi komplexní – příkladem je ten, který v každém tahu modeluje chování druhého hráče jako Markovův proces a poté používá Bayesovu inferenci k výběru toho, co se z dlouhodobého hlediska jeví jako nejlepší volba – vyhrála strategie velmi jednoduchá, a to strategie Kopíráka. Ideu Kopíráka můžeme shrnout do 3 bodů. (Axelrod, 1980) Tato pravidla by mohla být aplikována i do praxe, nejen do her AI:

- Nikdy není prvním, kdo zradí
- Je shovívavý již po jednom aktu zrady
- Je snadno vyprovokován k potrestání

Výsledky tohoto prvního turnaje byly zveřejněny a bylo vyhlášeno druhé kolo, kam se přihlásilo celkem 62 strategií a díky popularitě předchozího turnaje byli jejich autory velcí experti svých oborů. Návrháři strategií věděli o úspěchu Kopíráka a některé strategie byly nastaveny účelně tak, aby ho při střetu dokázaly porazit, ale při vzájemných střetech stejně ztratily více než Kopírák, a tak v evoluci nakonec neuspěly. Kopírák zůstal neporažen. Robustnost této strategie je obrovská, a dokud do hry nedodáme šanci na chybovost či informační šum, je považována za nejlepší možnou.

Mimo robustnosti Axelrod a Hamilton (1981) zkoumali i stabilitu jednotlivých strategií. Otázka evoluční stability se zabývá tím, zda zafixovaná strategie může odolat invazi mutantní strategie. Ukázalo se, že strategie Kopíráka je velmi stabilní z důvodu, že si pamatuje jen poslední kolo a na zbytek se vůbec nedívá. Kopírák tedy evoluci vždy vyhraje, za podmínky dostatečně velké pravděpodobnosti, že se hráči znovu setkají. Je však důležité podotknout, že úspěšnost Kopíráka není ovlivněna pouze pravděpodobností, ale také počtem kol, na které se hraje (Čapková & Roskovec, 2022) – toto tvrzení dokazujeme vlastním turnajem v praktické části této diplomové práce. Oba Axelrodovy turnaje pojednávaly o úspěšnosti pro velký počet střetnutí, což se samozřejmě liší od případů krátkých setkání, při kterých nemusí být čas vybudovat důvěru a trestání nespolu-práce nemusí být dost účinné.

2.4.3 Počet kol

V této práci se zabýváme iterovaným věžňovým dilematem na předem daný počet kol, konkrétně 5 kol. V literatuře však můžeme nalézt i aplikace s předpokladem nekonečného počtu kol či předem neznámého počtu kol, což může lépe modelovat reálné aplikace.

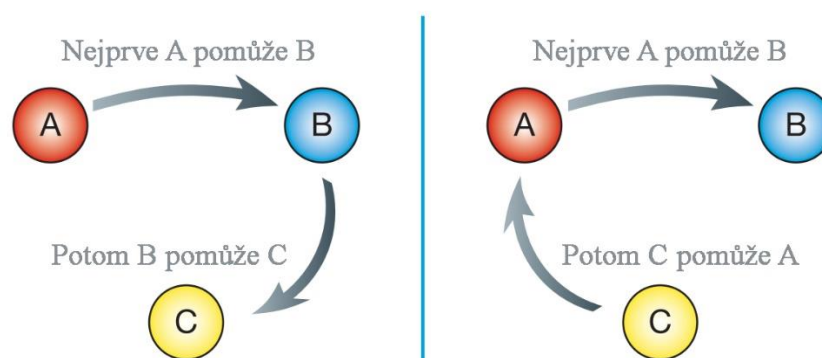
V návaznosti na předem zmíněný turnaj strategií se Levínský, Neyman a Zelený (2020) snažili zkonstruovat lepší strategie, než je zmíněný Kopírák pro nekonečný počet kol. Předpokladem pro tvorbu je jakási omezenost řešení, kdy si hráč nepamatuje celou historii her, ale jen omezenou informaci, typicky určitý počet předchozích kol. I přestože zkonstruovali hned několik komplexních strategií, Kopírák pamatující si pouze poslední kolo stále vyhrával. Dalším zajímavým obecným poznatkem je, že strategie, které začínají nespoluprací, se jeví jako velmi neefektivní a v turnajích se umisťují na posledních příčkách.

2.4.4 Reciprocita

O reciprocitě jsme v této práci již několikrát hovořili. Nejčastějším přístupem je tzv. přímá reciprocita neboli „jak ty mě, tak já tobě“, kterou se řídí například strategie Kopíráka. Přímou reciprocitou se zabývá i praktická část této práce, pro úplnost je však nutné zmínit i druhou část reciprocity. Informační prostor je v realitě mnohem větší, a tak vzniká něco, čemu se říká nepřímá reciprocita, kterou do hloubky popisují Nowak a Sigmund (2005).

Tato nepřímá reciprocita se skládá ze dvou situací viditelných na Obrázku 4. Levá strana obrázku zobrazuje situaci, kdy je subjekt B ovlivněn nedávnou pozitivní zkušeností, a tak se může cítit motivován být pozitivní i na další subjekt. Pravá strana obrázku je založena na reputaci subjektu A. Díky informačnímu prostoru se subjekt C dozvěděl, že A pomohl B, a tak mu C také pomohl.

Obrázek 4: Nepřímá reciprocita reciprocita



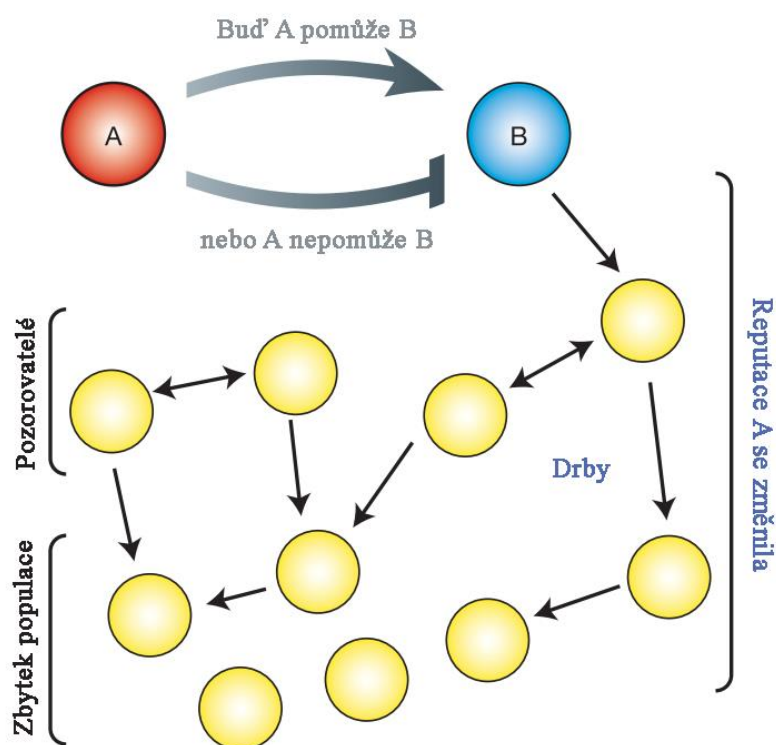
Zdroj: (Nowak & Sigmund, 2005), překlad vlastní tvorba

Zkoumání této nepřímé reciprocit je velmi důležité, protože z globálního hlediska jsou jednorázové interakce mezi sobě neznámými partnery čím dál více častější a mají tendenci nahrazovat tradiční dlouhotrvající asociace. Mnoho transakcí již neprobíhá tváří v tvář, jak bylo v dřívějších dobách zvykem. Reputace subjektu může výrazně ovlivnit rozhodovací proces druhého.

Na Obrázku 5 můžeme vidět schéma tvorby reputace po interakci dvou subjektů. V prostoru máme pozorovatele (např. blízcí v okolí B), kteří předávají informace o interakci dále. Tato situace může vést k chybám – jednání či záměr B si může každý vyložit individuálně. Prostorem se tak nemusí šířit stejná informace o stejné interakci. O reputaci subjektu rozhoduje každý zvlášť, neexistuje žádný veřejný seznam, kde by se reputace zapisovala.

Spotřebitelským příkladem této nepřímé reciprocit jsou internetové recenze. Tyto recenze jsou dostupné všem, ale i přesto si každý může udělat úplně jiný obrázek z daných recenzí.

Obrázek 5: Vytváření reputace



Zdroj: (Nowak & Sigmund, 2005), překlad vlastní tvorba

Spojení nepřímé reciprocity a věžňova dilematu provedli Wedekind a Braithwaite (2002) pomocí experimentu na 12 oddělených skupinách univerzitních studentů ve třech sezeních. První z nich byla klasická hra věžňova dilematu. V druhém sezení se zapisovala štedrost jednotlivých studentů. A ve třetím sezení se testovalo, zda má reputace vliv na chování ostatních hráčů. Výsledek ukazuje, že v prvních několika kolech při zobrazení předchozího skóre se pravděpodobnost spolupráce hráče se štedrými hráči zvyšuje. Po několika kolech se však stává rozhodující osobní zkušenost s daným hráčem a reputace je téměř bezvýznamná.

2.4.5 Modifikace iterovaného věžňova dilematu

Práce se zabývá pouze základní verzí této hry – uvažujeme pouze dva hráče a ty volí mezi spoluprací a nespouprací. Tento model lze pomocí několika způsobů modifikovat a tím se nejen přiblížit k realitě, ale i ztížit odhady situací a využívané strategie.

Jednou z těchto modifikací je zavedení šumu. Šumem nazýváme situaci, kdy hráč zahraje něco jiného, než měl v úmyslu. Typicky například dodavatel nebyl schopen dodat materiál, a proto objednavatel materiálu nemůže dodat výrobek včas. Pokud se v této si-

tuaci setkají dva Kopíráci, dochází k zacyklení. Ilustrujeme pomocí tabulky, kdy ve druhém kole je rozhodnutí druhého hráče spolupracovat vlivem šumu změněno na nespoupráci:

Tabulka 3: Postup hry kopíráků v případě šumu ve 2.kole

| | I. kolo | II. kolo | III. kolo | IV. kolo | V. kolo |
|--------|---|---|---|---|---|
| Hráč 1 |  |  |  |  |  |
| Hráč 2 |  |  |  |  |  |

Zdroj: vlastní tvorba

Další modifikací je použití spojitych proměnných. Doposud jsme používali diskrétní proměnné pro volbu – spolupráce nebo nespoupráce. V našem případě by se například dal zahrnout celý interval $< 0,1 >$, kdy 0 je úplná zrada a 1 úplná spolupráce. Ostatní hodnoty modelujeme jako částečnou spolupráci, pokud to situace dovoluje.

Nesmíme opomenout ani na modifikaci s větším počtem hráčů. Tuto modifikaci přímo iterovaného vězňova dilematu experimentálně simulovali Darwen a Yao (2001). V této situaci, když jeden z vězňů nespoupracuje, odsuzuje zbytek skupiny k jejich nejdelší době trestu. Jejich experimenty vedly k závěru, že pravděpodobnost spolupráce uvnitř velké skupiny hráčů je mnohem menší než v případě menší skupiny, kvůli zvýšené potřebě důvěry ke všem ve skupině.

3 Metodika

V první části jsme vytvořili jednoduchou konzolovou aplikaci pomocí programovacího jazyku C#. Výběr utvrdila hlavně dlouholetá zkušenost s tímto programovacím jazykem a také přátelské prostředí programu Visual Studio. Cílem tohoto programu bylo nasimulovat pseudoevoluční algoritmus různých skupin strategií a poukázat na důležitost počtu hraných kol při rozhodování jakou strategií využít.

V druhé části jsme naprogramovali webovou aplikaci pomocí programovacího jazyku Python. Konkrétně se jedná o Flaskovou aplikaci a pro sestavení aplikace byla využita knihovna Poetry. Dotazníky na webu byly vytvořeny pomocí WTFORMS. Ve způsobu ukládání dat, jsme se rozhodli pro SQLite, které sice není žádným pokročilým nástrojem, ale pro potřeby této aplikace bohatě postačí, a naopak je spíše výhodou, protože příliš nezatěžuje server. Pro nasazení webové aplikace využíváme kontejnerizaci pomocí Dockeru a celá webová aplikace je nasazena na vlastních serverech pod vlastní doménou <https://creationoftrust.capek.io>. Web byl později přeložen i do anglického jazyka kvůli zefektivnění sběru dat. Tato webová aplikace sloužila po určitý čas pro sběr dat o rozhodování lidí v nastíněné situaci.

Očištění těchto dat bylo provedeno v programu DataSpell pomocí SQL příkazů. K vizualizaci dat jsme se rozhodli využít Microsoft PowerBI, které nabízí řadu způsobů, jak data vizualizovat a zpracovávat.

Na datech jsme nejprve prováděli řadu pozorování, a to mezi skupinami muži/ženy a mladší/starší. Dále jsme pozorovali úspěšnosti jednotlivých strategií proti populaci uživatelů. To jsme podložili statistikou pomocí χ^2 testu dobré shody. V závěru jsme pomocí rekurze identifikovali strategii s největší očekávanou hodnotou.

4 Řešení a výsledky

4.1 Turnaj strategií

Pomocí programu vlastní tvorby jsme simulovali turnaje s různým počtem kol. Tuto simulaci jsme již publikovali a do této diplomové práce pouze přejímáme výsledky z ní. Strukturu kódu aplikace neuvádíme, protože pro účely této práce nemá význam.

V první řadě je nutné definovat výplatní matici použitou v našem turnaji jednotlivých strategií. Jelikož jsme velmi inspirováni prací Nicky Case (2017), přejímáme výplatní matici z tohoto zdroje:

$$\begin{array}{c} \text{Hráč 2} \\ \text{Hráč 1} \end{array} \begin{bmatrix} (2, 2) & (-1, 3) \\ (-1, 3) & (0, 0) \end{bmatrix}$$

Předpokládejme tedy, že uvedené strategie spolu interagují. Zaměřujeme se pouze na krátkodobé interakce a nebereme v úvahu šum nebo náhodné chyby. Nejprve definujeme interakce jednotlivých strategií. Strategii Zlatokopky z této simulace vynecháváme z důvodu nutnosti znát předem počet kol, což pro tuto simulaci nemá smysl. Tuto strategii Nicky Case (2017) nepředstavuje, ale představuje jiné strategie, kterými se zde nezabýváme.

Tabulka 4: Průběh zápasů

| Strategie A\strategie B | Jestřáb | Holubice | Mstitel | Kopírák | Náhodný | Pavlov |
|-------------------------|---------|----------|---------|---------|---------|--------|
| Jestřáb | I | II | III | IV | V | VI |
| Holubice | | VII | VIII | IX | X | XI |
| Mstitel | | | XII | XIII | XIV | XV |
| Kopírák | | | | XVI | XVII | XVIII |
| Náhodný | | | | | XIX | XX |
| Pavlov | | | | | | XXI |

Zdroj: (Čapková & Roskovec, 2022)

- I. Oba nespolupracují každé kolo,
- II. Jestřáb nespolupracuje po celou dobu, Holubice spolupracuje každé kolo,
- III. V prvním kole Jestřáb nespolupracuje, zatímco Mstitel spolupracuje, potom oba nespolupracují do konce hry,
- IV. V prvním kole Jestřáb nespolupracuje, zatímco Kopírák spolupracuje, potom oba nespolupracují do konce hry,
- V. Jestřáb nespolupracuje po celou dobu, Náhodný se chová náhodně,

- VI. Jestřáb nespolupracuje, Pavlov spolupracuje v lichých kolech a nespolupracuje v sudých,
- VII. Obě spolupracují v každém kole,
- VIII. Oba spolupracují v každém kole,
- IX. Oba spolupracují v každém kole,
- X. Holubice spolupracuje, Náhodný se chová náhodně,
- XI. Oba spolupracují v každém kole,
- XII. Oba spolupracují v každém kole,
- XIII. Oba spolupracují v každém kole,
- XIV. Dokud Náhodný nezahraje nespolupráci, Mstítel spolupracuje, Mstítel poté nespolupracuje a Náhodný hraje náhodně,
- XV. Oba spolupracují v každém kole,
- XVI. Oba spolupracují v každém kole,
- XVII. Náhodný se chová náhodně, Kopírák kopíruje předchozí náhodnou strategii,
- XVIII. Oba spolupracují v každém kole,
- XIX. Oba se chovají náhodně,
- XX. Náhodný se chová náhodně a při prohře Pavlova Pavlov mění strategii,
- XXI. Oba spolupracují v každém kole.

Nyní se podíváme, kdo v jakém počtu kol profituje. Zabýváme se hrami, kde se jedná o dvě až pět kol. V případě náhodné strategie lze uvažovat pouze střední hodnotu, u jiných strategií je výsledek deterministický.

Tabulka 5: Výplaty ve 2-5 kolech iterovaného věžňova dilematu – 1.část

| Strategie A\strategie B | Jestřáb | | | | Holubice | | | | Mstítel | | | |
|-------------------------|---------|-----|-----|-----|----------|-------|--------|--------|---------|-------|-------|-------|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Počet kol | | | | | | | | | | | | |
| Jestřáb | 0\0 | 0\0 | 0\0 | 0\0 | 6\ -2 | 9\ -3 | 12\ -4 | 15\ -5 | 3\ -1 | 3\ -1 | 3\ -1 | 3\ -1 |
| Holubice | | | | | 4\4 | 6\6 | 8\8 | 10\10 | 4\4 | 6\6 | 8\8 | 10\10 |
| Mstítel | | | | | | | | | 4\4 | 6\6 | 8\8 | 10\10 |

Zdroj: (Čapková & Roskovec, 2022)

Tabulka 6: Výplaty ve 2-5 kolech iterovaného věžňova dilematu – 2.část

| Strategie A\strategie B | Kopírák | | | | Náhodný | | | | Pavlov | | | |
|-------------------------|---------|-------|-------|-------|------------|------------|--------------|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Počet kol | | | | | | | | | | | | |
| Jestřáb | 3\ -1 | 3\ -1 | 3\ -1 | 3\ -1 | 1,5\ -0,5 | 3\ -1 | 4,5\ -1,5 | 6\ -2 | 3\ -1 | 6\ -2 | 6\ -2 | 9\ -3 |
| Holubice | 4\4 | 6\6 | 8\8 | 10\10 | 1\5 | 1,5\7,5 | 2\10 | 2,5\ 12,5 | 4\4 | 6\6 | 8\8 | 10\10 |
| Mstítel | 4\4 | 6\6 | 8\8 | 10\10 | 2,25\ 3,25 | 2,75\ 3,75 | 4,125\ 3,625 | 5,563\ 3,313 | 4\4 | 6\6 | 8\8 | 10\10 |
| Kopírák | 4\4 | 6\6 | 8\8 | 10\10 | 1,5\3,5 | 2,5\4,5 | 3,5\5,5 | 4,5\6,5 | 4\4 | 6\6 | 8\8 | 10\10 |
| Náhodný | | | | | 2\2 | 3\3 | 4\4 | 5\5 | 1,5\3,5 | 2,5\4,5 | 3,5\5,5 | 4,5\6,5 |
| Pavlov | | | | | | | | | 4\4 | 6\6 | 8\8 | 10\10 |

Zdroj: (Čapková & Roskovec, 2022)

Z těchto tabulek můžeme pozorovat, že Jestřáb je při zvyšování počtu kol v nevýhodě. Jediné strategie, se kterými těží z interakce, jsou Holubice a Náhodný. Přestože velmi profituje z těchto dvou interakcí, náklady příležitosti spolupráce jsou velké. Na druhou stranu strategie pokoušející se o spolupráci prosperují ze setkání s kýmkoliv kromě Jestřába a Náhodného.

Pokud do modelu zahrneme šum, vidíme, že se s ním nejlépe vyrovná Kopírák (pokud je šum velký), nebo Holubice, která ho ignoruje (pokud je šum malý). Mstitel od první nespolupráce mění svou strategii a snižuje své možné výsledky.

4.1.1 Pseudoevoluční algoritmus

V reálném světě ve většině případů nevíme, s jakou populací jednáme. Pro řešení tohoto problému využijeme oblíbený pseudoevoluční algoritmus. Vybíráme různé populace strategií, které proti sobě necháváme hrát. Poté odřezáváme jednu pětinu hráčů s nejhoršími výplatami a kopírujeme ty neúspěšnější. V případě remízy výplat jsou hráči pro klonování a mazání vybíráni náhodně. Proces opakujeme s takto obměněnou populací. Tomuto algoritmu nelze říkat evoluční algoritmus, protože nedochází k mutaci, ale pouze ke klonování.

Nasimulované situace popisujeme pouze slovně, protože tento turnaj není hlavním cílem této práce a má sloužit jen jako doklad toho, že na počtu kol záleží.

Nejprve se podívejme na situaci her s pěti koly. Pokud jsou všechny strategie reprezentovány rovnoměrně, výsledkem je eliminace všech Jestřábů a následuje remíza všech zbývajících strategií, protože všichni spolupracují. Tento výsledek pozorujeme i v případě simulace pěti strategií bez Jestřába. Pokud budeme simulovat rovnoměrně čtyři strategie, budou Jestřábi vyřazeni, když nebudou hrát s trojicí Holubice+Náhodný+Pavlov. V případě rovnoměrného rozložení třech strategií, z nichž jedna budou Jestřábi, budou Jestřábi dominovat pouze v případech proti Holubice+Pavlov, Holubice+Náhodný a Pavlov+Náhodný. Při zapojení Mstitele nebo Kopíráka jsou Jestřábi vždy vyřazeni. Pokud se první generace účastní pouze dvě strategie rovným dílem, budou Jestřábi vyřazeni Kopíráky nebo Mstiteli.

Z tohoto pozorování se může zdát, že Jestřábi jsou v porovnání se Mstiteli a Kopíráky horší strategií. Zkoumali jsme však pouze rovnoměrné rozložení strategií. Pokud zahrneme Jestřáby a Mstitele/Kopíráky do poměru zvýhodňujícího Jestřáby, ukáže se zajímavý výsledek. Pokud je Jestřábů čtyřikrát více, nakonec vyhrají, ale pouze v případě,

že v populaci jsou další strategie, které mohou využít – Náhodný, Holubice a Pavlov. Ale v případě, že Jestřábi jsou postaveni pouze před Kopíraky a Mstitele, poměr 4:1 není dostatečný a v několika generacích jsou eliminováni. Dosavadní výsledek se shoduje s již dříve zmíněnou myšlenkou. O strategii Jestřába využívajícího své partnery uvažujeme jako strategii obvykle určenou pro krátkodobé nebo jednorázové interakce v obchodech či ekonomice. Snižme tedy počet iterací a přehodnotme předchozí výsledky.

Pro situace her se čtyřmi koly jsou výsledky analogické.

V situaci her se třemi koly se výsledky změní následujícím způsobem. Při zastoupení všech strategií ve stejném poměru stále pozorujeme vyřazení všech Jestřábů a následnou remízu zbývajících strategií. Pokud zastoupíme rovnoměrně pouze pět strategií, pozorujeme změnu. V případě, že v první generaci se vyskytuje pouze jedna ze strategií Kopírák/Mstitel, Jestřábi dominují a vyřadí ostatní. Při zařazení čtyřech strategií rovnoměrně Jestřábi dominují, pokud se nezapojí obě zmíněné strategie. Při třech strategiích je Jestřáb eliminován pouze v případě Kopíráků a Mstitelů, v opačném případě Jestřábi vždy vyhraje. Pokud simulujeme pouze dvě strategie, Jestřáby vyřadí Mstitelé a Kopíráci, v ostatních případech vyhraje.

V případě sekvence her s dvěma koly jsou Jestřábi poraženi pouze v případě, kdy hrají proti Kopírákům/Mstitelům a nejsou v přesile 3:2. Při stejném počtu překonávají a eliminují všechny ostatní strategie.

Tyto situace nás vedou ke konstatování několika poznámek:

1. Z našich simulací jsme vyvodili, že Jestřábi vyhrávají při určitém nastavení populace a počtu her. Jestřábi dávají přednost interakci s někým naivním nebo spíše zvyklým na kooperativní postoj, takže „výhra“ v podstatě znamená, že ztráta důvěry v celé populaci poškodí všechny, včetně Jestřábů. Problém této strategie je, že je tím více výhodná v dané populaci, čím více naivních a čím méně strategií trestajících nespolupráci je v populaci.
2. Můžeme také říct, že náhoda je nejhorší volbou v každé situaci a bude eliminována buď lidmi, kteří se mohou spolehnout na sebe navzájem a více z toho profitovat, nebo lidmi, kteří ho využijí. Tato strategie má pouze šanci uspět v souboji jeden na jednoho proti některému z protihráčů, ale v pseudoevolučním modelu není úspěšná.

3. Pokud bychom zahrnuli šum, naše výsledky by již nebyly deterministické, ale pravděpodobnostní. Modely s velmi nízkým šumem by stále poskytovaly podobné výsledky, ovšem je nutno konstatovat, že některé strategie se s šumem vyrovnávají lépe (Holubice, Jestřáb), některé průměrně (Kopírák, Pavlov) a jiné budou mnohem méně úspěšné (Mstitel). Pro model se šumem by bylo vhodné zapojit další strategie, které se se šumem dokáží vyrovnat.
4. Pokud známe počet kol, může to ovlivnit volbu nejlepší strategie. Každá strategie by se v případě znalosti počtu kol mohla stát lepší tím, že v posledním kole provede nespolupráci. Zajímavé by bylo volit počet kol náhodně, ale výsledky by se z deterministických opět staly pravděpodobnostními.
5. Menší počet iterací je bližší Nashovo hře na jednu iteraci, kde je nespolupráce výhodná, a navíc i trestající strategie nemají tolik příležitostí Jestřáby potrestat za nekooperace.

Přejděme k turnajům s uživateli.

4.2 Turnaje lidí proti předem definovaným strategiím

V této druhé části se věnujeme tomu, jak se chovají skuteční lidé, a pokládáme si otázky, které s nimi souvisejí. Kolik lidí se chová jako dříve představené strategie? Jak úspěšné jsou jednotlivé strategie proti naší populaci? Existuje ultimátní strategie pro hru ve specifické populaci lidí? Klíčové je pro nás sestavení úplného rozhodovacího stromu, který v případě pěti kol bude o velikosti 4^5 listů.

4.2.1 Pojmy

Na začátku je nutné definovat pojmy, kterými budeme jednotlivé subjekty experimentu nazývat.

Hráči, kteří jsou v našem případě lidé, budeme nazývat uživateli. Uživatelé jsou vystavováni různým herním situacím.

Naše předem definované strategie, resp. počítačové hráči, proti kterým uživatelé hrají, nazýváme AI, přestože se o umělou inteligenci v pravém slova smyslu nejedná. AI se v našem případě nijak neučí, na učení by bylo potřeba mnohonásobně více dat. Toto označení jsme zvolili, protože každá AI má jinak definovanou strategii a pro uživatele se může jevit, že se o umělou inteligenci jedná.

Jedno setkání mezi uživatelem a AI nazýváme hra. Tato hra se skládá ze série 5 iterací věžňova dilematu, které nazýváme kola.

4.2.2 Model situace

Pomocí webového rozhraní na stránce <https://creationoftrust.capek.io> jsme velký počet uživatelů stavěli před následující situaci, která má simulovat vztah zákazníka a firmy, konkrétněji řemeslníka a vlastníka rodinného domu:

Představte si, že jste si pořídili dům, který je potřeba ještě zrekonstruovat. Ve svém okolí tak vyhledáte firmu, která má k dispozici potřebné řemeslníky. Pro potřeby modelu je tato firma v celém okolí jediná, kvůli nedostatku řemeslníků. Postupně potřebujete dokončit 5 prací se srovnatelnými náklady, proto víte, že s firmou budete spolupracovat celkem pětkrát. Jak už to, tak v reálném světě bývá, nebude tento kontrakt, tak jednoduchý. Máte totiž možnost s firmou zacházet s různou vstřícností. Na začátku Vašeho kontraktu totiž zaplatíte zálohu ve výši 25 tisíc korun. Tuto zálohu můžete buďto na konci splatnosti doplatit dalšími 25 tisíci a anebo firmě nedoplatit, ať už pro nedůvěru v její práci, nebo kvůli šetření. Ale pozor, stejné možnosti má i firma! Ta Vám může dodat dílo v plné výši a kvalitě anebo práci odbýt, to ovšem nepoznáme, doplacení či nedoplacení musíme provést bez této informace, stejně tak firma v době práce neví, zda dostane dopláceno. Celkem tedy mohou nastat čtyři situace, ohodnocené následovně: Váš zisk je, o kolik je pro vás práce hodnotnější než platba, a firma získá rozdíl platby a svých nákladů.

Tento model lze převést do výplatní matice, kde strategií jedna obou je důvěra a druhou strategií je nedůvěra:

$$\begin{array}{c} \text{Firma} \\ \text{Uživatel} \end{array} \begin{bmatrix} (50, 50) & (0, 75) \\ (75, 0) & (25, 25) \end{bmatrix}$$

Nebo ho lze interpretovat slovně:

- *Oba si budou důvěřovat, oba získávají 50 tisíc korun (uživatel dílo v této hodnotě a firma výplatu v této hodnotě)*
- *Uživatel bude firmě důvěřovat, ale ona jemu ne – uživatel nezíská nic, protože mu bude dodáno dílo v hodnotě zálohy, firma použije velmi levné materiály, a tak získá celou částku 75 tisíc korun (materiály v hodnotě 50 tisíc korun a uživatelskou zálohu)*

- *Uživatel firmě věřit nebude a ona jemu bude důvěřovat – uživatel získá 75 tisíc korun (25 tisíc díky nedoplačené záloze a dílo v hodnotě 50 tisíc korun) a firmě se pokryjí pouze náklady, takže nezíská nic*
- *Navzájem si nebudou důvěřovat – oba získají 25 tisíc korun, firma získá zálohu a uživatel získá dílo v menší hodnotě*

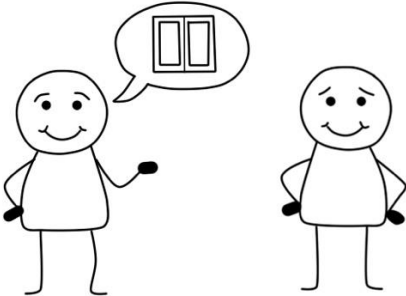
Po přečtení tohoto úvodu bylo uživateli ukázáno uživatelské rozhraní hry (Obrázek 6), kde se pomocí jednoduchých tlačítek rozhodoval, jak se v dané situaci zachová. Situace byla vždy popsána slovně a také doplněna ilustračním obrázkem. Uživatel dopředu ví počet kol a počet her. V modelu jsme zvolili hry o velikosti pět kol. Uživatel postupně hrál hry proti 6 různým AI. Pokud uživatele stránka zaujala, mohl si zahrát ještě pět bonusových her.

Obrázek 6: Uživatelské rozhraní hry

3. HRA
5. kolo

| Kolo | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------|---|---|---|---|---|
| Firma | ✘ | ✔ | ✘ | ✘ | |
| Vy | ✔ | ✔ | ✔ | ✔ | |

Firma Vás podvedla! Rozhodli jste, že zálohu doplatíte, ale firma měla jiné plány. Zaplatili jste tedy více než je hodnota vašeho díla.



Doplatím celou částku

Nebudu zbylou částku doplácet

Jako poslední Vás čeká **výměna oken**. Z rekonstrukce jste již značně znaveni, tak ani nehledáte jinou firmu a dohodnete se se stejnou firmou na poslední spolupráci. Záloha je zaplácena, řemeslníci pracují. Budete částku doplácet nebo raději ušetříte peníze a budete se radovat pokud Vám firma dodá dílo v plné míře?

Zdroj: vlastní tvorba

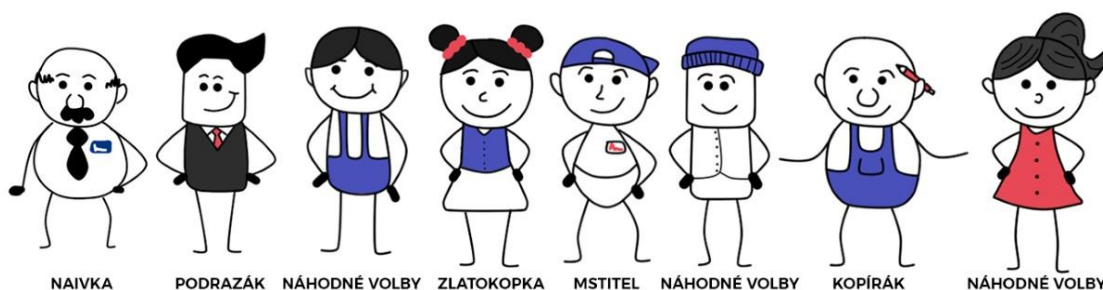
Před začátkem hry každý uživatel vyplnil krátký formulář se základními údaji o něm. Konkrétně pohlaví, věk, nejvyšší dosažené vzdělání (s informací, zda je stále studentem), obor a národnost.

V jednotlivých hrách se uživatelé setkali s námi předem zvolenými strategiemi: Holubice, Jestřáb, Náhodný, Zlatokopka, Kopírák. Strategie Náhodného a Kopíráka jsme

několikrát opakovali. Opakování těchto strategií má smysl, abychom dosáhli co největšího zaplnění našeho rozhodovacího stromu.

Pro každou ze strategií jsme vytvořili postavičky, abychom jasně odlišili, že uživatel interaguje s jiným hráčem. Na Obrázku 7 je vyobrazených několik postaviček strategií z celkových 11 i s popisky. Popisky jsou stejné jako při představení uživateli, například Holubici jsme nazvali Naivkou nebo Jestřába zase Podrazákem. Důvodem odlišného nazývání je polidštění názvu pro uživatele. V průběhu sběru dat nám některými uživateli bylo sděleno, že se rozhodovali podle toho, jaký dojem na ně postavička udělala, přestože jsme se je snažili vytvářet neutrálně. Z našeho pohledu měly postavičky spíše zlepšovat uživatelské rozhraní hry a usnadňovat uživateli rozlišování jednotlivých her.

Obrázek 7: Grafické zobrazení jednotlivých strategií



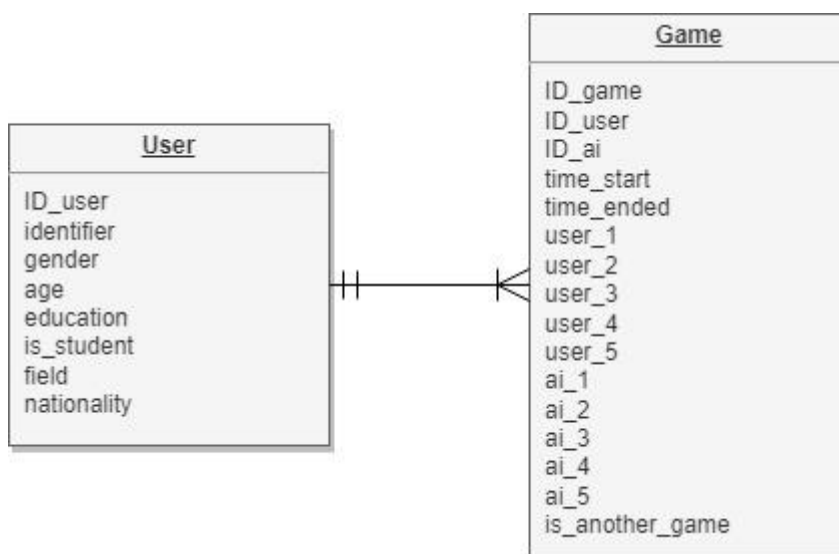
Zdroj: vlastní tvorba

Po každé hře bylo uživateli odhaleno, proti jaké strategii hrál, a dozvěděl se i s jakou úspěšností odhadl chování AI. Po dohrání šesti her bylo uživateli vygenerováno shrnutí her a měl možnost hrát další hry nebo si přečíst článek o vězňově dilematu.

4.2.3 Ukládání dat

Na ukládání dat používáme technologii SQLite, která je zjednodušenou formou relačních databází. Její velmi jednoduchý model představuje Obrázek 8. Takto jednoduché řešení je pro ukládání dostatečné, protože se ve většině sloupců jedná o binární hodnoty nebo výčtové typy.

Obrázek 8: Model relační databáze pro web creationoftrust.capek.io



Zdroj: vlastní tvorba

Jednotlivá rozhodnutí zaznamenáváme do tabulky Game do příslušných sloupců pomocí nul a jedniček. Nula znamená nedůvěru/nespolupráci a jednička znamená důvěru/spolupráci. Definici AI řešíme pomocí backendu webové stránky, protože některá AI reagují na uživatele, a tak nemohou být předem definována ve vlastní tabulce. Tyto dvě tabulky jsou spojené přes primární klíč ID_user. V tabulce User je ještě identifier, který slouží jako unikátní kód uživatele generovaný pomocí cookies z jeho prohlížeče, čímž eliminujeme duplikaci uživatelů.

Tvorba webu je velkou součástí této diplomové práce, ale není její hlavním cílem. Proto uvádíme pouze jeden příklad kódu, a to konkrétně řešení strategie Kopíráka. (Obrázek 9)

Obrázek 9: Řešení strategie kopíráka pomocí Pythonu

```
if index == 1:
    ai_play = True
else:
    ai_play = getattr(game, f"user_{index-1}")

setattr(game, f"ai_{index}", ai_play)
setattr(game, f"user_{index}", True if form.data["submit_true"] else False)
```

Zdroj: vlastní tvorba

Reakční strategie jsou v kódu založeny na jednoduchých podmínkách. Strategie Kopíráka se v prvním kole chová důvěrou/spoluprací a v dalších kolech, řádek 4, se řídí

dle předchozích rozhodnutí uživatele. Poté, co hráč klikne na tlačítko rozhodnutí, se nastaví proměnná `ai_play` a vše se uloží do pole `game`. Toto pole se v každém kole ukládá do databázové tabulky `Game`.

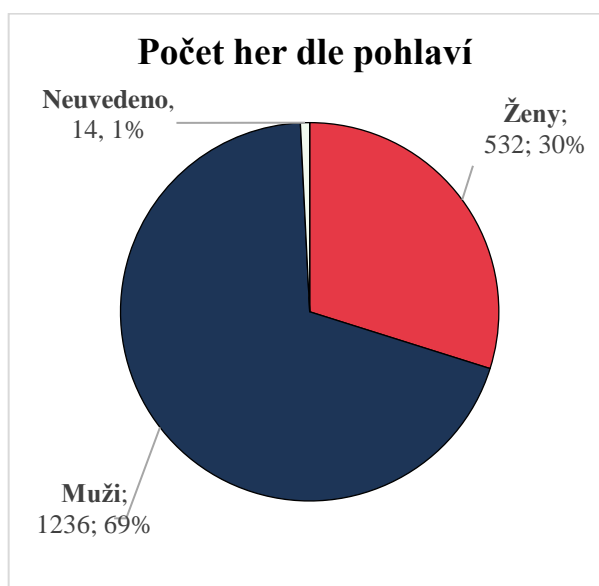
4.2.4 Populace

Tento web byl spuštěn na konci září 2022 a data byla sbírána do konce února 2023. Za tuto dobu pěti měsíců byla nasbírána data od 350 uživatelů, což činí 1907 jednotlivých her.

Web jsme šířili hlavně pomocí sociálních sítí, studentských skupin a také byl vytvořen plakát, který jsme vyvěsili na fakultě, sociální síť fakulty a v podnicích v Českých Budějovicích. Tímto bychom chtěli poděkovat všem zúčastněným i šířitelům tohoto webu.

Z dat jsme v první řadě eliminovali uživatele, kteří nedohráli žádnou hru, a poté uživatele, kteří pouze rychle klikali na tlačítka v prvních hrách – u pozdějších je to pochopitelné. Po očištění těchto uživatelů se počet snížil na 303 uživatelů a 1782 her po pěti kolech. V průměru tedy každý uživatel nahrál necelých šest her. Díky sběru základních informací o uživateli můžeme data rozdělit hned na několik podskupin, ve kterých je pak budeme analyzovat.

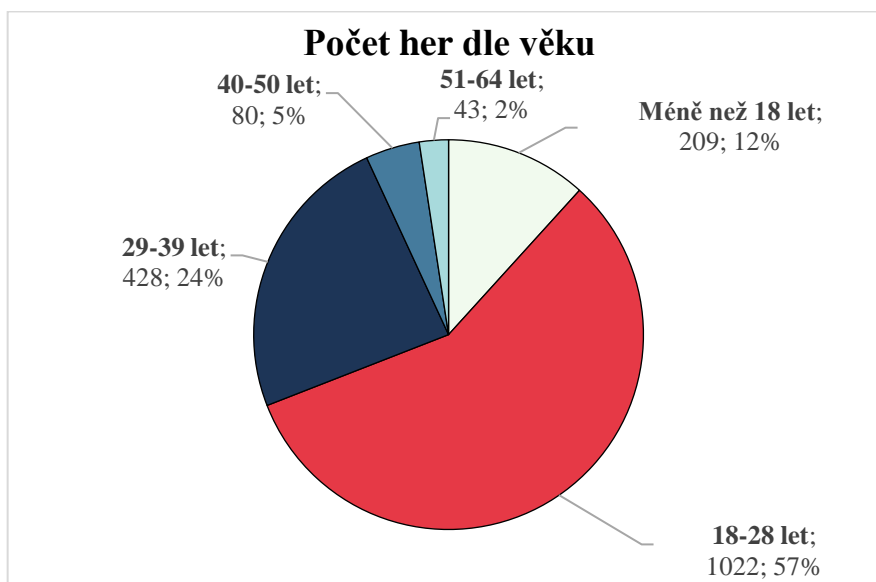
Graf 1: Počet her dle pohlaví



Zdroj: vlastní tvorba

Jak můžeme vidět z Grafu 1, v našem vzorku jsou zastoupeni muži více než ženy, a to téměř dvojnásobně. Přestože jsou zastoupení rozdílná, počet her je dostatečný v obou kategoriích a v naší analýze to nezpůsobí problém.

Graf 2: Počet uživatelů dle věku

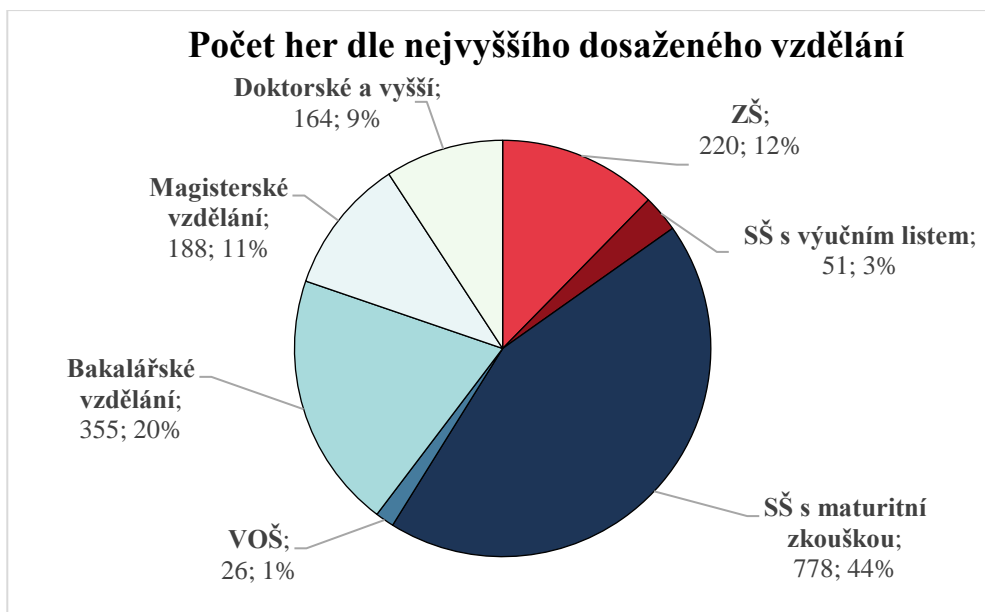


Zdroj: vlastní tvorba

Graf 2 zobrazuje počet her dle věku, kde se nám nepodařilo zajistit alespoň částečně rovnoměrný vzorek uživatelů. Pro další analýzy proto rozdělujeme uživatele na dvě

skupiny: do 28 let a starší. Skupina mladších je tedy zastoupena 69 % s počtem 1231 her a skupina starších uživatelů 31 % s 551 hrami.

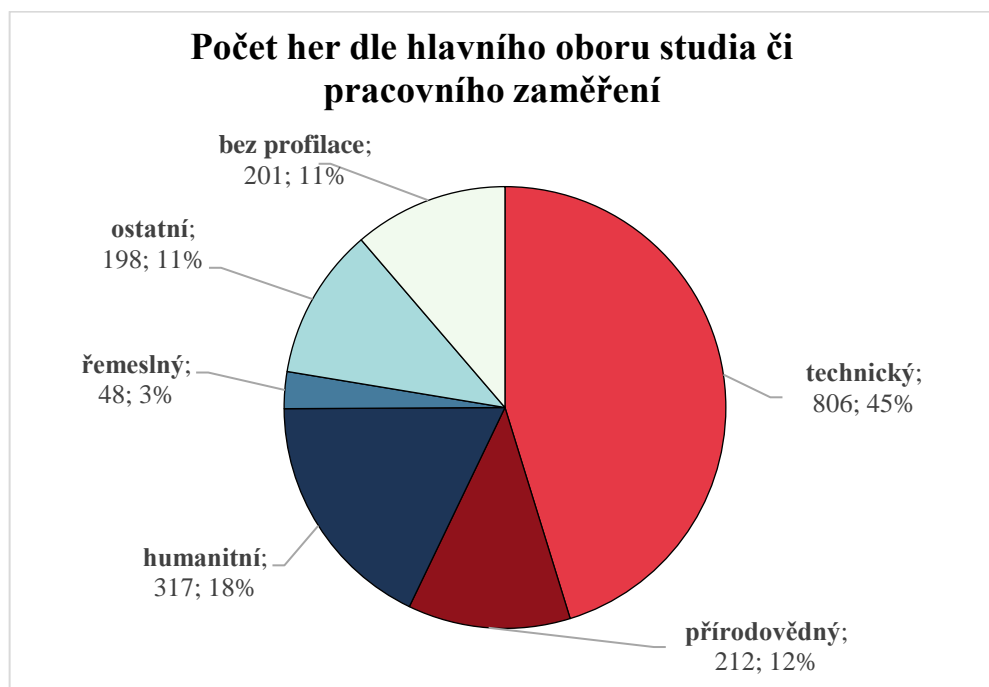
Graf 3: Počet her dle nejvyššího dosaženého vzdělání



Zdroj: vlastní tvorba

Rozložení nejvyššího dosaženého vzdělání (Graf 3) porovnáváme s údaji ze sčítání lidu 2021 (Český statistický úřad, 2021). Základní školy a vyšší odborné školy mají zastoupení blízké realitě. Hlavním problémem je malé zastoupení středních škol s výučním listem – v populaci ČR je toto číslo 33 %. V našich datech mají velký podíl lidé s vysokoškolským vzděláním, přičemž v populaci ČR zastávají pouze 19 %. Tento jev si můžeme vysvětlit distribucí webu mezi vrstevníky/spolužáky a také tím, že mladí lidé pravděpodobněji budou trávit více čas u počítače a hru si zahrají.

Graf 4: Počet her dle hlavního oboru studia či pracovního zaměření



Zdroj: vlastní tvorba

Mimo nejvyšší dosažené vzdělání jsme od uživatelů zjišťovali i jejich obor zaměření ve studiu či práci. Jak můžeme vidět v Grafu 4, největší zastoupení mají zaměření technická. Obor je do jisté míry subjektivní a orientační údaj, protože řada lidí může vnímat různé specializace odlišně, například technicky zaměřená řemesla nebo obory spojující techniku a humanitní směr jako je ekonomie.

Posledním údajem o uživatelích je informace, zda jsou stále studenti či nikoliv. Z celkového počtu 303 uživatelů jsou stále studujícími 114 z nich (38 %). Tato čísla samozřejmě korelují s věkovým zastoupením v naší populaci.

4.2.5 Srovnání lidí se základními strategiemi

V prvé řadě si pokládáme otázku: Chovají se lidé jako základní strategie? Zkoumáme v kolika hrách se uživatelé shodují s již popsányými strategiemi – Holubice, Mstitel, Jestřáb, Kopírák, příp. do jaké míry jednají způsobem odlišným a nevysvětlitelným těmito strategiemi. Navíc zkoumáme i strategii Kopíráček, který dá protihráči šanci pro opravu a přestává kooperovat až po dvou po sobě jdoucích nespolupracích. Procentuální zastoupení porovnáváme v jednotlivých předem definovaných skupinách. Konkrétně ve dvou – muži vs. ženy, mladší vs. starší. Je nutné podotknout, že daná čísla nedávají dohromady 100 %, protože v případě oboustranných spoluprací, tedy situace zápisu samých jedniček, se připočítává do všech strategií kromě Jestřába. Situace samých jedniček tedy

nepřidává žádnou výpovědní hodnotu. Z tohoto důvodu u každé skupiny zobrazujeme dvě tabulky, přičemž druhá je po eliminaci všech her jen se spolupracemi. Počet her při eliminaci se snížil na 1389. Právě v těchto tabulkách je zajímavé sledovat i zastoupení Holubice, což jsou situace, kde hráč spolupracuje po celou dobu nehledě na to, jak se chová protihráč. Pozorujeme vysoké procento oboustranných spoluprací, kdy se uživatel nerozhodne zneužít ani posledního kola k navýšení dodatečného zisku nespoluprací. Toto pozorování je z etického hlediska velmi příznivé číslo, poukazující na snahu hráčů skutečně budovat důvěru. Překryv nastává i mezi Kopírákem i Mstitelem, kdy se shodují v 9 z 32 možných situací vývoje pěti kol hry.

Tabulka 7: Procentuální zastoupení strategií uživatelů ve všech hrách (muži vs. ženy)

| Skupina | Celkem | Holubice | Jestřáb | Mstítel | Kopírák | Žádná | Kopíráček |
|---------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|-----------|
| Muži | 1236 her | 24,6 % | 12,22 % | 39,48 % | 37,06 % | 41,75 % | 23,9 % |
| Ženy | 532 her | 23,5 % | 6,02 % | 38,72 % | 35,34 % | 49,81 % | 22,6 % |

Zdroj: vlastní výpočty

Překvapivým zjištěním při zkoumání je, že mezi muži a ženami není téměř žádný rozdíl, pokud je porovnáváme se základními strategiemi. Až na výjimku u strategie Jestřába, kde se ukazuje, že muži hrají po celou dobu nespolupráci až dvakrát častěji než ženy. Naopak u žen je navýšený počet her mimo základní strategie. U Kopíráčka je dobré analyzovat i jednotlivé uživatele. I v tak malém procentuálním zastoupení této strategie se dle dat ukazuje, že muži dávají druhé šance pouze jednou, a když se to jednou ve hře s jakýmkoliv protihráčem nevyplatí, už nikdy v žádné další hře druhé šance nedávají. U žen je to právě naopak, kdy menší počet žen dá druhé šance vícekrát za sérii her. Malý rozdíl lze pozorovat i v případě nevyužívání žádné strategie, a mohli bychom konstatovat, že muži jsou o něco metodičtější než ženy.

Tabulka 8: Procentuální zastoupení strategií uživatelů ve hrách bez samých spoluprací (muži vs. ženy)

| Skupina | Celkem | Holubice | Jestřáb | Mstitel | Kopírák | Žádná | Kopíráček |
|---------|---------|----------|---------|---------|---------|---------|-----------|
| Muži | 968 her | 3,72 % | 15,6 % | 22,73 % | 19,63 % | 53,31 % | 2,27 % |
| Ženy | 421 her | 3,33 % | 7,60 % | 22,57 % | 18,29 % | 62,95 % | 2,14 % |

Zdroj: vlastní výpočty

Při vyřazení her s pouhými spolupracemi se závěry příliš neliší. Je však více viditelné, že jednání mužů lze snadněji popsat pomocí základních strategií.

Jak již bylo řečeno v úvodu, kvůli nerovnoměrnosti dat budeme při analyzování podle věku rozlišovat dvě skupiny. Tato volba byla učiněna z důvodu robustnosti dat. Porovnejme tedy kategorie do 28 let a nad 28 let.

Tabulka 9: Procentuální zastoupení strategií uživatelů ve všech hrách (starší vs. mladší)

| Skupina | Celkem | Holubice | Jestřáb | Mstitel | Kopírák | Žádná | Kopíráček |
|---------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|-----------|
| Mladší | 1231 her | 21,85 % | 10,89 % | 34,20 % | 31,76 % | 48,50 % | 20,8 % |
| Starší | 551 her | 29,40 % | 9,44 % | 50,45 % | 47,01 % | 34,48 % | 29,4 % |

Zdroj: vlastní výpočty

V Tabulce 9 si můžeme povšimnout signifikantního rozdílu v případě žádné základní strategie. Ukazuje se, že starší lidé mnohem častěji používají základní strategie a lze říci, že s nabývajícím zkušenostmi metodičnost stoupá. Poměr využívání Mstitele vs. Kopíráka je téměř totožný, pokud vezmeme v potaz, že skoro polovina mladších uživatelů nevyužila žádnou strategii. Starší uživatelé častěji hrají trestající strategie (Mstitel, Kopírák), takže můžeme tvrdit, že mladší uživatelé jsou shovívavější. Při odstranění samých spoluprací získáváme Tabulku 10.

Tabulka 10: Procentuální zastoupení strategií uživatelů ve hrách bez samých spoluprací (starší vs. mladší)

| Skupina | Celkem | Holubice | Jestřáb | Mstitel | Kopírák | Žádná | Kopíráček |
|---------|---------|----------|---------|---------|---------|---------|-----------|
| Mladší | 999 her | 3,7 % | 13,41 % | 18,92 % | 15,70 % | 59,40 % | 2,40 % |
| Starší | 402 her | 3,23 % | 12,94 % | 32,09 % | 27,36 % | 47,26 % | 3,23 % |

Zdroj: vlastní výpočty

Při porovnání těchto dvou tabulek vidíme, že u mladších byly samé spolupráce asi pětina her, u starší skupiny je to více než čtvrtina. Z pozorování můžeme tedy říci, že starší se častěji dostávali do situací se samými spolupracemi, to mohlo být způsobeno Náhodnou strategií protihráče nebo tím, že nezkoušeli nespolečnými tak často jako mladší. Při eliminování her se samými spolupracemi je rozdíl mezi staršími a mladšími téměř nulový. Malou změnu lze vidět i u strategie Mstitele, kdy se poměrový rozdíl mezi skupinami nepatrně zvýšil. Tato změna poměru je však tak malá, že se závěry od předchozích neliší.

U této tabulky se nabízí i rozbor podle věku a pohlaví zároveň. To zobrazujeme v Tabulce 11, kde rovnou využíváme hry po eliminaci.

Tabulka 11: Procentuální zastoupení strategií uživatelů ve hrách bez samých spoluprací (starší vs. mladší, muži vs. ženy)

| Skupina | Celkem | Holubice | Jestřáb | Mstítel | Kopírák | Žádná | Kopíráček |
|-------------|---------|----------|---------|---------|---------|---------|-----------|
| Mladší muži | 688 her | 4,65 % | 15,99 % | 18,75 % | 15,70 % | 56,40 % | 2,76 % |
| Mladší ženy | 481 her | 3,95 % | 11,02 % | 17,05 % | 14,76 % | 63,62 % | 2,49 % |
| Starší muži | 322 her | 3,73 % | 13,66 % | 31,37 % | 28,26 % | 46,89 % | 3,11 % |
| Starší ženy | 163 her | 3,68 % | 12,27 % | 31,29 % | 25,77 % | 47,85 % | 3,68 % |

Zdroj: vlastní výpočty

Při srovnání Tabulky 11 s Tabulkami 8 a 10 je jasné, že tato data korelují. Pokud bychom brali v potaz takto rozčleněná data, můžeme si všimnout, že pohlaví není proměnná přidávající vysvětlující informaci. Jediná markantní změna je u mladších žen, které ve větším množství, než mladší muži nevyužívají žádné strategie. Při srovnávání kategorií starších bychom podle procentuálního zastoupení ani nebyli schopni rozlišit, zda se jedná o muže či ženu.

Pozorování dalších kategorií je téměř bezcenné, protože populace našich uživatelů není ideální a neukazují se v těchto kategoriích žádné výrazné změny od předchozích kategorií. Jediné zajímavé pozorování je u sledování strategie Kopíráčka. Tedy strategie, která čeká na nedůvěru v sekvenci dvou kol. Ve všech kategoriích se tato strategie vyskytuje průměrně kolem 3 %. Ovšem v kategorii magisterského vzdělání je procentuální zastoupení 5,48 % ze vzorku 146 her. Vzorek je poměrně malý, takže vyvozovat závěry nelze, ale i tak se jedná minimálně o zajímavou abnormalitu v naší populaci.

4.2.6 Chování lidí proti jednotlivým AI

Na data se můžeme dívat i z druhé strany. Tedy jak si jednotlivé skupiny vedou proti AI. Konkrétně jsme zvolili čtyři nejzajímavější AI: Holubice, Jestřáb, Mstítel, Kopírák. Průměrné výplaty počítáme jak pro jednotlivé skupiny, tak i pro AI proti nim. Průměrné výplaty jsou uvedeny v tisících Kč, tak jak to bylo představováno uživatelům

na počátku hry. Pro porovnání využijeme Tabulku 12, kde jsou zobrazeny maximální možné výplaty pro uživatele i AI.

Tabulka 12: Maximální možné výplaty uživatele a AI

| | Uživatel | AI |
|-----------------|-----------------|-----------|
| Holubice | 375 | 250 |
| Jestřáb | 125 | 375 |
| Mstitel | 275 | 250 |
| Kopírák | 275 | 250 |
| Celkem | 1050 | 1125 |

Zdroj: vlastní výpočty

V Tabulce 12 se jedná o ideální situace pro obě strany. Například u Holubice je pro uživatele výhodné hrát po celou dobu nespolupráci a pro AI by bylo nejlepší, kdyby uživatel hrál pouze spolupráce. Proti Kopírákovi a Mstitelovi se uživateli vyplatí hrát samé spolupráce a v posledním kole nespolupracovat, protože AI nemá čas zareagovat. Naopak z pohledu AI je největší očekávaná hodnota v případě, kdy uživatel hraje samé spolupráce.

Tabulka 13: Průměrné výplaty v turnajích (muži vs. ženy)

| | Muži | Ženy | AI vs. Muži | AI vs. Ženy |
|-----------------|-------------|-------------|--------------------|--------------------|
| Holubice | 274,18 | 271,26 | 201,64 | 207,47 |
| Jestřáb | 94,16 | 93,58 | 186,68 | 187,84 |
| Mstitel | 212,36 | 211,31 | 204,78 | 207,74 |
| Kopírák | 211,97 | 219,83 | 197,76 | 206,03 |
| Celkem | 792,67 | 795,98 | 790,86 | 809,08 |

Zdroj: vlastní výpočty

Již z předchozího pozorování jsme konstatovali, že mezi muži a ženami nejsou velké rozdíly. Tabulka 13 ukazuje, že ani v případě výplat proti různým AI nejsou rozdíly markantní. Zdá se však, že naše AI byli o něco lepší proti ženám než mužům. Tento úspěch lze připsat hlavně strategii Kopíráka.

Tabulka 14: Průměrné výplaty v turnajích (mladší vs. starší)

| | Mladší | Starší | AI vs. Mladší | AI vs. Starší |
|-----------------|---------------|---------------|----------------------|----------------------|
| Holubice | 275 | 268,82 | 200 | 212,36 |
| Jestřáb | 91,76 | 99,38 | 191,48 | 176,23 |
| Mstítel | 202,86 | 230,34 | 199,86 | 216,85 |
| Kopírák | 237,43 | 244,51 | 199,73 | 214,33 |
| Celkem | 807,05 | 843,05 | 791,06 | 819,78 |

Zdroj: vlastní výpočty

Tabulka 14 zobrazuje průměrné výplaty při hrách mladších a starších skupin uživatelů a ukazuje se jako velmi zajímavá. Rozdíly mezi těmito skupinami jsou totiž obrovské. Největší rozdíl pozorujeme u AI Mstitele a AI Kopíráka. Podívejme se tedy na data více do hloubky.

Tabulka 15: Procentuální zastoupení ve skupinách uživatelů v počtech nespolutrací proti AI Mstitele (5 kol)

| | Mladší | Starší |
|---------------------|---------------|---------------|
| Žádná nespolutpráce | 32,57 % | 52,81 % |
| Jedna nespolutpráce | 13,71 % | 21,35 % |
| Dvě nespolutpráce | 11,43 % | 3,37 % |
| Tři nespolutpráce | 16,00 % | 10,11 % |
| Čtyři nespolutpráce | 19,43 % | 5,62 % |
| Pět nespolutprací | 6,86 % | 6,74 % |

Zdroj: vlastní výpočty

Tabulka 15 rozebírá pomocí procentuálního zastoupení poměry v jednotlivých populacích v rámci počtu nespolutprací. Ukazuje se, že obecně starší lidé volí častěji samé spolutpráce, to potvrzuje i následující Tabulka 16.

Tabulka 16: Procentuální zastoupení ve skupinách uživatelů v počtech nespoupráci proti AI Kopíraka (5 kol)

| | Mladší | Starší |
|-------------------|---------|---------|
| Žádná nespoupráce | 38,25 % | 53,66 % |
| Jedna nespoupráce | 26,23 % | 21,95 % |
| Dvě nespoupráce | 7,65 % | 6,10 % |
| Tři nespoupráce | 10,38 % | 9,76 % |
| Čtyři nespoupráce | 9,29 % | 3,66 % |
| Pět nespoupráci | 8,20 % | 4,88 % |

Zdroj: vlastní výpočty

Jak vidíme z Tabulky 15, tento rozdíl je způsoben hlavně díky velkému zastoupení samých spoluprací. Starší uživatelé získali větší výplatu díky tomu, že v případě samých spoluprací Kopírak hraje také samé spolupráce a tím obě skupiny získávají. Zajímavé je i pozorování, kdy uživatelé provedou jednu nespoupráci. V naší populaci starší uživatelé provádějí jednu nespoupráci v posledním kole v 94 % případů, kdežto mladší uživatelé pouze v 70 %. I díky tomuto rozdílu starší uživatelé mají větší průměrné výplaty, protože nespoupráce v posledním kole zůstává nepotrestána.

4.2.7 χ^2 test dobré shody

Zatím jsme prováděli pouze pozorování a z některých jsme vyvozovali i závěry. Pomocí χ^2 testu dobré shody můžeme ověřit, zda jsou naše pozorování správná. Protože pro provedení tohoto testu je nutné, aby v každé kategorii byl výskyt minimálně pěti prvků, museli jsme naše data ořezat o jedno poslední kolo, protože mnoho větví nebylo dostatečně zastoupeno, připomeňme, že větví je 4^5 tedy 1024. Tato analýza je tedy provedena na 4 kolech. Zkoumání provádíme pomocí počtů spoluprací versus naše čtyři AI, tak jako v předchozí kapitole.

- I. H_0 = Mezi skupinami není v hraní proti danému AI žádný rozdíl
- II. H_1 = Mezi skupinami jsou v hraní proti danému AI rozdíly
- III. Kritická hodnota $\alpha = 0,05$

Hypotéza H_0 bude zamítnuta, pokud p-hodnota bude pod kritickou hodnotou α . Očekáváme tedy zamítnutí H_0 hypotézy u skupiny mladší a starších. Příloha 1 a 2 jsou zdrojové excelové soubory s těmito analýzami.

Tabulka 17: p-hodnoty χ^2 testu při analýze mužů a žen

| | Holubice | Jestřáb | Mstitel | Kopírák |
|------------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|
| p-hodnota | 0,1048 | 0,8830 | 0,5728 | 0,2175 |

Zdroj: vlastní výpočty

Tabulka 16 ukazuje p-hodnoty χ^2 testu ve skupině mužů a žen. Ani v jednom případě se kritická hodnota α nedostala pod naši hranici, a tak nemůžeme hypotézu H_0 zamítnout. Mezi muži a ženami není statisticky signifikantní rozdíl.

Tabulka 18: p-hodnoty χ^2 testu při analýze mladších a starších

| | Holubice | Jestřáb | Mstitel | Kopírák |
|------------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|
| p-hodnota | 0,0111 | 0,2023 | 0,0010 | 0,0323 |

Zdroj: vlastní výpočty

Jak je vidět v Tabulce 17 u skupiny mladších a starších zamítáme hypotézu H_0 ve třech případech. Tento jev pro nás není překvapením vzhledem k předchozím pozorováním. Můžeme tedy říci, že mezi skupinami mladších a starších uživatelů je statisticky signifikantní rozdíl v případě her proti Holubici, Mstitelovi a Kopírákovi v počtu spoluprací/nespolutrací. U Kopíráka a Mstitele jsme již prováděli důkladnější pozorování pro pět kol v Tabulkách 14 a 15. Pro čtyři kola se konstatování příliš nemění, a proto nemá smysl znovu toto pozorování opakovat. U Holubice je hlavním rozdílem, že mladší hráči častěji volí nespolutrací, a to v některých případech až dvojnásobně.

4.2.8 Nejlepší strategie

Jedním z hlavních cílů této práce je nalézt nejlepší strategii proti nasbírané populaci dat. Hledání nejlepší strategie bylo prováděno pomocí rekurzivního programování sestavením rozhodovacího stromu. Toto hledání je prováděno na statických strategiích, které nereagují na předchozí kola.

Při sestavování rozhodovacího stromu jsme došli k poznatku, že mnoho větví v případě pěti kol je prázdných, což není v počtu 1024 větví překvapivé. Pro správný

výpočet očekávané hodnoty je za potřebí, co nejvíce zaplněný strom. V případě prázdné větve jsme tedy hodnoty nahrazovali nulou, což vedlo ke zkreslování výsledku. Proto jsme se rozhodli udělat nejlepší pětikolovou strategii a čtyřkolovou strategii. V případě čtyř kol jsme totiž dosahovali úplného stromu.

Strategie jsou popsány pomocí jedniček a nul, stejně jako byla data ukládána do databáze. Nula znamená nespolupráci a jednička znamená spolupráci. Důvod tohoto značení je velký počet testovaných strategií a jednotlivé pojmenovávání by bylo spíše matoucí. Pořadí kol jsou zachována. Pokud se tedy jedná o strategii samých spoluprací, je v případě pěti kol značena 11111. Při demonstraci nespolupráce například ve druhém kole je značení 10111.

Rozhodovacích stromů jsme v obou variantách sestavovali pět, abychom vypožorovali změny mezi kategoriemi uživatelů:

1. Rozhodovací strom celé populace
2. Rozhodovací strom mužů
3. Rozhodovací strom žen
4. Rozhodovací strom starších uživatelů
5. Rozhodovací strom mladších uživatelů

Tabulka 19: Nejlepší statické strategie pro čtyři kola

| | Všichni | Muži | Ženy | Mladší | Starší |
|-------------|----------------|-------------|-------------|---------------|---------------|
| 1110 | 179,6 | 176,33 | 186,23 | 188,23 | 175,13 |
| 1100 | 177,59 | 175,56 | 178,86 | 178,77 | 171,81 |
| 1000 | 170,31 | 171,48 | 149,73 | 170,84 | 167,84 |
| 1111 | 154,6 | 151,33 | 161,56 | 164,63 | 150,13 |

Zdroj: vlastní výpočty

Strategie s nejvyššími očekávanými hodnotami v tis. Kč jsou zapsány v Tabulce 19, úplnou tabulku obsahuje Příloha 3. Ukazuje se, že nejvyšší očekávané hodnoty dosahuje strategie 1110 a to pro všechny kategorie uživatelů. Druhou nejlepší strategií je zrada v posledních dvou kolech, tedy 1100. Na třetím místě se u všech, kromě žen, umístila strategie 1000. U žen se tato strategie umístila až na sedmém místě. Proti ženám je

třetí nejlepší strategií s vysokou očekávanou hodnotou strategie samých spoluprací. Z tohoto pozorování můžeme soudit, že se ženy nenechají tolikrát podrazit bez potrestání.

Tabulka 20: Nejlepší statické strategie pro pět kol

| | Všichni | Muži | Ženy | Mladší | Starší |
|--------------|----------------|-------------|-------------|---------------|---------------|
| 11110 | 213,02 | 204,73 | 216,1 | 211,27 | 207,55 |
| 11100 | 212,15 | 207,81 | 211,83 | 213,35 | 206,2 |
| 11000 | 202,85 | 199,26 | 197,66 | 200,6 | 193,4 |

Zdroj: vlastní výpočty

Tabulka 20 zobrazuje očekávané hodnoty v tis. Kč pro nejlepší strategie, úplnou tabulku naleznete v Příloze 4. Analogicky jako v situaci čtyř kol se ukazuje, že nejvyšší očekávané hodnoty dosahují strategie se spolupracemi na začátku a nespolupracemi v posledních kolech. Malé rozdíly můžeme vidět mezi první a druhou strategií u mužů a starších. U těchto dvou skupin je totiž nejlepší strategií nespolupráce v posledních dvou kolech, na rozdíl od zbytku, kdy je výhodnější nespolupráce pouze v kole posledním. Jedná se však o rozdíly v jednotkách tis. Kč, proto žádné obecné závěry vyvozovány nejsou a přikláníme se k závěru dvou nejlepších strategií 11110 a 11100.

5 Závěr

Tato diplomová práce se zaměřila na aplikaci iterovaného věžňova dilematu na modelu řemeslníka a zákazníka, přičemž jejím cílem bylo zkoumat a vyhodnotit rozdíly mezi různými kategoriemi hráčů.

V první části práce jsme se zabývali rozsáhlou teorií kolem tohoto fenoménu. Představili jsme teorii her, matematické modely rozhodovacích situací a v neposlední řadě i aplikaci do ekonomického světa. Byly představeny základní strategie, které byly dále využívány v praktické části. V závěru této části jsme představili i zajímavý koncept reciprocity.

V úvodu praktické části jsme provedli pseudoevoluční turnaj jednotlivých strategií, který demonstruje, že na počtu kol záleží. Z malého počtu kol mají největší prospěch hráči používající strategii Jestřáb, a naopak z velkého počtu kol těží strategie Kopíráka.

Pro sběr dat o různých kategoriích hráčů jsme využili vlastní webovou stránku, na které bylo posbíráno 1907 záznamů her od 350 uživatelů (po ořezání 1782 her od 303 uživatelů). Téměř ideální vzorek byl posbírán v kategoriích muži, ženy, mladší a starší, kdy rozdělujeme věkem 28 let. Bohužel, v oblasti vzdělání a zaměření se nepodařilo posbírat odpovídající vzorek. Pokud bychom toto rozdělení použili, mohlo by to vést ke zpochybnění zobecnitelnosti, a proto jsme se rozhodli neprovádět analýzy na základě tohoto rozdělení.

Prvotní analýza dat srovnávala chování uživatelů s představenými základními strategiemi. Toto pozorování ukázalo, že mezi muži a ženami není téměř žádný rozdíl v používání těchto strategií, avšak rozdíl byl pozorován v případě, kdy chování hráče nešlo popsat žádnou představenou strategií, což bylo typičtější u žen. Mezi staršími a mladšími byl objeven rozdíl v používání těchto strategií, přičemž starší lidé jsou metodičtější než mladší, tj. mnohem častěji se uchylují k využívání některé ze strategií.

Dále byla zkoumána úspěšnost uživatelů proti jednotlivým AI na naší webové stránce. Opět se ukázalo, že mezi muži a ženami nejsou žádné významné rozdíly, avšak mezi mladšími a staršími byly tyto rozdíly výraznější. Konkrétně u situací proti Mstitelovi a Kopírákovi. Tyto rozdíly byly způsobeny hlavně častějším využitím samých spoluprací, na které ani jedna z AI strategií nereaguje, a tak uživatel získává. Toto zjištění ukazuje, že věk může hrát důležitou roli při rozhodování o tom, jakou strategii proti hráči použít.

Našimi hypotézami v tomto bodě bylo, že mezi muži a ženami nejsou téměř žádné rozdíly oproti tomu, že mezi staršími a mladšími jsou. Tyto hypotézy jsme ověřili pomocí χ^2 testu dobré shody. Skupiny jsme zkoumali v případech, proti jaké strategii zrovna hrají, protože to mohlo výrazně ovlivnit jejich chování. Opravdu jsme prokázali, že mezi muži a ženami nejsou v žádném z případů rozdíly. Naopak v případě mladších a starších jsme hypotézu H_0 , tj. mezi skupinami nejsou žádné rozdíly, zamítli hned ve třech případech. Můžeme tedy konstatovat, že mezi hraním mladších a starších jsou signifikantní rozdíly.

V závěru jsme pomocí rekurzivního programování seskládali rozhodovací strom a na základě výpočtu očekávané hodnoty jsme zkoumali ultimátní strategii, která nereaguje na soupeře, ale je předem naplánována. Je zajímavé, že i přestože jsme našli rozdíly mezi jednotlivými skupinami, jedna ze strategií byla výrazně lepší než ostatní. Tato strategie jsou samé spolupráce a v posledním kole nespolupráce. Tato strategie je svým způsobem nemorální, a i když je velmi výhodná, hráči ji běžně nepoužívají, a to ani proti AI, kde by potenciálně hráč mohl jednat méně eticky než v reálném životě. Pro správné aplikování této strategie je tak potřeba znát počet kol dopředu, což v našem modelu platilo.

Celkově lze říci, že tato diplomová práce přinesla poznatky o chování hráčů v aplikaci iterovaného věžňova dilematu. Tyto poznatky mohou být důležité pro další výzkum v této oblasti a také pro praktické aplikace v řízení a rozhodování. Dále by bylo zajímavé zkoumat optimální strategie, které budou reagovat na soupeře.

6 Summary and keywords

This thesis deals with a well-known problem in game theory called the Prisoner's Dilemma in its iterated form. The history of this phenomenon's creation is covered in the first section, along with the introduction of mathematical models and, most importantly, an examination of the phenomenon's relationship to economics. The study also discusses popular strategies applied to the iterated Prisoner's Dilemma. The idea of reciprocity and the various variants of the problem are introduced at the conclusion of the first half.

The second part studies the application in real life. First, we look at how the number of rounds affects the outcomes of each strategy. Data is collected and analyzed from a variety of perspectives using a model situation, and the best strategy for dealing with the population is examined. Overall, this thesis provides an in-depth analysis of the iterated Prisoner's Dilemma and its real-life application.

Keywords: Prisoner's Dilemma, game theory, mathematical models, economics, reciprocity, real-life application, strategy, population, competition games.

7 Seznam literatury

- Axelrod, R. (1980). More Effective Choice in the Prisoner's Dilemma. *Journal Of Conflict Resolution*, 24(3), 379-403. <https://doi.org/10.1177/002200278002400301>
- Axelrod, R. (1980). Effective Choice in the Prisoner's Dilemma. *Journal Of Conflict Resolution*, 24(1), 3-25. <https://doi.org/10.1177/002200278002400101>
- Axelrod, R., & Hamilton, W. D. (1981). The Evolution of Cooperation. *Science*, 211(4489), 1390-1396. <https://doi.org/10.1126/science.7466396>
- Borel, E. (1921). The theory of the game and the integral equations with symmetric kernels. *Acta Mathematica*, 24, 249-271
- Carilli, A. M., & Dempster, G. M. (2001). Expectations in Austrian Business Cycle Theory: An Application of the Prisoner's Dilemma. *The Review Of Austrian Economics*, 14(4), 319-330. <https://doi.org/10.1023/A:1011985113936>
- Case, N. (2017). The Evolution of Trust. Získáno z <https://ncase.me/trust/>
- Čapková, T., & Roskovec, T. (2022). Short sequence iterated prisoner's dilemma in simulations and applications. In *Proceedings of the 16th International Scientific Conference INPROFORUM* (pp. 215-221). České Budějovice. <https://doi.org/10.32725/978-80-7394-976-1.32>
- Český statistický úřad. (2021). Sčítání lidu, domů a bytů 2021. *Vzdělání*. Získáno z <https://www.czso.cz/csu/scitani2021/vzdelani>
- Flood, M. M. (1958). Some Experimental Games. *Management Science*, 5(1), 5-26. <https://doi.org/10.1287/mnsc.5.1.5>
- Ginevičius, R., & Krivka, A. (2008). Application of game theory for duopoly market analysis. *Journal Of Business Economics And Management*, 9(3), 207-217. <https://doi.org/10.3846/1611-1699.2008.9.207-217>
- Guest, L. C. (1849). *The Mabinogion: From The Llyfr Coch O Hergest, And Other Ancient Welsh Manuscripts, With An English Translation And Notes* (1st ed.). Londýn: Longmans.
- Holt, C. A., & Capra, M. (2000). Classroom Games: A Prisoner's Dilemma. *The Journal Of Economic Education*, 31(3). <https://doi.org/10.2307/1183093>
- Chong, S. Y., Humble, J., Kendall, G., Li, J., & Yao, X. (2007). The Iterated Prisoner's Dilemma: 20 Years On. *Advances In Natural Computation*, (4), 1-21. https://doi.org/10.1142/9789812770684_0001
- Klicnarová, J. (2022). *Rozhodovací modely*. České Budějovice.
- Levínský, R., Neyman, A., & Zelený, M. (2020). Should I remember more than you? Best responses to factored strategies. *International Journal Of Game Theory*, 49(4), 1105-1124. <https://doi.org/10.1007/s00182-020-00733-1>
- Mañas, M. (1974). *Teorie her a optimální rozhodování*. Praha: SNTL.
- Mañas, M. (1991). *Teorie her a její aplikace*. Praha: SNTL.

- Mankiw, G. (1999). *Zásady ekonomie* (1st ed.). Praha: Grada.
- Nash, J. F. (1950). Equilibrium points in n – person games. *Proceedings Of The National Academy Of Sciences*, 36(1), 48-49. <https://doi.org/10.1073/pnas.36.1.48>
- Nowak, M. A., & Sigmund, K. (2005). Evolution of indirect reciprocity. *Nature*, 437(7063), 1291-1298. <https://doi.org/10.1038/364056a0>
- Nowak, M., & Sigmund, K. (1993). A strategy of win-stay, lose-shift that outperforms tit-for-tat in the Prisoner's Dilemma game. *Nature*, 364(6432), 56-58. <https://doi.org/10.1038/364056a0>
- Poundstone, W. (1992). *Prisoner's Dilemma: John von Neumann, Game Theory, and the Puzzle of the Bomb* (1st ed.). New York: Anchor Books.
- Ritchie, H., & Roser, M. (2013). Smoking [Online]. *Our World In Data*. Retrieved from <https://ourworldindata.org/smoking>
- von Neumann, J. (1928). The theory of parlour games. *Mathematische Annalen*, 100(1), 295-320.
- Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*. 60th Anniversary Commemorative Edition: Princeton University Press.
- Wedekind, C., & Braithwaite, V. A. (2002). The Long-Term Benefits of Human Generosity in Indirect Reciprocity. *Current Biology*, 12(12), 1012-1015. [https://doi.org/10.1016/S0960-9822\(02\)00890-4](https://doi.org/10.1016/S0960-9822(02)00890-4)
- Yao, X., & Darwen, P. J. (2001). An experimental study of N-Person Iterated Prisoner's Dilemma games. *Informatica*, 18(4). https://doi.org/10.1007/3-540-60154-6_50

8 Seznam obrázků

| | |
|---|----|
| Obrázek 1: Konečný automat strategie Kopírák | 23 |
| Obrázek 2: Konečný automat strategie Pavlov | 24 |
| Obrázek 3: Výplatní matice hráče A využita pro turnaj strategií | 25 |
| Obrázek 4: Nepřímá reciprocita reciprocita..... | 28 |
| Obrázek 5: Vytváření reputace | 29 |
| Obrázek 6: Uživatelské rozhraní hry | 38 |
| Obrázek 7: Grafické zobrazení jednotlivých strategií | 39 |
| Obrázek 8: Model relační databáze pro web creationoftrust.capek.io..... | 40 |
| Obrázek 9: Řešení strategie kopíráka pomocí Pythonu | 40 |

9 Seznam tabulek

| | |
|---|----|
| Tabulka 1: Výplatní matice duopolu..... | 19 |
| Tabulka 2: Zisky firem při rozhodování o reklamě | 21 |
| Tabulka 3: Postup hry kopíráků v případě šumu ve 2.kole | 30 |
| Tabulka 4: Průběh zápasů | 32 |
| Tabulka 5: Výplaty ve 2-5 kolech iterovaného věžňova dilematu – 1.část | 33 |
| Tabulka 6: Výplaty ve 2-5 kolech iterovaného věžňova dilematu – 2.část | 33 |
| Tabulka 7: Procentuální zastoupení strategií uživatelů ve všech hrách (muži vs. ženy) | 45 |
| Tabulka 8: Procentuální zastoupení strategií uživatelů ve hrách bez samých spoluprací (muži vs. ženy)..... | 46 |
| Tabulka 9: Procentuální zastoupení strategií uživatelů ve všech hrách (starší vs. mladší) | 46 |
| Tabulka 10: Procentuální zastoupení strategií uživatelů ve hrách bez samých spoluprací (starší vs. mladší)..... | 47 |
| Tabulka 11: Procentuální zastoupení strategií uživatelů ve hrách bez samých spoluprací (starší vs. mladší, muži vs. ženy)..... | 48 |
| Tabulka 12: Maximální možné výplaty uživatele a AI..... | 49 |
| Tabulka 13: Průměrné výplaty v turnajích (muži vs. ženy)..... | 49 |
| Tabulka 14: Průměrné výplaty v turnajích (mladší vs. starší) | 50 |
| Tabulka 15: Procentuální zastoupení ve skupinách uživatelů v počtech nespolepřací proti AI Mstitele (5 kol)..... | 50 |
| Tabulka 16: Procentuální zastoupení ve skupinách uživatelů v počtech nespolepřací proti AI Kopíráka (5 kol)..... | 51 |
| Tabulka 17: p-hodnoty χ^2 testu při analýze mužů a žen..... | 52 |
| Tabulka 18: p-hodnoty χ^2 testu při analýze mladších a starších | 52 |
| Tabulka 19: Nejlepší statické strategie pro čtyři kola..... | 53 |
| Tabulka 20: Nejlepší statické strategie pro pět kol..... | 54 |

10 Seznam grafů

| | |
|---|----|
| Graf 1: Počet her dle pohlaví | 42 |
| Graf 2: Počet uživatelů dle věku | 42 |
| Graf 3: Počet her dle nejvyššího dosaženého vzdělání | 43 |
| Graf 4: Počet her dle hlavního oboru studia či pracovního zaměření..... | 44 |

11 Seznam příloh

Příloha č. 1: Excel soubor obsahující χ^2 test dobré shody muži a ženy

Příloha č. 2: Excel soubor obsahující χ^2 test dobré shody mladší a starší

Příloha č. 3: Výplaty všech strategií proti populaci v situaci 4 kol

Příloha č. 4: Výplaty všech strategií proti populaci v situaci 5 kol

12 Přílohy

Příloha č. 1: Výplaty všech strategií proti populaci v situaci čtyř kol

| | všichni | muži | ženy | starší | mladší |
|-------------|----------------|-------------|-------------|---------------|---------------|
| 1111 | 154,6 | 151,33 | 161,56 | 164,63 | 150,13 |
| 0111 | 117,05 | 113,05 | 89,32 | 90,63 | 118,9 |
| 1011 | 134,18 | 135,13 | 130,4 | 139,03 | 130,96 |
| 0011 | 119,24 | 111,43 | 121,55 | 115,19 | 119,9 |
| 1101 | 152,59 | 150,56 | 157,55 | 160,27 | 147,88 |
| 0101 | 125,07 | 125,94 | 104,02 | 103,8 | 127,05 |
| 1001 | 146 | 146,75 | 143,46 | 151,26 | 143,15 |
| 0001 | 136,36 | 135,74 | 138,24 | 129,1 | 138,86 |
| 1110 | 179,6 | 176,33 | 186,56 | 188,23 | 175,13 |
| 0110 | 140,82 | 136,83 | 99,29 | 104,31 | 142,6 |
| 1010 | 156,53 | 156,84 | 151,89 | 161,36 | 152,88 |
| 0010 | 142,49 | 129,39 | 134,48 | 134,85 | 142,86 |
| 1100 | 177,59 | 175,56 | 178,86 | 178,77 | 171,81 |
| 0100 | 147,68 | 146,59 | 104,02 | 108,37 | 145,39 |
| 1000 | 170,31 | 171,48 | 149,73 | 170,84 | 167,84 |
| 0000 | 161,36 | 158,03 | 149,84 | 151 | 163,86 |

Příloha č. 2: Výplaty všech strategií proti populaci v situaci 5 kol

| | všichni | muži | ženy | starší | mladší |
|--------------|----------------|-------------|-------------|---------------|---------------|
| 00000 | 189,48 | 182,98 | 159,49 | 156,46 | 192,6 |
| 10000 | 181,85 | 178,06 | 157,2 | 170,84 | 178,71 |
| 01000 | 163,9 | 152,73 | 104,03 | 108,37 | 145,4 |
| 11000 | 202,85 | 199,26 | 197,66 | 200,6 | 193,4 |
| 00100 | 142,48 | 129,38 | 134,48 | 134,85 | 142,86 |
| 10100 | 164,46 | 165,9 | 154 | 163,5 | 158,17 |
| 01100 | 145,32 | 136,83 | 99,3 | 104,32 | 147,9 |
| 11100 | 212,15 | 207,81 | 211,83 | 213,35 | 206,2 |
| 00010 | 157,62 | 158,07 | 138,25 | 129,1 | 160 |
| 10010 | 169,46 | 163 | 143,46 | 173,28 | 165,42 |
| 01010 | 146,66 | 129,83 | 104,02 | 103,8 | 142,32 |
| 11010 | 180,16 | 177,51 | 174,25 | 160,27 | 175,36 |
| 00110 | 146,92 | 111,43 | 136,5 | 126,75 | 139,3 |
| 10110 | 152,47 | 155,21 | 130,4 | 139,04 | 147,89 |
| 01110 | 131,99 | 119,76 | 101,79 | 90,63 | 134,63 |
| 11110 | 213,02 | 204,73 | 216,1 | 211,27 | 207,55 |
| 00001 | 166,46 | 162,95 | 153 | 151,68 | 170,05 |
| 10001 | 172,8 | 173,58 | 151,5 | 170,84 | 169,87 |
| 01001 | 152,24 | 149,66 | 104,02 | 108,37 | 145,38 |
| 11001 | 183,78 | 181,59 | 182,69 | 182,66 | 177,44 |
| 00101 | 142,5 | 129,38 | 134,48 | 134,85 | 142,86 |
| 10101 | 158,96 | 160,35 | 152,59 | 161,97 | 154,2 |
| 01101 | 142,32 | 136,83 | 99,3 | 104,31 | 144,7 |
| 11101 | 188,57 | 185,3 | 192,64 | 193,93 | 183,74 |
| 00011 | 141,66 | 142,02 | 138,24 | 129,1 | 145,16 |
| 10011 | 156,35 | 154,4 | 143,46 | 162,27 | 152,5 |
| 01011 | 132,85 | 127,5 | 104,02 | 103,8 | 133,1 |
| 11011 | 164,53 | 162,26 | 164,46 | 160,27 | 159,7 |
| 00111 | 129,02 | 111,43 | 130,08 | 122,12 | 125,17 |
| 10111 | 141,2 | 144,33 | 130,4 | 139,03 | 137,85 |
| 01111 | 122,67 | 116,88 | 94,3 | 90,63 | 125,89 |
| 11111 | 188,98 | 182,73 | 194,12 | 192 | 183,76 |