

**Česká zemědělská univerzita v Praze**

**Technická fakulta**

**Katedra vozidel a pozemní dopravy**



## **Diplomová práce**

**Zhodnocení provozních parametrů sportovních  
pneumatik závodního monopostu Formula Student**

**Vedoucí práce: Ing. Patrik Prikner, Ph.D.**

**Autor práce: Bc. David Vondráček**

© 2024 ČZU v Praze

# ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Bc. David Vondráček

Silniční a městská automobilová doprava

Název práce

**Zhodnocení provozních parametrů sportovních pneumatik závodního monopostu Formula Student**

Název anglicky

**Assessing the operational parameters of Formula Student race tyres**

---

## Cíle práce

Hlavním cílem práce je sofistikovaně zhodnotit zásadní provozní parametry sportovních pneumatik konkrétních výrobců určených pro soutěže Formula Student. Dílčím cílem bude vytvořit ucelený přehled trendu vývoje a hodnocení sportovních automobilových pneumatik s možným uplatněním v okruhových soutěžích.

## Metodika

1. Vypracování literární rešerše na základě doporučené vědecké literatury a technických podkladů.
2. V rámci metodiky bude představení současného trendu v oblasti konstrukce sportovních automobilových pneumatik podle nejnovější dostupné literatury, zahrnující technické specifikace a důkladný rozbor všech parametrů.
3. Na základě metodiky budou zvoleny specifické podmínky v nichž budou zhodnoceny důležité provozní parametry soutěžních pneumatik vybraných výrobců s odkazem na platné zásady v oboru dynamika sportovních vozidel a pneumatik.
4. V diskuzi bude proveden rozbor a zhodnocení získaných podkladů v kontextu soudobé technické úrovně soutěžních vozidel.
5. Závěrečná část práce bude obsahovat možná doporučení autora.

**Doporučený rozsah práce**

cca 50 stran včetně obrázků a tabulek

**Klíčová slova**

sportovní pneumatiky, dynamika vozidel, trakční vlastnosti, Formula Student

---

**Doporučené zdroje informací**

CROLLA, David A. *Automotive engineering : powertrain, chassis system and vehicle body*. Oxford: Elsevier, 2009. ISBN 978-1-85617-577-7.

Guiggiani, M. *The Science of Vehicle Dynamics: Handling, Braking, and Ride of Road and Race Cars 2th Ed.* Springer, 2018. ISBN 978-3-319-73219-0.

Milliken, F W., Milliken L D. *Race Car Vehicle Dynamics*. SAE, 1995. ISBN 1-56091-526-9.

Pacejka, H B. *Tyre and vehicle dynamics 2th Ed.* Oxford: Elsevier, 2006. ISBN 980-0-7506-6918-4.

---

**Předběžný termín obhajoby**

2023/2024 LS – TF

**Vedoucí práce**

Ing. Patrik Prikner, Ph.D.

**Garantující pracoviště**

Katedra vozidel a pozemní dopravy

---

Elektronicky schváleno dne 20. 12. 2023

**doc. Ing. Martin Kotek, Ph.D.**

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 2. 1. 2024

**doc. Ing. Jiří Mašek, Ph.D.**

Děkan

V Praze dne 07. 03. 2024

---

### **Čestné prohlášení**

Prohlašuji, že svou diplomovou práci "Zhodnocení provozních parametrů sportovních pneumatik závodního monopostu Formula Student" jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 26. března 2024

---

## **Poděkování**

Rád bych touto cestou poděkoval týmu CULS Prague Formula Racing za příležitost spolupráce při tvorbě této práce. Především za poskytnutí přístupu k potřebným datům a také k softwaru na jejich zpracování.

# **Zhodnocení provozních parametrů sportovních pneumatik závodního monopostu Formula Student**

## **Abstrakt**

Hlavním cílem této práce je sofistikovaně zhodnotit provozní parametry sportovních pneumatik vybraných výrobců určených pro soutěže Formula Student. Rešeršní část obsahuje přehled a rozbor technických parametrů a vlastností závodních pneumatik. Konkrétně je zde popsána konstrukce a opotřebení závodních pneumatik, mechanika kola s pneumatikou, fyzikální i matematické modely pneumatik, způsoby dynamického testování a vliv provozních parametrů pneumatik na jízdní vlastnosti. Vlastní práce se zabývá hodnocením vybraných provozních parametrů pneumatik při daném zatížení a tlaku huštění. Hodnocené provozní parametry jsou obvodová a boční síla, směrová tuhost a vratný moment. V diskuzi jsou uvedena doporučení, které z vybraných pneumatik jsou optimální pro použití v soutěži Formula Student. Také je zmíněna doporučená hodnota tlaku huštění pro jednotlivé dynamické disciplíny.

**Klíčová slova:** sportovní pneumatiky, dynamika vozidel, trakční vlastnosti, Formula Student

# **Assessing the operational parameters of Formula Student race tyres**

## **Abstract**

The main objective of this thesis is to evaluate in a sophisticated manor the operational parameters of sport tyres of selected manufacturers intended for Formula Student competitions. The research section contains an overview and analysis of the technical parameters and characteristics of racing tyres. It specifically describes tyre construction, tyre wear, mechanics of a wheel with tyre, physical and mathematical tyre models, dynamic tyre testing and effect of operational parameters on handling. The actual work deals with the evaluation of selected operational parameters of tyres at a given load and inflation pressure. The evaluated operational parameters are longitudinal and lateral force, cornering stiffness and self-aligning torque. Recommendations are made in the discussion as to which of the selected tyres are optimal for use in Formula Student competition. The recommended inflation pressure values for each dynamic discipline are also mentioned.

**Keywords:** sport tyres, vehicle dynamics, traction properties, Formula Student

## Seznam klíčových zkratk

$C_{Fa}$	[N·rad <sup>-1</sup> ]	směrová tuhost
$C_{\kappa_x}$	[N]	obvodová tuhost
$C_{Ma}$	[Nm·rad <sup>-1</sup> ]	vratná tuhost
$f_r$	[-]	koeficient valivého odporu
$F_{id}$	[N]	indukovaný odpor
$F_x$	[N]	obvodová síla
$F_y$	[N]	boční síla
$F_z$	[N]	zatížení pneumatiky
$h$	[m]	výška středu kola vůči podložce
$M_x$	[Nm]	moment převrácení
$M_y$	[Nm]	moment valivého odporu
$M_z$	[Nm]	vratný moment
$v_b$	[m·s <sup>-1</sup> ]	rychlost pásu nebo bubnu testovacího zařízení
$v$	[m·s <sup>-1</sup> ]	rychlost pohybu
$\alpha$	[rad]	úhel směrové odchylky
$\kappa$	[-]	měrný skluz
$\mu_p^x$	[-]	koeficient tření v přímém směru
$\mu_p^y$	[-]	koeficient tření v bočním směru
$\omega$	[rad·s <sup>-1</sup> ]	úhlová rychlost
$\omega_0$	[rad·s <sup>-1</sup> ]	úhlová rychlost vlečeného kola
$\zeta$	[m]	zavlek



## Obsah

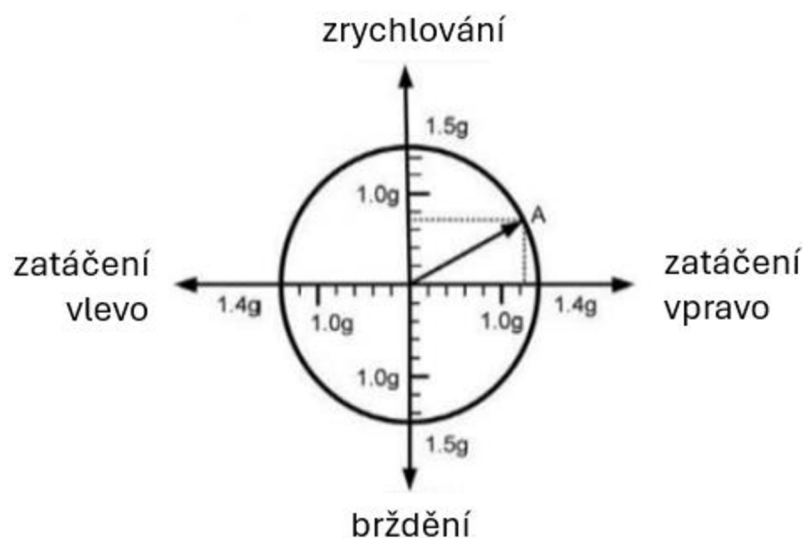
1. Úvod.....	1
2. Cíl práce.....	2
3. Konstrukce pneumatik.....	3
3.1. Kostra pneumatiky.....	3
3.1.1. Diagonální kostra.....	4
3.1.2. Radiální kostra.....	5
3.2. Patka.....	6
3.3. Bočnice.....	6
3.4. Běhoun.....	6
4. Mechanika kola s pneumatikou.....	8
4.1. Referenční systém.....	8
4.2. Ideální valení pneumatiky.....	8
4.3. Silové účinky v místě doteku pneumatiky a podložky.....	8
4.3.1. Moment valivého odporu.....	10
4.3.2. Indukovaný odpor.....	12
4.4. Měrný skluz.....	13
4.5. Úhel směrové odchytky.....	13
5. Testování dynamických vlastností pneumatik.....	15
5.1. Zkouška funkční závislosti na měrném skluzu.....	15
5.1.1. Kombinované zkoušky.....	15
5.2. Zkouška funkční závislosti na úhlu směrové odchytky.....	16
5.3. Testovací zařízení.....	17
6. Modely pneumatik.....	19
6.1. Tire Brush Model.....	19

6.2.	Empirické modely .....	22
6.2.1.	Magic Formula .....	23
7.	Vliv provozních parametrů pneumatik na jízdní vlastnosti .....	26
7.1.	Huštění .....	26
7.2.	Teplota .....	28
7.3.	Rychlost .....	29
8.	Opotřebení závodních pneumatik .....	30
8.1.	Graining .....	30
8.2.	Blistering.....	31
9.	Metodika.....	33
9.1.	Hodnocené parametry .....	33
10.	Vlastní práce .....	34
10.1.	Měření .....	36
10.2.	Práce s daty .....	36
10.3.	Výsledky testování závislosti na úhlu směrové odchylky .....	36
10.3.1.	Boční síla a indukovaný odpor .....	36
10.3.2.	Směrová tuhost .....	42
10.3.3.	Vratný moment.....	44
10.4.	Výsledky z testování závislosti na měrném skluzu .....	48
10.5.	Přesnost měření .....	52
11.	Diskuze .....	53
12.	Závěr.....	55
13.	Bibliografie .....	57
	Seznam obrázků.....	59
	Seznam tabulek.....	61

# 1. Úvod

Milliken (1995) navazuje na citát technického ředitele týmu Lotus Petera G. Wrighta a říká, že cílem závodního vozidla je udržet nejvyšší možné zrychlení v požadovaném směru při dodržení pravidel dané soutěže a zachování dostatečné rezervy pro ostatní vlivy jako např. povětrnostní podmínky, stav vozovky, únava řidiče atd. Zmíněným zrychlením myslí jak z pohledu řidiče v přímém směru, kladné i záporné (brždění), tak v bočním směru (při zatáčení).

Milliken (1995) se po analýze požadavků na vozidlo v motorsportu přesouvá k pneumatikám. Právě pneumatiky totiž přenášejí všechna zrychlení v horizontální rovině, ať už se jedná o přenos točivého momentu při zrychlování, brzděné síly při brždění, změnu směru jízdy při zatáčení nebo nějaký z vnějších vlivů jako např. odpor vůči bočnímu větru. Schopnost přenosu těchto sil vyjádřených jako zrychlení v násobcích gravitační konstanty  $g$  zobrazuje tzv. "g-g" diagram, viz Obr. 1. Kromě toho pneumatiky musí mít dostatečnou nosnost kvůli přenosu silových účinků ve vertikálním směru jako je např. vlastní tíha vozidla, přítlačná síla způsobená aerodynamikou vozidla nebo změna rozložení hmotnosti na jednotlivých kolech při zrychlování, brždění a zatáčení. Dále mají pneumatiky za úkol z části zajistit stabilitu vozu a tlumení. S ohledem na požadavek dosažení maximálního zrychlení je vhodné, aby měly pneumatiky co nejnižší hmotnost a odpor prostředí. Některé požadavky s sebou přináší ovšem i negativní vlivy nebo jsou vůči sobě protichůdné.



Obrázek 1: g-g digram, zdroj: (Seward, 2014), upraveno

## **2. Cíl práce**

Hlavním cílem práce je sofistikovaně zhodnotit zásadní provozní parametry sportovních pneumatik konkrétních výrobců určených pro soutěže Formula Student. Dílčím cílem bude vytvořit ucelený přehled trendu vývoje a hodnocení sportovních pneumatik s možným uplatněním v okruhových soutěžích.

### **3. Konstrukce pneumatik**

Pneumatika se skládá z pláště pneumatiky a stlačeného vzduchu, který vyplňuje prostor mezi pláštěm a ráfkem. Přetlak stlačeného vzduchu se nazývá huštění a má naprosto zásadní vliv na vlastnosti pneumatiky, a jelikož je pneumatika jedinou součástí vozidla v kontaktu se silnicí a přenáší veškeré síly potřebné k ovládní vozidla (vyjma aerodynamických sil), tak má zásadní vliv i na jízdní vlastnosti celého vozidla, (Gillespie, 1992; Wong, 2001).

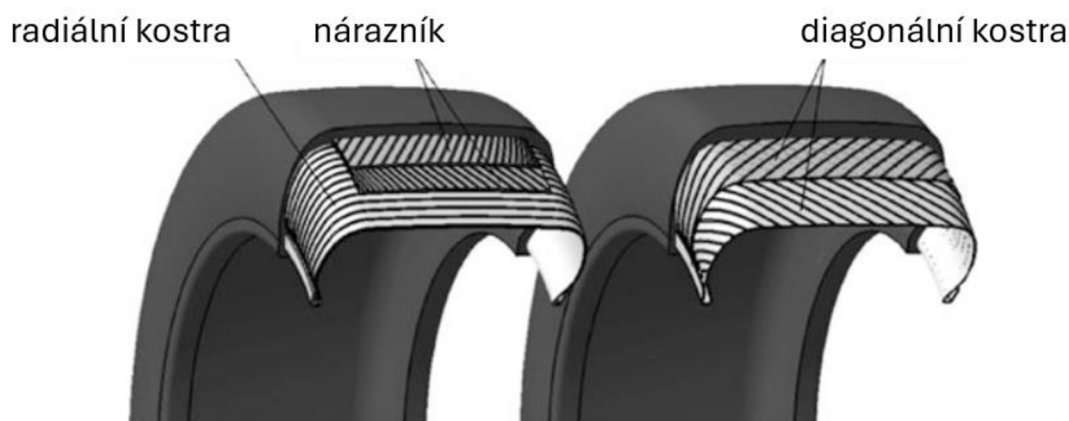
Právě z požadavků na vlastnosti pneumatiky vychází provedení konstrukce. Mezi hlavní požadavky, bez ohledu na způsob používání, patří schopnost unést patřičné zatížení (to není závislé jen na hmotnosti vozidla připadající na dané kolo, ale také aerodynamickým přitlakem nebo např. změnou rozložení hmotnosti vozidla jak mezi nápravami tak mezi pravou a levou stranou), dále tlumení nerovností (v případě závodních vozidel nejde o pohodlí při jízdě jako o udržení kontaktu s vozovkou), zajištění trakce při záběru a brždění kol a zajištění dostatečné kontroly nad řízením a směrovou stabilitou, (Wong, 2001).

#### **3.1. Kostra pneumatiky**

Kostra je, jak už samotný název napovídá, část spojující všechny ostatní části pneumatiky, a která určuje její tvar. Kostru tvoří jednotlivé kordy, vyráběné někdy z oceli ale častěji z textilie, které jsou zalité v pryži, aby drželi pospolu. Konstrukce kostry má zásadní vliv na vlastnosti pneumatiky. Dva hlavní druhy kostry jsou radiální a diagonální, viz Obr. 2. Diagonální kostra se ovšem pro pneumatiky určené k provozu na veřejných komunikacích již prakticky vůbec nepoužívá, (Leister, 2018).

Kromě rozdílných provozních parametrů se liší i systém označování. Diagonální pneumatiky se označují poměrem vnějšího průměru ku šířce. Zatímco v případě pneumatik s radiální kostrou se uvádí šířka a procentuální poměr šířky ku výšce profilu, (Heißing, Ersoy, & Gies, 2013).

Pod kostrou, uvnitř pneumatiky, se nachází ještě tenká vrstva pryže. Ta má nižší pórovitost než pryž na opačné straně kostry, která přichází do kontaktu s vnějším prostředím. Úkolem vnitřní vložky je totiž zajistit vzduchotěsnost pláště pneumatiky, aby nedocházelo k samovolnému snížení huštění pneumatiky, (Dočkal, Kovanda, & Hrubec, 1998).



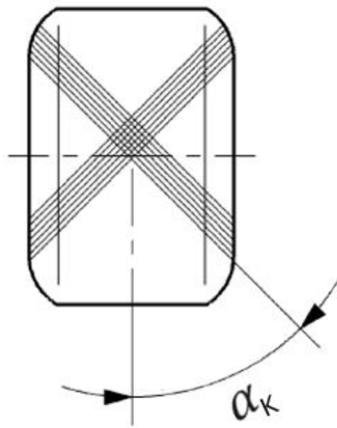
Obrázek 2: Radiální a diagonální kostra, zdroj: (Trzesniowski, 2014), upraveno

### 3.1.1. Diagonální kostra

Diagonální kostra je tvořena ze dvou vrstev kordů, které se uprostřed pneumatiky protínají. Úhel, který svírají kordy s podélnou osou pneumatiky se nazývá úhel kordů  $\alpha_k$ , viz Obr. 3. Tento úhel významným způsobem ovlivňuje vlastnosti pneumatiky jako je směrová tuhost, tlumení nebo valivý odpor. S rostoucí hodnotou  $\alpha_k$  se zvyšuje tlumení, ale naopak se snižuje jízdní stabilita. Proto je hodnota  $\alpha_k$  závodních pneumatik s diagonální konstrukcí nižší (např.  $26^\circ$ ) oproti běžným pneumatikám, kde hodnota úhlu nití bývá v rozmezí  $38^\circ$  až  $40^\circ$ , (Trzesniowski, 2014).

Tím, že jsou kordy kostry šikmo, je samotná diagonální kostra schopna, na rozdíl od radiální, přenášet kromě bočních sil i síly obvodové. To znamená, že pneumatika nepotřebuje nárazník, což snižuje její setrvačnost. Z tohoto důvodu se tato konstrukce stále používá u závodních pneumatik. Dalším výhodou pro použití v motorsportu je, že maximum boční síly  $F_y$  je dosaženo při nižší hodnotě úhlu směrové odchylky než v případě radiální konstrukce. To znamená, že bude reagovat rychleji na podněty od řidiče. Nevýhodou je, že interval úhlu směrové odchylky, při kterém je hodnota boční síly poblíž svého maxima, je užší a pro řidiče je obtížnější se v něm udržet, (Crolla, 2009; Trzesniowski, 2014).

Jednou z nevýhod diagonální kostry, která se negativně projevuje i v oblasti motorsportu, je že kostra má v podstatě kruhový průřez. Aby byl běhoun pneumatiky rovný, lze vyřešit přidáním většího množství pryže po stranách běhounu. Ovšem problém v omezení snižování poměru výšky ku šířce pneumatiky zůstává, (Trzesniowski, 2014).



Obrázek 3: Úhel kordů diagonální pneumatiky, zdroj: (Trzesniowski, 2014), upraveno

### 3.1.2. Radiální kostra

Kordy radiální kostry mají příčný směr, s pomyslnou podélnou osou pneumatiky tedy svírají pravý úhel. Kostra by v tomto případě přenášet pouze boční síly ale nikoliv obvodové. Z tohoto důvodu je radiální kostra doplněna o nárazník. Většinou je nárazník tvořen čtyřmi vrstvami vláken, spodní dvě jsou vyrobené z oceli, vrchní jsou vyrobené z textilu. Vlákná nárazníku mají šikmý směr, podobně jako diagonální kostra, a jsou díky svému směru schopné přenášet i obvodové síly, (Leister, 2018).

Nárazník navíc zajistí, že vrchní část profilu kostry (část nad kterou se nachází běhoun) je rovná. Tím není potřeba přidávat větší množství pryže po stranách běhounu jako v případě diagonální kostry. Proto může být při stejné intenzitě opotřebení použita měkkší pryž, což bude mít za následek vyšší přilnavost pneumatiky k silnici. Radiální kostra a použití nárazníku má další výhodu a to, že bočnice jsou pružnější než v případě diagonálních pneumatik, jelikož se v této části nachází pouze jedna vrstva kostry namísto dvou. Výhody pružnějších bočnic jsou popsány v samostatné kapitole dále, (Trzesniowski, 2014).

Dalším rozdílem, mezi diagonální a radiální kostrou, je vliv rychlosti na dynamickém poloměru odvalování (tj. vzdálenost kontaktní plochy od osy kola, se zatížením se zmenšuje, s rychlostí roste). Pneumatice s diagonální kostrou se navyšuje dynamický poloměr odvalování s rychlostí rychleji než v případě pneumatiky s konstrukcí radiální, (Trzesniowski, 2014).

### **3.2.Patka**

Patka je část pláště pneumatiky, která dosedá na ráfek. Musí zajistit jednak vzduchotěsný spoj a zároveň být schopná přenášet jak točivý moment pohonného ústrojí, tak moment vznikající při brždění. Přenos silových účinků z ráfku na pneumatiku ani těsnost mezi těmito součástmi by nebyla možná bez patřičného huštění. Přetlak v pneumatice přitlačí patku na ráfek, čímž vznikne jak normálová síla, tak tečná síla, která je přímo úměrná na vyvolané normálové síle a koeficientu tření pryže na povrchu patky pláště pneumatiky a ráfku, (Trzesniowski, 2014).

Patka se kromě pryže na jejím povrchu skládá také z kostry a patního lana, kolem kterého je kostra obtočena. Patka má tak v průřezu výrazně větší tloušťku než bočnice. Patní lano slouží ke zvýšení pevnosti patky, zejména aby byl plášť pneumatiky schopný vydržet namáhání odstředivou silou, (Trzesniowski, 2014).

### **3.3.Bočnice**

Bočnice je svislá část pneumatiky mezi běhounem a patkou pláště. Důležitou vlastností je její tuhost. Tuhost bočnice je z velké části ovlivněna typem použité kostry. V případě radiální kostry jsou bočnice více pružné než v případě diagonální kostry. Pružnější bočnice je výhodná, protože nemá tak výrazný vliv na rozložení kontaktního tlaku. Tuhá bočnice se projeví vyšším kontaktním tlakem po stranách stykové plochy pneumatiky s podložkou při stejném zatížení a huštění. Dosažením rovnoměrnějšího rozložení kontaktního tlaku se zvyšuje koeficient adheze pneumatiky. Pružnější bočnice mají zároveň podíl na nižší intenzitě opotřebení funkční plochy pneumatiky. Hlavní nevýhodou pružnějších bočnic radiální kostry je vyšší náchylnost na poškození. Proto se na vnější straně patky bočnice nachází tzv. výplň patky (výstižnější je anglický název „*sidewall protector*“), která má za úkol bočnici chránit před mechanickým poškozením, (Trzesniowski, 2014).

### **3.4.Běhoun**

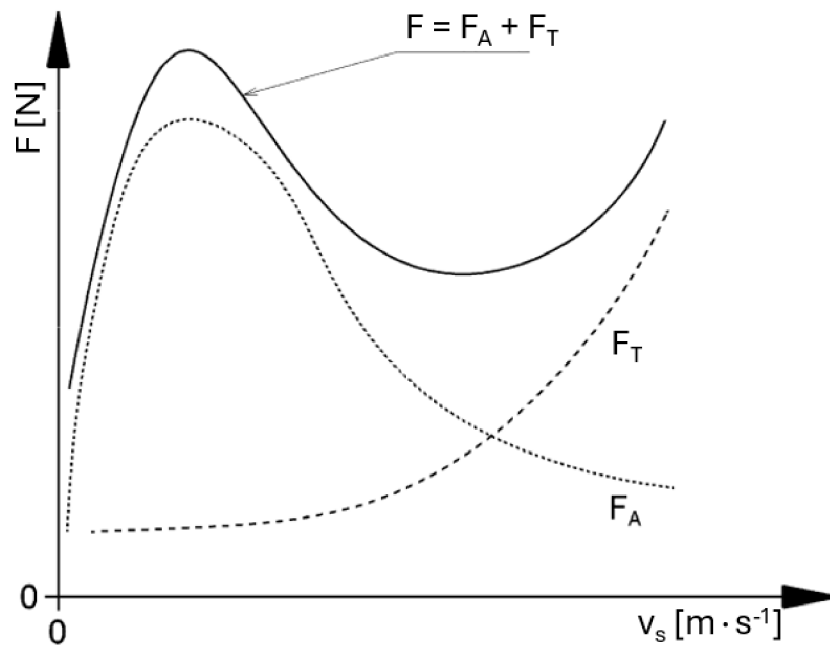
Běhoun je funkční plocha pláště pneumatiky a jeho konstrukce i materiál má významný vliv velikost sil ve stykové ploše. Co se závodních silničních pneumatik týče, existují dva druhy konstrukce běhounu. První způsob provedení je určený pro provoz na suché trati, a běhoun je souvislá hladká plocha. Jedinou nerovností povrchu běhounu „*slicků*“ jsou indikátory opotřebení. Druhý typ je určený pro použití na mokré trati a má dezén podobně



jako klasická letní pneumatika určená pro provoz na pozemních komunikacích, který zabraňuje vzniku aquaplaningu, (Trzesniowski, 2014).

Tyto dvě konstrukce zároveň používají rozdílné směsi pryže. Pryž použitá v případě slicků je měkčí a za cíl má dosahovat co nejvyššího součinitele adheze. Adheze je výrazně ovlivněna teplotou pryže, proto je potřeba pneumatiky provozovat v určitém intervalu teplot. Proto se závodní pneumatiky před jízdou nahřívají. Např. Seward (2014) udává, že optimální teplota závodních pneumatik se pohybuje od 80 °C do 110 °C, (Trzesniowski, 2014).

Oproti tomu pneumatiky určené na mokro nemůžou spoléhat na adhezi v tak velké míře, protože se mezi pneumatikou a povrchem, po kterém jede, vyskytuje vrstva vody, která brání vzniku adheze. V takovém případě dochází ke tření. To, jak velký podíl na výsledné tečné reakci bude mít adheze a jak velký tření, ovlivňuje i rychlost skluzu  $v_s$  viz Obr. 4, (Trzesniowski, 2014).



Obrázek 4: Závislost tečné reakce  $F$  a jejích složek (adheze  $F_A$  a tření  $F_T$ ) na rychlosti skluzu  $v_s$ , zdroj: (Trzesniowski, 2014), upraveno

## 4. Mechanika kola s pneumatikou

V rámci zjednodušení při zachování dostatečné přesnosti, se uvažuje, že podložka, po které se kolo pohybuje je dokonale rovná, hladká a tuhá. Taktéž se uvažuje, že ráfek je dokonale tuhý. Naopak u pneumatiky se uvažuje pružnost, (Guiggiani, 2018).

### 4.1. Referenční systém

Guiggiani (2018) uvádí k souřadnicovému systému  $S_w = (x, y, z; O)$ , že osa  $z$  je svíslá, tedy kolmá na plochu, po které se vozidlo pohybuje. Osa  $y$  leží ve směru rovnoběžném k ose kola a na průsečíku plochy, na které leží osa kola, a podložka. Osa  $x$  leží na průsečíku plochy, která obsahuje bod  $Q$ , a zároveň je kolmá na osu kola a podložku. Kladné směry os  $x, y, z$  označuje jednotkovými vektory  $i, j, k$ . Počátek souřadnicové soustavy označuje jako  $O$ . Výše zmíněný bod  $Q$  leží ve středu kola. Výška bodu  $Q$  od podložky se značí  $h$ . Rozdíl oproti Pacejkovi (2012) spočívá především v kladném směru osy  $z$  (Pacejka používá kladný směr směrem dolů).

Jak Guiggiani (2018) tak Pacejka (2012) používají stejné označení pro úhel směrové odchylky kola (anglicky „*slip angle*“)  $\alpha$ , úhel odklonu kol  $\gamma$  a úhlovou rychlost kola  $\omega$ .

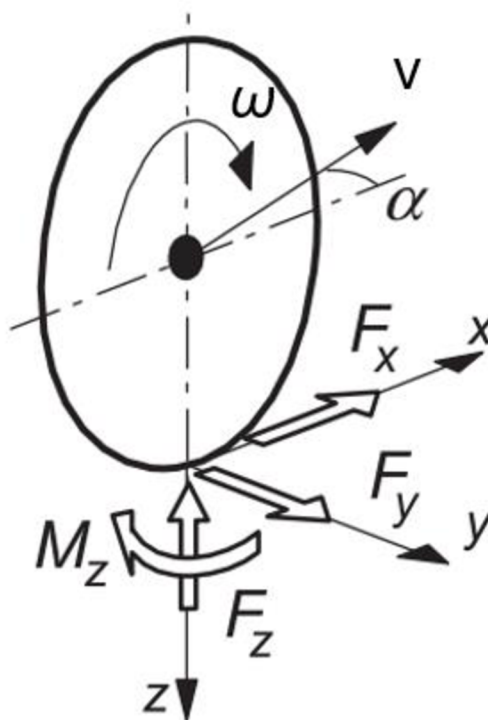
### 4.2. Ideální valení pneumatiky

Guiggiani (2018) zdůrazňuje, že v případě kola s pneumatikou nelze použít běžnou definici ideálního valení, jelikož nelze vyhovět podmínkám, a to že tělesa musí být dokonale pevná a musí docházet k bodovému kontaktu. Pneumatika se bude při zatížení deformovat a kontakt s podložkou nebude bodový plošný. Guiggiani nabízí pro použití v případě kola s pneumatikou jiné podmínky pro dokonalé valení. Dle něho mají být síly  $F_x$  a  $F_y$  a moment  $M_z$  rovny nule. Dále zmiňuje, že tento typ valení se nazývá „*torque rolling*“ (momentové valení). Nakonec uvádí, že z důvodu nízké hodnoty součinitele valivého odporu  $f_r$  silničních pneumatik (0,006 až 0,016, viz kapitola 4.3.1), je možné v rámci usnadnění považovat tento typ valení za valení trakční.

### 4.3. Silové účinky v místě doteku pneumatiky a podložky

Pacejka (2012) i Guiggiani (2018) rozdělují a označují síly působící v místě doteku pneumatiky s podložkou podle jejich směru vůči osám souřadnicového systému zmíněném výše, viz Obr. 5. Síla  $F_z$  představující zatížení daného kola se nazývá normálová síla, dále

$F_y$  je boční a  $F_x$  podélná síla. Obdobně jsou pojmenovány momenty sil. Moment kolem osy  $z$   $M_z$  bývá označován jako vratný, protože vrací kola zpět do přímého směru. Guiggiani (2018) ho ovšem nazývá vertikální moment, protože zastává názor, že umístění bodu O, z kterého vychází souřadnicový systém, je libovolné, tudíž výsledný moment  $M_z$  nemusí nutně představovat silový účinek, který srovnává kola zpět do přímého směru.  $M_y$  je moment valivého odporu, více o něm v kapitole 4.3.1. Poslední jmenovaný silový účinek,  $M_x$  je nazývaný moment převrácení. Jeho vektor má směr osy  $x$ , tedy příčný, a svým působením v podstatě převrací vozidlo přes bok. Tento efekt je možné vidět, když se vozidlu zvedne některé z vnitřních kol při průjezdu zatáčkou o malém poloměru. Při dalším zvyšování hodnoty momentu  $M_x$  dojde v určitém mezním bodě k úplnému převrácení vozidla. Každé vozidlo má svou mez převrácení. Jaké hodnoty momentu  $M_x$  je vozidlo schopné dosáhnout, ovlivní šířka pneumatik a zejména výška těžiště, (Kashem, Nagarajah, & Ektesabi, 2018).



Obrázek 5: Silové účinky působící na pneumatiku, zdroj: (Pacejka & Besselink, 2012), upraveno

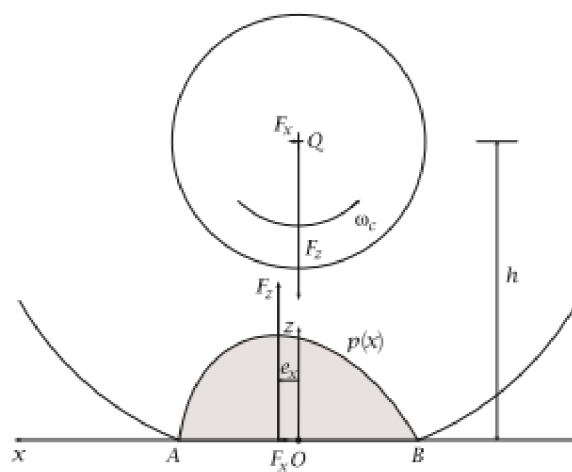
### 4.3.1. Moment valivého odporu

Jak uvádí Guiggiani (2018), valivý odpor vzniká v důsledku elasticity pláště pneumatiky. Při její deformaci dochází k hysterezním ztrátám, tedy přeměně kinetické energie na teplo. Během valení kola je v přední části plochy doteku pneumatiky s podložkou vyšší kontaktní tlak než v zadní, viz Obr. 6. Působíště normálové síly  $F_z$  se bude nacházet ve vzdálenosti  $e_x$  před osou kola, čímž vznikne moment působící proti směru otáčení kola, viz (Rce. 1). Moment valivého odporu není konstantní. Největší vliv na velikost momentu valivého odporu mají zatížení, huštění a teplota pneumatiky. Jazar (2014) udává další faktory, které ovlivňují velikost momentu valivého odporu. Mezi ně patří další parametry jako rychlost, úhel směrové odchylky, úhel odklonu kol, míra opotřebení, rozměry pneumatiky, stav silnice, brzdné a hnací síly.

$$M_y = -F_z \cdot e_x \quad (1)$$

Guiggiani (2018) dále doplňuje, že běžná hodnota součinitele valivého odporu  $f_r$  silničních pneumatik se pohybuje v rozmezí 0,006 až 0,016. Tyto hodnoty se zjišťují experimentálně. Kolo s pneumatikou uvede do rovnovážného stavu, v reakci na působení síly  $F_x$  ve směru osy  $x$ , s působíštěm v ose kola (bodě  $Q$ ) a s orientací směrem vpřed vznikne stejně velká, opačně orientovaná síla ve stejném směru a s působíštěm v bodě  $O$ . Tím vznikne moment, který je stejně velký jako moment valivého odporu ovšem s opačnou orientací. Podle velikosti síly  $F_x$  pak lze dopočítat součinitele valivého odporu  $f_r$  podle (Rce. 2).

$$f_r = \frac{e_x}{h} = \frac{F_x}{F_z} \quad (2)$$

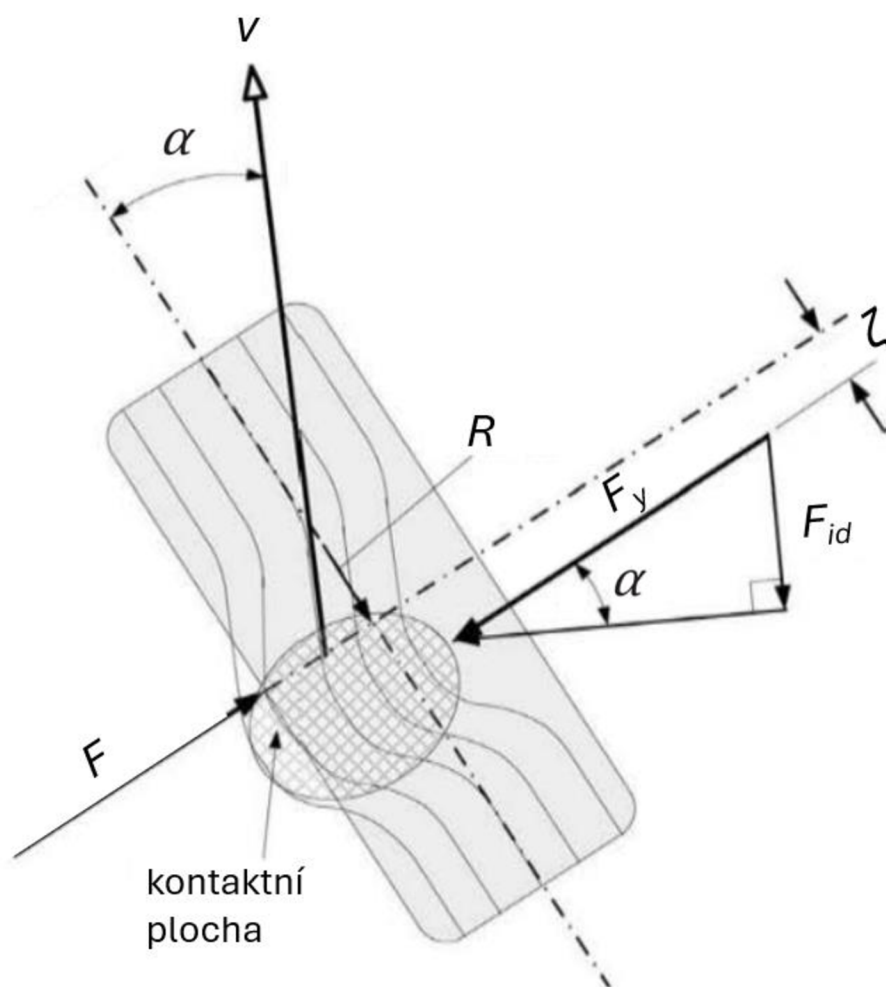


Obrázek 6: Podstata vzniku valivého odporu, zdroj: (Guiggiani, 2018), upraveno

### 4.3.2. Indukovaný odpor

Při zatáčení působí na pneumatiku také indukovaný odpor. Jde o složku boční síly  $F_y$  v rovnoběžném směru s výsledným pohybem. Při zatáčení je kolo s pneumatikou pootočeno vůči směru, kterým se pohybuje, o úhel směrové odchyšky  $\alpha$ . To má za následek vznik síly  $F_y$ . Tato síla je kolmá ke směru natočení kola, nikoliv směru pohybu. Složka této síly tedy bude působit proti směru pohybu, viz Obr. 7. To je důvod, proč vozidlo bez přidání plynu začne při zatáčení více zpomalovat. Indukovaný odpor se vypočítá podle vztahu (Rce. 3), (Seward, 2014).

$$F_{id} = F_y \cdot \sin \alpha \quad (3)$$



Obrázek 7: Znáornění indukovaného odporu, zdroj: (Seward, 2014), upraveno

#### 4.4. Měrný skluz

Měrný skluz  $\kappa$  popisuje poměr úhlových rychlostí ráfku  $\omega$  při zrychlování nebo brždění vůči úhlové rychlosti ráfku vlečeného kola  $\omega_0$ . Je potřeba pracovat s úhlovou rychlostí ráfků, protože pneumatika je pružná, a to i ve směru osy  $x$ . Při zrychlování se nejprve zvýší otáčky ráfku, během toho dojde k deformaci pneumatiky. To znamená, že změna úhlové rychlosti ráfku se promítne na funkční ploše pneumatiky se zpožděním. Měrný skluz se vyjadřuje bezrozměrně, záporná hodnota představuje měrný skluz, ke kterému dojde při brždění, kladná při zrychlení. Vypočte se podle vztahu (Rce. 4), (Pacejka H. B., 2002).

$$\kappa = -\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \quad (4)$$

Pokud je kolo poháněno, ráfek má vyšší úhlovou rychlost  $\omega$  oproti ráfku volně se odvalujícího kola  $\omega_0$ . Rozdíl úhlových rychlostí může být způsoben jak deformací pneumatiky v přímém směru, čímž dojde ke zmenšení efektivního poloměru pneumatiky (kolo se tak musí točit s vyšší úhlovou rychlostí, aby dosáhlo stejné rychlosti jako volně se odvalující kolo), tak případným prokluzem. V takových případech bude  $\kappa$  nabývat kladných hodnot. Co se maximální hodnoty týče, může se blížit nekonečnu, když dojde k prokluzu a vozidlo má nulovou rychlost. Nejvyšší hodnoty dosahuje síla  $F_x$  většinou při hodnotách měrného skluzu v rozmezí (0,1; 0,15). Během brždění nabývá  $\kappa$  naopak záporných hodnot, protože brzděné kolo se oproti volně se odvalujícímu otáčí pomaleji, tzn.  $\omega < \omega_0$ . Nejnižší hodnota, kterou může  $\kappa$  nabýt, nastává při zablokování kola při brždění. V takovém případě  $\omega = 0$ , tedy  $\kappa = -1$ , (Seward, 2014).

#### 4.5. Úhel směrové odchytky

Milliken (1995) i Guiggiani (2018) popisují úhel směrové odchytky  $\alpha$  (známý pod anglickým názvem „*slip angle*“) jako úhel mezi skutečným směrem pohybu kola a směrem, kterým je natočený ráfek. Vzniká kvůli pružnosti pneumatiky. Když dojde k směrovému natočení ráfku, část funkční plochy pneumatiky, která je v ten moment ve styčné ploše, zůstává v původním směru, kdežto zbytek pneumatiky se natačí s ráfkem. Při odvalování pneumatiky se ve stykové ploše vytvoří boční síla, díky které vozidlo zatočí.

Milliken (1995) zároveň zdůrazňuje, že ačkoliv by se tak z názvu „*slip angle*“ mohlo zdát, nemusí docházet k bočnímu prokluzu kola vůči podložce. Rozdílný směr pohybu a natočení kola je způsoben deformací pneumatiky vlivem působení boční síly. Velikost deformace se odvíjí od boční tuhosti pneumatiky. K bočnímu prokluzu pneumatiky vůči podložce může při vysokých hodnotách úhlu směrové odchyšky dojít v případě, pokud je boční síla větší než třecí síla, ta je dána součinem koeficientu tření pneumatiky s podložkou a zatížení.

Milliken (1995) se dále věnuje vzájemnému vlivu boční síly a úhlu směrové odchyšky. Zmiňuje, že vlivem působení boční síly (např. z důvodu bočního větru nebo odstředivé síly při zatáčení) dojde ke změně úhlu směrové odchyšky a tím i k reakci v podobě tečné síly v místě dotyku pneumatiky a podložky. Naopak, zatočení kol pomocí volantu znamená vytvoření úhlu směrové odchyšky, čímž dojde ke vzniku boční síly, která způsobí, že celé vozidlo zatočí.

Kromě vlivu na boční sílu působící na pneumatiku, lze úhel směrové odchyšky použít i z pohledu chování vozidla jako celku. Pokud bude úhel směrové odchyšky vyšší na předních pneumatikách než na zadních, bude docházet k nedotáčivosti, v opačném případě přetáčivosti, (Seward, 2014).



## 5. Testování dynamických vlastností pneumatik

Cílem dynamického testování pneumatik je zjistit závislost mezi pohybem a pozicí ráfku kola a mezi silami a momentem působícími v místě doteku pneumatiky s podložkou. Silové účinky, o kterých je řeč, jsou síly  $F_x$  a  $F_y$  a moment  $M_z$ , (Guiggiani, 2018).

Podle Guiggianiho (2018) testovací zařízení většinou nedisponují možností měnit  $\omega_z$ , používají tedy konstantní hodnotu  $\omega_z$ . Dále tvrdí, že prakticky u všech silničních vozidel je absolutní hodnota poměru úhlové rychlosti natočení kol (kolem osy  $z$ ) ku úhlové rychlosti ráfku kolem své vlastní osy menší než jedna setina:  $|\omega_z / \omega_c| < 0,01$ . Z toho vyplývá, že hodnota  $\omega_z$  je oproti hodnotě  $\omega_c$  řádově nižší a je možné ji zanedbat. Zkoušky pneumatik zabývající se silovými účinky působícími v kontaktní ploše se dělí na zkoušky funkční závislosti na měrném skluzu a zkoušky funkční závislosti na úhlu směrové odchyly.

### 5.1. Zkouška funkční závislosti na měrném skluzu

Testy pneumatiky typu „drive / brake tests“ (viz. Guiggiani dále (2018)) doplňují podmínky, při kterých tento typ zkoušení pneumatik probíhá: vertikální zatížení  $F_z = \text{konst.}$ ; rychlost  $v_0 = \text{konst.}$ ; úhel směrové odchyly  $\alpha = 0$ .

Guiggiani (2018) také jmenuje, co může být výstupem měření. Jde např. o závislost síly  $F_x$  na měrném skluzu  $\kappa$ , tuhost v přímém směru  $C_{\kappa_x}$  (Rce. 5), koeficient tření v přímém směru  $\mu_p^x$  (Rce. 6).

$$C_{\kappa_x}(F_z) = - \left. \frac{\partial F_x^p}{\partial \kappa_x} \right|_{\kappa_x=0} \quad (5)$$

$$\mu_p^x(F_z) = \frac{F_x^{\max}}{F_z} \quad (6)$$

#### 5.1.1. Kombinované zkoušky

Kombinované zkoušení zařazují záměrně pod zkoušky funkční závislosti na měrném skluzu, protože probíhá stejným způsobem. Jediným rozdílem je, že měření probíhá při několika, skokově změněných, hodnotách úhlu směrové odchyly  $\alpha$ . Cílem je získat

kromě hodnoty síly  $F_x$  také hodnoty boční síly  $F_y$  za situace, kdy se kolo při zatažení pouze neodvaluje, ale je zároveň poháněno nebo brzděno. V takovém případě bude výsledná síla  $F_y$  nižší, než pokud by docházelo pouze k odvalování. Milliken (1995) popisuje, že změna úhlu směrové odchyly  $\alpha$ , neprobíhá při měření plynule, ale skokově. Je nastavena před roztočením kola a změní se až po změření hledaných parametrů při dané hodnotě  $\alpha$ .

## 5.2. Zkouška funkční závislosti na úhlu směrové odchyly

Guiggiani (2018) uvádí, že tento druh zkoušení, také zvaný „cornering tests“, se provádí při konstantním vertikálním zatížení  $F_z$  a konstantní rychlosti pásu nebo bubnu  $v_b$ , po kterém se kolo volně odvaluje (není poháněno ani brzděno jako v případě trakčního testování). Dále zdůrazňuje, že rychlost samotného kola  $v_0$  není konstantní a mění v závislosti na úhlu směrové odchyly  $\alpha$ , viz (Rce. 7). Maximální hodnota, kterou nabývá úhel směrové odchyly  $\alpha$  při měření, bývá  $12^\circ$ , protože při vyšších dochází k rychlému opotřebení pláště pneumatiky. Hodnota směrové odchyly  $\alpha$  se během měření plynule mění od jejího minima k maximu nebo naopak.

$$v_0 = v_b \cdot \cos \alpha \quad (7)$$

Podle Guiggianiho (2018) může být výstupem zkoušení např. závislost síly  $F_y$  na úhlu směrové odchyly  $\alpha$ , směrová tuhost  $C_\alpha$  (také známá pod anglickým označením „cornering stiffness“) viz (Rce. 8) nebo koeficient tření v bočním směru  $\mu_p^y$ , viz (Rce. 9).

$$C_\alpha(F_z) = -\left. \frac{\partial F_y^p}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0} \quad (8)$$

$$\mu_p^y(F_z) = \frac{F_y^{max}}{F_z} \quad (9)$$

### 5.3. Testovací zařízení

Tři základní provedení testovacích zařízení jsou: stacionární zkušební stroje, dynamometrické přívěsy a testování přímo na vozidle. Seminář Optimum G (2024)

V případě stacionárních zkušebních strojů se pneumatika odvaluje po roztáčeném bubnu, nejčastěji o průměru 2 m. Hlavní nevýhodou je, že styková plocha nemá stejný tvar jako v případě odvalování po rovině. Proto vznikly i další varianty stacionárních zkušebních strojů. V případě první z nich se kolo odvaluje uvnitř bubnu s větším průměrem (4–5 m), (Dočkal, Kovanda, & Hrubec, 1998).

Nejpřesnější mezi stacionárními zkušebními stroji je, z pohledu napodobení stykové plochy, varianta s dvěma válci, mezi kterými je natažený pás, viz Obr. 8. Aby se tento pás pod zatížením neprohýbal, působí na něj zespod proud stlačeného vzduchu. Nevýhodou všech stacionárních zařízení je nepřesné napodobení reálných podmínek provozu pneumatiky, zejména hodnoty koeficientu tření povrchu, po kterém se má pneumatika pohybovat. Funkční plochu těchto strojů tvoří ve většině případů smirkové plátno, (Guiggiani, 2018).

Problém s nepřesností napodobení povrchu řeší dynamometrické přívěsy. Na přívěsu, nebo návěsu, se nachází podobné zařízení jako v případě stacionárních strojů, jen místo na rotující buben, nebo pohybující se pás, je pneumatika přitlačována přímo na povrch, po kterém souprava jede. Tažné vozidlo musí mít dostatečný výkon, aby bylo schopné překonat značné odporové síly, které na něj při testu působí. Souprava musí mít také dostatečnou hmotnost, aby bylo možné testovanou pneumatiku přitlačit požadovanou silou, (Dočkal, Kovanda, & Hrubec, 1998).

Poslední možnost, měření přímo na vozidle, má výhodu, že je prováděna při skutečných provozních podmínkách. Hlavní nevýhody jsou nekonzistentní vliv okolního prostředí a nepřesnosti vyplývající z uchycení senzorů – např. pružná deformace karoserie a ráfků během jízdy nebo nepřesný odečet úhlu směrové odchylky  $\alpha$  (pro přesné odečtení hodnoty  $\alpha$  by se snímač musel nacházet v kontaktní ploše), (Optimum G, 2024).

Mezi další problémy, které postihují všechny výše zmíněné typy měření, patří velký objem dat z testování nebo kontrola nad teplotou pneumatiky, (Milliken & Milliken, 1995).



Obrázek 8: Stacionární testovací zařízení v Calspan's tire research facility,  
zdroj (Guiggiani, 2018)

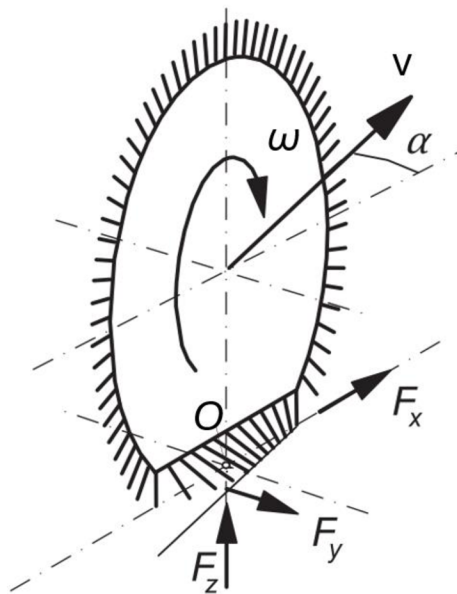
## 6. Modely pneumatik

Význam modelů pneumatik spočívá především v pochopení, jakým způsobem pneumatiky fungují, a schopnosti predikovat jejich chování v reálných podmínkách. Vlastnosti modelů pneumatik, které Pacejka (2012) považuje za důležité, jsou schopnosti napodobit:

- vliv tření mezi pneumatikou a podložkou
- rozložení kontaktního tlaku
- dezén
- pružnost pneumatiky

### 6.1. Tire Brush Model

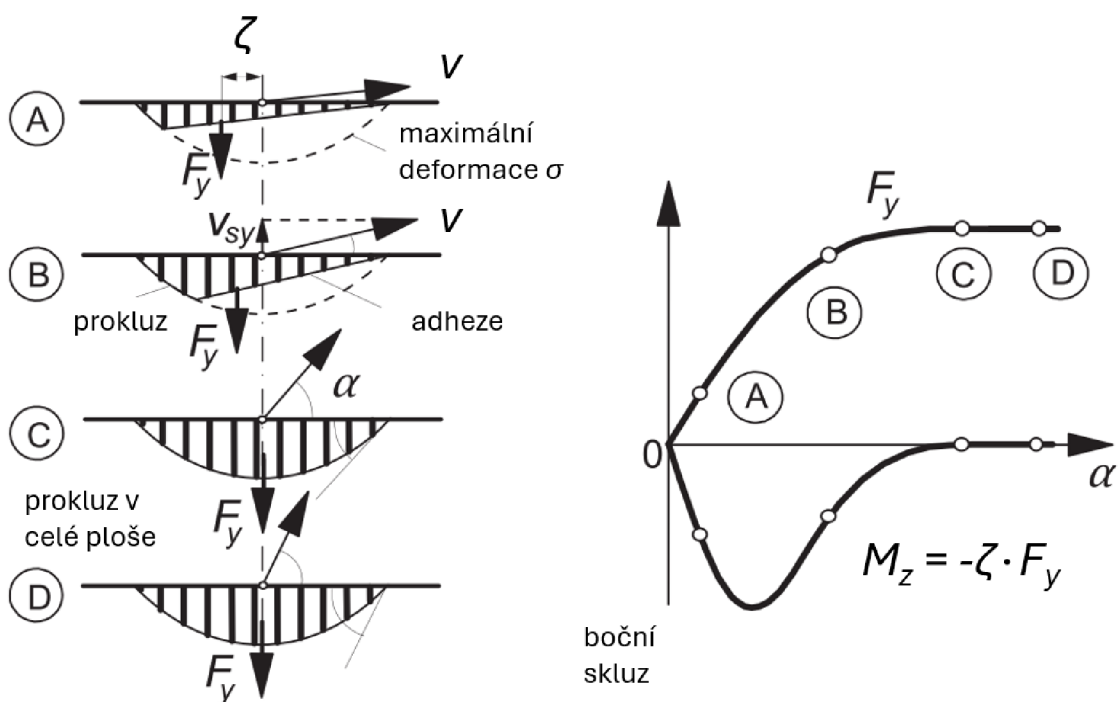
Tento model vznikl v 50. letech minulého století (Pacejky (2012)). Model obsahuje parametry ráfku a simulační paprsky v radiálním směru po jeho obvodu prezentující pružnost pneumatiky a deformaci běhounu v horizontálním a vertikálním směru, viz Obr. 9.



Obrázek 9: Tire Brush Model, zdroj: (Pacejka & Besselink, 2012), upraveno

Chování modelu popisuje Pacejka (2012) následovně. Když se model volně odvaluje přímým směrem, s nulovým odklonem a s nulovým úhlem směrové odchylky  $\alpha$ , zůstávají paprsky vzpřímeně. Pokud se ovšem vektor rychlosti  $v$  odkloní od přímého směru (osy  $x$ )

o určitý úhel  $\alpha$ , dojde ke vzniku síly  $F_y$  a v návaznosti na to i k ohybu paprsků. Paprsky se vychýlí na opačnou stranu kola než rychlost  $v$ . Prvně se začínají deformovat paprsky v zadní části modelu. Při zvyšování vychýlení rychlosti  $v$  od přímého směru kola se bude deformace paprsků šířit směrem vpřed. Ve chvíli, kdy budou ohnuty všechny paprsky v kontaktu s podložkou, bude hodnoty síly  $F_y$  maximální. V tento moment konce deformovaných paprsků vykreslují parabolu. Zároveň je vektor rychlosti  $v$  rovnoběžný k tečně této paraboly v místě průsečíku s osou  $x$ , viz Obr 10. V případě dalšího zvýšení úhlu  $\alpha$  dojde k bočnímu smyku, deformace paprsků už ovšem zůstane beze změny.



Obrázek 10: Deformace modelu (pohled shora) a současný průběh silových účinků, zdroj: (Pacejka & Besselink, 2012) , upraveno

Příčinu smyku vysvětluje Pacejka (2012) tím, že hodnota momentu  $M_z$  dosáhla nulové hodnoty. Hodnota síly  $F_y$  se s deformací zvyšuje, během toho se ovšem mění i poloha jejího působení. Působení síly  $F_y$  se nachází v těžišti šrafované plochy, viz Obr. 10. Výsledná hodnota momentu  $M_z$  je tedy součin síly  $F_y$  a její vzdálenosti  $\zeta$  od bodu O. To znamená, že v době, kdy je hodnota síly  $F_y$  maximální, bude šrafovaná plocha symetrická podle osy  $y$ , tudíž její těžiště bude ležet přímo na ose  $y$  a hodnota  $\zeta$  bude nulová, tedy i hodnota momentu  $M_z = 0 \text{ Nm}$ . Výpočty jednotlivých veličin jsou uvedeny níže. Parametry potřebné k výpočtům popisuje Obr. 11.

- Deformace  $\sigma$ , viz Obr. 10. (v případě nízkých hodnot úhlu  $\alpha$  lze  $\operatorname{tg} \alpha$  nahradit úhlem  $\alpha$ ):

$$\sigma = (a - x) \operatorname{tg} \alpha \quad (10)$$

- Síla  $F_y$  (kde  $c_{py}$  představuje směrovou tuhost figury běhounu na jednotku délky kontaktní plochy, u které se předpokládá, že má obdélníkový tvar):

$$F_y = c_{py} \int_{-a}^a \sigma dx = 2c_{py}a^2\alpha \quad (11)$$

- Vratný moment:

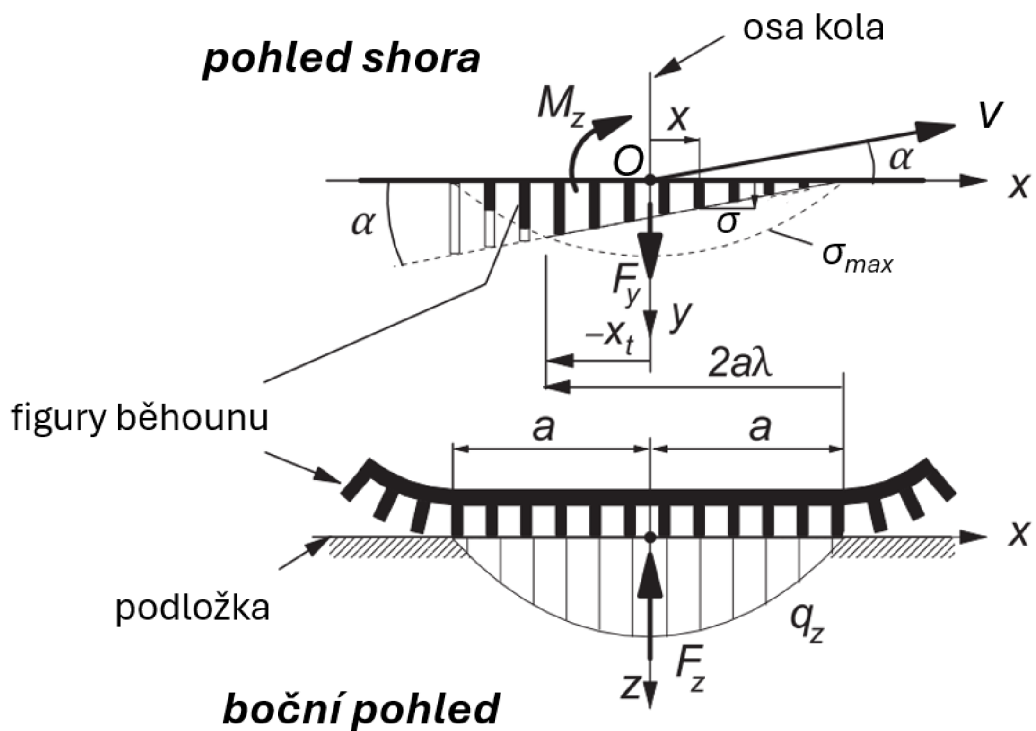
$$M_z = c_{py} \int_{-a}^a \sigma x dx = -\frac{2}{3}c_{py}a^3\alpha \quad (12)$$

- Směrová tuhost:

$$C_{F\alpha} = \left( \frac{\partial F_y}{\partial \alpha} \right)_{\alpha=0} = 2c_{py}a^2 \quad (13)$$

- Vratná tuhost:

$$C_{M\alpha} = -\left( \frac{\partial M_z}{\partial \alpha} \right)_{\alpha=0} = \frac{2}{3}c_{py}a^3 \quad (14)$$



Obrázek 11: Parametry používané v rovnicích uvedené výše, zdroj: (Pacejka & Besselink, 2012), upraveno

Pacejka (2012) také zmiňuje nevýhodu tohoto typu modelu, která spočívá v nedostatečně přesném napodobení elasticity pneumatiky. Závlek  $\zeta$ , představující vzdálenost mezi středem kontaktní plochy O a působištěm síly  $F_y$ , při hodnotách  $\alpha$  blízcích se nule vychází roven jedné třetině  $a$ . Pacejka ovšem oponuje tím, že v běžné praxi je  $\zeta = \frac{1}{2} a$ .

$$\zeta = - \left( \frac{M_z}{F_y} \right)_{\alpha \rightarrow 0} = \frac{1}{3} a \quad (15)$$

## 6.2. Empirické modely

Pacejka (2012) charakterizuje tuto kategorii jako matematické modely založené na výsledcích měření parametrů pneumatiky jako součásti vozidla. Jejich nevýhodou je, že jsou omezeny na situace, ve kterých dochází k rovnovážným silovým účinkům. Sám



Pacejka je nazývá „polo empirické“, protože některé jejich části mohou vycházet ze zjištění získaných z fyzických modelů.

Nejvýznamnějším modelem v této skupině je bezpochyby *Magic Formula*, Pacejka (2012) ale letmo zmiňuje i tzv. podobnostní metodu.

### 6.2.1. Magic Formula

Guiggiani (2018) vysvětluje, že se v dynamice vozidel vyplatí mít matematickou funkci, která napodobuje křivku z experimentálně získaných dat. Popisuje, že křivky hledaných parametrů mají často podobný tvar: jejich růst se postupně zpomaluje a po dosažení svého maxima pokračují téměř konstantně. Podle Guiggianiho (2018) se pro tyto účely v rámci dynamiky vozidel používá výhradně jedna matematická funkce, která se nazývá *Magic Formula* (někdy zkráceně MF).

Pacejka (2012), který se na vzniku MF podílel, popisuje stručně historii jejího vývoje. Práce na tomto modelu začaly v polovině 80. let 20. stol. Původně se jednalo o spolupráci mezi Technickou univerzitou Delft a automobilkou Volvo. V roce 1993 se do vývoje zapojila i firma Michellin. Postupně docházelo k úpravám a k rozšiřování funkce o další parametry. Guiggiani (2018) doplňuje, že existuje několik verzí této funkce, každá označená vlastním číslem (např. MF 5.2). Všechny verze vycházejí z následující základní rovnice, kterou zmiňuje i Pacejka (2012).

$$y(x) = D \sin\{C \arctg[Bx - E(Bx - \arctg(Bx))]\} \quad (16)$$

Kde  $B$  představuje koeficient tuhosti,  $C$  představuje koeficient tvaru,  $D$  je maximální hodnota a  $E$  je koeficient zakřivení. Hledané  $y$  může být podle Guiggianiho (2018)  $F_x$  nebo  $F_y$ , Pacejka (2012) zmiňuje i  $M_z$ . Za  $x$  se dosadí buď úhel směrové odchylky  $\alpha$  nebo měrný skluz  $\kappa$ .

Guiggiani (2018) dále popisuje, jak získat hodnoty koeficientů  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ . Prvně stanoví koeficient  $D$ , který představuje maximum funkce  $y$  a vychází ze zatížení pneumatiky a součinitele adheze:

$$D = y_{max} = \mu_p F_z \quad (17)$$

Poté přijde na řadu výpočet koeficientu  $C$ . Ten udává sklon funkce v její lineární části. ( $y_a$  je hodnota asymptoty funkce  $y$ ):

$$C = 2 - \frac{2}{\pi} \arcsin \left( \frac{y_a}{D} \right) \quad (18)$$

Následuje výpočet koeficientu  $B$ :

$$B = \frac{y'(0)}{C D} \quad (19)$$

Nakonec se vypočte koeficient  $E$ , který charakterizuje zakřivení funkce ( $x_{max}$  je souřadnice maxima funkce  $y_{max}$  na ose  $x$ ):

$$E = \frac{B x_{max} - \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2C} \right)}{B x_{max} - \operatorname{artg}(B x_{max})} \quad (20)$$

#### 6.2.1.1. MF: Zahrnutí odklonu kol

Guiggiani (2018) zdůrazňuje, že výše zmíněná rovnice nezahrnuje vliv odklonu kol, který se projeví v síle  $F_y$ . Dále dodává, že je rovnici potřeba doplnit o složku vertikálního posuvu  $y_v$  a horizontálního posuvu  $x_h$ . Zároveň dojde i ke změně výpočtu koeficientů  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ . Ty Guiggiani uvádí s odkazem na Zeggellara et al. (1994)

$$y(x) = y_v + D \sin\{C \arctg[B(x + x_h) - E(B(x + x_h) - \arctg(B(x + x_h)))]\} \quad (21)$$

$$C = a_0 \quad (22)$$

$$D = (a_1 F_z + a_2) F_z (1 - a_{15} \gamma^2) \quad (23)$$

$$BCD = a_3 \sin \left[ 2 \arctg \left( \frac{F_z}{a_4} \right) \right] (1 - a_5 |\gamma|) \quad (24)$$

$$B = \frac{BCD}{C D} \quad (25)$$

$$E = (a_6 F_z + a_7) [1 - (a_{16} \gamma + a_{17}) \text{sign}(x + x_h)] \quad (26)$$

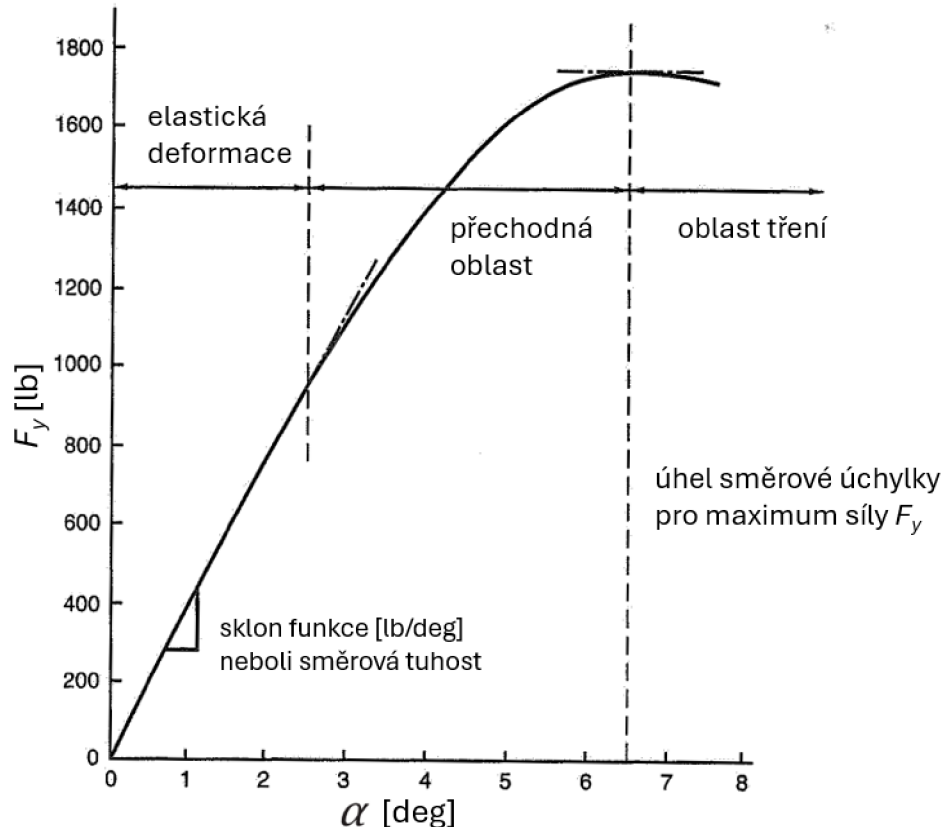
$$x_h = a_8 F_z + a_9 + a_{10} \gamma \quad (27)$$

$$y_v = a_{11} F_z + a_{12} + (a_{13} F_z + a_{14}) \gamma F_z \quad (28)$$

## 7. Vliv provozních parametrů pneumatik na jízdní vlastnosti

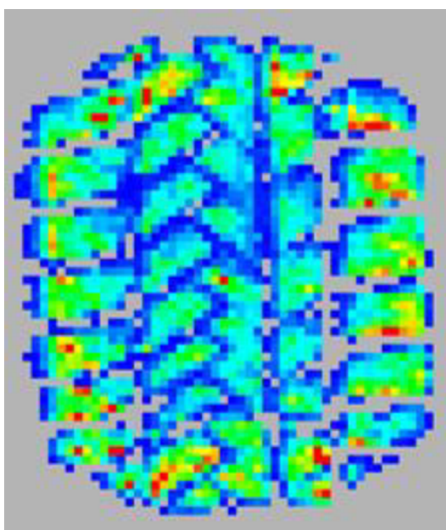
### 7.1. Huštění

Prvním z vlivů změny huštění pneumatiky, které Milliken (1995) zmiňuje, je změna tuhosti pneumatiky. Se zvýšením huštění dojde ke zvýšení tuhosti pneumatiky. Závislost síly  $F_y$  na úhlu směrové odchyly  $\alpha$ , viz Obr. 12, má zprvu lineární průběh. Tato část křivky totiž vychází z elastické elastická deformace pneumatiky, až při vyšších hodnotách přestává mít lineární průběh a závisí naopak na zatížení a adhezi pneumatiky s podložkou. Pokud se dá tedy předpokládat, že pneumatika bude provozována v této zóně (např. pokud nejde o závodní monopost, ale o běžné vozidlo určené k provozu na veřejných komunikacích), nastavení vyšší hodnoty huštění povede ke snížení hodnoty úhlu  $\alpha$  při zachování stejné hodnoty síly  $F_y$ . Dalším využitím je, že nastavením rozdílných hodnot huštění na přední a zadní nápravě lze potlačit přetáčivost nebo nedotáčivost vozidla.



Obrázek 12: Graf závislosti boční síly na úhlu směrové odchyly, zdroj: (Milliken & Milliken, 1995), upraveno

Milliken (1995) věnuje pozornost také oblasti v blízkosti maxima křivky  $F_y/\alpha$  relevantní zejména v případě motorsportu. V tomto případě hraje roli koeficient adheze a zatížení pneumatiky. Při snížení huštění dojde ke zvětšení kontaktní plochy a tím k snížení průměrného kontaktního tlaku. Snížení kontaktního tlaku povede ke zvýšení koeficientu adheze a tím i k nárůstu síly  $F_y$ . Milliken mimo jiné zdůrazňuje, že příčina zvýšení koeficientu adheze s poklesem kontaktního tlaku ještě nebyla zcela vysvětlena. Milliken doporučuje snižovat huštění až do chvíle, kdy se po stranách kontaktní plochy začnou objevovat lokální nárůsty kontaktních tlaků, viz Obr. 13. Oblasti s vyšším kontaktním tlakem po stranách styčné plochy jsou způsobeny tím, že bočnice pneumatiky nesou vyšší část vertikálního zatížení, které na pneumatiku působí než obvykle. Zároveň dojde se snížením huštění ke zvýšení momentu  $M_z$ , jednak došlo ke zvýšení síly  $F_y$ , za druhé se zvětšenou kontaktní plochou došlo ke zvětšení vzdálenosti  $\zeta$  mezi působištem síly  $F_y$  a bodem O, znázorňující svisle promítnutý střed kola na podložku. Pro řidiče to bude znamenat, že při zatáčení bude muset vynaložit větší úsilí.



Obrázek 13: Rozložení kontaktních tlaků u podhuštěné pneumatiky, zdroj: archiv autora

Milliken (1995) také zmiňuje vliv huštění na odpor působící na pneumatiky. S navýšením huštění dojde ke snížení valivého odporu pneumatiky. Valivý odpor patří mezi tzv. hysteretní ztráty, tedy ztráty způsobené deformací. Se zvýšením huštění se sníží pružnost pneumatiky a tím i její deformace a následně valivý odpor. Také dojde k poklesu druhého typu odporu a to indukovaného. Tento odpor vzniká při zatáčení. Při zvýšení huštění

dosáhneme stejné síly  $F_y$  při nižší hodnotě úhlu  $\alpha$ , jak bylo popsáno výše. Menší úhel  $\alpha$  povede k nižšímu indukovanému odporu.

Milliken (1995) zdůrazňuje vliv huštění na tlumení (s vyšším huštěním stoupá tuhost a klesá pružnost), jelikož pneumatiky se u závodních automobilů mohou podílet na celkovém tlumení podvozku až z jedné poloviny.

Milliken (1995) doporučuje vyšší hodnotu huštění při používání v „pod limitní“ zóně. To zajistí vyšší sílu  $F_y$  při nízkých hodnotách úhlu  $\alpha$  a ekonomičtější provoz vlivem nižší intenzity opotřebení pneumatik a snížením odporů. Naopak v případech, kdy je cílem dosáhnout maximální možné adheze, bude ideální nižší huštění. Milliken doporučuje zjistit optimální hodnotu experimentálně s tím, že jako výchozí bod se zvolí hodnoty doporučené výrobcem pneumatiky. Výhodou v tomto případě je, že změna huštění patří mezi jedny z nejsnazších a nejčastějších servisních úkonů.

## 7.2. Teplota

Milliken (1995) vysvětluje komplikace, které se týkají vlivu teploty na vlastnosti pneumatiky. První z nich je, ve kterém místě se teplota změní. Může se změnit na povrchu, ovšem i v rámci běhounu pneumatiky budou v závislosti na konkrétním bodě měření rozdílné teploty. Další variantou je měřit teplotu uvnitř pláště pneumatiky poblíž její kostry. Podle Millikena tento způsob často používají výrobci závodních pneumatik. Třetím způsobem je změřit teplotu stlačeného vzduchu uvnitř pneumatiky. Tento způsob se primárně provádí na krytých testovacích zařízeních.

Dalším faktorem, který Milliken (1995) uvádí, je závislost modulu pružnosti pryže na teplotě, která není v rámci intervalu dosahovaných teplot konstantní. Dále je zde také vzájemný vliv huštění a teploty. Např. pneumatika o nižším huštění dosáhne, kvůli vyšším hysterezním ztrátám, vyšší teploty a nárůst teploty zase zapříčiní vyšší nárůst tlaku uvnitř pneumatiky.

Nakonec Milliken (1995) zmiňuje, že roli, při odhadu vlivu teploty na chování pneumatiky, hraje také konkrétní složení pryže. Jednotlivé přísady a jejich poměry si ovšem výrobci pečlivě hlídají. Především v případě závodních pneumatik Milliken (1995) zdůrazňuje důležitost dosažení optimální teploty pneumatiky pro maximální možnou adhezi. Pokud bude teplota příliš nízká, pneumatiky budou prokluzovat. Naopak, při příliš vysoké teplotě, se pneumatiky v podstatě „roztaví“.

### 7.3. Rychlost

Podle Millikena (1995) je vliv rychlosti na chování příliš nekonzistentní, aby se dal zobecnit. Většinou se zvyšující se rychlostí dochází ke zhoršení schopnosti pneumatiky přenášet silové účinky. Může docházet k postupnému poklesu přenášených sil se zvyšující se rychlostí, jindy zase k náhlému propadu v určitém intervalu rychlostí. V ojedinělých případech dochází při překročení určité rychlosti naopak k lehkému zvýšení schopnosti přenášet sílu  $F_y$ .

Milliken (1995) dále vysvětluje problém při zkoumání tohoto vlivu. Spočívá v ovlivnění výsledků teplotou, která během testování při  $v_0 = \text{konst.}$  a  $\alpha = \text{konst.}$  roste. Podle Millikena neexistuje, alespoň v r. 1995, možnost zajistit konstantní teplotu pneumatik při testování nebo od sebe oddělit vliv na schopnost přenosu sil způsobený teplotou a rychlostí.

## 8. Opotřebení závodních pneumatik

U závodních pneumatik, stejně jako u těch používaných na veřejných komunikacích, dochází kvůli provozu k úbytku materiálu. Obdobně jako u běžných pneumatik se lze setkat např. s vyšším opotřebením na vnitřní nebo vnější straně běhounu kvůli nesprávně geometrii podvozku. Existují ale i druhy opotřebení, které jsou specifické pro závodní pneumatiky. To vyplývá zejména z rozdílných provozních podmínek, které ovlivní např. i použité materiály pro jejich výrobu. Mezi tyto druhy opotřebení např. „*graining*“ nebo „*blistering*“, (Optimum G, 2024).

Mechanismus vzniku opotřebení závodních pneumatik probíhá následujícím způsobem. Pokud je při zvýšeném namáhání pneumatiky překročena mez kluzu pryže běhounu, nastává plastická deformace a dojde k vytrhávání molekul pryže ze zbytku struktury. Tento mechanismus poškození, při kterém dochází ke zpřetrhání molekulárních vazeb, vyžaduje dodání energie, což se projeví zvýšením přilnavosti pneumatiky, (Optimum G, 2024).

### 8.1. Graining

„*Graining*“, viz Obr. 14, je druh opotřebení závodních pneumatik, ke kterému dochází, když povrch pneumatiky dosáhne příliš vysoké teploty a začne docházet k vytrhávání malých kousků pryže z funkčního povrchu. Na povrchu se začnou objevovat členité trhliny. Vytrhané části pryže navíc následně přilnou k běhounu pneumatiky. Takto vzniklé hrdky zhoršují adhezi pneumatik, protože snižují kontaktní plochu s vozovkou. Příliš vysokým zvýšením teploty povrchu pneumatiky rovněž dochází ke zvýšení pružnosti pryže, což se negativně projeví snížením adheze také může znovu dojít k vulkanizaci (což je proces používaný při výrobě pryže) a pneumatika se stane „pře-vulkanizovanou“, (Optimum G, 2024).

Trhliny nemusí být pod hrdkami dost zřetelně vidět, v takovém případě lze pneumatiku nahřát horkovzdušnou pistolí a seškrábnout vrstvu přilepené pryže. Pokud jsou trhliny málo výrazné a rovnoměrně rozmístěné po celé ploše běhounu, znamená to provozování pneumatiky za optimálních podmínek. Výrazné trhliny po celé ploše běhounu značí, že pneumatika už nezvládá přenášet požadované síly. Pokud se „*graining*“ vyskytuje např. jen na jedné straně pneumatiky, signalizuje to špatně nastavenou geometrii podvozku (úhly odklonu kol nebo sbíhavost). Směr trhlín mezi kolmý na směr, ve kterém je pneumatika přetěžována, tzn. Pokud mají trhliny podélný směr, pneumatika je přetěžována v příčném



směru (tedy boční silou  $F_y$ ) a naopak. V případě, že trhliny mají šikmý směr, se jedná o kombinaci sil  $F_x$  a  $F_y$ . Rozdíly mezi pneumatikami jednotlivých náprav signalizují nedotáčivost (vyšší opotřebení předních pneumatik) nebo přetáčivost (vyšší opotřebení zadních pneumatik), (Optimum G, 2024).



Obrázek 14: Graining, zdroj: <https://suspensionsecrets.co.uk/tyre-failure-graining-tearing-blistering-and-wearing/>

## 8.2. Blistering

Druhým procesem opotřebení specifickým pro závodní pneumatiky je tzv. „*blistering*“, viz Obr. 15. „*Blistering*“ vzniká při vysokém nárůstu teploty uvnitř pláště pneumatiky. Vysoký nárůst teploty bývá způsoben nesprávným huštěním, konkrétně na příliš vysokou hodnotu. Mezi kostrou a běhounem pak dojde k odpaření některých složek pryže a tím ke vzniku plynových bublin připomínajících puchýře (proto tento název), které odlepují pryž z kostry pneumatiky. Tyto vzduchové bubliny se postupně rozšiřují až do určité míry, kdy dojde k vytržení kusu pryže, který není zespoda přilepený ke kostře, z pláště pneumatiky. Na tomto místě pak zůstává pouze holá kostra, (Optimum G, 2024).



Obrázek 15: Blistering, zdroj: <https://suspensionsecrets.co.uk/tyre-failure-graining-tearing-blistering-and-wearing/>

## 9. Metodika

Budou porovnány provozní parametry vybraných pneumatik mezi sebou. Data potřebná pro hodnocení budou získána na z dvou typů dynamických zkoušek pneumatik. První druh je testování funkční závislosti na úhlu směrové odchytky  $\alpha$ . Druhým je testování funkční závislosti na měrném skluzu  $\kappa$ . Cílem je zjistit, která pneumatika by byla nejvhodnější pro použití na současném monopostu v rámci soutěže Formula Student.

Před samotným hodnocením budou data z měření proložena křivkou pro jejich snadnější vizualizaci. K tomuto účelu bude použit semi-empirický model *Magic Formula 6.1.2* v rámci programu Optimum Tire 2.

Nakonec bude provedeno slovní hodnocení jednotlivých pneumatik a také, které ze zkoumaných pneumatik jsou nejvhodnější pro použití na současném monopostu v rámci závodů Formula Student zejména při dynamických disciplínách, mezi které patří *Acceleration*, *Skid Pad*, *Autocross*, *Endurance*, *Efficiency*, (Formula Student Czech Republic, 2024).

### 9.1. Hodnocené parametry

V první řadě bude hodnocena výsledná závislost boční síly  $F_y$  na úhlu směrové odchytky  $\alpha$ . Zejména na její maximální dosaženou hodnotu pro daná zatížení a hodnotu úhlu směrové odchytky, při které je maximum boční síly dosaženo.

Dalším hodnoceným faktorem bude, jakého indukovaného odporu jednotlivé pneumatiky dosáhnou při zvolené hodnotě boční síly. Indukovaný odpor bude spočítán podle rovnice (3). Vstupem budou hodnoty odečtené z grafu funkce  $F_y(\alpha)$ .

Následně bude porovnána závislost směrové tuhosti  $C_{F\alpha}$  na úhlu směrové odchytky  $\alpha$  jednotlivých pneumatik mezi sebou.

Také bude hodnocena závislost vratného momentu  $M_z$  na úhlu směrové odchytky  $\alpha$ . Tato část bude zaměřena na dosažené extrémy funkce  $M_z(\alpha)$ . Dále bude hodnoceno, jaký je rozdíl úhlu  $\alpha$ , při kterém je dosaženo maxima boční síly a maxima vratného momentu jednotlivých pneumatik.

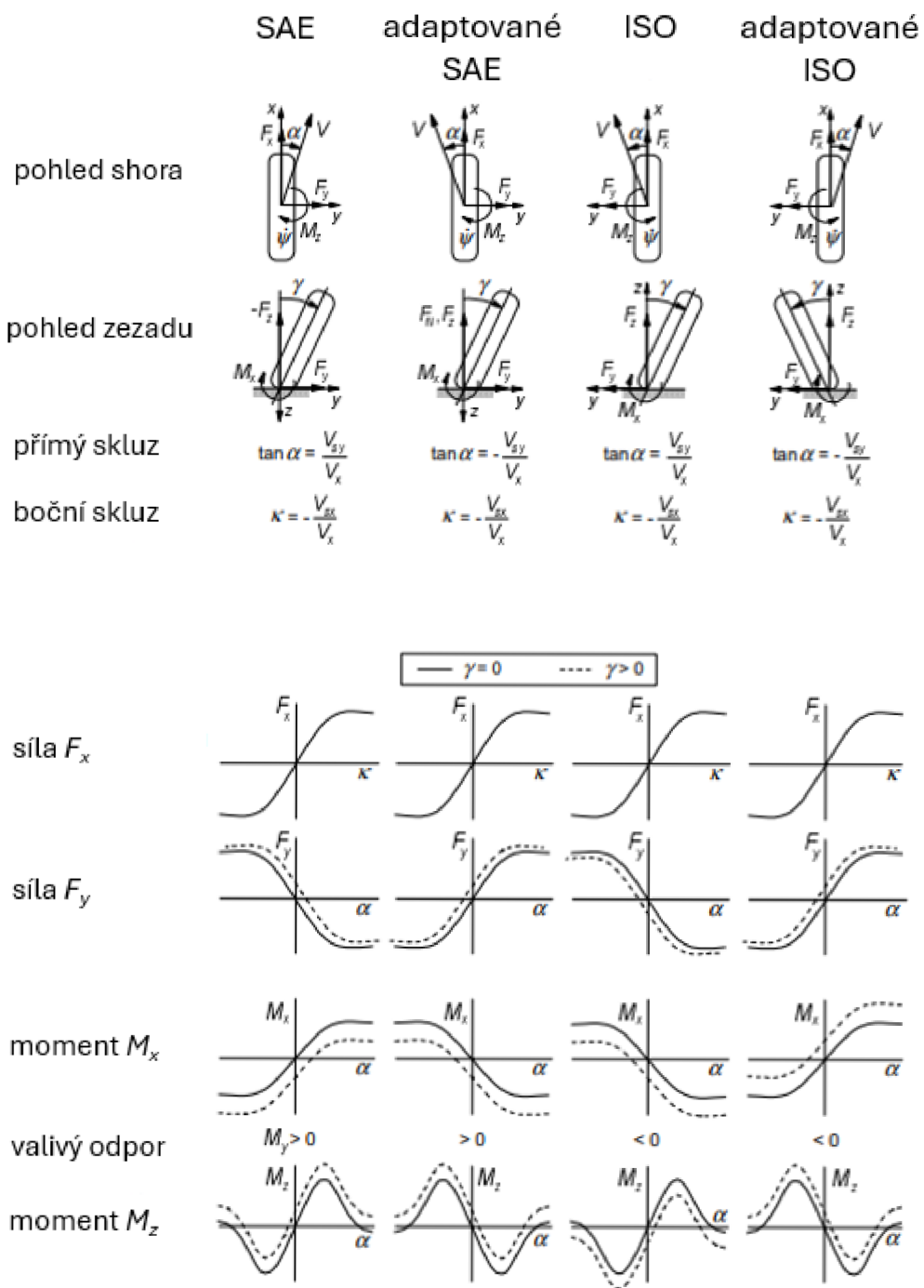
Nakonec budou hodnoceny výsledky z testování funkční závislosti měrného skluzu. Tato část bude zaměřena na dosažené extrémy funkce závislosti obvodové síly  $F_x$  na měrném skluzu  $\kappa$ .

## 10. Vlastní práce

Byla vybrána následující čtveřice pneumatik určených pro použití v rámci soutěže Formula Student, viz Tab. 1. Pneumatiky jsou vzhledem ke komerčnímu vztahu s prodejcem označeny písmeny A až D. Výstupy z měření byly zpracovány pomocí programu Optimum Tire 2. Získané funkční závislosti parametrů pneumatik na úhlu směrové odchyly a měrném skluzu, které vycházejí z dat z testování, jsou zobrazeny v grafech. Použita byla znaménková konvence SEA, viz Obr. 16, aby byla shodná se znaménkovou konvencí naměřených dat.

Tabulka 1: Vybrané pneumatiky k hodnocení

	Pneumatika A	Pneumatika B	Pneumatika C	Pneumatika D
Průměr pneumatiky [mm]	520,7	508	508	470
Šířka pneumatiky [mm]	177,8	177,8	182,88	205
Průměr ráfku [in]	13	13	13	13
Šířka ráfku [in]	7	7	7	7
Konstrukce	Diagonální	Diagonální	Diagonální	Diagonální
Typ	Slick	Slick	Slick	Slick
Teplota okolí při testování [°C]	27	27	26	28



Obrázek 16: Znaménkové konvence, zdroj: (Pacejka & Besselink, 2012) , upraveno

## 10.1. Měření

Tento druh měření je náročný finančně, technologicky i na vybavení. Proto jsou tyto data poskytována buď výrobcí pneumatik nebo specializovanými zkušebnami. V případě této práce jsem použil data naměřená společností *Formula SAE Tire Test Consortium* (FSAE TTC) ve výzkumném zařízení *Calspan Tire Research Facility* (TIRF). FSAE TTC se specializuje na měření pneumatik používaných v soutěži Formula Student a jsou k dispozici týmům, které se soutěže zúčastní.

Parametry, které jsou během testování konstantní nebo skokově měněné, jsou: rychlost pásu ( $11,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ), huštění (nastaveno na cca 70; 80 a 100 kPa), zatížení (200 N; 400 N; 650 N; 1100 N; 1550 N), úhel odklonu kol ( $0^\circ$ ;  $2^\circ$ ;  $4^\circ$ ). Pás, po kterém se pneumatika pohybuje, je potažen smirkovým plátnem o hrubosti 120. Pozn. jediným rozdílem při testování závislosti na měrném skluzu bylo, že nebylo prováděno pro zatížení o hodnotě 400 N.

## 10.2. Práce s daty

Práce s daty probíhala v programu Optimum Tire 2 od společnosti Optimum G. Surová data z měření bylo nejprve potřeba oříznout a zbavit se tzv. šumu, který vzniká např. při změně nastavení některých parametrů (huštění, zatížení, úhlu odklonu atd.). Dále bylo potřeba data komprimovat. Při komprimaci se zprůměrují hodnoty uvnitř definovaných tolerancí, tím dojde ke snížení velikosti dat a tím i ke snížení požadavků na výpočetní výkon. Nakonec se na základě naměřených dat vytvoří empirický model aproximací funkce závislosti hledaných veličin na měrném skluzu nebo na úhlu směrové odchytky. V rámci této práce byly použity:  $F_y(\alpha)$ ,  $M_z(\alpha)$ ,  $F_x(\kappa)$ ,  $F_y(\kappa)$ .

## 10.3. Výsledky testování závislosti na úhlu směrové odchytky

### 10.3.1. Boční síla a indukovaný odpor

Nejprve se zaměřím na maximální dosažené hodnoty bočních sil  $F_y$  zkoumaných pneumatik při jednotlivých zatíženích  $F_z$ , viz Tab. 2. Testování probíhalo pro tři různé hodnoty huštění (70 kPa, 80 kPa, 100 kPa), nejlepší hodnoty byly z pohledu velikosti síly  $F_y$

dosaženy právě při 70 kPa. Proto budou v této části práce, z důvodu úspory místa, uvedena pouze data pro huštění  $p = 70$  kPa.

Nejvyšší boční síly při všech třech hodnotách zatížení dosáhla Pneumatika B, viz Obr 18. Konkrétně byla její průměrná hodnota maximální boční síly = (2060 N; 3165 N; 3870 N) pro zatížení = (650 N; 1100 N; 1550 N). Síly  $F_y$ , kterých dosáhla byly o 7 % až 12 % vyšší než nejvyšší hodnoty ostatních pneumatik pro daná zatížení.

Při zatížení o hodnotě 650 N a 1100 N dosáhla druhé nejvyšší hodnoty síly  $F_y$  Pneumatika D, viz Obr 20. Konkrétně nabyla síla  $F_y$  při tomto zatížení hodnot 1930 N a 2815 N. Při zatížení 1550 N byla s hodnotou boční síly  $F_y = 3435$  N v pořadí až třetí, a to za Pneumatikou A.

Pneumatika A, viz Obr. 17, dosáhla druhé nejvyšší hodnoty síly  $F_y$  při zatížení  $F_z = 1550$  N, a to 3600 N. V rámci zatížení 650 N a 1100 N dosáhla třetí nejvyšší hodnoty a to 1785 N a 2745 N respektive. Se zvyšujícím se zatížením se rozdíl v maximální hodnotě boční síly mezi Pneumatikou A a B postupně snižoval.

Nejhůře dopadla, co se maximální dosažené hodnoty boční síly týče, Pneumatika C, viz Obr. 19, s hodnotami  $F_y = (1515$  N; 2495 N; 3365 N) pro zatížení  $F_z = (650$  N; 1100 N; 1550 N). Zejména při zatížení 650 N je větší rozdíl dosažené boční síly vůči ostatním pneumatikám. Naopak rozdíl není tak markantní při nejvyšším zatížení, především při porovnání s Pneumatikami A a D. Proto se domnívám, že Pneumatika C pracuje lépe při huštění nižším než 70 kPa. Odpovídaly by tomu i hodnoty teploty povrchu pláště pneumatiky během testování, které se pohybovaly v intervalu od 32 °C do 60 °C, kdežto ostatní pneumatiky dosahovaly na povrchu teplot v rozmezí cca od 40 °C do 75 °C. Pneumatika C zároveň očividně pracuje nejlépe při vysokých hodnotách úhlu směrové odchylky, které se ovšem v rámci měření nedosáhlo.

Tabulka 2: Výsledné boční síly

$p = 70 \text{ kPa}; \gamma = 0^\circ$	$F_z [\text{N}]$	min. $F_y [\text{N}]$	max. $F_y [\text{N}]$	prům. $ F_y  [\text{N}]$
Pneumatika A	650	-1780	1790	1785
	1100	-2740	2750	2745
	1550	-3610	3590	3600
Pneumatika B	650	-2100	2020	2060
	1100	-3170	3160	3165
	1550	-3830	3910	3870
Pneumatika C	650	-1490	1540	1515
	1100	-2460	2530	2495
	1550	-3290	3440	3365
Pneumatika D	650	-1930	1930	1930
	1100	-2860	2770	2815
	1550	-3570	3300	3435

Pokud si zobrazíme závislost síly  $F_y$  na úhlu směrové odchyly  $\alpha$ , uvidíme, že síla se neroste neustále, ale v určitý okamžik dosáhne svého maxima a začne klesat. Na semináři Optimum G (2024) bylo uvedeno, že pro nezkušené řidiče je vhodné, aby maximum síly  $F_y$  bylo dosaženo při co nejvyšší hodnotě  $\alpha$ . Tím totiž dojde k tomu, že pro větší interval bude platit, že čím více zatočí řidič volantem, tím větší bude síla  $F_y$ . Řízení vozidla je pak více intuitivní. V opačném případě, pokud se řidič dostane na hodnotu úhlu směrové odchyly větší než hodnota úhlu směrové odchyly při  $F_y = \text{max}$ , musí začít rovnat kola, aby zvýšil sílu  $F_y$ .

Např. Pneumatiky A, které dopadly v rámci maximální dosažené boční síly  $F_y$  nejhůře, by z hlediska ergonomie dopadly nejlépe. Absolutní hodnota síly  $F_y$  je rostoucí až do úhlu směrové odchyly  $\pm 13^\circ$ , při které měření končí (což je v tomto případě výjimka, protože se běžně měří do  $\pm 12^\circ$ , ostatní pneumatiky jsou měřeny taktéž do  $\pm 12^\circ$ ).

To, že je maximum síly  $F_y$  dosaženo při vyšší hodnotě  $\alpha$ , s sebou ovšem přináší i nevýhody. Konkrétně dochází ke zvýšení indukovaného odporu. To znamená, že v případě motorsportu, kde předpokládáme, že vozidlo řídí zkušený řidič, bude výhodnější dosáhnout maxima  $F_y$  při co nejnižším úhlu směrové odchyly. Nejen že bude vznikat nižší indukovaný odpor, ale vozidlo bude také reagovat citlivěji na otočení volantu. Citlivost na otočení volantu se ovšem lépe popisuje na grafu závislosti směrové tuhosti na úhlu směrové odchyly, viz dále.



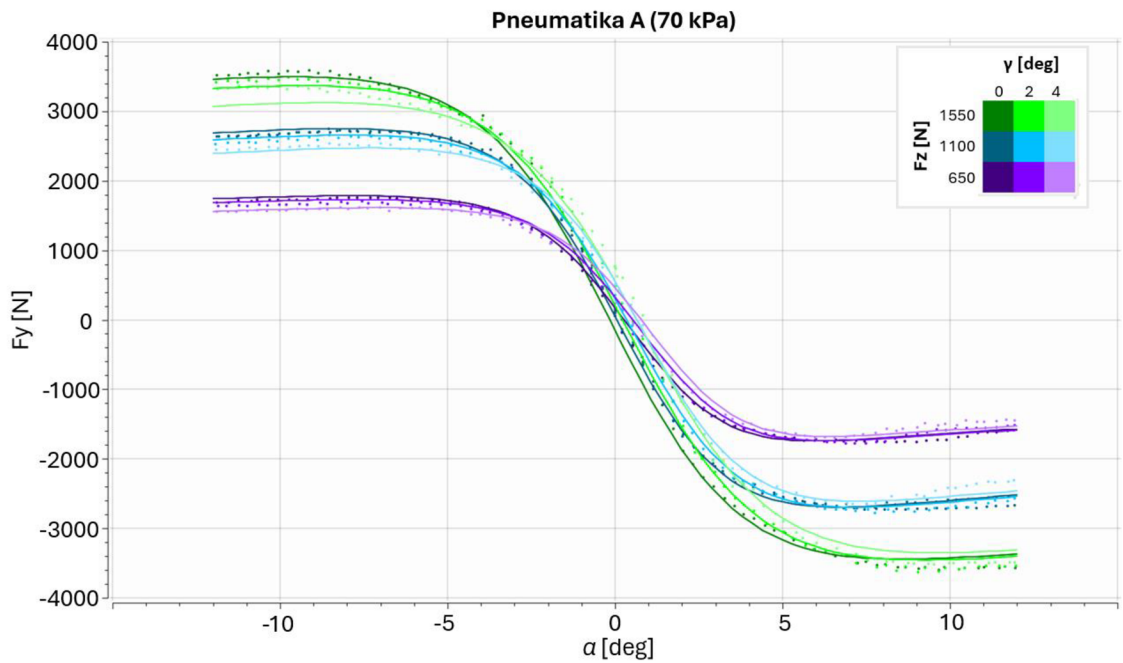
Nyní se ještě vrátím k indukovanému odporu  $F_{id}$ . Níže, viz Tab. 3., je uvedeno, jaký indukovaný odpor bude vznikat v případě jednotlivých pneumatik při zatížení = (650 N; 1100 N; 1550 N) a boční síle rovné dvojnásobku zatížení. Indukovaný odpor se počítá podle vztahu (Rce. 3) a je přímo úměrný boční síle, proto jsou voleny stejné hodnoty boční síly pro všechny pneumatiky. Dále jsou v tabulce uvedeny hodnoty úhlu směrové odchylky pro kladnou i zápornou hodnotu dané síly  $F_y$  a následně zprůměrovány. Tyto hodnoty byla odečteny z obrázků 17 až 20.

Pneumatiky A a B dosahují při zatíženích 650 N a 1100 N podobného indukovaného odporu. Rozdíly jsou pouze 3 N a 6 N, kdy Pneumatika B dosahuje nižší hodnoty při nejnižším zatížení a Pneumatika A naopak při  $F_z = 1100$  N. Největší rozdíl je patrný při nejvyšším zatížení, kde indukovaný odpor Pneumatiky B prudce vzroste.

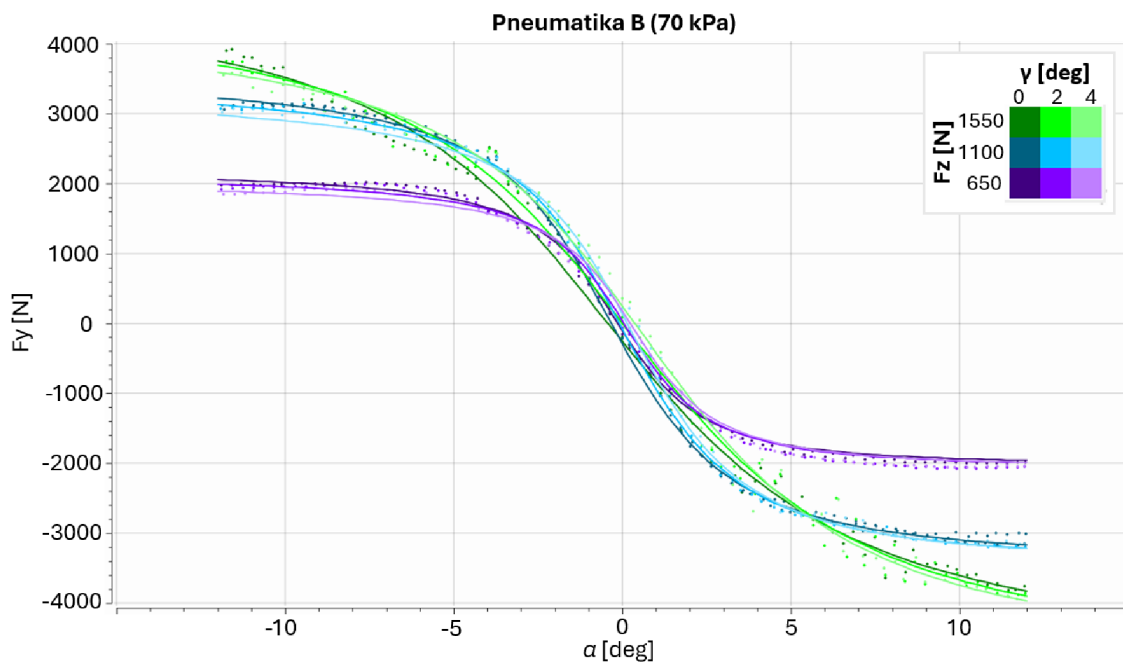
Pneumatika D má sice indukovaný odpor při  $F_z = 1550$  N o 11 N nižší než Pneumatika B, ale při nižším zatížení je její indukovaný odpor podstatně vyšší (o 22 % při  $F_z = 650$  N a o 33 % při  $F_z = 1100$  N). Nejvyšších hodnot indukovaného odporu, pro všechny tři hodnoty zatížení, dosahovala Pneumatika C.

Tabulka 3: Indukovaný odpor jednotlivých pneumatik pro  $F_y = 2 \cdot F_z$

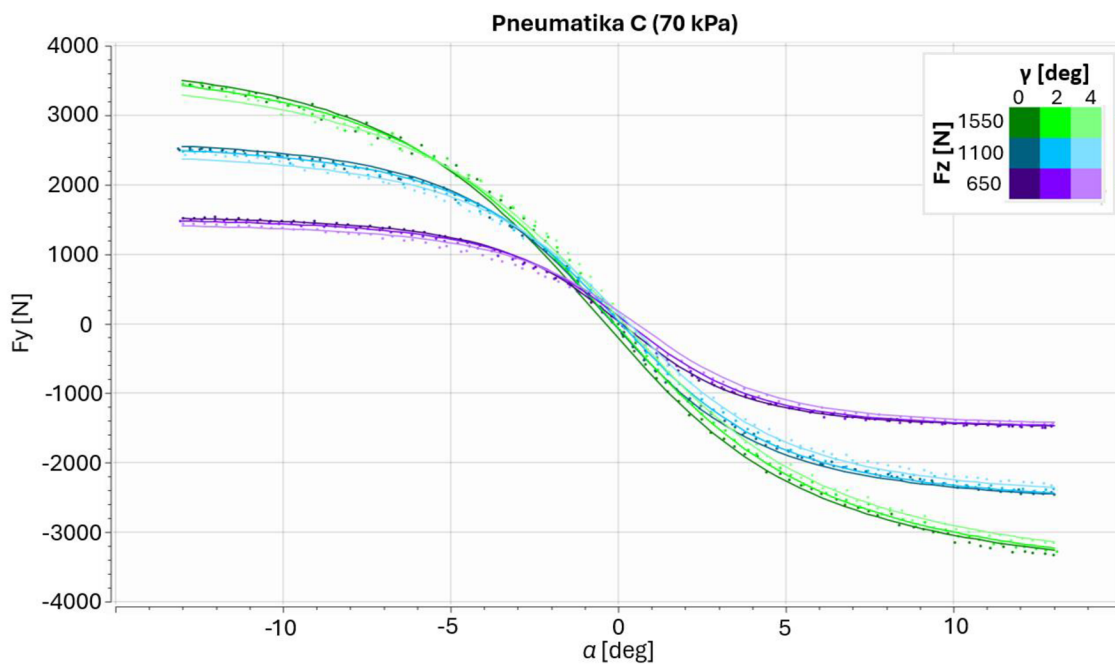
$p = 70$ kPa; $\gamma = 0^\circ$	$F_z$ [N]	$ F_y $ [N]	$\alpha_1$ [°]	$\alpha_2$ [°]	prům. $ \alpha $ [°]	$F_{id}$ [N]
Pneumatika A	650	1300	-2,3	2,7	2,5	57
	1100	2200	-3,1	3,2	3,15	121
	1550	3100	-5	4,8	4,9	265
Pneumatika B	650	1300	-2,6	2,2	2,4	54
	1100	2200	-3,6	3	3,3	127
	1550	3100	-7,6	6,9	7,25	391
Pneumatika C	650	1300	-5,7	6,1	5,9	134
	1100	2200	-6,9	7,6	7,25	278
	1550	3100	-8,8	10,6	9,7	522
Pneumatika D	650	1300	-2,8	3	2,9	66
	1100	2200	-4,3	4,5	4,4	169
	1550	3100	6,9	7,2	7,05	380



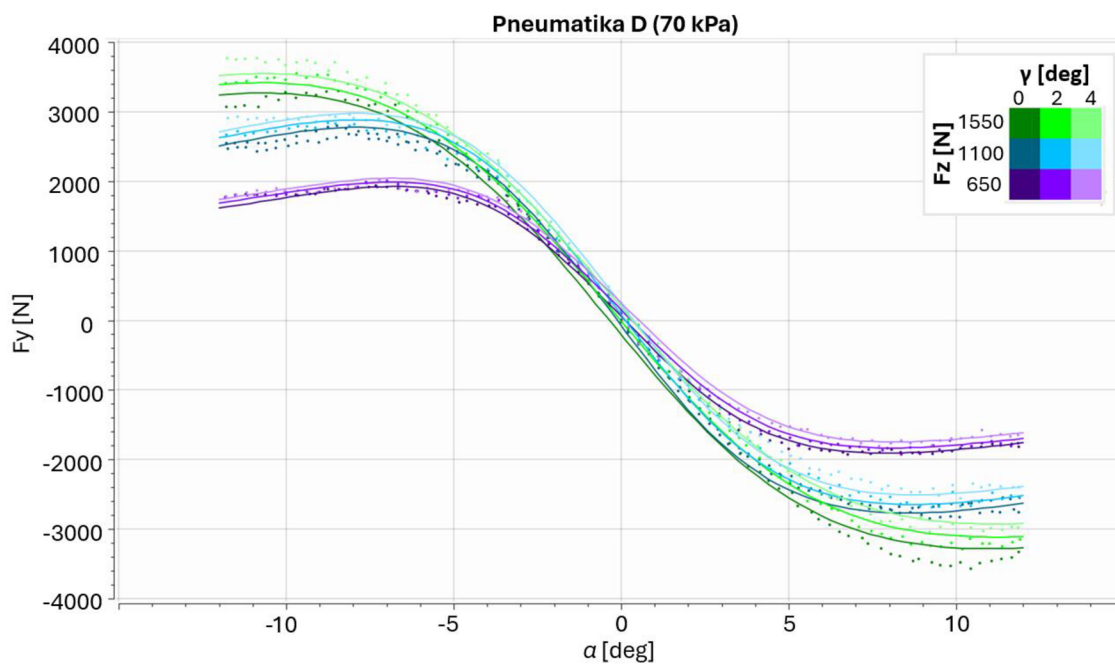
Obrázek 17: Graf závislosti síly  $F_y$  na úhlu  $\alpha$ , Pneumatika A, huštění 70 kPa, zdroj: archiv autora



Obrázek 18: Graf závislosti síly  $F_y$  na úhlu  $\alpha$ , Pneumatika B, huštění 70 kPa, zdroj: archiv autora



Obrázek 19: Graf závislosti síly  $F_y$  na úhlu  $\alpha$ , Pneumatika C, huštění 70 kPa, zdroj: archiv autora



Obrázek 20: Graf závislosti síly  $F_y$  na úhlu  $\alpha$ , Pneumatika D, huštění 70 kPa, zdroj: archiv autora

### 10.3.2. Směrová tuhost

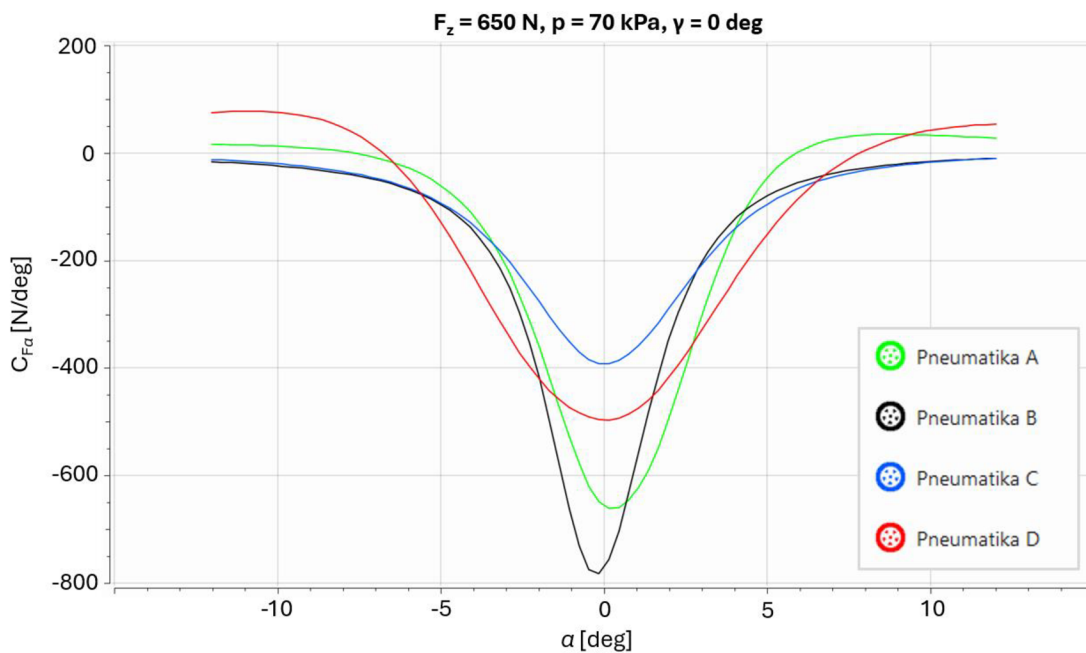
Směrová tuhost  $C_{Fa}$  je derivace funkce boční síly  $F_y$  podle úhlu směrové odchyly  $\alpha$ , viz (13). Směrová tuhost tedy popisuje, jak rychle bude narůstat boční síla při změně  $\alpha$ . S ohledem na použitou znaménkovou konvenci vychází v záporných hodnotách.

V případě zatížení  $F_z = 650$  N, viz Obr. 21. nastane nejprudší změna boční síly u Pneumatiky B. Interval, ve kterém bude reagovat z porovnávaných pneumatik nejcitlivěji, je zároveň nejužší. Následuje Pneumatiky A, která má podobný tvar závislosti směrové tuhosti jako Pneumatika B, ale nedosahuje tak nízkých hodnot  $C_{Fa}$  v okolí  $\alpha = 0^\circ$ . Specifický je průběh směrové tuhosti u Pneumatiky D, její funkce má nižší sklon stoupání a klesání. Proto bude oproti ostatním pneumatikám dosahovat rychlejšího nárůstu boční síly při hodnotách  $|\alpha| = (2,5^\circ; 6^\circ)$ . Nárůst nebo pokles boční síly je v případě Pneumatiky C nejstabilnější. Pro hodnoty úhlu směrové odchyly větší než  $5^\circ$  je směrová tuhost Pneumatiky C v podstatě shodná s Pneumatikou B.

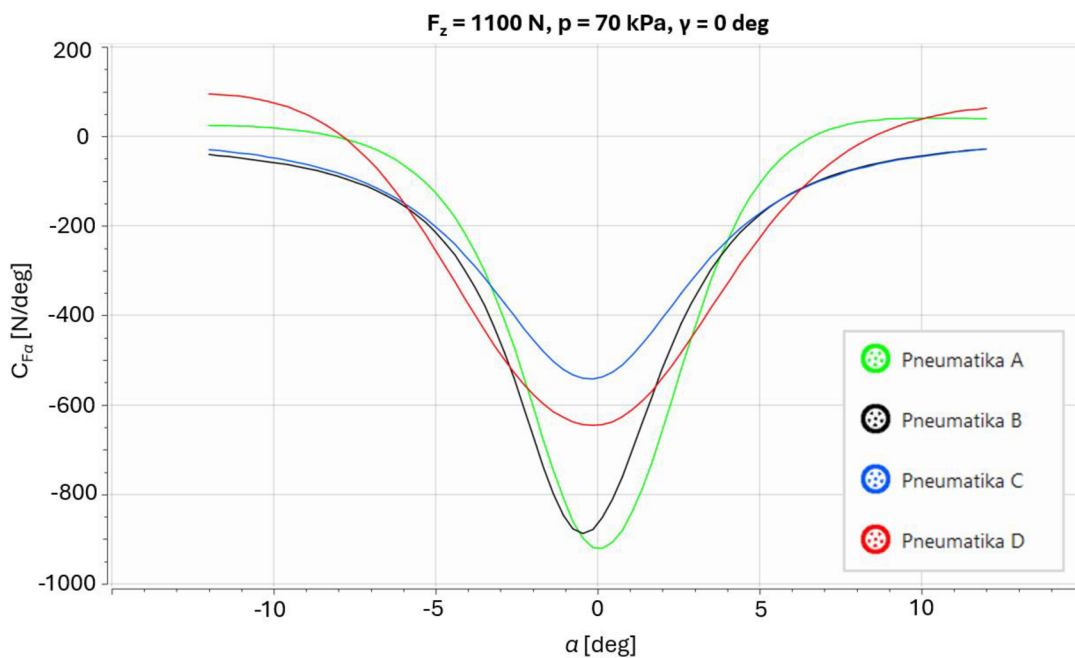
Kromě toho, že se zvýšením zatížení na 1100 N, viz Obr. 22, klesají hodnoty minima  $C_{Fa}(\alpha)$  všech čtyř pneumatik, nedochází v porovnání jednotlivých pneumatik mezi sebou k větším změnám oproti předchozí hodnotě zatížení. Hlavní rozdíl je, že Pneumatika A v tomto případě dosahuje nižší hodnoty směrové tuhosti než Pneumatika B.

Výrazná je změna průběhu funkce směrové tuhosti na úhlu  $\alpha$  při změně zatížení z 1100 N na 1550 N, viz Obr. 23. Zejména rozdíl minimálních dosažených hodnot  $C_{Fa}$  mezi Pneumatikou A a zbylými třemi pneumatikami je markantní a činí cca  $350 \text{ N}/^\circ$ . Pneumatiky B, C a D mají v intervalu  $\alpha = (-5^\circ; 5^\circ)$  prakticky stejný průběh.

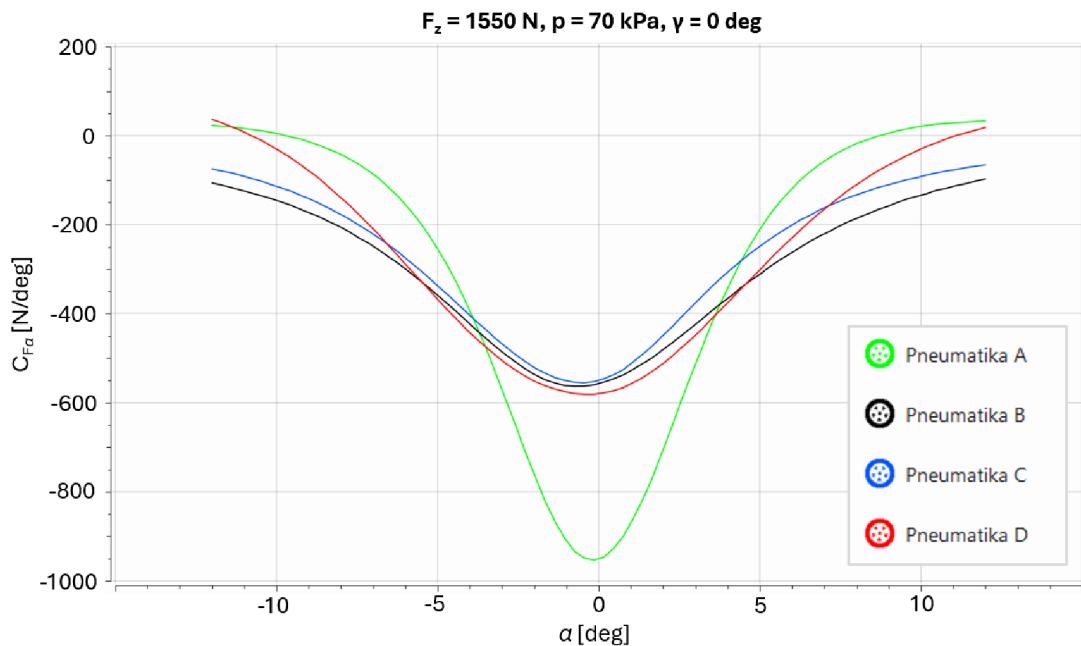
Při nižších hodnotách zatížení bude nejcitlivěji reagovat na podněty řidiče Pneumatika B, zatímco při vysokém zatížení Pneumatika A. Naopak s Pneumatikami C a D bude vozidlo snadněji ovladatelné, ale pneumatiky nebudou na změnu úhlu  $\alpha$  reagovat tak prudkým nárůstem boční síly.



Obrázek 21: Graf závislosti směrové tuhosti na úhlu  $\alpha$  jednotlivých pneumatik při zatížení 650 N, huštění 70 kPa a úhlu odklonu  $0^\circ$ , zdroj: archiv autora



Obrázek 22: Graf závislosti směrové tuhosti na úhlu  $\alpha$  jednotlivých pneumatik při zatížení 1100 N, huštění 70 kPa a úhlu odklonu  $0^\circ$ , zdroj: archiv autora



Obrázek 23: Graf závislosti směrové tuhosti na úhlu  $\alpha$  jednotlivých pneumatik při zatížení 1550 N, huštění 70 kPa a úhlu odklonu  $0^\circ$ , zdroj: archiv autora

### 10.3.3. Vratný moment

Vratný moment  $M_z$  má vliv na to, jakou sílu bude muset řidič vyvinout při otáčení volantu. Tím, že se jeho hodnota mění, může ji řidič vnímat jako druh zpětné vazby ohledně průběhu boční síly. Problém je ovšem v tom, že maximum momentu  $M_z$  je dosaženo při nižší hodnotě úhlu směrové odchylky než maximum boční síly  $F_y$ , což by pro nezkušeného řidiče mohlo být matoucí.

V Tabulce 4 jsou uvedeny hodnoty dosahovaných momentů  $M_z$  odečtené z grafů na obrázcích 24 až 27. Pneumatiky A a C dosahují nejnižších hodnot vratného momentu, zatímco Pneumatiky B a D nejvyšších. Při zatížení 650 N klade nejnižší odpor při zatáčení Pneumatika A, viz Obr. 24, na opačné straně spektra je Pneumatika D, viz Obr. 27. Pro hodnoty zatížení 1100 N a 1550 N platí, že nejnižšího vratného momentu dosahuje Pneumatika C, viz Obr. 26, nejvyššího Pneumatika B viz Obr. 25.

V následující tabulce, Tab. 5, jsou uvedeny rozdíly úhlu směrové odchylky pro maximum boční síly vůči maximu vratného momentu. V některých případech z tvaru funkce  $F_y(\alpha)$  vyplývalo, že se jejich maximum nachází až za hranicí intervalu měření, tedy  $\alpha = (-12^\circ; 12^\circ)$ , v případě Pneumatiky C  $\alpha = (-13^\circ; 13^\circ)$ . Pro tyto případy je rozdíl počítán vůči nejvyšší hodnotě úhlu  $\alpha$  dosažené při měření.

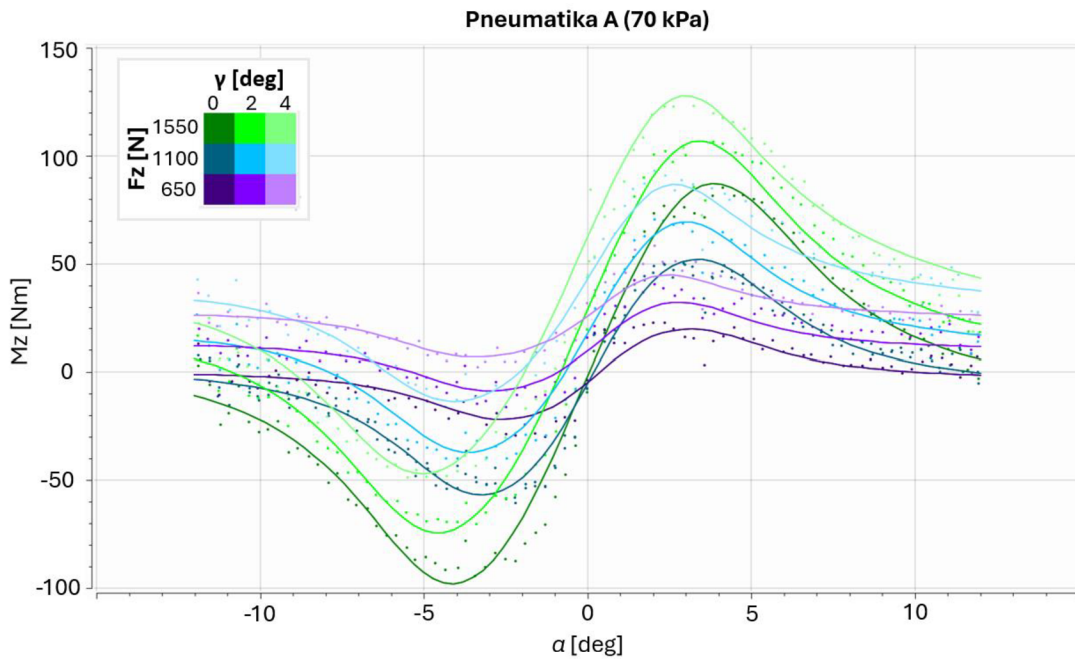
Nejmenšího rozdílu dosahovala Pneumatika D následovaná Pneumatikou A, v jejím případě stojí za zmínku, že rozdíl se v závislosti na zatížení příliš neměnil. U Pneumatiky B nebylo možné určit přesnou hodnotu pro zatížení 1550 N, v případě Pneumatiky C ani pro zatížení 650 N a 1100 N. V grafech níže, lze vidět i jaký vliv má na vratný moment u jednotlivých pneumatik úhel odklonu  $\gamma$ , který se může během jízdy měnit změnou rozložení hmotnosti vozidla, např. při průjezdu zatáčkou.

Tabulka 4: Vratný moment jednotlivých pneumatik při daném zatížení

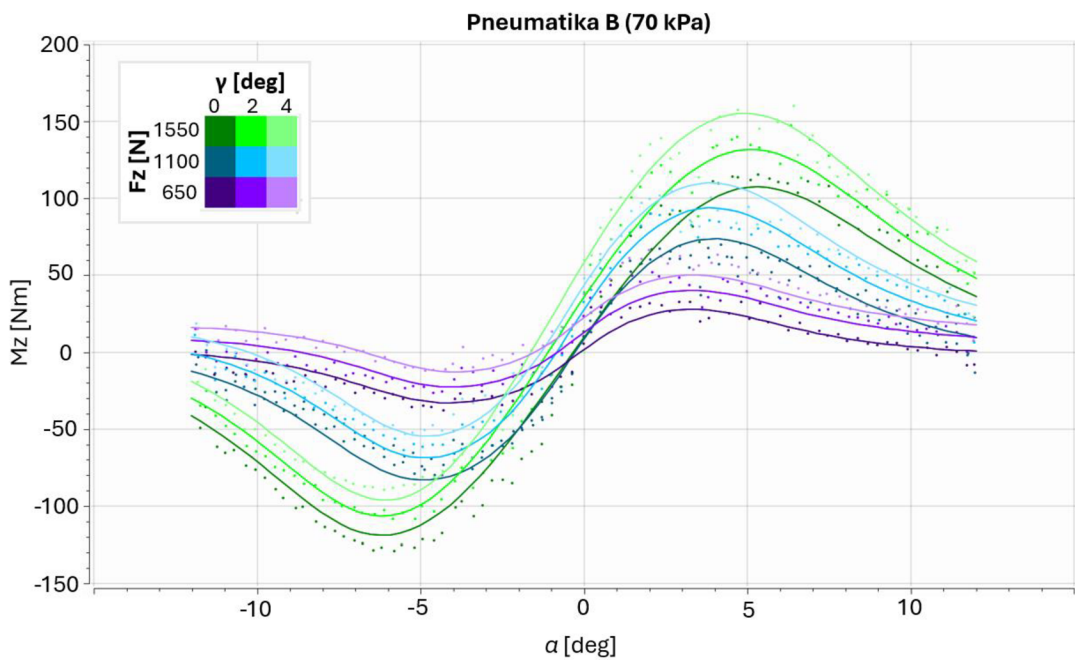
$p = 70 \text{ kPa}; \gamma = 0^\circ$	$F_z [\text{N}]$	min $M_z [\text{Nm}]$	max $M_z [\text{Nm}]$	prům. $ M_z  [\text{Nm}]$
Pneumatika A	650	-22	20	21
	1100	-57	52	54,5
	1550	-98	87	92,5
Pneumatika B	650	-33	28	30,5
	1100	-83	74	78,5
	1550	-120	108	114
Pneumatika C	650	-25	24	24,5
	1100	-51	50	50,5
	1550	-87	84	85,5
Pneumatika D	650	-34	31	32,5
	1100	-78	76	77
	1550	-109	110	109,5

Tabulka 5: Rozdíl hodnot úhlu  $\alpha$  pro maximum boční síly a pro maximum vratného momentu

$p = 70 \text{ kPa}; \gamma = 0^\circ$	$F_z [\text{N}]$	$\alpha_{Mzmin} [\text{deg}]$	$\alpha_{Mzmax} [\text{deg}]$	prům. $ \alpha  [\text{deg}]$	$ \alpha_{Fy} - \alpha_{Mz}  [\text{deg}]$
Pneumatika A	650	-2,5	3,2	2,85	5,15
	1100	-3,2	3,4	3,3	5,25
	1550	-4,1	3,8	3,95	5,775
Pneumatika B	650	-4,1	3,3	3,7	5,1
	1100	-4,8	4,1	4,45	7
	1550	-6,1	5,3	5,7	> 6,3
Pneumatika C	650	-5	5,3	5,15	> 7,85
	1100	-5,3	5,5	5,4	> 7,6
	1550	-5,9	5,7	5,8	> 7,2
Pneumatika D	650	-3,4	3,9	3,65	3,5
	1100	-3,8	4,1	3,95	4,85
	1550	-4,5	4,4	4,45	5,15

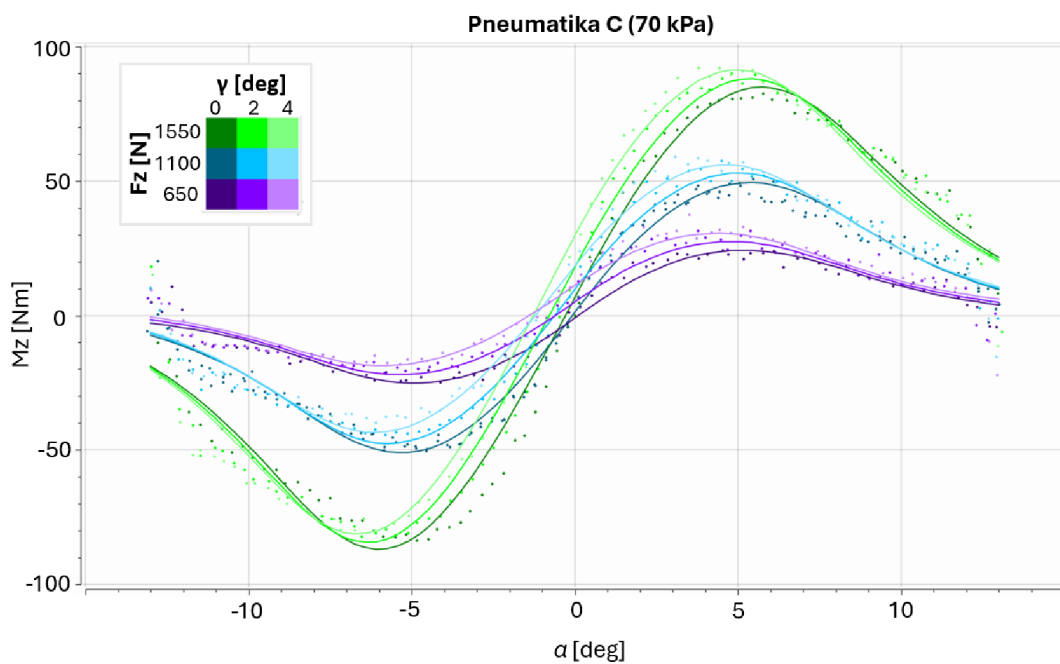


Obrázek 24: Graf závislosti vratného momentu na úhlu  $\alpha$ , Pneumatika A, 70 kPa, zdroj: archiv autora

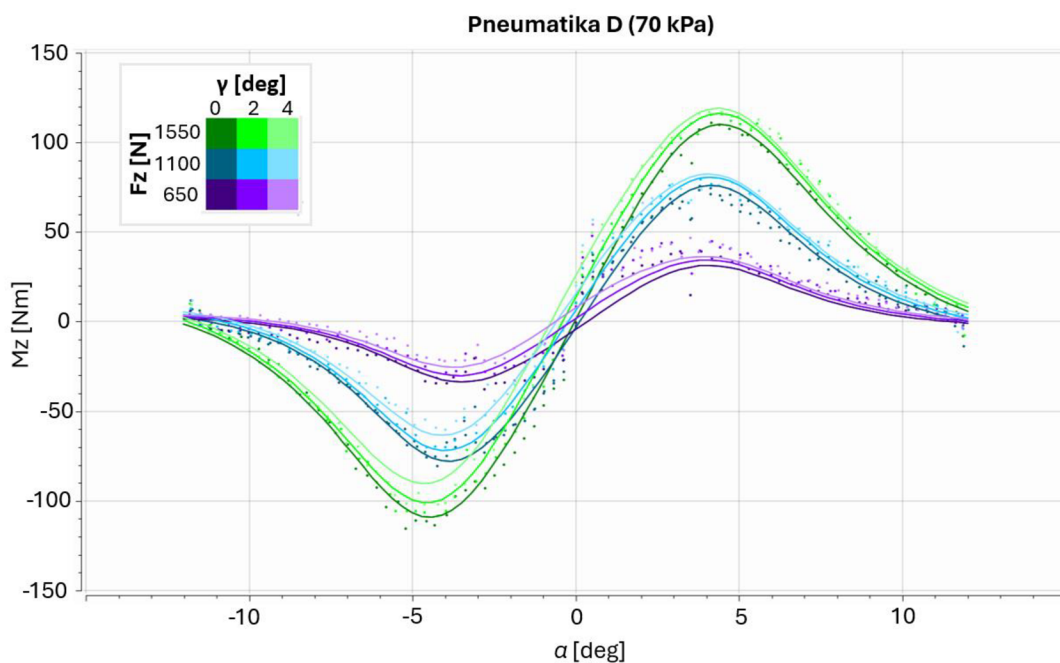


Obrázek 25: Graf závislosti vratného momentu na úhlu  $\alpha$ , Pneumatika B, 70 kPa, zdroj: archiv autora





Obrázek 26: Graf závislosti vratného momentu na úhlu  $\alpha$ , Pneumatika C, 70 kPa, zdroj: archiv autora



Obrázek 27: Graf závislosti vratného momentu na úhlu  $\alpha$ , Pneumatika D, 70 kPa, zdroj: archiv autora

## 10.4. Výsledky z testování závislosti na měrném skluzu

Tato kapitola se zaměřuje na výsledky zkoušení závislosti na měrném skluzu. Pneumatik byly testovány pro zatížení  $F_z = (200 \text{ N}; 650 \text{ N}; 1100 \text{ N}; 1550 \text{ N})$ . Zkoušení probíhalo pro huštění  $p = (70 \text{ kPa}; 80 \text{ kPa}; 100 \text{ kPa})$ . Presentovány jsou výsledky pro huštění 80 kPa, protože právě pro tuto hodnotu byly zaznamenány nejvyšší hodnoty silových účinků. Výsledky pro zatížení 200 N nejsou prezentovány, protože zatížení připadající na jedno kolo prázdného monopostu je cca 500 N.

V Tabulce 6 jsou uvedeny maximální a minimální hodnoty odečtené z grafů závislosti obvodové síly  $F_x$  na měrném skluzu  $\kappa$ . Protože naměřené hodnoty nejsou symetrické, je pro snadnější porovnání jednotlivých pneumatik v posledním sloupci průměr těchto dvou hodnot.

Tabulka 6: Výsledné obvodové síly jednotlivých pneumatik

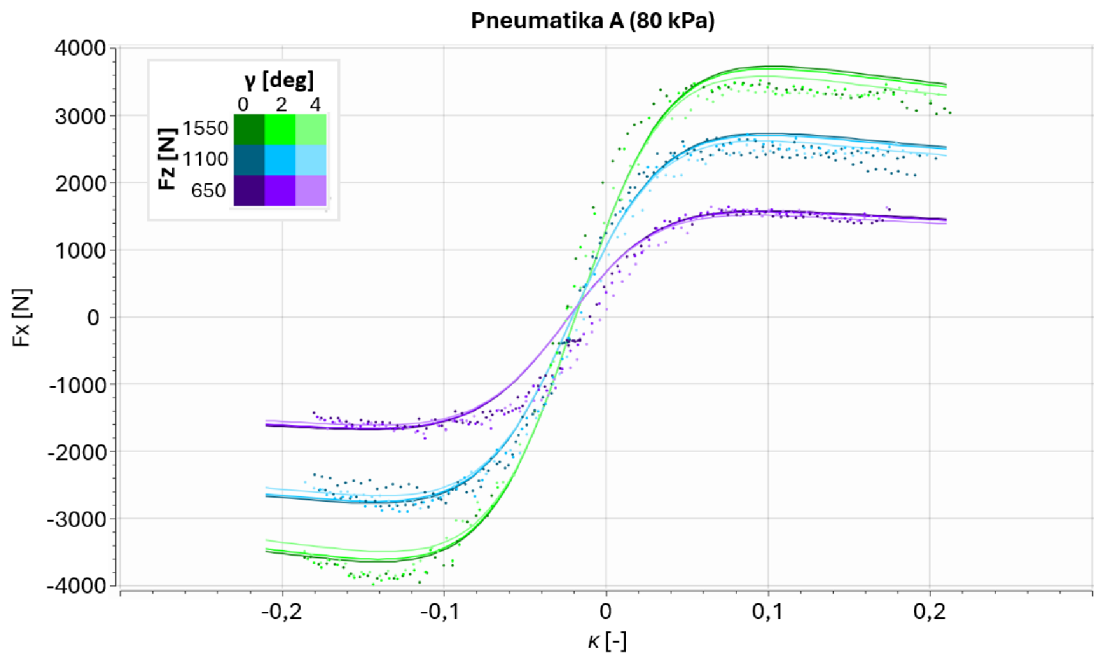
$p = 80 \text{ kPa}; \gamma = 0^\circ$	$F_z [\text{N}]$	min $F_x [\text{N}]$	max $F_x [\text{N}]$	prům. $ F_x  [\text{N}]$
Pneumatika A	650	-1680	1580	1630
	1100	-2780	2730	2755
	1550	-3650	3730	3690
Pneumatika B	650	-1790	1820	1805
	1100	-3030	3090	3060
	1550	-4080	4170	4125
Pneumatika C	650	-1680	1640	1660
	1100	-2630	2720	2675
	1550	-3490	3860	3675
Pneumatika D	650	-1580	1610	1595
	1100	-2630	2740	2685
	1550	-3650	3860	3755

Při porovnání maximálních absolutních hodnot obvodové síly  $F_x$  jednotlivých zkoumaných pneumatik je zřejmé, že nejvyšší obvodové síly dosahuje Pneumatika B, viz Obr. 29. Konkrétně 1805 N, 3060 N, 4125 N pro zatížení 650 N, 1100 N, 1550 N respektive.

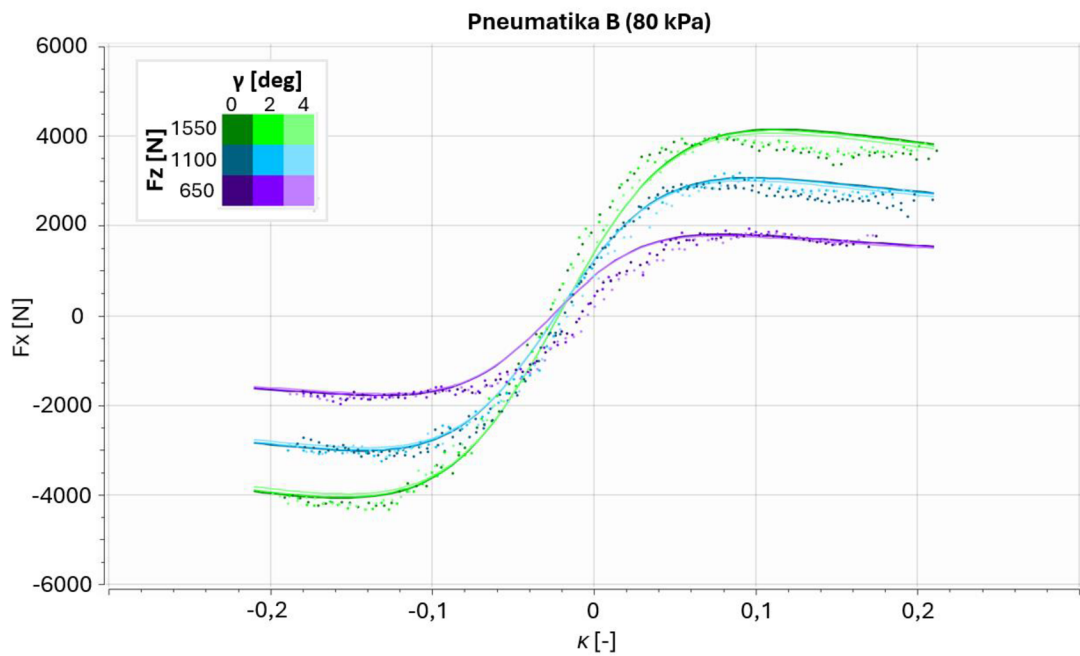
Ostatní tři pneumatiky dosahují podobných výsledků, lze mezi nimi ale pozorovat určité odlišnosti. Pneumatika A, viz Obr. 28, dosahuje z této trojice nejvyšší obvodové síly při zatížení 1100 N. Při zatížení 650 N a 1550 N je v celkovém pořadí třetí.

Pneumatika C, viz Obr. 30, má specifický průběh obvodové síly v závislosti na měrném skluzu  $\kappa$ . Z intervalu  $\kappa = (-0,18; 0,18)$  není možné poznat, kdy síla  $F_x$  dosáhne svého maxima a začne klesat. Naopak by se mohlo zdát, že roste do nekonečna, což samozřejmě není reálné. Proto jsou v tomto případě místo maxima uvažovány hodnoty obvodové síly, kterých Pneumatika C dosáhne při měrném skluzu 0,2 a - 0,2. V takovém případě dosahuje, z porovnávaných pneumatik, druhé nejvyšší hodnoty obvodové síly při zatížení  $F_z = 650$  N. Pro ostatní hodnoty zatížení dosahují všechny zbylé pneumatiky vyšší obvodové síly.

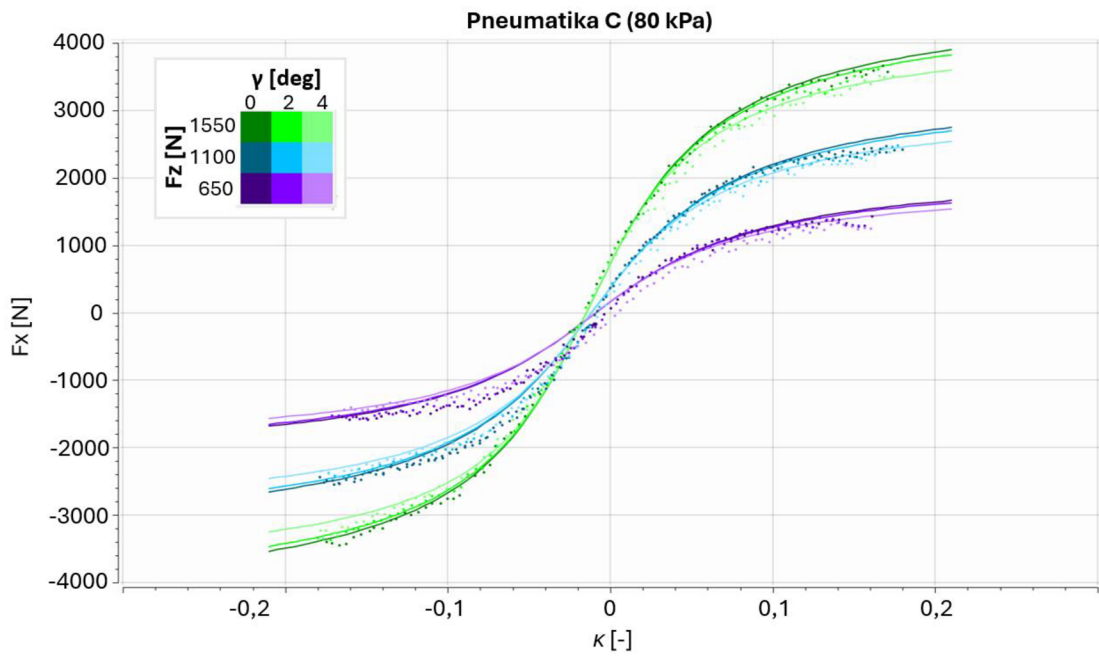
Pneumatika D, viz Obr. 31, dosahuje v porovnání s Pneumatikou A a C vyšší obvodové síly s rostoucím zatížením. To není příliš výhodné, protože zatížení tvoří aerodynamický přítlak, který roste s druhou mocninou rychlosti. Jenže, právě při nízkých rychlostech snadněji dochází k prokluzu kol v ose  $x$ . Jak uvádí Puhn (1985) stačí nižší brzdící síla, aby došlo k zablokování kol, protože brzdy nemusí zároveň zpomalit tak vysoký moment setrvačnosti rotujících součástí vozidla jako ve vysokých rychlostech. Stejně tak v nízkých rychlostech, a tedy i při nízkém přítlaku a zatížení, dojde spíše k prokluzu při akceleraci, protože je zařazen nižší převodový stupeň a výsledný točivý moment na kolech je vyšší. Výhodou Pneumatiky D je, že obvodová síla se změnou měrného skluzu prudce roste, bohužel to křivka grafu pro zatížení 1550 N náležitě nezobrazuje, průběh je ale patrný ze zobrazených dat z měření.



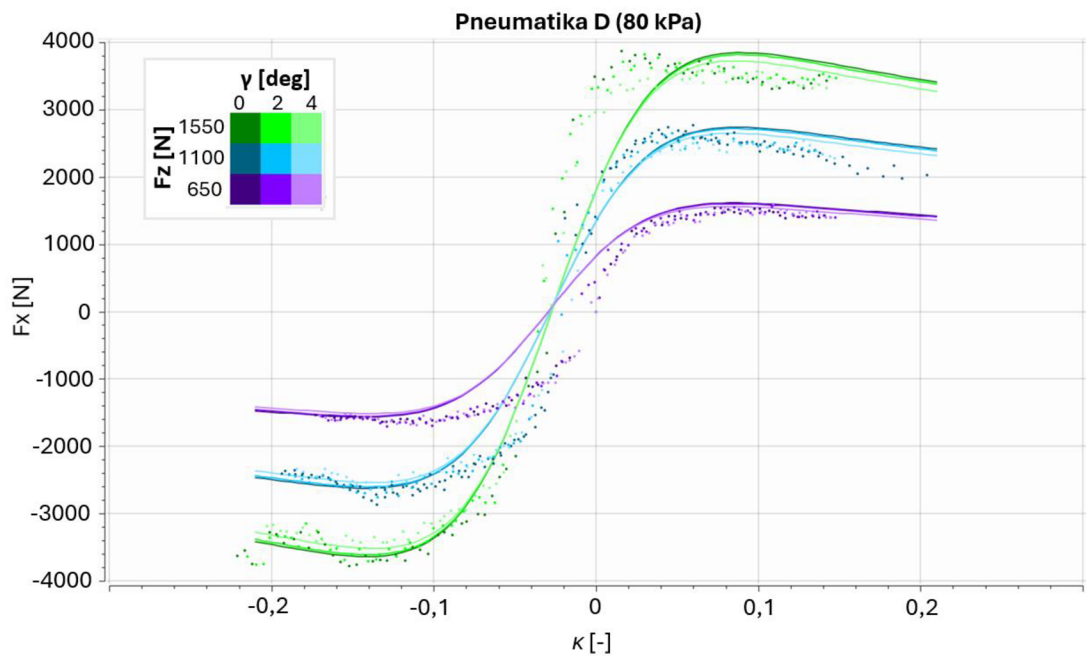
Obrázek 28: Graf závislosti síly  $F_x$  na úhlu  $\alpha$ , Pneumatika A, huštění 80 kPa, zdroj: archiv autora



Obrázek 29: Graf závislosti síly  $F_x$  na úhlu  $\alpha$ , Pneumatika B, huštění 80 kPa, zdroj: archiv autora



Obrázek 30: Graf závislosti síly  $F_x$  na úhlu  $\alpha$ , Pneumatika C, huštění 80 kPa, zdroj: archiv autora



Obrázek 31: Graf závislosti síly  $F_x$  na úhlu  $\alpha$ , Pneumatika D, huštění 80 kPa, zdroj: archiv autora

## 10.5. Přesnost měření

V tabulce 7 jsou uvedeny směrodatné odchylky zobrazovaných funkcí. Tento druh chyby je potřeba zkorigovat pomocí dat z měření. Ovšem i tato data podléhají určité chybě vycházející z nutnosti je komprimovat, aby s nimi bylo možné pracovat při dostupném výpočetním výkonu. V případě závislosti směrové tuhosti na úhlu směrové odchylky šlo o derivaci funkce  $F_y(\alpha)$ , to znamená, že se chyba derivované funkce promítne do výsledku. Protože je funkce  $C_{Fa}(\alpha)$  zjišťována čistě matematicky, nelze jí ověřit vůči experimentálně získaným datům.

Další chyby vznikají při samotném měření. Jak bylo zmíněno v kapitole o testování pneumatik, funkční plocha testovacího zařízení není stejná jako povrch, po kterém se bude vozidlo pohybovat. Zároveň dochází k opotřebení funkční plochy během testování. K systematické chybě při měření došlo pravděpodobně při měření závislosti obvodové síly na měrném skluzu. Teoreticky by měla síla  $F_x$  procházet počátkem (0; 0).

Tabulka 7: Statistické vyhodnocení simulace

	funkce	huštění [kPa]	RMSD
Pneumatika A	$F_y(\alpha)$	70	94,4923 N
	$M_z(\alpha)$	70	8,09602 Nm
	$F_x(\kappa)$	80	207,207 N
Pneumatika B	$F_y(\alpha)$	70	115,204 N
	$M_z(\alpha)$	70	14,5791 Nm
	$F_x(\kappa)$	80	266,125 N
Pneumatika C	$F_y(\alpha)$	70	68,2285 N
	$M_z(\alpha)$	70	6,75117 Nm
	$F_x(\kappa)$	80	123,506 N
Pneumatika D	$F_y(\alpha)$	70	108,666 N
	$M_z(\alpha)$	70	23,3826 Nm
	$F_x(\kappa)$	80	444,984 N

## 11. Diskuze

Pro všechny čtyři zkoumané pneumatiky platí, že během zkoušení závislosti na úhlu směrové odchylky dosahovaly nejvyšší boční síly při huštění  $p = 70$  kPa. V případě obvodové síly, během zkoušení funkčních závislostí na měrném skluzu, vycházely výsledky měření nejlépe při huštění  $p = 80$  kPa, opět shodně pro všechny čtyři pneumatiky.

Z tohoto zjištění bych doporučil hustit pneumatiky na 80 kPa v případě disciplíny *Acceleration* (sprint na 75 m). Naopak huštění 70 kPa bude vhodnější pro disciplínu *Skid Pad*, kdy formule jede po dráze ve tvaru čísla 8 a prakticky celou dobu jízdy zatačí na jednu nebo druhou stranu. Pro disciplínu *Autocross* bych volil kompromis mezi huštěním 70 kPa a 80 kPa. Pokud budou na trati převažovat rovinky zakončené zatačkami o malém poloměru nebo šikanou, bude kladen vyšší důraz na obvodovou sílu. V takovém případě bude výhodnější hustit pneumatiky blíže k 80 kPa. Naopak v případech, kdy na trati převládají dlouhé, táhlé zatačky o velkém poloměru, se vyplatí huštění snížit.

Obdobně bych postupoval i při volbě huštění pro disciplínu *Endurance*. Ovšem v případě této disciplíny se hodnotí i spotřeba paliva. Obecně platí, viz kapitola o vlivu provozních parametrů na jízdní vlastnosti, že s vyšším huštěním klesá valivý odpor. Pokud by se disciplíny *Endurance* a *Autocross* jely na totožné trati, doporučoval bych vyšší huštění pneumatik pro disciplínu *Endurance* než pro disciplínu *Autocross*.

Co se výběru konkrétní pneumatiky týče, doporučuji Pneumatiku B, protože dosahovala jak nejvyšší boční síly, tak nejvyšší obvodové síly z čtveřice vybraných vzorků. Jak vyplývá z porovnání směrové tuhosti, při zatížení 650 N reaguje nejcitlivěji na změnu úhlu směrové odchylky. V případě zatížení 1100 N dosahuje obdobných, i když o něco menších hodnot, jako Pneumatika A, která ovšem nedosahuje ani zdaleka takových hodnot boční a obvodové síly. Právě zatížení 650 N a 1100 N odpovídají nejčastějšímu rozmezí zatížení při provozu na jedno kolo (zatížení roste s rychlostí vlivem aerodynamického přitlaku).

Mezi nevýhody Pneumatiky B, oproti ostatním zkoumaným pneumatikám, patří vysoké hodnoty vratného momentu  $M_z$  a velké rozdíly úhlu  $\alpha$  pro maxima boční síly a vratného momentu. Pro řidiče bude tedy fyzicky náročnější otáčet volantem. Zároveň pokud se bude řidič spoléhat na průběh odporu volantu vůči otáčení jako na ukazatel průběhu boční síly, bude se pohybovat v hodnotách úhlu  $\alpha$ , které jsou dále od maxima boční síly než v případě Pneumatik A a D.

První zmíněná nevýhoda má dopad především na disciplínu *Endurance*, kdy bude klást vyšší nároky na fyzickou výdrž řidiče. Ale jelikož tato disciplína trvá řádově nižší desítky minut, nebude to tolik podstatný faktor jako např. v závodě 24 hodin Le Mans, kde jeden řidič řídí v průměru 8 hodin. U ostatních disciplín může mít negativní dopad na celkovou reakční dobu řidiče, jelikož mu potrvá déle pootočít volantem kvůli vyššímu odporu. To je ovšem určitým způsobem kompenzováno vyšší boční silou.

Druhou zmíněnou nevýhodu lze navíc kompletně eliminovat tím, že se v rámci tréninku použijí stejné pneumatiky jako při závodě, aby si je řidič mohl dostatečně osvojit.



## 12. Závěr

V rámci této práce byla nejprve zpracována literární rešerše na základě doporučené vědecké literatury a technických podkladů. Práce se v úvodu zabývá významem pneumatik v motorsportu. Dále navazuje popisem současných trendů v oblasti konstrukce sportovních pneumatik včetně srovnání výhod mezi jednotlivými způsoby konstrukčního provedení. Velký prostor je věnován zejména typům kostry pláště pneumatiky, protože v oblasti motorsportu jsou stále ještě v hojné míře zastoupeny pneumatiky s diagonální kostrou zejména kvůli jejich nízkému momentu setrvačnosti.

Další část rešerše je zaměřena na mechaniku kola s pneumatikou. Jsou zde popsány jednotlivé silové účinky působící v kontaktní ploše pneumatiky s podložkou, jejich význam, provozní parametry, které je ovlivňují a mechanismus jejich vzniku. Například se jedná o obvodovou sílu  $F_x$ , boční sílu  $F_y$ , zatížení  $F_z$ , vratný moment  $M_z$  nebo odporové silové účinky jako moment valivého odporu  $M_y$  nebo indukovaný odpor vznikající při působení boční síly. Popsány jsou zde i proměnné jako měrný skluz  $\kappa$  a úhel směrové odchyly  $\alpha$ , na kterých jsou výše zmíněné silové účinky závislé.

V návaznosti jsou představeny metody dynamického testování, při kterých jsou experimentálně zjišťovány závislosti silových účinků na výše zmíněných proměnných, případně i dalších parametrech jako např. huštění nebo úhel odklonu kol. Také jsou uvedeny druhy testovacích zařízení používaných za tímto účelem. Data z těchto zkoušek jsou použita pro semi-empirické modely pneumatik, jako je např. *Magic Formula*. Kromě tohoto typu modelů pneumatik existují i modely fyzické.

Závěr rešeršní části je zaměřen více z praktického úhlu. Jsou zde popsány vlivy provozních parametrů pneumatik jako např. huštění, teploty nebo rychlosti na jízdní vlastnosti. Také jsou zde zmíněny druhy opotřebení, zejména se zaměřením na závodní pneumatiky.

Vlastní práce je zaměřena na hodnocení provozních parametrů pneumatik určených pro závody v rámci soutěže Formula Student. Nejprve je zde popsán způsob měření použitých dat. Protože je dynamické testování pneumatik technicky, technologicky i finančně náročné, byla použita outsourcovaná data naměřená společností *Formula SAE Tire Test Consortium* (FSAE TTC) ve výzkumném zařízení *Calspan Tire Research Facility* (TIRF). Tato společnost testuje pneumatiky určené pro soutěž Formula Student a nabízí je

týmům, které se soutěže účastní. Dále je popsáno vlastní zpracování získaných dat za účelem přehledného zobrazení výsledků měření.

Porovnávána je čtveřice vybraných pneumatik. Hodnoceny jsou provozní parametry jako závislost boční síly  $F_y$  na úhlu směrové odchytky  $\alpha$ , velikost indukovaného odporu pro danou hodnotu boční síly, závislost směrové tuhosti a vratného momentu na úhlu  $\alpha$  a také závislost obvodové síly  $F_x$  na měrném skluzu  $\kappa$ . Konec kapitoly se věnuje odchytkám a chybám vůči skutečnosti, které vznikají ať už při testování nebo během zpracování naměřených dat.

Na samém konci práce, v diskuzi, jsou uvedeny doporučení autora na základě zjištěných informací při hodnocení provozních parametrů jednotlivých zkoumaných pneumatik. Nejprve se diskuze zaměřuje na doporučení ohledně huštění pneumatik pro jednotlivé dynamické disciplíny v rámci soutěže Formula Student. Vyšší obvodové síly byly dosaženy při huštění  $p = 80$  kPa, kdežto boční síly dosahovaly vyšších hodnot při huštění  $p = 70$  kPa. Proto bylo doporučeno huštění 80 kPa pro disciplínu *Acceleration*, což je sprint na 75 m. Naopak huštění 70 kPa bylo doporučeno pro disciplínu *Skid Pad*, při které formule opíše dvě kružnice doprava a dvě doleva na trati ve tvaru čísla 8. Přitom se většinu času pohybuje prakticky konstantní rychlostí. Pro disciplíny *Autocross* a *Endurance* byl doporučen určitý kompromis v závislosti na tom, jaké pasáže budou převažovat. Na tratích, kde je potřeba výrazně zpomalovat do zatáček o malých poloměrech nebo z nich zase zrychlovat na dlouhých rovinkách, bude výhodnější vyšší hodnota huštění. Naopak tam, kde převládají dlouhé zatáčky o velkých poloměrech, se vyplatí snížit hodnotu huštění blíže k 70 kPa. V rámci disciplíny *Endurance*, resp. *Efficiency*, která hodnotí spotřebu paliva během *Endurance*, bude výhodnější zvýšit huštění oproti disciplíně *Autocross*, i kdyby byla trať stejná, protože s vyšším huštěním klesá valivý odpor.

Jako nejvhodnější z vybraných pneumatik k porovnání byla pro použití na monopostu Formula Student doporučena Pneumatika B. Ta dosahovala výrazně vyšších obvodových i bočních sil než konkurence. Nadprůměrných výsledků dosahovala i v případě směrové tuhosti a generovaném indukovaném odporu. Nejhuře si vedla z pohledu ergonomie. Vyšší hodnoty vratného momentu znamenají, že pilot bude muset při zatáčení vyvinout vyšší fyzickou námahu. Tento parametr ovšem není považován za dostatečně důležitý, aby převážil výhody vyšší dosahované obvodové a boční síly.

### 13. Bibliografie

- Crolla, D. A. (2009).** *Automotive Engineering: Powertrain, Chassis System and Vehicle Body*. Burlington: Elsevier. ISBN 978-1-85617-577-7
- ČSN 63 1001: Pneumatiky - Termíny a definice.** (2005).
- Dočkal, V., Kovanda, J., & Hrubec, F. (1998).** *Pneumatiky*. Praha: Vydavatelství ČVUT. ISBN 80-01-01882-2
- Formula Student Czech Republic.** Navštíveno: 11. Březen 2024. Načteno z <https://fsczech.cz/>
- Gillespie, T. D. (1992).** *Fundamentals of vehicle dynamics*. Warrendale: Society of Automotive Engineers. ISBN 1560911999
- Guiggiani, M. (2018).** *The Science of Vehicle Dynamics: Handling, Braking, and Ride of Road and Race Cars* (2. vyd.). Pisa: Springer. ISBN 980-0-7506-6918-4. doi:<https://doi.org/10.1007/978-3-319-73220-6>
- Heißing, B., Ersoy, M., & Gies, S. (2013).** *Fahrwerkhandbuch*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden. ISBN 978-3-658-01991-4. doi:[10.1007/978-3-658-01992-1](https://doi.org/10.1007/978-3-658-01992-1)
- Jazar, R. N. (2014).** *Vehicle dynamics: theory and application* (2.. vyd.). New York: Springer. ISBN 978-1-4614-8543-8
- Kashem, S., Nagarajah, R., & Ektesabi, M. (2018).** *Vehicle suspension systems and electromagnetic dampers*. Singapur: Springer. ISBN 978-981-10-5478-5. doi:[10.1007/978-981-10-5478-5](https://doi.org/10.1007/978-981-10-5478-5)
- Leister, G. (2018).** *Passenger Car Tires and Wheels*. Cham: Springer International Publishing. ISBN 978-3-319-50117-8. doi:[10.1007/978-3-319-50118-5](https://doi.org/10.1007/978-3-319-50118-5)
- Milliken, W. F., & Milliken, D. L. (1995).** *Race Car Vehicle Dynamics*. Warrendale, PA, USA: SAE International. ISBN 1-56091-526-9
- Optimum G. (2024).** *Applied Advanced Vehicle Dynamics*. Optimum G.
- Optimum T. (2009).** *Tech Tip: Comparing Tires*. Optimum G.
- Pacejka, H. B. (2002).** *Tyre and vehicle dynamics*. Oxford: Butterworth-Heinemann. ISBN 9780750651417

- Pacejka, H. B., & Besselink, I. J. (2012).** *Tire and vehicle dynamics*. Amsterdam: Elsevier. ISBN 978-0-08-097016-5
- Puhn, F. (1985).** *Brake handbook*. Tucson: HPBooks, Inc. ISBN 0-89586-232-8
- Seward, D. (2014).** *Race Car Design*. Lavenham: Palgrave. ISBN 9781137030146
- Trzesniowski, M. (2014).** *Rennwagentechnik*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden. 10.1007/978-3-658-04919-5. doi:10.1007/978-3-658-04919-5
- Wong, J. Y. (2001).** *Theory of ground vehicles* (3.. vyd.). New York: John Wiley & Sons, inc. ISBN 9780471354611
- Zegelaar, P. W., Gong, S., & Pacejka, H. B. (1994).** Tyre Models for the Study of In-Plane Dynamics. *Vehicle System Dynamics*, stránky 578-590. ISSN 0042-3114. doi:<https://doi.org/10.1080/00423119308969542>

## Seznam obrázků

Obrázek 1: g-g digram.....	1
Obrázek 2: Radiální a diagonální kostra.....	4
Obrázek 3: Úhel kordů diagonální pneumatiky .....	5
Obrázek 4: Závislost tečné reakce $F$ a jejích složek (adheze $F_A$ a tření $F_T$ ) na rychlosti skluzu $v_s$ .....	7
Obrázek 5: Silové účinky působící na pneumatiku.....	9
Obrázek 6: Podstata vzniku valivého odporu .....	11
Obrázek 7: Znázornění indukovaného odporu.....	12
Obrázek 8: Stacionární testovací zařízení v Calspan's tire research facility .....	18
Obrázek 9: Tire Brush Model .....	19
Obrázek 10: Deformace modelu (pohled shora) a současný průběh silových účinků .....	20
Obrázek 11: Parametry používané v rovnicích uvedených výše .....	22
Obrázek 12: Graf závislosti boční síly na úhlu směrové odchyly.....	26
Obrázek 13: Rozložení kontaktních tlaků u podhuštěné pneumatiky .....	27
Obrázek 14: Graining .....	31
Obrázek 15: Blistering.....	32
Obrázek 16: Znaménkové konvence .....	35
Obrázek 17: Graf závislosti síly $F_y$ na úhlu $\alpha$ , Pneumatika A, huštění 70 kPa.....	40
Obrázek 18: Graf závislosti síly $F_y$ na úhlu $\alpha$ , Pneumatika B, huštění 70 kPa.....	40
Obrázek 19: Graf závislosti síly $F_y$ na úhlu $\alpha$ , Pneumatika C, huštění 70 kPa.....	41
Obrázek 20: Graf závislosti síly $F_y$ na úhlu $\alpha$ , Pneumatika D, huštění 70 kPa.....	41
Obrázek 21: Graf závislosti směrové tuhosti na úhlu $\alpha$ jednotlivých pneumatik při zatížení 650 N, huštění 70 kPa a úhlu odklonu $0^\circ$ .....	43
Obrázek 22: Graf závislosti směrové tuhosti na úhlu $\alpha$ jednotlivých pneumatik při zatížení 1100 N, huštění 70 kPa a úhlu odklonu $0^\circ$ .....	43

Obrázek 23: Graf závislosti směrové tuhosti na úhlu $\alpha$ jednotlivých pneumatik při zatížení 1550 N, huštění 70 kPa a úhlu odklonu $0^\circ$ .....	44
Obrázek 24: Graf závislosti vratného momentu na úhlu $\alpha$ , Pneumatika A, 70 kPa.....	46
Obrázek 25: Graf závislosti vratného momentu na úhlu $\alpha$ , Pneumatika B, 70 kPa .....	46
Obrázek 26: Graf závislosti vratného momentu na úhlu $\alpha$ , Pneumatika C, 70 kPa .....	47
Obrázek 27: Graf závislosti vratného momentu na úhlu $\alpha$ , Pneumatika D, 70 kPa.....	47
Obrázek 28: Graf závislosti síly $F_x$ na úhlu $\alpha$ , Pneumatika A, huštění 80 kPa.....	50
Obrázek 29: Graf závislosti síly $F_x$ na úhlu $\alpha$ , Pneumatika B, huštění 80 kPa.....	50
Obrázek 30: Graf závislosti síly $F_x$ na úhlu $\alpha$ , Pneumatika C, huštění 80 kPa .....	51
Obrázek 31: Graf závislosti síly $F_x$ na úhlu $\alpha$ , Pneumatika D, huštění 80 kPa .....	51

## Seznam tabulek

Tabulka 1: Vybrané pneumatiky k hodnocení .....	34
Tabulka 2: Výsledné boční síly .....	38
Tabulka 3: Indukovaný odpor jednotlivých pneumatik pro $F_y = 2 \cdot F_z$ .....	39
Tabulka 4: Vratný moment jednotlivých pneumatik při daném zatížení .....	45
Tabulka 5: Rozdíl hodnot úhlu $\alpha$ pro maximum boční síly a pro maximum vratného momentu .....	45
Tabulka 6: Výsledné obvodové síly jednotlivých pneumatik .....	48
Tabulka 7: Statistické vyhodnocení simulace .....	52