



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

**STUDIUM PŘENOSU TEPLA TURBULENTNÍM
PROUDĚNÍM V STUDENÉM HÉLIOVÉM PLYNU V
EXPERIMENTU S RAYLEIGH-BÉNARDOVOU KONVEKČÍ
NA ÚPT AV V BRNĚ**

STUDY OF HEAT TRANSFER BY TURBULENT FLOW IN COLD HELIUM GAS IN EXPERIMENT WITH
RAYLEIGH-BERNARD CONVECTION AT ISI CAS IN BRNO

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Marek Balko

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Mgr. Michal Macek, Ph.D.

BRNO 2021

Zadání diplomové práce

Ústav: Energetický ústav
Student: **Bc. Marek Balko**
Studijní program: Strojní inženýrství
Studijní obor: Fluidní inženýrství
Vedoucí práce: **Mgr. Michal Macek, Ph.D.**
Akademický rok: 2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Studium přenosu tepla turbulentním prouděním v studeném héliovém plynu v experimentu s Rayleigh–Bénardovou konvekcí na ÚPT AV v Brně

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Turbulentní proudění jsou v přírodě téměř všudypřítomná, zároveň ale představují prototyp složitých dynamických systémů a jejich pochopení je stále jedním s otevřených problémů klasické fyziky. Jednou ze zásadních vlastností turbulentních proudění je posílení schopnosti vrstvy tekutiny přenášet teplo: Pro představu – v atmosférické mezní vrstvě vysoké 1km turbulentní přenos tepla stoupne aspoň o 5 řádů v porovnání s molekulární difuzí v stojatém vzduchu. Detailní pochopení těchto procesů má zjevný význam např. pro pochopení zemského klimatu nebo důležitých technologických aplikací jako procesů v chladících částech jaderných reaktorů nebo pro úschovu obnovitelné energie v bateriích na bázi tekutých kovů.

Turbulentní přenos tepla je možno modelovat a studovat v laboratorních podmínkách, jenomže i nejpokročilejší současné experimenty s vysoce intenzivní turbulencí (přibližující se např. intenzitě turbulence v atmosféře), jako experiment s Rayleigh–Bénardovou konvekcí (RBC) v kryogenním héliovém plynu realizovaný v naší laboratoři na Ústavu přístrojové techniky (ÚPT) AV v Brně vykazují tzv. ne–Oberbeck–Boussinesqovské (NOB) efekty v důsledku teplotně a tlakově závislých vlastností pracovních tekutin, jako hustota, viskozita nebo tepelní vodivost. NOB efekty nejsou dosud dostatečně pochopeny, protože i nejdetailnější numerické simulace pracují s konstantními vlastnostmi tekutin, což pochopení reálných dějů v přírodě na velkých prostorových škálách.

Ve spolupráci se skupinou prof. J. Schumachera na TU Ilmenau v Německu pracujeme na nových efektivních numerických programech zahrnujících NOB efekty a plánujeme systematické a detailní porovnávání s kryogenními experimenty na ÚPT v Brně.

Cíle diplomové práce:

Student/ka se do hloubky seznámí s turbulentními prouděními a bude mít možnost sbírat, analyzovat a porovnávat data z dvou odlišných zdrojů – kryogenního experimentu v Brně a masivně paralelních výpočtů v Ilmenau. Vytvoří programy na zpracování experimentálních dat – časových řad teplotních fluktuací v konvekční cele, což povede k určení parametrů odezvy RBC systému, tj. Nusseltova čísla Nu a různých typů Reynoldsových čísel Re na kontrolních parametrech systému (Rayleighovu čísla Ra a Prandtlově číslo Pr).

Interpretace dat proběhne také ve spolupráci s prof. L. Skrbkem na MFF UK v Praze a prof. K. Sreenivasanem na New York University, USA. Předpokládá aktivní znalost prostředí Matlab. Očekáváme, že výstupy práce přispějí do publikací v renomovaných mezinárodních impaktovaných časopisech.

Seznam doporučené literatury:

URBAN, P., HANZELKA, P., KRÁLÍK, T., MACEK, M., MUSILOVÁ, V., SKRBK, L.: Elusive transition to the ultimate regime of turbulent Rayleigh-Bénard convection, *Physical Review E* 99, 011101(R) (2019).

SCHEEL, J. D., SCHUMACHER, J.: Local boundary layer scales in turbulent Rayleigh-Bénard convection, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 758, p. 344-373 (2014).

AHLERS, G., GROSSMANN, S., LOHSE, D.: Heat Transfer and Large Scale Dynamics in Turbulent Rayleigh-Benard Convection, *Review of Modern Physics*, 81, 503 (2009).

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Diplomová práce se věnuje studiu Rayleigh-Bénardovy konvekce pro Rayleighova čísla v rozsahu 10^8 - 10^{14} . Vyhodnocovaná data pochází z experimentu s kryogenním heliem ve válcové cele v konfiguraci s průměr cely $D = 30$ cm, výška $L = 30$ cm a druhé konfiguraci s průměr cely $D = 30$ cm, výška $L = 15$ cm. Miniaturní snímače zaznamenávaly fluktuace teploty v čase při různých fyzikálních podmínkách a vlastnostech helia. Pomocí softwaru MATLAB byly z naměřených dat určovány výstupní parametry systému (Nusseltova a Reynoldsova čísla) a jejich závislosti na kontrolních parametrech (Rayleighově a Prandtlově čísla). V práci byl použit nový přístup rozdělení naměřených signálů podle smyslu otáčení turbulentního větru, který vede na zlepšení analýzy. Reynoldsova čísla byla vyhodnocována pomocí tzv. eliptické metody. Dále se práce věnuje studiu koherentní struktury turbulentního větru uvnitř cely.

Abstract

The diploma thesis deals with the study of Rayleigh-Bénard convection for Rayleigh numbers in the range 10^8 - 10^{14} . The evaluated data come from an experiment with cryogenic helium in a cylindrical cell in a configuration with cell diameter $D = 30$ cm, height $L = 30$ cm and a second configuration with cell diameter $D = 30$ cm, height $L = 15$ cm. Miniature sensors recorded temperature fluctuations over time under various physical conditions and properties of helium. Using MATLAB software, the output parameters of the system (Nusselt and Reynolds numbers) and their dependence on the control parameters (Rayleigh and Prandtl numbers) were determined from the measured data. A new approach to the distribution of measured signals according to the direction of large scale circulation was used in the work, which leads to improved analysis. Reynolds numbers were evaluated using the so-called elliptic method. Furthermore, the work deals with the study of the coherent structure of the large scale circulation inside the cell.

Klíčová slova

Rayleigh-Bénardovy konvekce, turbulence, eliptická metoda, turbulentní vítr, RBC, LSC

Key words

Rayleigh-Bénard convection, turbulence, elliptic method, large scale circulation, RBC, LSC

Bibliografická citace

BALKO, Marek. *Studium přenosu tepla turbulentním prouděním v studeném héliovém plynu v experimentu s Rayleigh-Bénardovou konvekcí na ÚPT AV v Brně*. Brno, 2021. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/132859>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Energetický ústav. Vedoucí práce Michal Macek.

Prohlášení o původnosti práce

Prohlašuji, že tuto diplomovou práci na téma „Studium přenosu tepla turbulentním prouděním v studeném héliovém plynu v experimentu s Rayleigh-Bénardovou konvekcí na ÚPT AV v Brně“ jsem vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a zdrojů uvedených na konci práce.

V Brně dne

.....

Marek Balko

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu práce Mgr. Michalu Mackovi, Ph.D. za jeho ochotu, trpělivost, cenné rady a vedení při psaní této práce. Dále bych rád poděkoval Ing. Pavlu Urbanovi, Ph.D. za poskytnutá naměřená data pro vypracování této práce a také za jeho poskytnuté rady a připomínky.

Obsah

1.	Úvod	13
2.	Turbulentní konvekce	15
2.1.	Turbulentní izotermní proudění	15
2.2.	Rayleigh-Bénardova konvekce	19
2.2.1.	Oberbeck-Boussinesqovský model a řídicí rovnice	20
2.2.2.	Neboussinesqovské efekty	21
2.2.3.	Koherentní struktury při Rayleigh-Bénardově konvekci	25
2.2.4.	Režimy turbulentní konvekce.....	28
3.	Měřicí zařízení	31
4.	Metodika zpracování dat	35
4.1.	Naměřená data	36
4.2.	Předzpracování a kontrola kvality dat.....	38
4.3.	Zpracování upravených dat.....	45
4.3.1.	Eliptický model	45
4.3.2.	Korelační funkce a detekce obrátek směru větru	49
4.3.3.	Výkonové spektrum	52
4.4.	Vyhodnocení výsledků zpracovaných signálů.....	55
4.4.1.	Závislost $Nu(Ra)$	55
4.4.2.	Vyhodnocená Reynoldsova čísla	57
5.	Závěr.....	64
	Přílohy	67
	Seznam obrázků a tabulek	68
	Zdroje	70

1. Úvod

Konvektivní proudění je běžný jev, při kterém je pohyb tekutin vyvolán rozdílem hustot média. Tento rozdíl hustot je zpravidla způsoben rozdílnými teplotami nebo tlaky v tekutině. Vedle záření (radiace) a vedení (kondukce) je konvekce jedním ze základních mechanismů přenosu tepla. Ačkoliv se jedná o jev známý, stále není dokonale pochopen a popsán. Tato práce je zaměřena na zkoumání chování proudění při Rayleigh-Bénardově konvekci. Rayleigh-Bénardova konvekce (RBC – Rayleigh-Bénard convection) je typ proudění, při kterém je systém rovnoměrně ohříván zespodu a chlazen shora. Výzkumem tohoto jevu se zabývají laboratoře po celém světě [1, 2, 3]. Tato práce vznikla spoluprací s brněnskou laboratoří Skupiny kryogeniky a supravodivosti, Ústavu přístrojové techniky, v.v.i., Akademie věd ČR v Brně, která se výzkumu Rayleigh-Bénardovy konvekce věnuje již déle než deset let [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]. Konvekce je zde zkoumána za pomoci dat naměřených v unikátním experimentálním kryostatu [12], která byla poskytnuta pro tuto diplomovou práci.

Jedním z hlavních cílů brněnské výzkumné skupiny je potvrzení, nebo vyvrácení existence ultimátního režimu RBC, který by se měl teoreticky vyskytovat v systémech s vysokou intenzitou turbulence jež jsou charakterizovány vysokými hodnotami Rayleighova čísla, a jeho pochopení. Příkladem těchto systémů může být oceánická konvekce, atmosférická konvekce nebo konvekce v astronomických objektech. Kraichnan [13] předpověděl přechod turbulentní RBC do ultimátního režimu v řádu Rayleighova čísla 10^{12} . Novější teorie Grosmana a Lohseho (GL teorie) předpovídá přechod do ultimátního režimu v řádu Ra 10^{13} - 10^{14} pro experimentálně studovanou RBC ve válcové konvektivní cele s geometrií $\Gamma = D/L = 1$ [14]. Systémy s vysokým Ra jsou v přírodě běžné, jsou ale velmi obtížně měřitelné, a proto se přistupuje k jejich modelování při zmenšeném měřítku v laboratorních podmínkách. V těchto zmenšených modelech je ale na druhou stranu obtížné dosáhnout stejné míry intenzity turbulence (hodnot Ra).

Mezi hlavní cíle této práce patří vyhodnocení studovaných mocninných závislostí výstupních bezrozměrných parametrů (Nusseltova a Reynoldsova čísla) na vstupních bezrozměrných parametrech (Rayleighově a Prandtlově čísla) na základě experimentálních dat získaných v Brně na ÚPT AV ČR v experimentech s kryogenním plynným heliem ve dvou konvektivních válcových celách s parametrem $\Gamma = 1$ a $\Gamma = 2$. Cela s parametrem $\Gamma = 1$ měla průměr $D = 30$ cm a výšku $L = 30$ cm. Cela s parametrem $\Gamma = 2$ měla průměr $D = 30$ cm a výšku $L = 15$ cm. Horní a spodní stěna měřící cely kryostatu jsou vyrobeny z mědi s vysokou tepelnou vodivostí. Boční válcová stěna je z nerezové oceli s co nejnižší možnou tepelnou vodivostí. V každé konfiguraci byl proveden různý počet měření pro různé teploty a tlaky v cele v rozmezí Ra čísel od 10^8 do 10^{14} . Jako pracovní médium bylo použito plynné helium. Pomocí teploty a tlaku lze nastavovat materiálové vlastnosti helia v širokém rozsahu a tím i Rayleighova a Prandtlova čísla, což z něj činí vhodné pracovní médium. Hlavními měřenými a zkoumanými veličinami jsou teplotní fluktuace měřené ve dvou bodech poblíž stěny kryostatu, sloužící pro výpočet Reynoldsových čísel. Dále je pak zaznamenáván tlak v cele, teploty horní a spodní měděné desky a topný výkon topení ve spodní desce. Z těchto měřených hodnot je pak určováno Nusseltovo číslo. Nu číslo dává informaci o tom, kolikrát je přenos tepla konvekcí silnější než přenos tepla vedením. Re číslo dává do poměru setrvačné a viskózní síly a slouží k popisu rychlostního pole proudění.

Na to navazujícím cílem je pozorování chování a změn režimů proudění v závislosti na nalezených mocninných závislostech. Dalším cílem je zkoumání chování jevu vnitřní dynamiky systému Rayleigh-Bénardovy konvekce nazývaného turbulentní vítr (LSC – Large Scale Circulation).

Práce se zabývá analyzováním a vyhodnocováním naměřených poskytnutých dat pomocí softwaru MATLAB. Pro zpracování a vyhodnocení je použito statistických přístupů. Pro stanovení Reynoldsových čísel je v této práci použita eliptická metoda pracující s korelačními funkcemi signálů teplotních fluktuací měřených páry snímačů umístěných u stěny experimentální cely v proudu turbulentního větru. Novým přístupem v této práci je metoda rozdělení naměřených signálů podle smyslu otáčení turbulentního větru. Jedním z cílů práce je sledování vlivu tohoto rozdělení na získané výsledky. Tato metoda by mohla vést ke zpřesnění analýzy teplotních fluktuací používaných pro zkoumání chování Rayleigh-Bénardovy konvekce.

Úvodní rešeršní část je věnovaná problematice turbulentního proudění (kapitola 2.1.), Rayleigh-Bénardově konvekci (kapitola 2.1.2. – 2.2.4) a jevům s ní spojených. V další části (kapitola 3) je uveden popis experimentálního zařízení, ve kterém proběhlo měření teplotních fluktuací. Následující kapitola 4 je praktickou částí této diplomové práce. Je v ní popsána metodika zpracování naměřených dat v programu MATLAB a princip vyhodnocování Reynoldsových čísel pomocí tzv. eliptické metody. Poslední část práce je věnována získaným výsledkům a jejich zhodnocení, závěr (kapitola 5.) obsahuje celkové shrnutí práce.

2. Turbulentní konvekce

2.1. Turbulentní izotermní proudění

Turbulentní proudění tekutiny je komplexní, nelineární jev, který s sebou nese jedny z nejsložitějších a základních problémů klasické fyziky [15]. Hlubší porozumění turbulentnímu proudění je velice důležité pro inženýrskou praxi z hlediska návrhu, provozu a predikce chování hydraulických strojů, například čerpadel, ventilů nebo klimatizačních jednotek. S turbulentním prouděním se můžeme setkávat v široké rozměrové škále od nejmenších kvantových vírů v supratekutinách přes středně velké víry při míchání ranní kávy až po extrémně velké koherentní struktury vyskytující se v atmosféře a oceánech, které přímo ovlivňují například počasí [15].

Chování nestlačitelné newtonské tekutiny proudění lze popsat pomocí rovnice Navier-Stokesovy. Tato rovnice představuje zrychlení kapaliny v každém bodě viskózní tekutiny.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

Kde \mathbf{u} je rychlostní pole tekutiny¹, první člen odpovídá změně rychlosti tekutiny v čase, druhý člen je konvektivní zrychlení kapaliny, první člen na pravé straně rovnice odpovídá zrychlení způsobeném gradientem tlaku a poslední zbývající člen je zrychlení potřebné k překonání třecích sil [15]. Rovnici lze na pravé straně doplnit navíc o člen zrychlení způsobené vnějšími silami². V tomto přístupu není uvažována změna teploty, která má vliv na materiálové vlastnosti. Pokud Navier-Stokesovu rovnici vynásobíme hustotou, dostaneme Newtonovu silovou rovnici pro tekutinu, tedy že součet sil se rovná zrychlení tekutiny vynásobené její hmotností. Levá strana rovnice odpovídá změně hybnosti, pravá pak síle. Tato rovnice je odvozena pro konstantní hodnotu hustoty, tedy pro nestlačitelnou tekutinu. Pro takovou tekutinu platí rovnice kontinuity v následujícím tvaru.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

Navier-Stokesova rovnice má řešení jen pro velmi specifické jednoduché případy, například pro laminární proudění kruhovým potrubím. Zdrojem problémů nalezení řešení je nelineární konvektivní člen. Tato rovnice je ze své podstaty deterministická, tedy pokud známe počáteční proudění a počáteční podmínky, je stav proudění kompletně popsán. Rovnice je však vlivem nelineárního členu silně citlivá na počáteční podmínky, a i jen nekonečně malá změna počátečních podmínek se v čase může vyvinout do naprosto odlišného stavu proudění [15].

Proudění každé tekutiny lze zařadit do jednoho ze tří režimů – laminární, přechodové a turbulentní. Každý z těchto režimů disponuje jinými vlastnostmi. Při laminárním proudění se částice pohybují ve vrstvách a nedochází u nich k přemísťování napříč průřezem proudu. Plně vyvinuté turbulentní proudění má krom postupné rychlosti také složky fluktuací – náhodného

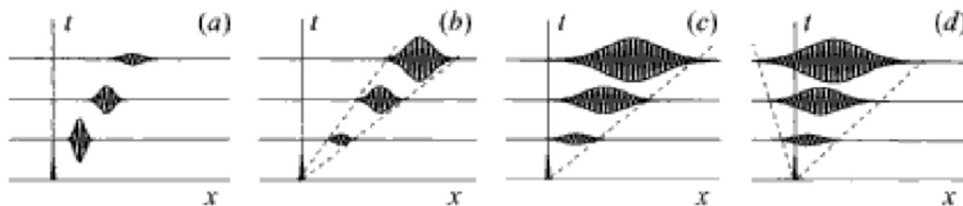
¹ Rychlost \mathbf{u} je funkcí prostorové souřadnice x a času t , tedy $\mathbf{u} = f(x, t)$.

² Jako je například síla gravitační nebo magnetická.

kolísání hodnot rychlosti kolem střední hodnoty – v ostatních směrech, než je hlavní směr proudění. Flukтуаční rychlost mění s časem svoji velikost a směr. Přechodové proudění je stav, kdy není plně rozvinuto turbulentní proudění, ale nedá se o něm už říct, že je laminární [16]. Pro přibližné rozdělení režimů se používá bezrozměrné Reynoldsovo číslo, které je poměrem setrvačných a viskózních sil. Tento parametr byl odvozen z Navier-Stokesovy rovnice jejím zbezrozměrněním a jedná se tedy o poměr členů konvektivního a viskózního.

$$\text{Re} = \frac{u \cdot D}{\nu} \quad (3)$$

Kde u je střední rychlost proudění, D je charakteristický rozměr³, a ν je kinematická viskozita tekutiny. Režim proudění může popsat schopnost reagovat na vloženou poruchu do proudu. Porucha může přicházet od stěn, kolem kterých médium proudí, vlivem drsnosti povrchu nebo například od tělesa vloženého do proudu. Pokud má proudění tendenci utlumovat vzniklou nestabilitu, jedná se o proudění laminární. V opačném případě se jedná o proudění turbulentní. Pokud nestabilita narůstá v čase i prostoru, nazýváme ji absolutní. Nestabilita může nenarůstat v prostoru a jen být v čase unášena proudem, v takovém případě mluvíme o konvektivní nestabilitě [17].



Obr. 1 – Růst poruch v systému [17]

Růst poruch při absolutní a konvektivní nestabilitě systému je schematicky zobrazen na obr. 1. Na svislé ose je čas, na vodorovné potom poloha poruchy v proudovém poli. Situace (a) odpovídá stabilnímu stavu – porucha se v čase zmenšuje, (b) představuje konvektivní nestabilitu, (c) je nestabilita na pomezí mezi konvektivním a absolutním typem, (d) je potom absolutní nestabilita [17]. Jednou z typických nestabilit pro Rayleigh-Bénardovu konvekci je odtržení mezní vrstvy (nestabilita typu b), které se blíže věnuje kapitola 2.2.3. Koherentní struktury při Rayleigh-Bénardově konvekci.

Ve své práci se nadále budu věnovat pouze turbulentnímu režimu proudění.

Jedna ze základních vlastností turbulentního proudění je jeho stochastická podstata. Okamžitou rychlost u při turbulentním proudění lze rozdělit na složku časově středovanou \bar{u} a flukтуаční u' [17].

$$u = \bar{u} + u' \quad (4)$$

Pokud bychom zprůměrovali hodnoty flukтуаční rychlosti za čas, musí nám vyjít vždy nula. Když nyní dosadíme za okamžitou rychlost její dvě složky do Navier-Stokesovy rovnice (1) a upravíme, dostaneme Reynoldsovsky středovanou Navier-Stokesovu rovnici.

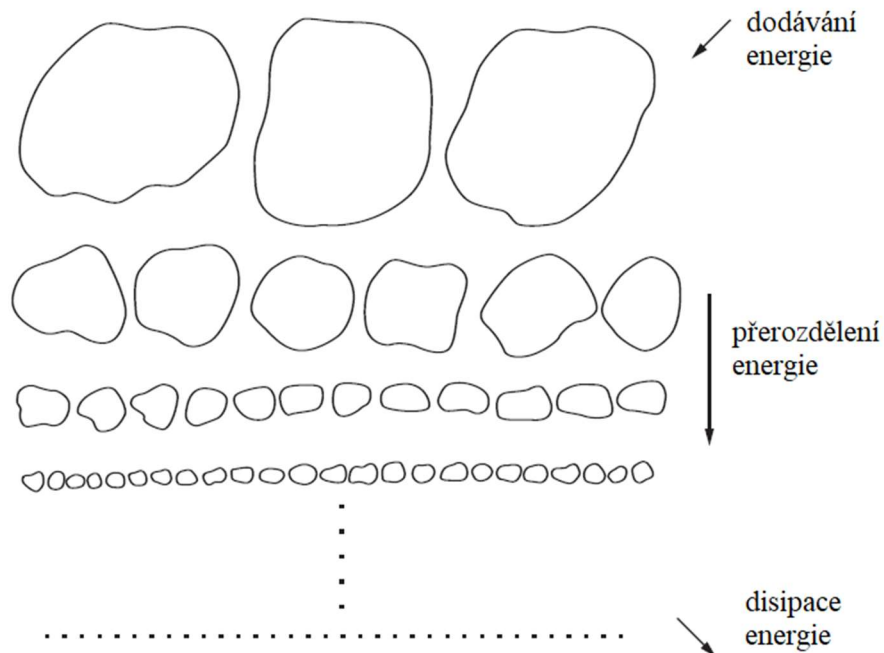
³ Například u potrubí se jedná o průměr.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (5)$$

Všechny členy této rovnice odpovídají časově středovaným členům rovnice (1) až na třetí člen levé strany, kde vystupuje časově středovaný násobek flukтуаčních složek rychlosti. Tento člen se nazývá tenzor Reynoldsovkých napětí a pro jeho popsání se zavádějí různé modely turbulence [15].

Další typickou vlastností turbulence je její vířivá povaha. Při turbulentním proudění se vytvářejí koherentní vírové struktury tvořené elementy tekutiny, které spolu korelují po nezanedbatelně dlouhou dobu. Vířivost je podmíněna přítomností rychlostního gradientu. Vírové trubice se mohou vlivem přítomnosti dalších vírových struktur ohýbat nebo protahovat. Při zmenšení průměru vírové trubice se zvýší rotace víru a opačně [17].

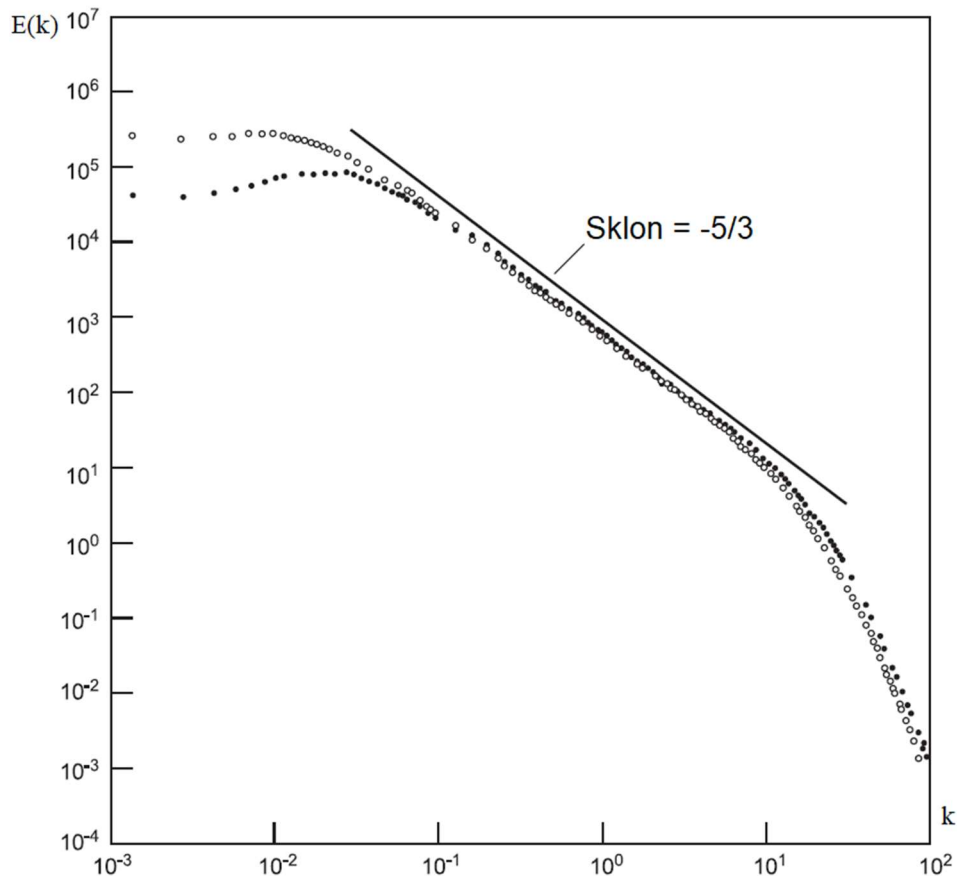
Energie dodávaná do proudění pomocí rychlostních a tlakových gradientů vyvolává vznik největších vírových struktur. Víry si navzájem předávají mezi sebou energii a hybnost. Tento přenos probíhá typicky v prostoru od největších vírů po nejmenší. Největší víry, kterým byla dodána počáteční energie, se rozpadají na menší a menší víry. Tento proces probíhá bez ztráty energie. Menší víry se živí na rychlosti větších vírů. Takováto kaskáda vírů pokračuje až do nejmenších rozměrů vírů, kde viskózní síly převažují nad ostatními a dojde k disipaci nejmenších vírů do tepla. Princip tohoto procesu popisuje schéma v obrázku 2.



Obr. 2 – Kaskáda přerozdělování energie vírů, upraveno z [15]

Lze tedy definovat tři různé energetické oblasti: oblast velkých vírů, oblast inerciálních vírů a oblast disipace. V první oblasti dochází k dodávání energie z venku a tvorbě největších vírových struktur. V druhé oblasti dochází k přerozdělování energie a ke zmenšování velikosti vírů a zvětšování jejich počtu. V této fázi je celková hodnota kinetické energie zachována.

V disipační oblasti jsou pak nejmenší víry s nejnižší energií přeměňovány na teplo vlivem viskozity prostředí. Tento proces popsal Kolmogorov a je podle něj pojmenován Kolmogorova energetická kaskáda vírů. Popsání tohoto jevu bylo provedeno pro homogenní izotropní turbulentní proudění. Na obr. 3 můžeme vidět Kolmogorovu kaskádu vynesenu jako závislost energie vírů na svisele ose na vlnovém čísle na vodorovné ose, která je nepřímou úměrnou velikosti víru.



Obr. 3 – Kolmogorova energetická kaskáda, upraveno z [15]

Na tomto obrázku lze krásně vidět inerciální oblast vírů se svým typickým sklonem na mocninu $-5/3$. Nalevo je pak oblast velkých vírů a napravo oblast disipace [15]. S větším Reynoldsovým číslem narůstá počáteční energie a tím se prodlužuje délka inerciální oblasti [17].

Další typickou vlastností turbulentního režimu proudění je zintenzivnění promíchávání tekutiny. Turbulentní promíchávání obohacuje přenos hmoty, hybnosti a tepla. Takovýto přenos turbulentním promícháváním je řádově silnější než molekulární difuze.

Proudění můžeme charakterizovat i podle jeho závislosti na teplotě. V případě, kdy teplota na proudění nemá vliv, považujeme teplotu za konstantní a hovoříme o izotermním proudění. V opačném případě nelze vliv teploty zanedbat a jedná se o proudění neizotermní. Příkladem neizotermního proudění je právě Rayleigh-Bénardova konvekce, které se věnuje tato práce.

2.2. Rayleigh-Bénardova konvekce

Přirozená konvekce je v běžném životě všudypřítomný jev. Jedná se o pohyb tekutiny vyvolaný a udržovaný pomocí rozdílu teplot.

Jednou z nejjednodušších modelů přirozené konvekce je právě Rayleigh-Bénardova konvekce. Jedná se o systém dvou paralelních nekonečných desek, mezi kterými je umístěna tekutina. Spodní deska tohoto systému je pak ohřívána a horní deska ochlazována [4, 5]. Desky jsou od sebe vzdálené o vzdálenost H a jsou udržovány na konstantních teplotách, tedy s okrajovou podmínkou konstantní teploty. Další variantou okrajových podmínek může být, že místo udržování desek na konstantní teplotě na nich udržujeme konstantní tepelný tok. Předpokládáme, že celý systém je umístěn v gravitačním poli. Řídící síla pro konvekci je vztlak. Tekutina na spodní straně systému se ohřeje. Dochází k poklesu její hustoty. Stává se lehčí a roste vztlaková síla, která ji tlačí směrem vzhůru k horní desce. Pokud vztlaková síla překoná sílu viskózní, dochází k pohybu teplejší tekutiny směrem vzhůru a na její místo přichází okolní chladnější tekutina [1]. Celý tento proces se dokola opakuje. Při tomto pohybu tekutin dochází k jejich vzájemnému promíchávání a předávání energie [1].

Fyzikální chování za tímto dějem lze obsáhnout pomocí dvou bezrozměrných parametrů, Rayleighova a Prandtlova čísla [1].

$$\text{Ra} = \frac{g\alpha\Delta TH^3}{\nu\kappa} \quad (6)$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\kappa} \quad (7)$$

Kde g je gravitační zrychlení, α je koeficient teplotní roztažnosti při konstantním tlaku, ΔT je rozdíl teplot spodní a horní desky, ν je kinematická viskozita a κ je tepelná difuzivita. Rayleighovo číslo reprezentuje poměr vztlakové síly oproti viskózní síle a difuzivitě [1]. Prandtlovo číslo zahrnuje pouze materiálové vlastnosti kapaliny. Dává do poměru kinematickou a tepelnou difuzivitu [1]. Velikosti těchto čísel mohou nabírat širokého rozsahu hodnot, především Rayleighovo číslo, které například pro případ konvekce u chlazení procesorů dosahuje hodnot 10^6 a pro konvekci v hlubokém oceánu až 10^{27} [1].

2.2.1. Oberbeck-Boussinesqovský model a řídicí rovnice

Oberbeck-Boussinesqovský model Rayleigh-Bénardovy konvekce je sada aproximací a zjednodušení pro práci s rovnicemi popisující chování reálné tekutiny. Tento OB⁴ model je běžně používanou praxí při popisování Rayleigh-Bénardovy konvekce. Při OB aproximaci uvažujeme všechny vlastnosti tekutiny za konstantní, tedy bez závislosti na teplotě, tlaku a času [19]. Jedinou výjimkou je hustota, která je ve vztlakovém členu uvažovaná lineárně závislá na teplotě. Bez této závislosti by v modelu nemohlo docházet k žádnému proudění. OB model pracuje s nestlačitelnou tekutinou [1].

Oberbeck-Boussinesqovský model Rayleigh-Bénardovy konvekce lze popsat následující soustavou rovnic [1]. Tyto rovnice popisují tok hybnosti (8), hmoty (9) a energie (10) systémem [18].

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{p'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \alpha g (T - T_{\text{ref}}) \delta_{ij} \quad (8)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} \quad (10)$$

Jedná se o rovnice v kartézském souřadném systému,⁵ kde p' (x, y, z, t) je tlaková změna na hydrostaticky rovnovážném profilu, u_i (x, y, z, t) je rychlostní pole, T (x, y, z, t) je celkové teplotní pole. Rovnice (8) je Navier-Stokesova rovnice (1) rozšířená o vliv vnější síly, tedy o vliv vztlakové síly (poslední člen pravé strany) [1]. Rovnice (9) je známá rovnice kontinuity pro nestlačitelnou tekutinu. Poslední rovnice (10) je konvektivně difuzní rovnice popisující šíření tepla pomocí proudění – druhý člen levé strany – a vedení, člen pravé strany

Dále je potřeba si uvědomit, že v žádném experimentu nejsme schopni dodržet předpoklad nekonečně rozlehlých desek systému. Každá měřicí cela má svou konečnou velikost. Abychom mohli výsledky měření z různých cel mezi sebou porovnávat, zavádí se následující bezrozměrný parametr poměr stran (aspect ratio) pro válcovou celu, kde H je vzdálenost horní a spodní desky a L je charakteristický rozměr.

$$\Gamma = \frac{L}{H} \quad (11)$$

⁴ OB – Oberbeck-Boussinesqovský

⁵ Zapsaném v Einsteinově sumační symbolice: $i, j = x, y, z$

Protože většina měřících cel je válcového tvaru, L odpovídá průměru nádoby [1]. U experimentálních cel je potřeba co nejlépe tepelně izolovat boční stěny, aby jimi nepronikalo žádné teplo a vnitřní systém nebyl ovlivněn žádnými vnějšími vlivy.

Vyjádřením Oberbeck-Boussinesqových rovnic v bezrozměrném tvaru dostaneme zjednodušený systém rovnic závisející jen na dvou bezrozměrných parametrech: Rayleighově a Prandtlově čísle viz rovnice 6 a 7 [1]. Odezvou na ta tyto parametry jsou dvě bezrozměrná čísla – Nusseltovo, a již dříve zmiňované, Reynoldsovo číslo (3), popisující přenos tepla systému a jeho rychlostní pole [1].

$$Nu = \frac{H\dot{q}}{\lambda\Delta T} \quad (12)$$

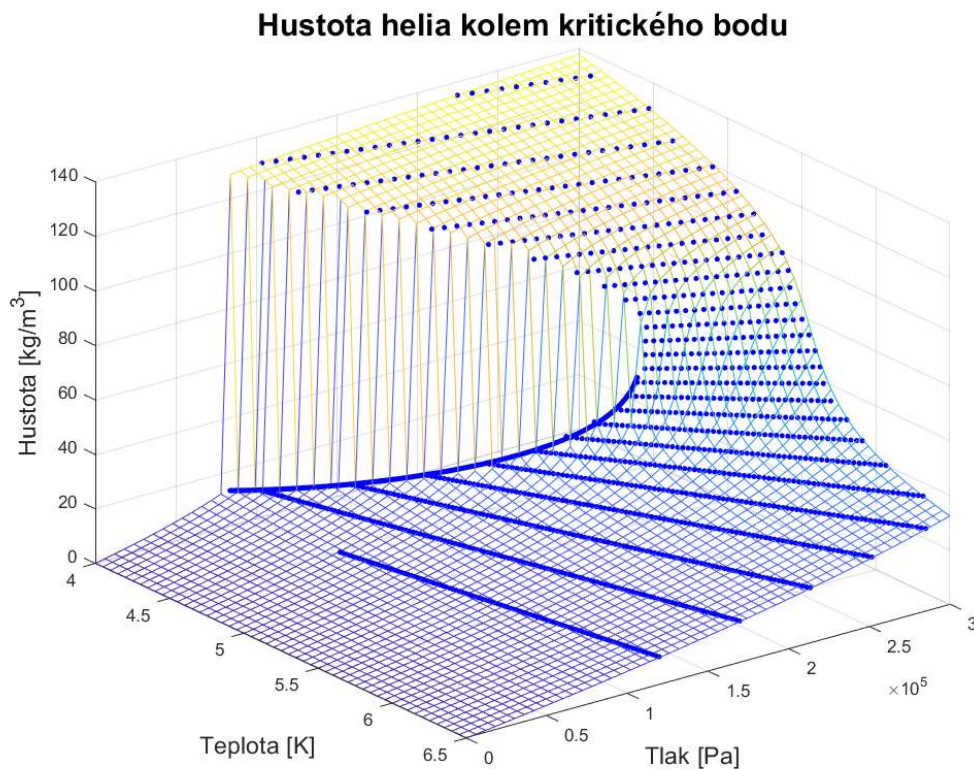
Kde \dot{q} je celkový konvektivní tepelný tok, λ je tepelná vodivost a S je plocha desky cely [9]. Nusseltovo číslo nám udává poměr mezi konvektivním a difuzním tepelným tokem. Čistě difuzní přenos tepla má $Nu = 1$. Tedy jakákoliv vyšší hodnota říká, kolikrát je přenos tepla pomocí konkrétní konvekce efektivnější než při samotné difuzi [1]. Nusseltovo a Reynoldsovo číslo jsou výstupní parametry popisující energetické a rychlostní chování proudění při Rayleigh-Bénardově konvekci. Tyto parametry přímo reagují na vstupní parametry systému – Rayleighovo (6) a Prandtlovo (7) číslo [9]. Úpravou vstupních parametrů (Ra , Pr) můžeme docílit různých experimentálních podmínek a sledovat jejich odezvu na veličinách našeho zájmu (Nu , Re). Rayleighovo číslo lze nastavit/změnit změnou teplotní difference mezi deskami při dané výšce cely H . Ra i Pr lze nastavit prostřednictvím tlaku P a teploty T pracovní látky v cele (na základě stavu P , T se určí z tabulek příslušné hodnoty fyzikálních vlastností tekutiny, jež se vyskytují v Ra a Pr). Poslední možností je pak změna poměru stran cely a tím vzdálenosti mezi deskami. Tento zásah však vyžaduje změnu celé experimentální cely.

2.2.2. Neboussinesqovské efekty

Je potřeba si uvědomit, že Oberbeck-Boussinesqovský model je pouze aproximací reálného chování proudění při Rayleigh-Bénardově konvekci. Takováto aproximace může být více či méně přesná v závislosti na vstupních parametrech systému [20]. V této práci budu nadále uvažovat jako pracovní tekutinu v experimentu heliový plyn (^4He), které se používá při kryogenických měřeních v experimentální cele v Ústavu přístrojové techniky Akademie věd. Využívání kryogenního helia má řadu výhod. Jedná se o tekutinu s dobře popsány materiálovými vlastnostmi, které lze velice snadno nastavovat materiálové vlastnosti během experimentu pouhou úpravou teploty a tlaku v experimentální cele. Díky silné závislosti helia na tlaku P a teplotě lze měnit hodnotu Ra v širokém rozsahu. Například pro celu s $H = 30$ cm je tento rozsah $10^6 - 10^{15}$. Nejvyšších hodnot Ra lze dosáhnout v blízkosti kritického bodu [21].

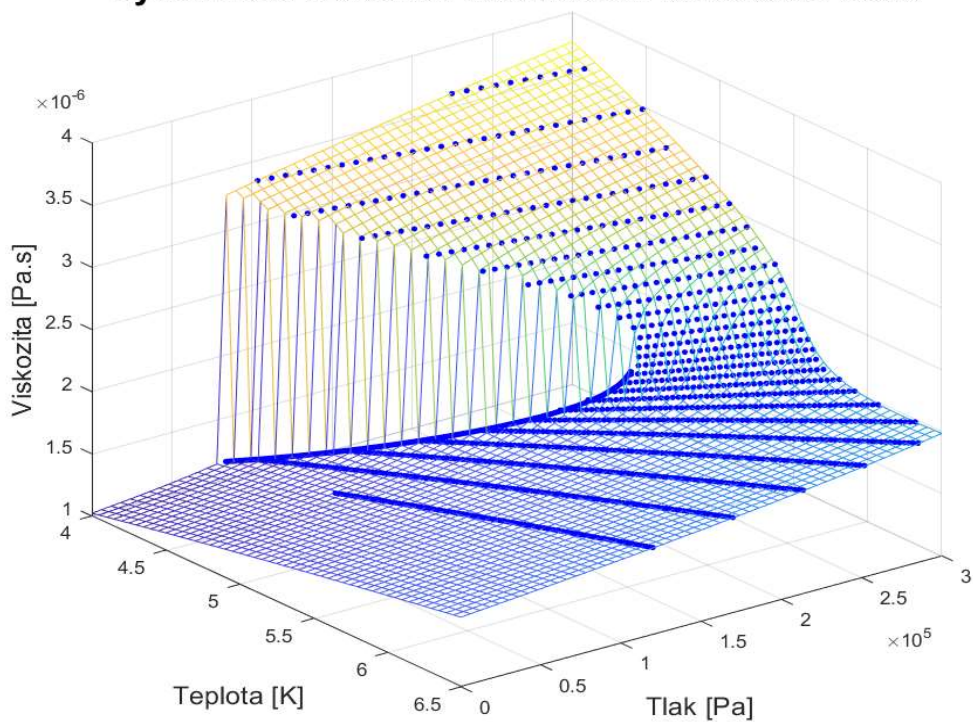
Helium, jako reálná tekutina, nemá své materiálové vlastnosti konstantní, ale mění se s teplotou a tlakem. Obrázky 4-9 ukazují závislost těchto vlastností na teplotě a tlaku v rozsahu 4 – 6,5 K a 0 – 300 kPa ve fázovém diagramu helia. Pro sestavení těchto grafů jsem použil doplňkovou nástavbu programu Excel HEPAK od firmy HORIZON technologies, která slouží k výpočtu materiálových vlastností helia. Následně jsem takto vypočítané vlastnosti zpracoval v programu MATLAB. Modré body jsou vynesené vlastnosti na izochorách pro názornější zobrazení především okolo kritického bodu. Na všech obrázcích můžeme jasně vidět oblast

fázového přechodu helia z plynné do kapalné fáze. V těchto místech dochází u hustoty, dynamické viskozity, tepelné vodivosti a tepelné difuzivity ke skokovým změnám vlastností. Za kritickým bodem, který je pro helium 5,19 K a 228994 Pa [22], jsou změny těchto vlastností spojité. Můžeme pozorovat, že u měrné tepelné kapacity, tepelné difuzivity, tepelné vodivosti a teplotní roztažnosti hodnoty divergují v kritickém bodě fázového diagramu. Z tohoto tedy vyplývá, že OB předpoklad konstantních vlastností pracovního média není možné dodržet. Pokud se však držíme s experimentálním bodem dále od křivky fázového přechodu a kritického bodu, jsou změny ve vlastnostech helia mnohonásobně menší. V takovémto případě předpoklad konstantních materiálových vlastností má smysl a nezpůsobí příliš velkou chybu ve výsledcích. Vždy u získaných výsledků je potřeba si uvědomit, že vznikly za OB aproximace a je nutné zvážít, jak moc velké chyby jsme se kvůli tomu mohli dopustit [20].



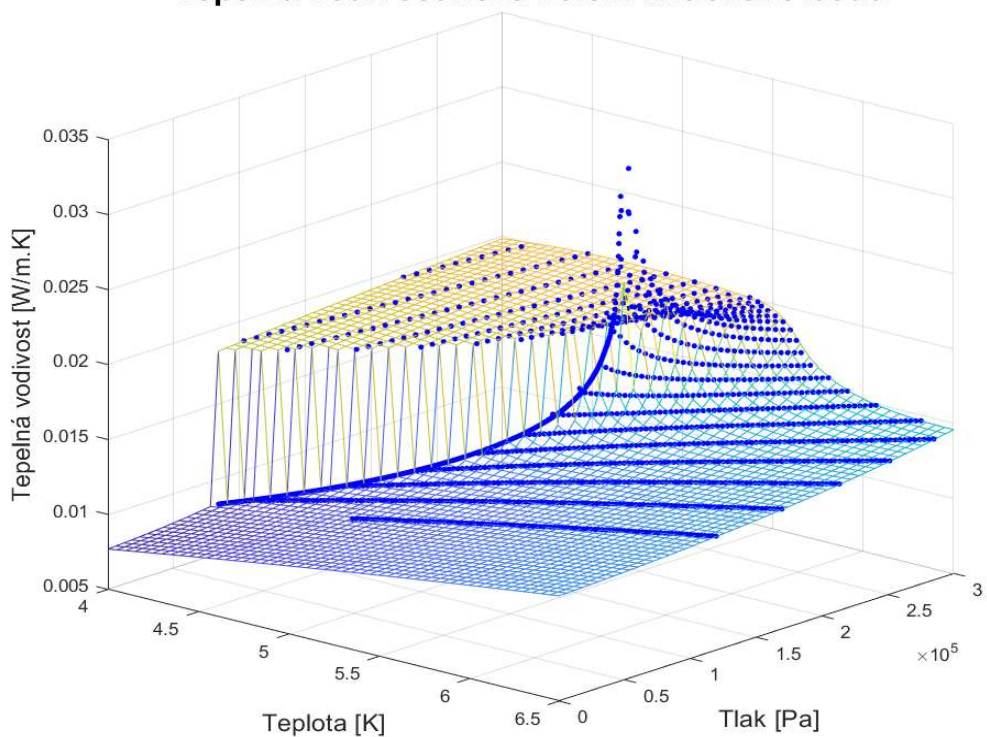
Obr. 4 – Závislost hustoty helia na teplotě a tlaku

Dynamická viskozita helia kolem kritického bodu



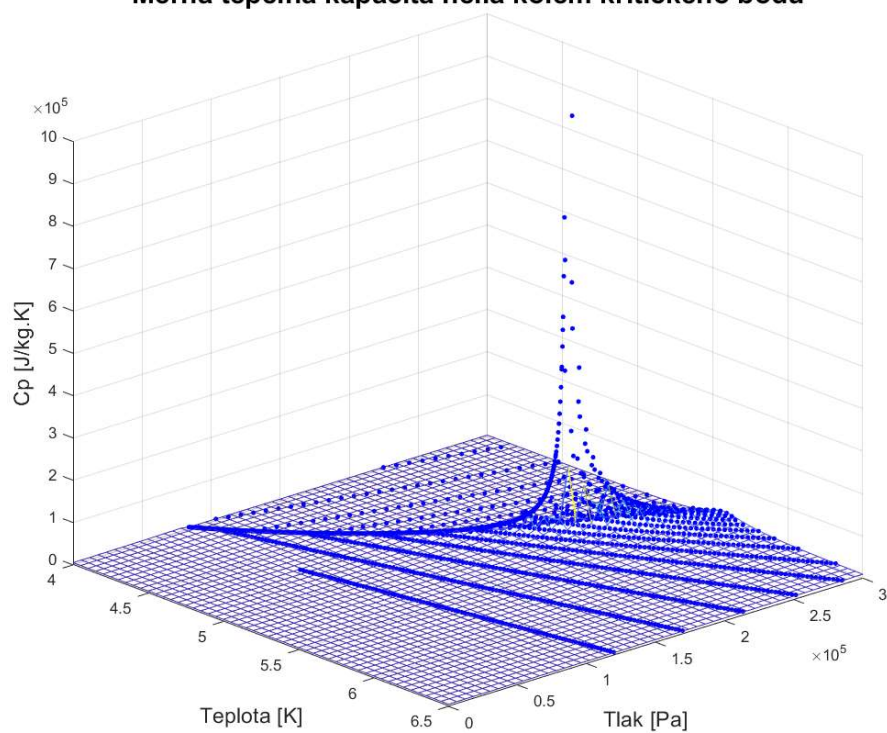
Obr. 5 – Závislost dynamické viskozity helia na teplotě a tlaku

Tepelná vodivost helia kolem kritického bodu



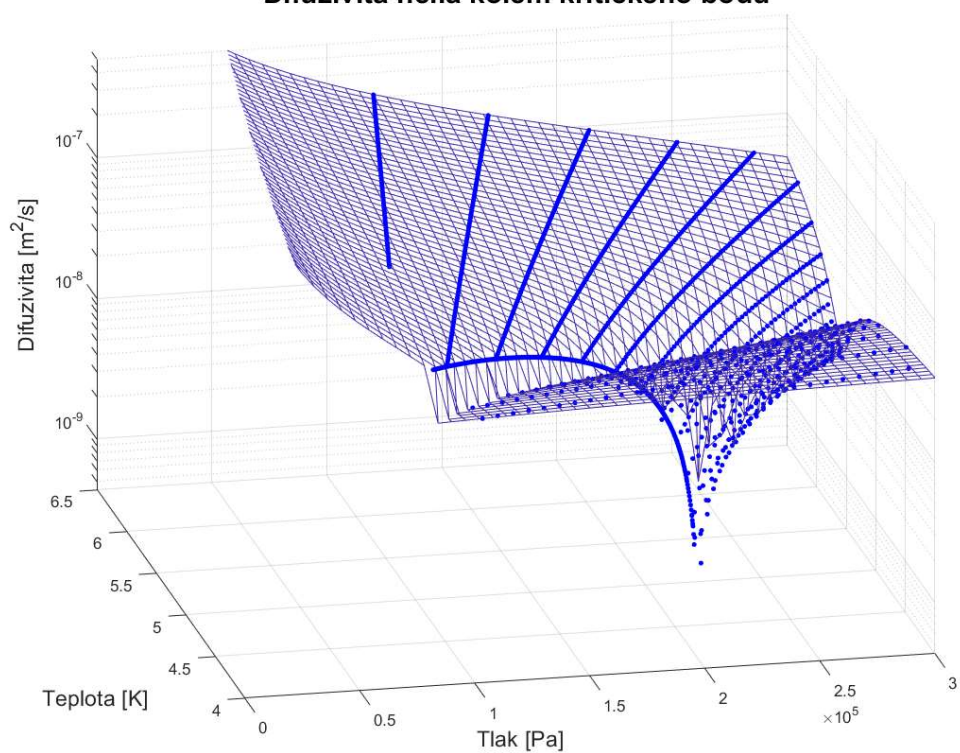
Obr. 6 – Závislost tepelné vodivosti helia na teplotě a tlaku

Měrná tepelná kapacita helia kolem kritického bodu



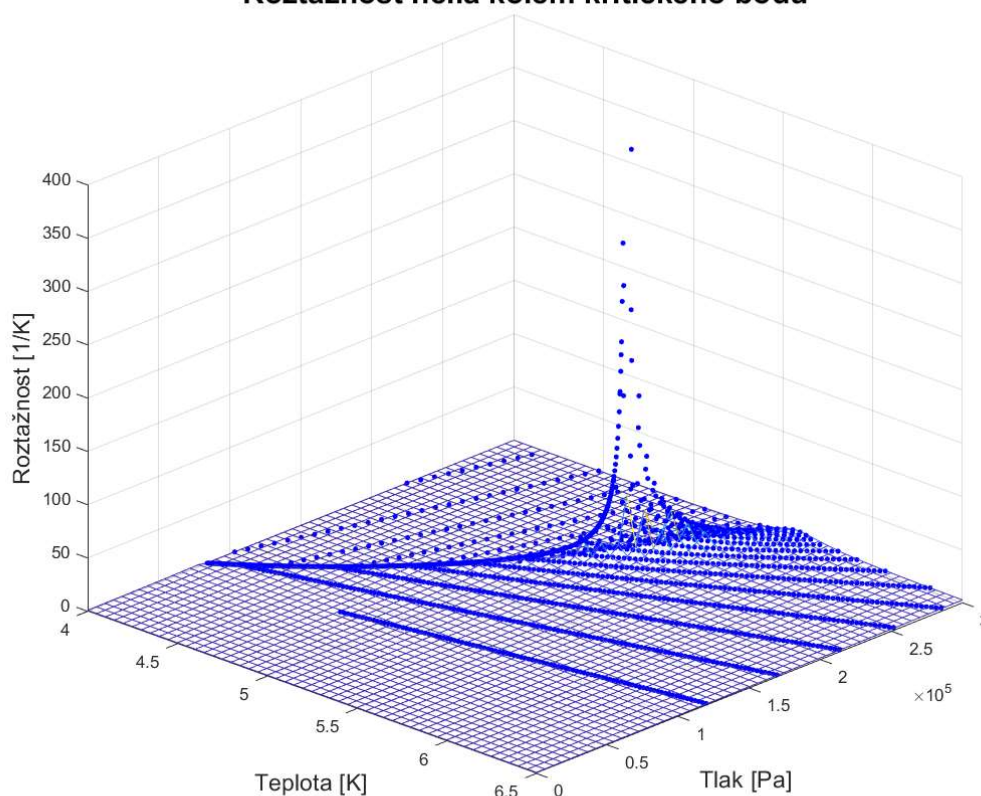
Obr. 7 – Závislost měrné tepelné kapacity helia na teplotě a tlaku

Difuzivita helia kolem kritického bodu



Obr. 8 – Závislost tepelné difuzivity helia na teplotě a tlaku

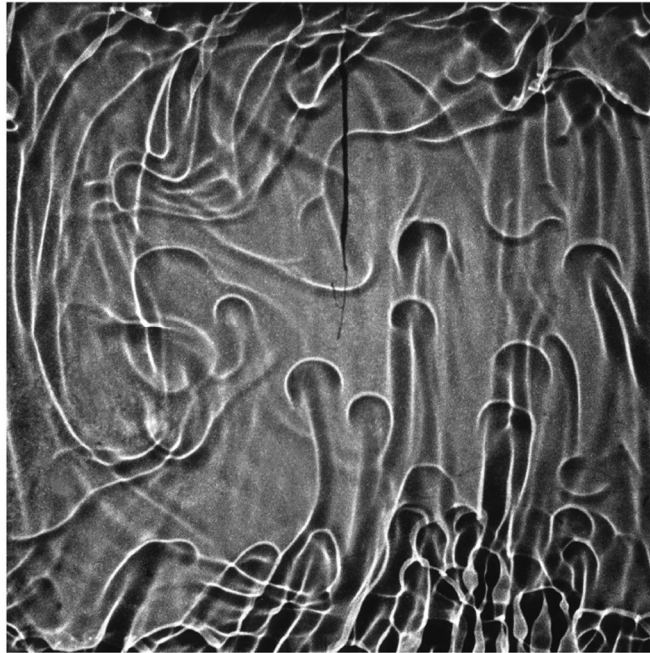
Roztažnost helia kolem kritického bodu



Obr. 9 – Závislost koeficientu teplotní roztažnosti helia na teplotě a tlaku

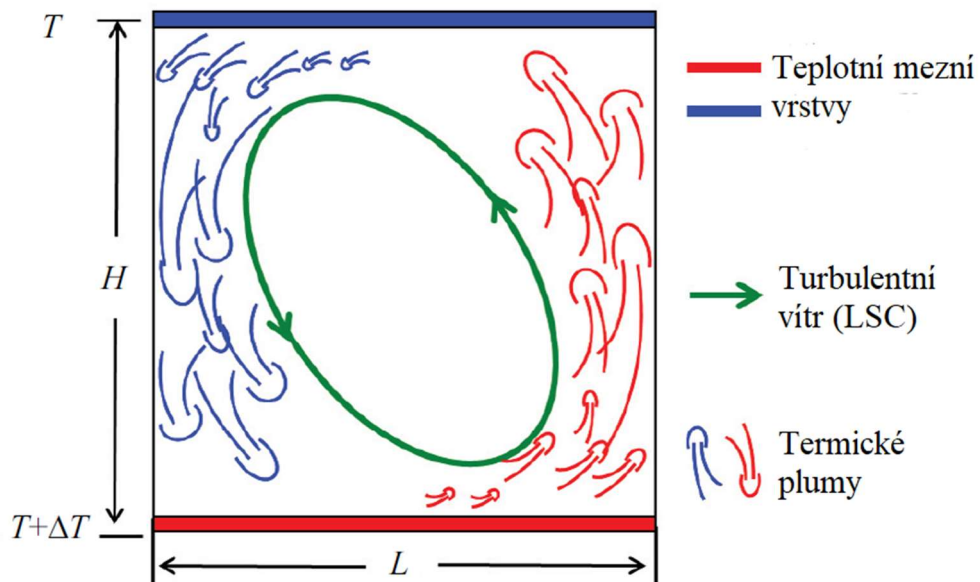
2.2.3. Koherentní struktury při Rayleigh-Bénardově konvekci

V experimentální cele naplněné pracovní tekutinou, zahříváné zespodu a ochlazované odshora, za uvažování adiabatických bočních stěn, se na spodní a horní stěně vytvoří mezní vrstvy – viskózní a teplotní [2]. Skrze teplotní mezní vrstvu proudí teplo do tekutiny nad ní a ohřívá ji. Ta je pak vlivem nižší hustoty nadnášena vzlakovou silou nahoru a její místo nahrazuje tekutina chladnější. Proud stoupající teplejší tekutiny naráží na tekutinu chladnější a tím se deformuje jeho špiče do plochého tvaru. Tím vzniká koherentní struktura houbovitého tvaru, nazývaná termický plum. Takovýto termický plum pak naráží do teplotní mezní vrstvy horní desky, kde svým dopadem vyvolá zvlnění vrstvy. Tímto rozrušením mezní vrstvy dochází k částečnému odtržení její části, která pak klesá opět ve tvaru termického plumu pracovní tekutinou dolů ke spodní desce [1]. Termické plумы je vidět na obrázku 10.

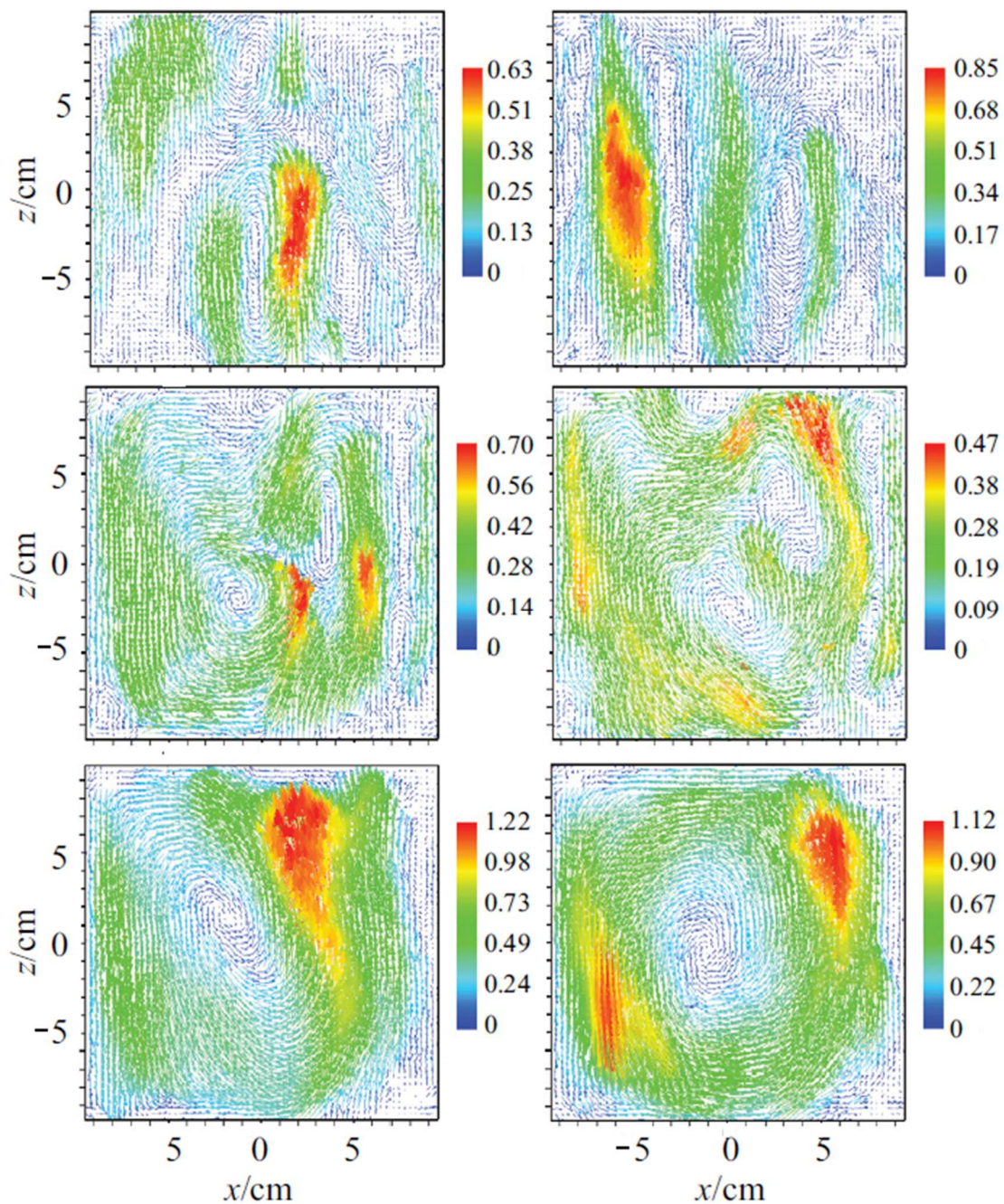


Obr. 10 – Termické plumy v glycerolu [18]

Termické plumy ze začátku vznikají a opouštějí teplotní mezní vrstvu po celé délce desky. Postupem času však dochází k organizaci směru proudění teplých a studených plumů. Pohyb plumů se seskupuje převážně podél stěn. Tím vzniká cyklický pohyb unášení termických plumů, nazývaný Large Scale Circulation (LSC), turbulentní konvektivní vítr [2]. Díky tomu nastane v chaotickém turbulentním proudění uspořádaný pohyb. Schéma takového pohybu můžeme vidět na obrázku 11. Princip vzniku LSC můžeme pozorovat na obrázku 12.



Obr. 11 – Schéma turbulentního větru (LSC) [2]



Obr. 12 – Vznik LSC a seskupování plamů, rychlostní pole měřené metodou PIV [2]

Termické plamy unášené turbulentním větrem jsou velice důležitým mechanismem přenosu tepla při Rayleigh-Bénardově konvekci, protože ve svém objemu nesou více energie, než se nachází v okolní tekutině [2].

Pokud bychom sledovali tento systém dostatečně dlouho, mohli bychom si v něm povšimnout velkých změn v dynamice chování LSC. Směr turbulentního větru se po dostatečně dlouhé době může obrátit [1]. K této změně může docházet opakovaně. Důvodem změny směru otáčení větru je vytvoření vírů v protilehlých rozích experimentální cely. Tyto víry mají opačný směr rotace než hlavní vír – turbulentní vítr. Původní myšlenkou bylo, že tyto boční víry akumulují energii a postupně se zvětšují, až dojde k jejich spojení a vytvoří se z nich jeden hlavní vítr [23]. Podle měření [23] má na změnu směru větru vliv pouze jeden z rohových vírů, konkrétně vír vytvořený u chladné desky. Tento vír pak v čase narůstá, až dochází k vyplnění

cely tímto vírem s opačným směrem otáčení. Důvodem toho, že majoritní vliv má právě studený vír, jsou neboussinesqovské efekty [23].

Formování turbulentního větru je závislé i na poměru stran cely. Výše popsané jevy tvorby a chování LSC platí pro válcovo celu s $\Gamma = 1$. Například pro $\Gamma = 0,5$ můžeme očekávat, že se vytvoří dva hlavní turbulentní větry nad sebou s opačnou orientací. Pro $\Gamma = 2$ je pak pravděpodobné, že dojde k vytvoření LSC s toroidní topologií. Není však pravidlem, že v daných celách vzniknou tyto konkrétní topologie. Pro určení konkrétního tvaru proudění turbulentního větru je nutné zvolit vhodné rozmístění, počet a typ snímačů.

2.2.4. Režimy turbulentní konvekce

Při Rayleigh-Bénardově konvekci je zkoumaná odezva výstupních parametrů (Re , Nu) na kontrolních parametrech (Pr , Ra , Γ), aby bylo možné získat jejich závislost, a díky ní predikovat chování systémů při jiném nastavení kontrolních parametrů. Pro výstupní parametry se uvažuje mocninná závislost na vstupních parametrech [3].

$$Nu \sim Ra^{\gamma_{Nu}} Pr^{\alpha_{Nu}} \quad (13)$$

$$Re \sim Ra^{\gamma_{Re}} Pr^{\alpha_{Re}} \quad (14)$$

Řada autorů publikuje své teorie pro stanovení mocnin těchto závislostí. Jejich seznam lze vidět v následující tabulce 1 [3].

Autor	rozsah Pr a Ra	γ_{Nu}	α_{Nu}	γ_{Re}	$\gamma_{Re_{fluct}}$	α_{Re}
Davis (1922a, 1922b)	nízké Ra	1/4				
Malkus (1954)		1/3				
Kraichnan (1962)	Ra ultimátní $Pr < 0.15$	1/2	1/2	1/2		-1/2
	Ra ultimátní $0.15 < Pr \leq 1$	1/2	-1/4	1/2		-3/4
Spiegel (1971)	Ra ultimátní	1/2	1/2	1/2		-1/2
Castaing <i>et al.</i> (1989)		2/7		1/2	3/7	
Shraiman and Siggia (1990)	$Pr > 1$	2/7	-1/7	3/7		-5/7
Yakhot (1992)		5/19			8/19	
Zaleski (1998)		2/7				
Cioni <i>et al.</i> (1997)	$Pr < 1$	2/7	2/7		3/7	-4/7

Tab. 1 – seznam autorů teorií mocninných závislostí, převzato a upraveno z [3]

Kraichnan [13] poprvé předpověděl, že po dosažení „dostatečně velkého“ Rayleighova čísla (10^{12}) dojde k nástupu ultimátního (asymptotického) režimu turbulentního proudění. Tento režim by pak měl být nezávislý na kinematické viskozitě a teplotní difuzivitě. V laboratorních podmínkách je dosažení dostatečně vysokých hodnot Ra pro přechod do ultimátního režimu velice obtížné. Existence ultimátního režimu konvekce je tedy diskutabilní [3]. Změření přesné hodnoty $Ra_{\text{ultimátní}}$ není možné, ale uvažuje se pro $Pr \sim 1$ (odpovídající většině plynů) okolo 10^{13} - 10^{14} . Potvrzení existence ultimátního režimu by mělo velký vliv na pochopení dějů odehrávajících se v astrofyzikálních a geofyzikálních systémech, které mají $Ra > 10^{20}$, což je hodnota jen obtížně dosažitelná v laboratorních podmínkách [2].

Grosman a Lohse (GL) [24] zavedli novou teorii rozdělující proudění do několika režimů. Jejich teorie předpokládá přechod do ultimátního režimu v řádu Ra $10^{13} - 10^{14}$ pro celou s poměrem stran $\Gamma = 1$. Tato teorie je založena na myšlence rozdělení míry disipace energie ϵ_u a míry tepelné disipace ϵ_θ mezi mezní vrstvu (boundary layer – BL) a objem pracovní tekutiny (bulk) [24].

$$\epsilon_u = \epsilon_{u,BL} + \epsilon_{u,bulk} \quad (15)$$

$$\epsilon_\theta = \epsilon_{\theta,BL} + \epsilon_{\theta,bulk} \quad (16)$$

Kde jednotlivé složky mají následující tvar.

$$\epsilon_{u,bulk} \sim \frac{v^3}{L^4} Re^3 \quad (17)$$

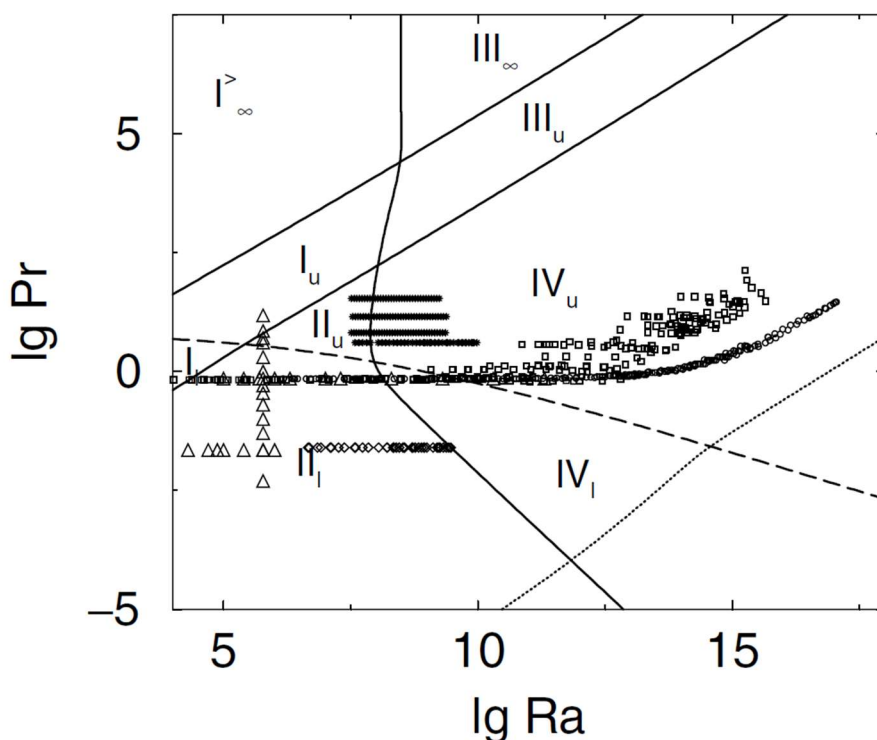
$$\epsilon_{\theta,bulk} \sim \kappa \frac{\Delta T^2}{L^2} Pr Re \quad (18)$$

$$\epsilon_{u,BL} \sim v \frac{U^2}{\lambda_u} L \sim \frac{v^3}{L^4} Re^{5/2} \quad (19)$$

$$\epsilon_{\theta,BL} \sim \kappa \frac{\Delta T^2}{\lambda_\theta L} \sim \frac{\Delta T^2}{L^2} (Re Pr)^{1/2} \quad (20)$$

$$\lambda_\theta = \frac{L}{2 Nu}; \quad \lambda_u = \frac{L}{4\sqrt{Re}} \quad (21)$$

Kde U je rychlost turbulentního větru, λ_u a λ_θ (21) jsou šířky viskózní a tepelné mezní vrstvy. Vztahy pro disipace energie a tepla v objemu tekutiny byly odvozeny za předpokladu homogenního izotropního prostředí [3]. V závislosti na těchto veličinách rozdělili oblast proudění do čtyřech hlavních režimů podle toho, které principy disipace (17-20) v dané oblasti dominují. Dále jsou tyto režimy rozděleny do podkategorie „l“ pro případy $\lambda_u < \lambda_\theta$ (malé Pr), podkategorie „u“ pro případy $\lambda_u > \lambda_\theta$ (velké Pr) a podkategorii „∞“ pro velmi vysoké hodnoty Pr . Na následujícím obrázku 13 můžeme vidět rozložení režimů ve fázovém Ra - Pr diagramu. Přechody mezi jednotlivými oblastmi nejsou ve skutečnosti ostré, ale dochází k postupné změně mocnin výstupních parametrů (12 a 13) z jednoho režimu do druhého. Jednotlivé mocninné závislosti podle GL modelu můžeme vidět v tabulce 2 [24]. GL model může být užitečným nástrojem, protože svou predikcí pokrývá širokou oblast kontrolních parametrů.



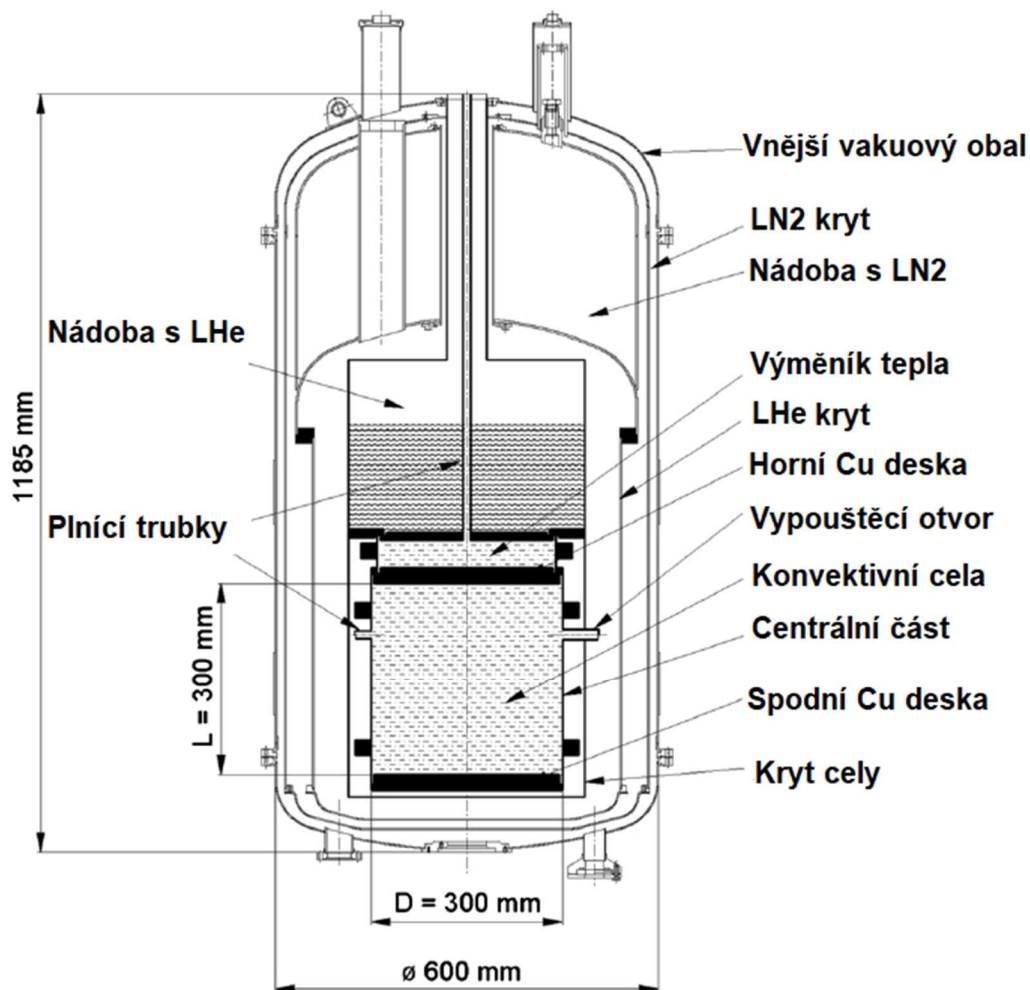
Obr. 13 – Fázový Ra-Pr diagram s rozložením režimů turbulence: horní nepřerušovaná čára odpovídá $Re = Re_c$, spodnější, téměř rovnoběžná nepřerušovaná čára odpovídá $\epsilon_{u,BL} = \epsilon_{u,bulk}$, nepřerušovaná křivka znamená $\epsilon_{\theta,BL} = \epsilon_{\theta,bulk}$. Čárkovaná křivka odpovídá $\lambda_u = \lambda_\theta$ a tečkovaná křivka oblasti, kde laminární mezní viskózní vrstva přechází do turbulentní. Sestaveno pro $\Gamma = 2$. Symboly reprezentují data z různých experimentů [24]

Režim	Dominantní jevy	Mezní vrstvy	Nu	Re
I_l	$\epsilon_{u,BL}, \epsilon_{\theta,BL}$	$\lambda_u < \lambda_\theta$	$Ra^{1/4}Pr^{1/8}$	$Ra^{1/2}Pr^{-3/4}$
I_u		$\lambda_u > \lambda_\theta$	$Ra^{1/4}Pr^{-1/12}$	$Ra^{1/2}Pr^{-5/6}$
I_∞		$\lambda_u = L/4 > \lambda_\theta$	$Ra^{1/5}$	$Ra^{3/5}Pr^{-1}$
II_l	$\epsilon_{u,bulk}, \epsilon_{\theta,BL}$	$\lambda_u < \lambda_\theta$	$Ra^{1/5}Pr^{1/5}$	$Ra^{2/5}Pr^{-3/5}$
II_u		$\lambda_u > \lambda_\theta$	$Ra^{1/5}$	$Ra^{2/5}Pr^{-2/3}$
III_u	$\epsilon_{u,BL}, \epsilon_{\theta,bulk}$	$\lambda_u > \lambda_\theta$	$Ra^{3/7}Pr^{-1/7}$	$Ra^{4/7}Pr^{-6/7}$
III_∞		$\lambda_u = L/4 > \lambda_\theta$	$Ra^{1/3}$	$Ra^{2/3}Pr^{-1}$
IV_l	$\epsilon_{u,bulk}, \epsilon_{\theta,bulk}$	$\lambda_u < \lambda_\theta$	$Ra^{1/2}Pr^{1/2}$	$Ra^{1/2}Pr^{-1/2}$
IV_u		$\lambda_u > \lambda_\theta$	$Ra^{1/3}$	$Ra^{4/9}Pr^{-2/3}$

Tab. 2 – Mocninné závislosti Nu a Re při různých režimech, převzato a upraveno z [3]

3. Měřicí zařízení

Experimenty probíhající v Ústavu přístrojové techniky Akademie věd ČR, které se zabývají studiem Rayleigh-Bénardovy konvekce, jsou prováděny ve speciálním experimentálním zařízení pro práci se studeným heliovým plynem – kryostatu. Heliový kryostat s válcovou celou byl navržen a testován pro studium přirozené konvekce kryogenického helia-4 v rozsahu Ra čísel od 10^6 do 10^{15} . Konvektivní cela je navržena tak, aby při všech experimentálních režimech docházelo k zanedbatelným parazitním tepelným tokům vůči studovanému tepelnému toku v konvektivní cele. Schéma kryostatu můžeme vidět na obr. 14 [12].



Obr. 14 – Schéma kryostatu, upraveno z [12]

Konvektivní cela a komora tepelného výměníku jsou chráněny proti parazitnímu tepelnému toku zářením měděným krytem tepelně ukotveným k nádobě s tekutým heliem (LHe). Radiační tepelný tok z vnějšího obalu do nádoby s tekutým (LN2) je štítn hliníkovým krytem, který je chlazen studeným dusíkovým plynem. Všechny vnitřní části kryostatu, jsou zavěšeny na tenkostěnné trubce, z nerezové oceli. LHe nádoba je vyrobena z nerezové oceli s výjimkou dna v oblasti tepelného výměníku, které je kvůli lepšímu odvodu tepla vyrobeno z mědi. Vysoké vakuum řádově 10^{-6} Pa v oblasti vnějšího vakuového krytu prakticky eliminuje veškerý tepelný tok vedením [12].

Objem nádoby s tekutým dusíkem je 60 l a nádoby s tekutým heliem 30 l. Pokud nedochází k zahřívání cely, je základní objem vypařených tekutin 4,8 l za den pro tekutý dusík a 3,1 l za den pro helium.

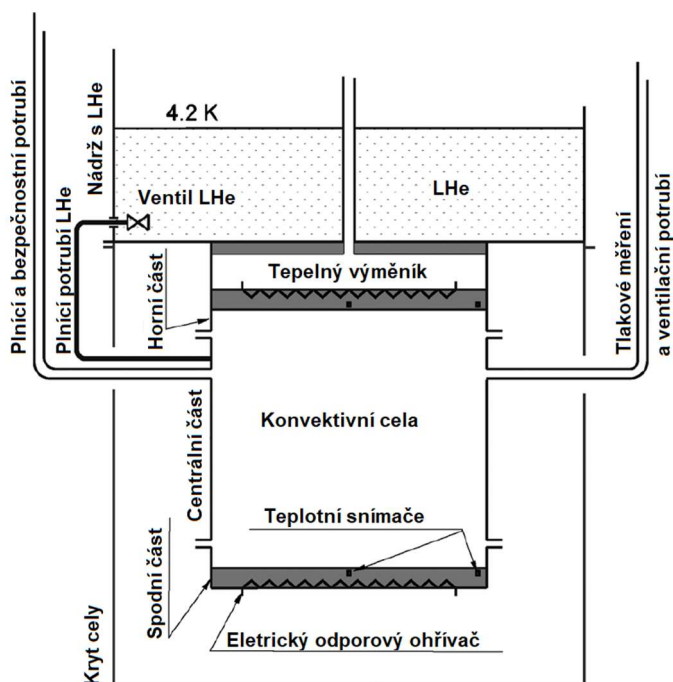
Válcová konvektivní cela s parametrem $\Gamma = 1$ má vnitřní průměr $D = 300$ mm a výšku $L = 300$ mm. Cela je navržena pro měření v tlakovém rozmezí 100 Pa – 250 kPa a teplotním rozmezí do 12 K. Cela se skládá ze tří částí – spodní, centrální a horní. Centrální část je vyměnitelná a dovoluje tak měnit parametr poměru stran Γ v rozmezí 1-2,5. Stěny horní a spodní části jsou vyrobeny z tenkého nerezového plechu tloušťky 0.5 mm, jež zajišťuje minimální tepelnou vodivost stěn, aby byla co nejlépe dodržena adiabatická podmínka na stěně konvektivní cely. Dna obou částí, kruhové desky, jsou vyrobeny z kyslíku prosté vysoce tepelně vodivé mědi (OFHC – oxygen-free high thermal conductivity copper). Tloušťka měděných desek cely je 28 mm a mají tepelnou vodivost přibližně $2\,000\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ (při 5 K). Vnitřní povrch stěn desek je hladký, s garantovanou drsností povrchu $R_a = 1,6\ \mu\text{m}$. Na vnější straně desek jsou vyhloubeny drážky pro ohřívací odporový drát. Ohřivače na obou deskách mohou dodávat výkon do 10 W. Drážky topení jsou navrženy tak, aby byl tepelný výkon rovnoměrně rozváděn do celého objemu desek, což zajišťuje homogenitu teploty na vnitřním povrchu desky menší než 1 mK (za předpokladu rovnoměrného odvodu tepla). Teplota každé z desek je měřena dvěma teplotními snímači uloženými poblíž vnitřního povrchu desky. Jeden snímač je uprostřed desky, druhý na okraji. Jsou zapuštěny do těla desky ze strany topení tak, že čelo teplotního snímače je vzdáleno cca 5 mm od vnitřní plochy desky [12].

Boční ocelové stěny horní a spodní části jsou spojené s měděnými deskami skrze prstence z nerezové oceli připájené k měděným plátům z vnější strany, jak ukazuje obr. 16. Ocelové stěny jsou k těmto prstencům přivařeny. Průměr měděných desek je o 1 mm menší než průměr prstenců, tudíž nedochází k přímému tepelnému kontaktu mezi deskou a stěnou. Horní a spodní část jsou připojeny k centrální části pomocí odmontovatelných přírub opatřených indiovým těsněním. Celá cela je dobře utěsněna vůči jakýmkoliv únikům helia.

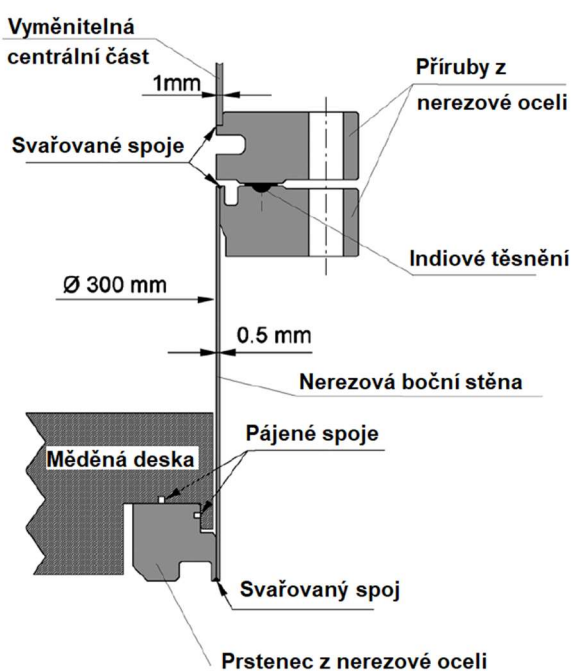
K měření teploty obou desek cely jsou používány kalibrované germaniové senzory Lake Shore GR-200A-1500-1.4B s nejistotou měření ± 2 mK. Teplotní stálost horní desky je zajištěna pomocí PID regulátoru Lake Shore 340. Tlak uvnitř cely je měřen tlakovou měrkou Baratron 690A 53T RB s nejistotou 0,08 % z měřené hodnoty [12]. Teplotní fluktuace média v cele jsou měřeny pomocí dvojice miniaturních snímačů umístěných 15 mm od stěny. Jednotlivé snímače z dvojice jsou od sebe vzdálené 25 mm a jsou umístěny rovnoměrně na úrovni poloviny výšky cely. Počet párů a umístění těchto snímačů po obvodu cely se liší pro různé sady experimentů, viz obrázky 18 a 19. Snímače teplotních fluktuací jsou zapojeny přes odporový můstek do zesilovače Lock-In SR830. Zesilovače lock-in jsou obecně používány pro měření velmi nízkých střídavých signálů. Blíže se této problematice věnuje [25]. Teplotním fluktuacím a jejich snímání se blíže věnuje kapitola 4. Topný výkon spodní desky zajišťoval rovněž teplotní kontrolér Lake Shore 340. Měření výkonu s nejistotou měření 0,5 % bylo provedeno pomocí multimetrů Agilent 34410A.

Příprava kryostatu k měření probíhá v několika krocích: odčerpání vakuového prostoru kryostatu a vyprázdnění konvektivní cely, předchlazení pomocí tekutého dusíku, naplnění nádrže na tekuté helium tekutým heliem, naplnění komory tepelného výměníku plynným heliem a naplnění experimentální cely heliem. Celý tento proces zabere až jeden týden. Teplotní stabilizace celého systému zabere několik dní v závislosti na požadované přesnosti měření [12].

Úprava požadovaného Ra a Pr čísla systému je prováděna pomocí změny hustoty helia skrze změnu teploty v rozmezí od 4,2 K do 10 K a tlaku od 1kPa do 250 kPa [12].



Obr. 15 – Schéma konvektivní cely, LHe – kapalné helium, upraveno z [12]



Obr. 16 – Schéma spoje desky a stěny konvektivní cely zabezpečující minimální parazitní tepelný tok stěnou, upraveno z [12]

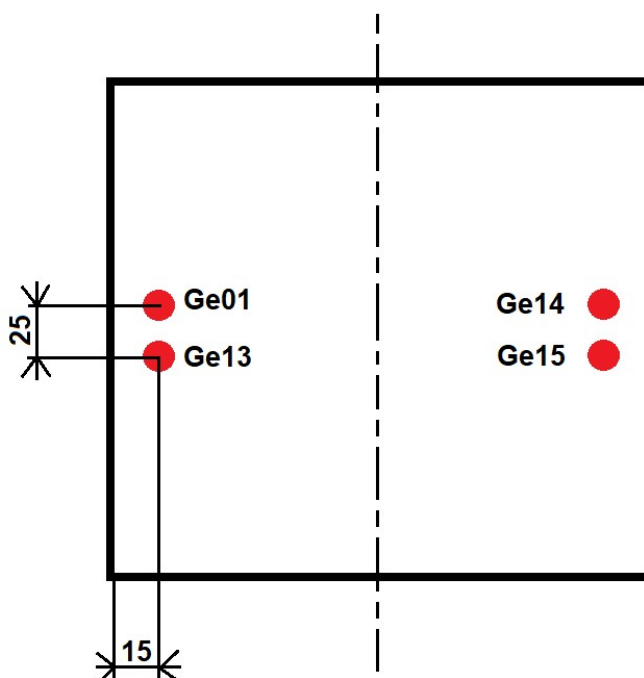


Obr. 17 – Kryostat [26]

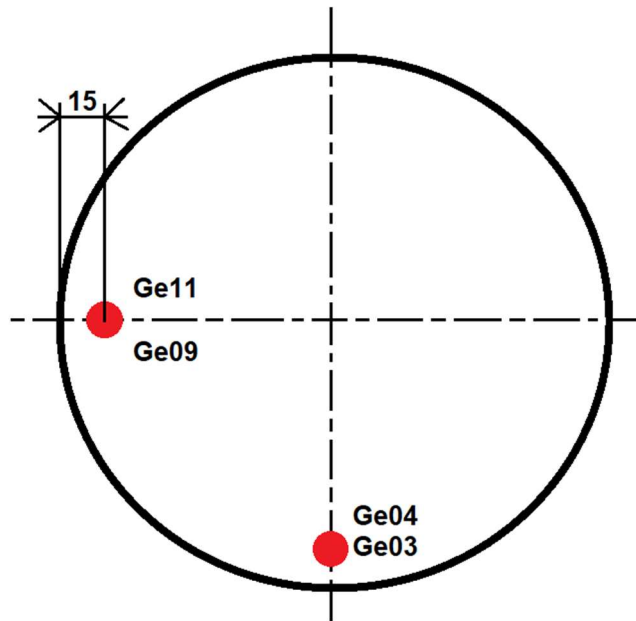
4. Metodika zpracování dat

Hlavním cílem této práce je zpracovat a interpretovat data naměřená v kryogenní cele v Ústavu přístrojové techniky Akademie věd ČR. Snahou je z naměřených teplotních fluktuací stanovit odezvové parametry systému – několik Reynoldsových čísel popisujících rychlostní pole v konvektivní cele. Dále pak ze změřených výkonů na spodní desce cely stanovit Nusseltovo číslo, charakterizující přenos tepla v cele. U těchto čísel bude dále hledána mocinná závislost na vstupních parametrech systému – Rayleighově a Prandltově čísle. Protože vyšetřovaný konvektivní systém je uzavřený v neprůhledném kryostatu se špatnou dostupností do konvektivní cely, je zvolen nepřímý přístup pro získání Nu a Re čísel skrze statistické vlastnosti měřených teplotních fluktuací.

Měření v kryostatu a následné předání surových naměřených dat bylo provedeno Ing. Pavlem Urbanem, Ph.D. Data použitá v této práci pochází ze dvou různých experimentálních nastavení konvektivní cely. V každém takovémto nastavení bylo provedeno několik měření s odlišně nastavenými parametry teploty a tlaku. Každé měření trvalo jinou dobu, obvykle v řádech desítek minut. První nastavení kryostatu bylo pro poměr stran $\Gamma = 1$, kde výška cely byla 30 cm a průměr cely také 30 cm. Tato data budou označována písmenem „f“. Druhé nastavení mělo poměr stran $\Gamma = 2$, kde výška cely byla 15 cm a její průměr 30 cm. Data z tohoto měření budou označována písmenem „e“. V případě $\Gamma = 1$ byly použity dva páry germaniových snímačů tepelných fluktuací rovnoměrně umístěných od střední roviny cely 15 mm vzdálených od stěny cely a 25 mm vzdálených od sebe. Dvojice byly umístěny v cele naproti sobě, viz obr. 18. Páry snímačů v druhém nastavení cely s $\Gamma = 2$ nebyly naproti sobě, ale byly oproti sobě posunuty o 90° , viz obr. 19. Ačkoliv zde byly dva páry snímačů, v provozu byl téměř výhradně pouze jeden pár. Důvodem k tomu byl patrně nesprávně fungující pár snímačů.



Obr. 18 – Schéma rozložení snímačů v cele s $\Gamma = 1$, pohled z boku



Obr. 19 – Schéma rozložení snímačů v cele s $\Gamma = 2$, pohled shora

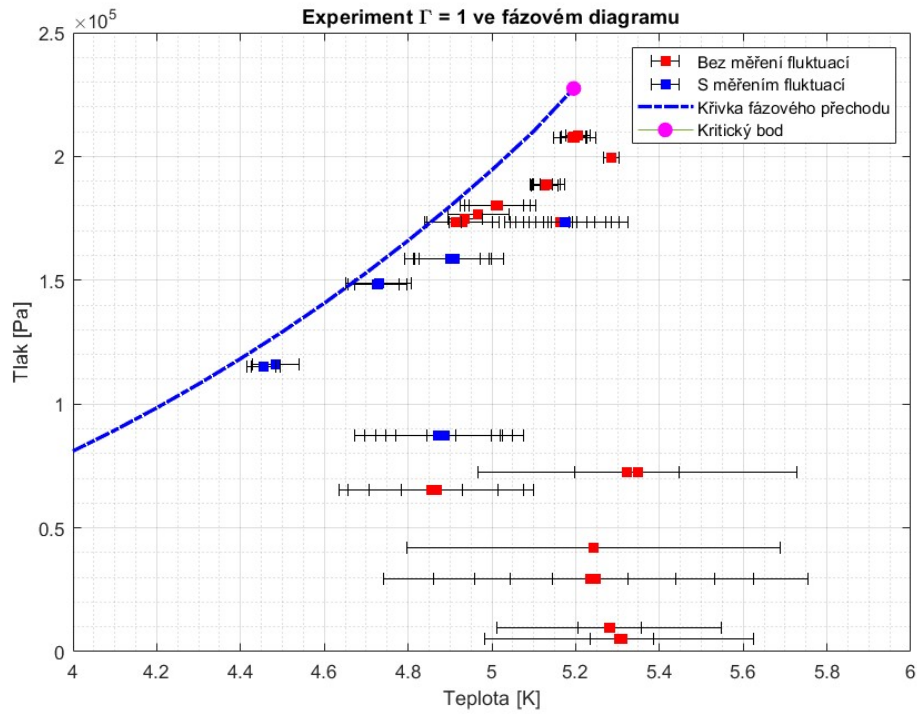
Značení „Ge“ odpovídá germaniovým snímačům. Číslo za „Ge“ je název snímače a neodpovídá žádnému pořadí ani vlastnosti snímače a je pouze orientační.

4.1. Naměřená data

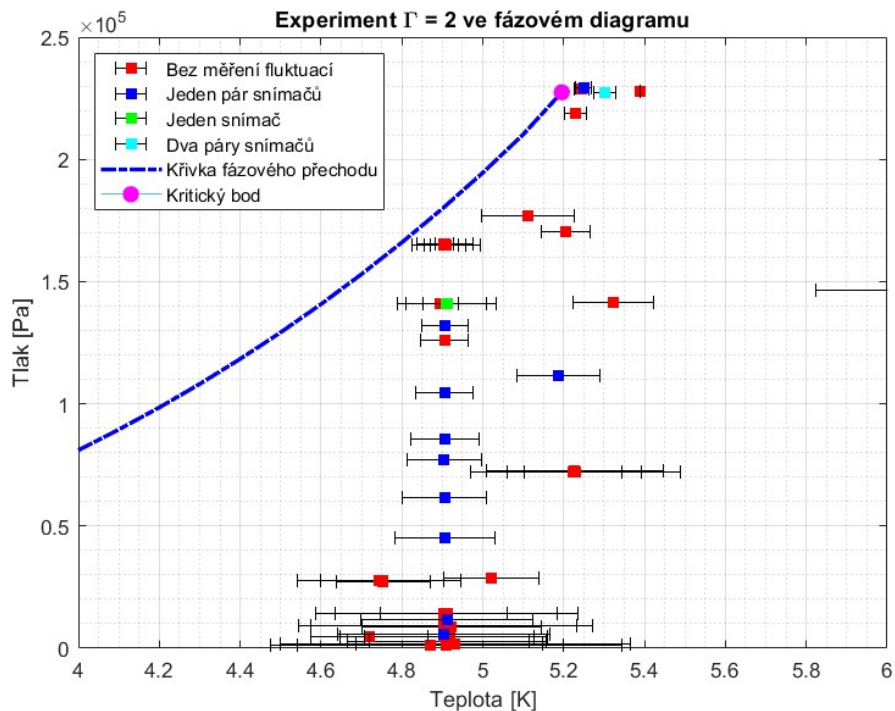
Ve všech případech měření experimentálních běhů byly zaznamenávány teplotní fluktuační v objemu konvektivní cely. Frekvence zaznamenávání dat se liší pro jednotlivé nastavení kryostatu. Pro měření „e“ ($\Gamma = 2$) byla frekvence snímačů 65 Hz. Experimentální běhy „f“ ($\Gamma = 1$) byly snímány frekvencí 80 Hz. Krom teplotních fluktuačních v objemu cely byly snímány také absolutní teploty v měděných deskách cely pomocí dvou snímačů v každé desce a tlak uvnitř cely. Měřené teploty z desek byly použity pro určení vlastností helia v konkrétním experimentálním běhu.

Nejprve byla stanovena průměrná teplota každé z desek pomocí softwaru MATLAB zprůměrováním hodnot z jednoho snímače za čas a následně zprůměrováním teplot ze dvou snímačů mezi sebou. Z teploty spodní a horní desky byla získána jejich střední hodnota T_m , která je považována za průměrnou hodnotu teploty uvnitř cely. Rychlost šíření tlakových změn v objemu konvektivní cely je mnohonásobně vyšší než rychlost prostupu tepla celou, proto považujeme hodnotu tlaku P v cele za konstantní. Vypočtená střední teplota a tlak v cele byly exportovány do softwaru Excel s doplňkem HEPAK. Pomocí tohoto doplňku byly vypočteny materiálové vlastnosti helia (hustota, dynamická viskozita, tepelná vodivost, měrná tepelná kapacita, tepelná difuzivita, koeficient teplotní roztažnosti), které byly zpětně nahrány zpět do prostředí MATLABu. Tyto vlastnosti byly dále použity pro výpočet parametrů Re , Ra , Pr , Nu (rovnice 3, 6, 7, 12). Materiálové vlastnosti jsou uvažovány pro jednotlivé měření jako konstantní po celém objemu konvektivní cely podle Oberbeck-Boussinesqovského modelu. Je důležité upozornit, že tento předpoklad není zcela korektní pro některé měřené případy poblíž kritického bodu helia nebo poblíž křivky fázového přechodu. Vynesení jednotlivých měření ve

fázovém 3D diagramu helia pro jednotlivé materiálové vlastnosti pro měření s celou $\Gamma = 2$ lze zhlédnout v příloze 1 této práce. Pro názornost byly zpracovány fázové p-T diagramy se zaznamenanými měřeními (T_m a P) pro oba případy cel, viz obr. 20 pro $\Gamma = 1$ a obr. 21 pro $\Gamma = 2$. V grafech lze vidět střední teplotu daného měření T_m a rozdíl teplot horní a spodní desky zobrazený pomocí chybové úsečky.



Obr. 20 – Série měření $\Gamma = 1$ ve fázovém diagramu helia

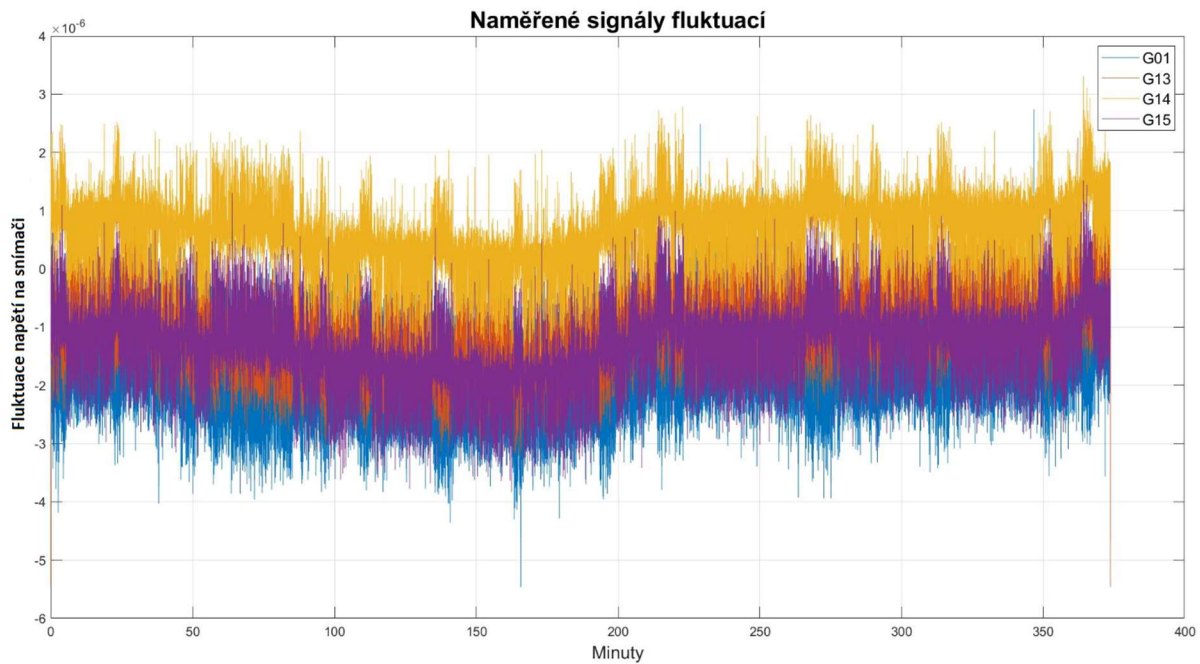


Obr. 21 – Série měření $\Gamma = 2$ ve fázovém diagramu helia

Z těchto grafů lze vidět, že měření teplotních fluktuací neprobíhalo ve všech experimentech. V těchto případech byla měřena pouze teplota desek a tlak uvnitř cely. Z takovýchto dat můžeme stanovit Nusseltovo číslo, ale nelze stanovit ani jedno z čísel Reynoldsových. Na následujícím obrázku můžeme vidět naměřené reálné složky fluktuací z jednotlivých snímačů v závislosti na čase. Jedná se o zobrazení surových naměřených nezpracovaných dat.

4.2. Předzpracování a kontrola kvality dat

Veškeré zpracování dat proběhlo v softwaru MATLAB. Jako první krok v předzpracování dat bylo ořezání signálů. U signálů bylo potřeba odstranit počáteční přechodový interval, při kterém docházelo k nastavování a ustalování teploty na spodní desce a tlaku v cele. Během tohoto období byl systém neustálený, a proto data z něj nelze použít k dalšímu vyhodnocování.



Obr. 22 – Surová data fluktuací napětí, měření typu $\Gamma = 1$, $\log Ra = 12,947$; $Pr = 1,34$

U obr. 22 můžeme pozorovat zvlnění signálu v delším časovém intervalu. Toto zvlnění není způsobeno chováním proudění uvnitř konvektivní cely, ale jedná se o vliv elektroniky připojené na snímače a nestabilitu napájecího proudu a závislost měřicí techniky mimo kryostat na teplotě okolí. Tento jev je nechtěný a je nutné ho ze signálu odfiltrout. K odstranění tohoto jevu byla použita vestavěná funkce „detrend“, která ze série dat odstraňuje po částech lineární trend [27]. Signál byl rozdělen do intervalů, v každém takovém intervalu byl odstraněn lineární trend. Tímto bylo docíleno vyhlazení průběhu signálu od zvlnění způsobeného vnějšími vlivy. Vzhledem k tomu, že každý experimentální běh byl jinak dlouhý, bylo nutné stanovit podmínku, podle které byl vybrán vhodný počet intervalů. Bylo provedeno několik testů pro stanovení vyhovujícího počtu intervalů detrendu. Vyšší počet vede k lepšímu vyhlazení signálu, ale také značně prodlužuje výpočetní čas. Nakonec byl vybrán přístup, kdy počet částí, v kterých bude provedeno odstranění lineárního trendu, je svázán s časem volného pádu termické plumy (free-fall time) definovaným následujícím vztahem, kde U_f je rychlost volného pádu termické plumy (free-fall velocity) [1].

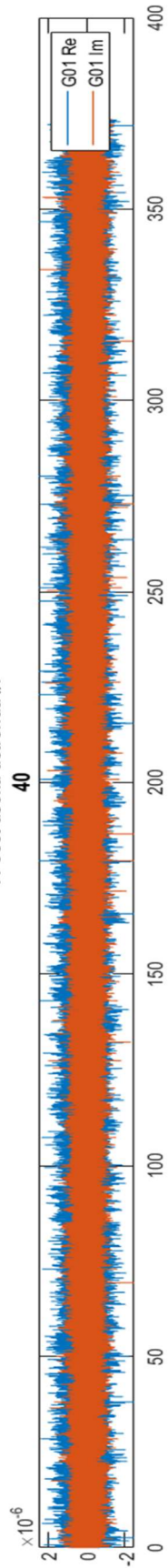
$$T_f = \frac{H}{U_f} \quad U_f = \sqrt{g\alpha\Delta TH} \quad (22)$$

Výhodou tohoto přístupu je, že lze stanovit čas volného pádu termické plumy z počátečních podmínek systému a materiálových vlastností. Počet intervalů byl stanoven buď jako 250násobek času T_f nebo pevně na hodnotě 40, v závislosti na tom, která z těchto hodnot byla vyšší. Toto řešení se ukázalo jako dobře fungující. Odstranění trendu je účinný statistický aparát, který se však velmi obtížně spojuje s fyzikální interpretací dané problematiky, proto může připadat výběr počtu intervalů výše zmíněnou metodou nedostatečně fyzikálně podložený. Byl však proveden dostatek testů s různými hodnotami počtu úseků detrendu pro různé délky signálů, ze kterých vzešla tato metoda jako vyhovující. Hodnocení toho, zda je detrend vyhovující, bylo provedeno na základě výkonového spektra, které bude popsáno v kapitole 4.3.3.

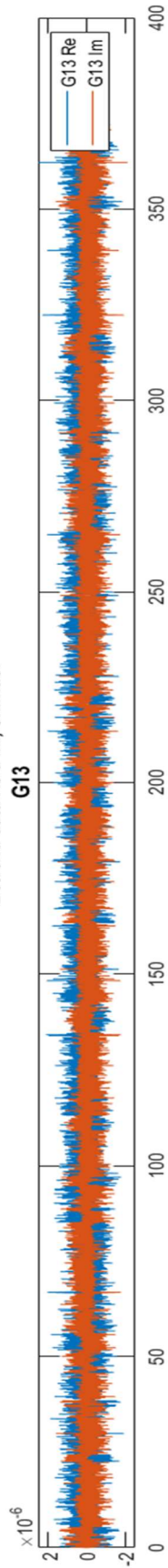
$$\Gamma = 1; T_f = 0.531 \text{ s};$$

Detrend data Re a Im, snímač:
G01

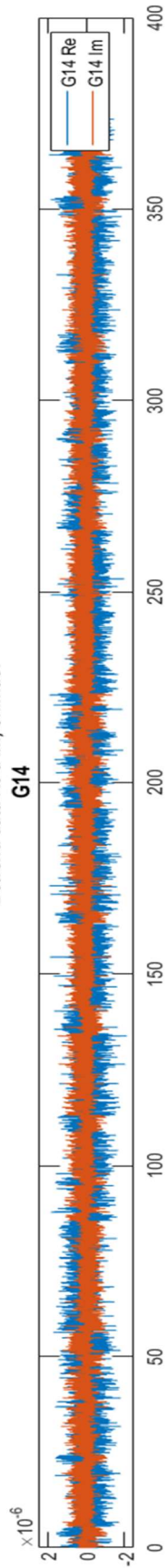
: Počet úseků detrendu #: 40



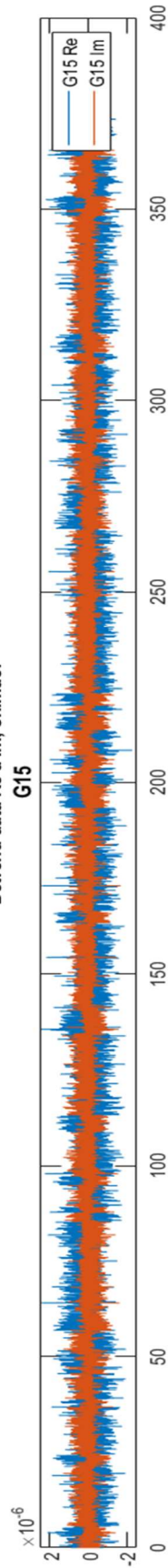
Detrend data Re a Im, snímač:
G13



Detrend data Re a Im, snímač:
G14



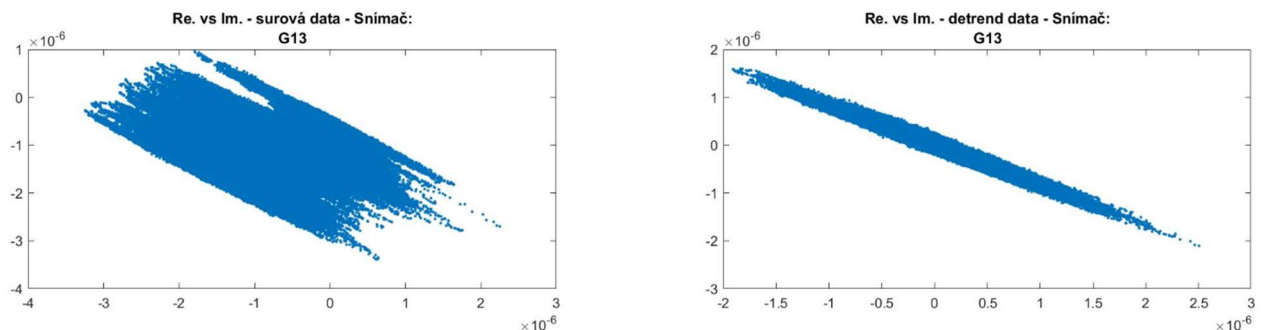
Detrend data Re a Im, snímač:
G15



Obr. 23 – Signály teplotních fluktuací ze snímačů po odstranění trendu, osa x – minuty, osa y – fluktuace napětí; $\log Ra = 12,947$; $Pr = 1,34$

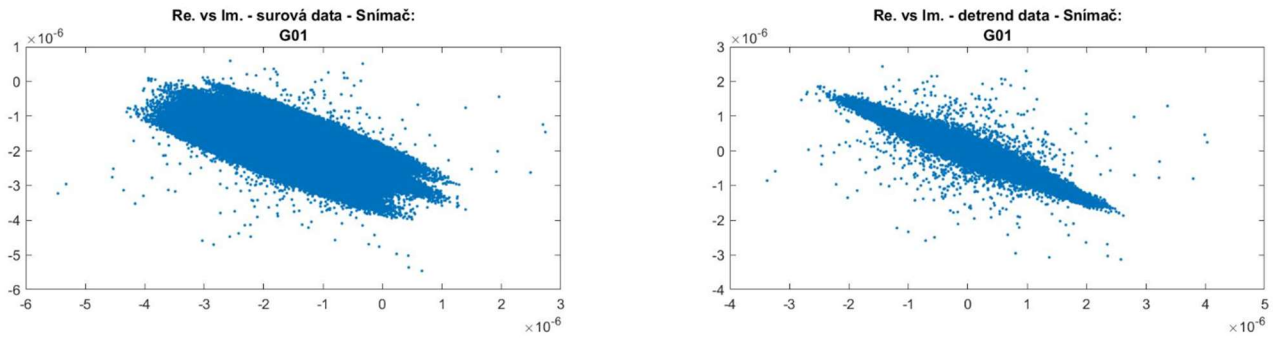
Na obr. 23 jsou vyneseny napěťové (teplotní) fluktuace reálné i imaginární složky napětí z jednotlivých snímačů po odstranění trendu v závislosti na čase v minutách. Můžeme jasně vidět, že trend, který způsoboval vlnění signálu na obr. 22, byl odstraněn a zůstal jen čistý signál s fluktuacemi. Na první pohled můžeme vidět, že signál ze snímače G01 je odlišný oproti signálům z ostatních snímačů. Tento zašuměný průběh signálu indikuje, že snímač G01 nemusel pracovat správně. Naopak u zbylých třech snímačů pozorujeme výrazné naklonění fluktuací vždy do jedné strany (kladné/záporné). V průběhu času dochází ke změnám orientace fluktuací. Pokud porovnáme signál ze snímače G13 se signály z protilehlých snímačů G14 nebo G15, lze si povšimnout, že si jsou navzájem podobné, avšak mají opačnou orientaci fluktuací. Na tomto obrácení fluktuací a jejich sdružování do jednoho směru po určité časové období pozorujeme dynamické chování turbulentního větru (LSC). Opačná orientace fluktuací mezi snímači znamená, že proud větru se zde pohybuje v opačném směru, což je očekávatelné, protože snímače G13 a G14/G15 jsou na opačných stranách konvektivní cely. Turbulentní vítr tedy proudí podél jedné stěny cely, stočí se kolem měděné desky a podél protilehlé stěny proudí v opačném směru, čímž na teplotních snímačích na protilehlých stěnách vyvolává opačné hodnoty fluktuací. Změny znaménka fluktuací na jednom snímači jsou způsobeny změnou smyslu otáčení turbulentního větru uvnitř cely. K této změně dochází různě často a její chování a výskyt není zatím zcela pochopen. Výzkum v této oblasti stále pokračuje [23]. Přestože dochází ke změnám směru proudění turbulentního větru, jeden ze směrů větru vždy převažuje, jak bude dobře vidět v následující části.

Jedním z přístupů posouzení kvality naměřených dat je vynesení reálné složky dat vůči složce imaginární. Za kvalitní data lze považovat ta, kde dojde ke vzájemné korelaci obou složek snímačů.



Obr. 24 – Vynesení závislosti Re. vs Im. složky napětí, snímač G13 – dobrá kvalita, $\log Ra = 12,947$; $Pr = 1,34$

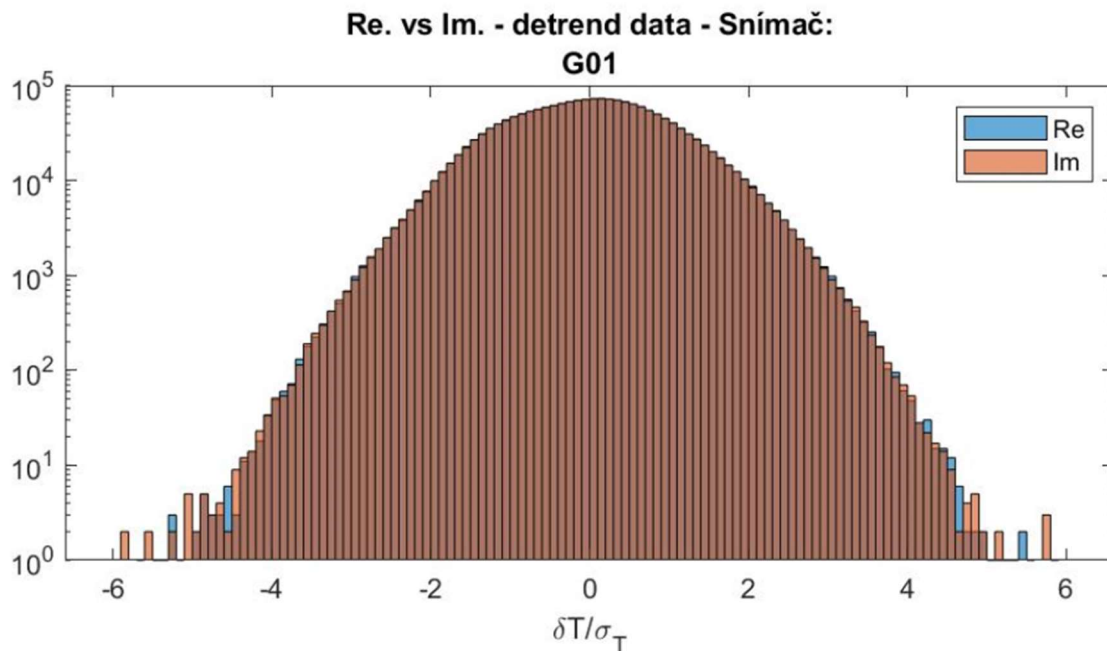
Na obr. 24 lze pozorovat vzájemné chování reálné a imaginární složky záznamu fluktuací napětí na snímači G13. Zde je jasně vidět kvalitativní vliv použité funkce detrend, kdy surová naměřená data nevykazovala dobrou korelaci, avšak po odstranění trendu vykazují data silnou korelaci graficky odpovídající přímce. Takováto data lze považovat za data s dobrou kvalitou.



Obr. 25 – Vynesení závislosti *Re. vs Im. složky napětí, snímač G01* – špatná kvalita, $\log Ra = 12,947$; $Pr = 1,34$

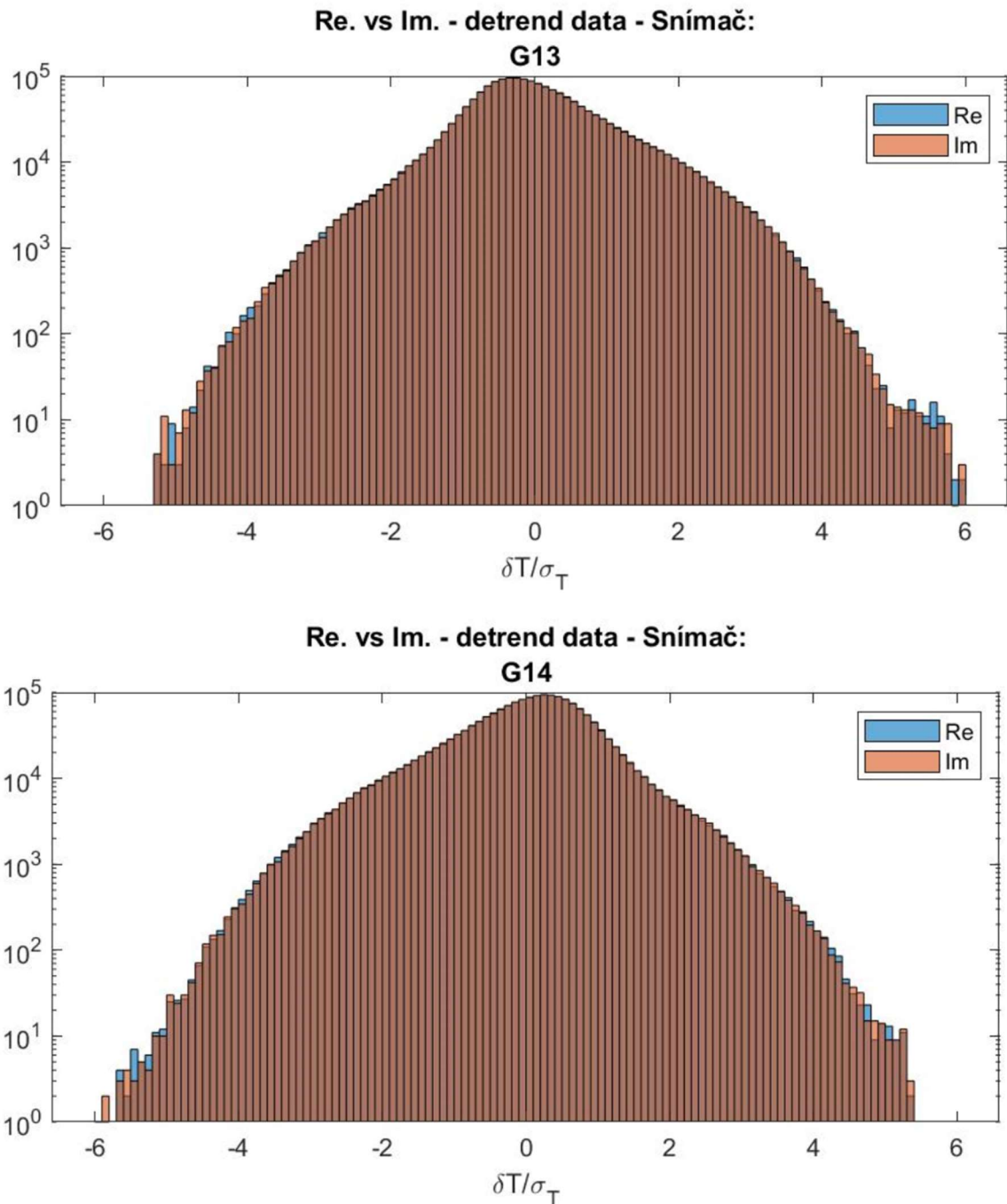
Obr. 25 je příkladem dat ze snímače G01, kdy ani po odstranění trendu nedošlo k dobré korelaci reálné a imaginární složky, a proto takováto data nemají dobrou kvalitu pro následné vyhodnocování.

Druhým způsobem hodnocení kvality naměřených dat je vynesení hustoty pravděpodobnosti rozložení fluktuací napětí na snímačích a jejich složek. Hodnoty teplotních fluktuací δT jsou poděleny směrodatnou odchylkou σ_T [10]. Osa y je vynesena v logaritmickém měřítku. Na hustotě rozložení fluktuací lze pozorovat chování proudění. Turbulentní proudění, jako je právě příklad této Rayleigh-Bénardovy konvekce, má typicky exponenciální charakter průběhu hustoty rozložení fluktuací. Pro turbulentní proudění je také typická vyšší pravděpodobnost výskytu větších hodnot fluktuací oproti standardnímu rozdělení [10]. Zašuměný špatně pracující snímač vykazuje právě standardní rozdělní pravděpodobnosti, viz obr. 26.



Obr. 26 – Hustota pravděpodobnosti rozdělení fluktuací napětí, snímač G01, $\log Ra = 12,947$; $Pr = 1,34$

Hustota pravděpodobnosti fluktuací z dat získaných ze snímače G01 v logaritmicím měřítku má tvar paraboly. Ta odpovídá standardnímu rozdělení, které neodpovídá turbulentnímu proudění [10]. Tento přístup opětovně prokázal, že snímač G01 nepracoval správně, a tudíž data z něj nemají vypovídající hodnotu.

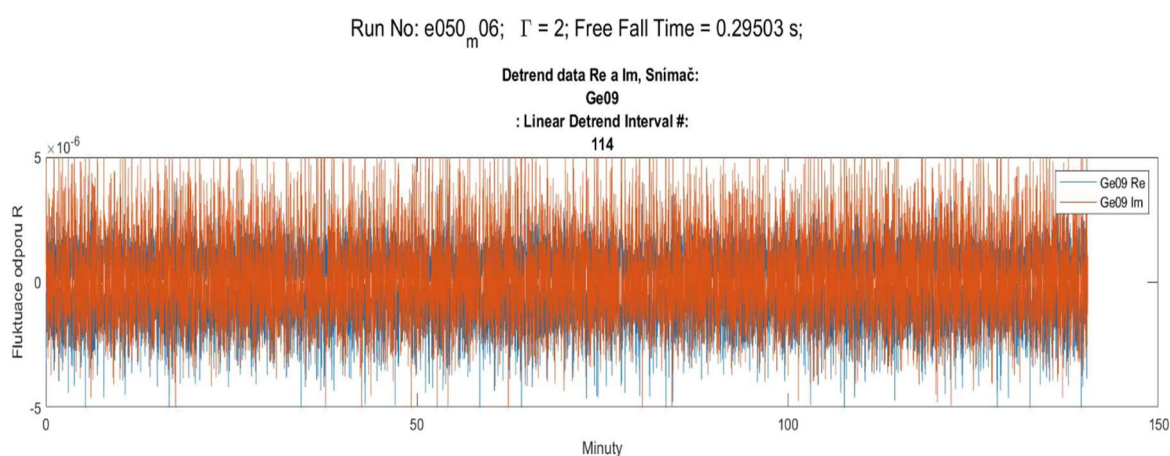


Obr. 27 – Hustota pravděpodobnosti rozdělení fluktuací napětí, snímač G13 a G14, $\log Ra = 12,947$; $Pr = 1,34$

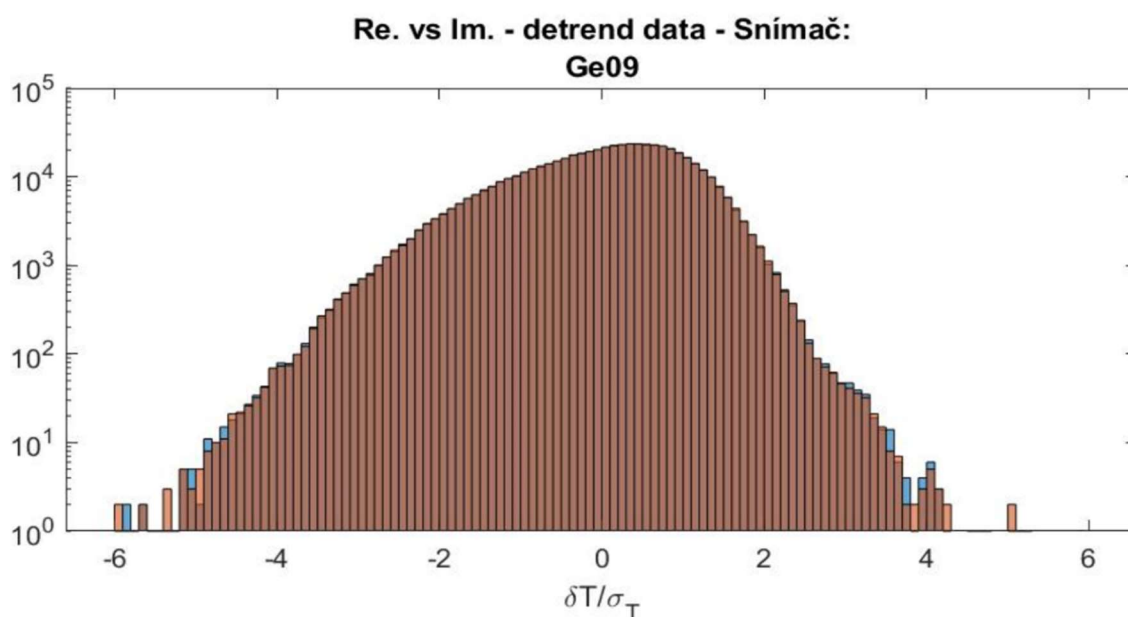
Na obr. 27 lze pozorovat hustotu pravděpodobnosti rozdělení fluktuací odpovídající turbulentnímu proudění. Typický „hrb“ na tomto rozdělení je způsoben právě tím, že na daném snímači převládá jeden směr proudění turbulentního větru. Můžeme si také povšimnout, že

tento „hrb“ směřuje v obou případech opačně. Toto je důsledek toho, že snímače G13 a G14 jsou umístěny na protilehlých stěnách a turbulentní vítr má zde tedy vždy opačný směr.

Při pozorování dat po odstranění trendu ze všech měření „e“ pro celou s $\Gamma = 2$ nelze vidět žádná výrazná místa, ve kterých by docházelo k obrátkám turbulentního větru, jak můžeme pozorovat na obrázku 28. Z dat samotných však nelze na první pohled zjistit, zda odpovídají turbulentnímu chování, nebo se jedná o zachycení šumu. Ovšem po provedení hustoty pravděpodobnosti rozložení fluktuací na snímačích G09 a G11 lze pozorovat typické turbulentní vlastnosti takového rozložení, tedy typický „hrb“ na rozložení vyvolaný převládajícím směrem turbulentního větru, který unáší plumy nesoucí nadprůměrné, nebo podprůměrné teploty, a také negaussovské rozložení fluktuací s vyšší pravděpodobností výskytu větších fluktuací oproti Gaussovskému. Toto chování bylo pozorováno u všech měřících běhů s celou s poměrem stran $\Gamma = 2$. Data po detrendu i rozdělení hustoty pravděpodobnosti teplotních fluktuací můžeme vidět na následujících obrázcích.



Obr. 28 – Signál z měření „e“ ze snímače G09 po detrendu, $\log Ra = 11,034$; $Pr = 0,768$



Obr. 29 - Hustota pravděpodobnosti rozdělení fluktuací snímač G09, měření série „e“, $\log Ra = 11,034$; $Pr = 0,768$

Výsledky z takto získaných dat ukazují, že v cele s poměrem stran $\Gamma = 2$ vzniká turbulentní vítr, který pravděpodobně nemění svůj smysl otáčení. Mohlo by se tedy jednat buď o strukturu toroidní, která má vzestupný proud u stěn válcové cely a sestupný proud v jejím středu, nebo o protáhlou válcovou strukturu podobnou té, která běžně vzniká v cele s poměrem stran $\Gamma = 1$ popsané v kapitole 2.2.3. Koherentní struktury při Rayleigh-Bénardově konvekci. Přítomnost obrátů směru větru bude zkoumána dále, ale podle prozatímních výsledků můžeme usuzovat, že vzniklý tvar je mnohem stabilnější koherentní strukturou turbulentního větru než klasický válcový tvar vznikající v konvektivní cele s poměrem stran $\Gamma = 1$.

4.3. Zpracování upravených dat

4.3.1. Eliptický model

Pro vyhodnocení Reynoldsových čísel je použito statistické zpracování předpřipravených signálů s využitím eliptického modelu, který je vhodný pro aplikaci na konvektivní proudění odpovídající Rayleigh-Bénardově konvekci [28]. Tento model spojuje dvě teorie s rozdílnými přístupy.

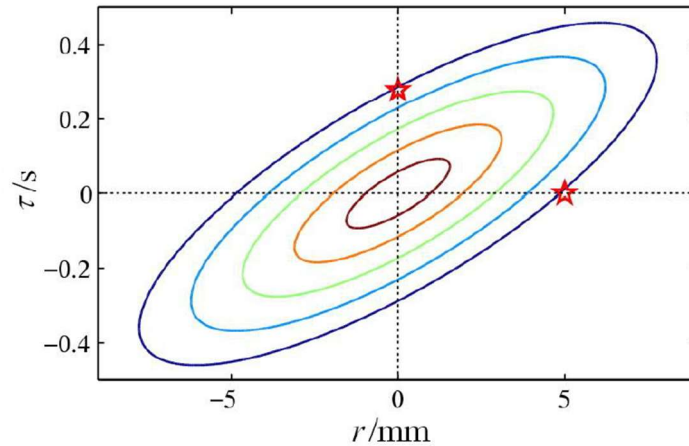
Taylorova teorie zamrznutého proudu uvažuje střední rychlost proudu, která unáší koherentní struktury bez změny jejich tvaru. Rychlost fluktuací je pak zanedbatelná vůči rychlosti unášivého proudu. Taylorova teorie vyžaduje dlouhou korelační délku, a proto je použitelná jen pro specifickou skupinu proudění, kde střední rychlost proudu je mnohonásobně větší než rychlost fluktuací [28].

Druhou teorií zapojenou do eliptického modelu je Kraichnanova teorie náhodného rozmazávání. V této teorii je uvažován izotropní turbulentní režim proudění, při kterém neexistuje žádný unášivý proud. Tedy střední rychlost unášivého proudu je rovna nule. Při tomto režimu proudění se uvažuje, že malé fluktuace rychlosti jsou posouvány většími víry. V tom případě jsou mikrostruktury proudu statisticky nezávislé na velkých vírech [28].

Spojením těchto dvou přístupů vznikl eliptický model, který vytváří časoprostorovou korelační funkci pro ustálené homogenní proudění. Tato funkce má následující předpis [28]:

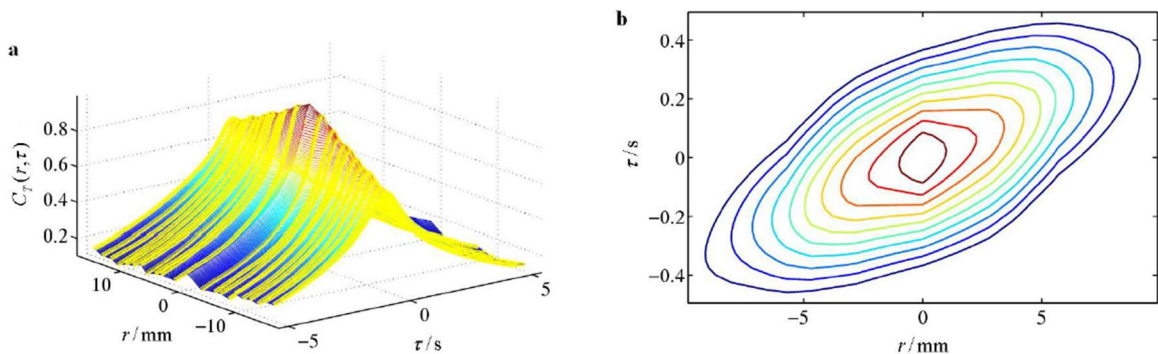
$$r_E = (r - U\tau)^2 + V^2\tau^2 \quad (23)$$

Kde r_E je časoprostorová separace, r je prostorová souřadnice, která v případě měření v konvektivní cele odpovídá vzdálenosti mezi snímači, U je charakteristická konvektivní rychlost, která odpovídá Taylorově střední rychlosti proudu, V je Kraichnanova rychlost rozmazávání odpovídající střední kvadratické rychlosti fluktuace a τ je časová souřadnice [28]. Tento vztah byl vyjádřen v práci [28] pro rychlosti $U = 14 \text{ mm/s}$ a $V = 11,2 \text{ mm/s}$ pro různé hodnoty časových a délkových souřadnic a následně vyneseno do grafu na obrázku 30.

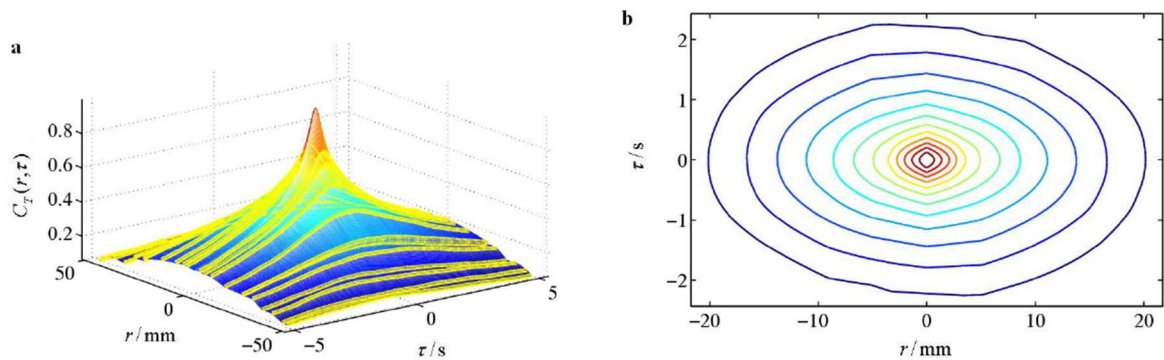


Obr. 30 – Vypočtené izočáry časoprostorové korelační funkce; barevné křivky odpovídají izočárám s normalizovanou hodnotou kroskorelační funkce, kdy ve středu mají hodnotu 1 a od středu se postupně snižuje jejich hodnota; hvězdy odpovídají dvěma konkrétním bodům $(r, 0)$ a $(0, \tau)$, které splňují rovnici 23, r je posun snímače v prostoru, τ je posun v časové ose [28]

Správnost teorie eliptického modelu korelační funkce byla ověřena experimentálně [28] pomocí dvoubodového měření teplotních fluktuací v konvektivní cele při Rayleigh-Bénardově konvekci. Jeden snímač měl pevnou polohu a druhým bylo pohybováno tak, že se vzdálenost snímačů postupně zvětšovala až na hodnotu 16 mm. Toto měření proběhlo u stěny cely. Obdobné měření bylo provedeno i v centru objemu cely pouze s tím rozdílem, že se vzdálenost snímačů zvětšovala až na hodnotu 90 mm. Normalizovaná korelace signálů C_T z těchto snímačů pak byla vynesena do prostorového grafu pro oba případy, viz obr. 31 a obr. 32 [28].



Obr. 31 – Časoprostorová korelační funkce ve 3D (a) a 2D (b) ze snímačů u stěny, r je posun snímače v prostoru, τ je posun v časové ose [28]



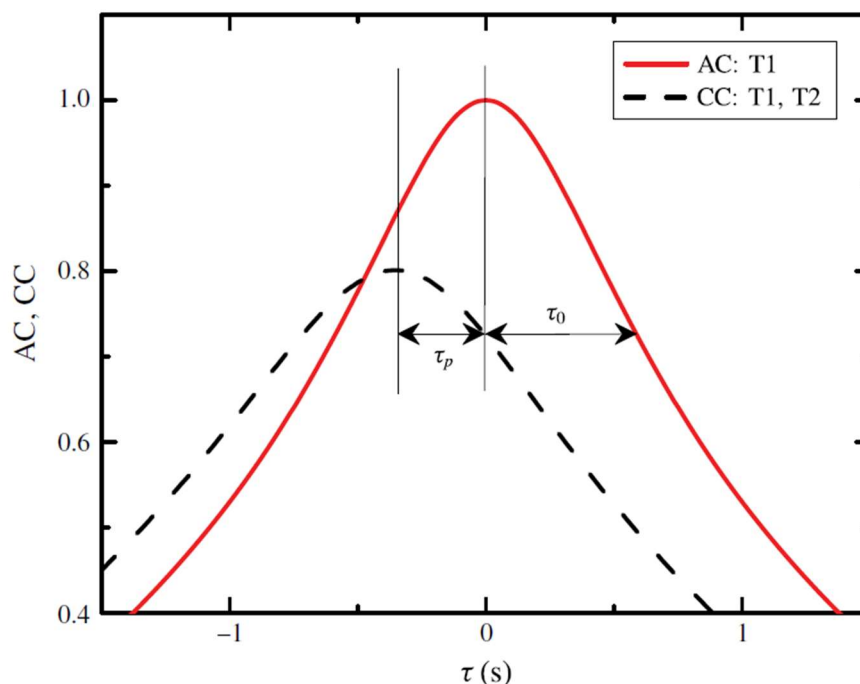
Obr. 32 – Časoprostorová korelační funkce ve 3D (a) a 2D (b) ze snímačů v centru cely, r je posun snímače v prostoru, τ je posun v časové ose [28]

V případě snímačů u stěny (obr. 31) autor pozoroval, že se hodnoty korelačních funkcí vynesené na izočarách seskupují do elips podobných těm z teoretického řešení. V tomto případě můžeme eliptický model považovat za validní. Na rozdíl od případu umístění snímačů ve středu cely (obr. 32) pozoroval izočáry seskupené spíše do tvarů podobných kružnicím. Takovéto chování korelačních funkcí můžeme očekávat pro proudění, ve kterém se nenachází větší množství koherentních struktur, jako například termických plumů. V takovémto případě nemůžeme eliptický model použít [28].

Pro stanovení Reynoldsových čísel, což je jedním z hlavních cílů této práce, je potřeba stanovit právě rychlosti U a V spojené s Taylorovou a Kraichnanovou teorií, které sjednocuje eliptická metoda. Ke stanovení těchto rychlostí se využívá statistických funkcí autokorelace a vzájemné korelace (kroskorelace – cross-correlation). Autokorelace vyjadřuje podobnost signálu sama se sebou při časovém posunu tohoto signálu vůči sobě. Kroskorelace vyjadřuje podobnost ze dvou různých signálů vůči sobě při časovém posunu těchto signálů [10].

Z autokorelace signálu lze stanovit čas, za který turbulentní vítr provede jeden oběh kolem cely (perioda turbulentního větru LSC), za předpokladu, že jsou snímače umístěny v proudu tohoto větru. Převrácená hodnota tohoto času je pak frekvencí turbulentního větru, která slouží pro stanovení frekvenčního Reynoldsova čísla viz rovnice 28. Doba jednoho oběhu turbulentního větru se z autokorelace stanoví jako rozdíl pozice maxima autokorelační funkce a prvního bočního maxima autokorelační funkce [10]. Autokorelační funkce je symetrická. Ukázka autokorelace signálu z konkrétního měření je na obr. 34.

Rychlosti U a V jdou získat pomocí napasování eliptického modelu do auto a kroskorelačních křivek. Z vnesení normalizované (maximum autokorelační funkce má hodnotu 1) auto a kroskorelační funkce signálů lze stanovit časy τ_0 a τ_p , které se využijí pro stanovení rychlostí U a V [10]. Princip stanovení těchto časů lze vidět na obrázku 33.



Obr. 33 – Princip stanovení časů τ_0 a τ_p ; AC: T1 – autokorelace z časového signálu snímače T1; CC: T1, T2 – kroskorelace z časových signálů ze snímačů T1 a T2 [10]

Z obrázku 33 je vidět, že veličina τ_p se stanoví jako časový posun maxim auto a kroskorelační funkce. Tuto časovou veličinu lze interpretovat jako čas, za který dorazí koherentní struktura, jako například termický plum, od jednoho snímače k druhému. Veličina τ_0 se určí tak, že zjistíme hodnotu kroskorelace v čase $\tau = 0$ s a následně hledáme čas, ve kterém této hodnoty dosahuje autokorelace. Tato veličina má spojitost s Kraichnanovou teorií náhodného rozmazávání a lze ji interpretovat jako čas, za který dojde k rozmazání signálu vlivem fluktuací.

Ze získaných hodnot τ_0 a τ_p můžeme nyní vypočítat rychlosti nezbytné pro výpočet Reynoldsových čísel z následujících vztahů [10]:

$$U_p = \frac{r}{\tau_p} \quad (24)$$

$$U = r \frac{\tau_p}{\tau_0^2} = U_p \left(\frac{\tau_p}{\tau_0} \right)^2 \quad (25)$$

$$V = \frac{r}{\tau_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_p}{\tau_0} \right)^2} \quad (26)$$

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{U^2 + V^2} \quad (27)$$

Veličina r odpovídá vzájemné vzdálenosti snímačů fluktuací teploty [10]. U_p je rychlost termického plumu, U je rychlost spojená s Taylorovou teorií zamrzlého proudu, V je rychlost spojená s Kraichnanovou teorií náhodného rozmazávání a rychlost U_{eff} je efektivní rychlost používaná pro výpočet Reynoldsova čísla, které je hlavním porovnávacím parametrem chování Rayleigh-Bénardovy konvekce.

Z těchto rychlostí lze již vypočítat finální hledaná Reynoldsova čísla, které se používají pro popis systému Rayleigh-Bénardovy konvekce. Tato Reynoldsova čísla jsou definovaná ve vztazích 28-32 [10]:

$$Re_{f_0} = 2 \frac{L^2 f_0}{\nu} \quad (28)$$

$$Re_p = \frac{LU_p}{\nu} \quad (29)$$

$$Re_U = \frac{LU}{\nu} \quad (30)$$

$$Re_V = \frac{LV}{\nu} \quad (31)$$

$$Re_{eff} = \frac{LU_{eff}}{\nu} \quad (32)$$

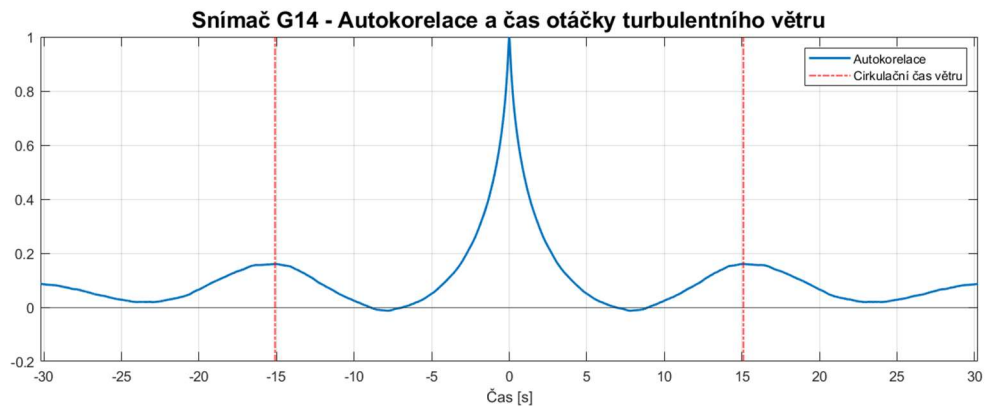
Výraz 28 udává Reynoldsovo frekvenční číslo vztažené k frekvenci turbulentního větru f_0 určené z autokorelace signálu. Toto jediné číslo lze získat pouze za pomoci jednobodového měření, pro vyjádření ostatních Re čísel je nezbytné vypočítat kroskorelace z dvobodového měření. Re_p je Reynoldsovo plumové číslo popisující chování termických plamů (29). Výrazy 30 a 31 odpovídají Reynoldsovým číslům vztaženým postupně k Taylorově a Kraichnanově teorii. Poslední Reynoldsovo číslo (32) je číslo efektivní, vycházející z eliptické metody sloužící k popisu systému Rayleigh-Bénardovy konvekce jako celku a k porovnání systémů s různými parametry Ra a Pr .

4.3.2. Korelační funkce a detekce obrátek směru větru

Po dokončení předzpracování surových naměřených dat, kontrole a zhodnocení jejich kvality následuje samotné zpracování těchto dat. Hlavním analyzačním nástrojem v této části jsou korelační funkce – autokorelace a kroskorelace. Výstupy korelačních funkcí detrendovaných signálů slouží k získání potřebných parametrů τ_0 a τ_p z eliptické metody.

Pomocí vestavěné funkce MATLABu `xcorr` [29] jsou vyhodnoceny autokorelace pro každý snímač a následně kroskorelace pro příslušné páry snímačů. V každém případě byly korelační funkce vyhodnocovány pro reálnou i imaginární složku signálu. Vypočtené autokorelace byly

následně vyděleny svou vlastní maximální hodnotou, čímž bylo docíleno normalizování těchto funkcí, tedy maximum autokorelace mělo hodnotu 1. Normalizace kroskorelačních funkcí probíhala podobně, jen docházelo k dělení odmocninou součinu maxim příslušných autokorelací signálů, ze kterých se počítala kroskorelační funkce.



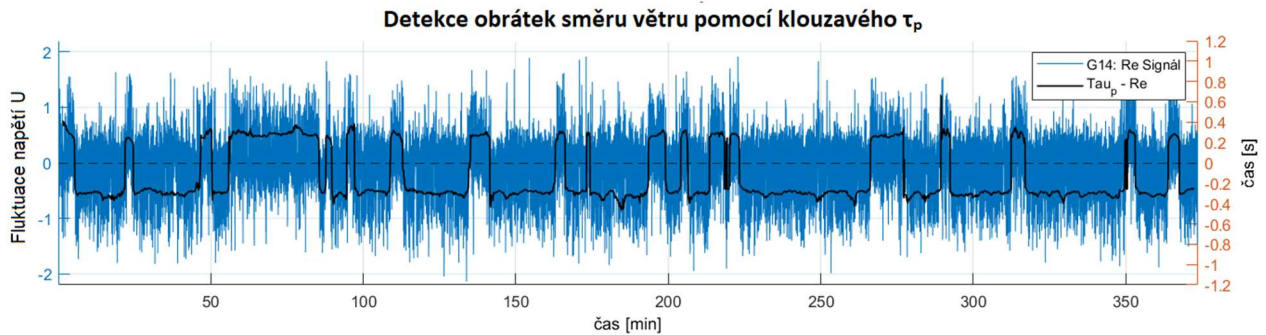
Obr. 34 – Autokorelace signálu s vyznačeným časem otáčky turbulentního větru

Na obrázku 34 je vidět vynesenu normalizovanou autokorelační funkci vypočtenou ze signálu snímače G14 z měření v celou s $\Gamma = 1$. Svislá červená čára je čas jedné obrátky turbulentního větru určen z prvního maxima autokorelační funkce. Autokorelace je symetrická, proto nezáleží, ze kterého prvního maxima odečítáme čas otáčky, který je v tomto konkrétním případě lehce vyšší než 15 s. Pokud by signál, ze kterého je počítána autokorelace, byl záznamem šumu, tvar autokorelace by se změnil tak, že by nedocházelo k postupnému nárůstu funkce směrem k nulovému času, ale došlo by ke skokové změně na maximální hodnotu v čase nula. Což lze vysvětlit tím, že šum si je sám sobě podobný jen v jediném okamžiku. Takovéto chování bylo pozorováno na datech ze snímače G01 (obr. 26). Ten byl již v dřívější části detekován na základě gaussovského tvaru hustoty pravděpodobnosti rozdělení fluktuací jako zdroj nekvalitních dat.

V případě dat ze série „f“, s konvektivní celou s $\Gamma = 1$ při vynesení normalizovaných korelačních funkcí, bylo zjištěno, že tvar kroskorelačních funkcí nesplňuje požadované vlastnosti pro odečítání parametrů pomocí eliptické metody. Pro vhodné použití této metody by se tvar kroskorelační funkce v oblasti maxima měl blížit parabole, což zde nebylo splněno. Na kroskorelační funkci se ve všech měřeních objevoval „hrb“ vychýlený do jedné strany (obr. 36). Tento hrb je způsoben vlivem otáčení směru rotace turbulentního větru v cele a jedná se o manifestaci nepřevládajícího směru proudění turbulentního větru. K překonání tohoto jevu bylo přistoupeno následujícím způsobem.

Hlavní myšlenkou bylo rozdělit stávající signál na dva signály tak, že každý z nich odpovídá jednomu směru turbulentního větru. Aby toto bylo možné, musely být prvně detekovány časy, ve kterých docházelo ke změně směru větru. K detekci obrátek byl využit přístup výpočtu parametru τ_p pomocí korelačních funkcí počítaných na určité části signálu – okně. Toto okno se posouvá o předepsaný krok a je v něm opět počítán parametr τ_p . Takto se postupuje až do konce délky signálu. Počítaný parametr τ_p mění svou velikost a znaménko v závislosti na směru proudění převažujícím v aktuální pozici výpočetního okna. Tedy svým znaménkem reaguje na změnu směru proudění uvnitř cely. Pokud by výpočetní okno bylo příliš široké, nedocházelo by k podchycení krátkých intervalů, ve kterých turbulentní vítr změnil svou orientaci. Příliš úzké výpočetní okno je naopak příliš citlivé a může zachycovat změny směru i tam, kde k nim nemuselo dojít. Okno by nemělo být užší, než je doba jedné periody cirkulace turbulentního větru. Šířka výpočetního w_s okna byla experimentálně stanovena jako desetinásobek

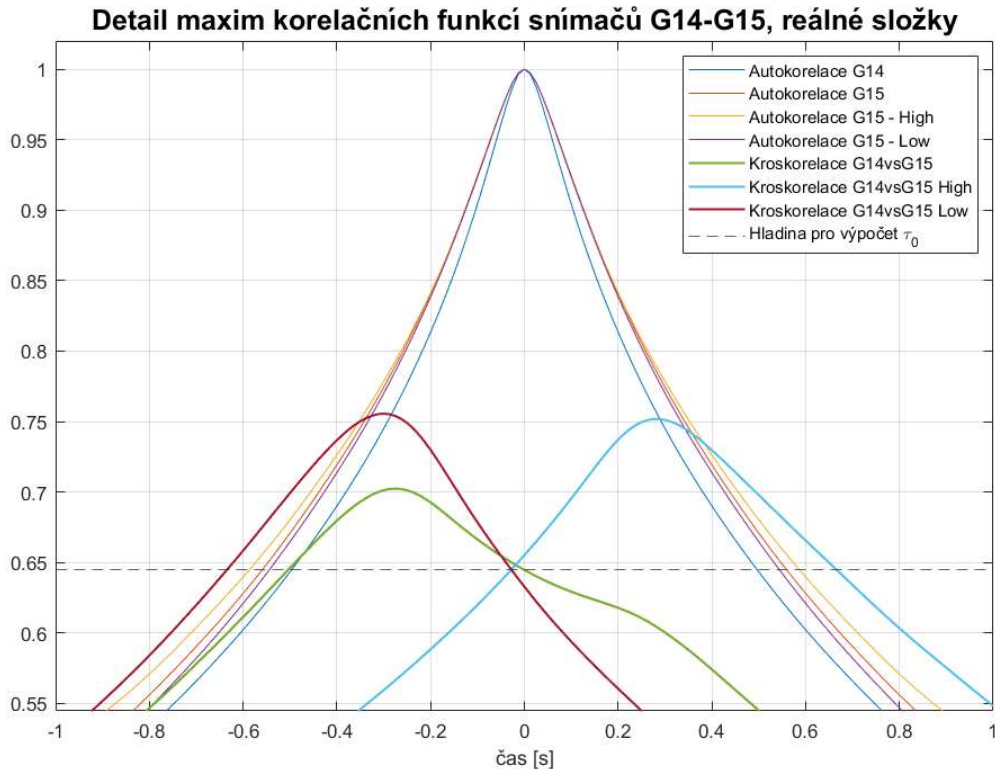
cirkulačního času turbulentního větru. Tato šířka se prokázala jako vhodná. Tímto přístupem byl získán průběh klouzavého τ_p . Na tento průběh byla následně aplikována funkce detekce obrátu větru, která porovnávala znaménka po sobě jdoucích hodnot a v případě, že zaznamenala změnu znaménka, uložila pozici, kdy k této změně došlo. V rámci této funkce musel být ošetřen případ, kdy hodnoty τ_p byly rovny nule a způsobovaly chyby v detekci obrátek. Tento problém byl odstraněn tak, že v případě detekce nulové hodnoty se postupně přecházelo na další hodnotu v pořadí tak dlouho, dokud opět nebyla nalezena nenulová hodnota k porovnání s poslední nenulovou hodnotou.



Obr. 35 – Detekce obrátek směru větru pomocí klouzavé τ_p , měření $\Gamma = 1$, ze snímačů G14 a G15, $\log Ra = 12,947$; $Pr = 1,34$; modrá čára je detrendovaný signál ze snímače G14, černá čára je vypočtené klouzavé τ_p reagující na změnu směru turbulentního větru

Na obrázku 35 jde pozorovat, jak hodnota klouzavého τ_p kopíruje tvar původního signálu. V místech, kde překračuje nulu, se nachází místa obrátek směru turbulentního větru. Můžeme také dobře pozorovat, že jeden ze směrů proudění je dominantní. Směr proudění nelze konkrétně pojmenovat, proto pro potřeby rozlišování byly používány výrazy „high“ odpovídající směru s převažujícími kladnými výchylkami fluktuací signálu na snímači a „low“ s převažujícími zápornými výchylkami fluktuací signálu na snímači. Potom můžeme o případu z obrázku 36 říct, že v něm převažuje směr proudění „low“. Zároveň je potřeba si uvědomit, že snímače na opačné straně cely budou mít vždy dominantní směr přesně opačný, tedy v tomto případě „high“. To je způsobeno vlivem válcového tvaru turbulentního větru a směrem jeho cirkulace, za předpokladu, že se snímače nacházejí v proudu turbulentního větru.

V místech nalezených obrátek došlo k rozdělení signálu. Signály se stejným dominantním směrem byly seskupeny dohromady a vznikly tak dva samostatné signály označené „high“ a „low“ a to pro reálnou i imaginární složku komplexního signálu každého snímače. Následným vynesáním kroskorelací high i low signálů příslušných párů snímačů bylo zjištěno, že jejich tvary již vyhovují aplikaci eliptické metody (obr. 31).

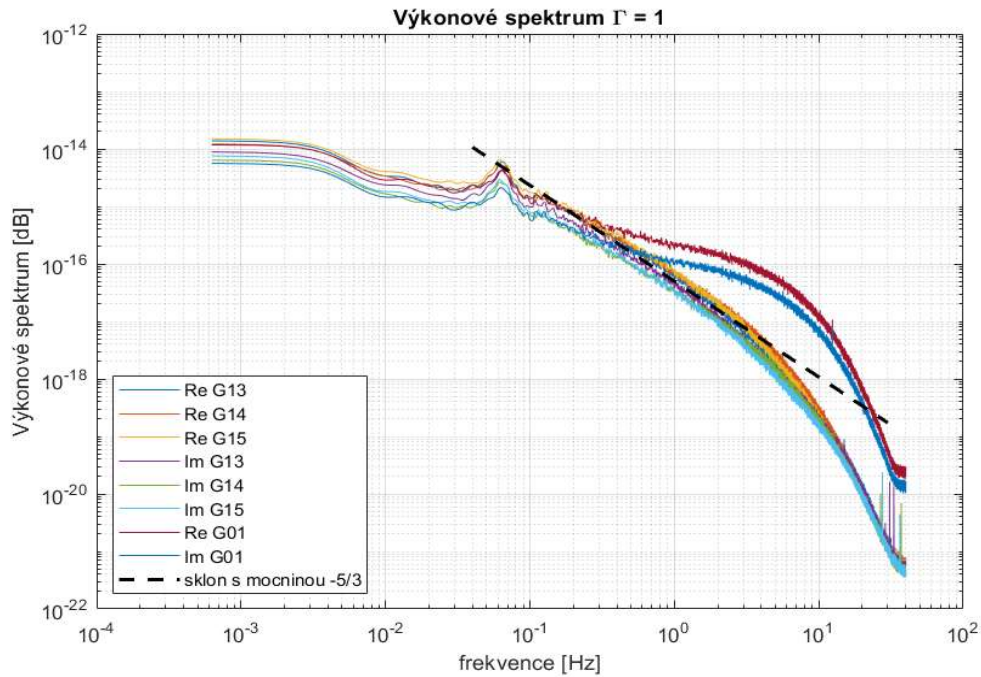


Obr. 36 – Detail maxim korelačních funkcí snímačů G14-G1, $\log Ra = 12,947$; $Pr = 1,34$

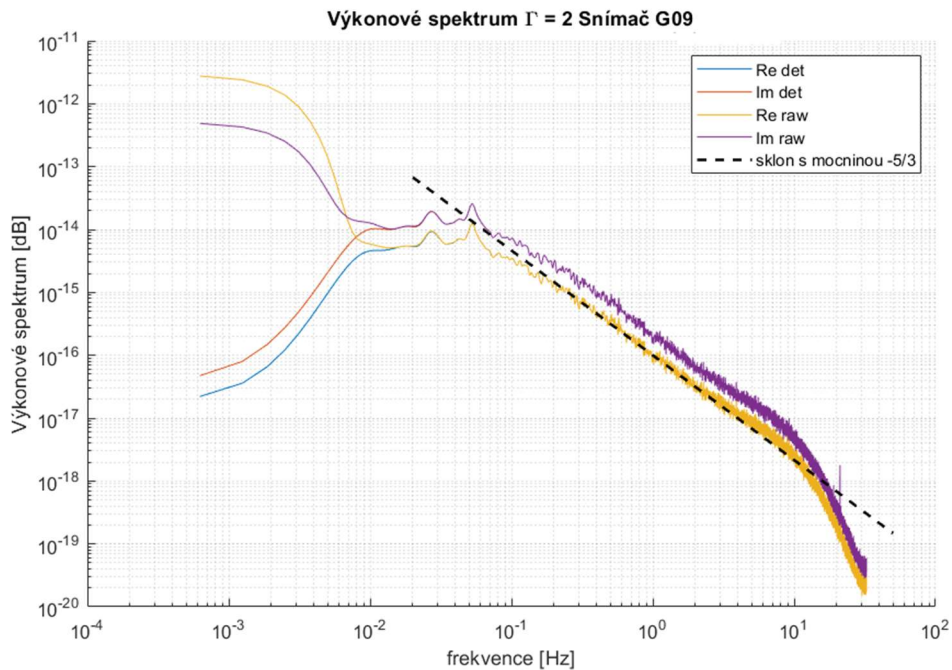
Na obrázku 36 můžeme vidět tvar původní kroskorelace nerozděleného signálu (zelená křivka) s typickým hrbem vytvořeným vlivem změny směru proudění turbulentního větru, kvůli kterému nelze aplikovat eliptickou metodu. Kroskorelace rozdělených signálů na směry high a low vykazují chování, které se ve svém maximu blíží parabole. Díky tomu lze využít eliptické metody na každý z těchto signálů zvlášť. Určení hodnot τ_0 a τ_p se provedlo podle postupu popsaného v kapitole 4.3.1. Eliptická metoda.

4.3.3. Výkonové spektrum

Pro další analýzu chování proudění při Rayleigh-Bénardově konvekci bylo využito výkonové spektrum. Jedná se o běžný nástroj používaný pro analýzu signálu, který nám poskytuje informace o energetickém rozložení vzhledem k frekvenci [30]. Z matematického hlediska je výkonové spektrum výsledkem Fourierovy transformace autokorelace signálu [30]. Vyhodnocení spektra bylo provedeno pro obě série měření. Vzorová výkonová spektra z měření s celou $\Gamma = 1$ můžeme vidět na obr. 37 a z měření s celou $\Gamma = 2$ na obr. 38.



Obr. 37 – Výkonové spektrum autokorelace, měření s celou $\Gamma = 1$; křivky odpovídají příslušným složkám (reálná, imaginární) signálů ze snímačů, $\log Ra = 12,947$; $Pr = 1,34$



Obr. 38 – Výkonové spektrum autokorelace, měření s celou $\Gamma = 2$; křivky odpovídají příslušným složkám (reálná, imaginární) signálů ze snímačů před (raw) a po detrendu (det), $\log Ra = 11,827$, $Pr = 0,953$

V obou případech lze pozorovat podobné chování spekter. Jednotlivá měření příslušící ke stejné sérii měření vykazují mezi sebou shodné chování. Lze vidět, že nejvíce energie je uloženo v nízkofrekvenčních oblastech. Dále pak s narůstající frekvencí klesá energie spektra s mocninou závislostí. Toto chování odpovídá přerozdělování energií vírů od větších po menší (inerciální oblast) podle Kolmogorovy teorie, která byla uvedena v teoretické části této práce,

a tedy mocnina určující sklon klesání odpovídá $-5/3$. V oblasti nejvyšších frekvencí pak dochází k disipaci energie do tepla.

Na obrázku 37 je zároveň ukázáno chování snímače G01, který zachycuje šum. Můžeme si povšimnout, že především v oblasti vyšších frekvencí dochází ke značnému odklonu od hodnot z ostatních snímačů a nedochází ke kopírování mocninné závislosti typické pro turbulentní proudění.

Na obrázku 38 je pak uveden vliv odstranění trendu ze signálu na výkonové spektrum. Lze vidět, že neodstraněný trend zanáší do spektra vysoké energie v oblastech nízkých frekvencí, které však neodpovídají skutečnému chování proudění, ale odráží se v nich „plavání“ signálu v čase. Snímače ze série měření s celou s poměrem stran $\Gamma = 2$ byly velice zatížené tímto jevem, a proto si můžeme povšimnout, že energetický rozdíl spektra před a po odstranění trendu je veliký.

Důležitým pozorovaným bodem pro analýzu chování proudění je pak výrazný pík před začátkem oblasti kaskády přerozdělování energie vírů. Frekvence tohoto píku odpovídá frekvenci cirkulace turbulentního větru. Velice zajímavý je pak fakt, že v případě měření s celou $\Gamma = 2$ lze pozorovat tyto píky dva. Frekvence druhého píku je přibližně dvojnásobná a vyskytuje se u všech měření v této sérii. První pík odpovídá frekvenci cirkulace turbulentního větru. Určení dynamického chování odpovídající druhému píku je ovšem mnohem obtížnější, protože výskyt druhého píku není obvyklý, obzvláště pak u cely s $\Gamma = 2$. Tento jev byl pozorován pouze u cely s $\Gamma = 1$, u experimentů s vyšší hodnotou Γ (2 a 3) tento jev nebyl pozorován vůbec, nebo jen s naprosto minimálním vlivem [31].

Z pohledu proudění zde dochází k přechodu struktury turbulentního větru přes snímače fluktuací. Snímače tento přechod detekují dvakrát během jedné otáčky turbulentního větru. Šlo by tedy uvažovat, že zde dojde k přechodu struktury ze strany na stranu a zpět během jedné otáčky. Takovýto azimutální pohyb struktury turbulentního větru [31] by pak naznačoval, že se v cele nachází spíše vítr s topologií zploštělého válce, a ne s toroidní topologií, která je symetricky rozložená v prostoru a k podobnému chování by u ní nejspíše nemělo docházet.

Bylo by vhodné zaměřit se na pozorování a zkoumání tohoto dynamického jevu v dalších pracích. Je důležité uvědomit si, že data ze série měření s celou $\Gamma = 2$ trpí zhoršenou kvalitou vlivem nedobře tepelně odizolovaných odporových mostů (viz kapitola 3.), která způsobují „plavání“ signálů. Proto by bylo také vhodné zopakovat tuto sérii experimentů s lépe zaizolovanou měřicí aparaturou.

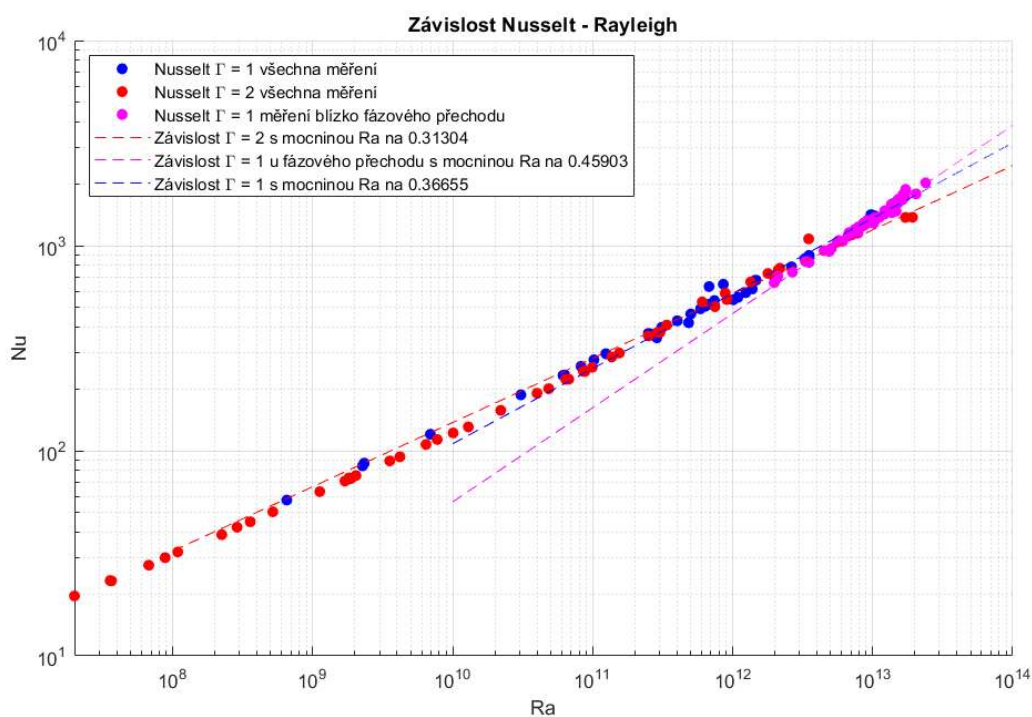
4.4. Vyhodnocení výsledků zpracovaných signálů

4.4.1. Závislost $Nu(Ra)$

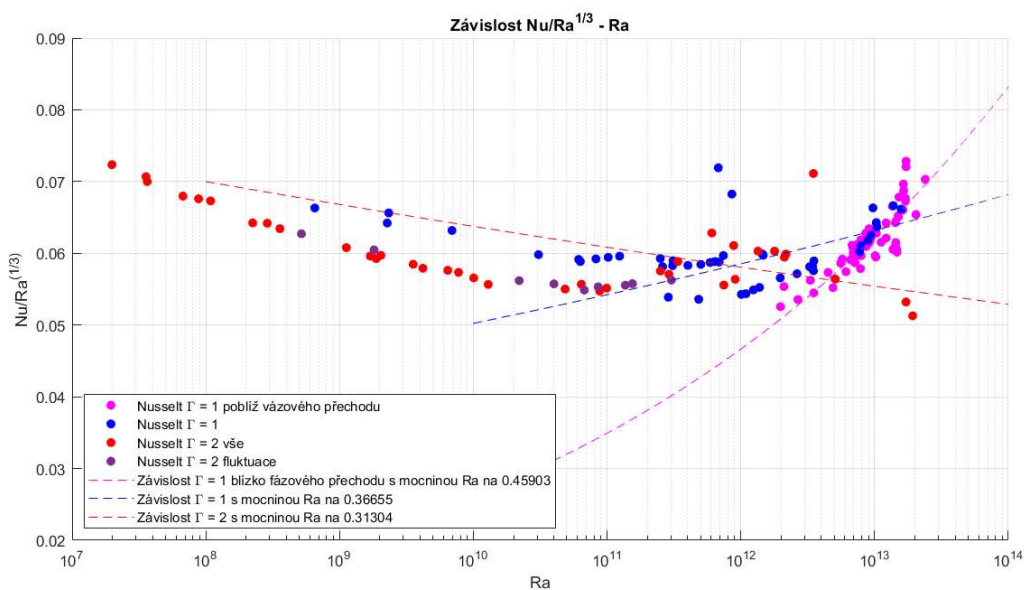
Prvním vyhodnocovaným parametrem je Nusseltovo číslo – poměr konvektivního přenosu tepla a přenosu tepla vedením. Tento parametr je vypočítán podle rovnice 12, kde tepelný tok systémem je určen z napětí a proudu odporového topení spodní desky experimentální cely. Přestože je nerezovými stěnami cely vedeno teplo, pro výpočet Nusseltova čísla v této práci se tento tepelný tok zanedbává a uvažuje se, že veškeré teplo vygenerované topením v desce je přeneseno do média uvnitř experimentální cely kryostatu. K výpočtu Nusseltova čísla je potřeba dále určit rozdíl teplot ΔT mezi spodní a horní deskou. Není tedy nutné měřit teplotní fluktuace uvnitř cely. Díky tomu bylo pro výpočet Nusseltova čísla k dispozici více měřených pracovních bodů než pro stanovování Reynoldsových čísel.

Z vypočtených Nusseltových čísel byla určena mocninná závislost na Rayleighově čísle. Protože některá měření se nastavenými parametry teploty a tlaku blíží k fázovému přechodu helia z plynného do kapalného skupenství (viz obr. 20), byla pro ně stanovena samostatná závislost. U těchto měření je totiž předpokládáno, že zde bude vidět vliv nebuossinesqovských efektů popsaných v kapitole 2.1.3. Kvůli zvýraznění odchylky od předpokládané závislosti na $1/3$ se běžně závislosti Nusselt-Rayleigh vynášejí v kompenzované formě, kde se Nusseltovo číslo kompenzuje Rayleighovým číslem ve tvaru (viz tab. 2):

$$Nu/Ra^{\frac{1}{3}} \quad (33)$$



Obr. 39 – Závislost $Nu-Ra$



Obr. 40 – Kompenzovaná závislost $Nu-Ra$

Na obrázku 39 můžeme vidět vynesené závislosti $Nu(Ra)$ pro měření cely s $\Gamma = 2$ (červené body), měření s celou $\Gamma = 1$ dále od fázového přechodu (modré body) a měření s celou $\Gamma = 1$ blízko fázového přechodu (fialové body). Na první pohled by z obrázku 39 mohlo připadat, že všechny tyto body sledují stejnou závislost, když je ale vyneseme v kompenzované formě (obrázek 40), můžeme lépe sledovat odklon jednotlivých závislostí od teoretické hodnoty $1/3$ viz tab. 2.

Je vidět, že pro vyšší hodnoty intenzity turbulence (vyšší Ra) začíná docházet k výrazné změně mocninné závislosti. Teoreticky by zde tedy mohlo docházet ke změně režimu konvekce směrem k ultimátnímu režimu. Důležité je si uvědomit, že pro výpočet je uvažována Oberbeck-Boussinesqovská aproximace, která uvažuje materiálové vlastnosti pracovního média konstantní v celém objemu experimentální cely. Tento předpoklad nelze dodržet zejména v blízkosti fázového přechodu (měření $\Gamma = 1$, fialové body) helia, kdy materiálové vlastnosti rozhodně nelze považovat za konstantní. Proto je mnohem pravděpodobnější, že zde pozorujeme vliv neboussinesqovských efektů, a ne přechod do ultimátního režimu turbulentní konvekce. Toto chování bylo popsáno v [9].

Data ze série měření $\Gamma = 1$ byla již jednou analyzována. V této práci se tedy jedná o reanalýzu tohoto měření. Obdobné výsledky včetně vlivu NOB efektů byly pozorovány a popsány v dřívější práci [Imn].

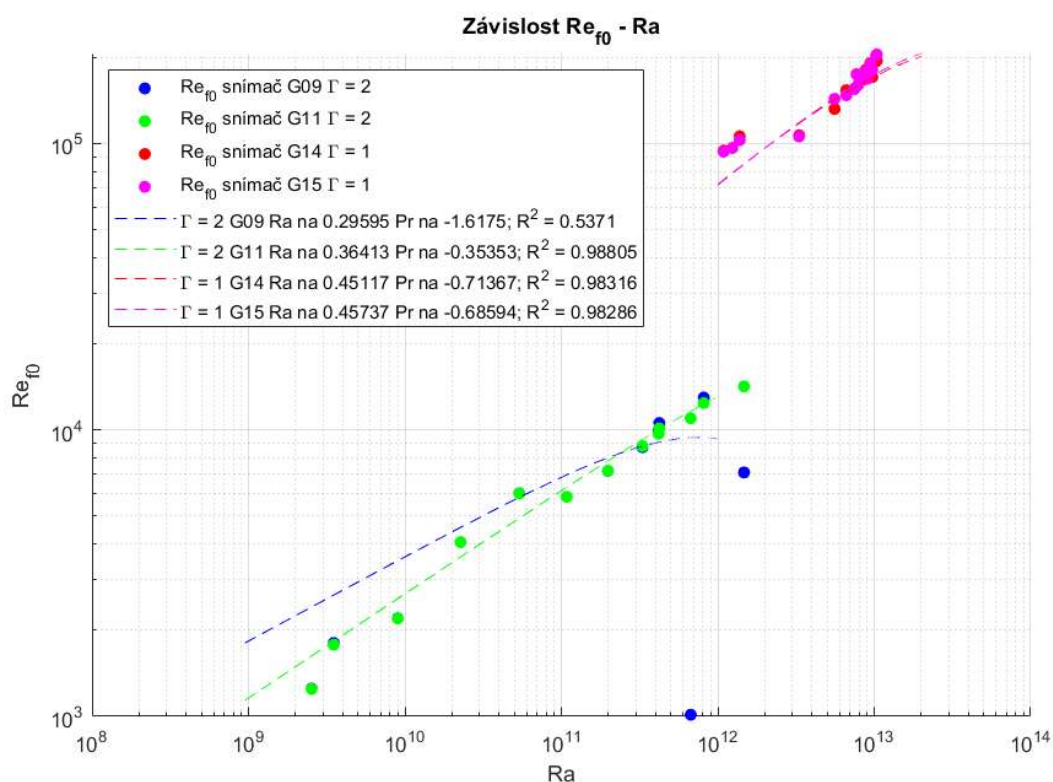
Na obrázcích 39 a 40 lze také vidět efekt kompenzované formy Nu čísla pro vizuální zhodnocení výsledků. Dále lze konstatovat, že mocninná závislost pro případ $\Gamma = 1$ měření dále od fázového přechodu v kompenzované formě nekopíruje příliš dobře naměřené body. To je způsobeno tím, že naměřené body zde mají vyšší rozptyl a pro body s vysokými Rayleighovými čísly dochází k viditelné změně závislosti, což bude pravděpodobně způsobeno neboussinesqovskými efekty. Obdobné chování vykazuje i závislost měření $\Gamma = 2$, kde se v oblasti vyšších Ra viditelně mění závislost $Nu(Ra)$. To bude způsobeno vlivem přibližování se fázovému přechodu u těchto měření a následným vlivem NOB efektů.

4.4.2. Vyhodnocená Reynoldsova čísla

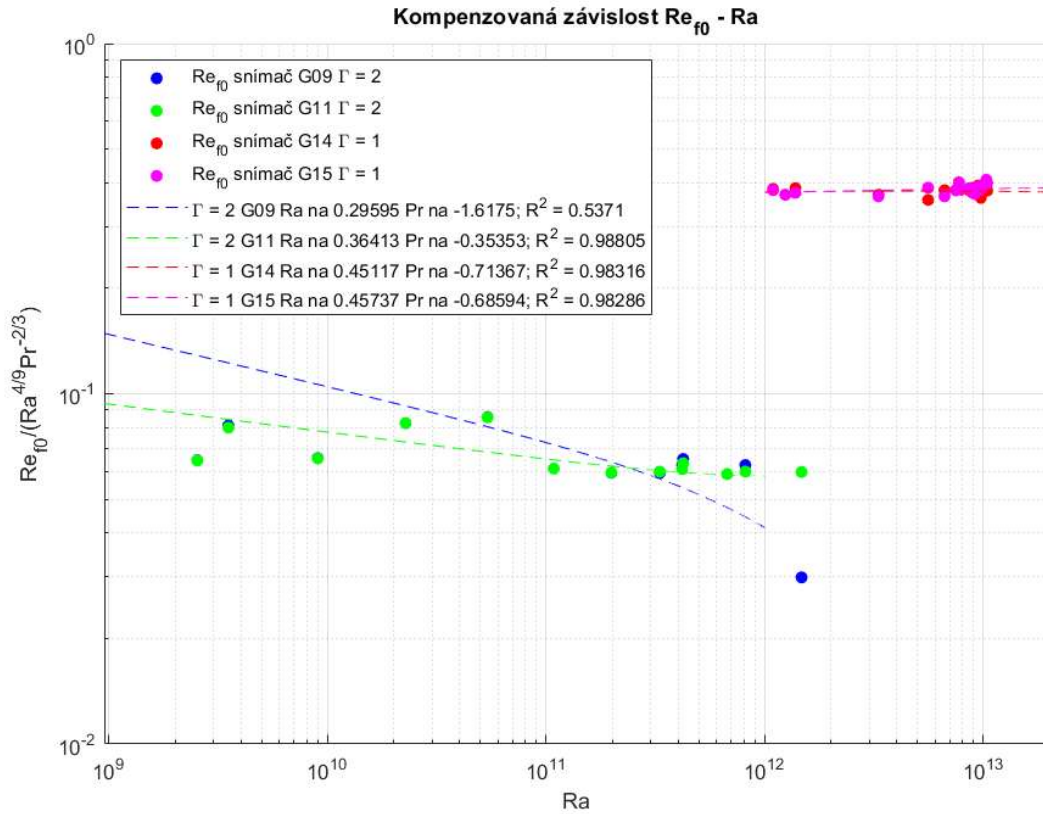
Vyhodnocování všech typů Reynoldsových čísel probíhalo podle principu uvedeného v kapitole 4.3.1. Eliptický model. Frekvenční Reynoldsovo číslo bylo vyhodnocováno z měření fluktuací teploty jednotlivými snímači uvnitř cely, jednalo se tedy o tzv. jednobodové měření. Ostatní Reynoldsova čísla byla vyhodnocována vždy pro pár snímačů, jednalo se tedy o tzv. dvojbodové měření. U měření v cele $\Gamma = 1$ byly použity dva páry snímačů, ovšem data ze snímače G01 byla velice nekvalitní, a proto pro vyhodnocování výsledků nebyla použita data z páru snímačů G01, G13. Hledaný mocninný tvar uvažuje závislost na Rayleighově a Prandtlově čísle. Pro každý fit závislosti byl počítán koeficient determinace R^2 , který popisuje kvalitu daného fitu. Podobně jako u Nusseltova čísla i u Reynoldsových čísel se pro lepší zobrazení používá kompenzovaná forma. Re číslo je zde kompenzováno Ra i Pr číslem v následujícím tvaru (viz tab. 2):

$$Re/Ra^{\frac{4}{9}}Pr^{-\frac{2}{3}} \quad (34)$$

Pro vynášení závislostí je zjednodušeně uvažováno Prandtlovo číslo jako lineární funkce Rayleighova čísla. Tato závislost byla určena z naměřených hodnot Pr čísla. Ve všech případech jsou uvažovány dvě lineární závislosti $Pr = Pr(Ra)$ a to v intervalech $Ra \in <10^9; 10^{12}>$ a $Ra \in <10^{12}; 0,1 \cdot 10^{14}>$.

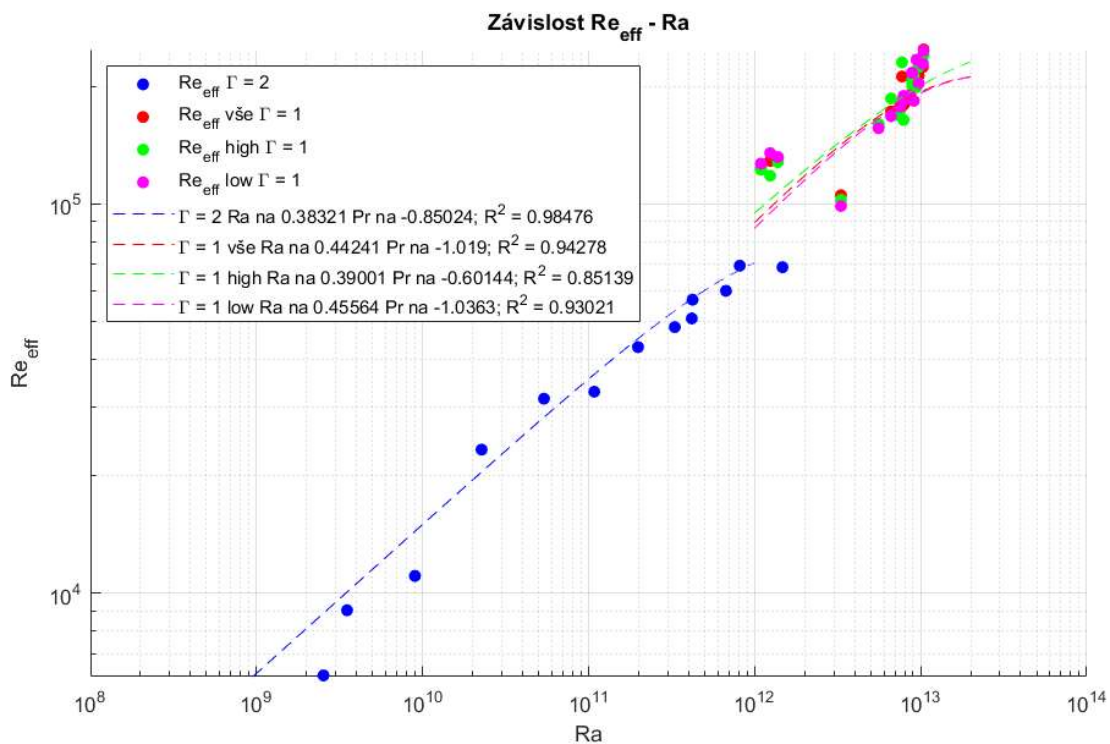


Obr. 41 – Závislost Re_{f0} – Ra

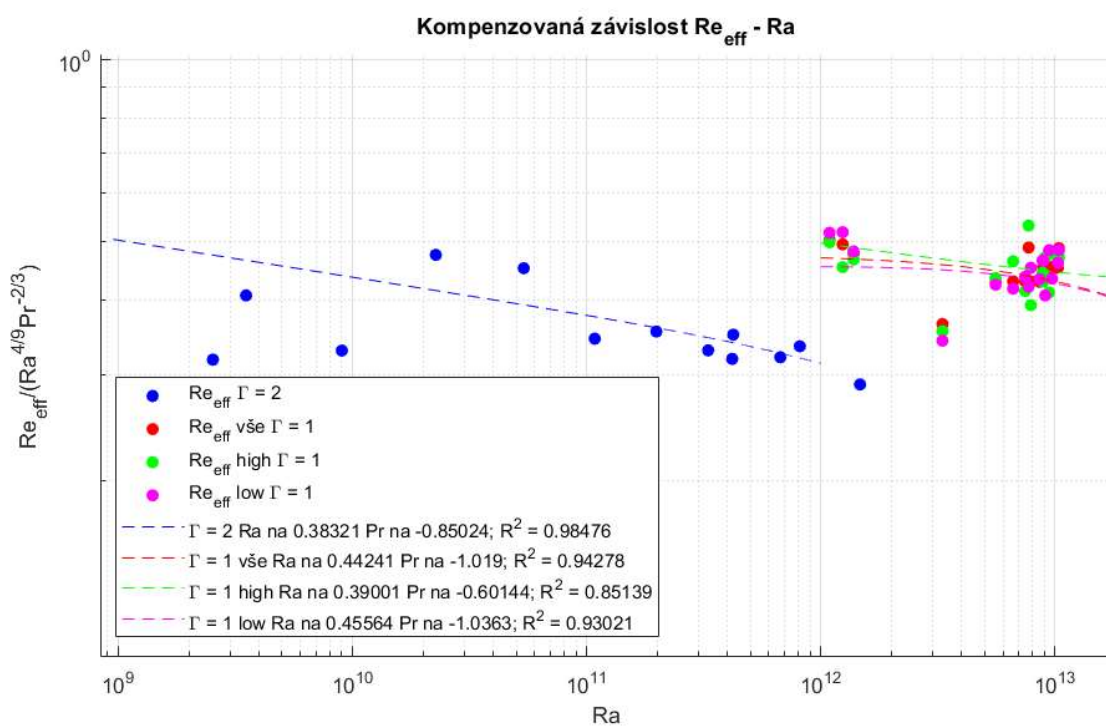


Obr. 42 – Kompenzovaná závislost Re_{f0} – Ra

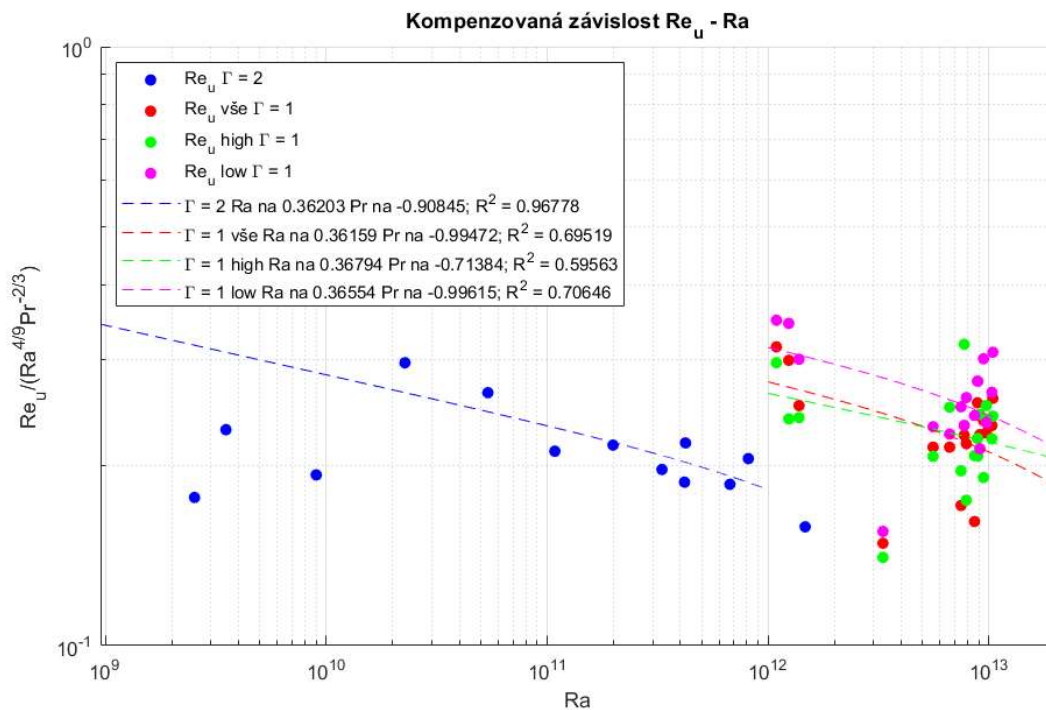
Na obrázcích 41 a 42 můžeme vidět, že ve většině případů si vypočtená frekvenční Reynoldsova čísla pro jeden pár snímačů velice dobře odpovídají. Případy, kdy tomu tak není, mohou být způsobeny prostou chybou měření. Druhá varianta, proč si Re čísla příslušných snímačů neodpovídají je, že pouze jeden ze snímačů byl ovlivněn dynamikou turbulentního větru. Tedy hlavní proud turbulentního větru procházel pouze přes jeden snímač z páru. Toto zjištění by mohlo být velice zajímavé pro hlubší pochopení dynamiky turbulentního větru, ovšem pro potvrzení této hypotézy by bylo nutné provést více měření především ve vyšších Ra číslech pro celu s poměrem stran $\Gamma = 2$. Podobnou problematikou se zabýval článek [10]. Je zde také dobře vidět, že kvalita fitu mocninné funkce je pro všechny případy až na snímač G09 velice dobrá, tedy parametr R^2 se blíží jedné. Zhoršení parametru R^2 je způsobeno právě neuceleností vypočtených hodnot.



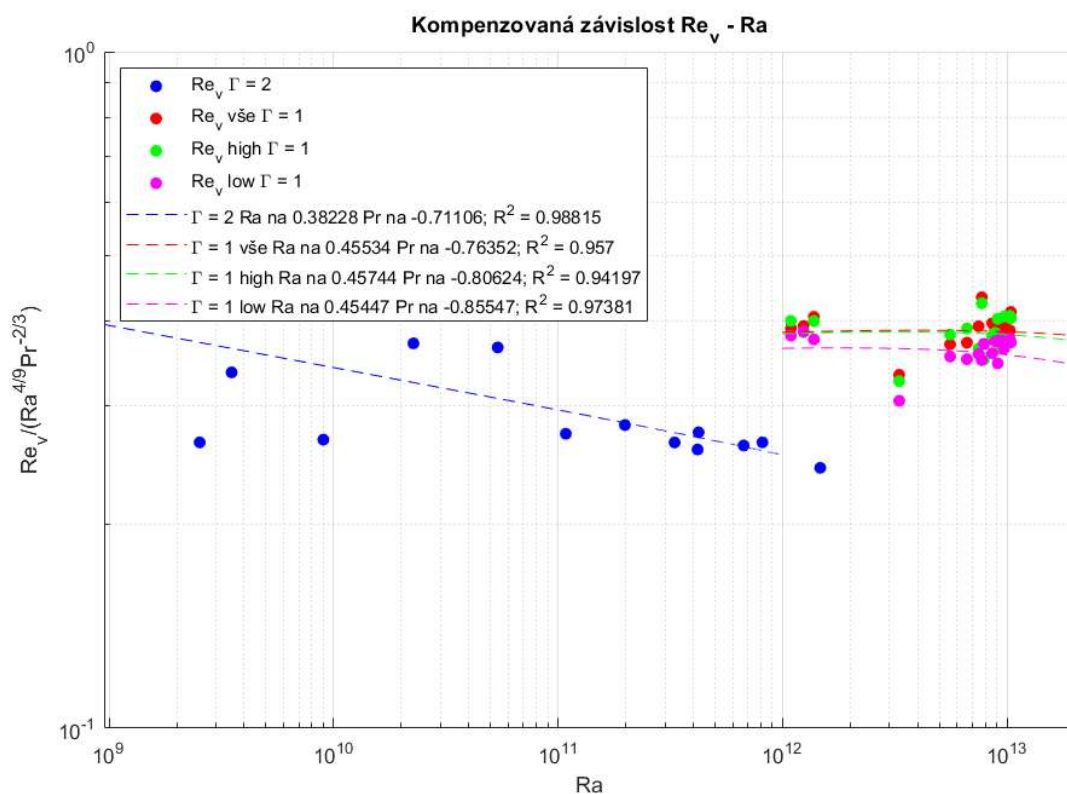
Obr. 43 – Závislost Re_{eff} – Ra



Obr. 44 – Kompenzovaná závislost Re_{eff} – Ra



Obr. 45 – Kompenzovaná závislost Re_u – Ra

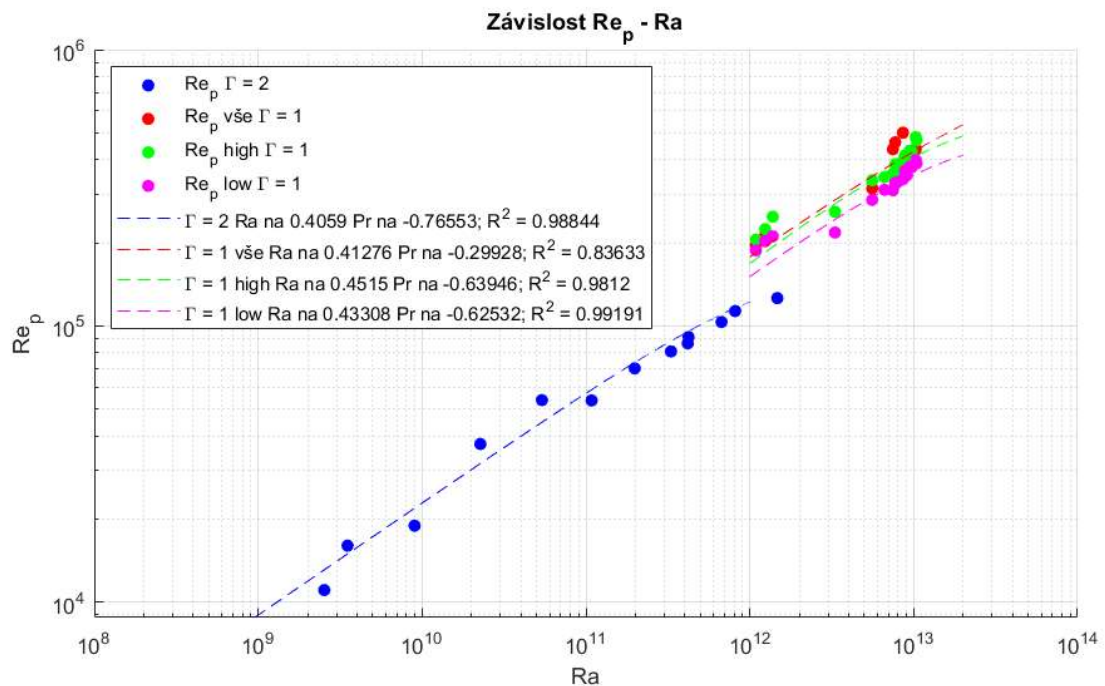


Obr. 46 – Kompenzovaná závislost Re_v – Ra

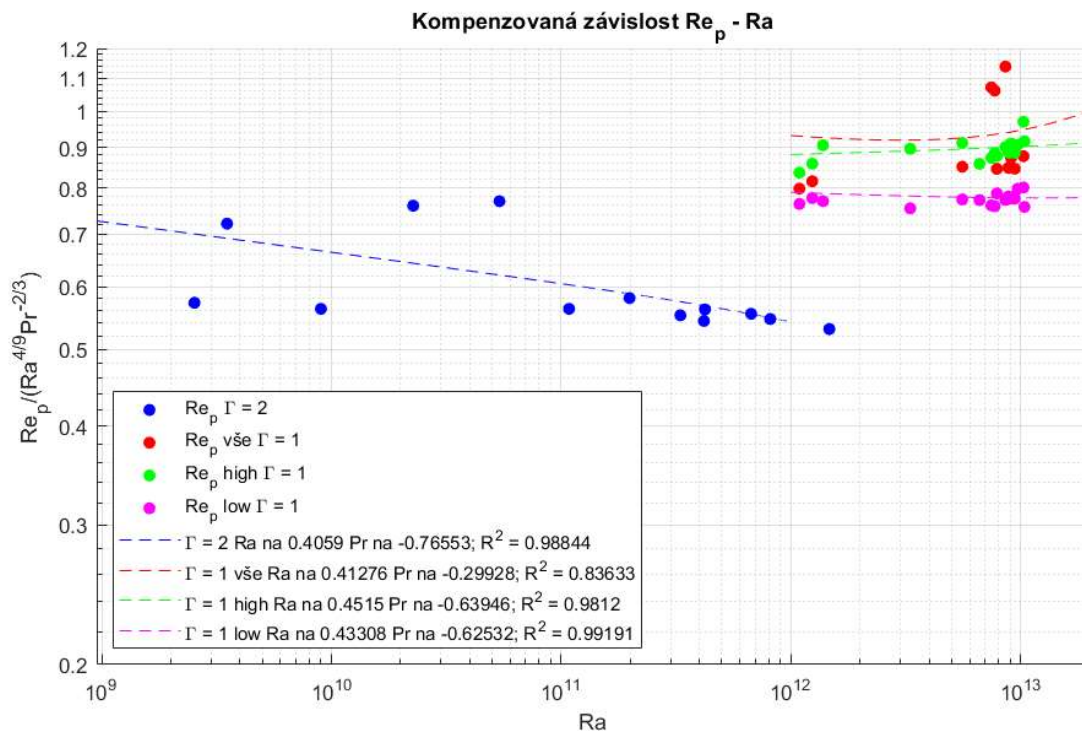
Výsledky Reynoldsových čísel byly zpracovány ze snímačů G09 a G11 pro celu s $\Gamma = 2$ a ze snímačů G14 a G15 pro celu s $\Gamma = 1$. Výsledky byly zpracovány nejprve pro spojený signál a následně pro signál rozdělený podle směru otáček turbulentního větru na směry „High“ a „Low“. U experimentů s celou $\Gamma = 2$ nedocházelo ke změně smyslu otáčení turbulentního větru. Z toho důvodu je zde vyhodnocen pouze případ pro celý signál. V případě cely s $\Gamma = 1$ vždy docházelo k tomu, že jeden směr turbulentního větru byl dominantní. Až na dva případy to byl směr „Low“.

Obrázky 43 a 44 ukazují vynesené závislosti Re_{eff} v klasické a kompenzované formě. Získaná data mají obecně větší rozptyl než hodnoty Re_p (obrázek 48), což vede na horší kvality fitů. To bude způsobeno vlivem Re_U (obrázek 45), z kterého je Re_{eff} počítané.

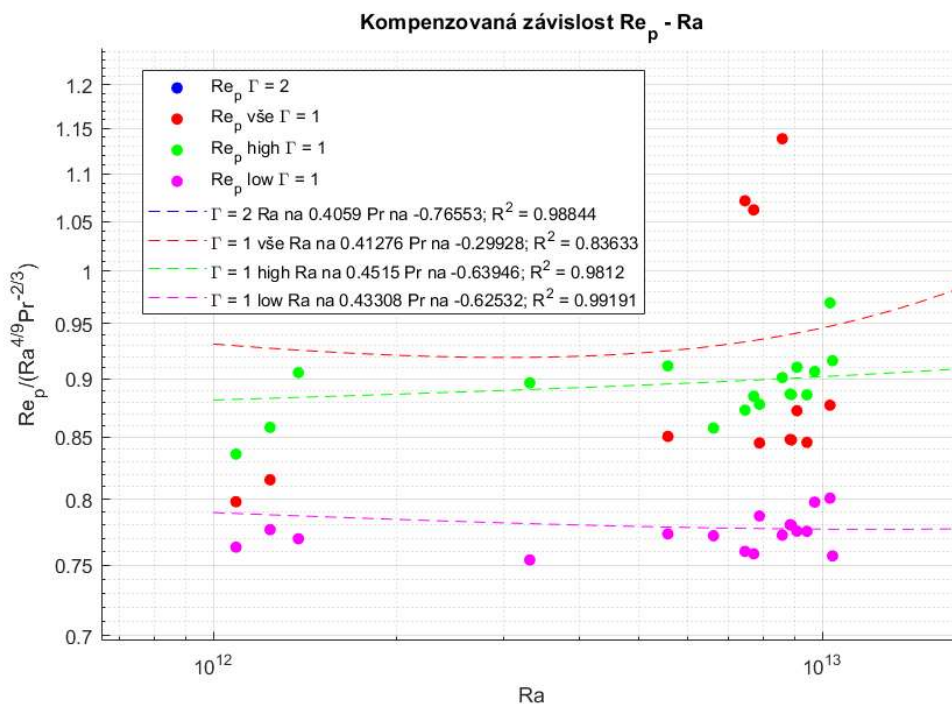
Na obrázcích 45 a 46 můžeme pozorovat chování Reynoldsových čísel vztažených k Taylorově teorii zamrzlého proudu a Kraichnanově teorii náhodného rozmazávání. Především pro měření s celou $\Gamma = 1$ lze vidět, že v případě Re_v dostáváme podstatně uspořádanější výsledky než v případě Re_U . Tento fakt lze velice dobře pozorovat na koeficientu determinace, který dosahuje pro případ Re_U velice nízkých hodnot. Studování tohoto jevu není součástí této práce, jedná se však o zajímavý podmět k výzkumu do budoucna.



Obr. 47 – Závislost Re_p – Ra



Obr. 48 – Kompenzovaná závislost Re_p – Ra



Obr. 49 – Detail kompenzované závislosti Re_p – Ra

Na obrázcích 47 a 48 je vidět vynesení vypočtených Re_p čísel v klasické a kompenzované formě. V několika málo bodech nesedí počet bodů pro případy celého, high a low signálu. To je způsobeno algoritmem použitým pro výpočet parametru τ_0 popsáním v kapitole 4.3.1. Eliptický model. Tento algoritmus výpočtu nezaznamenává hodnoty autokorelační funkce na hladině s hodnotou kroskorelační funkce v čase $t = 0$ na určené přesnosti z důvodu velkého

rozptylu dat. V takovémto případě je hodnota τ_0 nastavena na NaN (Not a Number) a výsledné Reynoldsova čísla počítané z tohoto τ_0 mají rovněž hodnotu NaN, která se ve vynesných grafech nezobrazuje.

Na obrázku 49 – Detail Kompenzované závislosti $Re_p - Ra$ je nejlépe vidět vliv rozdělení naměřených signálů na oba směry „High“ a „Low“. Fit závislosti určený z hodnot Re čísla počítaného z celého signálu má zde výrazně nižší koeficient determinace R^2 ukazující kvalitu fitované funkce. Po rozdělení na dva směry lze pozorovat výrazné zlepšení chování fitu mocninných funkcí. Z tohoto lze konstatovat, že metoda rozdělení signálů podle směru otáčení turbulentního větru má pozitivní vliv na získané výsledky.

Dále můžeme vidět, že vypočtená data z měření s celou $\Gamma = 2$ mají větší rozptyl. To bude pravděpodobně zapříčiněno tím, že obecně tato data měla horší kvalitu způsobenou nedobře tepelně zaizolovanými odporovými mosty, do kterých jsou zapojené odporové snímače fluktuací teploty.

Žádná ze získaných závislostí Reynoldsova čísla nevykazuje výraznou změnu režimu konvekce v oblasti vysokých Ra čísel.

Veškeré vypočtené koeficienty mocninných závislostí a koeficienty determinace těchto fitů jsou uvedeny v tabulce 3.

parametr	řada měření / signál	γ	α	R^2
Nu	$\Gamma = 2$	0,31304	-	0,98690
Nu	$\Gamma = 1$	0,36655	-	0,99150
Nu	$\Gamma = 1$; blízko fázového přechodu	0,45903	-	0,96670
Re_{f0}	$\Gamma = 2$; G09	0,29595	-1,61750	0,53710
Re_{f0}	$\Gamma = 2$; G11	0,36416	-0,35353	0,98805
Re_{f0}	$\Gamma = 1$; G14	0,45117	-0,71367	0,98316
Re_{f0}	$\Gamma = 1$; G15	0,45737	-0,68594	0,98286
Re_p	$\Gamma = 2$	0,40590	-0,76553	0,98844
Re_p	$\Gamma = 1$; vše	0,41276	-0,29928	0,83633
Re_p	$\Gamma = 1$; high	0,45150	-0,63946	0,98120
Re_p	$\Gamma = 1$; low	0,43308	-0,62532	0,99191
Re_U	$\Gamma = 2$	0,36203	-0,90845	0,96778
Re_U	$\Gamma = 1$; vše	0,36159	-0,99472	0,69519
Re_U	$\Gamma = 1$; high	0,36794	-0,71384	0,59563
Re_U	$\Gamma = 1$; low	0,36554	-0,99615	0,70646
Re_V	$\Gamma = 2$	0,38228	-0,71106	0,98815
Re_V	$\Gamma = 1$; vše	0,45534	-0,76352	0,95700
Re_V	$\Gamma = 1$; high	0,45744	-0,80624	0,94197
Re_V	$\Gamma = 1$; low	0,45447	-0,85547	0,97381
Re_{eff}	$\Gamma = 2$	0,38321	-0,85024	0,98476
Re_{eff}	$\Gamma = 1$; vše	0,44241	-1,01900	0,94278
Re_{eff}	$\Gamma = 1$; high	0,39001	-0,60144	0,85139
Re_{eff}	$\Gamma = 1$; low	0,45564	-1,03630	0,93021

Tab. 3 – Koeficienty mocnin závislostí a koeficient determinace R^2 ; γ a α jsou mocniny závislostí $Nu \propto Ra^\gamma Pr^\alpha$ a $Re \propto Ra^\gamma Pr^\alpha$

Závislosti Nusseltova a Reynoldsova čísla jsou uvažovány podle rovnic 13 a 14. U Nusseltova čísla není uvažována závislost na Prandtlově čísle. Koeficienty γ jsou tedy hodnoty mocnin příslušící k Rayleighově číslu a koeficienty α hodnoty mocnin příslušící Prandtlově číslu.

5. Závěr

Úvodní část této práce se věnuje teoretickému popisu turbulentního proudění a Rayleigh-Bénardově konvekci, jevu, při kterém dochází ke konvektivnímu proudění mezi dvěma paralelními deskami, z nichž je spodní ohřívána a horní ochlazována. V této části jsou popsány řídicí rovnice, Oberbeck-Boussinesqovský model konvekce uvažující zjednodušení pro následnou práci s řídicími rovnicemi, neoboussinesqovské efekty spojené se zjednodušením a jejich vliv na výsledky. Dále je zde věnována část koherentním strukturám vznikajícím při Rayleigh-Bénardově konvekci jako jsou termické plumy a turbulentní vítr, jehož zkoumání je jedním z cílů této práce. V závěru rešeršní části je věnován prostor popisu helia a jeho výhod jakožto pracovního média při experimentu v konvektivní cele a dále popisu teorií různých režimů turbulentní konvekce uvažujících mocninnou závislost výstupních parametrů – Nusseltova a Reynoldsova čísla, na vstupních parametrech – Rayleighově a Prandtlově čísle, podle předpisů 13 a 14.

Další část práce se věnuje popisu experimentálního kryostatu na Ústavu přístrojové techniky Akademie věd ČR, kde byla provedena měření Rayleigh-Bénardovy konvekce s heliovým plynem pro dvě různé konfigurace experimentálních cel, a to s válcovými celami $\Gamma = 1$ ($H = 30$ cm, $D = 30$ cm) a $\Gamma = 2$ ($H = 15$ cm, $D = 30$ cm). Pro každou konfiguraci proběhlo více měření s různými experimentálními podmínkami – teplotou a tlakem uvnitř cely. Hlavní měřenou veličinou uvnitř cely byly teplotní fluktuace měřené pomocí párů germaniových snímačů umístěných blízko stěny těsně za sebou ve vertikálním směru. Dále se pak zaznamenávala teplota horní a spodní desky cely, tlak v cele a topný výkon odporového topení ve spodní desce. Samotné měření nebylo součástí této práce. Naměřená data pro vyhodnocení použítá v této práci byla poskytnuta Ing. Pavlem Urbanem, Ph.D.

Hlavní částí této práce bylo zpracování naměřených dat pomocí softwaru MATLAB a jejich vyhodnocení. U surových dat nejprve došlo ke kontrole jejich kvality. Pro zlepšení kvality naměřených signálů byla použita vestavěná MATLAB funkce detrend, která odstraňuje ze signálu po částech lineární trend. Data ze snímače G01 z měření s celou s poměrem stran $\Gamma = 1$ měla nevyhovující kvalitu a nebyla použita pro další vyhodnocení. Všechna data z měření s celou s poměrem stran $\Gamma = 2$ byla zatížena silným plaváním signálu vzniklým nedobře zaizolovaným odporovým mostem, do kterého jsou napojeny snímače, od vnějších vlivů. Pro získání kvalitnějších výsledků by bylo vhodné tato měření zopakovat s již lépe zaizolovanou technikou.

Pro další zpracování dat byl využit nový přístup rozdělení signálu podle směru otáčení turbulentního větru na dva samostatné signály. Detekce změny smyslu otáčení byla provedena pomocí klouzavého okna, na které byly aplikovány korelační funkce a z nich počítán parametr τ_p . Ten odpovídá času, za který doletí termický plum od jednoho snímače ke druhému. Změna znaménka tohoto parametru indikuje čas, ve kterém došlo ke změně smyslu otáčení turbulentního větru. Uvažuje se zde předpoklad, že snímače leží v proudu turbulentního větru. Na měřeních v cele s $\Gamma = 2$ nebyly nalezeny žádné změny smyslu otáčení, z toho je usuzováno, že tvar proudění turbulentního větru v této cele má stabilnější charakter oproti proudění v cele s $\Gamma = 1$. Parametr Γ má zásadní vliv na změnu směru otáčení turbulentního větru a jeho tvar.

Na takto rozdělené signály byla aplikována eliptická metoda, která spojuje Taylorovu hypotézu zamrznutého proudu a Kraichnanovu hypotézu náhodného rozmazávání. Tato metoda pracuje s auto a kroskorelačními funkcemi aplikovaná na pár snímačů, z kterých se určují časové parametry τ_p a τ_0 . Z těchto parametrů a znalosti geometrie experimentální cely byly stanoveny hodnoty rychlostí a z nich příslušné hodnoty Reynoldsových čísel.

V rámci vyhodnocení chování turbulentního větru byl proveden výpočet výkonového spektra autokorelací jednotlivých signálů. Ve všech spektrech bylo vidět charakteristický pík odpovídající frekvenci cirkulace turbulentního větru. Dále pak byl ve všech měření v cele s parametrem $\Gamma = 2$ pozorován druhý výrazný pík na přibližně dvojnásobku frekvence cirkulace turbulentního větru. Toto chování bylo dříve pozorováno pouze u cely s poměrem strany $\Gamma = 1$ a ve stejném článku bylo popsáno, že tento jev se u cel s větší hodnotou parametru Γ nevyskytoval, nebo jen velice nepatrně. Přesné popsání této dynamiky turbulentního větru ze stávajících dat je velice obtížné. Toto chování by mohlo odpovídat azimutálnímu natáčení struktury turbulentního větru. Při tomto natáčení by pak docházelo k pohybu roviny řezu turbulentní struktury ze strany na stranu a zpět během jedné periody cirkulace turbulentního větru. Pokud by se jednalo o tento režim natáčení, bylo by pravděpodobnější, že vnitřní tvar koherentní struktury turbulentního větru by nebyl toroidní, jak podle teorie je nejčastější u cel s parametrem $\Gamma = 2$, ale měl by tvar spíše zploštělého válce obdobný pro případ cel s parametrem $\Gamma = 1$. Bylo by vhodné toto zajímavé chování blíže studovat, například zopakováním experimentu s více snímači umístěnými na vhodných pozicích v cele.

Poslední část je věnována analýze získaných Nusseltových a Reynoldsových čísel. Veškerá získaná čísla byla fitována mocninou závislostí. V případě Nuseltových čísel pouze na Rayleighově čísle. Reynoldsova čísla byla fitována mocninou závislostí na Rayleighově i Prandtlově čísle. Kvalita proložení byla kontrolována pomocí koeficientu determinace R^2 , který by měl mít hodnotu 1 pro dokonalou shodu měřených a proložených hodnot. Vyhodnocení Nu čísel pro tato naměřená data bylo již jednou provedeno v práci [lmn]. Jedná se tedy o reanalýzu výsledků.

Pro Nusseltova čísla patřící k měření s celou s $\Gamma = 1$ došlo ještě k rozdělení získaných hodnot na skupinu měření, která probíhala v blízkosti fázového přechodu helia a měření vzdálená od tohoto přechodu. Mocninná závislost v případě měření s celou $\Gamma = 2$, která byla vzdálená od křivky fázového přechodu, a závislost cely s poměrem stran $\Gamma = 1$ s měřeními vzdálených od přechodu si byla vzájemně podobná, především v oblastech nižších Ra čísel. Mocnina Rayleighova čísla se blížila teoretické hodnotě $1/3$, stanovené Grosman Lohseho teorií. Měření blízko fázového přechodu vykazovala hodnotu mocniny vyšší a zároveň se jedná o měření s vysokými Rayleighovými čísly. To by mohlo znamenat, že u vyšších Rayleighových čísel dochází ke změně režimu konvekce. Pravděpodobnější je ale to, že se jedná o vliv neboussinesqovských efektů. Použité metody pracují s předpokladem konstantních materiálových vlastností v celém objemu konvektivní cely. V oblasti poblíž fázového přechodu však dochází k výrazným změnám materiálových vlastností, které nejsou ve výpočtech uvažovány. Pro dokonalejší vyhodnocení by bylo vhodné aplikovat korekce na neboussinesqovské efekty a také započítat vliv parazitních tepelných toků stěnami experimentální cely, které nikdy nemohou být nulové, jak je uvažováno v teorii a v této práci.

Z vyhodnocení frekvenčních Reynoldsových čísel bylo vidět, že pro případ měření $\Gamma = 2$ pro vysoké Rayleighovo číslo dochází k výraznému rozcházení vypočtených hodnot ze snímačů příslušících jednomu páru. To by mohlo naznačovat, že se zde změnil tvar proudění turbulentního větru tak, že jím byl ovlivněn pouze jeden snímač z páru. Pro potvrzení této hypotézy bylo však k dispozici příliš málo naměřených hodnot s dostatečně vysokými Rayleighovými čísly, a proto je nutné považovat toto chování spíše za chybu měření. Pro příští experimenty by bylo zajímavé věnovat se tomuto chování blíže a provést důkladnější proměření tohoto chování v cele s poměrem stran $\Gamma = 2$ v příslušné oblasti Rayleighových čísel.

Na plumovém Reynoldsově čísle Re_p byl pozorován vliv rozdělení signálu podle smyslu otáčení turbulentního větru. Získané rozdělené mocninné závislosti dosahovaly mnohem vyšší kvality proložení než původní spojený signál. Je zde tedy dobře vidět přínos a důležitost metody

rozdělení signálu podle smyslu otáčení turbulentního větru s dopadem na kvalitu celkové analýzy chování Rayleigh-Bénardovy konvekce.

V žádném z vyhodnocovaných Reynoldsových čísel nebyla pozorována výrazná změna mocinné závislosti indikující změnu režimu proudění.

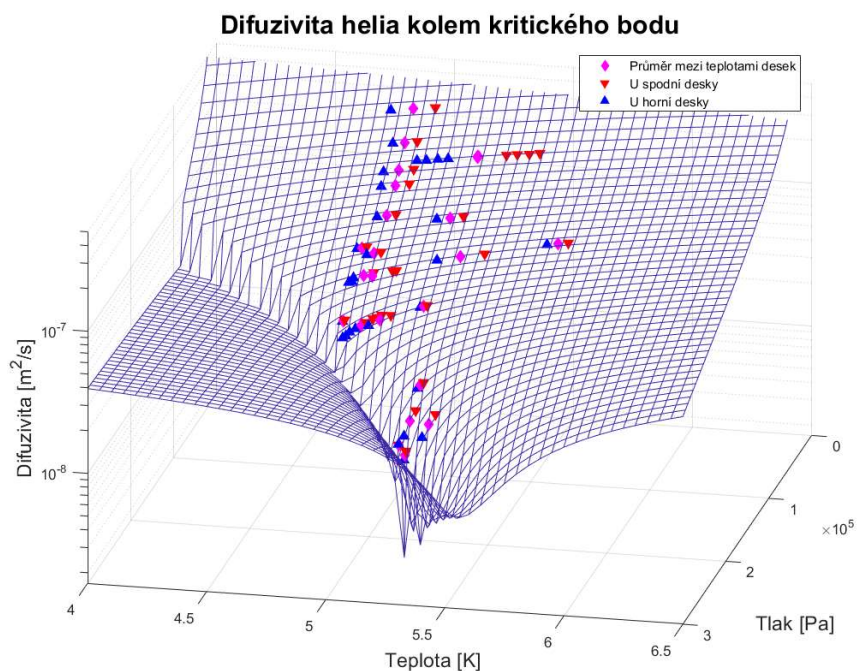
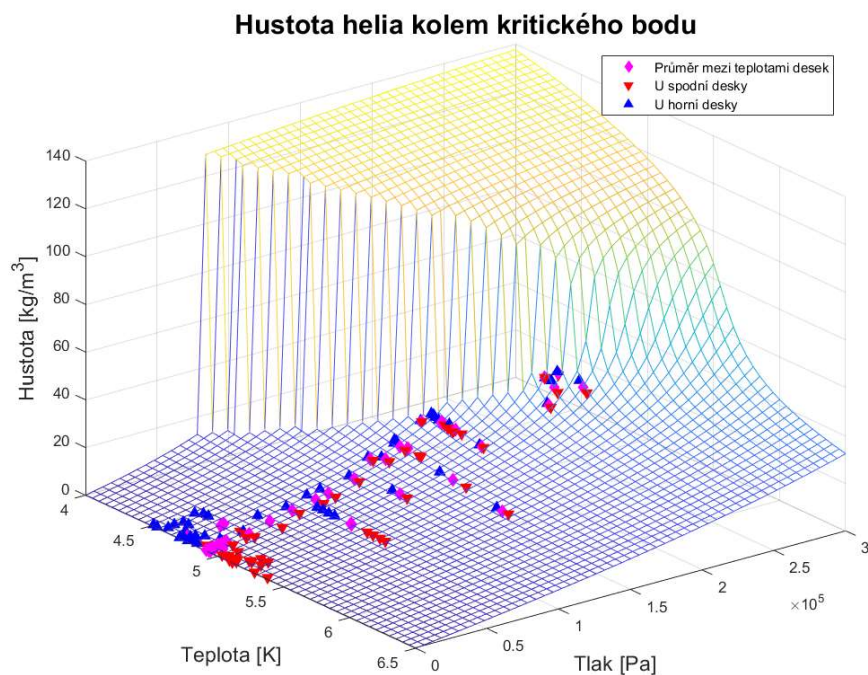
Dalším zajímavým jevem vhodným k dalšímu studování byl fakt, že Reynoldsova čísla vztažená k Taylorově teorii zamrznutého proudu měla neuspořádaný charakter, naopak Reynoldsova čísla vztažená ke Kraichnanově teorii náhodného rozmazávání se chovala uspořádaně.

Veškeré spočtené mocniny příslušných závislostí proložených funkcí a k nim příslušící koeficienty determinace R^2 popisující jejich kvalitu jsou uvedeny v tabulce na konci kapitoly 4.

Přílohy

Příloha 1

Materiálové vlastnosti helia pro jednotlivá měření s konvektivní celou $\Gamma = 2$. Fialový symbol odpovídá střední teplotě v cele. Tato teplota a k ní náležící tlak a vlastnosti helia byly použity pro zpracování naměřených dat. Červený trojúhelník odpovídá vyšší teplotě u spodní stěny, modrý pak nižší teplotě u horní desky cely. Můžeme si povšimnout, že některá měření mají u materiálových vlastností výrazný rozdíl mezi hodnotami poblíž fázového přechodu a kritického bodu.



Seznam obrázků a tabulek

Převzaté obrázky

- Obr. 1 Růst poruch v systému [17]
Obr. 2 Kaskáda přerozdělování energie vírů, upraveno z [15]
Obr. 3 Kolmogorova energetická kaskáda, převzato a upraveno z [15]
Obr. 10 Termické plumy v glycerolu [18]
Obr. 11 Schéma turbulentního větru (LSC) [2]
Obr. 12 Vznik LSC a seskupování plumů, rychlostní pole měřené metodou PIV [2]
Obr. 13 Fázový Ra-Pr diagram s rozložením režimů turbulence [24]
Obr. 14 Schéma kryostatu, upraveno z [12]
Obr. 15 Schéma konvektivní cely, upraveno z [12]
Obr. 16 Schéma spoje desky a stěny konvektivní cely zabezpečující minimální parazitní tepelný tok stěnou, upraveno z [12]
Obr. 17 Kryostat [26]
Obr. 30 Vypočtené izočáry časoprostorové korelační funkce [28]
Obr. 31 Časoprostorová korelační funkce ve 3D (a) a 2D (b) ze snímače u stěny [28]
Obr. 32 Časoprostorová korelační funkce ve 3D (a) a 2D (b) ze snímačů v centru cely [28]
Obr. 33 Princip stanovení časů τ_0 a τ_p [10]

Vlastní obrázky

- Obr. 4 Závislost hustoty helia na teplotě a tlaku
Obr. 5 Závislost dynamické viskozity helia na teplotě a tlaku
Obr. 6 Závislost tepelné vodivosti helia na teplotě a tlaku
Obr. 7 Závislost měrné tepelné kapacity helia na teplotě a tlaku
Obr. 8 Závislost tepelné difuzivity helia na teplotě a tlaku
Obr. 9 Závislost koeficientu teplotní roztažnosti helia na teplotě a tlaku
Obr. 18 Schéma rozložení snímačů v cele s $\Gamma = 1$, pohled z boku
Obr. 19 Schéma rozložení snímačů v cele s $\Gamma = 2$, pohled shora
Obr. 20 Série měření $\Gamma = 1$ ve fázovém diagramu helia
Obr. 21 Série měření $\Gamma = 2$ ve fázovém diagramu helia
Obr. 22 Surová data fluktuací napětí, měření typu $\Gamma = 1$
Obr. 23 Signály teplotních fluktuací ze snímačů po odstranění trendu
Obr. 24 Vynesení závislosti Re. vs Im. složky napětí, snímač G13 – dobrá kvalita,
Obr. 25 Vynesení závislosti Re. vs Im. složky napětí, snímač G01 – špatná kvalita

Obr. 26	Hustota pravděpodobnosti rozdělení fluktuací napětí, snímač G01
Obr. 27	Hustota pravděpodobnosti rozdělení fluktuací napětí, snímač G13 a G14
Obr. 28	Signál z měření „e“ ze snímače G09 po detrendu
Obr. 29	Hustota pravděpodobnosti rozdělení fluktuací snímač G09, měření série „e“
Obr. 34	Autokorelace signálu s vyznačeným časem otáčky turbulentního větru
Obr. 35	Detekce obrátek směru větru pomocí klouzavé τ_p , měření $\Gamma = 1$, ze snímačů G14 a G15
Obr. 36	Detail maxim korelačních funkcí snímačů G14-G15
Obr. 37	Výkonové spektrum autokorelace, měření s celou $\Gamma = 1$
Obr. 38	Výkonové spektrum autokorelace, měření s celou $\Gamma = 2$
Obr. 39	Závislost $Nu-Ra$
Obr. 40	Kompenzovaná závislost $Nu-Ra$
Obr. 41	Závislost $Re_{f0} - Ra$
Obr. 42	Kompenzovaná závislost $Re_{f0} - Ra$
Obr. 43	Závislost $Re_{eff} - Ra$
Obr. 44	Kompenzovaná závislost $Re_{eff} - Ra$
Obr. 45	Kompenzovaná závislost $Re_U - Ra$
Obr. 46	Kompenzovaná závislost $Re_V - Ra$
Obr. 47	Závislost $Re_p - Ra$
Obr. 48	Kompenzovaná závislost $Re_p - Ra$
Obr. 49	Detail kompenzované závislosti $Re_p - Ra$

Tabulky

Tab. 1	Seznam autorů teorií mocninných závislostí, upraveno z [3]
Tab. 2	Mocninné závislosti Nu a Re při různých režimech, upraveno z [3]
Tab. 3	Koeficienty mocnin závislostí a koeficient determinace R^2

Zdroje

- [1] CHILLÀ, F. a J. SCHUMACHER. *New perspectives in turbulent Rayleigh-Bénard convection*. The European Physical Journal E [online]. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 2012, 35(7), 1-25 [cit. 2021-02-04]. ISSN 1292-8941. Dostupné z: doi:10.1140/epje/i2012-12058-1
- [2] XIA, K. *Current trends and future directions in turbulent thermal convection*. Theoretical and applied mechanics letters [online]. Elsevier, 2013, 3(5) [cit. 2021-02-12]. ISSN 2095-0349. Dostupné z: doi:10.1063/2.1305201
- [3] AHLERS, G., S. GROSSMANN a D. LOHSE. *Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh-Benard convection*. Reviews of Modern Physics [online]. American Physical Society, 2009, 81(2), 503-537 [cit. 2021-02-18]. ISSN 0034-6861. Dostupné z: doi:10.1103/RevModPhys.81.503
- [4] URBAN, P., P. HANZELKA, T. KRÁLIK, V. MUSILOVA, L. SKRBEK a A. SRNKA. *Helium cryostat for experimental study of natural turbulent convection*. Review of Scientific Instruments [online]. American Institute of Physics, 2010, 81(8) [cit. 2021-5-20]. ISSN 0034-6748. Dostupné z: doi:10.1063/1.3469788
- [5] URBAN, P., V MUSILOVÁ a L. SKRBEK. *Efficiency of heat transfer in turbulent Rayleigh-Bénard convection*. Physical review letters [online]. 2011, 107(1), 014302-014302 [cit. 2021-5-20]. ISSN 00319007. Dostupné z: doi:10.1103/PhysRevLett.107.014302
- [6] URBAN, P., P. HANZELKA, T. KRÁLIK, V. MUSILOVA, A. SRNKA a L. SKRBEK. *Effect of boundary layers asymmetry on heat transfer efficiency in turbulent Rayleigh-Bénard convection at very high Rayleigh numbers*. Physical review letters [online]. 2012, 109(15), 154301-154301 [cit. 2021-5-20]. ISSN 00319007. Dostupné z: doi:10.1103/PhysRevLett.109.154301
- [7] URBAN a kol. *Reply: Comment on "Effect of Boundary Layers Asymmetry on Heat Transfer Efficiency in Turbulent Rayleigh-Bénard Convection at Very High Rayleigh Numbers"*. Physical review letters [online]. 2013., 110, [cit. 2021-5-20]. Dostupné z: DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.199402>
- [8] URBAN, P., D. SCHMORANZER, P. HANZELKA, K. R. SREENIVASAN a L. SKRBEK. *Anomalous heat transport and condensation in convection of cryogenic helium*. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States [online]. National Academy of Sciences, 2013, 110(20), 8036 [cit. 2021-5-20]. ISSN 0027-8424. Dostupné z: doi:10.1073/pnas.1303996110
- [9] SKRBEK, L. a P. URBAN. *Has the ultimate state of turbulent thermal convection been observed?* [online]. Cambridge University Press, 2015, 785, 270-282 [cit. 2021-02-05]. ISSN 0022-1120. Dostupné z: doi:10.1017/jfm.2015.638
- [10] MUSILOVÁ, V., T. KRÁLÍK, M. LA MANTIA, M. MACEK, P. URBAN a L. SKRBEK. *Reynolds number scaling in cryogenic turbulent Rayleigh-Bénard convection in a cylindrical aspect ratio one cell* [online]. Cambridge University Press, 2017, 832, 721-744 [cit. 2021-03-12]. ISSN 0022-1120. Dostupné z: doi:10.1017/jfm.2017.638
- [11] URBAN, P., P. HANZELKA, T. KRÁLÍK, M. MACEK, V. MUSILOVÁ a L. SKRBEK. *Elusive transition to the ultimate regime of turbulent Rayleigh-Bénard convection*. Physical review. E, 99. 011101 (R), January, 2019.

- [12] URBAN, P., P. HANZELKA, T. KRÁLIK, V. MUSILOVÁ, L. SKRBK a A. SRNKA. *Helium cryostat for experimental study of natural turbulent convection*. Review of Scientific Instruments [online]. American Institute of Physics, 2010, **81**(8) [cit. 2021-02-27]. ISSN 0034-6748. Dostupné z: doi:10.1063/1.3469788
- [13] KRAICHNAN, R. H., *Turbulent thermal convection at arbitrary Prandtl number*, Phys. Fluids 5, 1374–1389, 1962
- [14] GROSSMANN, S., a D. LOHSE. *Scaling in thermal convection: A unifying theory*. Journal of Fluid Mechanics, 2000, 407, 27-56.
- [15] ECKE, R. *The Turbulence Problem – An Experimentalist’s Perspective*. Los Alamos Science. 2005, (29) 124-141.
- [16] ŠOB, F. *Hydromechanika*. Brno: Akademické nakladatelství CERM s.r.o, 2002, 238 s.: il. ISBN 80-214-2037-5.
- [17] URUBA, V. *Turbulence*. 2. přepracované vydání. V Praze: České vysoké učení technické, 2014, 130 s.: il. ISBN 978-80-01-05600-4.
- [18] KADANOFF, L. P. *Turbulent heat flow: Structures and scaling*. Physics Today [online]. American Institute of Physics, 2001, 54(8), 34-39 [cit. 2021-02-04]. ISSN 0031-9228.
- [19] BURNISHEV, Y., E. SEGRE a V. STEINBERG. *Strong symmetrical non-Oberbeck–Boussinesq turbulent convection and the role of compressibility*. Physics of Fluids [online]. American Institute of Physics, 2010, 22(3) [cit. 2021-02-04]. ISSN 1070-6631. Dostupné z: doi:10.1063/1.3358462
- [20] HORN, S., O. SHISHKINA a C. WAGNER. *On non-Oberbeck–Boussinesq effects in three-dimensional Rayleigh–Bénard convection in glycerol*. Journal of Fluid Mechanics [online]. Cambridge: Cambridge University Press, 2013, 724, 175-202 [cit. 2021-02-12]. ISSN 00221120. Dostupné z: doi:10.1017/jfm.2013.151
- [21] URBAN, P., P. HANZELKA, V. MUSILOVÁ, T. KRÁLÍK, A. SRNKA a L. SKRBK. *Heat transfer in cryogenic helium gas by turbulent Rayleigh–Bénard convection in a cylindrical cell of aspect ratio 1*. New Journal of Physics [online]. Bristol: IOP Publishing, 2014, 16(5) [cit. 2021-02-09]. Dostupné z: doi:10.1088/1367-2630/16/5/053042
- [22] *Engineering ToolBox*, (2001). [online] [cit. 2021-02-12]. Dostupné z: https://www.engineeringtoolbox.com/critical-point-d_997.html
- [23] XIA, S, Z. WAN, S. LIU, Q. WANG a D. SUN. *Flow reversals in Rayleigh–Bénard convection with non-Oberbeck–Boussinesq effects* [online]. Cambridge University Press, 2016, 798, 628-642 [cit. 2021-02-18]. ISSN 0022-1120. Dostupné z: doi:10.1017/jfm.2016.338
- [24] GROSSMANN, S. a D. LOHSE. *Thermal convection for large Prandtl numbers*. Physical review letters [online]. 2001, 86(15), 3316-3319 [cit. 2021-02-18]. ISSN 0031-9007.
- [25] OKLEŠTĚK, J. *Struktura turbulentní konvekce při vysokých hodnotách Rayleighova čísla* [online]. Brno, 2012 [cit. 2021-05-18]. Dostupné z: <https://theses.cz/id/dk457t/>. Diplomová práce. Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta. Vedoucí práce RNDr. Věra Musilová.
- [26] MACEK, M., P. URBAN, V. MUSILOVÁ, T. KRÁLÍK., P. HANZELKA a A. SRNKA. *Transport of heat by classical and quantum turbulent flows in cryogenic helium 4He*. Prezentace poskytnutá pro studentskou letní stáž 2020. 2020

[27] Mathworks. (2021). *Detrend: User's Guide* (r2020b). [cit. 2021-03-10]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/detrend.html>

[28] HE, X. a P. TONG. *Space-time correlations in turbulent Rayleigh-Bénard convection*. Acta Mechanica Sinica [online]. Heidelberg: The Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics; Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2014, 30(4), 457-467 [cit. 2021-03-23]. ISSN 0567-7718. Dostupné z: doi:10.1007/s10409-014-0068-z

[29] Mathworks. (2021). *Xcorr: User's Guide* (r2020b). [cit. 2021-05-18]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/help/signal/ref/pspectrum.html>

[30] Mathworks. (2021). *Pspectrum: User's Guide* (r2020b). [cit. 2021-04-05]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/help/signal/ref/pspectrum.html>

[31] FUNFSCHILLING, D., E. BROWN a G. AHLERS. *Torsional oscillations of the large-scale circulation in turbulent Rayleigh-Bénard convection*. Journal of Fluid Mechanics [online]. Cambridge University Press, 2008, 607, 119-139 [cit. 2021-04-05]. ISSN 0022-1120. Dostupné z: doi:10.1017/S0022112008001882