



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

**STANOVENÍ CHYBY PŘEVODU U ČELNÍHO
OZUBENÍ S ŠIKMÝMI ZUBY**

DETERMINATION OF TRANSMISSION ERROR AT HELICAL GEAR

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Alexander Czakó

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Kamil Řehák, Ph.D.

BRNO 2020

Zadaní diplomové práce

Ústav: Ústav automobilního a dopravního inženýrství
Student: Bc. Alexander Czakó
Studijní program: Strojní inženýrství
Studijní obor: Automobilní a dopravní inženýrství
Vedoucí práce: Ing. Kamil Řehák, Ph.D.
Akademický rok: 2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Stanovení chyby převodu u čelního ozubení s šikmými zuby

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Diplomová práce se zabývá problematikou chyby převodu. Její velikost má zásadní vliv na vibrační i akustický projev převodovky. Jednotlivé modifikace ozubení lze vzájemně porovnávat na základě chyby převodu, kdy je snahou její minimalizace. Pomocí numerických metod budou porovnány jednotlivé modifikace zubů na 3D úrovni.

Cíle diplomové práce:

Rešerše dostupné literatury.

Rozdíly mezi statickou a dynamickou chybou.

Metodika návrhu šikmého ozubení včetně modifikací.

Vytvoření numerických modelů ozubení různé úrovně pro určení chyby převodu s uvažováním jednotlivých modifikací zubů.

Provedení deformačně napěťových analýz.

Seznam doporučené literatury:

SHIGLEY, Joseph Edward, MISCHKE, Charles R. a BUDYNAS, Richard G. (ed.). Konstruování strojních součástí. Přeložil Martin HARTL. V Brně: VUTUM, 2010. 1159 s. ISBN 978-80-214-2629-0.

BUDYNAS, Richard G., NISBETT, J. Keith a SHIGLEY, Joseph Edward. Shigley's mechanical engineering design. 10th edition. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2015. 1104 s. ISBN 0073398209.

SHWEIKI, S., REZAYAT, A., TAMAROZZI, T., MUNDO, D. Transmission Error and strain analysis of lightweight gears by using a hybrid FE-analytical gear contact model, Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 123, 2019, Pages 573-590, ISSN 0888-3270.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Josef Štětina, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Táto diplomová práca sa primárne zaoberá problematikou chyby prevodu, ktorá je jedným z dominantných zdrojov vibrácií ozubených súkolí a prevodových ústrojenstiev. Vibrácie následne generujú hluk, na ktorý sa kladú čoraz prísnejšie nároky naprieč priemyslom, automobilový nevynímajúc. Ukazuje sa, že znižovanie peak-to-peak hodnoty chyby prevodu má priaznivý vplyv na vibro-akustické vlastnosti ozubených kolies a súkolí. Táto práca sa zaoberá stanovením chyby prevodu pri statických podmienkach, keďže súkolie s malou statickou chybou prevodu je dobrým predpokladom pre malú chybu prevodu aj pri dynamických účinkoch. Výsledné hodnoty chyby prevodu možno ovplyvniť už pri návrhu makro-geometrie ozubenia. Vhodné je ďalej na ozubenie aplikovať mikro-geometrické úpravy – modifikácie zubov. Z tohto dôvodu sa rešeršná časť práce venuje teoretickým poznatkom najmä o geometrii ozubených kolies, modifikáciách zubov a celkovo o chybe prevodu a jej stanovení. Chybu prevodu je možné stanoviť viacerými spôsobmi, vrátane technického experimentu. Z časových a finančných dôvodov to však nie je vždy možné, a preto sa ponúka možnosť použitia numerických simulácií. V tejto práci je použitý prístup pomocou deformačne-napät'ovej kvázi-statickej kontaktnej analýzy využívajúci metódu konečných prvkov v softwari *Ansys Workbench*. Výhodou je o. i. dobrá porovnateľnosť výsledkov. Vstupom do MKP analýzy je 3D CAD geometria – v tomto prípade sa konkrétne jedná o čelné súkolie so šikmým ozubením. Model tohto súkolia je vytvorený v programe *PTC Creo* plne parametricky, a tak je možné zmenou vstupných parametrov vygenerovať ľubovoľné konfigurácie súkolí, čo výrazne šetrí čas. V závere tejto diplomovej práce je vyhodnotená deformačne-napät'ová analýza rôznych konfigurácií súkolí, so zreteľom na redukované napätie a kontaktný tlak. Ďalej je z MKP analýz stanovená statická chyba prevodu – jej priebehy a peak-to-peak hodnoty – pre rôznu geometriu kolies, vrátane modifikácií zubov, a pre rôzne zaťažujúce točivé momenty. V neposlednom rade sú vyhodnotené vplyvy jednotlivých súčiniteľov záberu a osovej vzdialenosti.

KLÚČOVÉ SLOVÁ

statická chyba prevodu, ozubené kolesá so šikmými zubami, záber ozubenia, modifikácie zubov, odľahčenie hlavy zuba, odľahčenie päty zuba, súčiniteľ záberu, parametrický 3D CAD model, metóda konečných prvkov, vibrácie

ABSTRACT

This diploma thesis primarily deals with the transmission error issue which is one of the dominant sources of vibration in gear pairs and transmission systems. The vibrations subsequently generate noise which is often subjected to increasingly stricter demands across the industry, including the automotive one. It turns out that reducing the peak-to-peak value of the transmission error has a beneficial effect on the vibro-acoustic properties of gears and gear pairs. This thesis aims to determine the transmission error under static conditions, since a gear pair with a low static transmission error is a good assumption for a low transmission error even under dynamic effects. The resulting values of the transmission error can be influenced already during the design of the gear macro-geometry. It is also suitable to apply micro-geometric adjustments – modifications to the gear teeth. For this reason, the search part of the thesis is dedicated to theoretical knowledge, especially concerning the geometry of gears, modifications of teeth and the overall transmission error and its determination. The transmission error can be determined in several ways, including a technical experiment. However, due to time and financial reasons, this is not always possible, and therefore, the possibility of using numerical simulations is offered. In this thesis, the approach using stress-strain quasi-static contact analysis using the finite element method in *Ansys Workbench* software is used. The advantage is, among other things, a good comparability of results. The input to the FEM analysis is 3D CAD geometry – in this case, it is specifically a helical gear pair with parallel axes. The model/assembly of this gear pair is created in *PTC Creo* software fully parametrically, so it is possible to generate arbitrary gear pair configurations by changing the input parameters, which significantly saves time. At the end of this diploma thesis, the stress-strain analysis of various gear configurations is evaluated, with respect to the equivalent stress and contact pressure. Furthermore, the static transmission error – its graphs and peak-to-peak values – is determined from FEM analyses for different gear geometry, including tooth modifications, and for various loading torques. Last but not least, the effects of contact/overlap ratio and centre distance are evaluated.

KEYWORDS

static transmission error, helical gears, gear mesh, gear teeth modifications, tooth tip relief, tooth root relief, contact ratio, parametric 3D CAD model, finite element method, vibration

BIBLIOGRAFICKÁ CITÁCIA

CZAKÓ, Alexander. *Stanovení chyby převodu u čelního ozubení s šikmými zuby*. Brno, 2020. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/129459>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. 79 s. Vedoucí práce Kamil Řehák.

ČESTNÉ PREHLÁSENIE

Prehlasujem, že táto práca je mojím pôvodným dielom, spracoval som ju samostatne pod vedením Ing. Kamila Řeháka, Ph.D. a s použitím informačných zdrojov uvedených v zozname.

V Brne dňa 11. septembra 2020

.....

Alexander Czakó

POĎAKOVANIE

Týmto by som sa chcel poďakovať vedúcemu diplomovej práce Ing. Kamilovi Řehákovi, Ph.D. za odbornú pomoc a za cenné rady a pripomienky pri riešení tejto práce. Ďalej by som sa rád poďakoval všetkým, ktorí ma pri písaní tejto práce a počas celého štúdia podporovali.

OBSAH

Úvod.....	11
1 Ozubené súkolia	12
1.1 Typy ozubených kolies.....	12
1.2 Základné charakteristiky čelných ozubených kolies	13
1.2.1 Názvoslovie čelných ozubených kolies	13
1.2.2 Základný zákon ozubenia	14
1.2.3 Krivky tvoriace profil zuba.....	15
1.2.4 Záber ozubenia	18
1.3 Šikmé ozubenie.....	19
1.3.1 Geometria a základné rozmery.....	19
1.3.2 Virtuálne koleso.....	22
1.3.3 Trvanie záberu.....	23
1.3.4 Silové pomery.....	24
1.3.5 Deformácia a tuhosť záberu.....	26
2 Chyba prevodu	27
2.1 Definícia	27
2.2 Rozdelenie.....	29
2.3 Vibrácie a hluk ozubených prevodov	30
2.4 Zníženie chyby prevodu	30
2.4.1 Modifikácie zubov.....	31
2.4.2 Tip relief a root relief.....	32
2.5 Meranie chyby prevodu.....	35
3 Tvorba výpočtového modelu	36
3.1 Parametrický 3D model.....	36
3.1.1 Model ozubeného kolesa.....	36
3.1.2 Zostava súkolia.....	39
3.2 MKP model	40
3.2.1 Materiálové vlastnosti	40
3.2.2 Diskretizácia modelu.....	41
3.2.3 Nastavenie kontaktov.....	42
3.2.4 Nastavenie analýzy a okrajových podmienok	43
3.2.5 Získanie uhlov natočenia	44
4 Vyhodnotenie výsledkov	45
4.1 Deformačne-napät'ová analýza	45
4.1.1 Citlivostná analýza siete	45
4.1.2 Redukované napätie HMM.....	46
4.1.3 Kontaktný tlak	49
4.1.4 Status kontaktov	51
4.2 Chyba prevodu	52
4.2.1 Analýza priebehu chyby prevodu.....	52
4.2.2 Vplyv počiatocnej penetrácie	53
4.2.3 Vplyv siete	54
4.2.4 Vplyv počtu použitých zubov.....	55

4.2.5	Vplyv šikmého ozubenia	56
4.2.6	Vplyv zaťažujúceho momentu	57
4.2.7	Vplyv priečných modifikácií	58
4.2.8	Vplyv súčiniteľa záberu kroku	61
4.2.9	Vplyv skutočnej osovej vzdialenosti.....	63
4.2.10	Súkolia pre špeciálne aplikácie	64
4.2.11	Vplyv súčiniteľa záberu profilu a iné.....	67
Záver		71
Zoznam použitých skratiek a symbolov		77

ÚVOD

Prevody pomocou ozubených kolies predstavujú najrozšírenejší a najvýznamnejší druh prevodových mechanizmov. Umožňujú prenos mechanickej energie (točivého momentu a uhlovej rýchlosti) pri relatívne vysokých mechanických účinnostiach. Popri vysokej účinnosti sa vyznačujú vysokou odolnosťou a spoľahlivosťou. Svoje uplatnenie nachádzajú v rôznych odvetviach priemyslu, pričom automobilový priemysel tvorí významnú časť.

V automobilovom a dopravnom priemysle možno nájsť rôzne typy ozubených prevodov takmer v každom vozidle (osobné, nákladné, úžitkové, autobusy, trolejbusy, traktory, koľajové vozidlá). Zväčša bývajú súčasťou prevodového ústrojenstva (prevodovka, stály prevod, diferenciál), môžu sa však použiť aj na pohon pomocných agregátov od motora. V prevodových ústrojenstvách slúžia najmä na redukcii otáčok, zvýšenie točivého momentu, spätný chod a rozdelenie hnacieho momentu na jednotlivé polosi (diferenciál). Čelné ozubenie so šikmými zubami sa používa najmä na realizáciu jednotlivých prevodových stupňov (okrem spätného chodu, pri ktorom sa používa zväčša ozubenie s priamymi zubami).

Návrh ozubených kolies a súkolí tak, aby spĺňali vysoké nároky na pevnosť, únavu materiálu a životnosť pri všetkých prevádzkových režimoch, je relatívne zložitý proces. Keď sa k tomu pridajú požiadavky na nízke vibrácie a hluk, proces sa stáva ešte zložitejším. Najmä v súčasnosti sa od automobilov vyžaduje čoraz tichší chod a pri relatívne tichých spaľovacích motoroch sa môže prevodové ústrojenstvo stať jedným z dominantných zdrojov vibrácií a hluku vo vozidle. S nástupom elektromobility tento problém pretrváva, keďže väčšina elektromobilov má jednostupňový redukčný stály prevod a elektromotor je v porovnaní so spaľovacím motorom tichší.

Ukazuje sa, že s vibráciami a hlukom úzko súvisí pojem chyba prevodu. V ideálnom svete s dokonale tuhými ozubenými kolesami, hriadeľmi a ostatnými časťami prevodového ústrojenstva, bez výrobných a montážnych nepresností, by k chybe prevodu nedochádzalo a záber ozubených kolies by nespôsobil vibrácie a následný hluk spôsobený rozkmitaním tenkostenných plôch (prevodová skriňa, karoséria). V skutočnosti tomu tak samozrejme nie je, a tak je potrebné sa chybou prevodu bližšie zaoberať.

1 OZUBENÉ SÚKOLIA

Ozubené prevody sú najrozšírenejším druhom prevodových mechanizmov. Pracujú na princípe záberu, pri ktorom sa zaberajúce členy bezprostredne dotýkajú a prenášajú sily tlakom. Základnou stavebnou jednotkou ozubených prevodov je dvojica ozubených kolies (súkolia). Súkolie sa skladá z hnacieho a hnaného kolesa. Menšie koleso sa nazýva pastorok, väčšie koleso. V prípade rovnakej veľkosti ozubených kolies sa ako pastorok označuje hnací člen. Úlohou súkolia je vytvoriť silové a kinematické väzby medzi relatívne blízkymi hriadeľmi pri požadovanej premene točivého momentu a uhlovej rýchlosti (otáčok). Ozubené koleso sa skladá z tela a ozubeného venca, ktorý je tvorený zubami rovnomerne rozloženými po obvode kolesa. [1]

Cieľom tejto kapitoly je zhrnúť základné poznatky o ozubených kolesách, najmä tie, ktoré súvisia s geometriou, prípadne so silovými pomermi; a zdôrazniť tie výpočtové vzťahy, na ktoré bude odkazované v ďalších kapitolách. Detailnejšie informácie o ozubení možno nájsť v množstve literatúry, napr. v: [1], [2], [4], [5].

1.1 TYPY OZUBENÝCH KOLIES

Ozubené súkolia možno rozdeliť podľa viacerých kritérií, a to nasledovne [1]:

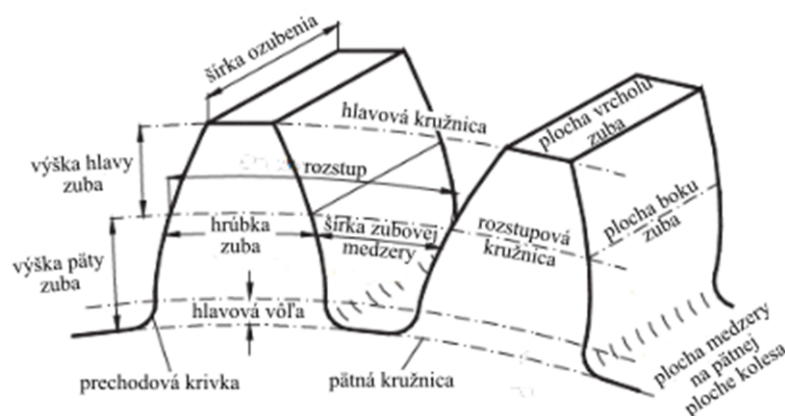
- podľa vzájomnej polohy pätnjej a hlavovej plochy
 - kolesá s vonkajším ozubením
 - kolesá s vnútorným ozubením
- podľa druhu čelnej krivky profilu
 - evolventné (najpoužívanejšie)
 - cykloidné
 - zvláštne (napr. Novikové a. i.)
- podľa tvaru bočnej čiary zubov
 - kolesá s priamymi zubami
 - kolesá so šikmými zubami
 - kolesá so šípovými zubami (dvojito šikmými)
 - kolesá so zakrivenými zubami
 - kolesá so skrutkovými zubami
- podľa vzájomnej polohy osí
 - s rovnobežnými osami – súkolia valivé valcové
 - s rôznobežnými osami – súkolia valivé kužeľové (s priamymi/šikmými zubami)
 - s mimobežnými osami – súkolia skrutkové (valcové, kužeľové – hypoidné), závitkové („šnekové“), spiroidné
- podľa vzájomnej polohy spolu zaberajúcich kolies
 - súkolia s vonkajším záberom
 - súkolia s vnútorným záberom

1.2 ZÁKLADNÉ CHARAKTERISTIKY ČELNÝCH OZUBENÝCH KOLIES

Táto podkapitola sa bude zaoberať všeobecne charakteristikou čelných ozubených kolies. Pri čelnom ozubení s priamymi zubami je normálový rez (kolmý na bočnú krivku zuba) totožný s čelným rezom kola (kolmý na os kola). [2] Pri šikmom ozubení tomu tak nie je, preto budú špecifiká spôsobené týmto rozdielom zahnuté v podkapitole 1.3.

1.2.1 NÁZVOSLOVIE ČELNÝCH OZUBENÝCH KOLIES

Ozubené koleso pozostáva z ozubenia a z telesa ozubeného kola. Ozubenie je tvorené zubami, ktoré sú rozložené rovnomerne po obvode ozubeného kola. Na obr. 1.1 možno vidieť pätnú, hlavovú plochu a plochy bokov zubov. Týmto plochami je zub geometricky určený. Pätná a hlavová plocha sú súosové s rozstupovou plochou, od ktorej sa odvíjajú ďalšie rozmery ozubeného kola. Prechodová plocha boku zuba sa nepodieľa na zábere, závisí od tvaru výrobného nástroja a spája plochu boku zuba, ktorá sa podieľa na zábere, s pätnou plochou. [2]



Obr. 1.1 Názvoslovie priameho ozubenia [10]

Základné rozmery ozubeného kola sú priemer rozstupovej kružnice a rozstup. Rozstup je definovaný ako dĺžka oblúka na rozstupovej kružnici medzi rovnolahlými bokmi dvoch susedných zubov. Hrúbka zuba a šírka zubovej medzery sa musia teda rovnať. Obvod rozstupovej kružnice je tak z -násobkom rozstupu (počet zubov je celé číslo). [2] Rozstup sa volí ako konečný násobok čísla π , t. j. [1]:

$$p = m\pi, \quad (1)$$

kde m je modul ozubenia.

Modul je základný parameter (udáva sa v milimetroch), pomocou ktorého sa v sústave jednotiek SI vyjadrujú všetky dĺžkové rozmery ozubeného kola. V sústave IPS sa namiesto modulu používa tzv. *diametral pitch* – P , jedná sa o prevrátenu hodnotu modulu (v palcoch). Hodnoty modulu sú normalizované. Modul sa zväčša volí na základe pevnostných výpočtov. [1], [2]

Ďalej, pre normalizované ozubenie platia nasledujúce vzťahy [2]:

$$d = zm, \quad (2)$$

$$h_a = m, \quad (3)$$

$$h_f = 1,25m, \quad (4)$$

$$d_a = d + 2h_a, \quad (5)$$

$$d_f = d - 2h_f, \quad (6)$$

$$c = h_f - h_a = 0,25m, \quad (7)$$

$$s = e = \frac{p}{2}, \quad (8)$$

kde d je priemer rozstupovej kružnice,

z počet zubov,

h_a výška hlavy zuba,

h_f výška päty zuba,

d_a priemer hlavovej kružnice,

d_f priemer pätej kružnice,

c hlavová (radiálna) vôľa,

s hrúbka zuba,

e šírka zubovej medzery.

Hlavová vôľa je potrebná na prechod hlavy zuba spolu zaberajúceho kolesa a je predpokladom k tomu, aby hlava zuba neprišla do kontaktu s prechodovou plochou spolu zaberajúceho kolesa. Pri skutočnom súkolí je nutná taktiež bočná vôľa – z dôvodu nutnosti vytvorenia súvislého mazacieho filmu medzi bokmi zubov, výrobných nepresností, deformácií a tepelných rozťažností. Možno ju vytvoriť dvoma spôsobmi: zmenšením hrúbky zubov pri teoretickej osovej vzdialenosti alebo zväčšením osovej vzdialenosti. [1] V tejto práci, pri tvorbe modelu súkolia, bol použitý druhý menovaný spôsob.

1.2.2 ZÁKLADNÝ ZÁKON OZUBENIA

Základnou požiadavkou na geometriu (profil) zuba ozubeného kolesa je, aby poskytoval konštantný prevodový pomer (pomer uhlových rýchlostí). Inými slovami, obvodové rýchlosti oboch spolu zaberajúcich kolies na valivých kružniciach musia byť v každom okamihu zhodné, vyjadrené rovnicami [1]:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (9)$$

$$v_{12} = r_{w1}\omega_1 = r_{w2}\omega_2, \quad (10)$$

kde i je prevodový pomer,

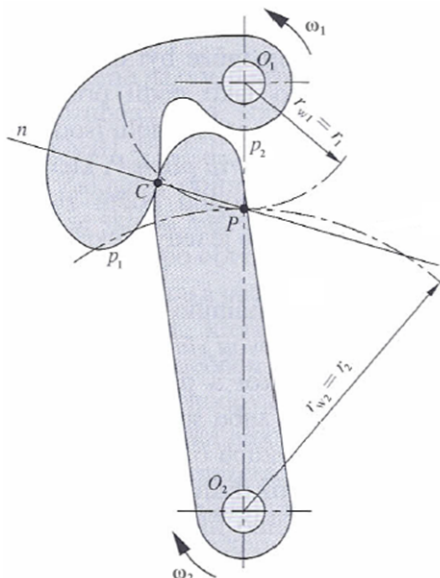
ω uhlová rýchlosť,

r_w polomer valivej kružnice,

z počet zubov,

v_{12} obvodová rýchlosť na valivých kružniciach.

Profily spĺňajúce túto podmienku sa nazývajú ako združené profily. V opačnom prípade by dochádzalo k zrýchľovaniu a spomaľovaniu kolies, k následným torzným vibráciám a hlučnému chodu. Výrobné nepresnosti a deformácie pri zaťažení však spôsobujú malé odchýlky v prevodovom pomere aj pri teoreticky združených profiloch. Ku každému profilu možno nájsť združený profil. V technickej praxi sa pri ozubení najčastejšie používa evolventný profil. [2], [6], [7]



Obr. 1.2 Záber rovinných profilov [2]

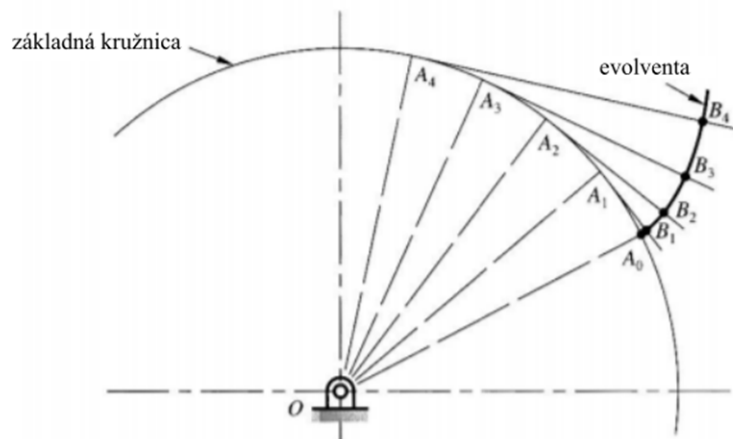
Na obr. 1.2 je znázornený záber dvoch rovinných profilov. Aby bol záber združený, musí spoločná normála n v bode dotyku C v každom okamihu pretínať spojnicu stredov otáčania v rovnakom (nehybnom) bode P – pól relatívneho pohybu. Bod P sa potom nazýva ako valivý bod a kružnice so stredmi v bodoch otáčania O_1 a O_2 ako valivé kružnice. Pri evolventnom ozubení je spoločná normála geometrickým miestom bodov dotyku, nemení teda svoju polohu a nazýva sa ako priamka záberu. Pri nekorigovaných ozubených kolesách s teoretickou osovou vzdialenosťou sa valivé kružnice zhodujú s rozstupovými kružnicami. Prevodový pomer je na zmene osovej vzdialenosti nezávislý. [1], [2], [6]

1.2.3 KRIVKY TVORIACE PROFIL ZUBA

Ako už bolo čiastočne spomenuté, profil zuba je tvorený krivkou podieľajúcou sa na zábere (evolventa) a krivkou prechodovou (trochoida), ktorá závisí od výrobného nástroja a parametrov daného ozubeného kolesa. Prechodová krivka sa síce nepodieľa na zábere, ale jej tvar ovplyvňuje koncentráciu napätia v päte zuba, teda únosnosť. [5]

EVOLVENTA

Evolventa vzniká v podstate odvaľovaním priamky po nehybnej kružnici. Táto kružnica sa nazýva evolúta a v terminológii ozubení ako základná kružnica s priemerom d_b . K určitej evolvente patrí jedna evolúta a k určitej evolúte sa pridružuje celý systém evolvent, ktoré sú tvarovo rovnaké a ekvidistantné. [1], [5] Vznik evolventy je znázornený na obr. 1.3.

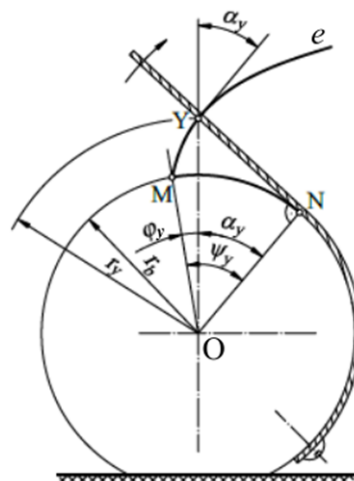


Obr. 1.3 Konštrukcia evolventy [2]

Evolventu možno získať týmito spôsobmi [1]:

- ako trajektóriu bodu (obr. 1.4),
- ako obálku, vytvorenú priamkovým úsekom (hrebeňový nástroj – obrážací hrebeň, skrutková fréza),
- ako obálku, vytvorenú inou evolventou (obrážací kotúčový nôž – typ Fellows).

Prvý z vyššie uvedených spôsobov je znázornený na obr. 1.4. Trajektória bodu Y , ktorý sa nachádza na odvíjajúcom sa lane, ktoré je pevne spojené so základnou kružnicou s polomerom r_b , vytvára evolventu e . Odvíjajúce sa lano si možno predstaviť aj ako priamku odvaľujúcu sa po základnej kružnici. Bod na danej priamke by vytvoril rovnakú evolventu. [1], [5]



Obr. 1.4 Evolventa a evolúta v polárnom súradnicovom systéme [5]

Obom krivkám (evolvente aj evolúte) je priradený polárny súradnicový systém r, φ s počiatkom v strede O . Polárna os je preložená bodom M – pätný bod evolventy. Lano (priamka) v ľubovoľnej polohe je normálou v ľubovoľnom bode Y skonštruovanej evolventy. Poloha bodu Y je určená sprievodičom r_Y a polohovým uhlom φ_Y . Na evolvente sa nachádzajú tieto uhly [1]:

- uhol profilu (záberu) α_Y
- polohový uhol φ_Y
- uhol odvalu ψ_Y

Z podmienky valenia a z ďalších úprav plynie:

$$\varphi_Y = \tan \alpha_Y - \alpha_Y, \quad (11)$$

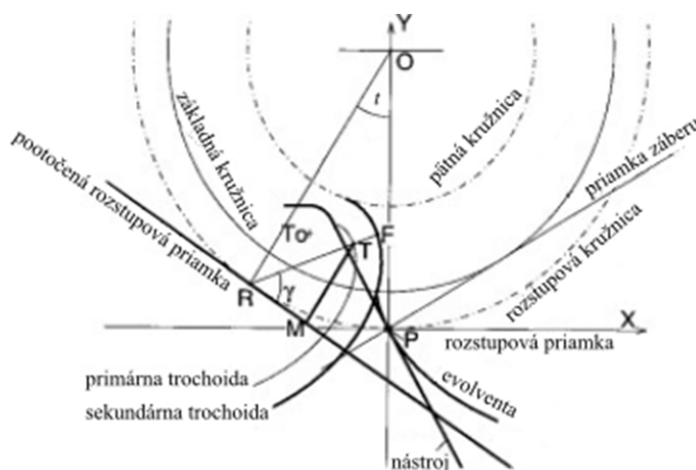
$$\varphi_Y = \text{inv } \alpha_Y, \quad (12)$$

$$r_Y = \frac{r_b}{\cos \alpha_Y}, \quad (13)$$

kde $\text{inv } \alpha_Y$ je funkcia vyjadrujúca závislosť medzi polohovým uhlom a uhlom profilu. Hodnoty uhlov v rovniciach (11-12) sú v oblúčkovej miere, teda v radiánoch. Rovnice (12-13) sú parametrické rovnice evolventy v polárnych súradniciach. [1]

TROCHOIDA

Obrázanie je najpoužívanejší spôsob výroby ozubených kolies. Tento proces je ekvivalentný valeniu rozstupovej priamky výrobného ozubeného hrebeňa po rozstupovej kružnici ozubeného kola. Pri odvaľovaní vytvára rovný bok zuba hrebeňa evolventnú časť profilu. Stred zaoblenia T_0 (obr. 1.5) opisuje krivku, ktorá sa nazýva ako primárna trochoida. Samotné zaoblenie obaľuje ďalšiu krivku – sekundárna trochoida.



Obr. 1.5 Primárna a sekundárna trochoida [11]

Výsledným tvarom prechodovej krivky zuba je sekundárna trochoida, ktorú možno vyjadriť parametrickými rovnicami (v karteziánskom súradnicovom systéme) takto [11]:

$$x = -\frac{d}{2} \sin t + \left(\frac{d}{2}t + x_{T_0}\right) \cos t + y_{T_0} \sin t + r_t \cos(\gamma - t), \quad (14)$$

$$y = \frac{d}{2}(1 - \cos t) - \left(\frac{d}{2}t + x_{T_0}\right) \sin t + y_{T_0} \cos t + r_t \sin(\gamma - t), \quad (15)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{y_{T_0}}{\frac{d}{2}t + x_{T_0}}, \quad (16)$$

kde x_{T_0}, y_{T_0} sú súradnice bodu T_0 ,
 d priemer rozstupovej kružnice,
 t parameter valenia,
 r_t polomer zaoblenia špičky nástroja,
 γ uhol $\angle TRM$.

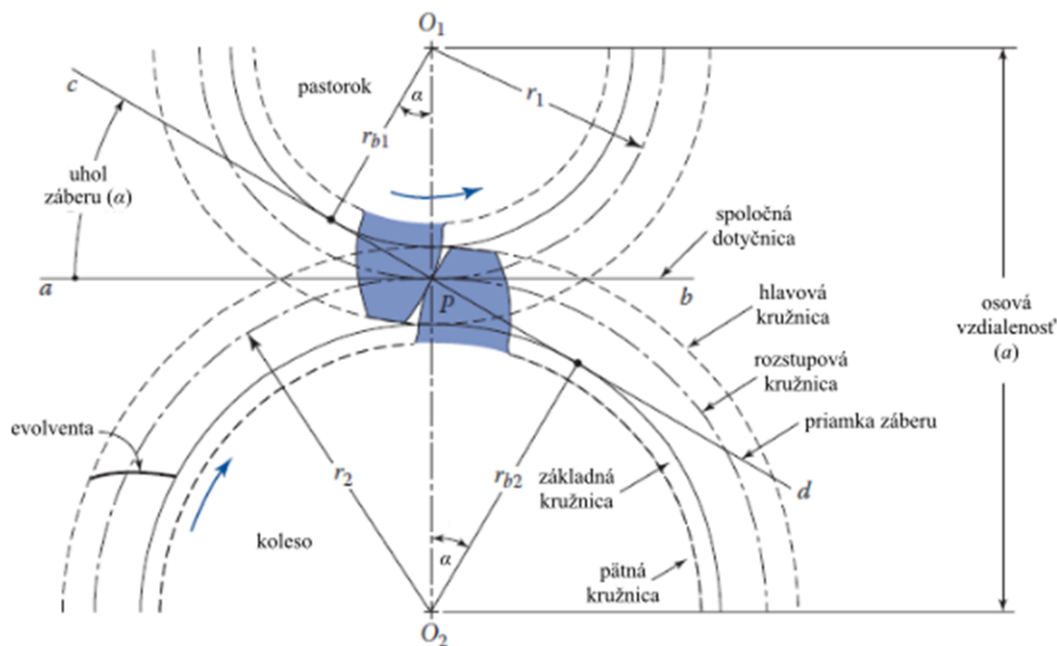
Pre polomer zaoblenia špičky normalizovaného nástroja podľa ČSN platí [1]:

$$r_t = 0,38m, \quad (17)$$

kde m je modul.

1.2.4 ZÁBER OZUBENIA

Na obr. 1.6 je znázornená situácia, kedy sú dve ozubené kolesá v zábere (pre jednoduchosť je na každom kolese zobrazený iba jeden zub). Rozstupové kružnice sa navzájom dotýkajú vo valivom bode P – majú spoločnú dotyčnicu ab , ktorá je kolmá na spojnicu stredov kolies. Vzďialenosť stredov kolies O_1 a O_2 sa nazýva ako osová vzdialenosť. Priamka cd je spoločná dotyčnica k oboj základným kružniciam a nazýva sa ako priamka záberu. Spoločná dotyčnica a priamka záberu zvierajú medzi sebou uhol nazývaný ako uhol záberu. Obvyklá hodnota tohto uhla je 20° . Smer priamky záberu závisí na zmysle otáčania hnacieho kolesa a reprezentuje nositeľku síl, ktoré pôsobia medzi profilmi zubov (pri zanedbaní šmykového trenia). Zmena osovej vzdialenosti nemá vplyv na základné kružnice, avšak mení uhol záberu. Profily sú však naďalej vzájomne združené. [2], [6]



Obr. 1.6 Záber evolventných profilov [6]

Vzťahy pre výpočet priemeru základnej kružnice a osovej vzdialenosti sú nasledovné [2]:

$$d_b = d \cos \alpha , \quad (18)$$

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} , \quad (19)$$

kde d_b je priemer základnej kružnice,
 α uhol záberu,
 a teoretická (rozstupová) osová vzdialenosť,
 d_1, d_2 priemery rozstupových kružníc.

1.3 ŠIKMÉ OZUBENIE

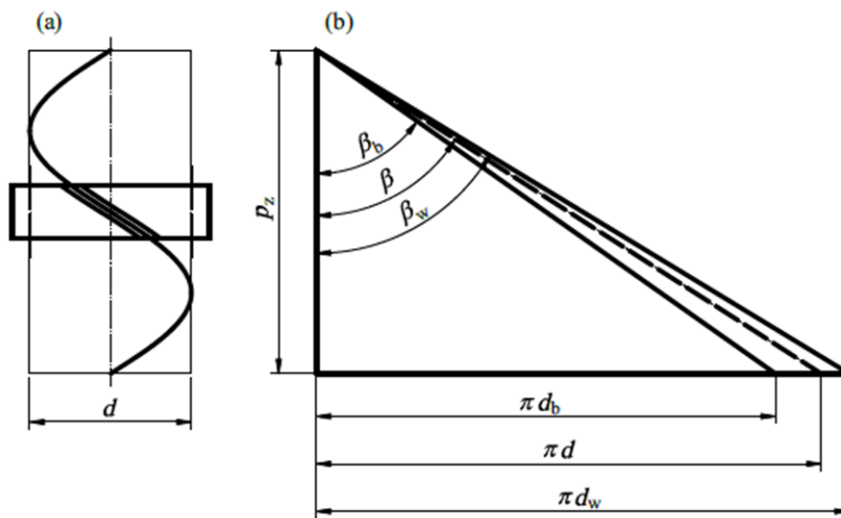
Čelné ozubené súkolia so šikmými zubami (obr. 1.7) slúžia, rovnako ako s priamymi zubami, na prenos mechanickej energie a otáčavého pohybu medzi rovnobežnými hriadeľmi. Výhodou šikmého ozubenia oproti ozubeniu priamemu je väčší počet zubov v zábere a ich postupný vstup, resp. výstup do, resp. zo záberu. To má za následok plynulejší, tichší chod a väčšiu únosnosť aj pri vyšších zaťaženiach a otáčkach. Nevýhodou sú vyššie náklady na výrobu v porovnaní s priamym ozubením a vznik axiálnych síl, ktoré zaťažujú hriadele a je nutné ich eliminovať – napr. axiálnymi ložiskami alebo šípovým ozubením. Účinnosť je taktiež o niečo nižšia z dôvodu väčšieho šmykového trenia medzi zubami v zábere – požiadavka na lepšiu kvalitu mazania. [2], [5], [6]



Obr. 1.7 Čelné ozubené súkolie so šikmými zubami [10]

1.3.1 GEOMETRIA A ZÁKLADNÉ ROZMERY

Zuby šikmého ozubenia nie sú v skutočnosti šikmé, ale skrutkové. V anglickej literatúre je názov výstižnejší – *helical gears*. Bočná krivka zuba je časť skrutkovice s veľkým stúpaním. V krátkom úseku sa teda javí ako priamka (úsečka). Spolu zaberajúce kolesá (s rovnobežnými osami) musia mať rovnaký uhol a opačný zmysel stúpania skrutkovice – ľavý a pravý. Doplnkový uhol k uhlu stúpania skrutkovice je uhol sklonu zuba β . S jeho rastúcou hodnotou sa zväčšujú axiálne sily v zábere. [3]



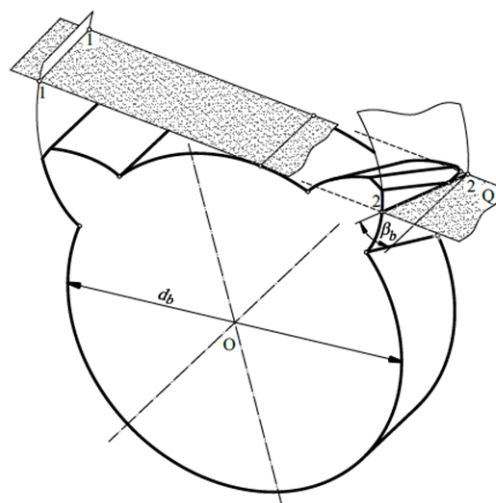
Obr. 1.8 a) skrutkovica, b) rozvinutá skrutkovica [5]

Na obr. 1.8 je zobrazená skrutkovica a jej časť tvoriaca zub, stúpanie skrutkovice p_z , uhol sklonu zuba a obvody jednotlivých valcov (horizontálna odvesna) – základný, rozstupový a valivý. Z obrázka je zrejmé, že stúpanie skrutkovice je pre dané ozubené koleso rovnaké, avšak uhol skrutkovice je na jednotlivých valcoch rozdielny. Pre stúpanie skrutkovice platí [5]:

$$p_z = \frac{\pi d}{\tan \beta} = \frac{\pi d_b}{\tan \beta_b} = \frac{\pi d_w}{\tan \beta_w}, \quad (20)$$

kde d , d_b a d_w sú priemery rozstupového, základného a valivého valca, β , β_b a β_w sú uhly sklonu zuba na prislúchajúcom valci.

Hlavná časť bočnej plochy šikmého (skrutkového) zuba je tvorená priamkovou evolventnou skrutkovou plochou. Na obr. 1.9 je zobrazený vznik priameho a šikmého zuba.



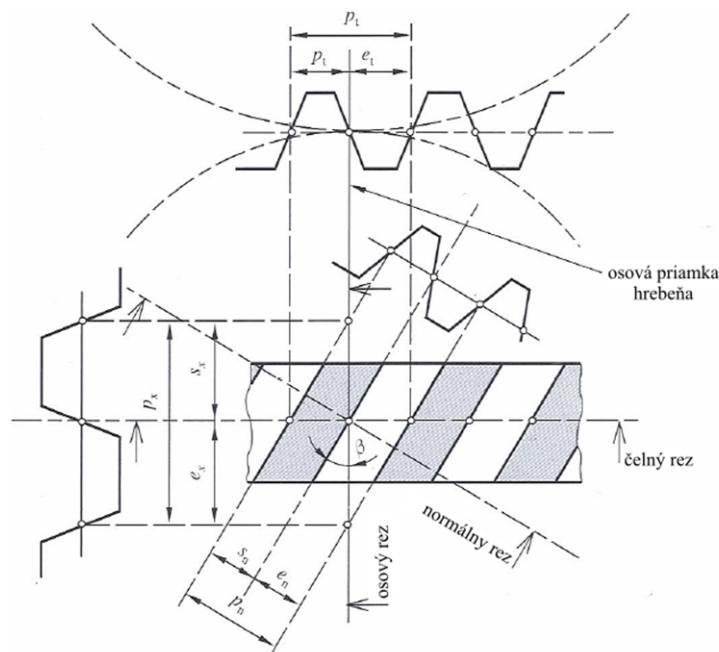
Obr. 1.9 Tvorba priameho a šikmého zuba [5]

Rovina Q sa odvaľuje (bez šmyku) po základnom valci s priemerom d_b . Úsečka 1-1 vytvára bok priameho zuba. Úsečka 2-2, sklonená od úsečky 1-1 o uhol β_b , vytvára bok šikmého zuba. [5]

Pri šikmom ozubení sa zavádzajú tri rovinné rezy [1], [2]:

- čelný (pričný) – index t ,
- normálny – index n ,
- osový – index x .

Teoreticky správne evolventy sú v tých rovinách, kde ležia ich príslušné základné kružnice (evolúty), teda v čelných rovinách. Geometrickým základom šikmého ozubení je hrebeň so šikmými zubami, ktorý je špeciálnym prípadom ozubeného kola so šikmými zubami [2].



Obr. 1.10 Hrebeň so šikmými zubami [2]

Na obr. 1.10 sú zobrazené jednotlivé rezy, hrebeňom so šikmým ozubením. Pre normálny, resp. osový rozstup platia vzťahy [2]:

$$p_n = p_t \cos \beta, \quad (21)$$

$$p_x = \frac{p_t}{\tan \beta}. \quad (22)$$

Čelný rozstup je určujúci pre základné rozmery čelných ozubených kolies so šikmými zubami a je vždy väčší ako normálny rozstup. Keďže sa pri výrobe kolies so šikmým ozubením zväčša používa výrobný hrebeň s priamymi zubami sklonený o uhol sklonu zuba, normalizované parametre sa kladú do roviny normálového rezu. [2]

Ďalšie základné parametre nekorigovaného čelného ozubení so šikmými zubami, ktoré doposiaľ neboli uvedené sú nasledujúce [1], [2]:

$$m_t = m_n \cos \beta, \quad (23)$$

$$p_n = \pi m_n, \quad (24)$$

$$p_t = \pi m_t = \frac{\pi d}{z}, \quad (25)$$

$$p_{bt} = \frac{\pi d_b}{z} = p_t \cos \alpha_t, \quad (26)$$

$$\alpha_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \right), \quad (27)$$

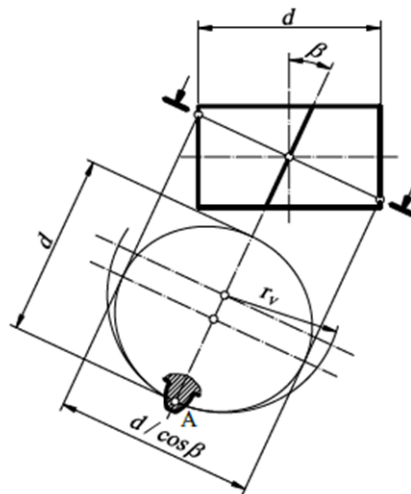
$$d = z m_t, \quad (28)$$

$$d_b = d \cos \alpha_t, \quad (29)$$

$$d_a = d + 2 m_n, \quad (30)$$

$$d_f = d - 2(m_n + c). \quad (31)$$

1.3.2 VIRTUÁLNE KOLESO



Obr. 1.11 Virtuálne koleso [5]

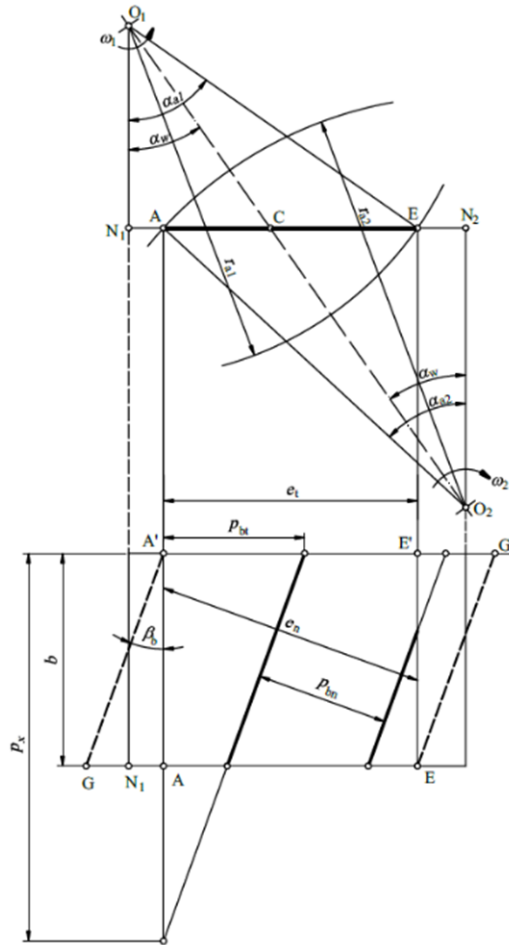
Pri vyšetovaní záberových pomerov šikmého ozubenia je vhodné zaviesť tzv. virtuálne koleso. V podstate ide o porovnávacie (pomyselné) koleso s priamymi zubami, ktorého evolventný profil je takmer zhodný s profilom šikmého zuba v normálnom reze. Normálny rez rozstupového valca je elipsa, ktorú je možné nahradit' oskulačnou kružnicou s polomerom r_v (obr. 1.11) v okolí valivého bodu. Virtuálne koleso je charakterizované iba počtom zubov, príp. priemerom rozstupového valca. Vzťah pre počet zubov virtuálneho kolesa možno odvodiť pomocou analytickej geometrie a je nasledovný [1], [2], [5]:

$$z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta}. \quad (32)$$

Keďže sa jedná o výpočtovú hodnotu, používanú aj pri pevnostných výpočtoch, nezaokrúhľuje sa na celé číslo. [1], [2]

1.3.3 TRVANIE ZÁBERU

Pri priamom ozubení začne záber dvoch zubov teoreticky naraz v celej šírke zubov. Pri šikmom ozubení zuby vstupujú do záberu postupne. Ako prvý začína a končí záber v tej čelnej rovine, ktorá je v zmysle otáčania kolies predsunutá voči ostatným čelným rovinám. [1] Na obr. 1.12 sú zobrazené kontaktné (dotykové) úsečky v záberovej rovine.



Obr. 1.12 Kontaktné úsečky v záberovej rovine [5]

Kontaktné úsečky na obr. 1.12 sa presúvajú zľava doprava cez záberovú oblasť (rovinu), ktorá je určená úsečkou \overline{AE} (časť priamky záberu) a šírkou kola b . V čelnej rovine sú vzdialené o základný rozstup p_{bt} a sklonené od osi kola o uhol β_b . Zubová dvojica vstupuje do záberu v bode A' jedným svojím koncom (hlava hnaného zuba sa práve dotkne boku hnacieho zuba) a vystúpi zo záberu v bode E' na druhom konci (v rámci šírky zuba). Pri priamom ozubení by trval záber od bodu A' do bodu E' , resp. od A do E . Túto časť záberu vyjadruje súčiniteľ záberu profilu (v čelnej rovine) ϵ_α . Jedná sa o priemerný počet zubov v zábere. Čo sa týka šikmého ozubení, bod E' je koniec kontaktu iba v jednej čelnej rovine, zvyšné čelné roviny pozdĺž šírky kola sú stále v kontakte. V tomto okamihu je dĺžka kontaktnej úsečky najdlhšia a ďalej spojit klesá až do bodu E , kde daná zubová dvojica vystupuje zo záberu. Dĺžka záberu je teda oproti priamemu ozubeniu predĺžená o úsečku $\overline{E'G'}$. Túto časť záberu vyjadruje

súčiniteľ záberu kroku ε_β (v axiálnej rovine). Celkový súčiniteľ záberu je definovaný vzťahom [1], [3], [5]:

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta, \quad (33)$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} + \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} - 2a_w \sin \alpha_{tw}}{2p_{bt}}, \quad (34)$$

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \sin \beta}{\pi m_n}, \quad (35)$$

kde a_w je valivá (pracovná, skutočná) osová vzdialenosť,
 α_{tw} pracovný čelný uhol záberu.

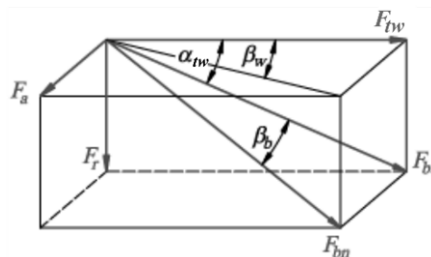
Vzťah medzi čelným uhlom záberu a pracovným čelným uhlom záberu je nasledovný [1]:

$$\alpha_{tw} = \cos^{-1} \left[\frac{a}{a_w} \cos \alpha_t \right]. \quad (36)$$

Dĺžka kontaktnej úsečky sa počas záberu mení, obecnne sa teda (periodicky) mení aj súčet dĺžok kontaktných úsečiek. Možno dokázať, že ak je hodnota súčiniteľa záberu celé číslo, je súčtová hodnota kontaktných úsečiek konštantná. Takéto súkolie má potom menšie kolísanie tuhosti záberu, tým pádom menšie vibrácie a tichší chod. [1], [5]

1.3.4 SILOVÉ POMERY

Predchádzajúce podkapitoly sa zaoberali geometriou a kinematikou ozubených súkolí. Nemenej dôležitou oblasťou je statické silové pôsobenie, preto bude táto podkapitola venovaná silovým pomerom v zábere ozubenia. Silové pôsobenie je dôležité z hľadiska deformácie zubov, ktorá má priamy súvis s chybou prevodu. Silové pomery sa delia na vonkajšie a vnútorné a oboje ďalej na nominálne (statické) a dynamické. Pre potreby tejto práce (podkapitola 2.4.2) budú uvedené iba vonkajšie nominálne silové pomery.



Obr. 1.13 3D rozklad síl [5]

Vonkajšie sily pôsobiace medzi zubami hnacieho a hnaného kolesa sú spôsobené točivým momentom hnacieho kolesa. Silové pôsobenie zo strany hnaného člena možno nahradiť samostatnou silou F_{bn} , ktorá pôsobí v záberovej rovine vo valivom bode (obr. 1.14). Táto sila sa dá rozložiť na dve zložky – axiálnu F_a (v smere osi kolesa) a obvodovú F_{bt} (v záberovej rovine). Inými slovami, sila F_{bt} je priemet normálovej sily F_{bn} do čelnej (pričnej) roviny. Sila F_{bt} sa ďalej rozkladá na radiálnu silu F_r a obvodovú silu na valivej kružnici F_{tw} (jej nositeľka je dotyčnicou k valivej kružnici s priemerom d_w). Priestorový rozklad síl je znázornený na obr. 1.13. [1], [2], [5]

Pri výpočte síl v ozubení sa zväčša najprv určí práve táto sila F_{tw} [5]:

$$F_{tw} = \frac{2M_{t1}}{d_{w1}}, \quad (37)$$

kde M_{t1} je točivý moment na hnacom kolese (hnací moment) a index 1 značí, že sa jedná o hnací člen.

Pre zvyšné sily platia nasledujúce vzťahy [5]:

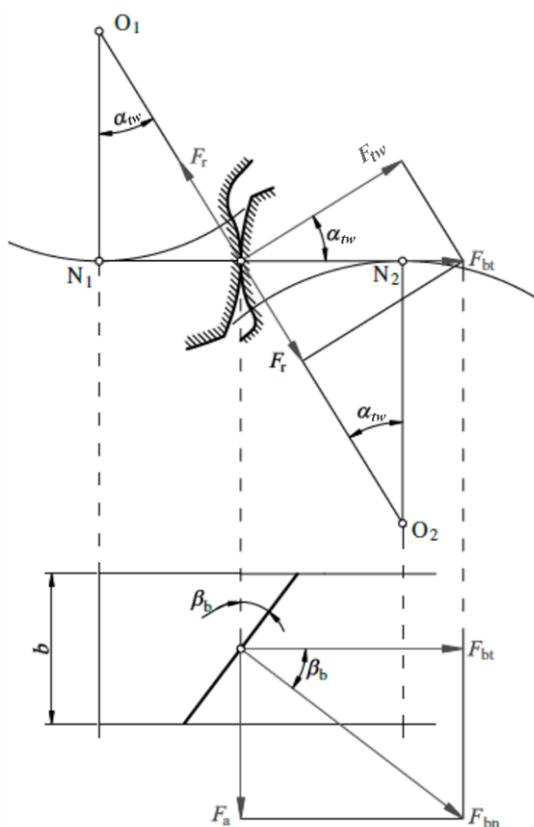
$$F_{tw} = \frac{2M_{t1}}{d_{w1}}, \quad (38)$$

$$F_r = F_{tw} \tan \alpha_{tw}, \quad (39)$$

$$F_{bt} = \frac{F_{tw}}{\cos \alpha_{tw}} = \sqrt{F_{tw}^2 + F_r^2}, \quad (40)$$

$$F_a = F_{bt} \tan \beta_b, \quad (41)$$

$$F_{bn} = \frac{F_{bt}}{\cos \beta_b} = \sqrt{F_{tw}^2 + F_r^2 + F_a^2}. \quad (42)$$



Obr. 1.14 Silové pôsobenie na šikmý zub [5]

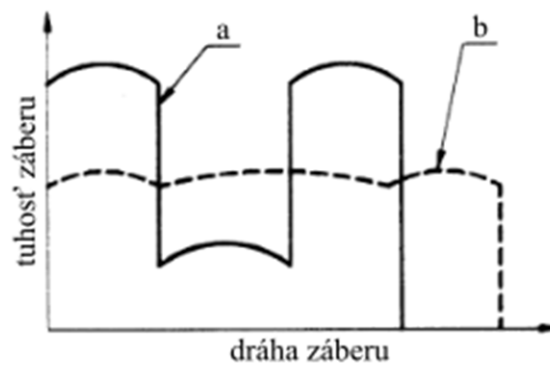
Rovnako veľké sily pôsobia podľa akcie a reakcie aj na hnanom kolese. Točivý moment na hnanom kolese sa vypočíta takto [1]:

$$M_{t2} = F_{tw} \frac{d_{w2}}{2} = i M_{t1}, \quad (43)$$

kde i je prevodový pomer.

1.3.5 DEFORMÁCIA A TUHOŠŤ ZÁBERU

Z hľadiska rozdelenia síl v zábere ozubených kolies pozdĺž kontaktných úsečiek a medzi jednotlivými párami zubov je tuhosť záberu (ozubenia) veľmi dôležitý parameter. Deformácia páru zubov sa skladá z ohybovej deformácie a z Hertzovej kontaktnej deformácie. Z tuhosti záberu sa taktiež odvodzuje veľkosť modifikácií (viď. ďalšia kapitola). Ukazuje sa, že čím je menšie kolísanie tuhosti počas záberu, tým sú menšie vibrácie a hluk súkolí. Teoretické určenie tuhosti záberu je náročné, keďže zub má komplexný tvar a záberové podmienky sa líšia. Pomerne presne ju možno stanoviť experimentálne alebo výpočtom pomocou metódy konečných prvkov (MKP). Schematický priebeh tuhosti záberu pre priame a šikmé ozubenie (s celočíselným súčiniteľom záberu kroku) je zobrazená na obr. 1.15. [8], [9]



Obr. 1.15 Priebeh tuhosti záberu v závislosti na dráhe záberu [8]

Stredná celková merná tuhosť záberu zubov je definovaná ako zaťaženie potrebné na celkovú (kombinovanú) deformáciu všetkých zubov v zábere, ktoré majú šírku 1 mm, o hodnotu 1 μm . Toto zaťaženie sa uvažuje v rovine záberu, odpovedá teda normálnej (normálovej) sile. Hodnota tuhosti závisí na veľkosti a tvare zubov, na materiáli kolies a na polohe kontaktných úsečiek. [1], [5], [8] Pre strednú celkovú mernú tuhosť platí [5]:

$$c_{\gamma} = \frac{F_{bt}}{b\delta} = \frac{F_{tw}}{b\delta \cos \alpha_{tw}} = \frac{F_t}{b\delta \cos \alpha_t}, \quad (44)$$

kde δ je celková deformácia zubov [8]:

$$\delta = \varphi \frac{d_b}{2}, \quad (45)$$

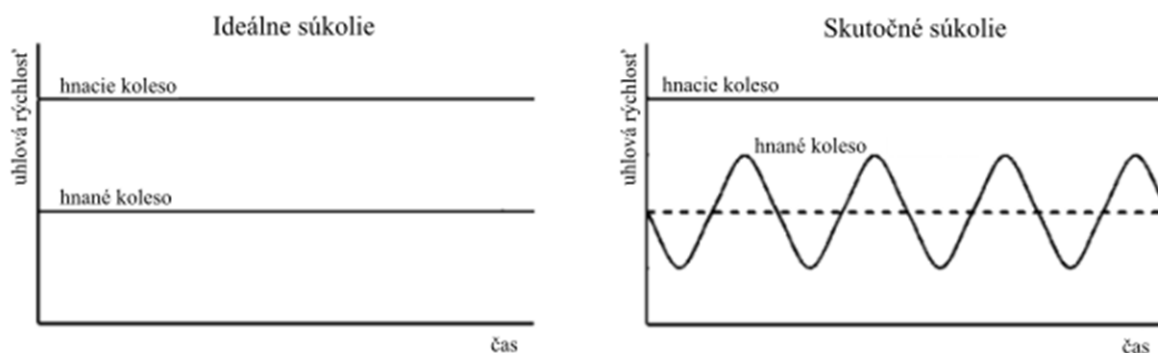
kde φ je uhol natočenia v radiánoch.

2 CHYBA PREVODU

Pojem chyba prevodu (angl. Transmission error – TE) bol zavedený už v polovici minulého storočia (Gregory, Harris, Munro). [9] Napriek tomu je táto problematika stále aktuálna, keďže súvisí s vibráciami a hlukom súkolí a prevodových ústrojenstiev, a požiadavky na tichý chod sú čoraz vyššie. O chybe prevodu bolo doposiaľ uverejnených mnoho publikácií, ktoré sa zaoberajú teóriou, experimentom a najmä v posledných rokoch výpočtovými simuláciami: [9], [12], [13], [14], [15], [16], [17], [25], [27], [28], [30], [31], [32].

2.1 DEFINÍCIA

Chyba prevodu je v podstate odchýlka hnaného ozubeného kolesa od dokonalého združeného záberu (podkapitola 1.2.2). Spôsobená je výrobnými a montážnymi nepresnosťami, premenlivou tuhosťou záberu, deformáciou zubov, hriadeľov, prevodovej skrine a dynamickými účinkami. Pri konštantnej uhlovej rýchlosti hnacieho člena nie je uhlová rýchlosť hnaného člena konštantná, ale periodicky sa mení (obr. 2.1). [9], [13]



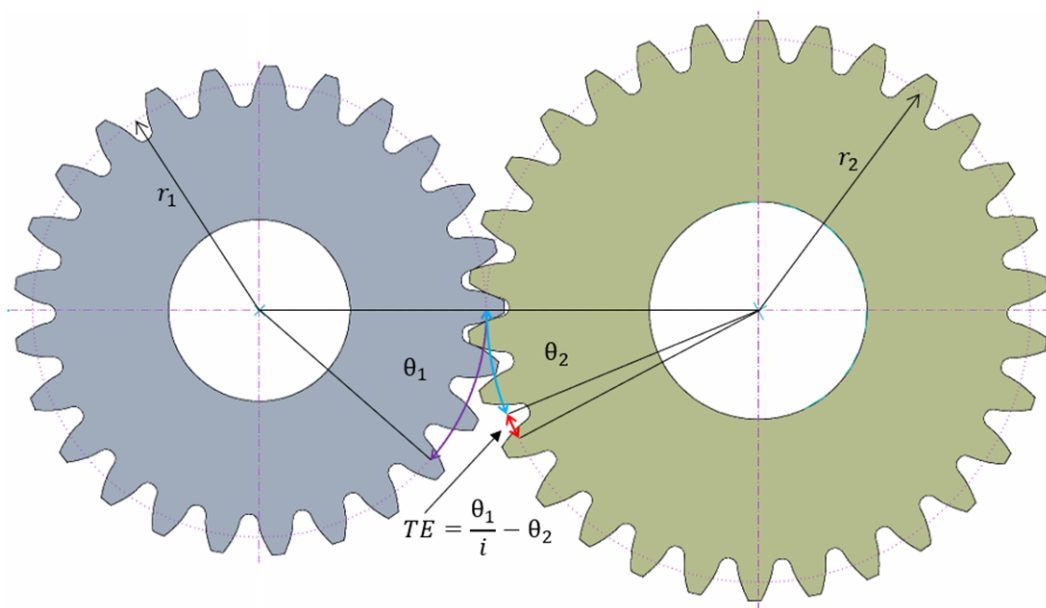
Obr. 2.1 Rozdiel medzi ideálnym a skutočným súkolím [12]

Formálnejšie možno chybu prevodu definovať ako uhlový rozdiel medzi teoretickou pozíciou hnaného kolesa (ak by bolo súkolie presne vyrobené a dokonale tuhé) a skutočnou pozíciou hnaného kolesa. Hoci výsledkom meraní sú uhlové posunutia (natočenia), zvyknú sa tieto hodnoty (v radiánoch) vynásobiť polomerom rozstupovej alebo základnej kružnice. Tým sa získajú dĺžkové jednotky (rádovo v mikrometroch). Výhodou tohto prepočtu je lepšia porovnateľnosť chyby prevodu medzi jednotlivými súkoliami, keďže všetky kolesá danej kvality, bez ohľadu na ich veľkosť (modul, počet zubov, atď.), majú približne rovnakú chybu prevodu (zväčša menej ako 5 μm). [9] Matematicky vyjadrené [14]:

$$TE = \frac{\theta_1}{i} - \theta_2, \quad (46)$$

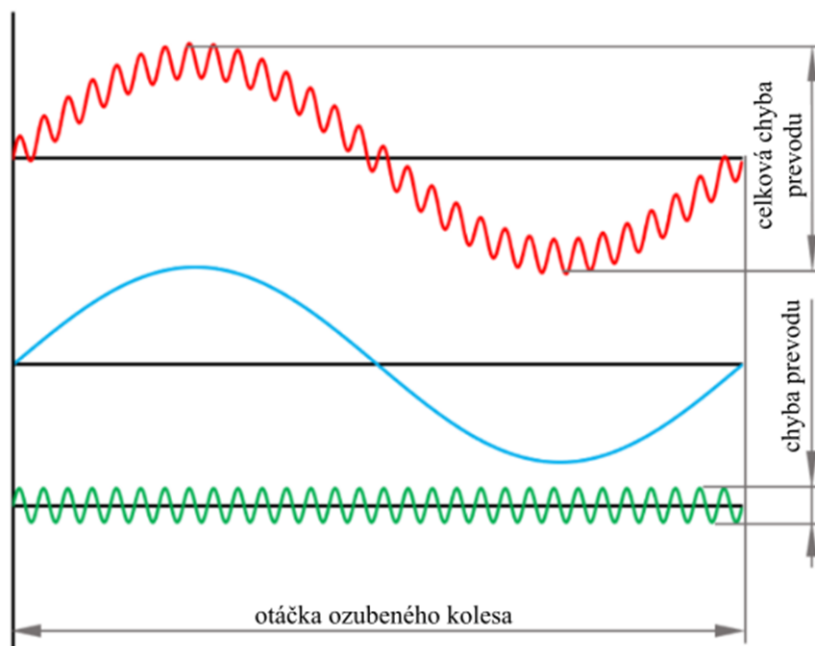
$$TE = r_1 \theta_1 - r_2 \theta_2, \quad (47)$$

kde θ_1 , resp. θ_2 sú uhly natočenia hnacieho, resp. hnaného kolesa v radiánoch,
 i je prevodový pomer,
 r_1 , resp. r_2 sú rozstupové kružnice hnacieho, resp. hnaného kolesa.



Obr. 2.2 Chyba prevodu – TE

Pri uhlovom vyjadrení chyby prevodu si treba dať navyše pozor, na ktoré koleso sa vzťahuje. Člen $\frac{\theta_1}{i}$ v rovnici (46) vyjadruje uhlové natočenie hnacieho kolesa prepočítané prevodovým pomerom na koleso hnané. Jedná sa teda o pozíciu, v ktorej by sa hnané koleso malo teoreticky nachádzať. θ_2 je potom skutočné natočenie hnaného kolesa. V literatúre možno nájsť rôzne tvary tejto rovnice (46). Na obr. 2.2 je schematicky znázornená chyba prevodu. Pre názornosť je (nereálne) zväčšená.



Obr. 2.3 Priebeh chyby prevodu a jej zložky [12]

Ďalej treba rozlišovať medzi *celkovou chybou prevodu* a *chybou prevodu*. Celková chyba prevodu je rozdiel medzi maximálnou a minimálnou chybou prevodu za jednu otáčku

ozubeného kolesa. Zahŕňa v sebe aj chybu rozstupu a excentricitu kolies (modrý priebeh na obr. 2.3). Pri chybe prevodu sa jedná o rozdiel medzi max. a min. chybou prevodu na zubovom rozstupe. Tento rozdiel sa v literatúre označuje ako peak-to-peak hodnota a z hľadiska vibrácií a hluku je dôležitejšia ako priemerná hodnota chyby prevodu. Chyba prevodu je namodulovaná na celkovú chybu prevodu (obr. 2.3). [12], [15], [16]

2.2 ROZDELENIE

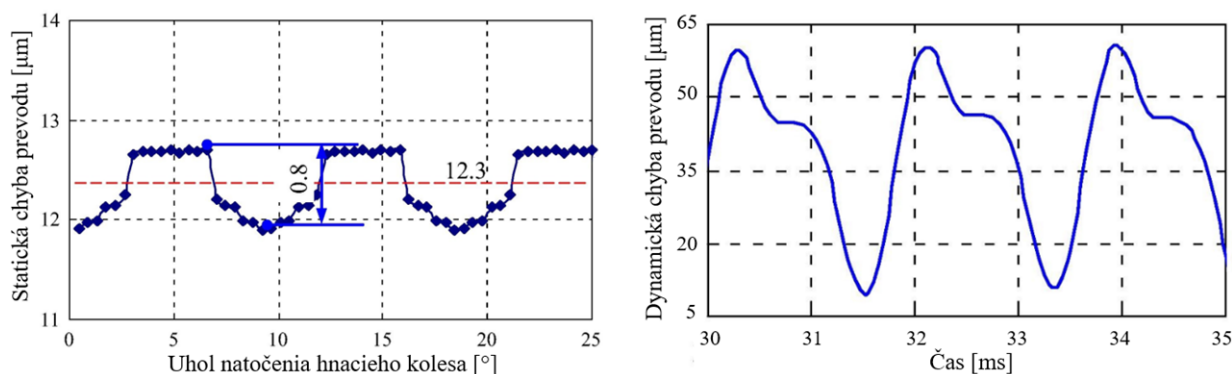
Chybu prevodu možno rozdeliť na niekoľko základných typov [17]:

- výrobnú (geometrickú)
- statickú (STE)
- dynamickú (DTE)

Najjednoduchším typom chyby prevodu je chyba spôsobená pri výrobe ozubeného kolesa. Profil zuba líšiaci sa od teoretickej evolventy spôsobí záber mimo priamky záberu (záber nie je združený). Pri výrobe môže ďalej nastať to, že zuby nie sú rovnomerne rozmiestnené po obvodě kolesa – chyba rozstupu. Rôznobežnosť hriadeľov spôsobená pri montáži taktiež prispieva do tejto chyby. Výrobná chyba prevodu sa meria bez záťaže alebo pri malom zaťažení (aby nedošlo k deformácii zubov) a pri nízkej rýchlosti (aby sa neprejavili dynamické účinky). [16], [17]

Statická chyba prevodu je spôsobená striedaním počtu zubov v zábere, deformáciou zubov a celého ústrojenstva, teda hriadeľov, ložísk a prevodovej skrine. Táto chyba teda závisí najmä na tuhosti celého systému a premenlivej tuhosti záberu. Meria sa pri nízkych otáčkach, tak ako výrobná chyba, avšak pri vyšších zaťaženiach (točivom momente), pri ktorých sa môžu prejavíť aj ďalšie výrobné nepresnosti. [16], [17] Táto práca sa zaoberá práve statickou chybou, bez uvažovania výrobných a montážnych nepresností.

Najkomplexnejšou chybou prevodu je chyba dynamická. Meria sa pri prevádzkovom zaťažení a otáčkach. Prejavia sa teda aj dynamické sily pri rotácii spôsobené hmotnosťou (momentmi zotrvačnosti) ozubených kolies, ďalej vnútorné tlmenie kolies, hriadeľov a ložísk. Dynamická chyba prevodu zahŕňa v sebe aj statickú a výrobnú chybu. [17], [18]



Obr. 2.4 Ukážka priebehu statickej a dynamickej chyby prevodu [20]

Statickú a dynamickú chybu je možné určiť aj analytickými výpočtami, ktoré berú do úvahy základný tvar zuba. Výpočtové modely pre statickú chybu uvažujú lineárny systém, teda veľké zaťaženia a malé momenty zotrvačnosti. V prípade prídavných nelineárností (malé

zaťaženie, veľké momenty zotrvačnosti, vnútorné tlmenie) je nutné výpočty porovnať s experimentom. Pre komplexné tvary ozubenia je vhodnejšie použiť 3D modely súkolí riešené pomocou MKP softwarov (tak, ako v tejto práci). [8], [18] Príklad priebehu statickej a dynamickej chyby prevodu je zobrazený na obr. 2.4.

2.3 VIBRÁCIE A HLUK OZUBENÝCH PREVODOV

Chyba prevodu podľa súčasných názorov úzko súvisí s generovanými vibráciami a hlukom ozubených súkolí. Tento parameter by mal pomocou jedného čísla popísať vplyv všetkých nepresností a deformácií v ozubení a charakterizovať očakávanú veľkosť vibrácií a následný hluk generovaný ozubenými kolesami. Pri lineárnych systémoch je závislosť chyby prevodu na hluku súkolia lineárna. V praxi to však zväčša platí iba pre jednu frekvenciu. [12], [19]

Budenie vibrácií spôsobuje dynamická sila, ktorá môže meniť svoju amplitúdu, smer alebo polohu (pôsobisko). V prípade evolventného ozubenia ide o zmenu amplitúdy sily v zábere. Jej príčinou je najmä premenlivá tuhosť záberu, rázy zubov pri vstupe do záberu (spôsobené deformáciou zubov, nepresnými rozstupmi) a výrobné nepresnosti. Zmena smeru sily v zábere nastáva v dôsledku trecích síl, keďže záber ozubenia je kombináciou valenia a šmýkania. Tento efekt je z hľadiska vibrácií zanedbateľný. Trecie sily však môžu spôsobiť opotrebenie boku zuba, odchýlku od teoretického tvaru a následné vibrácie. [9], [19]

Špecifickým zdrojom hluku sú rázy. Ráz vzniká vplyvom bočnej a axiálnej vôle voľných alebo málo zaťažených (napr. voľnobežné otáčky spaľovacieho motora) ozubených kolies so šikmými zubami. Rázy môžu vzniknúť aj pri veľmi vysokých točivých momentoch a nízkych otáčkach. Prispieva k tomu nepravidelný chod pohonnej jednotky, pri ktorom dochádza k torznému kmitaniu. Hluk spôsobený týmto kmitaním sa nazýva ako rinčanie a klepanie. Dvojmotové zotrvačníky čiastočne dokážu eliminovať tento jav. [19]

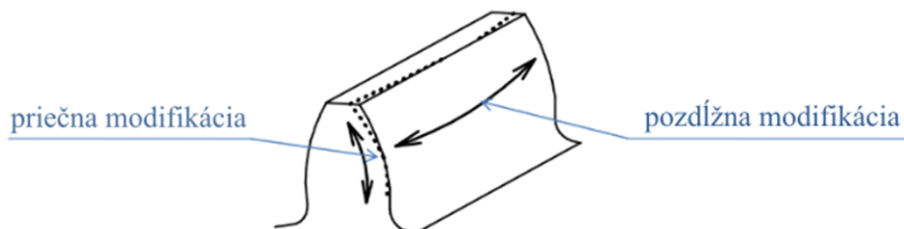
Vibrácie ozubených kolies nemusia byť dominantným zdrojom hluku. Hluk, ktorý vyžarujú sa z väčšej časti môže utlmiť v prevodovej skrini. Prostredníctvom hriadeľov, ložísk a uložením prevodovej skrine sa však vibrácie šíria do ďalších komponentov. Hluk nastáva až keď rozkmitajú tenkostenný panel s väčšou plochou, akým je prevodová skriňa, blok motora alebo časť karosérie. [9]

2.4 ZNÍŽENIE CHYBY PREVODU

Návrh ozubených kolies/súkolí sa delí sa návrh makro-geometrie (kapitola 1) a mikro-geometrie (podkapitola 2.4.2). Už od návrhu základných rozmerov ozubeného kolesa závisí, či bude súkolie vyžarovať viac hluku, alebo menej. Parametre makro-geometrie šikmého ozubenia pre aplikácie, ktoré požadujú o. i. nízku úroveň vyžarovaného hluku sú uvedené napr. v [4]. Ďalším krokom je návrh mikro-geometrie. Jedná sa o modifikácie zubov, ktoré spočívajú v odobratí materiálu z bokov zubov. Úlohou modifikácií je kompenzovať najmä deformáciu (zubov, hriadeľov, atď.) spôsobenú záťažovým točivým momentom a iné aspekty prispievajúce k chybe prevodu. Ich hodnoty sa teda pohybujú rádovo v jednotkách alebo desiatkach mikrometrov. Dôležitým faktorom je aj kvalita povrchu bokov zubov (drsnosť, tolerancie). Veľmi kvalitné povrchy však vedú na veľké výrobné (finančné) náklady. [4], [14], [16], [21], [22]

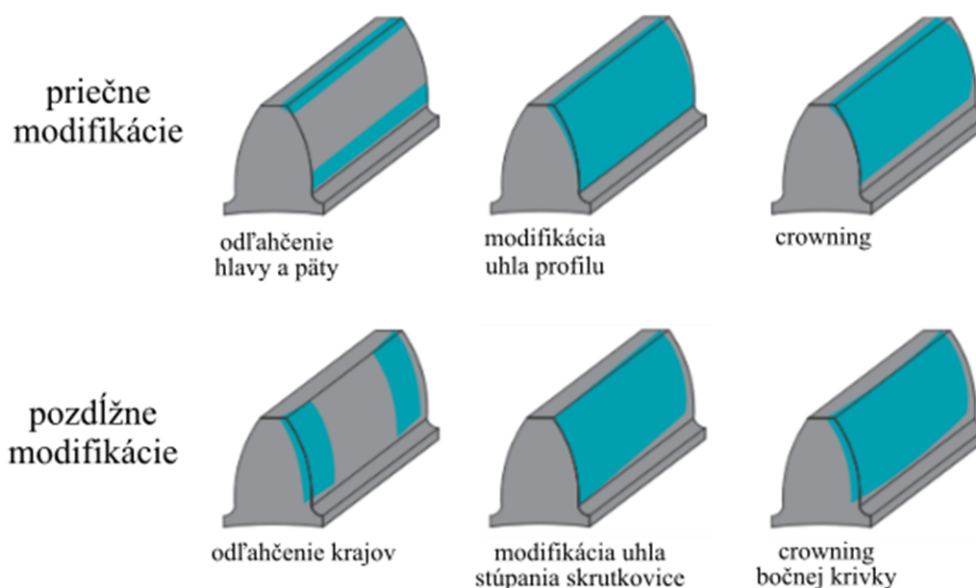
2.4.1 MODIFIKÁCIE ZUBOV

Modifikácie možno rozdeliť do dvoch väčších skupín znázornených na obr. 2.5 – priečne modifikácie (profilu, evolventy) a pozdĺžne modifikácie (bočnej krivky).



Obr. 2.5 Priečna a pozdĺžna modifikácia [23]

Na obr. 2.6 sú zobrazené konkrétne typy modifikácií. Odľahčenie hlavy a päty zuba, nazývané aj ako výšková modifikácia (angl. tip/root relief), slúži na kompenzáciu deformácie zubov, nepresnosti rozstupu a profilu. Modifikácia uhla profilu (záberu) kompenzuje deformáciu zubov, teplotnú rozťažnosť a väčšie deformácie hriadeľov. Crowning vzniká spojením odľahčenia hlavy a päty zuba, jeho význam je podobný. Pozdĺžne modifikácie sú určené najmä na kompenzáciu deformácie hriadeľov. Pre doplnenie, odľahčenie krajov zuba sa v anglickej literatúre nazýva ako *end relief*. Priečne a pozdĺžne modifikácie je možné medzi sebou kombinovať. [8], [22]

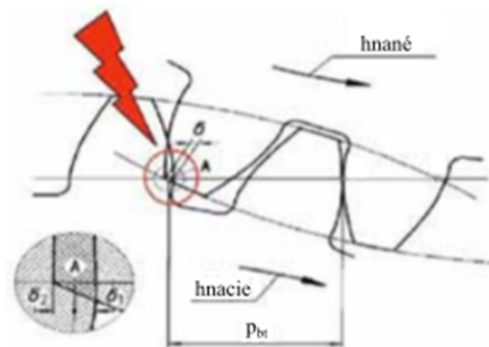


Obr. 2.6 Typy modifikácií zubov [24]

Medzi modifikácie sa taktiež radí zrazenie hrany na hlave zuba (alebo zaoblenie), ktoré zabraňuje poškodeniu plochy boku zuba otrepami; a protuberantné podrezanie päty zuba, ktoré znižuje vrubové účinky a uľahčuje dokončovacie operácie (brúsenie, ševingovanie). Tieto typy modifikácií však, na rozdiel od predošlých, zmenšujú plochu boku zuba podieľajúcej sa na zábere. [5], [8]

2.4.2 TIP RELIEF A ROOT RELIEF

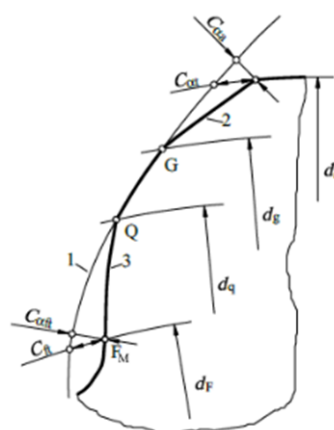
Tip relief je najpoužívanejším typom modifikácie ozubenia. Vplyvom zaťaženia sa zaberajúce zuby deformujú a nastáva predčasný vstup zuba do záberu mimo záberovej priamky. Následkom je vstupný ráz – interferencia (obr. 2.7). Aby sa tomuto predišlo, je potrebné zúžiť zub v oblasti hlavy zuba a plynule odľahčiť evolventu. Takto modifikovaný zub vstupuje, resp. vystupuje do, resp. zo záberu pozvoľne a nedochádza k nadmerným napätiam na hrane hlavy zuba. Hranový kontakt má navyše negatívny vplyv na olejovú mazacu vrstvu a mohlo by dôjsť k priamemu kontaktu (kov na kov). Interferencia môže byť spôsobená aj (výrobnou) chybou rozstupu zubov. Tip relief teda v konečnom dôsledku prispieva k rovnomernejšiemu chodu súkolia, znižuje peak-to-peak chybu prevodu a s ňou spojený hluk. [5], [8], [9]



Obr. 2.7 Interferencia [22]

Root relief má v podstate ekvivalentný význam ako tip relief, v ďalšom texte sa preto bude pojednávať iba o tip relief-e. Pri väčších súkoliach je výhodnejšie aplikovať tip a root relief na menšie koleso (pastorok) a väčšie koleso ponechať bez modifikácií. V oblasti päty zuba je však zložitejšia geometria, preto sa zväčšia používa tip relief (na oboch kolesách). [9]

GEOMETRIA



Obr. 2.8 Tip a root relief [5]

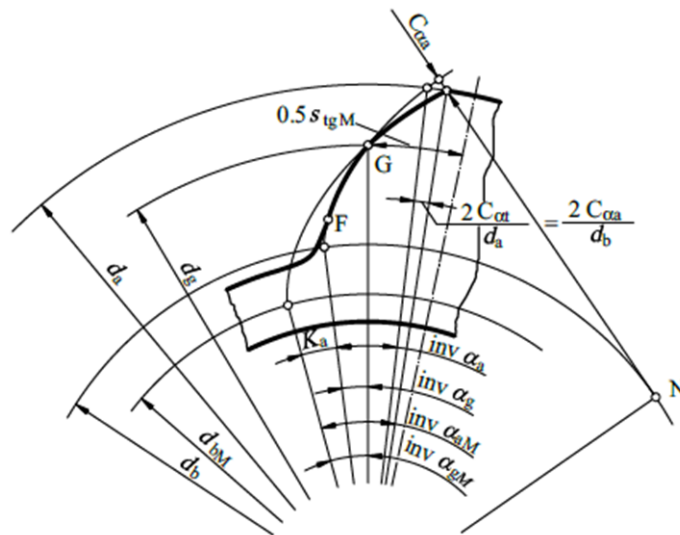
Na obr. 2.8 sú znázornené hlavné body a parametre modifikovanej geometrie zuba. Číslo 1 označuje pôvodnú evolventu, číslo 2, resp. 3 modifikovanú evolventu pre tip, resp. root relief. Modifikovaná evolventa sa od pôvodnej evolventy líši priemerom základnej kružnice (evolúty) a teda aj uhlom profilu. Ďalej sú zakótované priemery (d_g a d_q), na ktorých začínajú

modifikácie a im prislúchajúce body G a Q (prieniky s pôvodnou evolventou). Veľkosť modifikácie ($C_{\alpha a}$, resp. $C_{\alpha ft}$) sa udáva v čelnej rovine a v smere normály na hlavnú geometriu (pôvodnú evolventu). [5]

Na obr. 2.9 je zobrazená detailnejšia geometria modifikácie tip relief. Modifikácia je jasne definovaná dvoma parametrami, a to $C_{\alpha a}$ a d_g . Z obr. 2.9 je zrejmé, že:

$$\text{inv } \alpha_{aM} - \text{inv } \alpha_{gM} = \text{inv } \alpha_a - \text{inv } \alpha_g + \frac{2C_{\alpha a}}{d_b}. \quad (48)$$

Použitím rovníc (11-13) možno rovnicu upraviť na tvar, kde jedinou neznámou bude priemer základnej kružnice modifikovanej evolventy. Výsledná rovnica je však transcendentálna (nemá analytické riešenie) a jej vyriešenie je možné iba pomocou numerických metód (napr. Newtonova metóda). Analogicky sa postupuje pri modifikácii root relief.



Obr. 2.9 Tip relief – geometria [5]

URČENIE PARAMETROV

Veľkosť modifikácie (parameter $C_{\alpha a}$), ak sú uvažované iba elasticke deformácie ozubených kolies, možno určiť zo strednej celkovej mernej tuhosti záberu – vyjadrením deformácie δ z rovnice (44) [5]:

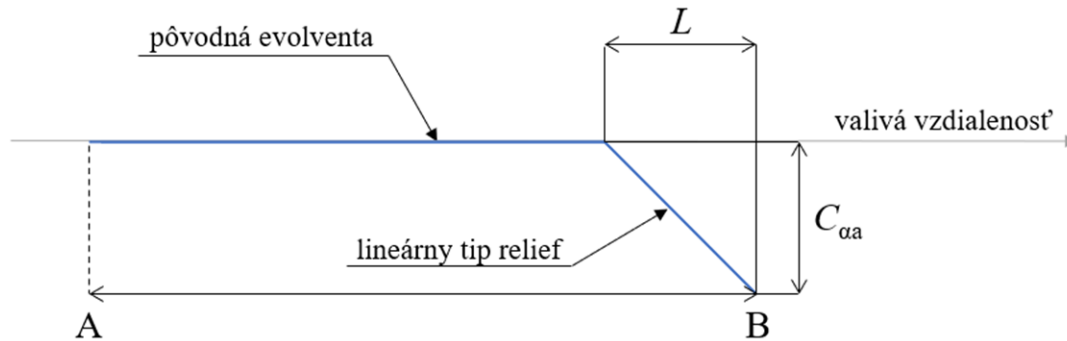
$$C_{\alpha a} = \frac{F_{t_{\max}}}{bc_{\gamma} \cos \alpha_t}, \quad (49)$$

kde $F_{t_{\max}}$ je obvodová sila odpovedajúca maximálnemu prípustnému zaťaženiu z pevnostného alebo iného hľadiska.

Táto deformácia je v podstate priemerná (stredná) hodnota statickej chyby prevodu vyjadrená na priamke záberu (na základnej kružnici). Chyba prevodu je teda nepriamo úmerná tuhosti záberu.

Druhý parameter d_g , vyjadrujúci počiatok modifikácie a dĺžku modifikovanej evolventy, je náročnejšie určiť. Dôvodom je, že dĺžka evolventy nie je proporcionálna k uhlu odvalu. Túto vlastnosť možno pozorovať aj na obr. 1.3, kde rovnaké uhly odvalu nezodpovedajú rovnakým

dĺžkam evolventy. Valivá vzdialenosť (vzdialenosť na priamke záberu) je však priamo úmerná uhlu odvalu (v radiánoch). Konštantou úmernosti je polomer základnej kružnice. Vzdialenosti pozdĺž evolventy sa teda vyjadrujú v zmysle valivej vzdialenosti, nie ako skutočné dĺžky. [9]

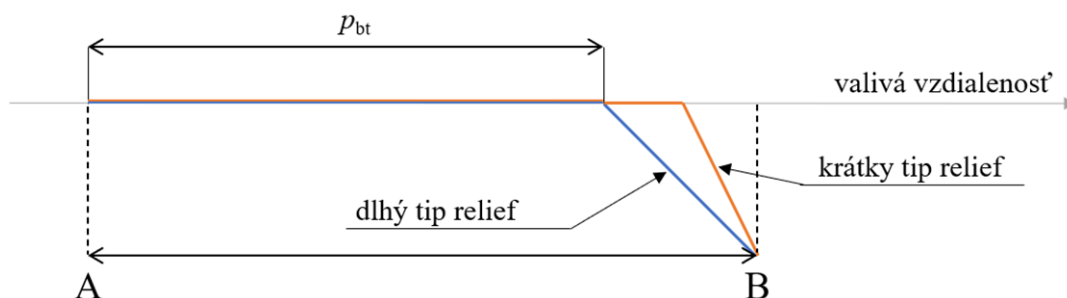


Obr. 2.10 Lineárny tip relief

Na obr. 2.10 je znázornený profil zuba v zmysle valivej vzdialenosti. Bod A je začiatok aktívneho profilu zuba, bod B koniec. V tomto znázornení sa pôvodná evolventa javí ako horizontálna úsečka ležiaca na priamke záberu. Modifikovaná evolventa je taktiež úsečka (preto lineárny tip relief), avšak odchylená od priamky záberu. Tip relief môže mať teoreticky ľubovoľný tvar (napr. parabolický, oblúkový). Ukazuje sa však, že lineárna zmena v závislosti na uhle odvalu, resp. valivej vzdialenosti, je vhodnejšia. [9] Dĺžku (rozsah) modifikácie (nie skutočnú dĺžku modifikovanej evolventy) možno určiť nasledovne [25]:

$$L = \frac{\overline{AB} - p_{bt}}{2 - \frac{F_{t_design}}{c_{\gamma} c_{\alpha a} b \cos \alpha_t}}, \quad (50)$$

kde F_{t_design} je obvodová sila odpovedajúca návrhovému zaťaženiu. Návrhové zaťaženie je v tomto prípade zaťaženie, pri ktorom sa požaduje najmenšia chyba prevodu (najtichší chod). Pričom návrhové zaťaženie z hľadiska pevnosti ozubenia môže byť omnoho väčšie. [9]



Obr. 2.11 Dlhý a krátky tip relief

Z rovníc (49-50) je zrejmé, že ak sa návrhové zaťaženie rovná zaťaženiu maximálnemu, je dĺžka modifikácie rovná čitatel'u z rovnice (50). Takáto modifikácia sa nazýva ako dlhý tip relief. Pre nulové (alebo veľmi malé) návrhové zaťaženie je hodnota modifikácie polovičná – krátky tip relief. V tomto prípade sa zuby síce nedeformujú, ale je nutné kompenzovať ostatné deformácie a chyby. [9] Dlhý a krátky tip relief je schematicky znázornený na obr. 2.11. Obr. 2.10 a obr. 2.11 vychádzajú z [25].

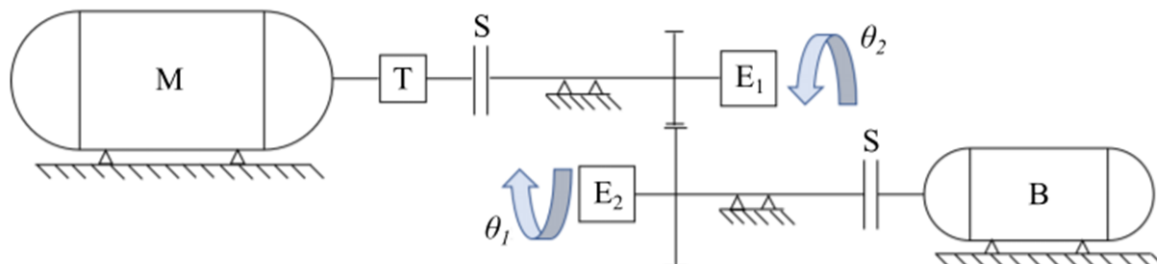
2.5 MERANIE CHYBY PREVODU

Aj napriek neustálemu zvyšovaniu výkonu výpočtovej techniky a prepracovanejším softwarom je stále nutné porovnávať výpočty s technickým experimentom na reálnych komponentoch a naopak. Vzhľadom na to, že cieľom tejto práce nie je experimentálne stanovenie chyby prevodu, bude v tejto podkapitole experiment popísaný iba okrajovo.

Statická a geometrická chyba prevodu sa meria výhradne inkrementálnymi rotačnými snímačmi (optické enkóдеры). Dynamickú chybu prevodu možno merať nasledujúcimi snímačmi [12]:

- tangenciálne uchytenými akcelerometrami,
- torznými akcelerometrami,
- laserovými snímačmi vibrácií (na princípe Dopplerovho javu),
- inkrementálnymi rotačnými snímačmi.

Meranie sa uskutočňuje na testovacích stavoch, prvý bol vyvinutý v 60. rokoch minulého storočia. Testovať možno prevodovku ako celok (je však potrebné špeciálne vybavenie), ale aj jednotlivé súkolia samostatne. Ak sa vyskytne problém s nadmernými vibráciami a hlukom prevodovky, je vhodné sa zamerať na statickú chybu prevodu samostatných súkolí (v testovacej/experimentálnej prevodovke), keďže statická chyba ďalej vybudí chybu dynamickú. Dynamická chyba má však bližší súvis s vyžarovaným hlukom a zvykne sa merať na nedemontovanej prevodovke. [9], [26], [27]



Obr. 2.12 Testovací stav [27], [28]

Veľmi dôležitou vlastnosťou testovacieho stavu je jeho veľká tuhosť (hriadeľov, ložísk, atď.) v porovnaní s tuhosťou ozubenia. Ak by tomu tak nebolo, malo by to vplyv na meranie a výsledky by bolo náročné vyhodnotiť. Na obr. 2.12 je schematicky znázornený príklad testovacieho stavu. Pozostáva z elektromotora (M), snímača točivého momentu (T), dvoch optických enkóderov (E), vírivej brzdy (B) a spojky (S). Ozubené kolesá sú uložené letmo, aby bolo umožnené rýchle nastavenie. Presadenie je však čo najmenšie. Taktiež je možné meniť osovú vzdialenosť hriadeľov. Výsledkom merania sú uhlové natočenia hnacieho a hnaného kolesa (θ_1 a θ_2). Snímače musia mať vysokú presnosť, keďže veľkosť chyby prevodu sa pohybuje rádovo v uhlových sekundách (v mikrometroch). [14]

3 TVORBA VÝPOČTOVÉHO MODELU

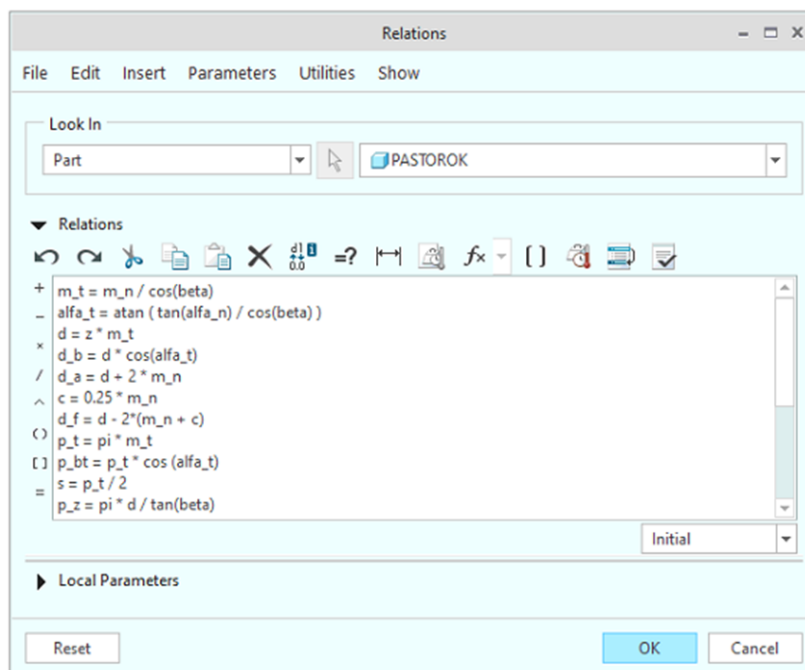
Vo všeobecnosti existuje viacero úrovní výpočtových modelov, ktoré sa líšia svojou presnosťou, náročnosťou a výpočtovým časom. Od schematických rovinných modelov popísaných analytickými vzťahmi, až po komplexné 3D CAD modely/zostavy, zahrňujúce aj ostatné komponenty prevodového ústrojenstva (hriadele a pod.), v MKP/MBS softwaroch, ktoré využívajú pre riešenie numerické metódy. V tejto práci bol zvolený prístup pomocou metódy konečných prvkov (MKP).

3.1 PARAMETRICKÝ 3D MODEL

Prvým krokom bolo vytvorenie 3D geometrie ozubených kolies a následne zostavy súkolia. Na to bol použitý software *PTC Creo*, avšak v súčasnosti existuje viacero alternatív. Výhodou tohto programu je veľmi dobrá parametrizácia modelu, t. j. jednotlivé rozmery modelu môžu byť riadené rovnicami na základe vstupných (nezávislých) parametrov. Pri ozubených kolesách a súkoliach je toto obzvlášť dôležité, keďže zmenou napr. počtu zubov by bolo nutné prepočítavať množstvo rovníc (kapitola 1) a zadávať nové hodnoty kót manuálne. Vytváranie viacerých konfigurácií je tak omnoho efektívnejšie.

3.1.1 MODEL OZUBENÉHO KOLESA

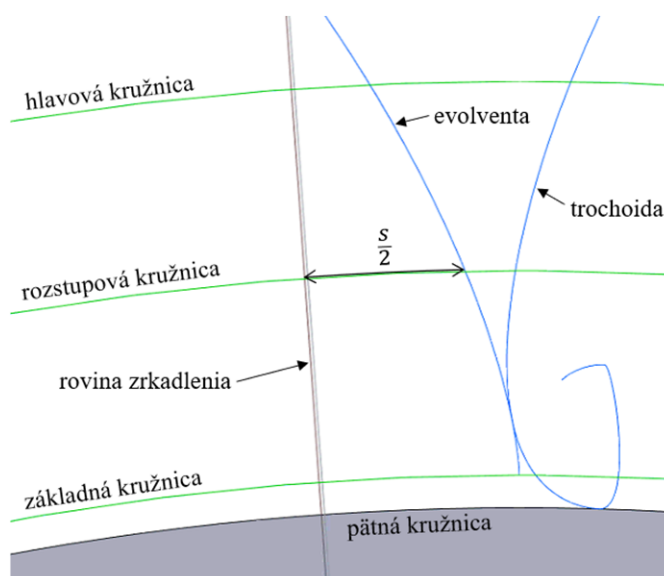
Vstupnými parametrami pre šikmé ozubenie sú: normálny modul m_n , počet zubov z , uhol záberu v normálnej rovine α_n a uhol sklonu zuba na rozstupovom valci β . Z nich sa dopočítajú zvyšné (závislé) parametre – obr. 3.1. Tieto parametre sa následne priradia k jednotlivým kótam.



Obr. 3.1 Zadanie relácií

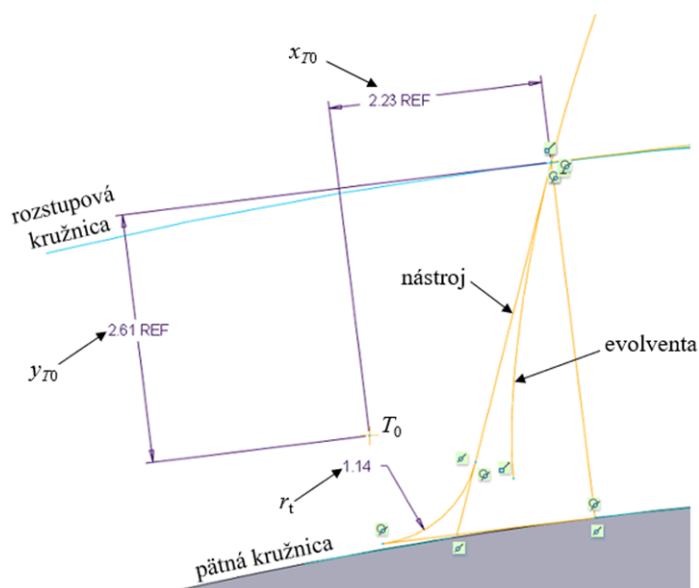
Telo ozubeného kolesa sa vytvorí vysunutím o šírku b (funkcia *Extrude*) pätnjej kružnice s priemerom d_f . Ďalej sa zostroja ostatné kružnice (základná, rozstupová a hlavová) a priradia sa im prislúchajúce závislé parametre. Pomocou krivky riadenej rovnicami sa vytvorí

evolventa a trochoida – rovnice (11-13) a (14-16). Rovinou zrkadlenia sa z nich urobí zrkadlový obraz (funkcia *Mirror*). Uvedené krivky sú zobrazené na obr. 3.2.



Obr. 3.2 Základné krivky a hlavné kružnice

Pri tvorbe trochoidy je potrebné zistiť súradnice stredu T_0 zaoblenia špičky výrobného nástroja, ktoré sa vyskytujú v rovniciach (14-16). Poslúži na to náčrt časti výrobného nástroja na obr. 3.3.

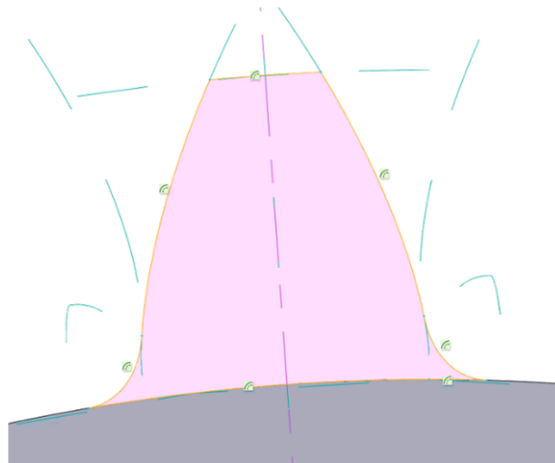


Obr. 3.3 Skica výrobného nástroja

Priamková časť nástroja prechádza priesečníkom rozstupovej kružnice a evolventy a v tomto bode je dotyčnicou k evolvente. V tomto priesečníku je zároveň počiatok pomocného súradnicového systému. Z neho je spustená radiálna úsečka do stredu kolesa. V bode, kde táto úsečka pretína pätnú kružnicu je zostrojená dotyčnica na danú kružnicu. Táto dotyčnica je taktiež dotyčnicou k oblúku zaoblenia špičky nástroja. Kóty odpovedajúce súradniciam stredu

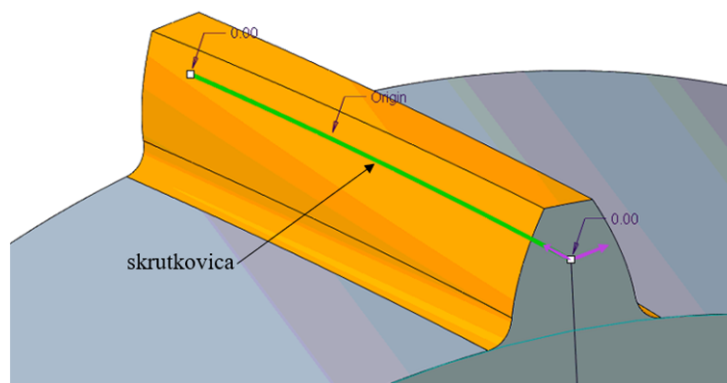
T_0 sú referenčné (riadené), t. j. vyplývajú z danej geometrie a nemožno ich hodnoty ľubovoľne meniť.

Profil zuba vznikne orezaním hlavovej a päťnej kružnice, symetrických evolvent a trochoíd (voči rovine zrkadlenia). Takto orezaný a uzavretý profil je zobrazený na obr. 3.4. Nevýhodou je, že sa nový profil pri niektorých konfiguráciách (pri zmene vstupných parametrov) neobnoví automaticky, ale je nutné ho manuálne upraviť tak, aby bol uzavretý.



Obr. 3.4 Výsledný uzavretý profil zuba

Ďalším krokom je z tohto rovinného profilu vytvoriť výsledný priestorový zub. Na to je potrebné zostrojiť pomocnú skrutkovú plochu (funkcia *Helical Sweep*). Nastaví sa zmysel stúpania skrutkovice a veľkosť stúpania p_z – rovnica (20). Prienikom skrutkovej plochy a plochy valca na rozstupovom priemere je časť skrutkovice s veľkým stúpaním. Táto skrutkovica sa použije ako trajektória, pozdĺž ktorej sa vytiahne profil zuba funkciou *Sweep*. Vytvorený zub možno vidieť na obr. 3.5.



Obr. 3.5 Priestorový zub

Prípadné modifikácie (tip/root relief) možno taktiež namodelovať plne parametricky. Vstupnými parametrami sú veľkosť modifikácie a priemer, na ktorom modifikácia začína. Po úprave rovnice (48) je možné získať jej riešenie pre priemer základnej kružnice modifikovanej evolventy. Rovnica a iteračný algoritmus (napr. Newtonova iteračná metóda) sa zapíše priamo do okna *Relations* – obr. 3.1. Na presné určenie počiatku modifikovanej

evolventy je ďalej potrebný parameter K_a z obr. 2.9. Modifikácia je následne vytvorená taktiež pomocou funkcie *Sweep*, avšak namiesto pridávania materiálu sa nastaví odoberanie.

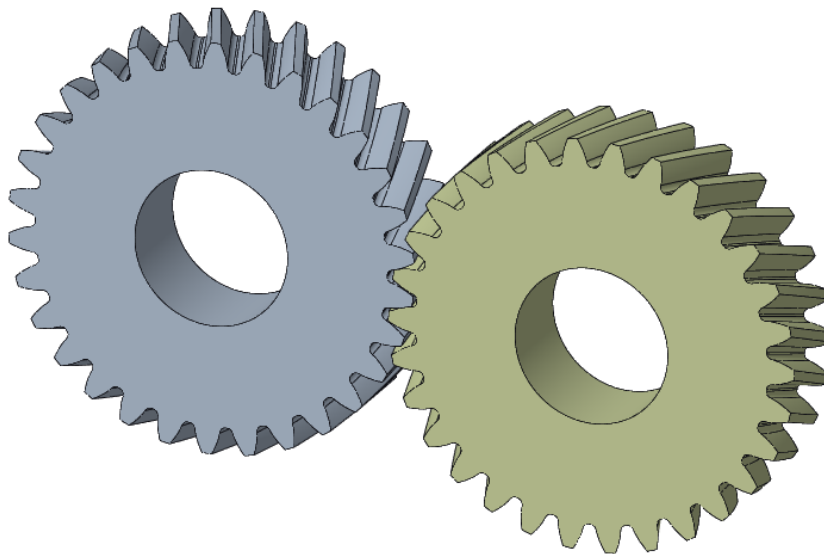
Vytvorený zub sa ďalej skopíruje po obvode kolesa pomocou funkcie *Pattern*. Skopírovať sa nemusia všetky zuby, ale môže sa aj menší počet. V takom prípade sa však musí zadať skutočná hodnota rozstupu, nie rovnomerné rozmiestnenie po obvode. Toto prináša výhodu, ktorá bude ozrejmeneá v podkapitole 3.2.

3.1.2 ZOSTAVA SÚKOLIA

Zostava je tvorená dvoma ozubenými kolesami, ktoré musia mať rovnaký modul, uhol záberu a uhol sklonu zuba. Zmysel stúpania skrutkovice musí byť rozdielny (ľavý/pravý). Obe kolesá sú zaväzbené väzbou *Pin*, ktorá umožňuje každému telesu jeden stupeň voľnosti – rotáciu okolo zvolenej osi. Osová vzdialenosť je nastavená taktiež parametricky. So zmenou veľkosti kolies sa teda automaticky obnoví na prislúchajúcu hodnotu. Teoretická osová vzdialenosť môže byť zväčšená, aby sa vytvorila bočná vôľa medzi zubami (v prípade nekorigovaného súkolia). Presná uhlová poloha kolies voči sebe sa nastaví manuálne tak, aby sa zuby v zábere navzájom tesne dotýkali. Nakoniec sa môže pridať väzba typu *Gears*, ktorá umožňuje, na základe zadaných rozstupových/valivých priemerov, konštantný prevodový pomer. Na obr. 3.6 je zobrazený výsledný model ozubeného súkolia s prevodovým pomerom rovným jednej. V tab. 3.1 sú uvedené jeho vybrané parametre.

Tab. 3.1 Parametre vytvoreného súkolia

Parameter	Jednotka	Pastorok/koleso
Modul normálny	[mm]	3
Počet zubov	[-]	30
Uhol záberu normálny	[°]	20
Uhol sklonu zuba	[°]	20
Zmysel stúpania skrutkovice	[-]	ľavý/pravý
Priemer základnej kružnice	[mm]	89,311
Priemer rozstupovej kružnice	[mm]	95,776
Priemer hlavovej kružnice	[mm]	101,776
Priemer päťnej kružnice	[mm]	88,276
Osová vzdialenosť teoretická	[mm]	95,776
Osová vzdialenosť skutočná	[mm]	96,026
Šírka kolesa	[mm]	24
Súčiniteľ záberu profilu	[-]	1,446
Súčiniteľ záberu kroku	[-]	0,871
Celkový súčiniteľ záberu	[-]	2,317



Obr. 3.6 3D model zostavy súkolia

3.2 MKP MODEL

Hotová geometria bola exportovaná vo formáte *STEP* a následne importovaná do softwaru *Ansys Workbench*. V tomto programe, ktorý je založený na metóde konečných prvkov, bola realizovaná simulácia (deformačne-napät'ová analýza) záberu dvoch ozubených kolies. Počet použitých (skopírovaných) zubov pred exportovaním bol nastavený na menšie hodnoty, ako je celkový počet zubov. Poloha kolies bola nastavená tak, aby prostredná zubová dvojica bola práve na začiatku záberu.

3.2.1 MATERIÁLOVÉ VLASTNOSTI

Keďže sa jedná o deformačne-napät'ovú analýzu je nutné definovať materiálové vlastnosti modelu. Zvolená bola uhlíková oceľ vysokej kvality využívaná aj v automobilovom priemysle na výrobu ozubených kolies – 45C8.

Tab. 3.2 Mechanické vlastnosti uhlíkovej ocele 45C8 [29]

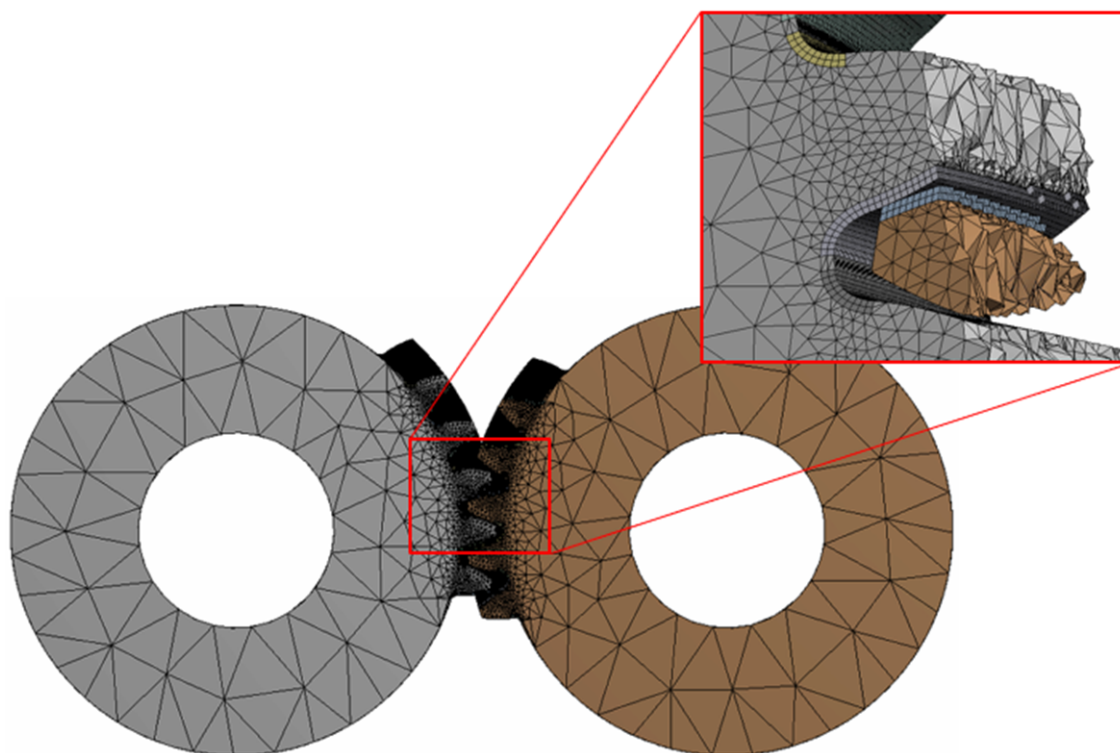
Veličina	Jednotka	Hodnota
Youngov modul pružnosti	[GPa]	200
Poissonovo číslo	[-]	0,3
Medza klzu v ťahu	[MPa]	560
Medza pevnosti	[MPa]	660
Hustota	[kg·m ⁻³]	7850

V tab. 3.2 sú uvedené základne materiálové (mechanické) vlastnosti tejto ocele. Pre účel tejto analýzy (bez uvažovania zotrvačných hmôt a plastických deformácií) mohla byť použitá aj predvolená konštrukčná oceľ, keďže má rovnaký Youngov modul pružnosti a Poissonovo číslo.

3.2.2 DISKRETIZÁCIA MODELU

Nevyhnutnosťou pri použití metódy konečných prvkov je rozdeliť model na menšie prvky (elementy) – vytvoriť tzv. sieť (angl. mesh). Sieť si daný software dokáže vytvoriť aj automaticky. Avšak vo väčšine prípadov je nutné pre niektoré časti modelu nastaviť vlastnosti siete/prvkov manuálne použitím vstavaných funkcií programu, ktorými sa sieť prispôbi podľa potreby.

Dôležitým faktorom je hustota siete, keďže od nej závisí presnosť výpočtu a výpočtový čas. Príliš riedka sieť má za následok menej presné riešenie, naopak príliš hustá sieť spôsobí dlhé výpočtové časy. Preto je nutné zhutňovať sieť iba na miestach, kde je to potrebné. Z toho dôvodu nie sú použité všetky zuby, ale iba tie v oblasti záberu. Vhodné je taktiež urobiť tzv. citlivostnú analýzu siete (podkapitola 4.1.1). V prípade ozubených kolies je potrebná hustejšia sieť v oblasti ozubenia z dôvodu koncentrácie napätia v päťach zubov a kontaktných tlakoch na bokoch zubov. Na telo kolesa môže byť použitá hrubšia sieť (obr. 3.7).



Obr. 3.7 Konečno-prvková sieť súkolia a jej detailný rez

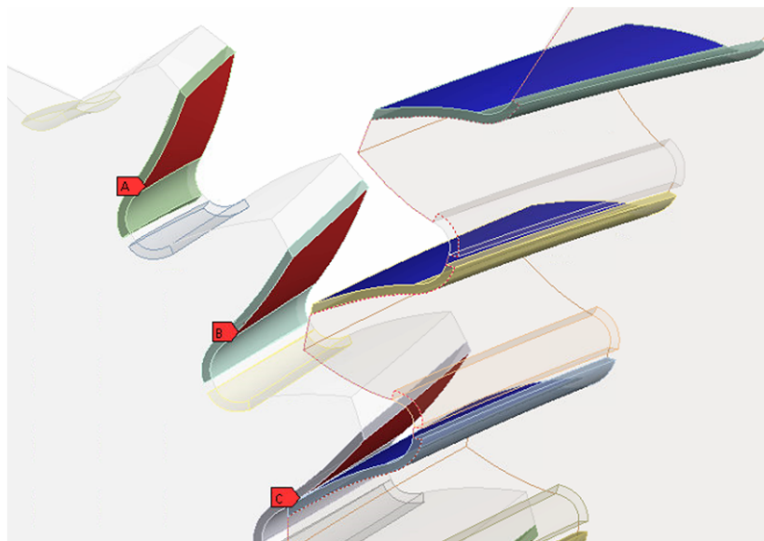
Sieť tela kolesa je tvorená štvorstennými prvkami (tetraédrami), ktorých veľkosť je určená automaticky. Na päty zubov a boky, ktoré sa podieľajú na zábere, je použitý šesťsten (hexaéder). Dôležité je, aby bola sieť v týchto oblastiach pri rôznych konfiguráciách súkolí vždy rovnaká – lepšia porovnateľnosť výsledkov.

Detailný rez sieťou je zobrazený na obr. 3.7. Takáto rovnomernosť siete sa dá dosiahnuť kombináciou funkcií *Hex Dominant Method*, *Edge/Face Sizing*, *Face Meshing* a *Sweep Method*. Farebná odlišnosť piat a bokov zubov od tela kolesa značí, že koleso je rozdelené na segmenty a jednotlivé časti možno vysieťovať zvlášť. Nadväznosť uzlov siete je aj napriek tomu zachovaná v celom telese a koleso sa chová ako celok. Toto možno dosiahnuť úpravami modelu v programoch, ktoré sú súčasťou *Asnsys-u Workbench – SpaceClaim*

a *DesignModeler*. Spomenuté funkcie sa potom aplikujú na hrany, plochy alebo na objemy (telá) týchto segmentov.

3.2.3 NASTAVENIE KONTAKTOV

Kontakty sa nastavujú na všetky páry bokov zubov, ktoré počas záberu prídu do kontaktu. Program najprv určí kontakty automaticky, ale väčšinou nie všetky a nie tak, ako je pre túto aplikáciu potrebné. Vhodné je automatické kontakty odstrániť (prípadne upraviť) a vytvoriť nové manuálne. Každý kontakt je tvorený kontaktnou *Contact* a cieľovou plochou *Target*. Obecne sa cieľové plochy zadávajú na teleso s väčšou tuhosťou. Na obr. 3.8 sú zobrazené niektoré kontaktné dvojice.



Obr. 3.8 Výber kontaktných plôch

Ďalej bol definovaný typ kontaktu na trecí – *Frictional*. Hodnota súčiniteľa trenia bola zvolená na 0,1 – typická hodnota pre kontakt oceľ-ocel pri statických podmienkach a prítomnosti maziva. [34] Funkcia *Trim Contact* je v tomto prípade veľmi nežiadúca a bola nastavená na *Off*.

Pokročilé nastavenia vlastností kontaktov sú obecné veľmi komplexná záležitosť. Ich východiskové nastavenie je *Program Controlled*, teda program ich určuje sám. Niekedy to však nie je vhodné, keďže tieto nastavenia môžu výrazne ovplyvniť výsledné kontaktné tlaky a konvergenciu úlohy. Pre tento typ úlohy sú vhodné dve metódy riešenia – *Pure Penalty* alebo *Augmented Lagrange*. Obe metódy vyžadujú, aby aspoň jedna kontaktná dvojica mala počiatočnú penetráciu. V priebehu simulácie (výpočtu) je prítomná penetrácia vo všetkých kontaktných miestach. Veľkosť penetrácie ovplyvňuje o. i. hodnota faktora normálovej tuhosti (*Normal Stiffness Factor*, označovaný aj ako FKN). Táto hodnota však nie je fyzikálnym parametrom, ale numerickým. Čím je väčšia, tým je menšia penetrácia, avšak horšia konvergencia a tým pádom dlhší výpočtový čas. Príliš malá hodnota FKN je taktiež nežiadúca, keďže následná veľká penetrácia je vzdialenejšia od reality, v ktorej je penetrácia nulová. Detailné nastavenie kontaktov závisí teda na danom výpočtovom modeli, taktiež na hustote siete v mieste kontaktu a najmä na skúsenostiach užívateľa/výpočtára. Viac o kontaktnej analýze sa možno dočítať v [33].

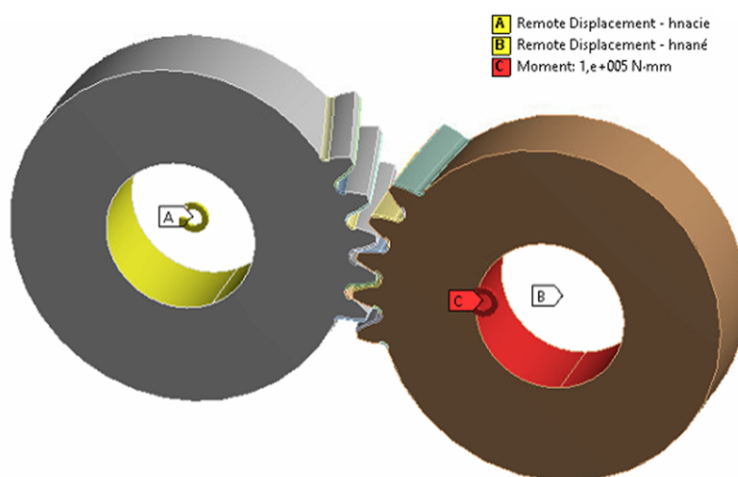
Name	Contact Side	Type	Status	Number Contacting	Penetration (mm)	Gap (mm)	Geometric Penetration (mm)	Geometric Gap (mm)	Resulting Pinball (mm)	Real Constant
Frictional - A	Contact	Frictional	Far Open	0,	0,	0,	0,	N/A	0,47578	25,
Frictional - A	Target	Frictional	Far Open	0,	0,	0,	0,	N/A	0,47667	26,
Frictional - B	Contact	Frictional	Far Open	0,	0,	0,	0,	N/A	0,47578	27,
Frictional - B	Target	Frictional	Far Open	0,	0,	0,	0,	N/A	0,47667	28,
Frictional - C	Contact	Frictional	Closed	4,	1,0729e-003	0,	0,	N/A	0,47578	29,
Frictional - C	Target	Frictional	Closed	3,	1,1982e-003	0,	1,1982e-003	N/A	0,47669	30,
Frictional - D	Contact	Frictional	Closed	174,	1,2155e-003	0,	1,2155e-003	N/A	0,47578	31,
Frictional - D	Target	Frictional	Closed	176,	1,2539e-003	0,	1,2539e-003	N/A	0,47667	32,
Frictional - E	Contact	Frictional	Closed	65,	1,3478e-003	0,	1,3478e-003	N/A	0,47578	33,
Frictional - E	Target	Frictional	Closed	69,	1,3505e-003	0,	0,	N/A	0,47667	34,

Obr. 3.9 Počiatočný status kontaktov

Na obr. 3.9 je zobrazený status (nástrojom *Contact Tool*) všetkých piatich kontaktných dvojíc. Dvojice A a B nie sú v počiatočnom kontakte. Zvyšné dvojice sa dotýkajú s počiatočnou penetráciou približne jeden mikrometer.

3.2.4 NASTAVENIE ANALÝZY A OKRAJOVÝCH PODMIENOK

Jedná sa o (kvázi) statickú štruktúrnú analýzu, použitá môže byť aj tranzientná (prechodová) štruktúrna analýza, avšak s vypnutými dynamickými účinkami. Na obe kolesá je aplikovaná okrajová podmienka *Remote Displacement*, ktorá umožňuje zadať hodnoty všetkých 6 stupňov voľnosti (3 posuvné, 3 rotačné) v každom kroku (*Step*) zvlášť. V prípade kolies bola žiadúca iba rotácia okolo ich osí. Hnaciemu kolesu je predpísaný uhol natočenia (pomocou tabuľky), hnané koleso sa môže voľne otáčať. Na hnané koleso je aplikovaný zaťažujúci (brzdny) moment, ktorý pôsobí proti smeru otáčania daného kolesa. Všetky spomínané okrajové podmienky sú zadané na valcové plochy nábojov kolies (obr. 3.10). Program z týchto plôch určí súradnice stredov kolies, avšak v niektorých prípadoch môže dôjsť pri určení k numerickej chybe – umelo vnesená excentricita do výpočtového modelu. Pre bežné aplikácie je táto chyba zanedbateľná, môže však výrazne ovplyvniť hodnoty a priebeh chyby prevodu. Výsledný priebeh chyby prevodu je potom celková chyba prevodu ako na obr. 2.3. V takom prípade je nutné zadať súradnice stredov kolies manuálne.



Obr. 3.10 Okrajové podmienky

Simulácia je rozdelená do dvoch krokov. V prvom kroku je hnacie koleso zafixované a na hnané koleso začína pôsobiť moment – lineárne, od nuly až po požadovanú hodnotu. Takto dôjde k predopnutiu zubov v zábere. V druhom kroku prebieha otáčanie hnacím kolesom o uhol, ktorý odpovedá celkovému trvaniu záberu jedného páru zubov. Tento krok je rozdelený na viacero podkrokov (*Substeps*). V tejto práci boli podkroky nastavené tak, aby

jeden podkrok odpovedal prírastku (inkrementu) natočenia o $0^{\circ}20'$. Prírastok, resp. počet podkrokov je nutné vhodne zvolit' tak, aby bol dostatočne zachytený priebeh chyby prevodu. Veľké inkreментy zhoršujú konvergenciu úlohy. Naopak, príliš veľký počet podkrokov má za následok veľké výsledkové súbory.

Záťažový moment je počas otáčania konštantný. Hnané koleso má po celý čas umožnenú voľnú rotáciu okolo svojej osi a jeho pohyb sa odvíja od pohybu hnacieho kolesa (prostredníctvom kontaktov) a od aplikovaného momentu. Keďže počas simulácie dochádza k veľkým výchylkám, *Large Deflections* bolo nastavené na *On*.

3.2.5 ZÍSKANIE UHLOV NATOČENIA

Uhly natočenia, potrebné do rovnice (47), boli merané v stredoch kolies, resp. na plochách, na ktoré boli aplikované aj okrajové podmienky. Pomocou týchto plôch boli zadané pomocné uzly (*Remote Points*) do stredov kolies. Do stredu hnaného kolesa bol vložený karteziánsky súradnicový systém. Stred hnacieho kolesa sa nachádzal v počiatku globálneho súradnicového systému. Následne bolo použité makro (*Commands*) na obr. 3.11, ktoré z každého podkroku vypísalo uhol natočenia oboch kolies do textového súboru. Výsledný súbor teda obsahoval tri stĺpce – číslo podkroku, uhol natočenia hnacieho a hnaného kolesa. Počet riadkov odpovedal počtu podkrokov. Chyba prevodu bola následne spracovaná a graficky vyhodnotená v programe *MS Excel*.

```
*DIM,meranie,ARRAY,85,3
*DO,I,1,85
SET,,,,,,,,I,
*GET,meranie(I,1),ACTIVE,0,SET,TIME
RSYS,0
*GET,meranie(I,2),NODE,remote_point_hnacie,ROT,Z
RSYS,12
*GET,meranie(I,3),NODE,remote_point_hnane,ROT,Z
*ENDDO
*MWRITE,meranie,cesta_priecinka\nazov_suboru.txt
(F10.5,5X,F15.10,5X,F15.10)
```

Obr. 3.11 Makro na výpis uhlov natočenia

4 VYHODNOTENIE VÝSLEDKOV

Pre väčšinu simulácií (analýz) bolo použité súkolie s parametrami uvedenými v tab. 3.1. Prípadné zmeny parametrov budú zdôraznené v konkrétnych podkapitolách. Zátťažový moment bol nastavený na 100 N·m, pokiaľ nie je uvedené inak.

4.1 DEFORMAČNE-NAPŤOVÁ ANALÝZA

Po odsimulovaní analýz, ktorých nastavenie bolo popísané v predchádzajúcej kapitole, bolo možné zobrazit' výsledky rôznych parametrov graficky, ale aj číselne, a to v každom podkroku riešenia. Vyhodnocovanými parametrami boli redukované (ekvivalentné) napätie von-Mises (HMH) a kontaktný tlak na bokoch zubov, prípadne status kontaktov. Veľkosť výsledkových súborov sa líšila v závislosti od hustoty siete a počtu podkrokov – rádovo jednotky až desiatky gigabajtov.

4.1.1 CITLIVOSTNÁ ANALÝZA SIETE

Vplyv hustoty siete na presnosť výpočtu, výpočtový čas a veľkosť výsledkových súborov bol uvedený v podkapitole 3.2.2. Prvú simuláciu je vhodné nastaviť s väčšími prvkami siete a pri ďalších simuláciách ich postupne znižovať. Keď sa s ďalším zjemňovaním siete vyhodnocovaný parameter (veľičina) už príliš nemení, možno túto veľkosť prvku považovať za dostatočnú. Keďže hlavným cieľom tejto práce je stanoviť chybu prevodu, sledovaným parametrom pri citlivostnej analýze bola peak-to-peak hodnota chyby prevodu – PTPTE (tab. 4.1). Pre doplnenie, menená bola veľkosť hexaédrov, ktoré boli v dvoch vrstvách ako na obr. 3.7. Geometria a nastavenie analýzy boli počas citlivostných analýz vždy rovnaké.

Tab. 4.1 Citlivostná analýza pre rôzne veľkosti prvkov v dvoch vrstvách

Veľkosť prvku [mm]	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2
PTPTE [μm]	0,518	0,561	0,547	0,544	0,544
Počet prvkov	163 473	225 723	357 513	476 015	777 580
Počet uzlov	341 181	476 447	767 210	1 028 540	1 668 786

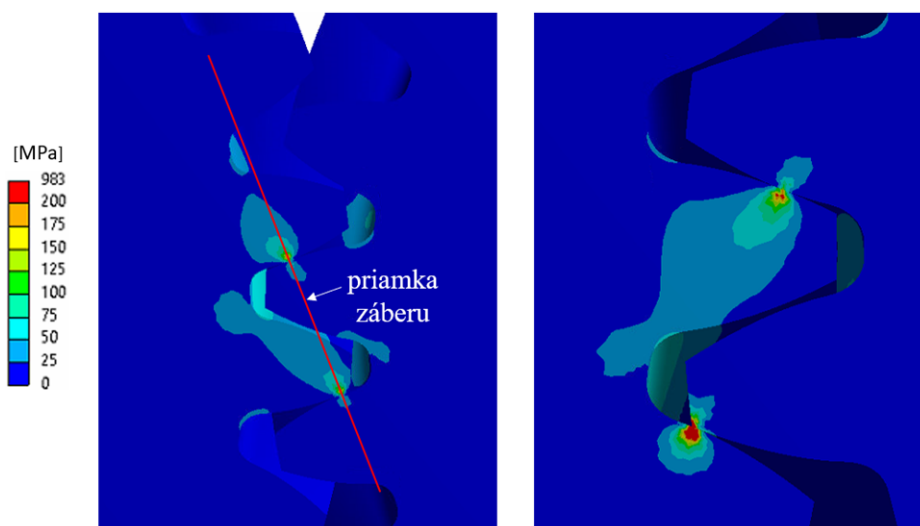
Z tab. 4.1 vyplýva, že od veľkosti prvku 0,3 mm sa PTPTE už takmer nemenila. Pre ďalšie výpočty bola napokon zvolená sieť s veľkosťou prvku 0,25 mm. S touto sieťou bola ešte vykonaná citlivostná analýza počtu vrstiev hexaédrov (tab. 4.2). Nepriniesla však výraznú zmenu v hodnotách PTPTE, preto bola na všetky ďalšie simulácie používaná sieť s dvoma vrstvami. Výpočtový čas sa pohyboval približne od 2 do 36 hodín. Výpočty však prebiehali na počítačoch s odlišnými parametrami, preto výpočtové časy nie je možné presne porovnávať.

Tab. 4.2 Citlivostná analýza pre rôzny počet vrstiev prvkov s veľkosťou 0,25 mm

Počet vrstiev	2	3	4
PTPTE [μm]	0,544	0,544	0,546
Počet prvkov	476 015	552 760	644 598
Počet uzlov	1 028 540	1 280 280	1 553 639

4.1.2 REDUKOVANÉ NAPÄTIE HMMH

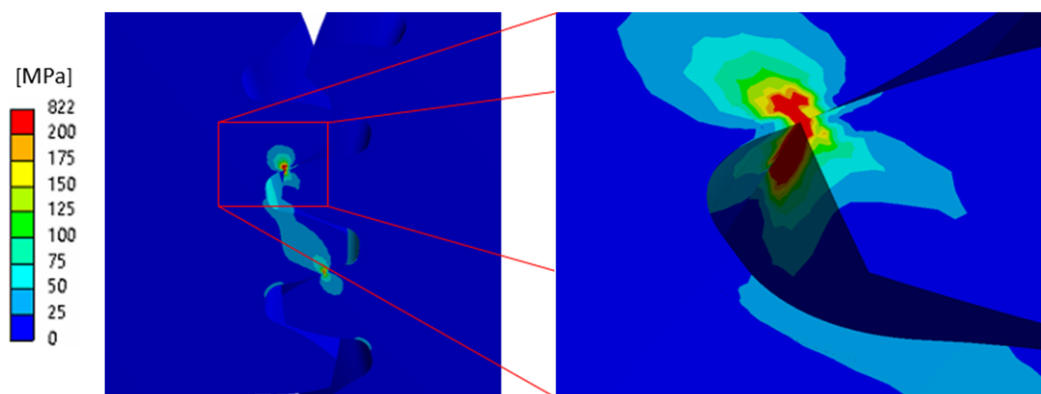
Redukované napätie je o. i. dôležitý parameter z hľadiska bezpečnosti voči medznému stavu pružnosti. Jeho maximálna hodnota by teda nemala presiahnuť hodnotu medze klzu daného materiálu. V opačnom prípade dôjde k nevratným plastickým deformáciám. Keďže vo vykonaných simuláciách neboli uvažované plastické vlastnosti materiálu, po prekročení medze klzu sa materiál aj naďalej choval elasticky (lineárne). Pri kvalitatívnom porovnaní nasledujúcich analýz to však nie je príliš významné.

Obr. 4.1 Priamka záberu, redukované napätie pri pootočení o 4°

Na obr. 4.1 je zobrazený záber ozubenia pri pootočení o 4° z východiskovej polohy. Zvýšené hodnoty redukovaného napätia (v čelných rovinách) sa nachádzajú v okoliach miest dotyku, a to vždy na jednej nehybnej priamke – priamke záberu. Maximálne napätie v prednej čelnej rovine na priamke záberu dosahuje v tomto prípade 203 MPa. Pravá časť obrázka odpovedá rovnakému okamihu, avšak zobrazuje druhú (zadnú) stranu ozubenia. V tejto časti práve nastáva výstup jednej zubovej dvojice zo záberu, čo spôsobuje vysokú koncentráciu napätia (983 MPa). Ide o bod *E* z obr. 1.12, v ktorom dochádza teoreticky k bodovému kontaktu. Hustota a topológia siete má vplyv na tieto napätia, avšak nie sú reálne, keďže v skutočnosti bodový/hranový kontakt nemôže nastať. Vždy sa jedná o veľmi malú/úzkú plochu.

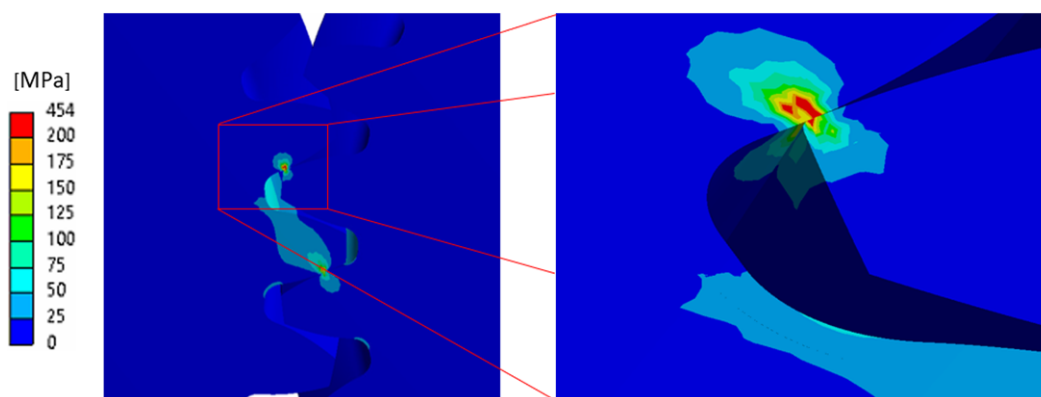
NAPÄTIE NA HLAVE ZUBA (PREDOPNUTIE ZUBOV)

Na nasledujúcich troch obrázkoch sú zobrazené predopnutia zubov (pootočené 0°) pre rôzne úpravy/modifikácie oblasti hlavy zuba. Obr. 4.2 zobrazuje súkolie s ostrými hranami zubov bez modifikácie (tak ako obr. 4.1). Situácia je podobná ako v predchádzajúcom prípade. Hrana zuba hnaného kola, na ktoré pôsobí záťažový (brzdny) moment, tlačí na bok zuba spolu zaberajúceho hnacieho kola. Keďže vstup do záberu neprebíha po celej šírke zuba súčasne, ale postupne, je táto hrana veľmi krátka. Dôsledkom je vysoká koncentrácia napätia, ktoré teoreticky dosahuje 822 MPa. Teoretické trvanie záberu jedného páru zubov, pre toto súkolie, odpovedá pootočeniu pastorka o $27,8^\circ$. Vplyvom deformácie zubov sa trvanie záberu predĺži približne na $28,5^\circ$.



Obr. 4.2 Predopnutie zubov bez modifikácií – redukované napätie

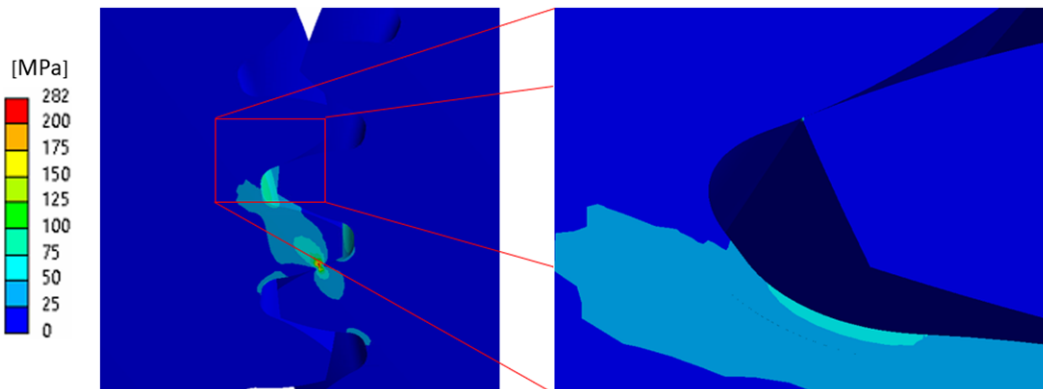
Na obr. 4.3 je zobrazené predopnutie zubov, ktoré majú zaoblenú hlavu s rádiusom 0,2 mm. Maximálne redukované napätie je takmer o polovicu menšie oproti predchádzajúcemu prípadu a vyskytuje sa v menšej oblasti. Dráha záberu je však skrátená, keďže pracovná časť evolventy je vplyvom zaoblenia kratšia. Zubová dvojica prejde celým záberom pri pootočení o približne $28,2^\circ$.



Obr. 4.3 Predopnutie zubov so zaoblením $R0,2$ mm – redukované napätie

Ďalšou konfiguráciou je modifikácia hlavy zuba (bez zaoblenia) – dlhý tip relief (obr. 4.4). Evolventa je plynule odľahčená a bez zaťaženia sa zuby (v pravej časti obrázka) nedotýkajú. Vplyvom záťažového momentu dôjde k deformácii a medzera medzi zubami sa vymedzí. Výsledné napätie na hlave (špičke) zuba je tak iba minimálne. Tým pádom zubová dvojica, ktorá sa nachádza ďalej na záberovej priamke, prenáša väčšie zaťaženie a teda dochádza

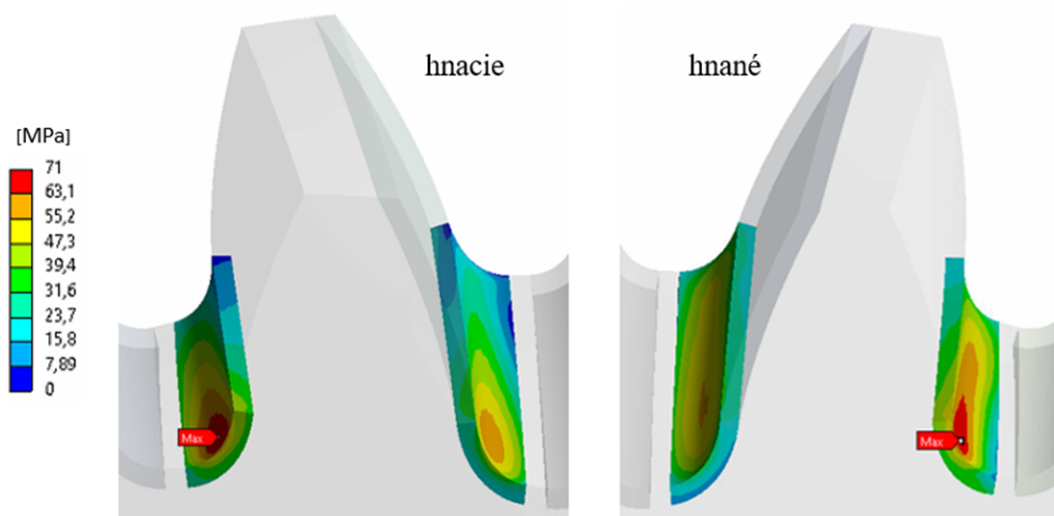
k väčším napätiam. K podobnému javu, avšak menej výraznému, dochádza aj v prípade zaoblenej hlavy zuba. Trvanie záberu je porovnateľné ako pri zaoblení hlavy.



Obr. 4.4 Predopnutie zubov s modifikáciou tip relief – redukované napätie

NAPÄTIE V PÄTE ZUBA

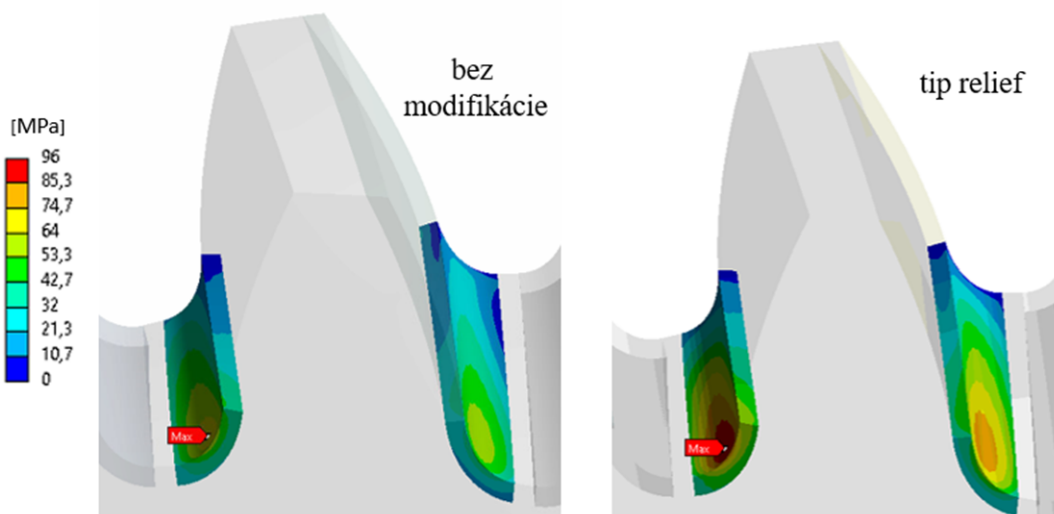
Napätie v päťach zubov je spôsobené deformáciou (ohybom) ozubenia. Maximálne ohybové napätie je dôležitým parametrom pri návrhu ozubených súkolí, keďže by nemalo prekročiť, s istou bezpečnosťou, medzu klzu daného materiálu. Zvýšené napätie v päťach sa vyskytuje aj vplyvom kontaktu bokov zubov v ich blízkosti.



Obr. 4.5 Maximálne redukované napätie v päťach zubov (hnacie/hnané koleso)

Na obr. 4.5 je zobrazené redukované napätie v päťach hnacieho a hnaného prostredného zuba (bez modifikácií) pri pootočení o $11^{\circ}40'$. Ide o maximálne hodnoty v priebehu celého záberu tejto dvojice. Pre hnacie koleso je to 69,7 MPa, pre hnané 70,7 MPa. K maximálnym napätiam dochádza na povrchu, a to v tých päťach, v ktorých prevláda tlaková napätosť. Hodnoty sa takmer zhodujú s výpočtom pomocou analyticko-empirického vzťahu.

Situácia sa mení použitím modifikácií zubov. Na obr. 4.6 je porovnané maximálne redukované napätie v päťach zubov (hnacieho kolesa) nemodifikovaného ozubenia a modifikácie dlhý tip relief. Maximálne napätie pri modifikácii tip relief je výrazne väčšie

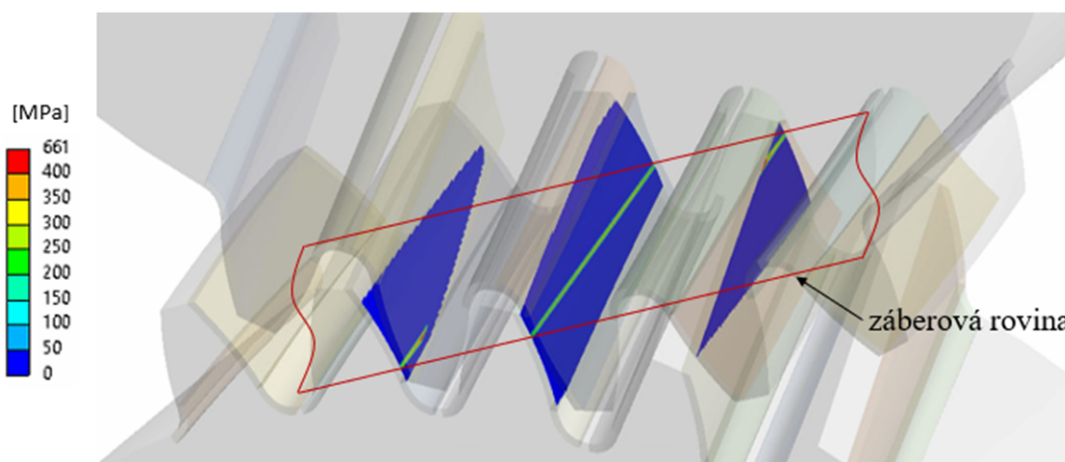


Obr. 4.6 Maximálne redukované napätie v päťach zubov (bez modifikácie/tip relief)

ako bez modifikácie a dochádza k nemu o čosi neskôr – pri pootočení o $12^{\circ}20'$. Príčina bude ozrejmenej v nasledujúcej podkapitole.

4.1.3 KONTAKTNÝ TLAK

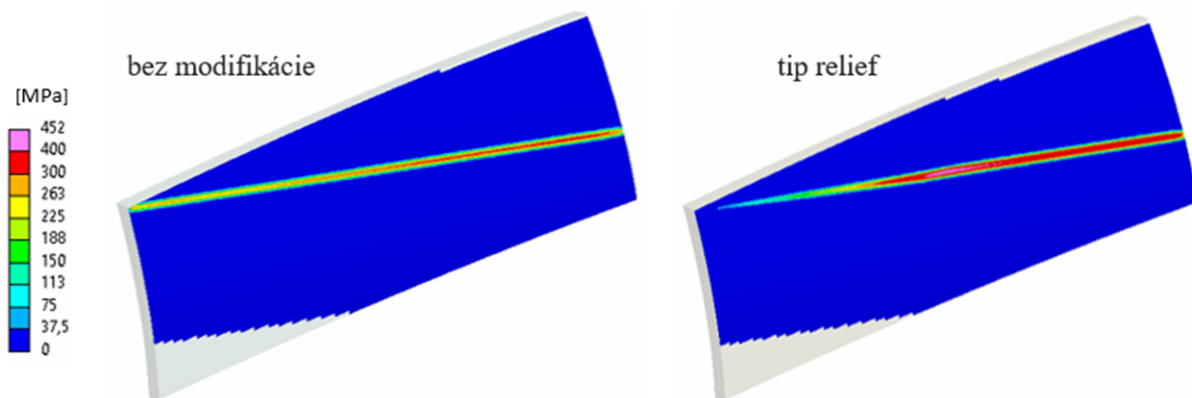
Kontaktný tlak (Hertzov tlak, resp. Hertzovo kontaktné napätie) je dôležitý parameter z hľadiska kontaktnej únavy. Kontaktná únava sa prejavuje odlamovaním častíc materiálu od bokov zubov – pitting. [2] Pre lepšie zachytenie kontaktných úsečiek, resp. úzkych plôch, bola zjemnená sieť pozdĺž evolventy na 0,1 mm. Ostatné rozmery hexaédrov boli zachované (0,25 mm).



Obr. 4.7 Záberová rovina – kontaktný tlak

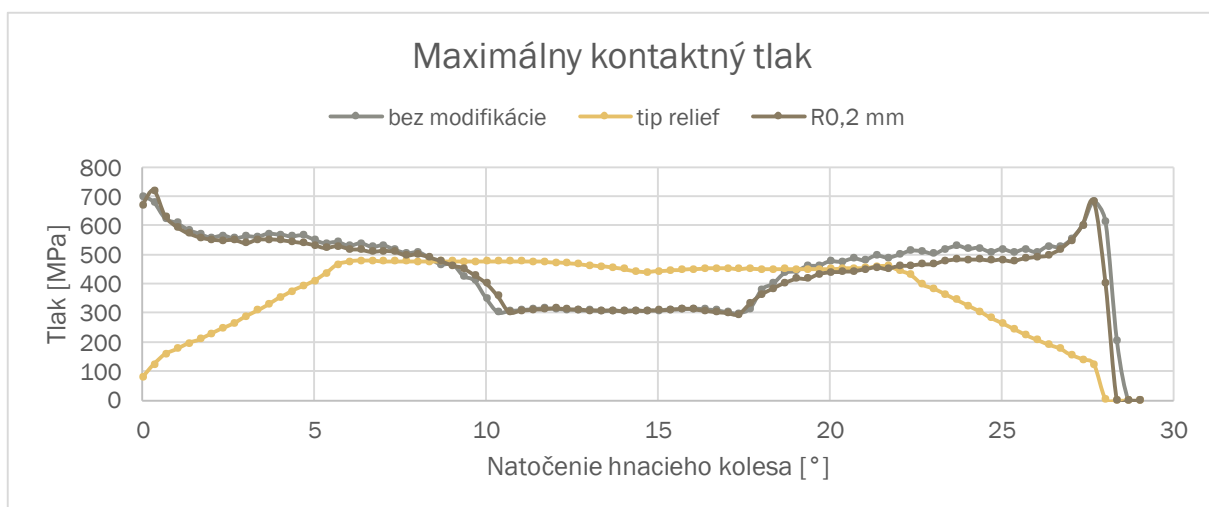
Na obr. 4.7 sú zobrazené kontaktné úsečky a kontaktný tlak pri pootočení o 14° , teda približne v polovici záberu prostredného páru zubov. V zábere sa nachádzajú tri zubové dvojice. Znázornená je taktiež záberová rovina, v ktorej ležia v každom okamihu dotykové úsečky. Súkolie je nemodifikované a s ostrými hranami zubov. Maximálny tlak (661 MPa) teda vzniká v miestach hranového kontaktu párov, ktoré nie sú v zábere pozdĺž celej svojej šírky. Maximálny tlak medzi dvojicou, ktorá je v kontakte pozdĺž celej svojej šírky dosahuje 331 MPa.

Plynulým odľahčením evolventy sa rozloženie tlaku pozdĺž kontaktných úsečiek mení. Na obr. 4.8 je porovnaný kontaktný tlak a kontaktná plocha ozubenia bez modifikácie a s modifikáciou dlhý tip relief. Jedná sa o bok prostredného zuba hnacieho kola pri pootočení o $17^{\circ}20'$. V tomto okamihu práve končí záber profilu v prednej čelnej rovine. Rozloženie tlaku pozdĺž zuba bez modifikácie je rovnomernejšie a k maximu (321 MPa) dochádza približne v okolí valivého bodu. V prípade modifikovaného ozubenia nie je zubová dvojica v kontakte po celej svojej šírke. K odľahčeniu dochádza v mieste modifikácie a maximálny tlak (452 MPa) sa nachádza približne tam, kde modifikovaná evolventa prechádza v evolventu pôvodnú.



Obr. 4.8 Porovnanie kontaktnej plochy a tlaku (bez modifikácie/tip relief)

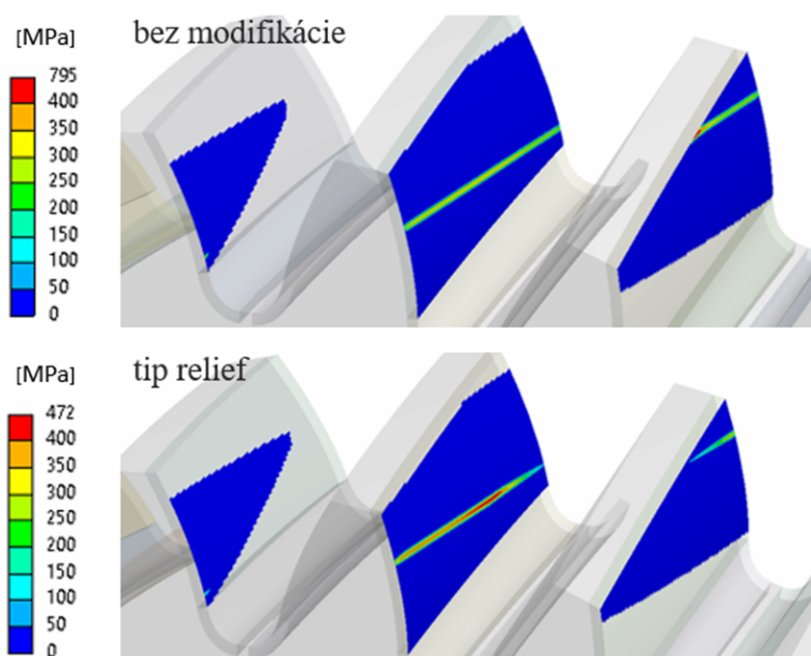
V grafe 4.1 je zobrazený priebeh maximálneho kontaktného tlaku zubových dvojíc z obr. 4.8. Navyše je zobrazený priebeh pre zaoblenie hlavy zuba s polomerom 0,2 mm. Priebehy bez modifikácie a so zaoblením sa príliš nelíšia. K zhodným špičkovým tlakom dochádza pri vstupe/výstupe do/zo záberu. Takmer konštantný maximálny tlak je pri natočeniach, kedy sa zuby dotýkajú po celej svojej šírke. O čosi priaznivejšie je však prevedenie so zaoblením hrany zuba. Na vodorovnej osi možno taktiež pozorovať rozdiely v trvaní záberu.



Graf 4.1 Priebeh maximálneho kontaktného tlaku prostredného páru zubov pre rôzne konfigurácie

Vplyv modifikácie dlhý tip relief na kontaktný tlak je výraznejší. Nedochádza k špičkovým tlakom, práve naopak, vstup do záberu je pozvoľný, tlak narastá takmer lineárne a nenastáva hranový kontakt. Tlak sa zvyšuje až do okamihu, kedy modifikovaná evolventa v prednej čelnej rovine vyjde zo záberu. Dochádza už teda aj k dotyku pôvodných profilov. Od tohto momentu je priebeh približne konštantný. Pri výstupe zo záberu je situácia analogická.

V predchádzajúcej podkapitole bolo uvedené aj negatívum modifikácie tip relief (príp. root relief) – zvýšené napätie v päťach zubov (obr. 4.6). Na obr. 4.9 je zobrazená príčina tohto javu. Opäť sa jedná o pootočenú o $11^{\circ}40'$, resp. $12^{\circ}20'$. Do záberu práve vstupuje tretí pár zubov. Na zuboch z obr. 4.6 dochádza k dotyku po celej ich šírke. Ku kontaktu zubovej dvojice, ktorá vychádza zo záberu (vpravo) však dochádza v oblasti modifikácie. Veľkosť dotykovej plochy, kontaktný tlak a teda aj prenášané zaťaženie touto dvojicou sú menšie ako v prípade bez modifikácie. O to väčšie zaťaženie musí preniesť sledovaný prostredný zub. Dôsledkom je väčšia deformácia (ohyb) a zvýšené napätie v päťach zuba.

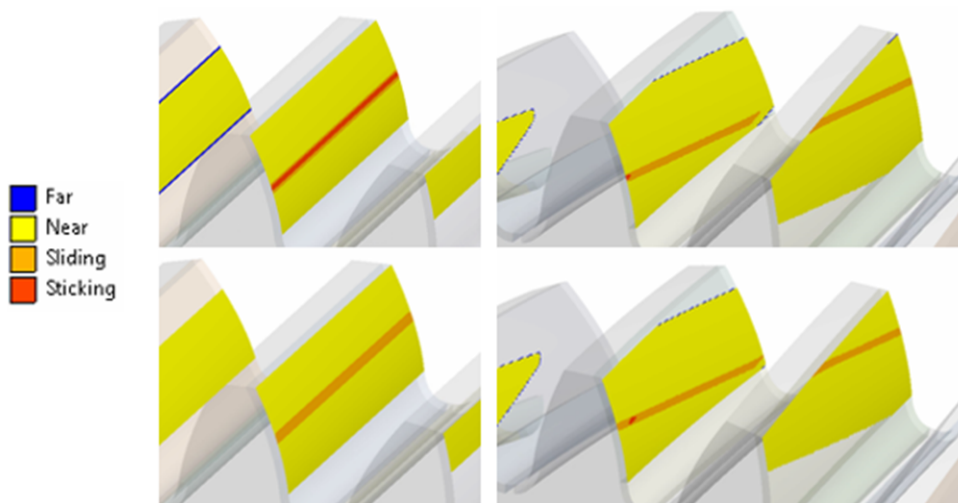


Obr. 4.9 Príčina zvýšeného napätia v päťach modifikovaných zubov

4.1.4 STATUS KONTAKTOV

Pri opise obr. 4.8 bol spomenutý valivý bod. Jednoducho ho možno nájsť pomocou statusu kontaktov. Oranžová farba na obr. 4.10 znázorňuje šmýkanie. Červená znázorňuje obecné „zlepené“ kontakty. Inými slovami kontakty, v ktorých je relatívna rýchlosť pohybu nulová. K tomuto dochádza práve pri čistom valení bez sklzu.

Obr. 4.10 porovnáva priame (vľavo) a šikmé ozubenie (vpravo). V hornej časti obrázka možno vidieť, že pri priamom ozubení dochádza k valeniu v celej šírke zuba. Pri šikmom ozubení je tomu tak v danom okamihu iba v jednom bode (malej ploche). V spodnej časti sú súkolia pootočené o jeden stupeň dopredu oproti hornej časti. Medzi priamymi zubami je už prítomný aj sklz. K čistému valeniu dochádza iba v polovici dráhy záberu. Pri šikmom ozubení sa valivý bod posunul pozdĺž kontaktnej úsečky a otáčaním sa ďalej posúva.

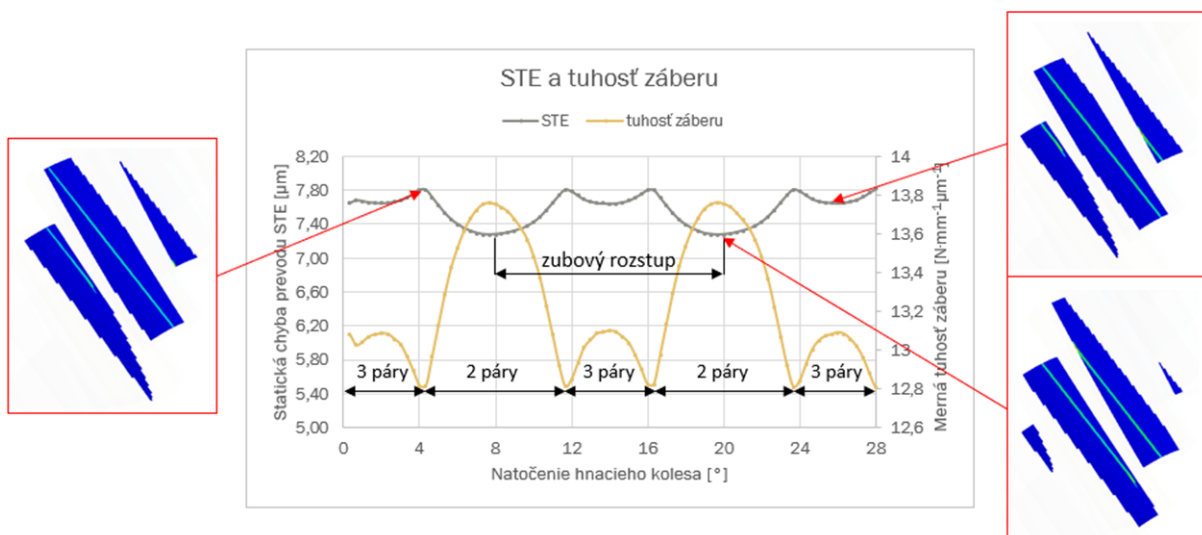


Obr. 4.10 Status kontaktov – šmykanie, valenie

4.2 CHYBA PREVODU

V tejto podkapitole budú vyhodnotené a porovnané peak-to-peak hodnoty a priebehy statickej chyby prevodu pre rôzne konfigurácie (mikro/makro geometria, okrajové podmienky – moment, atď.) výpočtového modelu. Pokiaľ nie je uvedené inak, zaťažujúci moment nadobúda opäť hodnoty 100 N·m. Priebeh chyby prevodu bol stanovený z postupných pootočení oboch kolies, získaných pomocou makra – obr. 3.11, použitím rovnice (47).

4.2.1 ANALÝZA PRIEBEHU CHYBY PREVODU



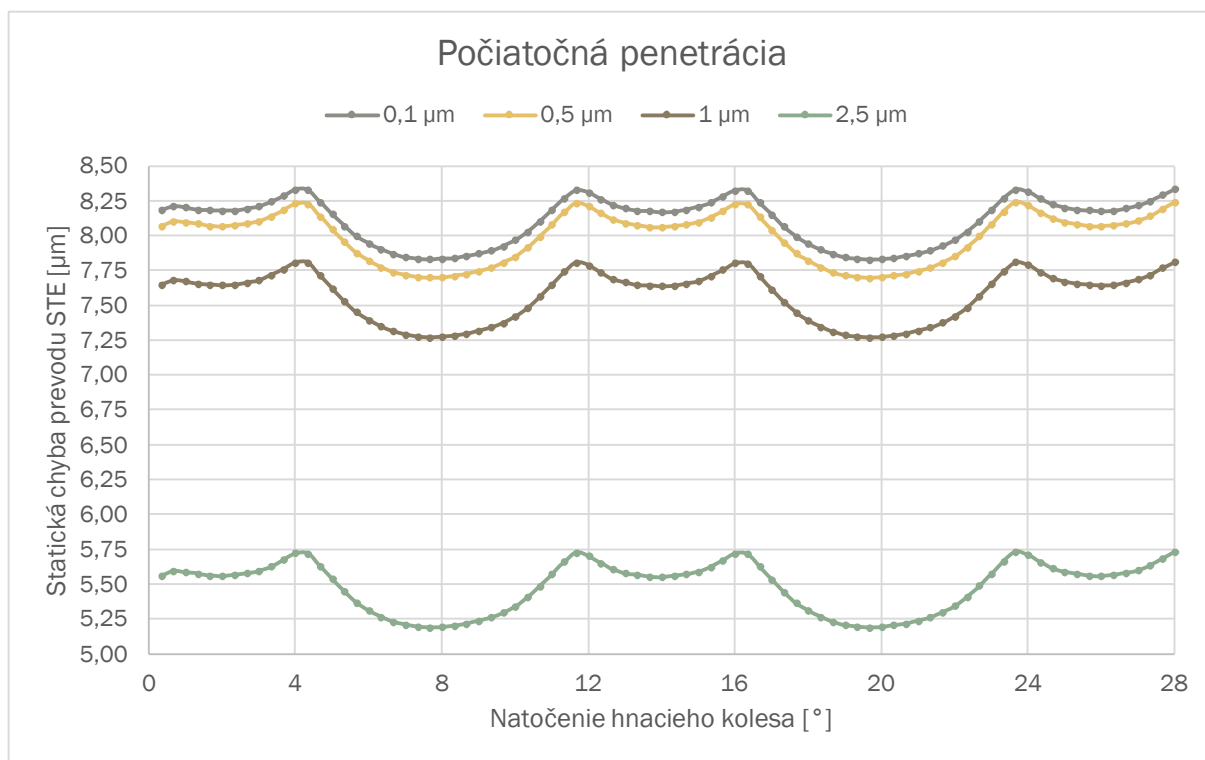
Obr. 4.11 Priebeh statickej chyby prevodu a mernej tuhosti záberu

Na obr. 4.11 je zobrazený graf závislosti statickej chyby prevodu a mernej tuhosti záberu na natočení hnacieho kola. Jedná sa o rovnaké súkolie ako v predchádzajúcich kapitolách a bez zubových modifikácií.

Rozsah vodorovnej stupnice približne odpovedá dráhe záberu jedného páru zubov. Priebeh je periodický s periódou zubového rozstupu – v tomto prípade 12° . Hodnoty pri nulovom natočení (predopnutí zubov) nie sú zobrazené, keďže sa výraznejšie vymykali očakávanému priebehu. Možno vidieť, že hodnoty v $0^\circ 20'$ sa tiež ešte mierne líšia od hodnôt pri natočeniach o násobky periódy. Postranné obrázky zobrazujú kontaktné úsečky pri vybraných natočeniach. Je teda zrejmé, že dochádza ku striedaniu 2- a 3-párového záberu. Minimálna chyba prevodu nastáva pri dvoch pároch v zábere, maximálna pri zmene počtu zubov v zábere. Pri 3-párovom zábere, aj napriek rozloženiu zaťaženia medzi väčší počet zubových dvojíc, dochádza k väčšej chybe prevodu. Dôvodom je, že krajné dva páry zubov sú v kontakte iba na krátkych úsečkách a aj to v oblastiach hlavy a päty zuba, kde je tuhosť záberu menšia. Z grafu je tiež zrejmé, že statická chyba prevodu je nepriamo úmerná tuhosti záberu.

4.2.2 VPLYV POČIATOČNEJ PENETRÁCIE

V podkapitole 3.2.3 bolo uvedené, že pre zahájenie výpočtu je potrebné, aby mali kontaktné telesá v mieste kontaktu istú (veľmi malú) penetráciu. Počas simulácií sa ukázalo, že veľkosť počiatkovej penetrácie bokov zubov má vplyv na priemernú (maximálnu, minimálnu) chybu prevodu. Z grafu 4.2 je zrejmé, že s rastúcou počiatkovou penetráciou klesá priemerná hodnota chyby prevodu. Väčšina simulácií prebehla s počiatkovou penetráciou približne $1 \mu\text{m}$, presnú hodnotu však bolo náročné nastaviť. Pri modifikáciách zubov bolo dôležité zachovávať rovnakú penetráciu, keďže veľkosť modifikácie závisí na priemernej chybe prevodu, resp. strednej mernéj tuhosti záberu. Vyhodnocovaná peak-to-peak hodnota však na počiatkovej penetrácii nezávisí (tab. 4.3).

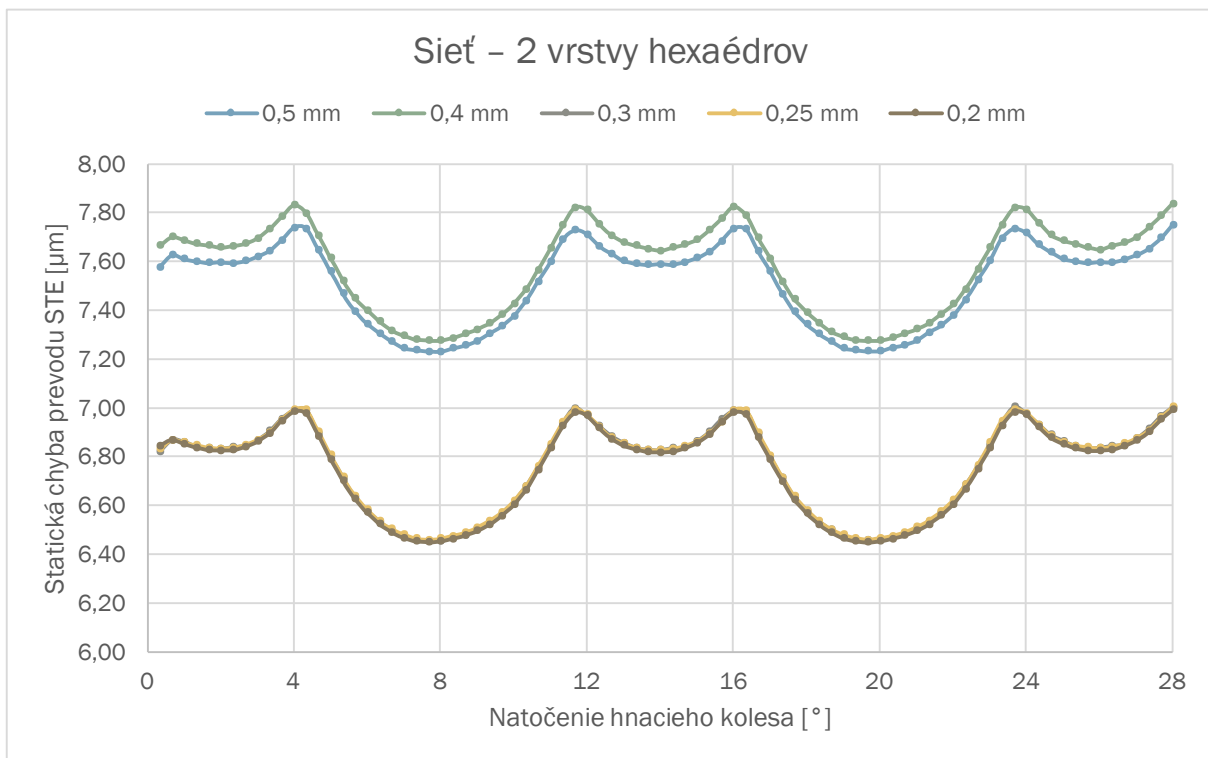


Graf 4.2 Priebeh STE pre rôzne počiatkové penetrácie kontaktov

Tab. 4.3 Hodnoty chyby prevodu v závislosti na počiatocnej penetrácii

Počiatocná penetrácia [μm]	0,1	0,5	1	2,5
Maximálna STE [μm]	8,94	8,24	7,81	5,74
Minimálna STE [μm]	8,40	7,70	7,27	5,19
PTPTE [μm]	0,543	0,543	0,543	0,544

4.2.3 VPLYV SIETE

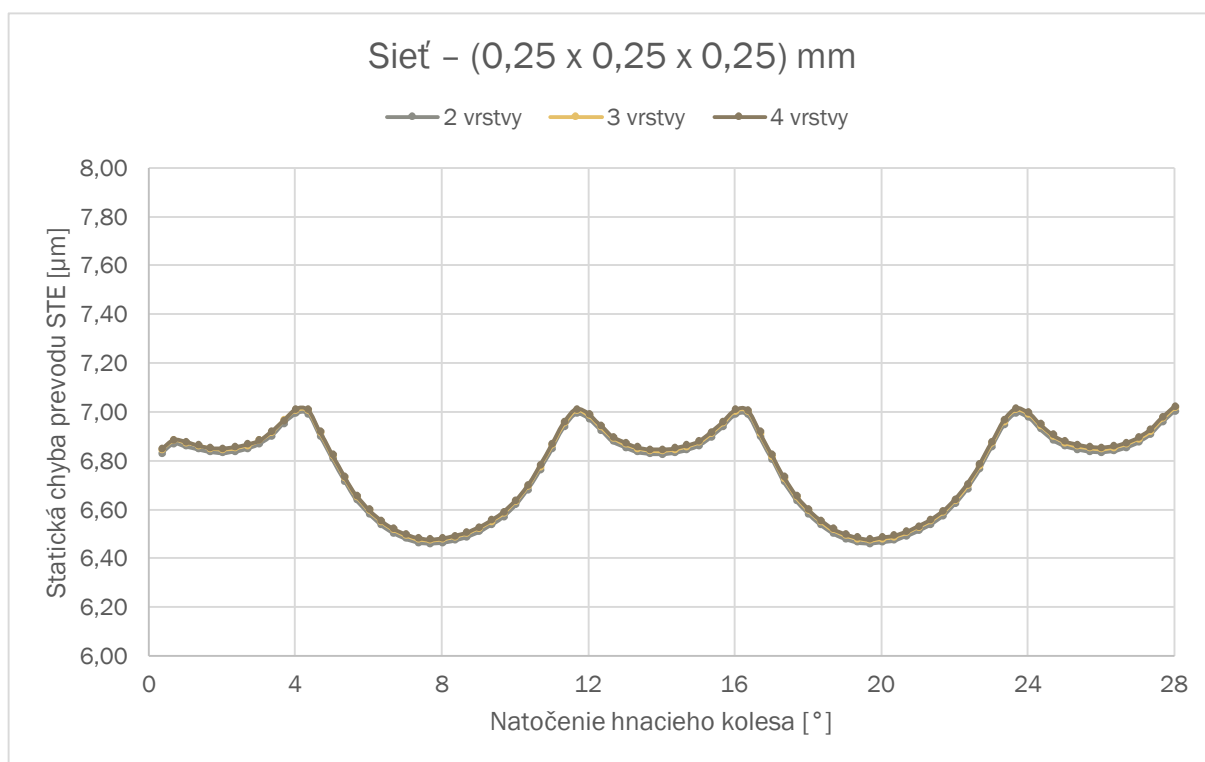


Graf 4.3 Priebehy STE pre rôzne veľkosti prvkov siete

Priebehy chyby prevodu z citlivostnej analýzy siete (podkapitola 4.1.1) sú zobrazené v grafe 4.3 a 4.4. Pre veľkosť prvku 0,5 a 0,4 mm bola nastavená iná počiatocná penetrácia ako pre 0,3, 0,25 a 0,2 mm. Z tohto dôvodu sú rozdielne priemerné hodnoty chyby prevodu pre dané veľkosti prvkov. Na hodnotu PTPTE (tab. 4.4), ani na výsledný priebeh chyby prevodu nemá znižovanie veľkosti prvku od 0,3 mm zásadný vplyv.

Tab. 4.4 Hodnoty PTPTE v závislosti na veľkosti prvkov siete

Veľkosť prvku [mm]	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2
PTPTE [μm]	0,518	0,561	0,547	0,544	0,544



Graf 4.4 Priebiehy STE pre rôzny počet vrstiev hexaédrov

Ďalšou testovanou záležitosťou z hľadiska siete výpočtového modelu bol počet vrstiev hexaédrov v oblasti bokov a piat zubov. Testované boli 2, 3 a 4 vrstvy. Vplyv, či už na hodnotu PTPTE (tab. 4.5), alebo samotný priebeh chyby prevodu, sa v podstate neukázal žiadny.

Tab. 4.5 Hodnoty PTPTE v závislosti na počte vrstiev hexaédrov

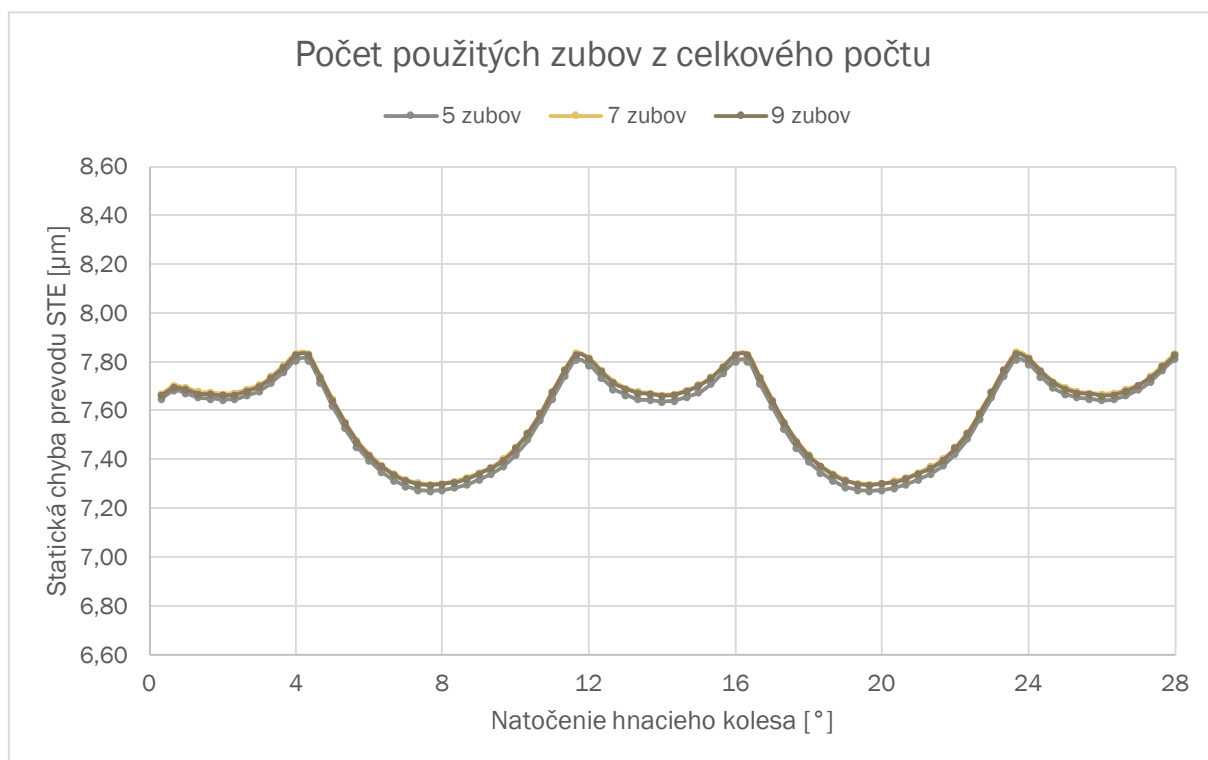
Počet vrstiev	2	3	4
PTPTE [μm]	0,544	0,544	0,546

4.2.4 VPLYV POČTU POUŽITÝCH ZUBOV

Použitím zubov iba na časti obvodu kola (v oblasti prebiehajúceho záberu) môže dôjsť k väčším hodnotám chyby prevodu, keďže je zredukovaná tuhosť ozubeného venca. V grafe 4.5 a tab. 4.6 možno vidieť, že tento jav je iba minimálny. Pre všetky simulácie bolo preto, z dôvodu menšieho počtu prvkov siete, používaných iba 5 zubov.

Tab. 4.6 Hodnoty PTPTE v závislosti na počte použitých zubov z celkového počtu

Počet použitých zubov	5	7	9
PTPTE [μm]	0,542	0,542	0,537



Graf 4.5 Priebehy STE pre rôzny počet použitých zubov z celkového počtu

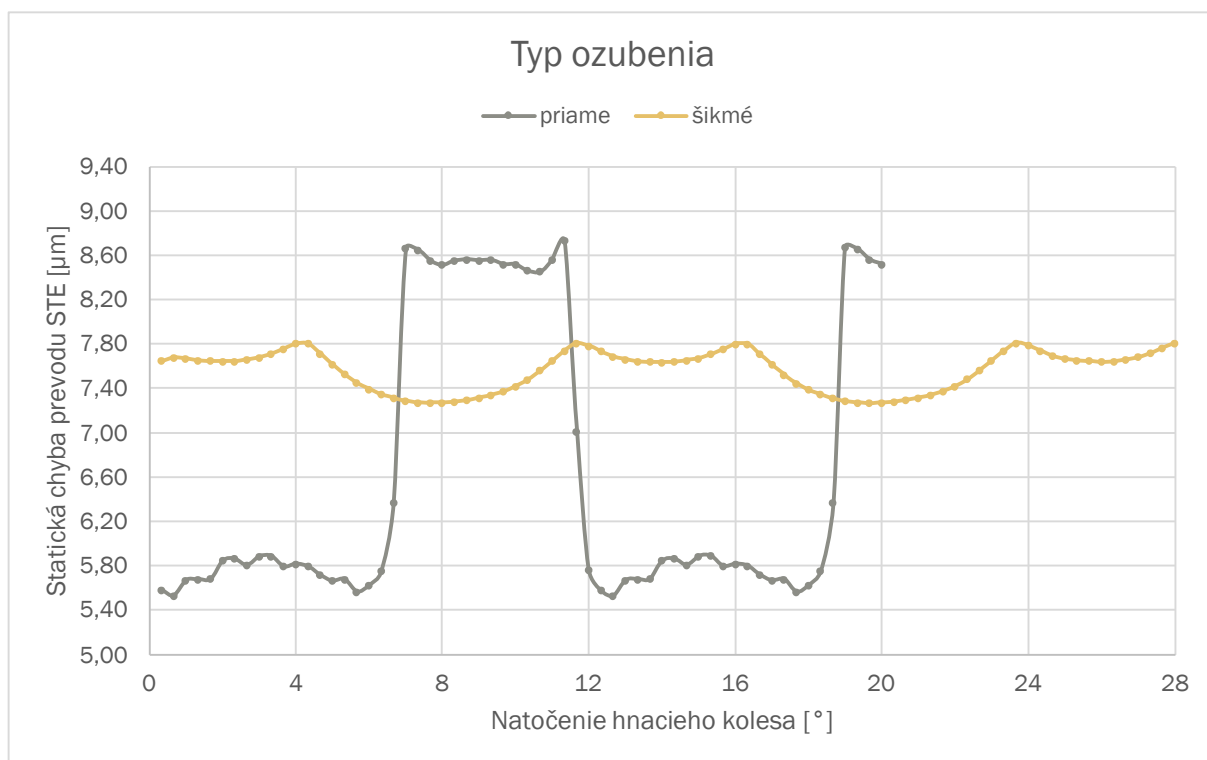
4.2.5 VPLYV ŠIKMÉHO OZUBENIA

Doposiaľ vyhodnotenú analýzu sa týkali nastavení výpočtového modelu na virtuálnej úrovni. Všetky nasledujúce analýzy sa budú zaoberať vplyvom už reálnych parametrov. Jedným z nich je typ ozubenia. V grafe 4.6 a tab. 4.7 je porovnané priame (nulový uhol sklonu zuba) a šikmé ozubenie (nenulový uhol sklonu zuba). Parametre priameho ozubenia sú zhodné s parametrami šikmého ozubenia v čelnej rovine.

Pri priamom ozubení, na rozdiel od ozubenia šikmého, dochádza k striedaniu jedného a dvoch párov zubov v zábere. Minimálna chyba prevodu nastáva pri dvoj-párovom zábere, maximálna pri jedno-párovom. Ku striedaniu počtu zubových dvojíc dochádza skokovo. Priemerné chyby prevodu sú porovnateľné (i keď počiatočnú penetráciu v tomto prípade nebolo možné nastaviť presne na rovnaké hodnoty), hodnota PTPTE je však pri priamom ozubení takmer 6-krát väčšia, ako pri ozubení šikmom. Trvanie záberu jedného páru priamych zubov je podstatne kratšie, keďže dochádza iba k záberu profilom, nie krokom.

Tab. 4.7 Hodnoty PTPTE pre priame a šikmé ozubenie

Typ ozubenia	priame	šikmé
PTPTE [μm]	3,20	0,54



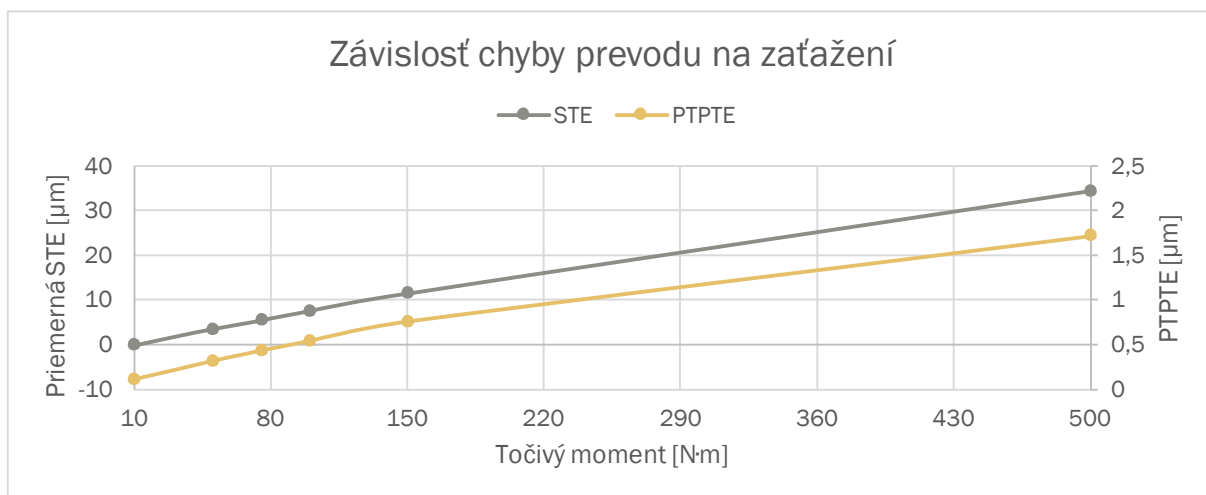
Graf 4.6 Priebehy STE pre priame a šikmé ozubenie

4.2.6 VPLYV ZAŤAŽUJÚCEHO MOMENTU

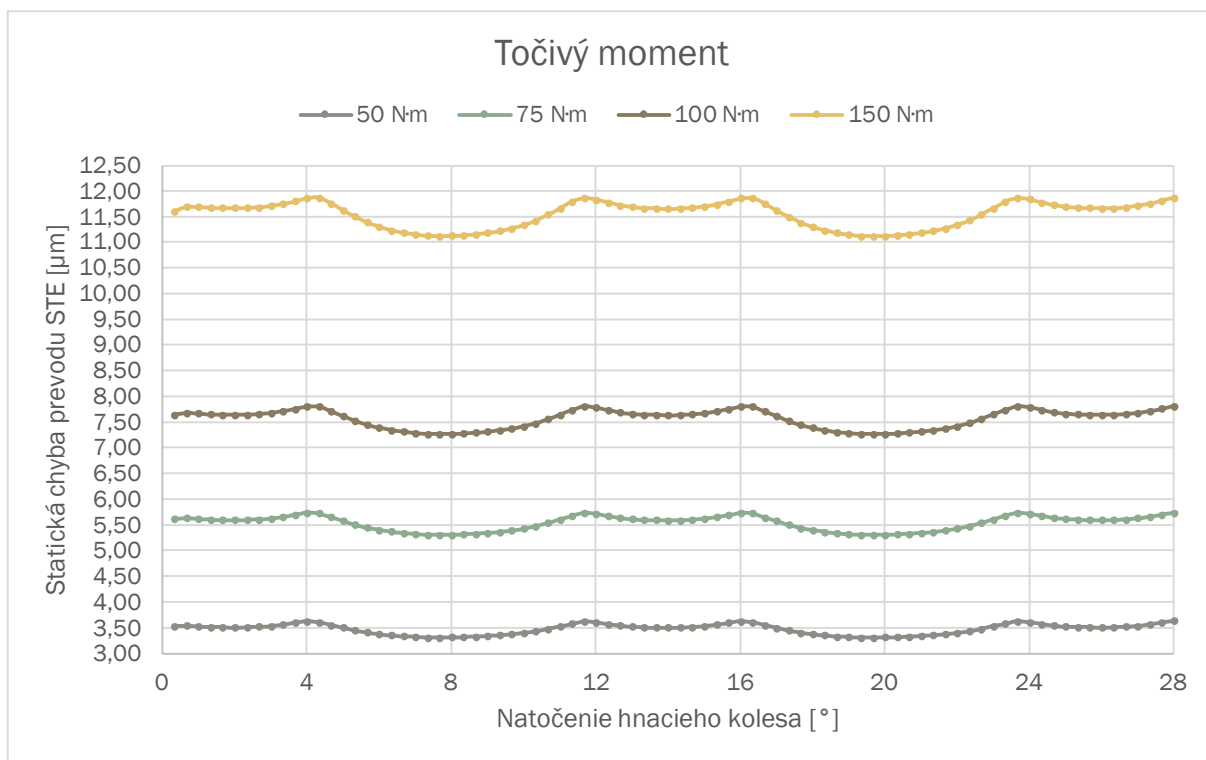
V grafe 4.8 sú zobrazené priebehy chyby prevodu pre rôzne zaťažujúce točivé momenty, ktoré sú aplikované vždy na rovnaké súkolie. Počiatočná penetrácia bola teda pre všetky zaťaženia rovnaká a priemerné hodnoty STE možno medzi sebou porovnávať. Z grafu je zrejmé, že s rastúcim zaťažením sa zvyšuje priemerná chyba prevodu a taktiež PTPTE hodnota – konkrétne hodnoty sú uvedené v tab. 4.8. Závislosť priemernej chyby prevodu a PTPTE na zaťažení je v rozsahu (10 až 150) N·m, pri uvažovaní iba elastických deformácií, takmer lineárna – graf 4.7. Pre malé zaťaženie (10 N·m) prechádza priebeh chyby prevodu aj do záporných hodnôt. V tomto prípade záporná chyba znamená, že hnané koleso je v predstihu (v smere jeho zmyslu otáčania) oproti kolesu hnaciemu. Pre moment 500 N·m sú hodnoty chyby prevodu opäť vyššie, avšak závislosť už nie je lineárna. S rastúcim zaťažením možno taktiež pozorovať predlžovanie dráhy záberu v dôsledku väčšieho ohybu zubov.

Tab. 4.8 Hodnoty chyby prevodu v závislosti na zaťažení

Točivý moment [N·m]	10	50	75	100	150	500
Priemerná STE [µm]	-0,04	3,48	5,54	7,57	11,55	34,45
PTPTE [µm]	0,12	0,32	0,44	0,54	0,76	1,72



Graf 4.7 Závislosť chyby prevodu na zaťažení



Graf 4.8 Priebehy STE pre rôzne zaťaženia

4.2.7 VPLYV PRIEČNYCH MODIFIKÁCIÍ

Už v podkapitole 4.1.3 bol zmienený vplyv modifikácie tip relief na rozloženie kontaktného tlaku pozdĺž dotykových úsečiek a na veľkosť napätia v päťach zubov. V grafe 4.9 je zobrazený vplyv priečných modifikácií na chybu prevodu. Konkrétne sú to tip relief, root relief a kombinácia oboch na hnacom kolese, pričom hnané koleso je ponechané bez modifikácií. Rozmery modifikácií boli vypočítané pomocou rovníc (49-50). Návrhové a maximálne zaťaženia boli uvažované totožné – jedná sa teda o dlhé modifikácie. Na prvý pohľad je zrejмый výrazný vplyv týchto modifikácií na PTPTE hodnoty – niekoľkonásobný pokles. Priemerné hodnoty však vzrástli oproti súkoliu bez modifikácií z dôvodov známych

z podkapitoly 4.1.2. Oblasť dvoj-párového záberu sa mierne rozšírila na úkor troj-párovej oblasti. Taktiež bol overený vplyv príliš dlhého tip relief-u s počiatkom modifikácie na valivom priemere. V tomto prípade zlepšenie nebolo tak výrazné, najvhodnejšie sa teda javia dlhé modifikácie.

Medzi modifikácie sa taktiež radí zaoblenie hrany hlavy zuba. V tab. 4.9 možno vidieť, že s rastúcim polomerom zaoblenia rastie PTPTE hodnota. Dôvodom je pravdepodobne skracovanie aktívneho evolventného profilu podieľajúceho sa na zábere. Zaoblenie (príp. skosenie) je však vždy potrebné, aj napriek zvýšenej chybe prevodu. Ďalej možno pozorovať, že maximálne hodnoty chyby prevodu sú, oproti prevedeniu bez zaoblenia, mierne posunuté do oblastí troj-párových záberov. Aplikovaním zaoblenia (R0,2 mm) na modifikované ozubenie nedošlo k výrazným zmenám.

Tab. 4.9 Hodnoty PTPTE v závislosti na type modifikácie

Typ modifikácie	žiadny	tip relief	root relief	tip + root relief	R0,2 mm	R0,3 mm	tip relief + rádius	príliš dlhý tip relief
PTPTE [μm]	0,54	0,12	0,11	0,10	0,57	0,59	0,11	0,26



Graf 4.9 Priebehy STE pre rôzne modifikácie ozubenia

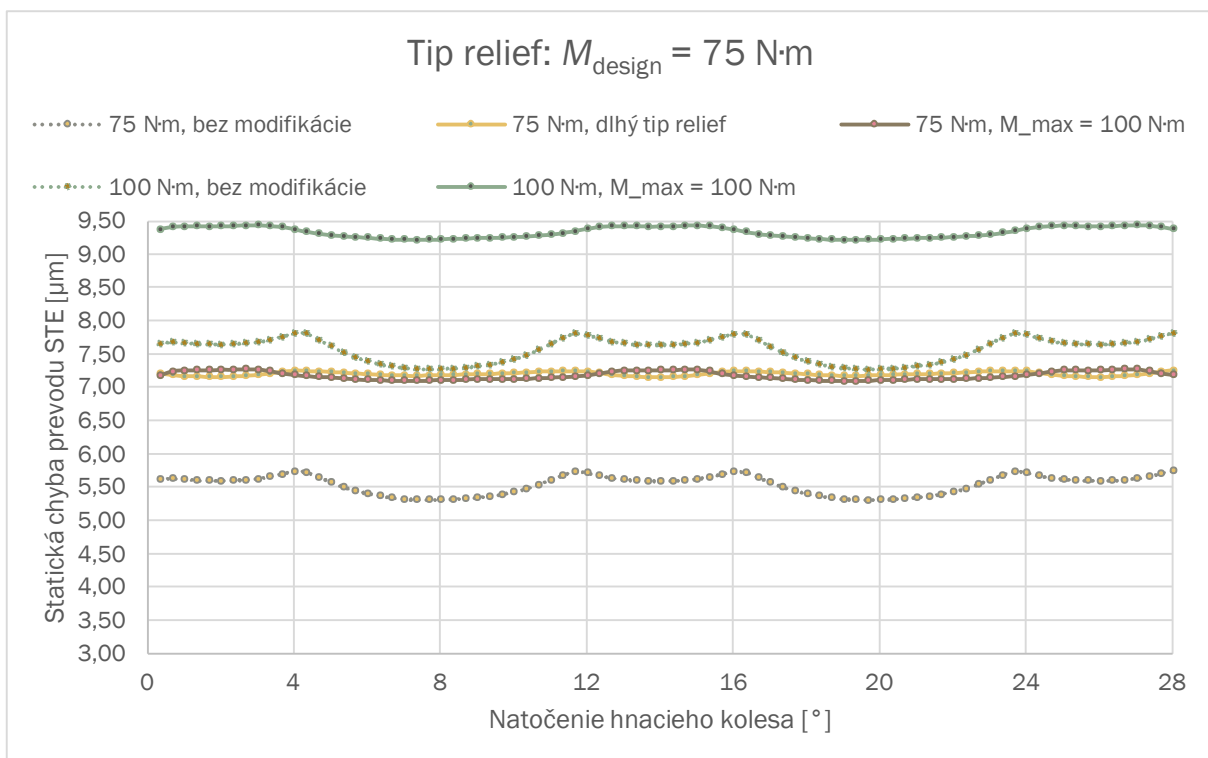
Ďalej boli analyzované ďalšie dve návrhové zaťaženia 75 N·m a 50 N·m a im odpovedajúce veľkosti a dĺžky modifikácie tip relief. Menilo sa aplikované zaťaženie a maximálne prípustné zaťaženie M_{max} . V oboch prípadoch sa ukázala ako najpriaznivejšia rovnosť návrhového, maximálneho a aplikovaného zaťaženia – dlhý tip relief. Hodnoty PTPTE boli

porovnateľné s prípadom, kedy zaťaženie dosahovalo 100 N·m, pri súčasnom použití modifikácie dlhý tip relief.

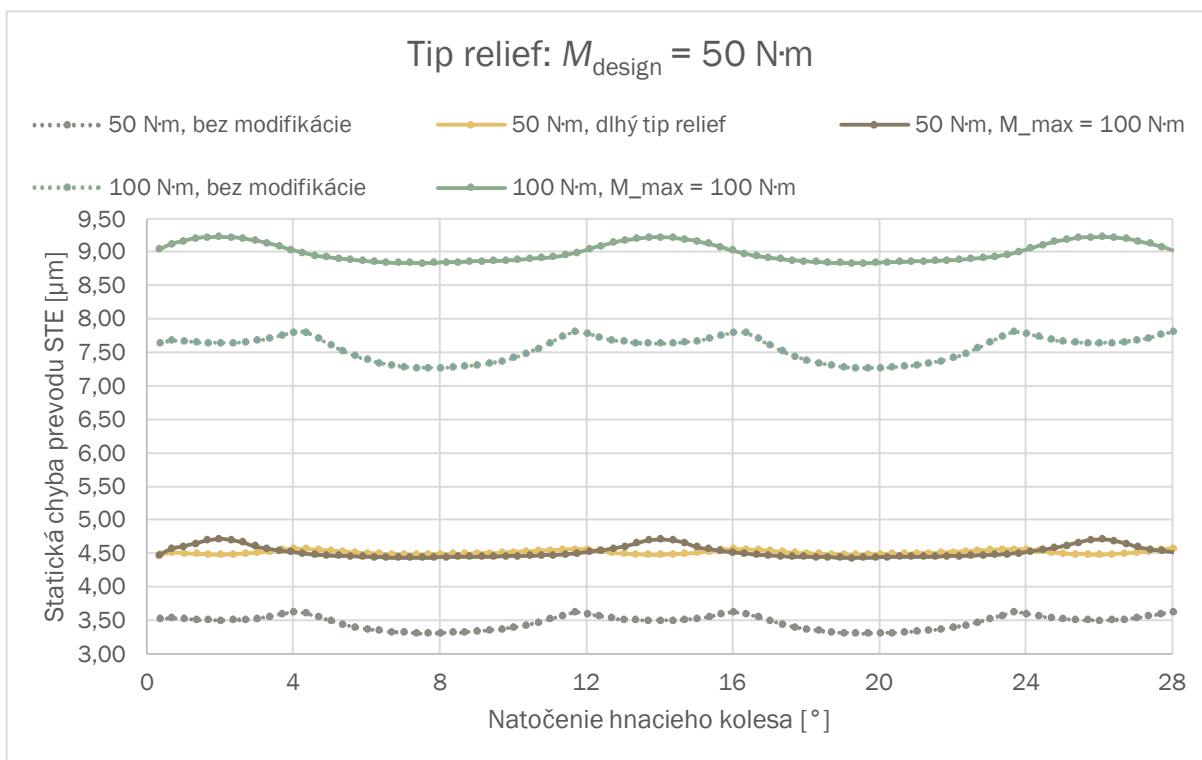
Následne boli maximálne zaťaženia zvolené na hodnotu 100 N·m, pričom v jednom prípade bolo aplikované zaťaženie rovné návrhovému zaťaženiu a v druhom prípade maximálnemu – v oboch prípadoch sa teda jedná o tzv. stredný tip relief. Priebehy chyby prevodu pre všetky tieto variácie sú zobrazené v grafe 4.10 a 4.11. Odlišnosti v hodnotách PTPTE sú zrejmejšie z tab. 4.10, ktorá obsahuje pre jednoduchšie porovnanie taktiež hodnoty pre nemodifikované ozubenie z tab. 4.8. Podľa predpokladov sa ukazuje, že čím je rozdiel medzi návrhovým a maximálnym zaťažením menší, tým je pozitívny vplyv modifikácie väčší. Najpriaznivejší vplyv je pre návrhové zaťaženie, avšak aj pre maximálne uvažované zaťaženie je PTPTE menšia ako pri nemodifikovanom súkolí (a rovnakom zaťažení). Ďalej bolo súkolie navrhnuté pre točivý moment 75 N·m zaťažené momentom 10 N·m (pre prehľadnosť nie je tento priebeh zobrazený v grafe). Ukázalo sa, že v takomto prípade modifikácia situáciu zhoršuje a hodnota PTPTE je vyššia ako pri prevedení bez modifikácie.

Tab. 4.10 Hodnoty PTPTE v závislosti na aplikovanom, návrhovom a maximálnom zaťažení

	bez modifikácie				$M_{\text{design}} = 75 \text{ N}\cdot\text{m}$				$M_{\text{design}} = 50 \text{ N}\cdot\text{m}$		
$M_t \text{ [N}\cdot\text{m]}$	100	75	50	10	100	75	75	10	100	50	50
$M_{\text{max}} \text{ [N}\cdot\text{m]}$	–	–	–	–	100	100	75	75	100	100	50
PTPTE [μm]	0,54	0,44	0,32	0,12	0,22	0,18	0,10	0,22	0,40	0,28	0,10



Graf 4.10 Priebehy STE pre návrhové zaťaženie 75 N·m



Graf 4.11 Priebehy STE pre návrhové zaťaženie 50 N·m

4.2.8 VPLYV SÚČINITELĽA ZÁBERU KROKU

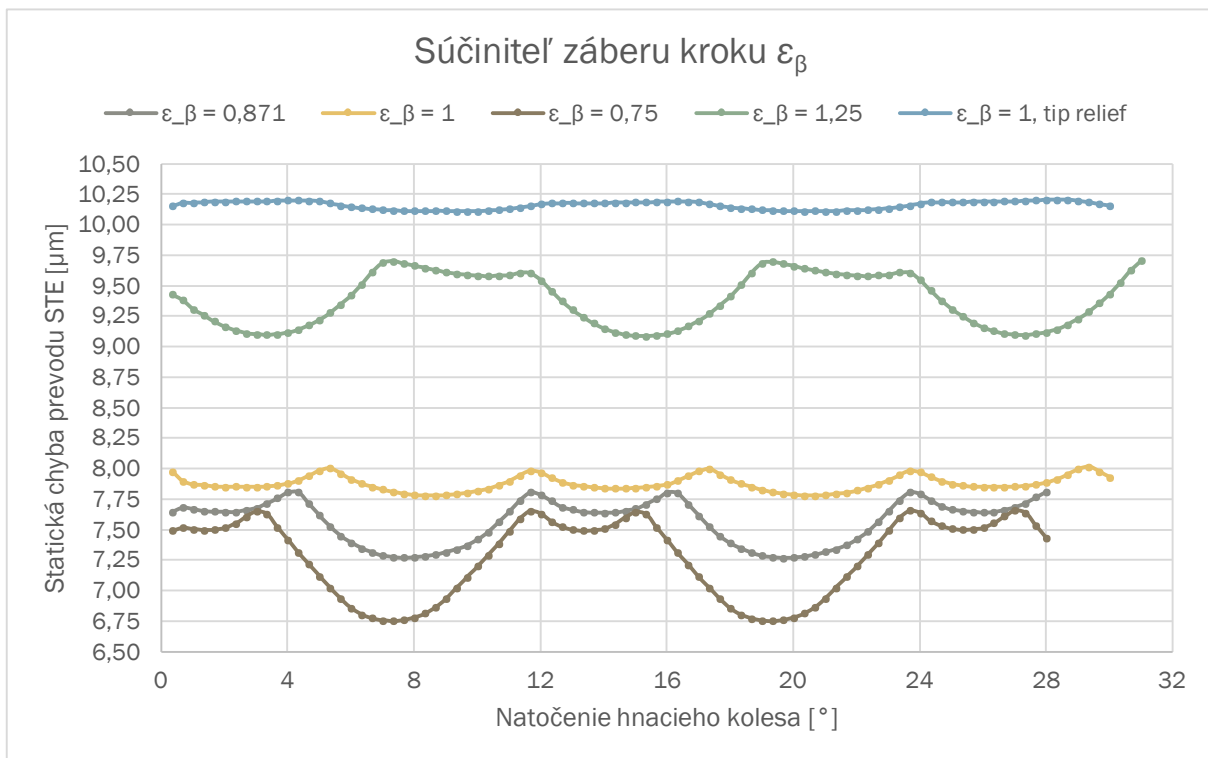
V predchádzajúcej podkapitole bol popísaný vplyv mikro-geometrie na chybu prevodu. V tejto a nasledujúcich podkapitolách bude zhodnotený vplyv makro-geometrie, vo vybraných prípadoch v kombinácii s modifikáciou. Už v teoretickej časti práce (podkapitola 1.3.3) boli zmienené záberové pomery pri ozubených súkoliach. Jedná sa v podstate o súhrnné parametre, ktoré sa odvíjajú od hlavných rozmerov súkolia. Z rešerše sa ukázalo, že veľmi výrazný vplyv na tuhosť záberu, a teda aj chybu prevodu, má súčiniteľ záberu kroku. Pri jeho celočíselných hodnotách (okrem nuly – priame zuby) dochádza ku konštantnej súčtovej dĺžke dotykových úsečiek počas záberu. Odvodenie možno nájsť napr. v [5].

Tab. 4.11 Hodnoty PTPTE v závislosti na súčiniteli záberu kroku

Súčiniteľ záberu kroku ε_β [-]	0,871 (pôvodné)	1	0,75	1,25	1, tip relief
Uhol sklonu zuba β [$^\circ$]	20	23,123	17,129	29,398	23,123
PTPTE [μm]	0,54	0,24	0,91	0,62	0,09

Súčiniteľ záberu kroku možno primárne meniť dvoma spôsobmi – zmenou uhla sklonu zuba a šírkou ozubenia. Prvou možnosťou dochádza navyše aj k zmene celkových rozmerov kola, vrátane tvaru zubov a súčiniteľa záberu profilu. V grafe 4.12 sú zobrazené priebehy chyby prevodu pre rôzne hodnoty súčiniteľa záberu kroku, pri nemennej šírke ozubenia/kolies (24 mm) a s rozdielnym uhlom sklonu zuba. V tab. 4.11 sú uvedené konkrétne hodnoty. PTPTE dosahuje najnižšiu hodnotu z testovaných prevedení, podľa teoretických

predpokladov, práve pre súčiniteľ záberu kroku rovný jednej. K premenlivej chybe prevodu stále dochádza aj napriek konštantnej súčtovej dĺžke dotkových úsečiek, keďže je stále prítomná premenlivá tuhosť zubov po ich výške a kombinovaná tuhosť zubov – tuhosť záberu. Použitím modifikácie dlhý tip relief pri tomto súkolí však nedošlo k až tak veľkému percentuálnemu zlepšeniu ako pri pôvodnej konfigurácii s rovnakou modifikáciou. Ďalším zvyšovaním súčiniteľa záberu kroku nad hodnotu jedna PTPTE opäť rastie, avšak menej výrazne ako pri hodnotách menších ako jedna (pri znižovaní súčiniteľa).



Graf 4.12 Priebehy STE pre rôzne hodnoty súčiniteľa záberu kroku

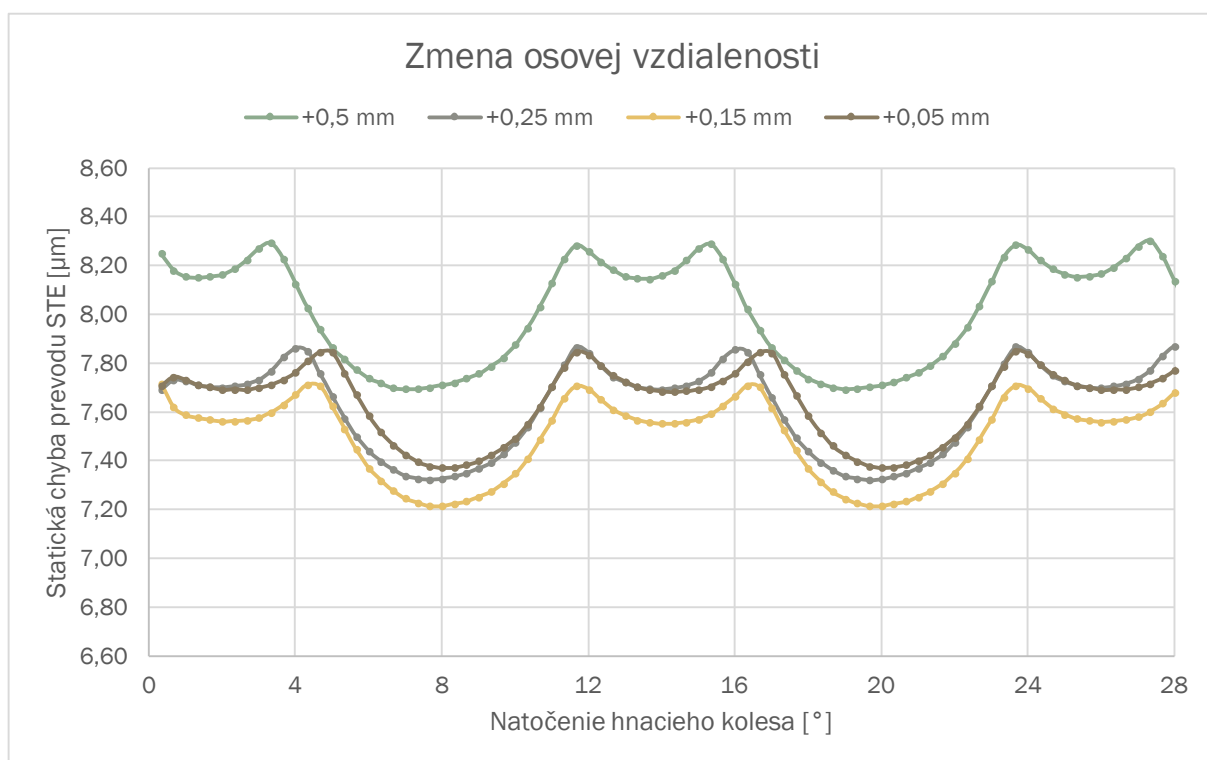
Druhým spôsobom dosiahnutia celočíselného súčiniteľa záberu kroku je zmena šírky ozubenia. Šírka ozubenia sa musí rovnať celočíselnému násobku axiálneho rozstupu. Ohybové napätie v päťach zubov je však nepriamo úmerné šírke ozubenia – [2]. V tab. 4.12 možno preto vidieť pokles hodnoty PTPTE pri rovnakom súčiniteli záberu kroku a širšom ozubení. Z tohto dôvodu bolo pre lepšie porovnanie výsledkov použité ekvivalentné zaťaženie, ktoré spôsobovalo rovnaké ohybové napätie ako pri východiskovej konfigurácii. Chyba prevodu sa síce zvýšila, avšak nie na pôvodnú hodnotu. Dôvodom môže byť fakt, že s klesajúcim uhlom sklonu zuba sa zvyšuje hodnota súčiniteľa záberu profilu (graf 4.18).

Tab. 4.12 Hodnoty PTPTE v závislosti na šírke ozubenia a uhle sklonu zuba

Šírka ozubenia [mm]	24	27,566	27,566
Uhol sklonu zuba β [°]	23,123	20	20
Zaťaženie M_t [N·m]	100	100	117
PTPTE [μm]	0,24	0,17	0,19

4.2.9 VPLYV SKUTOČNEJ OSOVEJ VZDIALENOSTI

Jednou z výhod evolventného ozubenia je aj nezávislosť prevodového pomeru na zmene osovej vzdialenosti spolu zaberajúcich kolies. Vhodné to je najmä z hľadiska zástavbových rozmerov, montážnych/výrobných nepresností a pre vytvorenie požadovanej bočnej vôle zubov. Ukazuje sa však, že zmena osovej vzdialenosti má vplyv aj na chybu prevodu. V 4.13 sú zobrazené priebehy chyby prevodu pre rôzne osové vzdialenosti, pričom +0,25 mm je hodnota pre východiskové súkolie z tab. 3.1. Osová vzdialenosť bola ďalej zmenšovaná bližšie k teoretickej hodnote, čo malo za následok znižovanie hodnoty PTPTE – tab. 4.13. Naopak, pri zväčšení osovej vzdialenosti (+0,5 mm) sa PTPTE zvýšila. Príčina spočíva pravdepodobne opäť v súčiniteli záberu profilu. Z rovnice (34) je zrejmé, že so zmeňujúcou sa skutočnou osovou vzdialenosťou sa zväčšuje súčiniteľ záberu profilu.



Graf 4.13 Priebehy STE pre rôzne osové vzdialenosti

V grafe 4.13 je taktiež možné pozorovať predlžovanie troj-párového záberu, s klesajúcou osovou vzdialenosťou. Tretí pár zubov vstupuje do záberu vždy v rovnaké okamihy, avšak v zábere zotrúva po rozličnú dobu v závislosti na osovej vzdialenosti, resp. súčiniteli záberu profilu.

Tab. 4.13 Hodnoty PTPTE v závislosti na zmene osovej vzdialenosti

Zmena osovej vzdialenosti od teoretickej hodnoty [mm]	+0,5	+0,25	+0,15	+0,05
PTPTE [μm]	0,61	0,54	0,50	0,48

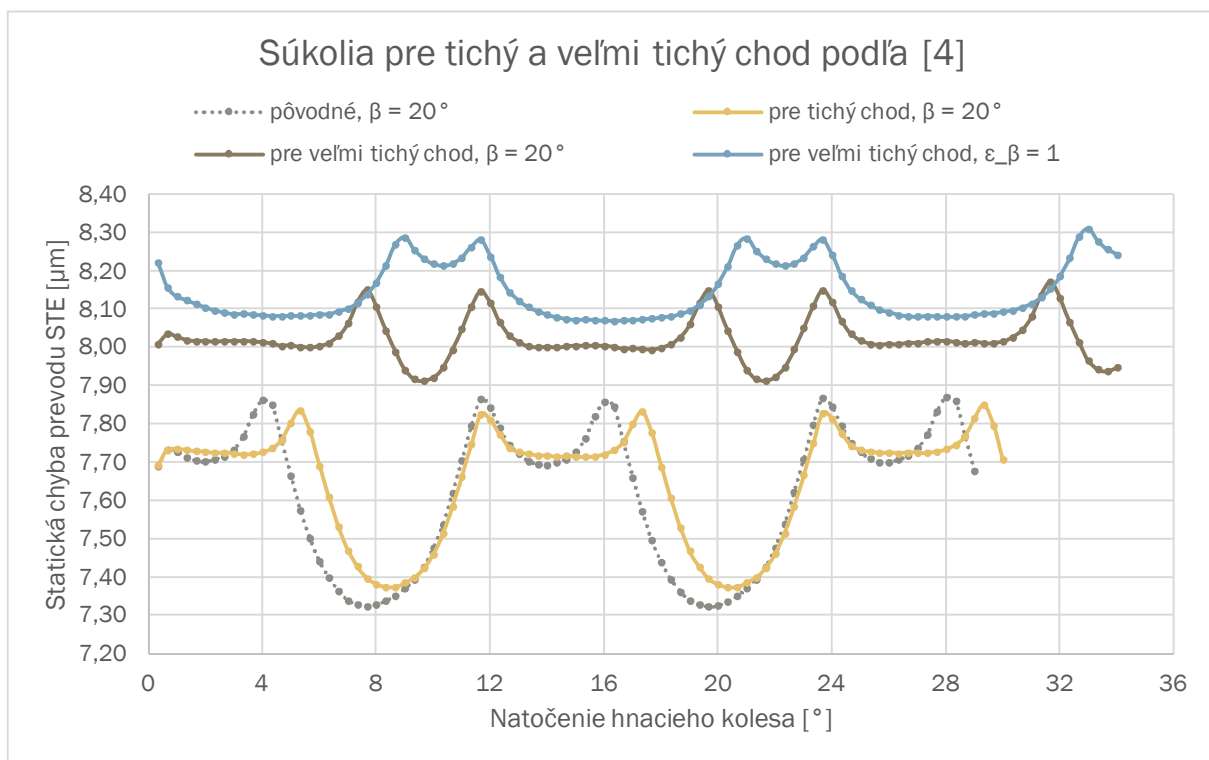
4.2.10 SÚKOLIA PRE ŠPECIÁLNE APLIKÁCIE

V predchádzajúcom texte sa doposiaľ jednalo vždy o súkolia s normalizovaným ozubením. V niektorých prípadoch je však nutné/vhodné použiť súkolia pre špeciálne aplikácie. Parametre ozubenia pre takéto aplikácie sa uvádzajú napr. v [4], pričom niektoré z nich boli v rámci tejto práce podrobené numerickým simuláciám a výsledky budú uvedené ďalej v tejto podkapitole.

Z hľadiska znižovania chyby prevodu a vibrácií a hluku sú zaujímavé súkolia pre tichý a najmä veľmi tichý chod – graf 4.14 a 4.15. Oba typy ozubenia majú menší normálny uhol záberu, ktorý je dopočítaný z čelného uhla záberu $18,5^\circ$ pre tichý chod, resp. $17,5^\circ$ pre veľmi tichý chod, a z uhla sklonu zuba. Ozubenie pre veľmi tichý chod má navyše predĺžené zuby oproti normalizovanému ozubeniu, vyjadrené vzťahmi [4]:

$$h_a = 1,1m_n, \quad (51)$$

$$h_f = 1,475m_n. \quad (52)$$



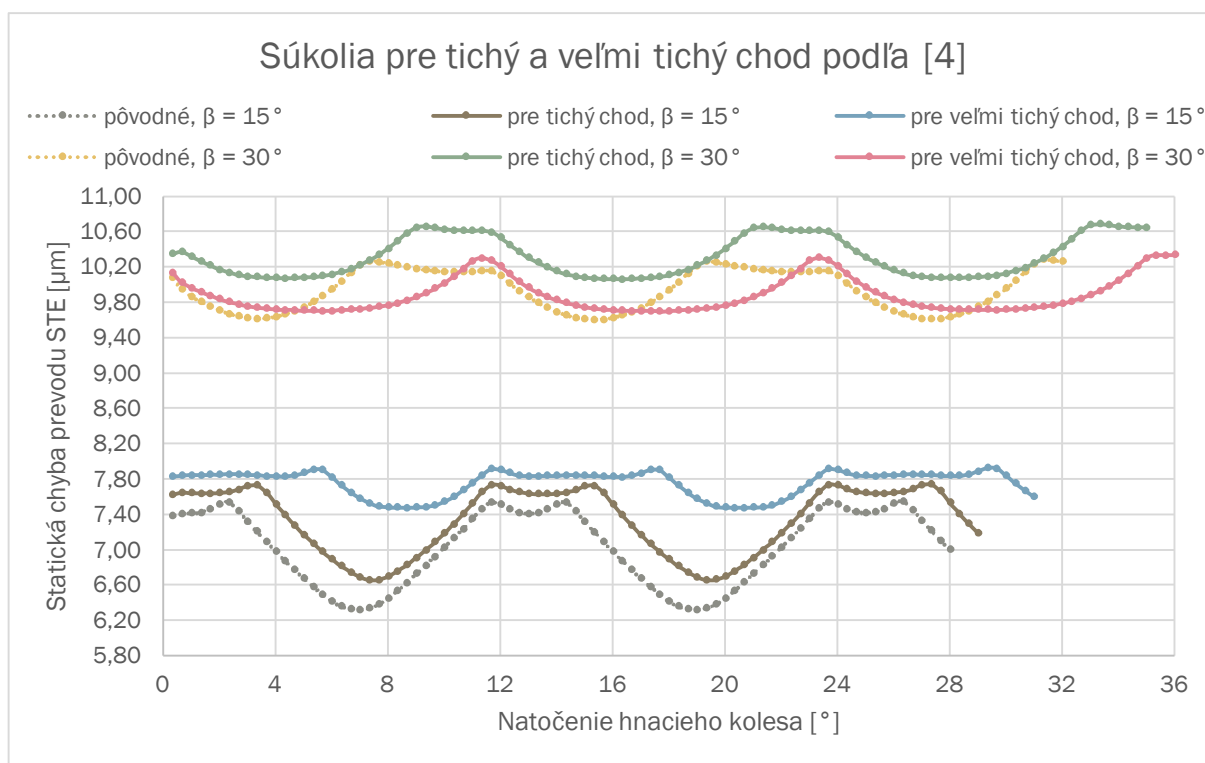
Graf 4.14 Priebehy STE pre súkolia pre tichý a veľmi tichý chod

V grafe 4.14 sú zobrazené priebehy chyby prevodu pre tichý a veľmi tichý chod s rovnakým uhlom sklonu zuba 20° a s rovnakým súčiniteľom záberu kroku, keďže súkolia mali totožnú šírku (pre možnosť porovnania), a sú porovnané s pôvodnou konfiguráciou. Ozubenie pre veľmi tichý chod bolo navyše podrobené simulácii aj v prevedení s celočíselným súčiniteľom záberu kroku (jeden). V grafe je možno vidieť najpriaznivejší priebeh, z hľadiska hodnoty PTPTE, pre ozubenie pre veľmi tichý chod. Celočíselný súčiniteľ záberu kroku v tomto prípade priniesol iba nevýrazné zlepšenie. Ozubenie pre tichý chod taktiež prinieslo zlepšenie oproti pôvodnému avšak menšie. Dlhšie trvanie záberu bolo

spôsobené vyššou hodnotou súčiniteľa záberu profilu, ktorý s klesajúcou hodnotou normálneho uhla záberu rastie (graf 4.18). Takmer konštantný priebeh pri súkolí pre veľmi tichý chod odpovedá troj-párovému záberu, k maximám dochádzalo pri vstupe/výstupe tretieho páru zubov do/zo záberu. Konkrétne hodnoty PTPTE sú uvedené v tab. 4.14, hodnoty kurzívou sú pre prevedenia s modifikáciou dlhý tip relief. Z tabuľky je zrejmé, že modifikácia ozubenia pre veľmi tichý chod neprináša veľké zlepšenie oproti modifikácii pôvodného ozubenia pre všeobecné aplikácie. PTPTE pre ozubenie pre veľmi tichý chod s celočíselným záberom kroku a modifikáciou dosahuje doposiaľ najnižšiu hodnotu, keďže sa tu stretáva hneď niekoľko faktorov, ktoré ju, ako sa ukázalo, znižujú.

Tab. 4.14 Hodnoty PTPTE pre súkolia pre tichý a veľmi tichý chod

Typ ozubenia	pôvodné		pre tichý chod	pre veľmi tichý chod		pre veľmi tichý chod, $\varepsilon_{\beta} = 1$	
PTPTE [μm]	0,54	<i>0,12</i>	0,46	0,24	<i>0,10</i>	0,22	<i>0,07</i>



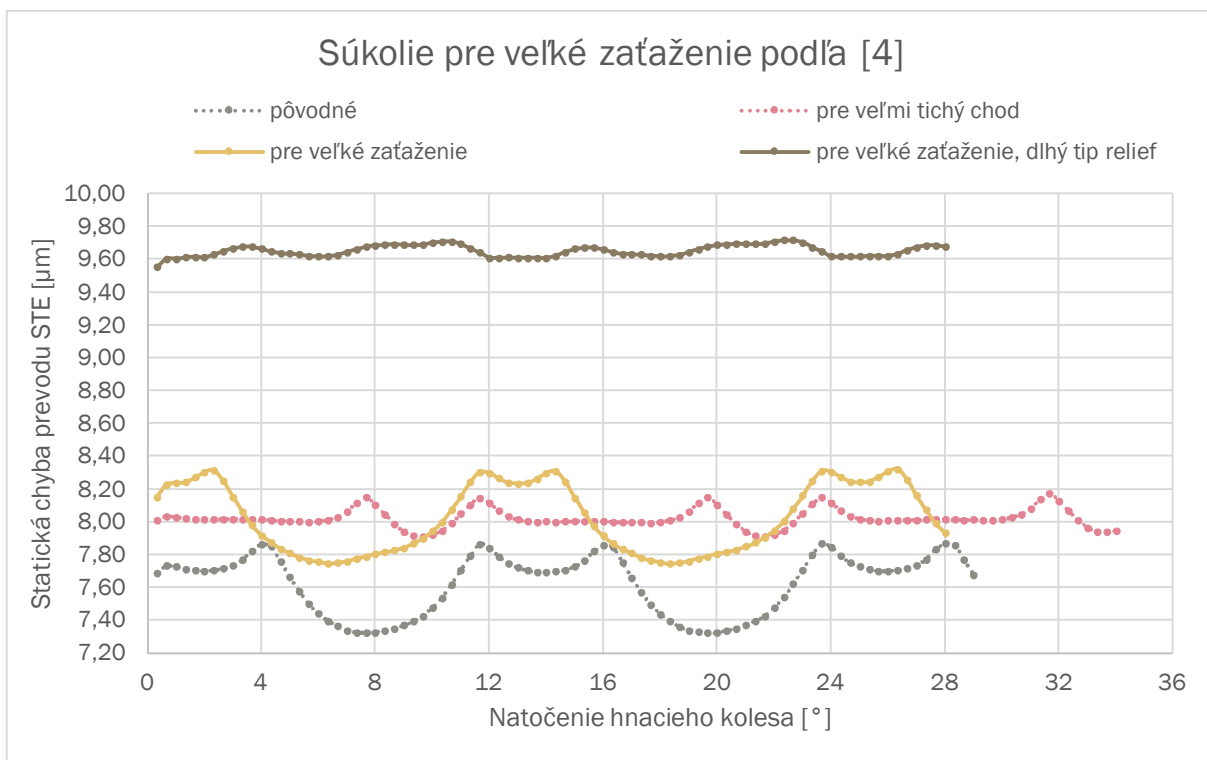
Graf 4.15 Priebehy STE pre súkolia pre tichý a veľmi tichý chod a rôzne uhly sklonu zuba

Analogicky boli podrobené simuláciám rovnaké súkolia pre uhly sklonu zuba 15° a 30°. Výsledné chyby prevodu sú zobrazené v grafe 4.15 a hodnoty PTPTE v tab. 4.15. Pre uhol 15° sú relatívne zníženia hodnôt PTPTE oproti pôvodnej konfigurácii podobné ako pre 20°. Zväčšením uhla sklonu zuba na hodnotu 30°, ktorá odpovedá hodnote súčiniteľa záberu kroku väčšej ako jedna, nedochádza k výraznému zníženiu PTPTE pre ozubenie pre tichý chod, ani pre veľmi tichý chod. Dôvod môže mať opäť súvis so skutočnosťou, že s rastúcim uhlom sklonu zuba klesá súčiniteľ záberu profilu (graf 4.18).

Tab. 4.15 Hodnoty PTPTE pre súkolia pre tichý a veľmi tichý chod v závislosti na uhle sklonu zuba

Typ ozubenia	pôvodné		pre tichý chod		pre veľmi tichý chod	
	15	30	15	30	15	30
Uhol sklonu zuba β [°]	15	30	15	30	15	30
PTPTE [μm]	1,23	0,67	1,08	0,63	0,45	0,64

Ďalej bolo podrobené simulácii súkolie pre veľké zaťaženie so zväčšeným normálnym uhlom záberu – 25° . V grafe 4.16 je porovnané s pôvodným súkolím, súkolím pre veľmi tichý chod bez a s aplikovanou modifikáciou zubov. Pribeh je podobný ako v prípade pôvodnej konfigurácie s normálnym uhlom záberu 20° a hodnota PTPTE je len o niečo vyššia – tab. 4.16. Modifikácia dlhý tip relief (hodnoty kurzívou) znížila PTPTE na porovnateľnú hodnotu ako v prípade modifikácie ozubenia pôvodného súkolia a súkolia pre veľmi tichý chod.



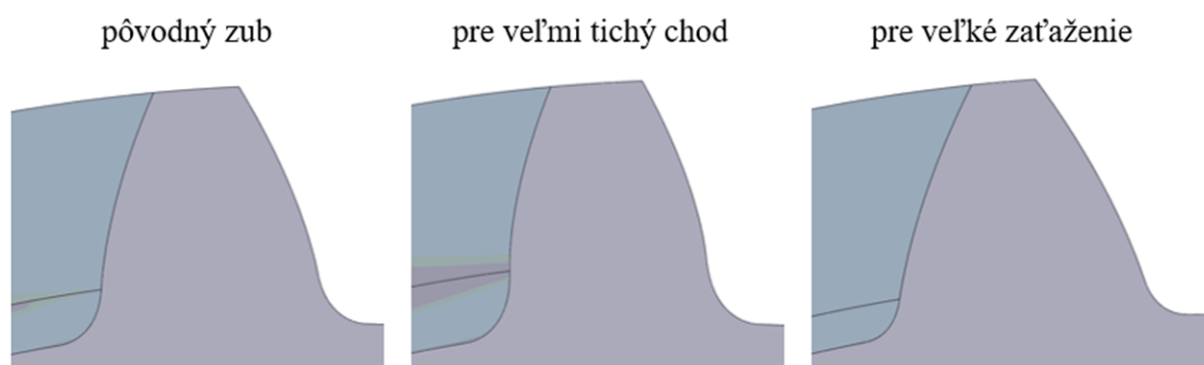
Graf 4.16 Priebehy STE pre súkolia pre rôzne aplikácie

Ukázalo sa teda, že dané súkolia pre veľké zaťažujúce točivé momenty nie je z hľadiska PTPTE príliš vhodné. Napriek tomu možno vhodnou modifikáciou dosiahnuť výrazné zlepšenie. Deformačne-napät'ová analýza však odhalila nárast maximálneho redukovaného napätia v päte zuba o 10 MPa oproti pôvodnému súkoliu. Dôvodom môže byť nevhodná kombinácia vstupných parametrov pre tento špeciálny typ ozubenia. Väčšia únosnosť sa taktiež môže prejaviť až pri pôsobení dynamických účinkov a cyklického namáhania. Pre presné odhalenie príčiny by však museli byť overené viaceré konfigurácie, čo nie je primárnym cieľom tejto práce.

Tab. 4.16 Hodnoty PTPTE pre súkolia pre rôzne aplikácie

Typ ozubenia	pôvodné		pre veľmi tichý chod		pre veľké zaťaženie	
PTPTE [μm]	0,54	0,12	0,24	0,10	0,58	0,11

Na obr. 4.12 sú porovnané tvary zubov z tab. 4.16 (bez modifikácií). Pre veľké zaťaženie (veľký normálny uhol záberu) je zub v oblasti piat široký/hrubý a smerom k hlave sa výrazne zužuje. Naopak, hrúbka zuba pre veľmi tichý chod sa po jeho výške natoľko nemení, a teda ani jeho tuhosť. To je dobrým predpokladom pre menšie kolísanie kombinovanej tuhosti (tuhosti záberu), resp. chyby prevodu.

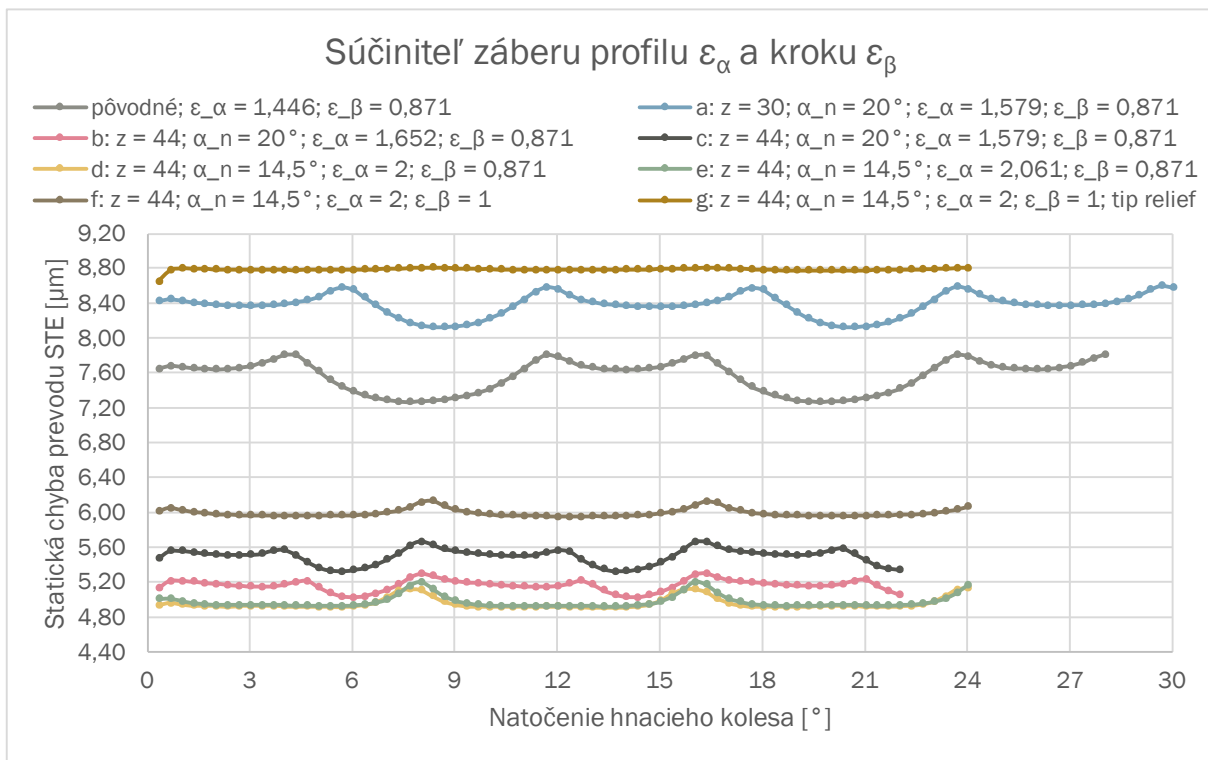


Obr. 4.12 Tvary zubov pre rôzne aplikácie

4.2.11 VPLYV SÚČiniteĽA ZÁBERU PROFILU A INÉ

V predchádzajúcich podkapitolách zaoberajúcich sa rôznymi vplyvmi makro-geometrie na chybu prevodu bol viackrát načrtnutý možný súvis aj so súčiniteľom záberu profilu – rovnica (34). Oproti súčiniteľu záberu kroku je tento súčiniteľ komplexnejší a majú naň vplyv viaceré parametre.

Analyzovaných bolo niekoľko konfigurácií, ktoré sú pre lepšiu prehľadnosť označené písmenami (a-g). V grafe 4.17 sú zobrazené ich priebehy chyby prevodu, vrátane pôvodnej konfigurácie. Všetky konfigurácie mali predĺžené ozubenie rovnako ako v podkapitole 4.2.10. Najprv bola otestovaná konfigurácia (a), ktorá sa od pôvodnej líšila iba dlhšími zubami. Dlhšie zuby mali za následok väčší súčiniteľ záberu profilu. V tab. 4.17 možno vidieť pokles hodnoty PTPTE oproti pôvodnej konfigurácii vplyvom zväčšenia ε_α . Následne bol zvýšený počet zubov oboch kolies na hodnotu 44 (b). Táto úprava však spôsobila zväčšenie súčiniteľa záberu profilu, preto bola v ďalšej konfigurácii (c) zväčšená osová vzdialenosť tak, aby bolo možné porovnať (a) a (c) z hľadiska počtu zubov. Zvýšením počtu zubov bol zaznamenaný výraznejší pokles PTPTE. Ďalší pokles nastal pri konfigurácii (b), ktorá mala väčšie ε_α oproti (c).



Graf 4.17 Priebehy STE pre rôzne konfigurácie súkolí

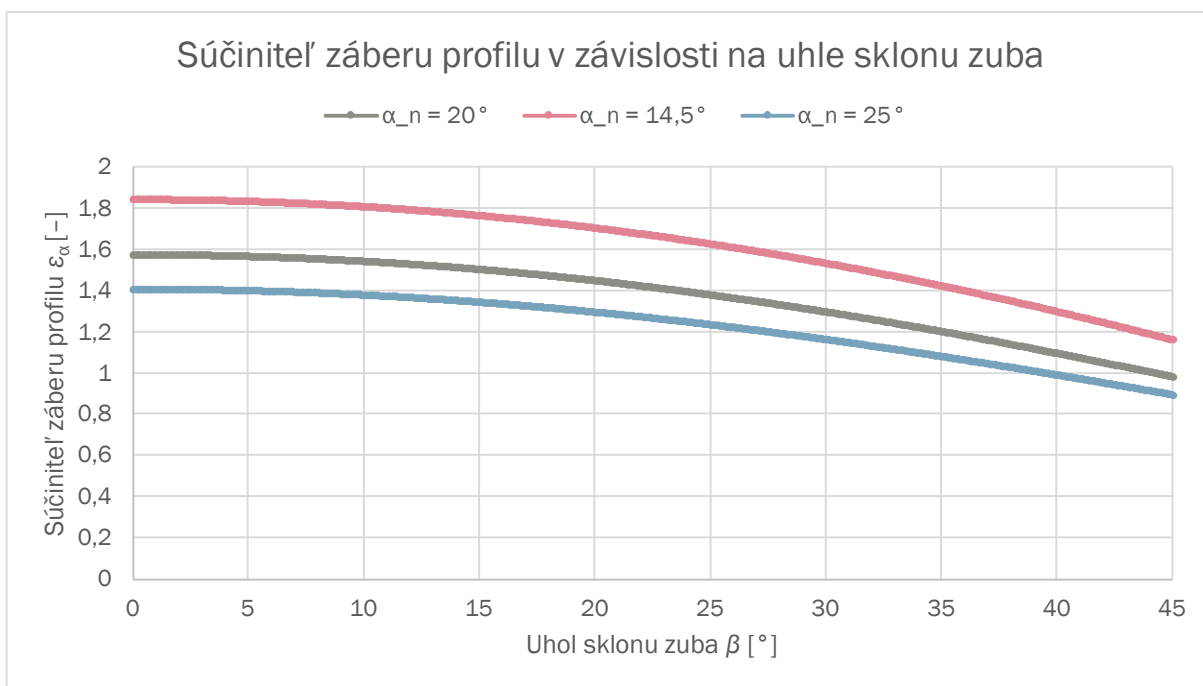
Pri konfiguráciách (a-c) bol použitý normálny uhol záberu 20° . Pre túto normalizovanú hodnotu však nie je možné dosiahnuť celočíselnú hodnotu (dva) súčiniteľa záberu profilu. Preto bol tento uhol zmenšený na $14,5^\circ$ – (d-g). V grafe 4.18 sú zobrazené priebehy ε_α v závislosti na uhle sklonu zuba pre rôzne normálne uhly záberu (pre počet zubov oboch kolies 30). Konfigurácia (d) s celočíselným ε_α vykazovala nižšiu PTPTE ako predchádzajúce konfigurácie, avšak zlepšenie oproti (c) už nebolo natoľko výrazné. Zmenšením osovej vzdialenosti bola dosiahnutá vyššia hodnota ε_α ako dva – (e). Ukázalo sa, že ďalším zväčšovaním ε_α nad hodnotu dva PTPTE ďalej neklesá, naopak stúpa. Poznatok z podkapitoly 4.2.9 (pokles PTPTE s klesajúcou osovou vzdialenosťou) je teda nutné doplniť o podmienku, že platí iba pre $\varepsilon_\alpha < 2$. Teoreticky by zlepšenie mohlo opäť nastať približovaním sa k hodnote tri, avšak táto hodnota nie je príliš obvyklá.

Tab. 4.17 Hodnoty PTPTE v závislosti na rôznych konfiguráciách

Konfigurácia	pôvodná	a	b	c	d	e	f	g
PTPTE [μm]	0,54	0,47	0,34	0,27	0,23	0,28	0,18	0,035

Na záver sa ponúkala možnosť zvoliť oba súčinitele záberu ako celočíselné hodnoty – (f). Dosiahnuté to bolo vhodnou kombináciou osovej vzdialenosti a uhla sklonu zuba. Ukázalo sa, že takáto konfigurácia dosahuje nižšie hodnoty PTPTE a v kombinácii s modifikáciou je priebeh chyby prevodu takmer konštantný – (g). Po celý čas záberu by mali byť v zábere práve tri páry zubov. Pri vstupe/výstupe do/zo záberu sa však objaví na krátky okamih aj štvor-párový záber. Spôsobené je to ohybom zubov a presnosťou výpočtu daných súčiniteľov,

resp. vstupných parametrov, ktoré im odpovedajú. V týchto oblastiach taktiež dochádza k maximálnym hodnotám chyby prevodu.

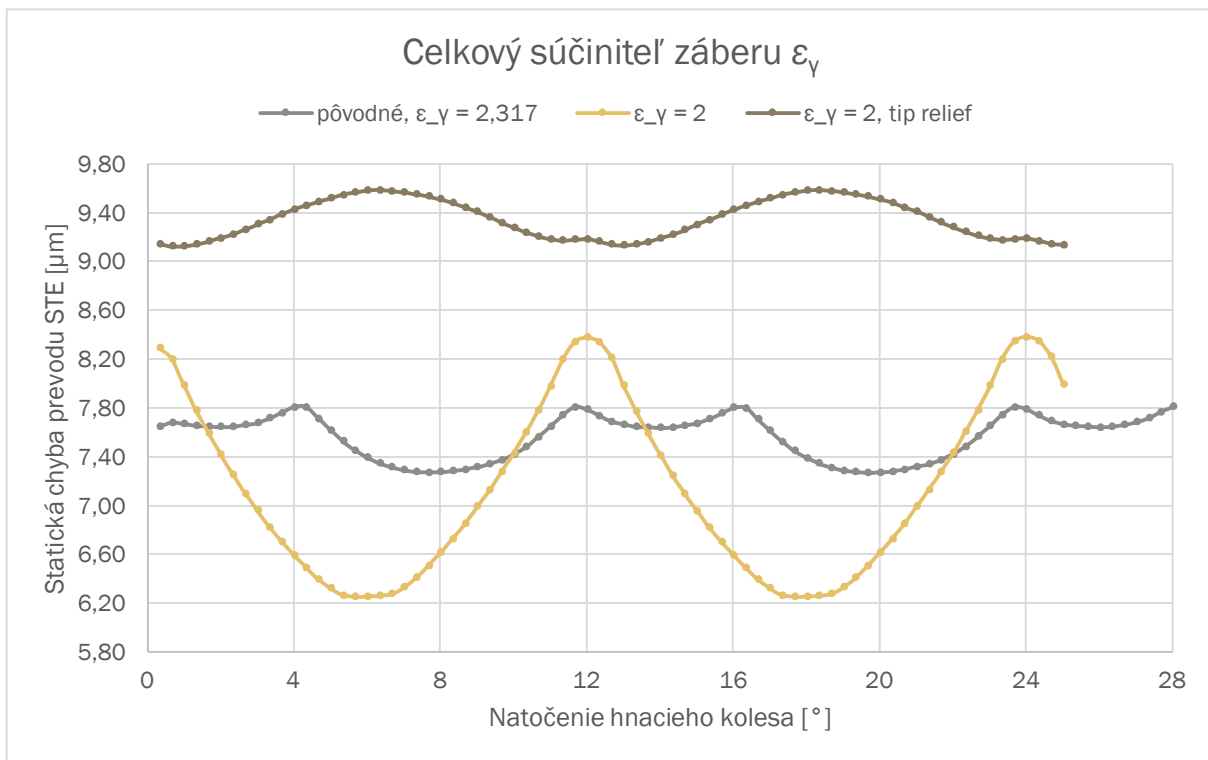


Graf 4.18 Závislosť súčiniteľa záberu profilu na uhle sklonu zuba

Pre doplnenie bol overený vplyv celočíselného celkového súčiniteľa záberu pri neceločíselných súčiniteľoch záberu profilu a kroku – graf 4.19 a tab. 4.18. Celočíselnej hodnoty bolo dosiahnuté zmenou (znížením oproti pôvodnej konfigurácii) súčiniteľa záberu kroku – konkrétne zmenšením uhla sklonu zuba. Hodnota PTPTE po tejto úprave výrazne stúpila, čo sa zhoduje s poznatkami z podkapitoly 4.2.8. Použitie modifikácie opäť prinieslo niekoľkonásobné zníženie PTPTE. Ukázalo sa teda, že celkový súčiniteľ záberu nemá priamy vplyv na chybu prevodu, ale záleží na samotných hodnotách súčiniteľa záberu profilu a kroku.

Tab. 4.18 Hodnoty PTPTE v závislosti na celkovom súčiniteli záberu

Celkový súčiniteľ záberu ε_γ [-]	2,317	2	2, tip relief
PTPTE [μm]	0,54	2,13	0,46



Graf 4.19 Priebehy STE pre rôzne hodnoty celkového súčiniteľa záberu

ZÁVER

Cieľom tejto práce bolo stanoviť chybu prevodu ozubených súkolí so šikmými zubami pri statických podmienkach. Pre stanovenie chyby prevodu bol zvolený prístup pomocou numerických simulácií – MKP. Výhodou tohto prístupu bola možnosť analyzovať relatívne veľké množstvo ľubovoľných konfigurácií súkolí bez nutnosti výroby fyzických komponentov, čo je vhodné z finančného aj časového hľadiska. Vytvorený bol parametrický 3D CAD model ozubených kolies, vrátane modifikácií ozubenia, a zostavy súkolia. Následne boli na 3D modeli vykonané numerické simulácie v MKP softwari. Predmetom vyhodnocovania boli okrem chyby prevodu aj redukované napätie a kontaktný tlak.

V celej práci sa kládol veľký dôraz na dobrú porovnateľnosť výsledkov. Snahou bolo preto nastaviť počiatočnú polohu kolies voči sebe rovnako a čo najpresnejšie. Diskretizácia telies, najmä piat a bokov zubov, bola realizovaná taktiež rovnakým spôsobom pri všetkých simuláciách. Výsledná konečno-prvková sieť bola navyše v dôležitých oblastiach čo najrovnomernejšia. Vykonaných bolo niekoľko citlivostných analýz siete, počiatočnej penetrácie a počtu namodelovaných zubov z celkového počtu. Výsledné nastavenie bolo zvolené ako vhodný pomer medzi presnosťou výsledkov, výpočtovým časom a veľkosťou výsledkových súborov. Zmeny v geometrii ozubenia a okrajových podmienkach (zaťažujúci točivý moment) boli vo väčšine prípadov realizované postupne, aby boli vplyvy jednotlivých zmien čo najlepšie identifikovateľné – bez vplyvu viacerých faktorov súčasne.

Deformačne-napät'ová analýza priniesla veľké množstvo dát, preto boli vyhodnocované iba vybrané situácie a parametre. Pred samotným pootáčaním kolies sa ozubenie najprv predoplo zaťažujúcim momentom. Jeden pár zubov bol v tom okamihu práve na začiatku svojho záberu, čo spôsobovalo hranový kontakt v prípade nemodifikovaných zubov bez zaoblenia. K špičkám redukovaného napätia (822 MPa) a kontaktného tlaku dochádzalo práve v týchto oblastiach. Táto hodnota presahuje medzu klzu zvoleného materiálu a došlo by k plastickej deformácii. Hranový kontakt nastáva aj pri výstupe zubov zo záberu a v okamihoch, kedy zubové dvojice nie sú v kontakte po celej šírke ozubenia. V skutočnosti však dokonale ostrá hrana neexistuje a hrany zubov sa navyše z viacerých dôvodov zaoblujú. Ďalej bolo preto na hrany hláv zubov aplikované zaoblenie s rádiusom 0,2 mm. Po tejto úprave bol zaznamenaný pokles napätia o takmer 45 %. Stále však dochádzalo k miernemu hranovému kontaktu vplyvom diskretizácie. Oba predošlé prípady majú spoločnú vlastnosť, a to takú, že vplyvom ohybu zubov má hlava zuba tendenciu vtlačať sa do boku spolu zaberajúceho zuba. Ponúka sa preto tento prebytočný materiál plynule odstrániť použitím modifikácie zubov. Vhodným zvolením veľkosti modifikácie možno docieľiť stav, kedy sa zubová dvojica na začiatku záberu navzájom dotkne až po aplikovaní celého zaťaženia, na ktoré je súkolie navrhnuté. Pre modifikáciu dlhý tip relief dochádza potom pri predopnutí zubov v oblasti hlavy/boku zuba iba k minimálnemu napätiu – rádovo v menších desiatkach MPa. Obdobne tomu bolo aj pri kontaktnom tlaku. Pri vstupe do záberu dosahoval relatívne nízku hodnotu, postupovaním v zábere sa lineárne zvyšoval až po určitú hodnotu, od ktorej bol ďalej takmer konštantný. Pri výstupe zo záberu opäť lineárne klesal. Pokles maximálneho kontaktného tlaku oproti prevedeniu bez modifikácie bol približne o 31 %. Zaoblenie hlavy zuba prinieslo iba minimálny pokles tlaku a priebeh bol podobný ako s ostrou hranou bez modifikácie.

Ďalším analyzovaným napätím bolo napätie v päťach zubov spôsobené ohybom zubov. Ukázalo sa, že k maximálnemu redukovanému napätiu dochádza v tých päťach zubov, v ktorých prevláda tlaková napätosť. Hodnoty sa taktiež približne zhodujú s analyticko-empirickými výpočtami. Toto však platí iba v prípade súkolí bez modifikácií zubov. Použitím

modifikácie dlhý tip relief vzrástlo maximálne redukované napätie v päťach zubov o 35 % pôvodného napätia na hodnotu, ktorá však pre daný materiál nedosahovala medze klzu. Príčina spočívala v rozložení kontaktného tlaku medzi jednotlivými zubovými dvojicami a pozdĺž dotykovej úsečky sledovaného zuba. Sledovaný zub prenášal väčšiu časť zaťaženia, keďže tam, kde sa zvyšné zaberajúce zuby mali dotýkať, bol odobratý materiál. Ak aj k dotyku v týchto miestach dochádzalo, tak kontaktné tlaky boli nižšie ako v prípade bez modifikácie. Absolútne hodnoty kontaktného tlaku sa mohli líšiť od reality, keďže sú veľmi citlivé na kombináciu konečno-prvkovej siete, pokročilých nastavení kontaktov a aplikovaného zaťaženia. Relatívne zmeny však možno porovnávať, keďže podmienky boli vždy približne rovnaké. Ohyb zubov ďalej spôsobil predĺženie dráhy záberu, ktoré odpovedalo natočeniu rádovo o desatiny stupňa oproti teoretickej hodnote pre dokonalé tuhé ozubenie. V prípade aplikovaných modifikácií, vrátane zaoblenia, bolo toto predĺženie o niečo menšie.

Deformácia ozubenia vplyvom zaťaženia tiež spôsobovala to, že pozícia hnaného kolesa neodpovedala teoretickej pozícii udávanej kolesom hnacím. Hlava zuba hnaného kolesa sa teda nestretávala s bokom zuba hnacieho kolesa na teoretickej priamke záberu, ale mimo nej. Nedochádzalo k združenému záberu, inými slovami – chyba prevodu. Vyhodnocovaný bol najmä rozdiel medzi maximálnou a minimálnou hodnotou chyby prevodu (PTPTE), keďže má súvis s vibráciami a hlukom, ako sa ukázalo z rešerše literatúry. Priebeh chyby prevodu je periodický s periódou zubového rozstupu, avšak sledovaný bol celý záber jedného páru zubov. Tento prístup bol zvolený z dôvodu možnosti lepšieho vyhodnotenia deformačno-napäťovej analýzy. Navyše z priemernej chyby prevodu (priemernej celkovej deformácie) počas celého záberu, resp. zo strednej tuhosti záberu boli vypočítané rozmery použitých zubových modifikácií.

Ukázalo sa, že so zvyšujúcim sa zaťažením sùkolia hodnota PTPTE stúpa, ako aj priemerná hodnota chyby prevodu. Pri vyšších točivých momentoch dochádzalo k zaostávaniu hnaného kolesa za kolesom hnacím. Pri malom zaťažení, konkrétne 10 N·m, dochádzalo aj k záporným hodnotám chyby prevodu. V tomto prípade to znamenalo, že hnané koleso bolo v predstihu pred hnacím. Závislosť chyby prevodu (priemernej aj PTPTE) na zaťažení bola v rozsahu (10 až 150) N·m takmer lineárna. Ďalej bol nárast mierne degresívny. Východisková (pôvodná) konfigurácia bola zaťažená momentom 100 N·m a bola voči nej porovnávaná väčšina ďalších konfigurácií skúmajúcich rôzne vplyvy na chybu prevodu. Hodnota PTPTE pre pôvodnú konfiguráciu dosahovala 0,54 μm .

Pri použití zubových modifikácií je však závislosť PTPTE na točivom momente odlišná. Z analýz vyplynulo, že k najnižšej hodnote PTPTE dochádza pri rovnosti aplikovaného, návrhového a maximálneho prípustného zaťaženia. Inými slovami pri zaťažení, na ktoré sú modifikácie navrhnuté – tzv. dlhé modifikácie. Analyzované boli modifikácie tip relief, root relief a kombinácia oboch na hnacom kolese pri nemodifikovanom kolese hnanom. Všetky tri typy mali takmer rovnaký účinok, a to zníženie hodnoty PTPTE o 80 %. Konfigurácie so zaoblením hlavy zuba vykazovali mierne vyššie hodnoty oproti pôvodnej konfigurácii – spôsobené zrejme skrátením aktívnej časti profilu zuba. Zaoblenie aplikované na modifikované ozubenie chybu prevodu nezhoršovalo. Taktiež sa ukázalo, že nevhodným zaťažením modifikovaného ozubenia dochádza k zvýšeniu PTPTE oproti prevedeniu bez modifikácií.

Ďalej bol overený vplyv šikmého ozubenia oproti priamemu ozubeniu. Potvrdili sa teoretické poznatky a PTPTE použitím šikmého ozubenia s rovnakými základnými parametrami v čelnej

rovine klesla o 83 %. Vplyvom postupného vstupu, resp. výstupu zubov do, resp. zo záberu nedochádzalo k skokovým zmenám chyby prevodu počas záberu. Nenulový uhol sklonu zuba má teda priaznivý efekt na chybu prevodu. Tento uhol spôsobuje dlhšie trvanie záberu vyjadrené súčiniteľom záberu kroku. Zaujímavé sú z hľadiska PTPTE celočíselné hodnoty tohto súčiniteľa, ako sa ukázalo aj v tejto práci. Pri jeho hodnote rovnej jednej došlo k zníženiu PTPTE o 56 % oproti pôvodnej konfigurácii, ktorej súčiniteľ záberu kroku bol pomerne blízko hodnote jedna. Dôvodom bude zrejme, ako sa uvádza v literatúre, konštantná hodnota súčtovej dĺžky dotykových úsečiek, ktorá spôsobuje menšie kolísanie tuhosti záberu. Stále však záleží na polohe dotykových úsečiek, keďže kombinovaná tuhosť zubov sa po ich výške mení. Pre hodnoty súčiniteľa záberu kroku väčšie ako jedna (ale blízke jednej) sa PTPTE opäť zvyšuje, avšak menej výrazne ako pri znižovaní súčiniteľa z hodnoty jedna. Vplyv modifikácie dlhý tip relief na chybu prevodu pri súčiniteli záberu kroku rovnému jednej už nie je natoľko výrazný ako pri pôvodnej konfigurácii – pokles PTPTE o 62,5 % oproti 80 %.

Skutočná (pracovná) osová vzdialenosť je ďalší parameter, ktorý ovplyvňuje chybu prevodu. Ukázalo sa však, že nepriamo. Z rovnice (34) je zrejmé, že má súvis so súčiniteľom záberu profilu ε_α . Zistilo sa, že so zväčšujúcou sa osovou vzdialenosťou (pri rovnakom normálnom uhle záberu) PTPTE stúpa, avšak iba pri hodnotách súčiniteľa ε_α menších ako dva. Pri hodnotách súčiniteľa ε_α väčších ako dva, ktoré boli dosiahnuté zmenšením normálneho uhla záberu, je táto závislosť opačná. Zdá sa teda, že hlavný vplyv má práve tento súčiniteľ, ktorý je ovplyvňovaný osovou vzdialenosťou a navyše normálnym uhlom záberu a počtom zubov. Konfigurácia s celočíselnými hodnotami oboch súčiniteľov ε_α a ε_β sa ukázala byť ako najvýhodnejšia z hľadiska nízkej PTPTE. Priebeh chyby prevodu bol takmer konštantný, k lokálnym maximám dochádzalo iba pri krátkom štvor-párovom zábere, ktorý bol spôsobený najmä ohybom zubov. Navyše v kombinácii s modifikáciou dlhý tip relief bolo dosiahnutej najnižšej hodnoty PTPTE spomedzi všetkých analyzovaných súkolí – **0,035 μm** . Celočíselná hodnota celkového súčiniteľa záberu nemala priamy vplyv na chybu prevodu. Ukázalo sa, že záleží na jednotlivých súčiniteľoch a nie na ich súčte. Analyzovaný bol aj vplyv zvýšeného počtu zubov pri nemenných súčiniteľoch záberu. Zvýšením počtu zubov z 30 na 44, pri rovnakých súčiniteľoch ε_α a ε_β bola hodnota PTPTE znížená o 43 %. Príčina môže byť v tom, že so zmenou počtu zubov sa mierne mení aj ich tvar, a teda aj tuhosť po výške.

Taktiež boli v literatúre [4] dohľadané parametre ozubenia pre špeciálne aplikácie. Konkrétne pre veľké zaťaženie a pre tichý a veľmi tichý chod. Líšili sa najmä normálnym uhlom záberu. Pre veľké zaťaženie bol uhol záberu väčší ako normalizovaná hodnota 20° , pre tichý chod naopak menší. Pre veľmi tichý chod boli navyše použité predĺžené zuby. K najnižším hodnotám PTPTE dochádzalo, podľa predpokladov, pri konfiguráciách s ozubením pre veľmi tichý chod. V kombinácii so súčiniteľom záberu kroku rovným jednej a s modifikáciou dlhý tip relief bolo dosiahnuté zníženie hodnoty PTPTE až o 87 % oproti pôvodnej konfigurácii. Pre súčiniteľ záberu kroku väčší ako jedna (docielený väčším uhlom sklonu zuba) však toto špeciálne ozubenie stratilo svoj význam, keďže k zníženiu PTPTE takmer nedošlo. Dôvodom bude zrejme pokles súčiniteľa záberu profilu vplyvom zväčšenia uhlu sklonu zuba.

Chyba prevodu je veľmi rozsiahla problematika. Na túto diplomovú prácu je preto možné nadviazať v inej/ďalšej práci napr. použitím korigovaného ozubenia. Naskytuje sa taktiež možnosť doplniť výpočtový model o hriadele a analyzovať vplyv pozdĺžnych modifikácií ozubenia na chybu prevodu.

POUŽITÉ INFORMAČNÉ ZDROJE

- [1] BOLEK, Alfred a Josef KOCHMAN. *Části strojů*. 5. přeprac. vyd. Praha: Nakladatelství technické literatury, 1990. ISBN 80-030-0426-8.
- [2] SHIGLEY, Joseph Edward, Charles R. MISCHKE a Richard Gordon BUDY-NAS. *Konstruování strojních součástí*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2010. Překlady vysokoškolských učebnic. ISBN 978-80-214-2629-0.
- [3] KRŮŽ, Rudolf a Pavel VÁVRA. *Strojírenská příručka: 24 oddílů v osmi svazcích*. Praha: Scientia, 1995. ISBN 80-858-2788-3.
- [4] RADZEVICH, Stephen P. *Dudley's Handbook of Practical Gear Design and Manufacture*. 2nd edition. Boca Raton: Taylor & Francis, 2012. ISBN 978-1-4398-6601-6.
- [5] JELASKA, Damir. *Gears and gear drives*. Chichester: Wiley, 2012. ISBN 978-111-9941-309.
- [6] UGURAL, ANSEL C. *MECHANICAL DESIGN OF MACHINE COMPONENTS*. 2nd edition. Boca Raton: Taylor & Francis, 2016. ISBN 978-1-4987-3536-0.
- [7] CHILDS, Peter R.N. *Mechanical Design Engineering Handbook*. Oxford: Elsevier, 2014. ISBN 978-0-08-097759-1.
- [8] MORAVEC, Vladimír. *Konstrukce strojů a zařízení II.: čelní ozubená kola : teorie, výpočet, konstrukce, výroba, kontrola*. Ostrava: Montanex, 2001. ISBN 80-722-5051-5.
- [9] SMITH, Derek J. *Gear noise and vibration*. 2nd edition. New York: Marcel Dekker, 2003, 297 s. ISBN 824741293.
- [10] CHILDS, Peter R.N. *Mechanical Design Engineering Handbook*. 2nd edition. Oxford: Elsevier, 2019. ISBN 978-0-08-102367-9.
- [11] SU, Xiaogen a Donald R. HOUSER. Characteristics of trochoids and their application to determining gear teeth fillet shapes. *Mechanism and Machine Theory* [online]. 2000, **35**(2), 291-304 [cit. 2020-08-21]. DOI: 10.1016/S0094-114X(99)00004-X. ISSN 0094114X. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0094114X9900004X>
- [12] TROCHTA, Miroslav. *Chyba převodu evolventního ozubení, její měření a její vztah k hluku a vibracím převodovek*. Ostrava, 2019. Disertační práce. VŠB-Technická univerzita Ostrava.
- [13] ALFANO, Giulio, Mark ATHERTON a THARMAKULASINGHAM. *Reduction of Gear Pair Transmission Error with Tooth Profile Modification* [online]. [cit. 2020-08-21]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/49402228_Reduction_of_gear_pair_transmission_error_with_tooth_profile_modification

- [14] DAVOLI, Piermaria, Carlo GORLA, Francesco ROSA, Fabrizio ROSSI a Giuseppe BONI. Transmission Error and Noise Emission of Spur Gears. *GearTechnology* [online]. 2007, 34-38 s [cit. 2020-08-21]. Dostupné z: https://www.geartechnology.com/articles/0307/Transmission_Error_and_Noise_Emission_of_Spur_Gears/
- [15] KISSLING, Ulrich. Effects of Profile Corrections on Peak-to-Peak Transmission Error. *GearTechnology* [online]. 2010, 52-61 s [cit. 2020-08-21]. Dostupné z: https://www.geartechnology.com/articles/0710/Effects_of_Profile_Corrections_on_Peak-to-Peak_Transmission_Error/
- [16] THARMAKULASINGAM, Raul. *Transmission Error in Spur Gears: Static and Dynamic Finite-Element Modeling and Design Optimization* [online]. United Kingdom, 2009 [cit. 2020-08-21]. Dostupné z: <https://bura.brunel.ac.uk/bitstream/2438/5100/5/FullTextThesis.pdf>. PhD Thesis. Brunel University.
- [17] SÁNCHEZ, Antonio Roldán. *Gearbox Transmission Error study using Multi Body Analysis software MSC Adams* [online]. Sevilla, 2018 [cit. 2020-08-21]. Dostupné z: <https://pdfs.semanticscholar.org/ea12/29e25961806020b8677ecde394f5de1cb519.pdf>. Trabajo Fin de Máster. Universidad de Sevilla.
- [18] PROKOP, A. Modelování vibrací pohonných jednotek aplikací virtuálních prototypů. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 160 s. Vedoucí dizertační práce doc. Ing. Pavel Novotný, Ph.D.
- [19] DOČKAL, Aleš. *Konstrukční optimalizace ozubené převodovky s ohledem na snižování hlukové emise*. V Brně: Vysoké učení technické, Fakulta strojního inženýrství, Ústav konstruování, 2003. Vědecké spisy Vysokého učení technického v Brně. PhD Thesis. ISBN 80-214-2439-7.
- [20] LIN, Tengjiao a Zeyin HE. Analytical method for coupled transmission error of helical gear system with machining errors, assembly errors and tooth modifications. *Mechanical Systems and Signal Processing* [online]. 2017, Volume 91, 167-182 s. [cit. 2020-08-21]. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327017300055>.
- [21] KIM, Su-chul, Sang-gon MOON, Jong-hyeon SOHN, Young-jun PARK, Chan-ho CHOI a Geun-ho LEE. Macro geometry optimization of a helical gear pair for mass, efficiency, and transmission error. *Mechanism and Machine Theory* [online]. 2020, 144 [cit. 2020-08-21]. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2019.103634. ISSN 0094114X. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0094114X19316258>
- [22] TÜRICH, A. Producing Profile and Lead Modifications in Threaded Wheel and Profile Grinding. *GearTechnology* [online]. 2010, 54-62 s [cit. 2020-08-21]. Dostupné z: <https://www.geartechnology.com/issues/0110x/tuerich.pdf>
- [23] DOLEŽAL, Milan a Martin SYCHROVSKÝ. Czech Raildays 2010: MODIFIKACE OZUBENÍ. In: *DocPlayer* [online]. © 2020 [cit. 2020-09-03]. Dostupné z: <https://docplayer.cz/9488325-Czech-raildays-2010-modifikace-ozubeni.html>

- [24] Gear: Quality Parameters and Tooth Flank Modification. In: *WENZEL* [online]. Chur, © 2020 [cit. 2020-09-03]. Dostupné z: https://metromec.ch/images/pdf/WENZEL_Poster_Gear_Quality_Parameters.pdf
- [25] PALMER, David a Michael FISH. Evaluation of Methods for Calculating Effects of Tip Relief on Transmission Error, Noise and Stress in Loaded Spur Gears. *GearTechnology* [online]. 2012, 56-67 s [cit. 2020-08-21]. Dostupné z: <http://geartechnology.com/issues/0112x/palmer.pdf>
- [26] MALVIYA, Deepak a Pushpendra Kumar SHARMA. Transmission Error in Gear. *IJMER* [online]. 2014, 4(1), 35-37 [cit. 2020-08-21]. Dostupné z: http://www.ijmer.com/papers/Vol4_Issue1/Version-2/IJMER-41023537.pdf
- [27] HENRIKSSON, Mats. *On Noise Generation and Dynamic Transmission Error of Gears* [online]. Stockholm, 2009 [cit. 2020-08-22]. Dostupné z: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:285792/FULLTEXT01.pdf>. Doctoral thesis. School of Engineering Sciences (SCI).
- [28] BARTOŠOVÁ, D. *Chyba převodu u čelního ozubení s přímými zuby*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 57 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Kamil Řehák.
- [29] Carbon Steel 45C8 Round Bar for Automobile Industry. *IndiaMART* [online]. Uttar Pradesh: IndiaMART InterMESH, c1996-2020 [cit. 2020-08-22]. Dostupné z: <https://www.indiamart.com/proddetail/carbon-steel-45c8-round-bar-12849601691.html>
- [30] SHWEIKI, Shadi, Ali REZAYAT, Tommaso TAMAROZZI a Domenico MUNDO. Transmission Error and strain analysis of lightweight gears by using a hybrid FE-analytical gear contact model. *Mechanical Systems and Signal Processing* [online]. 2019, 123, 573-590 [cit. 2020-08-28]. DOI: 10.1016/j.ymssp.2019.01.024. ISSN 08883270. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S088832701930024X>
- [31] TŮMA, Jiří. *Vehicle gearbox noise and vibration: measurement, signal analysis, signal processing and noise reduction measures*. Chichester, West Sussex: Wiley, 2014. ISBN 978-1-118-35941-9.
- [32] TŮMA, Jiří. *Simple gear set dynamic transmission error measurements. ICSV 13 Vienna – The Thirteenth International Congress on Sound and Vibration* [online]. 2006, 8 s. [cit. 2020-08-28]. Dostupné z: <http://homel.vsb.cz/~tum52/publications/Tuma-ICSV13.pdf>
- [33] HUEI-HÜANG, Lee. *Finite Element Simulations wltth ANSYS Workbench 16* [online]. Mission (Kansas): SDC Publications, 2015 [cit. 2020-08-29]. ISBN 978-1-58503-983-8. Dostupné z: https://books.google.sk/books?id=b813CgAAQBAJ&hl=sk&source=gbs_navlinks_s
- [34] *Součinitel tření: Tabulka hodnot součinitele smykového tření pro různé kombinace materiálů* [online]. Praha: E-konstrukter, 2013 [cit. 2020-09-09]. Dostupné z: <https://e-konstrukter.cz/prakticka-informace/soucinitel-treni>

ZOZNAM POUŽITÝCH SKRATIEK A SYMBOLOV

CAD		Computer aided design
ČSN		Československá norma
DTE		Dynamic transmission error
FEM		Finite element method
IPS		Imperial system of units
MBS		Multi-body system/software
MKP		Metóda konečných prvkov
PTPTE		Peak-to-peak transmission error
STE		Static transmission error
TE		Transmission error
a	[mm]	teoretická (rozstupová) osová vzdialenosť
a_w	[mm]	valivá (pracovná, skutočná) osová vzdialenosť
b	[mm]	šírka ozubeného kolesa
c	[mm]	hlavová (radiálna) vôľa
C_{aa}	[μm]	veľkosť modifikácie tip relief
C_{aft}	[μm]	veľkosť modifikácie root relief
c_γ	[$\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}\cdot\mu\text{m}^{-1}$]	stredná celková merná tuhosť záberu
d	[mm]	priemer rozstupovej kružnice
d_a	[mm]	priemer hlavovej kružnice
d_b	[mm]	priemer základnej kružnice
d_f	[mm]	priemer päťnej kružnice
d_g	[mm]	priemer počiatku modifikácie tip relief
d_q	[mm]	priemer počiatku modifikácie root relief
d_w	[mm]	priemer valivej kružnice
e	[mm]	šírka zubovej medzery
F_a	[N]	axiálna sila
F_{bn}	[N]	normálna sila v záberovej rovine
F_{bt}	[N]	obvodová sila v záberovej rovine
F_r	[N]	radiálna sila
F_t	[N]	obvodová sila na rozstupovej kružnici
F_{t_design}	[N]	návrhová obvodová sila
F_{t_max}	[N]	maximálna obvodová sila

F_{tw}	[N]	obvodová sila na valivej kružnici
h_a	[mm]	výška hlavy zuba
h_f	[mm]	výška päty zuba
i	[-]	prevodový pomer
L	[mm]	dĺžka modifikácie
m	[mm]	modul
M_{design}	[N·m]	návrhový točivý moment
M_{max}	[N·m]	maximálny prípustný točivý moment
m_n	[mm]	normálny modul
m_t	[mm]	čelný modul
M_t	[N·m]	točivý moment
P	[in]	diametral pitch
p	[mm]	rozstup
p_{bt}	[mm]	základný rozstup v čelnej rovine
p_n	[mm]	normálny rozstup
p_t	[mm]	čelný rozstup
p_x	[mm]	osový rozstup
p_z	[mm]	stúpanie skrutkovice
r	[mm]	polomer rozstupovej kružnice
r_b	[mm]	polomer základnej kružnice
r_t	[mm]	polomer zaoblenia špičky nástroja
r_v	[mm]	polomer oskulačnej kružnice
r_w	[mm]	polomer valivej kružnice
r_Y	[mm]	polomer kružnice, na ktorej leží bod Y
s	[mm]	hrúbka zuba
t	[-]	parameter valenia
TE	[μ m], [rad]	chyba prevodu
v_{12}	$m \cdot s^{-1}$	obvodová rýchlosť na valivých kružniciach
x_{T0}	[mm]	x-ová súradnica bodu T_0
y_{T0}	[mm]	y-ová súradnica bodu T_0
z	[-]	počet zubov
z_v	[-]	počet zubov virtuálneho kolesa
α	[°]	uhol záberu

α_n	[°]	normálny uhol záberu
α_t	[°]	čelný uhol záberu
α_{tw}	[°]	pracovný čelný uhol záberu
α_Y	[°], [rad]	uhol profilu
β	[°]	uhol sklonu zuba na rozstupovom valci
β_b	[°]	uhol sklonu zuba na základnom valci
β_w	[°]	uhol sklonu zuba na valivom valci
γ	[°], [rad]	uhol \angle TRM
δ	[μm]	celková deformácia zubov
ε_α	[–]	súčiniteľ záberu profilu
ε_β	[–]	súčiniteľ záberu kroku
ε_γ	[–]	celkový súčiniteľ záberu
θ_1	[rad]	uhol natočenia hnacieho kolesa
θ_2	[rad]	uhol natočenia hnaného kolesa
φ	[rad]	uhol natočenia zubov vplyvom deformácie
φ_Y	[°], [rad]	polohový uhol
ψ_Y	[°], [rad]	uhol odvalu
ω	[rad·s ⁻¹]	uhlová rýchlosť