

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
KATEDRA MATEMATICKÉ ANALÝZY A APLIKACÍ MATEMATIKY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Využití fuzzy regulátorů při hodnocení úvěrové
bonity klienta



Vedoucí diplomové práce:
Mgr. Eva Bohanesová, Ph.D
Rok odevzdání: 2014

Vypracovala:
Pavλίna Krejčí
AME, II. ročník

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem vytvořila diplomovou práci samostatně za vedení Mgr. Evy Bohanesové, Ph.D. a že jsem v seznamu použité literatury uvedla všechny zdroje použité při zpracování této práce.

V Olomouci dne 18. března 2014

Poděkování

Ráda bych touto cestou poděkovala své vedoucí diplomové práce paní Mgr. Evě Bohanesové, Ph.D. za obětavou spolupráci i cenné rady a připomínky, které mi pomohly při zpracování této diplomové práce. Dále si zaslouží poděkování můj počítač, že vydržel moje pracovní tempo, a typografický systém L^AT_EX 2_ε, kterým je práce vysázena.

Také bych ráda poděkovala své rodině a přátelům za jejich podporu během mého studia na vysoké škole.

Obsah

Úvod	4
Seznam použitých zkratk a symbolů	5
1 Hypoteční úvěr	6
1.1 Definice a účel hypotéky	6
1.2 Typy hypotečních úvěrů	7
1.3 Splácení hypotečního úvěru, doba splatnosti	8
1.3.1 Ukázky příkladů, jak volit výši úvěru	9
1.4 Úroková sazba a výhody hypotečního úvěru	14
2 Oblasti k posouzení bonity klienta	17
2.1 Právní a majetkové aspekty	18
2.2 Ekonomické aspekty	19
2.3 Psychologické aspekty	20
2.4 Průběh vyřízení hypotečního úvěru	21
2.4.1 Přípravná fáze	21
2.4.2 Schvalovací fáze	22
2.4.3 Realizační fáze	22
3 Fuzzy množiny	23
3.1 Základní pojmy teorie fuzzy množin	23
3.2 Věta o reprezentaci a princip rozšíření	25
3.3 Základní operace s fuzzy množinami	26
3.4 Fuzzy relace	27
3.5 Fuzzy čísla	29
4 Fuzzy regulátor	31
4.1 Cyklus fuzzy regulátoru	31
4.2 Jazyková proměnná	32
4.3 Jazyková aproximace	34
4.4 Báze pravidel	35
4.5 Fuzzy inferenční mechanismus	37
4.6 Defuzzifikace	38
5 Praktický příklad	40
Závěr	58

Úvod

Úvěrové produkty jsou v současné době v České republice stále více populární. Lidé si postupem času zvykají žít ve veliké míře na dluh. Jelikož v dnešní době není jednoduché zajistit si kvalitní bydlení pouze z vlastních zdrojů, tak lidé využívají hypotečních úvěrů, kterými financují své bydlení. Jedná se o jednu z nejčastějších cest financování vlastního bydlení. Hypoteční úvěr však může sloužit i jako bezúčelový úvěr, tzv. americká hypotéka. Americká hypotéka je druh spotřebitelského úvěru, u něhož nemusí být prokazován účel a kterým lze mj. financovat bydlení. Je však nutné uvést do zástavy patřičnou nemovitost.

Hypoteční úvěr nemusí být poskytnut každému, kdo si o něj zažádá. Je třeba, aby žadatel splňoval určité podmínky. Proto banka musí prověřovat bonitu daného uchazeče. Musí zjistit jeho důvěryhodnost, délku trvání vztahu s bankou a danou bonitu klienta, poté ohodnotit a zařadit jej do určité bonitní skupiny.

Podle toho, do jaké skupiny žadatele zařadíme, mu bude na základě vypočtené bonity hypoteční úvěr zamítnut či poskytnut v určité výši za příslušnou úrokovou sazbu.

Jelikož takovéto prověření není jednoduché, chtěla bych se v této práci zabývat právě jím, a to ve spojení s fuzzy logikou, kdy využiji ke stanovení výše úrokové sazby za poskytnutý úvěr fuzzy regulátor.

V diplomové práci se nejdříve zmíním o hypotečním úvěru, kde uvedu základní informace, typy hypotečních úvěrů a také jeho výhody. V další kapitole přiblížím oblasti, které se prověřují při hodnocení bonity klienta, dále v ní popíši fáze pro vyřízení hypotečního úvěru a také uvedu příklady, na kterých uvidíme, jakou výši hypotečního úvěru zvolit. V další části budou popsány základy fuzzy logiky ve spojení s fuzzy regulátory.

V poslední části sestavím fuzzy regulátor za pomoci programu FuzzME, na kterém ukáži, jak pracuje při vyhodnocování bonity klienta pro určení úrokové sazby.

Seznam použitých zkratek a symbolů

$\mathcal{F}(U)$	system všech fuzzy množin na univerzu U
$\mathcal{F}_{\mathcal{N}}(\mathbb{R})$	system všech fuzzy čísel definovaných na \mathbb{R}
\mathbb{R}	množina reálných čísel
A	fuzzy množina A
\bar{A}	doplňek fuzzy množiny A
A_{α}	α -řez fuzzy množiny A
$A \cap B$	průnik fuzzy množiny A a B
$A \cup B$	sjednocení fuzzy množiny A a B
$\text{Ker}(A)$	jádro fuzzy množiny A
$\text{Supp}(A)$	nosič fuzzy množiny A
$\text{hgt}(A)$	výška fuzzy množiny A
$A \times B$	kartézský součin fuzzy množin A a B
f_F	fuzzifikace zobrazení (funkce) f
$\mu_A, A(\cdot)$	funkce příslušnosti fuzzy množiny A
χ_A	charakteristická funkce fuzzy množiny A
$f : U \rightarrow V$	zobrazení (funkce) z množiny U do množiny V
t	těžiště fuzzy čísla
\mathcal{V}	jazyková proměnná
$\mathcal{T}(\mathcal{V})$	množina jazykových termů jazykové proměnné \mathcal{V}
M	zobrazení přiřazující každé jazykové hodnotě \mathcal{A} její význam

1 Hypoteční úvěr

1.1 Definice a účel hypotéky

Hypoteční úvěr je podle zákona o dluhopisech [11] úvěr, jehož splacení včetně příslušenství je zajištěno zástavním právem k nemovitosti, i rozestavěné. Úvěr se považuje za hypoteční úvěr dnem vzniku právních účinků zástavního práva. V České republice je hypoteční úvěr určen jak fyzickým, tak i právnickým osobám. Vždy musí být zajištěný zástavním právem k nemovitosti na území ČR. Není podmínkou, že objekt, na který je úvěr poskytnut, musí být ručící nemovitostí, lze ručit i objektem jiným. Hypoteční úvěr patří k nejstarším druhům bankovních úvěrů, jejichž charakteristickým znakem je jištění zástavním právem k nemovitosti a jejichž dalším charakteristickým znakem je účelovost.

Hypoteční úvěr je poskytován na výstavbu či koupi nemovitosti, opravu, modernizaci, rekonstrukci, koupi podílu nemovitosti za účelem vypořádání dědických a spoluvlastnických nároků. Také může být použit za účelem splácení již dříve poskytnutých krátkodobých a střednědobých úvěrů, jež byly použity k investicím do nemovitostí. Hypoteční úvěr může být použit na uspokojení osobních potřeb žadatele o úvěr či k realizaci podnikatelského záměru. I přes přísnou účelovost je využití hypotečních úvěrů velmi široké.

Hypotéky (zástavní práva k nemovitostem) jsou vystavovány dlužníkem nebo třetí osobou, ručící za dlužníka, ve prospěch úvěrující banky. Jedná se o závazek dlužníka nebo jeho ručitele, který dává bance právo uspokojit své pohledávky za dlužníkem, v případě jejich řádného a včasného nesplnění, ze zastavené nemovitosti.

Další významnou vlastností hypotečních úvěrů je dlouhodobost a jejich současné relativně nízké úročení. Existuje pravidlo mezi dobou splatnosti úvěru a dobou životnosti úvěrovaného objektu. Toto pravidlo říká, že doba splatnosti by neměla přesahovat dobu životnosti úvěrovaného objektu. Nízké úročení hypotečních úvěrů plyne z jejich poměrně nízké rizikovosti a také z toho, že nemovitosti (zejména rodinné domy) představují jednu z kvalitních záruk, které mohou

jednotlivci bance poskytnout. Nemovitosti totiž mají celkem stabilní hodnotu, v určitých případech může dojít i k jejímu nárůstu.

K jedné z nejvýznamnějších, avšak z nejnákladnějších lidských potřeb patří právě kvalitní bydlení. Tato potřeba svým významem zvyšuje odpovědnost dlužníků, a tedy i jejich snahu o řádné a pravidelné plnění sjednaných závazků vůči bance, která jim hypoteční úvěr poskytla.

Informace zde uvedené byly čerpány z [4] a článku [9].

1.2 Typy hypotečních úvěrů

Hypoteční úvěr rozlišujeme podle určitých hledisek [2] a [4]:

Účel využití úvěrů:

- **účelový:** takový úvěr může klient použít jen na účely uvedené v úvěrové smlouvě, což je nejčastěji na nákup nemovitosti, kterou klient může mít ve vlastnictví. Lze ho ale také použít na rekonstrukci nemovitosti nebo výstavbu nové nemovitosti, splácení jiného úvěru či půjčky, tj. k refinancování dřívější investice do nemovitosti, nebo k získání vlastnického podílu na nemovitosti,
- **neúčelový:** tento hypoteční úvěr nemá pro klienta žádná omezení. Tímto úvěrem lze financovat i movité věci, jako je třeba automobil či studium dětí v zahraničí. Neúčelový úvěr je tzv. americká hypotéka, jak již bylo zmíněno výše.

Doba splatnosti:

- **krátkodobé:** do 1 roku,
- **střednědobé:** od 1 do 4 let,
- **dlouhodobé:** nad 5 let, jsou využívány nejvíce.

Krátkodobé a střednědobé hypoteční úvěry jsou využívány zejména při opravách a rekonstrukcích již existujících nemovitostí.

Typy úvěrovaného subjektu:

- **bytové,**
- **nebytové.**

Hypoteční úvěry poskytované na investice do bydlení jsou většinou poskytovány za příznivějších úvěrových a úrokových podmínek než hypoteční úvěry na účely nebytové.

Využití:

- **nepodnikatelské,**
- **podnikatelské.**

Hypoteční úvěry podnikatelského charakteru jsou pro banku rizikovější než nepodnikatelského charakteru.

1.3 Splácení hypotečního úvěru, doba splatnosti

Pro hypoteční úvěr je typické splácení pravidelnými splátkami stejné výše neboli anuitní splácení [5], [6]. Anuita obsahuje úmor a úrok, jejichž poměr se každou splátkou mění. Úmor je splátka jistiny úvěru a úrokem se rozumí částka, kterou je dlužník povinen zaplatit věřiteli (bance) z jeho pohledávky. Úrok představuje zisk banky nebo též odměnu věřiteli za riziko plynoucí z toho, že půjčené prostředky nedostane zpět. V průběhu splácení klesá podíl úroku a zároveň roste podíl úmoru, tj. každá další splátka obsahuje větší podíl úmoru a nižší část úroku.

Některé banky umožňují degresivní (klesající) nebo progresivní (rostoucí) splátky, které se v čase mění. Minimální splatnost dlouhodobého hypotečního úvěru je 5 let, maximální až 30 let. Je možná i delší doba, 40 let, ale nároky, jež jsou na klienta kladeny, jsou pak mnohem vyšší.

Kdyby žadatel nebyl po celou dobu splácení hypotečního úvěru v produktivním věku, je třeba zajistit také spolužadatele, který musí splňovat podmínku, že během doby splácení nesmí dosáhnout 70ti let jeho věku. Čím je delší doba

splatnosti úvěru, tím je nižší splátka a naopak. Optimální doba na splácení hypotečního úvěru je 15–20 let, kdy je nejlepší poměr mezi výší splátky a nákladů na úvěr.

1.3.1 Ukázky příkladů, jak volit výši úvěru

Vzhledem k tomu, že jsem našla mnoho názorných příkladů, které poukazují na časté dotazy žadatelů o hypoteční úvěr typu:

- Jaká varianta je výnosnější?
- Jaká varianta je rizikovější?
- Jak vysokou hypotéku si zvolit?
- Jakou volit fixaci a jiné,

tak jsem se rozhodla, že zde uvedu dva příklady. Čerpala jsem z literatury [7].

Žádost o hypoteční úvěr je spojena také s investicemi, s budováním majetku a jeho zajištěním. Může se stát, že člověk, kterému byl hypoteční úvěr poskytnut, bude splácet několik desítek let hypoteční úvěr a na další cíle již nebude mít dostatek financí. Každý z nás by měl myslet na budoucnost a spořit si peníze na stáří, pro své děti na studia či pro případ nečekané události, jako je třeba ztráta zaměstnání.

Použitý vztah pro výpočty následujících příkladů:

$$S = x \cdot \left(\frac{1 - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n}}{1 - \left(1 + \frac{i}{m}\right)} \right), \quad (1)$$

kde S vyjadřuje naspořenou částku při měsíčních úložkách x a roční úrokové míře i .

Jako první uvedu příklad, kdy je potřeba zvolit dobu splatnosti úvěru.

Příklad 1.1 Žadatel o hypoteční úvěr ve výši 2 mil. Kč se má rozhodnout, zda zvolí dobu splatnosti 20 nebo 30 let při 5% úrokové sazbě za rok (5 % p.a.).

Otázka zní: co bude pro žadatele lepší zvolit?

Řešení: Ze zadání vypočítáme výši anuity pro obě doby splatnosti podle vztahu:

$$a^{(12)} = \frac{D_0 \cdot \frac{i}{12}}{1 - \frac{1}{(1 + \frac{i}{12})^{12 \cdot n}}}, \quad (2)$$

kde: D_0 — výše úvěru,
 $a^{(12)}$ — měsíční splátka,
 i — úroková sazba vyjádřená desetinným číslem,
 n — doba splatnosti.

$$a^{(12)} = \frac{2\,000\,000 \cdot \frac{0,05}{12}}{1 - \frac{1}{(1 + \frac{0,05}{12})^{12 \cdot 20}}} \doteq 13\,199 \text{ Kč}, \quad (3)$$

$$a^{(12)} = \frac{2\,000\,000 \cdot \frac{0,05}{12}}{1 - \frac{1}{(1 + \frac{0,05}{12})^{12 \cdot 30}}} \doteq 10\,736 \text{ Kč}. \quad (4)$$

Je nutné předpokládat, že finanční prostředky ve výši 13 199 Kč měsíčně máme volné po celých 30 let.

Z tabulky 1 je vidět, že pro splatnost 20 let vychází splátka úvěru vyšší o 2 463 Kč (tj. 13 199 Kč), kdežto při splatnosti na 30 let činí měsíční splátka 10 736 Kč.

	Doba splatnosti	
	20 let	30 let
Splátka úvěru	13 199 Kč	10 736 Kč
Investovaná částka od 1. do 20. roku	0 Kč	2 463 Kč
Investovaná částka od 21. do 30. roku	13 199 Kč	2 463 Kč
Celková měsíční platba	13 199 Kč	13 199 Kč
Očekávané zhodnocení invest. prostředků	7 %	7 %
Naspořeno na konci po 30 letech	2 284 546 Kč	3 004 789 Kč

Tabulka 1: Porovnání volby doby splatnosti úvěru pomocí investování volných finančních prostředků

Při 20leté splatnosti budeme touto částkou po dobu 20 let splácet úvěr a naopak, dalších 10 let budeme moci dané volné prostředky ve stejné výši pravidelně investovat. Při 7% ročním zhodnocení těchto prostředků naspoříme

$$S = 13\,199 \cdot \left(\frac{1 - \left(1 + \frac{0,07}{12}\right)^{12 \cdot 10}}{1 - \left(1 + \frac{0,07}{12}\right)} \right) \doteq 2\,284\,546 \text{ Kč.} \quad (5)$$

Samozřejmě, že roční zhodnocení je jen orientační, může se během doby splatnosti měnit v závislosti na situaci na finančních trzích.

Při 30leté splatnosti budeme splácet částku 10 376 Kč měsíčně a zároveň budeme pravidelně investovat 2 463 Kč. Tímto pravidelným investováním získáme na konci doby splatnosti

$$S = 2\,463 \cdot \left(\frac{1 - \left(1 + \frac{0,07}{12}\right)^{12 \cdot 30}}{1 - \left(1 + \frac{0,07}{12}\right)} \right) \doteq 3\,004\,789 \text{ Kč.} \quad (6)$$

Vidíme, že po dobu 30ti let platíme v obou případech měsíčně částku ve výši 13 199 Kč.

V prvním případě investujeme kratší dobu (tj. pouze 10 let), kdežto v druhém případě (delší doba splatnosti) budeme investovat po dobu 30 let 2463 Kč měsíčně.

Pravidelné investování nižší částky po delší dobu vede k lepšímu zhodnocení, proto by měl žadatel **zvolit delší dobu splatnosti**.

Druhý ukázkový příklad se týká o zvolení výše hypotečního úvěru.

Příklad 1.2 Žadatel potřebuje financovat nemovitost za 2,5 mil. Kč. Vlastní zdroje má ve výši 1,5 mil. Kč a rozhoduje se, jakou výši hypotečního úvěru má zvolit..

Na výběr má ze dvou variant:

- použít méně vlastních zdrojů, tj. 0,5 mil. Kč a vyšší úvěr,
- použít veškeré vlastní zdroje, tj. 1,5 mil. Kč a nižší úvěr.

Dále víme, že žadateli je 45 let, takže lze počítat s 20ti letou dobou splatnosti.

Otázka zní: jaká varianta bude pro žadatele výhodnější?

	Velký úvěr	Malý úvěr
Vlastní hotovost	0,5 mil. Kč	1,5 mil. Kč
Výše úvěru v Kč	2 mil. Kč	1 mil. Kč
Výše úvěru v %	80 %	40 %
Úroková sazba	5 %	5 %

Tabulka 2: Možnosti financování nemovitosti v ceně 2,5 mil. Kč

Řešení: Zde určíme výši splátky pro obě varianty podle vzorce (1):

V tabulce 2 je vidět, že v 1. případě je úvěrem financováno 80 % nemovitosti a ve 2. případě 40 %. V obou případech se počítá opět se stejnou úrokovou sazbou.

$$a^{(12)} = \frac{2\,000\,000 \cdot \frac{0,05}{12}}{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{12 \cdot 20}}} \doteq 13\,199 \text{ Kč}, \quad (7)$$

$$a^{(12)} = \frac{1\,000\,000 \cdot \frac{0,05}{12}}{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{12 \cdot 20}}} \doteq 6\,600 \text{ Kč}. \quad (8)$$

Obě splátky jsou uvedeny v tabulce 3.

	Velký úvěr	Malý úvěr
Splátky úvěru	13 199 Kč	6 600 Kč
Jednorázová investice (úspora vlastních prostředků)	1 mil. Kč	0 Kč
Pravidelné investice (úspora díky měsíční splátce)	0 Kč	6 599 Kč

Tabulka 3: Možnosti investic při použití zmíněných variant

V případě velkého úvěru ušetříme vlastní finanční prostředky, které lze investovat. U malého úvěru je možnost pravidelného měsíčního investování, a to částkou 6 599 Kč.

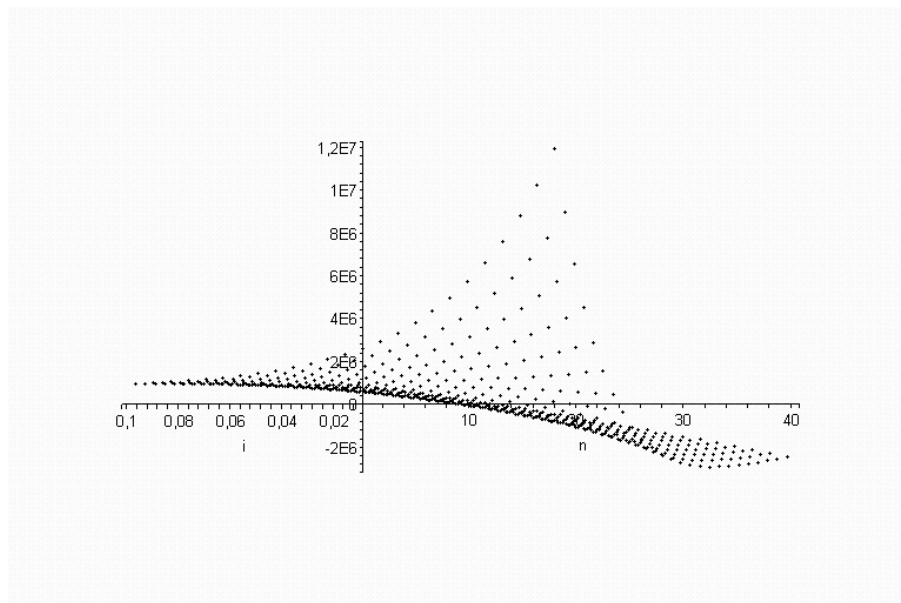
To, jakou variantu zvolit, záleží také na zhodnocení investic. Kdyby byly volné finanční prostředky investovány do dluhopisů a bankovních účtů, pak by bylo zhodnocení malé a bylo by lepší zvolit raději malý úvěr, což je 2. varianta. Čím bude investiční horizont, který je stejně dlouhý jako doba splatnosti úvěru, delší, tím lepšího zhodnocení dosáhneme oproti jednorázové investici 1 mil. Kč v případě 1. varianty úvěru.

Informace je zřejmá z obrázku 1, který znázorňuje průběh funkce

$$1\,000\,000 \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12 \cdot n} - 6\,599 \frac{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12 \cdot n} - 1}{\frac{i}{12}},$$

označující rozdíl mezi splatnou částkou z jednorázové investice 1 mil. Kč a částkou naspořenou v rámci pravidelného měsíčního investování částky 6 599 Kč. Ukazuje se, že s klesajícím zhodnocením investice a při rostoucím horizontu vychází výhodněji průběžná pravidelná investice.

```
> plot3d(1000000*(1+i/12)^(12*n)-6599*((1+i/12)^(12*n)-1)/(i/12), i=0.01..0.1, n=1..40);
```



Obrázek 1: Graf 3D — zhodnocení investice

1.4 Úroková sazba a výhody hypotečního úvěru

Úroková sazba vyjadřuje procentní navýšení vypůjčené částky za určité časové období. Stanovuje se na základě bonity žadatele a na určitou část doby splatnosti úvěru, tzv. dobu fixace. Pro hypotéky se uvádí úroková sazba roční (per annum — zkratka p.a.)

Vzhledem k zástavě nemovitosti je úrok nižší než u většiny ostatních úvěrových obchodů. Případů hypotečních úvěrů s pohyblivou úrokovou sazbou je méně než těch, které jsou úročeny pevnou úrokovou sazbou, obvykle však zafixovanou na nějaké kratší období.

Úroková sazba vztahující se na hypoteční úvěry je v dnešní době nejvýhodnější za posledních pět let. Díky tomu lze zafinancovat vlastní bydlení s měsíční splátkou nižší, než by byla za ty samé prostory splátka nájemní. Klient tak bydlí ve svém a stojí ho to méně peněz.

Další výhodou jsou daňové odpočty, které jsou spojené s hypotečním úvěrem. Protože ten, kdo hypoteční úvěr splácí, si může v rámci jedné domácnosti odečíst až 300 000 korun ročně, maximálně však 25 000 korun za každý měsíc splácení. Výsledná daň se díky tomu sníží až o 45 000 korun ročně [10]. V současné době jsou hypoteční úrokové sazby velmi nízké díky tomu, že základní úrokové sazby jsou v Česku na nejnižší úrovni.

Úrokové sazby hypotečních úvěrů

Platí od 6. 1. 2014

Druh hypotečního úvěru	Maximální výše úvěru z ceny nemovitosti (v %)	Úroková sazba v %*						
		1 rok	3 roky	5 let	7 let	10 let	15 let	20, 25, 30 let
ČSOB hypotéka	70	4,29	3,09	3,19	3,39	4,39	4,89	4,89
	85	4,49	3,29	3,39	3,59	4,59	5,09	5,09
	100	5,49	4,29	4,39	4,59	5,59	6,09	6,09
ČSOB Hypotéka bez dokládání příjmů	50		4,59	4,69	4,89	5,89	6,39	6,39
ČSOB Americká hypotéka	70	7,79	7,69	7,59				
ČSOB Předhypoteční úvěr		8,49						

* Úroková sazba je platná za předpokladu využití úrokových bonusů za zaslání platu na účet v ČSOB 0,15 % a při uzavření 2 ze 3 pojištění, z nichž alespoň jedno je pojištění úvěru, 0,10 %. K pojištění úvěru máte možnost sjednání pojištění domácnosti nebo pojištění nemovitosti.

Obrázek 2: Úrokové sazby hypotečních úvěrů poskytovaných ČSOB pro jednotlivé doby fixace, viz [13]

Příklad 1.3 Z tabulky na obrázku 2 lze vyčíst výši úrokových sazeb pro určité doby fixace hypotečních úvěrů. Zde bych chtěla ukázat, jak se vypočítá výše měsíční splátky pro zvolenou dobu fixace. Vybrala jsem si ČSOB hypotéku při 100% výši úvěru z ceny nemovitosti. Úvěr bude čerpán ve výši 1,5 mil. Kč a splácen po dobu 20 let.

Pro výpočet použiji následující vzorec [12]:

$$a^{(12)} = \frac{D_0 \cdot \frac{i}{12}}{1 - \frac{1}{(1 + \frac{i}{12})^{12 \cdot n}}}, \quad (9)$$

kde: D_0 — výše úvěru,

$a^{(12)}$ — měsíční splátka,

i — úroková sazba vyjádřená desetinným číslem,

n — doba splatnosti.

Po dosazení do vzorce lze vyčíst výši měsíční splátky pro jednotlivé doby fixace z následující tabulky:

Doba fixace	1	3	5	7	10	15	20,25,30
i (v % p.a.)	5,49	4,29	4,39	4,59	5,59	6,09	6,09
$a^{(12)}$ (v Kč)	10 310	9 321	9 401	9 563	10 395	11 540	11 540

Tabulka 4: Měsíční splátky při jednotlivých dobách fixace

Můžeme říci, že nejnižší měsíční splátky jsou pro 3–7 letou dobu fixace hypotečního úvěru.

2 Oblasti k posouzení bonity klienta

Informace pro následující kapitoly byly čerpány z [2], [4], [10] a [12], nebude-li uvedeno jinak.

Při získávání úvěru banka zkoumá nejen, zda má klient dostatečné příjmy pro řádné splácení, ale také jeho případné další zadlužení a historii jeho splácení. K tomu slouží databáze a registry, které shromažďují potřebné informace a umožňují bankám i nebankovním institucím nahlížení a čerpání informací o úvěrových aktivitách klientů, jejich závazcích, platební morálce i platební historii, za určitý poplatek dle ceníku služeb České národní banky. Získané informace pak slouží bankám při stanovení bonity klienta. Bankovní registr klientských informací, tj. úvěrový registr, patří k základním nástrojům ekonomik zemí celého světa. Úvěrový registr představuje databázi údajů o úvěrových vztazích. Je vytvořen na základě informací, které banky poskytují a které vypovídají o důvěryhodnosti klienta, včetně jeho platební morálky. Zmíněné informace jsou každý den aktualizovány a uchovávány po dobu minimálně 10 let.

Centrální registr úvěrů (CRÚ), jehož součástí je bankovní registr, je informační systém, který umožňuje vyhledávat nesplacené závazky ekonomických subjektů registrovaných v České republice s napojením na registry EU, USA a dalších zemí. CRÚ soustřeďuje informace o úvěrových závazcích fyzických osob podnikatelů a právnických osob a umožňuje operativní výměnu těchto informací mezi účastníky CRÚ. Vzhledem k uvedenému zaměření nejsou v databázi CRÚ evidovány spotřebitelské úvěry fyzických osob, hypoteční úvěry fyzických osob, ručitelé závazky klientů, údaje o depozitních účtech (běžné účty bez povoleného debetu, spořicí, termínové účty). Informace o závazcích fyzických osob lze čerpat z bankovního a nebankovního registru klientských informací.

Účelem posouzení bonity klienta je komplexně zhodnotit veškerá rizika, která vyvstanou pro banku v souvislosti se vznikem a trváním úvěrového vztahu ze strany úvěrového žadatele. Na základě analýzy úvěrové způsobilosti se potom banka rozhoduje, zda hypoteční úvěr zamítne či poskytne a za jakou úrokovou sazbu.

Platí, že čím vyšší bonitu klient prokáže, tím nižší úrokovou sazbu z úvěru od banky získá a naopak. Banka totiž s nižší žadatelovou bonitou podstupuje vyšší úvěrové riziko, které si tak kompenzuje vyššími úroky z poskytnutého úvěru.

Analýza úvěrové způsobilosti klienta zahrnuje 3 základní oblasti:

- **právní a majetkové aspekty,**
- **ekonomické aspekty,**
- **psychologické aspekty.**

2.1 Právní a majetkové aspekty

Banka musí nejdříve posoudit právní poměry žadatele, což je splnění právních předpokladů k uzavření hospodářských závazků [9]. Hypoteční úvěr může být poskytnut fyzické osobě, která:

- a) má plnou právní způsobilost,
- b) má v České republice status rezidenta,
- c) předloží svůj občanský průkaz nebo pas a průkaz o povolení k trvalému pobytu pro státního příslušníka členského státu Evropských společenství, případně obdobný průkaz k takovému pobytu,
- d) doloží příjmy ze zdrojů akceptovaných bankou,
- e) má postačující úvěrovou schopnost pro poskytnutí hypotečního úvěru zjištěnou bankou v souladu s jejími vnitřními předpisy.

Svoji úvěrovou způsobilost žadatelé prokazují :

- výpisem z obchodního rejstříku nebo potvrzením o registraci u živnostenského úřadu či předložením licence,

- výpisem ze zřizovací listiny, organizačního řádu apod. ověřeným příslušným správním orgánem.

Jednotlivci prokazují svou právní způsobilost průkazem totožnosti (případně pasem). Při předložení těchto dokumentů pak banka považuje právní způsobilost klienta za prokázanou. Vychází z toho, že příslušný správní orgán vydal povolení k hospodářské nebo jiné činnosti na základě zjištění, že klient má odpovídající odbornou kvalifikaci, způsobilost nebo oprávnění, je-li to k výkonu činnosti třeba.

Pro banku je velice důležité zjistit právní úpravy majetkových vztahů klienta v případě posuzování právní způsobilosti klienta. U individuálních žadatelů je třeba vymezit majetkovou odpovědnost těch osob, které ručí celým svým majetkem.

2.2 Ekonomické aspekty

Činnost pracovníka, který má žadatele o hypoteční úvěr na starost, spočívá v důkladném ekonomickém rozboru. Finanční informace jsou pro finanční analytiku zásadní. Na jejich základě se provádí podrobná analýza klienta, kde se zohledňuje i předpoklad jeho hospodaření v budoucnosti.

Banka sleduje jak klientovy příjmy, tak i jeho výdaje. Klient je bonitní tehdy, zbyde-li mu ještě určitá finanční rezerva po odečtení měsíční splátky požadovaného úvěru, částky životního minima a dalších pravidelných výdajů jako je pojištění, leasing či jiné úvěry od jeho čisté měsíční výše příjmů.

U příjmů ze závislé činnosti banky požadují potvrzení o příjmech za posledních 6 měsíců až 2 roky a podmínkou je, že žadatel nesmí být v tříměsíční zkušební době. Má-li žadatel příjmy z podnikání, pak je třeba bance předložit daňové přiznání, a to za jedno až dvě zdaňovací období zpět. Navíc, když má žadatel příjem i z pronájmu nemovitostí, tak banka vyžaduje doklady, z nichž plyne výše těchto příjmů a doba jejich trvání. Určitou možností, jak zvýšit šanci na schválení úvěru přes výši příjmů, je uvést další osoby jako spolužadatele o úvěr. Tím se započítá i jejich výše příjmů, čímž se zvýší žadatelova bonita. U hypotečních úvěrů lze často uvést až čtyři spolužadatele.

Banka od výše žadatelova měsíčního příjmu odečítá výši životního minima, jak již bylo dříve uvedeno. Ta se odvíjí podle počtu členů domácnosti a jejich věku. Člověk žijící sám bude mít na poskytnutí úvěru vyšší šanci než například početnější rodina.

Poměrová finanční analýza je standardním prostředkem k provádění analýzy ekonomických informací. Existuje mnoho počítačových programů zpracovávajících finanční analýzu klienta a následné vyhodnocení, tzv. klasifikaci úvěrové bonity klienta, která přiřadí klienta do určité kategorie charakterizující jeho bonitu.

Na druhou stranu zde také dochází k analýze nefinančních informací, což je další činností finančního poradce spolu s rozbořením ostatních informací. Ve zmíněné analýze pracovníci banky zkoumají a posuzují následující informace jako je žadatelův:

- věk, počet vyživovaných dětí,
- energie, vitalita,
- kvalifikace, vzdělání, praxe, zkušenost, profese.

Mnohé z údajů lze zjistit osobním kontaktem a jednáním s žadatelem.

2.3 Psychologické aspekty

Další oblastí, kterou banka posuzuje, jsou psychologické aspekty. Ty mohou o klientovi mnohé prozradit. Úvěrový pracovník vede s klientem tzv. řízený rozhovor, při kterém posuzuje:

- jak žadatel vypadá, jak je oblečen, jaký má styl vystupování a chování,
- zda uvažuje reálně, střízlivě, se znalostí věci,
- zda se potvrdí pravdivost jeho sdělení, zda nic nezamlčuje, nezkresluje,
- jaká je jeho pověst, rodinný život.

Ač by se mohlo zdát, že psychologické aspekty nejsou příliš důležité v posouzení bonity klienta, je tomu právě naopak. Psychologickým aspektům by se měla věnovat velká pozornost, obzvláště v případě, pokud se vyskytne negativní jev. Úvěrový pracovník často zjišťuje tzv. drby od sousedů žadatele, jak na ně působí jako člověk a jak se chová. Právě k takovým informacím se přihlíží nejvíce.

2.4 Průběh vyřízení hypotečního úvěru

Poskytnutí hypotečního úvěru představuje celý proces vzájemně provázaných činností, které lze rozdělit do třech následujících kroků:

2.4.1 Přípravná fáze

Klient, který se uchází o hypoteční úvěr, si nejprve vybere banku a na ni se obrátí s žádostí o jeho poskytnutí. Prvně dochází k ústnímu jednání, kdy se klient při návštěvě banky dozví základní informace o hypotečních úvěrech, jaké má možnosti a jaké doklady je třeba přinést.

Jednání o poskytnutí úvěru se dále vede na základě písemné žádosti klienta o hypoteční úvěr. Banka zde předběžně prověřuje jednotlivé podklady požadované od klienta a ověřuje, zda klient splňuje příslušné podmínky pro poskytnutí úvěru.

K žádosti o hypoteční úvěr je zapotřebí přiložit celou řadu dokladů. Banky požadují téměř úplnou dokumentaci k zastavované nemovitosti a doklady prokazující ekonomickou situaci žadatele i jeho rodiny. Kromě dokladu totožnosti jsou nejčastějšími doklady potřebnými při žádosti o hypoteční úvěr:

- doložení příjmů
 - kopie výplatní pásky nebo mzdového listu za posledních 6 měsíců až 2 roky potvrzená zaměstnavatelem;
- doložení výdajů
 - smlouva o dalších úvěrech, půjčkách, leasingu,

- smlouva o stavebním spoření, penzijním připojištění,
- pojistné smlouvy, doklady o platbách pojistek — pojištění úrazové, životní (je-li klient fyzická osoba),
- doložení dalších individuálních pravidelných výdajů;
- koupě nemovitosti
 - doložení vlastních finančních prostředků,
 - kupní smlouva nebo smlouva o budoucí kupní smlouvě.

2.4.2 Schvalovací fáze

Banka poté žádost posuzuje a zpracovává. Důkladně prověřuje správnost a úplnost všech údajů uvedených klientem v žádosti, posuzuje rizika úvěrového případu a stupeň jeho zajištění, konkretizuje podmínky poskytnutí a splácení úvěru pro daného klienta.

V této fázi se banka rozhoduje, zda hypoteční úvěr žadateli zamítne či poskytne. Pokud hypoteční úvěr schválí, pak se jedná o úrokové sazbě, za kterou bude hypoteční úvěr poskytnut.

Především se banka rozhoduje na základě vyhodnocení bonity klienta, kvality jeho investičního záměru, hodnoty a vhodnosti zástavy. Jestliže banka úvěr schválí, seznámí klienta se smluvními dokumenty a vyzve ho, aby podepsal úvěrovou smlouvu, smlouvu o vedení účtu a smlouvu zástavní.

2.4.3 Realizační fáze

V této fázi dochází k čerpání a splácení hypotečního úvěru. Čerpání peněz je podmíněno podpisem veškerých smluv uvedených ve schvalovací fázi. Také může být požadováno pojištění zastavené nemovitosti. Čerpání úvěru probíhá podle potřeb klienta, za podmínek uvedených v úvěrové smlouvě. Hypoteční úvěr lze čerpat postupně či jednorázově. Po vyčerpání úvěru banka klientovi oznámí ukončení čerpání a definitivní výši anuitní splátky. V pravidelných intervalech pak klient splácí dohodnuté splátky.

3 Fuzzy množiny

Fuzzy logika slouží obecně k definování stavů, které nemají ostře vymezené hranice. Jedná se o nekonečně hodnotovou logiku (nekonečné množství pravdivostních hodnot daného výroku) oproti klasické nula-jedničkové logice. Cílem použití fuzzy logiky je ohodnotit fakta, která jsou pravdivá jen z části, na což klasická výroková logika nestačí.

3.1 Základní pojmy teorie fuzzy množin

Fuzzy množiny byly poprvé představeny roku 1965 profesorem L. A. Zadehem jako nástroj pro reprezentaci a manipulaci s nepřesnými daty. Fuzzy logika se využívá např. ve výtazích, pračkách či parkovacích senzorech.

V této kapitole uvedu některé definice potřebné pro svou další práci, které jsou čerpány z literatury [8].

Definice 3.1 Necht' je dána neprázdná množina U , tzv. univerzum. Pak *fuzzy množina* A na univerzu U je definována zobrazením

$$\mu_A : U \rightarrow \langle 0, 1 \rangle. \quad (10)$$

Poznámka 3.1 Funkce příslušnosti fuzzy množiny je zobecněním charakteristické funkce klasické množiny. Charakteristická funkce χ_A množiny A je definována vztahem

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{jestliže } x \in A, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases} \quad (11)$$

Klasické množiny lze chápat jako speciální případ fuzzy množin. Fuzzy množina na U je jednoznačně určena svou funkcí příslušnosti. Pro zjednodušení zápisu se používá totéž označení (např. A) jak pro fuzzy množinu, tak pro její funkci příslušnosti ($A(\cdot)$). Potom stupeň příslušnosti prvku $x \in U$ k fuzzy množině A budeme zapisovat ve tvaru $A(x)$.

Symbolem $\mathcal{F}(U)$ se značí systém všech fuzzy množin definovaných na univerzu U . Skutečnost, že A je fuzzy množina definována na univerzu U , lze zapsat jako $A \in \mathcal{F}(U)$.

Definice 3.2 Necht' je dána fuzzy množina A na univerzu U a dále reálné číslo $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$. Pak α -řezem fuzzy množiny A nazýváme ostrou množinu

$$A_\alpha = \{x \in U \mid A(x) \geq \alpha\}. \quad (12)$$

Definice 3.3 Necht' $A \in \mathcal{F}(U)$. Jádrem fuzzy množiny A (značí se $\text{Ker}A$) je ostrá podmnožina univerza U , jejíž prvky mají stupeň příslušnosti k A roven jedné, tj.

$$\text{Ker}A = \{x \in U \mid A(x) = 1\}. \quad (13)$$

Definice 3.4 Necht' $A \in \mathcal{F}(U)$. Nosičem fuzzy množiny A (značí se $\text{Supp}A$) je ostrá podmnožina univerza U , jejíž prvky mají nenulový stupeň příslušnosti k A , tj.

$$\text{Supp}A = \{x \in U \mid A(x) > 0\}. \quad (14)$$

Definice 3.5 Necht' $A \in \mathcal{F}(U)$. Výškou fuzzy množiny A (značí se $\text{hgt}A$) je definována formulí

$$\text{hgt}A = \sup_{x \in U} A(x). \quad (15)$$

Definice 3.6 Fuzzy množina A na univerzu U se nazývá *normální*, jestliže

$$\text{Ker}A \neq \emptyset. \quad (16)$$

V opačném případě se fuzzy množina A nazývá *subnormální*.

Poznámka 3.2 Jestliže je fuzzy množina A normální, pak $\text{hgt}A = 1$. Obráceně to ale platit nemusí.

3.2 Věta o reprezentaci a princip rozšíření

V teorii fuzzy množin hrají významnou roli α -řezy, jelikož každá fuzzy množina je jednoznačně určena pomocí systému svých α -řezů. Tuto vlastnost popisuje následující věta.

Věta 3.1 (O reprezentaci) *Nechť je dána fuzzy množina A na univerzu U . Pak pro každé $x \in U$ platí*

$$A(x) = \sup \{ \alpha \in \langle 0, 1 \rangle \mid x \in A_\alpha \}. \quad (17)$$

Poznámka 3.3 Jelikož víme, že α -řezy reprezentující fuzzy množinu jsou klasickými množinami (tj. ostrými), lze mnohé vlastnosti právě klasických množin zobecnit na fuzzy množiny a to tak, že řekneme, že daná fuzzy množina splňuje určitou vlastnost, jestliže každý její α -řez splňuje tuto určitou vlastnost jako množina klasická.

Definice 3.7 (Princip rozšíření) Fuzzifikací zobrazení $f : U_1 \times \cdots \times U_n \rightarrow V$ rozumíme zobrazení

$$f_F : \mathcal{F}(U_1) \times \cdots \times \mathcal{F}(U_n) \rightarrow \mathcal{F}(V), \quad (18)$$

které každé fuzzy množině $A_i \in \mathcal{F}(U_i)$ přiřazuje fuzzy množinu $B \in \mathcal{F}(V)$ s funkcí příslušnosti definovanou pro každé $y \in V$ vztahem

$$B(y) = f_F(A)(y) = \begin{cases} \sup \{ A(x) \mid f(x) = y, x \in U \}, \\ 0, \text{ neexistuje-li žádné } x \in U \text{ takové, že } f(x) = y. \end{cases} \quad (19)$$

Poznámka 3.4 Hlavní myšlenkou fuzzy rozšíření je fakt, že body daného univerza U se ve fuzzifikovaném zobrazení f_F zobrazují společně se svými stupni příslušnosti k uvažované fuzzy množině A . Pokud má bod z univerza V více vzorů, tak rozhoduje největší z jejich stupňů příslušnosti.

3.3 Základní operace s fuzzy množinami

Operace s ostrými množinami lze zobecnit na operace fuzzy množin.

Definice 3.8 Necht' máme dvě fuzzy množiny A a B , které jsou definovány na témže univerzu U . Pak *průnikem fuzzy množin A a B* rozumíme fuzzy množinu $(A \cap B)$ na U s funkcí příslušnosti

$$(A \cap B)(x) = \min \{A(x), B(x)\}, \text{ pro všechna } x \in U. \quad (20)$$

Definice 3.9 Necht' máme dvě fuzzy množiny A a B , které jsou definovány na témže univerzu U . Pak *odvážným průnikem fuzzy množin A a B* rozumíme fuzzy množinu $(A \cap_L B)$ na U s funkcí příslušnosti

$$(A \cap_L B)(x) = \max \{0, A(x) + B(x) - 1\}, \text{ pro všechna } x \in U. \quad (21)$$

Definice 3.10 Necht' máme dvě fuzzy množiny A a B , které jsou definovány na témže univerzu U . Pak *sjednocením fuzzy množin A a B* rozumíme fuzzy množinu $(A \cup B)$ na U s funkcí příslušnosti

$$(A \cup B)(x) = \max \{A(x), B(x)\}, \text{ pro všechna } x \in U. \quad (22)$$

Definice 3.11 Necht' máme dvě fuzzy množiny A a B , které jsou definovány na témže univerzu U . Pak *odvážným sjednocením fuzzy množin A a B* rozumíme fuzzy množinu $(A \cup_L B)$ na U s funkcí příslušnosti

$$(A \cup_L B)(x) = \min \{1, A(x) + B(x)\}, \text{ pro všechna } x \in U. \quad (23)$$

Poznámka 3.5 Odvážné sjednocení se označuje jako *Lukasiewiczova disjunkce* a odvážný průnik se označuje jako *Lukasiewiczova konjunkce*.

Definice 3.12 Necht' máme dvě fuzzy množiny A a B , které jsou definovány na témže univerzu U . *Fuzzy množiny A a B si jsou rovny*, jestliže

$$A(x) = B(x), \text{ pro všechna } x \in U. \quad (24)$$

Definice 3.13 *Doplňek fuzzy množiny A vzhledem k univerzu U* je fuzzy množina \bar{A} na U , jejíž funkce příslušnosti je dána formulí

$$\bar{A}(x) = 1 - A(x), \text{ pro všechna } x \in U. \quad (25)$$

3.4 Fuzzy relace

Pomocí fuzzy relace lze popsat neurčitý vzájemný vztah mezi prvky jednoho či více univerz.

Definice 3.14 Necht' $U = U_1 \times \cdots \times U_n$, kde U_1, \dots, U_n jsou fuzzy množiny. Pak n -ární fuzzy relací rozumíme libovolnou fuzzy množinu R definovanou na univerzu U .

Poznámka 3.6 Pro $n = 2$ nazýváme n -ární relaci relací binární.

Definice 3.15 Kartézským součinem fuzzy množin A_i definovaných na univerzech $U_i, i = 1, \dots, n$, rozumíme fuzzy množinu $A_1 \times \cdots \times A_n$ na $U_1 \times \cdots \times U_n$ s funkcí příslušnosti definovanou pro všechna $(x_1, \dots, x_n) \in U_1 \times \cdots \times U_n$ vztahem

$$(A_1 \times \cdots \times A_n)(x_1, \dots, x_n) = \min \{A_1(x_1), \dots, A_n(x_n)\}. \quad (26)$$

Kartézský součin fuzzy množin je speciálním případem fuzzy relace.

Definice 3.16 Necht' máme binární fuzzy relace P a Q , kde $P \in U \times V$ a $Q \in V \times W$. Pak kompozicí fuzzy relací P a Q nazýváme fuzzy relaci $P \circ Q$ na $U \times W$, jejíž funkce příslušnosti je definována pro všechna $(x, z) \in U \times W$ vztahem

$$(P \circ Q)(x, z) = \sup_{y \in V} \left\{ \min \{P(x, y), Q(y, z)\} \right\}. \quad (27)$$

Definice 3.17 Necht' máme binární fuzzy relaci R definovanou na $U \times U$. Pak řekneme, že R je:

- reflexivní, jestliže

$$\forall x \in U : R(x, x) = 1, \quad (28)$$

- symetrická, jestliže

$$\forall x, y \in U : R(x, y) = R(y, x), \quad (29)$$

- *antisymetrická*, jestliže

$$\forall x, y \in U : \left((R(x, y) > 0) \wedge (R(y, x) > 0) \right) \implies x = y, \quad (30)$$

- *tranzitivní*, jestliže

$$\forall x, z \in U : R(x, z) \geq \sup_{y \in U} \left\{ \min \{ R(x, y), R(y, z) \} \right\} \quad (31)$$

- *úplná*, jestliže

$$\forall x, y \in U : (R(x, y) > 0) \vee (R(y, x) > 0) \quad (32)$$

Definice 3.18 Binární fuzzy relaci R definovanou na $U \times U$ nazveme *fuzzy ekvivalencí*, jestliže je reflexivní, symetrická a tranzitivní.

Definice 3.19 Binární fuzzy relaci R definovanou na $U \times U$ nazveme *fuzzy uspořádáním*, jestliže je reflexivní, antisymetrická a tranzitivní.

3.5 Fuzzy čísla

Fuzzy čísla jsou speciálním případem fuzzy množin, které se používají pro popis neurčitého množství či k verbálnímu popisu hodnot. Příkladem může být nízká teplota.

Definice 3.20 Fuzzy množinu A , která je definována na množině reálných čísel a pro kterou platí vlastnosti

- A je normální fuzzy množina, tzn. $\exists x \in \mathbb{R} : A(x) = 1$,
- A_α jsou uzavřené intervaly pro každé $\alpha \in (0, 1)$,
- nosič $\text{Supp}A$ je omezený,

nazveme *fuzzy číslem*.

Poznámka 3.7 Reálná čísla lze chápat jako speciální případ fuzzy čísel.

Poznámka 3.8 Fuzzy číslo A lze zapsat pomocí následující dvojice funkcí: $\underline{a} : \langle 0, 1 \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ a $\bar{a} : \langle 0, 1 \rangle \rightarrow \mathbb{R}$, jejichž hodnoty představují dolní a horní hranice α -řezů pro uvedené fuzzy číslo A . Zapisujeme:

$$A = \{ \langle \underline{a}(\alpha), \bar{a}(\alpha) \rangle \mid \alpha \in (0, 1) \}, \text{ kde } \langle \underline{a}(\alpha), \bar{a}(\alpha) \rangle = A_\alpha, \forall \alpha \in (0, 1). \quad (33)$$

Definice 3.21 *Lineárním fuzzy číslem na intervalu $\langle a, b \rangle$ určeným čtveřicí bodů*

$$(x_1, 0), (x_2, 1), (x_3, 1), (x_4, 0), \quad (34)$$

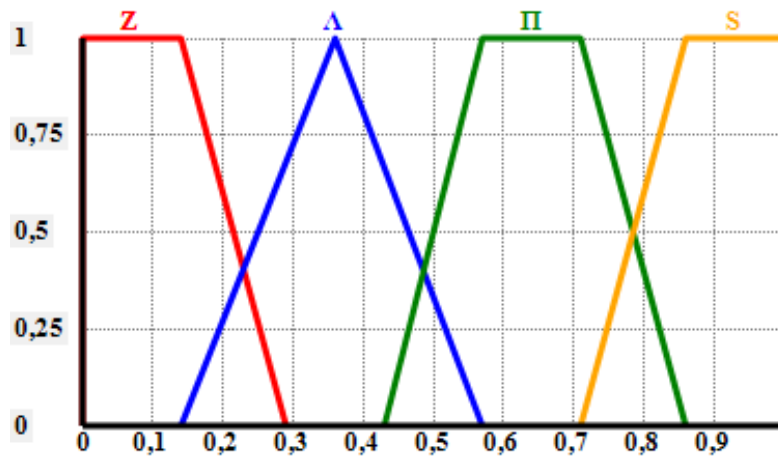
kde $a \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq b$, rozumíme fuzzy číslo C , jehož funkce příslušnosti závisí na parametrech x_1, x_2, x_3, x_4 následujícím způsobem:

$$\forall x \in \langle a, b \rangle : C(x_1, x_2, x_3, x_4) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < x_1, \\ \frac{x-x_1}{x_2-x_1} & \text{pro } x_1 \leq x < x_2, \\ 1 & \text{pro } x_2 \leq x \leq x_3, \\ \frac{x_4-x}{x_4-x_3} & \text{pro } x_3 < x \leq x_4, \\ 0 & \text{pro } x_4 < x. \end{cases} \quad (35)$$

Lineární fuzzy čísla jsou různých typů, a to podle tvaru funkce příslušnosti:

- fuzzy číslo typu Z ,
- fuzzy číslo typu Π - lichoběžníkové,
- fuzzy číslo typu Λ - trojúhelníkové,
- fuzzy číslo typu S .

Příklady těchto fuzzy čísel jsou na obrázku 3.



Obrázek 3: Typy lineárních fuzzy čísel

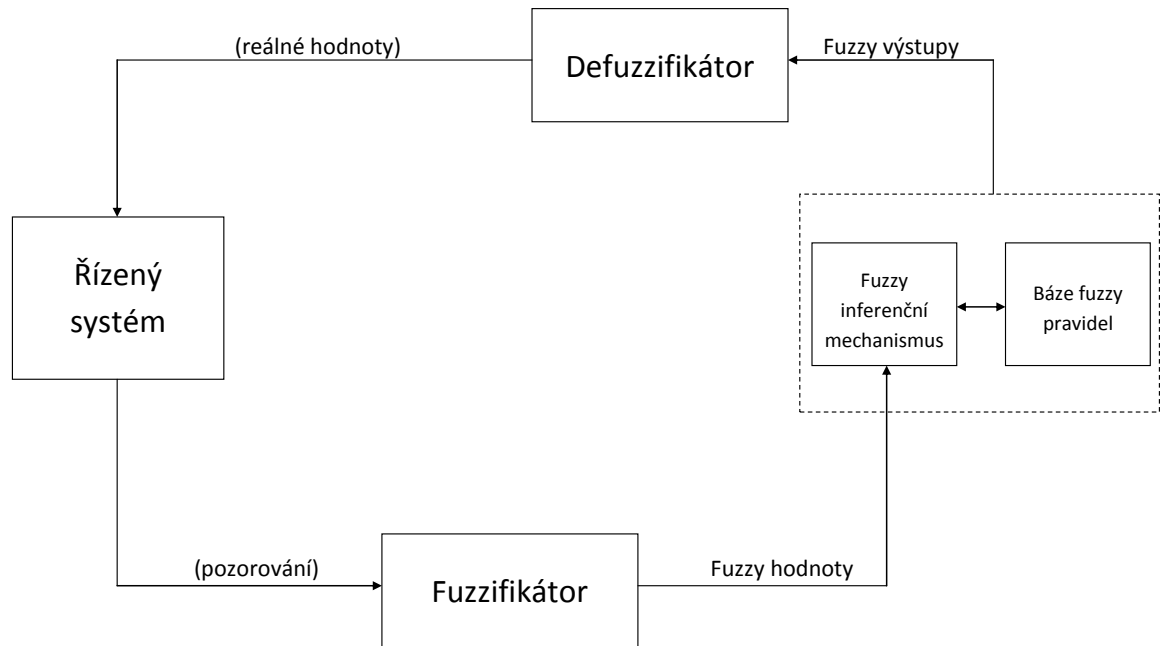
4 Fuzzy regulátor

Pro tuto kapitolu jsem čerpala definice a další informace z literatury [8] a ze svých zápisků z přednášek předmětu Fuzzy množiny 2. Fuzzy množiny a modelování s nimi lze s úspěchem použít pro fuzzy regulaci a řízení technologických procesů. Původní myšlenka využití fuzzy přístupů k řízení systémů pochází od Mamdaniho a Zadeha. Fuzzy regulátor je systém založený na bázích pravidel, kterých může být více a které pak vytváří určitou hierarchii. Principem činnosti fuzzy regulátorů je způsob řízení, který se blíží lidskému (expertnímu) myšlení a rozhodování, dále využívá přibližné dedukce založené na inferenčních algoritmech. Fuzzy (neostrá) logika je pokusem o matematické vyjádření modelu logiky lidského myšlení s jeho možnostmi fantazie a tvořivosti.

Obecné schéma fuzzy regulátoru je uvedeno na obrázku 4. Klasický fuzzy regulátor je složen z modulu fuzzifikace, který převádí ostré hodnoty vstupních veličin z regulačního obvodu na fuzzy množiny. Tyto fuzzifikované hodnoty vstupují do inferenčního mechanismu, který tvoří jádro fuzzy regulátoru. Inferenční mechanismus tvoří na základě znalostní báze, jež je tvořena bází pravidel, nejdůležitější část regulátoru. Výstup z inferenčního mechanismu je v podobě fuzzy množiny agregované z většího počtu fuzzy množin, která se v modulu defuzzifikace převádí na jedinou ostrou hodnotu.

4.1 Cyklus fuzzy regulátoru

1. naměření vstupních hodnot reálné proměnné,
2. reálné vstupy jsou transformovány do fuzzy vstupů (fuzzifikátor),
3. v jádru fuzzy regulátoru (znázorněno čárkovaně) dochází k přidání informace z báze fuzzy pravidel, pomocí níž je stanovena výstupní hodnota, většinou v agregované podobě,
4. na závěr je fuzzy výstup konvertován do ostrého výstupu pomocí různých metod.



Obrázek 4: Schéma fuzzy regulátoru

4.2 Jazyková proměnná

Jazykovou proměnnou označujeme proměnnou, jejímiž hodnotami jsou *jazykové termy* např. (nízká, střední, vysoká). Na obrázku 5 jsou jazykové termy vyjádřené fuzzy množinami na \mathbb{R} , nejčastěji jsou fuzzy množiny vyjádřeny jako fuzzy čísla. Jazykovou proměnnou je zde „Hodnota majetku k zástavě“.

Jazyková proměnná mající konečný počet hodnot je nástrojem pro zjednodušené vyjádření hodnot reálné proměnné, která má obor hodnot shodný s univerzem. Na daném univerzu jsou definovány významy hodnot uvažované jazykové reálné proměnné. Zmíněná reálná proměnná se nazývá *bazická proměnná*, která je přidružená k jazykové proměnné.

V příkladě na obrázku 5 je reálnou proměnnou „Hodnota majetku k zástavě“ s oborem hodnot 0 až 8 mil. Kč.



Obrázek 5: Příklad jazykové proměnné

Výhodou jazykové proměnné je fakt, že nespočetně mnoho hodnot bazické proměnné je nahrazeno fuzzy hodnotami opatřenými jazykovými popisy, což nám usnadňuje práci.

Dále bych ráda uvedla další definice potřebné pro práci s fuzzy regulátorem.

Definice 4.1 *Jazykovou proměnnou* rozumíme pěticí $(\mathcal{V}, \mathcal{T}(\mathcal{V}), X, G, M)$, kde

\mathcal{V} — jméno jazykové proměnné,

$\mathcal{T}(\mathcal{V})$ — množina jazykových hodnot jazykové proměnné \mathcal{V} ,

X — univerzum, na kterém jsou definovány významy jazykových hodnot,

G — syntaktické pravidlo pro generování hodnot z $\mathcal{T}(\mathcal{V})$,

M — sémantické pravidlo, což je zobrazení, které každé jazykové hodnotě

$\mathcal{C} \in \mathcal{T}(\mathcal{V})$ přiřadí její význam $C = M(\mathcal{C})$, který je fuzzy množinou na X .

Definice 4.2 *Bazickou reálnou proměnnou* přidruženou k jazykové proměnné $(\mathcal{V}, \mathcal{T}(\mathcal{V}), X, G, M)$, rozumíme uspořádanou dvojici (v, X) , kde v označuje jméno bazické proměnné a X obor jejích reálných hodnot. Příkladem je již zmíněná proměnná „Hodnota majetku k zástavě“ (viz obrázek 5).

Definice 4.3 Jazyková proměnná $(\mathcal{V}, \mathcal{T}(\mathcal{V}), \langle a, b \rangle, G, M)$ definuje na intervalu $\langle a, b \rangle$ *fuzzy škálu*, jestliže fuzzy čísla T_1, \dots, T_s modelující významy jazykových hodnot $\mathcal{T}_1, \dots, \mathcal{T}_s$ tvořících množinu $\mathcal{T}(\mathcal{V})$ představují fuzzy rozklad intervalu $\langle a, b \rangle$, tj.

$$\sum_{i=1}^s T_i(x) = 1, \quad \forall x \in \langle a, b \rangle.$$

4.3 Jazyková aproximace

Jestliže definujeme jazykovou proměnnou, pak vyjadřujeme významy jazykových hodnot pomocí fuzzy čísel.

Pokud máme obrácený případ, že máme dáno fuzzy číslo A , které představuje neurčitou informaci o hodnotě reálné proměnné v a je zapotřebí určit jazykovou hodnotu \mathcal{A} proměnné \mathcal{V} , která bude zmíněné fuzzy číslo co nejlépe charakterizovat, pak tomuto postupu říkáme *jazyková aproximace*.

Definice 4.4 Nechť je dána jazyková proměnná $(\mathcal{V}, \mathcal{T}(\mathcal{V}), \langle a, b \rangle, G, M)$, kde $\mathcal{T}(\mathcal{V}) = \mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \dots, \mathcal{T}_s$ a $M(\mathcal{T}_i) = T_i$ jsou pro $i = 1, 2, \dots, s$ fuzzy čísla na intervalu $\langle a, b \rangle$. Dále nechť je dáno fuzzy číslo A na $\langle a, b \rangle$. Pak *jazykovou aproximací fuzzy čísla A , pomocí jazykové proměnné \mathcal{V}* , rozumíme jazykovou hodnotu T_{i_0} , $i_0 \in 1, 2, \dots, s$, této jazykové proměnné, pro jejíž význam T_{i_0} platí

$$d(A, T_{i_0}) = \min_{i=1, \dots, s} d(A, T_i),$$

kde d je vzdálenost mezi fuzzy číslem A a významem jazykových hodnot T_i .

4.4 Báze pravidel

Nejdůležitější částí fuzzy regulátoru je jádro a především vhodně zvolená báze pravidel. Definovaná báze pravidel popisuje proces řízení. Báze fuzzy pravidel využívá fuzzy množin pro zápis hrubé expertní znalosti o vztazích mezi reálnými proměnnými.

Definice 4.5 Necht' jsou dány jazykové proměnné $(\mathcal{X}_j, \mathcal{T}(\mathcal{X}_j), U_j, G, M)$, pro $j = 1, 2, \dots, m$, které jsou nezávislé a jazyková proměnná $(\mathcal{Y}, \mathcal{T}(\mathcal{Y}), V, G, M)$, která je závislá. Necht' dále $\mathcal{C}_{i,j} \in \mathcal{T}(X_j)$ a jejich významy $M(\mathcal{C}_{i,j}) = C_{i,j}$ jsou fuzzy čísla na U_j pro $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, m$, $\mathcal{D}_i \in \mathcal{T}(\mathcal{Y})$ a $M(\mathcal{D}_i) = D_i$ jsou fuzzy čísla na V pro $i = 1, 2, \dots, n$.

Pak zápis \mathcal{R}

Pravidlo 1: Jestliže \mathcal{X}_1 je $\mathcal{C}_{1,1}$ a ... a \mathcal{X}_m je $\mathcal{C}_{1,m}$, pak \mathcal{Y} je \mathcal{D}_1 .

Pravidlo 2: Jestliže \mathcal{X}_1 je $\mathcal{C}_{2,1}$ a ... a \mathcal{X}_m je $\mathcal{C}_{2,m}$, pak \mathcal{Y} je \mathcal{D}_2 .

.....

Pravidlo n : Jestliže \mathcal{X}_1 je $\mathcal{C}_{n,1}$ a ... a \mathcal{X}_m je $\mathcal{C}_{n,m}$, pak \mathcal{Y} je \mathcal{D}_n .

se nazývá *jazykově definovaná funkce* (báze pravidel) vyjadřující vztah mezi vstupními nezávislými jazykovými proměnnými $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \dots, \mathcal{X}_m$ a výstupní závislou jazykovou proměnnou \mathcal{Y} .

Báze pravidel může vypadat například takto:

- *Jestliže klientova hodnota majetku k zastavení je vysoká, čisté příjmy vysoké, výdaje vzhledem k příjmům nízké, bankovní historie bez problémů a celkový dojem je příznivý, pak úroková sazba je nízká.*
- *Jestliže klientova hodnota majetku k zastavení je nízká, čisté příjmy průměrné, výdaje vzhledem k příjmům vysoké, bankovní historie spíše problémová a celkový dojem spíše nepříznivý, pak úroková sazba je vysoká.*
- *atd...*

Na to, jak lze bázi pravidel určit, existují dva odlišné postupy. První způsob je *expertní*, kdy využijeme informaci od zkušeného člověka, s jehož pomocí nej-

prve definujeme příslušné reálné bazické proměnné a k nim sestrojíme příslušné jazykové proměnné. Následně je na odborníkovi, aby našel veškeré přípustné kombinace termů nezávislých proměnných $\mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_m$ a poté jim přiřadil jeden term závisle proměnné \mathcal{Y} . Druhým způsobem je *odvození z dat* (jedná se o neuronové sítě, shlukovou analýzu a genetické algoritmy), kdy se nejprve provede pozorování jazykových termů nezávislých jazykových proměnných $\mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_m$, přičemž předpokládáme, že se stejná m -tice jazykových termů (představující levou stranu pravidla) nachází v bázi pravidel. Následně se podíváme do báze pravidel \mathcal{R} , kde najdeme pravidlo, které má na vstupu naše pozorování a určí nám jazykový term závisle jazykové proměnné \mathcal{Y} , tj. v našem případě \mathcal{D}_{i_0} , kdy $i_0 \in 1, \dots, n$.

Může nastat situace, kdy pozorování levé straně žádného pravidla přesně neodpovídá. Z tohoto důvodu se dostáváme k *přibližné dedukci* nebo-li usuzování, která je založena na dosazování vstupů do funkce zadané bází pravidel. Říká nám, jak na základě báze pravidel stanovit jazykový term závisle proměnné \mathcal{Y} , pokud pozorování $\mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_m$ jsou zadány pomocí jazykových termů.

Lze zapsat jako:

Pravidlo 1: Jestliže \mathcal{X}_1 je $\mathcal{C}_{1,1}$ a ... a \mathcal{X}_m je $\mathcal{C}_{1,m}$, pak \mathcal{Y} je \mathcal{D}_1 .

Pravidlo 2: Jestliže \mathcal{X}_1 je $\mathcal{C}_{2,1}$ a ... a \mathcal{X}_m je $\mathcal{C}_{2,m}$, pak \mathcal{Y} je \mathcal{D}_2 .

.....

Pravidlo n : Jestliže \mathcal{X}_1 je $\mathcal{C}_{n,1}$ a ... a \mathcal{X}_m je $\mathcal{C}_{n,m}$, pak \mathcal{Y} je \mathcal{D}_n .

Pozorování: \mathcal{X}_1 je \mathcal{A}'_n a ... a \mathcal{X}_m je \mathcal{A}'_m .

Závěr: Jestliže \mathcal{Y} je \mathcal{B}' , $\mathcal{B}' = ?$

Úkolem je poté nalézt fuzzy množinu \mathcal{B}' , která je významem jazykového termu $\mathcal{B}' \in \mathcal{T}(\mathcal{Y})$. U přibližného usuzování se k výpočtům využívá *fuzzy inferenčních mechanismů*.

4.5 Fuzzy inferenční mechanismus

V této části popíši nejznámější inferenční algoritmus, který hledá hodnoty výstupní (závislé) jazykové proměnné pomocí fuzzy množin a tím je Mamdaniho klasický přístup. Samozřejmě, že existuje více přístupů, jako je třeba přístup Novákův a zobecněný Sugenuv algoritmus. U přístupu Mamdaniho a Nováka není výstupem obecně fuzzy číslo, kdežto u zobecněného Sugena ano. Vzhledem k tomu, že popis inferenčních mechanismů není cílem mé práce, tak se posledními dvěma přístupy (Novák a zobecněný Sugeno) nebudu zabývat.

Mamdaniho inferenční algoritmus

Mamdaniho inferenční algoritmus patří k nejpoužívanějším inferenčním algoritmům, jak pro fuzzy regulátory, tak i pro výpočty ve vícekritériálním hodnocení.

Algoritmus výpočtu lze napsat do následujících kroků:

1. Vypočítáme stupeň zasažení h_i i -tého pravidla pro $i = 1, \dots, n$:

$$h_i = \min \{ \text{hgt}(A'_1 \cap A_{i,1}), \dots, \text{hgt}(A'_m \cap A_{i,m}) \},$$

pro reálné vstupy můžeme h_i vyjádřit tímto způsobem:

$$h_i = (A_{i,1} \times \dots \times A_{i,m})(a_1, \dots, a_m),$$

kde operátor \times značí kartézský součin.

2. Pro jednotlivá pravidla vypočítáme jejich fuzzy výstupní hodnoty B_i^M :

$$\forall y \in V : B_i^M(y) = \min\{h_i, B_i(y)\}.$$

3. Výsledkem je fuzzy množina B^M , kterou získáme sjednocením všech fuzzy výstupních hodnot:

$$B^M = \bigcup_{i=1}^n B_i^M.$$

Výstupní fuzzy množina B má tedy podobu sjednocení fuzzy množin B_i , $i = 1, \dots, n$, jež modelují významy pravých stran pravidel. Tyto fuzzy množiny jsou „uřezány“ ve stupni h_i představující nejvyšší stupeň shody mezi významem napozorovaných vstupních hodnot a významem levé strany příslušného pravidla. Při použití Mamdaniho fuzzy inference nemusí být výstupní fuzzy množina, jak jsem již zmínila v úvodu kapitoly, ve tvaru fuzzy čísla. Více informací doplněné o důkaz naleznete v [8].

Bázi pravidel spolu s Mamdaniho fuzzy inferenčním algoritmem je možno využít i pro ostré napozorované hodnoty představující přímo hodnoty reálných bazických proměnných, které jsou přidruženy k jazykovým proměnným, jež vystupují na levých stranách báze pravidel.

4.6 Defuzzifikace

Výsledkem jednotlivých pravidel je soubor funkcí příslušnosti pro jednotlivé termy výstupních jazykových proměnných. Funkce příslušnosti výstupní množiny je dána sjednocením oříznutých funkcí příslušnosti. Proces nahrazení neostrých termů ostrou hodnotou se nazývá defuzzifikace, která je dána zobrazením:

$$f : \mathcal{F}_{\mathcal{N}}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}.$$

Obecně tedy modul defuzzifikace převádí výslednou fuzzy množinu na jedinou ostrou hodnotu za pomoci různých metod. Metod defuzzifikace existuje celá řada. Nejznámější metodou je *Metoda těžiště*, kterou zde popíši. Ostatní defuzzifikační metody lze najít např. v literatuře [3].

Metoda těžiště

Tato metoda vychází přímo z definice fuzzy čísla, kdy se z výstupních termů určí ostrá výstupní proměnná jako jejich těžiště. Výsledná hodnota se určí jako souřadnice těžiště plochy vzniklé sjednocením dílčích ploch, které jsou určeny ohraničením funkcí výstupních termů.

Definice 4.6 Necht' je dáno fuzzy číslo A , $A \in \mathcal{F}(\langle a, b \rangle)$ s borelovsky měřitelnou funkcí příslušnosti a necht' navíc $\int_a^b A(x) dx \neq 0$. Potom *výsledkem defuzzifikace fuzzy čísla A metodou těžiště* bude reálné číslo t_A definované vztahem:

$$t_A = \frac{\int_a^b A(x)x dx}{\int_a^b A(x) dx}.$$

Poznámka 4.1 *Pokud A je reálné číslo, pak položíme $t_A = A$.*

5 Praktický příklad

V této kapitole ukáží, jak funguje fuzzy regulátor na konkrétním příkladu.

Mějme uchazeče, který žádá o poskytnutí hypotečního úvěru v dané výši D ($D = 1,5$ mil. Kč, tj. 70 % ceny nemovitosti), je starší 18 let, způsobilý k právním úkonům a vlastní nemovitost k zástavě. Doba fixace je zvolena na 5 let. Doba splatnosti je zvolena na 20 let. Pomocí fuzzy regulátoru zjistím, zda bude úvěr žadateli vůbec poskytnut a pokud ano, tak za jakou úrokovou sazbu i . Sestavila jsem tři fuzzy regulátory, přičemž dva z nich na sebe navazují.

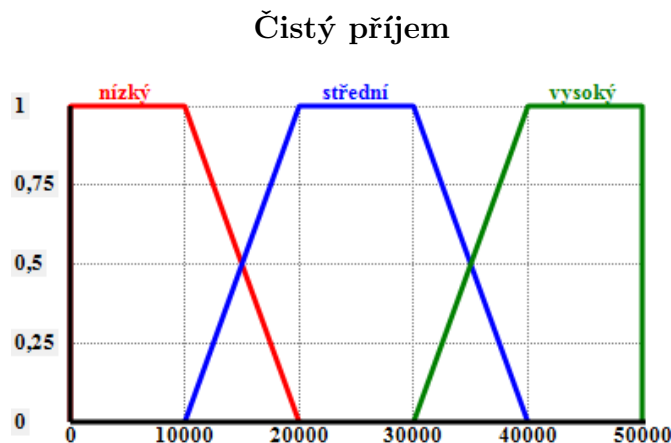
Řešení: sestavila jsem fuzzy regulátor I, který stanovuje úrokovou sazbu na základě ohodnocení platební spolehlivosti žadatele.

Fuzzy regulátor I

U každého žadatele se ve fuzzy regulátoru I hodnotí ekonomická stránka včetně jeho platební spolehlivosti, kde vstupními jazykovými proměnnými jsou:

1. Čisté příjmy (měsíčně)

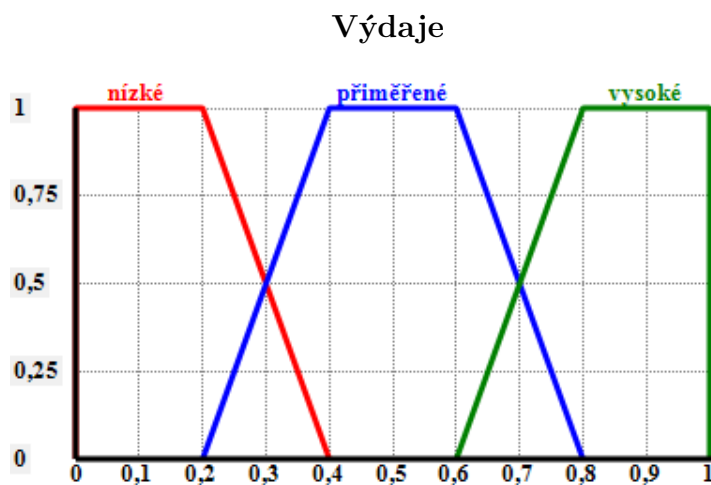
Jazykové termy jazykové proměnné *Čistý příjem* jsou zvoleny v pořadí *nízký*, *střední* a *vysoký*, kde osa x znázorňuje výši příjmu v Kč s tím, že 50 000 znamená 50 000 Kč a více, viz obrázek 6.



Obrázek 6: Jazykové termy jazykové proměnné *Čistý příjem*

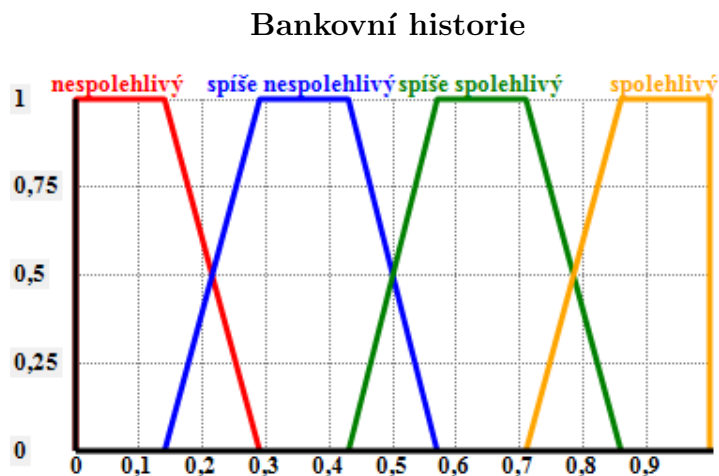
2. Výdaje zohledněné k příjmům

Jazykové termy jazykové proměnné *Výdaje* jsou zvoleny v pořadí *nízké*, *přiměřené* a *vysoké*, které jsou vyjádřeny v procentech ve vztahu k Čistým příjmům, kde 1 (na ose x) značí 100 % čistého příjmu a více, viz obrázek 7.



Obrázek 7: Jazykové termy jazykové proměnné *Výdaje*

3. Bankovní historie klienta obecně



Obrázek 8: Jazykové termy jazykové proměnné *Bankovní historie*

Jazykové termy jazykové proměnné *Bankovní historie* jsou zvoleny v pořadí *nespolehlivý, spíše nespolehlivý, spíše spolehlivý a spolehlivý*, viz obrázek 8. Výstupem tohoto fuzzy regulátoru je *Úroková sazba* (viz obrázek 9). Kdyby byl žadatel spíše nespolehlivý nebo nespolehlivý, tak by další kroky neměly smysl uvažovat. Zjistí-li tedy banka, že žadatel je platebně nespolehlivý nebo spíše nespolehlivý, automaticky úvěr neposkytne.



Obrázek 9: Jazykové termy jazykové proměnné *Úroková sazba*

Jazykové termy jazykové proměnné *Úroková sazba* jsou zvoleny v pořadí *malá, střední, vysoká a neposkytnutí úvěru*, viz obrázek 9.

Dále je žadatel hodnocen z psychologického hlediska a to pomocí dvou navazujících fuzzy regulátorů II a III.

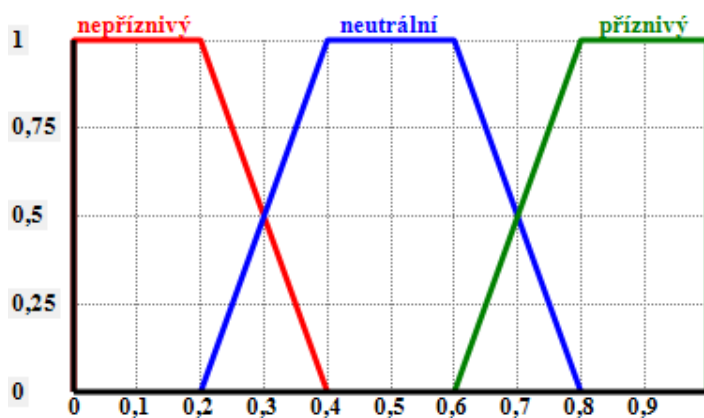
Fuzzy regulátor II

Ve fuzzy regulátoru II se hodnotí dojem, jaký na bankéře žadatel udělal, a to pomocí vstupů:

1. První dojem

Jazykové termy jazykové proměnné *První dojem* jsou zvoleny v pořadí *nepříznivý, neutrální a příznivý*, viz obrázek 10.

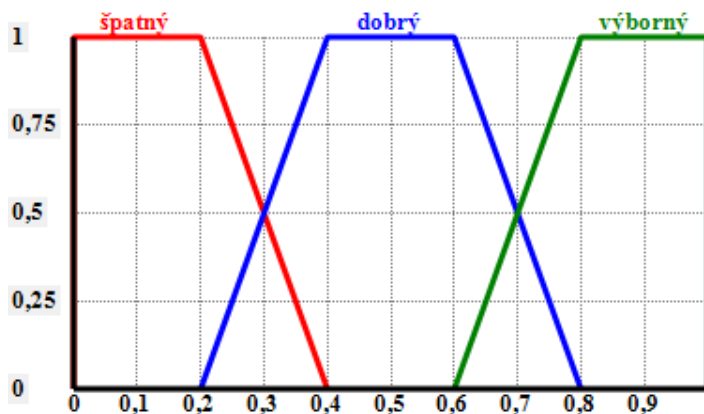
První dojem



Obrázek 10: Jazykové termy jazykové proměnné *První dojem*

2. Verbální projev žadatele

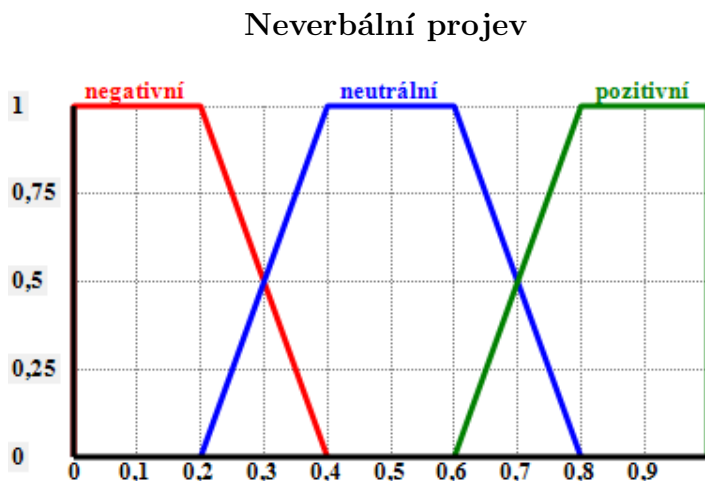
Verbální projev



Obrázek 11: Jazykové termy jazykové proměnné *Verbální projev*

Jazykové termy jazykové proměnné *Verbální projev* jsou zvoleny v pořadí *špatný*, *dobrý* a *výborný*, viz obrázek 11.

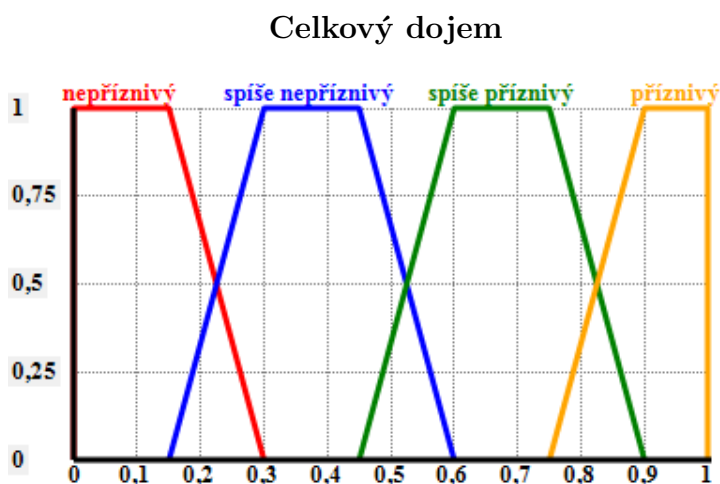
3. Neverbální projev



Obrázek 12: Jazykové termy jazykové proměnné *Neverbální projev*

Jazykové termy jazykové proměnné *Neverbální projev* jsou zvoleny v pořadí *negativní*, *neutrální* a *pozitivní*, viz obrázek 12.

Výstupní jazykovou proměnnou tohoto fuzzy regulátoru je **Celkový dojem**.



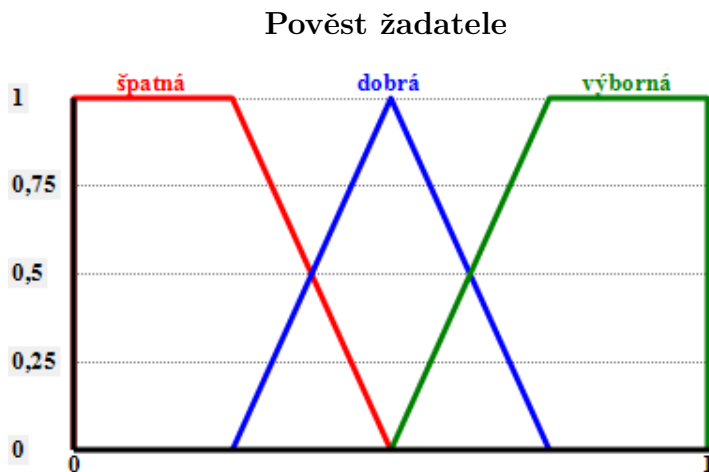
Obrázek 13: Jazykové termy jazykové proměnné *Celkový dojem*

Jazykové termy jazykové proměnné *Celkový dojem* jsou zvoleny v pořadí *nepříznivý, spíše nepříznivý, spíše příznivý a příznivý*, viz obrázek 13.

Fuzzy regulátor III

Výstup z fuzzy regulátoru II teď bude sloužit jako vstup pro fuzzy regulátor III spolu s referencí o žadateli.

1. **Celkový dojem** (výstup z fuzzy regulátoru II)
2. **Pověst žadatele neboli reference od ostatních osob**



Obrázek 14: Jazykové termy jazykové proměnné *Pověst žadatele*

Jazykové termy jazykové proměnné *Pověst žadatele* jsou zvoleny v pořadí *špatná, dobrá a výborná*, viz obrázek 14.

Výstupem bude opět *Úroková sazba* (viz obrázek 9).

Na základě kombinace jednotlivých termů u každého fuzzy regulátoru jsem vytvořila příslušné báze pravidel. Termy jednotlivých jazykových proměnných, které jsem modelovala pomocí programu FuzzME¹.

Mám tedy dvě hodnoty pro úrokovou sazbu (z fuzzy regulátoru I a III), které dostanu v podobě fuzzy množin, jimž je potřeba přiřadit význam. Výsledné

¹Holeček, P: *FuzzME* — program pro vícekritériální fuzzy hodnocení, dostupný z <http://elearning.math.upol.cz/course/view.php?id=177>

fuzzy množiny nejprve defuzzifikuji pomocí metody těžiště a následně vyberu těžiště s vyšší hodnotou, z kterého spočítám výši úrokové sazby i . Takto získanou úrokovou sazbu i dosadím do vztahu pro výpočet výše měsíční splátky hypotečního úvěru.

Pomocí vztahů (9) a

$$FR = \check{C}P - \sum PV - \check{Z}M - SH\acute{U}, \quad (36)$$

kde:

FR — finanční rezerva,

$\check{C}P$ — čisté příjmy,

$\sum PV$ — součet pravidelných výdajů – pojištění, leasing, další úvěry,

$\check{Z}M$ — životní minimum domácnosti (dle zákona č. 110/2006 Sb.),

$SH\acute{U}$ — splátka hypotečního úvěru,

ověřím, jestli žadateli zůstane po uhrazení měsíční splátky hypotečního úvěru a všech ostatních plateb dostatečná finanční rezerva. Doporučuje se, aby jedinci po odečtení všech závazků od čistého příjmu zbyla finanční rezerva alespoň ve výši 10 % čistého příjmu.

Po dosazení úrokové sazby i do (9) a následném dosazení vypočtené splátky do (36) mohu rozhodnout, zda bude úvěr žadateli v požadované výši a s vypočítanou úrokovou sazbou schválen. Protože, pokud by byl hypoteční úvěr žadateli poskytnut, ale nesplňoval by podmínku (37), tak by mu byla žádost o hypoteční úvěr nakonec zamítnuta. Popřípadě by mu byl bankou nabídnut úvěr s nižší počáteční jistinou, takovou, aby byl dlužník schopen hradit měsíční splátky a současně jeho finanční rezerva činila alespoň 10 % čistého příjmu.

Minimální finanční rezervu označím FR_{min} a určím pomocí vztahu

$$FR_{min} = 0,1 \cdot \check{C}P.$$

Pro poskytnutí hypotečního úvěru musí platit vztah

$$FR \geq FR_{min}. \quad (37)$$

Vytvořená báze pravidel

Ná základě vytvořených jazykových termů jazykových proměnných jsem stanovila bázi pravidel pro jednotlivé fuzzy regulátory, viz tabulky 5–7. Využila jsem expertní postup a našla přípustné kombinace termů nezávislých vstupních proměnných, a poté jim přiřadila jeden jazykový term výstupní jazykové proměnné (tj. *úroková sazba* u fuzzy regulátoru I, III a u fuzzy regulátoru II *celkový dojem*). Takto vytvořená pravidla jsem zadala do programu FuzzME.

Ze začátku jsem měla velké množství pravidel, proto bylo zapotřebí jejich počet zredukovat a zjednodušit tak celou bázi pravidel. Dále jsem si v tomto programu v nastavení určila typ inference, a to Mamdaniho, jehož výsledkem je fuzzy množina získaná sjednocením všech výstupních hodnot.

V následujících tabulkách uvádím báze pravidel pro jednotlivé fuzzy regulátory.

Bankovní historie	Čistý příjem	Výdaje (% z ČP)	Úroková sazba
spolehlivý	vysoký	nízké	nízká
spolehlivý	vysoký	přiměřené	nízká
spolehlivý	vysoký	vysoké	nízká
spolehlivý	střední	nízké	střední
spolehlivý	střední	přiměřené	střední
spolehlivý	nízký	nízké	vysoká
spolehlivý	nízký	přiměřené	vysoká
spíše spolehlivý	vysoký	nízké	nízká
spíše spolehlivý	vysoký	přiměřené	nízká
spíše spolehlivý	vysoký	vysoké	nízká
spíše spolehlivý	střední	nízké	střední
spíše spolehlivý	střední	přiměřené	střední
spíše spolehlivý	střední	vysoké	vysoká
spíše spolehlivý	nízký	nízké	vysoká
spíše spolehlivý	nízký	přiměřené	vysoká
spíše spolehlivý	nízký	vysoké	neposkyt. úvěru

Tabulka 5: Báze pravidel pro fuzzy regulátor I

První dojem	Verbální projev	Neverbální projev	Celkový dojem
nepříznivý	špatný	negativní	nepříznivý
nepříznivý	špatný	neutrální	spíše nepříznivý
nepříznivý	dobrý	negativní	spíše nepříznivý
nepříznivý	dobrý	neutrální	spíše příznivý
nepříznivý	dobrý	pozitivní	spíše příznivý
nepříznivý	výborný	neutrální	příznivý
nepříznivý	výborný	pozitivní	příznivý
neutrální	špatný	negativní	nepříznivý
neutrální	špatný	neutrální	spíše nepříznivý
neutrální	dobrý	negativní	spíše nepříznivý
neutrální	dobrý	neutrální	spíše příznivý
neutrální	dobrý	pozitivní	spíše příznivý
neutrální	výborný	neutrální	spíše příznivý
neutrální	výborný	pozitivní	příznivý
příznivý	špatný	negativní	nepříznivý
příznivý	špatný	neutrální	spíše nepříznivý
příznivý	dobrý	negativní	spíše příznivý
příznivý	dobrý	neutrální	spíše příznivý
příznivý	dobrý	pozitivní	příznivý
příznivý	výborný	neutrální	příznivý
příznivý	výborný	pozitivní	příznivý

Tabulka 6: Báze pravidel pro fuzzy regulátor II

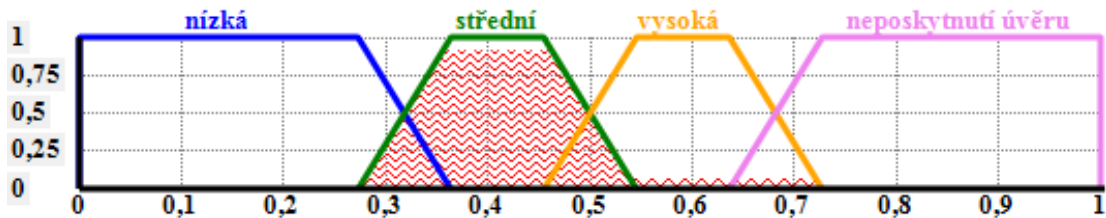
Reference	Celkový dojem	Úroková sazba
výborná	příznivý	nízká
výborná	spíše příznivý	nízká
výborná	spíše nepříznivý	střední
výborná	nepříznivý	vysoká
dobrá	příznivý	střední
dobrá	spíše příznivý	střední
dobrá	spíše nepříznivý	vysoká
dobrá	nepříznivý	vysoká
špatná	příznivý	vysoká
špatná	spíše příznivý	vysoká
špatná	spíše nepříznivý	vysoká
špatná	nepříznivý	neposkytnuto

Tabulka 7: Báze pravidel pro fuzzy regulátor III

Pro ukázkou jsem si zvolila 5 fiktivních žadatelů, na kterých ukáži výstupní fuzzy množiny a určím výslednou úrokovou sazbu pomocí metody těžiště. Těžiště je vypočteno přímo v programu FuzzME. Po zadání vstupů jednotlivých žadatelů (výdaje přepočteny na %, tj. vztahené k čistým příjmům) se vykreslily následující obrázky, které znázorňují výstupní fuzzy množiny pro všechny tři fuzzy regulátory a pro jednotlivé žadatele.

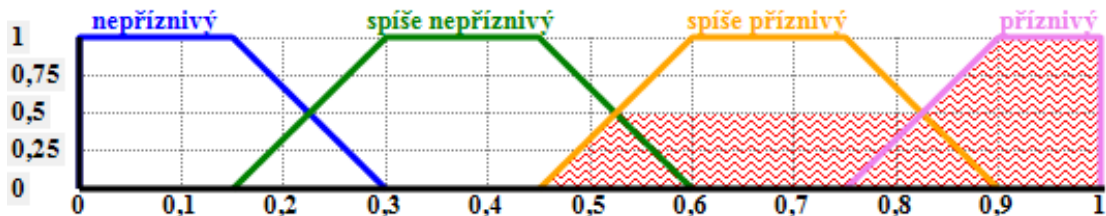
1. Pan **Vilém Korouhvička** je *spíše spolehlivý*, jeho čistý příjem činí 29 500 Kč, výdaje (zahrnující pravidelné výdaje ve výši 7 000 Kč a životní minimum ve výši 9 850 Kč (2 dospělí v domácnosti a 2 děti)) činí 16 850 Kč, (tj. 57,12 % čistého příjmu), první dojem je *příznivý*, jeho verbální projev je *výborný*, neverbální projev je *pozitivní* a reference na něj je *výborná*.

Jazykové hodnocení výstupu ve fuzzy regulátoru I odpovídá hodnotě *střední* (viz obrázek 15), tj. žadatel může od banky získat střední úrokovou sazbu, v rozmezí 3–6 %.

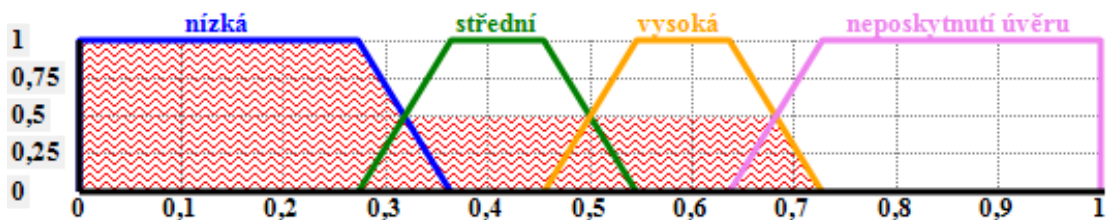


Obrázek 15: Výsledná fuzzy množina ve fuzzy regulátoru I, Vilém Korouhvička

Jazykové hodnocení ve fuzzy regulátoru II je určeno jako *spíše příznivý až příznivý* (viz obrázek 16), které jsem následně dosadila do fuzzy regulátoru III, jehož výsledkem je fuzzy množina (viz obrázek 17) s hodnocením *nízká až vysoká úroková sazba*, tj. v rozmezí 0–8 %.



Obrázek 16: Výsledná fuzzy množina ve fuzzy regulátoru II, Vilém Korouhvička



Obrázek 17: Výsledná fuzzy množina ve fuzzy regulátoru III, Vilém Korouhvička

Výstupy fuzzy regulátorů I a III defuzzifikuji pomocí metody těžiště a zjistím, které těžiště je větší. To následně přepočtu na úrokovou sazbu, se kterou budu dále pracovat. Výsledný fuzzy výstup fuzzy regulátoru I má těžiště rovno 0,409, u fuzzy regulátoru III má hodnotu 0,341. V tomto případě vezmu těžiště s hodnotou 0,409 a přepočítám na úrokovou sazbu,

která bude ve výši 4,5 % p.a. ($0,409 \cdot 11$, jelikož univerzum úrokové sazby je od 0 % do 11 %).

Výpočet splátky hypotečního úvěru a finanční rezervy:

(a)

$$SHÚ = \frac{1\,500\,000 \cdot \frac{0,045}{12}}{1 - \frac{1}{(1 + \frac{0,045}{12})^{12 \cdot 20}}} \doteq 9\,490 \text{ Kč},$$

(b)

$$FR_{min} = 0,1 \cdot \check{C}P = 0,1 \cdot 29\,500 = 2\,950 \text{ Kč},$$

(c)

$$FR = 29\,500 - 7\,000 - 9\,850 - 9\,490 = 3\,160 \text{ Kč}.$$

Z výpočtů vidíme, že měsíční splátka bude ve výši 9 490 Kč a finanční rezerva by měla být alespoň 2 950 Kč. Po odečtu pravidelných výdajů, životního minima a splátky hypotečního úvěru od čistého příjmu vychází částka 3 160 Kč, což je dostatečná finanční rezerva, a proto bude panu Korouhvičkovi hypoteční úvěr poskytnut za úrokovou sazbu 4,5 %.

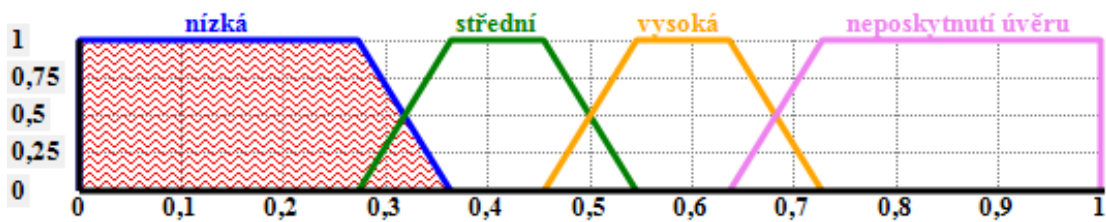
2. Druhý žadatel, pan **Petr Samek**, je *spíše nespolehlivý, jeho čistý příjem činí 15 000 Kč, výdaje (zahrnující pravidelné výdaje ve výši 5 100 Kč a životní minimum ve výši 3 410 Kč (1 dospělý v domácnosti)) jsou 8 510 Kč (tj. 56,73 % čistého příjmu), první dojem je neutrální, jeho verbální projev špatný, neverbální projev je negativní a reference na něj je špatná.*

Jelikož je pan Petr Samek spíše nespolehlivý, banka udělá v databázi poznámku o tom, aby mu hypoteční úvěr nebyl poskytnut. Z tohoto důvodu nemusím ani zjišťovat úrokovou sazbu, jak jsem se již zmínila na začátku. Vstupní proměnné tedy do fuzzy regulátorů nebudu ani zadávat a výsledkem bude *neposkytnutí úvěru.*

3. Další žadatelka, paní **Valérie Doubravová**, je *spolehlivá, její čistý příjem činí 48 300 Kč, výdaje (zahrnující pravidelné výdaje ve výši 11 000 Kč*

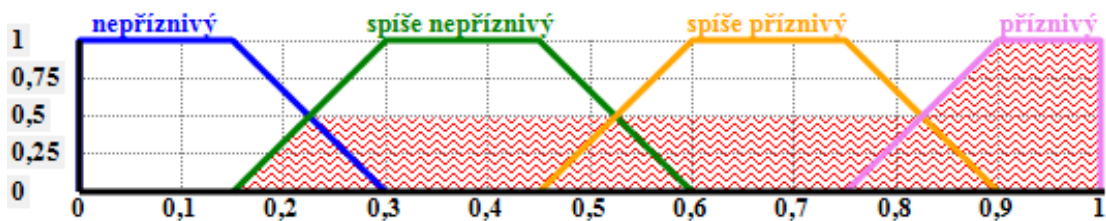
a životní minimum ve výši 14 040 Kč (2 dospělí a 4 děti v domácnosti)) jsou 25 040 Kč (tj. 51,84 % čistého příjmu), první dojem je nepříznivý, její verbální projev je výborný, neverbální projev je neutrální a reference na ni je výborná.

U paní Doubravové je ve fuzzy regulátoru I výstupem fuzzy množina s hodnocením *nízká úroková sazba* (viz obrázek 18).



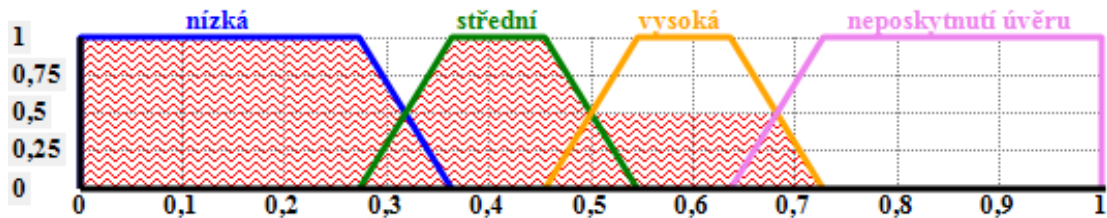
Obrázek 18: Výsledná fuzzy množina ve fuzzy regulátoru I, Valérie Doubravová

Výsledná fuzzy množina na obrázku 19, jejíž jazykové hodnocení je *spíše nepříznivý až příznivý*, popisuje celkový dojem. Takovéto hodnocení jsem poté dosadila do fuzzy regulátoru III, jehož výsledkem je fuzzy množina s jazykovým hodnocením *nízká až vysoká úroková sazba* (viz obrázek 20).



Obrázek 19: Výsledná fuzzy množina ve fuzzy regulátoru II, Valérie Doubravová

Těžiště u fuzzy regulátoru I bylo vypočteno ve výši 0,16 a u fuzzy regulátoru III ve výši 0,341. Zde jsem vzala těžiště 0,341 a převedla na úrokovou sazbu, která má hodnotu 3,75 % p.a.



Obrázek 20: Výsledná fuzzy množina ve fuzzy regulátoru III, Valérie Doubravová

Výpočet splátky hypotečního úvěru a finanční rezervy:

(a)

$$SHÚ = \frac{1\,500\,000 \cdot \frac{0,0375}{12}}{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{0,0375}{12}\right)^{12 \cdot 20}}} \doteq 8\,893 \text{ Kč},$$

(b)

$$FR_{min} = 0,1 \cdot \check{C}P = 0,1 \cdot 48\,300 = 4\,830 \text{ Kč},$$

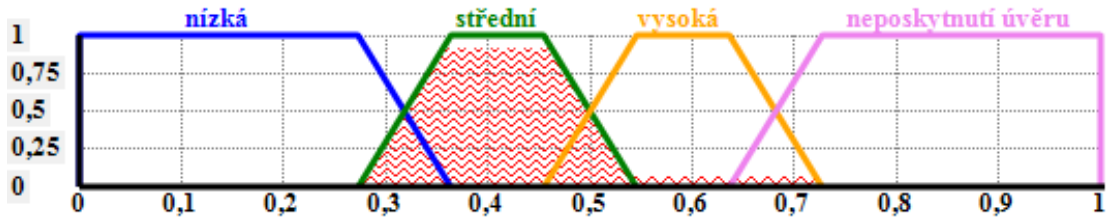
(c)

$$FR = 48\,300 - 11\,000 - 14\,040 - 8\,893 = 14\,367 \text{ Kč}.$$

Z výpočtů vidíme, že měsíční splátka bude ve výši 8 893 Kč a finanční rezerva by měla být alespoň 4 830 Kč. Po odečtu pravidelných výdajů, životního minima a splátky hypotečního úvěru od čistého příjmu vychází částka 14 367 Kč, což je dostatečná finanční rezerva, a tudíž bude paní Doubravové hypoteční úvěr poskytnut za úrokovou sazbu ve výši 3,75 %.

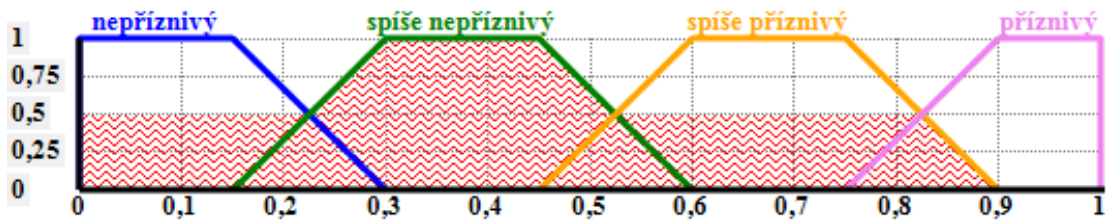
4. Pan **Pavel Rýzner** je *spíše spolehlivý*, jeho *čistý příjem činí 19 250 Kč*, *výdaje (zahrnující pravidelné výdaje ve výši 3 105 Kč a životní minimum ve výši 5 970 Kč (2 dospělí v domácnosti)) jsou 9 075 Kč (tj. 47,14 % čistého příjmu)*, *první dojem je nepříznivý*, jeho *verbální projev je špatný*, *neverbální projev je neutrální a reference na něj je špatná*.

Výstupem fuzzy regulátoru I je výsledná fuzzy množina na obrázku 21. Jazykové hodnocení je určeno jako *střední úroková sazba*.

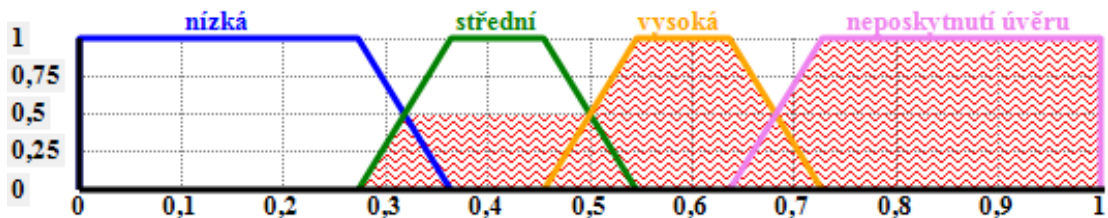


Obrázek 21: Výsledná fuzzy množina ve fuzzy regulátoru I, Pavel Rýzner

Na obrázku 22 lze vidět výslednou fuzzy množinu regulátoru II, která je jazykově ohodnocena jako *nepříznivý až spíše příznivý* celkový dojem. Po dosažení výsledného hodnocení do fuzzy regulátoru III, byla úroková sazba ohodnocena jako *střední až neposkytnutí úvěru*, což znázorňuje obrázek 23.



Obrázek 22: Výsledná fuzzy množina ve fuzzy regulátoru II, Pavel Rýzner



Obrázek 23: Výsledná fuzzy množina ve fuzzy regulátoru III, Pavel Rýzner

V tomto případě bylo vypočítáno těžiště ve výši 0,409 (u fuzzy regulátoru I) a ve výši 0,658 (u fuzzy regulátoru II). Pro následující výpočty jsem vzala tedy těžiště 0,658 a přepočítala na úrokovou sazbu, tj. 7,23 % p.a.

Výpočet splátky hypotečního úvěru a finanční rezervy:

(a)

$$SHÚ = \frac{1\,500\,000 \cdot \frac{0,0723}{12}}{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{0,0723}{12}\right)^{12 \cdot 20}}} \doteq 11\,837 \text{ Kč},$$

(b)

$$FR_{min} = 0,1 \cdot \check{C}P = 0,1 \cdot 19\,250 = 1\,925 \text{ Kč},$$

(c)

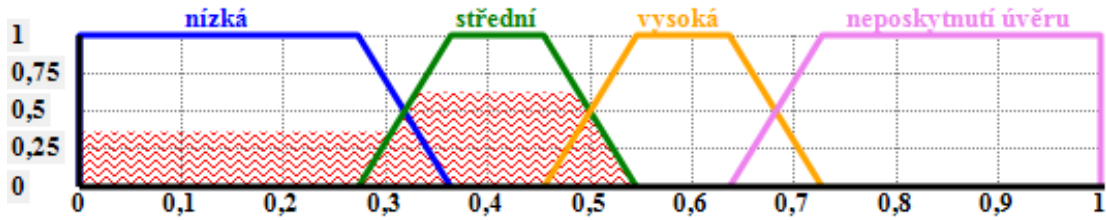
$$FR = 19\,250 - 3\,105 - 5\,970 - 11\,837 = -1\,662 \text{ Kč}.$$

Z výpočtů vidíme, že měsíční splátka bude ve výši 11 837 Kč a finanční rezerva by měla být alespoň 1 925 Kč. Po odečtu pravidelných výdajů, životního minima a splátky hypotečního úvěru od čistého příjmu vychází částka −1 662 Kč, což znamená, že hypoteční úvěr panu Rýznerovi poskytnut nebude, protože by mu na splátku hypotečního úvěru nestačily peníze. Banka mu nejspíše nabídne hypoteční úvěr s nižší počáteční jistinou tak, aby byl schopen měsíčně uhradit určenou splátku.

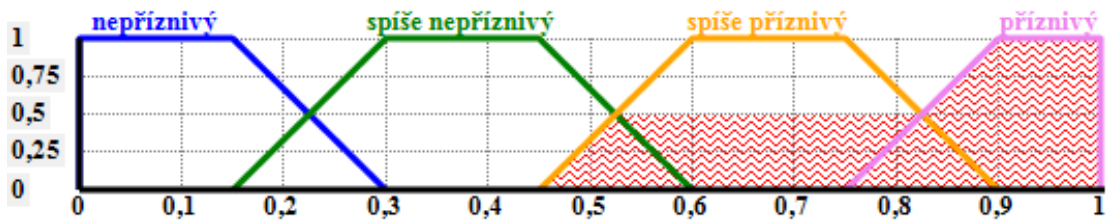
5. Poslední žadatel, pan **Ivan Daněk**, je *spíše spolehlivý*, jeho *čistý příjem činí 33 700 Kč*, *výdaje (zahrnující pravidelné výdaje ve výši 4 100 Kč a životní minimum ve výši 14 420 Kč (3 dospělí a 3 děti v domácnosti)) jsou 18 520 Kč (tj. 54,96 % čistého příjmu)*, *první dojem je příznivý*, jeho *verbální projev je výborný*, *neverbální projev je neutrální a reference na něj je dobrá*.

Výsledná fuzzy množina na obrázku 24 znázorňuje úrokovou sazbu vypočtenou ve fuzzy regulátoru I s jazykovým hodnocením *nízká až střední*.

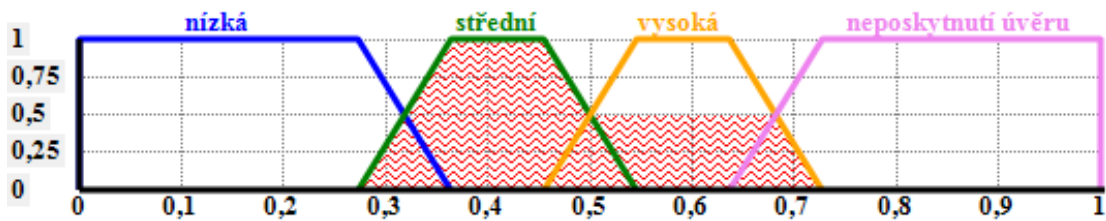
Výstupem fuzzy regulátoru II (viz obrázek 25) je fuzzy množina s hodnocením celkového dojmu *spíše příznivý až příznivý*. Po dosazení tohoto hodnocení do fuzzy regulátoru III, jehož výsledkem je fuzzy množina na obrázku 26, vyšlo jazykové hodnocení *střední až vysoká úroková sazba*.



Obrázek 24: Výsledná fuzzy množina ve fuzzy regulátoru I, Ivan Daněk



Obrázek 25: Výsledná fuzzy množina ve fuzzy regulátoru II, Ivan Daněk



Obrázek 26: Výsledná fuzzy množina ve fuzzy regulátoru III, Ivan Daněk

Po defuzzifikaci výsledných fuzzy množin, byly vypočítány hodnoty těžišť. Hodnota těžiště u fuzzy regulátoru I byla 0,292 a 0,5 u fuzzy regulátoru III. Na úrokovou sazbu 5,5 % p.a. bylo převedeno těžiště s hodnotou 0,5.

Výpočet splátky hypotečního úvěru a finanční rezervy:

(a)

$$SHÚ = \frac{1\,500\,000 \cdot \frac{0,055}{12}}{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{0,055}{12}\right)^{12 \cdot 20}}} \doteq 10\,318 \text{ Kč,}$$

(b)

$$FR_{min} = 0,1 \cdot \check{C}P = 0,1 \cdot 33\,700 = 3\,370 \text{ Kč,}$$

(c)

$$FR = 33\,700 - 4\,100 - 14\,420 - 10\,318 = 4\,862 \text{ Kč.}$$

Z výpočtů vidíme, že měsíční splátka bude ve výši 10 318 Kč a finanční rezerva by měla být alespoň 3 370 Kč. Po odečtu pravidelných výdajů, životního minima a splátky hypotečního úvěru od čistého příjmu vychází částka 4 862 Kč, což je dostatečná finanční rezerva a tudíž bude panu Daňkovi poskytnut hypoteční úvěr za úrokovou sazbu ve výši 5,5 %.

Závěr

V diplomové práci jsem se zabývala problematikou ohodnocování bonity žadatele o hypoteční úvěr. Dále jsem vytvořila systém složený ze tří fuzzy regulátorů, v němž dva z nich na sebe navazovaly. Výstupem pak byly fuzzy množiny, které bylo zapotřebí defuzzifikovat a zjistit tak jejich těžiště (u fuzzy regulátoru I a III). Těžiště, které bylo větší, se převedlo na úrokovou sazbu, se kterou se dále počítala měsíční splátka hypotečního úvěru.

Vzhledem k tomu, že jsem neměla potřebná reálná data z banky, je můj přístup k hodnocení bonity žadatele jen malou ukázkou toho, co mohou v praxi používat banky.

V první kapitole jsem se zabývala problematikou hypotečních úvěrů, kde jsem zmínila základní informace o hypotečních úvěrech, jejich typy i výhody. Kapitola také obsahuje ukázky příkladů, které odpovídají na časté dotazy žadatelů, např. jakou zvolit dobu splatnosti úvěru a jiné. Příklady byly počítány v programu R a graf byl vytvořen v programu Maple.

Druhá kapitola byla zaměřena na oblasti prověřující bonitu klienta a byly v ní popsány i fáze procesu při vyřizování hypotečního úvěru.

Další kapitola byla věnována popisu fuzzy množin a jejich základním operacím, potřebných pro sestavení fuzzy regulátoru, který je popsán ve čtvrté kapitole. Uvedla jsem typy fuzzy čísel, se kterými se člověk setkává nejčastěji, a to s lineárními fuzzy čísly, které jsem ve své práci použila.

Ve čtvrté kapitole je popsán fuzzy regulátor, který jsem se snažila přiblížit pomocí obrázku znázorňujícího schéma fuzzy regulátoru. Dále jsem se v této kapitole zabývala bázemi pravidel a inferenčním algoritmem, obsažených v jádru fuzzy regulátoru, které je pro fuzzy regulátor nejdůležitější. Také jsem zde uvedla defuzzifikační metodu — *metodu těžiště*, která patří mezi nejznámější metody defuzzifikace.

V poslední kapitole, což je praktická část, jsem sestavila tři fuzzy regulátory pomocí programu FuzzME, na kterých jsem ukázala, jak pracují při vyhodnocování bonity klienta. U jednotlivých žadatelů je pak vidět, zda jim bude hypoteční úvěr ve výši 1 500 000 Kč poskytnut či nikoli.

Během vypracování této práce jsem přišla k mnohým poznatkům, o kterých jsem doposud nevěděla. Nad rámec práce jsem např. získala poznatek, že při nízkých úrokových sazbách se s rostoucím investičním horizontem ukazuje být pravidelná investice výnosnější oproti jednorázové.

Myslím si, že práce pro mě měla veliký přínos a pevně věřím, že bude přínosem i pro případné čtenáře, kteří se budou chtít o této problematice více dozvědět, např. lidé uvažující o přijetí hypotečního úvěru.

Zpracování diplomové práce mě velice bavilo, jelikož si myslím, že fuzzy regulátory jsou použitelné v praxi a mnoho bank pomocí nich právě pracuje a posuzuje tak komplexně schopnost klienta řádně splácet v budoucnu poskytnutý hypoteční úvěr.

V neposlední řadě jsem se naučila pracovat s programem FuzzME, pomocí něhož jsem sestavila potřebné fuzzy regulátory a na jejich základě určila výši úrokové sazby.

Na závěr bych ještě zmínila, že jsem celou práci sázela v typografickém systému $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$.

Literatura

- [1] Jílek, J., *Finanční trhy a investování*, Praha: Grada, 2009. 648 s. ISBN 978-80-247-1653-4.
- [2] Kolektiv autorů, *Bankovníctví*, 5. vyd. Praha: Bankovní institut, 2005. 280 s. ISBN 80-7265-080-7.
- [3] Novosadová, L. *Metody defuzziifikace fuzzy čísel*, Diplomová práce, Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc 2012. 60 s.
- [4] Pavelka, F., *Hypoteční úvěry*, Praha: Vydavatelství PP Agency, 1995. 80 s.
- [5] Radová, J., Dvořák, P., Málek, J., *Finanční matematika pro každého*, 7. vydání. Praha: Grada, 2009. 293 s. ISBN 978-80-247-3291-6.
- [6] Syrový, P., *Financování vlastního bydlení*, 5. vyd. Praha: Grada, 2009. 144 s. ISBN 978-80-247-2388-4.
- [7] Syrový, P., Tyl, T., *Osobní finance*, Praha: Grada, 2011. 205 s. ISBN 978-80-247-3813-0.
- [8] Talašová, J., *Fuzzy metody vícekritériálního hodnocení a rozhodování*. 1. vyd. Olomouc: Vydavatelství UP, 2003. 177s. ISBN 80-244-0614-4.
- [9] *Bonita klienta*, [online]. c2006, [Cit.2013-12-1]. Dostupné z: <http://www.finance.cz/zpravy/finance/76005-dobra-bonita-klienta-zvysuje-sanci-na-uver/>
- [10] *Centrální registr úvěrů- CRÚ*, [online]. c2013, [Cit. 2013-11-25]. Dostupné z: <http://www.cnb.cz/cs/dohled-financni-trh/centralni-registr-uveru/>
- [11] *Definice hypotečního úvěru*, [online]. c2010, [Cit. 2013-12-3]. Dostupné z: <http://www.uspory.cz/clanky/slovník-pojmu/definice-hypoteky-v-zakone>
- [12] *Řízení úvěrového rizika, úvěrový proces, úvěrová smlouva, studijní opora pro předmět Bankovníctví a peněžní ekonomie 4*, [online]. [Cit. 2014-1-7]. Dostupné z <http://elearning.math.upol.cz/>
- [13] *Úrokové sazby hypotečních úvěrů*, [online]. c2014 [Cit. 2014-28-1]. Dostupné z: <http://www.csob.cz/cz/Csob/Urokovye-sazby/Stranky/Urokovye-sazby-hypotecnich-uveru.aspx>