

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta stavební

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Brno, 2023

Bc. Jitka Nejezchlebová



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV ŽELEZNIČNÍCH KONSTRUKCÍ A STAVEB

INSTITUTE OF RAILWAY STRUCTURES AND CONSTRUCTIONS

FRAKTÁLNÍ ANALÝZA GEOMETRICKÝCH PARAMETRŮ KOLEJE

FRACTAL ANALYSIS OF TRACK GEOMETRY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Jitka Nejezchlebová

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Richard Svoboda, Ph.D.

BRNO 2023

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav železničních konstrukcí a staveb
Studentka: **Bc. Jitka Nejezchlebová**
Vedoucí práce: **Ing. Richard Svoboda, Ph.D.**
Akademický rok: 2022/23
Studijní program: N0732A260026 Stavební inženýrství – konstrukce a dopravní stavby

Děkan Fakulty Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Fraktální analýza geometrických parametrů koleje

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Budou uvedeny teoretické základy fraktální analýzy. Pro vybraná data naměřených hodnot geometrických parametrů koleje bude hledány postupy hodnocení pomocí fraktálů a na základě těchto postupů bude posouzeno, zda je možné využití fraktální analýzy pro běžné hodnocení geometrie koleje.

Cíle a výstupy diplomové práce:

Cílem je ověřit použití fraktální analýzy pro hodnocení geometrie koleje.

Seznam doporučené literatury a podklady:

Ivan Zelinka a kolektiv - Fraktální geometrie: principy a aplikace

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku.

V Brně, dne 15. 3. 2022

L. S.

doc. Ing. Otto Plášek, Ph.D.
vedoucí ústavu

Ing. Richard Svoboda, Ph.D.
vedoucí práce

prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA, dr. h. c.
děkan

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá fraktální analýzou geometrických parametrů koleje. Teoretická část je především zaměřená na představení základů o fraktální geometrii. Dále je zde stručně popsána současná metodika hodnocení geometrických parametrů koleje. V praktické části je ověřována přesnost metod pro zjištění fraktální dimenze křivky. Pro různé křivky se stejnou směrodatnou odchylkou byla vypočtena fraktální dimenze pro prokázání případných výhod využití této analýzy. Dále je zkoumáno využití fraktální dimenze pro analýzu geometrických parametrů koleje. Všechny matematické postupy jsou prováděny pomocí systému MATLAB.

KLÍČOVÁ SLOVA

Fraktál, fraktální geometrie, fraktální dimenze, multifraktál, obvodová metoda, geometrické parametry koleje, směrodatná odchylka

ABSTRACT

The master's thesis deals with the fractal analysis of track geometry. The theoretical part is primarily focused on introducing the basics of fractal geometry. There is also concisely described the current methodology for evaluating track geometry. In the practical part is verified the accuracy of the methods for determining the fractal dimension of the curve. For different curves with the same standard deviation is calculated the fractal dimension to demonstrate the possible advantages of using this analysis. Further is researched the use of the fractal dimension for the analysis of track geometry data. All mathematical procedures are done using the MATLAB system.

KEYWORDS

Fractal, fractal geometry, fractal dimension, multifractal, divided method, track geometry data, standard deviation

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

NEJEZCHLEBOVÁ, Jitka. *Fraktální analýza geometrických parametrů koleje*. Brno, 2023. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav železničních konstrukcí a staveb. Vedoucí Ing. Richard Svoboda, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané diplomové práce s názvem *Fraktální analýza geometrických parametrů koleje* je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 13. 1. 2023

Bc. Jitka Nejezchlebová
autor práce

PROHLÁŠENÍ O PŮVODNOSTI ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci s názvem *Fraktální analýza geometrických parametrů koleje* zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 13. 1. 2023

Bc. Jitka Nejezchlebová
autor práce

PODĚKOVÁNÍ

Chtěla bych poděkovat panu Ing. Richardu Svobodovi, PhD. za odborné vedení práce a cenné rady. Děkuji také Ing. Eriku Duškovi za pomoc při zpracovávání dat a informací v praktické části.

Obsah

1. Úvod	3
2. Současný stav.....	4
2.1. Měření a hodnocení geometrických parametrů koleje.....	4
2.1.1. Normy a předpisy	4
2.1.2. Geometrické parametry koleje	5
2.1.3. Diagnostické prostředky pro měření GPK	6
2.1.3.1 Popis měřicího vozu pro železniční svršek.....	6
2.1.3.2 Výstupní sestavy.....	8
2.1.4. Úsekové hodnocení	9
2.1.5. Hodnocení lokálních závad.....	10
2.1.6. Index kvality trati TUG – TQI	11
2.2. Teorie fraktální geometrie	13
2.2.1. Historie	13
2.2.2. Definice fraktálů	14
2.2.2.1 Soběpodobné fraktály.....	14
2.2.2.2 Soběpříbuzné fraktály	14
2.2.3. Geometricky hladký útvar	15
2.2.4. Nekonečně členitý útvar	15
2.2.5. Fraktální dimenze.....	15
2.2.6. Výpočet fraktální dimenze	16
2.2.6.1 Příklady.....	16
2.2.7. Metody odhadu fraktálních dimenzí	17
2.2.7.1 Obvodová metoda	17
2.2.7.2 Metoda Box counting	18
2.3. Korelační analýza.....	20

2.3.1.	Pearsonův korelační koeficient	21
3.	Cíl práce	23
4.	Využití fraktální dimenze v posuzování GPK.....	24
4.1.	Princip zjednodušené obvodové metody	24
4.2.	Princip nezjednodušené metody	26
4.3.	Porovnání metod.....	26
4.4.	Porovnání SDO s fraktální dimenzí	28
4.5.	Aplikace na data z MVŽSv.....	30
4.6.	Průběhy fraktálních dimenzí v čase	35
4.7.	Porovnání se SDO.....	37
4.8.	Změna fraktální dimenze se změnou délky úseku	39
4.8.1.	Ověření změny SDO v závislosti na délce úseku.....	40
4.8.2.	Ověření změny fraktální dimenze v závislosti na délce úseku.....	41
4.9.	Korelace SDO a fraktální dimenze	42
5.	Závěr.....	46
	Zdroje.....	48
	Použité zkratky	50
	Seznam obrázků.....	50
	Seznam tabulek.....	52
	Seznam příloh.....	52

1. Úvod

V současné době je v České republice zavedený systém pro měření geometrických parametrů koleje a jejich vyhodnocování. Měření probíhá několikrát ročně. Z měřících vozů je získáváno nepřehledné množství dat, ze kterých je potřeba, v co nejkratší době získat informace o stavu dané železniční tratě.

Doposud bylo posuzování kvality geometrických parametrů koleje založeno čistě na klasické statistice. I přes to, že jsou tyto metody už velmi propracované, mají svá jistá omezení. Vycházejí totiž z předpokladu, že naměřená data jsou realizací náhodného, lineárního a statického procesu. Výsledky těchto analýz jsou víceméně jen vychýlené odhady. Lze dokázat, že velikost směrodatné odchylky závisí na délce hodnoceného úseku.

Pro vyhodnocení takto velkého množství dat je vhodné využít algoritmovaných procesů pomocí různých softwarů. Jelikož data vykazují jasnou nelinearitu, není vhodné používat modely, které jsou založeny na typických statistických předpokladech linearity a obvyklých rozdělení pravděpodobnosti.

A tak se v poslední době začalo využívat komplexnějších popisů a přístupů reálných objektů. Zatímco dosavadní přístup uvažuje pouze klasickou euklidovskou geometrii, tedy s celočíselnými dimenzemi, tak nový přístup pracuje s neceločíselnými dimenzemi, známými jako fraktály. Hlavní výhodou tohoto přístupu je, že pokud mají dvě různé křivky stejnou geometrickou charakteristiku, pak mají i shodnou fraktální dimenzi bez ohledu na jejich délky.

Fraktální analýza se používá k vyhodnocování zdánlivě nepravidelných až chaotických geometrických útvarů. Fraktální dimenze dosahuje různých hodnot v závislosti na „nerovnosti“ průběhu křivky. Právě proto by se této hodnoty dalo využít k posouzení dat získaných z měřících vozů.

2. Současný stav

2.1. Měření a hodnocení geometrických parametrů koleje

2.1.1. Normy a předpisy

V České republice platí zákon 266/1994 Sb. Zákon o dráhách, který upravuje podmínky pro stavbu, podmínky provozování a výkon státní správy a dozoru drah železničních, tramvajových, trolejbusových, lanových a stavby na těchto dráhách (vyjma drah důlních, průmyslových a přenosných). Požadavky tohoto zákona jsou uvedeny ve Vyhlášce č. 177 z r. 1995 Sb.- Stavební a technický řád drah, kde jsou mimo jiné definovány intervaly mezi jednotlivými měřícími jízdami. Pro traťové a hlavní staniční koleje:

- $V \leq 60$ km/h – 12 měsíců
- 60 km/h < $V \leq 120$ km/h – 6 měsíců
- $V > 120$ km/h – 4 měsíce

Na požadavky této vyhlášky provozovatel dráhy (Správa železnic) vytvořil předpis S2/3 „Organizace a provádění prohlídek a měření na dráze celostátní a dráhách regionálních“. K tomuto předpisu byl vydán další předpis SŽ S2/4 „Předpis pro zajišťování diagnostiky železničního svršku měřícími prostředky s kontinuálním záznamem“.

Požadované limity (geometrických) parametrů koleje stanovuje ČSN 73 6360-2- Konstrukční a geometrické uspořádání koleje železničních drah a její prostorová poloha – Část 2: Stavba a přejímka, provoz a údržba.

V předpise S3 „Železniční svršek“ nalezneme některé doplňkové hodnoty (např. vodící míry ve výhybkách).

2.1.2. Geometrické parametry koleje

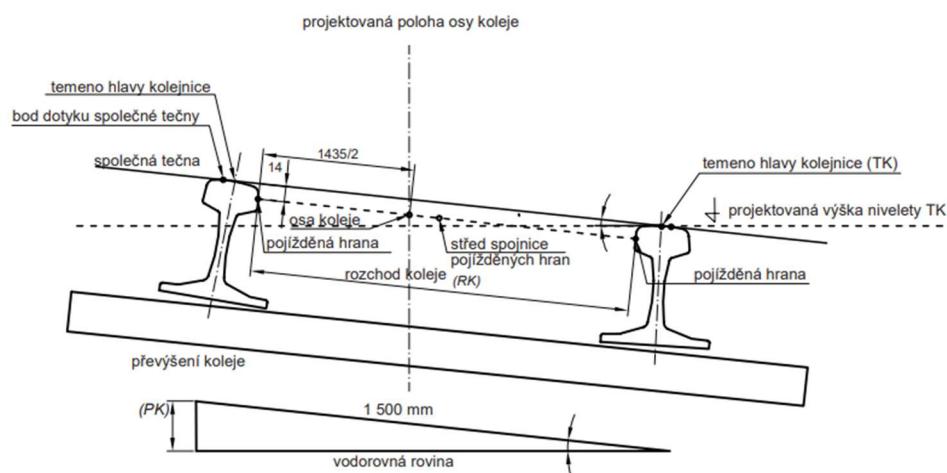
- **konstrukční uspořádání koleje**
 - rozchod koleje
 - vzájemná výšková poloha kolejnicových pásů (převýšení, sklon vzestupnice, vzájemný sklon kolejnicových pásů – zborcení koleje)
- **geometrické uspořádání koleje**
 - směr koleje
 - podélná výška koleje
 - podélný sklon koleje
- **prostorová poloha koleje** – množina bodů osy koleje jednoznačně určených v projektu polohopisnými souřadnicemi a nadmořskou výškou

Rozchod koleje (RK) je nejmenší vzdálenost mezi kolmicemi ke spojnicí temen kolejnicových pásů dotýkajícími se bočních pojížděných ploch do maximální hloubky až 14 mm od spojnice temen kolejnicových pásů. Jmenovitá hodnota normálního rozchodu koleje je 1 435 mm.

Změna rozchodu (ZR) je rozdíl dvou hodnot rozchodu koleje vzájemně vzdálených o délku koleje rovnou 1 m případně 2 m.

Převýšení koleje (PK) je výškový rozdíl kolejnicových pásů daný úhlem, který svírá spojnice temen protilehlých kolejnicových pásů a vodorovná rovina, udává se délkou svislé odvěšny pravouhlého trojúhelníka, jehož přepona má délku 1 500 mm.

Zborcení koleje (ZK) je změna převýšení (počítáno z celkového převýšení) koleje na zvolené měřické základně, vyjádřená hodnotou mm/m nebo poměrem 1:n. Vyhodnocení se provádí pro 13 základen (1,5 m až 19,5 m).



Obr. 1: Grafické znázornění definic veličin konstrukčního a geometrického uspořádání koleje. [3]

2.1.3. Diagnostické prostředky pro měření GPK

Měřící prostředky pro měření GPK dělíme na:

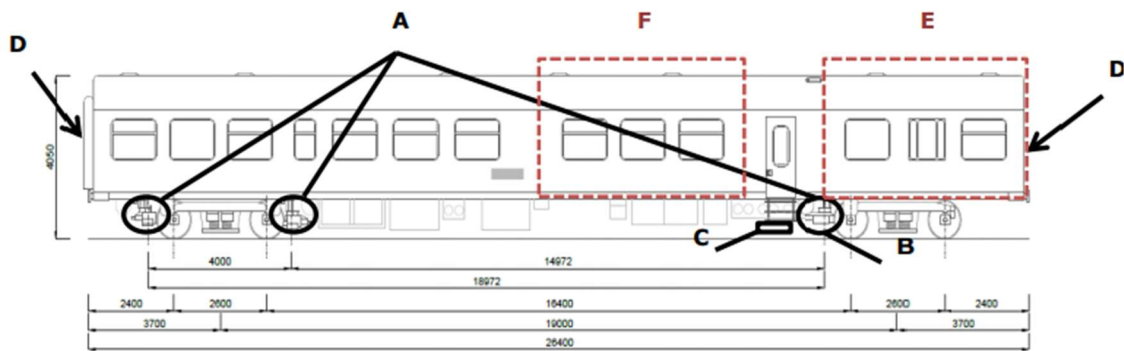
- Měřící prostředky s měřením pod zatížením:
 - Měřící vůz pro železniční svršek (kontinuální záznam)
 - Měřící drezína (kontinuální záznam)
 - Malá měřící drezína (kontinuální záznam)
- Měřící prostředky s měřením bez zatížení:
 - Měřící vozík KRAB (kontinuální záznam)
 - Rozchodka (bodové)

MVŽSv, MD a MMD jsou centrální měřící prostředky, měření s nimi probíhá každoročně v období od března do prosince a jsou ve správě TÚDC. KRAB a rozchodky jsou používané lokálně a jsou ve správě oblastních ředitelství, nebo se může jednat o prostředky externích organizací a TÚDC.

2.1.3.1 Popis měřícího vozu pro železniční svršek



Obr. 2: MVŽSv. Foto Ondřej Gazárek [10]



Obr. 3: Schéma MVŽSv [4]

- A snímací jednotky těživového systému měřených parametrů GPK
- B snímací jednotka příčného profilu kolejnic
- C snímací jednotka mikrogeometrie hlav kolejnic
- D kamery fotozáznamového zařízení
- E technologická místnost s vyhodnocovací a ovládací technikou
- F společenská místnost s monitory pro sledování výsledků měření GPK

Měřicí systémy MVŽSv:

- Měření GPK
- Měření příčného profilu kolejnic
- Měření vertikální mikrogeometrie kolejnic
- Fotozáznamové zařízení

MVŽSv měří kontinuálně pod zatížením rychlostí 10 až 160 km/h. Měřené parametry jsou prezentovány ve dvou vlnových pásmech a to D1 (3 ÷ 25 m) a D2 (25 ÷ 70 m) v souladu s normou ČSN 736360-2.

Měření GPK probíhá v kroku po 0,25 m.

Měření traťové geometrie probíhá bezkontaktně rozměrovým snímáním světelné stopy laserového paprsku pomocí optických kamer. Systém snímání GPK je tvořen kombinací snímání asymetrických těživ obou kolejnicových pásů a inerciální jednotky (pro orientaci polohy v prostoru).

Dosažitelná přesnost polohy závady GPK je 1 m na 1 km. Na začátku a na konci měřených úseků jsou osazeny magnetické značky pro dosažení požadované přesnosti při opakovaném měření.

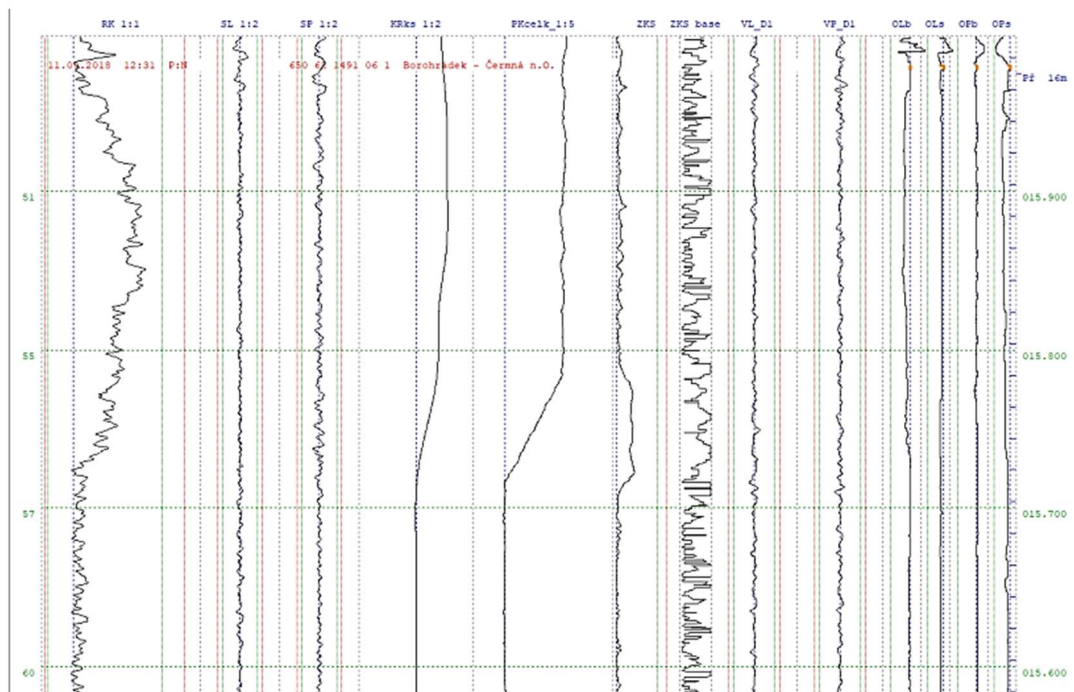
Z naměřených hodnot získáme tyto GPK:

- Rozchod koleje
- Směr koleje
- Křivost koleje
- Převýšení koleje
- Zborcení koleje – počítaný parametr
- Podélná výška koleje

2.1.3.2 Výstupní sestavy

- **Grafická sestava**

Zobrazuje průběh GPK v předepsaném formátu.



Obr. 4: Příklad grafické výstupní sestavy MVŽSv [4]

- **Přehled lokálních závad a úsekového hodnocení**

V případě MVŽSv se tyto sestavy vytvářejí přímo během jízdy.

MVT										Postavení: N Datum měření: 11.09.2018 12:31										Strana: 1	
650 62 1491 06 1 (1577720)										Zaváděcí soubor:											
Borohrádek - Černá n.O.																					
015,983 011,519																					
RP 0-5, v08.9b-----MH2010-----																					
Km: 15	SL	Příčný směr [mm]	SP	ZR	RK	PK	ZKS	Svislý směr [mm] (zks_max)	VL	VP							RP2	MH1	Objekt		
974																			PF 16m		
887					04+21																
882					03+21																
864					03+21																
837					15+22																

nHZ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Km 1184m
SDO 20m	1000	900	800	700	600	500	400	300	200	100	0									
Směr																				
Rozchod	!																			
Převýšení																				
Výška																				
Mez.hl. RK100																				

Známky kvality	SK	RK	PK	VK	CZK	ZP
015.800	2.30	3.67	1.83	1.39	2.57	1.99
015.600	1.60	2.68	1.63	1.23	1.73	1.30
015.400	1.79	2.09	1.57	1.14	1.60	1.49
015.200	1.64	2.32	1.58	0.91	1.60	1.34
015.000	2.12	2.13	1.88	1.14	1.82	1.81
014.800	1.98	2.12	1.24	1.32	1.73	1.67
Km	1.92	2.56	1.63	1.19	1.87	1.61

Ojetí 20m	1000	900	800	700	600	500	400	300	200	100	0
levé boční											
levé svislé											
pravé boční											
pravé svislé											

Obr. 5: Příklad výstupní sestavy okamžitého a úsekového hodnocení měřených veličin GPK MVŽSv [4]

2.1.4. Úsekové hodnocení

Úsekové hodnocení je založeno na výpočtu směrodatných odchylek (SDO) pro 200 m dlouhé úseky. Tyto odchylky jsou dále přepočteny na známky kvality (známka kvality definovaných parametrů, celková známka kvality a známka podbíjení), které SDO převádějí na číselné hodnoty stejného významu pro libovolnou kategorii trati, rychlostní pásmo nebo parametr. Směrodatná odchylka je dána vztahem:

$$SDO = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i^2} \tag{1}$$

kde n je počet vzorků měření a x_i odchylka od střednice hodnocené geometrické veličiny. Znamka kvality jednotlivých měřených parametrů je dána exponenciálním transformačním vztahem:

$$ZKV = 6 * \left(1 - \exp\left(\frac{-SDO^m}{b}\right) \right) \tag{2}$$

kde b a m jsou číselné konstanty stanovené na základě statistik SDO příslušné veličiny a příslušného RP.

CZK a ZP z jednotlivých známek kvality je stanovena na základě tzv. hybridního kritéria:

$$CZK, ZP = \langle k \cdot \max\{w_{SK} \cdot ZKV_{SK} + w_{RK} \cdot ZKV_{RK}\}, (w_{PK} \cdot ZKV_{PK} + w_{VK} \cdot ZKV_{VK})\} \rangle^q \quad (3)$$

kde váhy w jednotlivých veličin jsou stanovené na základě korelační analýzy a jsou pro CZK a ZP rozdílné. Koeficienty k , q respektují jednotlivá RP.

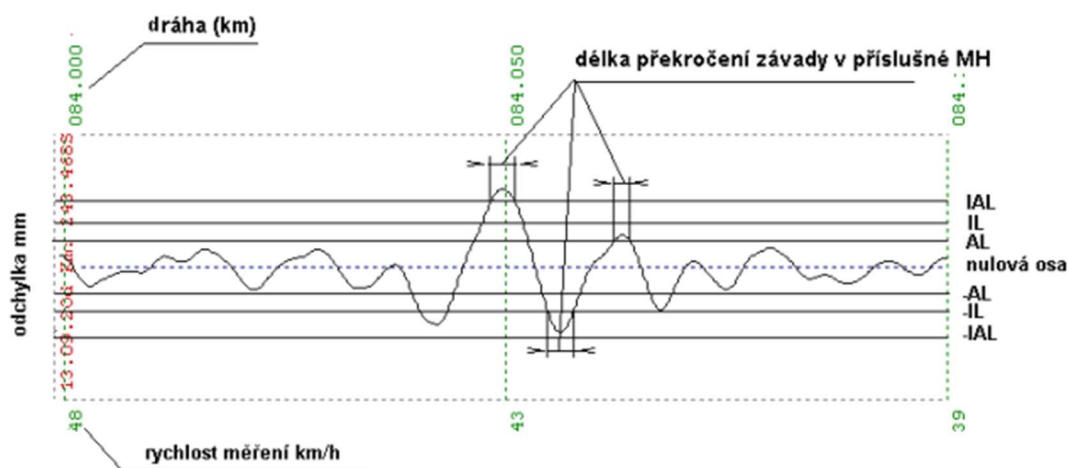
Využívání přepočtů na SDO může přinášet určité nevýhody, může se vytrácet určitá část informace. Další nevýhodou může být, že je zavedeno používání 200 m dlouhých úseků.

2.1.5. Hodnocení lokálních závad

Jelikož jsou parametry měřeny jako reálná geometrie koleje, anebo jsou na tzv. skutečnou geometrii přepočteny, můžou být použity přímo pro lokální hodnocení. Vždy je toto hodnocení vztaheno k příslušnému RP, účelu hodnocení (přejímka prací nebo stav GPK za provozu).

Pro všechna RP je definováno hodnocení pomocí provozních odchylek:

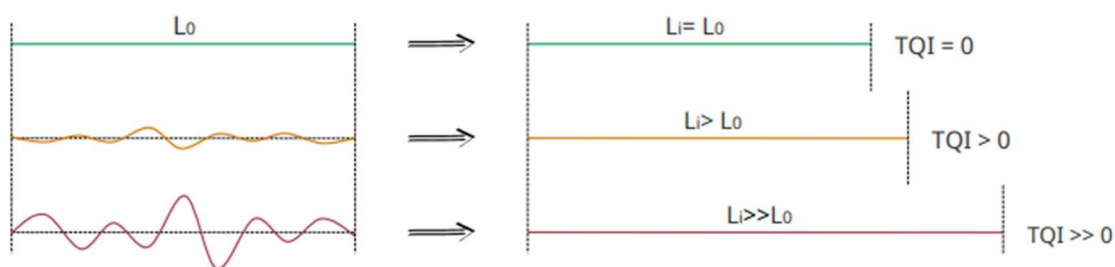
- a) provozních odchylek GPK:
 - mez sledování AL (*Alert Limit*)
 - mez zásahu – opravy IL (*Intervention Limit*)
- b) mezních provozních odchylek GPK
 - mez bezodkladného zásahu – opravy IAL (*Immediate Action Limit*)



Obr. 6: Definice délky překročení mezní hladiny MH [4]

2.1.6. Index kvality trati TUG – TQI

Jedná se o nový index kvality geometrie trati Technické univerzity v Grazu. Cílem pro vytvoření tohoto nového TQI bylo eliminovat nedostatky již existujících indexů pro všechny typy tratí. Principem TUG – TQI je výpočet délky prostorové křivky měřícího signálu L_i . Tato délka je vztažena k základní délce L_0 , která představuje teoretickou situaci dokonalé trati bez jakýchkoliv nepravidelností. Čím více nepravidelností se vyskytuje na úseku a čím vyšší jsou jejich amplitudy, tím delší je délka prostorové křivky L_i . V důsledku toho bude výsledný index také vyšší (Obr. 7).



Obr. 7: Princip TUG – TQI [16]

Výpočet TUG – TQI se vypočte pomocí sedmi následujících kroků:

1. Signál měřidla se rozloží na kladnou a zápornou část podél nulové čáry.
2. Všechny signály jsou normalizovány.
3. Dochází ke kombinaci všech rozdělených signálů.
4. Proveďte se výpočet délky prostorové křivky signálu L_i .

$$L_i = \sum_{j=1}^{m-1} \sqrt{(x_{j+1} - x_j)^2 + (y_{i(j+1)} - y_{ij})^2} \quad (4)$$

Kde i je parametr GPK, j je index bodu měření, m je počet uvažovaných bodů měření (závisí na délce úseku a kroku měření)

5. Poté následuje přepočítání na indexy kvality pro jednotlivé parametry.

$$TQI_i = \left(\frac{L_i}{L_0} - 1 \right) * 10^8 \quad (5)$$

Kde L_i je délka prostorové křivky daného parametru, L_0 je základní délka úseku.

6. Hodnoty pro pravou a levou kolejnici se zprůměrují.

7. Nakonec je zkombinováno pět jednotlivých indexů (rozchod, podélná výška koleje, směr koleje, rozchod koleje, převýšení koleje, zborcení koleje).

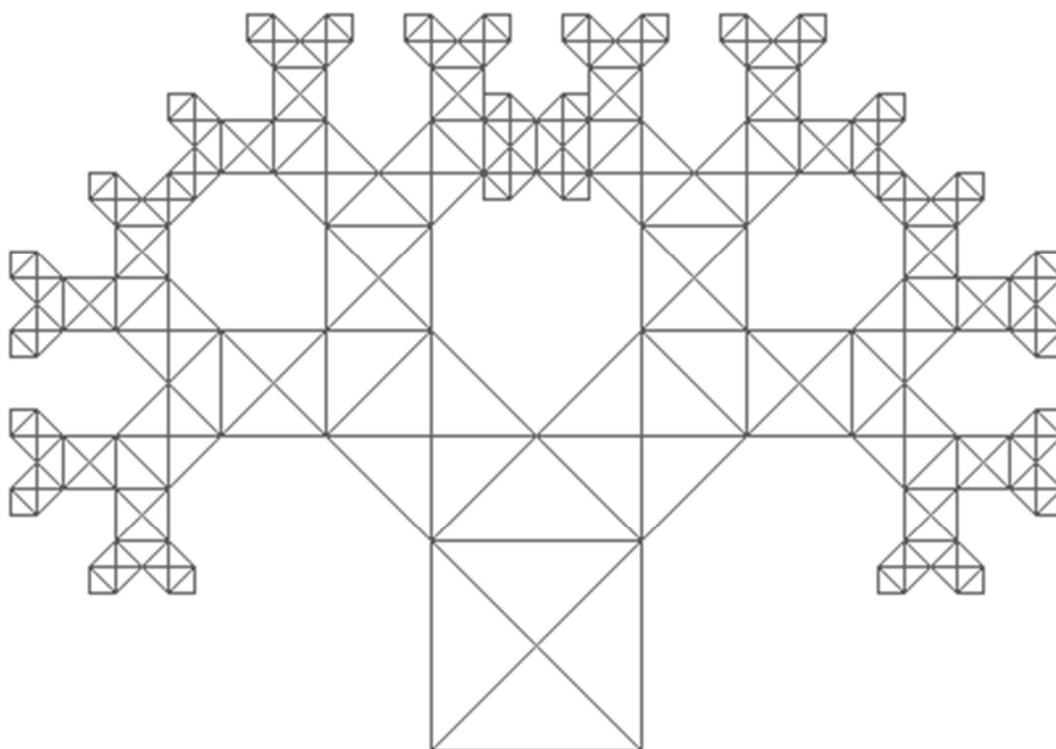
$$TUG - TQI = \frac{\sum_{i=1}^n TQI_i}{n} \quad (6)$$

Kde n je počet zahrnutých parametrů GPK.

2.2. Teorie fraktální geometrie

2.2.1. Historie

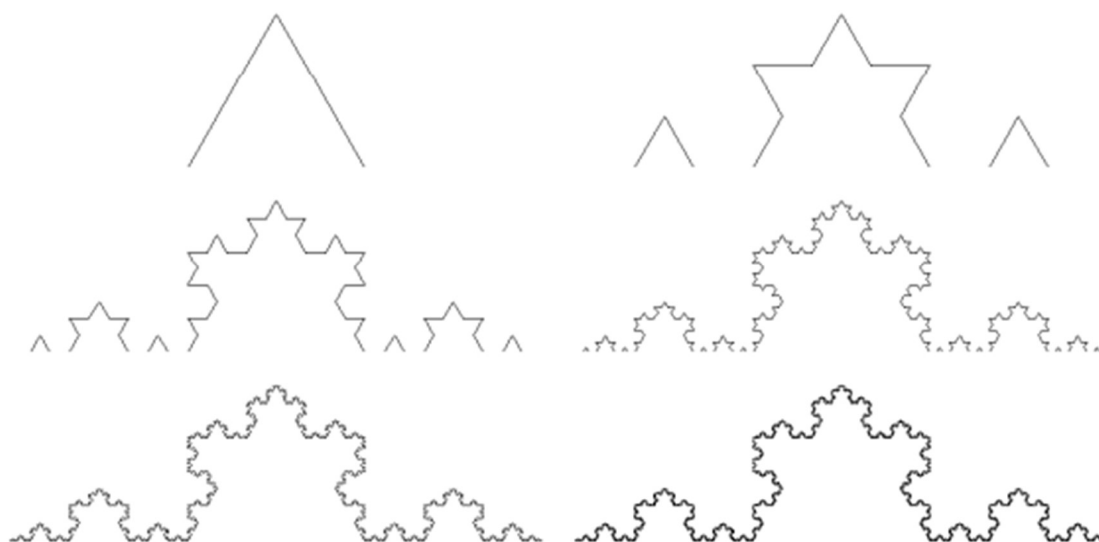
Do doby, než byla fraktální geometrie založena, byla po celá staletí používána euklidovská geometrie. Běžné útvary (např. čtverec, trojúhelník, koule, ...) lze v euklidovské geometrii popsat poměrně snadno, u složitějších obrazců (např. Pythagorův strom viz. Obr.8) pokusy o jednoduchý popis selhávají.



Obr. 8: Pythagorův strom [7]

Nejen ve složitosti popisu se tyto geometrie liší, ale také v dimenzi objektu. Euklidovské geometrie zahrnuje velké množství dimenzí, počínaje nulou. Vždy se jedná o celočíselné dimenze. U fraktální geometrie tomu tak není, setkáváme se zde i s neceločíselnými dimenzemi (např. 1,68).

Dalším rozdílem fraktální geometrie je tzv. soběpodobnost a soběpříbuznost. To znamená, že zvětšený výřez se bude podobat původnímu celku (viz. Obr.9).



Obr. 9: Vznik Kochovy křivky [5]

2.2.2. Definice fraktálů

Fraktál je objekt, jehož geometrická struktura se opakuje v něm samém. Fraktály se dělí na soběpodobné a soběpříbuzné.

Jsou to množiny, jejichž geometrické motivy se opakují do nekonečna (v matematickém slova smyslu, ve fyzikálním světě vždy existují nějaké hranice).

2.2.2.1 Soběpodobné fraktály

Soběpodobné fraktály jsou struktury, se kterými se lze setkat jen při matematických konstrukcích. Základním znakem je, že se opakuje původní originální motiv mateřského útvaru.

2.2.2.2 Soběpříbuzné fraktály

Soběpříbuzné fraktály jsou struktury, které jsou součástí našeho běžného života. Jako například mrak, lesy, hory, vodní hladina atd. Základním znakem je, že výsek je podobnou kopií mateřského útvaru.

Fraktály je možné konstruovat pomocí tzv. **afinních transformací**, které provádí s objektem několik operací (rotaci, zmenšování, posun). Tyto transformace jsou popsány následujícími vztahy:

$$w(x) = w \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 \cos \varphi & -r_2 \sin \vartheta \\ r_1 \sin \varphi & r_2 \cos \vartheta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}, \text{ resp.} \quad (7)$$

$$w(x) = w \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} \quad (8)$$

φ ... úhel určující otočení osy x přeškálován parametrem r_1

ϑ ... úhel určující otočení osy y přeškálován parametrem r_2

e, f ... parametry určující translaci útvaru podle neotočených os

Fraktál lze charakterizovat jako nekonečně členitý útvar.

2.2.3. Geometricky hladký útvar

Běžná tělesa, především uměle vytvořená, se dají popsat určitým počtem parametrů, které z hlediska tvaru tyto objekty přesně popisují. Např. krychle, známe vzorce pro objem, plochu, a i při změně jednotky (měřítka) vždy dostáváme stejné výsledky.

Dimenze udává počet parametrů nutných k určení pozice bodu na křivce. Křivka, úsečka, přímka má dimenzi rovnu 1, jakákoliv hladká plocha (např. trojúhelník) má dimenzi rovnou 2, krychle, koule atpod. mají dimenzi rovnou 3. Všechny uvedené útvary mají společnou vlastnost, jejich dimenze je určena celým číslem.

2.2.4. Nekonečně členitý útvar

Na rozdíl od běžných objektů, kde si vystačíme s dimenzemi 0, 1, 2, 3, byly objeveny geometrické útvary, kde si s těmito dimenzemi nevystačíme (např. břeh řeky, povrch země, ...).

2.2.5. Fraktální dimenze

Měřením délky geometricky hladké křivky, která má topologickou dimenzi rovna jedné, dostaneme při měření pomocí různých měřítek, vždy stejné celé číslo. Pobřeží je také křivkou s topologickou dimenzí rovnou jedné, ale při zmenšování příkládaného měřítka, se jeho délka stává nekonečně velkou. Pobřeží v rovině tedy zabírá více místa než hladká křivka. Jeho „skutečná“ dimenze je tedy větší, než číslo jedna (topologická dimenze křivky) a současně je menší, než číslo dva (topologická dimenze roviny). Tuto dimenzi obecně nazýváme **fraktální dimenze**, někdy také nazývaná Hausdorffova-Besicovicova dimenze. Čím víc se tato dimenze liší od té topologické, tím je útvar více členitý.

2.2.6. Výpočet fraktální dimenze

2.2.6.1 Příklady

Úsečka jednotné délky. Rozdělíme úsečku na N počet dílů. Toto rozdělení odpovídá jako bychom se na úsečku dívali s N -násobným zvětšením. Měřítka nové úsečky:

$$\varepsilon = 1 / N \quad (9)$$

Pro fraktální dimenzi platí:

$$N\varepsilon^D = 1 \quad (10)$$

Po úpravě a dosazení do této rovnice se dimenze D vypočte takto:

$$D = \log N / \log(1/\varepsilon) = \log N / \log N = 1 \quad (11)$$

Dalším triviálním případem je čtverec. Po dvounásobném zvětšení vypadá tak, jako by měl čtyřnásobnou plochu. Měřítka se musí změnit:

$$\varepsilon = 1 / N^{1/2} \quad (12)$$

Z toho plyne, že:

$$D = \log N / \log(1/\varepsilon) = \log N / \log N^{1/2} = 1/(1/2) = 2 \quad (13)$$

N zde představuje počet soběpodobných úseků a $1/\varepsilon$ faktor změny měřítka.

Uvedené příklady nejsou uvedeny na fraktálech, ale na jejich základě lze zobecnit postup výpočtu fraktální dimenze:

$$\varepsilon = 1 / N^{1/D} \quad (14)$$

D vyjádříme:

$$D = \log N / \log \quad (15)$$

Tento vzorec je možné použít pouze u soběpodobných fraktálů, u soběpříbuzných fraktálů musíme použít vzorec:

$$d_k = \frac{\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \ln N(\varepsilon)}{\ln(1k)} = \frac{\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \log N(\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)} \quad (16)$$

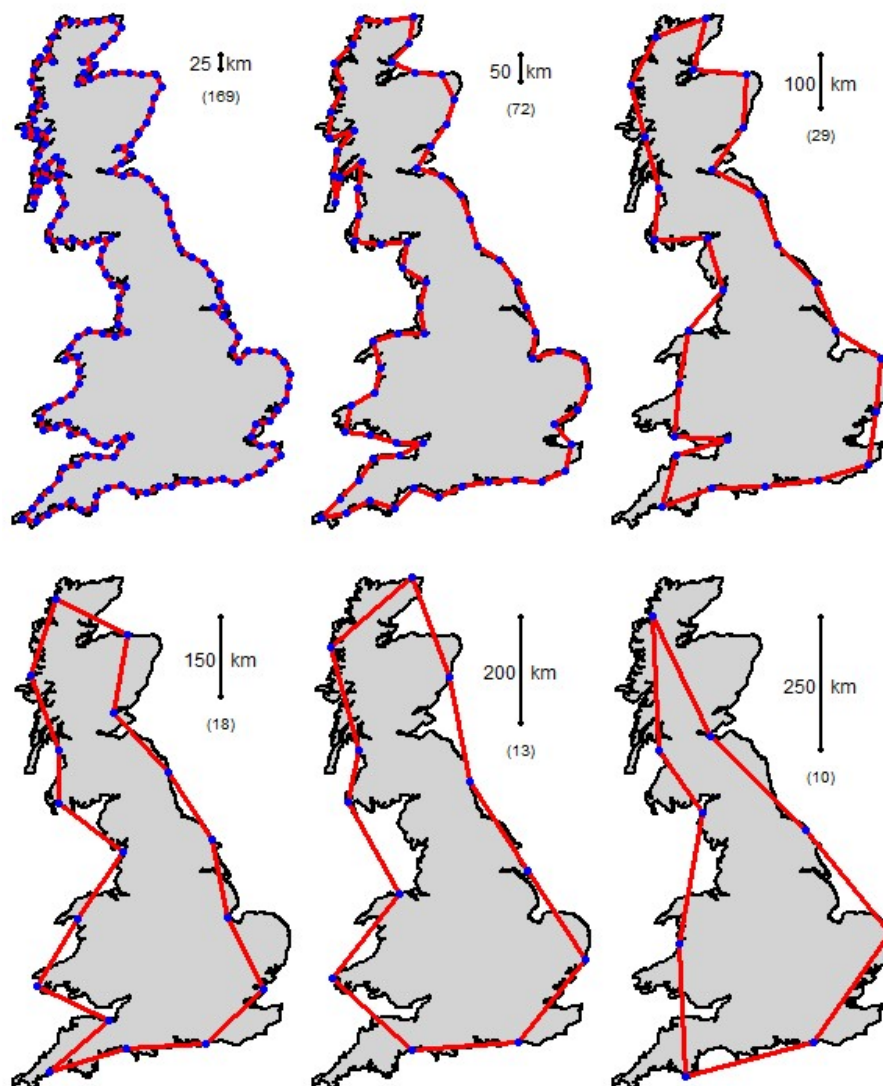
2.2.7. Metody odhadu fraktálních dimenzí

Odhad fraktální dimenze je možné provádět pro množiny bodů, časové řady, topologicky 2D a 3D objekty. Je známo několik metod, např. Obvodová metoda, Box counting metoda, Hurstův koeficient, R/S metoda, Celková variační metoda, atpod.

2.2.7.1 Obvodová metoda

Tato metoda se používá k odhadu fraktální dimenze křivek. Nejčastěji se jako příklad využívá výpočet fraktální dimenze pobřeží. Vezme se měřítko určité délky (r_{OBV}) a zjišťuje se počet kroků (N_{OBV}) potřebných k pokrytí celého pobřeží. Délka pobřeží se poté vypočítá:

$$L_{OBV} = r_{OBV} * N_{OBV} \quad (17)$$



Obr. 10: Princip obvodové metody [11]

Při pohledu na obrázek je zřejmé, že čím kratší je délka příkládané úsečky, tím přesněji lze délku pobřeží změřit. Rovněž je zřejmé, že čím kratší je měřítko, tím větší délka pobřeží vychází. Závislost mezi $\log r_{OBV}$ a $\log L_{OBV}$ je ideálně přímková, platí tedy vztah:

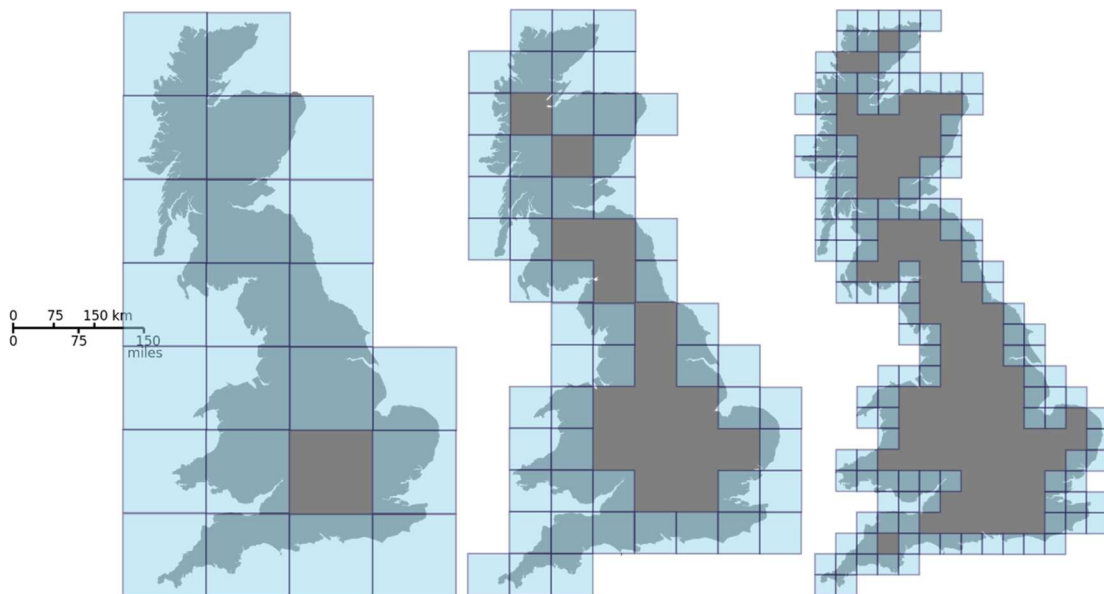
$$L_{OBV} = konst. \cdot r_{OBV}^{-D_{OBV}} * r_{OBV} = konst. \cdot r_{OBV}^{1-D_{OBV}} \quad (18)$$

D_{OBV} je hledaná obvodová dimenze. Její hodnotu lze určit ze sklonu regresní přímky

$$1 - D_{OBV} = \frac{\Delta \log L_{OBV}}{\Delta \log r_{OBV}} = s \rightarrow D_{OBV} = 1 - s \quad (19)$$

2.2.7.2 Metoda Box counting

Někdy také zvaná jako mřížková metoda. Základní princip této metody spočívá v tom, že vybraná obdélníková (případně čtvercová) oblast je rozdělena na 4^n shodných částí v n krocích. Současně s tím je strana obdélníku rozdělena na 2^n shodných částí. Na základě tohoto dělení je pak možné odhadnout fraktální dimenzi. V každém kroku je počítán počet boxů $N(r)$ potřebných pro pokrytí tělesa (např. počet boxů, ve kterých se nachází pobřeží viz. Obr. 1111).



Obr. 11: Princip metody Box counting [9]

Počet těchto boxů je dán vztahem:

$$N_{(r)} = konst. \cdot \left(\frac{1}{r}\right)^{D_B} = konst. * r^{-D_B} \quad (20)$$

Pro odhad fraktální dimenze je použit algoritmus, jenž stanovuje plochu potřebnou pro pokrytí objektu. Za použití vztahu (20) je celková plocha pokrytí $A(r)$ boxy o straně r dána vztahem:

$$A(r) = N(r) * r^2 = konst.* r^{-D_B} * r^2 = konst.* r^{2-D_B} \quad (21)$$

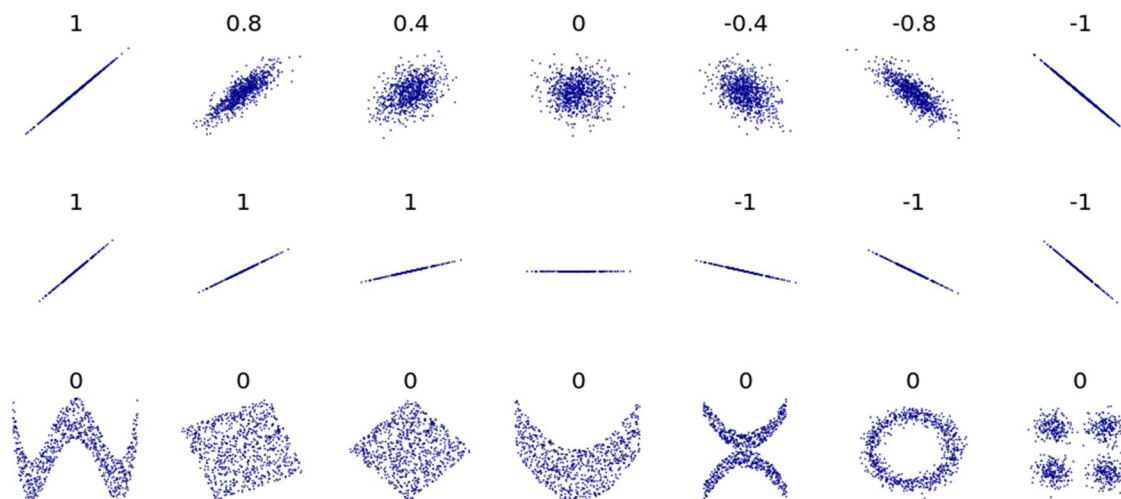
D_B je pak získána ze sklonu regresní přímky v Richardson-Mandelbrotově grafu, který znázorňuje logaritmickou závislost mezi plochou $\log_2 A$ a velikostí strany $\log_2 r$:

$$2 - D_B = \frac{\Delta \log A(r)}{\Delta \log r} \Rightarrow D_B = 2 - \frac{\Delta \log A(r)}{\Delta \log r} = 2 - s \quad (22)$$

2.3. Korelační analýza

Korelační analýza znázorňuje závislost mezi dvěma a více proměnnými. Úkolem této analýzy je zjistit tendenci jedné proměnné se vyskytovat společně s určitými hodnotami druhé proměnné.

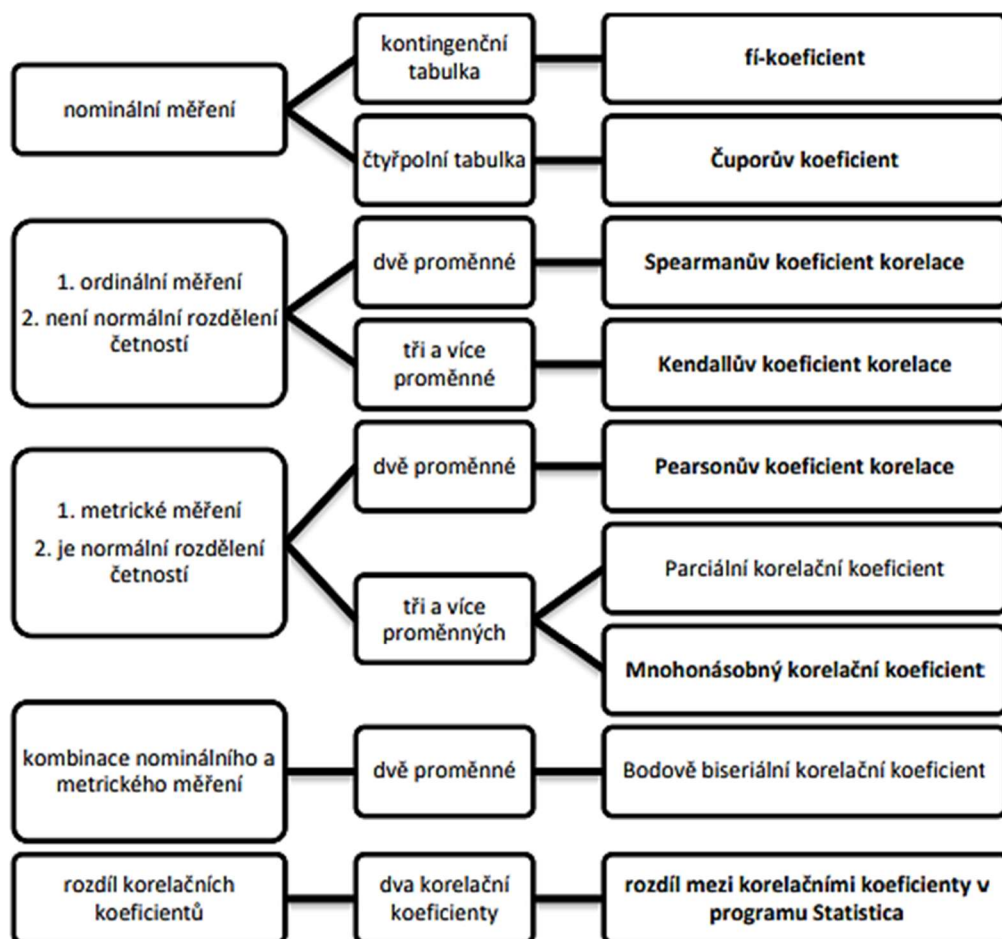
Koeficienty korelace většinou nabývají hodnot $<-1; 1>$. Čím se hodnota blíží 1 (resp. -1), tím je závislost proměnných vyšší, čím se hodnoty koeficientů blíží 0, tím je závislost proměnných menší. Pokud je koeficient roven 0, neexistuje mezi proměnnými žádná závislost.



Obr. 12: Několik sad (X, Y) bodů, s korelačním koeficientem pro každou sadu [15]

Tab. 1: Síla asociace proměnných dle různých autorů

Síla korelace	Hendl (2012)	Chráská (2016)
Nulová až velmi nízká	0,0	0,0
Malá, nízká	0,1-0,3	0,2-0,4
střední	0,3-0,7	0,4-0,7
Velká, vysoká	0,7-1,0	0,7-1,0



Obr. 13: Postup výběru vhodného korelačního koeficientu [14]

2.3.1. Pearsonův korelační koeficient

Pearsonův korelační koeficient (r) je jeden z nejpoužívanějších korelačních koeficientů. Je ovšem nutné respektovat pravidla pro jeho použití. Data musí být metrická (mohou nabývat libovolných hodnot). V případě nominálních či ordinálních dat (výběr jen z určité množiny proměnných) se užívají jiné výpočty korelace. Nevýhodou tohoto koeficientu je silné ovlivnění odlehlými hodnotami. V neposlední řadě je nutné, aby každé hodnotě odpovídala právě jedna hodnota druhé proměnné tzn., že máme k dispozici vždy dvojice hodnot.

Výpočet Pearsonova korelačního koeficientu:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{(X_i - \bar{X})^2} \sqrt{(Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (23)$$

Vysoká hodnota korelačního koeficientu ale nemusí znamenat vysokou míru korelace. Proto je nutné nejdříve provést testování statistické významnosti. Jedná se o zjišťování, zda

korelační koeficient je natolik vysoký, abychom mohli hovořit o statisticky významném vztahu.

Vypočítanou hodnotu korelačního koeficientu porovnáme s tabulkovou hodnotou, kterou získáme dle vztahu:

$$f = n - 2 \quad (24)$$

Kde n je počet porovnávaných dvojic a f je počet stupňů volnosti (první sloupec Tab. 2).

Tab. 2: Kritické hodnoty Pearsonova korelačního koeficientu r [14]

ν / α	0,95	0,99
1	0,997	0,999
2	0,950	0,990
3	0,878	0,959
4	0,811	0,917
5	0,755	0,875
6	0,707	0,834
7	0,666	0,798
8	0,632	0,767
9	0,602	0,734
10	0,576	0,708
11	0,553	0,684
12	0,532	0,661
13	0,514	0,641
14	0,497	0,623
15	0,482	0,601
16	0,468	0,590
17	0,456	0,575
18	0,444	0,561
19	0,433	0,549

Hraniční hodnoty r jsou uvedeny pro dvě hladiny spolehlivosti (95 % (0,95) a 99 % (0,99)). 99% interval spolehlivosti tedy značí, že ve 100 náhodných výběrech se daná charakteristika objeví právě 99krát. Pro zpracování na PC používáme nejčastěji oboustranný interval spolehlivosti 95 % (0,95), jemuž odpovídá hladina významnosti $\alpha = 0,05$. Říkáme tím, přijmeme max. 5 % šanci, že přijdeme s mylným tvrzením.

3. Cíl práce

Cílem této diplomové práce je seznámit se s problematikou fraktální geometrie.

V teoretické části je stručně popsán současný stav hodnocení a měření geometrických parametrů koleje. Další kapitoly mají přiblížit nezbytné informace týkající se fraktálů. Tyto znalosti budou dále aplikovány na zpracování části praktické.

V praktické části bude vysvětlen princip zjednodušené obvodové metody pro výpočet fraktální dimenze. Tato metoda bude porovnána s klasickou obvodovou metodou a bude ověřeno, zda je dostatečně přesná pro účely jejího využití na fraktální analýzu geometrických parametrů koleje.

Metoda bude aplikována na reálná data z měřicího vozu pro železniční svršek a bude porovnána s analýzou pomocí směrodatných odchylek na stejném zkušebním úseku, na kterém byla provedena analýza v rámci předešlé bakalářské práce.

Cílem diplomové práce ovšem není dojít k jednoznačnému výsledku, zda tato metoda se opravdu dá použít na hodnocení geometrických parametrů koleje, nebo dokonce říci, zda je lepší než doposud používané metody. Cílem je „pouze“ zjistit, co z výsledků této analýzy dostáváme za informace, popřípadě jak by se daly tyto informace využít dále.

4. Využití fraktální dimenze v posuzování GPK

Při reálných hodnotách GPK naměřených na železniční trati často získáváme mnohem složitější útvary než jednoduché fraktály, ale tzv. multifraktály. Multifraktál je objekt složený z více útvarů různých fraktálních dimenzí (např. změna výškové polohy temene kolejnice vlivem krátkovlnné a dlouhovlnné vlnkovitosti).

Předtím, než bude posuzováno použití fraktální dimenze na GPK, je nutné ověřit jejich získávání a omezení výpočtu v systému MATLAB na námi známých funkcích se spojitým průběhem (funkce sinus).

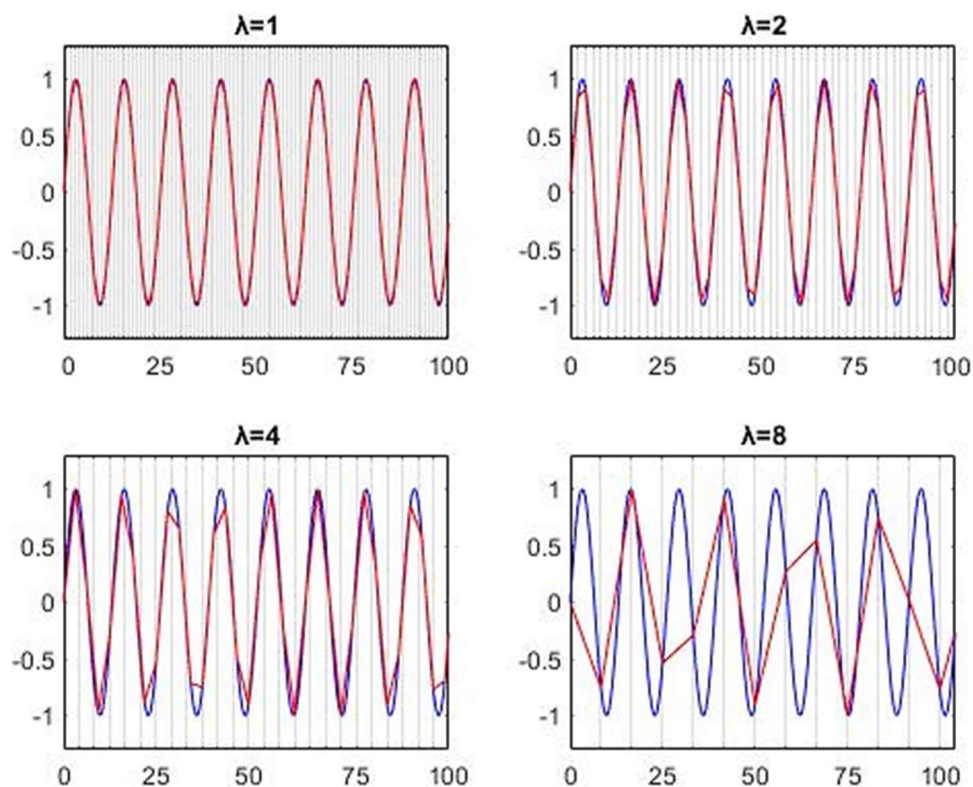
Jako první bylo nutné ověřit, zda je použití zjednodušené obvodové metody, která byla využita ve více odborných zdrojích, dostatečně přesné oproti nezjednodušené formě této metody. Rozdíl oproti klasické, výše popisované, obvodové metodě spočívá v tom, že se délkové měřítko nenanáší přímo na křivku, ale právě těmito délkovými kroky se rozdělí osa x .

Výhodou využití zjednodušené metody je, že z měření MVŽSv jsou známy jen hodnoty ve staničení po 0,25 m a není znám průběh mezi těmito hodnotami, tak jako u spojitě funkce sinus.

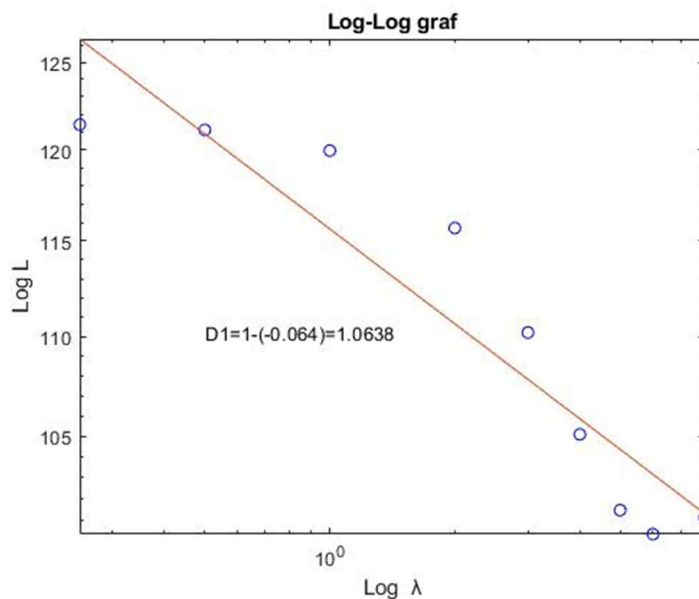
4.1. Princip zjednodušené obvodové metody

Následně budou uvedeny výstupy ze systému MATLAB (skript viz. příloha P1) pro sinusoidu pro 100 m dlouhý úsek. Kroky měřítka byly zvoleny $\lambda=0,25; 0,5; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$ a 8 m. Nejmenší měřítko 0,25 m bylo zvoleno s ohledem na nejmenší krok měření GPK měřícím vozem pro železniční svršek.

Na následujících grafech lze vidět princip uplatnění této metody. Červeně je znázorněna délka křivky pro jednotlivá měřítka (Obr.14). Tyto délky je nutno vynést na svislou osu grafu (Obr. 15), kde na vodorovné ose jsou vynesena jednotlivá měřítka. Obě osy jsou vyneseny v logaritmickém měřítku. Proložení regresní křivkou, více regresními křivkami nebo metodou nejmenších čtverců, lze získat odhadovanou obvodovou fraktální dimenzi (vzorec (19)).



Obr. 14: Znázornění principu zjednodušené obvodové metody

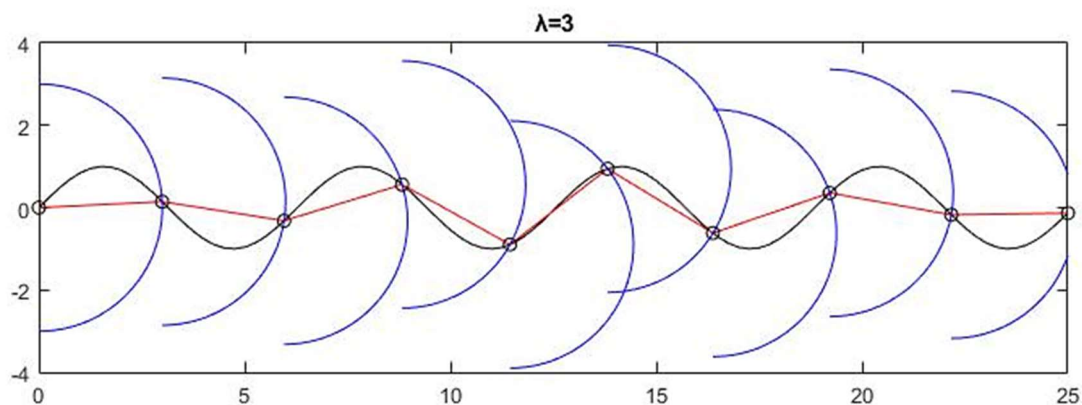


Obr. 15: Log-Log graf pro zjednodušenou obvodovou metodu

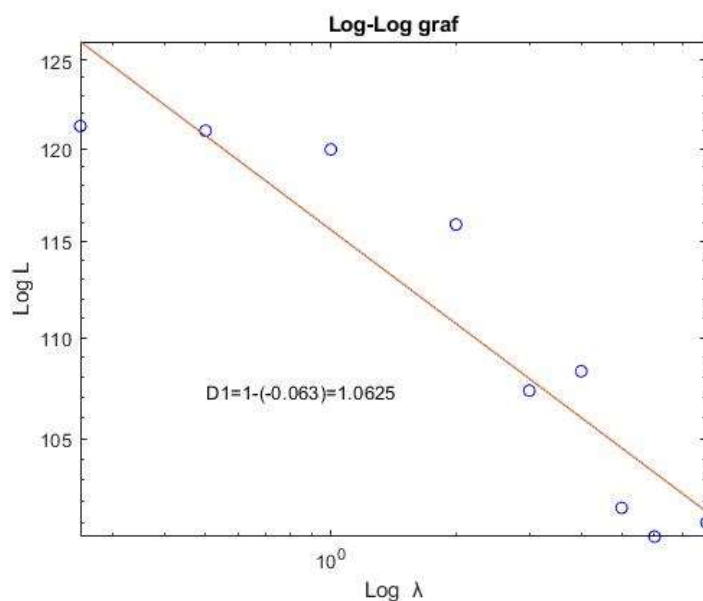
Z grafu na Obr.15, lze vidět že využití jediné regresní křivky na všechna měřítka není vhodné. Lze usoudit, že se v takovém případě bude jednat o multifraktál. Tato problematika bude rozebrána později (v kapitole 4.5. Aplikace na data z MVŽSv). V této kapitole bude posouzeno, zda tato metoda je dostatečně přesná. Tedy jak se navzájem od sebe budou lišit jednotlivé dimenze.

4.2. Princip nezjednodušené metody

Ke zjištění hodnot souřadnic x a y průsečíků příkládaného měřítka a průběhu funkce bylo využito průsečíku dvou funkcí, známé funkce sinus a půlkružnice (modré křivky na Obr. 16) o poloměrech daného měřítka $\lambda=0,25; 0,5; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$ a 8 m (skript viz. příloha P2).



Obr. 16: Ukázka postupu nezjednodušené metody

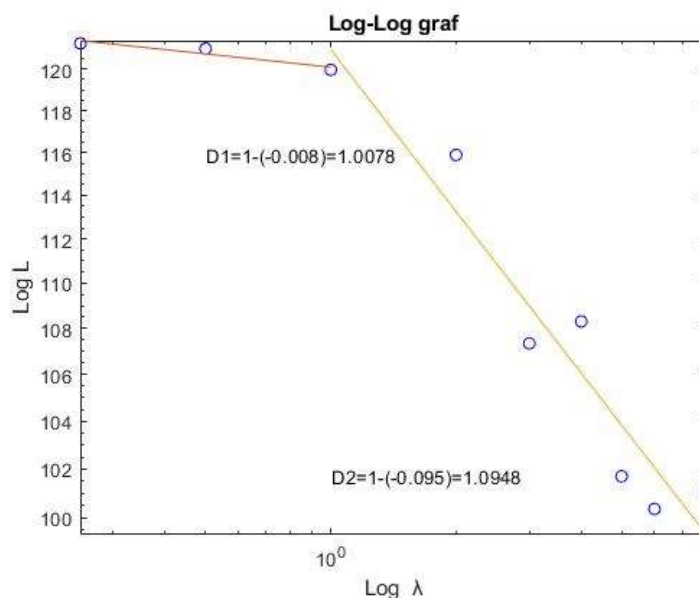


Obr. 17: Log-Log graf pro nezjednodušenou obvodovou metodu

4.3. Porovnání metod

Na výše uvedené křivce sinus je rozdíl fraktálních dimenzí $1,0638-1,0625=0,0013$. Než bylo možné posoudit, zda je tato přesnost dostačující, bylo nutné zjistit, jak se hodnoty fraktální dimenze pohybují vzhledem ke křivosti křivky. Bylo využito skriptu pro nezjednodušenou obvodovou metodu a měnil se pouze průběh funkce na úseku. V Tab. 3 jsou uvedeny funkce

a jejich příslušné fraktální dimenze. Pro zpřesnění byla také provedena regrese dvěma regresními křivkami, neboť, jak bylo výše uvedeno, jedná se o multifraktál a můžeme vidět přítomnost dvou složek procesů.



Obr. 18: Vyznačení multifraktálů pro funkci $y=\sin(x)$

Tab. 3: Fraktální dimenze pro jednotlivé modifikace funkce sinus

Funkce	D	D1	D2	D3
$y=\sin(x)$	1,0625	1,0078	1,0948	-
$y=0,5\sin(x)$	1,0191	1,0028	1,0280	-
$y=0,25\sin(x)$	1,0050	1,0008	1,0075	-
$y=2\sin(x)$	1,1265	0,9873	1,2069	-
$y=\sin(0,95x)$	1,0558	1,0064	1,0888	-
$y=\sin(0,5x)$	1,0117	1,0019	1,0307	-
$y=\sin(0,25x)$	1,0010	1,0001	1,0028	-
$y=\sin(2x)$	1,165	-	1,1746	1,0012

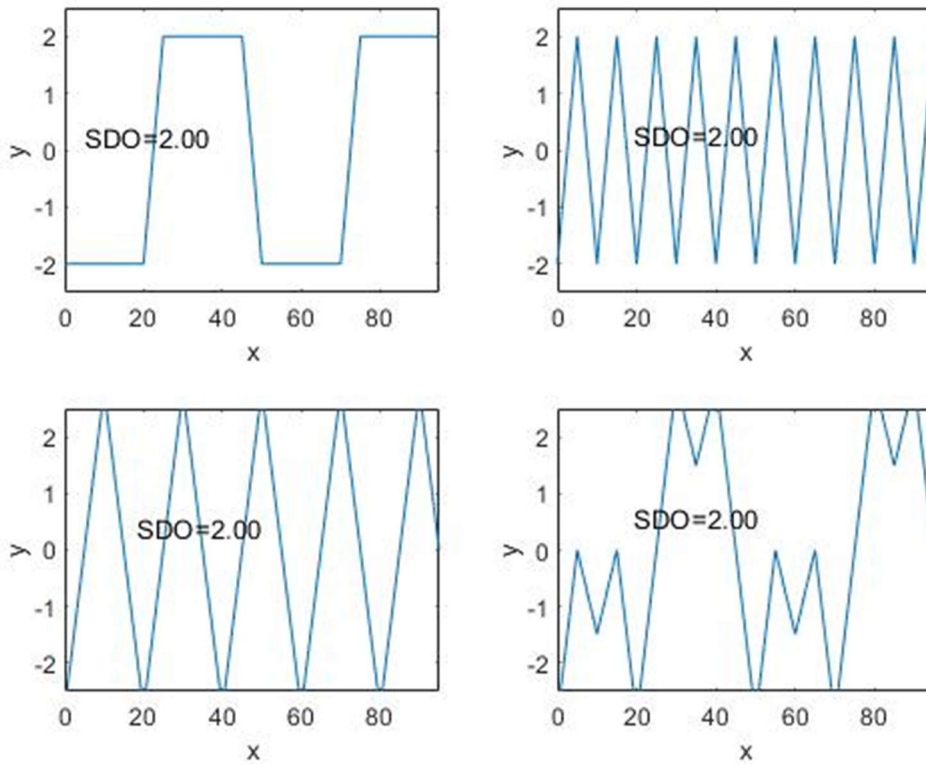
Z Tab. 3 lze vidět, že se fraktální dimenze značně mění (už při nepatrné změně funkce $\sin(x)$ na $\sin(0,95x)$). Rozdíl fraktální dimenze mezi funkcemi je průměrně v řádech setin, tak rozdíl dimenze u jednotlivých metod se liší jen o jednu tisícinu. Na základě těchto informací lze tuto metodu považovat pro naše účely za dostatečně přesnou.

4.4. Porovnání SDO s fraktální dimenzí

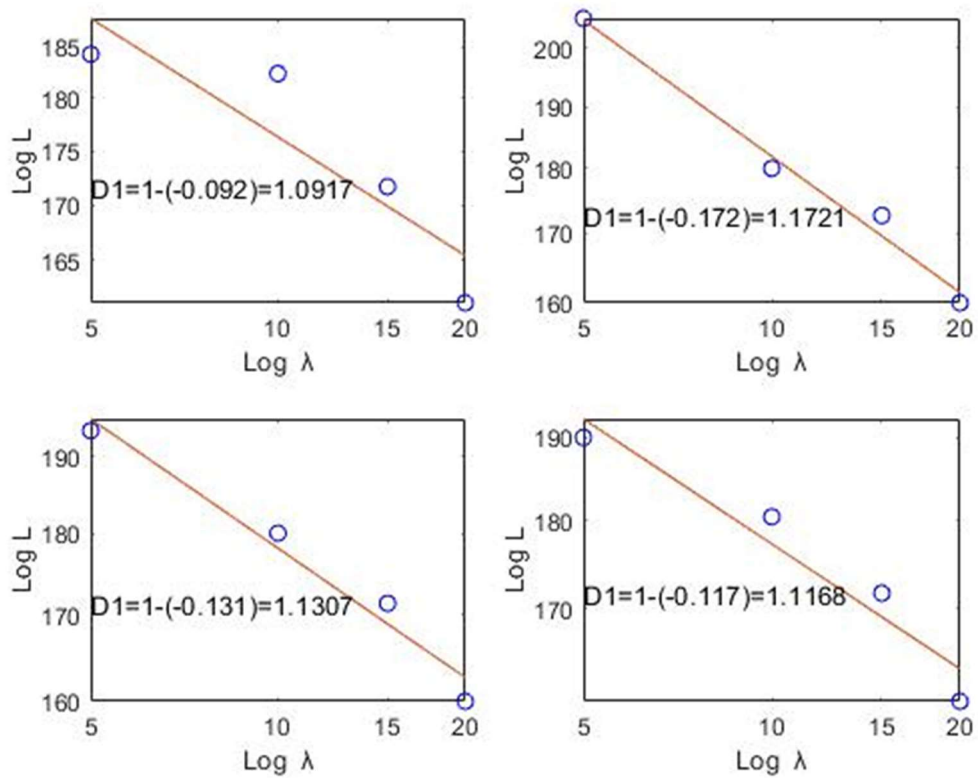
Jednou ze základních nevýhod využívání SDO k posuzování GPK je, že i viditelně rozdílné průběhy křivek mohou mít ve výsledku stejnou hodnotu SDO. Tento jev se dá velice snadno dokázat. Byly zvoleny různé hodnoty y pro stejné hodnoty x, tak aby jejich SDO se shodovaly. Pomocí systému MATLAB byly spočteny SDO a příslušné fraktální dimenze. Pro výpočet fraktální dimenze byla využita zjednodušená obvodová metoda, která už byla popsána a znázorněna výše.

Tab. 4: Hodnoty x a y pro výpočet SDO a fraktální dimenze

x	y	x	y	x	y	x	y
0	-2,0000	0	-2,0000	0	-2,8285	0	-2,9814
5	-2,0000	5	2,0000	5	0,0000	5	0,0000
10	-2,0000	10	-2,0000	10	2,8285	10	-1,4907
15	-2,0000	15	2,0000	15	0,0000	15	0,0000
20	-2,0000	20	-2,0000	20	-2,8285	20	-2,9814
25	2,0000	25	2,0000	25	0,0000	25	0,0000
30	2,0000	30	-2,0000	30	2,8285	30	2,9814
35	2,0000	35	2,0000	35	0,0000	35	1,4907
40	2,0000	40	-2,0000	40	-2,8285	40	2,9814
45	2,0000	45	2,0000	45	0,0000	45	0,0000
50	-2,0000	50	-2,0000	50	2,8285	50	-2,9814
55	-2,0000	55	2,0000	55	0,0000	55	0,0000
60	-2,0000	60	-2,0000	60	-2,8285	60	-1,4907
65	-2,0000	65	2,0000	65	0,0000	65	0,0000
70	-2,0000	70	-2,0000	70	2,8285	70	-2,9814
75	2,0000	75	2,0000	75	0,0000	75	0,0000
80	2,0000	80	-2,0000	80	-2,8285	80	2,9814
85	2,0000	85	2,0000	85	0,0000	85	1,4907
90	2,0000	90	-2,0000	90	2,8285	90	2,9814
95	2,0000	95	2,0000	95	0,0000	95	0,0000
Průměr	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SDO	2,0000	2,0000	2,0000	2,0001	2,0000	2,0000	2,0000
D1	1,0917	1,1721	1,1307	1,1307	1,1168	1,1168	1,1168



Obr. 19: Grafy průběhů funkcí s hodnotami SDO



Obr. 20: Log-Log graf pro získání fraktálních dimenzí

I přes to, že průběhy křivek jsou viditelně odlišné, jejich SDO je stále rovna dvěma, naopak fraktální dimenze je pro každou křivku jiná, tudíž by se dalo říci, že bude lépe popisovat změny v průběhu GPK.

4.5. Aplikace na data z MVŽSv

Po ověření přesnosti metody lze přistoupit k aplikaci na data z měřicího vozu pro železniční svršek. Byla využita data, která byla už zpracována v bakalářské práci pro úsekové hodnocení pomocí SDO. Jedná se o data z traťového úseku Brno Maloměřice – Adamov. Tento traťový úsek je součástí celostátní dráhy Brno – Česká Třebová. Data o měření GPK na tomto 9 km dlouhém úseku Brno Maloměřice – Adamov (staničení km 161,8 – km 170,8) byla poskytnuta ve formátu xls. Tato data byla již upravena v rámci bakalářské práce.

Tab. 5: Přehled měření

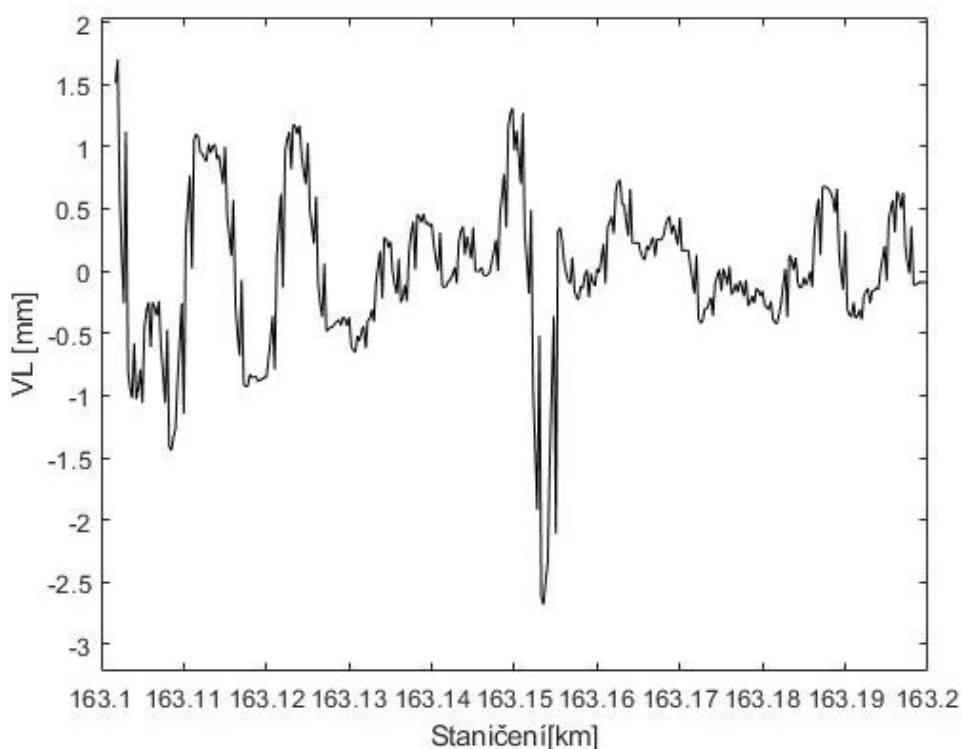
Číslo	Datum	Dny mezi měřeními
1	01.04.2014	0
2	23.07.2014	113
3	25.11.2014	125
4	03.04.2015	129
5	27.07.2015	115
6	24.11.2015	120
7	15.03.2016	112
8	26.07.2016	133
9	28.11.2016	125
10	21.03.2017	113
11	27.07.2017	128
12	28.11.2017	124
13	27.03.2018	119
14	24.07.2018	119
15	04.12.2018	133
16	19.03.2019	105
17	23.07.2019	126
18	27.11.2019	127
19	24.03.2020	118
20	05.08.2020	134

Z Tab. 5 lze vidět, že měření probíhalo pravidelně třikrát ročně.

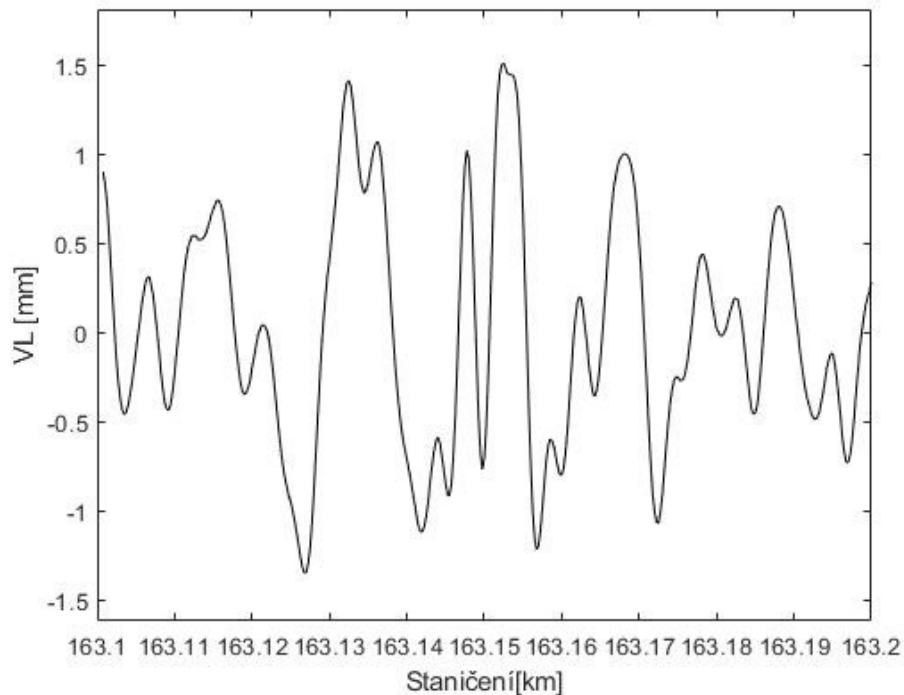
Tab. 6: Příklad neupravených dat

DM_ID	DM_INDEX	QMP_ID	DM_DM_DATE	SUPER_Z_ID	KM_EXT	KM_INT	KM_EXT_MP	RP	M_MH	RYCHLOST	RK	SL	SP	SK_D2	KR_KS	PK	ZKS	VK_D2	VL	VP	RK_1	RK_2	RK_3	RK_0	
27451	100203	400808	1	24.03.2020	1807100	170,869	9,184	170,868	2	-1	6984	4,06	-1,12	-2,03	1,33	0,18	1,02	5,27	-1,99	-3,15	-1,41	4,29	4,14	3,98	3,83
27451	100204	400812	1	24.03.2020	1807100	170,868	9,183	170,867	2	-1	6984	3,47	-1,52	-1,53	2,29	0,11	1,32	5	-1,89	-4,41	-3,37	3,69	3,54	3,4	3,24
27451	100205	400816	1	24.03.2020	1807100	170,867	9,182	170,868	2	-1	6984	2,77	-1,67	-0,89	3,25	0,05	1,49	5,29	-1,78	-2,37	-1,17	3,03	2,85	2,69	2,51
27451	100206	400820	1	24.03.2020	1807100	170,866	9,181	170,867	2	-1	6984	2,02	-1,65	-0,67	4,17	-0,01	1,65	7,34	-1,65	-0,28	1,04	2,31	2,11	1,91	1,74
27451	100207	400824	1	24.03.2020	1807100	170,865	9,18	170,866	2	-1	6984	1,73	-1,24	-0,43	5,04	-0,09	1,9	10,18	-1,49	0,54	1,33	1,66	1,68	1,75	1,83
27451	100208	400828	1	24.03.2020	1807100	170,864	9,179	170,865	2	-1	6984	1,92	-0,58	0,36	5,85	-0,19	2,09	12,05	-1,32	0,92	1,1	1,91	1,96	1,94	1,86
27451	100209	400832	1	24.03.2020	1807100	170,863	9,178	170,864	2	-1	6984	1,55	-0,07	1,05	6,59	-0,29	2,03	13,3	-1,14	0,87	0,91	1,74	1,61	1,47	1,36
27451	100210	400836	1	24.03.2020	1807100	170,862	9,177	170,863	2	-1	6984	1,22	0,34	1,24	7,25	-0,4	1,82	14,51	-0,95	0,54	0,64	1,27	1,22	1,2	1,19
27451	100211	400840	1	24.03.2020	1807100	170,861	9,176	170,862	2	-1	6984	1,07	0,76	1,82	7,8	-0,52	1,58	16,03	-0,73	0,54	0,44	1,16	1,12	1,05	0,95
27451	100212	400844	1	24.03.2020	1807100	170,86	9,175	170,861	2	-1	6948	0,7	0,97	2,5	8,24	-0,65	1,36	18,08	-0,52	0,69	0,19	0,83	0,72	0,64	0,59
27451	100213	400848	1	24.03.2020	1807100	170,859	9,17399	170,86	2	-1	6948	0,61	0,94	2,13	8,57	-0,79	1,21	21,22	-0,3	0,53	-0,34	0,56	0,57	0,61	0,68
27451	100214	400852	1	24.03.2020	1807100	170,858	9,17299	170,859	2	-1	6948	0,9	0,92	1,49	8,77	-0,94	0,94	25,65	-0,07	0,25	-0,96	0,76	0,87	0,96	1,01
27451	100215	400856	1	24.03.2020	1807100	170,857	9,17199	170,858	2	-1	6948	0,97	0,9	1,36	8,85	-1,1	0,25	29,43	0,14	0,27	-1,11	1,02	1,01	0,95	0,88
27451	100216	400860	1	24.03.2020	1807100	170,856	9,17099	170,857	2	-1	6948	0,7	0,74	1,08	8,79	-1,26	-0,76	32,38	0,37	0,45	-0,67	0,79	0,72	0,66	0,61
27451	100217	400864	1	24.03.2020	1807100	170,855	9,16999	170,856	2	-1	6948	0,58	0,47	0,5	8,6	-1,44	-1,95	36	0,6	0,37	-0,32	0,57	0,56	0,57	0,62
27451	100218	400868	1	24.03.2020	1807100	170,854	9,16899	170,855	2	-1	6948	0,85	0,19	-0,06	8,28	-1,63	-3,26	39	0,81	0,08	-0,33	0,69	0,79	0,9	1
27451	100219	400872	1	24.03.2020	1807100	170,853	9,16799	170,854	2	-1	6948	1,24	0,12	-0,5	7,84	-1,83	-4,61	41,12	1,03	-0,06	-0,33	1,1	1,2	1,28	1,36
27451	100220	400876	1	24.03.2020	1807100	170,852	9,16699	170,853	2	-1	6948	1,5	0,15	-0,79	7,28	-2,04	-6,02	43,96	1,22	-0,23	-0,11	1,43	1,48	1,52	1,56
27451	100221	400880	1	24.03.2020	1807100	170,851	9,16599	170,852	2	-1	6948	1,57	-0,13	-1,17	6,62	-2,26	-7,48	46,22	1,4	-0,46	0,15	1,57	1,57	1,58	1,57

Pro lepší a rychlejší práci byla data (odchyly GPK, staničení, datum) převedena na matice za pomoci systému MATLAB (skript viz. příloha P3). V této práci bude využito dat pro kolej č.1.



Obr. 21: Průběh VL na jaře 2014



Obr. 22: Průběh VL na podzim 2020

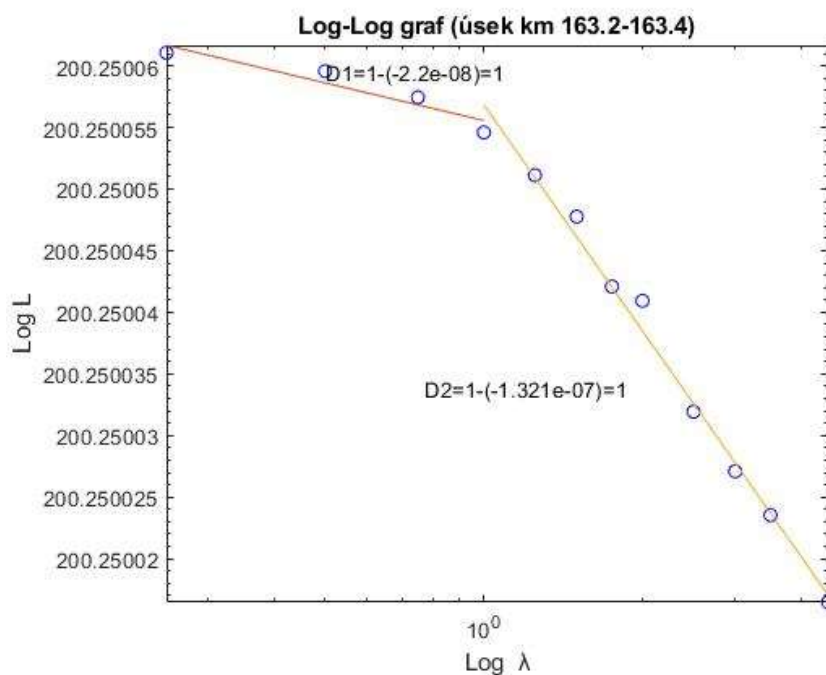
Po převedení dat do matic byl pro kontrolu vykreslen průběh GPK na zvoleném úseku 163.1–163.2. Z Obr. 21 a 22 lze vidět, že průběh křivek je odlišný.

Po konzultaci se SŽ bylo zjištěno, že před měřením na podzim 2020 došlo ke změně zápisu hodnot parametrů pro hodnoty v 1 m. Do léta 2020 bylo pořadí indexů parametr_1, parametr_2, parametr_3, parametr_0. Pro lepší přehlednost došlo po létě 2020 ke změně na pořadí indexů parametr_0, parametr_1, parametr_2, parametr_3. Tudíž bylo nutné opravit skript pro převod na matice. Po opravě již všechny průběhy odchylek GPK vypadají jako na Obr. 22.

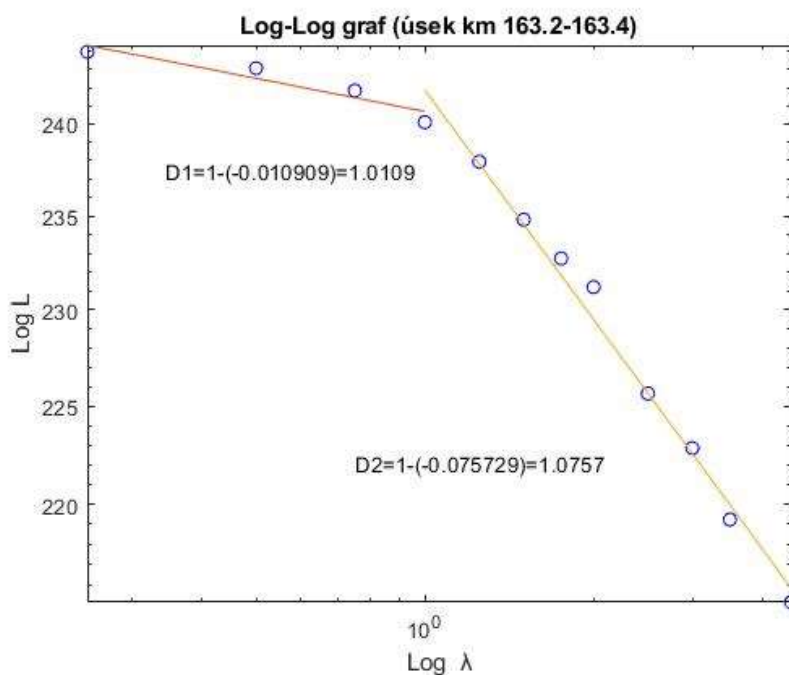
Po prověření tohoto problému mohlo následovat prověření implementace zjednodušené metody na tato reálná data. Byl naprogramován skript, jehož výsledkem je graf Log-Log a fraktální dimenze jednoho měření (skript viz. Příloha P4).

Bylo potřeba vyřešit problém v jakém měřítku je vhodné vynášet souřadnice x a y . Na obrázku Obr. 23 lze vidět, jak by vypadala regrese log-log grafu, kdyby odchylky i délky měřítek byly vynášeny v metrech. Lze říct, že se jedná o multifraktál, ale jelikož délky křivek se liší v setinách milimetru, tak sklon křivky je tak malý, že je dimenze prakticky rovna 1.

Jelikož budeme porovnávat dimenze mezi sebou a sledovat jejich průběh, je možné zvolit měřítko takové, aby rozdíly v dimenzích byly více viditelné. Zdá se, že varianta, kdy odchylka zůstane v milimetrech a délka úseku bude uváděna v metrech (Obr. 24), je nejvhodnější.



Obr. 23: Zakreslení regresních přímek pro získání fraktálních dimenzí, hodnoty GPK i staničení v m

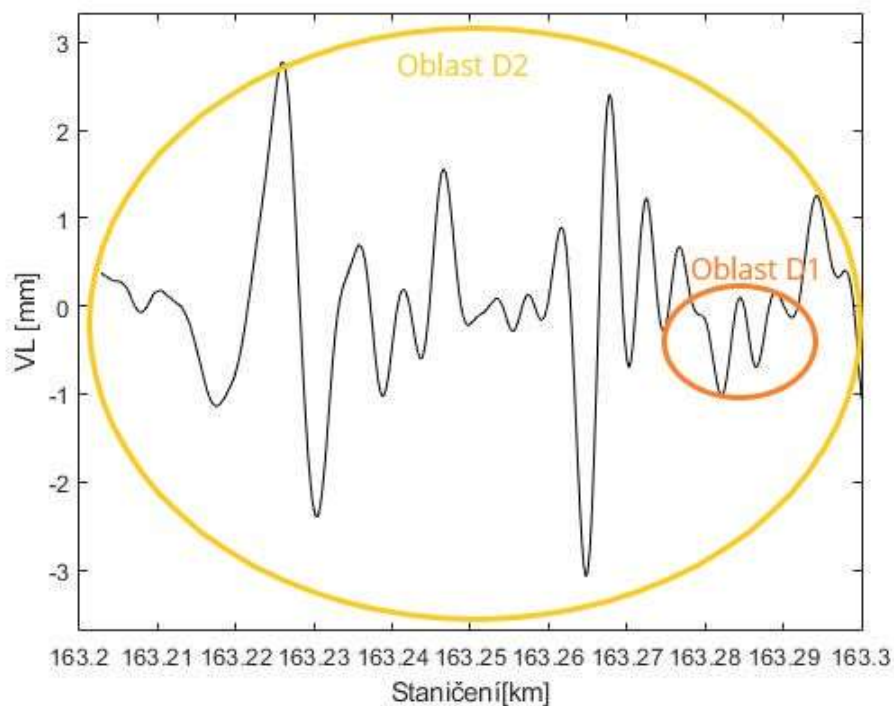


Obr. 24: Zakreslení regresních přímek pro získání fraktálních dimenzí, hodnoty GPK v mm, staničení v m

Jelikož měření MVŽSv probíhá v krocích po 0,25 m, byla zvolena měřítka v násobcích tohoto čísla, tedy 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 3.5, a 4.5 metrů. Na grafu (Obr. 24) lze vidět, že změna fraktální dimenze na tomto měření nastává při měřítku 1 m. Tento zlom byl ověřen na různých vstupech. Tedy různých délkách úseků, v různých staničeních a v různých časech měření a pro všechny parametry GPK (SL, SP, RK, PK, VL, VP).

Jako posuzovaný parametr byla zvolena VL, neboť se na ní mohou projevit jak vady v mikrogeometrii (krátké vlny), tak případné vady podloží (dlouhé vlny).

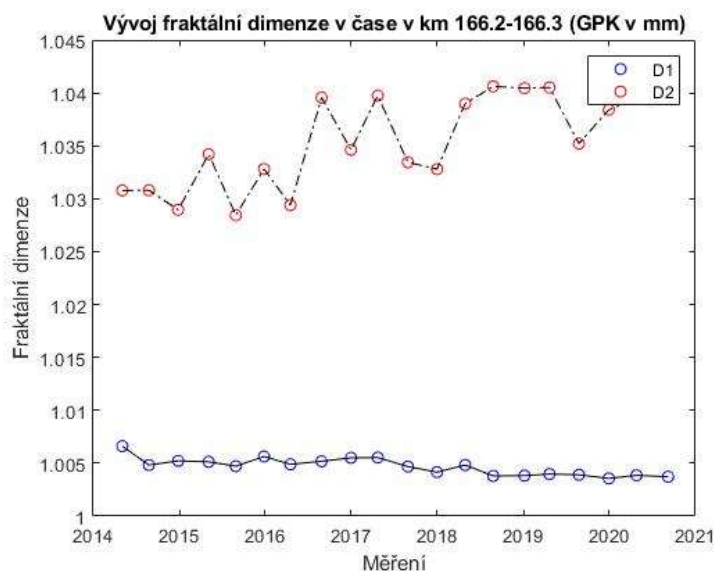
Oblast fraktálu D1 popisuje krátkovlnnou drsnost (např. změna výšky temene kolejnice vlivem krátkovlnné vlnkovitosti) a oblast D2 dlouhovlnnou drsnost (např. změna výšky temene kolejnice vlivem dlouhovlnné vlnkovitosti) průběhu GPK.



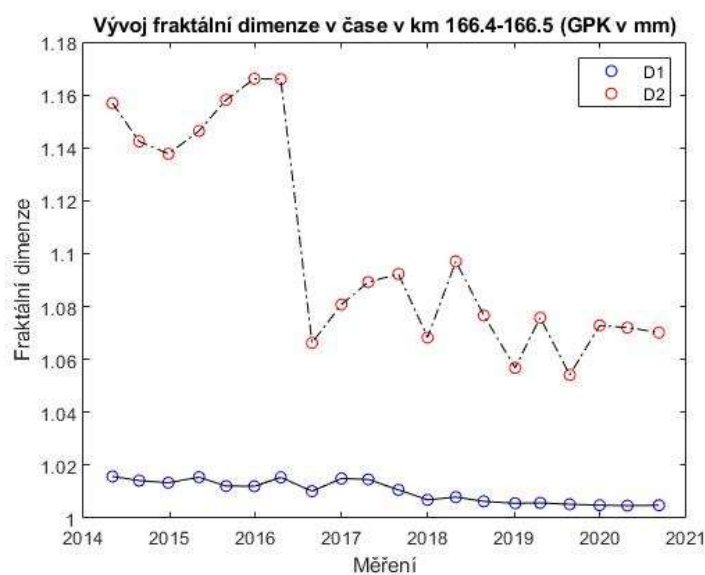
Obr. 25: Zobrazení oblastí D1 a D2

4.6. Průběhy fraktálních dimenzí v čase

Po prozkoumání, jak se fraktální dimenze chová na určitém úseku jednoho měření, bylo možné postoupit k sepsání programu na vykreslení průběhu fraktálních dimenzí v čase (viz. příloha P5).



Obr. 26: Vývoj fraktální dimenzí v čase na úseku km 166.2-166.3, GPK v mm, staničení v m



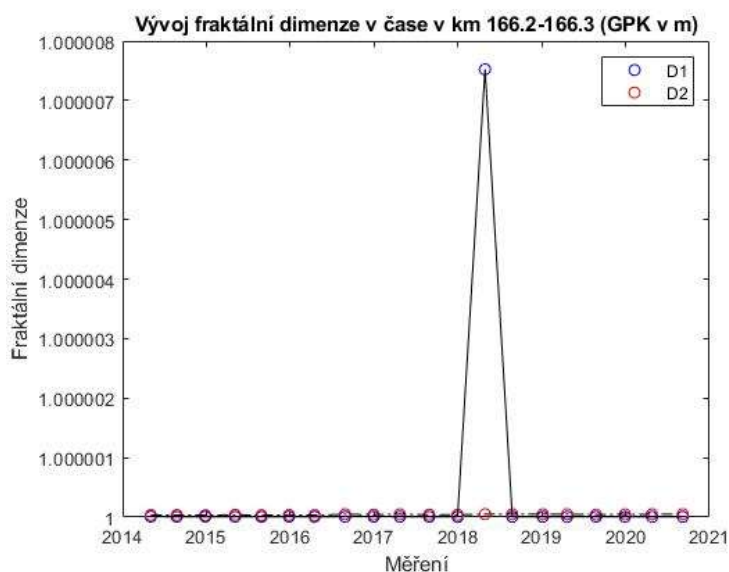
Obr. 27: Vývoj fraktální dimenzí v čase na úseku km 166.4-166.5, GPK v mm, staničení v m

Na Obr. 26 a 27 lze vidět průběh fraktální dimenze na 100 m dlouhých úsecích. Na grafu Obr. 28 a 29 vidíme průběh pro stejný úsek, ale při použití jednotky metrů pro odchylku i staničení. Na první pohled by se dalo říct, že pro úsek km 166.4-166.5 je vhodnější použít jednotky pro GPK v metrech, protože průběh v čase je hladší. Při použití těchto měřítek ale může nastat

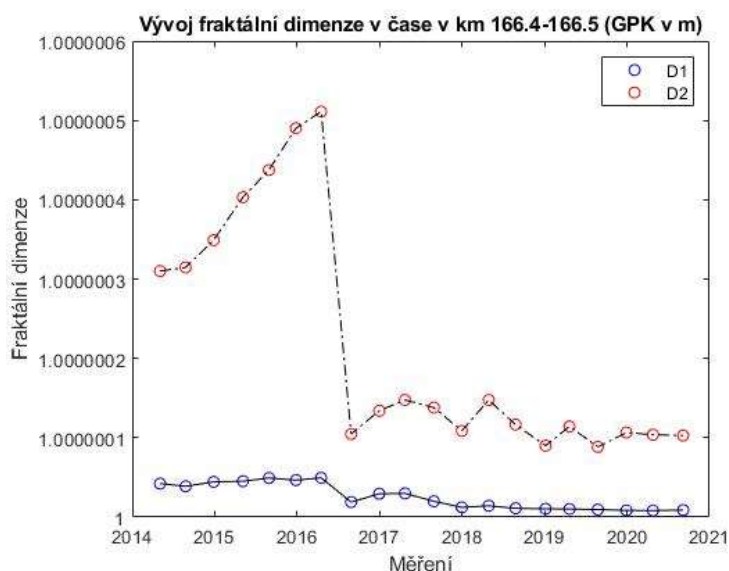
značný problém v jiných úsecích (např. km 166.2-166.3), kde jedno měření může zcela ovlivnit průběh celého vývoje (Obr. 28). Ovšem při použití měřítka pro GPK v mm, tento jev nenastává.

Můžeme vidět, že průběh na Obr. 27 a 29 je téměř stejný, ale rozdíly v číselných hodnotách dimenze (při použití základní jednotky) jsou velmi malé, proto bude i z tohoto důvodu pravděpodobně užitečnější se držet původní myšlenky a pohybovat se v rozdílech až desetin dimenze pro případné budoucí určení mezní hodnoty fraktální dimenze.

Bylo provedeno porovnání pro více úseků rovnoměrně po celé délce tratě (viz. příloha P6).



Obr. 28: Vývoj fraktální dimenzí v čase na úseku km 166.2-166.3, základní jednotky [m]

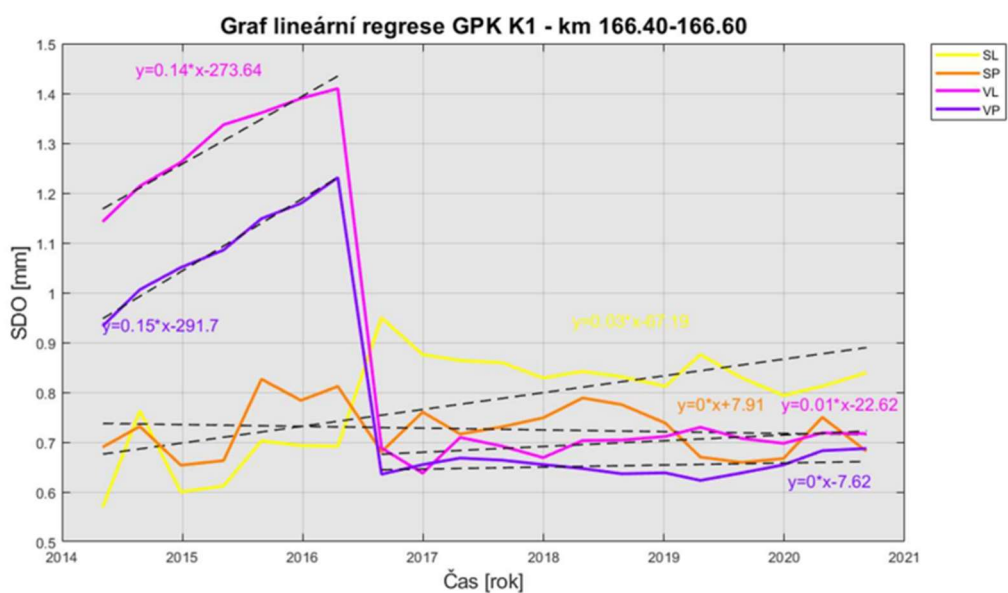


Obr. 29: Vývoj fraktální dimenzí v čase na úseku km 166.4-166.5, základní jednotky [m]

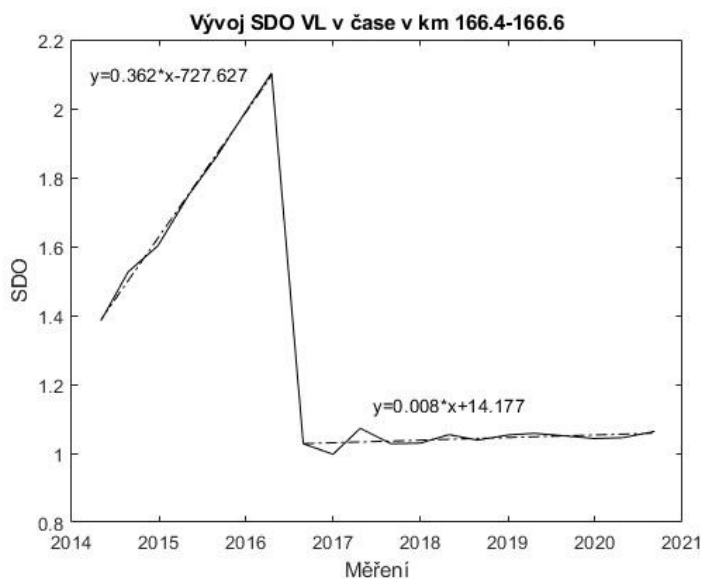
Pro zpřehlednění bude dále vynášena zvlášť dimenze D1 a D2.

4.7. Porovnání se SDO

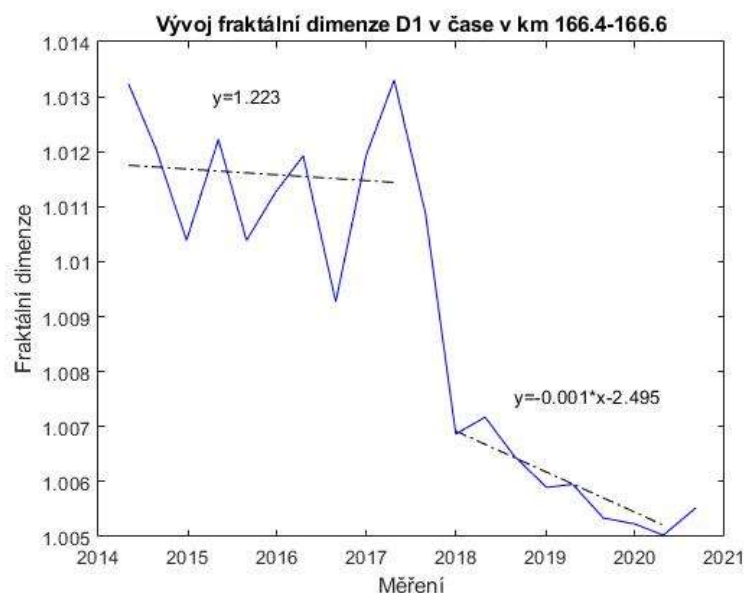
Pro teoretické ověření, zda tato metoda funguje, bylo vhodné porovnání s jinou současně používanou metodou. V rámci předchozí bakalářské práce na téma Vývoj kvality koleje byl zjištěn průběh SDO na této trati. Při předešlém výpočtu ještě ovšem nebyla známa skutečnost, že se změnilo zapisování hodnot odchylek GPK. Proto byla SDO pro VL vypočtena znovu (Obr. 31). Skript pro výpočet a regresi SDO viz. příloha P5. Při srovnání s grafem pro stejný úsek z bakalářské práce (Obr. 30) lze ovšem pozorovat, že tato změna výpočet a vývoj SDO neovlivnila.



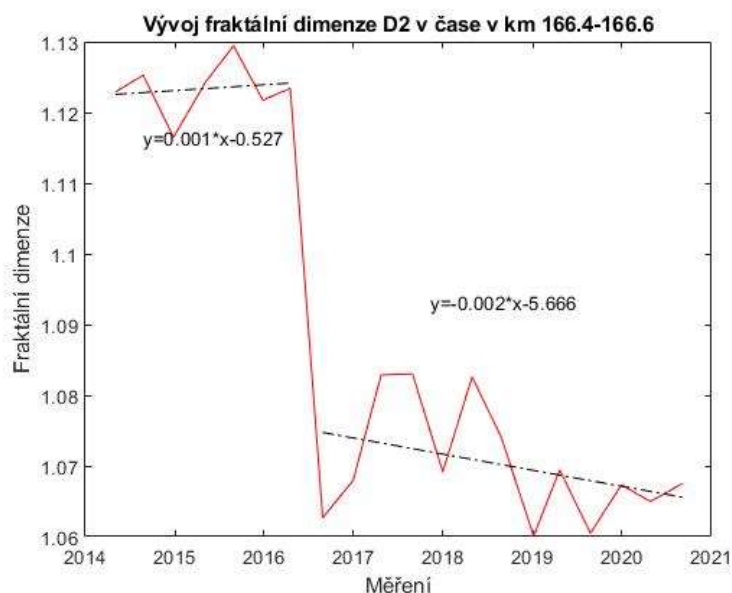
Obr. 30: Průběh směrodatných odchylek GPK v úseku km 166.40-166.60 [17]



Obr. 31: Nový průběh směrodatné odchylky v úseku km 166.40-166.60



Obr. 32: Průběh fraktální dimenze D1 v úseku km 166.40-166.60



Obr. 33: Průběh fraktální dimenze D2 v úseku km 166.40-166.60

Jak můžeme vidět na grafech (Obr. 31 a Obr. 33), v obou případech zlom nastal v létě 2016. To bylo dobré počáteční znamení, že se rostoucí odchylky od GPK projevují také na růstu fraktální dimenze D2. Co se týče průběhu fraktální dimenze D1, ten se jeví značně chaotičtěji. Také hodnoty D1 a regresních křivek jejich průběhu jsou tak malé, že se s nimi ve většině případů nedá pracovat. Pro lepší prozkoumání byl vykreslen průběh SDO i dimenzí pro více úseků po délce celé tratě pro lepší porovnání (grafy viz. příloha P9). V Tab. 7 jsou uvedena místa, před kterými došlo v koleji k opravnému zásahu (např. podbití).

Tab. 7: Tabulka s uvedenými měřeními, před kterými došlo k zásahu

Staničení	Následující měření po zásahu dle SDO	Následující měření po zásahu dle D1	Následující měření po zásahu dle D2
161.8-162.0	podzim 2014 / podzim 2018	podzim 2014/ podzim 2018	podzim 2014 / podzim 2018
162.8-163.0	léto 2015	léto 2015	léto 2015
163.8-164.0	léto 2016 / podzim 2018	léto 2016/ podzim 2018	léto 2016 / podzim 2018
164.8-165.0	léto 2015	léto 2015/ chaotické	léto 2015
165.8-166.0	podzim 2015/ jaro 2018	podzim 2017	chaotické
166.8-167.0	léto 2016	léto 2016	léto 2016
167.8-168.0	bez zásahu	chaotické	bez zásahu
168.8-169.0	podzim 2014/ léto 2016	podzim 2016	podzim 2014/ léto 2016
169.8-170.0	podzim 2014/ jaro 2019	podzim 2014/ chaotické	podzim 2014/ jaro 2019

Dle tabulky lze usoudit, že průběh D2 je velmi podobný průběhu SDO. Naopak průběh D1 ve většině případů velmi chaotický a nejednoznačný. Na grafu průběhu D1 v čase není prakticky možné provádět lineární regresí.

Skript pro vykreslení průběhu fraktální dimenze v čase s regresí je uveden v příloze P5.

4.8. Změna fraktální dimenze se změnou délky úseku

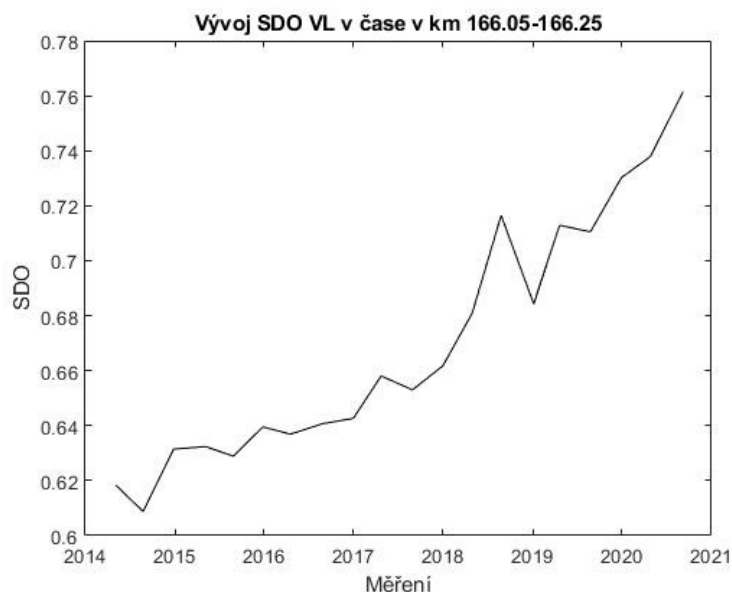
Z teoretických poznatků o fraktálech víme, že velikost fraktálu nezávisí na délce úseku, pokud mají stejnou geometrickou charakteristiku, což by mohlo být další výhodou použití fraktální dimenze oproti SDO.

Pro ověření tvrzení bylo využito první poskytnuté měření z jara 2014 úsek km 166.05-166.25. Směrové vedení trati bylo zjištěno z nákrešného přehledu železničního svršku. Tento úsek byl vybrán, neboť se v celé délce nachází v přímé, tudíž by složité směrové poměry, ve kterých se tato trať nachází, neměly ovlivňovat fraktální dimenze.

Pro VL byly vypočteny fraktální dimenze postupně pro 200 m dlouhý úsek, který se postupně dělil na polovinu, až nakonec byly vypočteny dimenze pro 25 m dlouhé úseky. Opět nebylo uvažováno s posledním měřením z důvodu průběhu GPK.

Výpočet jednotlivých SDO je součástí skriptu, jehož výsledkem je graf Log-Log a fraktální dimenze jednoho měření (viz. příloha P4).

4.8.1. Ověření změny SDO v závislosti na délce úseku



Obr. 34: Průběh SDO VL na úseku km 166.05-166.25

Z Obr. 34 lze vidět, že se SDO pohybuje v rozmezí od 0.6088–0.7614.

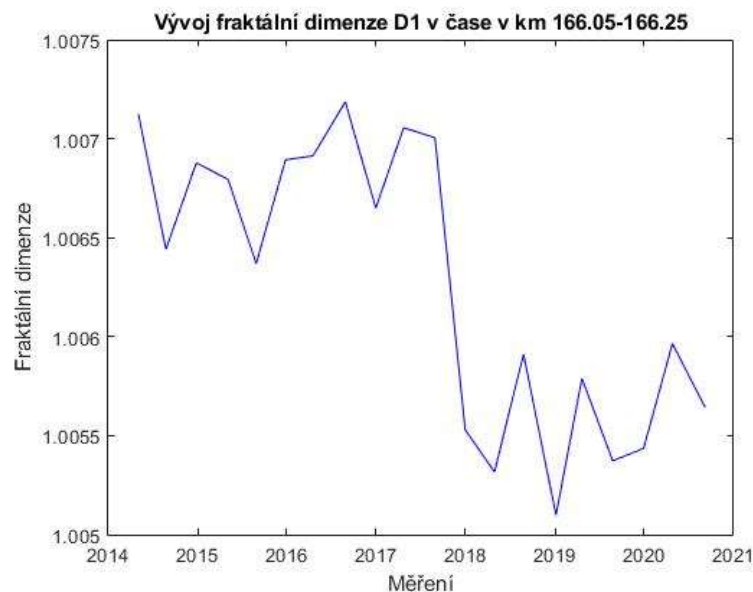
Tab. 8: Hodnoty SDO pro různě dlouhé úseky

Staničení	SDO	Staničení	SDO	Staničení	SDO	Staničení	SDO
166.05-166.25	0.6184	166.05-166.15	0.4977	166.05-166.10	0.4884	166.050-166.075	0.5556
				166.10-166.15	0.5034	166.075-166.100	0.3974
				166.15-166.20	0.7568	166.100-166.125	0.6503
		166.15-166.25	0.7187	166.20-166.25	0.6739	166.125-166.150	0.2753
				166.20-166.25	0.6739	166.150-166.175	0.7467
				166.20-166.25	0.6739	166.175-166.200	0.7897
		166.20-166.25	0.6739	166.20-166.25	0.6739	166.200-166.225	0.7905
		166.20-166.25	0.6739	166.20-166.25	0.6739	166.225-166.250	0.5270

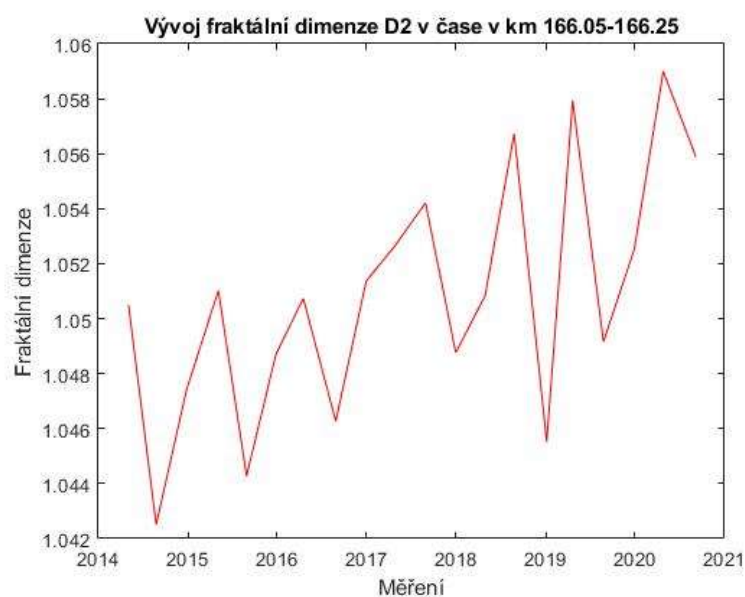
Z Tab. 8 lze vidět, že se SDO pohybuje v rozmezích od 0.2753-0.7905. To je více než trojnásobně větší rozmezí, než rozptyl u vývoje SDO VL v čase. Tudíž tvrzení, že velikost SDO se mění v závislosti na délce úseku, platí.

4.8.2. Ověření změny fraktální dimenze v závislosti na délce úseku

Nejdříve byly vykresleny průběhy dimenzí na tomto úseku v čase, abychom zjistili, v jakých rozmezích se dimenze pohybují a dále dokázali říct, zda změny dimenze při změně délce úseku jsou přijatelné.



Obr. 35: Průběh D1 na úseku km 166.05-166.25



Obr. 36: Průběh D2 pro úsek km 166.05-166.25

Vidíme, že dimenze D1 se pohybuje od 1.0051 do 1.0072, mění se v řádech tisícín. Dimenze D2 se pohybuje od 1.0425 po 1.0590, zde je rozdíl v řádech setin.

Tab. 9: Hodnoty fraktálních dimenzí pro různě dlouhé úseky

Staničení	D1 (D2)	Staničení	D1 (D2)	Staničení	D1 (D2)	Staničení	D1 (D2)
166.05- 166.25	1.0071 (1.0501)	166.05- 166.15	1.0064 (1.0476)	166.05- 166.10	1.0051 (1.0382)	166.050- 166.075	1.0056 (1.0487)
				166.10- 166.15	1.0077 (1.0467)	166.075- 166.100	1.0046 (1.0325)
		166.15- 166.25	1.0077 (1.0544)	166.15- 166.20	1.0081 (1.0650)	166.100- 166.125	1.0107 (1.0729)
				166.20- 166.25	1.0073 (1.0458)	166.125- 166.150	1.0042 (1.0181)
						166.150- 166.175	1.0066 (1.0515)
						166.175- 166.200	1.0097 (1.0643)
						166.200- 166.225	1.0111 (1.0563)
						166.225- 166.250	1.0029 (1.0209)

Z Tab. 9 můžeme usoudit, že křivka průběhu VL nemá po celé délce stejnou geometrickou charakteristiku, protože rozmezí fraktální dimenze se pohybuje v téměř čtyřnásobně větších rozmezích než rozmezí, ve kterých se pohybuje v čase.

Log-log grafy pro získání jednotlivých výše uvedených obvodových dimenzí jsou uvedeny v příloze P10.

4.9. Korelace SDO a fraktální dimenze

Pro zjištění, zda existuje lineární závislost mezi SDO a fraktální dimenzí bude využito Pearsonova korelačního koeficientu. Pearsonův korelační koeficient (dále jen r) vyjadřuje míru lineární závislosti mezi dvěma veličinami.

K výpočtu i k vykreslení bylo opět využito systému MATLAB (viz. Příloha P9).

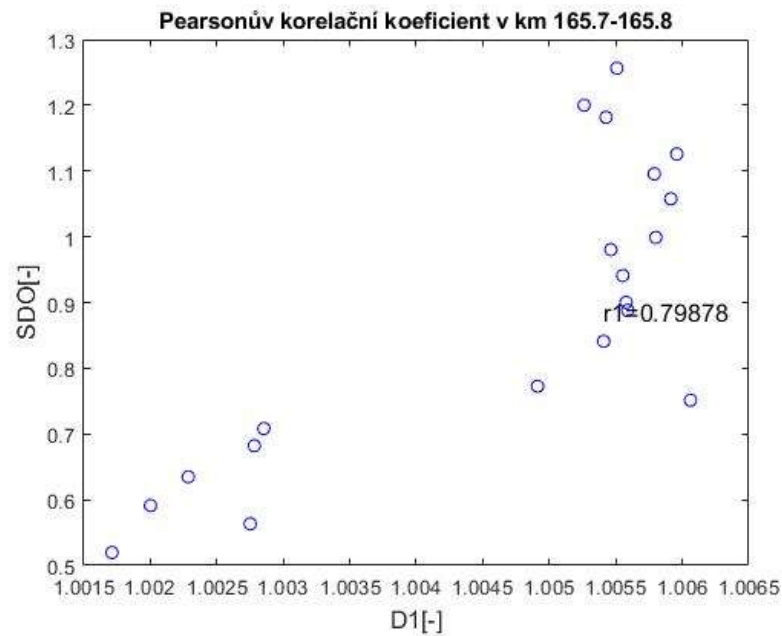
Celkový počet měření je tedy 20. Pro porovnání r s tabulkovými hodnotami je nutné vypočítat počet stupňů volnosti dle vzorce (24).

$$f = n - 2 = 20 - 2 = 18$$

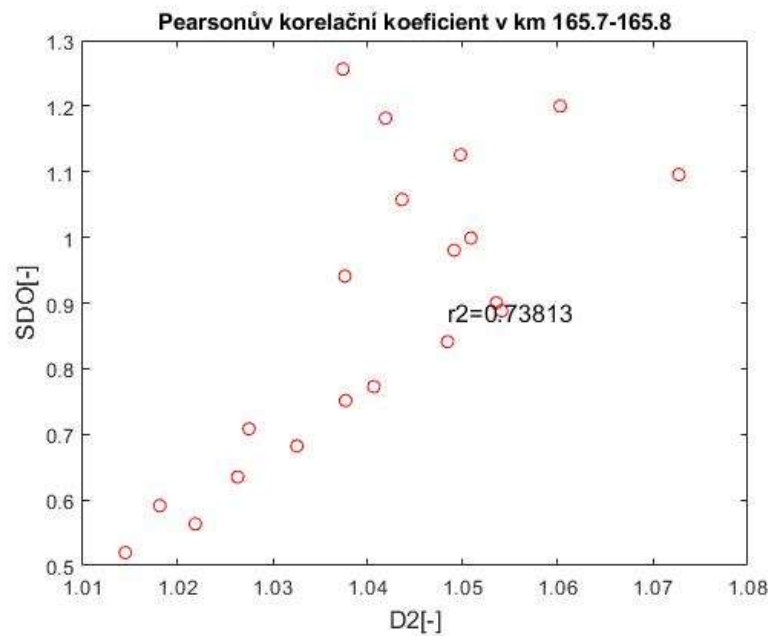
Pro tento počet stupňů volnosti f jsou dle Tab. 2 hraniční tyto hodnoty r :

- Hladina spolehlivosti 95 % ... $r_{\min}=0,444$
- Hladina spolehlivosti 99 % ... $r_{\min}=0,561$

Výpočet r byl proveden pro více úseků podél celé tratě (grafy viz. příloha P10). Bylo vyzkoušeno využití i různých délek úseků (viz. Tab. 10).



Obr. 37: Sada bodů (souřadnice D1 a SDO) pro úsek v km 165.7-165.8



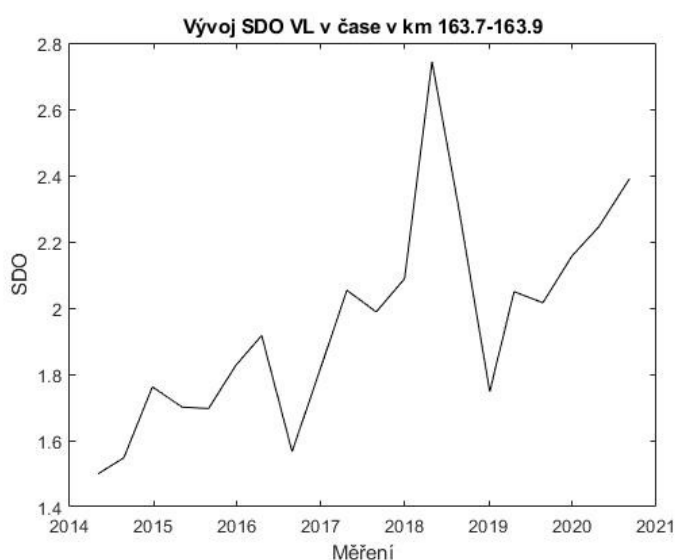
Obr. 38: Sada bodů (souřadnice D2 a SDO) pro úsek v km 165.7-165.8

Tab. 10: Hodnoty Pearsonova korelačního koeficientu pro více úseků

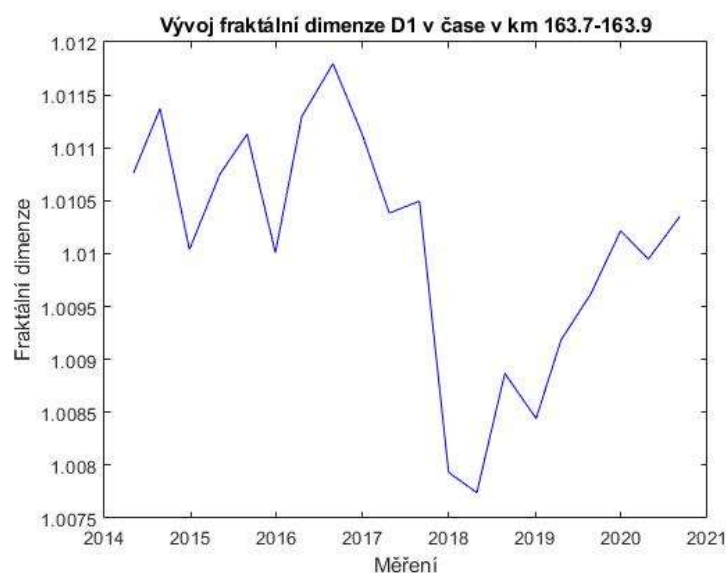
Staničení počáteční	Staničení koncové	Délka úseku [m]	r1 (D1xSDO)	r2 (D2xSDO)
161,7	161,9	200	0,56013	0,73386
162,7	162,9	200	0,51685	0,93274
163,7	163,9	200	-0,62874	0,18015
164,7	164,8	100	-0,02518	0,57146
165,7	165,8	100	0,79878	0,73813
166,7	166,8	100	0,95252	0,92206
167,7	167,75	50	0,66476	0,57340
168,7	168,75	50	0,46560	0,78374
169,7	169,75	50	0,66612	0,80288

Pro dimenzi D2 vyhoví 8 z 9 hodnoty koeficientů zvolených úseků na hladinu spolehlivosti 99 %. Pouze úsek km 163,7-163,9 nevyhoví ani na hladinu spolehlivosti 95 %. Dle Hendla a Chráske se jedná o střední až vysokou korelaci.

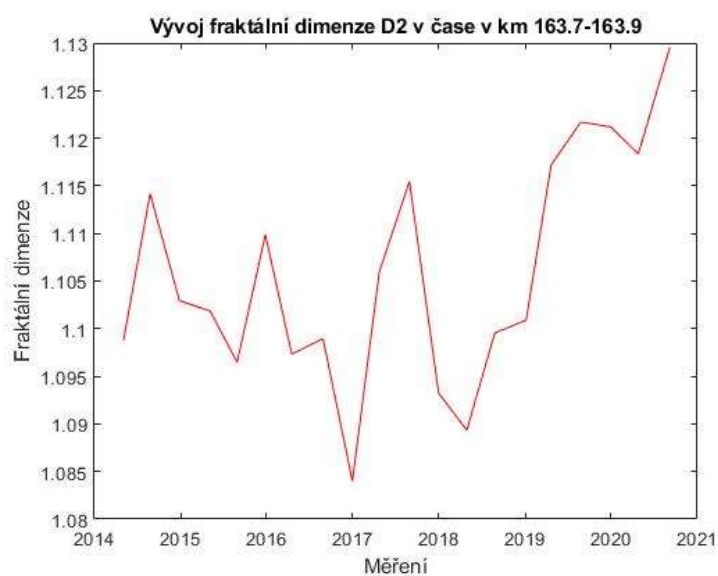
Pro dimenzi D1 vyhoví 7 z 9 hodnot koeficientů zvolených úseků na hladinu spolehlivosti 95 % a pouze 4 na hladinu spolehlivosti 99 %. Dle Hendla a Chráske se jedná o střední korelaci. Úsek km 163,7 – 163,9 má velice malý součinitel korelace. Po vykreslení průběhu SDO a dimenzí (Obr. 39–41) bylo zjištěno, průběh D2 je chaotický a zcela odlišný od SDO. Avšak průběh D1 zaznamenává jasný pokles před koncem roku 2017. Možná by to mohla být stopa k poznatku, že dimenze D2 skrývá jinou informaci než SDO. Bohužel se nepodařilo získat záznamy o provedených opravných zásazích, se kterými by se tato skutečnost dala porovnat.



Obr. 39: Vývoj SDO na úseku km 163,7-163,9



Obr. 40: Vývoj D1 na úseku km 163,7-163,9



Obr. 41: Vývoj D2 na úseku km 163,7-163,9

Bylo tedy zjištěno, že v tomto případě na těchto datech fraktální dimenze velmi vysoce koreluje se směrodatnou odchylkou s dimenzí D2. Otázka tedy zní, zda využívání fraktální dimenze nepostrádá smysl, neboť náročnost výpočtu je značně složitější než výpočet SDO. Toto tvrzení by bylo vhodné potvrdit či vyvrátit na jiném typu dat nebo úseku, neboť tento úsek je velmi směrově složitý.

5. Závěr

V teoretické části byly popsány základní informace o současném systému měření a hodnocení GPK. Zároveň byly uvedeny základní teoretické poznatky o fraktální geometrii, především se zaměřením na informace, které bylo dále možné použít v praktické části této práce.

Jako prvotní bylo zjištěno, že použití výhodnější zjednodušené obvodové metody pro tyto účely je dostatečně přesné.

Bylo ověřeno, že i pro různé křivky se na rozdíl od SDO obvodová fraktální dimenze značně mění.

V dalším kroku bylo možné metodu obvodové fraktální dimenze použít na data z měřicího vozu pro železniční svršek z úseku Brno Maloměřice – Adamov. Zde byl objeven problém s průběhem odchylek geometrických parametrů koleje po délce tratě, které bylo pro poslední měření odlišné. Po konzultaci se Správou železnic bylo zjištěno, že pro poslední měření byl změněn způsob zápisu hodnot pro jednotlivé kroky měření v jednom metru. Výhodou předešlého použití SDO pro úsekové hodnocení bylo, že se tato chyba v posloupnosti čtení hodnot neprojevila ve vývoji SDO v čase.

Průběh GPK odpovídá tzv. multifraktálům, kde zlom pro všechny parametry a všechna měření z tohoto úseku odpovídá měřítku 1 m. Pro další porovnání a získávání informací o fraktální dimenzi bylo zvoleno, že se budou zkoumat data z koleje č.1 a parametr VL. Tento parametr byl vybrán z důvodu, že se zde může projevit, jak dlouhovlnná, tak krátkovlnná vlnkovitost.

Pro získání fraktálních dimenzí z Log-Log grafů bylo nutné určit v jakém měřítku budou vynášeny (počítány) vstupní parametry. Bylo předpokládáno, že bude vhodnější, na rozdíl od staničení, které zůstane v základní jednotce (v metrech), odchylky GPK, jelikož se jedná o velmi malé hodnoty, uvažovat v milimetrech, a to z důvodu, že výsledné dimenze se mění už i v řádech desetin, na rozdíl od využití metrů, kde změna probíhala přibližně až na osmém desetinném místě. Dalším důvodem se ukázalo, že na některých úsecích tohoto měření docházelo při vykreslování průběhu dimenze v čase k problémům, že některé z měření mělo značně vyšší dimenzi, a proto už nebyl vidět zřetelný průběh ostatních měření.

Při porovnání průběhu fraktální dimenze s průběhem SDO, se ukázalo, že rostoucí odchylky mají s velkou pravděpodobností i vliv na růst fraktální dimenze D_2 . S fraktální dimenzí D_1 je

situace složitější, neboť nabývá velmi malých hodnot a její průběh v čase je ve značném procentu případů chaotický a její následná aproximace je prakticky nemožná.

Dále bylo prokázáno, že na datech ze zkušebního úseku se dimenze mění s délkou úseku, tzn. nemají stejnou geometrickou charakteristiku. Tudíž se nepotvrdila výhoda fraktální dimenze oproti SDO, která se také mění s délkami úseků.

To vedlo k úvaze, zda fraktální dimenze s SDO nekoreluje. Pro zvolené úseky po celé délce tratě byla zjištěna střední až vysoká pravděpodobnost korelace dimenze D_1 s SDO.

Nedokázalo se prokázat, že by výhody, které by měla fraktální dimenze mít oproti SDO, nějak ovlivňovaly výsledné zobrazení vývoje GPK na tomto srovnávaném úseku.

Zdroje

- [1] data z měření MV (poskytla SŽ)
- [2] Vyhláška č. 177/1995 Sb. Stavební a technický řád drah, v platném znění.
- [3] ČSN 73 6360 Konstrukční a geometrické uspořádání koleje železničních drah a její prostorová poloha. Praha, 2009
- [4] SŽDC S2/4 Předpis pro zajišťování diagnostiky železničního svršku měřicími prostředky s kontinuálním záznamem. Praha, 2020
- [5] ZELINKA, Ivan, František VČELAŘ a Marek ČANDÍK. Fraktální geometrie: principy a aplikace. Praha: BEN, 2006, 159 s.
- [6] HOTAŘ, Vlastimil. VYHODNOCOVÁNÍ STRUKTUROVANÝCH POVRCHŮ POMOCÍ MATLABU. In: Mezinárodní konference Technical Computing Prague 2008 [online]. 2008[cit. 2022-11-10]. Dostupné z:
http://dsp.vscht.cz/konference_matlab/MATLAB08/prispevky/045_hotar.pdf.
- [7] TIŠNOVSKÝ, Pavel. *Scratch - plnohodnotný programovací jazyk nebo jen dětské puzzle?* [online]. 8.11.2011 [cit. 2022-11-14]. Dostupné z:
<https://www.root.cz/clanky/scratch-plnohodnotny-programovaci-jazyk-nebo-jen-detske-puzzle-4-cast-pokrocila-prace-s-byob/>
- [8] HYSLIP, James P. Fractal Analysis of Track Geometry Data. *Transportation Research Record*. Transportation Research Board, Commission on Sociotechnical Systems, National Research Council, National Academy of Sciences, 2002, (1785)
- [9] PROKOFIEV. Estimating the box-counting dimension of the coast of Great Britain [foto]. In: [cs.wikipedia.org](https://en.wikipedia.org/wiki/Minkowski%E2%80%93Bouligand_dimension#/media/File:Great_Britain_Box.svg) [online]. [cit. 7.8.2022]. Dostupné z:
https://en.wikipedia.org/wiki/Minkowski%E2%80%93Bouligand_dimension#/media/File:Great_Britain_Box.svg
- [10] GAZÁREK, Ondřej. MVŽSv. In: *Vagonweb.cz* [online]. 2012 [cit. 2022-11-14]. Dostupné z: https://www.vagonweb.cz/fotogalerie/CZ/SZDC_9986-003.php?lang=pl
- [11] GURUNG, Kris. Fractal Dimension in Architecture: An Exploration of Spatial Dimension. In: *researchgate.net* [online]. 2017 [cit. 2022-11-14]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/figure/Coastline-of-Britain-measurement-with-different-length-sticks_fig1_326305093

- [12] ČEPOVÁ, Daniela. *Softwarové možnosti výpočtu fraktální dimenze geografických jevů*. Olomouc, 2012. Bakalářská práce. Univerzita Palackého v Olomouci. Vedoucí práce Mgr. Vít Pászto.
- [13] LANDGRAF, Mathias a Fabian HANSMANN. Fractal analysis as an innovative approach for evaluating the condition of railway tracks. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*. 2018, 596-605.
- [14] CHYTRÝ, PH.D., PhDr. Vlastimil, Mgr. Alena NOVÁKOVÁ a Mgr. Věra PAVLÁTOVÁ, TRAHORSCH, Mgr. et Mgr. Petr, ed. *Vybrané kapitoly ze statistické analýzy empirických dat* [online]. Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně v Ústí nad Labem, 2019 [cit. 2022-12-08]. Dostupné z: https://www.pf.ujep.cz/wpcontent/uploads/2018/06/statisticka_analyza_dat_skripta_final.pdf
- [15] Pearson correlation coefficient. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, poslední aktualizace 28. listopadu 2022 10:41 [cit. 2022-12-08]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Pearson_correlation_coefficient
- [16] OFFENBACHER, Stefan, Johannes NEUHOLD, Peter VEIT a Matthias LANDGRAF. Analyzing Major Track Quality Indices and Introducing a Universally Applicable TQI. *Applied Sciences* [online]. 2020, (8490), 10 [cit. 2022-12-12]. Dostupné z: <https://www.mdpi.com/2076-3417/10/23/8490>
- [17] NEJEZCHLEBOVÁ, Jitka. Vývoj kvality koleje. Brno, 2021. 42 s., 110 s. příl. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav železničních konstrukcí a staveb. Vedoucí práce Ing. Richard Svoboda, Ph.D.
- [18] Nákresný přehled železničního svršku pro potřebu správce trati

Použité zkratky

AL	mez sledování (AL – Alert Limit)
CZK	celková známka kvality
D1 (D2)	obvodová fraktální dimenze
GPK	geometrické parametry koleje
IAL	mez bezodkladného zásahu (IAL – Immediate Action Limit)
IL	mez zásahu (opravy) (IL – Intervention Limit)
MVŽSv	měřicí vůz pro železniční svršek
PK	převýšení koleje
RK	celkový rozchod koleje
RP	rychlostní pásmo
SDO	směrodatná odchylka
SL	směr levého kolejnicového pásu
SP	směr pravého kolejnicového pásu
SŽDC	Správa železniční dopravní cesty, státní organizace
TQI	index kvality
TUG – TQI	index kvality geometrie trati Technické univerzity v Grazu
VL	podélná výška temen levého kolejnicového pásu
VP	podélná výška temen pravého kolejnicového pásu
ZK	zborcení koleje
ZKV	známka kvality
ZP	známka podbíjení koleje
ZR	změna rozchodu koleje na stanovenou délku koleje

Seznam obrázků

Obr. 1: Grafické znázornění definic veličin konstrukčního a geometrického uspořádání koleje. [3]	5
Obr. 2: MVŽSv. Foto Ondřej Gazárek [10]	6
Obr. 3: Schéma MVŽSv [4]	7
Obr. 4: Příklad grafické výstupní sestavy MVŽSv [4]	8
Obr. 5: Příklad výstupní sestavy okamžitého a úsekového hodnocení měřených veličin GPK MVŽSv [4]	9
Obr. 6: Definice délky překročení mezní hladiny MH [4]	10
Obr. 7: Princip TUG – TQI [16]	11
Obr. 8: Pythagorův strom [7]	13
Obr. 9: Vznik Kochovy křivky [5]	14

Obr. 10: Princip obvodové metody [11].....	17
Obr. 11: Princip metody Box counting [9]	18
Obr. 12: Několik sad (X, Y) bodů, s korelačním koeficientem pro každou sadu [15]	20
Obr. 13: Postup výběru vhodného korelačního koeficientu [15]	21
Obr. 14: Znázornění principu zjednodušené obvodové metody.....	25
Obr. 15: Log-Log graf pro zjednodušenou obvodovou metodu.....	25
Obr. 16: Ukázka postupu nezjednodušené metody.....	26
Obr. 17: Log-Log graf pro nezjednodušenou obvodovou metodu	26
Obr. 18: Vyznačení multifraktálů pro funkci $y=\sin(x)$	27
Obr. 19: Grafy průběhů funkcí s hodnotami SDO	29
Obr. 20: Log-Log graf pro získání fraktálních dimenzí	29
Obr. 21: Průběh VL na jaře 2014.....	31
Obr. 22: Průběh VL na podzim 2020	32
Obr. 23: Zakreslení regresních přímk pro získání fraktálních dimenzí, hodnoty GPK i staničení v m.....	33
Obr. 24: Zakreslení regresních přímk pro získání fraktálních dimenzí, hodnoty GPK v mm, staničení v m.....	33
Obr. 25: Zobrazení oblastí D1 a D2.....	34
Obr. 26: Vývoj fraktální dimenzí v čase na úseku km 166.2-166.3, GPK v mm, staničení v m	35
Obr. 27: Vývoj fraktální dimenzí v čase na úseku km 166.4-166.5, GPK v mm, staničení v m	35
Obr. 28: Vývoj fraktální dimenzí v čase na úseku km 166.2-166.3, základní jednotky [m].....	36
Obr. 29: Vývoj fraktální dimenzí v čase na úseku km 166.4-166.5, základní jednotky [m].....	36
Obr. 30: Průběh směrodatných odchylek GPK v úseku km 166.40-166.60 [17].....	37
Obr. 31: Nový průběh směrodatné odchylky v úseku km 166.40-166.60	37
Obr. 32: Průběh fraktální dimenze D1 v úseku km 166.40-166.60	38
Obr. 33: Průběh fraktální dimenze D2 v úseku km 166.40-166.60	38
Obr. 34: Průběh SDO VL na úseku km 166.05-166.25.....	40
Obr. 35: Průběh D1 na úseku km 166.05-166.25.....	41

Obr. 36: Průběh D2 pro úsek km 166.05-166.25	41
Obr. 37: Sada bodů (souřadnice D1 a SDO) pro úsek v km 165.7-165.8	43
Obr. 38:: Sada bodů (souřadnice D2 a SDO) pro úsek v km 165.7-165.8	43
Obr. 39: Vývoj SDO na úseku km 163,7-163,9.....	44
Obr. 40: Vývoj D1 na úseku km 163,7-163,9.....	45
Obr. 41: Vývoj D2 na úseku km 163,7-163,9.....	45

Seznam tabulek

Tab. 1: Síla asociace proměnných dle různých autorů	20
Tab. 2: Kritické hodnoty Pearsonova korelačního koeficientu r	22
Tab. 3: Fraktální dimenze pro jednotlivé modifikace funkce sinus	27
Tab. 4: Hodnoty x a y pro výpočet SDO a fraktální dimenze.....	28
Tab. 5: Přehled měření.....	30
Tab. 6: Příklad neupravených dat	31
Tab. 7: Tabulka s uvedenými měřeními, před kterými došlo k zásahu	39
Tab. 8: Hodnoty SDO pro různě dlouhé úseky.....	40
Tab. 9: Hodnoty fraktálních dimenzí pro různě dlouhé úseky.....	42
Tab. 10: Hodnoty Pearsonova korelačního koeficientu pro více úseků	44

Seznam příloh

- P1: Skript pro zjednodušenou obvodovou metodu
- P2: Skript pro nezjednodušenou obvodovou metodu
- P3: Skript pro převod a úpravu dat z MVŽSv na matice
- P4: Skript, jehož výsledkem je graf Log-Log a fraktální dimenze jednoho měření
- P5: Skript pro průběhy fraktálních dimenzí a SDO v čase
- P6: Grafy pro porovnání použití různých měřitek pro odchylky GPK
- P7: Grafy pro porovnání průběhů dimenzí s průběhem SDO
- P8: Log-Log grafy pro získání obvodových dimenzí pro různě dlouhé úseky
- P9: Skript pro získání Pearsonova korelačního koeficientu
- P10: Grafy pro jednotlivé úseky s příslušným korelačním koeficientem

P1: Skript pro zjednodušenou obvodovou metodu

```
x=(0:0.1:100);           %hodnoty na ose x
f=@(x)sin(x);           %funkce
y=f(x);                 %hodnoty na ose y
figure
plot(x,y)               %graf funkce
axis([min(x) max(x) -1.3 1.3]);
xlabel('x')             %popis osy x
ylabel('sinus(x)')     %popis osy y
step=[0.25 0.5 1 2 3 4 5 6 8]; %kroky měřítka λ
m=length(step);        %získá počet měřitek λ
n=(max(x)/step(1));    %získá maximální rozměr matice
x1=zeros(m,n);        %prázdná matice
for j=1:m
    for i=1:n %naplnění matice hodnot osy x pro jednotlivá měřítka
        x1(j,i+1)= x1(j,i)+step(j);
    end
end
for j=1:m %úprava matice aby maximální hodnota x1 nebyla větší než maximální hodnota x
    for i=1:n
        if x1(j,i+1)>=max(x)
            x1(j,i+1)=max(x);
        end
    end
end
y1=f(x1);
L=zeros(m,1); %prázdná matice délek křivek pro jednotlivá měřítka λ
for j=1:m %Výpočet délek křivek pro jednotlivá měřítka λ
    for i=1:n
        L(j,1)=L(j,1)+sqrt(((x1(j,i+1)-x1(j,i))^2)+((y1(j,i+1)-y1(j,i))^2)) ;
    end
end
figure
loglog(step,L,'bo')    %vykreslení grafu loglog, osa x-měřítka,osa y-✓
celková délka
s1=polyfit(log(step),log(L),1); %výpočet sklonu regresní křivky
hold on
plot(step,exp(polyval(s1,log(step)))); %zakreslení regresní křivky do grafu
xlabel('Log λ')
ylabel('Log L')
title('Log-Log graf')
D1=1-s1(1);           %odhadovaná obvodová dimenze
a=round(s1(1),3);
fce=['D1=1-(',num2str(a),')=',num2str(D1)];
T=text(step(2),L(5),fce,'fontsize',10); % zápis textového retezce přímo do grafu
```

P2: Skript pro nezjednodušenou obvodovou metodu

```
x=(0:0.25:100);           %rozmezí osy x
f=@(x) sin(x);           %funkce
y=f(x);                   %hodnota na ose y
figure
plot(x,y)                 %graf funkce
hold on
axis([min(x) max(x) -1.3 1.3]);
xlabel('x')                %popis osy x
ylabel('sinus(x)')        %popis osy y
rad=[0.25 0.5 1 2 3 4 5 6 8 ];           %poloměry kružnice
theta=1.5*pi:(2*pi/100):2.5*pi; %půlkružnice úhel
m=length(rad);            %získá počet měřitek (kroků)
n=1.5*(max(x)/rad(1));    %počet sloupců(zvětšen pro dostatečné místo pros zapsání
všech průsečíků)
x1=zeros(m,n);           %prázdná matice pro x-ové souřadnice průsečíků
y1=zeros(m,n);           %prázdná matice pro y-ové souřadnice průsečíků
for j=1:m
    i=1;
    while i<=n
        xrad=x1(j,i)+rad(j).*cos(theta); %x-ové hodnoty křivky kružnice pro hledání
průsečíku s naší funkcí
        yrad=y1(j,i)+rad(j).*sin(theta); %y-ové hodnoty křivky kružnice pro hledání
průsečíku s naší funkcí
        if isempty(polyxpoly(x,y,xrad,yrad))==0 %kontrola, jestli se našel průsečík
            [x1(j,i+1),y1(j,i+1)]=polyxpoly(x,y,xrad,yrad); %zjištění hodnot průsečíků
        else
            break
        end
        i=i+1;
    end
end

Count=zeros(m,1)
for j=1:m
    Count(j,1)=sum(x1(j,:)>0);
end
L=zeros(m,1);
%výpočet délky křivky - se započítáním "zbytku" do konce úseku
for j=1:m
    L(j,1)=(Count(j,1)*rad(j))+sqrt(((max(x)-x1(j,(Count(j))+1))^2)+(f(max(x))-y1(j,
(Count(j))+1))^2));
end
figure
loglog(rad,L,'bo')        %vykreslení grafu loglog, osa x-měřítka,osa y-
celková délka
s1=polyfit(log(rad),log(L),1); %výpočet sklonu regresní křivky
hold on
plot(rad,exp(polyval(s1,log(rad)))); %zakreslení regresní křivky do grafu
xlabel('Log λ')
ylabel('Log L')
title('Log-Log graf')
D1=1-s1(1);              %odhadovaná obvodová dimenze
a=round(s1(1),3);
fce=['D1=1-(',num2str(a),')=',num2str(D1)];
T=text(rad(2),L(5),fce,'fontsize',10); % zapis textoveho retezce primo do grafu
```

P3: Skript pro převod a úpravu dat z MVŽSv na matice

```
info= dir('*.csv'); %načte všechny soubory excel
numfiles=size(info,1); %počet souboru
fnames=zeros(numfiles,1); %prázdná matice pro názvy
for i=1:numfiles % cyklus - projde názvy souborů s měřeními
    fnames(i)=str2double(info(i).name(1:end-4)); % uloži název souboru (číslo - kvůli
    správnému řazení)
end
fnames=sortrows(fnames); %seřazení podle názvu->měření chronologicky
date=cell(numfiles,1); % definice vektoru dat, ve kterých se měřilo
day=zeros(numfiles,1); % definice vektoru dne, ve kterých se měřilo
month=zeros(numfiles,1); % definice vektoru měsíců, ve kterých se měřilo
year=zeros(numfiles,1); % definice vektoru roků, ve kterých se měřilo
t=zeros(1,numfiles); % Definice vektoru časů měření (ve dnech od začátku
letopočtu)
t2=zeros(1,numfiles); % definice vektoru časů měření (v měsících od začátku
letopočtu)
colnam=["SL";"SP";"RK";"PK";"VL";"VP"]; % názvy parametrů v tabulce (ze souboru)
pars=[3 4 6 7 8 9]; % indexy parametrů (ve výsledné matici)
for o=1:numfiles % smyčka o - projde řádky (jednotlivá měření / soubory)
    fname=strcat(num2str(fnames(o)),'.csv'); % získá plnou cestu čteného souboru z
    matice cest k souborům
    table=readtable(fname); % načte tabulku ze souboru .csv
    n=size(table,1);
    krok=0.25; %krok měření
    if krok == 1 % čtení hodnot po 1 metru - každý řádek v souboru
        data=zeros(n,11);
        data(:,1)=table.KM_EXT2;
        k=1;
        for i=pars
            data(:,i)=table.(char(colnam(k)));
            k=k+1;
        end
    else % čtení hodnot po 1/4 metru - 4 sloupce na každém
    řádku v souboru
        data=zeros(n*4,11);
        if table.KM_EXT2(2) > table.KM_EXT2(1)
            krok=krok/1000;
        else
            krok=-krok/1000;
        end
        k=1;
        for i=1:n % cyklus - projde řádky tabulky
            for j=0:3 % převod ze sloupců na řádky (hodnoty jsou po
            metru)
                data(k,1)=table.KM_EXT2(i)+krok*j; % staničení
                p1=1;
                for p2=pars % parametry
                    data(k,p2)=table.(strcat(char(colnam(p1)), '_',num2str(j)))(i);
                    p1=p1+1;
                end
                k=k+1;
            end
        end
    end
    nazev=strcat(num2str(fnames(o)));
```

```

txt=char(table.DM_DATE(1));
date(o)={txt(1:end)}; % načte data ze souboru .txt - na řádku č. 1 je datum✓
měření
day(o)=str2double(txt(1:2)); % načte data ze souboru .txt - na řádku č. 1 je den✓
měření
month(o)=str2double(txt(4:5)); % načte data ze souboru .txt - na řádku č. 1 je✓
měsíc měření
year(o)=str2double(txt(7:10)); % načte data ze souboru .txt - na řádku č. 1 je rok✓
měření
t(o)=datenum(txt,'dd.mm.yyyy HH:MM:SS');% získá den měření, začíná (0=01.01.0000)
hours=t(o)-fix(t(o)); % získá čas měření ve dnech
ndays=ecmday(year(o),month(o)); % získá počet dní v měsíci
t2(o)=year(o)+month(o)/12+(day(o)+hours)/(ndays*12);
datar{o}=data; % zapiše matici se "surovými daty" (řádky =✓
staničení, sloupky = parametry, řady = čas měření)
save(nazev,'data'); %uloží matici s daty GPK a staničení
save('time','t','t2','date'); %uloží matici s různými formáty času měření
end

```


P4: Skript, jehož výsledkem je graf Log-Log a fraktální dimenze jednoho měření

```
nm=8518; %název souboru
krok=0.250; %krok měření
fname=strcat(num2str(nm), '.mat');
datax=load(fname); %načtení dat z matice
data=flipud(datax.data); %otočení staničení (vzrůstající)
colnam=["SL";"SP";"RK";"PK";"VL";"VP"]; % názvy parametrů v tabulce (ze souboru)
pars=[3 4 6 7 8 9]; %indexy parametrů (ve výsledné matici)
st0=163.2; %požadované počáteční staničení úseku
stmax=163.4; %požadované koncové staničení úseku
pkm=1/krok; %počet kroků v metru
du=(stmax-st0)*1000; %delka useku [m]
pm=du*pkm+1; %počet řádku staničení
stmin=min(data(:,1)); %nejmenší staničení
parametr=8; %volba parametru
pr=round(((st0-stmin)*1000)*pkm); %počáteční řádek pro staničení
rozsah=round(pr:(pm+pr)); %rozsah řádku z dat
x=data(rozsah,1); %načtení dat z matice-staničení
y=data(rozsah,parametr); %načtení hodnot odchylky GPK
SDO=std(y); %směrodatná odchylka úseku
figure
graf=plot(x,y,'k'); %graf průběhu měření
axis([st0 stmax 1.2*min(y) 1.2*max(y)]);
xlabel("Staničení [km]");
ylabel(strcat(colnam(5), " [mm]"));
hold off
step=[0.25 0.5 0.75 1 1.25 1.5 1.75 2 2.5 3 3.5 4.5]; %kroky měřítka λ
stepl=step./krok; %násobky řádku pro jednotlivé kroky
m=length(step); %získá počet měřítka λ
n=length(x); %získá maximální rozměr matice
xl=zeros(m,n); %prázdná matice x
yl=zeros(m,n); %prázdná matice y
xl(:,1)=x(1); %vyplnění prvního staničení
yl(:,1)=y(1); %vyplnění hodnoty GPK pto první staničení
xl(1,:)=x(:); %první krok 0.25 beru všechny naměřené hodnoty
yl(1,:)=y(:); %první krok 0.25 beru všechny naměřené hodnoty
for i=1:n+1%naplnění matice hodnot osy x pro jednotlivá měřítka
    j=2;
    while j<=m
        if (i*stepl(j))<=n
            xl(j,i+1)=x(i*stepl(j));
            yl(j,i+1)=y(i*stepl(j));
        else
            break
        end
        j=j+1;
    end
end
for i=1:n
    for j=1:m
        if xl(j,i)==0
            xl(j,i)=x(n);
            yl(j,i)=y(n);
        end
    end
end
```

```

end
L=zeros(m,1); %prázdná matice délek křivek pro jednotlivá měřítka λ
x1=x1*1000; %v metrech
y1=y1; %v milimetrech
for j=1:m %Výpočet délek křivek pro jednotlivá měřítka λ
    for i=1:n-1
        L(j,1)=L(j,1)+sqrt(((x1(j,i+1)-(x1(j,i)))^2)+((y1(j,i+1)-(y1(j,i)))^2));
    end
end
k=4; %číslo k-zlom v multifraktál
figure
loglog(step(1:m),L(1:m),'bo') %vykreslení grafu loglog, osa x-měřítka,osa y- celková délka
s1=polyfit(log(step(1:k)),log(L(1:k)),1); %výpočet sklonu regresní křivky
hold on
plot(step(1:k),exp(polyval(s1,log(step(1:k))))); %zakreslení regresní křivky do grafu
xlabel('Log λ')
ylabel('Log L')
title('Log-Log graf')
D1=1-s1(1); %odhadovaná obvodová dimenze
a=round(s1(1),10);
fce=['D1=1-(' ,num2str(a),')=' ,num2str(D1)];
T=text(step(2),L(2),fce,'fontsize',10); %zápis textu do grafu
hold on
s2=polyfit(log(step(k:m)),log(L(k:m)),1); %výpočet sklonu regresní křivky
hold on
plot(step(k:m),exp(polyval(s2,log(step(k:m))))); %zakreslení regresní křivky do grafu
xlabel('Log λ')
ylabel('Log L')
title(strcat('Log-Log graf',' (úsek km ',num2str(st0),'-',num2str(stmax),')')) %
%odhadovaná obvodová dimenze
b=round(s2(1),10);
D2=1-b;
fce=['D2=1-(' ,num2str(b),')=' ,num2str(D2)];
T=text(step(3),L(3),fce,'fontsize',10); %zápis textu do grafu

```

P5: Skript pro průběhy fraktálních dimenzí a SDO v čase

```
info= dir('*.mat'); %načte všechny soubory excel
numfiles=size(info,1)-2; %počet souboru-matice s daty
fnames=zeros(numfiles,1); %prázdná matice pro názvy
for i=1:numfiles
    % cyklus - projde názvy souborů s měřeními
    fnames(i)=str2double(info(i).name(1:end-4)); % uloži název souboru (číslo - kvůli
správnému řazení)
end
fnames=sortrows(fnames); %seřazení podle názvu->měření chronologicky
colnam=["SL";"SP";"RK";"PK";"VL";"VP"]; % názvy parametrů v tabulce (ze souboru)
pars=[3 4 6 7 8 9]; % indexy parametrů (ve výsledné matici)
st0=166.05; %požadované počáteční staničení úseku
stmax=166.25; %požadované koncové staničení úseku
krok=0.25; %krok měření
pkm=1/krok; %počet kroků v metru
du=(stmax-st0)*1000; %delka useku [m]
pm=du*pkm+1; %počet řádku staničení
parametr=8; %volba paramtru
D1=zeros(numfiles,1);
D2=zeros(numfiles,1);
for o=1:numfiles
    fname=strcat(num2str(fnames(o)),'.mat'); % získá plnou cestu čteného souboru z
matice cest k souborům
    datax=load(fname); %načtení matice
    data=flipud(datax.data); %otočení pořadí řádku, aby bylo po směru staničení
    n=size(data,1);
    stmin=min(data(:,1)); %nejmenší stan
    pr=((st0-stmin)*1000)*pkm; %počáteční řádek pro staničení
    rozsah=round(pr:(pm+pr)); %rozsah řádku z dat
    x=data(rozsah,1); %načtení dat z matice-staničení
    y=data(rozsah,parametr); %načtení hodnot odchylky GPK
    step=[0.25 0.5 0.75 1 1.25 1.5 1.75 2 2.5 3 3.5 4.5]; %kroky měřítka λ
    stepl=step./krok;
    m=length(step); %získá počet měřítka λ
    n=length(x); %získá maximální rozměr matice
    xl=zeros(m,n); %prázdná matice
    yl=zeros(m,n);
    xl(:,1)=x(1);
    yl(:,1)=y(1);
    xl(1,:)=x(:);
    yl(1,:)=y(:);
    for i=1:n+1;%naplnění matice hodnot osy x pro jednotlivá měřítka
        j=2;
        while j<=m
            if (i*stepl(j))<=n
                xl(j,i+1)=x(i*stepl(j));
                yl(j,i+1)=y(i*stepl(j));
            else
                break
            end
            j=j+1;
        end
    end
    for i=1:n
        for j=1:m
            if xl(j,i)==0
```

```

        x1(j,i)=x(n);
        y1(j,i)=y(n);
    end
end
end
x1=x1*1000;    %[m]
y1=y1;        %[mm]
L=zeros(m,1); %prázdná matice délek křivek pro jednotlivá měřítka λ
for j=1:m %Výpočet délek křivek pro jednotlivá měřítka λ
    for i=1:n-1
        L(j,1)=L(j,1)+sqrt(((x1(j,i+1)-x1(j,i))^2)+((y1(j,i+1)-y1(j,i))^2));
    end
end
k=4;          %číslo m-zlom multifraktál
s1=polyfit(log(step(1:k)),log(L(1:k)),1); %výpočet sklonu regresní křivky
D1(o,1)=1-s1(1); %odhadovaná obvodová dimenze
s2=polyfit(log(step(k:m)),log(L(k:m)),1); %výpočet sklonu regresní křivky
D2(o,1)=1-s2(1); %odhadovaná obvodová dimenze
end
SDO=zeros(numfiles,1);
for o=1:numfiles
    fname=strcat(num2str(fnames(o)),'.mat'); %získá plnou cestu čteného souboru z
matice cest k souborům
    datax=load(fname); %načtení matice
    data=flipud(datax.data); %otočení pořadí řádku, aby bylo po směru staničení
    n=size(data,1);
    stmin=min(data(:,1)); %nejmenší stan
    pr=((st0-stmin)*1000)*pkm; %počáteční řádek pro staničení
    rozsah=round(pr:(pm+pr)); %rozsah řádku z dat
    x=data(rozsah,1); %načtení dat z matice-staničení
    y=data(rozsah,parametr); %načtení hodnot odchylky GPK
    SDO(o)=std(y,1);
end
timex=load('time.mat');
date=timex.date;
timex1=load('time.mat');
t=timex1.t2';
timex2=load('time2.mat');
t2=timex2.t2';
t(20)=t2(20);
figure
z=7;
plot(t,D1,'b-')
p11=polyfit(t(1:z),D1(1:z),1);
a=round(p11(1),3);
b=round(p11(2),3);
fcell=['y=',num2str(a),'*x',num2str(b)];
hold on
% T=text(t(2),D1(3),fcell,'fontsize',10); %zápis textu do grafu
hold on
% plot(t(1:z),polyval(p11,t(1:z)),'k-.');
hold on
p12=polyfit(t((z+3):o),D1((z+3):o),1);
% plot(t((z+3):19),polyval(p12,t((z+3):19)),'k-.');
hold on

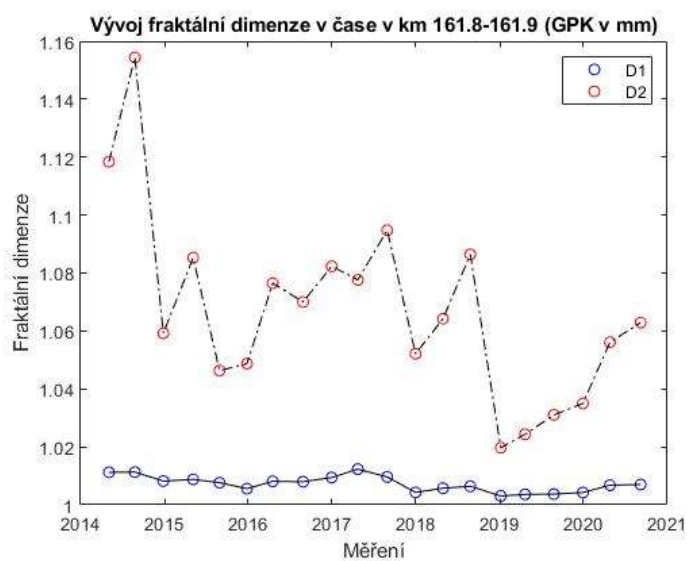
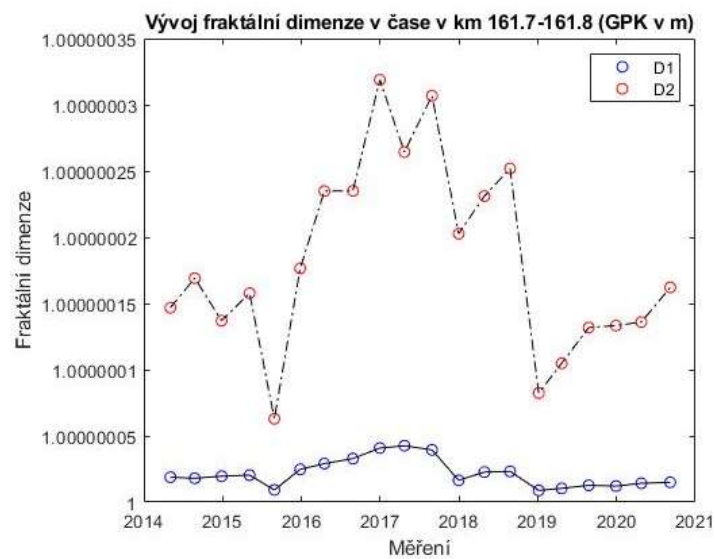
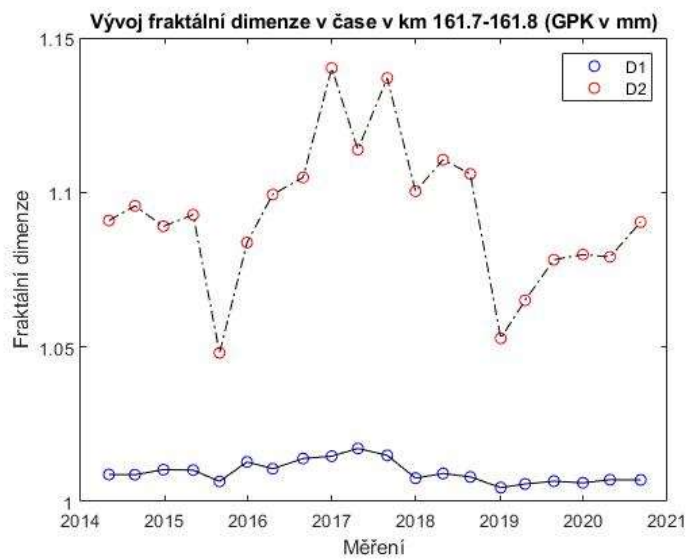
```

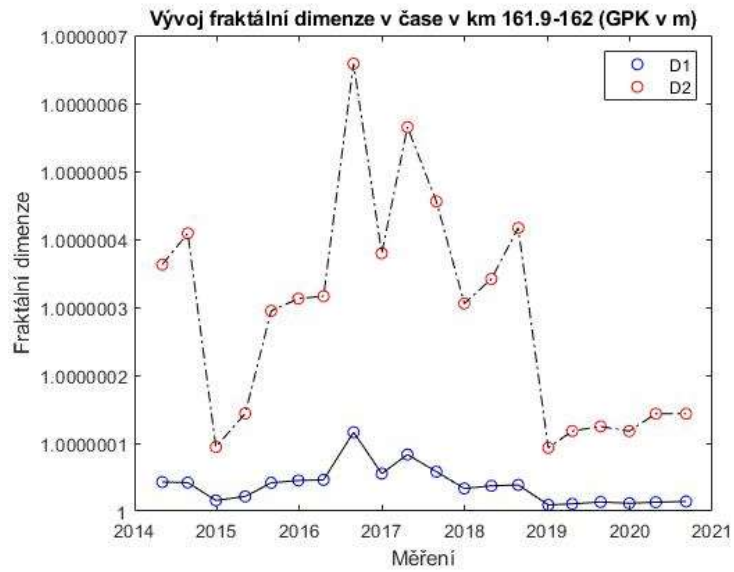
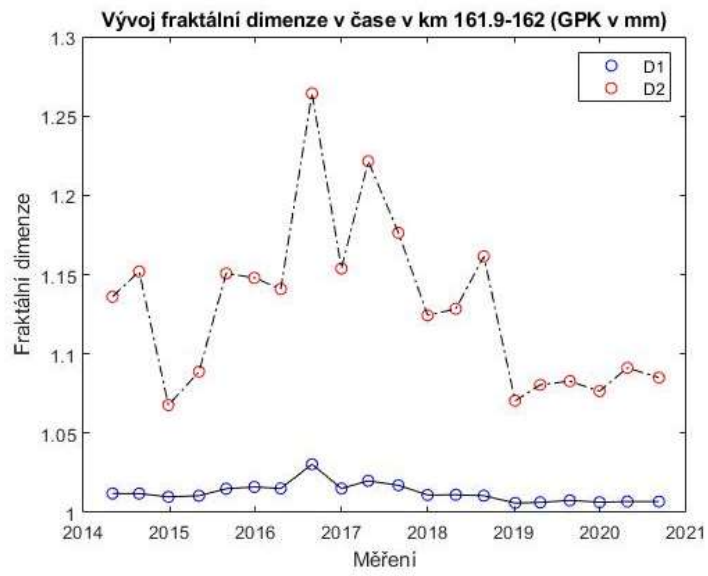
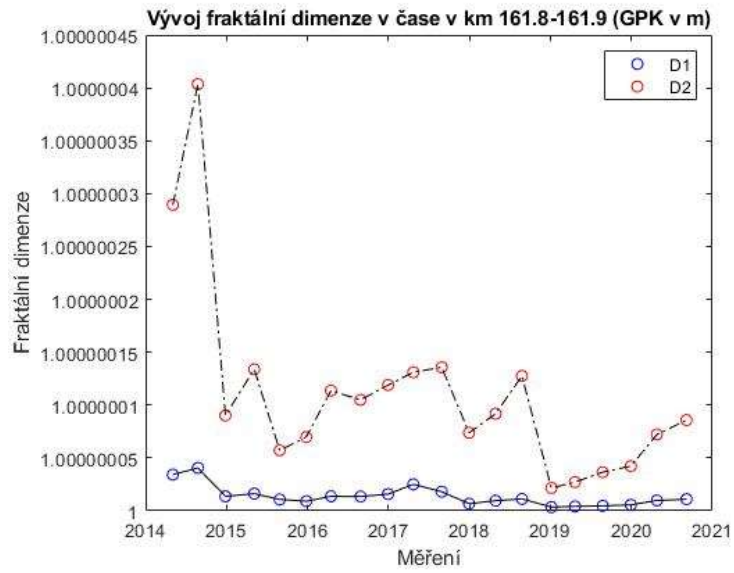
```

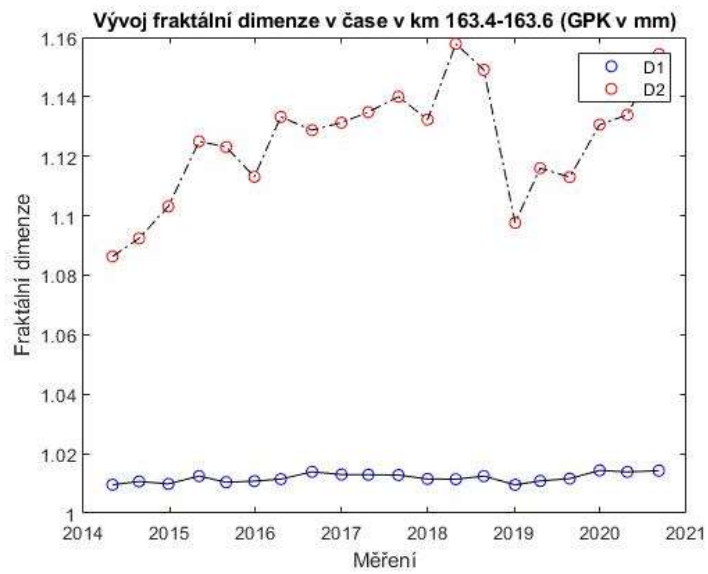
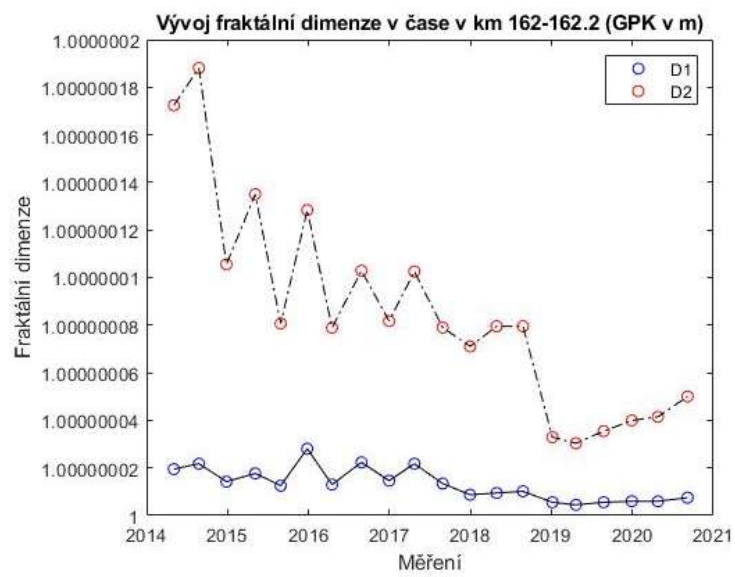
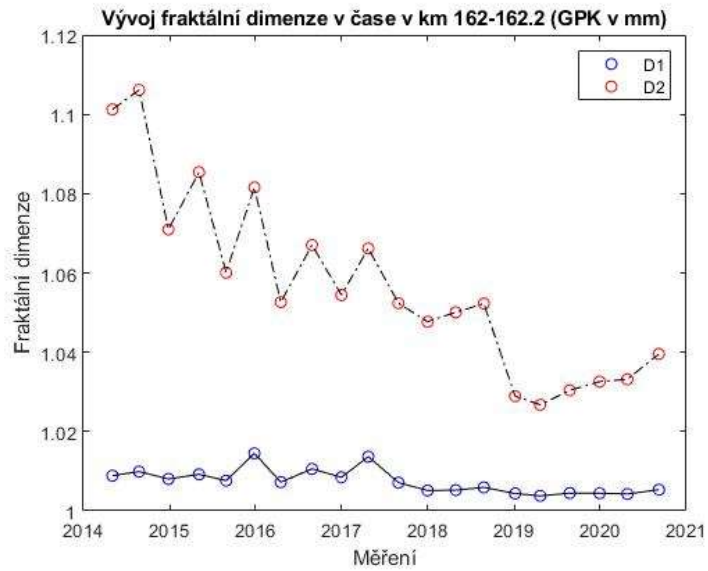
a=round(p12(1),3);
b=round(p12(2),3);
fcel2=['y=',num2str(a),'*x-',num2str(b)];
T=text(t(9),D1(9),fcel2,'fontsize',10); %zápis textu do grafu
title(strcat('Vývoj fraktální dimenze D1 v čase v km', {' '},num2str(st0),'-',num2str(stmax)));
xlabel('Měření')
ylabel('Fraktální dimenze')
figure
plot(t,D2,'r-')
p21=polyfit(t(1:z),D2(1:z),1);
hold on
a=round(p21(1),3);
b=round(p21(2),3);
fcel21=['y=',num2str(a),'*x-',num2str(b)];
T=text(t(2),D2(3),fcel21,'fontsize',10); %zápis textu do grafu
hold on
plot(t(1:z),polyval(p21,t(1:z)),'k-.');
hold on
p22=polyfit(t((z+1):o),D2((z+1):o),1);
plot(t((z+1):o),polyval(p22,t((z+1):o)),'k-.');
hold on
a=round(p22(1),3);
b=round(p22(2),3);
fcel22=['y=',num2str(a),'*x-',num2str(b)];
T=text(t(9),D2(9),fcel22,'fontsize',10); %zápis textu do grafu
title(strcat('Vývoj fraktální dimenze D2 v čase v km', {' '}, num2str(st0),'-',num2str(stmax)));
xlabel('Měření')
ylabel('Fraktální dimenze')
figure
plot(t,SDO,'k-')
p11=polyfit(t(1:z),SDO(1:z),1);
a=round(p11(1),3);
b=round(p11(2),3);
fcell1=['y=',num2str(a),'*x-',num2str(b)];
hold on
T=text(t(2),SDO(3),fcell1,'fontsize',10); %zápis textu do grafu
hold on
plot(t(1:z),polyval(p11,t(1:z)),'k-.');
hold on
p12=polyfit(t((z+1):o),SDO((z+1):o),1);
plot(t((z+1):o),polyval(p12,t((z+1):o)),'k-.');
hold on
a=round(p12(1),3);
b=round(p12(2),3);
fcel12=['y=',num2str(a),'*x-',num2str(b)];
T=text(t(9),D1(9),fcel12,'fontsize',10); %zápis textu do grafu
title(strcat('Vývoj SDO VL v čase v km', {' '},num2str(st0),'-',num2str(stmax)));
xlabel('Měření')
ylabel('SDO')

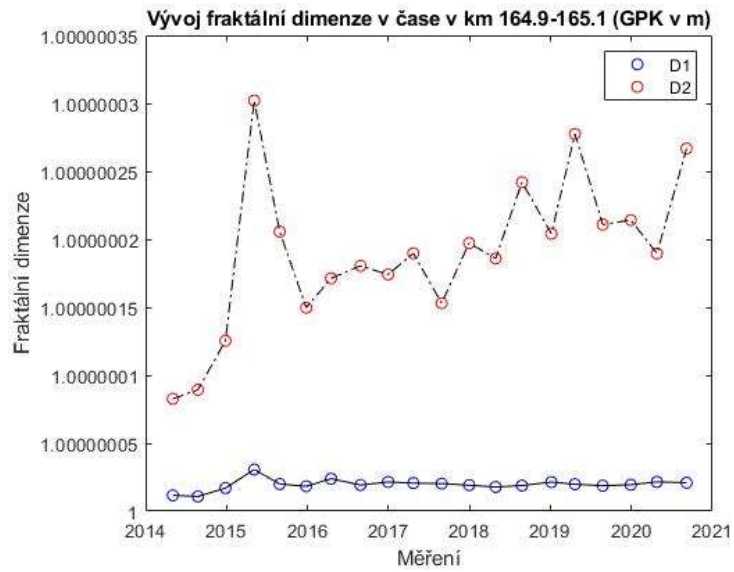
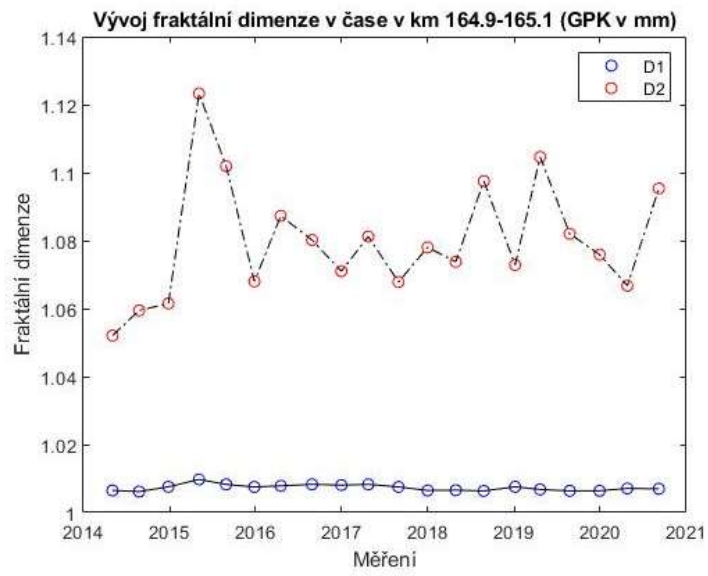
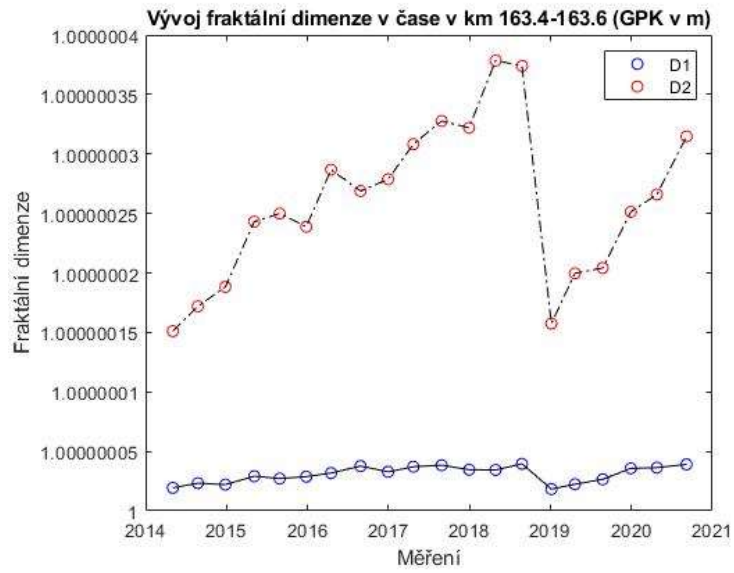
```

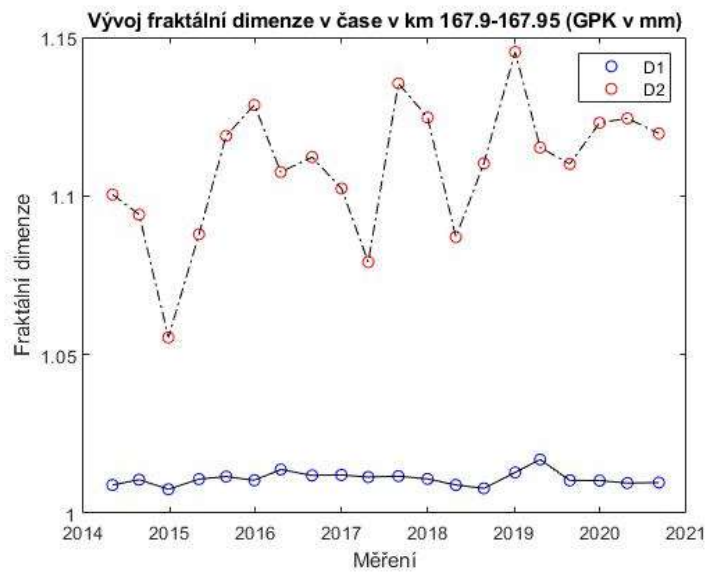
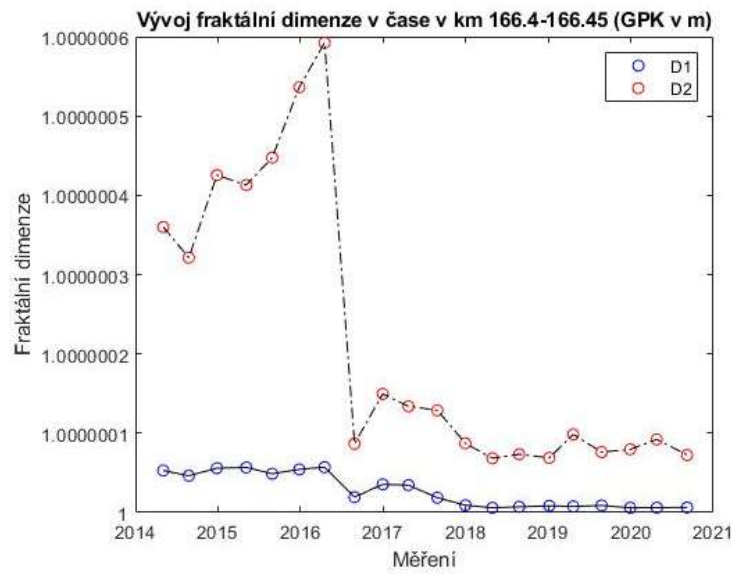
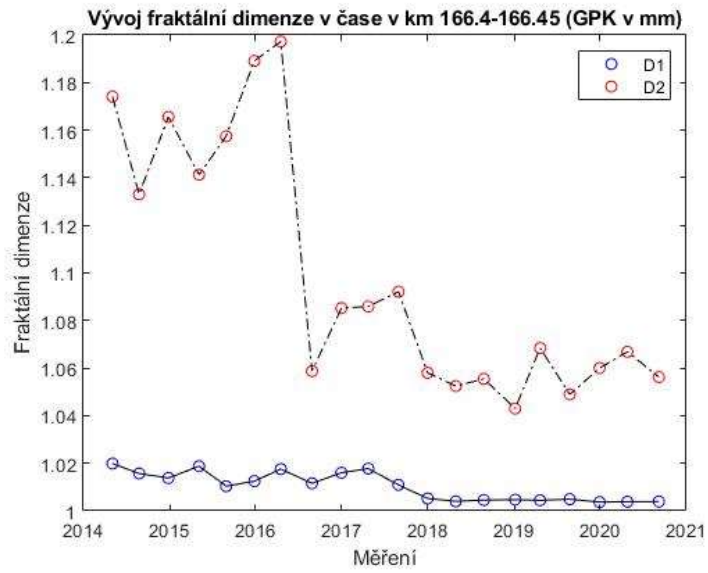
P6: Grafy pro porovnání použití různých měřítek pro odchylky GPK

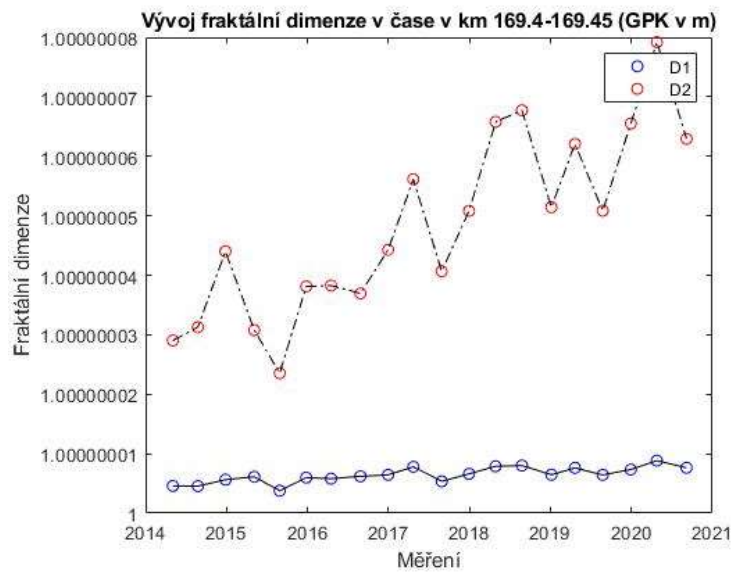
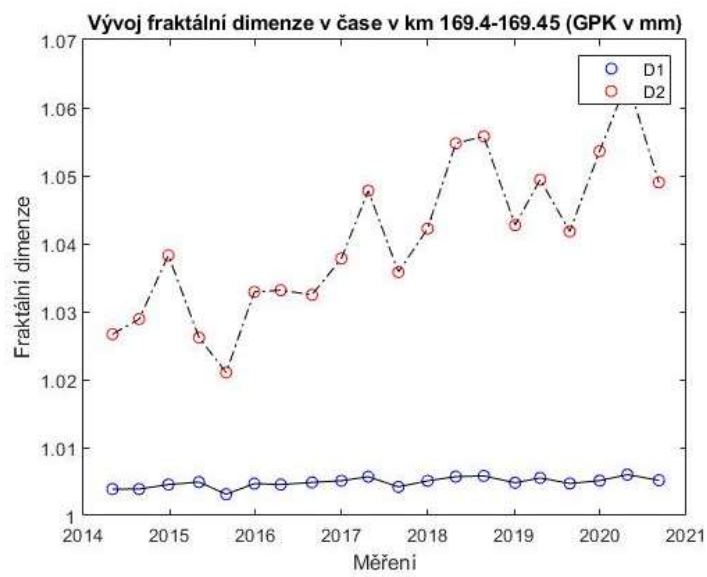
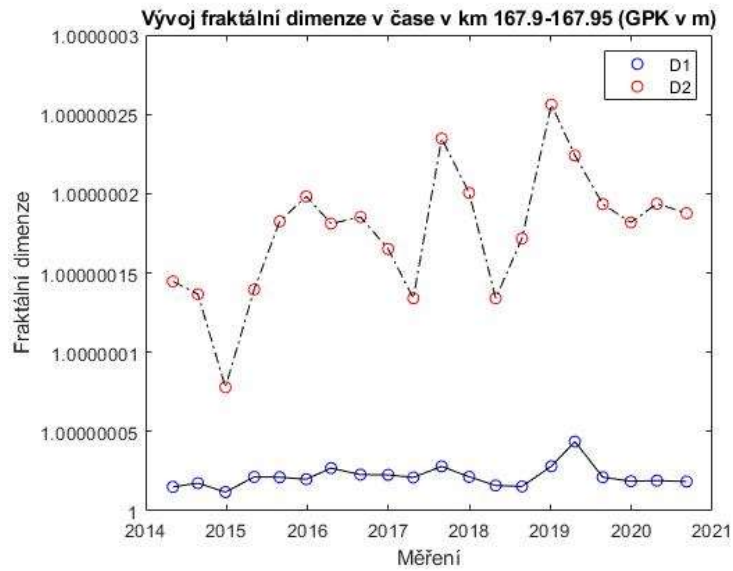




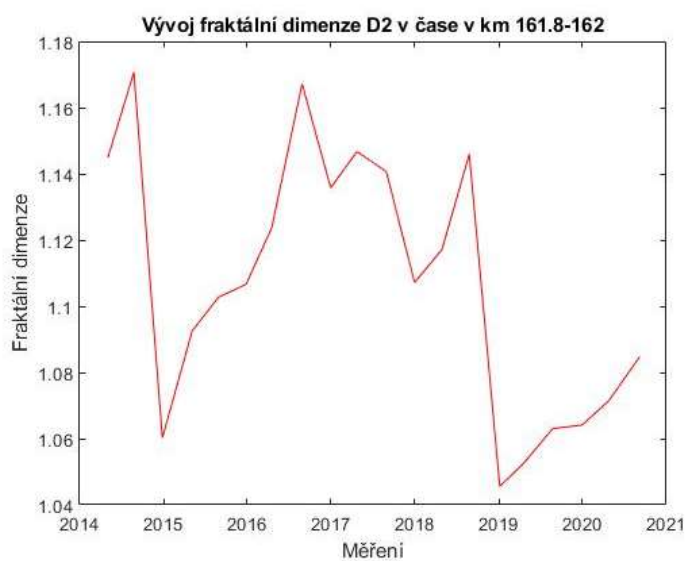
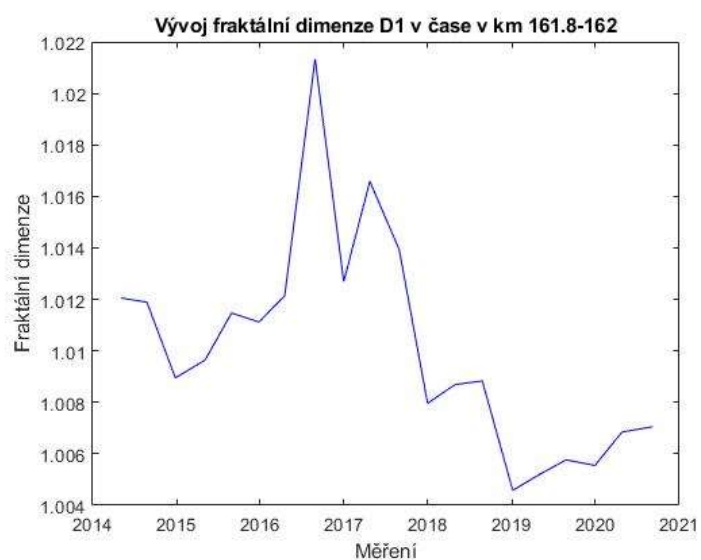
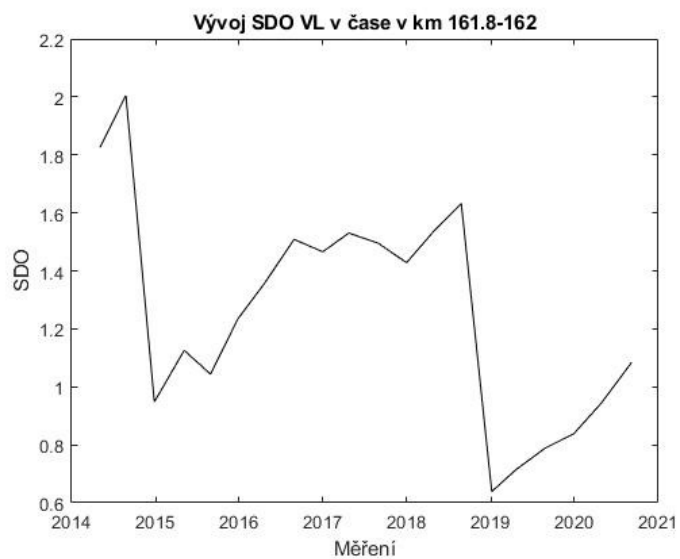


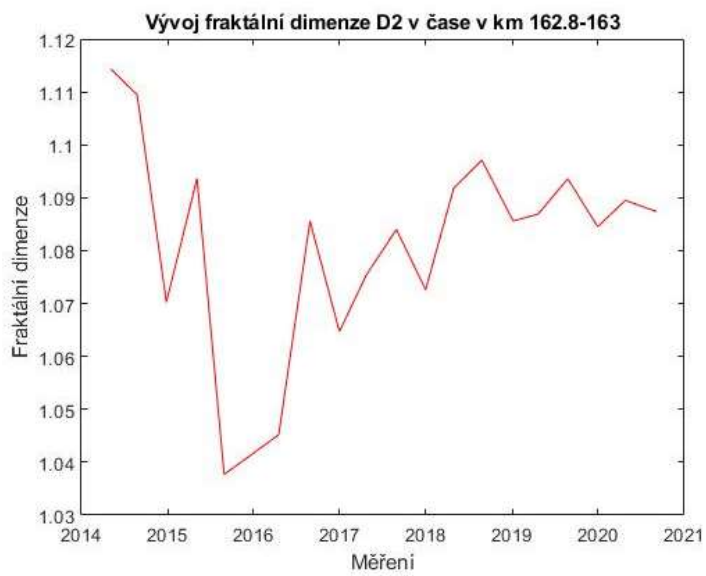
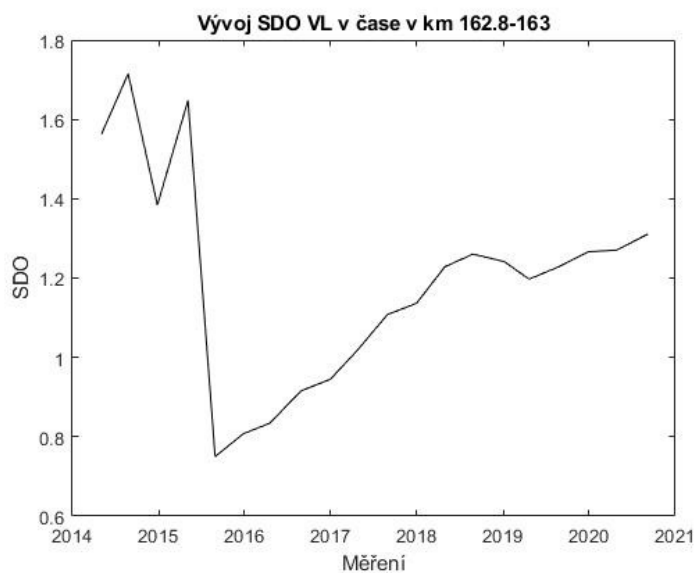


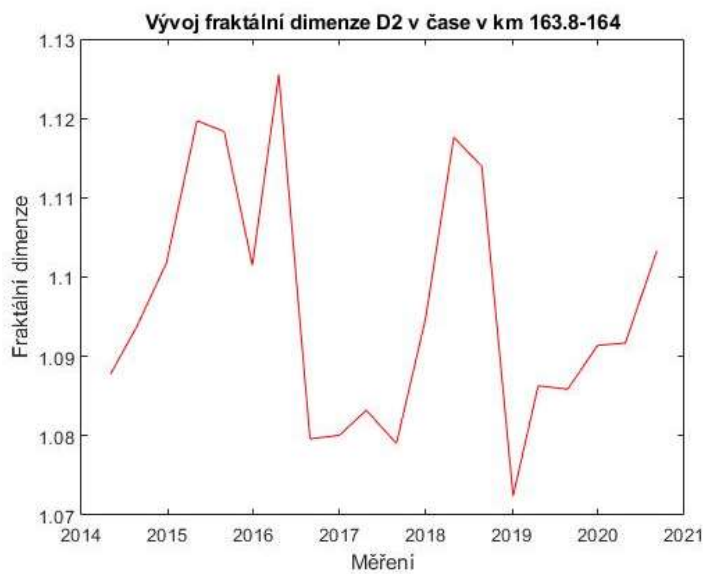
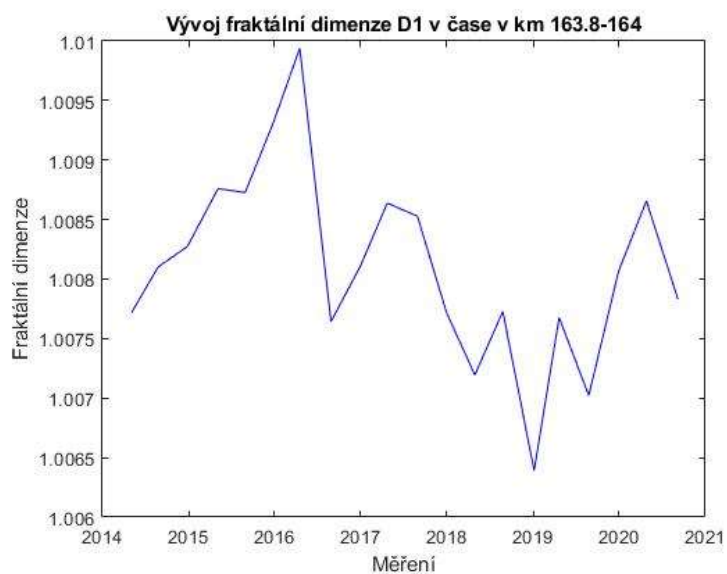
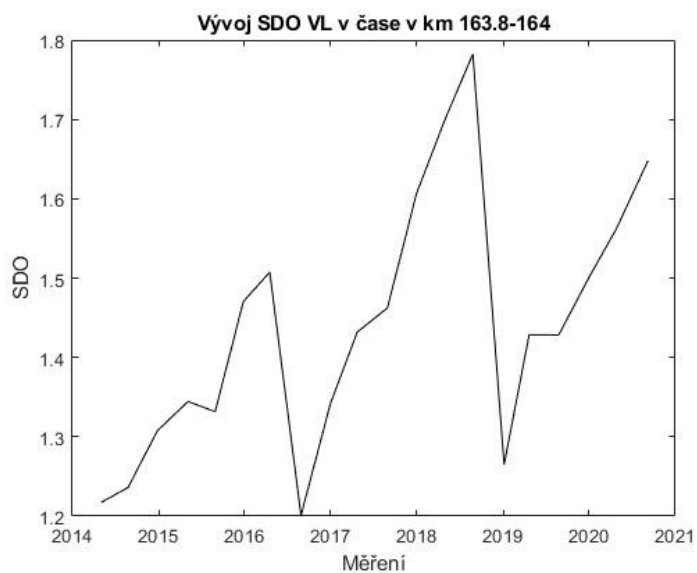


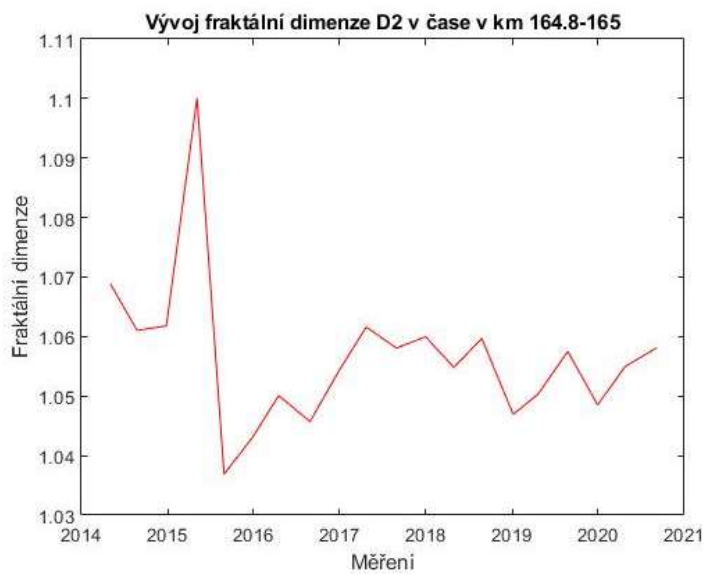
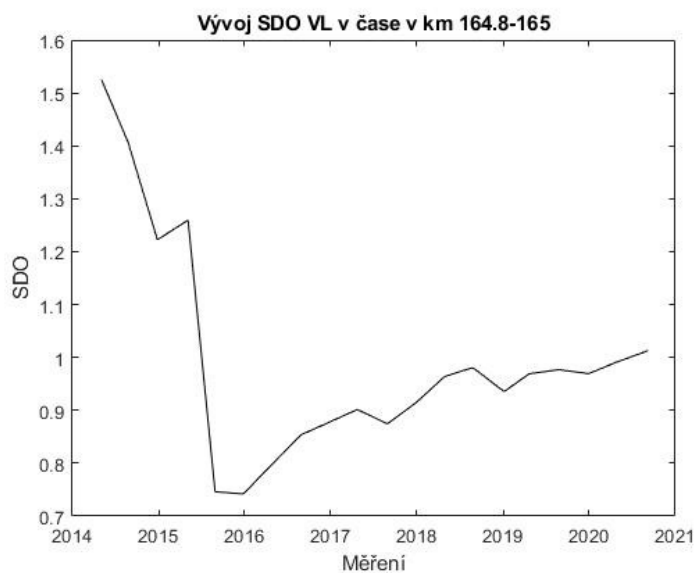


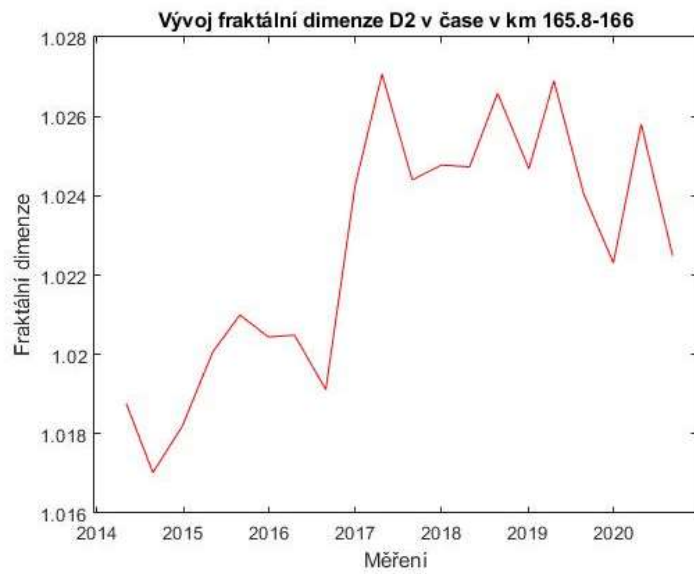
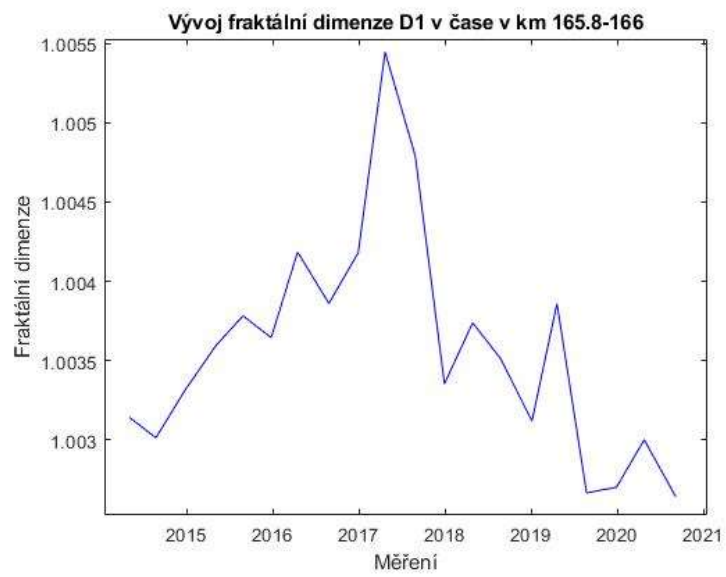
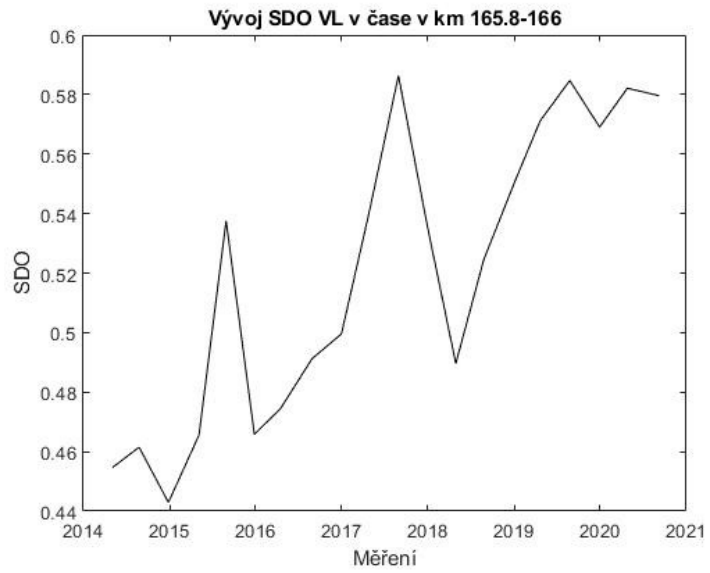
P7: Grafy pro porovnání průběhů dimenzí s průběhem SDO

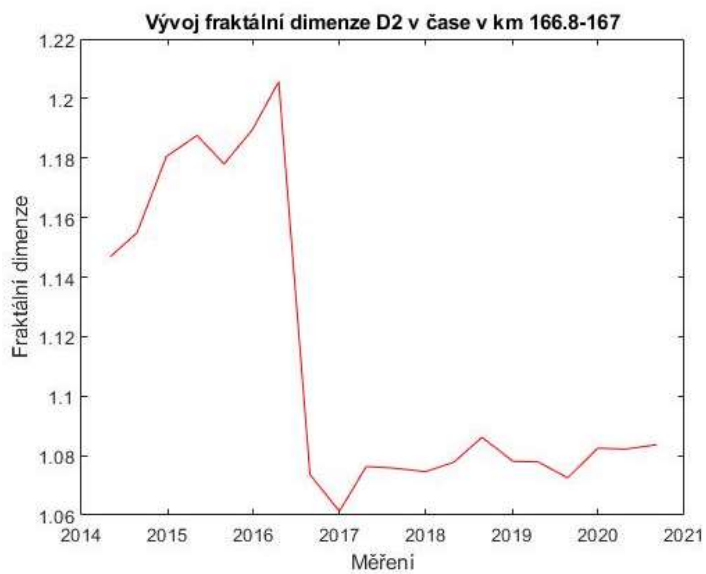
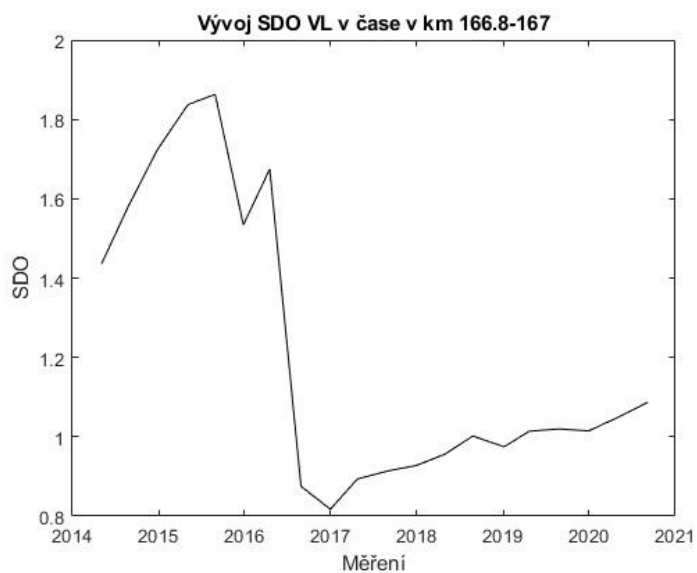


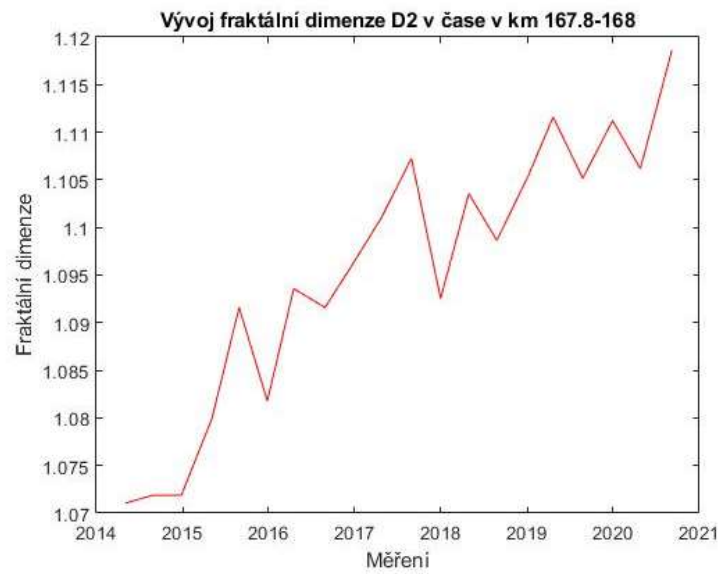
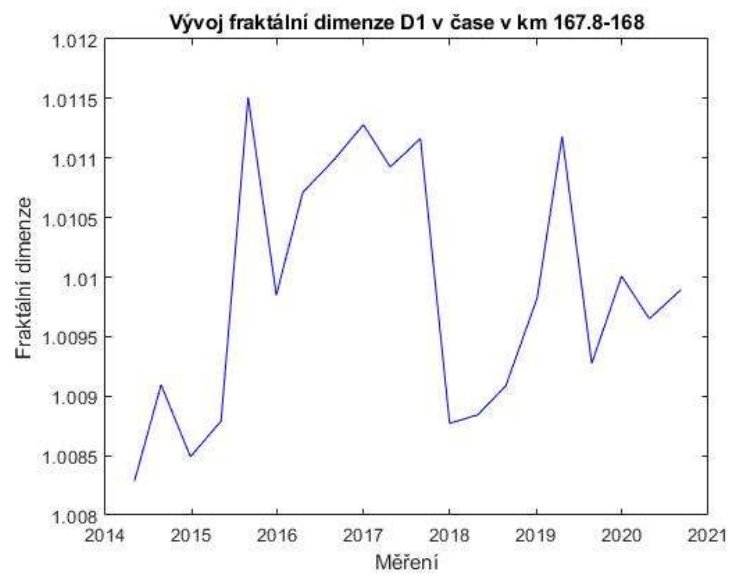
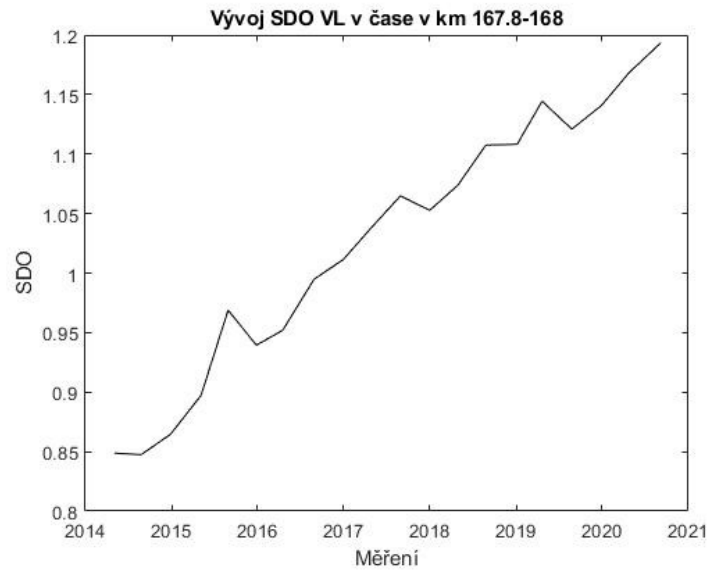


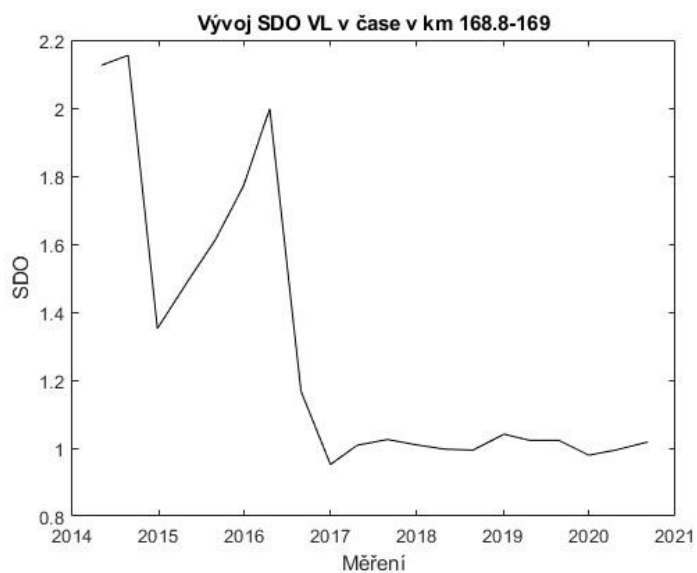


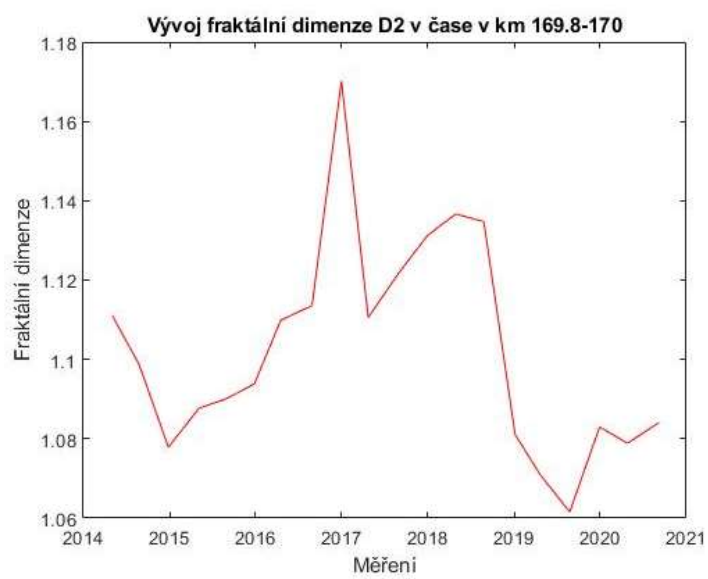
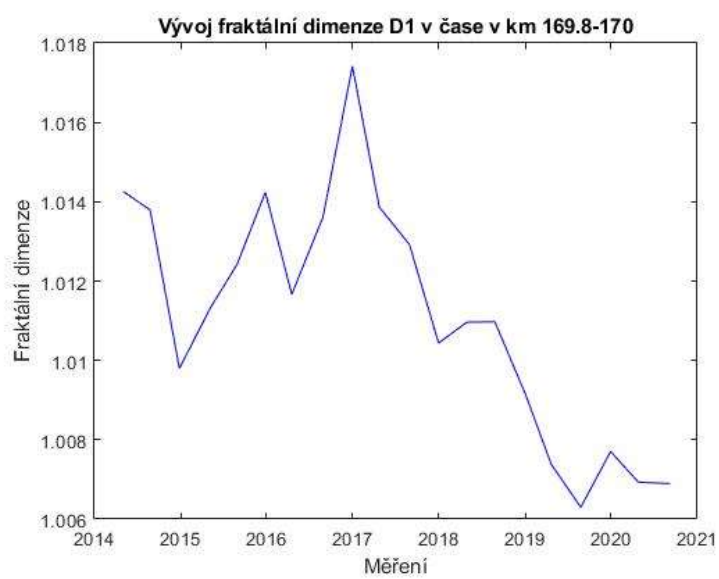
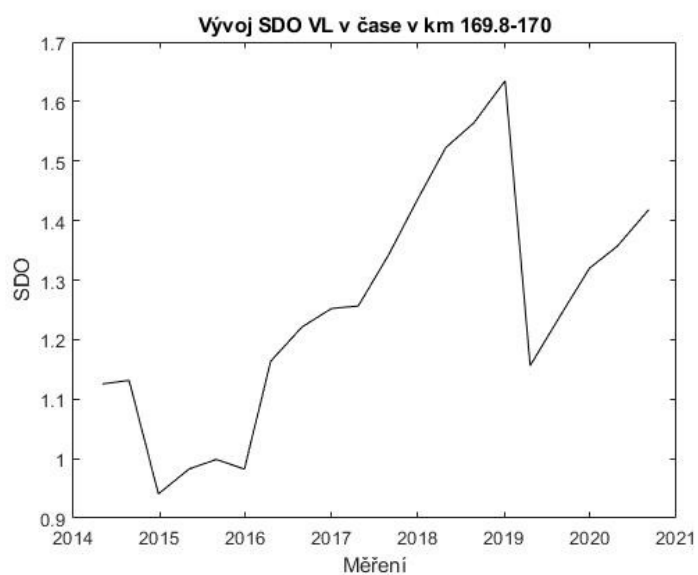




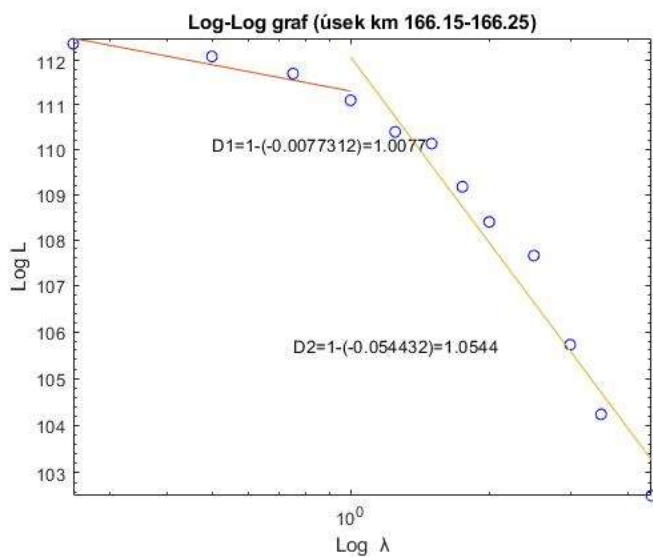
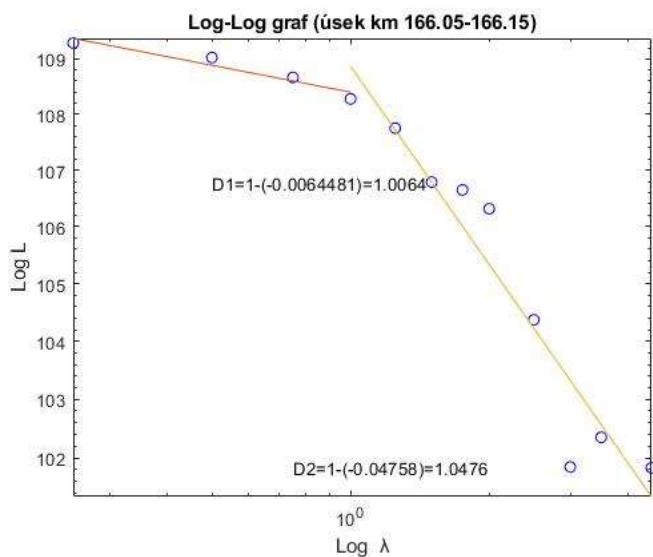
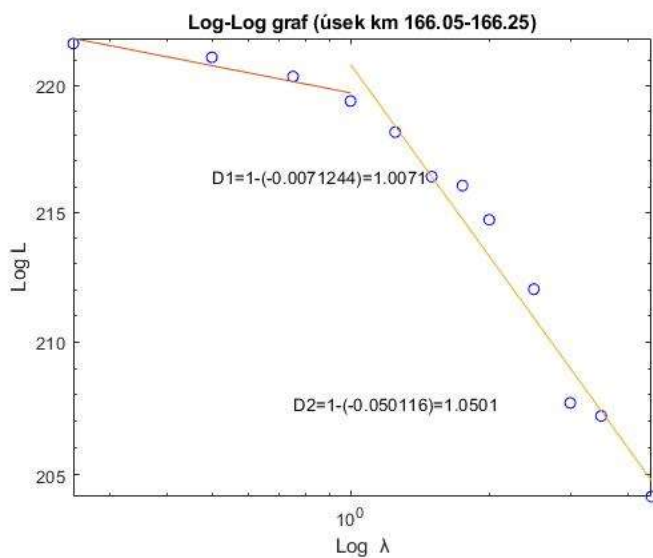


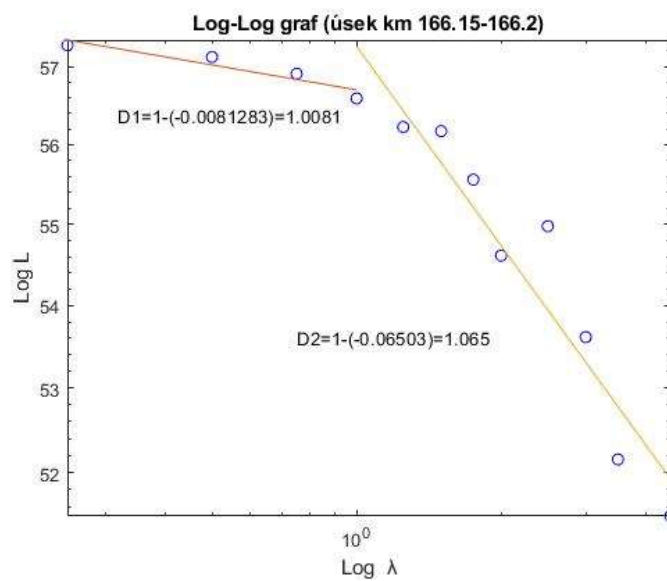
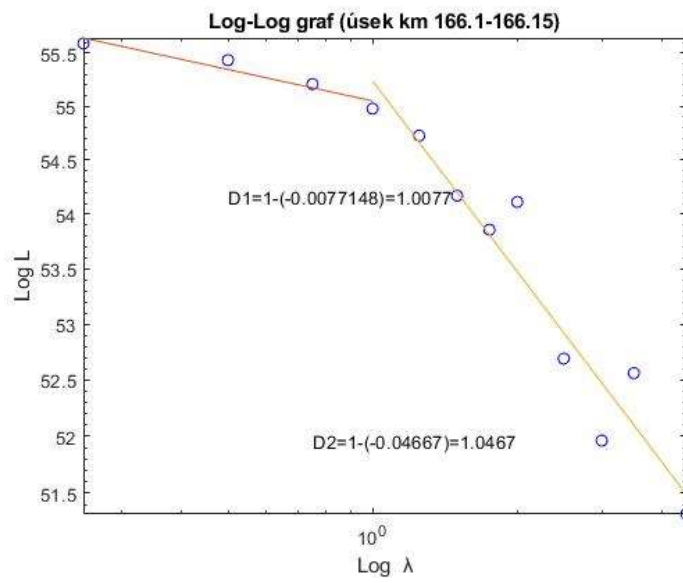
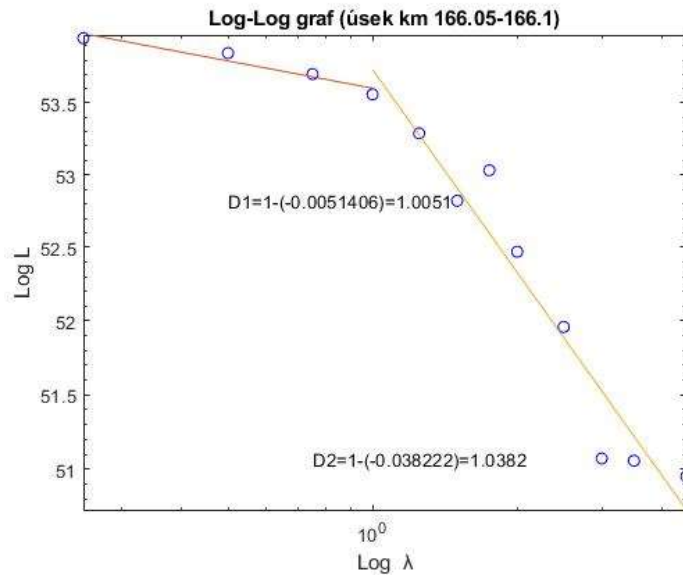


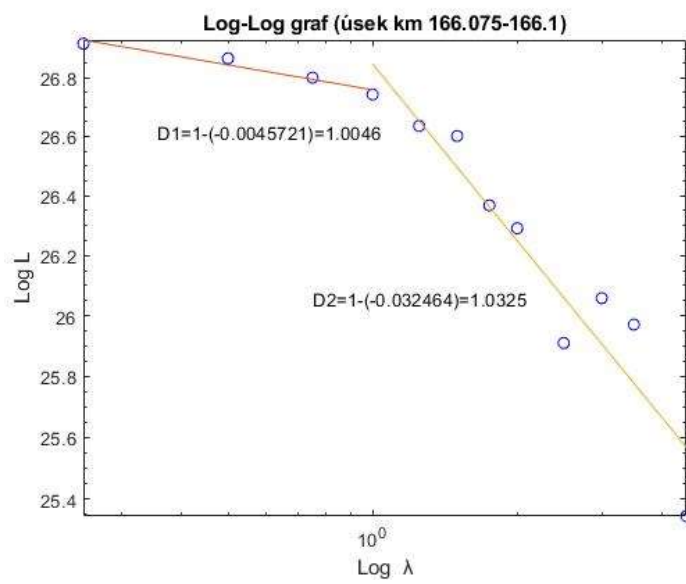
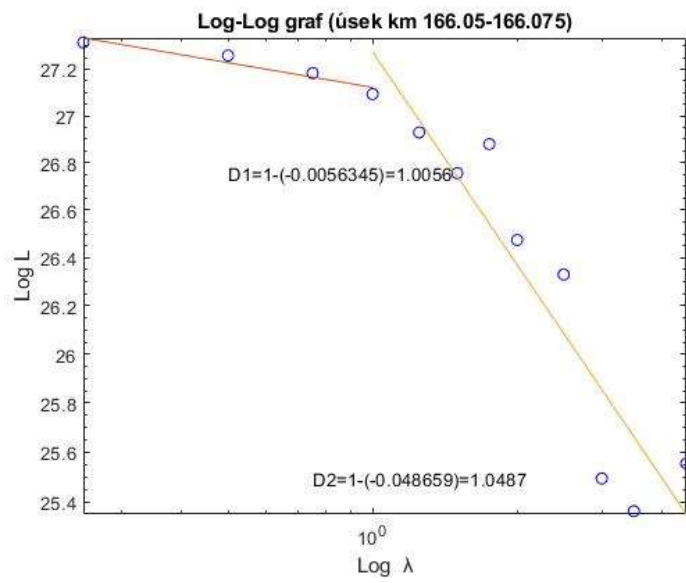
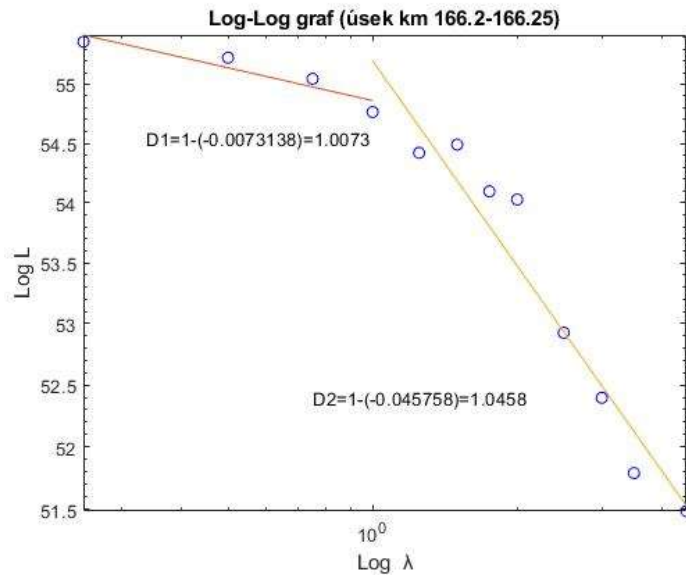


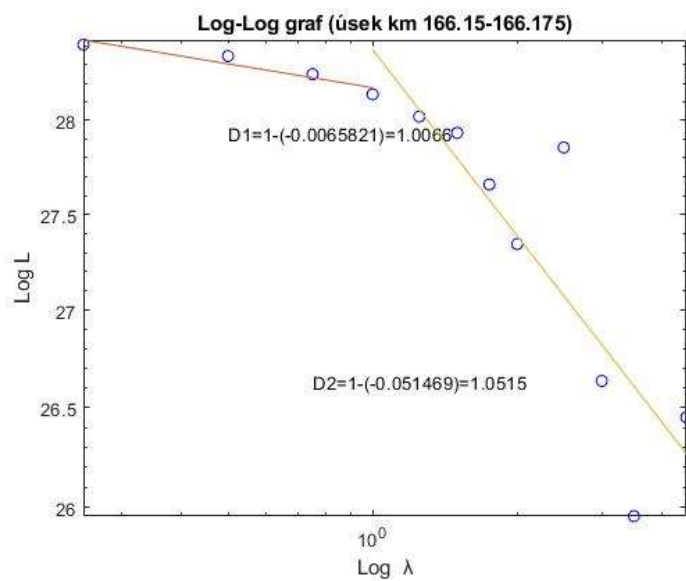
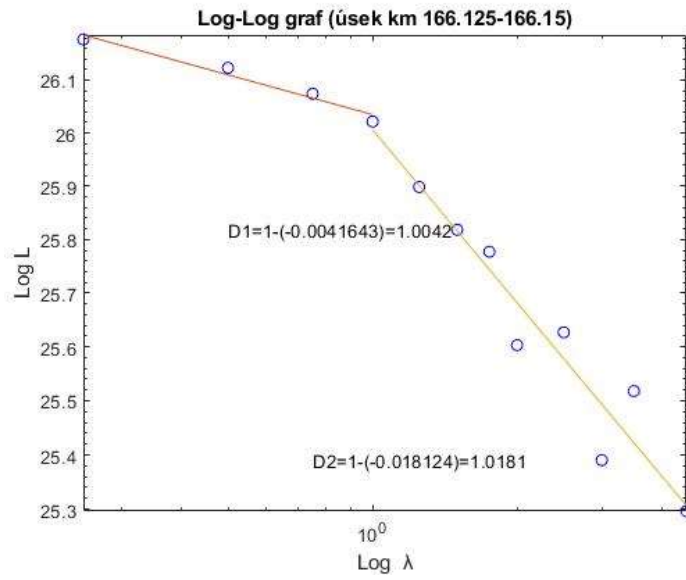
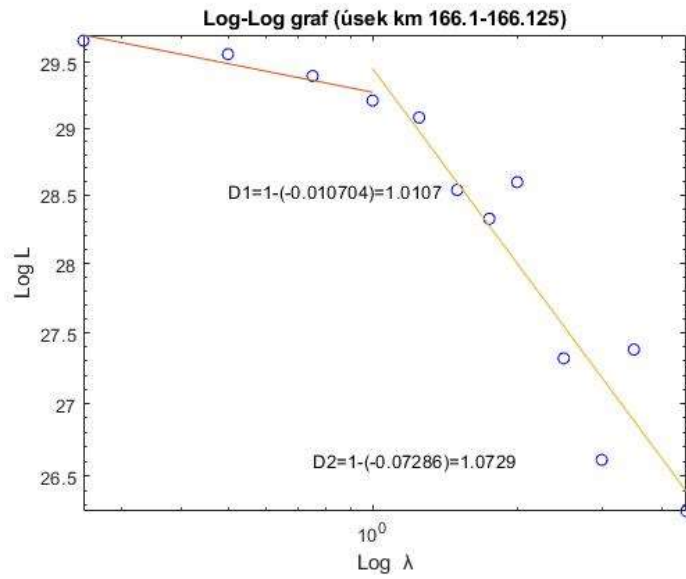


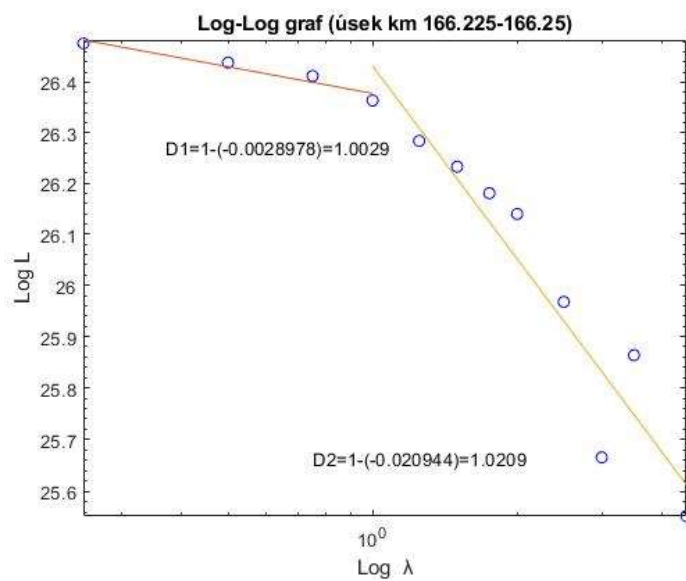
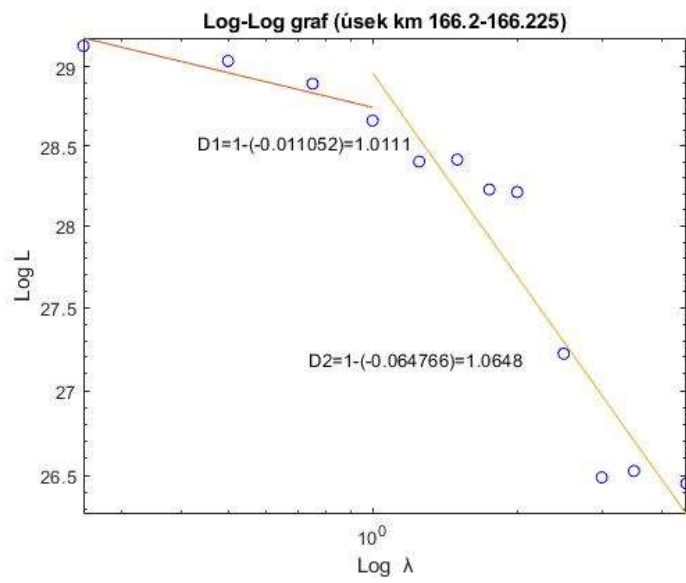
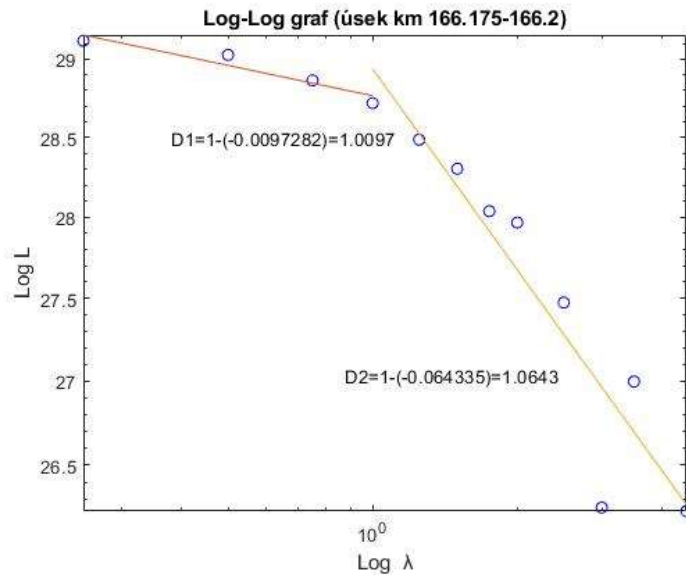
P8: Log-Log grafy pro získání obvodových dimenzí pro různě dlouhé úseky











P9: Skript pro získání Pearsonova korelačního koeficientu

```
info= dir('*.mat');           %načte všechny soubory excel
numfiles=size(info,1)-1;     %počet souboru bez matice s daty a posledního měření
fnames=zeros(numfiles,1);    %prázdná matice pro názvy
for i=1:numfiles             %cyklus - projde názvy souborů s měřeními
    fnames(i)=str2double(info(i).name(1:end-4));
end
fnames=sortrows(fnames);     %seřazení podle názvu->měření chronologicky
colnam=["SL";"SP";"RK";"PK";"VL";"VP"]; % názvy parametrů v tabulce (ze souboru)
pars=[3 4 6 7 8 9];         %indexy parametrů (ve výsledné matici)
st0=169.7;                   %požadované počáteční staničení úseku
stmax=169.75;                %požadované koncové staničení úseku
krok=0.25;                    %krok měření
pkm=1/krok;                   %počet kroků v metru
du=(stmax-st0)*1000;         %delka useku [m]
pm=du*pkm+1;                 %počet řádku staničení
parametr=8;                   %volba parametru
D1=zeros(numfiles-1,1);
D2=zeros(numfiles-1,1);
SDO=zeros(numfiles-1,1);
for o=1:numfiles
    fname=strcat(num2str(fnames(o)),'.mat'); %získá plnou cestu čteného souboru z
matice cest k souborům
    datax=load(fname);        %načtení matice
    data=flipud(datax.data);  %otočení pořadí řádku, aby bylo po směru staničení
    n=size(data,1);
    stmin=min(data(:,1));     %nejmenší stan
    pr=((st0-stmin)*1000)*pkm; %počáteční řádek pro staničení
    rozsah=round(pr:(pm+pr)); %rozsah řádku z dat
    x=data(rozsah,1);        %načtení dat z matice-staničení
    y=data(rozsah,parametr); %načtení hodnot odchylky GPK
    step=[0.25 0.5 0.75 1 1.25 1.5 1.75 2 2.5 3 3.5 4.5]; %kroky měřítka λ
    step1=step./krok;
    m=length(step);          %získá počet měřítka λ
    n=length(x);             %získá maximální rozměr matice
    x1=zeros(m,n);           %prázdná matice
    y1=zeros(m,n);
    x1(:,1)=x(1);
    y1(:,1)=y(1);
    x1(1,:)=x(:);
    y1(1,:)=y(:);
    for i=1:n+1               %naplnění matice hodnot osy x pro jednotlivá měřítka
        j=2;
        while j<=m
            if (i*step1(j))<=n
                x1(j,i+1)=x(i*step1(j));
                y1(j,i+1)=y(i*step1(j));
            else
                break
            end
            j=j+1;
        end
    end
    for i=1:n
        for j=1:m
            if x1(j,i)==0
                x1(j,i)=x(n);
                y1(j,i)=y(n);
            end
        end
    end
end
```

```

x1=x1*1000;      %[m]
y1=y1;          %[mm]
L=zeros(m,1);   %prázdná matice délek křivek pro jednotlivá měřítka λ
for j=1:m       %Výpočet délek křivek pro jednotlivá měřítka λ
    for i=1:n-1
        L(j,1)=L(j,1)+sqrt(((x1(j,i+1)-x1(j,i))^2)+((y1(j,i+1)-y1(j,i))^2));
    end
end
k=4;
s1=polyfit(log(step(1:k)),log(L(1:k)),1); %číslo m-zlom multifraktál
D1(o,1)=1-s1(1); %výpočet sklonu regresní křivky
s2=polyfit(log(step(k:m)),log(L(k:m)),1); %odhadovaná obvodová dimenze
D2(o,1)=1-s2(1); %výpočet sklonu regresní křivky
SDO(o,1)=std(y,1); %odhadovaná obvodová dimenze
end %výpočet směrodatné odchylky
figure
plot(D1,SDO,'bo') %graf korelace D1xSDO
hold on
xlabel('D1[-]','fontsize',12) %popis osy x
ylabel('SDO[-]','fontsize',12) %popis osy y
title(strcat('Pearsonův korelační koeficient v km ', {' '},num2str(st0),'-',num2str(
(stmax)));
hold on
r1=corrcoef(D1,SDO); %matice korelačních koeficientů
fce=['r1=',num2str(r1(1,2))];
text(D1(3),SDO(4),fce,'fontsize',12); %zápis textu do grafu
figure
plot(D2,SDO,'ro')
hold on
xlabel('D2[-]','fontsize',12) %popis osy x
ylabel('SDO[-]','fontsize',12) %popis osy y
title(strcat('Pearsonův korelační koeficient v km ', {' '},num2str(st0),'-',num2str(
(stmax)));
hold on
r2=corrcoef(D2,SDO); %matice korelačních koeficientů
fce=['r2=',num2str(r2(1,2))];
text(D2(3),SDO(4),fce,'fontsize',12); %zápis textu do grafu

```

P10: Grafy pro jednotlivé úseky s příslušným korelačním koeficientem

