Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství

Diplomová práce

Okružní dopravní problém v logistické firmě

Bc. Martin Uher

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Provozně ekonomická fakulta

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Bc. Martin Uher

Systémové inženýrství

Název práce

Okružní dopravní problém v logistické firmě

Název anglicky

Traveling salesman problem in logistic company

Cíle práce

Cílem této diplomové práce je optimalizace dopravních tras jako řešení víceokružního dopravního problému v logistické firmě CEDES Logistik s.r.o. s využitím vlastního vozového parku. Účelem tohoto řešení je snížit náklady spojené s přepravou nákladu.
Dílčím cílem práce je porovnání nalezeného řešení a řešení plánovacího programu Rinkai Routing, který firma využívá. Obě řešení jsou porovnána z hlediska počtu, struktury tras a výše nákladů.

Metodika

1) Práce se prvé řadě bude věnovat studiu odborné literatury. Půjde především o literaturu z oblasti operačního výzkumu a z něj vycházejících příslušných metod. Dále bude probrána problematika NP úloh, základní teorie grafů a také bude probrán systémový přístup. Těchto teoretických poznatků bude využito při realizaci praktické části práce.

2) Na začátku praktické části bude provedena bližší charakteristika podniku a jeho dostupných dopravních prostředků pro realizaci rozvozů nákladu. Poté bude proveden systémový pohled na podnik, řešený problém a jeho význam. Následně bude představen výstup z programu Rinkai, popis jeho částí a zároveň popsáno řešení navržené tímto programem.

3) Následně bude provedena příprava poskytnutých dat firmou, sestavení matice vzdáleností a další. K výpočtu nových tras bude využito metod operačního výzkumu, konkrétně budou pomocí Mayerovy metody rozděleny zastávky do příslušných okruhů. Poté pomocí Vogelovy aproximační metody budou jednotlivé zastávky v okruhu seřazeny tak, v jakém pořadí by měli být obslouženy. Tato metoda VAM bude aplikována na všechny okruhy.

4) Po výpočtu tras bude provedeno porovnání získaného výsledku a výstupu z programu Rinkai. Bude také provedena nákladová analýza spolu s možností realizace získaného řešení.

Doporučený rozsah práce

60-80 s.

Klíčová slova

operační výzkum, lineární programování, dopravní problém, TSP, mTSP, VAM, Mayerova metoda, NP-úplný problém

---

Doporučené zdroje informací

COOK, William. In pursuit of the traveling salesman: mathematics at the limits of computation. Princeton, N.J.: Princeton University Press, c2012. ISBN 978-0-691-15270-7.

CORDEAU, Jean-Francois, Gilbert LAPORTE, Martin W.P. SAVELSBERGH a Daniele VIGO. Handbooks in Operations Research and Management Science: Transportation Volume 14: Chapter: Vehicle Routing. North Holland: North Holland, 2006. ISBN 9780444513465

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE. PROVOZNĚ EKONOMICKÁ FAKULTA. KATEDRA SYSTÉMOVÉHO INŽENÝRSTVÍ O, – HAVLÍČEK, J. – KUČERA, P. *Metodologie řešení okružního dopravního problému.* Disertační práce. Praha: 2009.

JABLONSKÝ, J. *Operační výzkum : kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování.* Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN 978-80-86946-44-3.

PARDALOS, P. M., Athanasios MIGDALAS a Rainer E. BURKARD. Combinatorial and global optimization. River Edge, NJ: World Scientific Publishing Co. Pte., c2002. Series on applied mathematics, v. 14. ISBN 98-102-4802-4.

Předběžný termín obhajoby

2018/19 LS – PEF

Vedoucí práce

Ing. Roman Kvasnička, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

Elektronicky schváleno dne 25. 3. 2019

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 25. 3. 2019

Ing. Martin Pelikán, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 25. 03. 2019

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci "Okružní dopravní problém v logistické firmě" jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 29.3.2019 ______________________________

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval Ing. Romanu Kvasničkovi, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady a užitečné připomínky pro vypracování této diplomové práce. Také bych rád poděkoval zaměstnancům společnosti CEDES Logistik s.r.o. za poskytnutí potřebných dat a za jejich aktivní spolupráci.

Okružní dopravní problém v logistické firmě

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá optimalizací dopravních tras víceokružního dopravního problému ve společnosti CEDES Logistik s.r.o. S využitím metod operačního výzkumu je nalezeno přípustné řešení, které je následně blíže analyzováno.

Teoretická část práce popisuje důležité principy dopravních problémů včetně problematiky NP problémů a použitých metod operačního výzkumu pro získání řešení dopravních problémů. Také jsou popsány základní pojmy z teorie grafů a systémové vědy.

V praktické části je blíže charakterizován podnik a poté realizován samotný výpočet tras. Vypočítané řešení je následně porovnáno s plánovacím softwarem Rinkai Routing, který firma využívá k plánování tras. Výsledné řešení je analyzováno z hlediska jeho realizovatelnosti a nákladovosti.

Klíčová slova: operační výzkum, lineární programování, dopravní problém, TSP, mTSP, VAM, Mayerova metoda, NP-úplný problém

Traveling salesman problem in logistic company

Abstract

This thesis is aimed on optimization of transport routes of multiple traveling salesman problem for CEDES Logistik s.r.o. company. With using methods of operations research feasible solution is found, which is analysed afterwards.

Theoretical part of thesis describes important foundations of transportation problems, including topic of P and NP problems and methods of operations research used to find feasible solution of these problems. There are also described basics of theory of graphs and system science.

In practical part of thesis, there is closer description of company. Afterwards the feasible solution is found. This solution is compared with solution found by routes planning software Rinkai Routing. There is also analysis of costs along with possibility of implementing found solution to real life.

Keywords: operations research, linear programming, transportation problem, TSP, mTSP, VAM, Mayer’s method, NP-complete problem

Obsah

1 Úvod **12**

2 Cíl práce a metodika **14**

2.1 Cíl práce 14

2.2 Metodika 14

3 Teoretická východiska **15**

3.1 Operační výzkum 15

3.2 Lineární programování 19

3.2.1 Grafické zobrazení řešení 20

3.2.2 Simplexová metoda 21

3.3 Dopravní problém 26

3.4 Přiřazovací problém 28

3.5 Okružní dopravní problém 29

3.5.1 Víceokružní dopravní problém 31

3.5.2 Mayerova metoda 32

3.5.3 Vogelova aproximační metoda 32

3.6 Časová složitost (P versus NP) 33

3.7 Teorie grafů 35

3.7.1 Hamiltonovský graf 38

3.8 Systémový přístup 38

3.8.1 Determinovanost 39

3.8.2 Časové trvání 39

3.8.3 Tvrdé a měkké systémy 40

4 Vlastní práce **41**

4.1 Charakteristika podniku 41

4.1.1 Systémový přístup 42

4.2 Výstup z programu Rinkai 45

4.3 Výpočet okruhů 50

4.4 Seřazení míst v okruhu 53

4.5 Porovnání nalezeného řešení a výstupu z programu Rinkai Routing 63

4.6 Analýza nákladů 64

5 Výsledky a diskuse **66**

6 Závěr **68**

7 Seznam použitých zdrojů **69**

8 Přílohy **71**

Seznam obrázků

Obrázek 1 - Fáze při řešení problému pomocí OV 17
Obrázek 2 -Přehled možných variant řešení v LP 21
Obrázek 3 - Obecný postup při výpočtu simplexového algoritmu 22
Obrázek 4 - nejkratší cesta TSP s 85 900 místy 31
Obrázek 5 - Neorientovaný a orientovaný graf 36
Obrázek 6 - Typy grafů 37
Obrázek 7 - Hamiltonova kružnice ve dvanáctistěnu 38
Obrázek 8 – Schéma celého podniku jako systém 43
Obrázek 9 - Schéma oddělení logistiky podniku jako systém 44
Obrázek 10 - Proces minimalizace nákladů a jeho možné využití 45
Obrázek 11 - Klíčové ukazatele a parametry v programu Rinkai routing 46
Obrázek 12 - Mapa okruhů v programu Rinkai 47
Obrázek 13 - Přehled naplánovaných tras programem Rinkai 48
Obrázek 14 - Detailní přehled trasy č. 8 49
Obrázek 15 - Zobrazení všech měst a skladu na mapě 52
Obrázek 16 - Trasa č.1 zobrazena na mapě 55
Obrázek 17 - Trasa č.2 zobrazena na mapě 56
Obrázek 18 - Trasa č.3 zobrazena na mapě 58
Obrázek 19 - Trasa č.4 zobrazena na mapě 60
Obrázek 20 - Trasa č.5 zobrazena na mapě 61
Obrázek 21 - Trasa č.6 zobrazena na mapě 62
Obrázek 22 - Denní objemy v měsíci, průměrné denní a týdenní objemy 66

Seznam tabulek

Tabulka 1 - Přehled převodu omezujících podmínek do kanonického tvaru 23
Tabulka 2 - Obecná výchozí tabulka simplexového algoritmu 23
Tabulka 3 - Ekonomický model 26
Tabulka 4 - Časová náročnost algoritmů (při využití počítače s 10^9/s operací) 34
Tabulka 5 - Vozový park skladu u Olomouce 42
Tabulka 6 - Seřazený seznam měst podle SW Rinkai routing 50
Tabulka 7 - Seznam měst a velikost patřičných požadavků 51
Tabulka 8 - Seznam okruhů po aplikaci Mayerovy metody 53
Tabulka 9 - Aplikace VAM na trasu č.1 54
Tabulka 10 - Aplikace VAM na trasu č.2 55
Tabulka 11 - Aplikace VAM na trasu č.3 57
Tabulka 12 - Aplikace VAM na trasu č.4 59
Tabulka 13 - Aplikace VAM na trasu č.5 60
Tabulka 14 - Aplikace VAM na trasu č.6 62
Tabulka 15 - Procentuální vytížení přiřazených vozidel 63
Tabulka 16 - Přehled nákladů za jednotlivé trasy 64

Seznam vzorců

(3.1) – Účelová funkce lineárního modelu 19

(3.2) – Omezující podmínky a podmínky nezápornosti lineárního modelu 19
(3.3) – Test optima simplexové metody 25
(3.4) – Účelová funkce dopravního problému 27
(3.5) – Omezující podmínky a podmínky nezápornosti dopravního problému 27
(3.6) – Účelová funkce přiřazovacího problému 28
(3.7) – Omezující podmínky a podmínky nezápornosti přiřazovacího problému 28
(3.8) – Účelová funkce okružního dopravního problému 30
(3.9) – Omezující podmínky a podmínky nezápornosti okružního dopravního problému .. 30

1 Úvod

Optimalizace dopravních činností logistické firmy v 21. století lze již považovat za povinnost. Logistika je oblastí, kterou se zabývá každá firma pracující s plánováním či řízením toků zboží, materiálu či jakéhokoliv nákladu. Správná realizace logistických činností v podniku by měla být mezi strategickými cíli podniku, může totiž ušetřit podniku nejen velké finanční prostředky, ale také lépe alokovat ostatní zdroje (stroje, vozidla, zaměstnanci, apod.). Pro podniky zaměřující se na pozemní, resp. silniční, logistiku to především znamená využívat vhodný počet vozidel, jež budou projíždět vhodně naplánované trasy při co nejmenších nákladech (ať už jde o kilometry, čas nebo peníze). Získání těchto informací ovšem není lehkým úkolem, protože je zapotřebí velké množství dat a je také nutné brát v potaz mnoho faktorů, které mohou konečné řešení ovlivňovat a limitovat v různých ohledech. Ostatně, důkazem toho je, že okružní dopravní problém (tedy zvolit vhodné pořadí míst na trase, která tvoří uzavřený okruh) je úlohou, ke které neexistuje postup, který by vždy ve 100% případů zajistil to nejlepší řešení. Nicméně s vývojem technologií se vyvíjí i logistika, existují plánovací programy, plně automatizovaní roboti, kteří mají v rámci města doručovat menší zásilky až k zákazníkovi. Jde tedy o oblast, která v posledních letech nabrala na důležitosti a její vývoj půjde neustále vpřed.

Práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část. V teoretické části je popsána podstata operačního výzkumu a do něj spadajícího lineárního programování. Dále je popsána problematika dopravních problémů, především okružních dopravních problémů v zahraniční literatuře označováným především jako „problém obchodního cestujícího“, potažmo víceokružních dopravních problémů a metody, které jsou použity při realizaci praktické části. Je také popsána problematika časové náročnosti úloh – NP úlohy. Dále jsou charakterizovány základní pojmy z teorie grafů a systémové vědy.

V praktické části je nejdřívé charakterizován podnik, ve kterém byl víceokružní dopravní problém řešen, včetně charakteru převáženého nákladu, popisu vozového parku a také popisu systémového pohledu na podnik a daný problém. Následně je pomocí metod operačního výzkumu provedena optimalizace dopravních tras a nalezení přípustného řešení pro daný problém. Nejdříve jsou místa rozřazena do jednotlivých okruhů a následně jsou místa v jednotlivých okruzích seřazena. Získané řešení je porovnáno s plánovacím softwarem, který firma pro tyto účely využívá. Jsou porovnány počty tras a jejich struktura, také jsou porovnány vynaložené náklady při realizaci těchto řešení. Nakonec je uvedena diskuze o dlouhodobé realizovatelnosti získaného řešení.

2 Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Cílem této diplomové práce je optimalizace dopravních tras jako řešení víceokružního dopravního problému v logistické firmě CEDES Logistik s.r.o. s využitím vlastního vozového parku. Účelem tohoto řešení je snížit náklady spojené s přepravou nákladu.

Dílčím cílem práce je porovnání nalezeného řešení a řešení plánovacího programu Rinkai Routing, který firma využívá. Obě řešení jsou porovnána z hlediska počtu, struktury tras a výše nákladů.

2.2 Metodika

1) Práce se v prvé řadě bude věnovat studiu odborné literatury. Jde o literaturu z oblasti operačního výzkumu a z něj vycházejících příslušných metod. Dále bude probrána problematika NP úloh, základní teorie grafů a také bude probrán systémový přístup. Těchto teoretických poznatků bude využito při realizaci praktické části práce.
2) Na začátku praktické části bude provedena bližší charakteristika podniku a jeho dostupných dopravních prostředků pro realizaci rozvozů nákladu. Bude proveden systémový pohled na podnik, řešený problém a jeho význam. Poté bude zobrazen výstup z programu Rinkai, popis jeho částí a zároveň popsáno řešení navržené tímto programem.
3) Dále proběhne samotný výpočet tras. K výpočtu nových tras bude využito Mayerovy metody k rozdělení zastávek do příslušných okruhů. Poté pomocí Vogelovy aproximační metody budou jednotlivé zastávky v okruhu seřazeny. Metoda VAM bude aplikována na všechny okruhy.
4) Po výpočtu tras bude porovnán získaný výsledek a výstup z programu Rinkai. Bude také provedena nákladová analýza spolu s možností realizace získaného řešení.

3 Teoretická východiska

3.1 Operační výzkum

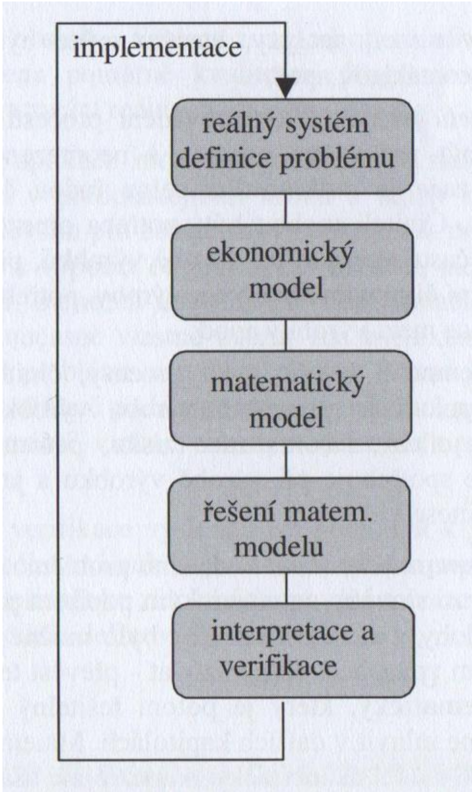
„Není jednoduché a v podstatě ani možné datovat vznik operačního výzkumu jako samostatné disciplíny. Počátky operačního výzkumu spadají už do 30. a 40. let 20. století a jsou spjaty mimo jiné s takovými jmény jako jsou nositelé Nobelovy ceny za ekonomii G.B.Dantzig nebo L.Kantorovič. Rozvoj této disciplíny nastává jednak během 2. světové války, kdy byly vytvořeny ve Velké Británii a USA speciální týmy pracovníků pro analýzu složitých strategických a taktických vojenských problémů a operací, ale především poté během 50. let, ve kterých dochází ve světe k bouřlivému poválečnému ekonomickému rozvoji. Rozvoj operačního výzkumu a jeho jednotlivých disciplín vyplýval v tomto období skutečně z praktických potřeb – například některé metody a postupy dále obecně používané byly vyvinuty v rámci konkrétních praktických studií. Dalším faktorem, ovlivňujícím rozvoj operačního výzkumu, je rozvoj výpočetní techniky. O rozvoji a významu operačního výzkumu svědčí i intenzita s jako jsou pořádány odborné konference, i to, jak vycházejí nové publikace a jsou pravidelně vydávány odborné časopisy speciálně s tímto zaměřením“ (Jablonský 2007, s. 9)

Operační výzkum (také často označován jako operations research, operational research nebo management science) je souborem samostatných dispciplín, pomocí kterých lze provádět analýzy různých rozhodovacích problémů. Zkoumá jednotlivé operace a postupy v rámci určitého systému s takovým cílem, aby bylo dosaženo toho nejlepšího (resp. optimálního) řešení problému při respektování všech vnějších a vnitřních vlivů systému relevantních k řešenému problému. (Jablonský 2007, s.9)

Cook (2012) zmiňuje způsob, jakým organizace INFORMS (Institute for Operations Research and Management Science) propagovala v té době relativně nový a neznámý operační výzkum. Na otázku „Co je to operační výzkum?“ odpovídala: „V kostce, operační výzkum je disciplína, která za použití pokročilých analytických metod pomáhá dělat lepší rozhodnutí.“ Relativně jednoduchá věta, která podtrhuje to, že využití operačního výzkumu lze najít napříč všemi odvětvími či vědními obory – od zdravotnictví, přes přepravu, finanční poradenství až po teorie her a mnoho dalších. Všude, kde je zapotřebí nějakého rozhodovacího procesu, resp. kde jsou učiněna určitá rozhodnutí, lze zde využít operačního výzkumu.

Hlavním nástrojem operačního výzkumu je matematické modelování. Vytvořený model na základě systému z reálného světa je sice jeho pouhým zjednodušeným obrazem, nicméně využití modelového přístupu a samotných modelů v operačním výzkumu má své výhody. Díky matematickým modelům lze systém strukturalizovat a blíže specifikovat různé stavy systému, v kterých se může nacházet a kterých také může být velké množství. Pomocí modelování lze modelovat procesy a operace s časovou úsporou oproti reálnému systému. Díky výpočetní technice lze tyto procesy a operace provést v modelu systému za podstatně kratší časový úsek, než daná činnost trvá v reálném světě. U modelů lze velmi jednoduše a rychle provádět úpravy a změny v různých parametrech – lze tedy velmi dobře testovat a experimentovat. Náklady na vytvoření a pracování s modelem jsou vždy nižší, než jaké by byly při stejných činnostech na systému v reálném světě. Obecně při řešení problémů pomocí metod operačního výzkumu lze postup rozčlenit do jednotlivých fází, jejichž návaznost je znázorněna na obrázku č. 1. (Jablonský 2007, s. 9-10)

Obrázek 1 - Fáze při řešení problému pomocí OV



Zdroj - (Jablonský, 2007)

<u>Definice problému z reálného systému</u>

Důležitou částí tohoto kroku je správně rozpoznat problém, odhadnout vhodnou analýzu a případně vytvořit tým odborníků na danou problematiku. Jde o první důležitý krok a závisí především na vedoucích pracovnících. (Jablonský 2007, s. 10)

<u>Formulace ekonomického modelu</u>

Jak již bylo uvedeno, model je zjednodušenou verzí systému z reálného světa, jeho součástí jsou prvky a vazby, včetně vnějších a vnitřních vlivů, které jsou podstatné a nezanedbatelné pro danou problematiku. Ekonomický model by měl především obsahovat (Jablonský 2007, s. 10-12):

- Cíl analýzy – určení cílového stavu, může jít o maximalizaci zisku, minimalizaci nákladů, minimalizaci rizika apod.
- Popis procesů – pouze činnosti probíhající v systému, které mají mít vliv na cíl analýzy, například výrobní proces podniku

- Popis faktorů – jde o činitele, které mají vliv na samotné procesy, například spotřeba výrobního materiálu
- Popis vztahů mezi cílem analýzy, procesy a faktory – souhrnné popsání všech předchozích bodů, je získán celkový obraz modelu

Formulace matematického modelu

Aby bylo možné řešit daný problém reálného systému pomocí metod operačního výzkumu, je nutné ho formulovat v matematickém modelu. Toho je docíleno převedením modelu ekonomického na matematický (Jablonský 2007, s. 12).

- Cíl analýzy – jde o maximalizační či minimalizační funkci o *n* proměnných
- Procesy – procesy v matematickém modelu představují proměnné, jejich intenzitu poté vyjadřuje hodnota proměnné
- Faktory – činitelé jsou vyjádřeni ve formě lineárních či nelineárních rovnic či nerovnic, to ovšem závisí na daném problému a vyjádření v ekonomickém modelu
- Vazby mezi cílem analýzy, procesy a faktory – vyjadřují je parametry, jež vyplývají ze systému a uživatel, resp. řešitel je nemůže ovlivňovat

Řešení matematického modelu

Tento krok je realizován pomocí metod a postupů operačního výzkumu. Řešitel musí zvolit vhodnou metodu pro řešení, dnes je již samotný výpočet většinou proveden odpovídajícím počítačovým softwarem. (Jablonský 2007, s. 12-13)

Interpretace a verifikace

Výsledky získané aplikací vybraných metod operačního výzkumu musí být řešitelem vyhodnoceny a verifikovány. Je nunté zkontrolovat, zda nebyly opomenuty nějaké důležité prvky či podmínky, potom by výsledky mohly být zkreslené, nemusely by odpovídat realitě (resp. problému řešeném v reálném systému), nebo by je nemuselo být možné implementovat do systému i přes to, že výsledek by dával optimální řešení. (Jablonský 2007, s. 13)

Metody a postupy operačního výzkumu jsou různorodé a jejich využití závisí na typu systému a problému. Mezi ty hlavní se řadí matematické programování, vícekriteriální rozhodování, teorie grafů, teorie zásob (modely řízení zásob), teorie hromadné obsluhy, markovské rozhodovací procesy, teorie her, simulační modely a mnoho dalších. (Jablonský 2007, s. 13-17)

3.2 Lineární programování

Lineární programování je nejčastější podskupinou matematického programování. Obecný matematický zápis lze vyjádřit takto:

$$MIN/MAX \rightarrow z = f\,(x_1, x_2, \dots x_n), \tag{3.1}$$

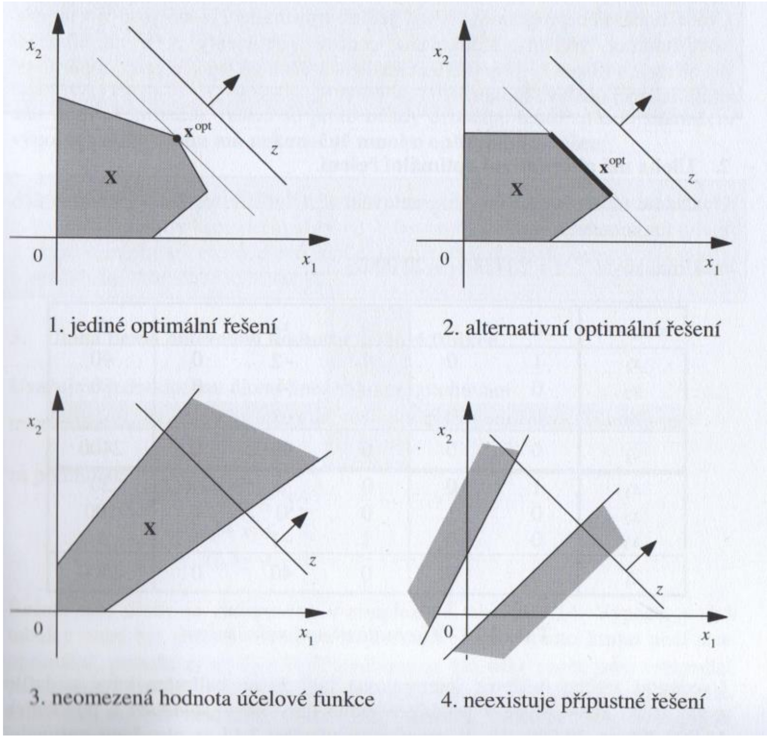
$$\begin{gathered} g_1\,(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0, \\ g_2\,(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0, \\ \dots \\ g_m\,(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n. \end{gathered} \tag{3.2}$$

Cílem tohoto modelu je tedy maximalizovat či minimalizovat účelovou (kriteriální) funkci z, při omezujících podmínkách, kde *n* je počet proměnných, *m* je počet omezujících podmínek a za podmínky nezápornosti hodnot proměnných. V případě, že je účelová funkce a jsou i omezující podmínky lineárního charakteru, jedná se o úlohu lineárního programování. V praxi mají úlohy lineárního programování široké využití, používají se především pro optimalizaci výrobního procesu podniku, optimalizaci portfolia, rozvrhování pracovníků, distribuční úlohy a mnoho dalších. Struktura modelu se díky rozdílným povahám úloh v některých detailech lehce liší. Aplikováním vhodné výpočetní metody lze získat několik typů řešení. Je-li dáno řešení, které splňuje všechny náležitosi úlohy, to jsou omezující podmínky a podmínky nezápornosti, pak jde o tzv. přípustné řešení. Toto řešení leží v množině přípustných řešení, je tedy „správné“, ale nemusí být nejlepším řešením – nebylo tedy dosaženo nejvyšší (v případě minimalizace nejnižší) možné hodnoty účelové funkce. Takové řešení, které má nejvyšší (resp. nejnižší) hodnotu účelové funkce, je nazýváno optimálním řešením a jeho nalezení je předmětem optimalizačních úloh. Je ovšem možné, že této nejlepší hodnoty účelové funkce bude nabývat více řešení, ty se nazývají jako alternativní optimální řešení. (Jablonský 2007, s. 19-25)

3.2.1 Grafické zobrazení řešení

V případě, že úloha má pouze dvě proměnné x_1 a x_2, lze množinu přípustných řešení vyjádřit také graficky. Proměnné pak představují osy a omezující podmínky jsou přímkami, popřípadě polorovinami určujícími hranice množiny přípustných řešení. Díky podmínkám nezápornosti proměnných v obecné úloze lineárního programování musí být hledaná množina přípustných řešení v prvním kvadrantu grafu. Účelová funkce je přímka s určitým sklonem. Po zakreslení všech omezujících podmínek vznikne uzavřená či otevřená množina a protnutím (resp. tečnou) přímky účelové funkce k množině přípustných řešení je získáno řešení úlohy. V případě, že se neutvoří množína přípustných řešení, pak daná úloha řešení nemá (nemusí být bráno jako chybný výsledek). Pakliže je cílem účelovou funkci minimalizovat, tak by tečna měla být v bodě množiny přípustných řešení s nejmenší hodnotou účelové funkce. Při maximalizaci, by měla být naopak tečna v bodě množiny přípustných řešení s největší hodnotou účelové funkce. Na obrázku č. 2 jsou graficky představeny 4 možné varianty řešení. (Jablonský 2007, s. 41-47)

Obrázek 2 -Přehled možných variant řešení v LP



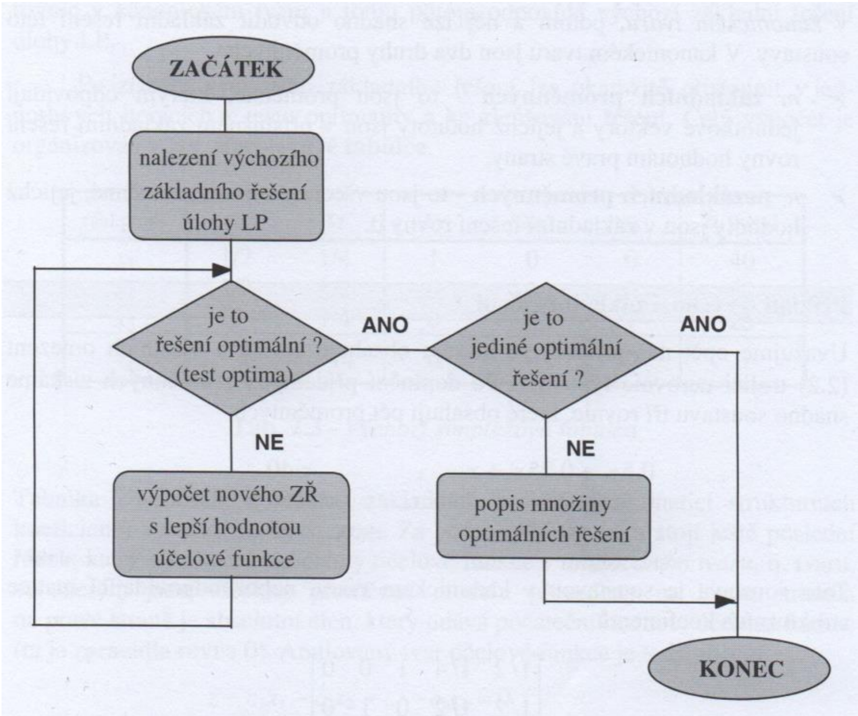
Zdroj - (Jablonský, 2007)

3.2.2 Simplexová metoda

Tato metoda je základním způsobem pro nalezení optimálního řešení úlohy lineárního programování. Simplexový algoritmus byl vynalezen Georgem Dantzigem v 50. let 20. století a v roce 1948 poprvé představen odborné veřejnosti. Tento algoritmus (resp. jeho sestavovaný model) má 3 klíčové vlastnosti. První je nevyrovnanost – tedy omezující podmínky mohou být kromě rovnic i nerovnice obojího typu s tím, že musí platit podmínky nezápornosti pro všechny vyskytující se strukturní proměnné. Druhou vlastností je linearita omezujících podmínek – samotný název říká vše podstatné a tedy, že omezující podmínky musí být lineárního charakteru. Třetí vlastností modelu je explicitně daný cíl – jasně stanovený cíl, čeho má algoritmus dosáhnout, a to díky účelové funkci, kterou lze minimalizovat nebo maximalizovat s cílem získat optimální řešení. (Cook 2012, s. 92-95)

Postupem času byl simplexový algoritmus aplikován na mnoha, v té době, nevyřešených problémech a dokázal tak, že je schopen řešit širokou škálu problémů, ovšem s narůstající náročností problémů narůstá i počet iterací, které je potřeba v simplexovém algoritmu projít k nalezení řešení, čímž se může v budoucnu v extrémních případech dostat do stavu, kdy nebude schopen získat řešení v polynomickém čase. Díky neustálému vývoji výpočetní techniky se daří řešit stále složitější problémy, ale není absolutní jistota, že simplexový algoritmus bude vždy schopen vyřešit jakkoliv náročný problém. (Cook 2012, s. 96-101)

Obrázek 3 - Obecný postup při výpočtu simplexového algoritmu



Zdroj - (Jablonský, 2007)

Na obrázku č. 3 je obecné schéma postupu při simplexové metodě. Z obrázku je patrné, že úvodním krokem v simplexové metodě je sestavení výchozí simplexové tabulky. Ještě před tím je ale potřeba převést soustavu omezujících podmínek do kanonického tvaru. V tabulce č. 1 jsou uvedeny možné typy omezujících podmínek a jejich následný převod. Hodnoty přídatných proměnných mohou značit nevyužitou kapacitu, překročení požadavku – lze je tedy ekonomicky interpretovat. Pomocné proměnné mohou vyjadřovat míru nesplnění některých z omezujících podmínek. (Jablonský 2007, s. 63-64)

Tabulka 1 - Přehled převodu omezujících podmínek do kanonického tvaru

typ omezení	přídatná prom.	pomocná prom.
"≤"	$+x$	
"≥"	$-x$	$+y$
"="		$+y$

Zdroj - (Jablonský, 2007)

V případě, že všechny omezující podmínky před převedením jsou kapacitní, tedy mají typ omezení "≤", pak se jedná o jednofázovou simplexovou metodu. Oproti dvoufázové simpolexové metodě zde odpadá dodatečný výpočet výchozího řešení - to je zde z povahy kanonického tvaru inhed zřejmé. Samotná simplexová tabulka se skládá z několika částí, v tabulce č. 2 lze vidět strukturu výchozí jednofázové simplexové tabulky. (Jablonský 2007, s. 50-52)

Tabulka 2 - Obecná výchozí tabulka simplexového algoritmu

		c_1	c_2	…	c_n	c_{n+1}	c_{n+2}	…	c_{n+m}	
		a_1	a_2	…	a_n	a_{n+1}	a_{n+2}	…	a_{n+m}	b
bc_{n+1}	ba_{n+1}	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}	1	0	…	0	b_1
bc_{n+2}	ba_{n+2}	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}	0	1	…	0	b_2
…	…	…	…	…	…	…	…	1	…	…
bc_{n+m}	ba_{n+m}	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}	0	0	…	1	b_m
z - c		d_1	d_2	…	d_n	d_{n+1}	d_{n+2}	…	d_{n+m}	**HÚF**

Zdroj - (Rada, 2014)

V prvním řádku jsou proměnné $c_1, c_2, \ldots, c_{n+m}$, které představují cenové koeficienty proměnných $a_1, a_2, \ldots, a_{n+m}$, kde $a_1, a_2, \ldots, a_n$ jsou nezákladní proměnné a $a_{n+1}, a_{n+2}, \ldots, a_{n+m}$ jsou základní proměnné. Následuje *m* řádků, který odpovídá počtu omezujících podmínek (resp.

počtu základních proměnných – proměnné, které jsou ve výchozí simplexové tabulce v bázi). V těchto řádcích jsou v prvních dvou sloupcích (oddělených na obrázku první svislou čarou) cenové koeficienty bazických proměnných $bc_{n+1},bc_{n+2},...,bc_{n+m}$ a bazické proměnné $ba_{n+1},ba_{n+2},...ba_{n+m}$, které ve výchozí simplexové tabulce představují základní proměnné. V dalších sloupcích následují hodnoty z matice sktrukturních proměnných $a_{11},a_{12},...,a_{mn}$, dále následuje jednotková matice a v posledním sloupci, tzv. sloupci pravých stran se nachází hodnoty pravých stran $b_1,b_2,...,b_m$ omezujících podmínek (tzv. vektor pravých stran). V posledním řádku jsou hodnoty $d_1,d_2,...,d_{n+m}$, tzv. redukované cenové koeficienty. Jejich hodnota je ve výchozí simplexové tabulce rovna převráceným (u minimalizace zůstávají kladné) hodnotám cenových koeficientů proměnných c_i. V dalších krocích se hodnota mění na základě výpočtu testu optima. V posledním sloupci je HÚF, tedy hodnota účelové funkce. (Jablonský 2007, s. 53)

<u>Test optima</u>

Test optima provádíme v každé nové iteraci simplexové metody. Výslednými proměnnými jsou přepočtené redukované cenové koeficienty d_k, kde $k=1,2,...,n+m$ které udávají, zda se hodnota účelové funkce (HÚF) zlepší či zhorší při zařazení dané proměnné a_k do báze, zároveň d_k bazických proměnných je vždy roven nule. Tyto redukované cenové koeficienty vstupujících proměnných mohou nabývat 3 hodnot:

- $d_k < 0$ – hodnota redukovaného cenového koeficientu vstupující proměnné do nové iterace je záporná, hodnota účelové funkce se při jejím zařazení zvýší
- $d_k > 0$ – hodnota redukovaného cenového koeficientu vstupující proměnné do nové iterace je kladná, hodnota účelové funkce se při jejím zařazení sníží
- $d_k = 0$ – hodnota redukovaného cenového koeficientu vstupující proměnné do nové iterace je rovna nule, hodnota účelové funkce se při jejím zařazení nezmění

Je tedy patrné, že u maximalizačních úloh je snaha dosáhnout všech d_k nekladných, naopak u minimalizačních úloh všech d_k nezáporných. V takovém případě došlo k nalezení optimálního řešení. Pokud je nalezeno optimum a zároveň je alespoň jedna nebazická proměnná a_k, jejíž d_k je roven nule, značí to o přítomnosti alternativního optimálního řešení – hodnota účelové funkce se nezmění při zařazení proměnné do báze a zůstane zachována její nejvyšší, resp. nejnižší hodnota. Výpočet testu optima redukovaného cenového koeficientu d_k proměnné a_k lze vyjádřit takto: (Jablonský 2007, s. 53-55)

$$d_k = \left(\sum_{i=1}^{m} bc_i \times a_{ik}\right) - c_k, \qquad k = 1,2,\ldots,n, \tag{3.3}$$

$$kde\ n\ je\ množina\ indexů\ nezákladních\ proměnných.$$

Klíčový řádek a sloupec

Před přechodem k další iteraci simplexové metody je potřeba určit klíčový řádek, který indikuje vystupující proměnnou, a klíčový sloupec, který naopak udává proměnnou vstupující. Při určování klíčového sloupce je žádoucí, aby nová bazická proměnná zlepšovala hodnotu účelové funkce co nejvíce, pro splnění tohoto kritéria se využije redukovaných cenových koeficientů. Pro maximalizační úlohy se vybírá sloupec s nejnižší hodnotou redukovaných cenových koeficientů, pro minimalizační úlohy se vybírá sloupec s nejvyšší hodnotou redukovaných cenových koeficientů.

Pro výběr klíčového řádku je zapotřebí vypočítat podíl pravých stran a kladných hodnot ze strukturní matice vstupující proměnné. Minimum z těchto hodnot podílů určuje, která z bazických proměnných se stává vystupující proměnnou. (Jablonský 2007, s. 56-57; Nemhauser 1999, s. 30-33)

Přepočet tabulky (přechod k nové iteraci)

Je dán klíčový sloupec a klíčový řádek, jejich průsečíkem je poté určen klíčový prvek. Pro přepočet simplexové tabulky je využito klasické Gaussovy eliminační metody. Sloupec vstupující proměnné bude obsahovat jednotkový vektor, kdy jednička bude na místě klíčového prvku. Jednotkové vektory ostatních bazických proměnných musí být zachovány. Jedničky v klíčovém prvku je docíleno tím, že celý klíčový řádek je vydělen klíčovým prvkem. K přepočtu i-tého řádku dochází tím, že se vynásobí přepočítaný klíčový řádek (po dělení klíčovým prvkem) převrácenou hodnotou koeficientu klíčového sloupce v i-tém řádku a přičte se k i-tému řádku z předchozí iterace. Tento postup se provede pro všechny ostatní řádky vyjma toho klíčového a je dosaženo simplexové tabulky v další iteraci. Nyní následuje opět přepočet testu optima a výběru nového klíčového řádku a klíčového sloupce, dokud není dosaženo podmínky dle testu optima a získáním optimálního řešení. (Jablonský 2007, s. 58; Nemhauser 1999, s. 33-37)

U dvoufázové simplexové metody předchází výše uvedenému postupu ještě fáze výpočtu výchozího řešení. Dvoufázová simplexová metoda je zvolena v případě přítomnosti alespoň jedné kapacitní omezující podmínky typu “≥” nebo bilanční rovnice typu “=”. Z tabulky č. 1 je patrné, že je zapotřebí využít pomocných proměnných, které zajistí kanonický tvar omezujících podmínek, ovšem v tomto stavu nejsou splněny omezující podmínky a tak je zapotřebí tzv. vynulování všech pomocných proměnných (například pomocnou účelovou funkcí). V případě úspěšného vynulování je získáno výchozí řešení úlohy pro simplexový algoritmus, v opačném případě neexistuje žádné řešení z množiny přípustných řešení. (Jablonský 2007, s.61-66)

3.3 Dopravní problém

Obecně řečeno, dopravní problém řeší situaci, kdy dochází k přesunu zboží či materiálu od dodavatelů ke spotřebitelům takovým způsobem, aby byly minimalizovány náklady, které s tímto přesunem souvisí. Tento typ úloh lze dobře popsat ekonomickým modelem ve formě tabulky (tabulka č.3).

Tabulka 3 - Ekonomický model dopravního problému

Dodavatelé	**Spotřebitelé**				**Kapacity dodavatelů**
	S_1	**S_2**	**…**	**S_n**	
D_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	…	c_{1n} x_{1n}	a_1
D_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	…	c_{2n} x_{2n}	a_2
…	…	…	…	…	…
D_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	…	c_{mn} x_{mn}	a_m
Požadavky spotřebitelů	b_1	b_2	…	b_n	

Zdroj - (Soukup, 2016)

Je *m* počet dodavatelů $D_1,D_2,...,D_m$, každý z nich má danou svou nabídku, resp. kapacitu $a_1,a_2,...,a_m$, tedy množství zboží/materiálu, který je schopen poskytnout. Je *n* počet spotřebitelů $S_1,S_2,...,S_n$, každý z nich má danou svou poptávku, resp. požadavek $b_1,b_2,...,b_n$, tedy množství zboží/materiálu, který po systému požaduje dodat. Hodnoty $c_{11},c_{12},...,c_{ij}$ $i = 1,2,...,m$, $j = 1,2,...,n$ představují ceny jednotlivých vztahů mezi dodavateli a spotřebiteli, tedy náklady spojené s cestou od i-tého dodavatele k j-tému spotřebiteli. Cílem dopravního problému je zjistit hodnoty $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{ij}$, které představují přepravované množství zboží/materiálu od i-tého dodavatele k j-tému spotřebiteli, a to tak, aby nebyly překročeny kapacity dodavatelů a byly uspokojeny požadavky spořebitelů. Předpokladem je, že $\Sigma\, a_i = \Sigma\, b_j$ – součet kapacit dodavatelů se rovná součtu požadavků spotřebitelů. V takovém případě se modelu říká model vyrovnaný, v opačném případě, tedy když $\Sigma\, a_i \neq \Sigma\, b_j$, jde o model nevyrovnaný. Ten může být způsoben dvěma scénáři: (Jablonský 2007, s. 91-93)

- $a_i > b_j$ – tzv. převis nabídky, model lze vyrovnat přidáním fiktivního spotřebitele O_f, jehož požadavek bude roven množství převisu nabídky
- $a_i < b_j$ – tzv. převis poptávky, model lze vyrovnat přidáním fiktivního dodavatele D_f, jehož požadavek bude roven množství převisu poptávky

Ceny vztahů obsahující fiktivního spotřebitele, resp. fiktivního dodavatele nabývají nulové hodnoty.

Matematický model dopravního problému lze vyjádřit tímto zápisem: (Jablonský 2007, s. 111-113)

$$MIN \rightarrow z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}, \qquad (3.4)$$

za podmínek,

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i\,, \quad i = 1,2, \dots, m,$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j\,, \quad j = 1,2, \dots, n, \qquad (3.5)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1,2, \dots, m, j = 1,2, \dots, n.$$

Model bude minimalizovat účelovou funkci představující náklady. Bude obsahovat $m \times n$ proměnných, $m+n$ omezujících podmínek. Předpokladem matematického modelu je, že model je vyrovnaný. Výsledné řešení, tzv. základní řešení, bude obsahovat nejvýše $m+n-1$

základních proměnných x_{ij}, pokud je počet základních proměnných nižší než $m+n-1$, řešení nazýváme degenerované základní řešení. (Jablonský 2007, s. 91-95)

Řešení dopravního problému lze spočítat simplexovou metodou jako klasickou úlohu lineárního programování, popřípadě lze využít modifikovaných distribučních metod, pomocí kterých se stanoví základní proměnné x_{ij} spolu s jejich hodnotami. Lze využít těchto metod (Jablonský 2007, s. 100-101):

1. **Metoda severozápadního rohu** – začíná s výběrem základních proměnných od levého horního rohu
2. **Metoda indexní** – výběr základních proměnných probíhá na základě nějnížšího indexu, resp. ceny c_{ij}
3. **Vogelova aproximační metoda** – výběr základních proměnných probíhá tak, aby se omezila nutnost využití proměnných s vysokými cenami c_{ij}

3.4 Přiřazovací problém

Jak již název napovídá, přiřazovací problém řeší přiřazení prvků $A_1,A_2,...,A_n$ z jedné skupiny k prvkům $B_1,B_2,...,B_n$ skupiny druhé. Každá vzájemná možnost přiřazení je cenově ohodnocena $c_{11},c_{12},...,c_{ij}$, $i = 1,2,...,n$, $j = 1,2,...,n$. Zda bude daná dvojice prvků vzájemně přiřazena bude vyjadřovat bivalentní proměnná x_{ij}, tedy bude nabývat hodnot 0 (pro vyjadření, že dané 2 prvky nebudou vzájemně přiřazeny) a 1 (pro vyjádření, že dané 2 prvky budou vzájemně přířazeny). Matematický model má následný zápis:

$$MAX/MIN \rightarrow z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}, \tag{3.6}$$

za podmínek,

$$\begin{gathered} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad i = 1,2,\dots,n, \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad j = 1,2,\dots,n, \end{gathered} \tag{3.7}$$

$$x_{ij} = 0(1), \ \ i = 1,2,\dots,n, j = 1,2,\dots,n.$$

V řešení přiřazovacího problému bude *n* počet x_{ij} proměnných s hodnotou 1. Přiřazovací problém lze řešit pomocí Maďarské metody, která provádí redukci matice cen a následně dochází k hledání tzv. nezávislých nul. (Jablonský 2007, s. 108)

3.5 Okružní dopravní problém

Okružní dopravní problém je také často označován jako "Problém obchodního cestujícího" (TSP – Traveling salesman problem). Tento velmi populární a literaturou obsáhlý problém má širokou škálu využití. Největší je nejspíše v logistice – může jít o plánování zásobovacích cest, plánování trasy školního autobusu pro vyzvednutí dětí (dle amerického stylu), plánování tras poštovních společností a další. Za zmínku také stojí například uplatnění v genetice (genové sekvencování), nebo plánování vrtání děr na tištěných spojích tak, aby měl přístroj co nejmenší prodlevy v přesunech mezi vrtáním. (Applegate 2006, s.59-74)

V tomto typu úlohy existuje výchozí místo A_1 a místa $A_2,A_3,\dots,A_n$. Ceny c_{ij}, $i = 1,2,\dots,n$, $j = 1,2,\dots,n$, představují délku trasy mezi i-tým a j-tým místem. Cílem je navštívit všechna místa $A_2,A_3,\dots,A_n$ a minimalizuje se délka trasy.

Obdobně, jako v přiřazovacím problému, lze využít bivalentní proměnnou x_{ij} k indikaci, zda bude daná trasa v okruhu použita. Nabývá hodnot 0 (pro vyjádření, že daná trasa nebude součástí okruhu) a 1 (pro vyjádření, že daná trasa bude součástí okruhu). Zápis matematického modelu vypadá obdobně jako u přiřazovacího problému, je pouze rozšířen o podmínku zajišťující, že ve výsledním řešení nebudou dílčí okruhy. (Jablonský 2007, s. 111-113)

$$MIN \rightarrow z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}, \tag{3.8}$$

za podmínek,

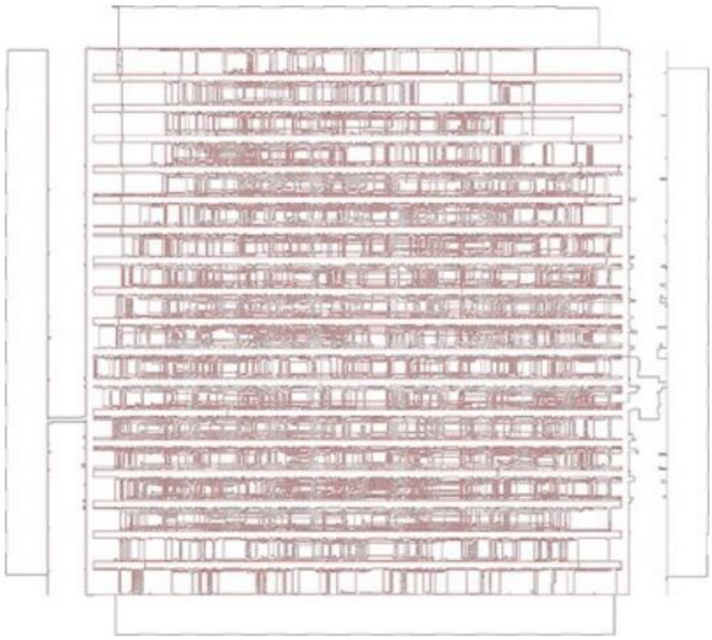
$$\begin{gathered} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1\,, \quad i = 1,2, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1\,, \quad j = 1,2, \dots, n, \\ \delta_i - \delta_j + n x_{ij} \leq n - 1, \quad i = 1,2, \dots, n, j = 2,3, \dots, n, \\ x_{ij} = 0(1), \quad i = 1,2, \dots, n, j = 1,2, \dots, n, \\ 0 \leq \delta_i \leq n - 1, \quad i = 1,2, \dots, n. \end{gathered} \tag{3.9}$$

K řešení okružního dopravního problému lze využít velké množství různých metod a algoritmů, ovšem žádné z nich nedokáží spolehlivě vyřešit každý okružní dopravní problém. Ten totiž může být tak složitý, že při aplikování určité metody nelze získat řešení v polynomickém čase – jde o NP-úplný problém (problematika P versus NP problémů je blíže popsána v kapitole 3.6). Proto se výpočty provádí pomocí heuristických metod a aproximací. Tyto metody mohou být obecně rozděleny do 2 skupin (Kučera 2009, s. 17-19):

- Iterační metody – jako vstup dostanou výsledek, který se s každou iterací snaží zlepšit
- Metody nalézající řešení – nemají jako vstup výsledek, ale začínají pracovat v určitém místě a řešení se snaží zlepšit na základě okolí daného místa. Variantou je také paralelní postup, tedy metoda začne pracovat na více místech najednou a lokální řešení se postupem času slučují

Největší vyřešenou instancí okružního dopravního problému je z roku 2006, kdy tým 7 vědců vyřešil úlohu o 85 900 místech (obrázek č. 4). Šlo o nalezení nejkratší cesty pro laser při výrobě speciálního čipu. Nejkratší cesta byla o délce 142 328 641 jednotek.

Obrázek 4 - nejkratší cesta TSP s 85 900 místy



Zdroj - (Applegate, 2006)

3.5.1 Víceokružní dopravní problém

Jedná se pravděpodobně o nejrožšířenější typ úloh, rozdíl oproti předchozímu okružnímu dopravnímu problému je v tom, že prostředek, pomocí kterého jsou místa obsluhována, má dané kapacitní omezení (z praktického hlediska jde o maximální přepravované množství, které lze naložit do dodávky, kamionu, apod.). Taková kapacitní podmínka zpravidla zapříčiní to, že místa, která je potřeba obsloužit, nelze navštívit v rámci jednoho okruhu. Je tedy potřeba stanovit takový počet okruhů, pomocí kterých budou obsloužena všechna místa, při neporušení kapacitních podmínek a při minimalizaci ujetých kilometrů. (Kučera 2009, s. 33)

Pro získání řešení se používá tzv. dvou fázových metod, které rozdělují problém na 2 podproblémy. V první fázi se stanovují jednotlivé okruhy (clustery) – všechna místa jsou přidělena do nějakého okruhu. V druhé fázi se řeší přesné složení trasy v každém z okruhů tak, aby byla ujetá trasa minimální. Existuje několik dvou fázových heuristických metod (Cordeau 2005 s. 12-13, Pardalos 2002, s. 214-215, Paschos 2010, s.149-151):

- Metoda „sweep“
- Zkrácená metoda branch and bound
- Mayerova metoda + metody jednookružních úloh
- Fisherova a Jaikumarova metoda
- A další

3.5.2 Mayerova metoda

Tato metoda se zabývá pouze první fází, tedy rozděluje místa do jednotlivých okruhů. Nový okruh začíná přidáním nejvzdálenějšího, dosud neobsazeného, místa od centrálního místa. Následně se vybírá místo, které je nejblíže místu předchozímu, tedy které je již součástí skupiny, jež bude tvořit daný okruh. Tento krok se opakuje do té doby, dokud není překročena kapacitní podmínka, nebo nejsou již všechna místa přiřazena k nějakému okruhu. Okruhy, resp. místa v okruhu je poté nutné seřadit. (Kučera 2009, s. 33)

3.5.3 Vogelova aproximační metoda

Tato metoda je také často označována jako „loss method“, neboli metoda ztrát.
Pro VAM v klasické dopravní úloze je dána matice c_{ij}, tedy sazby mezi i-tým dodavatelem a j-tým spotřebitelem. V dodatečném sloupci se zapíší kapacity příslušných dodavatelů, totéž, ovšem do dodatečného řádku se provede s kapacitami spotřebitelů. Předpokladem je, že tabulka je vyrovnaná, tedy suma kapacit dodavatelů se rovná sumě požadavků spotřebitelů. Pro všechny řádky a sloupce se spočítají diference, tedy rozdíl mezi dvěmi nejmenšími sazbami. Poté se v řadě nebo sloupci s nějvětší diferencí vybere nejmenší sazba a zapíše se do příslušného políčka přepravovaná hodnota. (Das, 2014)

- Jestliže je kapacita i-tého dodavatele větší než požadavek j-tého spotřebitele, zapíše se do políčka celý požadavek spotřebitele a daný sloupec spotřebitele se vyškrtne
- Jestliže je kapacita i-tého dodavatele menší než požadavek j-tého spotřebitele, zapíše se do políčka celá kapacita dodavatele a daný řadek dodavatele se vyškrtne
- Jestliže je kapacita i-tého dodavatele rovna požadavku j-tého spotřebitele, zapíše se do políčka celá hodnota a vyškrtne se řádek dodavatele i sloupec spotřebitele

Následuje přepočet diferencí a přiřazování hodnoty do nejnižší sazby v řádku nebo sloupci s největší diferencí. Tento postup se opakuje, dokud nejsou využity všechny kapacity dodavatelů a uspokojeny všechny požadavky spotřebitelů.

Pro využití VAM v okružním dopravním problému je dána matice sazeb c_{ij}, která představuje vzdálenosti mezi i-tým a j-tým místem, které je potřeba navštívit, odpadá zde tedy dodatečný řádek a sloupec s požadavky spotřebitelů a kapacitami dodavatelů. Pro všechny řádky i sloupce se spočítají diference, stejným postupem jako u VAM v dopravním problému. Poté se v řadě s největší diferencí vybere nejmenší sazba a ta se přidá do výsledného řešení. Pro další výpočty se vyškrtne z matice řádek i-tého místa, sloupec j-tého místa a protože není žádoucí využít stejnou trasu opačným směrem a matice je v tomto případě diagonálně symetrická, vyškrtne se také opačná sazba c_{ji}.

Následuje opět přepočet diferencí a výběr správné sazby. Výpočet končí navštívením všech míst a uzavřením okruhu – přidáním sazby z posledního navštíveného místa do počátečního místa. (Kučera 2009, s. 22)

3.6 Časová složitost (P versus NP)

V kapitole o okružním dopravním problému byl tento typ úlohy zařazen do skupiny NP-úplných úloh. Snaha vyřešit stále komplexnější a náročnější okružní dopravní problémy vedla k mnoha významným vědeckým poznatkům v matematice, výpočetní technice, ale také k aplikaci ve více situacích reálného světa. Ovšem jedna otázka zůstává stále nezodpovězena: „Jsme schopni vyřešit jakoukoliv instanci TSP (okružního dopravního problému)?“ (Cook 2012, s. 157)

Rozdělení na P, potažmo NP úlohy značí úroveň časové výpočetní náročnosti úloh. To samozřejmě zavísí na typu zvoleného algoritmu a jeho časové náročnosti. Obecný koncept pojmu algoritmus je seznam po sobě navazujících kroků, které vedou k získání řešení daného problému. Snahou je tuto časovou náročnost minimalizovat, aby bylo možné řešit stále větší úlohy samozřejmě za podpory výpočetní techniky, která značně zkracuje čas pro získání řešení. Autorem rozdělení úloh do skupin P a NP byl Jack Edmonds, který v roce 1961 popsal tzv.“dobrý algoritmus“ nalezením takového algorimu pro problém hledání optimálních párů v grafu. Tento pojem označoval algoritmus, který dokázal nalézt řešení daného problému v polynomickém čase, tedy aby garantoval získání řešení v čase n^k, kde n

je hodnota velikosti problému a *k* je fixní hodnota po celou dobu výpočtu. Cook uvádí (2012, s. 18), že dobrý algoritmus je považován při časové náročnosti n^2,n^3, či n^4 s využitím výpočetní techniky, která se postará o zpracování velkých instancí problému. Z pojmenování dobrých algoritmů pro dané problémy se přešlo na P (polynomial time) skupinu, protože považovat simplexový algoritmus za špatný není na místě. (Cook 2012, s. 160-161)

Za zmínku také stojí algoritmy, které zdaleka svou definicí nejsou dobrými algoritmy, ale některé z nich jsou hojně používané. Algoritmus o náročnosti n^n je velmi náročný, při n = 10, za předpokladu využití počítače, který zpracuje 10^9 operací za vteřinu, bude výpočet trvat 10 vteřin, při n = 25 je výpočetní čas až absurdní – 2.8×10^{18} let, tedy daleko přes délku lidského života, dokonce i celé civilizace. Algoritmus 2^n je již o něco lepší, ovšem stále velmi náročný, v tabulce č. 4 lze vidět jeho porovnání s časovou náročností dobrého algoritmu n^3 při n = 10,25,50 a 100. Podobně jako s n^n, s algoritmem 2^n se lze dostat na výpočetní čas roven desítkám trilionům let už při n = 100. Mezi 2n algoritmy patří například využití dynamického programování pro řešení okružního dopravního problému nebo simplexový algoritmus. (Cook 2012, s. 18-19)

Tabulka 4 - Časová náročnost algoritmů (při využití počítače s 10^9/s operací)

	$n = 10$	$n = 25$	$n = 50$	$n = 100$
n^3	0.000001 seconds	0.00002 seconds	0.0001 seconds	0.001 seconds
2^n	0.000001 seconds	0.03 seconds	13 days	40 trillion years

Zdroj - (Cook, 2012)

Druhou skupinou jsou NP (non-deterministic polynomial time) obtížné úlohy. Ty se vyznačují tím, že pro dané problémy neexistuje funkční algoritmus, který by dokázal vyřešit libovolnou instanci problému v polynomickém čase. Jinak řečeno, je možné, že algoritmus je schopen získat řešení libovolné instance, ale ne v takovém čase, který by byl akceptovatelný (časová náročnost algoritmu je příliš velká). Nejlepším algoritmem pro okružní dopravní problém, který byl kdy sestaven, je algoritmus Michaela Helda a Richarda Karpa z roku 1962. Tato dvojce vytvořila algoritmus, který vyřeší jakýkoliv okružní dopravní problém s n městy s časovou náročností $n^2 2^n$ – po necelých 60 letech je tento stav neměnný i přes rapidní vývoj výpočetní techniky v tomto období, k získání lepšího algoritmu pro okružní dopravní problém je tedy zapotřebí významného objevu či průlomu, jež se ale nezdá být v nebližší budoucnosti nalezen. NP-úplné úlohy tedy nelze řešit pomocí algoritmů, nicméně lze algoritmu dodat řešení a pomocí něj ověřit, zda je řešení správné (v polynomickém čase). (Cook 2012, s. 167-169; Applegate 2006, s. 49-50; Bovet 1994, s. 70)

V případě, že je ale možné ověřit v akceptovatelném čase, zda je dané řešení správné, lze takovéto řešení i v tomto čase získat? Problematika P vs. NP problémů byla vyhlášena matematickým institutem CLI (Clay Mathematics Istitute) jako problém tisíciletí, za jeho úspěšné vyřešení, zda platí P = NP a nebo P ≠ NP, je vypsána odměna 1 milion dolarů. Univerzita Technologií v Eindhovenu na svých internetových stránkách shromažďuje všechny publikace, které se snažily vyřešit problematiku P vs. NP, nicméně ani jedna z publikací neobstála při podrobné analýze. (Cook 2012, s. 157, 164)

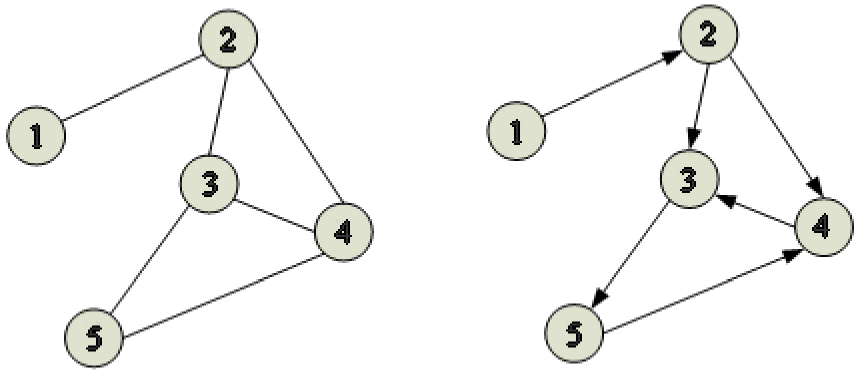
Co by ovšem znamenalo, kdyby se dokázalo potvrdit P = NP? Lance Fortnow (2009, s. 3-4) uvádí, že se odborná veřejnost příliš zaměřuje na negativa tvrzením, že pokud by platilo P = NP, pak by kryptografie pomocí veřejných klíčů byla nemožná, ale možná pozitiva z případné rovnosti by tato negativa značně převyšovala. Veškeré NP-úplné optimalizační úlohy se stanou jednoduchými na řešení, továrny budou vždy pracovat na svém maximu, letecké společnosti mohou plánovat lety bez zpoždění, existovaly by mnohem přesnější predikce počasí, zemětřesení a dalších přírodních jevů. Fortnow také ovšem uvádí, že většina odborníků se spíše přiklání k P ≠ NP.

3.7 Teorie grafů

„Mnoho reálných systémů je možné znázornit ve formě grafů, které jsou tvořeny uzly a hranami – spojnicemi mezi nimi. Takový graf může znázorňovat například distribuční síť.“ (Jablonský 2007, s. 169)

Grafem je zobrazení pomocí bodů a spojovacích čar mezi nimi, tyto body se nazývají uzly $u_1, u_2, \ldots, u_n$, spojovacím čarám se říká hrany. Hrana h_{ij} je hranou mezi i-tým uzlem u_i a j-tým uzlem u_j. Na obrázku č. 5 lze vidět 2 typy grafů – orientovaný a neorientovaný. Hlavním rozdílem jsou hrany – v neorientovaném grafu jsou hrany neorientované, lze se po nich pohybovat v obou směrech, naopak v orientovaném grafu jsou hrany orientované pomocí šipek, které značí, jakým směrem je možné se po dané hraně pohybovat. (Jablonský 2007, s. 169-170)

Obrázek 5 - Neorientovaný a orientovaný graf



Zdroj - (Sameer, 2012)

Sled v grafu je posloupnost vrcholů, kdy mezi dvěmi na sebe navazujícími vrcholy existuje hrana. Tahem v grafu je takový sled, kdy se v něm neopakují hrany. Cestou v grafu se rozumí určitá posloupnost hran, pomocí kterých se lze dostat z uzlu u_i do uzlu u_j a zároveň se každý vrchol vyskytuje pouze jednou. Souvislý graf je graf ve kterém mezi dvěma libovolnými body existuje neorientovaná cesta – tedy cesta, která nerespektuje v případě orientovaného grafu orientaci hran. V případě, že tato cesta může začínat a zároveň končit ve stejném bodě, jde o tzv. cyklus. Graf, který je souvislý, neorientovaný a neobsahuje žádný cyklus se nazývá strom. (Jablonský 2007, s. 170-171)

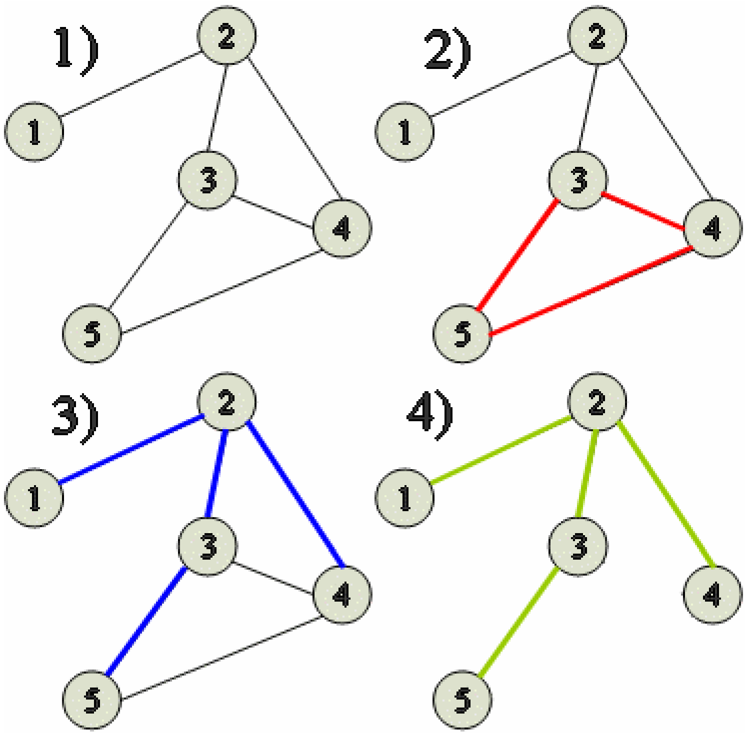
Grafy lze také dělit podle ohodnocení na hranově nebo uzlově ohodnocené grafy. Hranově ohodnocený graf může představovat například distribuční síť, kdy hrany představují vzdálenosti mezi uzly (sklady, zákazníky, apod.). Uzlově ohodnocený graf je využíván u projektového řízení, kde uzly představují počátky a konce činností. Síť je pak speciální typ grafu, který je orientovaný, souvislý a je hranově (uzlově) ohodnocený. Existuje v něm počáteční uzel – tedy uzel, ze kterého hrany pouze vystupují, a uzel koncový – uzel, do kterého hrany pouze vstupují.

Nejkratší cestu v grafu mezi dvěma uzly lze hledat v orientovaných i neorientovaných grafech, její nalezení spočívá v přičítání hran mezi uzly, ke kterým se nejkratší cesta hledá.

Minimální kostrou grafu se rozumí podgraf, který zahrnuje všechny uzly, který je strom a bude minimalizovat součet ohodnocení hran. Výpočet je jednoduchý (Jablonský 2007, s. 171-176):

1. Do řešení se přidají dvě hrany s nejnižším ohodnocením
2. Dále se přídá další hrana s nejmenším ohodnocením, ale za podmínky, aby nebyl vytvořen cyklus
3. Bod č.2 se opakuje dokud není nalezeno *n-1* hran, které tvoří minimální kostru grafu

Obrázek 6 - Typy grafů



Zdroj - (Sameer, 2012), Vlastní zpracování

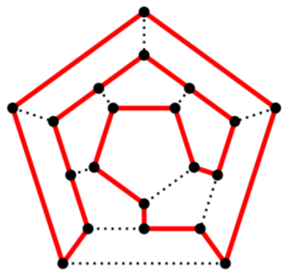
Na obrázku č. 6 jsou uvedeny důležité typy grafu:

- Graf č.1 – neorientovaný, souvislý
- Graf č.2 – cyklus v grafu (červená)
- Graf č.3 – kostra v grafu (modrá, ingorováno ohodnocení hran grafu – pouze pro účel grafického znázornění)
- Graf č.4 – graf typu strom (zelená)

3.7.1 Hamiltonovský graf

Tento typ grafu, který je úzce spjat s okružními dopravními úlohami. Hamiltonovský graf je takový graf, který obsahuje Hamiltonovskou kružnici. Tato kružnice je sled hran, které prochází všemi uzly grafu právě jednou (s vyjímkou bodu výchozího) a utváří uzavřený okruh. Hamilton tento problém definoval na dodecahedronu, v českém znění dvanáctistěnu, kdy se snažil projít všech dvacet krajních bodů dvanáctistěnu. Na obrázku č. 7 lze vidět jednu z mnoha možností jak v tomto grafu utvořit hamiltonovskou kružnici. (Cook 2012, s. 165)

Obrázek 7 - Hamiltonova kružnice ve dvanáctistěnu



Zdroj - (Sommer, 2007)

Logicky lze tedy odvodit, že pokud je řešen okružní dopravní problém, kdy všechna místa je nutné navštívit právě jednou a vrátit se na konci do výchozího bodu, pak je vlastně hledána hamiltonovská kružnice v grafickém zobrazení okružního dopravního problému, ale s přihlédnutím na minimalizaci ohodnocených hran. Pokud je tedy okružní dopravní problém NP-úplný, je NP-úplné i hledání hamiltonovské kružnice.

3.8 Systémový přístup

Z praktického hlediska lze na okružní dopravní problém nahlížet z širšího pohledu, především v zasazení do podniku, který problém řeší. Systémový přístup především umožňuje bližší poznání prostředí, podmínek a chování části podniku, v jehož rámci je okružní dopravní problém řešen.

V odborných publikacích, zabývajících se teorií systémů, je mnoho různých definic systému, jednou z nich je tzv. Kompoziční teorie, kdy systémem se rozumí soubor nějakých prvků a vazeb mezi nimi. Systémem lze považovat objekty hmotné i nehmotné, reálné i abstraktní a živé i neživé. Systém vykazuje určité chování a to na základě svých vlastností. Systém lze strukturovat, dají se tedy jasně popsat jeho prvky a vazby. V případě, že jsou vazby orientované (mají určitý směr), nazývá se tato struktura orientovanou. Systém může být definovaný na různých úrovních, záleží pouze na autorovi, jakou úroveň zvolí, ovšem je žádoucí systém definovat na takové úrovni, která bude odpovídat problému a systém tedy nebude obsahovat prvky a vazby, které nejsou pro daný problém podstatné. Ve velkých a velmi komplexních systémech definování struktury může být velmi složité, lze tedy úroveň strukturovanosti rozdělit na zcela nestrukturované, částečně strukturované, dobře strukturované a úplně strukturované. (Pokorný 2009, s. 8-9)

3.8.1 Determinovanost

Systémy lze rozdělit různými kritérii do několika kategorií. Dle determinovanosti systémů je lze rozdělit na (Pokorný 2009, s. 12):

- Deterministické systémy – transformace vstupů na výstupy je jednoznačně dána a jeho chování je vždy neměnné, systém nepodléhá žádným vnějším ani vniřtním vlivům
- Stochastické systémy – také nazývány jako systémy s nejistotou, systém je ovlivněn vnějšími a vnitřními vlivy, k popsání chování tohoto typu systému je zapotřebí využít statistických metod
- Fuzzy metody – také nazývány jako neurčité systémy, k popisu takového typu systému není dostatek informací, nebo jsou informace nepřesné

3.8.2 Časové trvání

Podle časového faktoru trvání vlastností systému lze systémy dělit na (Pokorný 2009, s. 15):

- Statické systémy – Struktura, vazby na systém a transformační funkce takového systému se v čase nemění, je stálý, matematicky lze takový systém popsat pomocí soustav rovnic
- Dynamické systémy – Struktura, vazby na systém či transformační funkce takového systému jsou v čase proměnlivé, matematicky jej lze vyjádřit pomocí diferenciálních rovnic

3.8.3 Tvrdé a měkké systémy

Formulováním systému lze rozlišit systémy do dvou skupin, které značně ovlivní způsob řešení problému v rámci systému (Pokorný 2009, s. 16).

- Tvrdé systémy – Systém lze považovat za tvrdý, pokud je ho možné dobře popsat matematickými modely, tvrdý systém lze získat i zjednodušením složitého systému (zanedbáním nevýznamných aspektů) tak, aby byl matematicky formulovatelný, pro řešení využívá běžných metod a algoritmů adekvátních k řešenému problému (například dopravní problém → VAM)
- Měkké systémy – Drtivá většina systémů v reálném světě je natolik složitá, že jejich matematická formulace není prakticky možná, jejich popis je možný pouze slovně a využívá se speciálních metod a analýz pro měkké systémy (například CATWOE)

4 Vlastní práce

4.1 Charakteristika podniku

Podnik, ve kterém byl víceokružní dopravní problém řešen, se jmenuje CEDES Logistik s.r.o., který funguje na českém trhu již 20 let. Jde o podnik zabývající se logistikou farmaceutického a zdravotnického materiálu, tedy rozvoz a svoz materiálu, jeho skladování, apod. Podnik působí po celé České republice, zároveň své služby nabízí i zákazníkům sídlícím v sousedních zemích a to především ve Slovenské republice a Polsku. Podnik má 2 centrální sklady – jeden se nachází v Modleticích u Prahy a druhý u Olomouce. Z Modletického skladu jsou obsluhováni zákazníci v Čechách, z Olomouckého pak zákazníci na Moravě, ve Slezsku a zahraniční zákazníci. Podnik spravuje vlastní vozový park, ale také využívá smluvně zavázaných dopravců. Ostatní dopravci jsou ovšem využíváni především pro logistické služby z Modletického skladu. Práce se zaměřuje na víceokružní dopravní problém ze skladu u Olomouce, v následující tabulce č. 5 jsou tedy uvedena vozidla pouze pro rozvozy z tohoto skladu, jejich značka a model, tonáž vozidel (tedy maximální hmotnost převáženého materiálu) je uvedena v tunách. Vozidla Škoda Roomster je zvýrazněna, protože je podnik nevyužívá primárně k rozvozům materiálu, ale ve vyjímečných případech je lze využít. Podnik vozí i materiál, resp. zboží, nebezpečného charakteru (tzv. Dangerous Goods), jeho transport ovšem nevyžaduje žádná speciální omezení je-li pominuta nutná separace vycházející z třídy převáženého materiálu. Podnik také vozí materiál, resp. zboží, v režimu chlazené a mražené, takové zboží se pak dává do speciálních boxů, které zajistí patřičnou teplotu pro transport a není tedy vyžadováno speciální vozidlo s prostory pro transport takového zboží (některá z vozidel podniku ovšem takové prostory mají). Kromě 2 vozidel Škoda Roomster firma také vlastní 3 dodávky značky Fiat Ducato a 5 větších nákladních vozidel značky Iveco různých modelů a typů. Dále v praktické části práce není mezi jednotlivými modely brán ohled a jsou souhrnně označovány jako Iveco. I přesto, že je jejich maximální nosnost odlišná, není těchto kapacit dosaženo a sazby (níže uvedeno v kapitole 4.2 Výstup z programu Rinkai) u těchto vozidel jsou stejné. Firma také vlastní 1 kamion (tahač + návěs) s možností chladících prostor.

Tabulka 5 - Vozový park skladu u Olomouce

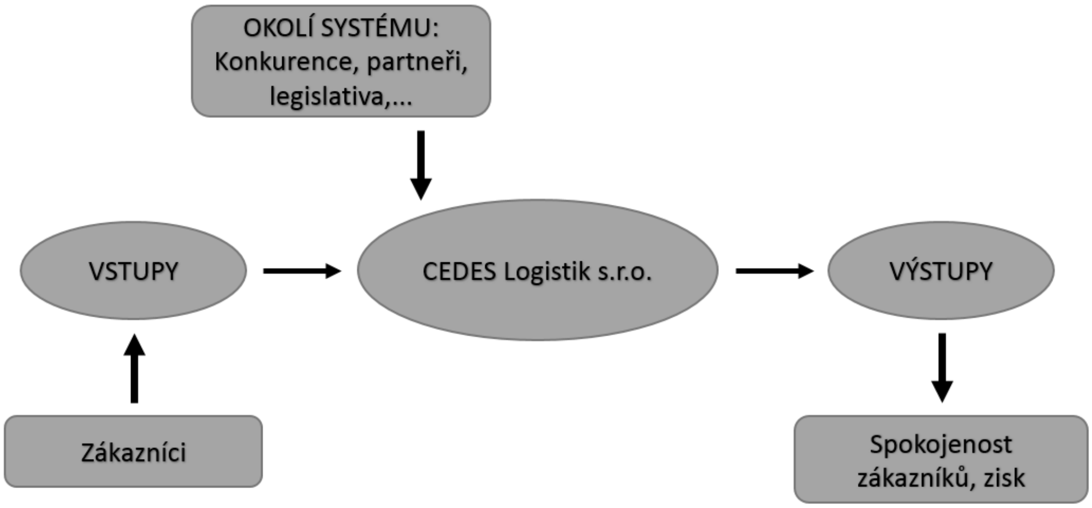
Dopravce	Tonáž	pal.míst	Značka/Model
Cedes	0.8	4.5	Fiat Ducato
Cedes	0.8	4.5	Fiat Ducato
Cedes	0.8	4.5	Fiat Ducato
Cedes	25	33	Volvo FH13 440 42T (tahač) + Schmitz SKO 24/L-13.4FP60COOL (návěs)
Cedes	4.8	15	Iveco ML 100E18
Cedes	7.8	16	Iveco EuroCargo ML140E25/P
Cedes	4.5	11	Iveco EuroCargo ML140E25/P
Cedes	10	18	Iveco 190 EL30
Cedes	10	18	Iveco ML 180E28
Cedes	0.8	1	Škoda Roomster
Cedes	0.8	1	Škoda Roomster

Zdroj - Vlastní zpracování

4.1.1 Systémový přístup

Na firmu, potažmo na řešený problém, lze nahlížet skrze systémový přístup, který pomůže lépe identifikovat a popsat podnik a aspekty řešeného problému. Firma jako celek funguje jako celistvý otevřený systém. Jejími prvky jsou jednotlivá oddělení firmy (marketing, IT, logistika, apod.), které mezi sebou vykazují určité vazby, resp. vztahy. Jako externí vstupy do takového systému jsou zákazníci se svými požadavky a jiné. Okolí systému pak tvoří konkurence, smluvní partneři, vláda (resp. její legislativní úpravy a možné restrikce) a další. Systém vykazuje takové chování, kdy se snaží uspokojit potřeby zákazníka pomocí svých nabízených služeb a zároveň generovat zisk. Schéma celého podniku v systémovém pojetí lze vidět na obrázku č. 8.

Obrázek 8 – Schéma celého podniku jako systém



Zdroj - Vlastní zpracování

S přihlédnutím na řešený problém je vhodné se zaměřit na subsystém výše uvedeného systému, a to systém zásobování, jehož cílem je obsloužit požadavky zákazníků. Takový systém bude obsahovat prvky jako řidiči vozidel, vozový park firmy, dispečink zodpovídající za koordinaci, plánovací software a další. Okolí systému jsou především smluvně vázaní externí dopravci, kteří mohou být využiti pro rozvozy zákazníkům. Jako vstupy do takového systému jsou informace potřebné pro realizaci tras k uspokojení požadavků zákazníků – jde tedy především o adresy poboček a míst, které si zákazníci přejí zavážet, jaký náklad a jaké množství nákladu chtějí doručit na dané místo, bližší informace o nákladu, aby mohla firma zaručit jeho bezpečný převoz a další. Předpokládaným výstupem pak jsou uspokojené požadavky zákazníků. Základní grafické zobrazení takového systému lze vidět na obrázku č. 9.

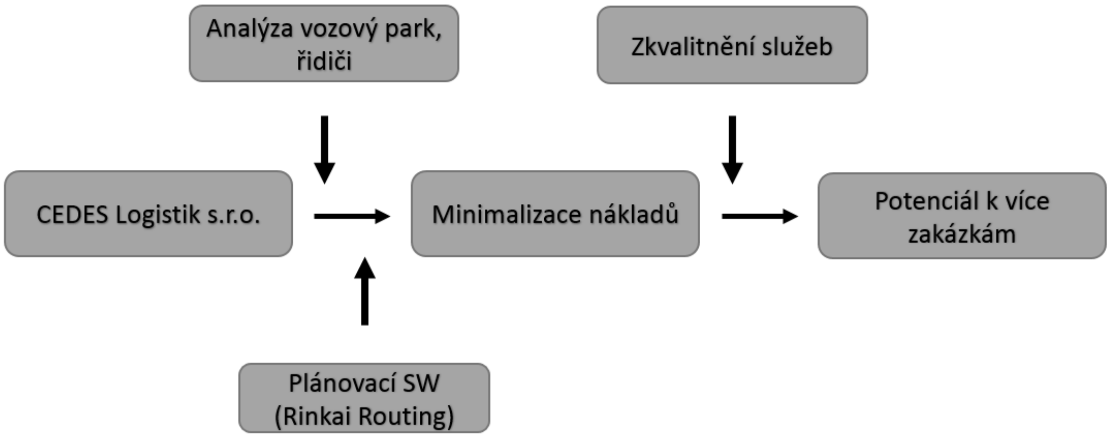
Obrázek 9 - Schéma oddělení logistiky podniku jako systém

Zdroj - Vlastní zpracování

Tento subsystém v jistém slova smyslu sám generuje zisk a to tím, že se snaží o minimalizaci nákladů pro převoz nákladu ze skladů k zákazníkům. K těmto účelům firma využívá již výše zmíněný plánovací software, který na denní bázi propočítává trasy na základě denních požadavků zákazníků. Je ovšem nutné provést analýzu vozového parku a příslušného personálu, aby byl znám počet dostupných vozidel, jejich maximální kapacity a počet volných řidičů.

Minimalizace nákladů by měla přinést firmě finanční úspory, které může následně alokovat jinde, například ke zkvalitnění svých, již nabízených, služeb. To může následně vést ke zvýšení spokojenosti zákazníků s poskytovanými službami a jejich možným zvýšeným využitím, případně k získání nových zákazníků. Tento možný proces je naznačen na obrázku č. 10.

Obrázek 10 - Proces minimalizace nákladů a jeho možné využití



Zdroj - Vlastní zpracování

4.2 Výstup z programu Rinkai

Podnik používá pro plánování tras software Rinkai Routing. V této kapitole jsou představeny možné výstupy z tohoto programu, níže zobrazené výstupy jsou výřezy z důvodu zachování anonymity zákazníků a také je kompletní výstup celkem obsáhlý a v rámci jednoho obrázku by byl nečitelný. V programu si lze před záčatkem plánování nastavit několik parametrů, které mohou ovlivnit výpočet tras, jako například rychlostní faktor vozidel, maximální počet tras vozidel, maximální počet zastávek pro všechny trasy a další. Spolu s parametry je v tomto bočním panelu i část pojmenovaná „Klíčové ukazatele“, zde lze vidět nejdůležitější ukazatele jako jsou celkové náklady, počet tras, celkový počet ujetých kilometrů. Tyto výše zmiňované části výstupu lze vidět v obrázku č. 11. Je nutné podotknout, že jakákoliv sekce programu lze ručně upravovat. Lze tedy měnit výše uvedené parametry pro výpočet, lze si přidávat či ubírat další trasy, v rámci jednotlivé trasy lze posouvat s pořadím navštívených zastávek.

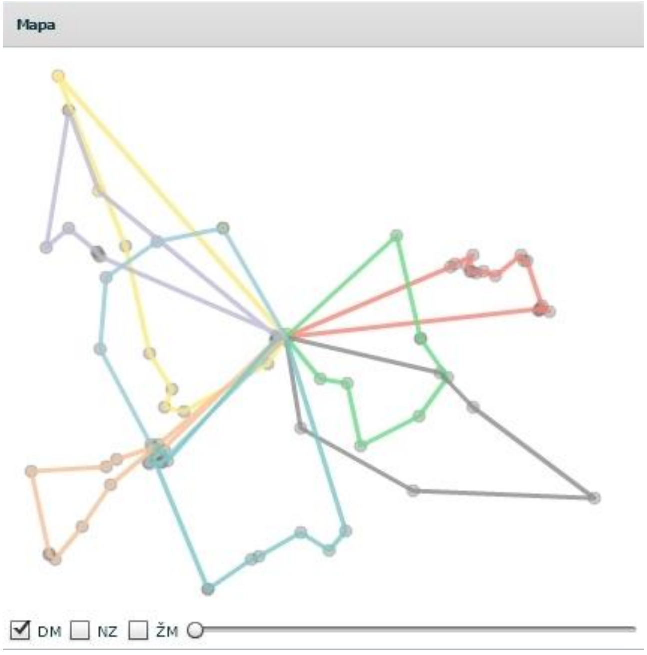
Obrázek 11 - Klíčové ukazatele a parametry v programu Rinkai routing

Klíčové ukazatele	
Vozidel	8
Tras	8
Km	2 745
Čas	82:18
Náklady	**49 554**
Zastávek	93
NnplZast	0
MimoČO	5
Parametry	
Rychlostní faktor	100
Faktor depa	100
Faktor zákazníka	100
MaxPočTrasVoz	10
MaxPočZast	50
NejTrvTrasy	--
Hmotnostní vytěžování	100
Objemové vytěžování	100
Třetí vytěžování	100
ČOZ prodloužení	00:00:00
ČOK prodloužení	00:00:00
OdjPočO	**Ano**
Čas otevření depa	00:00:00
Čas zavření depa	23:29:59
AdminČasOdj	00:10:00
AdminČasPříjezd	00:10:00
KontKapDepa	Ano
Hloubka prohledávání	3

Zdroj - Prostřednictvím Rinkai routing, vlastní zpracování

Program naplánoval pro obsloužení všech adres celkem 8 okruhů, které jsou v rámci celého výstupu programu barevně odlišené. Jejich grafické znázornění, které je vidět na obrázku č. 12, je barevně rozlišeno, není ovšem na podkladu obrázku reálná mapa. Z grafického výstupu programu nelze vyčíst ani směr trasy, jednotlivé uzle (navštěvovaná místa) nejsou očíslována, ani žádným jiným způsobem popsána.

Obrázek 12 - Mapa okruhů v programu Rinkai



Zdroj - Prostřednictvím Rinkai routing, vlastní zpracování

Na další části výstupu na obrázku č. 13 lze vidět přehled všech naplánovaných tras. Sloupec "Vozidla" obsahoval SPZ vozidel, tyto hodnoty byly přepsány na značky, resp. modely, příslušných vozidel. Sloupec „Zast" znázorňuje počet zástávek (adres) na každou trasu, následuje začátek a konec trasy. Sloupec „DJízdy" představuje čistou dobu trvání trasy (bez vykládky, čekacích dob, apod.). Dále je možné vidět počet kilometrů, hmotnost nákladů, která vozidla převáží spolu s procentuálním vyjádřením hmotnostního vytížení vozidla. V posledním sloupci jsou uvedeny náklady na každou trasu, tyto náklady jsou vypočteny součinem počtu kilometrů a sazbou vozidla na každý ujetý kilometr. Sazby za kilometr jsou v korunách a jsou stanoveny do následujících kategorií:

- 9 Kč za osobní automobil (Škoda Roomster)
- 12 Kč za dodávky (Fiat Ducato)
- 23 Kč za ostatní nákladní vozidla.

Obrázek 13 - Přehled naplánovaných tras programem Rinkai

Tr		Vozidlo	Zast	Zač	Konec	DJízdy	Km	HVyt	Hmot	Náklady
1		IVECO	18	05:00	16:11	06:48	283	45%	2 134	6 512
2		IVECO	8	05:00	14:18	06:28	281	10%	1 033	6 456
3		IVECO	7	05:00	17:48	08:41	402	1%	52	9 237
4		ROOMSTER	5	04:18	14:22	08:27	435	14%	142	3 911
5		IVECO	10	05:00	14:44	06:36	308	3%	200	7 081
6		IVECO	17	05:00	15:48	06:34	355	31%	1 375	8 175
7		DUCATO	16	05:00	14:47	06:27	338	104%	832	4 056
8		DUCATO	12	05:00	13:38	05:56	344	39%	310	4 125

Zdroj - Prostřednictvím Rinkai Routing, vlastní zpracování

Z obrázku č. 13 je patrné, že v některých trasách je přepravované množství velmi malé (trasa 3 – přepravované množství 52 kilogramů, trasa 5 – přepravované množství 200 kilogramů) a jsou navíc k těmto trasám přiřazeny větší nákladní vozidla Iveco (procentuální hmotnostní vytížení v těchto trasách je 1% a 3%), u kterých je sazba za kilometr vyšší, než u dodávek.

Na obrázku č. 14 lze vidět sekci výstupu z programu Rinkai (jako ilustrační příklad byla vybrána trasa č. 8), která nabízí detailní přehled o vybrané trase. Tento přehled ukazuje postupnou návaznost zastávek, jejich individuální požadavky a vzdálenosti mezi jednotlivými zastávkami. Je zde také možné nalézt bližší informace o zákazníkovi na dané zastávce, tyto informace však byly vynechány. Pokud se tedy vyskytuje například Litomyšl v trase 4 krát za sebou, znamená to, že vozidlo má naplánovanou zastávku na 4 různých adresách v městě Litomyšl (může jít o stejného zákazníka – má více poboček ve městě, nebo jde o zákazníky odlišné). Z obrázku lze také vyčíst, že program předpokládá, že vykládka nákladu na patřičné adrese bude trvat mezi 9 až 10 minutami.

Obrázek 14 - Detailní přehled trasy č. 8

Tr		PořZ	Město	Km	Ček	Příj	Odj	Hmot
8				0	00:00:00	05:00	05:40	--
8		1	LITOMYSL	90	00:00:00	06:48	06:57	4
8		2	LITOMYŠL	1	00:00:00	07:00	07:09	5
8		3	LITOMYŠL	2	00:00:00	07:12	07:21	17
8		4	LITOMYŠL	0	00:00:00	07:21	07:31	64
8		5	VYSOKÉ MÝTO	15	00:00:00	07:43	07:53	8
8		6	LUŽE	18	00:00:00	08:15	08:24	10
8		7	NOVÉ MĚSTO NAD	66	00:00:00	09:48	09:57	41
8		8	NOVÉ MĚSTO NAD	0	00:00:00	09:57	10:07	41
8		9	POTŠTEJN	36	00:00:00	10:53	11:03	5
8		10	OLOMOUC	110	00:00:00	12:47	12:56	5
8		11	OLOMOUC	1	00:00:00	12:59	13:08	5
8		12	OLOMOUC	2	00:00:00	13:12	13:21	105
8				3	00:00:00	13:28	13:38	--

Zdroj - Prostřednictvím Rinkai Routing, vlastní zpracování

V následující tabulce č. 6 je uvedený souhrn tras, které byly vypočítány programem Rinkai, jsou zde vypsány všechny podstatné charakteristiky popisující každý z okruhů. Převážené množství je uvedeno v kilogramech, sazba za vozidlo je v korunách za kilometr a celkové náklady jsou uvedeny v korunách. Je zde také sepsán sled měst podle kterého budou vozidla projíždět dané trasy.

Tabulka 6 - Seřazený seznam měst podle SW Rinkai routing

1	Sklad - Ostrava - Havířov - Karviná - Třinec - Sklad					
	Počet km:	283	Převážené množství:	2134	Celkový čas:	11:11
	Sazba:	23	Celkové náklady:	6512		
2	Sklad - Přerov - Dřevohostice - Zlín - Vsetín - Rožnov pod Radhoštěm - Nový Jičín - Opava - Sklad					
	Počet km:	281	Převážené množství:	1033	Celkový čas:	9:18
	Sazba:	23	Celkové náklady:	6456		
3	Sklad - Vrbátky - Jedovnice - Blansko - Rájec Jestřebí - Letovice - Česká Třebová - Červený Kostelec - Sklad					
	Počet km:	402	Převážené množství:	52	Celkový čas:	12:48
	Sazba:	23	Celkové náklady:	9237		
4	Sklad - Kroměříž - Štítná nad Vláří - Martin - Velké Karlovice - Zubří - Sklad					
	Počet km:	435	Převážené množství:	142	Celkový čas:	10:04
	Sazba:	9	Celkové náklady:	3911		
5	Sklad - Brno - Vír - Trstěnice - Lanškroun - Šumperk - Sklad					
	Počet km:	308	Převážené množství:	200	Celkový čas:	9:44
	Sazba:	23	Celkové náklady:	7081		
6	Sklad - Olomouc - Brno - Zbýšov - Lipník - Znojmo - Dobšice - Hostěradice - Ivančice - Sklad					
	Počet km:	355	Převážené množství:	1375	Celkový čas:	10:48
	Sazba:	23	Celkové náklady:	8175		
7	Sklad - Olomouc - Brno - Břeclav - Hodonín - Veselí nad Moravou - Velká nad Veličkou - Horní Němčí - Sklad					
	Počet km:	338	Převážené množství:	832	Celkový čas:	9:47
	Sazba:	12	Celkové náklady:	4056		
8	Sklad - Litomyšl - Vysoké Mýto - Luže - Nové Město nad Metují - Potštejn - Olomouc - Sklad					
	Počet km:	344	Převážené množství:	310	Celkový čas:	8:38
	Sazba:	12	Celkové náklady:	4125		

Zdroj - Prostřednictvím Rinkai Routing, vlastní zpracování

4.3 Výpočet okruhů

Data poskytnuta firmou CEDES Logistik jsou za jeden měsíc členěna na denní bázi, je tedy řešen víceokružní dopravní problém pro jeden z centrálních skladů v jeden den. Data obsahují adresy zákazníků, hmotnost zaváženého materiálu, vozidlo, které realizovalo danou trasu, seznam vozového parku firmy apod. Na přání firmy byly přesné adresy zákazníků a jejich názvy nahrazeny městy, do kterých byl rozvoz realizován.

Z dat poskytnutých podnikem bylo získáno 62 adres zákazníků s jejich požadavkem na dodání materiálu pro jeden den. Vozidlům, rozvážejícím náklad, jsou přiřazovány zároveň i adresy zákazníků, od kterých se provádí svoz materiálu a vratky. Ovšem informace o těchto zástavkách byly v poskytnutých datech nekompletní popřípadě úplně chyběly. Adresy byly nahrazeny městy, do kterých zákazníci požadovali zavést materiál. V případě přítomnosti více adres v jednom městě, byly požadavky sečteny. Po této úpravě dat bylo získáno 37 měst s kladným požadavkem. Seznam měst spolu s jejich souhrnnými požadavky je uveden v tabulce č. 7.

Tabulka 7 - Seznam měst a velikost patřičných požadavků

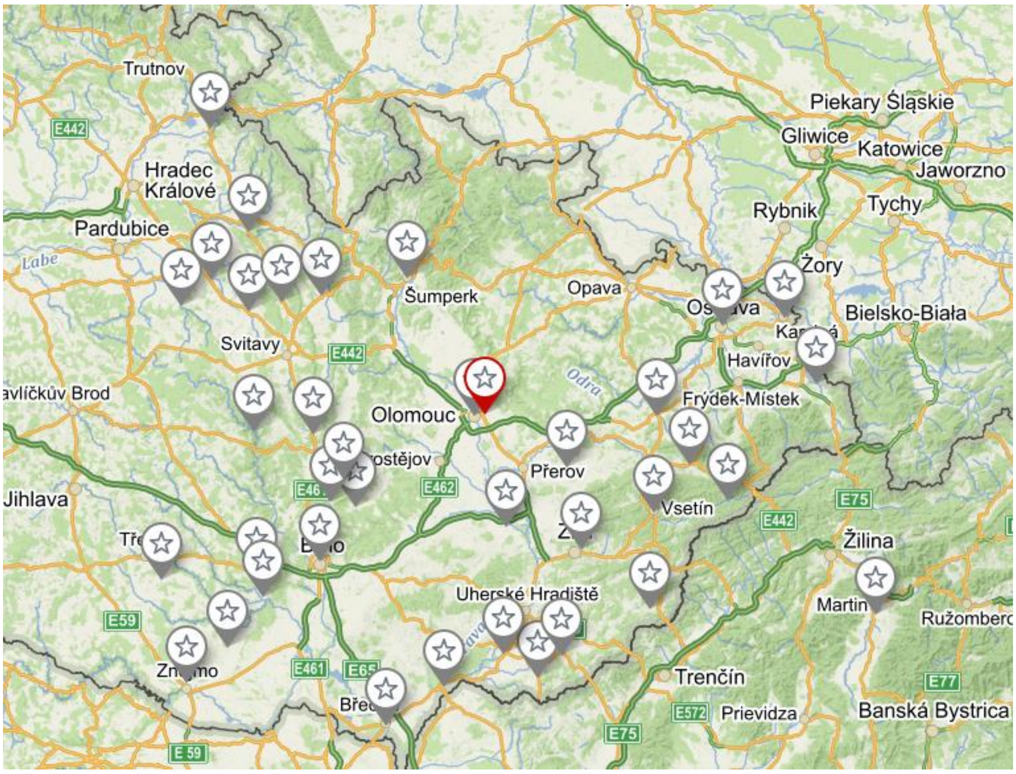
Město	celkem	Město	celkem
Dřevohostice	535	Potštejn	5
Vsetín	101.6	Šumperk	108.6
Nový Jičín	368	Brno	1044.8
Zlín	6	Lanškroun	0.7
Rožnov pod Radhoštěm	0.8	Vír	20
Třinec	1573	Veselí nad Moravou	252
Ostrava	526.9	Hodonín	32.1
Karviná	4.2	Břeclav	15
Rájec Jestřebí	18.1	Horní Němčí	39.6
Blansko	1.3	Velká nad Veličkou	5
Česká Třebová	13	Lipník	416
Jedovnice	5	Ivančice	209.9
Letovice	10	Znojmo	168.1
Štítná nad Vláří	5	Hostěradice	1.7
Velké Karlovice	5	Zbýšov	10
Kroměříž	7.5	Olomouc	22.8
Litomyšl	89.6	Martin	124.6
Vysoké Mýto	8.1	Nové Město nad Metují	82.3
Luže	10.1		

Zdroj - Vlastní zpracování

Po sečtení všech požadavků zákazníků byla zjištěna jejich celková hmotnost a to ve výši 5 846.4 kilogramů. Je tedy patrné, že teoreticky by bylo možné obsloužit všechna města jedním vozidlem. Prakticky to ovšem možné není, obsloužení všech měst jedním vozidlem by trvalo pravděpodobně až několik desítek hodin, a to při nutnosti denního závozu není žádoucí.

Pro získání okruhů, resp. seznam měst pro každý okruh, je zapotřebí matice vzdáleností. Ta udává vzdálenosti mezi všemi městy navzájem mezi sebou. Matice má v tomto případě velikost 38x38 (37 měst s požadavky a 1 sklad u Olomouce uváděn v matici jako „Sklad“), je symetrická podle hlavní diagonály, která neobsahuje hodnotu vzdálenosti, resp. je nulová (jde o políčko představující vzdálenost z bodu A do bodu A). Vzdálenosti mezi městy byly získány ručně pomocí online dostupných map s funkcí měření vzdálenosti mezi dvěma body z portálu www.mapy.cz. Celkový přehled míst lze vidět na obrázku č. 15, centrální sklad u Olomouce je zvýrazněn červeným bodem, města, která je potřeba navštívit, jsou označena šedým bodem. Výsledná matice vzdáleností je pro její nadměrnou velikost uvedena jako Příloha A v kapitole práce Přílohy.

Obrázek 15 - Zobrazení všech měst a skladu na mapě



Zdroj - Prostřednictvím mapy.cz, vlastní zpracování

Při využití Mayerovy metody bylo využito více omezujících podmínek pro ukončení okruhu – jako omezující podmínka maximální nosnost vozidla byla zprvu brána maximální hmotnost nejmenšího vozidla a v případě jejího překročení bylo přihlédnuto na další města a jejich požadavky. Byla zohledněna vzdálenost dalších měst a jejich případné požadavky s cílem, zda využít vozidla s větší kapacitou, nebo ukončit okruh. Ukončení okruhu bylo také realizováno v případě, že jako další nejbližší místo je počáteční bod – tedy sklad u Olomouce. Po aplikaci Mayerovy metody bylo získáno celkem 6 okruhů. Matice vzdáleností po aplikaci Mayerovy metody lze nalézt jako Příloha B v kapitole práce Přílohy. V tabulce č. 8 lze vidět strukturu jednotlivých okruhů (neseřazenou). Sloupec „KG“ představuje postupnou kumulaci požadavků v rámci každé trasy. Sloupec „Adr.

Total“ ukazuje počet adres, které je zapotřebí navštívit v každém z měst, jejich celkový počet je v posledním řádku příslušné trasy pod slabou černou linkou.

Tabulka 8 - Seznam okruhů po aplikaci Mayerovy metody

Trasa 1	KG	Adr.total	Trasa 4	KG	Adr.total
Sklad	0		Sklad	0	
Martin	124.6	1	Lipník	416	1
Velké Karlovice	129.6	1	Vír	436	1
Rožnov pod Radhoštěm	130.4	1	Letovice	446	1
Nový Jičín	498.4	2	Rájec Jestřebí	464.1	1
Vsetín	600	1	Blansko	465.4	1
Zlín	606	1	Jedovnice	470.4	1
Kroměříž	613.5	1	Sklad	470.4	6
Dřevohostice	1148.5	1	Trasa 5	KG	Adr.total
Olomouc	1171.3	4	Sklad	0	
Sklad	1171.3	13	Břeclav	15	1
Trasa 2	KG	Adr.total	Hodonín	47.1	2
Sklad	0		Veselí nad Moravou	299.1	1
Znojmo	168.1	1	Velká nad Veličkou	304.1	1
Hostěradice	169.8	1	Horní Němčí	343.7	1
Ivančice	379.7	1	Štítná nad Vláří	348.7	1
Zbýšov	389.7	1	Sklad	348.7	7
Brno	1434.5	12	Trasa 6	KG	Adr.total
Sklad	1434.5	16	Sklad	0	
Trasa 3	KG	Adr.total	Třinec	1573	2
Sklad	0		Karviná	1577.2	2
Nové Město nad Metují	82.3	1	Ostrava	2104.1	6
Potštejn	87.3	1	Sklad	2104.1	10
Vysoké Mýto	95.4	1			
Luže	105.5	1			
Litomyšl	195.1	3			
Česká Třebová	208.1	1			
Lanškroun	208.8	1			
Šumperk	317.4	1			
Sklad	317.4	10			

Zdroj - Vlastní zpracování

4.4 Seřazení míst v okruhu

Pro seřazení míst v okruhu byla použita Vogelova aproximační metoda. Ta byla aplikována postupně na všechny okruhy. Výpočet VAM probíhal dle standardních postupů s příhlednutím na to, aby nedošlo k více cyklům v rámci jedné trasy.

Trasa č.1

Tabulka 9 - Aplikace VAM na trasu č.1

	SK	MA	VK	RR	NJ	VS	ZL	KR	DR	OL	
SK		170.1	91.6	70.8	58.2	75.4	59.4	44.3	37.2	3.8	0
MA	170.1		84	99.3	125.8	111.5	136.1	167.3	141.7	173.5	0
VK	91.6	84		21.5	47.7	27.6	58.2	84.1	63.6	94.9	0
RR	70.8	99.3	21.5		26.8	28.7	57.9	68.1	42.7	74	0
NJ	58.2	125.8	47.7	26.8		36.4	61	65	38.4	61.5	0
VS	75.4	111.5	27.6	28.7	36.4		32.6	58.1	41.5	77.1	0
ZL	59.4	136.1	58.2	57.9	61	32.6		33	34.5	62.2	0
KR	44.3	167.3	84.1	68.1	65	58.1	33		32.9	42.8	0
DR	37.2	141.7	63.6	42.7	38.4	41.5	34.5	32.9		36.7	0
OL	3.8	173.5	94.9	74	61.5	77.1	62.2	42.8	36.7		0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	SK	OL	NJ	RR	MA	VK	VS	ZL	KR	DR	438.7

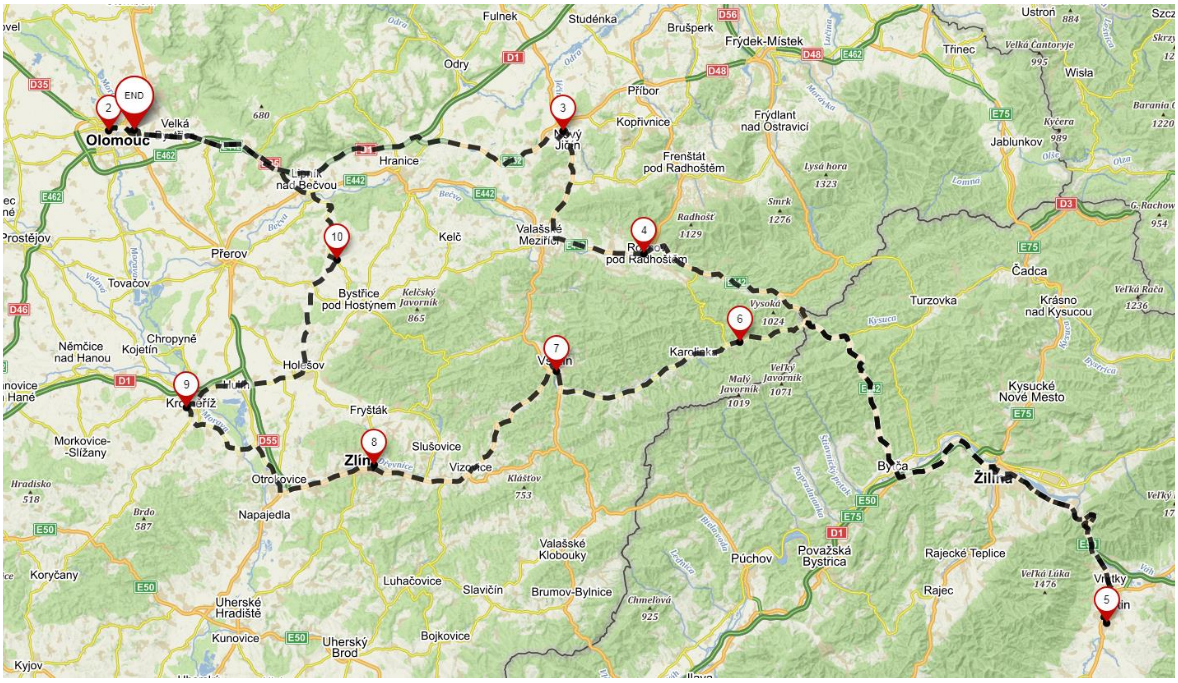
Zdroj - Vlastní zpracování

V trase č.1 bylo setřízeno celkem 13 adres v 9 městech. V tabulce č. 9 lze vidět aplikovanou VAM metodu. Barevně označené buňky jsou vybrané hrany mezi dvěma příslušnými uzly (městy). Řádek a sloupec nul okolo tabulky sloužil při výpočtu k zaznamenání diference mezi dvěmi nejnižšími hodnotami v příslušném řádku či sloupci. Ve spodním řádku pod hlavní tabulkou je seřazený seznam měst a na jeho konci je uvedena celková vzdálenost, kterou vozidlo na této trase urazí, a to 438.7 km, doba na uražení celé trasy je 8 hodin 11 minut. Celková hmotnost převáženého materiálu je 1171.3 kg. Tato trasa má následující posloupnost měst:

Sklad – Olomouc – Nový Jičín – Rožnov pod Radhoštěm – Martin (SK) – Velké Karlovice – Vsetín – Zlín – Kroměříž – Dřevohostice – Sklad

Na obrázku č. 16 lze s využitím mapy vidět, jak by trasa reálně vypadala. Uzel s označením „END“ je zároveň prvním uzlem – jde o centrální sklad u Olomouce. Posloupnost navštívených měst lze pak sledovat číselnou posloupností na ostatních uzlech trasy. Za předpokladu, že vykládka nákladu na jedné adrese bude trvat přibližně 10 minut (použit stejný odhad jako v programu Rinkai Routing), je zapotřebí příčíst 2 hodiny 10 minut k celkové době trasy, ta je tedy celkem 10 hodin a 21 minut.

Obrázek 16 - Trasa č.1 zobrazena na mapě



Zdroj - Prostřednictvím mapy.cz, vlastní zpracování

<u>Trasa č.2</u>

Tabulka 10 - Aplikace VAM na trasu č.2

	SK	ZN	HO	IV	ZB	BR	
SK		143.6	125.4	106.2	103.2	79.9	0
ZN	143.6		19.8	44.4	52.7	69.5	0
HO	125.4	19.8		26.8	35	50	0
IV	106.2	44.4	26.8		9	28.6	0
ZB	103.2	52.7	35	9		26.6	0
BR	79.9	69.5	50	28.6	26.6		0
	0	0	0	0	0	0	
	SK	BR	ZN	HO	ZB	IV	319.4

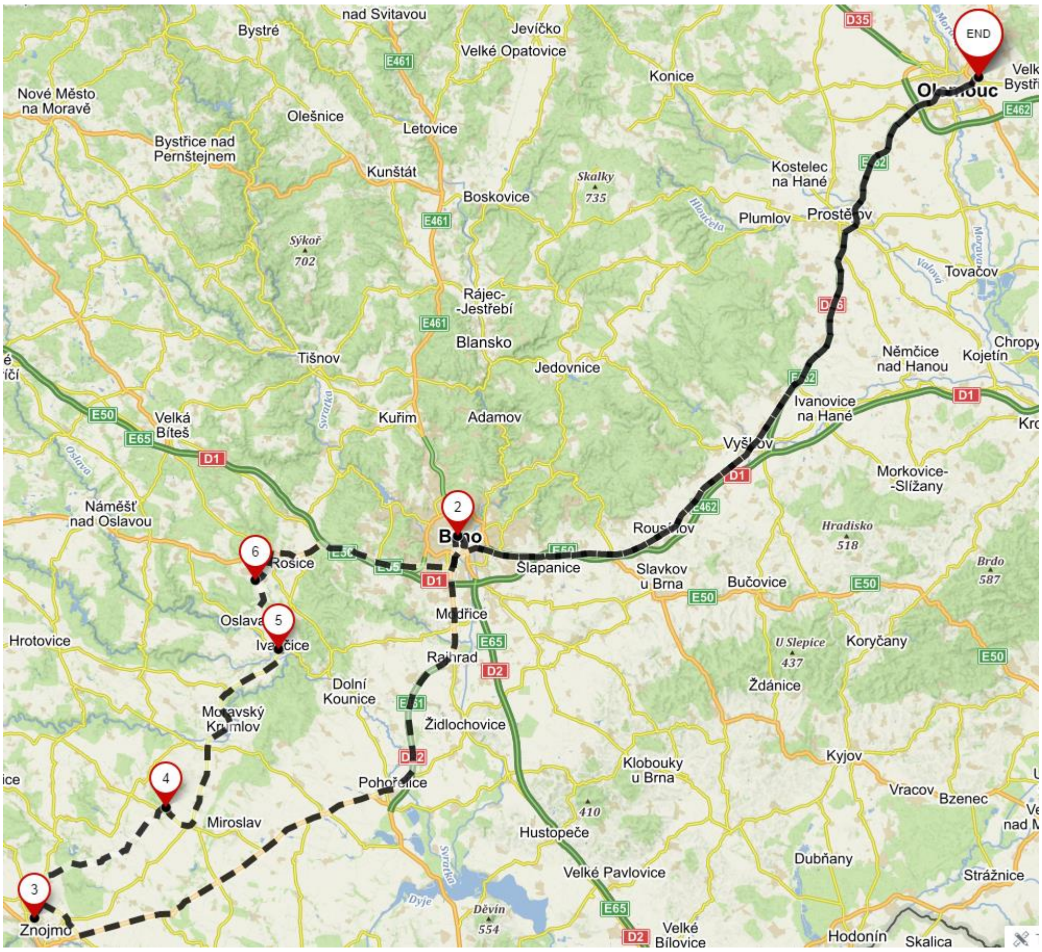
Zdroj - Vlastní zpracování

Trasa číslo 2 obsahuje celkem 16 adres v 5 městech, celková hmotnost nákladu je 1434.5 kg. Tabulka č. 10 uvádí aplikaci VAM, pod tabulkou je pak seřazený seznam měst spolu s celkovou vzdáleností trasy 319.4 km a době trasy 5 hodin a 46 minut. Při bližším prozkoumání dané trasy, při přejezdu vozidla z Hostěradic do Zbýšova, pojede vozidlo přes následující zastávku Ivančice. Při prohození měst Ivančice a Zbýšov by se celková trasa snížila na 307.7 km a doba trasy by byla 5 hodin 32 minut. Tato trasa má následující posloupnost měst:

Sklad – Brno – Znojmo – Hostěradice – Ivančice – Zbýšov – Sklad

Na obrázku č. 17 lze vidět trasu s již prohozenými městy Zbýšov a Ivančice, zakreslenou na mapě. Celková doba trasy včetně zastávek na vykládku je tedy 8 hodin 12 minut.

Obrázek 17 - Trasa č.2 zobrazena na mapě



Zdroj - *Prostřednictvím mapy.cz, vlastní zpracování*

Trasa č.3

Tabulka 11 - Aplikace VAM na trasu č.3

	SK	NM	PO	VM	LU	LT	CT	LA	SU	
SK		143.1	106.7	104.8	112.8	89.1	83.9	73.8	57.2	0
NM	143.1		36.4	55.4	62.1	67.1	61.6	70.1	97.8	0
PO	106.7	36.4		23.9	40	31.7	25.2	33.7	65.7	0
VM	104.8	55.4	23.9		15.4	16.1	28.4	39.9	75.9	0
LU	112.8	62.1	40	15.4		23.9	36.2	51.2	87.2	0
LT	89.1	67.1	31.7	16.1	23.9		12.6	27.8	63.7	0
CT	83.9	61.6	25.2	28.4	36.2	12.6		16.4	52.3	0
LA	73.8	70.1	33.7	39.9	51.2	27.8	16.4		36	0
SU	57.2	97.8	65.7	75.9	87.2	63.7	52.3	36		0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	SK	SU	LA	CT	LT	NM	PO	LU	VM	385.9

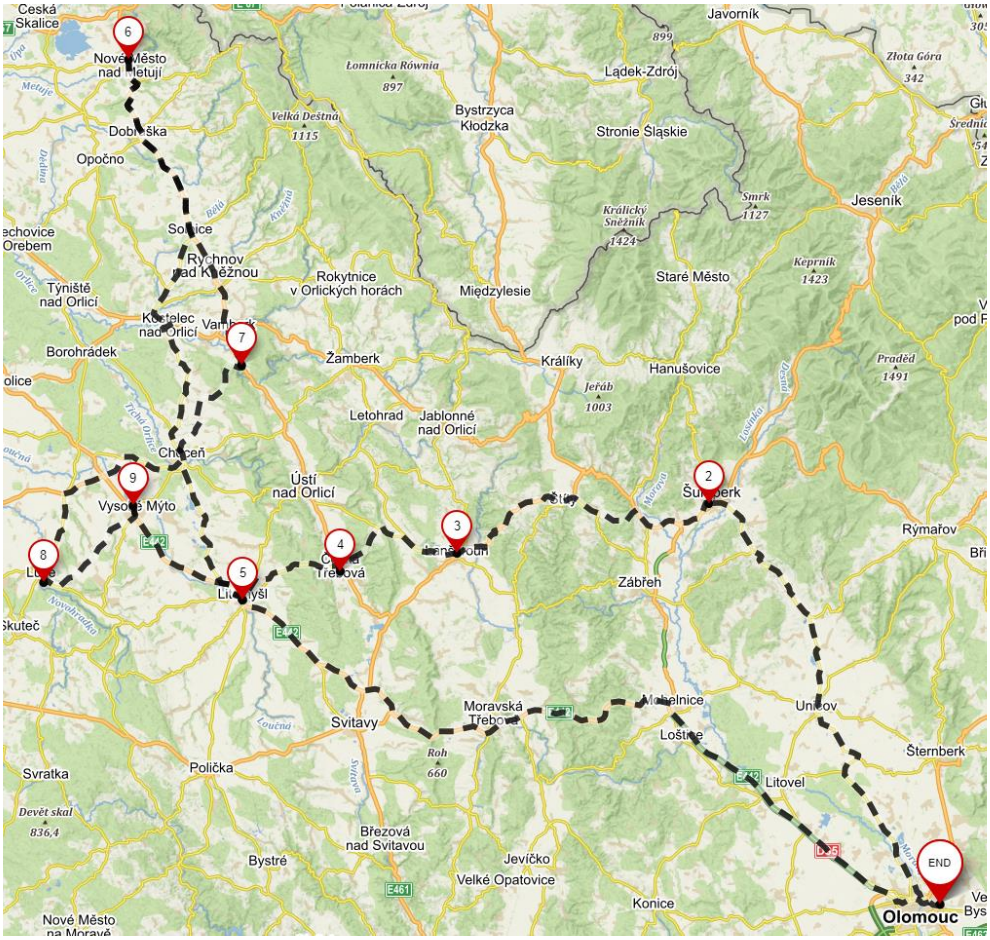
Zdroj - Vlastní zpracování

Trasa číslo 3 obsahuje celkem 10 adres v 8 městech, celková hmotnost nákladu je 317.4 kg. Tabulka č. 11 uvádí aplikaci VAM, níže je pak seřazený seznam měst spolu s celkovou vzdáleností trasy 385.9 km a s dobou trasy 7 hodin 14 minut. Tato trasa má následující posloupnost měst:

Sklad – Šumperk – Lanškroun – Česká Třebová – Litomyšl – Nové Město nad Metují – Potštejn – Luže – Vysoké Mýto – Sklad

Na obrázku č. 18 lze vidět trasu zakreslenou na mapě a celková doba s dobou vykládky činí 8 hodin 54 minut.

Obrázek 18 - Trasa č.3 zobrazena na mapě



Zdroj - *Prostřednictvím mapy.cz, vlastní zpracování*

Trasa č.4

Tabulka 12 - Aplikace VAM na trasu č.4

	SK	LI	VI	LE	RJ	BL	JE	
SK		139.2	92.7	66.7	58.5	66	58.6	0
LI	139.2		71.8	86.7	83	76.5	84.4	0
VI	92.7	71.8		28	43.8	43.2	53	0
LE	66.7	86.7	28		21.6	24.1	33.9	0
RJ	58.5	83	43.8	21.6		11.6	14.3	0
BL	66	76.5	43.2	24.1	11.6		10.8	0
JE	58.6	84.4	53	33.9	14.3	10.8		0
	0	0	0	0	0	0	0	
	SK	RJ	JE	BL	LI	VI	LE	326.6

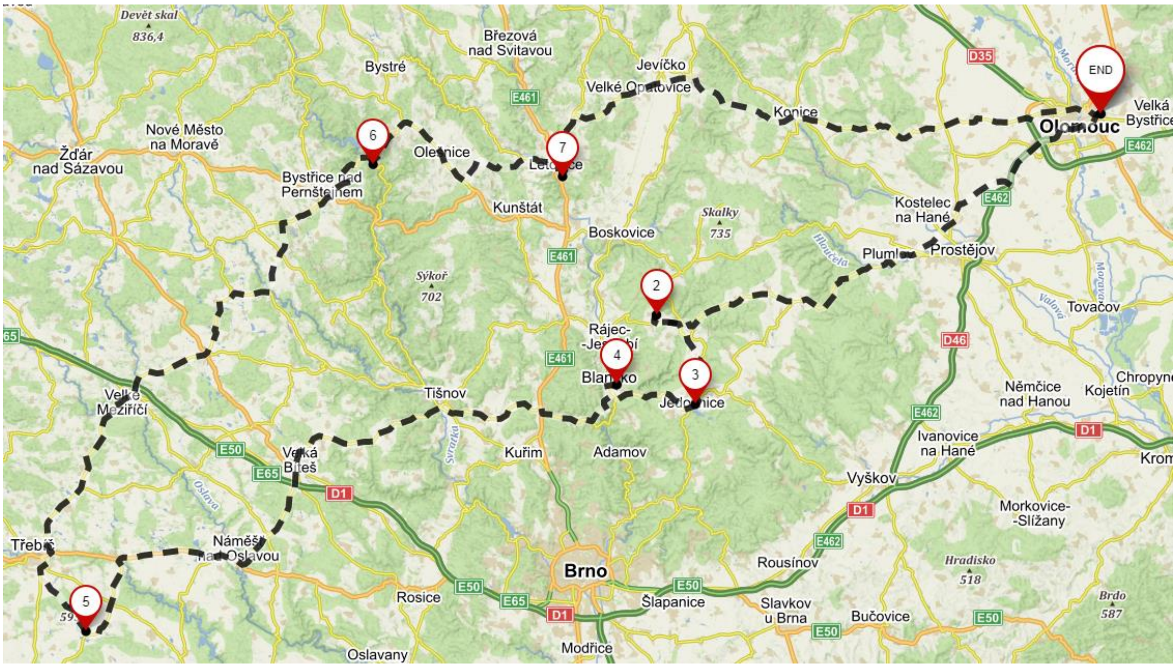
Zdroj - Vlastní zpracování

Trasa číslo 4 obsahuje celkem 6 adres v 6 městech, celková hmotnost nákladu je 470.4 kg. Tabulka č. 12 uvádí aplikaci VAM, níže je pak seřazený seznam měst spolu s celkovou vzdáleností trasy 326.6 km a s dobou trasy 6 hodin 48 minut. Tato trasa má následující posloupnost měst:

Sklad – Rájec Jestřebí – Jedovnice – Blansko – Lipník – Vír – Letovice – Sklad

Na obrázku č. 19 lze vidět trasu zakreslenou na mapě, celková doba trasy s vykládkou činí 7 hodin 48 minut.

Obrázek 19 - *Trasa č.4 zobrazena na mapě*



Zdroj - Prostřednictvím mapy.cz, vlastní zpracování

<u>Trasa č.5</u>

Tabulka 13 - Aplikace VAM na trasu č.5

	SK	BR	HO	VM	VV	HM	SV	
SK		119.9	103.5	87.5	97.2	91.1	100.1	0
BR	119.9		23.5	47.6	59.4	66.9	103	0
HO	103.5	23.5		25.7	36.7	44.1	81.1	0
VM	87.5	47.6	25.7		16.5	21	55.4	0
VV	97.2	59.4	36.7	16.5		15.9	54.2	0
HM	91.1	66.9	44.1	21	15.9		39.9	0
SV	100.1	103	81.1	55.4	54.2	39.9		0
	16	0	0	0	0	0	0	
	SK	SV	HM	VV	VM	BR	HO	347

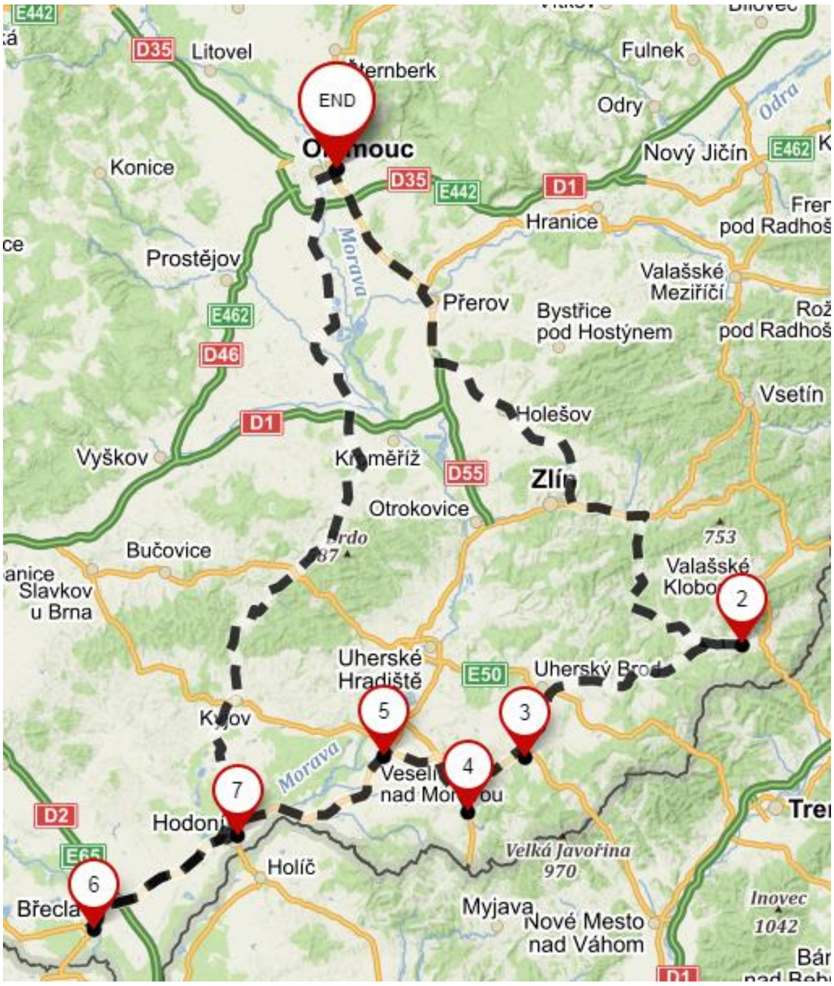
Zdroj - Vlastní zpracování

Trasa číslo 5 obsahuje celkem 7 adres v 6 městech, celková hmotnost nákladu je 348.7 kg. Tabulka č. 13 uvádí aplikaci VAM, níže je pak seřazený seznam měst spolu s celkovou vzdáleností trasy 347 km, s dobou trasy 6 hodin 29 minut. Tato trasa má následující posloupnost měst:

Sklad – Štítná nad Vláří – Horní Němčí – Vysoká nad Veličkou – Veselí nad Moravou – Břeclav – Hodonín – Sklad

Na obrázku č. 20 lze vidět trasu zakreslenou na mapě a celková doba trasy je 7 hodin 39 minut.

Obrázek 20 - Trasa č.5 zobrazena na mapě



Zdroj - *Prostřednictvím mapy.cz, vlastní zpracování*

Trasa č.6

Tabulka 14 - Aplikace VAM na trasu č.6

	SK	TR	KR	OS	
SK		112.8	109	88	0
TR	112.8		24.3	41.7	0
KR	109	24.3		23.7	0
OS	88	41.7	23.7		0
	0	0	0	0	
	SK	OS	TR	KR	263

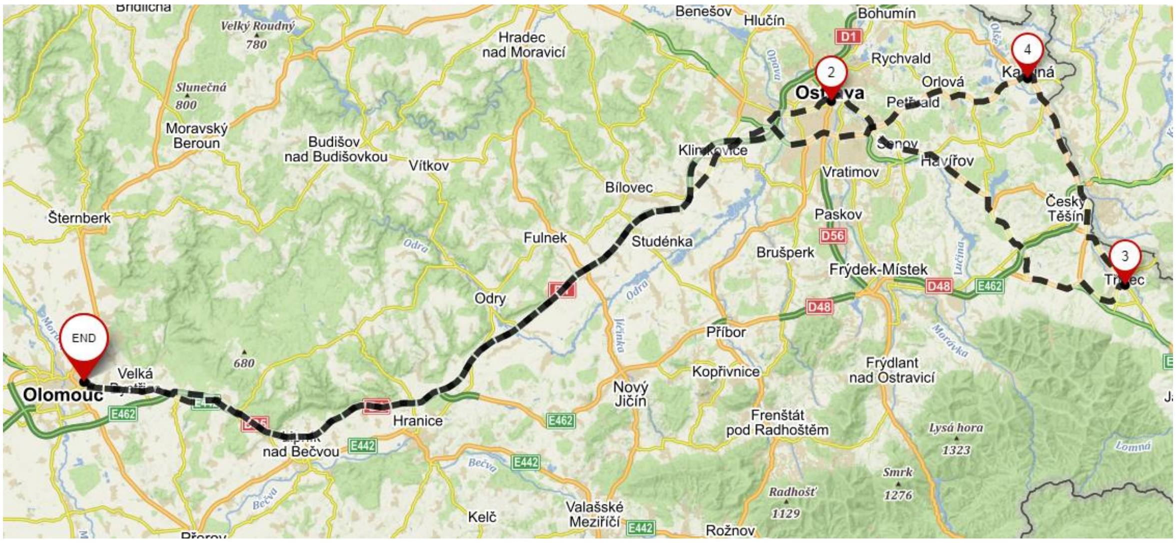
Zdroj - Vlastní zpracování

Trasa číslo 5 obsahuje celkem 7 adres v 6 městech, celková hmotnost nákladu je 2104.1 kg. Tabulka č. 14 uvádí aplikaci VAM, níže je pak seřazený seznam měst spolu s celkovou vzdáleností trasy 263 km a dobou trasy 4 hodiny 6 minut. Tato trasa má následující posloupnost měst:

Sklad – Ostrava – Třinec – Karviná – Sklad

Na obrázku č. 21 lze vidět trasu zakreslenou na mapě. Spolu s předpokládanou vykládkou doba trasy činí 5 hodin 46 minut.

Obrázek 21 - Trasa č.6 zobrazena na mapě



Zdroj - Prostřednictvím mapy.cz, vlastní zpracování

Celková vzdálenost ve všech 6 trasách je 2068.9 kilometrů s průměrnou vzdáleností 344.8 kilometrů na jednu trasu. Celková hmotnost nákladu, který je v daný den rozvezen, činí 5846.4 kilogramů. Nejdelší trasa z hlediska času je trasa č. 1 a to s dobou trvání 10 hodin a 21 minut. Pokud tedy všechna vozidla vyrazí z centrálního skladu u Olomouce v 5 hodin a 30 minut ráno, poslední vozidlo se vrátí přibližně v 15 hodin 51 minut. Pro trasy 1, 2 a 6 byla zvolena větší nákladní vozidla Iveco, pro trasy 3, 4 a 5 byly přiřazeny dodávky Fiat Ducato. Procentuální hmotnostní vytížení vozidel lze vidět v tabulce č. 15, hodnoty se pohybují v intervalu 26 až 58 procent.

Tabulka 15 - Procentuální vytížení přiřazených vozidel

Trasa	Hmot. Nákl.	Max. vozidlo	% Vytížení
Trasa 1	1171.3	4500	26.02888889
Trasa 2	1434.5	4800	29.88541667
Trasa 3	317.4	800	39.675
Trasa 4	470.4	800	58.8
Trasa 5	348.7	800	43.5875
Trasa 6	2104.1	7800	26.97564103

Zdroj - Vlastní zpracování

4.5 Porovnání nalezeného řešení a výstupu z programu Rinkai Routing

Vypočítané řešení a řešení získané z programu Rinkai se v několika aspektech liší. Počet tras ve výsledku, řešeném Mayerovou metodou a Vogelovou aproximační metodou, je o 2 menší než pomocí programu Rinkai, je ovšem nutné připomenout, že báze adres v programu Rinkai je větší o svozy, vratky a adresy, které měly být původně obsloužené a nedošlo k tomu. V porovnání na úrovni měst bylo v programu Rinkai obsaženo o pouhých 9 měst více. Celkový počet kilometrů nutných k obsloužení ve vlastním řešení je o 676.1 kilometru menší.

Z hlediska časové náročnosti je nalezené vlastní řešení také lepší než výstup z programu Rinkai. Nejdelší trasa i s dobou vykládky ve vlastním řešení činí 10 hodin a 21 minut, oproti tomu v programu Rinkai měla nejdelší trasa 12 hodin a 48 minut. Přitom nejdelší čas vlastního řešení dokázaly překročit téměř 4 trasy z programu Rinkai.

4.6 Analýza nákladů

Náklady na každou trasu v programu Rinkai byly již výše uvedeny v obrázku č.16, jejich celková hodnota činí 49 554 Kč. Při využití stejných sazeb na kilometr pro vozidla jsou celkové náklady vlastního řešení 35 930.2 Kč. Přehled nákladů v korunách za jednotlivé trasy lze vidět v tabulce č. 16.

Tabulka 16 - Přehled nákladů za jednotlivé trasy

Trasy	Vozidlo	Sazba	Km	Náklady
1	Iveco	23	438.7	10090.1
2	Iveco	23	307.7	7077.1
3	Fiat Ducato	12	385.9	4630.8
4	Fiat Ducato	12	326.6	3919.2
5	Fiat Ducato	12	347	4164
6	Iveco	23	263	6049

Zdroj - Vlastní zpracování

Rozdíl mezi náklady vlastního řešení a programem Rinkai činí 13 632.8 Kč. Za předpokladu, že by firma nasadila další vozidlo pro obsloužení nezapočítaných adres, musela by nasadit jedno z vozidel Iveco (za podmínky, že vozidla Škoda Roomster firma nechce využívat primárně k těmto účelům). Se sazbou 23 Kč za kilometr by vozidlo mohlo urazit 592.34 kilometrů, než by dorovnalo náklady vypočítané programem Rinkai. Zároveň by firma mohla přesunout nevyužitá vozidla pro jeho využití při rozvozech ze skladu v Modleticích, čímž by mohlo dojít k lepší alokaci vlastních vozidel při rozvozech a mohl by vzniknout prostor pro ušetření na nákladech za využívání externích dopravců. Další variantou je nevyužitá vozidla nechat jako vozidla záložní a využít je pouze v případě nadměrných objemů, nebo například při poruše jiného vozidla. Náklady na záložní vozidla jsou pouze takové náklady, aby byla zajištěna jejich provozuschopnost.

Firma by také mohla z části ušetřit při pravidelném využívání osobních automobilů Škoda Roomster. Vzhledem k jejich nižší sazbě by se mohlo vozidlo využívat pro velmi malé závozy. I přesto, že firma uvádí tonáž stejnou jak u těchto osobních automobilů, tak i u dodávek, objemově se do osobního automobilu vejde značně méně.

Pro rozvozy ze skladu u Olomouce je připraveno dohromady 10 řidičů, výsledné řešení ovšem vyžaduje minimální počet pouhých 6 řidičů. V případě, že by se nasadilo o jedno vozidlo více kvůli již výše zmiňovaným svozům, vratkám, apod., pak by bylo zapotřebí 7 řidičů. Zbylí 3 řidiči by mohli být dočasně přiřazeni k rozvozům ze skladu v Modleticích, případně by mohli sloužit jako záskok.

5 Výsledky a diskuse

Vypočítané řešení práce vykazuje slibné výsledky, kdy oproti programu Rinkai routing byl počet tras redukován z 8 na 6. Celkové náklady byly taktéž vypočítány v úspornějších hodnotách a to o přibližně 13 633 Kč. K tomu je ovšem možné klást další otázky, jako zda by takové řešení dokázalo obstát v dlouhodobém horizontu?

Z měsíčních dat bylo možné získat data o celkových hmotnostech nákladu pro každý den. Na obrázku č. 22 jsou vidět denní převážené objemy, denní průměrný převážený objem a týdenní průměrné převážené objemy. Je patrné, že denní převážený objem se z 54.5% pohybuje mezi 10 a 20 tunami. Ve zbylých 45.5% se denní objem pohyboval mimo tento interval, a to z 27.3% pod hranicí 10 tun a z 18.2% nad hranicí 20 tun.

Obrázek 22 - Denní objemy v měsíci, průměrné denní a týdenní objemy

	Daily	Monthly
1	20652.52	17128.48
2	13604.43	
5	10043.2	14169.15
6	21846.97	
7	14408.76	
8	19232.11	
9	5314.713	
12	4209.155	12743.1
13	13520.23	
14	11067.06	
15	21151.75	
16	13767.32	
19	12524.39	10211.82
20	14474.67	
21	8233.478	
22	7499.132	
23	8327.424	
26	15403.94	14336.4
27	14099.13	
28	6009.464	
29	20544.04	
30	15625.42	
AVERAGE	13252.69	13717.79
méně než 10 tun		27.27273
mezi 10 a 20 tunami		54.54545
více něž 20 tun		18.18182

Zdroj - Vlastní zpracování

Dle těchto údajů lze říci, že výpočítané řešení by bylo realizovatelné s objemem v příslušném dni, ovšem v dalších dnech by s největší pravděpodobností 6 tras, a tedy 6 vozidel na rozvoz, nestačilo. Pro zjištění vhodného počtu přiřazených vozidel pro rozvozy z daného skladu by bylo zapotřebí většího množství dat z delšího časového intervalu. Bylo by jistě žádoucí provést optimalizaci ve všech 3 intervalech množství objemu. Mimo jiné se na denní bázi mění, kromě objemů nákladu, i adresy, které si zákazníci přejí zavést. Lze tedy téměř s jistotou říci, že vypočítané trasy budou mít každý den jinou strukturu a jejich počet se může také lišit.

6 Závěr

Cílem práce bylo provést optimalizaci dopravních tras podniku CEDES Logistik s.r.o. a najít tak výhodnější řešení. V praktické části byl blíže popsán podnik, včetně systémového přístupu k podniku a řešenému problému. Také byl blíže popsán dostupný vozový park pro realizaci tras. Pro samotný výpočet tras byly nejdříve získány okruhy pomocí Mayerovy metody. Každý okruh pak byl následně seřazen pomocí Vogelovy aproximační metody. Všechny okruhy byly postupně popsány, včetně jejich grafického zobrazení.

Získané výsledky byly porovnány se softwarem, který firma využívá k plánování tras. Nejdříve bylo popsáno, jak výstup z tohoto programu vypadá a následně bylo uvedeno řešení, které tento program navrhl. Porovnání řešení proběhlo na základě počtu vytvořených tras, jejich struktury (počet ujetých kilometrů, časová náročnost trasy se započítáním průměrného času na vykládku na základě počtu navštívených adres) a výše nákladů, které musely být vynaloženy na realizaci těchto tras. Vypočítané řešení mělo o dvě trasy méně a celkové náklady byly o necelých 14 000 Kč nižší. Bylo zároveň uvažováno nad tím, jak by aplikace vypočítaného řešení mohla ovlivnit velikost vozového parku, počet potřebných řidičů, či případnou realokaci těchto zdrojů do druhého skladu.

Následně bylo zhodnoceno, zda by vypočítané řešení bylo vhodné z dlouhodobého hlediska. Množství převáženého nákladu a zavážená místa jsou proměnlivá, trasy se tedy budou každý den lišit. Bylo by zapotřebí provést optimalizaci dopravních tras ve větším časovém intervalu pro pokrytí většího intervalu možného rozváženého nákladu.

7 Seznam použitých zdrojů

COOK, William. In pursuit of the traveling salesman: mathematics at the limits of computation. Princeton, N.J.: Princeton University Press, c2012. ISBN 978-0-691-15270-7.

CORDEAU, Jean-Francois, Gilbert LAPORTE, Martin W.P. SAVELSBERGH a Daniele VIGO. Handbooks in Operations Research and Management Science: Transportation Volume 14: Chapter: Vehicle Routing. North Holland: North Holland, 2006. ISBN 9780444513465

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE. PROVOZNĚ EKONOMICKÁ FAKULTA. KATEDRA SYSTÉMOVÉHO INŽENÝRSTVÍ O, -- KUČERA, P. -- HAVLÍČEK, J. Metodologie řešení okružního dopravního problému. Disertační práce.

JABLONSKÝ, J. Operační výzkum : kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování. Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN 978-80-86946-44-3.

PARDALOS, P. M., Athanasios MIGDALAS a Rainer E. BURKARD. Combinatorial and global optimization. River Edge, NJ: World Scientific Publishing Co. Pte., c2002. Series on applied mathematics, v. 14. ISBN 98-102-4802-4.

APPLEGATE, David L., Robert E. BIXBY, Vašek CHVÁTAL a William J. COOK. The traveling salesman problem: a Computational Study. Princeton: Princeton University Press, 2006. ISBN 978-0-691-12993-8.

PASCHOS, Vangelis Th., ed. Combinatiorial Optimization volume 3: Applications of Combinatorial Optimization. London: ISTE, 2010. ISBN 978-1-84821-149-0.

NEMHAUSER, George L., Laurence WOLSEY a . Integer and combinatorial optimization. New York: John Wiley & Sons, 1999. ISBN 04-713-5943-2.

BOVET, Daniel Pierre a Pierluigi CRESCENZI. Introduction to the theory of complexity [online]. New York: Prentice-Hall, 1994 [cit. 2019-03-09]. Prentice Hall International Series in Computer Sience. ISBN 01-391-5380-2.

POKORNÝ, Miroslav a Jan LAVRINČÍK. Teorie systémů I [online]. Olomouc: Moravská vysoká škola Olomouc, 2009 [cit. 2019-03-24]. ISBN 978-80-87240-09-0. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/47114850_Teorie_systemu_I

KANTI DAS, Utpal, Md. Ashraful BABU, Aminur Rahman KHAN a Dr.Md. Sharif UDDIN. Advanced Vogel's Approximation Method (AVAM): A New Approach to Determine Penalty Cost for Better Feasible Solution of Transportation Problem. International Journal of Engineering Research & Technology [online]. 2014, 2014, 3(1), 6 [cit. 2019-03-09]. ISSN 2278-0181. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/263733509

FORTNOW, Lance. The status of the P versus NP problem. Communications of the ACM [online]. 2009, 52(9) [cit. 2019-03-27]. DOI: 10.1145/1562164.1562186. ISSN 00010782. Dostupné z: http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=1562164.1562186

8 Přílohy

Příloha A - Matice vzdáleností mezi městy a skladem 72
Příloha B - Matice vzdáleností mezi městy a skladem po aplikaci Mayerovy metody 73

Příloha A - Matice vzdáleností mezi městy a skladem

	Dřevoh	Vsetín	Nový Ji	Zlín	Rožnov	Třinec	Ostrava	Karviná	Rájec J	Blansk	Česká T	Jedovn	Letovic	Štítná r	Velké K	Kroměř	Litomyš	Vysoké	Luže	Nové M	Potštej	Šumpe	Brno	Lanškr	Vír	Veselí	Hodoní	Břeclav	Horní N	Velká r	Lipník	Ivančic	Znojmo	Hostěr	Zbýšov	Olomo	Martin	Sklad
Dřevohostice		41.5	38.4	34.5	42.7	93.4	75.4	96.3	81.9	89.4	116.9	81.9	95.2	74.1	63.6	32.9	122.3	138.1	145.9	176.1	139.6	93.9	95.4	106.7	118.4	68.5	91.9	113.8	72.1	78.2	154.8	121.2	159	140.6	119.1	36.7	141.7	37.2
Vsetín	41.5		36.4	32.6	28.7	91.5	77	95.5	118	123.3	157.2	112.6	131.3	37.5	27.6	58.1	162.7	178.4	186.3	216.4	180	131.1	121	147.1	154.6	76.3	102	123.9	62.7	77	180.1	146.5	185.4	165.9	144.4	77.1	111.5	75.4
Nový Jičín	38.4	36.4		61	26.8	56	41.5	60	112.2	119.8	141.9	112.3	125.6	72.6	47.7	65	147.3	163.1	171	201.1	164.6	114.9	128.8	131.7	148.8	100.5	123.9	145.8	96.2	110.5	188.2	154.6	192.4	174	152.5	61.5	125.8	58.2
Zlín	34.5	32.6	61		57.9	116.1	101.6	120	97	99.4	141.7	88.7	110.3	39.8	58.2	33	142.6	158.4	166.2	201.5	165.1	116.2	97.2	132.2	133.5	45	70.7	92.6	40.6	54.8	156.3	122.6	156.4	140.7	120.5	62.2	136.1	59.4
Rožnov pod Radhoštěm	42.7	28.7	26.8	57.9		60.7	50.4	64.8	124	131.6	154.3	122.6	137.4	65.5	21.5	68.1	159.8	175.6	183.4	213.5	177.1	127.4	131	144.2	160.6	101	126.7	148.7	89	103.3	190.2	156.5	195.4	175.9	154.4	74	99.3	70.8
Třinec	93.4	91.5	56	116.1	60.7		41.7	24.3	166.9	174.4	196.5	166.9	180.2	127.3	74	119.6	201.9	217.7	225.6	254.6	219.2	165.3	183.4	186.3	203.4	155.1	178.5	200.5	150.8	165.1	242.8	209.2	247	228.6	207.1	116.1	90.9	112.8
Ostrava	75.4	77	41.5	101.6	50.4	41.7		23.7	143.2	150.7	171.9	143.2	154.4	113.7	71.8	101.9	176.2	192	199.8	213.9	189.7	124.6	160.3	156.4	177.4	138.8	162.2	184.1	137.3	148.5	219.7	186.1	223.9	205.5	184	91.3	128.9	88
Karviná	96.3	95.5	60	120	64.8	24.3	23.7		164.1	171.7	192.7	164.2	175.4	131.1	86.1	122.9	198.2	214	221.8	230.4	211	145.1	181.3	177.8	198.4	159.8	183.2	205.1	154.6	169.5	240.7	207	244.9	226.5	204.9	112.3	114.4	109
Rájec Jestřebí	81.9	118	112.2	97	124	166.9	143.2	164.1		11.6	68.5	14.3	21.6	130	144.5	67.4	67.1	82.8	86.7	129.6	93.2	86.5	34.6	70.4	43.8	95.2	91	92.2	103.8	107	83	57.6	101.9	84.2	54.1	54.8	223.5	58.5
Blansko	89.4	123.3	119.8	99.4	131.6	174.4	150.7	171.7	11.6		70.9	10.8	24.1	130.8	149.1	68.2	69.5	85.3	86	132.1	95.7	89.6	24.5	72.9	43.2	92.6	84.2	82.2	104.6	107.1	76.5	49.3	93.6	75.9	45.8	62.4	231	66
Česká Třebová	116.9	157.2	141.9	141.7	154.3	196.5	171.9	192.7	68.5	70.9		80.7	47.4	181	175.5	113.4	12.6	28.4	36.2	61.6	25.2	52.3	87.7	16.4	54.6	161.5	147.8	145.4	160.7	166.8	116	108.1	152.4	134.7	104.6	80.3	253.6	83.9
Jedovnice	81.9	112.6	112.3	88.7	122.6	166.9	143.2	164.2	14.3	10.8	80.7		33.9	120	138.4	57.5	79.3	95.1	95.8	141.9	105.5	94.6	26.1	82.7	53	85.1	76.7	80.7	93.9	97.1	84.4	52.4	93.2	73.8	50.3	54.9	221.3	58.6
Letovice	95.2	131.3	125.6	110.3	137.4	180.2	154.4	175.4	21.6	24.1	47.4	33.9		149.8	157.8	82.2	46	61.8	66.7	108.6	72.1	72.3	40.9	49.4	28	114.7	101	98.5	124.8	129.2	86.7	61.3	105.6	87.9	57.8	63.1	236.8	66.7
Štítná nad Vláří	74.1	37.5	72.6	39.8	65.5	127.3	113.7	131.1	130	130.8	181	120	149.8		58.7	69.5	182.3	198	205.9	240.5	204.1	155.8	118.5	171.2	173.2	55.4	81.1	103	39.9	54.2	177.6	142.2	172.3	156.6	141.8	101.8	107.5	100.1
Velké Karlovice	63.6	27.6	47.7	58.2	21.5	74	71.8	86.1	144.5	149.1	175.5	138.4	157.8	58.7		84.1	180.8	196.5	204.4	234.5	198.1	148.3	147.1	165.2	180.9	101.8	127.5	149.5	88.2	102.5	206.2	172.6	213.2	192	170.5	94.9	84	91.6
Kroměříž	32.9	58.1	65	33	68.1	119.6	101.9	122.9	67.4	68.2	113.4	57.5	82.2	69.5	84.1		114.7	130.5	138.3	173	136.6	98.1	66.1	103.7	105.6	48.1	63.5	85.4	51.7	57.8	125.2	91.6	130.5	111	89.5	42.8	167.3	44.7
Litomyšl	122.3	162.7	147.3	142.6	159.8	201.9	176.2	198.2	67.1	69.5	12.6	79.3	46	182.3	180.8	114.7		16.1	23.9	67.1	31.7	63.7	86.5	27.8	42.6	160.3	146.6	144.2	161.8	167.9	103.9	106	140.4	131.3	102.5	85.5	258.8	89.1
Vysoké Mýto	138.1	178.4	163.1	158.4	175.6	217.7	192	214	82.8	85.3	28.4	95.1	61.8	198	196.5	130.5	16.1		15.4	55.4	23.9	75.9	102.2	39.9	56.3	176	162.3	159.8	177.5	183.6	114.6	119.7	151.1	143.3	116.2	101.1	274.4	104.8
Luže	145.9	186.3	171	166.2	183.4	225.6	199.8	221.8	86.7	86	36.2	95.8	66.7	205.9	204.4	138.3	23.9	15.4		62.1	40	87.2	103	51.2	55.4	176.8	163.1	160.6	185.5	191.3	104.1	113	140.5	133.2	106.2	109.1	282.4	112.8
Nové Město nad Metují	176.1	216.4	201.1	201.5	213.5	254.6	213.9	230.4	129.6	132.1	61.6	141.9	108.6	240.5	234.5	173	67.1	55.4	62.1		36.4	97.8	148.8	70.1	109.3	216.3	208.9	206.5	219.9	226	164.5	169.2	201	193.6	165.8	139.5	312.8	143.1
Potštejn	139.6	180	164.6	165.1	177.1	219.2	189.7	211	93.2	95.7	25.2	105.5	72.1	204.1	198.1	136.6	31.7	23.9	40	36.4		65.7	112.4	33.7	74	179.9	172.6	170.1	183.5	189.6	135.4	132.8	171.9	159.5	129.4	103.1	276.4	106.7
Šumperk	93.9	131.1	114.9	116.2	127.4	165.3	124.6	145.1	86.5	89.6	52.3	94.6	72.3	155.8	148.3	98.1	63.7	75.9	87.2	97.8	65.7		112.4	36	88.8	143	149.5	165.5	146.6	152.8	158.2	132.8	177.1	159.4	129.3	55.1	226.6	57.2
Brno	95.4	121	128.8	97.2	131	183.4	160.3	181.3	34.6	24.5	87.7	26.1	40.9	118.5	147.1	66.1	86.5	102.2	103	148.8	112.4	112.4		89.5	55.2	74.4	60.3	57.8	92.4	89	62.3	28.6	69.5	50	26.6	76.2	229.9	79.9
Lanškroun	106.7	147.1	131.7	132.2	144.2	186.3	156.4	177.8	70.4	72.9	16.4	82.7	49.4	171.2	165.2	103.7	27.8	39.9	51.2	70.1	33.7	36	89.5		58.9	147	149.8	147.3	150.6	156.7	123.4	110.1	154.4	136.7	106.6	70.2	243.5	73.8
Vír	118.4	154.6	148.8	133.5	160.6	203.4	177.4	198.4	43.8	43.2	54.6	53	28	173.2	180.9	105.6	42.6	56.3	55.4	109.3	74	88.8	55.2	58.9		129	115.4	112.9	146.9	143.5	71.8	65	104.6	91.6	61.5	88.2	260	92.7
Veselí nad Moravou	68.5	76.3	100.5	45	101	155.1	138.8	159.8	95.2	92.6	161.5	85.1	114.7	55.4	101.8	48.1	160.3	176	176.8	216.3	179.9	143	74.4	147	129		25.7	47.6	21	16.5	130.6	94	121.2	105.5	97.7	89.2	162.7	87.5
Hodonín	91.9	102	123.9	70.7	126.7	178.5	162.2	183.2	91	84.2	147.8	76.7	101	81.1	127.5	63.5	146.6	162.3	163.1	208.9	172.6	149.5	60.3	149.8	115.4	25.7		23.5	44.1	36.7	111.1	73.9	95.8	83.7	81.3	99.8	187.8	103.5
Břeclav	113.8	123.9	145.8	92.6	148.7	200.5	184.1	205.1	92.2	82.2	145.4	80.7	98.5	103	149.5	85.4	144.2	159.8	160.6	206.5	170.1	165.5	57.8	147.3	112.9	47.6	23.5		66.9	59.4	94.2	64.2	74.5	62.6	70.4	116.2	210.6	119.9
Horní Němčí	72.1	62.7	96.2	40.6	89	150.8	137.3	154.6	103.8	104.6	160.7	93.9	124.8	39.9	88.2	51.7	161.8	177.5	185.5	219.9	183.5	146.6	92.4	150.6	146.9	21	44.1	66.9		15.9	151	113	140.3	124.6	115.2	92.8	145	91.1
Velká nad Veličkou	78.2	77	110.5	54.8	103.3	165.1	148.5	169.5	107	107.1	166.8	97.1	129.2	54.2	102.5	57.8	167.9	183.6	191.3	226	189.6	152.8	89	156.7	143.5	16.5	36.7	59.4	15.9		145.1	108.5	131.5	120.1	112.2	98.9	159.3	97.2
Lipník	154.8	180.1	188.2	156.3	190.2	242.8	219.7	240.7	83	76.5	116	84.4	86.7	177.6	206.2	125.2	103.9	114.6	104.1	164.5	135.4	158.2	62.3	123.4	71.8	130.6	111.1	94.2	151	145.1		38	39.5	34.5	38.6	135.5	289.1	139.2
Ivančice	121.2	146.5	154.6	122.6	156.5	209.2	186.1	207	57.6	49.3	108.1	52.4	61.3	142.2	172.6	91.6	106	119.7	113	169.2	132.8	132.8	28.6	110.1	65	94	73.9	64.2	113	108.5	38		44.4	26.8	9	102.5	250	106.2
Znojmo	159	185.4	192.4	156.4	195.4	247	223.9	244.9	101.9	93.6	152.4	93.2	105.6	172.3	213.2	130.5	140.4	151.1	140.5	201	171.9	177.1	69.5	154.4	104.6	121.2	95.8	74.5	140.3	131.5	39.5	44.4		19.8	52.7	139.9	279.7	143.6
Hostěradice	140.6	165.9	174	140.7	175.9	228.6	205.5	226.5	84.2	75.9	134.7	73.8	87.9	156.6	192	111	131.3	143.3	133.2	193.6	159.5	159.4	50	136.7	91.6	105.5	83.7	62.6	124.6	120.1	34.5	26.8	19.8		35	121.7	264	125.4
Zbýšov	119.1	144.4	152.5	120.5	154.4	207.1	184	204.9	54.1	45.8	104.6	50.3	57.8	141.8	170.5	89.5	102.5	116.2	106.2	165.8	129.4	129.3	26.6	106.6	61.5	97.7	81.3	70.4	115.2	112.2	38.6	9	52.7	35		99.7	253.4	103.2
Olomouc	36.7	77.1	61.5	62.2	74	116.1	91.3	112.3	54.8	62.4	80.3	54.9	63.1	101.8	94.9	42.8	85.5	101.1	109.1	139.5	103.1	55.1	76.2	70.2	88.2	89.2	99.8	116.2	92.8	98.9	135.5	102.5	139.9	121.7	99.7		173.5	3.8
Martin	141.7	111.5	125.8	136.1	99.3	90.9	128.9	114.4	223.5	231	253.6	221.3	236.8	107.5	84	167.3	258.8	274.4	282.4	312.8	276.4	226.6	229.9	243.5	260	162.7	187.8	210.6	145	159.3	289.1	250	279.7	264	253.4	173.5		170.1
Sklad	37.2	75.4	58.2	59.4	70.8	112.8	88	109	58.5	66	83.9	58.6	66.7	100.1	91.6	44.7	89.1	104.8	112.8	143.1	106.7	57.2	79.9	73.8	92.7	87.5	103.5	119.9	91.1	97.2	139.2	106.2	143.6	125.4	103.2	3.8	170.1	

Zdroj - Vlastní zpracování

Příloha B - Matice vzdáleností mezi městy a skladem po aplikaci Mayerovy metody

	Dřevoh	Vsetín	Nový Jič	Zlín	Rožnov	Třinec	Ostrava	Karviná	Rájec Je	Blansk	Česká T	Jedovni	Letovic	Štítná n	Velké K	Kroměř	Litomyš	Vysoké	Luže	Nové M	Potštej	Šumpe	Brno	Lanškro	Vír	Veselí	Hodoní	Břeclav	Horní N	Velká n	Lipník	Ivančic	Znojmo	Hostěr	Zbýšov	Olomou	Martin	Sklad
Dřevohostice		41.5	38.4	34.5	42.7	93.4	75.4	96.3	81.9	89.4	116.9	81.9	95.2	74.1	63.6	32.9	122.3	138.1	145.9	176.1	139.6	93.9	95.4	106.7	118.4	68.5	91.9	113.8	72.1	78.2	154.8	121.2	159	140.6	119.1	36.7	141.7	37.2
Vsetín	41.5		36.4	32.6	28.7	91.5	77	95.5	118	123.3	157.2	112.6	131.3	37.5	27.6	58.1	162.7	178.4	186.3	216.4	180	131.1	121	147.1	154.6	76.3	102	123.9	62.7	77	180.1	146.5	185.4	165.9	144.4	77.1	111.5	75.4
Nový Jičín	38.4	36.4		61	26.8	56	41.5	60	112.2	119.8	141.9	112.3	125.6	72.6	47.7	65	147.3	163.1	171	201.1	164.6	114.9	128.8	131.7	148.8	100.5	123.9	145.8	96.2	110.5	188.2	154.6	192.4	174	152.5	61.5	125.8	58.2
Zlín	34.5	32.6	61		57.9	116.1	101.6	120	97	99.4	141.7	88.7	110.3	39.8	58.2	33	142.6	158.4	166.2	201.5	165.1	116.2	97.2	132.2	133.5	45	70.7	92.6	40.6	54.8	156.3	122.6	156.4	140.7	120.5	62.2	136.1	59.4
Rožnov pod Radhoště	42.7	28.7	26.8	57.9		60.7	50.4	64.8	124	131.6	154.3	122.6	137.4	65.5	21.5	68.1	159.8	175.6	183.4	213.5	177.1	127.4	131	144.2	160.6	101	126.7	148.7	89	103.3	190.2	156.5	195.4	175.9	154.4	74	99.3	70.8
Třinec	93.4	91.5	56	116.1	60.7		41.7	24.3	166.9	174.4	196.5	166.9	180.2	127.3	74	119.6	201.9	217.7	225.6	254.6	219.2	165.3	183.4	186.3	203.4	155.1	178.5	200.5	150.8	165.1	242.8	209.2	247	228.6	207.1	116.1	90.9	112.8
Ostrava	75.4	77	41.5	101.6	50.4	41.7		23.7	143.2	150.7	171.9	143.2	154.4	113.7	71.8	101.9	176.2	192	199.8	213.9	189.7	124.6	160.3	156.4	177.4	138.8	162.2	184.1	137.3	148.5	219.7	186.1	223.9	205.5	184	91.3	128.9	88
Karviná	96.3	95.5	60	120	64.8	24.3	23.7		164.1	171.7	192.7	164.2	175.4	131.1	86.1	122.9	198.2	214	221.8	230.4	211	145.1	181.3	177.8	198.4	159.8	183.2	205.1	154.6	169.5	240.7	207	244.9	226.5	204.9	112.3	114.4	109
Rájec Jestřebí	81.9	118	112.2	97	124	166.9	143.2	164.1		11.6	68.5	14.3	21.6	130	144.5	67.4	67.1	82.8	86.7	129.6	93.2	86.5	34.6	70.4	43.8	95.2	91	92.2	103.8	107	83	57.6	101.9	84.2	54.1	54.8	223.5	58.5
Blansko	89.4	123.3	119.8	99.4	131.6	174.4	150.7	171.7	11.6		70.9	10.8	24.1	130.8	149.1	68.2	69.5	85.3	86	132.1	95.7	89.6	24.5	72.9	43.2	92.6	84.2	82.2	104.6	107.1	76.5	49.3	93.6	75.9	45.8	62.4	231	66
Česká Třebová	116.9	157.2	141.9	141.7	154.3	196.5	171.9	192.7	68.5	70.9		80.7	47.4	181	175.5	113.4	12.6	28.4	36.2	61.6	25.2	52.3	87.7	16.4	54.6	161.5	147.8	145.4	160.7	166.8	116	108.1	152.4	134.7	104.6	80.3	253.6	83.9
Jedovnice	81.9	112.6	112.3	88.7	122.6	166.9	143.2	164.2	14.3	10.8	80.7		33.9	120	138.4	57.5	79.3	95.1	95.8	141.9	105.5	94.6	26.1	82.7	53	85.1	76.7	80.7	93.9	97.1	84.4	52.4	93.2	73.8	50.3	54.9	221.3	58.6
Letovice	95.2	131.3	125.6	110.3	137.4	180.2	154.4	175.4	21.6	24.1	47.4	33.9		149.8	157.8	82.2	46	61.8	66.7	108.6	72.1	72.3	40.9	49.4	28	114.7	101	98.5	124.8	129.2	86.7	61.3	105.6	87.9	57.8	63.1	236.8	66.7
Štítná nad Vláří	74.1	37.5	72.6	39.8	65.5	127.3	113.7	131.1	130	130.8	181	120	149.8		58.7	69.5	182.3	198	205.9	240.5	204.1	155.8	118.5	171.2	173.2	55.4	81.1	103	39.9	54.2	177.6	142.2	172.3	156.6	141.8	101.8	107.5	100.1
Velké Karlovice	63.6	27.6	47.7	58.2	21.5	74	71.8	86.1	144.5	149.1	175.5	138.4	157.8	58.7		84.1	180.8	196.5	204.4	234.5	198.1	148.3	147.1	165.2	180.9	101.8	127.5	149.5	88.2	102.5	206.2	172.6	213.2	192	170.5	94.9	84	91.6
Kroměříž	32.9	58.1	65	33	68.1	119.6	101.9	122.9	67.4	68.2	113.4	57.5	82.2	69.5	84.1		114.7	130.5	138.3	173	136.6	98.1	66.1	103.7	105.6	48.1	63.5	85.4	51.7	57.8	125.2	91.6	130.5	111	89.5	42.8	167.3	44.7
Litomyšl	122.3	162.7	147.3	142.6	159.8	201.9	176.2	198.2	67.1	69.5	12.6	79.3	46	182.3	180.8	114.7		16.1	23.9	67.1	31.7	63.7	86.5	27.8	42.6	160.3	146.6	144.2	161.8	167.9	103.9	106	140.4	131.3	102.5	85.5	258.8	89.1
Vysoké Mýto	138.1	178.4	163.1	158.4	175.6	217.7	192	214	82.8	85.3	28.4	95.1	61.8	198	196.5	130.5	16.1		15.4	55.4	23.9	75.9	102.2	39.9	56.3	176	162.3	159.8	177.5	183.6	114.6	119.7	151.1	143.3	116.2	101.1	274.4	104.8
Luže	145.9	186.3	171	166.2	183.4	225.6	199.8	221.8	86.7	86	36.2	95.8	66.7	205.9	204.4	138.3	23.9	15.4		62.1	40	87.2	103	51.2	55.4	176.8	163.1	160.6	185.5	191.3	104.1	113	140.5	133.2	106.2	109.1	282.4	112.8
Nové Město nad Metu	176.1	216.4	201.1	201.5	213.5	254.6	213.9	230.4	129.6	132.1	61.6	141.9	108.6	240.5	234.5	173	67.1	55.4	62.1		36.4	97.8	148.8	70.1	109.3	216.3	208.9	206.5	219.9	226	164.5	169.2	201	193.6	165.8	139.5	312.8	143.1
Potštejn	139.6	180	164.6	165.1	177.1	219.2	189.7	211	93.2	95.7	25.2	105.5	72.1	204.1	198.1	136.6	31.7	23.9	40	36.4		65.7	112.4	33.7	74	179.9	172.6	170.1	183.5	189.6	135.4	132.8	171.9	159.5	129.4	103.1	276.4	106.7
Šumperk	93.9	131.1	114.9	116.2	127.4	165.3	124.6	145.1	86.5	89.6	52.3	94.6	72.3	155.8	148.3	98.1	63.7	75.9	87.2	97.8	65.7		112.4	36	88.8	143	149.5	165.5	146.6	152.8	158.2	132.8	177.1	159.4	129.3	55.1	226.6	57.2
Brno	95.4	121	128.8	97.2	131	183.4	160.3	181.3	34.6	24.5	87.7	26.1	40.9	118.5	147.1	66.1	86.5	102.2	103	148.8	112.4	112.4		89.5	55.2	74.4	60.3	57.8	92.4	89	62.3	28.6	69.5	50	26.6	76.2	229.9	79.9
Lanškroun	106.7	147.1	131.7	132.2	144.2	186.3	156.4	177.8	70.4	72.9	16.4	82.7	49.4	171.2	165.2	103.7	27.8	39.9	51.2	70.1	33.7	36	89.5		58.9	147	149.8	147.3	150.6	156.7	123.4	110.1	154.4	136.7	106.6	70.2	243.5	73.8
Vír	118.4	154.6	148.8	133.5	160.6	203.4	177.4	198.4	43.8	43.2	54.6	53	28	173.2	180.9	105.6	42.6	56.3	55.4	109.3	74	88.8	55.2	58.9		129	115.4	112.9	146.9	143.5	71.8	65	104.6	91.6	61.5	88.2	260	92.7
Veselí nad Moravou	68.5	76.3	100.5	45	101	155.1	138.8	159.8	95.2	92.6	161.5	85.1	114.7	55.4	101.8	48.1	160.3	176	176.8	216.3	179.9	143	74.4	147	129		25.7	47.6	21	16.5	130.6	94	121.2	105.5	97.7	89.2	162.7	87.5
Hodonín	91.9	102	123.9	70.7	126.7	178.5	162.2	183.2	91	84.2	147.8	76.7	101	81.1	127.5	63.5	146.6	162.3	163.1	208.9	172.6	149.5	60.3	149.8	115.4	25.7		23.5	44.1	36.7	111.1	73.9	95.8	83.7	81.3	99.8	187.8	103.5
Břeclav	113.8	123.9	145.8	92.6	148.7	200.5	184.1	205.1	92.2	82.2	145.4	80.7	98.5	103	149.5	85.4	144.2	159.8	160.6	206.5	170.1	165.5	57.8	147.3	112.9	47.6	23.5		66.9	59.4	94.2	64.2	74.5	62.6	70.4	116.2	210.6	119.9
Horní Němčí	72.1	62.7	96.2	40.6	89	150.8	137.3	154.6	103.8	104.6	160.7	93.9	124.8	39.9	88.2	51.7	161.8	177.5	185.5	219.9	183.5	146.6	92.4	150.6	146.9	21	44.1	66.9		15.9	151	113	140.3	124.6	115.2	92.8	145	91.1
Velká nad Veličkou	78.2	77	110.5	54.8	103.3	165.1	148.5	169.5	107	107.1	166.8	97.1	129.2	54.2	102.5	57.8	167.9	183.6	191.3	226	189.6	152.8	89	156.7	143.5	16.5	36.7	59.4	15.9		145.1	108.5	131.5	120.1	112.2	98.9	159.3	97.2
Lipník	154.8	180.1	188.2	156.3	190.2	242.8	219.7	240.7	83	76.5	116	84.4	86.7	177.6	206.2	125.2	103.9	114.6	104.1	164.5	135.4	158.2	62.3	123.4	71.8	130.6	111.1	94.2	151	145.1		38	39.5	34.5	38.6	135.5	289.1	139.2
Ivančice	121.2	146.5	154.6	122.6	156.5	209.2	186.1	207	57.6	49.3	108.1	52.4	61.3	142.2	172.6	91.6	106	119.7	113	169.2	132.8	132.8	28.6	110.1	65	94	73.9	64.2	113	108.5	38		44.4	26.8	9	102.5	250	106.2
Znojmo	159	185.4	192.4	156.4	195.4	247	223.9	244.9	101.9	93.6	152.4	93.2	105.6	172.3	213.2	130.5	140.4	151.1	140.5	201	171.9	177.1	69.5	154.4	104.6	121.2	95.8	74.5	140.3	131.5	39.5	44.4		19.8	52.7	139.9	279.7	143.6
Hostěradice	140.6	165.9	174	140.7	175.9	228.6	205.5	226.5	84.2	75.9	134.7	73.8	87.9	156.6	192	111	131.3	143.3	133.2	193.6	159.5	159.4	50	136.7	91.6	105.5	83.7	62.6	124.6	120.1	34.5	26.8	19.8		35	121.7	264	125.4
Zbýšov	119.1	144.4	152.5	120.5	154.4	207.1	184	204.9	54.1	45.8	104.6	50.3	57.8	141.8	170.5	89.5	102.5	116.2	106.2	165.8	129.4	129.3	26.6	106.6	61.5	97.7	81.3	70.4	115.2	112.2	38.6	9	52.7	35		99.7	253.4	103.2
Olomouc	36.7	77.1	61.5	62.2	74	116.1	91.3	112.3	54.8	62.4	80.3	54.9	63.1	101.8	94.9	42.8	85.5	101.1	109.1	139.5	103.1	55.1	76.2	70.2	88.2	89.2	99.8	116.2	92.8	98.9	135.5	102.5	139.9	121.7	99.7		173.5	3.8
Martin	141.7	111.5	125.8	136.1	99.3	90.9	128.9	114.4	223.5	231	253.6	221.3	236.8	107.5	84	167.3	258.8	274.4	282.4	312.8	276.4	226.6	229.9	243.5	260	162.7	187.8	210.6	145	159.3	289.1	250	279.7	264	253.4	173.5		170.1
Sklad	37.2	75.4	58.2	59.4	70.8	112.8	88	109	58.5	66	83.9	58.6	66.7	100.1	91.6	44.7	89.1	104.8	112.8	143.1	106.7	57.2	79.9	73.8	92.7	87.5	103.5	119.9	91.1	97.2	139.2	106.2	143.6	125.4	103.2	3.8	170.1	

Zdroj - Vlastní zpracování