

# Kriteriální rovnice pro volnou a nucenou konvekci beze změny skupenství

## Bakalářská práce

*Studijní program:*

B2301 Strojní inženýrství

*Studijní obor:*

Strojní inženýrství

*Autor práce:*

**Jana Kellerová**

*Vedoucí práce:*

Ing. Magda Vestfálová, Ph.D.  
Katedra energetických zařízení





## Zadání bakalářské práce

# Kriteriální rovnice pro volnou a nucenou konvekci beze změny skupenství

*Jméno a příjmení:* **Jana Kellerová**  
*Osobní číslo:* S17000049  
*Studijní program:* B2301 Strojní inženýrství  
*Studijní obor:* Strojní inženýrství  
*Zadávací katedra:* Katedra energetických zařízení  
*Akademický rok:* **2019/2020**

### Zásady pro vypracování:

Cílem práce je provést rešerši dostupné literatury a sestavit přehled základních kriteriálních rovnic (KR) pro volnou a nucenou konvekci beze změny skupenství pro běžná geometrická uspořádání.

1. Popište základní teorii přenosu tepla konvekcí.
2. Provedte rešerši dostupné literatury v oblasti přenosu tepla konvekcí beze změny skupenství.
3. Sestavte přehled KR pro volnou a nucenou konvekci pro běžná geometrická uspořádání.
4. Oblast použitelnosti KR ověřte porovnávacími výpočty (pro jednotlivé případy použijte vždy několik různých rovnic)!
5. KR zpracujte do formy přehledných tabulek použitelných pro výukové účely i pro praktické technické výpočty

*Rozsah grafických prací:* –  
*Rozsah pracovní zprávy:* 35 stran  
*Forma zpracování práce:* tištěná/elektronická  
*Jazyk práce:* Čeština



### **Seznam odborné literatury:**

- [1] Kmoníček, V., Sazima, M., Středa, I., Doubrava, J.: Termomechanika, Vydavatelství ČVUT, Praha, 1988
- [2] Šesták, J., Rieger, F.: Přenos hybnosti, tepla a hmoty, Vydavatelství ČVUT, Praha, 1996
- [3] Chapman, A. J.: Heat transfer, Macmillan Publishing Company, New York, 1984
- [4] Sazima, M.: Sdílení tepla – Technický průvodce 78, SNTL 1993

*Vedoucí práce:* Ing. Magda Vestfálová, Ph.D.  
Katedra energetických zařízení

*Datum zadání práce:* 1. listopadu 2019  
*Předpokládaný termín odevzdání:* 2. července 2021

prof. Dr. Ing. Petr Lenfeld  
děkan

L.S.

doc. Ing. Petra Dančová, Ph.D.  
vedoucí katedry

## Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci jsem vypracovala samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé bakalářské práce a konzultantem.

Jsem si vědoma toho, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědoma povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má bakalářská práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědoma následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

22. června 2021

Jana Kellerová



## Poděkování

Ráda bych poděkovala vedoucí mé bakalářské práce Ing. Magdě Vestfálové, Ph. D. za odborné rady a konzultace. Dále bych chtěla poděkovat mé rodině a přátelům za podporu během studia.

## ANOTACE

Cílem této bakalářské práce je sestavit pro běžná geometrická uspořádání přehled kritériálních rovnic pro volnou a nucenou konvekci beze změny skupenství, který by byl využitelný pro výukové i praktické účely. Pro porovnání byly použity rovnice z běžně dostupných tabulek, učebnic a internetových stránek zabývajících se sdílením tepla.

Klíčová slova:

sdílení tepla, konvekce, teplo, kritériální rovnice, turbulentní proudění, laminární proudění

## ANNOTATION

The aim of this bachelor's thesis is to compile an overview of criteria equations for common geometric arrangements for free and forced convection without a change of state, which would be usable for teaching and practical purposes. Equations from commonly available tables, textbooks and heat-sharing websites were used for comparison.

Keywords:

heat transfer, convection, heat, criterion equations, turbulent flow, laminar flow

# Obsah

Seznam proměnných.....	8
1 Úvod.....	9
2 Úvod do sdílení tepla.....	10
Přestup tepla.....	10
Základní rovnice.....	11
Kritériální čísla.....	12
3 Přestup tepla při nuceném proudění.....	14
3.1 Přestup tepla při nuceném proudění trubkou kruhového průřezu.....	14
3.2 Přestup tepla při nuceném proudění potrubím nekruhového průřezu.....	20
3.3 Přestup tepla při nuceném kolmém obtékání válce.....	21
3.4 Přestup tepla při nuceném obtékání tělesa nekruhového průřezu.....	24
3.5 Přestup tepla při nuceném obtékání rovinné desky.....	25
4 Přestup tepla při volném proudění.....	28
4.1 Přestup tepla při volném kolmém obtékání válce.....	28
4.2 Přestup tepla při volném podélném obtékání válce.....	30
4.3 Přestup tepla při volném obtékání vodorovné desky.....	32
4.4 Přestup tepla při volném obtékání svislé desky.....	33
5 Diskuse.....	36
5.1 Přestup tepla při nuceném proudění potrubím kruhového průřezu.....	36
5.2 Přestup tepla při nuceném proudění potrubím nekruhového průřezu.....	36
5.3 Přestup tepla při nuceném kolmém obtékání válce.....	36
5.4 Přestup tepla při nuceném obtékání tělesa nekruhového průřezu.....	36
5.5 Přestup tepla při nuceném obtékání rovinné desky.....	36
5.6 Přestup tepla při volném kolmém obtékání válce.....	37
5.7 Přestup tepla při volném podélném obtékání válce.....	37
5.8 Přestup tepla při volném obtékání vodorovné desky.....	37
5.9 Přestup tepla při volném obtékání svislé desky.....	37
6 Závěr.....	38
SEZNAM PŘÍLOH.....	40

## Seznam proměnných

značka	jednotka	název veličiny
$a$	$[\frac{m^2}{s}]$	teplotní vodivost
$A$	$[m^2]$	plocha
$g$	$[\frac{m}{s^2}]$	tíhové zrychlení
$Gr$	$[-]$	Grashoffovo číslo
$Nu$	$[-]$	Nusseltovo číslo
$o$	$[m]$	obvod
$Pr$	$[-]$	Prandtlovo číslo
$\dot{q}$	$[\frac{W}{m^2}]$	plošná hustota tepelného toku
$Re$	$[-]$	Reynoldsovo číslo
$t; T$	$[^{\circ}C]; [K]$	teplota
$w$	$[\frac{m}{s}]$	rychlost tekutiny
$d_n$	$[m]$	určující rozměr; hydraulický průměr
$\alpha$	$[\frac{W}{K \cdot m^2}]$	koeficient přestupu tepla
$\gamma$	$[\frac{1}{K}]$	teplotní objemová roztažnost
$\delta$	$[m]$	šířka teplotní mezní vrstvy
$\Delta t; \Delta T$	$[^{\circ}C]; [K]$	rozdíl teplot stěny a tekutiny
$\lambda$	$[\frac{W}{K \cdot m}]$	součinitel tepelné vodivosti
$\nu$	$[\frac{m^2}{s}]$	kinematická viskozita

# 1 Úvod

Cílem práce je porovnat kritériální rovnice od různých autorů pro volnou i nucenou konvekci kolem základních objektů. Výstupem práce bude tabulka seskládaná z rovnic vhodných pro výukové účely. Zvažuje se pouze přestup tepla beze změny skupenství pro příklady běžných geometrických uspořádání.

Jako podklad budou použity tabulky pro výukové účely a odborná literatura zaobírající se přestupem tepla. Do výsledných tabulek budou použity rovnice pro základní geometrická uspořádání. Zvolené rovnice budou vhodné pro výukové účely, ale zároveň zjednodušení jejich zápisu nebude způsobovat výraznou chybu na výsledku.

**Tab. 1.1 - Příklady užívaných tabulek na českých univerzitách**

Autor	Název	Rok vydání	Univerzita
Pavelek, M.	Termomechanika	2011	Vysoké učení technické v Brně
Petříková, M., Kryštůfek, P.	Tabulky a diagramy pro termodynamiku	2016	Technická univerzita v Liberci
Mareš, R.	Kapitoly z termomechaniky	2008	Plzeň : Západočeská univerzita
Skočilasová, B	Mechanika tekutin - termodynamika: sbírka příkladů	2012	Univerzita J. E. Purkyně v Ústí nad Labem
Kadlec, Z.	Termomechanika, návody do cvičení	2002	Vysoká škola báňská - Technická univerzita v Ostravě
Bálek, S.	Tepelně technické tabulky a diagramy	2005	

Na VUT v Brně, ZČU v Plzni a VŠB v Ostravě jsou skripta používána pro předmět Termomechanika, na TUL v Liberci pro předmět Termomechanika a sdílení tepla a na UJEP v Ústí nad Labem jsou skripta používána pro dva předměty – Termomechanika a Termodynamika. Tepelně technické tabulky a diagramy [12] jsou skripta VŠB v Ostravě, ale nejsou uvedeny jako doporučená nebo povinná literatura u žádného předmětu na bakalářském studiu.

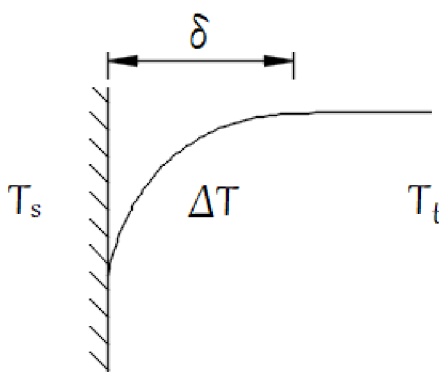
## 2 Úvod do sdílení tepla

Nauka o sdílení tepla je rozsáhlá vědecká oblast, která sleduje principy, jakými se přenáší teplo mezi dvěma látkami. Při rozdílu teplot mezi látkami dochází k přenosu tepla z teplejšího na chladnější. Existují tři základní způsoby pro přenos tepla: kondukce (vedení), konvekce (proudění) a radiace (sálání).

Při kondukcí dochází k přenosu tepla díky energii látky, kterou si předávají její částice, které jsou spolu v kontaktu. S přenosem tepla konvekcí se setkáváme u plynů a kapalin, jejichž částice se pohybují do prostoru o rozdílné teplotě. Speciálním případem je přestup tepla, kdy dochází k výměně tepla mezi tekutinou a stěnou. Poslední mechanismus, radiace, je bezkontaktní. Těleso svoji vnitřní energii přemění na elektromagnetické vlnění, které prochází skrze průteplivé prostředí a při dopadu na těleso s nižší teplotou se mění opět na vnitřní energii.

### Přestup tepla

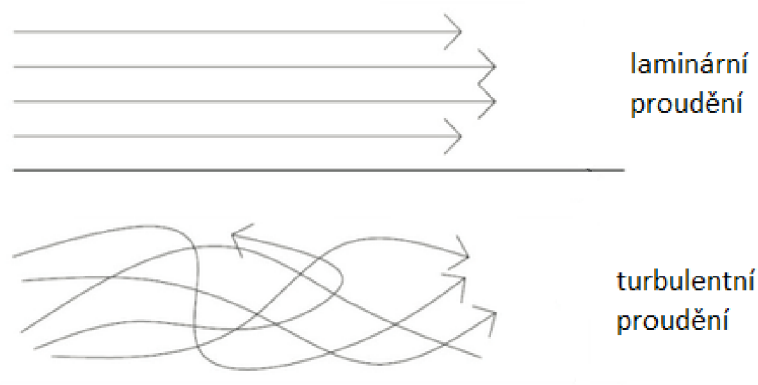
Při přestupu tepla se částice tekutiny dostávají k teplosměnné ploše stěny, které předávají energii ve formě tepla. K přenosu tepla při přestupu dochází v okolí stěny v takzvané teplotní mezní vrstvě, která vzniká díky rozdílu teplot. Médium (nosičem energie) je tekutina, která je definována souborem vlastností (např. teplotní roztažnost, teplotní vodivost, hustota, ...). Samotný přenos tepla z tekutiny na ohřívané těleso nebo naopak závisí i na druhu proudění a tvaru teplosměnné plochy.



Obrázek 1: Teplotní mezní vrstva

Na Obrázku 1 je naznačena tekutina o teplotě  $T_t$ , která protéká kolem stěny o teplotě  $T_s$ , rozdíl mezi teplotou stěny a tekutiny lze definovat  $\Delta T = T_t - T_s$ . Tekutina a stěna si předávají teplo v teplotní vrstvě. Tato vrstva má šířku  $\delta$ .

Rozlišujeme konvekci nucenou a volnou, neboli přirozenou. K volnému přenosu tepla konvekci dochází v důsledku rozdílných teplot částic, které mají rozdílné měrné hustoty, což způsobuje jejich pohyb mezi sebou. Tj. pokud se tekutina ohřívá od teplého tělesa, dochází k pohybu částic kolem teplosměnné plochy, ke které se dostávají nové chladnější částice ([2]); s volnou konvekci se můžeme setkat například u kamen. Nucenou konvekci způsobuje vnější síla. Například ventilátor, čerpadlo nebo kompresor, které nám uvádí dané médium do pohybu. Nucená a volná konvekce se mohou vyskytovat i v kombinaci.



Obrázek 2: Laminární a turbulentní proudění

Proudění rozlišujeme podle pohybu částic v tekutině na laminární a turbulentní. S laminárním prouděním se setkáváme při nižších rychlostech tekutiny, která teče po vrstvách, zatímco při turbulentním prouděním vrstvy zanikají a částice se v tekutině pohybují nahodile. Turbulentní pohyb částic se vyskytuje při vyšších rychlostech proudění. Pohyb těchto částic je naznačen na Obrázku 2.

## Základní rovnice

Stěžejní rovnicí pro výpočet přestoupeného tepla je Newtonův zákon:

$$\dot{q} = \alpha \cdot \Delta T \quad ; \quad (1)$$

kde  $\dot{q}$   $[\frac{W}{m^2}]$  označuje plošnou hustotu tepelného toku,  $\alpha$   $[\frac{W}{K \cdot m^2}]$  koeficient přestupu tepla a  $\Delta T$   $[K; ^\circ C]$  označuje rozdíl teplot. Pro výpočet tepelné hustoty je

potřeba znát koeficient přestupu tepla, který je nutné dopočítat za pomoci kritériálních čísel, jelikož jeho hodnota není změřitelná a není možné pro něj sestavit tabulky v závislosti na jiných veličinách.

Základem teorie podobnosti je fyzikální a geometrická podobnost. Je třeba, aby si porovnávané jevy byly geometricky podobné a podléhaly stejným fyzikálním zákonitostem. Poté jsou jevy stejně matematicky popsány. Díky těmto předpokladům lze porovnávat skupiny veličin a ne veličiny samotné. Tyto porovnávané skupiny veličin jsou pro nás výše zmíněná kritériální čísla.

## Kritériální čísla

Kritériální čísla jsou čísla bezrozměrná. Pro výpočet přestupu tepla beze změny skupenství při konvekci budeme pracovat se čtyřmi kritériálními čísly – Nusseltovo, Prandtlovo, Grashoffovo a Reynoldsovo. Obecná rovnice přestupu tepla vycházející z teorie podobnosti má tvar  $Nu = f(Pr, Gr, Re)$ .

- **Nusseltovo číslo**

Nusseltovo číslo vyjadřuje porovnání tepla přeneseného konvekcí a kondukcí.

Jedná se o poměr koeficientu přestupu tepla  $\alpha \left[ \frac{W}{K \cdot m^2} \right]$  a určujícího rozměru tělesa  $d_u$

[m] ku součiniteli tepelné vodivosti  $\lambda \left[ \frac{W}{K \cdot m} \right]$ :

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d_u}{\lambda} . \quad (2)$$

Jedná se o kritérium, které ve svém zápisu obsahuje koeficient přestupu tepla  $\alpha \left[ \frac{W}{K \cdot m^2} \right]$ , který máme určit.

- **Prandtlovo číslo**

Jedná se o kritérium podobnosti vlastností tekutiny. Prandtlovo číslo je poměr

kinematické viskozity média  $\nu \left[ \frac{m^2}{s} \right]$  vůči teplotní vodivosti  $a \left[ \frac{m^2}{s} \right]$ :

$$Pr = \frac{\nu}{a} . \quad (3)$$

- **Grashoffovo číslo**

Grashoffovo číslo udává vztah mezi vztlakovými a třecími silami v tekutině. Kritérium je vyjádřeno jako poměr teplotní objemové roztažnosti  $\gamma \left[ \frac{1}{K} \right]$ , tíhového



zrychlení  $g$   $[\frac{m}{s^2}]$ , třetí mocnině určujícího rozměru  $d_u$  [m], rozdílu teplot  $\Delta T$  [K; °C]

ku druhé mocnině kinematické viskozity tekutiny  $\nu$   $[\frac{m^2}{s}]$ :

$$Gr = \frac{\gamma \cdot g \cdot d_u^3 \cdot \Delta T}{\nu^2}. \quad (4)$$

- **Reynoldsovo číslo**

Reynoldsovo číslo je kritérium podobnosti setrvačných a třecích sil. Je úměrně závislé na rychlosti média  $w$   $[\frac{m}{s}]$  a určujícím rozměru  $d_u$  [m] a neúměrně závislé na kinematické viskozitě média  $\nu$   $[\frac{m^2}{s}]$ :

$$Re = \frac{w \cdot d_u}{\nu}. \quad (5)$$

Pro zvolená geometrická uspořádání existuje  $Re_{krit}$ , což je kritické Reynoldsovo číslo. Podle této hodnoty se rozlišuje laminární a turbulentní proudění. Pokud je vypočtené Reynoldsovo číslo vyšší než kritické, jedná se o turbulentní proudění. V opačném případě je proudění laminární. S hodnotami  $Re < Re_{krit}$  se lze setkat hlavně při nízkých rychlostech proudění.

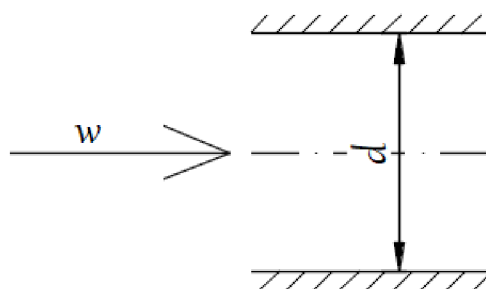
U volného přestupu tepla je konvekce vyvolaná vztakovou silou a tedy nemá na případ Reynoldsovo číslo vliv, což nám pro přestup tepla při volné konvekci dává vztah  $Nu = f(Pr, Gr)$ . U přestupu tepla při nucené konvekci lze naopak zanedbat vliv vztakových sil a můžeme z obecného tvaru vypustit Grashoffovo číslo  $Nu = f(Pr, Re)$ .

### 3 Přestup tepla při nuceném proudění

Pro výpočet nucené konvekce budeme využívat vazbu Nusseltova čísla [-] na Prandtlovo [-] a Reynoldsovo [-]. Rovnice budou vyneseny do grafů, ve kterém budou označeny pod jménem svého autora.

#### 3.1 Přestup tepla při nuceném proudění trubkou kruhového průřezu

Médium protéká potrubím, jehož určující rozměr je jeho průměr  $d_u = d$ .



Obrázek 3: Přestup tepla při nuceném proudění trubkou kruhového průřezu

## Laminární proudění (do cca $Re < 2\,300$ )

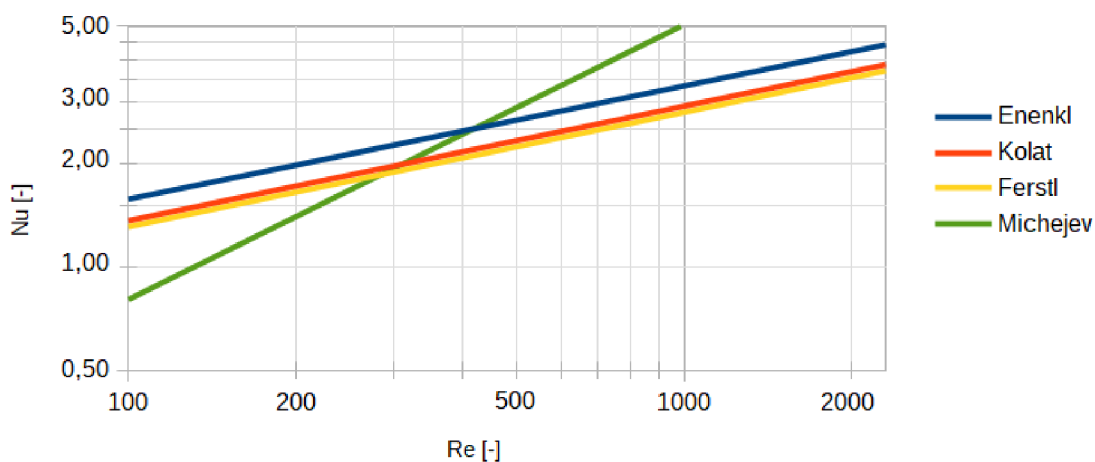
Tab. 2 - Přestup tepla při laminárním nuceném proudění trubkou kruhového průřezu

Autor	Rovnice	Použitelnost
Enenkl [6]	$Nu = 1,86 \cdot [Re \cdot Pr \cdot (\frac{l}{d})]^{0,33}$	$l/d > 0,0575 \cdot Re$
Kolat [8]	$Nu = 1,615 \cdot [Re \cdot Pr \cdot (\frac{d}{l})]^{\frac{1}{3}}$	$Re < 2100$
Ferstl [1]	$Nu = 1,55 \cdot [Re \cdot Pr \cdot (\frac{d}{l})]^{\frac{1}{3}}$	$Pr \cdot Re \cdot (d/l) > 20$ $Re < 2300$
Michejev [2]	$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4}$	neudáno
Sazima [10]	$Nu = 3,65 + \frac{[0,0668 \cdot Re \cdot (\frac{d}{l})]}{1 + 0,045 \cdot [Re \cdot Pr \cdot (\frac{d}{l})]^{\frac{2}{3}}}$	$Re < 2300$ $10^{-4} < (Re \cdot Pr \cdot (d/l)) < 10$
Kalčík [5]	$Nu = c \cdot (Re \cdot Pr)^{0,23} \cdot (\frac{d}{l})^{\frac{1}{5}}$ c=15 (ohřívání) c=11,5 (ochlazování)	$(Re \cdot Pr = 5 \cdot 10^3 \text{ až } 4 \cdot 10^4)$
Kreith [9]	$Nu = 1,615 \cdot [\frac{l}{d \cdot Re \cdot Pr}]^{\frac{1}{3}}$	$[l/(d \cdot Re \cdot Pr)] \leq 0,005$
	$Nu = 1,615 \cdot [\frac{l}{d \cdot Re \cdot Pr}]^{\frac{1}{3}} - 0,2$	$[l/(d \cdot Re \cdot Pr)] < 0,03$
	$Nu = 3,657 + 0,0499 \cdot [\frac{d \cdot Re \cdot Pr}{l}]$	$[l/(d \cdot Re \cdot Pr)] \geq 0,03$
Bálek [12]	$Nu = 0,17 \cdot Re^{0,53} \cdot Pr^{0,43} \cdot Gr^{0,1}$	$Re < 2000$

Do grafu budou zaneseny celkem čtyři křivky Enenkl [6], Kolat [8], Ferstl [1] a Michejev [2] pro vzájemné porovnání. Rovnice Sazima [10] nebude zvažována, protože je pro výukové účely zbytečně složitá, stejně tak rovnice Kreith [9], která má navíc výrazně odlišné průběhy od zvolených křivek. Křivka od Kalčíka [5] se při dosažení Prandtlova čísla pro vzduch pohybuje mimo oblast laminárního proudění (výsledné  $Re$  je mezi 6944 až 55 555). Bálkova křivka používá pro výpočet Grashoffovo číslo, které na výpočet nemá vliv.

## Přestup tepla při nuceném laminárním proudění trubkou kruhového průřezu

Pro  $Pr = 0,72$

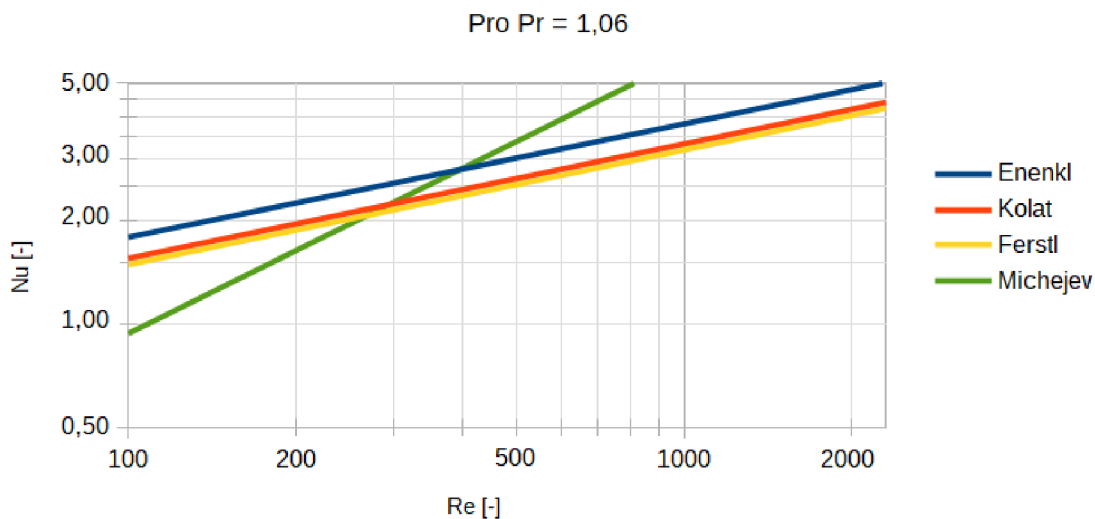


Graf 1: Laminární nucené proudění v kruhovém potrubí

Při dosazení do rovnic použitelnosti vychází pro Eneklůvu křivku platnost po  $Re < 2086$ , část laminární oblasti tedy nepokrývá, Kolatova křivka je omezena hodnotou  $Re = 2100$ , Ferstlova je platná po celém vykresleném intervalu, nerovnice závislá na rozměrech udává platnost cca do  $Re = 3300$ . Michejev použitelnost své rovnice nestanovil a oproti ostatním autorům je křivka odchýlená, ovšem rovnice má pokrýt jak laminární, tak turbulentní proudění.

S narůstajícím Prandtlovým číslem se křivky Enekla, Ferstla a Kolata přibližují, Michejevova se od nich naopak odklání a dává vyšší hodnoty  $Nu$ . Při zvyšování poměru  $d/l$  se Eneklůva křivka ke Kolatovi a Ferstlovi přibližuje, ale vždy dává vyšší hodnoty.

## Přestup tepla při nuceném laminárním proudění trubkou kruhového průřezu



Graf 2: Laminární nucené proudění v kruhovém potrubí - pro vodu při 100 °C

Na Grafu 2 je vyobrazeno, jak se změní graf při jiném  $Pr$ , dosazené médium v tomto případě byla voda o teplotě 100 °C. Průběhy křivek se nijak nezměnily, pouze se posunuly po kladné poloose  $y$ . Jelikož nemá Prandtlovo číslo vliv na průběh křivek, budou zbylé grafy vykreslovány pouze pro hodnoty vzduchu tj.  $Pr = 0,72$ .

Tab. 3 - Příklad Prandtlových čísel pro běžné tekutiny při barometrickém tlaku

Plyny				
Teplota [°C]	Dusík	Oxid uhličitý	Kyslík	Vodík
0	0,724	0,782	0,710	0,682
20	0,705	0,774	0,714	0,676
100	0,688	0,743	0,699	0,658
200	0,674	0,708	0,698	0,636
Kapaliny				
Teplota [°C]	Láh	Mazací olej	Rtuť	Voda
20	17,05	167,79	0,026	6,97
40	12,78	92,05	0,023	4,34
60	10,18	59,37	0,021	2,99
80	8,34	42,25	0,019	2,19

## Turbulentní proudění ( $Re > 2\,300$ )

Tab. 4 - Přestup tepla při turbulentním nuceném proudění trubkou kruhového průřezu

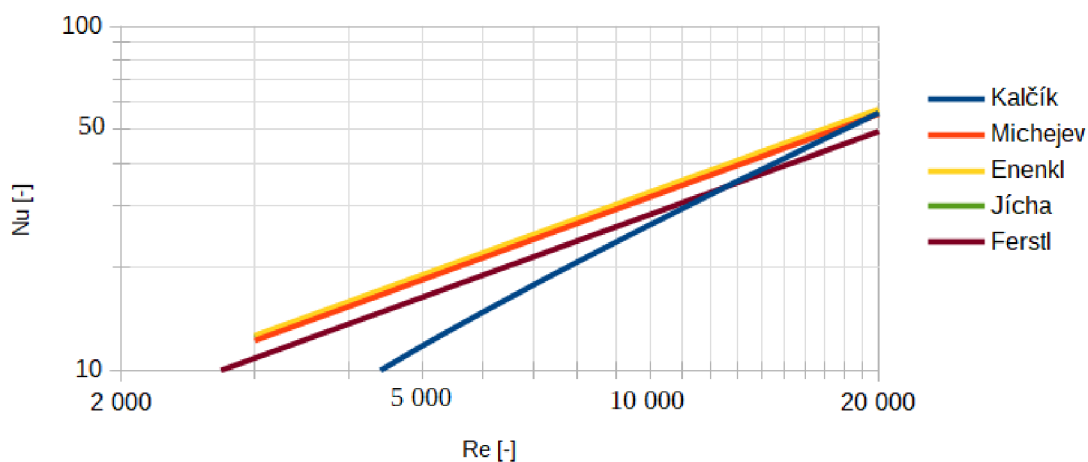
Autor	Rovnice	Použitelnost
Kalčík [5]	$Nu = \frac{Re \cdot Pr^{0,37}}{300}$	$3 \cdot 10^3 < Re < 3 \cdot 10^4$
	$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^n$ n=0,3 (chlazení) n=0,37 (ohřívání)	$Re > 3 \cdot 10^4$
Michejev [2]	$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4}$	neudáno
Enenkl [6] Kolát [8]	$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^n$ n=0,3 (chlazení) n=0,4 (ohřívání)	neudáno
Jícha [7]	$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{\frac{1}{3}}$	$3 \cdot 10^3 < Re < 300 \cdot 10^3$
Ferstl [1]	$Nu = 0,021 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,33}$	neudáno
Šesták [13]	$Nu = 4,8 + 0,0156 \cdot Re^{0,85} \cdot Pr^{0,93}$	$2,3 \cdot 10^3 < Re < 10^5$ $Pr > 1$
	$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,33}$	$2,3 \cdot 10^3 < Re < 10^5$ $Pr \sim 1$
	$Nu = 4,8 + 0,0156 \cdot Re^{0,85} \cdot Pr^{0,93}$	$2,3 \cdot 10^3 < Re < 10^5$ $Pr < 1$
Bálek [12]	$Nu = 0,021 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{0,43}$	$10^4 < Re < 5 \cdot 10^6$
Jílek [11]	$Nu = 0,116 \cdot (Re^{\frac{2}{3}}) \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \cdot (1 - \frac{d^{\frac{2}{3}}}{l})$	$2300 < Re < 10^6$ $0,6 < Pr < 500$ $l/d > 1$
Sazima [10]	$Nu = 0,037 \cdot [1 + (\frac{d}{l})^{\frac{2}{3}}] \cdot (Re^{0,75} - 180) \cdot Pr^{0,42}$	

Do grafu bude pro porovnání zaneseno pět rovnic, a to Kalčík [5], Michejev [2], Enenkl [6], Jícha [7] a Ferstl [1].

Rovnice od Šestáka nebudou použity kvůli malé oblasti použitelnosti a kvůli jejich rozdělení podle Prandtlova čísla, neboť při výuce se bude používat převážně vzduch a voda. Rovnice Báalka začínají až na  $Re = 10^4$ , což nenavazuje na laminární oblast. Rovnice od Jílka a Sazimy jsou v porovnání s ostatními zbytečně složité. Sazimova rovnice po vložení do grafu navíc dosahovala výrazně vyšších hodnot.

## Přestup tepla při nuceném turbulentním proudění trubkou kruhového průřezu

Pro  $Pr = 0,72$



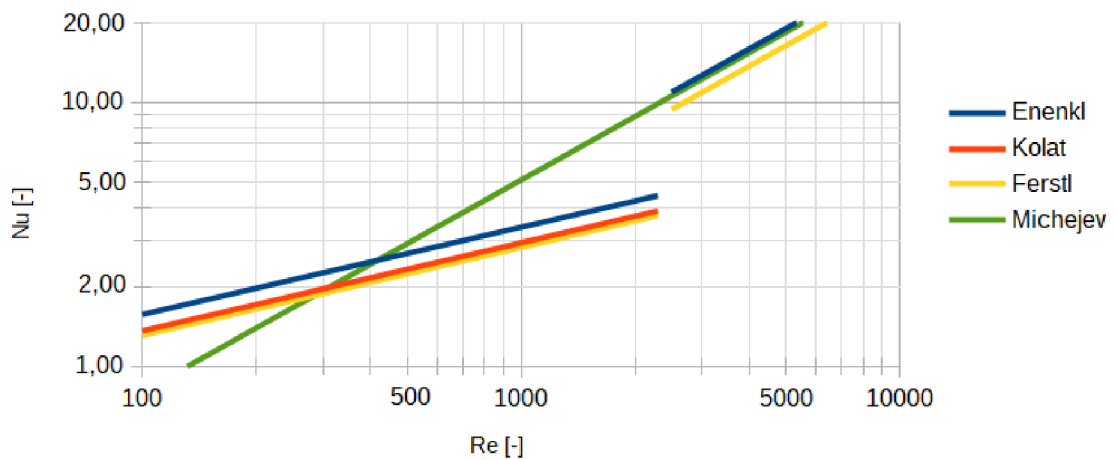
Graf 3: Turbulentní nucené proudění v kruhovém potrubí

Pro vykreslení grafu byly uvažovány zápisy rovnic popisující ochlazování, aby se Enenklova křivka nepřekrývala s Michejevovou. Křivky jsou spolu rovnoběžné, posunuté dle volby mocniny  $Pr$  a volbě koeficientů. Vynásobením hodnotou 0,021 místo 0,023 odsunulo Ferstlovu křivku na nižší hodnoty než zbylé křivky. Kalčíkova křivka stoupá strměji než zbylé a křížuje je. Rovnice, kterou autor navazuje při  $Re = 30\ 000$ , by byla se zbylými autory rovnoběžná. Zelená Jíchova křivka není na grafu vidět, rovnoběžně roste mezi Michejevovou a Enenklovou, které ji překrývají.

Při použití tekutin s nízkými Prantlovými čísly (např. tekuté kovy) dochází k rozptýlení křivek od sebe. Při  $Pr > 1$  zůstávají křivky Kalčík, Enenkl a Jícha na blízkých hodnotách, ale s narůstajícím Prandtlovým číslem klesají při ochlazování pod křivku Michejevu a rostou rovnoběžně s ní.

## Přestup tepla při nuceném proudění trubkou kruhového průřezu

Pro  $Pr = 0,72$



Graf 4: Porovnání Michejevovy křivky v přechodové oblasti při proudění v kruhovém potrubí

Na Grafu 4 lze vidět, jaké zanedbání by bylo přijato, pokud by se pro oba režimy proudění zvolila Michejevova křivka. Jelikož křivka není s laminárními úsečkami rovnoběžná, tak není ani při jiných parametrech možné dosáhnout dokonalého nahrazení.

### 3.2 Přestup tepla při nuceném proudění potrubím nekruhového průřezu

Pro výpočet přestupu tepla pro nekruhové průřezy je možné použít rovnice z předchozí kapitoly, za předpokladu, že si dopočteme tzv. hydraulický průměr daného průřezu, se kterým následně budeme pracovat jako s určujícím rozměrem  $d_u$ .

Hydraulický průměr si dopočítáme z protékaného průřezu a smáčeného profilu protékaného profilu dle vztahu:

$$d_u = \frac{4 \cdot A}{o} ; \quad (6)$$

pomocí tohoto vztahu si můžeme spočítat hydraulické průměry požívaných průřezů.



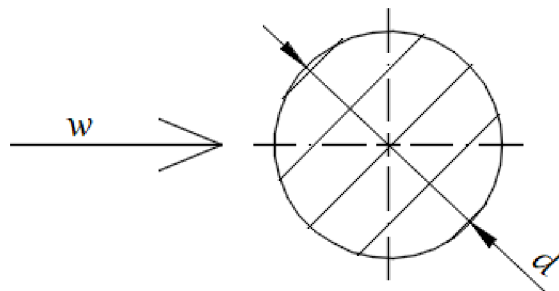
**Tab. 5 - Přestup tepla při nuceném proudění potrubím nekruhového průřezu**

Protékaný průřez	Hydraulický průměr potrubí (určující rozměr $d_u$ )
čtverec	$a$
obdélník	$\frac{2 \cdot a \cdot b}{a + b}$
rovnostřanný trojúhelník	$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \cdot a$
mezikruží	$d_2 - d_1$
štěrbina	$\frac{2 \cdot a \cdot \delta}{a + \delta}$

$\delta$  zde značí šířku štěrby, pro který platí  $a \gg \delta$ .

### 3.3 Přestup tepla při nuceném kolmém obtékání válce

Určujícím rozměrem bude průměr válce  $d_u = d$ .



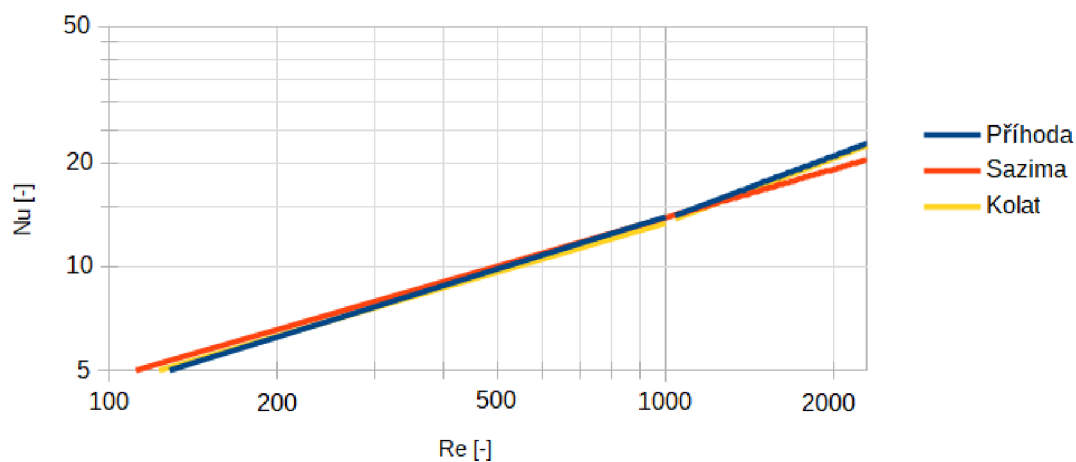
Obrázek 4: Přestup tepla při nuceném kolmém obtékání válce

**Tab. 6 - Přestup tepla při nuceném kolmém obtékání válce**

Autor	Rovnice	Použitelnost
Příhoda [14] Bálek [12]	$Nu = c \cdot Re^m \cdot Pr^n$	$5 < Re < 1 \cdot 10^3$ $c = 0,5; m = 0,5; n = 0,38$
		$1 \cdot 10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$ pro $c = 0,25; m = 0,6; n = 0,38$
		$2 \cdot 10^5 < Re < 2 \cdot 10^6$ pro $c = 0,023; m = 0,8; n = 0,37$
Sazima [10]	$Nu = c \cdot Re^m \cdot Pr^{0,31}$	$0,5 < Pr < 10^3$ $0,4 < Re < 4$ pro $c = 0,891; m = 0,33$
		$0,5 < Pr < 10^3$ $4 < Re < 40$ pro $c = 0,821; m = 0,385$
		$0,5 < Pr < 10^3$ $40 < Re < 4 \cdot 10^3$ pro $c = 0,615; m = 0,466$
		$0,5 < Pr < 10^3$ $4 \cdot 10^3 < Re < 4 \cdot 10^4$ pro $c = 0,174; m = 0,618$
		$0,5 < Pr < 10^3$ $4 \cdot 10^4 < Re < 4 \cdot 10^5$ pro $c = 0,0239; m = 0,805$
Kolát [8]	$Nu = 0,59 \cdot Re^{0,47} \cdot Pr^{0,38}$	$10 < Re < 1 \cdot 10^3$
	$Nu = 0,21 \cdot Re^{0,62} \cdot Pr^{0,38}$	$1 \cdot 10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$
Jílek [11] Jícha [7]	$Nu = 0,3 + \frac{Re^{0,5} \cdot Pr^{0,5}}{\left(1 + \frac{0,4 \frac{2}{3}}{Pr}\right)^{0,25}} \cdot \left[1 + \left(\frac{Re}{282000}\right)^{\frac{5}{8}}\right]^{\frac{4}{5}}$	

## Přestup tepla při laminárním nuceném kolmém obtékání válce

Pro  $Pr = 0,72$



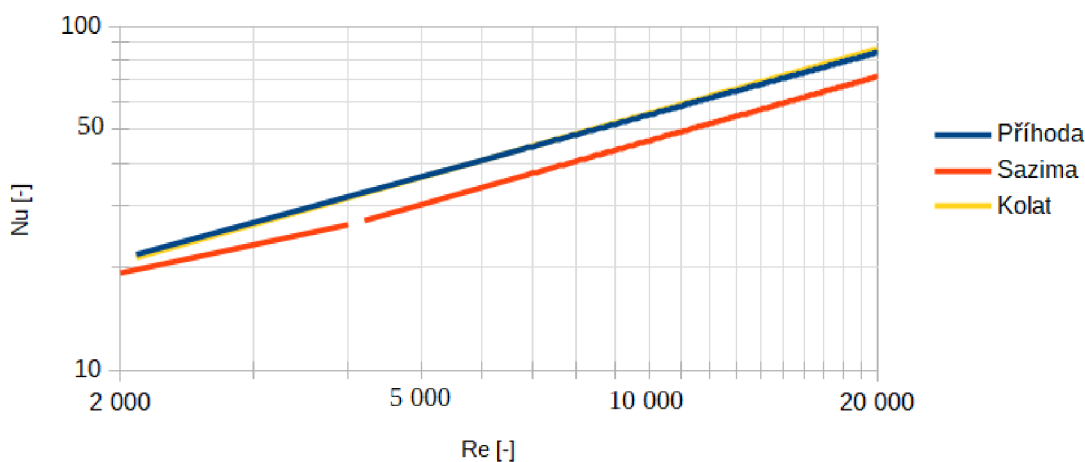
Graf 5: Přestup tepla při laminárním nuceném kolmém obtékání válce

V grafu budou vykresleny tři rovnice - Příhoda [14], Sazima [10] a Kolat [8]. Chulchill-Bernsteinův vztah, který použili Jílek [11] a Jícha [7], je pro výukové účely zbytečně složitý, zároveň rovnice po zanesení do grafu dosahovala výrazně nižších hodnot  $Nu$ .

Po hodnotu  $Re = 1000$  mají křivky podobné průběhy, křivka Kolat a Sazima jsou rovnoběžné, Příhoda obě kříží. Příhoda a Kolat za bodem  $Re = 1000$  navazují novými rovnicemi, které na grafu dosahují téměř totožných hodnot a rostou rychleji, než křivka Sazima, která je v zobrazené oblasti vyjádřena jednou rovnicí.

## Přestup tepla při turbulentním nuceném kolmém obtékání válce

Pro  $Pr = 0,72$



Graf 6: Přestup tepla při turbulentním nuceném kolmém obtékání válce

Křivky Příhoda a Kolat jsou téměř totožné, v grafu lze vidět, že žlutá křivka roste mírně strměji. Křivka Sazima je ve zvolené oblasti popsána dvěma rovnicemi. Její druhá část je rovnoběžná se zbylými křivkami, ale dosahuje nižších hodnot  $Nu$ . Při hodnotě  $Re > 40\,000$  by byla křivka Sazima vykreslena třetí rovnicí, která by rostla strměji než zbylé dvě rovnice a obě by překřížila.

### 3.4 Přestup tepla při nuceném obtékání tělesa nekruhového průřezu

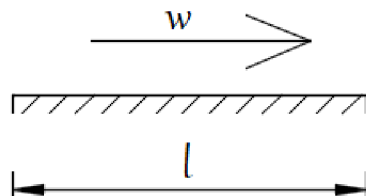
Využijeme vztahy docenta Sazimy z [10], který jako jediný z autorů, jejichž literatura byla použita, požadovaný problém řešil. Kromě samotného tvaru objektu je pro výpočet důležité i jeho uložení v prostoru vůči směru toku média.

**Tab. 7 - Přestup tepla při nuceném obtékání tělesa nekruhového průřezu**

$Nu = 1,11 \cdot c \cdot Re^m \cdot Pr^{0,31}$				
Objekt	$Re$ od	$Re$ do	$c$	$m$
→ ■	5 000	100 000	0,0921	0,675
→ ◆	5 000	100 000	0,222	0,588
→ ●	5 000	100 000	0,138	0,638
→ ●	5 000	19 500	0,144	0,638
	19 500	100 000	0,0347	0,782

### 3.5 Přestup tepla při nuceném obtékání rovinné desky

Určujícím rozměrem pro nás v případě desky bude její délka  $d_u = l$ .



Obrázek 5: Přestup tepla při nuceném obtékání rovinné desky

## Laminární proudění (do cca $Re < 10^5$ )

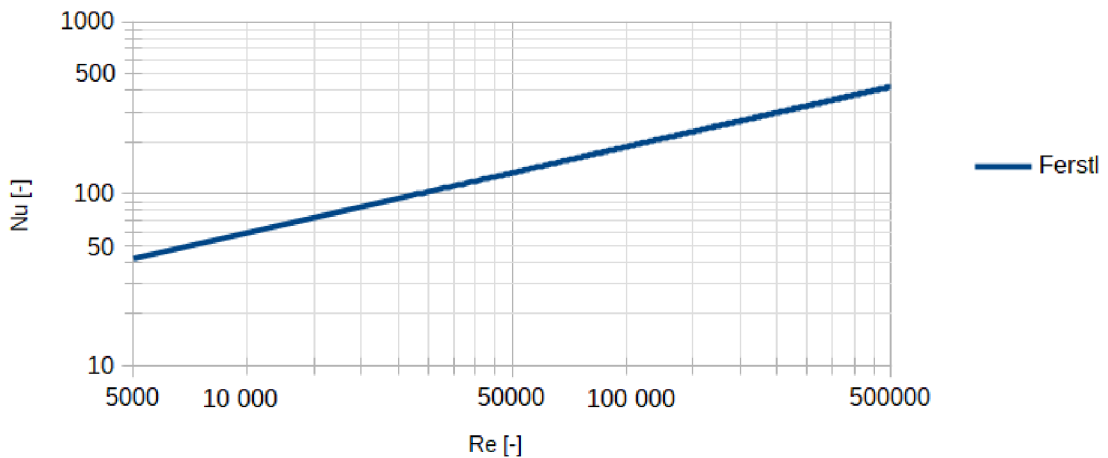
Tab. 8 - Přestup tepla při laminárním nuceném obtékání rovinné desky

Autor	Rovnice	Použitelnost
Ferstl [1] Enenkl [6] Bahrami [15] Sazima [10] Jílek [11]	$Nu = 0,664 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{\frac{1}{3}}$	$Re < 5 \cdot 10^5$ $Pr \geq 0,6$ (Bahrami); $0,1 < Pr < 10^3$ (Sazima, Jílek)
Bálek [12]	$Nu = 0,664 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{0,33}$	$Re < 2 \cdot 10^3$
Kalčík [5]	$Nu = 0,59 \cdot Re^{0,5}$	$Re < 2 \cdot 10^5$ $Pr \sim 0,71$

Všechny rovnice jsou shodné, pouze Bálek a Kalčík provedli drobnou úpravu. Přičemž Bálek použil odlišnou hodnotu  $Re_{krit}$  pro odlišení laminárního a turbulentního proudění.

### Přestup tepla při laminárním nuceném obtékání rovinné desky

Pro  $Pr = 0,72$



Graf 7: Přestup tepla při laminárním nuceném obtékání rovinné desky

V grafu je vynesena pouze jedna křivka, úprava exponentu Prandtlova čísla by se ve zvoleném měřítku na grafu nijak neprojevila, protože se Nusseltova čísla liší v rámci setin.

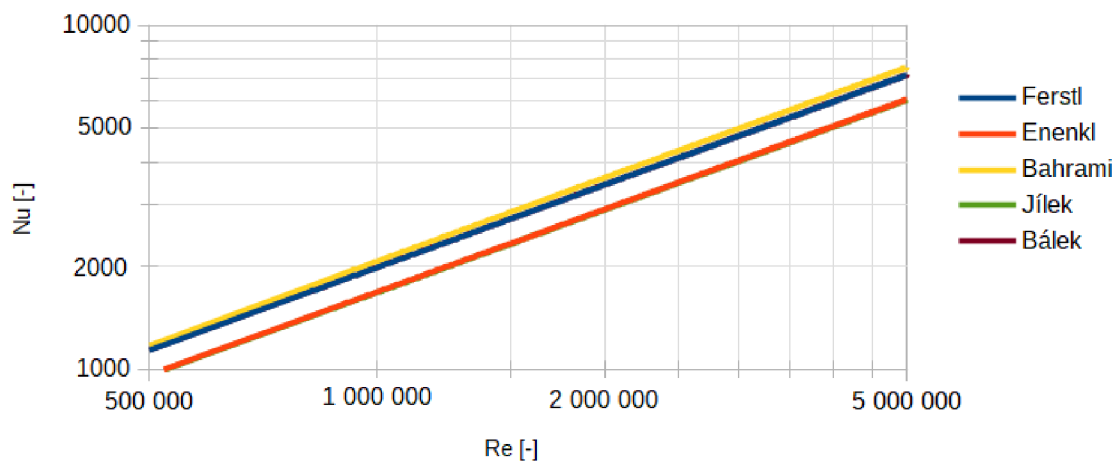
## Turbulentní proudění ( $Re > 10^5$ )

Tab. 9 - Přestup tepla při turbulentním nuceném obtékání rovinné desky

Autor	Rovnice	Použitelnost
Ferstl [1]	$Nu = 0,035 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{\frac{1}{3}}$	neudáno
Enenkl [6]	$Nu = 0,037 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr$	neudáno
Bahrami [15]	$Nu = 0,037 \cdot (Re^{\frac{4}{5}} - 871) \cdot Pr^{\frac{1}{3}}$	$5 \cdot 10^5 < Re < 10^7$ $0,6 \leq Pr \leq 60$
Jílek [11]	$Nu = 0,0296 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{\frac{1}{3}}$	$5 \cdot 10^5 < Re < 10^7$ $0,1 < Pr < 10^3$
Bálek [12]	$Nu = 0,035 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,33}$	neudáno
Kalčík [5]	$Nu = 0,0288 \cdot Re^{0,8}$	$Re > 8,4 \cdot 10^4$ $Pr \sim 0,71$
Sazima [10]	$Nu = 0,057 \cdot (Re \cdot Pr)^{0,78}$	$Re > 10^5$ $Pr \sim 0,72$

### Přestup tepla při turbulentním nuceném obtékání rovinné desky

Pro  $Pr = 0,72$



Graf 8: Turbulentní proudění kolem rovinné desky

Pro graf nebudou použity rovnice od Kalčíka a Sazimy, protože obě platí pouze pro látky, jejichž  $Pr$  se blíží hodnotě vzduchu.

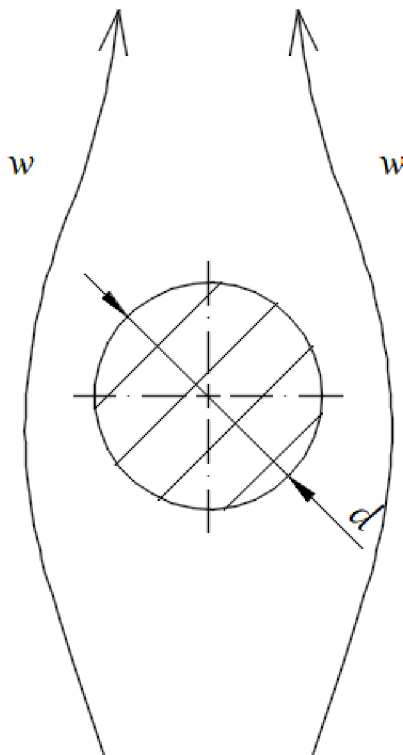
Křivka Jílek je ve zvoleném měřítku zakryta křivkou Enenkl, která je popsána podobnou rovnicí. Křivka Bálek je skryta pod křivkou Ferstl. Všechny křivky jsou rovnoběžné.

## 4 Přestup tepla při volném proudění

Rozdíly mezi jednotlivými autory budeme porovnávat pomocí křivek znázorňujících funkci  $Nu=f(Pr,Gr)$ .

### 4.1 Přestup tepla při volném kolmém obtékání válce

Určujícím rozměrem bude průměr válce  $d_u = d$ .



Obrázek 6: Přestup tepla při volném kolmém obtékání válce



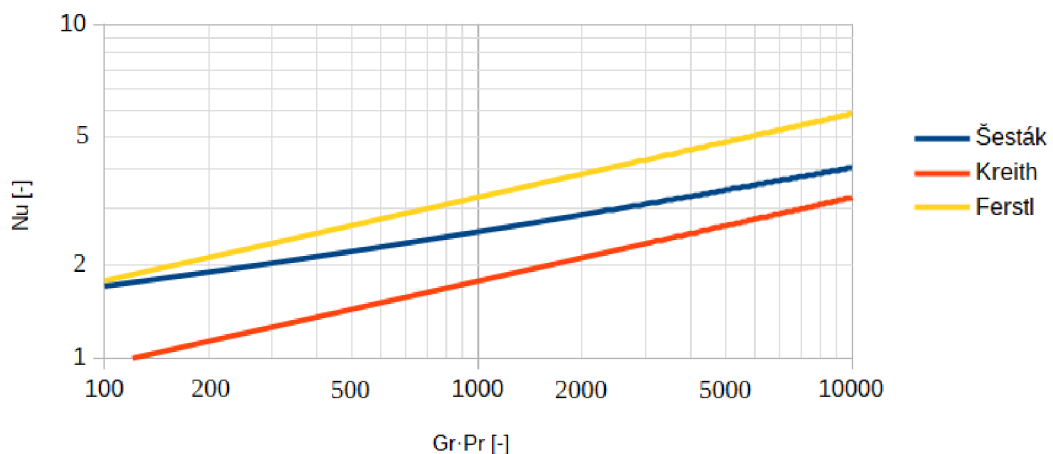
**Tab. 10 - Přestup tepla při volném kolmém obtékání válce**

Autor	Rovnice	Použitelnost
Sazima [10]	$Nu = 0,129 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$0,714 \cdot 10^9 < Gr \cdot Pr < 10^{13}$
Šesták [13]	$Nu = 0,68 + \frac{0,67 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,25}}{[1 + (0,492 \cdot Pr)^{\frac{9}{16}}]^{\frac{16}{9}}}$	$Gr \cdot Pr < 10^4$
	$Nu = 0,59 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,25}$	$10^4 < Gr \cdot Pr < 10^9$
	$Nu = 0,1 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$10^9 < Gr \cdot Pr < 10^{13}$
Kreith [9]	$Nu = \frac{0,68 \cdot Pr^{0,55} \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,25}}{0,952 + Pr^{0,25}}$	$10 < Gr \cdot Pr < 10^8$
	$Nu = 0,13 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$Gr > 10^9$
Ferstl [1]	$Nu = 0,54 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,25}$	$10^2 < Gr \cdot Pr < 10^4$
	$Nu = 0,59 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,25}$	$10^4 < Gr \cdot Pr < 10^9$
	$Nu = 0,13 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$10^9 < Gr \cdot Pr < 10^{12}$

Mezi autory dochází u intervalu nad  $Gr \cdot Pr > 10^9$  ke shodě, proto bude graf zobrazovat oblast  $Gr \cdot Pr < 10^4$ , kde používají rozdílné rovnice.

**Přestup tepla při volném kolém obtékání válce**

Pro  $Pr = 0,72$

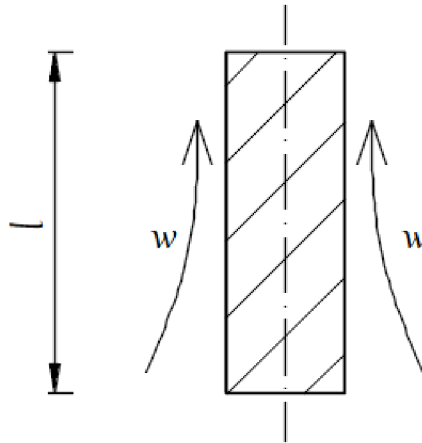


*Graf 9: Přestup tepla při volném kolmém obtékání válce*

Křivka Ferstl a Kreith jsou rovnoběžné, ale jejich hodnoty se liší. Křivka Šesták roste mírněji než zmíněné křivky, přičemž Kreith se ke křivce Šesták vždy přibližuje zespoda a ani při změně Prandtlova čísla, které křivku Kreith ovlivňuje, se nedostane nad křivku Šesták nebo ji nepřekryje.

## 4.2 Přestup tepla při volném podélném obtékání válce

Pro svislý válec bude naším určujícím rozměrem jeho výška  $d_H = l$ .



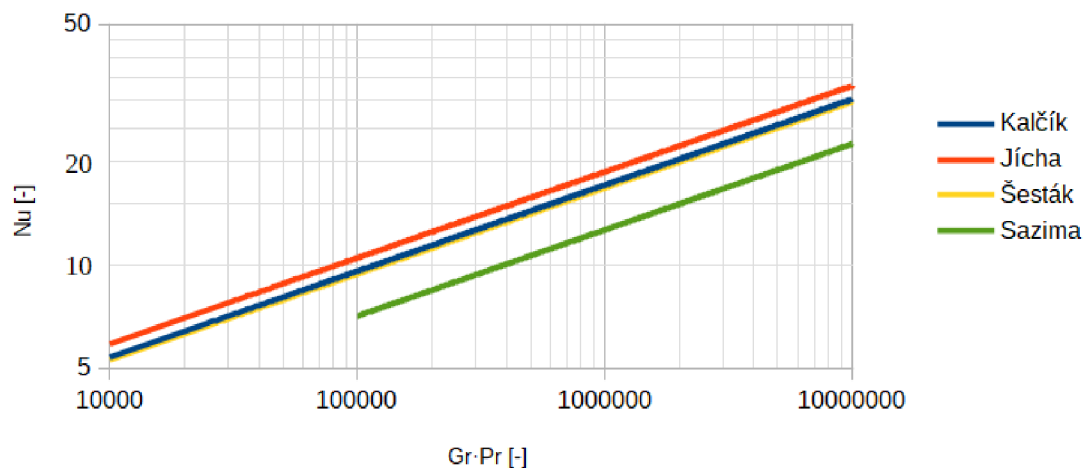
Obrázek 7: Přestup tepla při volném podélném obtékání válce

**Tab. 11 - Přestup tepla při volném podélném obtékání válce**

Autor	Rovnice	Použitelnost
Sazima [10]	$Nu = 0,4 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}$	$10^5 < Gr \cdot Pr < 0,714 \cdot 10^9$
Kalčík [5] Michejev [2]	$Nu = 1,18 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{8}}$	$1 \cdot 10^{-3} < Gr \cdot Pr < 5 \cdot 10^2$
	$Nu = 0,54 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}$	$5 \cdot 10^2 < Gr \cdot Pr < 2 \cdot 10^7$
	$Nu = 0,1 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$2 \cdot 10^7 < Gr \cdot Pr < 10^{13}$
Jícha [9]	$Nu = 0,59 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}$	$10^4 < Gr \cdot Pr < 10^9$
	$Nu = 0,13 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$10^9 < Gr \cdot Pr < 10^{12}$
Šesták [13]	$Nu = (0,36^{0,5} + 0,387 \cdot [\frac{Gr \cdot Pr}{1 + (\frac{0,56}{Pr})^{\frac{9}{16}}}]^{\frac{1}{6}})^2$	$Gr \cdot Pr < 10^4$
	$Nu = 0,53 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}$	$10^4 < Gr \cdot Pr < 10^9$
	$Nu = 0,13 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$10^9 < Gr \cdot Pr < 10^{12}$

**Přestup tepla při volném podélném obtékání válce**

Pro  $Pr = 0,72$

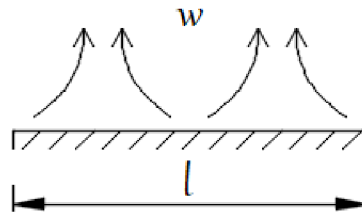


*Graf 10: Přestup tepla při volném podélném obtékání válce*

Křivka Sazima je vykreslena od poloviny rozsahu vodorovné osy, protože pro nižší hodnoty není popsána rovnicí. Díky nižšímu koeficientu, kterým je součin  $Gr \cdot Pr$  vynásoben dosahuje nižších hodnot než zbylí autoři. Křivka Kalčíka je téměř totožná s křivkou Šestáka, křivka Jícha je s nimi rovnoběžná, ale vynesena výše na svislé ose.

### 4.3 Přestup tepla při volném obtékání vodorovné desky

Určujícím rozměrem pro nás v případě rovinné desky bude opět její délkový rozměr ve směru proudění  $d_u = l$ .

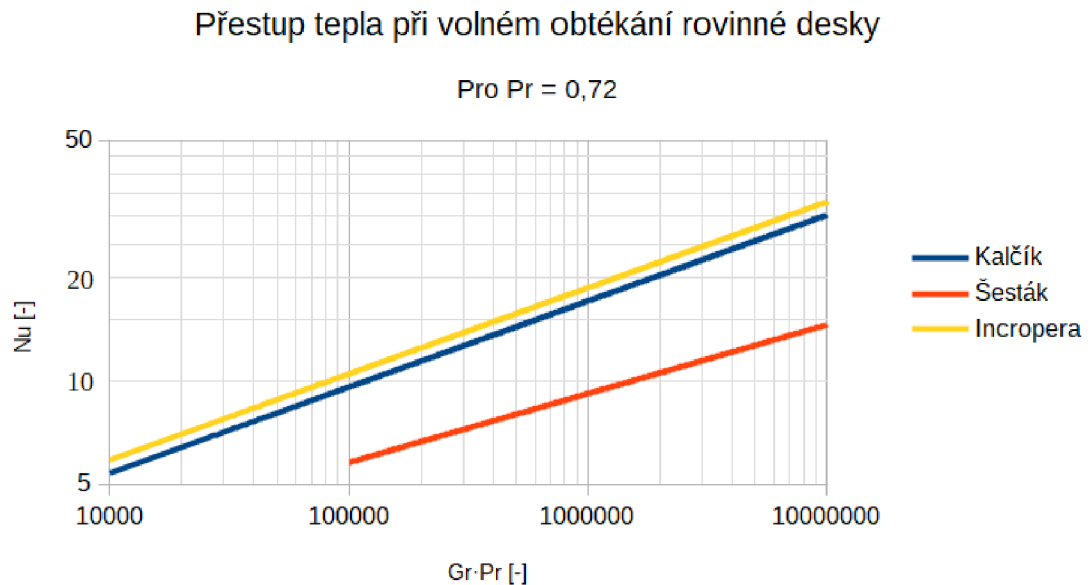


Obrázek 8: Přestup tepla při volném obtékání vodorovné desky

Tab. 12 - Přestup tepla při volném obtékání vodorovné desky

Autor	Rovnice	Použitelnost
Kalčík [5] Michejev [2]	$Nu = 1,18 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{8}}$	$1 \cdot 10^{-3} < Gr \cdot Pr < 5 \cdot 10^2$
Kolát [8]	$Nu = 0,54 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}$	$5 \cdot 10^2 < Gr \cdot Pr < 2 \cdot 10^7$
	$Nu = 0,1 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$2 \cdot 10^7 < Gr \cdot Pr < 10^{13}$
Incropera [16] Kreith [9]	$Nu = 0,59 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}$	$10^4 < Gr \cdot Pr < 10^7$
	$Nu = 0,15 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$10^7 < Gr \cdot Pr < 10^{11}$
Šesták [13]	$Nu = 0,58 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{5}}$	$10^5 < Gr \cdot Pr < 10^{11}$

Kalčík a Michejev používají pro přestup u vodorovné desky stejné vzorce jako pro přestup podél válce.

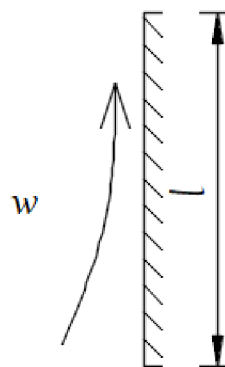


Graf 11: Volná konvekce podél vodorovné desky

Graf 11 je podobný grafu pro výpočet Nusseltova čísla při konvekci podél válce. Křivka Kalčík je rovnoběžná s křivkou Incropera, křivka Šesták roste pomaleji, začíná na vyšších hodnotách součinu  $Gr \cdot Pr$  a je odsazená na nižších hodnotách funkce. Šestákova rovnice popisující křivku byla sestavena na základě experimentu.

#### 4.4 Přestup tepla při volném obtékání svislé desky

Obdobně jako při obtékání horizontální desky i v tomto případě bude určující rozměr délková kóta ve směru toku média  $d_u = l$ .

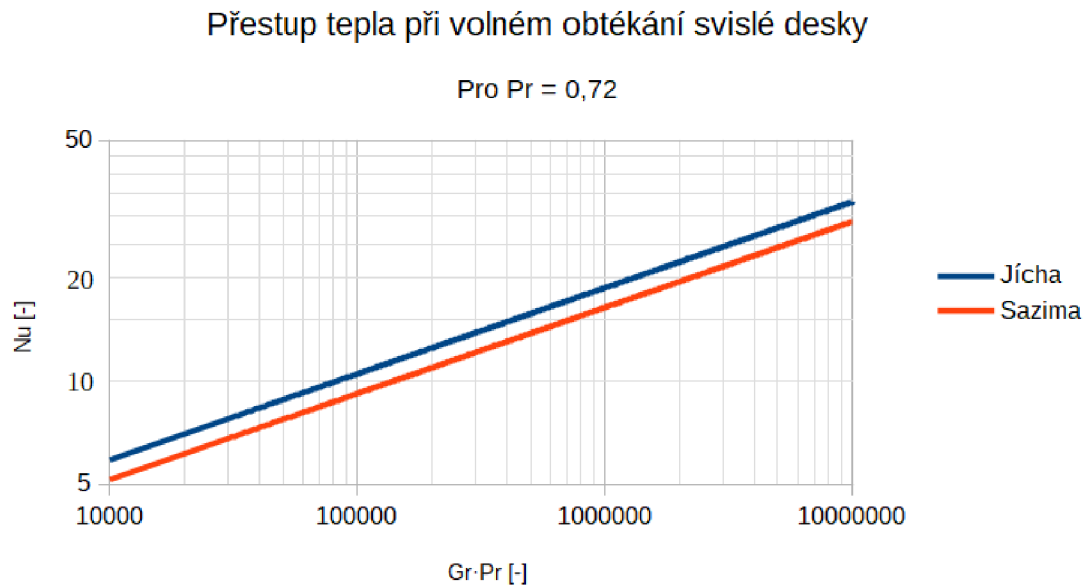


Obrázek 9: Přestup tepla při volném obtékání svislé desky

Tab. 13 - Volná konvekce podél svislé desky

Autor	Rovnice	Použitelnost
Sazima [10]	$Nu = 1,8 \cdot \frac{Pr^{0,5}}{2,3 + Pr^{0,5}} \cdot Gr^{\frac{1}{4}}$	$Gr \cdot Pr < 0,714 \cdot 10^9$ $Pr < 0,5$
	$Nu = 0,652 \cdot \frac{Pr^{0,5}}{(1,1 + Pr)^{\frac{1}{4}}} \cdot Gr^{\frac{1}{4}}$	$Gr \cdot Pr < 0,714 \cdot 10^9$ $Pr > 0,5$
	$Nu = 0,129 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$0,714 \cdot 10^9 < Gr \cdot Pr < 10^{13}$
Jícha [7]	$Nu = 0,59 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}$	$10^4 < Gr \cdot Pr < 10^9$
	$Nu = 0,13 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$10^9 < Gr \cdot Pr < 10^{12}$
Šesták [13]	$Nu = 0,684 + \frac{0,67 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}}{[1 + (\frac{0,437}{Pr})^{\frac{9}{16}}]^{\frac{8}{27}}}$	$Gr \cdot Pr < 10^4$
	$Nu = 0,59 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}$	$10^4 < Gr \cdot Pr < 10^9$
	$Nu = 0,021 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{2}{5}}$	$10^9 < Gr \cdot Pr < 10^{13}$
Incropera [16]	$Nu = 0,59 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}$	$10^4 < Gr \cdot Pr < 10^9$
	$Nu = 0,1 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$10^9 < Gr \cdot Pr < 10^{13}$

U  $Gr \cdot Pr$  mezi  $10^4$  až  $10^9$  dochází u tří autorů ke shodě, budou tedy vyneseni pod jednou křivkou označenou jako Jicha pro porovnání s druhou možnou rovnicí.



Graf 12: Volná konvekce podél svislé desky

Pro křivku Sazima byla užita rovnice pro  $Pr > 0,5$ , která byla upravena do tvaru

$$Nu = \frac{0,652 \cdot Pr^{\frac{1}{4}} \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}}{(1,1 + Pr)^{\frac{1}{4}}},$$

aby bylo možné vyjádřit její závislost na součinu  $Gr \cdot Pr$ . Se

zvyšujícím se  $Pr$  se zvyšují hodnoty  $Nu$  na křivce Sazima, kolem hodnoty  $Pr \sim 2,25$  se překrývá s křivkou Jicha.

## 5 Diskuse

Rovnice do tabulek uvedených v příloze byly voleny individuálně porovnáním průběhů křivek podle vstupních hodnot. Při výběru byly hledány rovnice s podobným průběhem, blízkým výsledným Nusseltovým číslem, přičemž byly upřednostňovány jednodušší rovnice.

### 5.1 Přestup tepla při nuceném proudění potrubím kruhového průřezu

Pro laminární oblast byla zvolena rovnice od Kolata [8], která při změnách zvolených parametrů nemění nijak výrazně svůj průběh a zápis funkce není zbytečně složitý. Od  $Re > 2100$  bude použita Michejevova [2] rovnice, která má podobný průběh jako zbylí autoři, ale nezvažuje, kterým směrem se teplo odvádí. Při porovnání rovnic pro ochlazování s ohříváním při stejném potrubí a protékaném médiu byly rozdíly malé a v obou případech se křivky na grafu držely blízko Michejevovy. Proto takové zjednodušení nebude v tabulkách pro výukové účely vadit.

### 5.2 Přestup tepla při nuceném proudění potrubím nekruhového průřezu

Do závěrečné tabulky byly užity hydraulické průměry dopočtené dle vzorce v podkapitole 3.2.

### 5.3 Přestup tepla při nuceném kolmém obtékání válce

Pro příklady obtékaného válce jsem se rozhodla využít rovnic Příhody [14] a Bálek [12], kteří mají vyšší rozsah pro Reynoldsovo číslo. Mez použitelnosti byla vzata z Bálek [12], neboť zde se autoři rozcházelí a v učebnici Příhoda [14] na sebe intervaly použitelnosti jednotlivých rovnic nenasazovaly, protože na interval  $Re < 2 \cdot 10^5$  je zde navázáno intervalem  $Re > 3 \cdot 10^5$ .

### 5.4 Přestup tepla při nuceném obtékání tělesa nekruhového průřezu

Do výsledných tabulek byla vložena tabulka z podkapitoly 3.4.

### 5.5 Přestup tepla při nuceném obtékání rovinné desky

Pro laminární oblast byla použita rovnice, kterou zvolili všichni porovnávání autoři. Na tuto rovnici od  $Re > 5 \cdot 10^5$  naváže rovnice, kterou použili Ferstl [1] a Bálek [12]. V tomto případě si byly rovnice velmi podobné a i se jejich průběhy podobně měnily. Koeficient Prandtolova čísla byl převzat z Bálek [12], zaokrouhlení zde mělo minimální vliv na výsledné hodnoty rovnice



## 5.6 Přestup tepla při volném kolmém obtékání válce

Pro výpočet přestupu tepla u volného obtékání kolmo k válci byly do tabulky použity vzorce od Šestáka [13], jehož křivky se ve všech oblastech použitelnosti drží mezi zbylými dvěma porovnávanými autory. V krajní oblasti  $Gr \cdot Pr < 10^4$  byl zachován i složený zlomek, který autor používá, jelikož jeho náhrady z jiných autorů vhodně nenavazovaly.

## 5.7 Přestup tepla při volném podélném obtékání válce

Užité vzorce jsou z Kalčíka [5], které byly použity i Michejevem [2]. Tyto rovnice si byly v Grafu 5 velmi podobné s rovnicí Šesták [13]. V použitelnosti těchto rovnic zůstává mezera  $Gr \cdot Pr < 0,001$ , což je velmi nepravděpodobná oblast konvekce, pro kterou by bylo počítat přestup, tudíž nebylo třeba volit rovnici jiného autora na pokrytí oblasti od bodu 0.

## 5.8 Přestup tepla při volném obtékání vodorovné desky

Pro výpočet přestupu tepla při konvekci podél rovinné desky byly opět zvoleny rovnice Kalčíka [5], tyto rovnice se opakovaly i u dvou dalších autorů - Michejev [2] a Kolat [8]. Podobný průběh měly i rovnice používané u zahraničních autorů Kreith [9] a Incropera [16]. Opět zde zůstává v použitelnosti malá nedefinovaná oblast, kterou nelze předpokládat jako zadání příkladu.

## 5.9 Přestup tepla při volném obtékání svislé desky

Do tabulek v příloze byly použity rovnice od Jichy [7], který používá stejné rovnice pro jakákoliv Prandtlova čísla. Rovnice, které autor použil jsou v mírně upravené podobě použity i v literatuře Šesták [13] a Incropera [16]. Proto byly zvolené rovnice doplněny i o oblast  $Gr \cdot Pr < 10^4$  podle Šesták [13].

## 6 Závěr

V bakalářské práci byla popsána základní teorie přenosu tepla konvekcí, provedena rešerše dostupné literatury, sestaven přehled základních kritériálních rovnic pro volnou a nucenou konvekci beze změny skupenství pro běžná geometrická uspořádání, ověřeny oblasti použitelnosti kritériálních rovnic porovnávacími výpočty a vhodné kritériální rovnice byly zpracovány do přehledných tabulek pro výukové a technické účely.

O přesnosti výsledných vztahů lze pouze spekulovat, neboť s každou rovnicí byla přejímána již chyba, které se dopustil její autor při popisu experimentu, ze kterého vycházel, či přebral chybu od autorů, kterými se inspiroval sám. Zároveň je třeba předpokládat, že výsledky získané rovnicemi nepopisují reálný stav a je třeba je při praktickém výpočtu brát jako zjednodušení, protože na konvekci mají vliv i další proměnné jako například drsnost vnitřního povrchu potrubí atd., které nejsme schopni matematicky kvantifikovat.

Vhodné vzorce, které byly zvoleny, jsou uvedeny ve výsledných tabulkách pro výpočet přestupu tepla při volné a nucené konvekci beze změny skupenství pro vybraná geometrická uspořádání, které jsou v příloze této práce.

## Seznam použité literatury:

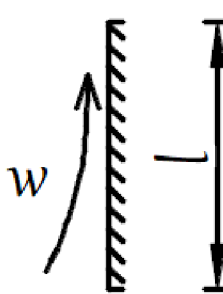
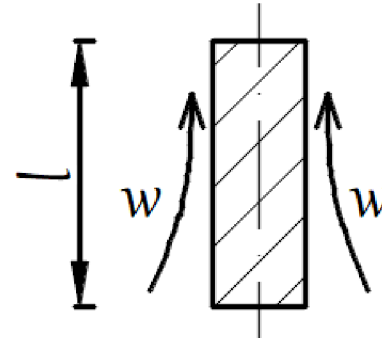
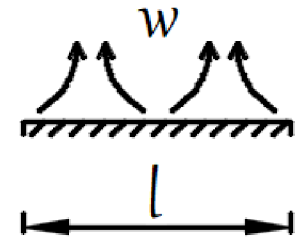
- [1] FERSTL, Karol a Michal MASARYK. *Prenos tepla*. Bratislava: Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2011. Edícia vysokoškolských učebníc. ISBN 978-80-227-3534-6.
- [2] MICHEJEV, M. A.: *Základy sdílení tepla*. Praha: SNTL, 1952
- [3] tzbinfo, Větrání/Klimatizace, online, citace: 23.08.2020  
<https://vetrani.tzb-info.cz/>
- [4] Thermopedia, Boundary Layer, online, citace: 16. 11. 2019  
<http://www.thermopedia.com/content/595/>
- [5] KALČÍK, Josef a Karel SÝKORA. *Technická termomechanika: učebnice pro vysoké školy*. Praha: Academia, 1973.
- [6] ENENKL, Vladimír, Jiří HLOUŠEK a Eva JANOTKOVÁ. *Termomechanika*. Vyd. 9., přeprac. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1981. Učební texty vysokých škol (Vysoké učení technické v Brně).
- [7] JÍCHA, Miroslav. *Přenos tepla a látky*. Brno: Vysoké učení technické, 1986.
- [8] KOLAT, Pavel. *Přenos tepla a hmoty*. Ostrava: VŠB-Technická univerzita, 1986.
- [9] KREITH, Frank and Mark BOHN. *Principles of Heat Transfer*. St. Paul: West Pub. Co, 1993. Print.
- [10] SAZIMA, Miroslav. *Tabulky sdílení tepla*. Praha, 1973.
- [11] JÍLEK, Miroslav. *Thermomechanics*. 4. vydání. V Praze: České vysoké učení technické, 2016. ISBN 978-80-01-05909-8.
- [12] BÁLEK, Stanislav. *Tepelně technické tabulky a diagramy*. 2. vyd. Ostrava: VŠB - Technická univerzita, 2005. ISBN 80-248-0828-5.
- [13] ŠESTÁK, Jiří a František RIEGER. *Přenos hybnosti, tepla a hmoty*. Vyd. 3. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01-02933-6.
- [14] PŘÍHODA, Miroslav a Miroslav RÉDR. *Sdílení tepla a proudění*. 2., přeprac. vyd. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2008. ISBN 978-80-248-1748-4
- [15] BAHRAMI, Majid. *Forced Convection*, online, citace: 28. 6. 2020  
DOI: <http://www.sfu.ca/~mbahrami/ENSC%20388/Notes/Forced%20Convection.pdf>
- [16] INCROPERA, Frank P. *Fundamentals of heat and mass transfer*. 6th ed. New York: John Wiley, 2007. ISBN 978-0-471-45728-2
- [17] ŠESTÁK, Jiří, Jaromír BUKOVSKÝ a Milan HOUŠKA. *Tepelné pochody: transportní a termodynamická data*. Vyd. 5. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01-02934-4

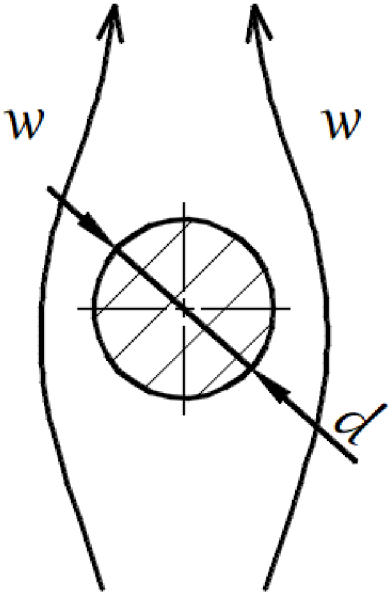
## SEZNAM PŘÍLOH

Příloha A: Tabulky pro výpočet volné konvekce

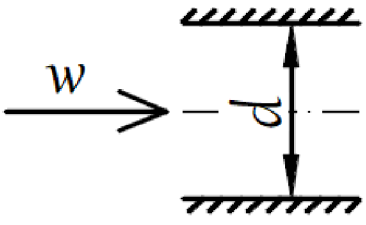
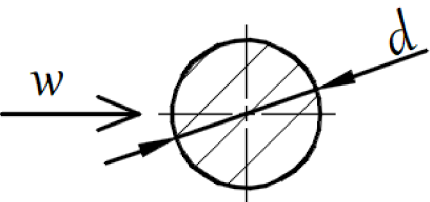
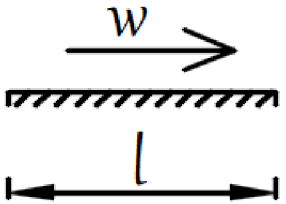
Příloha B: Tabulky pro výpočet nucené konvekce

Příloha A: Tabulky pro výpočet volné konvekce

VOLNÁ KONVEKCE		
Zadání	Rovnice	Použitelnost
Svisle obtékaná deska $t_u = \frac{t_t - t_s}{2}; d_u = l$ 	$0,684 + \frac{0,67 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}}{\left[1 + \left(\frac{0,437}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{8}{27}}}$	$Gr \cdot Pr < 10^4$
	$Nu = 0,59 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}$	$10^4 < Gr \cdot Pr < 10^9$
	$Nu = 0,13 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}$	$10^9 < Gr \cdot Pr < 10^{12}$
Vertikálně obtékaný válec $t_u = \frac{t_t - t_s}{2}; d_u = l$ 	$Nu = 1,18 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{8}}$	$1 \cdot 10^{-3} < Gr \cdot Pr < 5 \cdot 10^2$
	$Nu = 0,54 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}$	$5 \cdot 10^2 < Gr \cdot Pr < 2 \cdot 10^7$
	$Nu = 0,135 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$2 \cdot 10^7 < Gr \cdot Pr < 10^{13}$
Vodorovně obtékaná deska $t_u = \frac{t_t - t_s}{2}; d_u = l$ 	$Nu = 1,18 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{8}}$	$10^{-3} < Gr \cdot Pr < 5 \cdot 10^2$
	$Nu = 0,54 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}$	$5 \cdot 10^2 < Gr \cdot Pr < 2 \cdot 10^7$
	$Nu = 0,135 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$2 \cdot 10^7 < Gr \cdot Pr < 10^{13}$





<p>Kolmo obtékaný válec</p> $t_u = \frac{t_t - t_s}{2}; d_u = d$ 	$Nu = 0,68 + \frac{0,67 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}}{[1 + (0,492 \cdot Pr)^{\frac{9}{16}}]^{\frac{1}{4}}}$	$Gr \cdot Pr < 10^4$
	$Nu = 0,59 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}$	$10^4 < Gr \cdot Pr < 10^9$
	$Nu = 0,1 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{3}}$	$10^9 < Gr \cdot Pr < 10^{13}$

Příloha B: Tabulky pro výpočet nucené konvekce

NUCENÁ KONVEKCE		
Zadání	Rovnice	Použitelnost
Protékaný kruhový profil $t_u = \frac{t_t - t_s}{2}; d_u = d$ 	$Nu = 1,615 \cdot (Re \cdot Pr \cdot \frac{d}{l})^{\frac{1}{3}}$	$Re < 2,1 \cdot 10^3$
	$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4}$	$Re > 2,1 \cdot 10^3$
Kolmo obtékaný válec $t_u = \frac{t_t - t_s}{2}; d_u = d$ 	$Nu = 0,5 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{0,38}$	$5 < Re < 5 \cdot 10^3$
	$Nu = 0,25 \cdot Re^{0,6} \cdot Pr^{0,38}$	$10^3 < Re < 3 \cdot 10^5$
	$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,37}$	$3 \cdot 10^5 < Re < 2 \cdot 10^6$
Obtékaná rovinná deska $t_u = \frac{t_t - t_s}{2}; d_u = l$ 	$Nu = 0,644 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{0,33}$	$Re < 5 \cdot 10^5$
	$Nu = 0,035 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,33}$	$Re > 5 \cdot 10^5$

## OBTĚKÁNÍ NEKRUHOVÝCH OBJEKTŮ

$$Nu = 1,11 \cdot c \cdot Re^m \cdot Pr^{0,31}$$

Objekt	$Re$ od	$Re$ do	$c$	$m$
→ 	5 000	100 000	0,0921	0,675
→ 	5 000	100 000	0,222	0,588
→ 	5 000	100 000	0,138	0,638
→ 	5 000	19 500	0,144	0,638
	19 500	100 000	0,0347	0,782

NEKRUHOVÉ POTRUBÍ - pro dosazení za kruhový profil	
Protékaný průřez	Hydraulický průměr potrubí (určující rozměr $d_h$ )
čtverec	$a$
obdélník	$\frac{2 \cdot a \cdot b}{a + b}$
rovnostranný trojúhelník	$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \cdot a$
mezikruží	$d_2 - d_1$
štěrbina	$\frac{2 \cdot a \cdot \delta}{a + \delta}$